

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет
Кафедра сопротивления материалов

РАСЧЕТ ФЕРМЫ

Методические указания к выполнению
расчетно-проектировочной работы
по дисциплине «Строительная механика»

Составители:
В.М. КИСЛОВ
И.А. ЧЕРНОУСОВА

Владимир 2007

УДК 624.04
ББК 38.112
Р24

Рецензент
Кандидат технических наук профессор
Владимирского государственного университета
В.Ю. Щуко

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Расчет фермы : метод. указания к выполнению расчетно-проектировочной работы по дисциплине «Строительная механика» / Владим. гос. ун-т ; сост.: В. М. Кислов, И. А. Черноусова. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 36 с.

Содержат варианты заданий к расчетно-проектировочной работе по строительной механике и примеры ее выполнения по теме «Расчет сложной статически определимой фермы». Способствуют усвоению основных теоретических положений и методик расчета шпренгельных ферм.

Предназначены для студентов строительных специальностей 270102 «Промышленное и гражданское строительство», 270205 «Автомобильные дороги и аэродромы» очной формы обучения.

Табл. 3. Ил. 17. Библиогр.: 3 назв.

УДК 624.04
ББК 38.112

Цель методических указаний – помочь студентам овладеть методами расчета сложных статически определимых ферм. Здесь рассматриваются методы определения усилий в различных типах стержней и пренгельных ферм, а также вычисление усилий в фермах при помощи линий влияния.

Методические указания включают задание, указания к выполнению расчетно-проектировочной работы и пример решения задачи.

Приведенные варианты заданий соответствуют программе курса строительной механики.

ЗАДАНИЕ

Для фермы, выбранной в соответствии с вариантом по рис. 1, требуется:

1. Определить усилия во всех стержнях указанной панели заданной фермы (считая слева) от действия постоянной нагрузки.
2. Построить для тех же стержней линии влияния усилий.
3. Загрузить построенные линии влияния заданной постоянной нагрузкой и результаты сравнить с теми, что были получены при выполнении п. 1.

Данные для расчета взять из табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	d , м	F , кН	Номер панели	h , м
1	2,6	1,5	3	3,0
2	2,8	1,2	4	3,5
3	3,0	1,4	5	4,0
4	3,2	1,6	6	3,0
5	3,4	1,8	3	3,5
6	3,6	2,5	4	4,0
7	3,8	2,2	5	3,0
8	4,0	2,4	6	3,5
9	4,2	2,6	3	4,0
10	4,4	2,8	4	3,0
11	4,6	3,0	5	3,5
12	4,8	3,2	6	4,0
13	5,0	3,4	3	3,0
14	2,6	3,6	4	3,5
15	2,8	3,8	5	4,0
16	3,0	4,0	6	3,6
17	3,2	4,2	3	3,5
18	3,4	4,4	4	4,0
19	3,6	4,6	5	3,0
20	3,8	4,8	6	3,5

УКАЗАНИЯ К РАСЧЕТУ ФЕРМЫ

Вычертить ферму в масштабе с указанием размеров и нагрузки. Обозначить узлы буквами или цифрами.

Вычислить число степеней свободы системы:

$$W = 2y - c - 3,$$

где c - количество стержней; y - количество узлов фермы.

Это число должно быть равно нулю, т.е. заданная ферма должна быть статически определима.

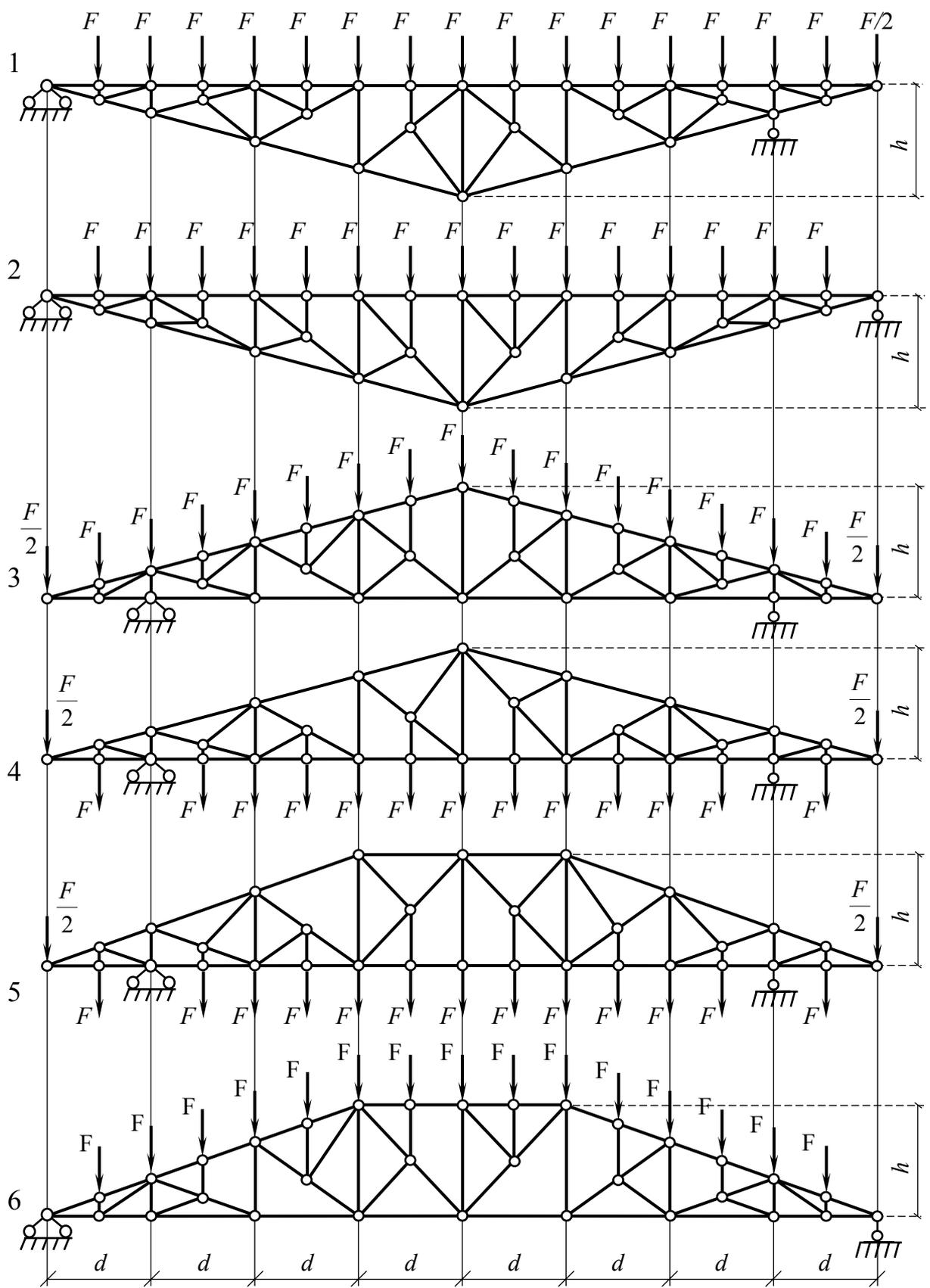


Рис. 1

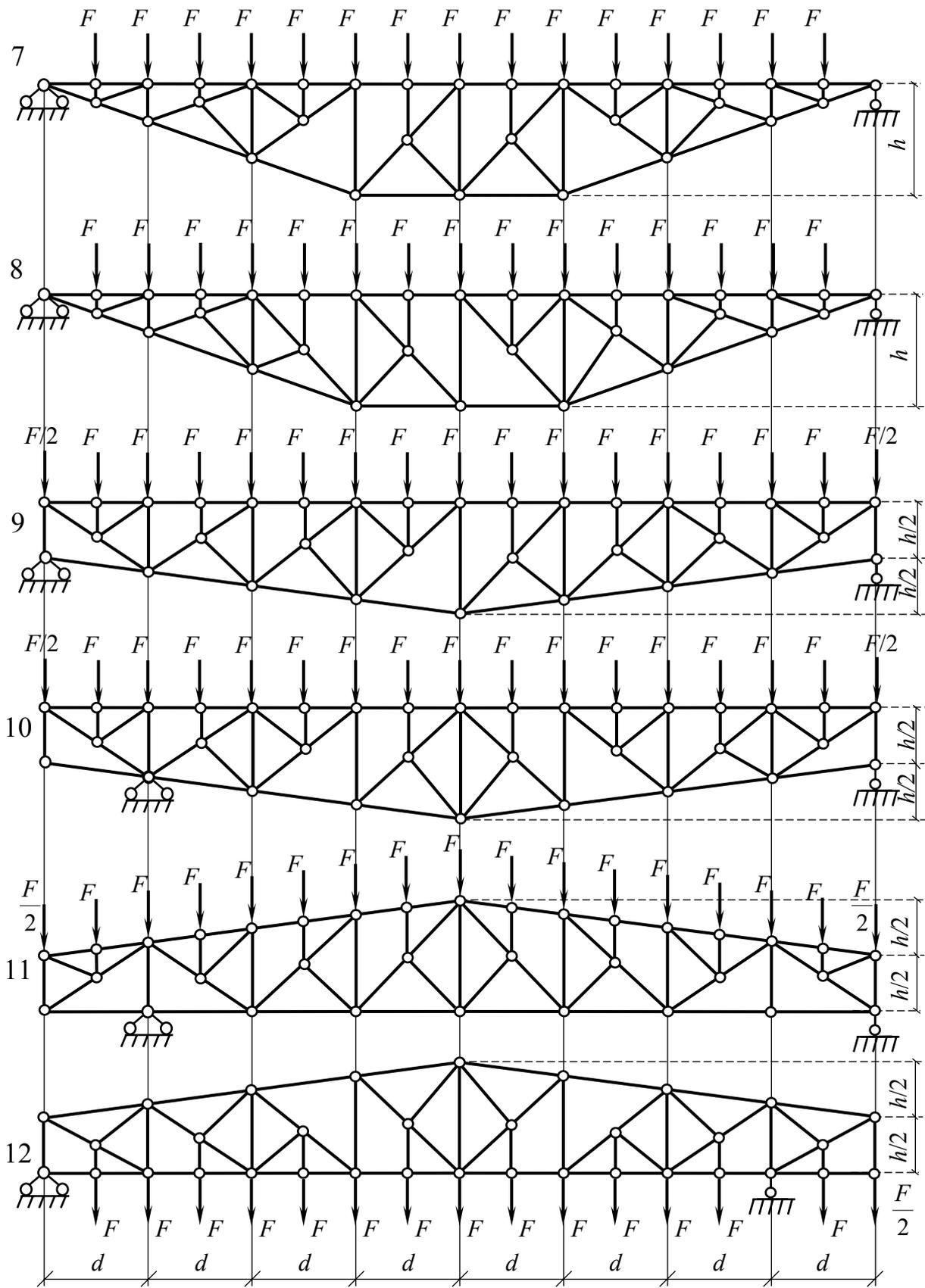


Рис. 1. Продолжение

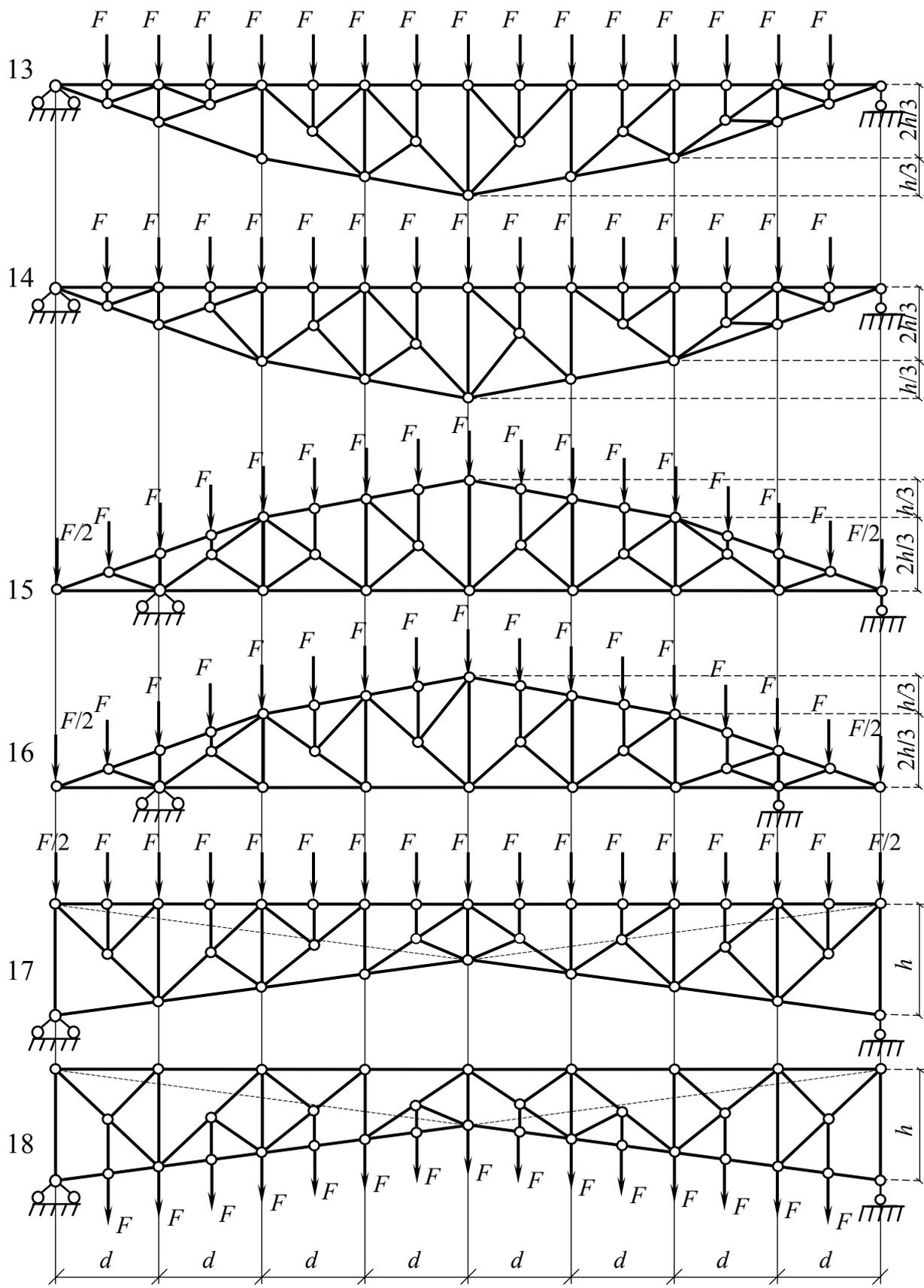


Рис. 1. Продолжение

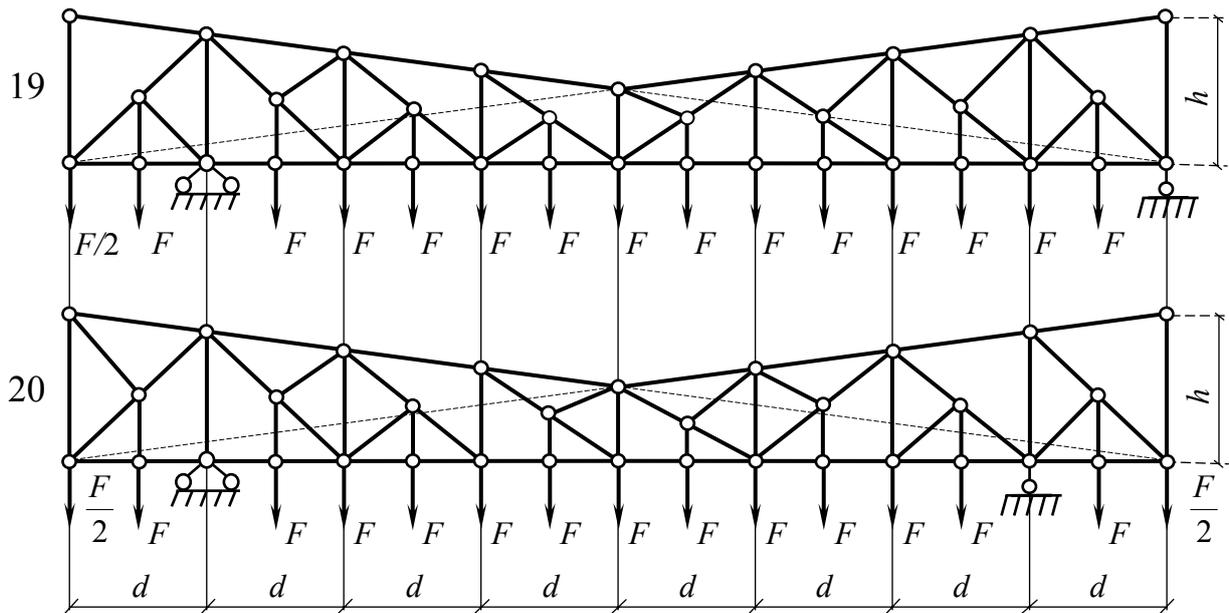


Рис. 1. Окончание

Выделить из заданной фермы основную и шпренгели. Основную ферму вычертить под заданной в тех же осях. При этом надо учесть взаимодействие шпренгеля с основной фермой. Реакции, возникающие в опорах шпренгельной фермы, переносятся в соответствующие узлы основной фермы в виде сил, равных по величине этим реакциям, но противоположно направленных.

Для правильного перераспределения нагрузки со шпренгельных ферм на основную следует твердо усвоить типы шпренгелей. Двухъярусные шпренгели передают нагрузку с одного пояса основной фермы на другой. Одноярусные же перераспределяют нагрузку в пределах одного пояса.

Далее методом сечений или методом вырезания узлов необходимо определить усилия во всех стержнях заданной панели фермы. Панелью считается часть фермы между стойками основной решетки. Таким образом, в расчетной работе надо определить усилия в девяти стержнях. Метод для расчета выбирается исходя из того, что усилия в стержнях должны выражаться по возможности только через нагрузку и реакции опор, а не одно усилие через другое.

Рекомендуется сначала рассмотреть заданную ферму и найти все усилия, для определения которых можно провести удачное сечение или вырезать подходящий узел. Проводимое сечение должно рассекать ферму на две части и проходить не более чем по трем стержням. При этом оси этих трех разрезаемых стержней не должны пересекаться в одной точке.

Остальные усилия определяются из расчета только шпренгеля или только основной фермы. Если стержень принадлежит и шпренгелю и основной ферме, то усилие в нем можно вычислить как сумму соответствующих усилий, найденных при рассмотрении отдельно основной фермы и шпренгеля.

По методу сечений удобно составлять уравнения равновесия рассматриваемой отсеченной части, используя моментную точку. Моментной точкой усилия одного из трех попавших в сечение стержней является точка, в которой пересекаются оси двух других стержней.

Рассчитывая ферму, надо приводить в работе все схемы, рассматриваемые отсеченные части и указывать на схемах все величины, входящие в используемые формулы. Все геометрические размеры должны определяться аналитически, а браться со схемы по масштабу.

Построение линий влияния надо начинать с линий влияния реакций опор. Все графики строятся под схемой фермы в том же линейном масштабе на одном листе графической части. При необходимости можно взять лист большего формата. Перенос графиков на другой лист без соответствующих схем фермы не допустим. На линиях влияния должны быть проставлены числовые значения ординат под всеми узлами. Построение графиков должно сопровождаться численными расчетами.

Определять усилия в указанных стержнях фермы от заданной нагрузки при помощи линий влияния надо по формуле

$$N = \sum F_i y_i,$$

где N - искомое усилие; F_i - сила, приложенная к узлам фермы; y_i - ордината линии влияния под соответствующей силой.

Сравнение результатов, полученных при загрузении линий влияния, с теми, что были найдены аналитически, необходимо представить в виде таблицы (табл. 2).

Таблица 2

И с к о м о е у с и л и е	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9
Найденное аналитически, кН									
Найденное при загрузении линий влияния, кН									
$\Delta(\%)$ – расхождение результатов									

Расхождение результатов оценивается следующим образом:

$$\Delta(\%) = \left| \frac{N_{\text{анал}} - N_{\text{л.в}}}{N_{\text{анал}}} \right| \cdot 100 \% \leq 1 \%,$$

где $N_{\text{анал}}$ - усилие, найденное аналитически; $N_{\text{л.в}}$ - усилие, вычисленное при помощи линий влияния.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Для фермы, показанной на рис. 2, требуется:

- определить усилия во всех стержнях третьей панели от постоянной нагрузки;
- построить для тех же стержней линии влияния усилий;

- загрузить построенные линии влияния постоянной нагрузкой и сравнить результаты с теми, что были получены ранее.

Примечание: все размеры даны в метрах, нагрузки – в килоньютонах. В дальнейшем размерности на рисунках не будут указываться.

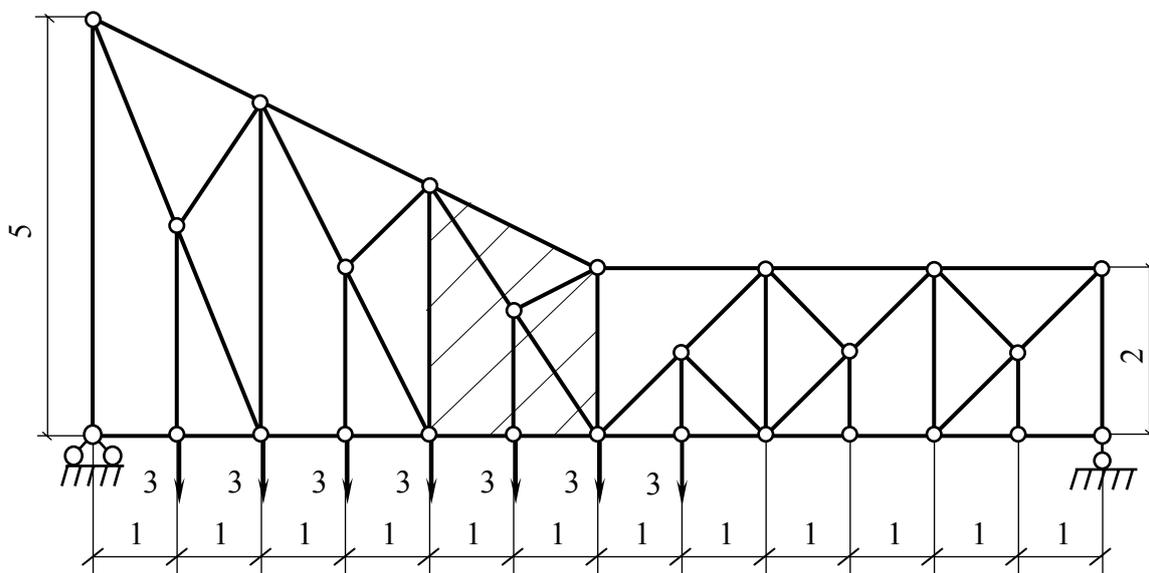


Рис. 2

Решение

Вычислим число степеней свободы системы:

$$W = 2y - c - 3 = 2 \cdot 26 - 49 - 3 = 0.$$

Таким образом, мы видим, что необходимое условие статической определимости системы выполняется.

Вычертим ферму в масштабе. Обозначим узлы фермы цифрами. Для нашей задачи достаточно обозначить только узлы второй, третьей и четвертой панелей (рис. 3).

Найдем реакции опор.

$$\sum M_A = 0: -3 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) + R_B \cdot 12 = 0; R_B = 7 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0: 3 \cdot (5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11) - R_A \cdot 12 = 0; R_A = 14 \text{ кН}.$$

Проверим правильность определения реакций:

$$\sum Y = 0: 7 + 14 - 3 \cdot 7 = 0; \quad +21 - 21 = 0.$$

Для дальнейших расчетов нам понадобятся некоторые геометрические параметры. Вычертим решетку заданной фермы в масштабе и аналитически вычислим все необходимые нам размеры и углы (рис. 4).

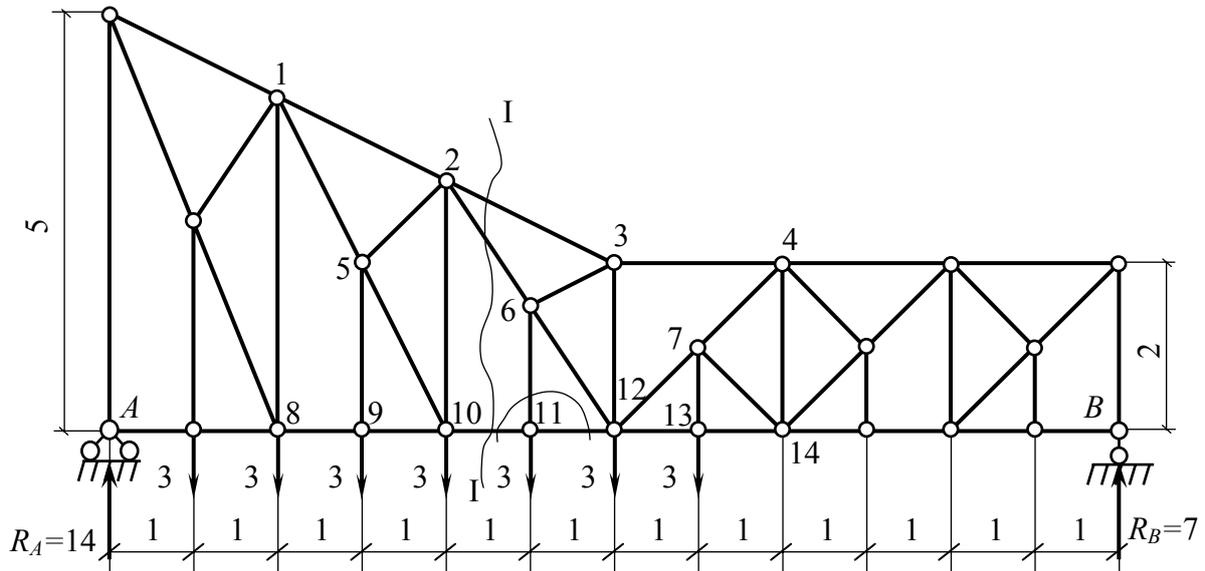


Рис. 3

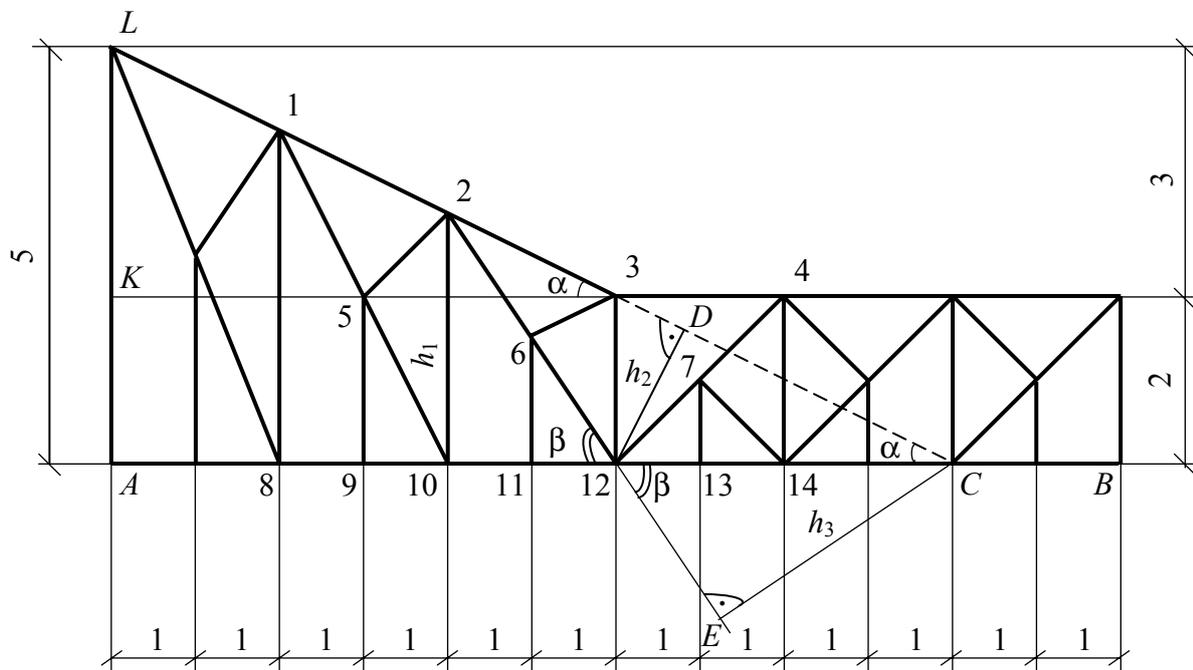


Рис. 4

Прежде всего найдем угол α , рассмотрев треугольник $K - L - 3$:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{6} = 0,5; \quad \alpha = 26,56^\circ; \quad \sin\alpha = 0,447; \quad \cos\alpha = 0,894.$$

Найдем длину отрезка $12 - C$ (т.е. место пересечения оси левой части верхнего пояса с осью нижнего пояса) из треугольника $3 - 12 - C$:

$$l_{12-C} = \frac{2}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ м.}$$

Таким образом, мы видим, что точка C в нашем случае попадает в один из узлов нижнего пояса фермы.

Вычислим высоту левой стойки третьей панели, рассмотрев треугольник $2 - 10 - C$:

$$h_1 = 6\operatorname{tg}\alpha = 6 \cdot 0,5 = 3 \text{ м.}$$

Далее найдем высоту перпендикуляра, опущенного из точки 12 на продолжение отрезка $2 - 3$. Для этого рассмотрим треугольник $12 - D - C$:

$$h_2 = 4\sin\alpha = 4 \cdot 0,447 = 1,79 \text{ м.}$$

Определим параметры угла β , рассмотрев треугольник $2 - 10 - 12$:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{3}{2} = 1,5; \quad \beta = 56,31^\circ; \quad \sin\beta = 0,832; \quad \cos\beta = 0,555.$$

Опустим из точки C перпендикуляр на продолжение отрезка $2 - 12$ и рассмотрим получившийся треугольник $12 - C - E$:

$$h_3 = 4\sin\beta = 4 \cdot 0,832 = 3,33 \text{ м.}$$

Для того чтобы выделить в заданной ферме основную решетку и правильно перераспределить нагрузку, рассмотрим двухъярусный шпренгель $2 - 3 - 6 - 11$ (рис. 5, а) и одноярусный шпренгель $7 - 12 - 13 - 14$ (рис. 5, б).

Реакции опор 10 и 12 двухъярусного шпренгеля будут нулевыми. Элементы $10 - 11$ и $11 - 12$ будут иметь нулевые усилия. В дальнейшем указанные опоры и стержни мы не будем изображать на схемах двухъярусных шпренгелей. Реакции опор 2 и 3 двухъярусного шпренгеля, а также 12 и 14 одноярусного будут одинаковы и равны $1,5$ кН. В шпренгелях других панелей реакции будут такими же. Эти реакции в виде противоположно направленных сил добавим в соответствующие узлы основной решетки заданной фермы (рис. 6).

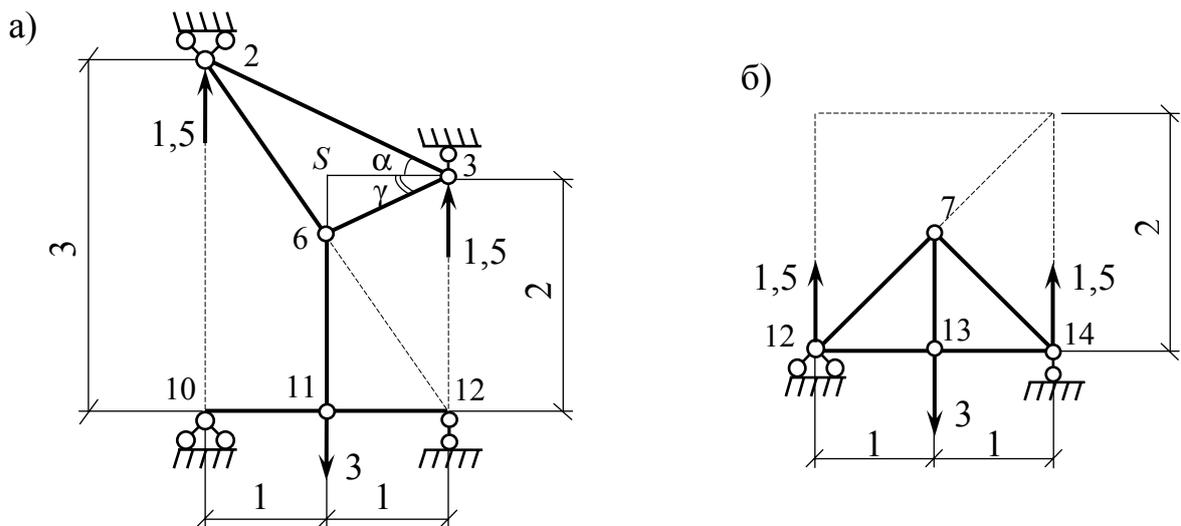


Рис. 5

В результате в узле 1 основной фермы будет действовать направленная вниз сила, состоящая из двух реакций по 1,5 кН, переданных в этот узел с двухъярусных шпренгелей первой и второй панелей. Аналогично в узле 2. В узле 12 основной фермы результирующая сила составит 4,5 кН, так как в нем уже была сила, равная 3 кН, и к ней добавляется реакция, перенесенная с одноярусного шпренгеля четвертой панели (см. рис. 6).

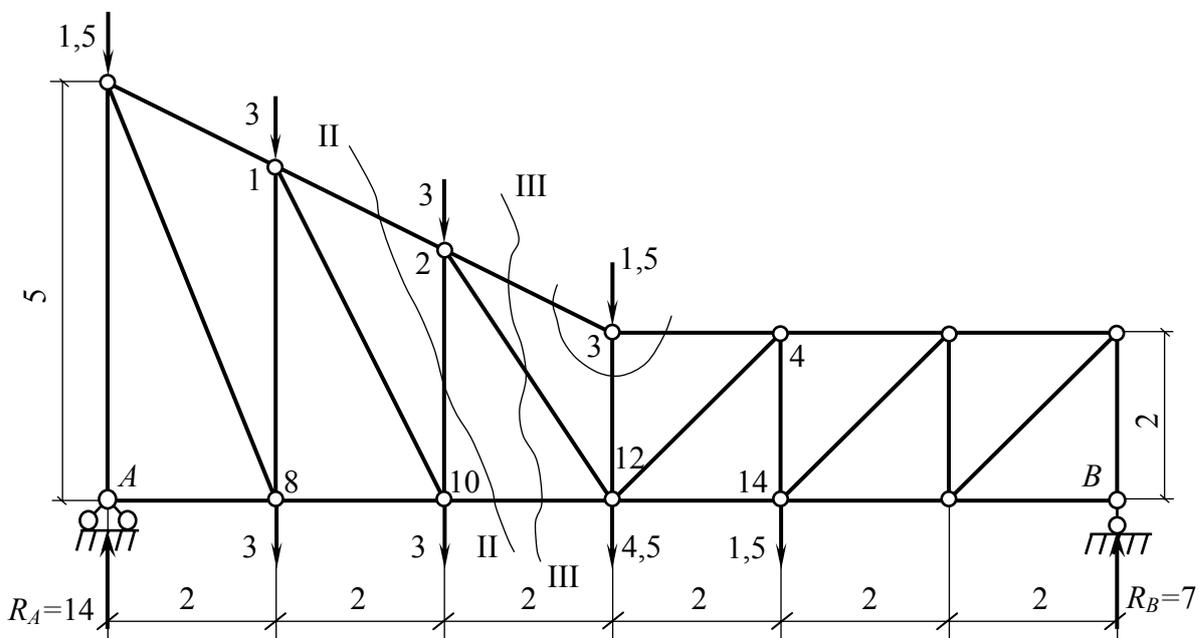


Рис. 6

Определять усилия начнем со стержней 2 - 3, 2 - 6, 10 - 11, 6 - 11 и 11 - 12 (см. рис. 3), так как эти величины можно вычислить, рассматривая непосредственно заданную ферму.

Сделаем сечение I - I в заданной ферме (см. рис. 3) и рассмотрим равновесие правой части (рис. 7).

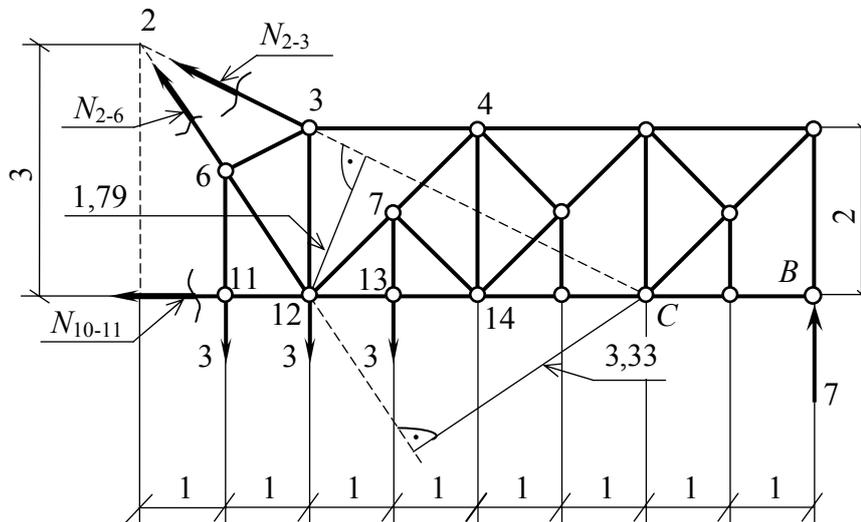


Рис. 7

Моментной точкой для усилия N_{2-3} является точка 12. В ней пересекаются оси стержней 2 - 6 и 10 - 11.

$$\sum M_{12} = 0: N_{2-3} \cdot 1,79 + 3 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 7 \cdot 6 = 0; N_{2-3} = -23,46 \text{ кН.}$$

Для усилия N_{2-6} моментная точка - точка C.

$$\sum M_C = 0: -N_{2-6} \cdot 3,33 + 3 \cdot (5 + 4 + 3) + 7 \cdot 2 = 0; N_{2-6} = 15,02 \text{ кН.}$$

Чтобы найти усилие N_{10-11} , воспользуемся моментной точкой 2.

$$\sum M_2 = 0: -N_{10-11} \cdot 3 - 3 \cdot (1 + 2 + 3) + 7 \cdot 8 = 0; N_{10-11} = 12,67 \text{ кН.}$$

Для определения усилий N_{6-11} и N_{11-12} вырежем узел 11 из заданной фермы и рассмотрим его равновесие (рис. 8).

$$\sum Y = 0: N_{6-11} - 3 = 0; N_{6-11} = 3 \text{ кН.}$$

$$\sum X = 0: N_{11-12} - N_{10-11} = 0; N_{11-12} = N_{10-11}; N_{11-12} = 12,67 \text{ кН.}$$

Найдем усилие в стержне 3 - 6. Этот стержень принадлежит только шпренгелю, поэтому определять усилие N_{3-6} будем, рассматривая отдельно шпренгель 2 - 3 - 6 - 11 (см. рис. 5, а).

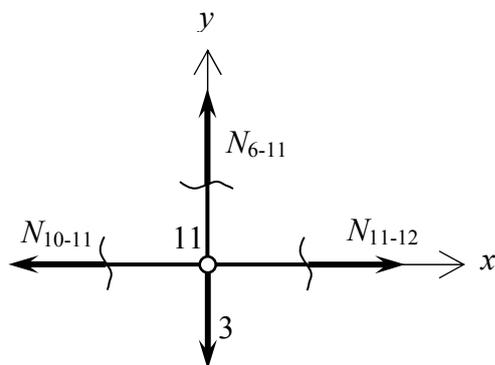


Рис. 8

Для составления уравнений равновесия нам понадобятся тригонометрические функции угла γ (см. рис. 5, а). Рассмотрим прямоугольный треугольник 3 - 6 - S:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{l_{S-6}}{l_{S-3}}.$$

Длина катета S - 6 будет равна:

$$l_{S-6} = 2 - l_{6-11}.$$

Длину l_{6-11} можно найти как среднюю линию треугольника 2 - 10 - 12:

$$l_{6-11} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ м.}$$

Таким образом, $l_{S-6} = 2 - 1,5 = 0,5$ м. Длина же l_{S-3} , как показано на чертеже, равна одному метру.

Далее вычислим параметры угла γ .

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{0,5}{1} = 0,5; \quad \gamma = 26,56^\circ; \quad \sin \gamma = 0,447; \quad \cos \gamma = 0,894.$$

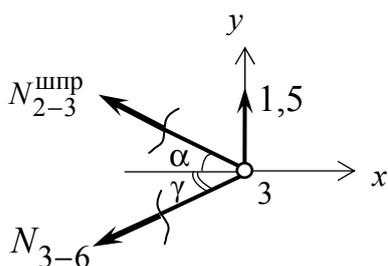


Рис. 9

Для определения усилия N_{3-6} вырежем узел 3 рассматриваемого шпренгеля и составим уравнения его равновесия (рис. 9).

$$\sum X = 0: -N_{2-3}^{\text{шпр}} \cos \alpha - N_{3-6} \cos \gamma = 0;$$

$$-N_{2-3}^{\text{шпр}} \cdot 0,894 - N_{3-6} \cdot 0,894 = 0;$$

$$N_{2-3}^{\text{шпр}} = -N_{3-6}.$$

$$\sum Y = 0: N_{2-3}^{\text{шпр}} \sin \alpha - N_{3-6} \sin \gamma + 1,5 = 0;$$

$$-N_{3-6} \cdot 0,447 - N_{3-6} \cdot 0,447 + 1,5 = 0;$$

$$N_{3-6} = 1,68 \text{ кН.}$$

Стержни 2 - 10, 6 - 12 и 3 - 12 принадлежат только основной ферме, поэтому находить усилия в этих стержнях мы и будем, рассматривая только основную ферму. Сделаем в ней сечение II - II (см. рис. 6) и рассмотрим равновесие левой отсеченной части (рис. 10).

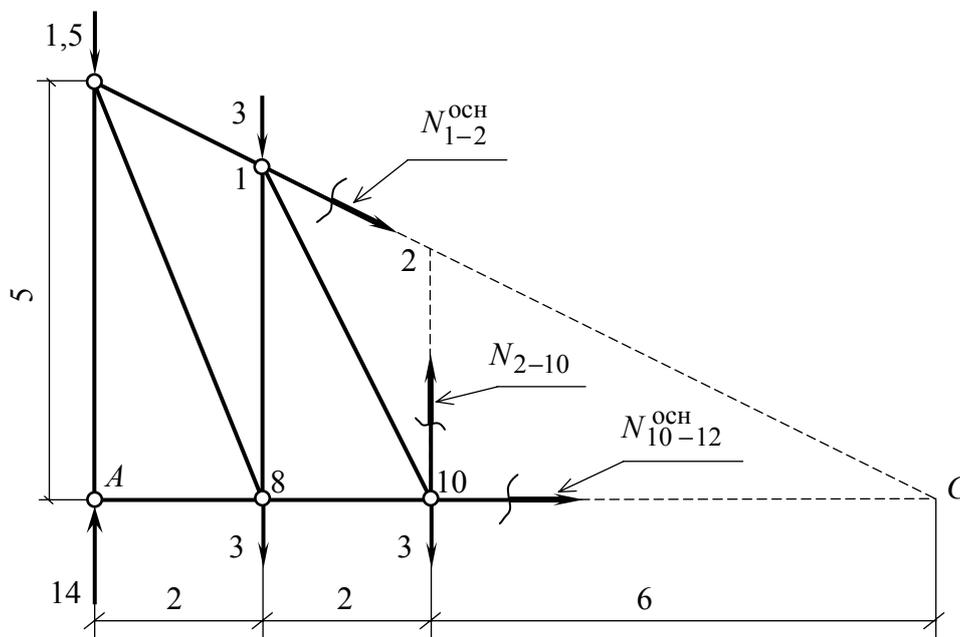


Рис. 10

Для усилия в стержне 2 - 10 моментной является точка C, в ней пересекаются оси стержней 1 - 2 и 10 - 12, попавших, так же как и стержень 2 - 10, в сечение II - II.

$$\sum M_C = 0: \quad -14 \cdot 10 + 1,5 \cdot 10 + 3 \cdot (8 + 8 + 6) - N_{2-10} \cdot 6 = 0;$$

$$N_{2-10} = -9,83 \text{ кН.}$$

Усилие в стержне 6 - 12 заданной фермы (см. рис. 3) будет равно усилию в стержне 2 - 12 основной фермы (см. рис. 6). Для определения усилия $N_{2-12}^{очн}$ сделаем сечение III - III в основной ферме. Рассмотрим равновесие правой отсеченной части (рис. 11). Моментной точкой для $N_{2-12}^{очн}$ является точка C, так как в ней пересекаются оси стержней 2 - 3 и 10 - 12.

$$\sum M_C = 0: \quad 1,5 \cdot 4 + 4,5 \cdot 4 + 1,5 \cdot 2 + 7 \cdot 2 - N_{2-12}^{очн} \cdot 3,33 = 0;$$

$$N_{2-12}^{очн} = 12,31 \text{ кН}; \quad N_{6-12} = 12,31 \text{ кН.}$$

Для определения усилия N_{3-12} вырежем узел 3 основной фермы и рассмотрим его равновесие (рис. 12).

$$\begin{aligned} \sum Y = 0: \quad N_{2-3}^{\text{осн}} \sin \alpha - 1,5 - N_{3-12} &= 0; \\ -21,79 \cdot 0,447 - 1,5 - N_{3-12} &= 0; \\ N_{3-12} &= -11,24 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Построим линии влияния для усилий, возникающих в тех же девяти стержнях. Начнем со стержней, усилия в которых определяются из расчета непосредственно заданной фермы (рис. 13). Вычертим ее схему в масштабе без нагрузки (рис. 13, б). Для последующего нагружения линий влияния над фермой на отдельной оси покажем заданную нагрузку (рис. 13, а). Сила $F = 1$ движется по рабочему поясу заданной фермы, т.е. в нашем случае по нижнему. Все графики изменения усилий будем строить строго под схемой фермы в том же линейном масштабе. Также следует заметить, что сила $F = 1$ безразмерна, следовательно, безразмерными будут и усилия в стержнях.

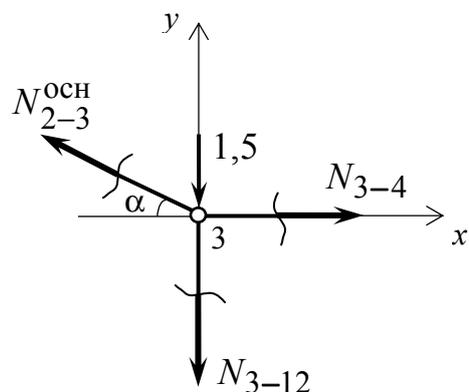


Рис. 12

Прежде всего построим линии влияния реакций опор (рис. 13, в, г). Под каждым узлом заданной фермы на графиках изменения реакций проставим значения в долях от единицы, учитывая, что пролет фермы делится узлами на 12 равных частей. Такая постановка ординат линий влияния реакций очень удобна для дальнейших вычислений.

Перейдем к построению линии влияния усилия в стержне 2 – 3. Сделаем сечение I - I в заданной ферме (см. рис. 13, б) и рассмотрим случай, когда сила $F = 1$ находится слева от сечения. При этом составим уравнение равновесия правой отсеченной части, т.е. той части, где нет силы.

$$\sum M_{12} = 0: \quad N_{2-3} \cdot 1,79 + R_B \cdot 6 = 0; \quad N_{2-3} = -3,352 R_B.$$

Получившееся уравнение показывает, что график изменения усилия N_{2-3} повторит линию влияния R_B (см. рис. 13, *з*), все значения которой умножены на отрицательный коэффициент, т.е. откладываются вниз. Так как в рассматриваемом случае единичная сила находится слева от сечения I - I, т.е. в интервале от узла A до узла 10, это выражение является уравнением левой ветви нашей линии влияния. На этой ветви выделим интервал между осями, проходящими через указанные узлы (рис. 13, *д*).

Теперь рассмотрим случай, когда сила $F = 1$ находится справа от сечения I - I (см. рис. 13, *б*). Составим уравнение равновесия для левой отсеченной части заданной фермы.

$$\sum M_{12} = 0: \quad -N_{2-3} \cdot 1,79 - R_A \cdot 6 = 0; \quad N_{2-3} = -3,352 R_A.$$

Получаем уравнение правой ветви линии влияния N_{2-3} (так как сила справа).

График этой ветви повторит линию влияния R_A (см. рис. 13, *в*), все значения которой, как и в случае с левой ветвью, умножены на отрицательный коэффициент и также откладываются вниз. Справедливо это выражение только в пределах между осями, проходящими через узлы 11 и B . Выделим соответствующий участок на правой ветви линии влияния N_{2-3} (см. рис. 13, *д*).

Для контроля правильности построения линии влияния нужно помнить о том, что ветви графика должны пересекаться под моментной точкой, т.е. в нашем случае под точкой 12.

Соединим левую и правую ветви линии влияния N_{2-3} в части, расположенной между узлами 10 и 11 заданной фермы, передаточной прямой, которая на рис. 13, *д* выделена звездочками.

Ординаты под каждым узлом заданной фермы на этом графике можно легко вычислить, используя доли от единицы, представленные на линиях влияния реакций опор. Например, при попадании единичной силы в узел 9 усилие N_{2-3} будет иметь значение:

$$N_{2-3} = \frac{3}{12} \cdot (-3,352) = -0,838.$$

Построим линию влияния усилия в стержне 2 - 6, используя сечение I - I в заданной ферме (см. рис. 13, б).

Сила $F = 1$ находится слева от сечения, рассмотрим равновесие правой отсеченной части.

$$\sum M_C = 0: R_B \cdot 2 - N_{2-6} \cdot 3,33 = 0; \quad N_{2-6} = 0,601R_B.$$

Получаем уравнение левой ветви линии влияния, которое справедливо только в интервале между осями, проходящими от узла A до узла 10.

Сила $F = 1$ находится справа от сечения I - I, рассмотрим равновесие левой части заданной фермы.

$$\sum M_C = 0: -R_A \cdot 10 + N_{2-6} \cdot 3,33 = 0; \quad N_{2-6} = 3,003R_A.$$

Получаем уравнение правой ветви линии влияния, которое справедливо в интервале между осями, проходящими от узла 11 до узла B. Левая и правая ветви графика пересекаются под точкой C. В интервале между осями, проходящими через узлы 10 и 11, проведем передаточную прямую. Линия влияния N_{2-6} показана на рис. 13, е.

При помощи того же сечения I - I в заданной ферме (см. рис. 13, б) построим линию влияния N_{10-11} .

Сила $F = 1$ находится слева от указанного сечения, рассмотрим равновесие правой части заданной фермы.

$$\sum M_2 = 0: R_B \cdot 8 - N_{10-12} \cdot 3 = 0; \quad N_{10-12} = 2,667R_B.$$

Получившееся уравнение – это уравнение левой ветви графика, справедливое в пределах от узла A до узла 10.

Сила $F = 1$ находится справа от сечения I - I, рассмотрим равновесие левой отсеченной части заданной фермы (см. рис. 13, б). Здесь мы получим уравнение правой ветви линии влияния N_{10-11} , которое справедливо только в интервале между осями, проходящими от узла 11 до узла B.

$$\sum M_2 = 0: R_A \cdot 4 - N_{10-12} \cdot 3 = 0; \quad N_{10-12} = 1,333R_A.$$

Левая и правая ветви графика пересекаются под точкой 2. В пределах между осями, проходящими через узлы 10 и 11, находится передаточная прямая. Получившаяся линия влияния N_{10-11} показана на рис. 13, ж.

Для дальнейших построений вырежем узел 11 заданной фермы (рис. 14). Здесь возможны следующие варианты: сила $F = 1$ находится вне рассматриваемого узла (рис. 14, а) и сила $F = 1$ – в узле (рис. 14, б).

Из условия равновесия по оси X очевидно, что независимо от положения единичной силы усилия в стержнях 10 - 11 и 11 - 12 равны между собой, следовательно, и линии влияния этих стержней будут одинаковы (см. рис. 13, ж).

Для построения линии влияния N_{6-11} рассмотрим равновесие узла 11 по оси Y (см. рис. 14).

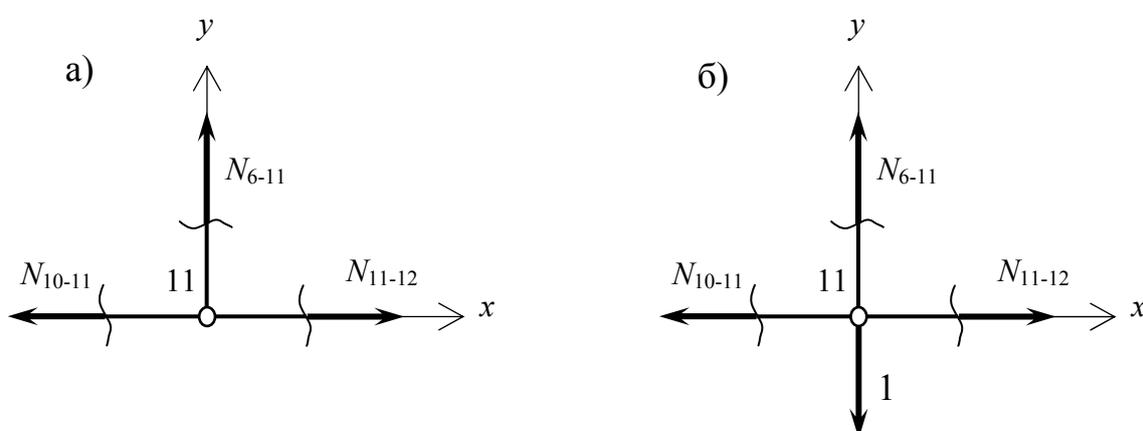


Рис. 14

Сила $F = 1$ вне узла (см. рис. 14, а).

$$\sum Y = 0: N_{6-11} = 0.$$

Нулевые значения на графике N_{6-11} будут под всеми узлами, кроме узла 11.

Сила $F = 1$ в узле (см. рис. 14, б).

$$\sum Y = 0: N_{6-11} - 1 = 0; N_{6-11} = 1.$$

Это значение справедливо на графике только под точкой 11.

Между осями, проходящими через узлы 10 и 11, проведем передаточную прямую. Аналогично поступим с промежутком между осями 11 и 12. Получившийся график показан на рис. 13, з.

Перейдем к построению линии влияния усилия в стержне 3 - 6. Этот стержень принадлежит только шпренгелю третьей панели заданной фермы (см. рис. 13, б). Если сила $F = 1$ находится в любом узле нижнего пояса фермы, кроме одиннадцатого, шпренгель будет не загружен и, следовательно, усилия во всех его стержнях будут нулевыми. Рассмотрим случай, когда $F = 1$ находится в узле 11. Рассчитывать при этом будем только шпренгель 2 - 3 - 6 - 11 (рис. 15, а). Вырежем в этом шпренгеле узел 3 и рассмотрим его равновесие (рис. 15, б).

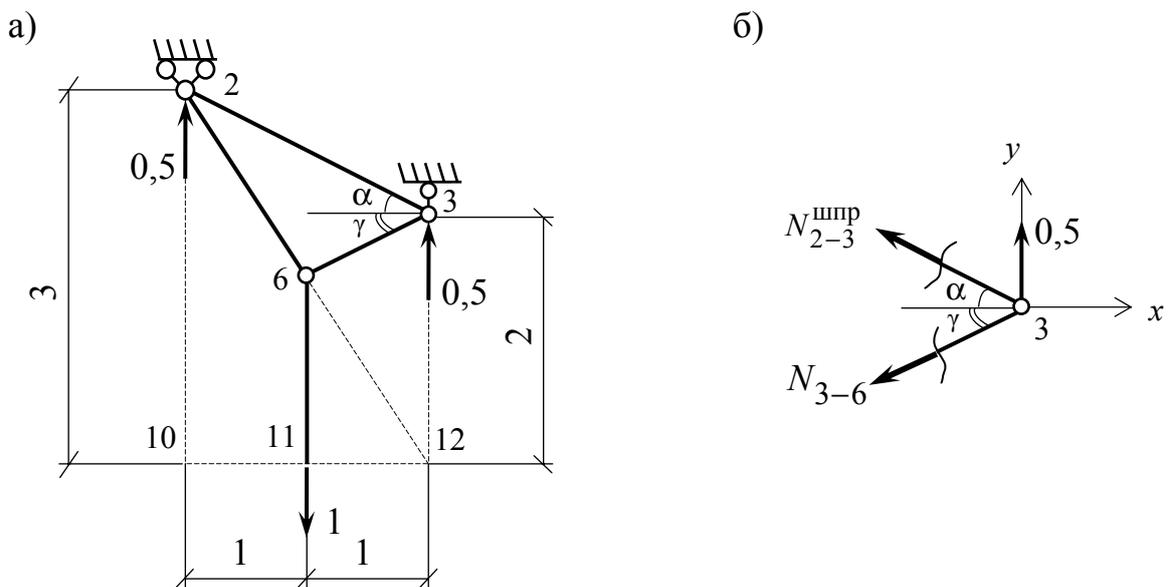


Рис. 15

$$\begin{aligned} \sum X = 0: & -N_{2-3}^{\text{шпр}} \cos \alpha - N_{3-6} \cos \gamma = 0; \\ & -N_{2-3}^{\text{шпр}} \cdot 0,894 - N_{3-6} \cdot 0,894 = 0; \\ & N_{2-3}^{\text{шпр}} = -N_{3-6}. \\ \sum Y = 0: & N_{2-3}^{\text{шпр}} \sin \alpha - N_{3-6} \sin \gamma + 0,5 = 0; \\ & -N_{3-6} \cdot 0,447 - N_{3-6} \cdot 0,447 + 0,5 = 0; \\ & N_{3-6} = 0,559. \end{aligned}$$

Получившееся значение отложим на линии влияния N_{3-6} под узлом 11. Как уже отмечалось ранее, под остальными узлами значения графика нулевые. В интервалах между осями, проходящими через узлы 10, 11 и 12, проведем передаточные прямые (рис. 13, и).

Нам осталось построить линии влияния усилий в стержнях, относящихся только к основной ферме. Это стержни 2 - 10, 6 - 12 и 3 - 12.

Вычертим основную ферму в масштабе (рис. 16, б). В третью и соседние с ней (вторую и четвертую) панели пунктиром впишем заданные шпренгели для того, чтобы можно было оценить их влияние на усилия в стойках фермы. Для последующих загрузений над основной фермой покажем заданную нагрузку на отдельной оси (рис. 16, а).

Для построения линии влияния N_{2-10} используем сечение II - II (см. рис. 16, б). Это сечение на верхнем поясе пересекает вторую панель, а на нижнем – третью, поэтому линии влияния усилия N_{2-10} при движении силы $F = 1$ по верху и по низу основной фермы не будут одинаковыми. Несмотря на то что в заданной ферме сила движется по низу, двухъярусные шпренгели передают ее на верхний пояс. Например, при попадании $F = 1$ в узел 9 нижнего пояса заданной фермы эта сила поровну распределится в узлы 2 и 3 верхнего пояса основной фермы. Таким образом, для того чтобы построить линию влияния N_{2-10} заданной фермы, нам понадобятся линии влияния этого усилия в основной ферме при движении силы $F = 1$ и по верху и по низу.

Рассмотрим случай, когда сила $F = 1$ находится слева от сечения II - II. При этом составим уравнение равновесия правой отсеченной части.

$$\sum M_C = 0: N_{2-10} \cdot 6 + R_B \cdot 2 = 0; N_{2-10} = -0,333R_B.$$

Получившееся уравнение - это уравнение левой ветви линии влияния, которое справедливо только при нахождении силы в пределах первой панели при движении по верхнему поясу и в пределах первой и второй панелей при движении единичной силы по нижнему поясу фермы.

Сила $F = 1$ находится справа от сечения II - II. Составим уравнение равновесия левой отсеченной части.

$$\sum M_C = 0: N_{2-10} \cdot 6 + R_A \cdot 10 = 0; N_{2-10} = -1,667R_A.$$

Здесь мы имеем уравнение правой ветви линии влияния. Оно справедливо при движении единичной силы по верху в пределах от узла 2 до конца фермы и при движении по низу от узла 12 также до конца фермы.

Передаточные прямые будут расположены на графиках соответственно при движении силы по верху между осями, проходящими через узлы 1 и 2, при движении по низу – через узлы 10 и 12.

Получившиеся графики показаны на рис. 16, в, г.

Построим теперь окончательную линию влияния усилия N_{2-10} с учетом того, что сила на самом деле движется по нижнему поясу заданной фермы. Как видно из рис. 16, в, г, в пределах между осями, проходящими через узлы А и 8, а также 12 и В, линии влияния при езде по верху и по низу одинаковы, т.е. нам все равно, где находится единичная сила, поэтому на окончательном графике в указанных пределах воспроизведем линии влияния без изменений. Таким образом, остается только оценить графики при попадании силы в узлы 9, 10 и 11.

При попадании силы $F = 1$ в узел 9 она, как уже говорилось выше, переносится на верхний пояс. Этому случаю соответствует линия влияния N_{2-10} (движение по верху), показанная на рис. 16, в. Под узлом 9 значение на этом графике отрицательно и равно 0,583. Его мы и отложим на окончательную линию влияния N_{2-10} .

Когда $F = 1$ находится в узле 10, загруженным остается нижний пояс. На соответствующей линии влияния (см. рис. 16, г) под узлом 10 отрицательная ордината равна 0,111. Именно ее и откладываем на окончательном графике.

При попадании силы $F = 1$ в узел 11, как и в случае с узлом 9, фактически загруженным оказывается верхний пояс. Мы снова вынуждены обращаться к рис. 16, в. Величина усилия N_{2-10} в этом случае оказывается равной 0,972.

Все ординаты графика соединим передаточными прямыми. Окончательная линия влияния N_{2-10} показана на рис. 16, д.

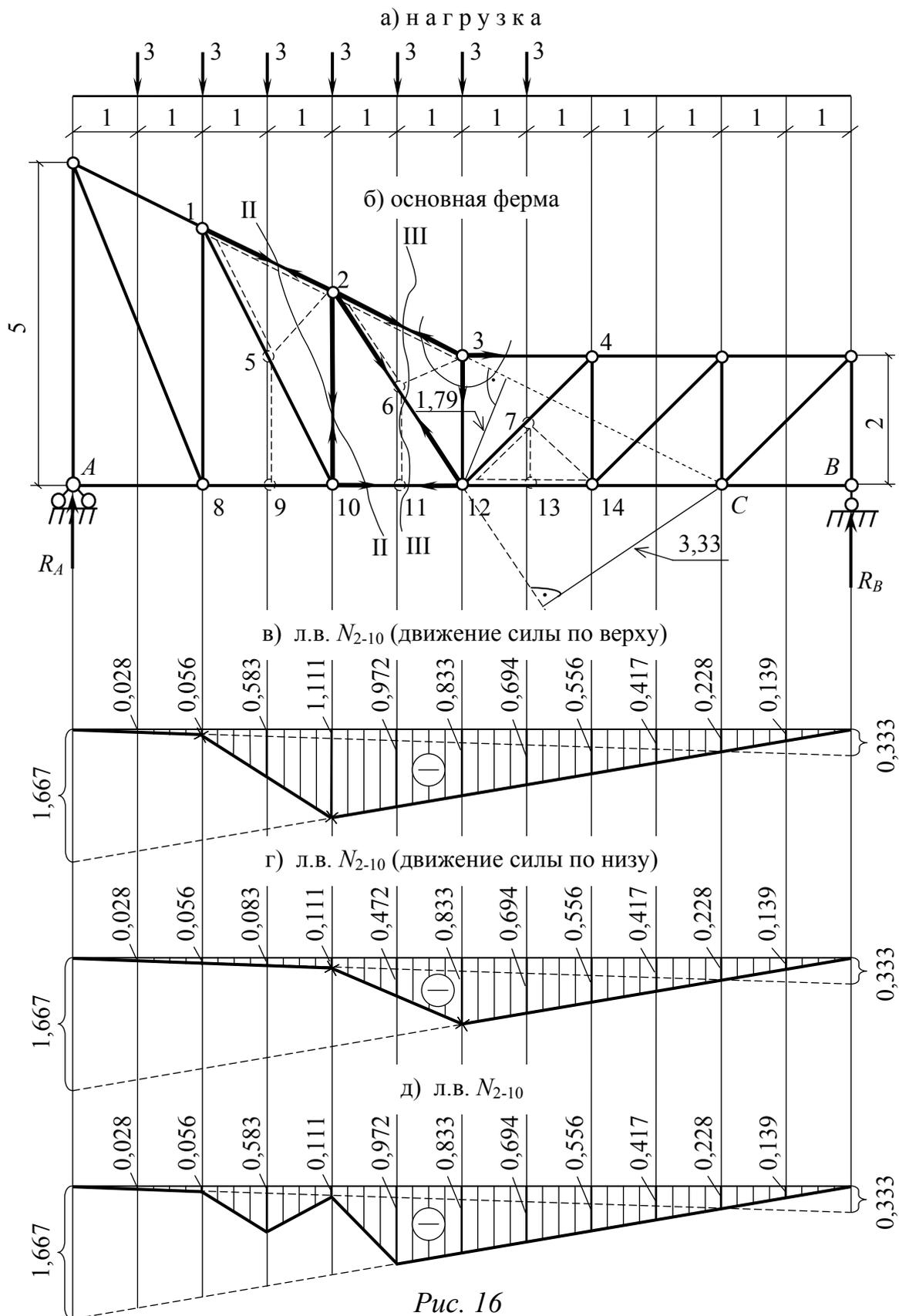


Рис. 16

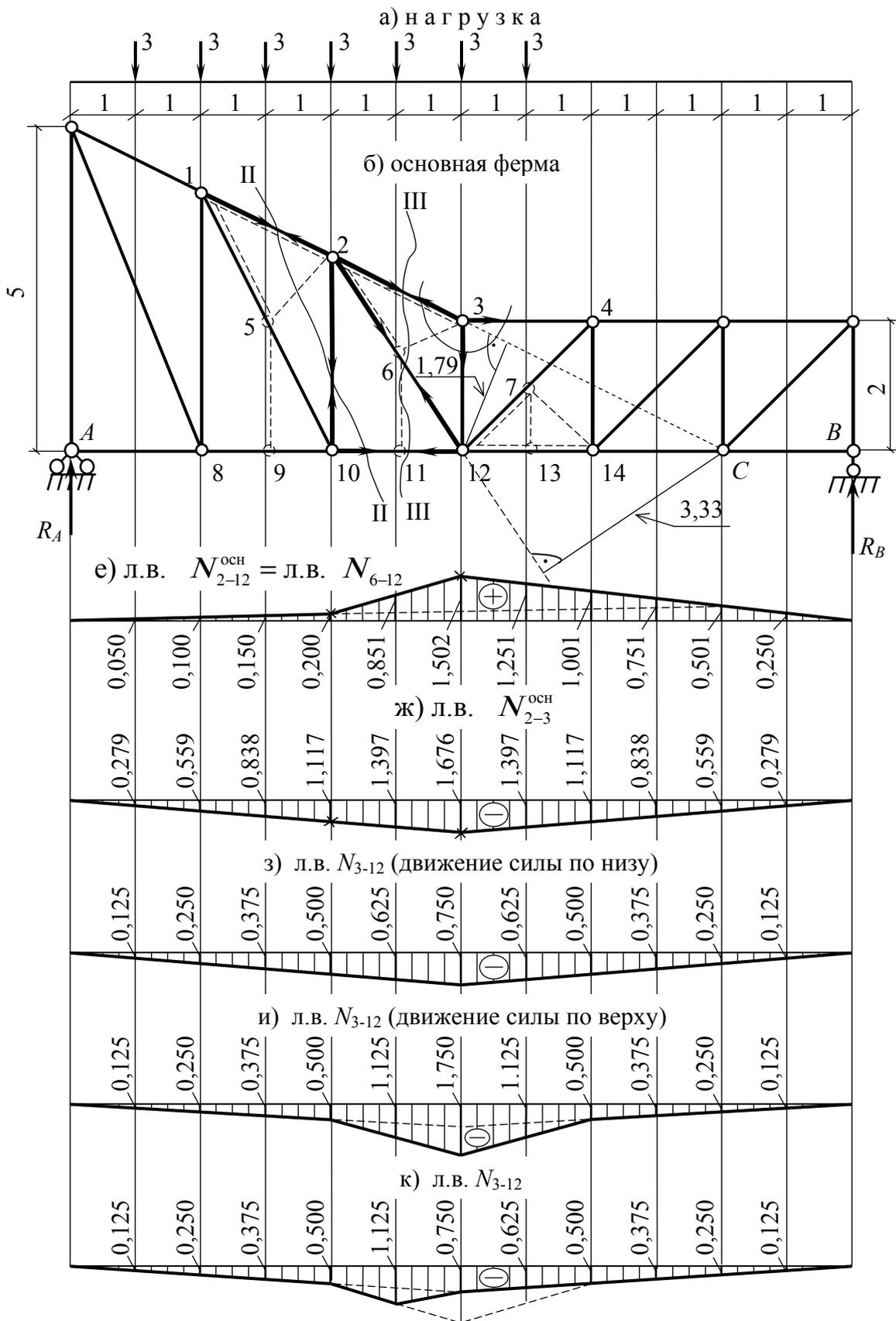


Рис. 16. Окончание

Переходим к стержню 6 - 12. Линия влияния N_{6-12} будет полностью соответствовать линии влияния $N_{2-12}^{\text{очн}}$. Воспользуемся сечением III - III в основной ферме (см. рис. 16, б).

Сила $F = 1$ находится слева от сечения. Составим уравнение равновесия правой отсеченной части.

$$\sum M_C = 0: -N_{2-12}^{\text{очн}} \cdot 3,33 + R_B \cdot 2 = 0; \quad N_{2-12}^{\text{очн}} = 0,601R_B.$$

Как видим, получившееся уравнение левой ветви л.в. $N_{2-12}^{\text{очн}}$ будет точно таким же, как уравнение левой ветви л.в. N_{2-6} заданной фермы (см. рис. 13, е). То же самое можно сказать и про правую ветвь. Отличие графиков изменения усилий $N_{2-12}^{\text{очн}}$ и N_{2-6} будет только в передаточной прямой. В рассматриваемом случае она должна находиться в интервале между осями, проходящими через узлы 10 и 12. Получившаяся линия влияния будет также являться линией влияния N_{6-12} заданной фермы (рис. 16, е).

При помощи сечения III - III построим линию влияния усилия $N_{2-3}^{\text{очн}}$. Этот график мы будем использовать для построения л.в. N_{3-12} .

Сила $F = 1$ находится слева от сечения. Составим уравнение равновесия правой отсеченной части.

$$\sum M_{12} = 0: N_{2-3}^{\text{очн}} \cdot 1,79 + R_B \cdot 6 = 0; \quad N_{2-3}^{\text{очн}} = 3,352R_B.$$

Мы получили уравнение левой ветви л.в. $N_{2-3}^{\text{очн}}$, которое полностью совпадает с соответствующим уравнением л.в. N_{2-3} для заданной фермы (см. рис. 13, д). Аналогичный результат мы получим и для правой ветви. Передаточная же прямая в рассматриваемом случае пройдет между узлами 10 и 12. Линия влияния $N_{2-3}^{\text{очн}}$ показана на рис. 16, ж.

И наконец, нам осталось построить последний график - л.в. N_{3-12} . Стержень 3 - 12 представляет собой стойку, рядом с которой находится двухъярусный шпренгель. Усилие в этой стойке будем находить, вырезав узел 3 в основной ферме (рис. 17).

Здесь, как и в случае со стойкой 2 - 10, при загрузении верхнего и нижнего поясов линии влияния будут различны. При загрузении верхнего пояса сила $F = 1$ может оказаться в узле 3, в то время как при загрузении нижнего пояса этого не произойдет никогда.

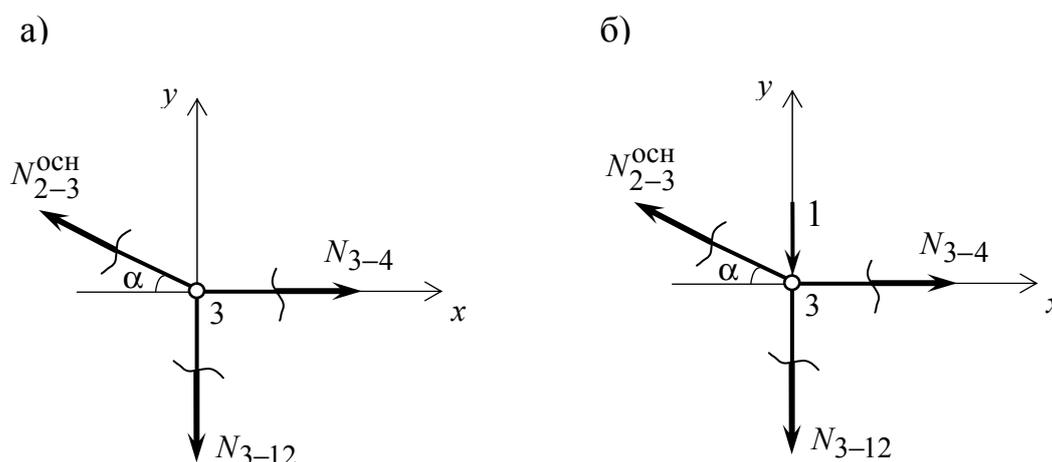


Рис. 17

Рассмотрим случай, когда $F = 1$ находится вне узла 3 (рис. 17, а).

$$\sum Y = 0: N_{2-3}^{очн} \sin \alpha - N_{3-12} = 0; \quad N_{2-3}^{очн} \cdot 0,447 - N_{3-12} = 0;$$

$$N_{3-12} = 0,447 N_{2-3}^{очн}.$$

Как видно из этого уравнения, график изменения усилия N_{3-12} полностью повторит линию влияния $N_{2-3}^{очн}$, все ординаты которой умножены на 0,447. Причем это справедливо при движении силы по низу (рис. 16, з), а также под всеми узлами, кроме третьего, при движении силы по верху основной фермы (рис. 16, и).

Рассмотрим рис. 17, б. Здесь сила $F = 1$ находится в узле 3 верхнего пояса основной фермы.

$$\sum Y = 0: N_{2-3}^{очн} \sin \alpha - 1 - N_{3-12} = 0; \quad N_{2-3}^{очн} \cdot 0,447 - 1 - N_{3-12} = 0;$$

$$N_{3-12} = 0,447 N_{2-3}^{очн} - 1.$$

Первое слагаемое получившейся алгебраической суммы представляет собой величину усилия N_{3-12} без учета действия в

узле единичной силы. Это значение берем с л.в. N_{3-12} (движение по низу) под узлом 3 (см. рис. 16, з): $N_{3-12} = -0,750$. Таким образом, окончательное значение усилия N_{3-12} при попадании единичной силы в узел 3 будет равно:

$$N_{3-12} = -0,750 - 1 = -1,750 .$$

Ординаты графика под узлами 2 (-0,500), 3 (-1,750) и 4 (-0,500) соединим передаточными прямыми (см. рис. 16, и).

Получившиеся линии влияния (см. рис. 16, з, и) отличаются друг от друга только значениями под точками 11, 12 и 13. В окончательном варианте линии влияния N_{3-12} ординаты графика оставляем без изменения под всеми узлами, кроме указанных, независимо от того, верхний или нижний пояс фермы загружен.

При попадании единичной силы в узел 11 загруженным оказывается верхний пояс, поэтому ординату на окончательный график переносим с л.в. N_{3-12} (движение по верху). Это значение отрицательно и равно 1,125 (см. рис. 16, и). При попадании силы $F = 1$ в узлы 12 и 13 остается загруженным нижний пояс фермы, поэтому значения берем с л.в. N_{3-12} (движение по низу). Они также отрицательны и равны 0,750 для точки под узлом 12 и 0,625 для точки под узлом 13 (см. рис. 16, з). Окончательный график изменения усилия N_{3-12} для заданной фермы показан на рис. 16, к.

Найдем усилия по линиям влияния от заданной нагрузки, т.е. сделаем загрузку линий влияния:

$$N = \sum F_i y_i .$$

Для определения усилия N_{2-3} рассмотрим соответствующую линию влияния (см. рис. 13, д) и заданную нагрузку (см. рис. 13, а).

$$N_{2-3} = 3 \cdot (-0,279 - 0,559 - 0,838 - 1,117 - 1,955 - 1,676 - 1,397) = -23,46 \text{ кН.}$$

Аналогично найдем и остальные усилия.

$$N_{2-6} = 3 \cdot (0,050 + 0,100 + 0,150 + 0,200 + 1,752 + 1,502 + 1,251) = 15,02 \text{ кН;}$$

$$N_{10-11} = 3 \cdot (0,222 + 0,444 + 0,667 + 0,889 + 0,778 + 0,667 + 0,555) = 12,67 \text{ кН};$$

$$N_{6-11} = 3 \cdot 1 = 3 \text{ кН};$$

$$N_{11-12} = N_{10-11} = 12,67 \text{ кН};$$

$$N_{3-6} = 3 \cdot 0,559 = 1,68 \text{ кН};$$

$$N_{2-10} = 3 \cdot (-0,028 - 0,056 - 0,583 - 0,111 - 0,972 - 0,833 - 0,694) = -9,83 \text{ кН};$$

$$N_{6-12} = 3 \cdot (0,050 + 0,100 + 0,150 + 0,200 + 0,851 + 1,502 + 1,251) = 12,31 \text{ кН};$$

$$N_{3-12} = 3 \cdot (-0,125 - 0,250 - 0,375 - 0,500 - 1,125 - 0,750 - 0,625) = -11,25 \text{ кН}.$$

Все значения усилий, получившиеся при аналитическом расчете и при загрузении линий влияния, занесем в таблицу сравнения результатов (табл. 3). Как видим, величины усилий, вычисленные двумя разными способами, совпадают для всех стержней, кроме стержня 3 - 12. Вычислим расхождение результатов для этого стержня.

$$\Delta(\%) = \left| \frac{11,25 - 11,24}{11,24} \right| \cdot 100 \% = 0,09 \%$$

Получившееся значение много меньше одного процента, что вполне допустимо.

Таблица 3

Искомое усилие	N_{2-3}	N_{2-6}	N_{10-11}	N_{6-11}	N_{11-12}	N_{3-6}	N_{2-10}	N_{6-12}	N_{3-12}
$N_{\text{анал}}, \text{кН}$	-23,46	15,02	12,67	3	12,67	1,68	-9,83	12,31	-11,24
$N_{\text{л.в}}, \text{кН}$	-23,46	15,02	12,67	3	12,67	1,68	-9,83	12,31	-11,25
$\Delta(\%)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0,09

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (статика стержневых систем) / Г. К. Клейн [и др.] ; под ред. Г. К. Клейна. - М. : Высш. шк., 1980. - 384 с.

2. Дарков, А. В. Строительная механика / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. - М. : Высш. шк., 1986. - 607 с.

3. Расчет статически определимых систем : метод. указания к расчетно-проектировочным работам № 1 - 4 по строительной механике / Владим. политехн. ин-т ; сост.: В. М. Кислов, И. А. Черноусова. - Владимир, 1992. - 48 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЗАДАНИЕ	3
УКАЗАНИЯ К РАСЧЕТУ ФЕРМЫ	4
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ	10
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	34

РАСЧЕТ ФЕРМЫ

Методические указания к выполнению расчетно-проектировочной работы
по дисциплине «Строительная механика»

Составители

КИСЛОВ Валентин Михайлович
ЧЕРНОУСОВА Ирина Асафовна

Ответственный за выпуск - зав. кафедрой профессор А.Ф. Ковалев

Подписано в печать 24.04.07.

Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 2,32. Тираж 200 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета.

600000, Владимир, ул. Горького, 87.