

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет
Кафедра сопротивления материалов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ РАМАХ

Методические указания
к выполнению расчетно-проектировочной работы
по дисциплине «Строительная механика»

Составитель
И.А. Черноусова

Владимир 2007

УДК 624.04
ББК 38.112
О-62

Рецензент

Кандидат технических наук профессор
Владимирского государственного университета
В.Ю. Щуко

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Определение перемещений в статически определимых
О-62 рамках : метод. указания к выполнению расчетно-
проектировочной работы по дисциплине «Строительная
механика» / Владим. гос. ун-т ; сост. И. А. Черноусова. –
Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 28 с.

Содержат варианты заданий к расчетно-проектировочной работе по строительной механике и примеры ее выполнения по теме «Определение перемещений в статически определимых системах». Способствуют выработке навыков определения перемещений.

Предназначены для студентов строительных специальностей 270102 «Промышленное и гражданское строительство», 270205 «Автомобильные дороги и аэродромы» очной формы обучения.

Табл. 1. Ил. 13. Библиогр.: 3 назв.

УДК 624.04
ББК 38.112

Цель методических указаний – помочь студентам овладеть методами определения перемещений в статически определимых системах.

Включают задание, указания к выполнению расчетно-проектировочной работы и примеры решения задачи. Самостоятельная работа над заданиями поможет студентам приобрести необходимые навыки в решении задач по указанной теме. Эти навыки и полученные знания послужат основой для изучения методов расчета статически неопределимых систем, что, в свою очередь, является очень важным шагом для решения задач проектирования и конструирования инженерных сооружений.

Приведенные варианты заданий соответствуют программе курса строительной механики.

ЗАДАНИЕ

Для двух рам, выбранных в соответствии с вариантом по рис. 1, требуется:

1. Построить эпюры внутренних силовых факторов.
2. Для заданного сечения K определить вертикальное и горизонтальное перемещения, а также угол поворота. Жесткости стержней принять одинаковыми.

Данные для расчета взять из таблицы.

№ п/п	l_1 , м	l_2 , м	h , м	F_1 , м	F_2 , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м	Сечение
1	2	2	3	4	-	3	-	5	-	K_1
2	2	3	3	6	-	4	-	6	-	K_2
3	3	2	3	8	-	2	-	8	-	K_3
4	3	3	4	10	-	3	-	10	-	K_1
5	3	4	5	12	-	4	-	12	-	K_2
6	4	3	5	4	-	2	-	14	-	K_3
7	4	4	5	6	-	3	-	16	-	K_1
8	4	5	6	8	-	4	-	18	-	K_2
9	5	4	6	10	-	2	-	20	-	K_3
10	5	5	6	12	-	3	-	18	-	K_1
11	5	6	7	-	4	-	2	-	6	K_2
12	6	5	7	-	6	-	3	-	7	K_3
13	6	6	8	-	8	-	2	-	8	K_1
14	4	6	7	-	10	-	3	-	9	K_2
15	6	4	6	-	12	-	2	-	10	K_3
16	5	7	8	-	4	-	3	-	12	K_1
17	7	5	8	-	6	-	2	-	14	K_2
18	6	7	9	-	8	-	3	-	16	K_3
19	7	6	9	-	10	-	2	-	18	K_1
20	7	7	9	-	12	-	3	-	20	K_2

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ

Вычертить раму в масштабе с указанием заданных размеров и нагрузки.

Вычислить число степеней свободы системы:

$$W = 3d - 2ш - c_{оп},$$

где d - количество дисков, образующих систему; $ш$ - количество простых шарниров, соединяющих диски; $c_{оп}$ - количество опорных связей.

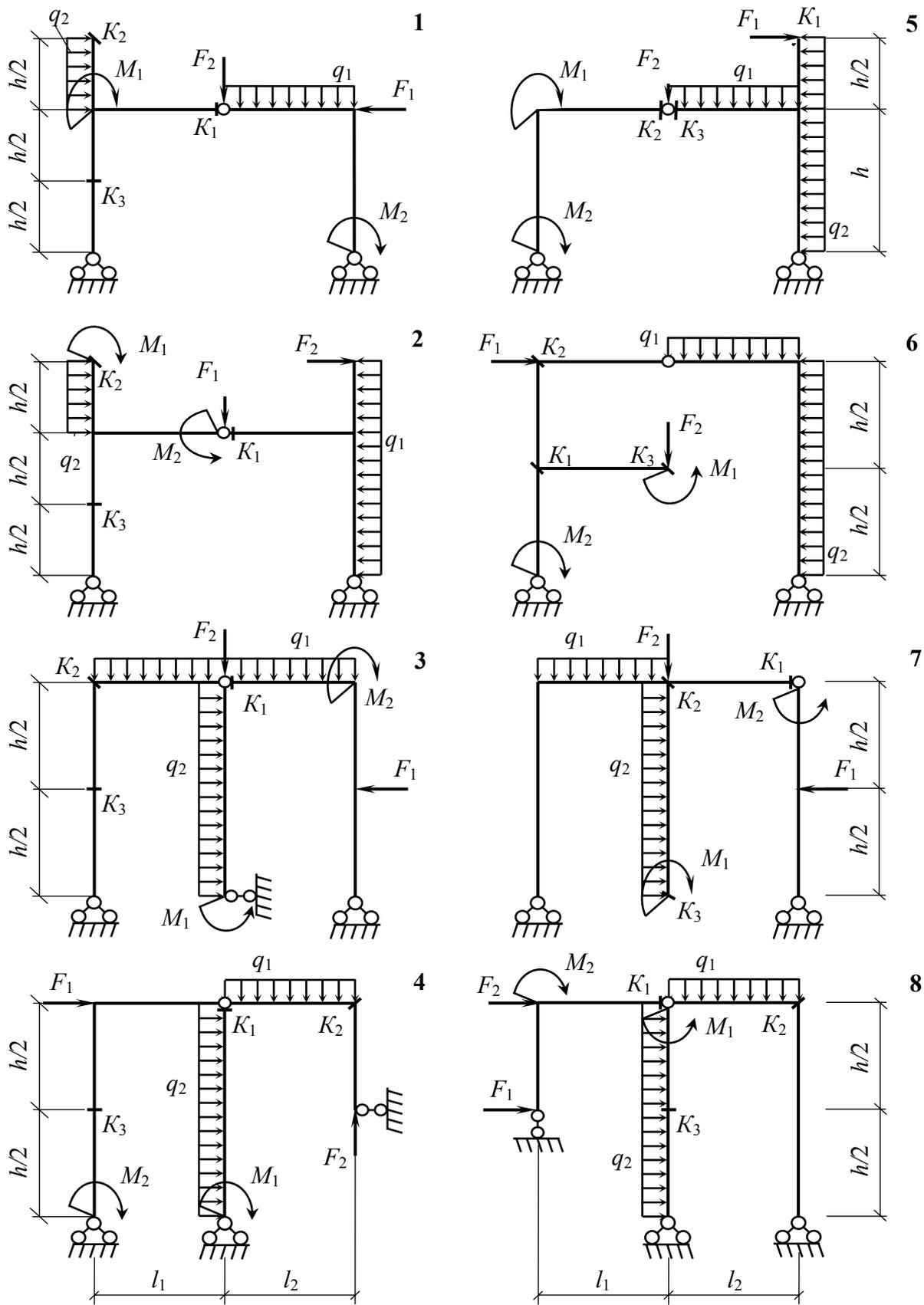


Рис. 1

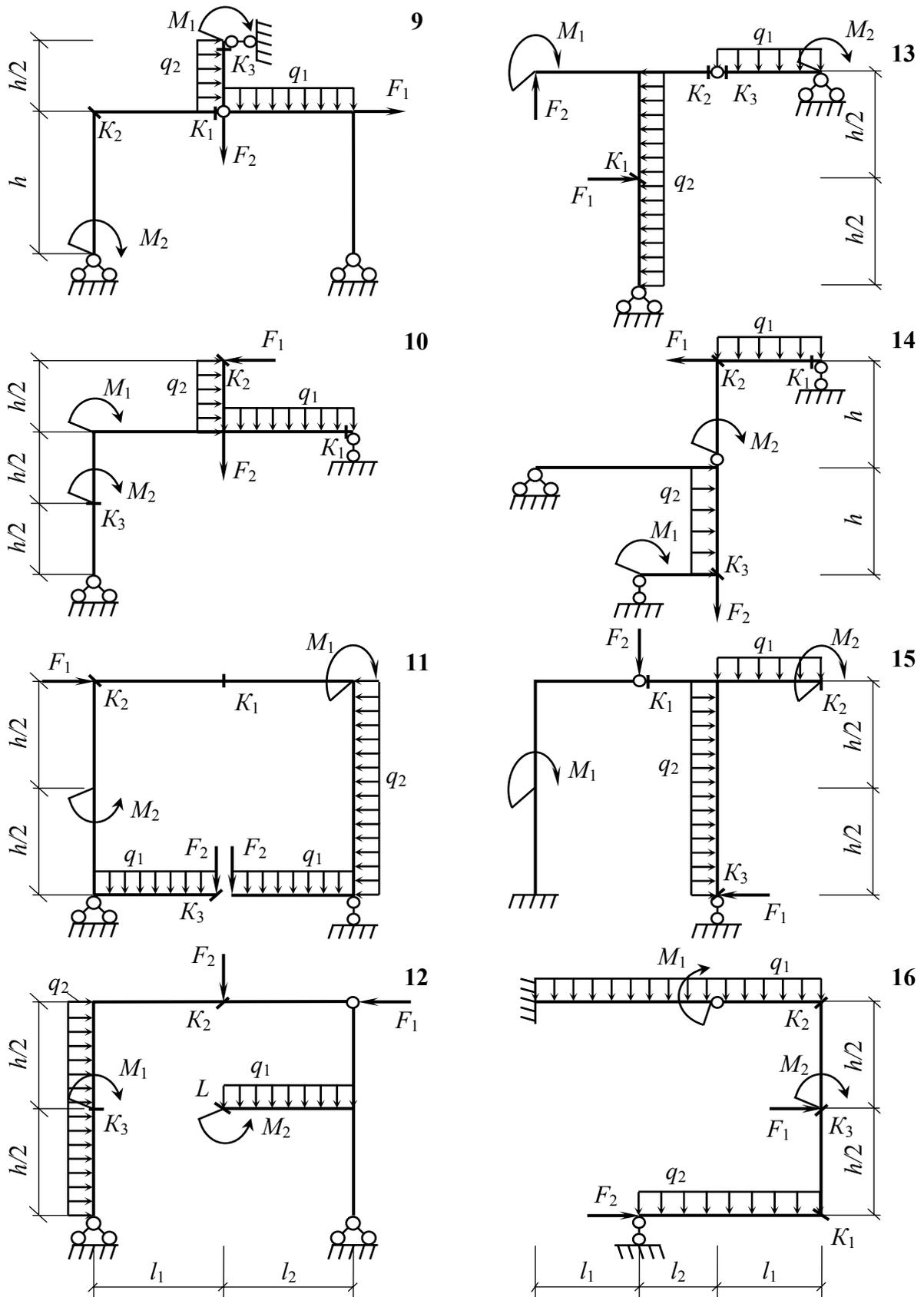


Рис. 1. Продолжение

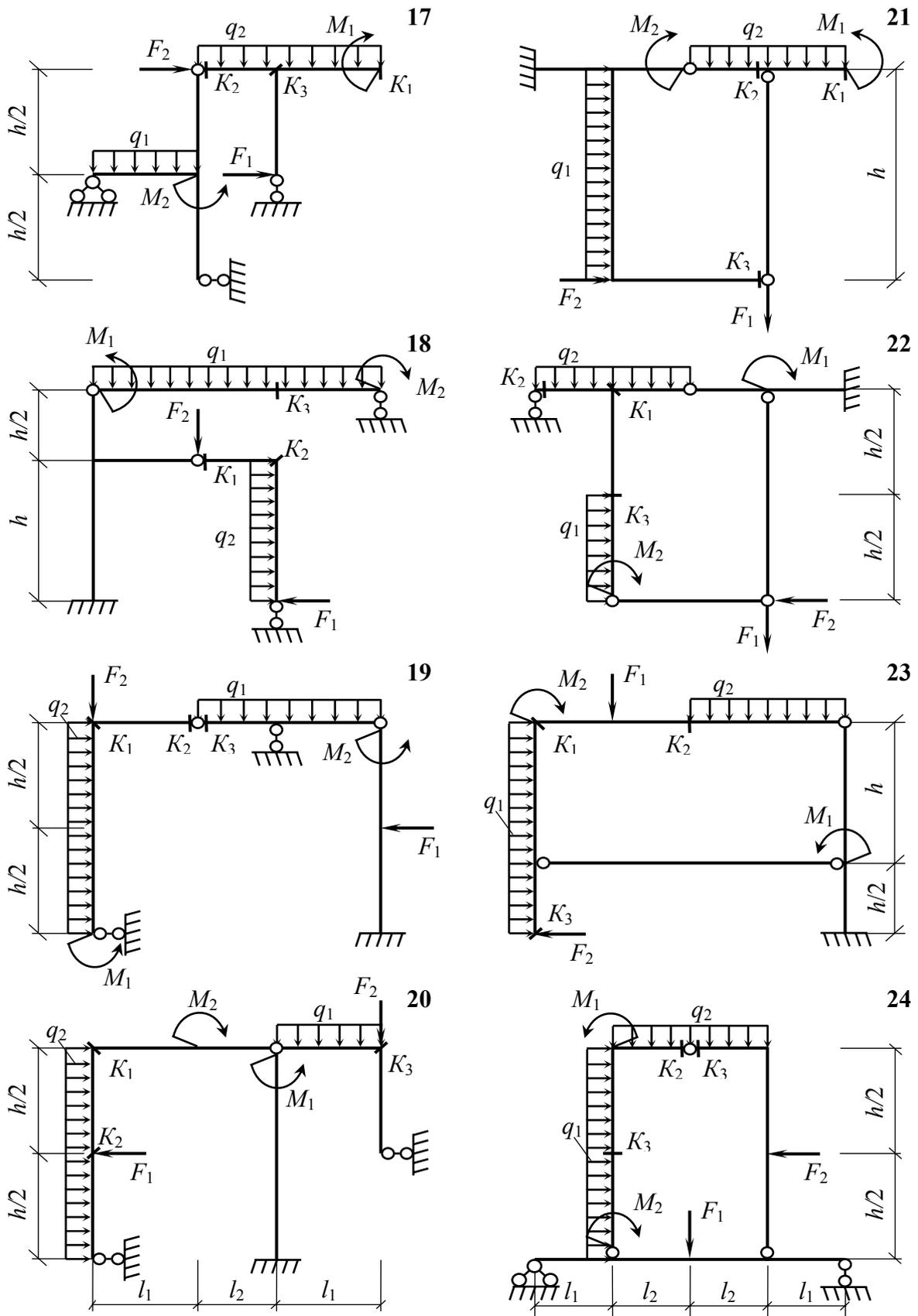


Рис. 1. Продолжение

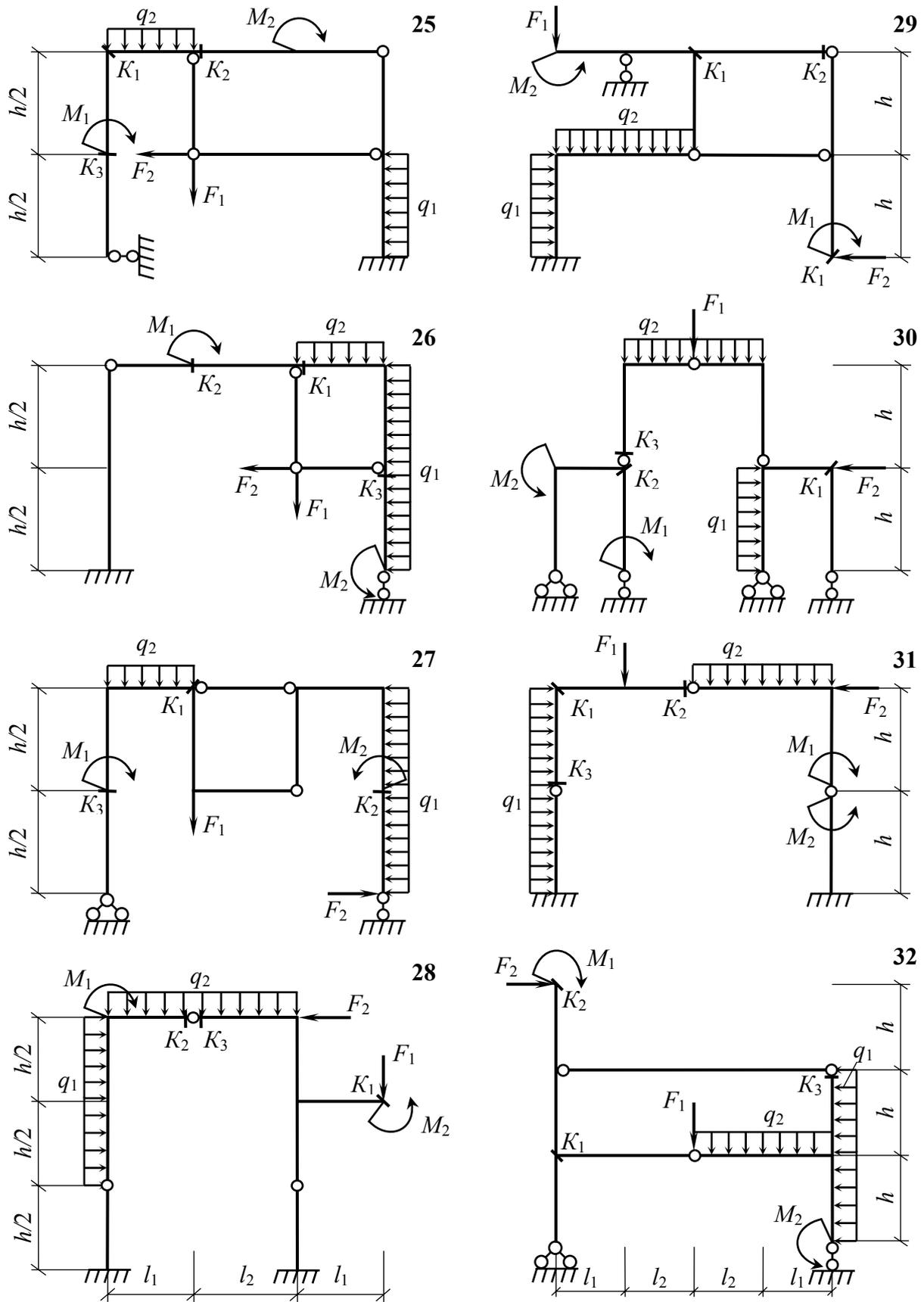


Рис. 1. Продолжение

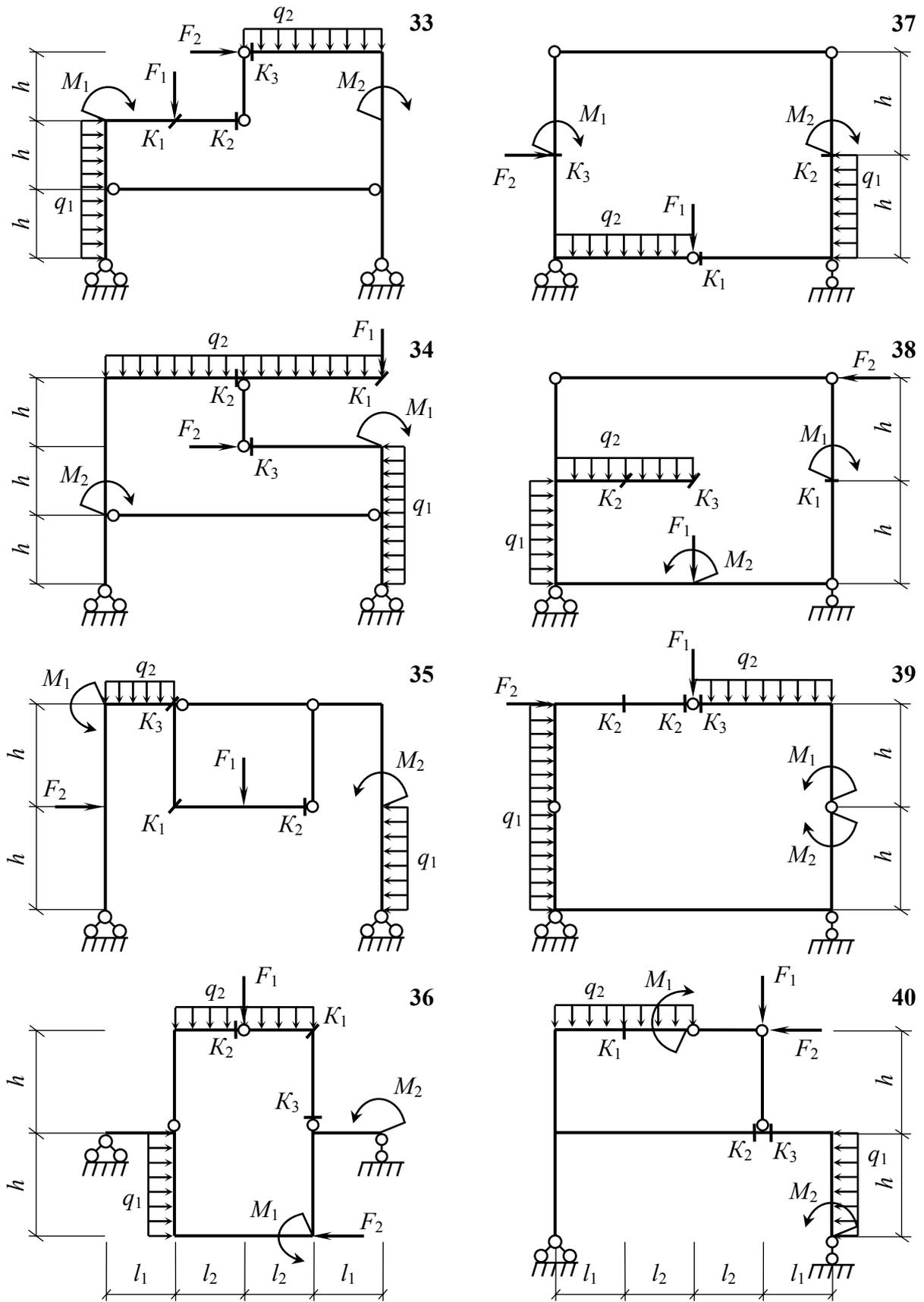


Рис. 1. Окончание

Это число должно быть равно нулю, т.е. заданная рама должна быть статически определимой. В задании предложены сложные рамы, поэтому нужно быть особенно внимательным при списывании своего варианта. Неточно показанный шарнир может привести к тому, что рассматриваемая рама окажется геометрически изменяемой или статически неопределимой.

Построить эпюры внутренних силовых факторов в заданной раме от заданной нагрузки: эп. M_F , эп. Q_F , эп. N_F . Эти эпюры мы будем называть грузовыми.

Начать построение эпюр необходимо с определения реакций опор. При этом для многих схем рам придется кроме основных уравнений статики использовать дополнительные. Врезанные шарниры позволяют составить такие уравнения. Если в раме есть замкнутые контуры, их надо размыкать. Для этого можно построить поэтажную схему или отбросить затяжки. Эти затяжки заменяются продольными силами, величины которых можно найти, составив дополнительные уравнения статики.

Порядок определения реакций и способ размыкания замкнутых контуров остаются на рассмотрение расчетчика, но это должно быть сделано наиболее рациональным образом, так как рациональное решение уменьшает вероятность ошибки.

В расчетно-проектировочной работе должно быть приведено подробное описание определения реакций, а также показаны проверки правильности их определения.

Далее можно приступить непосредственно к построению эпюр. Эпюры в данной работе нужно строить методом сечений по характерным точкам без подробного описания. После того как будут построены эпюры, необходимо сделать проверку равновесия узлов.

Кроме грузовых эпюр, для определения перемещений нужно построить единичные эпюры изгибающих моментов. Для этого нужно в заданной раме без нагрузки приложить единичное воздействие. Это воздействие прикладывается в заданном сечении по направлению искомого перемещения. Для определения ли-

нейного перемещения прикладывается сосредоточенная единичная сила, для угла поворота – сосредоточенный единичный момент. Все единичные воздействия безразмерны.

Построить эпюры моментов (эп. \bar{M}) от каждого единичного воздействия.

Найти заданные перемещения при помощи интеграла Мора:

$$\Delta_i = \sum \frac{1}{EI} \int_0^l M_F \bar{M} dx,$$

где EI – жесткость стержня, которую в этом задании следует принять постоянной.

Определение перемещений в системах, состоящих из прямолинейных элементов постоянной жесткости, можно значительно упростить путем применения графоаналитических способов вычисления этого интеграла. Этот прием называют способом перемножения эпюр. Для перемножения эпюр будем использовать правило Верещагина и формулу Симпсона. Формулу Мора в дальнейшем будем писать в сокращенном виде, опуская знак суммы и знак интеграла.

Правило Верещагина формулируется следующим образом: результат перемножения двух эпюр, одна из которых прямолинейна, равен произведению площади криволинейной эпюры ω на ординату y_C , вычисленную в прямолинейной эпюре под центром тяжести (ц. т.) криволинейной (рис. 2):

$$\Delta = \frac{M_F \bar{M}}{EI} = \frac{\omega y_C}{EI}.$$

Площади некоторых простейших фигур, а также координаты их центров тяжести приведены на рис. 3.

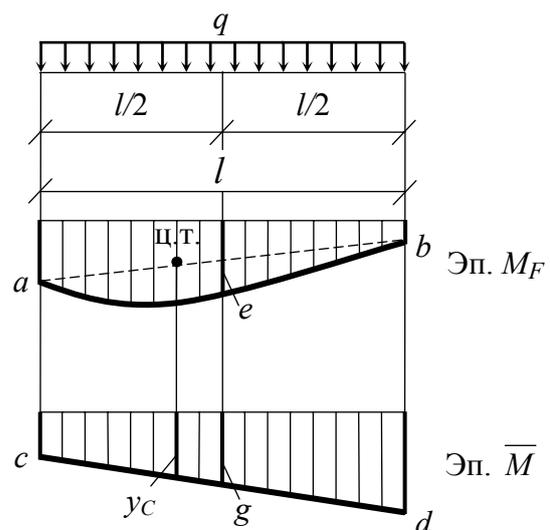


Рис. 2

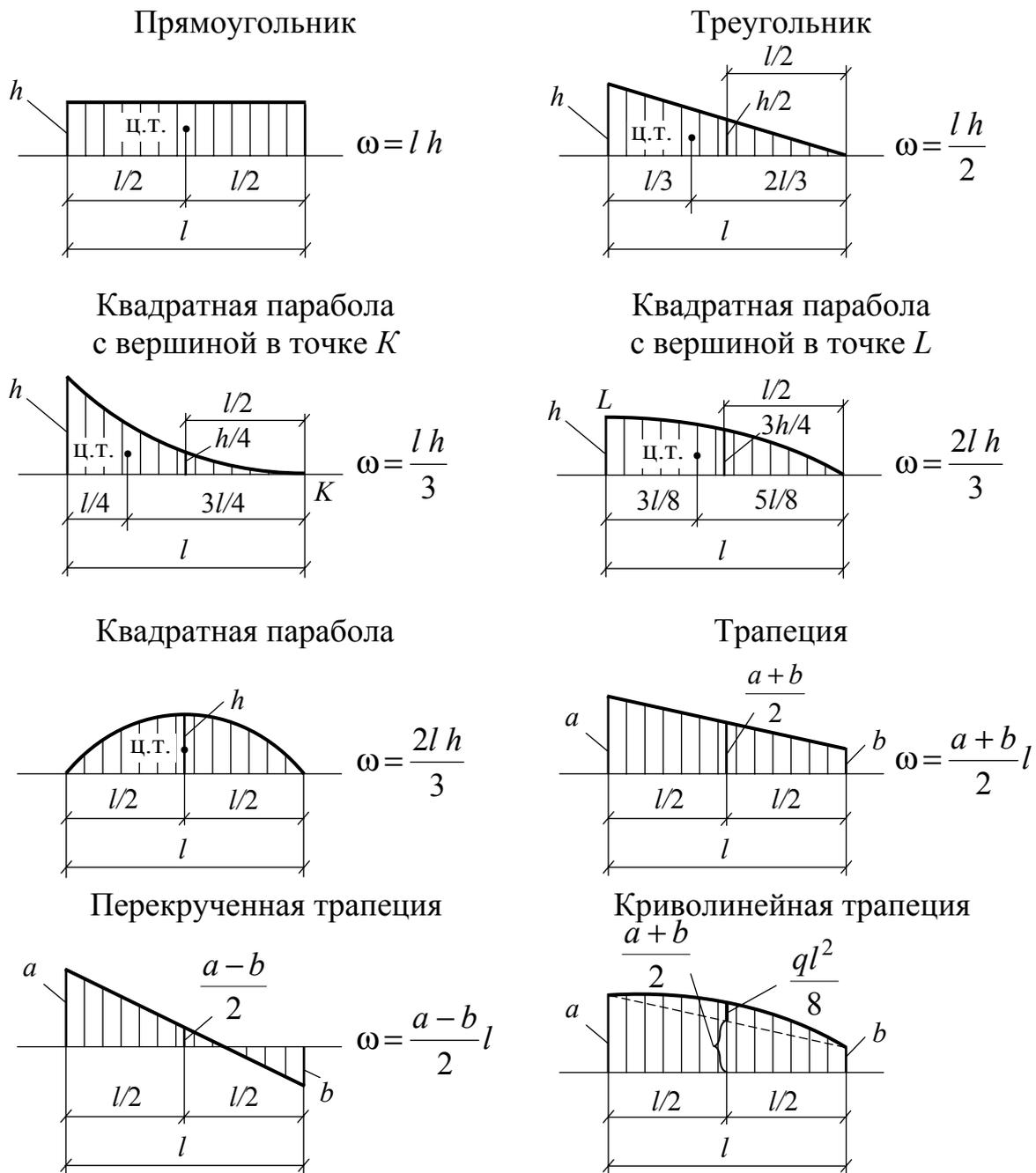


Рис. 3

Результат будет положительным, если центр тяжести криволинейной эпюры и ордината u_C в прямолинейной эпюре расположены по одну сторону от оси стержня. Если же они расположены по разные стороны от оси, произведение берется со знаком минус.

В том случае, когда обе эпюры прямолинейны, можно брать площадь любой из них.

Ниже приведем площади, положения центров тяжести и значения ординат в серединах участков некоторых фигур.

Для фигур, у которых сложно найти площадь и центр тяжести, можно применить развернутую формулу Верещагина (см. рис. 2):

$$\Delta = \frac{M_F \bar{M}}{EI} = \frac{l}{6EI} \left(2ac + 2bd + ad + bc \pm \frac{ql^2}{4} |c + d| \right).$$

В этой формуле в скобках первые два слагаемых представляют собой удвоенные произведения соответствующих ординат графиков друг на друга – левой ординаты эп. M_F на левую ординату эп. \bar{M} и правой ординаты эп. M_F на правую ординату эп. \bar{M} . Следующие два слагаемых - произведения ординат крест-на-крест, т.е. левой ординаты грузовой эпюры на правую ординату, взятую из единичной, и наоборот. Произведения ординат берутся со знаком плюс, если перемножаемые ординаты лежат по одну сторону от оси. Если же они лежат по разные стороны от оси, причем совершенно неважно, какая из них сверху, а какая снизу, произведение берется со знаком минус.

Далее в этой формуле следует слагаемое, зависящее от интенсивности распределенной нагрузки q . Перед ним знак выбирается следующим образом: ординаты a и b на грузовой эпюре мысленно соединим прямой линией (на рис. 2 эта линия показана пунктиром). Если криволинейная добавка расположена от спрямляющей линии с той же стороны, что и срединное значение на единичной эпюре от своей оси (оба сверху или оба снизу), берется знак плюс. Если же они лежат по разные стороны – знак минус.

В некоторых случаях бывает удобнее воспользоваться формулой Симпсона:

$$\Delta = \frac{M_F \bar{M}}{EI} = \frac{l}{6EI} (ac + 4eg + bd).$$

Здесь в скобках первое и последнее слагаемые представляют собой произведения соответствующих граничных ординат перемножаемых графиков (см. рис. 2). Второе слагаемое - это учетверенное произведение средних ординат.

Развернутая формула Верещагина и формула Симпсона универсальны, т.е. применимы к графикам любых очертаний. Формула Симпсона более компактна, но требует дополнительного вычисления значений в серединах участков.

Определяя перемещения, следует помнить о том, что перемножение грузовой и единичной эпюр будет представлять собой сумму произведений соответствующих друг другу участков.

Если при перемножении эпюр мы получим отрицательный результат, это будет означать, что искомое перемещение направлено в противоположную сторону, чем приложенное единичное воздействие.

Расчетно-проектировочная работа должна состоять из пояснительной записки и графической части. В пояснительной записке содержится условие задачи и ее решение. На графическую часть сводятся все схемы и эпюры. Схемы должны быть сделаны в едином масштабе. То, что касается построения грузовой эпюры моментов и проверки равновесия узлов, должно быть расположено на одном листе. Единичные эпюры моментов и схемы для них можно расположить на другом листе графической части.

ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Пример 1

Для рамы (рис. 4, *a*) требуется:

1. Построить эпюры внутренних силовых факторов.
2. Для сечения K_1 определить угол поворота, а для сечения K_2 - вертикальное перемещение. Жесткости стержней принять одинаковыми.

Решение

Прежде всего, необходимо убедиться в том, что заданная рама статически определима. Для этого подсчитаем число степеней свободы системы (см. рис. 4, *a*):

$$W = 3d - 2ш - c_{\text{оп}} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 3 = 0.$$

В дальнейшем все схемы и эпюры будем показывать на графической части (рис. 4, 5). На расчетных схемах рамы мы будем опускать размерности величин, подразумевая, что силы проставлены в килоньютонах, а линейные размеры – в метрах. Вычислим реакции опор (рис. 4, *б*).

$$\sum M_A = 0: \quad -6 \cdot 8 \cdot 4 + 24 + R_B \cdot 14 = 0; \quad R_B = 12 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0: \quad -6 \cdot 8 \cdot 4 + 24 + R_A \cdot 14 = 0; \quad R_A = 12 \text{ кН};$$

$$\sum X = 0: \quad 6 \cdot 8 - H_A = 0; \quad H_A = 48 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0: \quad 12 - 12 = 0 \text{ - проверка выполняется.}$$

Для того чтобы построить эпюры внутренних силовых факторов, покажем поэтажную схему (рис. 4, *в*). Основной рамой (нижний этаж) будет являться часть *AGLBDE*. Часть *DPCSE* – верхний этаж, который опирается на нижний в шарнирах *D* и *E*. Эти шарниры заменим шарнирно неподвижными опорами. Рассмотрим верхний этаж. Найдем реакции опор *D* и *E*:

$$\sum M_D = 0: \quad -6 \cdot 4 \cdot 2 + 24 + R_E \cdot 8 = 0; \quad R_E = 3 \text{ кН};$$

$$\sum M_E = 0: \quad -6 \cdot 4 \cdot 2 + 24 + R_D \cdot 8 = 0; \quad R_D = 3 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0: \quad -3 + 3 = 0 \text{ - проверка.}$$

$$\sum M_C^{\text{справа}} = 0: \quad 24 + 3 \cdot 4 - H_E \cdot 4 = 0; \quad H_E = 9 \text{ кН};$$

$$\sum M_C^{\text{слева}} = 0: \quad 6 \cdot 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 - H_D \cdot 4 = 0; \quad H_D = 9 \text{ кН};$$

$$\sum X = 0: \quad -15 - 9 + 6 \cdot 4 = 0 \text{ - проверка.}$$

Далее строим эпюры внутренних силовых факторов методом сечений по точкам.

Рассмотрим участок DP верхнего этажа. Здесь удобнее рассматривать нижнюю отсеченную часть (см. рис. 4, в):

$$N = 3 \text{ кН}; \quad Q_D = 15 \text{ кН}; \quad Q_P = 15 - 6 \cdot 4 = -9 \text{ кН};$$

$$M_D = 0; \quad M_P = 15 \cdot 4 - 6 \cdot 4 \cdot 2 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным данным построим эпюры на участке DP : эп. N_F (рис. 4, з); эп. Q_F (рис. 4, д); эп. M_F (рис. 4, е). В результате мы видим, что эпюра Q на этом участке меняет свой знак (см. рис. 4, д). Это означает, что в том месте, где поперечная сила равна нулю, на эпюре моментов будет экстремальное значение (см. рис. 4, е).

При определении перемещений величина экстремума не представляет интереса. При построении графиков изменения внутреннего изгибающего момента в стержневых системах знать экстремальное значение необходимо для расчетов на прочность. Исключение составляют случаи, когда экстремум очень мало (менее чем на 5 %) отличается от уже найденных значений момента на границах или в середине участка.

Покажем, как можно найти экстремальный момент. Здесь мы воспользуемся дифференциальной зависимостью между поперечной силой и изгибающим моментом: $\frac{dM}{dx} = Q$.

Составим выражение, отражающее изменение поперечной силы на участке DP , и приравняем его к нулю. Так мы находим расстояние от точки D до сечения (T), в котором момент приобретает экстремальное значение $Q_{DP} = 15 - 6x = 0$, $x = 2,5 \text{ м}$.

Пользуясь той же дифференциальной зависимостью, найдем значение экстремума по площади эпюры Q :

$$M_T = M^{\text{лев}} + \omega_Q \Big|_0^x,$$

где $M^{\text{лев}}$ - значение момента в крайней левой точке участка (в данном случае, при взгляде на раму изнутри, это будет значение

момента в сечении D); ω_Q – площадь, ограниченная графиком изменения поперечной силы и пределами интегрирования (т.е. это площадь под графиком Q в пределах от точки D до точки T). Все значения, встречающиеся нам в этой формуле, нужно брать со своими знаками.

$$M_T = 0 + \frac{15 \cdot 2,5}{2} = 18,75 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Рассмотрим участок PS . Здесь следует заметить, что разбивать его на два в точке C необязательно, так как эта точка не является точкой приложения или изменения нагрузки, а значит не является границей участка. Следует только помнить о том, что значение внутреннего момента во врезанном шарнире (C) должно быть равно нулю. Делая сечение в пределах участка PS , удобнее рассматривать правую отсеченную часть верхнего этажа рамы (см. рис. 4, $в$):

$$N = -9 \text{ кН}; \quad Q = -3 \text{ кН};$$

$$M_S = -9 \cdot 4 + 24 = -12 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_P = -9 \cdot 4 + 24 + 3 \cdot 8 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Получившиеся здесь значения так же, как и в предыдущем случае, отложим на соответствующих графиках (см. рис. 4, $з - е$).

Участок ES верхнего этажа. Равновесие нижней отсеченной части:

$$N = -3 \text{ кН}; \quad Q = 9 \text{ кН};$$

$$M_E = 0; \quad M_S = -9 \cdot 4 = -36 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Далее переходим к рассмотрению нижнего этажа. При этом реакции опор с верхней части рамы переносятся на нижнюю в виде сил, равных этим реакциям по величине, но направленных в противоположную сторону (см. рис. 4, $в$).

Участок DG . Здесь будем рассматривать равновесие верхней отсеченной части:

$$N = 3 \text{ кН}; \quad Q_D = 15 \text{ кН}; \quad Q_G = 15 + 6 \cdot 4 = 39 \text{ кН};$$

$$M_D = 0; \quad M_G = 15 \cdot 4 + 6 \cdot 4 \cdot 2 = 108 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок AG . Равновесие левой отсеченной части:

$$N = 48 \text{ кН}; \quad Q = -12 \text{ кН};$$

$$M_A = 0; \quad M_G = -12 \cdot 3 = -36 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок EL . Равновесие верхней отсеченной части нижнего этажа:

$$N = -3 \text{ кН}; \quad Q = 9 \text{ кН};$$

$$M_E = 0; \quad M_L = 9 \cdot 4 = 36 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок LB . Равновесие правой отсеченной части:

$$N = 0; \quad Q = -12 \text{ кН};$$

$$M_B = 0; \quad M_L = 12 \cdot 3 = 36 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок GL . Равновесие правой отсеченной части нижнего этажа:

$$N = 9 \text{ кН}; \quad Q = -12 + 3 = -9 \text{ кН};$$

$$M_L = 12 \cdot 3 - 9 \cdot 4 = 0; \quad M_G = 12 \cdot 11 - 9 \cdot 4 - 3 \cdot 8 = 72 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Получившиеся эпюры показаны на рис. 4.

После построения эпюр необходимо сделать проверку равновесия узлов (рис. 4, *ж*).

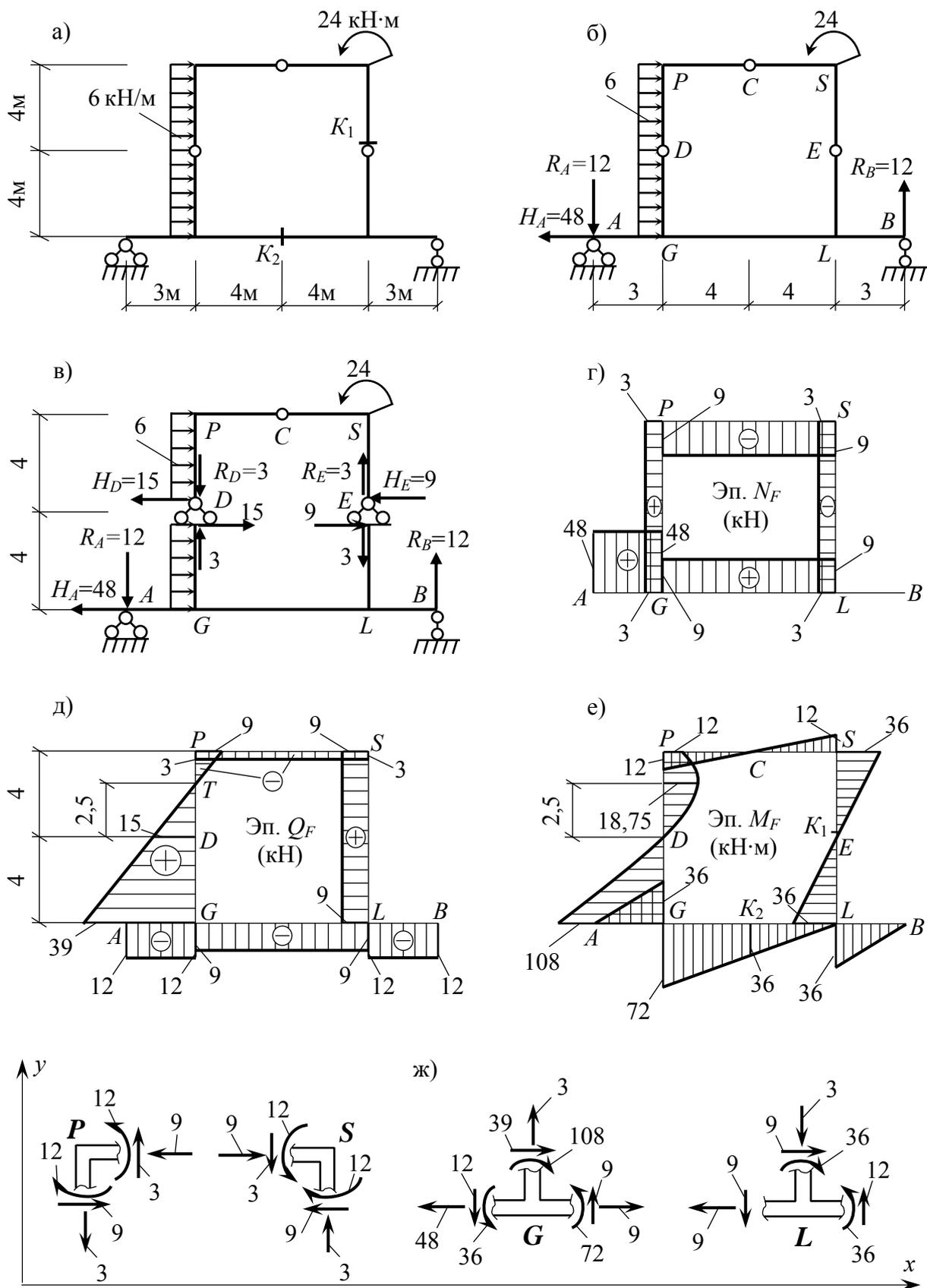


Рис. 4

Перейдем к построению единичных эпюр моментов (см. рис. 5).
 Для определения угла поворота сечения K_1 приложим в этом сечении безразмерный единичный момент (рис. 5, а). Найдем реакции опор:

$$\sum M_A = 0: \quad 1 + R_B \cdot 14 = 0; \quad R_B = -0,0714 \frac{1}{\text{М}},$$

$$\sum Y = 0: \quad R_A - 0,0714 = 0; \quad R_A = 0,0714 \frac{1}{\text{М}}.$$

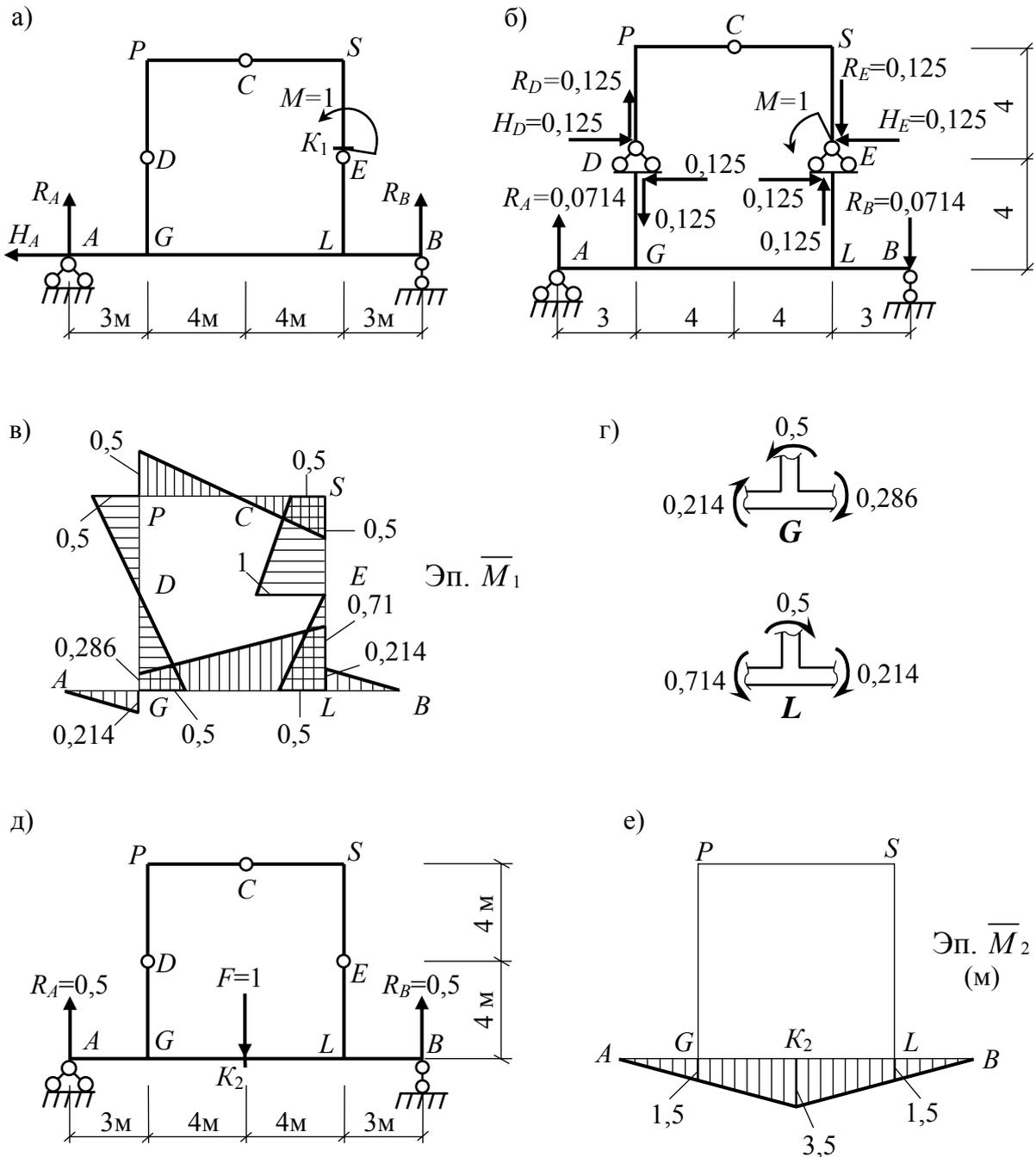


Рис. 5

Покажем поэтажную схему (рис. 5, б). Найдем реакции опор на верхнем этаже:

$$\begin{aligned} \sum M_D = 0: \quad 1 - R_E \cdot 8 = 0; \quad R_E &= 0,125 \frac{1}{\text{М}}; \\ \sum Y = 0: \quad -0,125 + R_D = 0; \quad R_D &= 0,125 \frac{1}{\text{М}}; \\ \sum M_C^{\text{слева}} = 0: \quad -0,125 \cdot 4 + H_D \cdot 4 = 0; \quad H_D &= 0,125 \frac{1}{\text{М}}; \\ \sum X = 0: \quad -H_E + 0,125 = 0; \quad H_E &= 0,125 \frac{1}{\text{М}}. \end{aligned}$$

Перенесем найденные реакции на нижний этаж в виде противоположно направленных сил. Построим первую единичную эпюру моментов (рис. 5, в). Все значения на этой эпюре безразмерны. Равновесие узлов P и S очевидно. Проверка равновесия узлов G и L показана на рис. 5, г.

Для определения вертикального перемещения сечения K_2 приложим в этом сечении безразмерную вертикальную силу, равную единице (рис. 5, д). В силу симметрии: $R_A = R_B = 0,5$.

Поскольку верхний этаж в данном случае не загружен, мысленно отбросим его и построим вторую единичную эпюру моментов (рис. 5, е). Значения на этом графике измеряются в метрах. Следует также заметить, что узлы здесь не нуждаются в проверке равновесия.

Вычислим заданные перемещения.

Угол поворота сечения K_1 найдем, перемножая грузовую и первую единичную эпюры моментов (см. рис. 4, е и рис. 5, в):

$$\varphi_{K_1} = \frac{M_F \bar{M}_1}{EI}.$$

Перемножение эпюр покажем подробно по участкам:

Участок AG (рис. 6). Здесь нужно перемножить между собой две треугольные эпюры моментов. Воспользуемся правилом Верещагина:

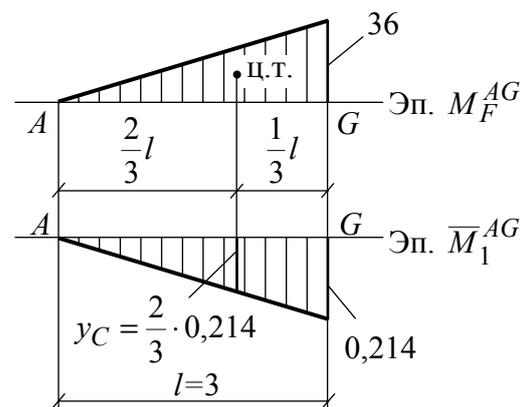
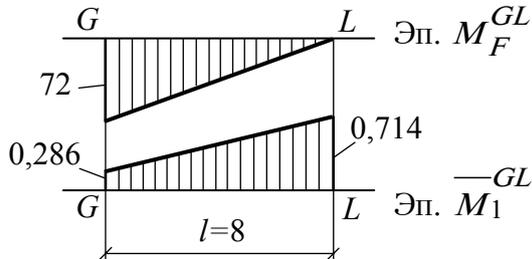


Рис. 6

$$\frac{M_F^{AG} \overline{M}_1^{AG}}{EI} = \frac{\omega y_C}{EI} = -\frac{\frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,214}{EI} = -\frac{7,704}{EI}.$$

На участке LB результат перемножения будет таким же, как и на участке AG :



$$\frac{M_F^{AG} \overline{M}_1^{AG}}{EI} = -\frac{7,704}{EI}.$$

Участок GL (рис. 7). Перемножение треугольной эпюры на трапецию будем делать по развернутой формуле Верещагина:

Рис. 7

$$\frac{M_F^{GL} \overline{M}_1^{GL}}{EI} = \frac{8}{6EI} (-2 \cdot 72 \cdot 0,286 - 0,714 \cdot 72) = -\frac{123,456}{EI}.$$

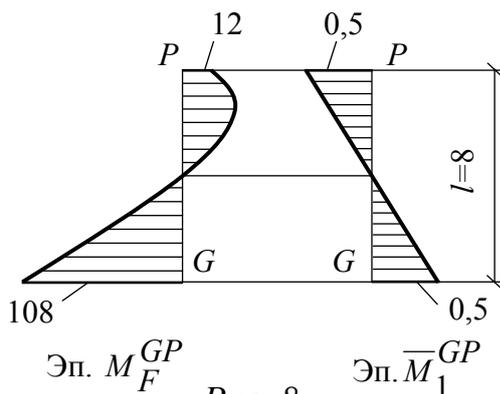


Рис. 8

Участок PG (рис. 8) не нужно разделять на два, так как и грузовая и единичная эпюры на нем однородны. Поскольку средние значения на обеих эпюрах нулевые, здесь удобнее воспользоваться формулой Симпсона:

$$\frac{M_F^{PG} \overline{M}_1^{PG}}{EI} = \frac{8}{6EI} (-108 \cdot 0,5 - 12 \cdot 0,5) = -\frac{80}{EI}.$$

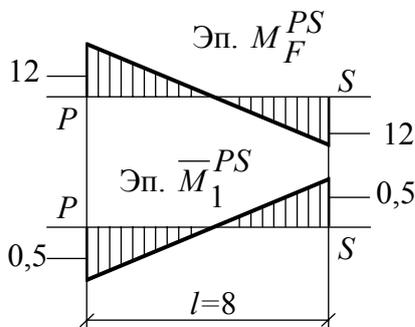


Рис. 9

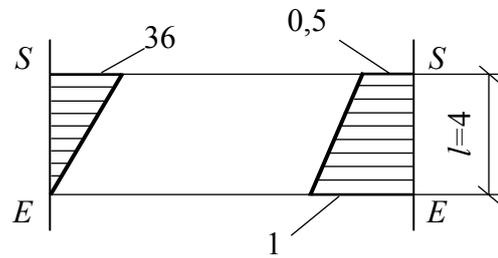
На участке PS (рис. 9) перемножим эпюры также по формуле Симпсона:

$$\frac{M_F^{PS} \overline{M}_1^{PS}}{EI} = \frac{8}{6EI} (-12 \cdot 0,5 - 12 \cdot 0,5) = -\frac{16}{EI}.$$

Единичная эпюра на участке SL неоднородна (см. рис. 4, в), поэтому разобьем этот участок на два: SE и EL (рис. 10, 11). На обоих участках воспользуемся развернутой формулой Верещагина:

$$\frac{M_F^{SE} \overline{M}_1^{SE}}{EI} = \frac{4}{6EI} (-2 \cdot 36 \cdot 0,5 - 36 \cdot 1) = -\frac{48}{EI};$$

$$\frac{M_F^{EL} \overline{M}_1^{EL}}{EI} = \frac{4}{6EI} (2 \cdot 36 \cdot 0,5) = \frac{24}{EI}.$$



Эп. M_F^{SE} Эп. \overline{M}_1^{SE}

Рис. 10

Далее найдем угловое перемещение сечения K_1 как сумму полученных результатов:

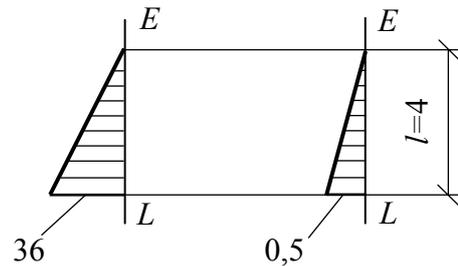
$$\varphi_{K_1} = \frac{1}{EI} (-7,704 - 123,456 - 7,704 - 80 - 16 - 48 + 24) = -\frac{258,86}{EI}.$$

Здесь следует помнить о том, что размерность величины, стоящей в числителе, — килоньютон-метр в квадрате ($\text{кН} \cdot \text{м}^2$).

При подстановке в соответствующих единицах величины жесткости, стоящей в знаменателе, мы получим угол поворота, измеряемый в радианах. Знак минус показывает, что угол поворота осуществляется в сторону, противоположную приложенному нами единичному моменту, т.е. по часовой стрелке.

Найдем вертикальное перемещение сечения K_2 , перемножив между собой грузовую (см. рис. 4, е) и вторую единичную (см. рис. 5, д) эпюры моментов:

$$\Delta_{K_2}^{\text{верт}} = \frac{M_F \overline{M}_2}{EI} = \frac{3}{6EI} (-2 \cdot 36 \cdot 1,5) + \frac{4}{6EI} (2 \cdot 72 \cdot 1,5 + 2 \cdot 36 \cdot 3,5 + 3,5 \cdot 72 + 36 \cdot 1,5) + \frac{4}{6EI} (2 \cdot 3,5 \cdot 36 + 1,5 \cdot 36) + \frac{3}{6EI} (2 \cdot 36 \cdot 1,5) = \frac{720}{EI}.$$



Эп. M_F^{EL} Эп. \overline{M}_1^{EL}

Рис. 11

Размерность величины, стоящей в числителе, - килоньютон-метр в кубе ($\text{кН}\cdot\text{м}^3$).

После подстановки величины жесткости в соответствующих единицах мы получим линейное перемещение, измеряемое в метрах.

Пример 2

Для рамы (рис. 12, *a*) требуется:

1. Построить эпюры внутренних силовых факторов.
2. Определить горизонтальное перемещение шарнира *C*.

Жесткости стержней принять одинаковыми.

Решение

Подсчитаем число степеней свободы системы (см. рис. 12, *a*):

$$W = 3d - 2ш - c_{\text{оп}} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 3 = 0.$$

Вычислим реакции опор (рис. 12, *б*):

$$\sum M_A = 0: \quad -8 \cdot 4 + 20 - 10 \cdot 2 \cdot 2 + M_A = 0; \quad M_A = 52 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$\sum X = 0: \quad 10 \cdot 2 - H_A = 0; \quad H_A = 20 \text{ кН};$$

$$\sum Y = 0: \quad R_A - 8 = 0; \quad R_A = 8 \text{ кН}.$$

Разомкнем контур, выбросив затяжку *BG* и заменив ее продольным усилием $N_{\text{зат}}$ (см. рис. 12, *б*). Найдём это усилие:

$$\sum M_C^{\text{справа}} = 0: \quad -8 \cdot 3 + N_{\text{зат}} \cdot 2 = 0; \quad N_{\text{зат}} = 12 \text{ кН}.$$

Сделаем проверку правильности определения реакций опор и усилия в затяжке:

$$\sum M_C^{\text{слева}} = 0: \quad -8 \cdot 1 + 52 - 20 \cdot 3 - 12 \cdot 2 + 10 \cdot 2 \cdot 1 + 20 = 0; \quad -92 + 92 = 0.$$

Проверка выполняется.

Методом сечений по точкам построим грузовые эпюры внутренних силовых факторов (рис. 12, *в – д*). Затем сделаем проверку равновесия узлов (рис. 12, *е*).

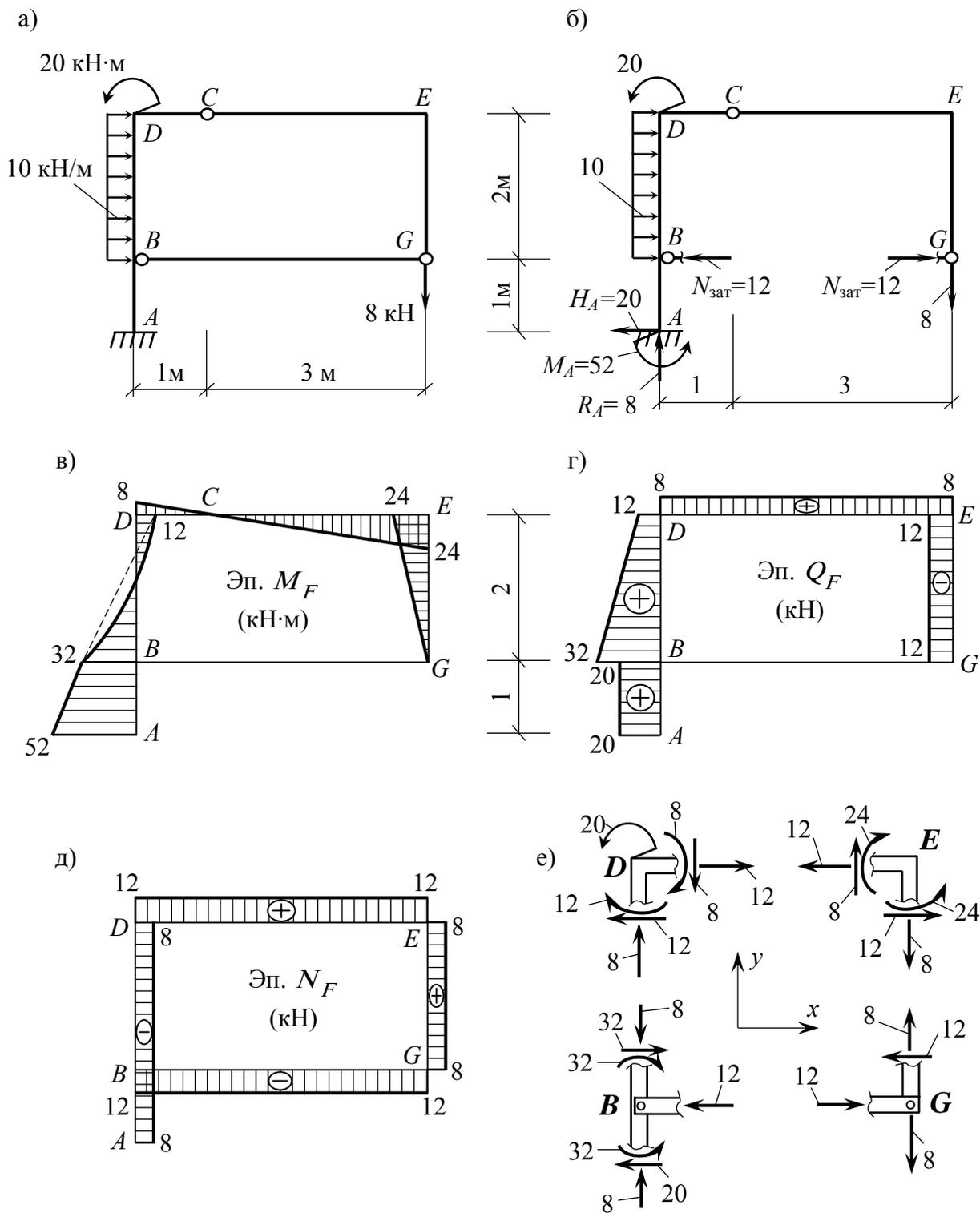


Рис. 12

Переходим к построению единичной эпюры моментов для заданной рамы от силы $F = 1$, приложенной в точке C . Схема рамы показана на рис. 13, а. Найдем реакции опор:

$$\sum M_A = 0: \quad -1 \cdot 3 + M_A = 0; \quad M_A = 3 \text{ м};$$

$$\sum X = 0: \quad 1 - H_A = 0; \quad H_A = 1;$$

$$\sum Y = 0: \quad R_A = 0.$$

Из суммы моментов относительно шарнира C правых сил при разорванной затяжке очевидно, что усилие в этой затяжке будет равно нулю.

Единичная эпюра моментов показана на рис. 13, б.

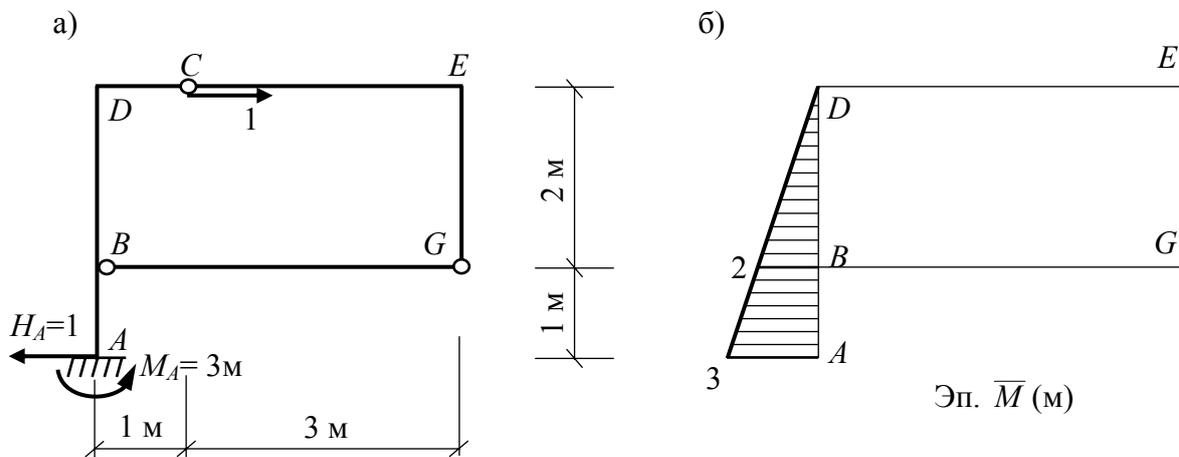


Рис. 13

Найдем горизонтальное перемещение точки C , перемножив грузовую (см. рис. 12, в) и единичную (см. рис. 13, б) эпюры моментов:

$$\begin{aligned} \Delta_C^{\text{гор}} &= \frac{M_F \bar{M}}{EI} = \frac{1}{6EI} (2 \cdot 3 \cdot 52 + 2 \cdot 2 \cdot 32 + 3 \cdot 32 + 2 \cdot 52) + \\ &+ \frac{2}{6EI} \left(2 \cdot 2 \cdot 32 - 2 \cdot 12 - \frac{10 \cdot 2^2}{4} |2 + 0| \right) = \frac{134,67}{EI}. \end{aligned}$$

Так как жесткость EI не задана, задачу можно считать решенной.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (статика стержневых систем) / Г. К. Клейн [и др.] ; под ред. Г. К. Клейна. – М. : Высш. шк., 1980. – 384 с.

2. Дарков, А. В. Строительная механика / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – М. : Высш. шк., 1986. – 607 с.

3. Расчет статически определимых систем : метод. указания к расчетно-проектировочным работам № 1 – 4 по строительной механике / Владим. политехн. ин-т ; сост.: В. М. Кислов, И. А. Черноусова. – Владимир, 1992. – 48 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЗАДАНИЕ	3
УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ	4
ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ	14
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	27

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
В СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ РАМАХ**

Методические указания к выполнению расчетно-проектировочной работы
по дисциплине «Строительная механика»

Составитель
ЧЕРНОУСОВА Ирина Асафовна

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой профессор А.Ф. Ковалев

Подписано в печать 24.04.07.
Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 1,63. Тираж 200 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.