

Владимирский государственный университет

Н. И. ХАРИТОНОВА

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК
КАК ФАКТОР РАЗВИТИЯ
СУБЪЕКТНОГО ОПЫТА
ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПОЗНАНИИ**

Учебно-практическое пособие

Владимир 2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Н. И. ХАРИТОНОВА

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК
КАК ФАКТОР РАЗВИТИЯ
СУБЪЕКТНОГО ОПЫТА
ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПОЗНАНИИ

Учебно-практическое пособие

Электронное издание



Владимир 2022

ISBN 978-5-9984-1633-0

© ВлГУ, 2022

© Харитонов Н. И., 2022

УДК 372.851
ББК 74.262.21

Рецензенты:

Кандидат экономических наук, доцент
доцент кафедры менеджмента и бизнес-информатики
Финансового университета
при Правительстве Российской Федерации (Владимирский филиал)
С. В. Никифорова

Учитель математики высшей категории
МБОУ «Боголюбовская СОШ имени чемпионки мира
по шахматам Е. И. Быковой»
Руководитель МО учителей естественно-математического цикла
М. В. Александрова

Харитонова, Н. И.

Математический кружок как фактор развития субъектного опыта обучающихся в познании [Электронный ресурс] : учеб.-практ. пособие / Н. И. Харитонова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2022. – 277 с. – ISBN 978-5-9984-1633-0. – Электрон. дан. (2,65 Мб). – 1 электрон. опт. диск (CD-R). – Систем. требования: Intel от 1,3 ГГц ; Windows XP/7/8/10 ; Adobe Reader ; дисковод CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

Ориентировано на программу дисциплины «Методика обучения математике», «Проектная деятельность школьников при обучении математике». Даны методические рекомендации по организации и проведению занятий математического кружка, а также предложен обширный дидактический материал: задания, тесты, вопросы для организации эвристической беседы, тематические физкультминутки.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению бакалавриата 44.03.05 «Педагогическое образование» (профили: «Физика. Математика», «Математика. Информатика»), студентов, находящихся на прохождении практики», учителей математики, педагогов дополнительного образования, а также для всех интересующихся математикой.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Библиогр.: 39 назв.

УДК 372.851
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-9984-1633-0

© ВлГУ, 2022
© Харитонова Н. И., 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
ВВЕДЕНИЕ	14
РАЗДЕЛ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ....	18
📖 Глава 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА. ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН	18
📖 Глава 2. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ	41
📖 Глава 3. СЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ	56
📖 Глава 4. ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ	67
📖 Глава 5. УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ	76
📖 Глава 6. ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ	96
📖 Глава 7. ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ	118
РАЗДЕЛ 2. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА	128
📖 Глава 8. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.....	128
📖 Глава 9. ДЕЙСТВИЯ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ.....	138
РАЗДЕЛ 3. ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ.....	152
📖 Глава 10. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ	152

📖 Глава 11. ДЕЛИМОСТЬ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ.....	166
📖 Глава 12. НОД И НОК.....	185
РАЗДЕЛ 4. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА.....	192
📖 Глава 13. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ	192
📖 Глава 14. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	210
📖 Глава 15. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	224
📖 Глава 16. ОТНОШЕНИЯ. ПРОПОРЦИИ. ПРОЦЕНТЫ	235
📖 Глава 17. СИСТЕМА КООРДИНАТ. ДИАГРАММЫ.....	247
📖 Глава 18. ОСЕВАЯ И ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИИ	262
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	269
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	273

ПРЕДИСЛОВИЕ

В изменяющихся реалиях современного общества особая роль школьного образования отводится именно математическому образованию, и поскольку эта сфера научной деятельности, на взгляд автора, она наиболее перспективна, что обусловлено всевозрастающим спросом подрастающего поколения на освоение смежных предметных дисциплин, таких как робототехника, программирование, математическое моделирование и так далее, то ее изучение в рамках школьного учебного предмета становится категорически скудным и недостаточным в силу ограниченности отводимого для ее изучения времени, а также самой классно-урочной системы, зачастую ограничивающей полет мысли обучающихся. Представляется невозможным рассмотрение целого спектра значимых явлений, которые позволили бы рассмотреть тот или иной материал под иным углом, выстроить «мостики» между формулой и реальной жизненной ситуацией. Решение данной проблемы кроется в сфере дополнительного образования, которое позволяет нам отойти от традиционного восприятия математических идей, законов, правил, сама его форма способствует «развертыванию» мысли, переходу к самоопределению траектории изучения данной научной области, необходимой для применения в решения различного спектра жизненно ориентированных задач, выстраивания пути их решений, рефлексии над выполненными действиями и т. д. Сразу хотелось бы обозначить, что под основным образованием автор понимает образование, обязательное в нашей стране для всех граждан, включающее в себя начальное, общее и среднее образование, а также внеурочную деятельность, которая согласно закону «Об образовании РФ» является обязательной и входит в учебный план образовательного учреждения. Дополнительное же образование, несмотря на весь спектр возможностей, мы будем рассматривать как форму обучения, организованную внутри общеобразовательного учебного заведения, име-

ющую собственную учебную программу, форму работы и не привязанную к возрастному критерию набора учебных групп. Но обо всем поподробнее.

Традиционно в описании целей математического образования сложились три точки притяжения, как их назвал М. И. Башмаков в своём рассуждении о современном учебнике математики¹, и обозначил тремя высказываниями достаточно известных людей. Первое, принадлежащее академику А. Н. Крылову: «Математика – это есть средство, это есть инструмент, такой же, как штангель и напильник для слесаря или топор и пила для плотника». Эта слова подчёркивают прагматическую, утилитарную направленность обучения математике. Второе произнёс Ж. Дьёдоне: «В принципе математика в основе своей не имеет какой-либо утилитарной цели, а представляет собой интеллектуальную дисциплину, практическая польза которой сводится к нулю». Это направление, скорее всего, во главу угла ставит задачу интеллектуального воспитания человека. И наконец, третья формулировка Н. И. Вавилова: «Основная цель изучения математики в школе – воспитание интеллектуальной честности» обозначает главенство воспитательных ценностей обучения математике.

Безусловно, во все времена во всех педагогических системах присутствовали все три момента, обозначенные в этих высказываниях. Однако в течение длительного времени обучение математике в русской, а затем в российской школе тяготело к прагматическому направлению. И всегда светлые умы отечественного образования размышляли о взаимодействии этих трёх направлений.

Изменение направленности образования отчётливо прозвучало в концепции общего среднего образования, принятой Всесоюзным педагогическим съездом в 1988 г.: «главная цель средней общеобразовательной школы – способствовать умственному, нравственному, эмоциональному и физическому развитию личности, всемерно раскрывать её творческие возможности».

¹ Башмаков М. И. Современный учебник математики : на пути к сетевым ресурсам / М. И. Башмаков // Компьютерные инструменты в образовании. – № 2. – 2007. – С. 29 – 41.

С тех пор миновало почти три десятка лет и современный этап развития школьного образования можно охарактеризовать сменой вектора обучения – личностно-ориентированная система обучения сменила предметно-ориентированную. Вместо ученика, обладающего определённым набором знаний и умений, школа в первую очередь должна воспитать гармонично развитую личность. Такие изменения требуют сообразной и адекватной разработки различных компонентов образования, которые бы способствовали развитию и саморазвитию учащегося, формированию личностно значимых качеств и способов деятельности. Указанные изменения касаются и школьного математического образования. В связи с этим математика рассматривается не как цель, а как средство обучения и развития школьников.

Очевидно, что перестраивая концепт урока в «новое русло», не забывая о современных научных открытиях в той или иной области знаний, мы получаем катастрофическую нехватку реального времени, и вынуждены отсеивать «менее значимую» информацию, которая при более глубоком рассмотрении помогает выстраивать причинно-следственные связи, без которых усвоение тех или иных понятий становится практически невозможным. При решении этой проблемы нам на помощь приходит дополнительное образование. На сегодняшний день дополнительное образование является частью целостного образовательного пространства, выступает важным аспектом социокультурной жизни человека, который несет ответственность не только за передачу подрастающим поколениям базовых культурных ценностей и идеалов, определяющих особенности их поведения и качественные характеристики личности, но и за формирование основы для развития у них культуры прогнозирования, готовности к обнаружению, постановке и успешному решению новых задач, расширяющих возможности обучающихся и выводящих их на более высокие уровни психического и личностного развития.

Таким образом, сегодня дополнительное образование можно рассматривать как образовательную систему, к которой предъявляются обновленные требования и которая играет свою особую роль в рамках единого образовательного пространства. Важнейшей задачей,

стоящей перед современным дополнительным образованием, следует признать создание специальных условий для целенаправленного и проходящего через всю жизнь развития обучающихся (начиная с самого раннего возраста), которое постепенно наполняется готовностью к их саморазвитию посредством расширения интересов, желаний и имеющегося потенциала, укрепления стремления узнать, изучить и исследовать что-то новое, попробовать свои силы в различных видах деятельности – робототехнике, изобретательстве, исследовании, художественно-прикладном творчестве, спорте и т. д. Нельзя не согласиться², что реализация перечисленных выше и крайне важных для современного растущего человека задач оказывается практически неосуществимой в рамках школьного образования, возможности которого ограничены рамками классно-урочной системы и учебными программами, содержание которых подчинено требованиям ФГОС.

Следует подчеркнуть, что сегодня понятие дополнительного образования закреплено на законодательном уровне. Вместе с тем анализ теории и практики убеждает в том, что к сегодняшнему дню все еще не достигнута определенность научных позиций относительно понимания сущности и роли дополнительного образования в жизни современного человека.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что образование должно в первую очередь опираться на культуросообразность как на базис образовательной среды, на который в свою очередь приращает знаниевый компонент, только такое построение образовательного пространства позволит воспитать человека разумного, самоопределившегося, готового взять на себя ответственность и наиболее ярко субъектный опыт обучающихся в познании может быть сформирован именно в дополнительном образовании, поскольку одним из основных принципов дополнительного образования является именно самоопределение, самоорганизация и свобода выбора.

² Аксенова О. Н. Проблемы дополнительного образования в России / О. Н. Аксенова // Актуальные вопросы современного образования – Ставрополь – 2015. – С. 103-107.

В дидактике складываются концептуальные подходы к пониманию интеллектуального развития в обучении (Е. Н. Селивёрстова), динамика которого обеспечивается целенаправленным формированием познавательного опыта школьников³⁴⁵. Следовательно, происходящее в процессе интеллектуального развития качественное усложнение познавательных структур, сопряженное с переходом школьников на более высокие ступени активности и самостоятельности в решении познавательных задач, можно описывать на основе идеи субъектности в качестве трех последовательных уровней интеллектуального развития⁶:

- операционально-действенный как исходный, базовый уровень интеллектуального развития, который характеризуется становлением формально-логических структур познавательной деятельности и определяет уровень развития школьника как субъекта отдельных познавательных действий (анализа, синтеза, сравнения, классификации и т.п.);

- субъектно-деятельностный уровень интеллектуального развития, характеризующийся становлением когнитивно-деятельностных и проблемно-поисковых структур познавательной деятельности, наличие которых определяет уровень развития школьника как субъекта целостной познавательной деятельности;

- субъектно-личностный уровень интеллектуального развития, который характеризуется становлением рефлексивно-смысловых структур познавательной деятельности и определяет уровень развития школьника как субъекта отношений в познании.

Следует отметить, что понятия «умственное развитие» и «интеллектуальное развитие» с научной точки зрения тождественно не-

³ Селиверстова Е. Н. Идея субъектности в дидактическом наследии И. Я. Лернера: связь веков / Е. Н. Селиверстова // Отечественная и зарубежная педагогика. 2017. Т.1. - № 3 (39). – С. 42-54

⁴ Селиверстова Е. Н. Субъектность как принцип систематизации современного дидактического знания // Педагогика. – 2013. - №10. – С. 25-33.

⁵ Селиверстова Е. Н. Современная дидактика: от школы знания – к школе созидания : учеб. пособие / Е. Н. Селиверстова. – 2-е изд., испр. – Владимир : Изд-во ВлГУ. – 2017. – 207 с. – С.42-54

⁶ Селиверстова Е. Н. Субъектность как принцип систематизации современного дидактического знания // Педагогика. – 2013. - №10. – С. 25-33.

однородны. В данном случае мы исходим из принятого в психологии положения о том, что умственное развитие связано с рассмотрением операционально-инструментального аспекта процесса совершенствования мышления, который характеризуется с точки зрения отдельных формально-логических операций – анализа, синтеза, обобщения и тп. Таким образом, умственное развитие, отражая качество познавательной саморегуляции школьников как субъектов отдельных познавательных действий, выступает в качестве основания интеллектуального развития школьников как начальная ступень последнего. С точки зрения идеи субъектности интеллектуальное развитие соотносится именно с субъектно-деятельностным и субъектно-личностным уровнями саморегуляции школьниками познания⁷⁸.

На основе систематизации сложившихся в дидактике представлений о целях интеллектуального развития школьников в обучении Е. Н. Селивёрстова выделила три уровня постановки развивающих целей обучения. В совокупности эти уровни описывают динамику интеллектуального развития школьников, определяемую направленностью обучения на качественное совершенствование формируемого у школьников познавательного опыта:

1-й уровень – операционально-инструментальный, рассматривается как опыт субъектов отдельных познавательных действий (анализ, синтез, сравнение и т.п.). Этот уровень достигается путём формирования у школьников совокупности логических знаний и умений, обеспечивающих усвоение логической структуры содержания предмета в результате осознанного и произвольного оперирования предметным содержанием в рамках заданной структуры;

2-й уровень – деятельностно-инструментальный, рассматривается как опыт субъектов целостной познавательной деятельности. Он обеспечивается формированием методологических знаний, учебных

⁷⁸Селиверстова Е. Н. Современная дидактика: от школы знания – к школе созидания : учеб. пособие / Е. Н. Селиверстова. – 2-е изд., испр. – Владимир : Изд-во ВлГУ. – 2017. – 207 с.

⁸ Селиверстова, Е. Н. Идея субъектности в дидактическом наследии И. Я. Лернера: связь веков / Е. Н. Селиверстова // Отечественная и зарубежная педагогика. 2017. Т.1. - № 3 (39).

умений (выделять и формулировать познавательные задачи, разрабатывать стратегии познания, побуждать себя к познанию, контролировать и оценивать качество полученных познавательных результатов и др.) и поисковых умений (соотносить друг с другом все данные в условии задачи и её вопрос; соотносить решение задачи с её вопросом; соотносить каждый шаг поиска с другими и вопросом задачи; доказывать необходимость и убедительность каждого суждения; операции и анализ конечных решений; проверять полноту доказательства и решения и др.);

3-й уровень – личностно-инструментальный, рассматривается как опыт субъектов отношения в познании. Он обеспечивается формированием у школьников совокупности ценностей, соответствующих ценностям культуры и определяющих их ценностно-смысловое отношение к познанию, а также совокупности рефлексивно-смысловых умений (соотносить цели познания и цели жизнедеятельности; оценивать способы познания с позиций ценностно-смысловых предпочтений; осуществлять выбор целей, задач, средств и способов познания с учётом личностных предпочтений; вступать и поддерживать различные виды диалогов и др.).

Следует отметить, что вышеобозначенные тенденции, характерные для хода интеллектуального развития школьников в обучении, к настоящему моменту мало изменились.

Данные факты красноречиво говорят о том, что планомерное формирование познавательного опыта, обеспечивающего саморегуляцию познавательной деятельности и динамику интеллектуального развития школьников, возможно только в том случае, если оно становится объектом специального педагогического проектирования, прежде всего на уровне содержания образования как основного, так и дополнительного.

В настоящее время существует достаточно большое количество форм дополнительного образования, начиная от ансамбля, театральной студии, реализуемых свою деятельность специализированных центрах дополнительного образования и заканчивая репетиторством, где занятия проходят тет-а-тет с преподавателем. Автор же в свою

очередь рассматривает такую форму дополнительного образования, как математический кружок, организованный в общеобразовательном учебном заведении. Почему? – спросите Вы, все на самом деле просто. На взгляд автора ключевым моментом организации именно математического дополнительного образования заключается в том, что оно должно сопровождать, дополнять, обогащать уроки математики, служить ориентиром для расширения сферы «знание-незнание» и являться стимулом для более продуктивной творческой работы на последующем уроке. Именно такая интеграция основного и дополнительного образования является наиболее продуктивной и создает целостную математическую картину мира.

Данное учебное пособие ориентировано на организацию математического кружка для обучающихся 5-6 классов, поскольку именно эта возрастная категория является наиболее «потерянной», ребята уже закончили изучение основ, необходимых для жизни и дальнейшего обучения, но еще не до конца систематизировали и обобщили изученное. С точки же зрения субъектного опыта, чтобы достичь третьего, наивысшего уровня интеллектуального развития школьника, необходимо как можно раньше начинать его формирование. Таким образом, основываясь на уже имеющейся базе знаний мы, пользуясь средствами дополнительного образования, а также другими подходами к формированию математических заданий переходим к целенаправленному развитию интеллектуального развития школьника, что в конечном итоге поможет нам сформировать необходимые компетенции, которыми должен обладать не только современный выпускник, но и современная, гармонично-развитая личность, способная решать возникающие жизненные задачи и трудности.

Данное пособие имеет тематическую организацию, что позволяет более последовательно и логично выстроить работу математического кружка, более вариативно планировать занятия, учитывая все особенности учебной группы, а также позволяет более глубоко «погрузиться» в изучаемую тему, что дает возможность всесторонне рассмотреть одно и то же математическое явление.

Каждый тематический блок включает в себя методические рекомендации, включающие в себя особенности преподавания данной темы, наиболее часто встречающиеся ошибки, а также то, на что необходимо обратить особое внимание при организации занятия, теоретическую часть, а также примеры практических заданий, представленные в трех видах, соответственно уровням развития субъектного опыта развития познания обучающихся, на которых легко проследить, как можно видоизменить практически любое задание в соответствии с поставленными целями.

Материал представлен таким образом, чтобы даже начинающий педагог или студент, проходящий практику в учебном заведении смог не просто «идти по накатанной», теряясь во всем множестве однотипных заданий, а отдавать себе отчет в том, на что конкретно направлено выполнение того или иного задания, а главное – как его можно интерпретировать для того, чтобы иметь возможность развивать тот или иной уровень субъектного опыта познания обучающихся.

ВВЕДЕНИЕ

Курс математики, изучаемый в период школьного обучения можно условно разделить на три основные содержательные линии: арифметика, алгебра, геометрия.

Арифметика – основа математической науки и основной ее задачей в школьном курсе является формирование понятия числа, его свойств и отношений между числами. Изучаются и систематизируются знания про множества, их взаимосвязь, переход от одного множества к другому. Последовательность изучения числовых множеств обусловлена не только логическими связями, существующими между ними, но и учетом степени сложности соответствующего учебного материала, необходимостью создания условий для проявления самостоятельности обучающихся, их активного участия как в повторении уже известного материала, так и в изучении нового.

Учащиеся приобретают опыт введения новых чисел. Осознавая связи между операциями в расширяемой и в расширенной числовых системах, учащиеся могут принять участие в конструировании алгоритмов выполнения операций, сравнивая их с известными, выделяя общее и различное. Благодаря этому создаются условия для осознанного усвоения нового материала, развития у учащихся умений анализировать, сравнивать, обобщать, устанавливать закономерности.

При этом большое внимание уделяется тому, чтобы обучающиеся осознавали проблемы, возникающие при введении новых чисел, а также теоретические и практические результаты этого шага в познании.

Большое внимание уделяется формированию у учащихся умения планировать свою деятельность: работе с отдельными шагами алгоритмов, анализу частных случаев его применения, способам осуществления контроля за ходом собственной учебной деятельности.

Обучение решению текстовых задач арифметическим способом осуществляется с помощью комплекса учебных заданий. Выполняя эти задания, обучающиеся применяют то или иное математическое действие при анализе конкретных практических ситуаций. При этом предполагается актуализация их учебного опыта, накопленного в начальной школе.

Систематический курс алгебры начинается с 7 класса, однако подготовку к нему целесообразно начинать уже с 5 класса. Постепенно вводится алгебраическая символика. Обучающиеся знакомятся с теми возможностями, которые открываются при использовании букв. Они учатся описывать математическим языком связи между объектами, которые представлены визуально, в форме житейского, физического и числового опыта. Большая роль в этом плане отводится методам обучения решению текстовых задач.

Постепенно ознакомление с буквенными знаками в темах, посвященных изучению числовых множеств, преследует следующую цель: ученик должен оценить роль алгебраического языка как инструмента, позволяющего в компактном виде выражать соотношения между числовыми объектами, получать общие способы решения однотипных задач и находить закономерности.

В 5-6 классе расширяются знания учащихся о числовых множествах – от множества натуральных чисел до множества рациональных чисел. При этом каждый раз требуется понимание необходимости введения новых чисел, умения выполнять действия над ними.

Одним из этапов овладения языком алгебры является изучение уравнений. Это понятие дает возможность ребятам увидеть прикладное назначение алгебры.

С помощью комплекса заданий обучающиеся опознают линейные уравнения, учатся работать с алгоритмом решения, планировать и контролировать свою деятельность при решении уравнений, исследовать уравнения, составлять уравнения с определенными свойствами. При решении задач с помощью линейных уравнений с одной неиз-

вестной важно создавать ситуации, в которых обучающиеся сравнивают метод решения задач с помощью уравнений с арифметическим методом, осознают значимость нового метода, выделяют основные его этапы.

Отдельно отрабатываются следующие умения

- выбирать переменную;
- выбирать основание для составления уравнения;
- отыскивать информацию, необходимую для решения задачи в условиях избыточности или недостаточности данных;
- преобразовывать имеющийся текст и наблюдать за теми изменениями в решении задачи, которые возникают в результате этих преобразований;
- соотносить результаты решения уравнений с реальными условиями задачи, по которым составлены эти уравнения;
- строить различные визуальные представления условий задачи (в виде рисунков, схем, таблиц);
- моделировать одну и ту же ситуацию с помощью различных уравнений (соответственно, внешне различные задачи – с помощью одного и того же уравнения);
- осуществлять классификацию задач по сходству тех математических отношений, которые их характеризуют.

Арифметический и алгебраический методы решения текстовых задач обучающиеся используют при нахождении части от числа, числа по его части, в задачах на проценты.

Геометрический материал необходимо выстроить таким образом, чтобы он мог дополнять и углублять арифметические и алгебраические знания – геометрические понятия служат моделями для изучения действий над числами и практического применения усвоенных знаний.

Актуализируются известные из начальной школы знания обучающихся о плоских и объемных фигурах, понятиях площади и объема. При этом начинают формироваться представления о геометрии

как о методе познания действительности, позволяющем с помощью идеализированных абстрактных объектов описывать и изучать реальные процессы и явления.

Формируются основные практические умения работы с чертежными и измерительными инструментами – линейкой, циркулем, транспортиром.

Дидактической целью многих заданий по геометрическому материалу является развитие у учащихся пространственных представлений, глазомера, комбинаторных навыков, умений мысленно выполнять простейшие геометрические преобразования.

РАЗДЕЛ 1

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Глава 1

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА. ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН

При обсуждении этой темы особый упор делается на повторение того, как производится запись десятичных чисел, происходит расширение системы имеющихся знаний за счет ответов на вопросы, полученных в ходе произведения анализа информации, связанной с позиционными системами счисления: «Как люди научились считать?», «Почему мы считаем именно десятками?», «Какими еще способами мы можем посчитать количество предметов?». Повторение десятичной системы счисления, а также перенос имеющихся знаний на позиционные системы записи чисел с произвольным основанием позволяют сконцентрировать внимание обучающихся на основных принципах записи натуральных чисел, которые лежат в основе арифметических действий над дробями.

Системы счисления с различными основаниями для математики, изучаемой на данном этапе, являются довольно необычным и сложным для восприятия материалом, вследствие чего необходимо объяснение материала сопровождать большим количеством жизненных примеров, а также практическими заданиями, направленными на фактическое проживание образов, связанных с понятием позиционной системы счисления. Одним из таких спектров заданий может служить измерение различных предметов, где обучающимся предлагается измерить один и тот же объект различными способами: с помощью учебника, спичечного коробка, указки, пенала и т.д., таким образом мы говорим, что в одну и ту же длину входит разное количество предметов, в некоторых случаях у нас будут предметы входить целое

количество раз, а иногда будут оставаться кусочки – дроби, и что каждый такой предмет для измерения называется «мерка», а поскольку они все разные, люди договорились об универсальных мерках, после чего перейти к рассмотрению линейку, и отметить, что на ней тоже используется десятичная система счисления ($1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$).

Таким образом десятичная система счисления отождествляется как частный случай позиционной системы счисления с произвольным основанием, что дает возможность говорить о том, что действия, уже знакомые и применяемые в десятичной системе счисления имеют те же принципы, что и при работе с дробями. Тем самым происходит обобщение десятичной системы и образование обобщенного понятия о системах счисления.

Тема 1.1. КАК ЛЮДИ НАЧАЛИ СЧИТАТЬ

Содержание примеров, предлагаемых при изучении этой темы должно быть направлено на осознание учащимися счета как процесса составления натурального ряда чисел.

После того как выявлен принцип построения натурального ряда чисел, необходимо перейти к рассмотрению его свойств (бесконечность и упорядоченность). Так как изучение натуральных чисел строится на основе того опыта, который учащиеся приобрели в начальной школе, то в качестве метода обучения в данном случае предпочтительнее беседа следующего содержания: – Какое натуральное число предшествует 1? – Какое число следует за ...? – Какое число предшествует ...? – Можно ли найти в натуральном ряду наибольшее число? Если да, то какое? Если нет, то почему? – Можно ли найти наименьшее число? Если да, то какое? Если нет, то почему?

Изучение того, откуда появились числа и как люди начали считать, помогает натолкнуть обучающихся на мысль о том, что десятичная система счисления – не единственная существующая, что не всегда счет ведется именно десятками. Важно отметить, что и в настоя-

щее время много где ведется такой счет, например, 1 час = 60 мин, 1 сутки = 24 часа, 1 неделя = 7 дней и т.д. Можно измерить какой-либо объект различными мерками, чтобы опытным путем показать, что одна и та же длина может быть записана совершенно разными числами, при этом, само измерение остается верным.

По итогам изучения данной темы необходимо, чтобы обучающиеся пришли к выводу, что различные предметы удобно пересчитывать группами, в которые они объединяются равным количеством, сами группы по тому же принципу можно объединить в группу более высокого порядка; объединять предметы в группы можно не только десятками, но и любым другим натуральным числом предметов, а следовательно и результат одного и того же измерения можно записать разными способами; цифры, которые мы используем в повседневной жизни – рисунки, условные обозначения, и могут быть совершенно разнообразными и необычными. Имеет место разработать свою систему чисел, как позиционную, так и непозиционную, тем самым обобщить и отрефлексировать знания, полученные на занятии

➤ Практические примеры

Пример 1

Когда-то давно древним людям понадобилось что-то сосчитать, но вот беда, как же это сделать, если ни чисел, ни арифметических законов они не знали? А ещё сложнее потом это объяснить другим соплеменникам!

Думали они думали, по сторонам посмотрели, камушки поперебирали и придумали! Решили они посчитать на пальцах, а что, руки всегда с собой! Да и мы сами часто пользуемся этим способом, когда что-то пытаемся сосчитать на пальцах: один палец - один предмет, пальцев на руках 10, а значит, и считать было решено десятками. Такой способ счета, когда все считают десятками, называется десятичной системой счисления.

А если только одну руку взять? Всего 5 пальцев получается, а если предметов к примеру 7, то как быть? Все просто! Это значит, что одна целая рука, да еще 2 пальца! Такая система счета уже пятеричной называется...

Пример 2

Можно ли представить мир без чисел? Вспомните, что мы с вами делаем изо дня в день: без чисел ни покупки не сделаешь, ни времени не узнаешь, ни номера телефона не наберёшь. А космические корабли, лазеры и все другие достижения! Они были бы попросту невозможны, если бы не наука о числах. Число одно из основных понятий, позволяющее выразить результаты счета или измерения. Люди так часто пользуются числами и счетом, что трудно даже представить себе, что они существовали не всегда, а были изобретены человеком.

Для вас в мире чисел все просто, как «дважды два – четыре». Но прежде чем додуматься до этого, людям пришлось учиться много тысяч лет. История чисел – самая древняя в истории науки. Учиться считать люди начали с древнейших времен, а учителем у них была сама жизнь. Даже в самые далекие времена, когда люди жили в пещерах и одевались в шкуры, они не могли обойтись без счета. Хотя, в первую очередь, их заботило только, как добыть пищу, как укрыться от непогоды. Наблюдая за окружающим миром, люди постепенно изменяли условия жизни. Они научились строить жилища, хранилища для урожая, изготавливать посуду. И при этом они научились различать и сравнивать количество предметов.

Сначала человек научился различать один и много. Например, из стада оленей – одного вожака, на небе – солнце, луну. Для названия этого количества люди также пользовались словом, обозначающим единичный предмет: «луна», «солнце». Пальцы сыграли немаловажную роль в истории счета, особенно когда люди научились обмениваться друг с другом предметами своего труда. Так, например, желая обменять сделанное копье с каменным наконечником на пять

шкурки для одежды, человек клал на землю свою руку и показывал, что против каждого пальца его руки нужно положить шкурку.

Пальцы оказались прекрасной вычислительной машинкой. С их помощью можно было считать до 5, а если взять две руки, то и до 10. А в странах, где люди ходили босиком, по пальцам легко было считать до 20. Тогда этого практически хватало для большинства потребностей людей. Пальцы оказались настолько тесно связанными со счетом, что на древнегреческом языке понятие «считать» выражалось словом «пятерить» – часть кисти руки (слово «пять» сейчас употребляют редко, но производное от него – «запястье» – часто используют и сейчас). А научившись считать до 10, люди сделали следующий шаг вперед и стали считать десятками.

Самое интересное, что пальцевая «азбука» кое-где используется и поныне. Так на многих биржах, где из-за шума трудно расслышать собеседника, многие маклеры показывают друг другу числа на пальцах.

Пример 3

1) Меняется ли значение цифры X в зависимости от места, которое она занимает в записи числа XXII?

2) Меняется ли значение цифры 2 в зависимости от её позиции (места) в записи числа 22?

3) Какие из записей являются позиционными?

4) Сделайте рисунки, если:

а) количество камней, записанное в римской системе счисления, равно IX;

б) количество камней, записанное арабскими цифрами в десятичной системе счисления, равно 19;

в) количество камней, записанное в пятеричной системе счисления, равно 345.

5) Верно ли, что числа, которые используют для пересчёта отдельных предметов, называют натуральными числами?

Как вы думаете, почему некоторые слова в этом задании выделены?

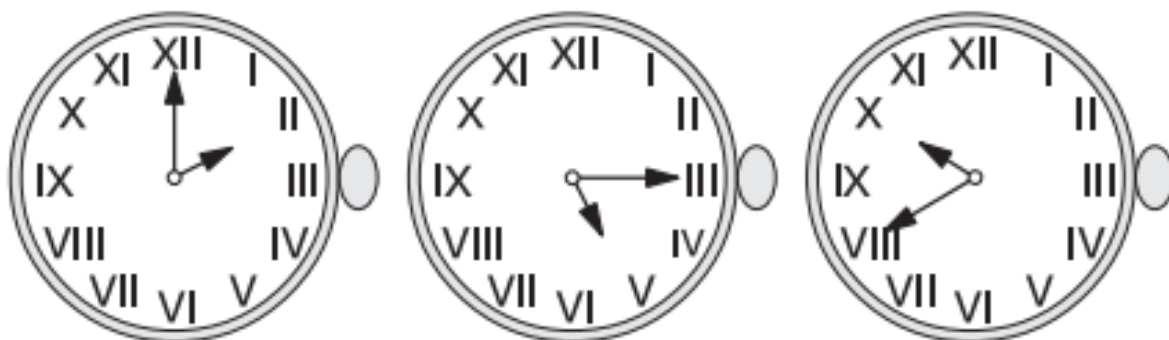
Пример 4

Сколько различных трёхзначных натуральных чисел можно составить из цифр: а) 3, 0, 7; б) 1, 9, 8?

Запишите в каждом случае наименьшее число

Пример 5

Перед вами циферблаты часов.



- 1) Запишите время, которое показывают эти часы.
- 2) Нарисуйте положение стрелок на часах с римскими цифрами, чтобы часы показывали:
а) 2 ч 15 мин; б) 3 ч 30 мин; в) 12 ч

Тема 1.2. ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Основное назначение при изучении темы «Позиционные системы счисления» - познакомить ребят с принципом позиционной записи

чисел, сопроводить его наглядным представлением, выделить основные особенности.

Для наиболее продуктивного изучения данной темы поможет работа с конкретными предметами: счетными палочками, карандашами, камушками и т.д., которые можно будет группировать определенным образом, чтобы получались группы 1, 2, 3 и т.д. порядков.

Особое внимание необходимо обратить на представление чисел, в которых есть группы второго порядка и выше, к примеру, представление числа 29 в пятеричной системе счисления. Одна из наиболее часто встречающихся ошибок состоит в том, что ребята записывают это число, как 54_5 , в то время, когда 5 групп второго порядка в свою очередь также можно объединить в группу по 5 предметов, таким образом, вводится особое значение числа 0 в позиционных системах счисления. Для того, чтобы наиболее действенно избежать этой ошибки необходимо проговаривать с обучающимися пересчет каждого из предметов и объединения этих предметов в группы, расставляя особые акценты на числе 5.

Не менее проблемные ситуации возникают при работе с позиционными системами счисления, основание которых превышает десяток. Факт их существования разрушает некоторые ранее сложившиеся стереотипы. К примеру, нам необходимо в двенадцатеричной системе счисления записать число 11. Целесообразно данное задание давать после того, как представили число 11 в системах счисления с основанием меньше десятка, в таком случае по инерции некоторые обучающиеся сделают следующую запись: « 11_{12} », что требует отдельного обсуждения, поскольку количества предметов не хватает до 12, а следовательно в нашем числе может быть только один единственный разряд, а значит, для записи этого числа мы можем использовать всего лишь одну цифру, которая бы обозначила наше число. В этом случае целесообразно напомнить обучающимся о том, что цифра — условный рисунок обозначение, который может иметь совсем непри-

вычную для нас форму, к примеру, число 10 будет обозначаться цифрой «А», $11 = В$, $12 = С$.

При завершении работы с темой «Позиционные системы счисления» полезно обсудить различные плюсы и минусы, трудности, предпочтения в использовании различных систем счисления: чем меньше основание, тем меньше требуется цифр для его записи, но тем длиннее получается запись самого этого числа, универсальность применения чисел, записанных в разных системах счисления в различных устройствах и сферах деятельности человека и т.д., а также рассмотреть употребление недесятичных позиционных систем счисления в разных странах.

➤ Практические примеры

Пример 1

Ей было тысяча сто лет,
Она в сто первый класс ходила,
В портфеле по сто книг носила –
Все это правда, а не бред.
Когда пыля десятком ног,
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий.
Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И десять загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И десять темно-синих глаз
Рассматривали мир привычно,
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.

Пример 2

В одной стране для записи чисел в позиционной системе счисления придумали только пять цифр, причём необычных:

○ | △ □

Этими цифрами записаны пять чисел:

△ □ |; △ ○ △; △ ○ ○; □ △ ○ ○; □ □ | △ .

Эти же числа (но в другом порядке) в римской системе счисления записываются так: DCVIII; XIX; DL; CDXXV; XL.

а) определите, какое число записывается каждой «необычной» цифрой, и найдите основание системы счисления;

б) запишите «необычными» цифрами числа 361 и 978 в этой системе счисления;

в) запишите в десятичной системе счисления число

△ △ ○ □ △.

Пример 3

Решить задачу: чему равно 84, если $8 \cdot 8 = 54$?

Вопрос показался для учащихся странным, ведь они давно знают, что $8 \cdot 8 = 64$. А по условию $8 \cdot 8 = 54$!? И как связаны числа 54 и 64?

Вопрос не лишен смысла, однако ответить на него мы сможем позже, когда познакомимся с системами счисления.

Пример 4

1) Проанализируйте запись:

$$234_5 = 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 2 \cdot 25 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 1 = 50 + 15 + 4 = 69.$$

Объясните, как удалось перейти от записи числа в недесятичной системе счисления к записи этого же числа в десятичной системе счисления.

2) По аналогии заполните пропуски так, чтобы равенство было верным.

а) $110_3 = 1 \cdot 3^2 + \dots + 0 \cdot 3^0 = 1 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + \dots = \dots;$

б) $2321_4 = 2 \cdot 4^3 + 3 \cdot \dots + \dots \cdot 4 + \dots = 2 \cdot 64 + \dots + 8 + 1 = \dots;$

в) $\dots_6 = \dots \cdot 6^3 + 5 \cdot \dots + 0 \cdot 6^1 + 3 = 2 \cdot \dots + 5 \cdot 36 + 0 \cdot 6 + 3.$

Пример 5

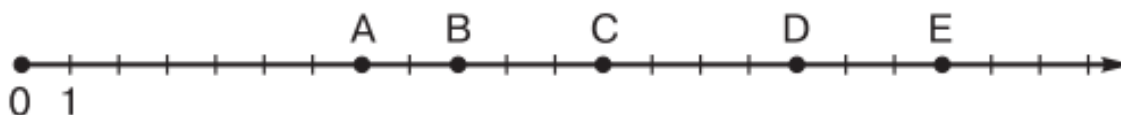
1) Отметьте на числовом луче точки, соответствующие числам: 10_5 ; 13_5 ; 10_{10} ; 23_5 ; 32_5 ; 11_5 ; 13_{10} ; 17_{10} . Сколько различных точек получилось?

2) Запишите координаты точек A, B, C, D, E:

а) в десятичной системе счисления;

б) в пятеричной системе счисления;

в) в троичной системе счисления.



Пример 6

Число 30015 можно прочитать так: три единицы четвёртого разряда и единица первого разряда в пятеричной системе счисления, а можно прочитать и так: три — нуль — нуль — один в пятеричной системе счисления.

1) Прочитайте числа 101_7 ; 101_2 ; 62_8 ; 1024_5 двумя способами.

2) Запишите цифрами число:

- а) три — один — нуль в пятеричной системе счисления;
- б) два — семь — восемь в девятеричной системе счисления;
- в) три единицы пятого разряда, две единицы третьего разряда, восемь единиц второго разряда в десятичной системе счисления.

Тема 1.3. ЗАПИСЬ И НАЗВАНИЕ ЧИСЕЛ В ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

При изучении указанной темы обобщаются свойства десятичной системы счисления, основываясь на общих принципах, выведенных ранее для позиционных систем счисления в целом, вводится понятие натурального числа. Особое внимание стоит уделить таким понятиям, как «значащий\ незначащий нуль», «натуральное число», а также акцентировать внимание на работе с таблицей разрядов. Стоит на конкретных примерах повторить чтение больших чисел, при этом используя различные способы чтения чисел.

Целесообразно для обобщения разговора про десятичную запись чисел использовать мини исследование или проект, направленный на расширение и обогащение освоенных понятий, к примеру посвященный тому, как считали люди на Руси или счету в древние времена, сравнить, как считают люди в разных странах или пофантазировать, какова бы была природа чисел, если бы мир пошел по другому витку эволюции, у микробов или у рыб.

Практические примеры

Пример 1

<u>Марш</u>	<u>Частушки</u>
18 17 ! 18 16 !	117 117
115 13 3006 !	19 9 5!
90 17 ! 90 16 !	117 117
240 110 ! 526 !	48 35!

Считалка

2 12 46,
48 3 06.
33 1 102,
8 30 32.

Бодрые

2 15 42
42 15
37 6 8 5
20 20 20

Грустные

511 16
5 20 337
712 19
2000047

- Какое число было труднее всего прочитать? (2000047)
- Почему? (оно большое, длинное)
- Как математики называют положение цифры в числе? (разряд числа)
- Значит, сегодня мы должны повторить с вами разряды и классы чисел.
- А из скольких цифр можно составить числа? (из 10)
- Поскольку любое число можно записать, используя 10 цифр, то такая запись числа называется десятичная.

Пример 2

Запишите число, если о нем известно, что:

- а) оно трехзначное;
- б) в разряде единиц - наименьшее натуральное число;
- в) число сотен равно наибольшему однозначному числу;
- г) оно не делится на 3;
- д) сумма его цифр есть наименьшее двузначное число;
- е) если к этому числу прибавить наибольшее двузначное число, то получим наименьшее четырехзначное число;

ж) если к числу прибавить это же число, прочитанное справа налево, то сумма будет делиться на 10.

Укажите номера свойств числа, которые оказались лишними для нахождения числа.

Укажите номера свойств числа, без которых нельзя обойтись?

Пример 3

Уже 1600 лет назад десятичные дроби использовались в Древнем Китае. Основной мерой длины там была мера чи.

Другие, более мелкие мерки строились таким образом, чтобы каждая последующая равнялась одной десятой части предыдущей.

В этой системе значение цифры зависело от её места, то есть система являлась позиционной. Каждый разряд имел определённое название, связанное с мерой длины.

Например, число 2,437856 представлялось так:

2 чи, 4 цуня, 3 доли, 7 порядковых, 8 шерстинок, 5 тончайших, 6 паутинок.

1) Запишите, используя таблицу, следующие числа арабскими цифрами:

а) 3 чи, 1 цунь, 5 долей, 6 порядковых, 7 шерстинок, 1 тончайшая, 2 паутинки;

б) 7 чи, 3 цуня, 7 порядковых, 3 тончайших, 4 паутинки.

2) Перепишите дроби, используя названия разрядов, принятые в Древнем Китае: 4,15438; 0,43915; 2,43005; 0,00503.

Единица	Десятая	Сотая	Тысячная	Десяти-тысячная	Соты-сячная	Миллион-ная
Чи	Цунь	Доля	Поряд-ковая	Шерстин-ка	Тончай-шая	Паутин-ка

Тема 1.4. ПРЯМАЯ. ОТРЕЗОК. ЛУЧ

Такие понятия, как прямая, отрезок и луч уже известны обучающимся основной школы, несмотря на это необходимо активизировать навыки их изображения и обозначения, это позволяет формировать у обучающихся представления о геометрической фигуре. Особую сложность в изучении представляет абстрактность и идеальность выше обозначенных фигур, ребятам тяжело понять, как это у прямой нет толщины или луч никогда не заканчивается. Обучающиеся должны понять, что, ставя на листке точку карандашом, мы представляем, что у нее нет размера, несмотря на то, что ее видно.

Практические примеры

Пример 1

-В руках у меня 2 катушки тесьмы. Мы раздвигаем их в разные стороны.

-Что заметили? (Это прямая линия, только в воздухе)

-Можно ли её продолжить в обоих направлениях?

-А эту прямую можно изобразить на доске?

(Чертим на доске, а дети в тетради).

Пример 2

Без начала и без края линия прямая,

Хоть 100 лет по ней идти,

Не найдёшь конца пути.

Вывод: У прямой линии нет ни начала, ни конца.

Мы можем изобразить только маленькую часть прямой линии. Её можно продолжить.

-Наша Весёлая Точка поможет нам ещё поработать с прямой линией.

- Поставьте точку, проведите через неё прямую линию.
- Можно ещё провести линию через эту точку?
- Сколько прямых линий можно провести через одну точку?
- Поставьте 2 точки. Через эти точки проведите прямую линию.

Можно ли ещё провести?

Вывод: Через одну точку можно провести сколько угодно линий, а через 2 точки – только одну.

-Теперь нашу прямую линию я разрежу. (К месту разреза прикреплю Солнышко).

-Что получилось?

-На что похоже? (Луч солнца)

Пример 3

О новой фигуре разносится весть

Конца пусть в ней нет,

Начало-то есть!

И солнце, тихонько взойдя из-за туч,

Сказало: «Друзья, назовём его луч!»

-Можно ли продолжить луч со стороны разреза? (Нет, мешает круг и нечего продолжать)

-А с другой стороны? (Можно продолжить до бесконечности)

СРАВНИТЕ: Луч и прямую линию. (Прямую линию можно продолжить в обе стороны, а луч только в одну. Луч имеет начало)

-Начертите луч на доске и в тетради.

-Луч обозначается двумя прописными буквами. На первом месте всегда указывается начало луча.

-Поставьте точку, проведите луч, а ещё можно провести из этой точки, ещё...

-Какие лучи бывают? (Солнечные лучи, лампа, фонарик и т.д.)

Вывод: Луч – это прямая линия, ограниченная с одной стороны. Из одной точки можно провести бесконечное множество лучей.

-У луча я отрезаю ту часть, которую можно продолжить...и прикреплю ещё одну точку.

-Что получилось? (Отрезок)

-Линия, ограниченная с двух сторон.

СРАВНИТЕ: Луч и отрезок.

-У луча есть только начало, а отрезок имеет и начало и конец.

-Можно отрезок изобразить на доске и в тетради?

Точки две поставь в тетради,

Чтоб потом нарисовать между ними

Под линеечку – прямую,

И окажется, мой друг,

Что отрезок вышел вдруг,

Только точкам имена дать ты

Не забудь!

-Отрезок обозначается двумя буквами, но порядок при чтении и записи не имеет значения.

Вывод: Отрезок – это прямая, ограниченная с двух сторон.

-Что нового узнали об этих фигурах?

Вывод: Луч, прямая и отрезок – это геометрические фигуры.

Тема 1.5. ЧИСЛОВОЙ ЛУЧ. СРАВНЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

На основе предыдущих тем вводится понятие числового луча, где на соответствующую геометрическую фигуру накладывается точка отсчета, т.е. 0 и множество натуральных чисел, при этом необходимо вывести правила, по которым сравниваются натуральные числа не только поразрядно (что уже известно из курса начальной школы), но и с помощью числового луча. Целесообразно провести аналогию с бусинками, которые надевают на нитку, и отметить основные особен-

ности формирования «бус», перенося на них образ числового луча. Важно проработать эти задания с «бусами», у которых цена деления не равна единице, а, например, равна 5, 10, 100 и т.д.

Отдельного внимания заслуживает соотнесение расстояния между двумя точками на числовом луче и разностью координат точек, а также пропедевтикой комбинаторных умений.

В совокупности формируется динамическая схема понятия «числовой луч».

➤ Практические примеры

Пример 1

... Числа можно сравнивать при помощи натурального ряда. Что называют натуральным рядом? (Натуральные числа 1, 2, 3, 4, ..., записанные в порядке возрастания и без пропусков, образуют натуральный ряд, или ряд натуральных чисел).

Определение. Из двух натуральных чисел больше то, которое в ряду натуральных чисел стоит правее (дальше от начала).

Сравнить числа:

1) 8 и 5,

$8 > 5$, т.к. в ряду натуральных чисел 1, 2, 3, 4, ... 8 правее 5

2) 3 и 1;

$3 > 1$, т.к. в ряду натуральных чисел 1, 2, 3, 4, ... 3 правее 1.

Натуральные числа можно сравнивать по их десятичной записи.

1) Из двух натуральных чисел больше то, у которого разрядов больше.

Сравнить числа: 1001 и 999,

$1001 > 999$, т.к. число 1001 содержит разрядов больше, чем число 999.

2) Из двух натуральных чисел с одинаковым числом разрядов больше то, у которого больше первая (слева направо) из неодинаковых цифр.

Сравнить числа: 2821 и 2819,

$2821 > 2819$ потому, что у них одинаковое число разрядов, цифры четвёртых и третьих разрядов одинаковые, а цифры второго разряда у них разные: у первого числа больше, чем у второго.

3) Два натуральных числа равны, если у них одинаковое число разрядов и цифры одинаковых разрядов равны.

Пример 4. Сравнить числа: 37 934 567 373 и 37 934 567 373

$37\ 934\ 567\ 373 = 37\ 934\ 567\ 373$, т.к. у них одинаковое число разрядов и цифры одинаковых разрядов равны

Числа иногда удобно обозначать буквами латинского алфавита (см. форзац).

Если число a больше числа b , то пишут $a > b$ и говорят: « a больше b », или пишут $b < a$ и говорят: « b меньше a ».

Если a, b, c — натуральные числа и число b в ряду натуральных чисел находится правее числа a , а число c находится правее числа b , то из этого следует, что число c находится правее числа a , т. е.

из $a < b$ и $b < c$ следует, что $a < c$.

В таких случаях пишут $a < b < c$ (двойное неравенство) и говорят: « b больше a , но меньше c ».

Если числа a и b равны, то пишут $a = b$.

Вообще, равенство $a = b$ означает, что a и b одно и то же число.

Каждое натуральное число a больше нуля; это записывают так: $a > 0$.

Определение. Число, большее нуля, называют положительным.

Поэтому натуральные числа называют ещё целыми положительными числами. Число нуль также целое, но не положительное.

Натуральные числа и число нуль называют ещё целыми неотрицательными числами, так как, кроме неотрицательных чисел, есть ещё и отрицательные числа. Они будут изучаться в дальнейшем.

Если к ряду натуральных чисел приписать слева число 0, то получится ряд неотрицательных целых чисел: 0, 1, 2, 3, 4,

Пример 2

Один ослик вез 10кг сахару, а другой ослик - 10кг поп-корна. У кого поклажа была тяжелее? (одинаковая)

Пример 3

В первом ряду ребята поставили 6 солдатиков на расстоянии 5см один от другого, а во втором ряду - восемь солдатиков на расстоянии 3см один от другого. Какой ряд длиннее? (первый)

Пример 4

Дед, бабка, внучка, Жучка, кошка, мышка тянули-тянули, и, наконец, вытянули репку. Сколько пар глаз увидели эту репку? (6 пар глаз)

Пример 5

Среди трех футбольных мячей красный мяч тяжелее коричневого, а коричневый тяжелее зеленого. Какой мяч тяжелее: зеленый или красный? (красный)

Работа проверяется устно. Корректируется учителем.

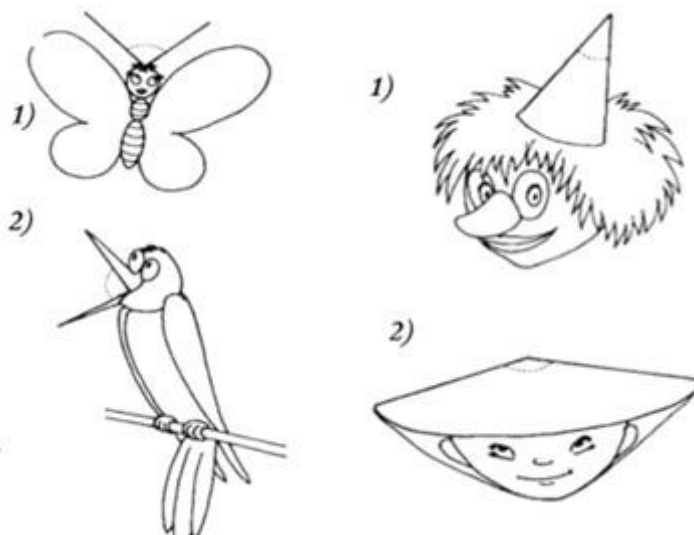
Тема 1.6. ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИНЫ ОТРЕЗКА. УГОЛ. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

В данном геометрическом блоке более строго вводятся понятия длины отрезка, угла, градусной меры угла, а также активизируются знания о десятичной основе систем измерения, что пригодится при последующем изучении десятичных дробей.

Практические примеры

Пример 1

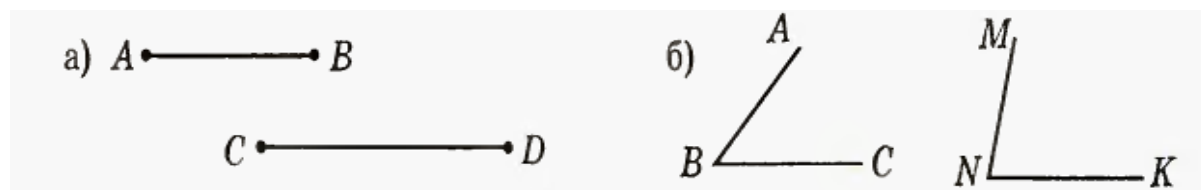
Найдите углы, обозначьте их градусную меру



Пример 2

Сравните два задания:

- 1) Определите, какой из двух отрезков больше и на сколько.
- 2) Определите, какой из двух углов на рисунке больше и на сколько.



Сможете ли вы выполнить оба задания полностью? Каких знаний и умений вам не хватает, чтобы выполнить второе задание?

Пример 3

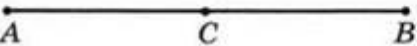
Физкультминутка

Вы уже немного устали и я предлагаю вам сделать зарядку.

Я называю градусную меру угла, а вам необходимо установить вид угла и изобразить его руками:

90° , 180° , 10° , 97° , 125° , 0° .

Пример 4

Даны отрезки	Записать формулу наибольшего отрезка	Измерить при помощи циркуля и линейки (два отрезка) Вычислить указанный
а) 	AB=_____	DB=? _____ DB=_____
б) 	MK=_____	NK=? _____ BC=? _____
в) 	BA=_____	BC=_____
г) 	AB=_____	MK=? _____ MK=_____

Пример 5

- Ребята, посмотрите фрагмент из мультфильма Григория Остера "38 попугаев" (просмотр мультфильма)

Учитель: Кто главные герои, показанного фрагмента? (попугай, удав, слон, мартышка)

- В чем суть проблемы? (удав захотел себя измерить, но не знал как)

- Кто же помог разрешить данную ситуацию? (попугай)

- Каким способом? (мерил шагами)

- Какая получилась длина удава? (38 попугаев)
- Кто еще мерил удава? (мартышка, слон)
- Какова же получилась длина удава в мартышках? (5 мартышек)
- В "слоненках"? (2 слоненка)
- Отчего удав был счастлив? (его измерили)
- Итак, какую проблему решал удав? (хотел измерить себя)
- Какие способы измерения? (шаги, колесо, намотался вокруг)
- Итак, сформулируйте тему? (Длина и способы ее измерения)
- Открываем тетради и записываем тему урока: "Единицы измерения длины".

Пример 6

Учитель: Ребята, отложите ручки, разделитесь на пары, покажите на соседе старинную меру длины локоть? (от среднего пальца до локтевого сустава)

- А теперь ребята попробуйте измерить длину вашей парты в локтях?
- Сколько получилось? (разные ответы)
- Странно, предмет один, почему получились разные результаты, может вы неправильно мерили?
- Ситуация похожа на ситуацию в мультике? (Нет, так там разные меры, а здесь одна мера длины)
- Можно ли поставить знак равенства? (нет)
- А почему, величины же одинаковые? (длина локтей разная)
- Чтобы избежать путаницы в измерении предметов, ученые разрешили эту ситуацию.
- Что они сделали вы узнаете, прочитав текст, который лежит у вас на парте?

Задания	Текст
Используя прочитанный текст, найдите неверные высказывания: 1. метр - наиболее распространённая единица измерения длины на данный момент в мире; 2. вплоть до конца XVIII в. в Европе был единый стандарт измерения длины, веса и вообще каких-то единых систем измерения; 3. метр рассчитывали исходя из длины меридиана земли; 4. в XX веке единица измерения метр осталась прежней.	Как все мы с вами знаем, метр - это система измерения длины, наиболее распространённая на данный момент в мире. Но само собой, метр и производные от него километры и сантиметры появились не сразу. Мы настолько привыкли к этим единицам измерения, что совсем забыли о других и даже не знаем, откуда метр взялся и на чем он базируется. Вплоть до конца XVIII века в Европе не было единого стандарта измерения длины, веса и вообще каких-то единых систем измерения. В разных странах и даже районах были свои системы, которые отличались, и необходимость единого стандарта назревала давно. Таким стандартом и стал метр. Он был принят во Франции в 1795 году и практически был приблизительно равен тому метру, который мы используем сейчас. Тогда метр рассчитывали исходя из длины меридиана земли. В итоге начиная с 1795 года метр стал единой системой измерения во Франции, а в течении XIX века по всей Европе. В XX веке единица измерения метр была пересмотрена. Наука продвинулась далеко вперёд, и к 70-м гг XX в., за эталон метра было решено взять расстояние, которое проходит свет со скоростью света в вакууме. Вот так возник и появился метр.

- Какие варианты неправильных ответов вы нашли? (2, 4)
- Почему?

Глава 2. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Основная цель изучения десятичных дробей в 5 классе – сформировать умение читать, записывать, сравнивать и округлять десятичные дроби производить четыре арифметических действия над ними. Требования к знаниям и умениям:

- понимать смысл десятичной дроби, как форму записи числа, иметь четкое представление о разряде, десятичные знаки, знать правила сравнения, округления и производить четыре арифметических действия;
- уметь читать, записывать, сравнивать, округлять десятичные дроби;
- уметь применять свои знания на практике и в жизни;
- выполнять сложение, вычитание, умножение, деление десятичных дробей;
- округлять десятичные дроби до заданного разряда.

В обучающей и методической литературе известны два подхода к объяснению и введению понятия десятичная дробь. В традиционном курсе арифметики десятичная дробь объясняется как отдельный случай дроби, а вся теория десятичных дробей сводится к теории обычных дробей. Другой подход при введении десятичных дробей опирается на позиционный принцип десятичной нумерации и идею расширения вправо от единицы основного свойства разрядных единиц десятичной системы счисления.

Второй подход перед введением десятичной дроби предусматривает повторение десятичной системы счисления и системы мер. При этом надо акцентировать внимание на основные свойства разрядных единиц десятичной системы счисления в форме приведения к высшему разряду, и обратить внимание на аналогичное соотношение между единицами системы мер.

Тема 2.1 ДРОБНЫЕ ЧИСЛА

При изучении темы «дробные числа» необходимо вспомнить с обучающимися то, что им уже известно из начальной школы, а именно понятия, связанные с обыкновенными дробями.

Всякое понятие, в том числе математическое, является абстракцией от множества конкретных объектов, которые описываются им. В понятии отражаются устойчивые свойства изучаемых объектов, явлений. Эти свойства повторяются у всех объектов, которые объединяются понятием. Но каждый реальный объект имеет некоторые другие свойства, присущие только ему. Различие в несущественных свойствах только оттеняет, подчеркивает существенные.

Дробь является, по существу, первой глубокой математической абстракцией, которая встречается при изучении данной предметной области. Пренебрежение содержательной стороной изучаемых понятий, быстрый переход к формальному оперированию дробями без достаточно надежной опоры на наглядность приводят к тому, что слабые, а то и средние ученики не понимают изучаемого материала.

Порой за обозначением $\frac{3}{5}$ ученик не видит никакого образа. Для такого ученика и операции над дробями превращаются в серию непонятных процедур, последовательность которых ему приходится просто запоминать. Формированию верного представления о понятии «дробь» и умению пользоваться им способствуют практические работы с материализованными объектами. Ниже приведены некоторые из материалов, по которым целесообразно проводить такую работу. Осваивая понятие «дробное число», ученик должен поупражняться в подсчете числа равных долей, на которые разделено целое, и числа взятых долей. Дроби есть числа, поэтому уже на первом этапе нужно дать ученику возможность сравнивать, пользуясь только наглядностью, полученные дроби с целыми числами, например с 1, и дробь с дробью.

Особое внимание стоит уделить на то, что натуральное и смешанное число также можно записать в виде обыкновенной дроби, при чем ключевая особенность состоит в том, что одному и тому же числу может соответствовать целое множество дробей.

➤ Практические примеры

Пример 1

- Света пришла после школы домой. На столе лежала записка, написанная мамой. В ней был написан список продуктов, которые надо было купить в магазине:

- 1 пакет молока;
- десяток яиц;
- 1 булку белого хлеба;
- половинку черного хлеба;
- четвертинку палки вареной колбасы.

- Света задумалась: «А четвертинка палки колбасы – это сколько? А половинка хлеба – это сколько?» Так задумавшись она шла по двору. Тут встретила подругу Наташу, которая, думала Света, знает про все на свете.

- Наташа, привет! Вот скажи – ты знаешь, что такое половинка хлеба и четвертинка палки вареной колбасы? – спросила Света.

- Нет, пока не знаю, но ты меня заинтересовала. Пойдем вместе к моему знакомому роботу Электронику и все узнаем. Он точно сможет нам помочь. – ответила Наташа.

И они отправились к роботу Электронику. Он жил на соседней улице. Он был на улице, гулял со своей собакой Ресси. Девочки подошли к нему.

...

- Когда один предмет делят на несколько одинаковых частей, получают дробные числа. А вот половинка хлеба и четвертинка палки колбасы – примеры дробных чисел. Именно такие примеры. Так половинка хлеба обозначает, что хлеб разделили на 2 равные части и взяли одну часть. А четвертинка палки колбасы обозначает, что палку колбасы разделили на 4 равные части и взяли одну часть.

- Света спросила: «Электроник, а как записывать такое числа? Ведь если я возьму 3 шоколадки, то я могу записать это цифрой. А как быть здесь?»

- Электроник сказал: «Они записываются так:

$\frac{1}{2}$ – хлеба; $\frac{1}{4}$ – палки колбасы

Читают так:

- Одна вторая хлеба.

- Одна четвертая палки колбасы.

Именно такие записи и называют обыкновенными дробями.

У каждой составляющей этой записи есть свое название.

Число, которое записано сверху – называется числителем дроби.

Линия, которая разделяет числа – называется чертой дроби.

Число, которое записано под чертой – называется знаменателем дроби.

Пример 2

Вдоль ребра куба укладывается ровно 10 клеток.

1) Сколько маленьких кубиков (с ребром в одну клетку) поместится в этот куб?

2) Какую часть от всего куба составляет:

а) один маленький кубик;

б) три маленьких кубика?

3) Сколько маленьких кубиков составляют:

а) 0,001 часть куба;

б) 0,01 часть куба;

в) 0,1 часть куба;

г) 1 целую часть куба?

4) Закрасьте:

а) 0,1 часть куба;

б) 0,02 части куба;

в) 0,003 части куба;

г) 0,013 части куба.

5) Верно ли, что 0,02 куба меньше 0,013 куба? Верно ли, что 0,1 куба больше 0,01 куба в 10 раз? Какая часть куба в 100 раз меньше 0,1 куба?

Пример 3

Запишите цифрами числа: одна тысяча десять; сто один; десять тысяч пятьдесят три; тридцать тысяч двадцать; четыреста тысяч один; один миллион сорок три тысячи пятьсот; двадцать три миллиона четыреста тысяч десять; две целых одна сотая; триста одна целая двадцать три десятитысячных; четыре тысячи одна целая и одна десятая; пять тысяч триста две целых сто три тысячных.

Пример 4

Закончите предложения: в числе 63,70956

- а) 6 единиц в разряде десятков, 3 единицы в разряде единиц, 7 единиц в разряде десятых, . . . ;
- б) 6 десятков, 3 единицы, 7 десятых . . .
- в) 63 единицы, 70 сотых, . . .

Тема 2.2. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Введение понятия десятичная дробь может быть выполнено следующим образом: неизвестная нам до этого времени форма записи чисел, например: 98,7; 103,5; 5,29, получила название «десятичная дробь». Известно, что единица каждого разряда в натуральном числе, кроме разряда единиц, состоит из десяти единиц разряда, которые находятся справа. Другими словами, единица каждого такого разряда в десять раз больше, чем единица разряда, которая стоит справа, и в десять раз меньше, чем единица, стоящая слева, т.е. составляет его 10-тую часть.

С помощью десятичных дробей можно записывать дробные числа. В этом случае слева от запятой стоят цифры целой части числа, справа – дробной части. Цифры дробной части называются десятичными знаками. Число 1,695 состоит из трёх десятичных знаков: 6, 9 и 5.

Чтоб прочитать десятичную дробь, надо:

- прочитать целую часть дроби как натуральное число и сказать слово «целых»;

- прочитать, дробную часть как натуральное число не обращая внимания на нули в начале дробной части, сказать название последнего разряда дробной части.

Чтобы десятичную дробь записать в виде обыкновенной дроби, нужно:

1) то, что стоит до запятой, записать целой частью числа;

2) то, что стоит после запятой, записать в числитель дробной части, а в знаменатель записать столько нулей, сколько цифр после запятой.

Десятичную дробь и читают так же, как обыкновенную. Например, 7,63 – семь целых шестьдесят три сотых; 0,107 – нуль целых сто семь тысячных; 3,005 – три целых пять тысячных.

При изучении темы «десятичные дроби» основное внимание направлено на особенности записи новых чисел, усвоении новых понятий и терминов, таких как целая часть, дробная часть, разряд десятых, сотых, тысячных и т.д. При знакомстве с названиями разрядов дробной части целесообразно провести аналогию с разрядами целой части числа, обратить внимание на некую симметричность названия разрядов, это удобнее делать с помощью таблицы.

При введении новых разрядов – сотых и тысячных можно провести ассоциацию с соотношением между единицами измерения длины: 1м, 1дм, 1см, 1мм, с помощью наводящих вопросов: «Сколько сантиметров в метре? А наоборот: метров в сантиметре?» и т.д.

Чтение десятичных дробей – не менее важное умение, приобретаемое при изучении данной темы, также как и понятие значащего/незначащего нуля, важно сравнить расположение незначащих нулей в целой и дробной частях десятичной дроби.

➤ Практические примеры

Пример 1

Рассказ «Необходимость в дробных числах».

Необходимость в дробных числах возникла у человека в результате практической деятельности (при разделе добычи, при делении целого на части, при измерении величин и в других случаях). Дошедшие до нас математические тексты из Вавилона и Египта были написаны примерно 2000 лет до нашей эры. Развитие ремесел, торговли, техники требовало все более громоздких вычислений. Независимо друг от друга обыкновенные дроби со знаменателем 10, 100, 1000 и т. д. записали в строчку числами в десятичной позиционной системе счисления самаркандский математик аль – Каши и нидерландский ученый Симон Стевин и называли их десятичными дробями.

Широкое применение десятичные дроби получили в 16 веке после введения метрической системы мер и весов.

В России учение о десятичных дробях изложил в 1703 году в учебнике «Арифметика, сиречь наука числительная» Леонтий Филиппович Магницкий (1669 – 1739).

В настоящее время без десятичных дробей не может существовать ни одна современная техника, ни наука.

В моем рассказе прозвучало название числа, вам, возможно уже известного, о котором будем сегодня говорить. Что это за числа? Давайте сформулируем тему нашего урока. (Десятичные дроби).

Пример 2

Текст у каждого на столе. Выясните, в каком столбике верно записано число. Заштрихуйте карандашом клетку с буквой, соответствующей верной записи числа:

1) пять целых две десятых:

5,02	5,2	5,002
т	р	п

2) нуль целых восемь тысячных:

0,008	0,08	0,8
о	е	у

3) три целых двадцать пять тысячных:

3,25	30,25	3,025
д	в	т

4) шестнадцать целых пять сотых:

16,005	16,5	16,05
а	е	о

5) восемнадцать целых восемь сотых:

18,8	18,08	18,008
ш	к	в

6) пять целых пятнадцать десятитысячных:

5,0015	5,015	5,15
а	у	и

7) тридцать четыре целых сто пять тысячных:

34,0105	34,105	34,15
в	с	м

Полученное слово «Ротокус» означает название самого короткого в мире алфавита. В нем насчитывается всего 11 букв, и он используется жителями Папуа – Новой Гвинеи.

Сколько букв содержит русский алфавит?

Ответ: 33.

Буквы какого алфавита используют для обозначения точек, отрезков, прямых?

Ответ: латинского.

Пример 3

Выразите:

а) в метрах: 2 дм; 9 дм 3 см; 1 мм; 5 мм; 25 см; 3 м 4 дм; 0 м 4 дм; 0 м 5 дм; 1 м 5 дм 4 см; 14 м 5 дм 6 см; 14 м 3 см; 0,5 мм;

б) в килограммах: 357 г; 20,5 г; 5,1 т; 12,55 ц;

в) в кубических метрах: 4500 куб. см; 12 куб. дм; 6,7 куб. дм; 123,7 куб. дм;

г) в квадратных метрах: 90 а; 30 кв. см; 5,2 га; 20,7 кв. дм;

д) в рублях: 85 к.; 1 р. 40 к.; 3 червонца.

Пример 4

Определите «на глазок» (не измеряя):

- а) размеры окна;
- б) площадь стола, стенки;
- в) объём комнаты.

Проведите измерения и укажите размеры тех же предметов в метрах; квадратных метрах; квадратных дециметрах; кубических дециметрах.

Тема 2.3. СРАВНЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Чтобы сразу вникнуть в процесс сравнения десятичных дробей обучающимся можно предложить принцип поразрядного сравнения натуральных чисел и перенести его в новые условия, тем самым перейти на новый уровень обобщения изучаемого материала.

При рассмотрении данной темы необходимо обратить внимание на три способа сравнения десятичных дробей:

- 1) использование координатного луча при сравнении десятичных дробей позволяет сделать этот процесс более доступным, наглядным и интересным для учащихся;
- 2) поразрядное сравнение чисел основано на ранее изученном материале, в самом начале удобно пользоваться таблицей разрядов;
- 3) уравнивание знаков после запятой используя незначащие нули.

Отрабатывать полученные алгоритмы желательно с дробями, у которых большое количество знаков после запятой, а также добавить примеры, у которых отличается только целая часть

Наиболее распространенная ошибка, допускаемая учащимися при сравнении десятичных дробей, заключается в том, что они часто считают большей ту дробь, в письменном обозначении которой больше цифр. Например, сравнивая дроби 0,23576 и 0,315, учащиеся сделали бы ошибку, сказав, что первая дробь больше второй, так как $23576 > 315$. Преодолеть эту ошибку помогают: упражнения на придумывание дробей, то есть на дописывание недостающих цифр в следующих записях:

$$3,4\square\square\square < 3,4762; 3,03\square > 3,03\square \text{ и т.п.}$$

➤ Практические примеры

Пример 1

«Какие из следующих утверждений являются верными?

Из двух натуральных чисел больше то, у которого больше цифр в записи числа.

Из двух натуральных трёхзначных чисел с разным числом сотен больше то, у которого больше количество единиц в разряде сотен.

Из двух десятичных дробей больше та, в записи которой больше та, в записи которой больше цифр.

Из двух десятичных дробей больше та, у которой больше натуральное число, записанное в целой части.

Из двух десятичных дробей больше та, у которой больше дробная часть.

Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше дробная часть.

Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше число в разряде десятых.

Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше знаков после запятой.

Для неверных, с вашей точки зрения, утверждений приведите опровергающий пример.

Сформулируйте правило сравнения десятичных дробей»

Пример 2

Саша — 1,5 м; Вася — 0,99 м; Коля — 1,05 м; Миша — 1 м; Игорь — 1,2 м. Запишите имена мальчиков по порядку, в соответствии с их ростом. Верно ли, что Коля выше Миши, но ниже Саши? Отметьте рост мальчиков на координатной прямой.

Пример 3

Отметьте на числовом луче следующие точки: $A(3)$; $B(15,6)$; $C(3,7)$; $D(3,0)$; $E(3,70)$.

- 1) Какие точки совпадают?
- 2) Какая из этих точек расположена правее всех остальных?
- 3) Какому из чисел, имеющих одинаковые целые части, соответствует точка, расположенная правее?

Пример 4

Сколько различных десятичных дробей с одним знаком после запятой, в записи которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 1; 9; 8? Запишите наименьшую такую дробь.

Пример 5

Какие из следующих утверждений являются верными?

- 1) Из двух натуральных чисел больше то, у которого больше цифр в записи числа.
- 2) Из двух натуральных трёхзначных чисел с разным числом сотен больше то, у которого больше количество единиц в разряде сотен.
- 3) Из двух десятичных дробей больше та, в записи которой больше цифр.
- 4) Из двух десятичных дробей больше та, у которой больше натуральное число, записанное в целой части.
- 5) Из двух десятичных дробей больше та, у которой больше дробная часть.
- 6) Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше дробная часть.
- 7) Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше число в разряде десятых.
- 8) Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше знаков после запятой.

Для неверных, с вашей точки зрения, утверждений приведите опровергающий пример.

Пример 6

Запишите три десятичные дроби, расположенные между десятичными дробями 7,2 и 7,3 и содержащие:

- а) два десятичных знака;
- б) больше двух десятичных знаков.

Тема 2.4. ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЕЛ

Основное назначение темы «Округление чисел» - сформулировать умения округлять натуральные числа и десятичные дроби до любого указанного разряда, создав соответствующее образное сопровождение. До получения алгоритма округление производится с опорой на зрительный образ — числовой луч, все дроби можно изображать на одном числовом луче. После этого задания полезно выполнить следующее упражнение (уже без использования числового луча):

«Определите, между какими двумя соседними целыми числами и к какому из них ближе находится число: 0,7; 1,9; 19,8; 5199,6». Аналогично можно выполнить следующее:

«Определите, между какими двумя соседними числами с одним знаком после запятой и к какому из них ближе находится число: 0,78; 1,91; 19,85; 5199,9».

Затем полезно так же подробно поработать с округлением чисел до десятков на примерах: 17; 25; 199; 1999. Обращаем внимание учащихся на то, что в этом случае цифра единиц заменяется нулем. После введения правила округления его следует отрабатывать сначала на числах, в которых присутствует только один разряд после того разряда, до которого производится округление. Например $13,7 \approx 14$ (до единиц); $1236 \approx 1240$ (до десятков); $23400 \approx 23000$ (до сотен); $23,48 \approx 23,5$ (до десятых). Затем можно переходить к применению правила для округления произвольно выбранных чисел.

Необходимо обратить особое внимание на следующие моменты:

- рекомендуемая форма записи при округлении чисел:

$$23,4832 \approx 23,5000 = 23,5;$$

- существует опасность смешения названий разрядов (например, «до десят^{IX}» и до «десят^{КОВ}»), что требует четкого выговаривания окончаний;

- возможность перехода через разряд: $2319,83 \approx 2320,00 = 2320$;

- особенности отбрасывания незначащих нулей: $23,1483 \approx 23,1500 = 23,15$, но $23,1983 \approx 23,2000 = 23,20$;

- необычные случаи, например: $3,4 \approx 3$ (до единиц), но $3,4 \approx 0$ (до десятков).

В результате изучения темы учащиеся должны знать соотношения между основными единицами длины и массы, правила сравнения и округления десятичных дробей; уметь читать и записывать десятичные дроби, изображать их на числовом луче, сравнивать и округлять десятичные дроби с произвольным количеством знаков после запятой, осуществлять перевод результатов измерения длины и массы в различные основные единицы измерения.

➤ Практические примеры

Пример 1

Игра «Дешифровщик».

Самый высокий водопад расположен в Северной Осетии, в долине реки Мидаграбиндон недалеко от селения Джимара. Этот водопад находится высоко в горах и раньше о его существовании знали только местные жители. Его высота около 600 м. Он относится к числу пульсирующих водопадов. Сток его вод зависит от температуры воздуха в горной местности. Полноводный и очень живописный водопад в летнее время, а когда наступают холода, водопад превращается в ледяное великолепие. С гор низвергаются вниз большие и красивые оледенения. Даже когда погода солнечная и теплая, над вершинами гор собираются тучи и облака.

Этот водопад считается не только одним из самых больших в России, но и в Европе. Желающих полюбоваться красотой этого места всегда много, несмотря даже на трудности пути.

Округлите до подчеркнутого разряда

1. 18864	М — 18800	З — 18900	Н — 19000
2. 3043	О — 3100	А — 3000	Е — 310
3. 62588	К — 62000	Й — 60000	Я — 70000
4. 281	Г — 300	Д — 200	И — 210
5. 26342	В — 27000	Л — 2600	А — 26000
6. 7169	Л — 7000	У — 7100	Я — 7200
7. 32672340	К — 32000000	А — 33000000	З — 320000
8. 519908	С — 510000	Н — 520000	Р — 600000

Пример 2

Флофлик стал округлять число 5,4545:

а) до единиц; б) до десятых; в) до сотых; г) до тысячных.

Он решил просто не писать цифры в «ненужных» разрядах и получил ответы:

а) 5; б) 5,4; в) 5,45; г) 5,454.

Некоторые из этих ответов верны, другие не верны. Укажите верные ответы и исправьте неверные.

Исправьте ошибки Флоfliка

а) до единиц;

б) до десятых;

в) до сотых;

г) до тысячных.

Пример 3

На место звездочки подставь цифру, чтобы получилось верное приближенное равенство.

а) $5,*4 \approx 5,6$;

б) $12,477 \approx 12,4*$;

в) $28,6*9 \approx 28,65$;

г) $391,6832 \approx 391,68*$

Пример 4

1) Округлите число 125 347 125 до: а) сотен; б) тысяч; в) сотен тысяч.

2) Верно ли что, если число округлить сначала до десятых, а затем полученное число до единиц или исходное число сразу округлить до единиц, то получится то же самое число? Проверьте утверждение для чисел 1,12; 2,78; 2,46.

Пример 5

1) Английская мера веса 1 гран составляет 0,0648 г. Выразите 1 гран в граммах с точностью до: а) единиц; б) десятых; в) сотых; г) тысячных; д) десятитысячных.

2) Старинная русская мера длины 1 сажень составляет 2,1336 м. Выразите 1 сажень в метрах с точностью до:

а) целых;

б) десятых.

📖 Глава 3. СЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Основные цели изучения темы: провести повторение сложения и вычитания натуральных чисел на основе анализа общих свойств позиционных систем счисления; осуществить перенос правил выполнения этих действий на десятичные дроби за счет аналогичного позиционного принципа их записи.

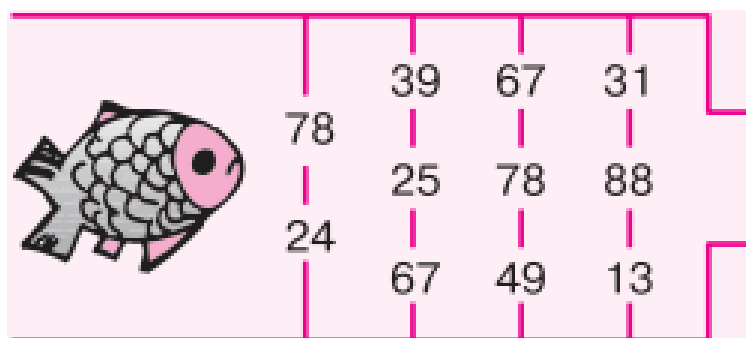
📖 Тема 3.1. СЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Назначение данного раздела состоит в обсуждении особенностей сложения натуральных чисел и обобщение их в виде основного принципа, который затем будет перенесен на десятичные дроби: в любой позиционной системе счисления сложение выполняется поразрядно.

🔗 Практические примеры

Пример 1

Игра «Рыбка-лабиринт». Цель игры — выпустить рыбку из лабиринта. В лабиринте есть проходы, снабжённые двузначным числом — номером. Задача играющего: не просто начертить путь рыбки, а сделать это так, чтобы номера проходов в сумме дали число 200.



Пример 2

... Я придумал задачу: «В коллекции одного хемуля было 2865 натуральных чисел и 3147 десятичных дробей. Сколько всего чисел в коллекции, то есть сколько будет $2865 + 3147$?» Задачу Хемуля решили в таблице разрядов.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
2 + 3 ①	8 1 ①	6 4 ①	5 7
	⑩	⑩	⑩
6	0	1	2

Пять единиц плюс семь единиц будет двенадцать единиц.

Две оставим в разряде единиц, а один десяток перейдёт в разряд десятков.

Шесть десятков плюс четыре десятка будет десять десятков да ещё один десяток, что из единиц набрался. Всего одиннадцать десятков.

Один десяток оставим в разряде десятков, а десять десятков (одна сотня) перейдут в разряд сотен...

Найденную сумму Хемуль бережно разместил в своей коллекции. На нужном месте, разумеется!

— Это надо же! — удивился Муми-тролль. — Такие большие числа, а чтобы сложить их, надо всего-то уметь складывать 5 да 7, 6 да 4...

— Ты абсолютно прав, друг мой, — произнёс Ондатр, — сложение многозначных чисел сводится к сложению однозначных.

— А как научиться быстро находить суммы однозначных чисел? — задумчиво спросил Снусмумрик, любивший каждое дело доводить до конца.

— Тут может помочь таблица сложения, — вспомнил собственные упражнения в сложении Муми-папа, — помнится, я составлял в

молодости таблицу сложения однозначных чисел с тройкой. Можешь составить такие таблицы и для других однозначных чисел.

Пример 3

— А почему мы складываем только с правой стороны: сначала единицы, потом десятки, сотни и так далее? — спросил Мумитролль.

— Не волнуйся, — ответил Муми-папа, можно складывать и с левой стороны, то есть с высших разрядов чисел.

$$\begin{array}{r} 49 \\ + 58 \\ \hline 97 \\ 10 \end{array}$$

Например, 4 десятка плюс 5 десятков будет 9 десятков. Подпишем 9 под десятками ниже черты. Теперь 9 единиц плюс 8 единиц будет 17 единиц. Конечно, из них 7 единиц запишем в разряд единиц, но как поступить с оставшимися десятью единицами? Ведь их нужно перевести в разряд десятков. Зачеркнём 9, а ниже подпишем 10. Результат читаем слева направо.

Попробуй, Хемуль, увеличь свою коллекцию — сложи «слева» числа 2865 и 3147.

(Дорогой читатель, помоги Хемулю проделать эту работу.)

Пример 4

Одна улитка отправилась в гости к своим друзьям. Ползла она целых два дня: в первый день она проползла 2538 мм за 7 ч 48 мин, во второй день — 1903 мм за 5 ч 24 мин. Какое расстояние она проползла и за какое время?

Пример 5

Проверьте вычисления:

а) $4,81 + 0,607 = 5,417$;

б) $3,12 + 1 = 3,22$;

в) $11,54 + 0,368 = 11,908$;

г) $0,3 + 0,08 = 0,11$;

д) $10,25 - 3 = 10,22$;

е) $9,234 - 4,536 = 4,698$

Пример 6

Представьте числа 642,8 и 8,426 в виде:

а) суммы двух разных десятичных дробей;

б) суммы двух одинаковых десятичных дробей;

в) суммы натурального числа и десятичной дроби;

г) разности десятичных дробей;

д) разности натурального числа и десятичной дроби.

Представьте число 502,8345 в виде разности так, чтобы в уменьшаемом в разряде сотых стояла цифра 5.

Пример 7

Как бы вы стали проверять решение любого примера на сложение и вычитание? Окажутся ли полезными для вас такие советы:

а) при сложении и вычитании в столбик сохраняйте позицию запятой;

б) делайте проверку сложения перестановкой слагаемых, проверку вычитания — сложением; в) делайте приближённую оценку результата.

Что бы вы добавили к этим советам? В какой последовательности вы бы стали их применять?

Пример 8

В какой системе счисления верно равенство:

а) $3+3 = 11$; б) $5+5 = 12$; в) $12+13 = 30$; г) $14+17 = 33$?

Пример 9

Ответьте на вопросы.

- 1) Какое число надо прибавить к числу 6,75, чтобы получить 13?
- 2) Какое число надо вычесть из числа 15,4, чтобы получить 7,47?
- 3) Как изменится сумма, если первое слагаемое увеличить на какое-либо число, а второе слагаемое уменьшить на это же число?
- 4) Когда разность двух чисел равна уменьшаемому?
- 5) Когда сумма двух чисел равна одному из них?
- 6) Когда сумма двух чисел равна любому из них?
- 7) Как изменится сумма двух чисел, если первое слагаемое увеличить на 7,4, а второе увеличить на 3,7?

Тема 3.2. СЛОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Ключевая задача темы «Сложение десятичных дробей» - перенос основного принципа (поразрядного сложения) с множества натуральных чисел на множество десятичных дробей. Работу с новым материалом удобнее всего организовать в форме эвристической беседы на основе анализа трех верных и трех ошибочных примеров выполнения сложения.

Кроме основного принципа поразрядного сложения, необходимо также обратить внимание учащихся на формальный алгоритм сложения десятичных дробей (запятая под запятой), особые случаи сложения (десятичная дробь и натуральное число, сложение с нулем), возможные результаты операции (может ли в результате сложения дробей получиться натуральное число, и т. п.), необходимость изучения законов сложения для упрощения вычислений.

Практические примеры

Пример 1

— Мы задумали складывать десятичные дроби. Придумай нам про это задачу, — сказали Муми-тролль и Снусмумрик.

— Ага, — сказал Снорк и сочинил вот что.

От крыльца до калитки 14,1 м, а от калитки до поворота 3,42 м. Сколько метров от крыльца до поворота? Сравните свой ответ с моим. Посмотрим, что из этого выйдет.

Каждый из них составил свой собственный столбик.

И вышло:

У Снусмумрика	У Муми - тролля	У Снорка
$\begin{array}{r} 14,1 \\ + \\ 3,42 \\ \hline 17,43 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14,1 \\ + \\ 30,42 \\ \hline 44,52 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14,1 \\ + \\ 3,42 \\ \hline 48,3 \end{array}$

— Ну, такого со мной еще не было! — сказал Муми-тролль. — Надо позвать маму.

— погоди, может быть, сами разберемся, — остановил его Снусмумрик, — я вот вижу, что Снорк явно ошибся, ведь у него сумма оказалась меньше, чем одно слагаемое!

— Но ведь у кого-то из нас тоже ошибка, — сказал Муми-тролль. — Как мы ее найдем? Как бы это изловчиться и узнать, какой ответ правильный? А давайте переведем метры в сантиметры... Ну-ка я попробую...

— Постой! Зачем?

— Очень просто: ведь тогда вместо дробей нам нужно будет складывать натуральные числа, а с ними мы справляться умеем:

$$14,1 \text{ м} + 3,42 \text{ м} = 1410 \text{ см} + 342 \text{ см} = 1752 \text{ см} = 17,52 \text{ м}.$$

— О, — добавил Снорк, — еще можно проверить так:

$$\begin{array}{r} 14 \text{ м } 1 \text{ дм} \\ + 3 \text{ м } 4 \text{ дм } 2 \text{ см} \\ \hline 17 \text{ м } 5 \text{ дм } 2 \text{ см} \end{array}, \quad \text{и так:} \quad \begin{array}{r} 14,1 \\ + 3,42 \\ \hline 17,52 \end{array}.$$

— Смотрите, никаких ошибок здесь нет, потому что мы складывали по разрядам. А при сложении десятичных дробей и Снусмумрик, и я, и Снорк все перемешали: десятые складывали с сотыми, единицы — с десятками, десятые — с единицами, — поделился открытием Муми-тролля.

Продолжите текст так, чтобы он содержал правило сложения десятичных дробей и были рассмотрены разные случаи сложения, например десятичной дроби и натурального числа.

Необходимо ли для этих случаев новое правило?

Пример 2

Расшифруйте запись, в которой одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры:

$$\begin{array}{r}
 B, I A \\
 + A, I B \\
 \hline
 I, B A
 \end{array}$$

Пример 3

1) Длина реки Енисей равна 4102 км, а длина Волги на 571 км меньше. Какова длина Волги?

2) Даны высоты известных гор: Эльбрус — 5,642 км; Эверест — 8,848 км; Пик Победы — 7,434 км; Монблан — 4,807 км; Килиманджаро — 5,895 км. Используя эти данные, составьте задачу, решая которую, пришлось бы складывать и вычитать десятичные дроби.

3) Составьте различные задачи, используя слова и словосочетания: «разность», «больше на . . . », «меньше на . . . », «что меньше на . . . , чем . . . », «и это больше на . . . , чем . . . », и решите эти задачи.

Пример 4

Квадратную таблицу называют магическим квадратом, если суммы чисел, стоящих в любом столбце, в любой строке и на любой диагонали имеют одно и то же значение.

Докажите, что перед вами магический квадрат.

0,8	0,7	1,2
1,3	0,9	0,5
0,6	1,1	1

Тема 3.3. ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ И СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ

Важно обратить внимание на формирование умений применять рациональные приемы вычислений.

При работе с новым материалом следует подвести учащихся к пониманию необходимости переноса известных законов сложения натуральных чисел на множество новых чисел (десятичных дробей). Строго обосновать правомерность такого переноса мы не можем, только убеждаемся в его целесообразности и соответствии практическим моделям.

Очень важно проиллюстрировать, каким образом переместительный и сочетательный законы действуют при сложении многозначных натуральных чисел и предложить обучающимся самим привести аналогичный пример на множестве десятичных дробей.

Практические примеры

Пример 1

Задание «Твой выбор»

Выбери закон сложения, который можно применить в данном случае:

Правая рука - переместительный закон

Левая рука – сочетательный закон

Обе руки – переместительный и сочетательный законы.

$(129 + 384) + 71$; $(384 + 71) + 129$;

$(129 + 71) + 384$; $183 + 732 + 268 + 317$

Пример 2

Исследовательская работа (работа в группах) (памятка для работы в группах)

Учащиеся получают задачи на листочках. (на каждую группу две задачи)

Задача 1: Учащиеся 11 класса пользуются социальной сетью "ВКонтакте" и "Одноклассники". 0,18 всех учащихся используют для общения "Одноклассники", а 0,64 - "ВКонтакте". Какая часть всех учащихся класса пользуется социальными сетями?

Задача 2: По данным опроса газеты "Калужский перекрёсток" на вопрос "А вы следите за ходом игр Олимпиады – 2014?" 0,21 опрошенных калужан интересует только хоккей, 0,11-увлечены фигурным катанием и 0,12 - следят за биатлоном и фристайлом. Какая часть всех опрошенных следили за этими видами игр?

Задача 1: Учащиеся 7 класса пользуются социальной сетью "ВКонтакте" и "Одноклассники". 0,64 всех учащихся используют для общения "Одноклассники", а 0,18 - "ВКонтакте". Какая часть всех учащихся класса пользуется социальными сетями?

Задача 2: По результатам опроса радиослушателей "Ника FM" 0,12 опрошенных слушателей следят за фигурным катанием, 0,21-следят за биатлоном и фристайлом и 0,11 - не пропустили ни одной игры в хоккей. Какая часть всех опрошенных следили за этими видами игр?

Далее учащиеся обсуждают результаты.

На вопрос "Подумайте, почему у вас получились одинаковые результаты?" отвечают по представителю от каждой группы

Предложить учащимся сформулировать правила. С помощью интерактивной доски "собрать" буквенную запись этих правил. Изучили правило, а теперь узнаем, правильно ли мы его сформулировали... Проверить гипотезу с помощью образца.

Тема 3.4. МНОГОУГОЛЬНИК. ПЕРИМЕТР МНОГОУГОЛЬНИКА

Необходимость данного раздела заключается в повторении соответствующего геометрического материала, закрепления умения измерять длину отрезка, а так же применять сложение десятичных дробей в практических ситуациях.

Практические примеры

Пример 1

На каждую группу выдаётся набор разноцветных многоугольников(4-6 фигур). Ребятам предлагается из них выбрать и найти периметр тех фигур, цвет которых подходит под их настроение в данный момент. Фигурки вклеиваются в тетрадь. Через несколько минут учитель предлагает учащимся выполнить взаимопроверку и скорректировать полученные результаты.

Пример 2

Ребята делятся на 4 группы

Каждой группе выдаются задания на карточках:

Группа 1.

Найдите периметр классной доски.

Группа 2.

Найдите периметр крышки ученической парты и стула.

Группа 3.

Найдите периметр классной комнаты.

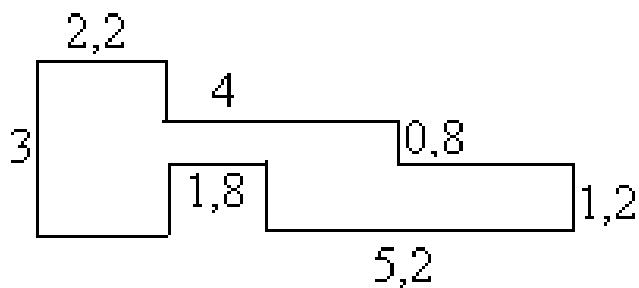
Группа 4.

Найдите периметр дверного проёма.

Ребята распределяют обязанности в группе и делят задание между всеми участниками группы.

Пример 3

Найдите периметр фигуры, составленной из прямоугольников:



Пример 4

Длина участка прямоугольной формы, прилегающего к дому , 19,2 м, а ширина — на 8,3м меньше. Найдите длину штакетника, который нужен для ограждения участка?

Глава 4. ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

В результате изучения темы учащиеся должны знать названия компонентов действий сложения и вычитания, правила сложения и вычитания натуральных чисел и десятичных дробей, переместительный и сочетательный законы сложения; уметь складывать и вычитать натуральные числа и десятичные дроби, решать уравнения на основе связи между компонентами действий сложения и вычитания, решать текстовые задачи по действиям.

Тема 4.1. ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Важно повторить и обобщить основные принципы вычитания натуральных чисел. При работе над теоретическим материалом очень важно продемонстрировать последовательное сокращение (свертывание) записи вычитания в столбик.

Также необходимо обратить внимание учащихся на возможность интерпретации сложения и вычитания с помощью числового луча, на особые случаи вычитания (вычитание нуля, равных чисел; условие невыполнимости вычитания на данном множестве чисел), законы вычитания.

При введении свойств вычитания желательно опираться на анализ практических операций, которые описываются исследуемыми числовыми выражениями, и только после этого записывать тождества в общем виде.

Практические примеры

Пример 1

Моторная лодка от пристани по течению реки прошла 30,4 км, а вернулась назад на 18,9 км. Какое расстояние прошла лодка?

Пример 2

Заполните пропуски в чеках:

а)	ЧЕК	б)	ЧЕК	в)	ЧЕК
Сумма	35,82 р.	Сумма	50,35 р.	Сумма	81,80 р.
Получено	100 р.	Получено	100 р.	Получено	100 р.
Сдача	_____ р.	Сдача	_____ р.	Сдача	_____ р.

Пример 3

Стол стоит 4423,6 р, тумбочка – 2729,5 р., зеркало – 2155,8 р.
Хватит ли для покупки 10000 руб.?

«Перед походом по магазинам в кошельке у Галины Степановны было 428 рублей наличными. В магазине «Магнит» она израсходовала 139 руб., а в магазине «Пятёрочка» - 128 руб. Сколько рублей осталось в кошельке у Галины Степановны?» Составьте выражение для решения задачи.

Найдите значение каждого выражения и сравните количество времени, затраченное на вычисления.

Сделайте вывод о том, какой из способов наиболее удобный.

Пример 4

Найдите разность чисел 987 654 321 и 123 456 789. Чем примечательны эти уменьшаемое, вычитаемое и разность?

Пример 5

Найди устно следующие разности:

а) $2745 - 999$; б) $4800 - 1998$; в) $3500 - 499$; г) $4200 - 1199$

Тема 4.2. ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Перенос основного принципа поразрядного вычитания на десятичные дроби. Изложение нового материала удобно вести в процессе обсуждения примеров и заданий, приведенных в тексте главы.

отвести на приобретение учащимися опыта в выполнении сложения и вычитания натуральных чисел и десятичных дробей. Это можно сделать с помощью заданий, при выполнении которых необходимо гибкое применение операций

Практические примеры

Пример 1

1) Представьте число 502,8345 в виде разности так, чтобы в уменьшаемом в разряде сотых стояла цифра 5». Условие удобно представить в следующем виде:

—***,*5**
,**

502,8345

Задача имеет неоднозначное решение.

2) «Представьте число 13,507 в виде суммы так, чтобы в одном из слагаемых в разряде десятитысячных стояла цифра 4»:

+**,*****
,*4

13,507

Эта задача также имеет неоднозначное решение. Определена лишь цифра в разряде десятитысячных первого слагаемого. Это цифра 6.

Пример 2

Выполните вычитание чисел. Сделайте проверку сложением.

а) $9,86 - 6,43$;

б) $2,567 - 1,2345$;

- в) $10,1908 - 5,234$;
 г) $14,1234 - 10,123$;
 д) $123,4 - 83,76$.

Пример 3

Найдите разность между наименьшим пятизначным числом и наибольшим четырёхзначным; наименьшим шестизначным числом и наибольшим пятизначным. Сравните полученные результаты. Какую закономерность вы подметили? Подтвердите её другими примерами.

Уменьшаемое 5,4; вычитаемое 0,67. Найдите разность, прибавьте её к вычитаемому. Замените «старое» вычитаемое полученным результатом и найдите «новую» разность.

Пример 4

1) Чтобы попасть из города M в город N на автомобиле, нужно проехать 70 км. Некто проехал 27 км. Верно ли, что ему осталось проехать 43 км? Сколько километров осталось до города N , если уже пройдено: 31 км; 34,5 км? Сколько вы уже проехали, если до города N осталось: 29 км; 17,5 км?

2) Какой вопрос был поставлен в задаче, для решения которой были сделаны следующие записи:

$\begin{array}{r} 70 - 49 = 21; \\ - 70 \\ \hline 49 \\ 21 \end{array}$	$\begin{array}{r} 70 - 49,75 = 20,25 \\ - 70,00 \\ \hline 49,75 \\ 20,25 \end{array}$
---	---

Проверка:

$$\begin{aligned} 21 + 49 &= 70; \\ 70 &= 70. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} 20,25 + 49,75 &= 70; \\ 70 &= 70. \end{aligned}$$

Пример 5

Найдите неизвестное слагаемое и сделайте проверку:

- а) $587123 + * = 888\,888$;
 б) $* + 0,45 = 0,99$;

- в) $0,8001 + * = 1$;
г) $* + 0,909\ 134 = 5,000\ 001$.

Тема 4.3. ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Основное назначение раздела «Числовые и буквенные выражения» состоит в том, чтобы ввести соответствующую терминологию, сформировать у обучающихся представление о выражении как о способе записи в общем виде бесконечного множества числовых выражений одинакового вида или решения однотипных задач

Необходимо также развивать у учеников умение читать буквенные выражения и записывать их по словесному описанию или по тексту задачи находить числовые значения несложных буквенных выражений при подстановке заданных значений букв.

Практические примеры

Пример 1

Посмотрите на представленные примеры, вычислите устно, запишите только ответ

- $457 - 157$;
 $65 + 431 + 35 + 69$;
 $43 + a + 17$;
 $(612 + 276) - 412$
 $87 - b - 57$
 $312 + 45 + 88 + 55$;
 $74 + a + 16$;
 $562 - 162 + 57$;
 $(533 + 185) - 233$
 $72 - b - 52$.

Все ли выражения получилось вычислить?

На какие две группы можно разбить эти выражения?

Обменяйтесь записями.

Пример 2

Запишите в виде выражения:

Цена книги - x рублей. Цена альбома - y рублей

- стоимость альбома и книги;

- стоимость двух альбомов;

- стоимость пяти книг.

Пример 3

$888 : x$, при $x = 3$ ($888/3=296$)

$222 \cdot a$, при $a = 5$ ($222 \cdot 5 = 1110$)

$231 + b$, при $b = 6589$ ($231 + 6589 = 6820$)

$X + 15 = 21 - x$, если $x = ?$ ($3 + 15 = 21 - 3$)

Найдите произведение a и x , если $a = 50$ и $x = 50$ ($50 \cdot 50 = 2500$)

Найдите сумму b и 430 , $b = 430$ ($430 + 430 = 860$)

Катя собрала 10 кг малины, черники на 5 кг больше чем малины.
А смородины на 6 кг больше чем черники. Сколько кг ягод собрала Катя? ($10 + 15 + 21 = 46$)

$34856 \cdot 0 = (0)$

Ф	К	и	а	Э	Л	О	Д	Г	Н
1111	6822	1110	33	2	6820	2525	860	269	2500
м	ц	Т	ж	В	п	Н	И	Е	Р
4	296	8	500	456	0	64	3	45	46

Получите слово и найдите этот предмет в классе. Для чего он нужен?

Пример 4

Запишите в виде числового выражения:

а) к числу десять прибавить полтора и вычесть два;

б) к разности чисел 1,03 и 0,9 прибавить 0,1;

в) сумма, в которой первое слагаемое представляет собой разность чисел 777 и 77,7, а второе слагаемое есть сумма чисел 15,5 и 5,5;

г) разность, где вычитаемое есть 7,01, а уменьшаемое есть разность 9 и 1,09

Пример 5

1) Найдите значение выражения:

а) $6,371 - 5,37$;

б) $(8,2 + 2,95) - 10,1$;

в) $(7,6 + 2,88) - 7,6$;

г) $4 + (1,22 - 0,8)$;

д) $48,569 - (26,233 + 12,336)$;

е) $48,569 - (26,233 - 12,336)$;

ж) $(1,2543 + 3,7457) + (14,04 - 11,906)$.

2) Верно ли, что разность $127,93 - (4,503 + 0,0097)$ больше чем 120, но меньше чем 130?

3) Составьте выражение, значение которого: а) больше 1000, но меньше 10 000; б) больше 0,0001, но меньше 0,001.

Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение, если это возможно.

Пример 6

1) Найдите периметр треугольника со сторонами 10,6 м, 7,23 м, 11,5 м.

2) Найдите периметр четырёхугольника, у которого первая сторона равна 16,4 м, вторая — на 2,01 больше первой, третья — на 0,73 меньше второй, а четвёртая — на 1,54 больше третьей.

3) В первом куске было 16,25 м сукна, во втором — на 7,25 м больше, чем в первом, а в третьем — на 0,5 м больше, чем в первых двух кусках вместе. Сколько метров сукна во втором и третьем кусках вместе?

4) Брюки стоят 120,5 р., и они на 80 р. дешевле пиджака. Сколько стоят брюки и пиджак вместе?

5) Найдите периметр прямоугольника, если его ширина равна 112,3 м, а длина на 43,9 м больше ширины.

Тема 4.4. УРАВНЕНИЯ

Важно, чтобы обучающиеся понимали, что не любое равенство, содержащее букву, является уравнением – должна быть поставлена цель: найти такое значение букв, чтобы полученное числовое равенство стало верным. Только в этом случае равенство называется уравнением, а буква – неизвестной.

В итоге формируются уверенные навыки выполнения проверки того, является ли заданное число решением или корнем уравнения, а также устанавливаются взаимосвязи между компонентами арифметических действий.

Практические примеры

Пример 1

Составьте уравнение по следующему условию задачи:

«Отчего, скажи мне, Петя,

Было шесть конфет в буфете,

А осталась лишь одна?

«Оттого, - ответил Петя, -

Что её я не заметил!»

Вот тебе и на!»

Не забудьте указать, что вы обозначаете за x .

Пример 2

Ученик решал уравнение $(x - 24) + 37 = 49$, и получил вот такое решение

$$x - 24 = 49 + 37,$$

$$x - 24 = 86,$$

$$x = 86 - 24,$$

$$x = 72.$$

Ребята посмотрели на его решение и дружно засмеялись. Чем же был вызван смех ребят?

Пример 3

Решите задачу с помощью уравнения: Маша задумала число. Если его вычесть из числа 172, то получится 145. Какое число задумала Маша?

Пример 4

Угадайте корень уравнения и сделайте проверку:

$$x + 3 = 9 - x. \quad 8 - y = y + 2.$$

$$x + 7 = 11 - x. \quad 7 - y = y + 1.$$

Пример 5

Заполните пропуски в решении уравнения:

$$\text{а) } 2,375 + (x + 1,627) = 4,56;$$

$$x + 1,627 = 4,56 - \dots;$$

$$x + 1,627 = \dots;$$

$$x = \dots$$

Проверка: ...

$$\text{б) } (8,025 + x) - 8,02 = 5 - 4,995;$$

$$(8,025 + x) - 8,02 = \dots;$$

$$8,025 + x = \dots;$$

$$x = \dots$$

Проверка: ...

Глава 5. УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Основные цели изучения темы: организовать повторение умножения натуральных чисел и параллельное усвоение правил умножения десятичных дробей.

Вводятся следующие понятия: «произведение десятичной дроби и натурального числа», «деление десятичной дроби на натуральное число», «умножение числа на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.»; и правила: «умножения десятичной дроби на натуральное число», «умножение десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т.д.», «деление десятичной дроби на натуральное число», «деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т.д.», «умножения двух десятичных дробей», «деление числа на десятичную дробь», «деление десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.». Материал вводится на основе ранее изученного материала о десятичных дробях (десятичная запись дробных чисел, сравнение десятичных дробей и сложение, и вычитание десятичных дробей).

Проводится тесная аналогия между умножением натуральных чисел и десятичных дробей. Во время объяснения темы «Умножение десятичных дробей» целесообразно сначала рассмотреть вопрос о правиле умножения десятичной дроби на натуральное число. При этом решается задача на нахождение площади прямоугольника. Обучающиеся находят площадь прямоугольника в различных единицах измерения и составляют предписание для умножения десятичной дроби на натуральное число. Анализируя выполненные задания, на примерах формулируют правило умножения десятичной дроби на десятичную дробь. При этом рассматривают примеры на применение законов умножения, а также вводят понятие степени числа.

В результате изучения темы учащиеся должны знать правило умножения десятичных дробей и правило умножения на 10, 100, 1000, ..., переместительный, сочетательный и распределительный законы умножения, формулы площади и периметра прямоугольника, объема параллелепипеда; уметь выполнять умножение натуральных чисел и десятичных дробей, находить значения числовых выражений, содержащих действия сложения, вычитания и умножения.

Тема 5.1. УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Назначение обозначенной темы – повторить определение операции умножения натуральных чисел и организовать повторение таблицы умножения.

При работе следует выделить в отдельные рубрики: «Что значит умножить одно натуральное число на другое» и «Переместительный закон умножения», желательно ознакомление с ними организовать их в качестве предварительного мини-исследования обучающихся, до основного изучения данного раздела, и последующего обсуждения результатов. В процессе фронтального обсуждения прочитанного, фиксируется в наглядной форме (памятка, плакат, рисунок, стих и т.д.), что значит умножить два натуральных числа, названия компонентов действия, переместительный закон умножения, особые случаи умножения (на 0 и 1).

Работу над рубрикой «Таблица умножения и ее секреты» желательно провести в форме эвристической беседы, а на основе анализа столбиков умножения на 2, 5 и 9, фиксируя подмеченные закономерности. Продолжение поиска закономерностей таблицы умножения целесообразно дать в качестве групповой работы.

Практические примеры

Пример 1

Физкультминутка.

Сколько раз в ладоши хлопнем. $3 \cdot 2$

Сколько раз ногою топнем $8 : 4$

Мы присядем столько раз $3 \cdot 1$

Мы наклонимся сейчас $12 - 8$

Мы подпрыгнем столько раз $1 + 1$

Ну и счёт! Игра и только!

Пример 2

Представьте в виде произведения:

$$a + a + a + a + a = (5 \cdot a = 5a)$$

$$(x + y) + (x + y) + (x + y) = (3 \cdot (x + y) = 3(x + y))$$

$$(a - b) + (a - b) = (2 \cdot (a - b) = 2(a - b))$$

$$(x + 2) + (x + 2) + (x + 2) + (x + 2) = (4 \cdot (x + 2) = 4(x + 2))$$

Ребята, а как мы можем записать данную сумму?

Обратите внимание, что в буквенных выражениях знак умножения перед буквами можно не писать, а так же в выражениях данный знак можно не ставить перед скобками.

Назовите в полученных произведениях первый и второй множители.

А сейчас, давайте, сформулируем, что же такое «Умножение»?

Пример 3

...— Да ты проверь, проверь, — теребил его Муми-тролль. Проверка состоялась: $6 \cdot 7 + 6 \cdot 2 = 42 + 12 = 54$. Фрёкен Снорк нарисовала по этому поводу картинку:



С удовлетворением взглянув на свою работу, фрёкен Снорк вдруг поняла, что на сковородке было записано то же самое. Только в «домиках» на сковородке не было чисел. Но теперь-то она числа в домики вставила легко:

$$\textcircled{6} \cdot (\textcircled{7} + \textcircled{2}) = \textcircled{6} \cdot \textcircled{7} + \textcircled{6} \cdot \textcircled{2}$$

— В «квадратный домик» можно поселить любое число, и в «треугольный домик» — любое, и в кругляш с подрумяненным бочком, — добавила она, — любое. Например, в кругляш — любое число оладий, а в квадрат и треугольник — любое число едоков. Только надо следить за тем, чтобы слева и справа от знака равенства в одинаковых «домиках» жили одинаковые числа...

Пример 4

1) Назовите последнюю цифру произведения:

а) $327273 \cdot 12378$; б) $123\ 005 \cdot 12\ 372$.

2) Найдите два таких натуральных числа, чтобы их произведение оканчивалось на: а) 3; б) 18; в) 624.

Пример 5

1) Рассмотрите, как выполнено умножение:

а) $25 \cdot 4 = (5 \cdot 5)(2 \cdot 2) = (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) = 10 \cdot 10 = 100$;

б) $25 \cdot 8 = 25 \cdot (4 \cdot 2) = (25 \cdot 4) \cdot 2 = 100 \cdot 2 = 200$;

в) $23 \cdot 99 = 23 \cdot (100 - 1) = 23 \cdot 100 - 23 = 2277$;

г) $47 \cdot 101 = 47 \cdot (100 + 1) = 47 \cdot 100 + 47 = 4747$.

2) Выполните умножение:

а) $25 \cdot 16$; б) $25 \cdot 48$; в) $125 \cdot 8$;

г) $125 \cdot 16$; д) $35 \cdot 9$; е) $68 \cdot 9$;

ж) $47 \cdot 99$; з) $35 \cdot 199$; и) $94 \cdot 50$;

к) $24 \cdot 75$; л) $42 \cdot 11$; м) $56 \cdot 101$.

3) Приведите свои примеры на приёмы быстрого вычисления произведений.

Тема 5.2. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНОГО НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА ОДНОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

Назначение раздела состоит в теоретическом обосновании известного из начальной школы способа умножения многозначного числа на однозначное и перенос этого способа на десятичные дроби. Пример использования распределительного закона умножения при умножении многозначного числа на однозначное, необходимо подробно комментировать, проговаривая каждое действие. Необходимо продемонстрировать учащимся последовательное «свертывание» записи умножения на однозначное число в столбик. Желательно также выполнить несколько аналогичных примеров с подробной записью и устными комментариями.

Перенос этого способа умножения на множество десятичных дробей можно провести без использования теоретического материала, на конкретных примерах. Однако важно акцентировать внимание учащихся на особенностях правила: это алгоритм с разветвлениями, особыми случаями. Для первичного закрепления материала можно использовать подводящие задания.

Практические примеры

Пример 1

Выполните умножение:

- а) $0,2 \cdot 6 =$
 $0,2 \cdot 60 =$
 $0,2 \cdot 600 =$
- б) $1,05 \cdot 7 =$
 $1,05 \cdot 70 =$
 $1,05 \cdot 700 =$
- в) $3,32 \cdot 8 =$
 $3,32 \cdot 80 =$
 $3,32 \cdot 800 =$

Пример 2

Вы сможете прочитать название высочайшей горной вершины мира, если правильно решите примеры и впишите буквы в таблицу с ответами. Выполняете сложение и вычитание десятичных дробей и в таблицу, в верхней строке которой уже записаны, те ответы, которые у вас должны получиться, в нижнюю строку вы должны записать буквы, соответствующие ответу.

$0,9+0,12=1,02$	У
$5-4,81=0,19$	О
$3,1+2,01=5,11$	Г
$7,9-3,5=4,4$	Н
$10-6,7=3,3$	М
$4,8+5,2=10$	А
$5,43+0,07=5,5$	Ж
$9-0,9=8,1$	Л
$0,5+0,5=1$	Д

Ключ

1	5,5	0,19	3,3	0,19	8,1	1,02	4,4	5,11	3,3	10
Д	Ж	О	М	О	Л	У	Н	Г	М	А

- Эта высочайшая горная вершина мира – мечта любого альпиниста. Вам наверное очень хочется узнать ее высоту и год, когда она была покорена.

- Чтобы ответить на эти вопросы надо выполнить умножение.

Высота: $2,212 \cdot 4$ (км)

Год покорения: $21,7 \cdot 90$.

Даю вам 1 минуту на обсуждение в парах, как можно найти произведение, которое поможет нам ответить на вопрос: Какая высота этой горной вершины.

Тема 5.3. УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ НА 10, 100, 1000

При изучении данной темы необходимо организовать переосмысление учащимися правила умножения натурального числа на 10, 100, 1000 и т. д. с целью его обобщения и переноса на десятичные дроби. Изучение материала удобнее всего организовать в форме эвристической беседы по следующему плану:

- описание заранее подобранного сюжета, в котором бы описывалось, почему при умножении некоторого числа на 5, 4, 6, 8, 7, 10 в конце всегда получается 0? (анализ последней цифры произведения);
- повторение правила умножения натурального числа на 10, 100, 1000, ...;
- переосмысление правила с акцентом внимания не на приписывании нулей, а на смещении каждой цифры влево в таблице разрядов на 1, 2, 3, ... позиций;
- перенос подмеченной закономерности на десятичные дроби (умножение в таблице разрядов);
- переформулирование правила с акцентом на изменении позиции запятой (переносе вправо);
- демонстрация использования правила на нескольких примерах, выделение особых случаев (если количество знаков в дробной части равно или меньше количества нулей в множителе);
- проверка возможности использования нового правила на старом множестве чисел (можно ли в натуральном числе переносить запятую вправо).

Практические примеры

Пример 1

Определите закономерность и продолжите ряд чисел:

а) 11,2; 112; 1120;...;...;... .

б) 2458,7; 245,87; 24,587;...;...;... .

в) 3054,28; 30,5428; 3,05428;...;...;... .

Пример 2

Заполните таблицу

×	10	100	1000	0,1	0,01	0,001
1,7						
3						
0,3						
5,05						

Пример 3

1) Выполните умножение:

а) $0,75 \cdot 10$; б) $0,396 \cdot 100$;

в) $0,7 \cdot 100$; г) $1000 \cdot 0,375$;

д) $10 \cdot 22,4$; е) $2 \cdot 0,01$;

ж) $0,0001 \cdot 5$; з) $0,1 \cdot 0,1$;

и) $0,001 \cdot 0,1$.

2) Заполните пропуски:

$0,62 = _ \cdot 6,2$; $0,62 = 0,1 \cdot _$; $0,62 = _ \cdot 0,062$; $0,62 = 100 \cdot _$.

Пример 4

Заполни пустые места:

$1,84 \cdot$		$= 18,4$;		$\cdot 10 = 1,84$;
$1,84 \cdot$		$= 184$;		$\cdot 100 = 18,4$;
$1,84 \cdot$		$= 1840$;		$\cdot 1000 = 18,4$;
$1,84 \cdot$		$= 184\ 000$;		$\cdot 100\ 000 = 184$.

Пример 5

Воспользуйтесь распределительным законом умножения относительно сложения и найдите значения следующих выражений:

- а) $2,4 \cdot 4,8 + 2,6 \cdot 4,8$; б) $4,9 \cdot 6,2 + 0,62$;
в) $13,1 \cdot (0,1 + 10)$; г) $(100 + 0,2) \cdot 275$.

Пример 6

Как изменится произведение, если:

а) один из множителей увеличить в 10 раз, а другой оставить без изменения;

б) один из множителей увеличить в 10 раз, а другой уменьшить в 10 раз;

в) каждый из множителей увеличить в 10 раз;

г) один из множителей увеличить в 10 раз, а другой — в 100 раз;

д) один из множителей уменьшить в 10 раз, а другой увеличить в 100 раз?

Приведите примеры.

Пример 7

Решите уравнение:

а) $x \cdot 10 = 0,035$; б) $x \cdot 100 = 7,43$;

в) $x \cdot 0,01 = 0,403$; г) $100 \cdot x = 5,23$;

д) $10 \cdot x = 7003$; е) $0,001 \cdot x = 70$.

Тема 5.4. УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ НА МНОГОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

Основное назначение раздела — повторение сочетательного закона умножения, теоретическое обоснование известного способа умножения натурального числа на многозначное число, перенос этого способа умножения на десятичные дроби.

Необходимо провести теоретическое обоснование известного способа умножения многозначных чисел в столбик с целью его обогащенного повторения, перенос этого способа на десятичные дроби.

Организовать работу над теоретическим материалом этой главы можно в форме эвристической беседы на основе большого количества разноплановых примеров. Особое внимание необходимо обратить на использование распределительного закона умножения, исчезновение нуля при записи умножения, например 524 на 307, на два варианта записи в столбик умножения 524 на 307. Обосновать постановку запятой в произведении десятичной дроби и натурального числа.

✎ Практические примеры

Пример 1

Заполните пропуски:

$$5,24 \cdot 37 = (5 \text{ единиц} + 2 \text{ десятых} + 4 \text{ сотых}) \times \dots = \dots = 193,88;$$

$$\times 5,24$$

$$37$$

$$* * * 8$$

Продолжите правило: Чтобы умножить десятичную дробь на многозначное число, нужно:

- найти произведение данных чисел, не обращая внимания на запятую;

-

Пример 2

Скорость катера в стоячей воде 16,2 км/ч, а скорость течения реки 1,3 км/ч. Сколько километров пройдет катер, двигаясь 2 ч против течения и 3 ч по течению реки?

Пример 3

Ведёт мозговой штурм для создания кластера «Известные способы умножения на натуральное число»

Предлагает вернуться к практической задаче и вычислить площадь пола в кабинете.

1 способ. Переход на сложение:

$$7,9+7,9+7,9+7,9+7,9= \dots$$

2 способ. Замена единиц измерения:

$$7,9 \text{ м} \cdot 5 \text{ м} = 790 \text{ см} \cdot 50 \text{ см} = \dots \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$$

Найдите произведение $79 \cdot 5 =$

Обсуждаются предположения и выводы.

Предлагается подтвердить свои догадки. Для этого даются еще 2 практические задачи. Решите эти задачи 2-мя способами и сформулируйте правило.

1 задача. Семья Ивановых осенью выкопала 4 мешка картофеля. Сколько кг. картофеля они выкопали, если в 1 мешке 48,4 кг.?

2 задача. Мама купила на варенье 3 кг. сахара. Сколько рублей заплатила за покупку, если кг. сахара стоит 44,32 руб?

Тема 5.5. ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ. ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА. ОБЪЕМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

Темы, посвященные площади и объему таких геометрических фигур, как соответственно прямоугольник и параллелепипед введены в блок про умножение неспроста. Помимо того, что данные понятия вводятся более строго, чем в начальной школе, повторяются единицы измерения площади и объема, а также формулы нахождения площади прямоугольника и квадрата, объема прямоугольного параллелепипеда. Важно отметить способ перевода одних метрических единиц измерения площади и объема в другие.

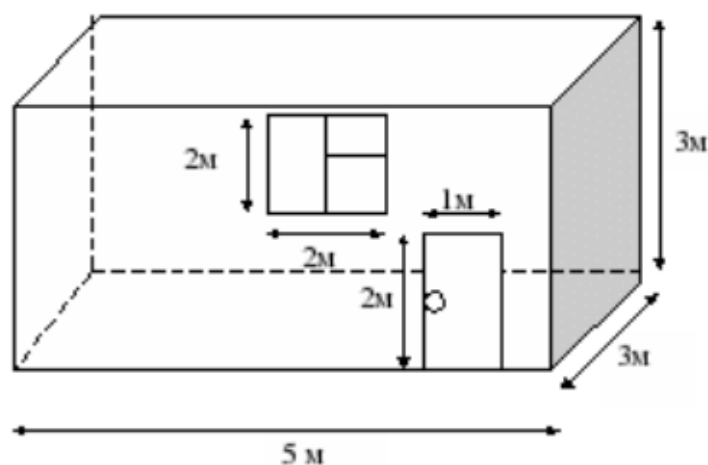
Модель площади прямоугольника будет использована в следующем разделе при выведении правила умножения двух десятичных дробей.

Практические примеры

Пример 1

Требуется отремонтировать детскую комнату: поклеить обои, положить на пол линолеум и прикрутить плинтус. Изучите какие то-

вары предлагает магазин «Все для ремонта» и посчитайте какое количество и какого товара потребуется купить для ремонта.



Список материалов для ремонта магазина «ВСЕ для РЕМОНТА»

1. Обои 1рулон : 1м на 10 м
2. Линолеум 1 рулон: 2м на 10м
3. Плинтус 1шт: 3 м

Решение:

$(3 \cdot 5) \cdot 2 = 30 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь стен с окном и дверью вместе.

$(3 \cdot 3) \cdot 2 = 18 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь глухих стен .

$2 \cdot 2 = 4 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь окна.

$2 \cdot 1 = 2 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь двери.

$30 + 18 = 48 \text{ (м}^2\text{)}$ – вся площадь боковой поверхности комнаты.

$48 - (4 + 2) = 42 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь для оклеивания обоями.

$42 : 10 = 4 \text{ (ост } 2\text{)}$ – 5 рулонов обоев надо.

$5 \cdot 3 = 15 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь пола.

$2 \cdot 10 = 20 \text{ (м}^2\text{)}$ – площадь одного рулона линолеума.

$15 : 20 = 0 \text{ (ост } 15\text{)}$ – 1 рулона линолеума надо.

$(5 + 3) \cdot 2 = 16 \text{ (м)}$ – периметр комнаты.

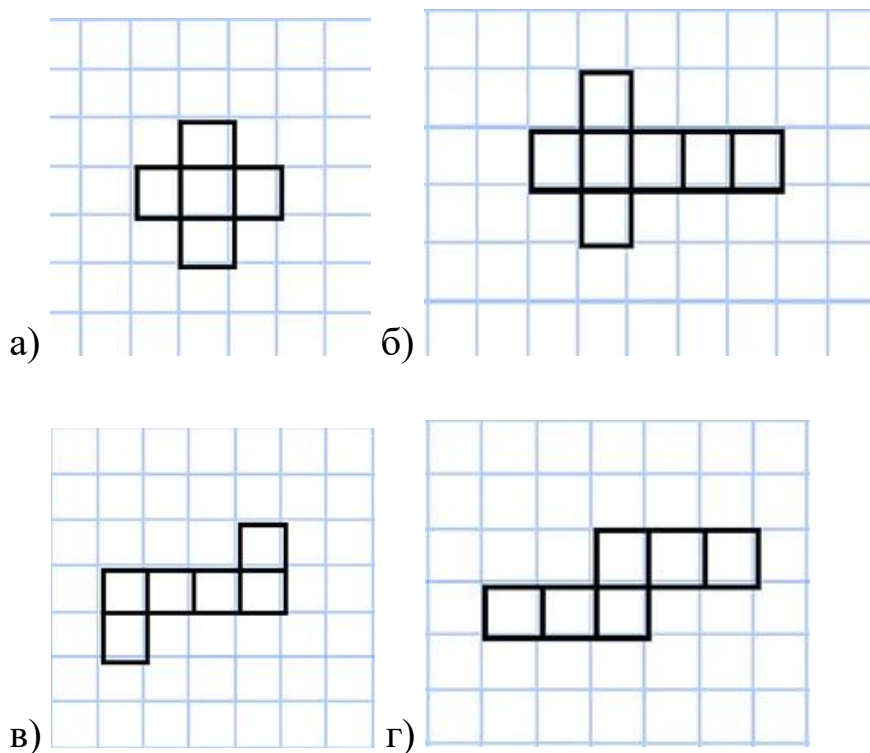
$16 : 3 = 5 \text{ (ост } 1\text{)}$ – плинтуса надо 6 штук

Пример 2

Перед Вами представлены фигуры, выберите:

- фигуры с равной площадью;

- фигуры с наибольшей площадью;
- фигуры с наименьшей площадью.



Пример 3

Как изменится площадь квадрата, если его сторону увеличить в три раза?

Пример 4

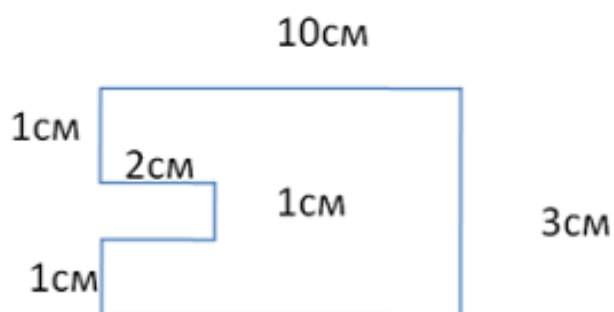
Найдите площадь прямоугольника, если одна его сторона равна 10 см, а другая – в два раза меньше.

Пример 5

Стороны прямоугольника равны 9 см и 11 см. Найдите площадь квадрата, имеющего такой же периметр, что и прямоугольник.

Пример 6

Найдите площадь фигуры



Пример 7

Возле дома хозяин хочет построить бассейн. Вычислите объём бассейна в м^3 , который будет иметь форму куба с ребром 400 см.

Пример 8

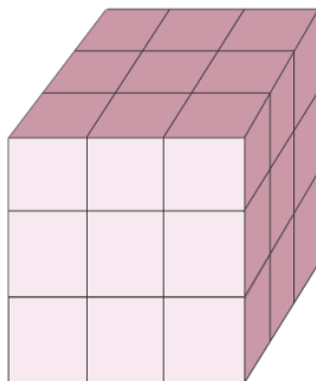
Найдите объём воздуха в комнате, если её измерения равны 6 м, 3 м и 4 м

Пример 9

Чему равна длина ребра куба, если его объём $V = 27 \text{ см}^3$?

Пример 10

Из скольких кубических единиц состоит куб?



Пример 11

Фермер заложил сад, имеющий форму прямоугольника, длина которого равна 2,145 км, а ширина — 1,43 км. Сад обнесён изгородью.

Определите:

- а) площадь сада в гектарах;
- б) стоимость изгороди в марках, если каждый метр изгороди стоит 14,7 марки.

Ответ дайте с точностью до десятых.

Пример 12

Можно ли из трёх кусков меха (квадрат со стороной 3дм и два прямоугольника со сторонами 2дм и 3дм, 2дм и 5дм соответственно) сшить квадратный коврик со стороной 6дм?

А какой квадратный коврик наибольшей площади можно сшить из этих кусков? Укажите длину его стороны.

Тема 5.6. УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Основная задача при изучении темы «Умножение десятичных дробей» — получение правила умножения двух десятичных дробей на основе анализа предметных моделей, анализ и обобщение всех ранее сформулированных правил для отдельных случаев умножения.

Подготовительную работу, предваряющую формулировку основного правила, можно организовать различными способами. Перечислим некоторые из них:

- эвристическая беседа — обсуждение различных способов нахождения значения произведения $0,2 \cdot 0,3$ на основе имеющихся на данный момент знаний: использование моделей (площадь прямоугольника, стоимость покупки, пройденный путь и т. п.) и аналитических рассуждений (увеличение множителей в 10 раз и анализ полученного произведения);

- групповая работа без опоры на обучающий текст — организация мозгового штурма примера $0,2 \cdot 0,3$; модели (на основе изученного материала) предлагает учитель; групп может быть 3 (тогда после окончания самостоятельной работы каждая группа докладывает о результатах своих рассуждений и отвечает на вопросы) или 6 (тогда можно организовать проблемную дискуссию между парами групп, которые работали с одинаковыми моделями);

- групповая работа с опорой на обучающий текст — каждая группа анализирует с помощью текста главы работу одной из трех описанных «штурмовых» групп, оформляет краткий конспект процесса решения примера и основных результатов, докладывает о своей работе и отвечает на вопросы.

После окончательной формулировки и первичного закрепления правила умножения десятичных дробей необходимо подвести итоги, проанализировав все изученные правила умножения (на однозначное число, на 10, 100, ..., на круглое число, на многозначное число, двух десятичных дробей).

Делаем вывод: универсальным является последнее из сформулированных правил, оно годится для всех случаев умножения натуральных чисел и десятичных дробей, однако при умножении на 10, 100, ... удобнее пользоваться специальным способом (перенос запятой).

✎ Практические примеры

Пример 1

Вставьте пропущенные запятые, чтобы получились верные равенства.

1. а) $78,2 \cdot 156 = 121992$;
б) $0,782 \cdot 1,56 = 121992$;
в) $782 \cdot 0,0156 = 121992$;
г) $0,782 \cdot 0,156 = 121992$.
2. а) $72003 \cdot 542 = 39025,626$;
б) $72003 \cdot 542 = 39,025626$;
в) $72003 \cdot 542 = 0,39025626$;
г) $72003 \cdot 542 = 3,9025626$

Пример 2

Составьте из чисел «в лепестках» примеры на умножение с данными ответами.

	$= 0,04;$
	$= 0,4;$
	$= 0,24;$
	$= 0,004;$
	$= 2,4;$
	$= 0,024;$
	$= 0,008.$

Пример 3

Игра «Потерялась запятая»

Просто замечательно, что в примере $127 \cdot 35 = 4445$ запятой нет. Она тут не нужна.

А вот в примерах ниже запятая появляется. Но какое место в произведении она должна занять? Найди его.

$$1,27 \cdot 3,5 = 4445; 12,7 \cdot 0,35 = 4445; 12,7 \cdot 3,5 = 4445.$$

А здесь наоборот: запятая не может найти место в множителях. Помогите ей.

$$127 \cdot 35 = 4,445; 127 \cdot 35 = 444,5; 127 \cdot 35 = 44,45.$$

Обрати внимание, что это можно сделать несколькими способами.

Пример 4

Игра «Почта»

При умножении десятичных дробей можно пользоваться переместительным, сочетательным и распределительным законами, потому что умножение десятичных дробей сводится к умножению натуральных чисел, для которых эти законы выполняются.

Запишите на отдельных листках результаты умножения чисел: $0,125 \cdot 14 \cdot 8$; $25 \cdot 199$; $2,3 \cdot 99$; $3,05 \cdot 32 + 30,5 \cdot 6,8$.

Сложите листки в конверты и подпишите на конвертах имя закона, которым вы воспользовались при вычислении произведения. Опустите письмо в соответствующие ящики (с названиями законов). Может быть, некоторые письма придётся отправить по нескольким адресам.

Выигрывает тот, кто наиболее быстро и правильно отправит письма.

Пример 5

Игра «Обиды Нулика»

Обида первая

«Я часто болею, когда мне мало уделяют внимания. Дело не столько во внимании, сколько в том, что, пренебрегая мною, читатель получает неправильный результат.» Вот наглядные примеры:

$$\begin{array}{r} \times 137 \\ 204 \\ \hline 548 \\ + 274 \\ \hline 3288 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 734 \\ 60 \\ \hline 4404 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 7056 \\ 8 \\ \hline 6048 \end{array}$$

На что обиделся Нулик, увидев эти примеры?

Обида вторая

«Видимо, невнимание ко мне позволяет многим умножающим не только выталкивать меня с того места, где я нужен, но и ставить меня туда, где я не обязателен. И я вынужден там зря стоять из-за чьей-то забывчивости». В следующих примерах помогите Нулику разобраться, где он необходим. В этом случае подчеркните его, а где можно без нуля обойтись — зачеркните.

$$0,50 \cdot 4; 0,25 \cdot 2; 0,2 \cdot 50; 10,2 \cdot 0,1;$$

$$30,3 \cdot 0,20; 0,60 \cdot 200 = 0,6 \cdot 200 = 120,0 = 120.$$

Пример 6

Игра «Гости»

После того, как с обидами разобрались, Нулик успокоился и рассказал:

— Когда ко мне в гости приходят запятая, двойка, тройка и пятёрка, то мы играем в игру: составляем вместе такие множители, которые дают произведение, подчиняющееся какому-нибудь из условий:

- 1) должно быть два значащих нуля в конце произведения;
- 2) должно быть три значащих нуля в начале;
- 3) должно быть десять значащих нулей после запятой. Из данных примеров выберите подходящий к каждому случаю:

$$\begin{array}{r} \times 0,023 \\ 0,05 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 0,000053 \\ 0,000002 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 230 \\ 50 \end{array}.$$

Составьте свои примеры, в каждом из которых выполняется какое-нибудь одно из трёх условий.

Пример 7

Выберите верные утверждения.

- 1) Произведение всегда больше каждого из множителей.
- 2) Произведение не всегда больше каждого из множителей.
- 3) Если один из множителей меньше единицы, то и произведение меньше единицы.
- 4) Если каждый из множителей меньше единицы, то произведение обязательно меньше единицы.

Ложные высказывания опровергните с помощью примеров.

Пример 8

Четыре ученика выполнили умножение $7,67 \cdot 35,8$ и получили следующие результаты:

- а) 274,586;
- б) 2745,86;
- в) 274,588;
- г) 27,4586.

Известно, что один из результатов верный. Выберите верный результат и объясните свой выбор.

Пример 9

Приведите свои примеры на умножение.

Можно ли воспользоваться следующими советами для проверки результатов умножения:

делать прикидку результата (то есть приблизительно указать результат);

проверять последнюю цифру результата;

считать количество знаков после запятой.

В каком порядке следует этими советами, по-вашему, воспользоваться? Какие ещё советы вы бы добавили?

Пример 10

1) 1 метр ткани стоит 14 червонцев. Сколько червонцев стоят: 3 м такой ткани; 5 м; 0,8 м?

2) Стороны прямоугольника равны 14,5 м и 3,2 м. Найдите его площадь.

3) Река Волга имеет длину 3,53 тыс. км, а Днепр на 1,33 тыс. км короче Волги и на 2,24 тыс. км короче Амура. Какую длину имеет Днепр? Какова длина Амура? Ответ дайте в тысячах километров.

4) В Москве в среднем за сутки всеми видами городского транспорта перевезено 16,4 млн пассажиров. Сколько примерно тысяч пассажиров перевезено в Москве за месяц (30 дней)? Ответ дайте в миллионах пассажиров.

5) На пальто израсходовали 3,2 м ткани, а на костюм — на 1,6 м больше, чем на пальто. Сколько ткани израсходовали на пальто и костюм вместе?

6) 1 фунт $\approx 409,5$ г. Пуд тяжелее фунта приблизительно в 40 раз. Сколько граммов составляет 1 пуд?

7) Пешеход шёл со скоростью 3,5 км/ч. Какое расстояние он пройдёт за 2,5 ч?

Выделите из задач те, которые решаются при помощи умножения.

📖 Глава 6. ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ И ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Операцию деления десятичных дробей (теорию и практику) можно ввести на основе общего определения деления, т.е. как операцию, обратную умножению десятичных дробей. Такой подход считается довольно перспективным, но предъявляет слишком большие требования к уровню культуры мышления обучаемых. Поэтому в современных учебных пособиях приняты более простые последовательности введения этой операции. Однако, в сущности, каждая из них сводит правило деления десятичных дробей к требованию, чтобы делитель был целым числом, и предполагает следующий общий план изучения темы:

- 1) деление десятичных дробей на целое число;
- 2) деление целых чисел и десятичных дробей на десятичную дробь.

Рассмотрение деления десятичных дробей на целое число, как правило, начинают с повторения приемов деления целых многозначных чисел на однозначное, двузначное и многозначное число с полным объяснением.

При построении алгоритма деления десятичной дроби на целое число целесообразно обратиться к практической задаче или к задаче с наглядно представляемым содержанием, связанной с десятичной системой мер, решение которой предполагает переход от крупных единиц к более мелким. Например, задача: «Моток проволоки длиной 5,58 м разрезали на три равные части. Чему равна длина каждой части (в метрах)?». Учащимся предлагается сравнить два способа решения задачи и совместно с учителем проанализировать процесс получения запятой в частном.

1-й способ:

$$\begin{aligned} 5,58 \text{ м} &= 558 \text{ см}; \\ 558 \text{ см} : 3 &= 186 \text{ см}; \\ 186 \text{ см} &= 1,86 \text{ м}. \end{aligned}$$

2-й способ:

$$\begin{aligned} 5,58 \text{ м} : 3 &= 1,86 \text{ м}; \\ \begin{array}{r|l} 5,58 & 3 \\ \hline 3 & 1,86 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{r} \underline{25} \\ 24 \\ \underline{18} \\ 18 \\ \underline{0} \end{array} \end{aligned}$$

Объяснение: 5 целых разделить на 3 – получится 1 целая единица; от 5 целых отнять 3 целых – останутся 2 целые единицы; так как $2 < 3$, то деление целой части закончено и поэтому в частном после 1 ставим запятую. Дальше, 2 целые единицы содержат 20 десятых долей, да еще учтем имеющиеся в делимом 5 десятых – всего 25 десятых; записываем 25 десятых как промежуточное делимое; разделив 25 десятых на 3, в частном получим 8 десятых долей. В остатке 1 десятая ($1 < 3$). Остаток 1 десятая содержит 10 сотых. Да еще в делимом 8 сотых – всего 18 сотых; получившиеся 18 сотых разделим на 3 – получим 6 сотых. Остаток – нуль. Деление закончено.

Для того, чтобы деление десятичной дроби на целое число не вызывало у учащихся затруднений, необходимо рассмотреть различные случаи деления при точном частном на системе специально подобранных упражнений. Эта система упражнений должна быть направлена на преодоление одного из «недостатков» десятичных дробей, подмеченного знаменитым писателем-фантастом, ученым с мировым именем, популяризатором науки А. Азимовым: «... система десятичных дробей подобна раю на земле... Но как у любого рая на земле есть оборотная сторона, так и у системы десятичных дробей есть свои недостатки. Например, необходимость очень тщательно следить за положением десятичной запятой". Можно приучить учащихся своевременно ставить запятую в частном, используя следующий методический прием: подчеркивать в делимом цифру, снесение которой является сигналом: в частном надо поставить запятую.

Тема 6.1. ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Назначение темы «Деление натуральных чисел» — сформировать понятие о делении как об операции, обратной умножению, повторить особенности деления с остатком, выделить особые случаи деления.

Работу с теоретическим материалом можно провести, обращая особое внимание на следующие моменты:

- что значит разделить одно число на другое;
- названия компонентов операции;

- различные способы записи деления;
- деление без остатка возможно не всегда;
- особенности деления с остатком (остаток должен быть меньше делителя, случай деления меньшего числа на большее);
- роль нуля в операции деления;
- на нуль делить нельзя, так как частное или не существует (невозможно подобрать такое число, которое при умножении на делитель даст делимое), или не определено (в качестве результата можно выбрать любое число).

Отметим, что необходимо подобрать задания, основной целью которых является выявление случаев деления нацело и с остатком, при этом необходимо формировать умения выполнять проверку при делении. Однако важно позаботиться о том, чтобы дети успешно выполняли саму процедуру деления. Для этого необходимо повторить, как осуществляется подбор цифр в частном.

При выполнении заданий необходимо, чтобы обучающиеся проговаривали, что дано и что требуется найти, а затем обосновывали свои действия и проговаривали их.

➤ Практические примеры

Пример 1

Математический диктант

Делитель – это:

- а) число, которое делят;
- б) число, на которое делят;
- в) число, которое получается при делении.

В равенстве $(a + 32) : (105 - b) = 5$ выражение $a + 32$ является:

- а) частным;
- б) делимым;
- в) делителем.

Результатом деления числа 3 570 000 на 100 является число:

- а) 35 700;

- б) 3 570;
- в) 357 000.

Для того, чтобы найти неизвестный множитель, надо:

- а) делимое разделить на частное;
- б) частное умножить на делитель;
- в) произведение разделить на известный множитель.

При каких значениях m верно равенство $m : 1 = 1$?

- а) при любых;
- б) при $m = 1$;
- в) ни при каких.

Пусть набор из 6 тюбиков краски стоит 240 рублей, а набор из 5 кисточек стоит 50 рублей. Запись $240 : 6 - 50 : 5$ означает:

- а) во сколько раз краски дороже кисточек;
- б) на сколько один тюбик краски дороже одной кисточки;
- в) во сколько раз один тюбик краски дешевле одной кисточки.

Пример 2

Исправь ошибки:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| а) $9100 : 10 = 91$; | а) $9100 : 10 = 910$ |
| б) $5427 : 27 = 21$; | б) $5427 : 27 = 201$ |
| в) $474\ 747 : 47 = 101$; | в) $474\ 747 : 47 = 10101$ |
| г) $42 \cdot 11 = 442$. | г) $42 \cdot 11 = 462$ |

Пример 3

Докажите, что при решении уравнения допущена ошибка.

Решите уравнение.

$$124 : (y - 5) = 31$$

$$y - 5 = 124 : 31$$

$$y - 5 = 3844$$

$$y = 3844 + 5$$

$$y = 3849$$

Ответ: 3849

$$y - 5 = 124 : 31$$

$$y - 5 = 4$$

$$y = 4 + 5$$

$$y = 9$$

Ответ: 9

Пример 4

У каждой группы на столе лежит лист. На рисунке показан способ разрезания квадрата со стороной по четыре клетки, по сторонам клеток на две равные части. Найдите пять других способов. Сколько существует способов разрезания квадрата на две равные части линиями, идущими по сторонам маленьких квадратиков?

Пример 5

1) Ребята заработали 10 марок и решили поделить их между собой. 1 марка содержит 100 пенни. Помогите сосчитать, сколько денег должен получить каждый из ребят, если работу выполняли:

а) двое; б) трое; в) четверо; г) пятеро; д) шестеро.

2) В каких случаях деление денег можно осуществить:

а) нацело в марках;

б) с остатком в марках;

в) нацело в пенни;

г) с остатком в пенни?

Используя слова и словосочетания «деление», «натуральное число», «десятичная дробь», «остаток», «нацело», составьте фразу о цели этого задания.

Пример 6

1) Найдите делитель и частное, если делимое равно 97, а остаток — 2.

2) Найдите делимое и частное, если $\square : 9 = \Delta$ (ост. 5).

3) Найдите делимое и остаток, если делитель равен 12 639, а частное — 0.

4) Найдите делимое и частное, если делитель равен 23, а остаток — 25.

5) Найдите частное, если делимое равно 6409, делитель — 8, а остаток — 9.

6) Найдите делимое, если делитель равен 0, частное — 3, а остаток — 0.

Какие задачи не имеют решения? Какие задачи имеют не единственное решение?

Пример 7

Выполните деление и запишите результат в один из трёх столбцов в зависимости от вида частного:

столбец №1

$$10 : 5 = 2$$

.....

а) $125 : 11$;

г) $1012 : 21$;

ж) $420 : 32$;

к) $90\,000 : 36$

столбец №2

$$10 : 4 = 2,5$$

б) $273 : 70$;

д) $628 : 25$;

з) $88\,886 : 98$;

столбец №3

$$10 : 6 = 1,(6)$$

в) $42\,535 : 47$;

е) $20\,600 : 2500$;

и) $91\,000 : 90$;

Тема 6.2. ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА ОДНОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

С методической точки зрения в процессе занятий организовать обогащающее повторение известного способа деления натурального числа на однозначное натуральное число уголком, теоретическое обоснование этого способа и его перенос на десятичные дроби. Изучение теоретического материала удобнее провести в форме эвристической беседы, обратив внимание на следующие наиболее важные моменты:

- возможный план изучения операции деления;
- пример деления размерной величины и основной вывод — деление, как и умножение, выполняется поразрядно ($148\text{ см} : 4 = 1\text{ м } 4\text{ дм } 8\text{ см} : 4$);
- столбик — это свернутая запись поразрядного деления;
- случаи, когда в частном появляется цифра 0;
- «исчезновение» деления с остатком: остаток можно дроби́ть на более мелкие разрядные единицы и продолжать деление;

- особенности деления десятичной дроби на однозначное число — как правильно поставить запятую (можно предложить ученикам использовать приемы-подсказки, например: 1) провести через запятую в делимом вертикальную черту, как только в столбике при сносе очередной цифры мы вынуждены «перешагнуть» эту черту, в частном ставим запятую; 2) заранее наметить точками количество цифр в целой части частного и т. п.);

- возможность появления в частном бесконечной периодической дроби, особенности получаемых в этом случае остатков

✎ Практические примеры

Пример 1

Выполните деление:

- а) $81 : 6$; б) $8,1 : 6$; в) $0,81 : 6$;
г) $0,081 : 6$; д) $5,3 : 5$; е) $0,15 : 3$.

Пример 2

Используя нули и запятые, запишите правильный ответ.

- а) $12,24 : 4 = 306$
б) $37,1 : 53 = 7$
в) $992,8 : 8 = 1241$

Пример 3

Актуализация знаний.

Три соседа мужика

(Федор, Яков и Лука),

Чтоб всегда красиво жить

Стали дом свой мастерить!

Но Лука вдруг говорит:

Надо полки смастерить!

Вот доска у нас такая

И длина ведь небольшая!

Полочки всего четыре,
Сделать равными друзья!
Допускать обид нельзя.
Можно ль это сделать им?
И смекни путем каким?

(на доске – рисунок доски)

Учитель. Ребята. Давайте поможем Федору, Якову и Луке.

Доски у нас нет, а вот веревку такой же длины на урок я принесла.

Длина доски равна длине веревки 1,356 м .

Как сделать четыре равные полочки?

(Ребята выполнили практическую работу, сложив веревку на четыре равные части.)

Учитель. А теперь давайте опишем математическим действием.

Вопросы учителя:

Какова длина веревки?

А в виде чего записано это число?

Из чего состоит это число?

А на какое число нужно поделить?

А как называется это число?

(работа происходит в форме – диалога).

Пример 4

Рассмотрите примеры деления на 8. Поставь запятую, отбрось лишние нули.

а) $320,8 : 8 = 04010$

б) $32,08 : 8 = 04010$

в) $3,208 : 8 = 0040100$

Пример 5

1) Выполните деление:

а) $412 : 2$; б) $824 : 2$; в) $412 : 4$; г) $824 : 4$.

2) Как изменится частное, если: а) делимое увеличить в 2 раза (в несколько раз), а делитель оставить без изменения? б) делитель увеличить в 2 раза (в несколько раз), а делимое оставить без изменения?

3) Изменится ли частное, если делимое и делитель одновременно увеличить в 2 раза? в несколько раз?

Пример 6

1) Составьте задачи по предложенным решениям:

а) $23,25 \text{ р.} : 3 =$

23	2	5	к. : 3 = 7 7 5 к. = 7 р. 75 к.
21			
сотни			
2	2		десятки
2	1		
1	5		единицы
1	5		

б) $23,25 \text{ р.} : 3 = 7,75 \text{ р.}$

23	,	2	5	р. : 3 = 7,75 р.
21				
единицы				
				запятая
2				десятые
2		1		
1		5		сотые
1		5		

2) Проверьте результаты:

а) сложением; б) вычитанием; в) умножением; г) делением.

📖 Тема 6.3. ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА МНОГОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

Основная задача выше обозначенной темы: закрепить общий алгоритм деления на натуральное число, обратить внимание учащихся на возможные типичные ошибки и предложить способы их предотвращения.

При работе с теоретическим материалом особое внимание необходимо обратить на следующие моменты:

- деление на многозначное число выполняется также поразрядно (как и на однозначное);
- есть ли какие-нибудь особенности, отличающие деление на многозначное число от деления на однозначное;
- как подбирать цифры частного;
- на каждом шаге деления необходимо проверять остатки — они должны быть меньше делителя;
- в каких случаях в частном появляется цифра 0;
- почему можно допустить ошибку, поставив в частное лишний нуль, и как этого избежать;
- верно ли утверждение, что «при сравнении деления десятичных дробей на однозначное натуральное число с делением десятичных дробей на многозначное натуральное число ничего нового не обнаружено» (в целом это верное утверждение, ставящее эмоциональный акцент на наличии единого способа деления на натуральное число, однако необходимо обратить внимание обучающихся на подобный пример $37,1 : 530 = 0,07$ и аналогичные ему: при делении на однозначное число подобная ситуация не возникает; чтобы сделать аналогию полной, можно предложить учащимся универсальный способ деления — независимо от делителя первоначально отделять слева в записи делимого только первую цифру, снося далее по одной следующие, при этом в целой части частного могут появиться незначащие нули: $37,1 : 530 = 00,07 = 0,07$; возможно, такой способ окажется полезен учащимся, которые чувствуют себя неуверенно и допускают ошибки в подобных ситуациях);
- можно подобрать задания, где упоминается термин «процент» и соответствующее обозначение как специальное название, способ записи сотых долей; закреплять и уделять особое внимание этому понятию здесь не следует, так как оно систематически будет изучается позже.

➤ Практические примеры

Пример 1

Учитель:

- Рассмотрите внимательно изображения озера на слайде 5. Это озеро близко сердцу каждого русского человека, является жемчужиной России. Что же это за озеро? Да, это озеро Байкал.

(Идет отрывок фильма об озере Байкал)

- Какова же природа озера Байкал?

-Что вы увидели на кадрах этого фильма?

-Очень часто, когда люди путешествуют по озеру Байкал им не обойтись без веревки , так как по берегам расположены горы.

Лабораторная работа. Объяснение нового материала. Учитель:

На ваших столах лежат веревочки, вы работаете в парах. Измерьте длину веревки в миллиметрах и результат запишите в тетради.

Вы могли получить разные результаты измерения, договоримся, что длина веревки 116мм.

-Очень часто необходимо поделить веревку на части.

-Как можно разделить веревку на четыре равные части, не имея измерительных приборов? Веревку можно сложить пополам, а потом еще пополам.

Выполним деление:

$$116: 4 = 29 \text{ (мм)}$$

- Мы разделили натуральное число на натуральное.

- Давайте попробуем записать деление столбиком.

Задача. Длина веревки равна 11,6 см. Как разделить веревку на четыре равные части?

А умеем ли делить десятичную дробь на натуральное число?

Переведем числа 116 мм и 29 мм в сантиметры.

Сколько в 1 см мм? $1\text{см} = 10\text{ мм}$.

$$11,6: 4 = 2,9 \text{ (см)}$$

Было деление натуральных чисел, а стало деление десятичной дроби на натуральное число.

Чем же отличаются эти правила?

При делении десятичной дроби на натуральное число важную роль играет постановка запятой, она ставится, когда закончится деление целой части.

Задача. Мировые запасы пресной воды составляют 115 миллионов тонн (0,115 млрд. т). В озере Байкал находится одна пятая мировых запасов пресной воды. Сколько миллиардов тонн пресной воды содержится в озере Байкал?

Чтобы решить эту задачу, надо найти одну пятую от числа 0,115.

$$0,115:5=0,023 \text{ (млрд. т)}$$

Ответ: 0,023 миллиардов тонн.

Задача. У одного из островов глубина озера Байкал 1,61км, а глубина Ладожского озера в 7 раз меньше. Найти глубину Ладожского озера.

$$1,61:7=0,23(\text{км})=230 \text{ (м)}$$

Ответ: 230 метров.

Задача. Выполните действия, выберите букву и получите название рыбы, которая водится только в озере Байкал.

$$72,8: 8 = 9,1 \text{ 0,03 - ь}$$

$$5,1:17 = 0,3 \text{ 5,3 - у}$$

$$26,5:5 = 5,3 \text{ 9,1 - о}$$

$$1,6: 8 = 0,2 \text{ 0, 2 - л}$$

$$0,48: 16 = 0,03 \text{ 0,3 - м}$$

Эта рыбка называется омуль, она водится только в озере Байкал, это необычно нежная и приятная на вкус рыба, а также водятся в озере сиг, осетр, хариус.

Пример 2

Солнце всходит,
скрылась ночь,
Запятая встать не прочь.
Целую разделишь часть –
Запятой не дай пропасть,
Ставь ее и часть потом
Дробную дели с трудом,
Потому что без труда
Не разделишь никогда!

Пример 3

1) Выполните деление десятичной дроби на натуральное число:

а) $17,85 : 17$; б) $183,6 : 204$; в) $1,2369 : 93$; г) $86,448 : 80$.

2) Используя шифр, расставьте у результатов деления соответствующие буквы и прочитайте запятанное в задании слово:

9	1,05	1,86	0,9	0,0133	1,5	0,133	1,0806

Ы	Н	К	У	Л	П	Б	Ь

Как вы думаете, почему зашифровали именно это слово?

Пример 4

Замените звёздочки цифрами:

а)	$\begin{array}{r} \text{*****} \\ - \end{array} \bigg \begin{array}{r} *** \\ \hline **, \dots \end{array}$	б)	$\begin{array}{r} ** \\ - \end{array} \bigg \begin{array}{r} ** \\ \hline *, \dots \end{array}$
в)	$\begin{array}{r} \text{*****} \\ - \end{array} \bigg \begin{array}{r} *** \\ \hline ***, \dots \end{array}$	г)	$\begin{array}{r} ** \\ - \end{array} \bigg \begin{array}{r} ** \\ \hline 0, \dots \end{array}$

Тема 6.4. ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

При изучении темы «Деление десятичных дробей» важно ввести соответствующее правило на основе свойства операции деления, сформулировать свойство, необходимое для дальнейших выводов: если делимое и делитель увеличить в одно и то же число раз, то частное не изменится.

В современной учебной литературе деление десятичных дробей объясняется на примере решения конкретных задач с именованными числами, выраженными в метрических мерах (аналогично тому, как это делалось при построении алгоритма деления десятичной дроби на целое число), для анализа можно предложить следующую задачу: «Площадь прямоугольника равна $2,88 \text{ дм}^2$, а его ширина равна $0,8 \text{ дм}$. Чему равна длина прямоугольника?».

Для отработки отдельных шагов алгоритма деления на десятичную дробь учащимся необходимо предложить специально составленную систему упражнений, в процессе выполнения которой особое внимание обратить на следующее: – когда в частном не получается

целых, то на их месте пишется 0 целых; – когда после снесения к остатку цифры делимого получается число, которое не делится на делитель, то в частном пишется 0; – когда после снесения последней цифры делимого деление не оканчивается, то, приписывая к остаткам нули, продолжают деление; – если в делимом целое число, то при делении на десятичную дробь, его увеличивают, приписывая к нему нули; – в частном получается тот разряд, какой делим: делим целые, получаем в частном целые, делим десятые доли, получаем десятые и т.д. Предлагая учащимся разнообразные упражнения на деление десятичных дробей, необходимо учесть и те затруднения, которые испытывают учащиеся при делении на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.

Свойства деления повторяются с десятичными дробями и применяются при устном счете. Среди них: перестановка членов ряда делений, деление числа на произведение, деление произведения на число, деление суммы на число, деление разности на число. После изучения всех теоретических вопросов о действиях над десятичными дробями приступают к решению задач и упражнений на все действия с десятичными дробями.

➤ Практические примеры

Пример 1

Изучите пример: $1,7 : 0,34 = 1,70 : 0,34 = 170 : 34$;

Выполните деление:

а) $86,1 : 2,46$; б) $25,9 : 0,037$; в) $169,2 : 4,23$;

г) $183,96 : 5,256$; д) $376 : 0,0004$; е) $35 : 0,2$.

ж) $23,1 : 0,21$; з) $0,3 : 0,75$; и) $2,7 : 0,003$;

к) $1 : 0,25$; л) $0,154 : 0,77$; м) $2,88 : 0,8$.

Пример 2

Запишите выражение и найдите его значение: сумма частного чисел 12,5 и 0,5 и произведения чисел 25 и 0,14.

Во сколько раз уменьшится площадь прямоугольника, длина которого 8,4 см, ширина 4,2 см, если его длину уменьшить в 1,2 раза, а ширину — в 1,4 раза?

Пример 3

Продолжите равенства: а

) $2,34 \text{ мм} = 0,234 \text{ см} = \dots \text{ дм} = \dots \text{ м}$;

б) $139 \text{ к.} = \dots \text{ р.}$;

в) $2,525 \text{ м} = \dots \text{ дм} = \dots \text{ см} = \dots \text{ мм}$.

Пример 4

Ответьте на вопросы.

1) Какое число в 1,2 раза меньше 12,24?

2) Во сколько раз 183,6 больше 20,4?

3) Во сколько раз 3,16 меньше 7,9?

4) На сколько 0,032 больше 0,0064?

Пример 5

Рост гориллы 2м. Найдите в метрах рост карликовой обезьяны, если она ниже гориллы в 12,5 раза.

Во сколько раз карликовая обезьяна ниже человека, рост которого 170см?

Пример 6

Составьте числовые выражения для решения следующих задач:

а) Для приготовления пяти одинаковых тортов кондитеру необходимо иметь 625 г орехов. Сколько таких же тортов он может испечь, если у него имеется 1 кг орехов?

б) Для пошива семи платьев портнихе потребуется 112 пуговиц. Сколько таких же платьев сшила портниха, если ей для этого потребовалось 144 пуговицы?

Пример 7

Заполните таблицу.

Множитель	2	...	2	2	2	Частное
Множитель	0,19	0,38	0,95	...	19	Делитель
Произведение	0,38	0,76	...	3,8	...	Делимое

2) Используя таблицу, заполните пропуски в цепочке равенств:
 $0,38 : 0,19 = 0,76 : 0,38 = \dots : 0,95 = 3,8 : \dots = \dots : 19$.

3) Продолжите цепочку равенств:

$0,13299 : 0,0214 = 1,3299 : 0,214 = \dots$

до тех пор, пока делитель не окажется натуральным числом.

Верно ли, что деление на десятичную дробь можно заменить делением на натуральное число? Если да, то как это сделать?

Пример 8

Изучите пример: $1,7 : 0,34 = 1,70 : 0,34 = 170 : 34$;

Выполните деление:

а) $86,1 : 2,46$; б) $25,9 : 0,037$; в) $169,2 : 4,23$;

г) $183,96 : 5,256$; д) $376 : 0,0004$; е) $35 : 0,2$.

ж) $23,1 : 0,21$; з) $0,3 : 0,75$; и) $2,7 : 0,003$;

к) $1 : 0,25$; л) $0,154 : 0,77$; м) $2,88 : 0,8$.

Тема 6.5. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

Основные цели изучения темы – сформировать понятие «среднее арифметическое»: обогатить умения учащихся оперировать десятичными дробями в процессе выполнения примеров на все действия и решения уравнений.

Теоретический материал по теме «Среднее арифметическое» должен быть направлен на формирование умения находить среднее арифметическое нескольких чисел в стандартной ситуации. Особого

внимания заслуживает введение понятия «среднее арифметическое» в систему связей с другими понятиями (числовой луч, практический смысл слова «среднее», средняя скорость).

Возможна демонстрация применения понятия «среднее арифметическое» в нестандартных ситуациях. Предлагаемые задания можно сконцентрировать в двух тематических блоках.

Во-первых, нахождение значения нетривиального числового выражения. Особое внимание при этом уделяется предотвращению возможных ошибок на порядок действий. Для этого используются следующие методические приемы: составление схемы числового выражения; запись числового выражения по его словесному описанию; составление из единого набора чисел и действий числовых выражений, которые меняют или сохраняют свое значение при расстановке скобок; выбор выражения по заданному порядку действий; нахождение значений числовых выражений сложной структуры.

Во-вторых, решение задач на разбиение числа на слагаемые с известным соотношением. При этом предлагается два способа решения: аналитический (с помощью уравнения) и арифметический (по действиям с использованием вспомогательных схем-рисунков).

➤ Практические примеры

Пример 1

Во время прогулки по лесу Света нашла 18 шишек, Саша — 9, Таня — 6, Витя лишь одну шишку, а Миша — 21. Все собранные шишки решили поделить поровну между пятью ребятами:

$(18 + 9 + 6 + 1 + 21) : 5$. Каждому досталось по 11 шишек.

— Молодцы! — похвалил ребят Коля, — вы сейчас нашли среднее арифметическое пяти чисел. Так всегда поступают, когда что-то хотят поделить поровну.

Коля предложил добавить к общему количеству собранные им 17 шишек. Сколько шишек достанется теперь каждому из шести ребят?

Продолжите фразу: «Чтобы найти среднее арифметическое, нужно: . . . »

Пример 2

1) Отметьте на числовом луче точки:

а) $A(5)$; $C(7)$; $B(6)$; б) $M(2,5)$; $K(6,3)$; $N(4,4)$.

В чём особенность расположения точек A , B , C и M , N , K на числовом луче?

2) Найдите координату середины отрезка AC , если $A(12,5)$, а $C(21)$.

Пример 3

В течение недели были зафиксированы следующие показатели термометра (в полдень):

$26,5^\circ$; $24,7^\circ$; $27,6^\circ$; $30,0^\circ$; $19,9^\circ$; $18,8^\circ$; $19,1^\circ$.

1) Какая самая высокая (и самая низкая) температура воздуха в полдень наблюдалась в течение недели?

2) Какова средняя за неделю температура воздуха в полдень?

Пример 4

В соревнованиях по триатлону спортсмен 2 ч бежал со скоростью 18 км/ч, затем 1 ч плыл со скоростью 5 км/ч, после чего 4 ч ехал на велосипеде со скоростью 37 км/ч. С какой средней скоростью спортсмен прошёл всю дистанцию? Какова средняя скорость на первых двух этапах? На последних двух?

Пример 5

Как вы понимаете следующие высказывания?

1) Он был человеком среднего роста.

2) В среднем этот нападающий забивает три шайбы за матч.

3) В среднем весе в финал вышли Пуговкин и Иголкин.

4) В среднем в этой местности выпадает 240 мм осадков в год.

Пример 6

Карлсон летел к Малышу 3 ч со скоростью 80 км/ч, а потом у него сломался пропеллер, и он 12 ч добирался на автобусе со скоростью 50 км/ч. С какой средней скоростью двигался Карлсон?

Тема 6.6. СОВМЕСТНЫЕ ДЕЙСТВИЯ С ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ И НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Не смотря на то, что казалось бы все действия с десятичными дробями и натуральными числами разобраны и отработаны, необходимо обобщить и закрепить знания обучающихся о выполнении всех четырех арифметических действий.

Особое внимание при этом уделяется предотвращению возможных ошибок при определении порядка действий. Для этого используются следующие методические приемы: составление схемы числового выражения, выбор выражения по заданному порядку действий, предоставление обучающимся возможности самоконтроля с помощью промежуточных ответов по действиям, нахождение значений числового выражения сложной структуры.

Практические примеры

Пример 1

Учитель. Ребята, при первоначальном знакомстве с десятичными дробями мы обсуждали вопрос о том, как изучали десятичные дроби в старину, и как мы будем изучать эту тему. Сегодня мы попытаемся найти ответ на вопрос «Похожи ли правила выполнения действий с десятичными дробями, которыми пользовались школьники разных веков?».

Для того, чтобы приступить к работе, предлагаю каждому из вас взять карточку, выполнить предложенное задание, и, исходя из получившегося результата, поделиться на 2 группы (карточки с выражени-

ями можно разделить на 2 группы: результат – целое число, результат – десятичная дробь).

Давайте познакомимся с нашими помощниками. На двух столах разложены источники, каждая группа изучает их и составляет краткую характеристику (Дети просматривают предложенные учебники и листы, на которых воспроизведены тексты из учебников).

Учащиеся. Сегодня нашими помощниками будут авторы учебников, в которых имеется учебный материал по теме «Десятичные дроби». На одном столе находятся учебники и учебные книги, по которым мы учимся, а на другом – статьи с параграфами из учебника Т. Ф. Осиповского, 1813 года издания [63], а так же учебник начала XIX века, переизданный в XXI веке [64].

Учитель. А кто заметил что-то необычное в этих источниках?

Учащиеся. Текст одной книги написан необычным шрифтом, в словах встречаются такие знаки: Ъ ъ, І і, Ъ ъ, Ө ө, V v. А буква «т» пишется так перевёрнутая «ш».

Учитель. Значит, чтобы прочитать текст в этом учебнике, вы должны разгадать, как произносить при чтении эти буквы.

Подумайте, чем мы сейчас с вами займёмся?

Учащиеся. Мы будем изучать правила арифметических действий с десятичными дробями в разных учебниках, а правила из нашего учебника, которые уже знаем, повторим. Потом сравним правила из разных учебников.

Учитель. А вот ещё один помощник – инструкционная карта, которая будет ориентировать вас в работе. Познакомьтесь с ней.

Текст инструкционной карты.

Внимательно прочитай имеющуюся информацию.

Выдели главное по каждому вопросу.

Кратко, но, не теряя главной идеи, сформулируй правила.

Оформи получившийся свод правил.

Учитель. И последнее. Перед тем, как мы начнём работу с источниками, необходимо определить, каким у нас должен получиться результат, и чем мы будем руководствоваться в работе (обсуждаются критерии работы, выбранные фиксируются, например: нужность; правдивость; лаконичность; ясность представления и др.).

После групповой работы команды поочерёдно представляют полученные правила, каждое правило попарно по схеме «старина – современность» иллюстрируется примерами. Далее каждое из этих правил обсуждается командами (сравнение, выделение плюсов и минусов изложения материала и т. д.). После того, как будут изложены все правила, учащиеся совместно оценивают работу групп по составленным критериям. Результатом диалогового взаимодействия обучающихся будет текст памятки «Правила действия с десятичными дробями», составленной учащимися в совместной деятельности и познавательный опыт, который приобрели в процессе работы с учебными текстами.

Пример 2

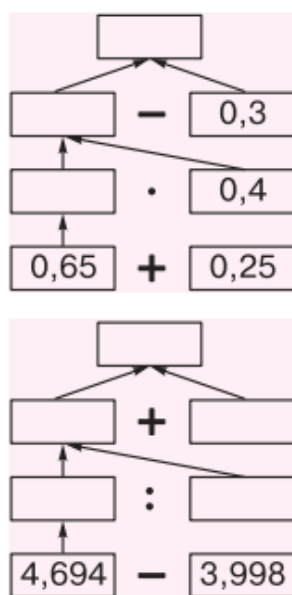
1) Верно ли, что значение выражения $0,65 + 0,25 \cdot 0,4 - 0,3$ можно найти по схеме? Если нет, то нарисуйте другую схему.

2) Сформулируйте известные вам правила выполнения действий с десятичными дробями.

3) При вычислении значения выражения

$$(4,694 - 3,998) : 4,35 + (4,5 \cdot 5,4 - 0,06)$$

ученик составил схему. Часть записей стёрлась. Восстановите их.



Пример 3

1) Найдите значение числового выражения:

а) $6 \cdot 1,5 - 1,4 \cdot 4$; б) $6 \cdot (1,5 - 1,4) \cdot 4$;

в) $(6 \cdot 1,5 - 1,4) \cdot 4$; г) $4 \cdot 16 : 8 \cdot 4$;

д) $4 \cdot 16 : (8 \cdot 4)$; е) $4 \cdot (16 : 8 \cdot 4)$.

2) Что общего у этих выражений, и чем они отличаются?

3) Используя числа 2,5; 3; 1,8; 0,2, знаки действий и скобки, составьте несколько числовых выражений, принимающих:

а) одинаковые значения; б) разные значения.

Попробуйте описать с помощью схем придуманные вами числовые выражения.

Глава 7. ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

Существуют несколько основных способа решения задач на движение, в представленном же курсе наибольшее внимание обращается на формирование умения решать задачи арифметическим способом.

Одной из особенностей задач на движение является то, что всякая такая задача требует обязательного анализа. Без предварительного анализа трудно определить, какой метод, и какая соответствующая математическая модель являются наиболее подходящими для решения данной задачи. Процессы реальной жизни характеризуются величинами, между которыми существуют определенные зависимости. Поэтому целесообразно научить детей начинать решение всякой задачи с установления процессов, описываемых в задаче, затем выявлять величины, характеризующие каждый процесс, уяснять функциональную зависимость между величинами.

Традиционно этот материал вызывает трудности в начальной школе, большинство учеников не испытывает уверенности в своих знаниях по этой теме. Поэтому в курсе этим задачам уделяется отдельное внимание.

Можно выделить следующие общие методические указания, которые следует иметь в виду при изложении материала данного пункта и в последующем.

1. Обучение решению на движение нацелено прежде всего, на развитие мышления учащегося. Поэтому здесь важен не столько результат, сколько сам процесс решения задачи. Способ рассуждения должен быть представлен максимально ясно и доступно.

2. Этот вид учебных заданий сложен для учащихся, и лишь немногие задачи включены в обязательные результаты обучения по курсу 5-6 классах. В кружковой же работе решать можно и нужно со всеми обучающимися различные задачи, в том числе и сложные, но требовать от всех в обязательном порядке, как в курсе основной школе не следует.

3. Не следует стремиться прорешать все задачи, содержащиеся в учебных пособиях и дидактических материалах. Задачи не вошедшие в занятия можно включать при изучении других вопросов, в том числе и как задание, подводящее к теме занятия. Кроме того, учитывая

уровень подготовки обучающихся, можно и вовсе отказаться от рассмотрения некоторых задач.

4. Важно убедиться, что обучающиеся понимают все термины и обороты речи, используемые в тексте задачи, что они понимают саму ситуацию, описанную в ней. Иногда эту ситуацию полезно даже разыграть.

5. Не менее важно также использование в процессе решения схематических рисунков, моделей, позволяющих представить рассматриваемую ситуацию в наглядном виде. Это принципиальное условие, без которого многим учащимся трудно будет понять логику рассуждений. Обучающиеся и сами должны приобрести привычку изображать условие задачи в виде схематического рисунка. Это поможет осознать и запомнить условие, увидеть способ решения задачи и проверить – убедиться в том, что задача решена верно.

6. Одна из целей решения задач на движение – развитие речи. Ребята должны пересказывать условие, анализировать его, при необходимости переформулировать, ставить вопросы и давать на них развёрнутые ответы.

7. При переходе к рассмотрению нового вида задач полезно полное решение хотя бы одной из них (по вопросам или с пояснениями) письменно зафиксировать, чтобы его можно было использовать в качестве образца. Здесь целесообразно ещё раз повторить, какая зависимость связывает расстояние, время и скорость движения, что означает термин «скорость» (скорость показывает, какое расстояние проходит объект в единицу времени: например, сколько километров за один час проезжает автомобиль; сколько метров за одну минуту проплывает пловец; сколько метров за одну секунду пробегает спортсмен).

Тема 7.1. СКОРОСТЬ. ВРЕМЯ. РАССТОЯНИЕ. ЗАДАЧИ С ОДНИМ УЧАСТНИКОМ ДВИЖЕНИЯ

В данном разделе важно сформировать осознанные, неформальные представления о понятии скорости, равномерного движения, повторить взаимосвязи между скоростью, временем и пройденным расстоянием при равномерном движении.

➤ Практические примеры

Пример 1

а) С какой скоростью должен ехать велосипедист, чтобы проехать 24,7 км за 2 ч? Сколько в пути пробыл велосипедист, если он проехал 6,5 км?

б) За какое время ракета пролетит путь, равный 24,5 км, если 14 км она пролетела за 4 с?

в) За секунду космическая ракета пролетает 12 км; за какое время она долетит до Луны, если расстояние от Земли до Луны около 400 000 км?

Пример 2

а) По шоссе до города необходимо проехать на автомашине 400 км, сделав две остановки по 40 мин. Сколько времени займёт поездка? Достаточно ли данных для ответа на вопрос задачи?

б) Из Москвы в Петербург, расстояние между которыми 650 км, вылетел самолёт, скорость которого 200 м/с. Долетит ли самолёт до цели менее, чем за 1 ч?

Пример 3

Коля живёт от Миши на расстоянии 2,4 км. Этот путь Коля проехал на велосипеде за 0,4 ч со скоростью 6 км/ч, а обратный путь по той же дороге он проехал со скоростью 8 км/ч. На какой путь Коля потратил меньше времени и на сколько?

Нет ли лишних данных в задаче? Если есть, то какие именно?

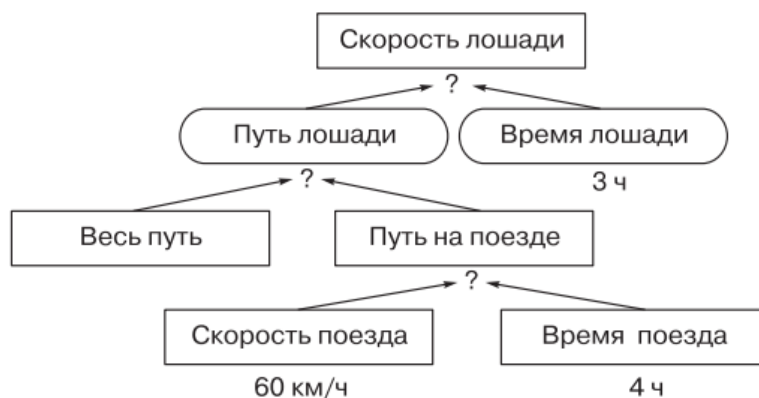
Сравните условия задач.

а) Турист проехал 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадах — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадах?

б) Турист проехал 288 км, причём на лошадах он проехал 48 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадах — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадах, если скорость поезда была 60 км/ч?

в) Турист проехал 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадях — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадях, если поезд шёл со скоростью 60 км/ч?

Какая из задач может быть решена с помощью изображённой ниже схемы:



Пример 4

Известно, что турист прошёл некоторое расстояние с постоянной скоростью. Если бы он шёл с той же скоростью на 1 ч больше, то прошёл бы 25 км, а если бы он шёл на 1 ч меньше, то прошёл бы 15 км.

Какое расстояние прошёл турист за 2 ч?

За сколько часов прошёл турист 25 км?

С какой скоростью двигался турист и сколько времени он был в пути?

Тема 7.2. ЗАДАЧИ О ДВУХ УЧАСТНИКАХ ДВИЖЕНИЯ

При изучении этого раздела необходимо мотивированно и аргументированно ввести правила нахождения скорости сближения или удаления двух участников движения. К сожалению, часто эти правила заучиваются формально: «если движутся в одном направлении – скорости вычитаем, если в разных – складываем». Цель обогащающего повторения – расшатать стереотипы и обеспечить осознанное усвоение материала

➤ Практические примеры

Пример 1

Прочтите условие задачи.

«Мама пошла в магазин, но забыла кошелёк с деньгами. Машенька увидела это, схватила кошелёк и побежала вдогонку. Когда она догнала свою маму, та уже успела уйти на 200 м от дома.

Найдите _____ если мама шла со скоростью 0,8 м/с, а Машенька бежала со скоростью 4 м/с.»

Каков был вопрос в задаче, если решалась она так:

1) $200 : 0,8 = 250$;

2) $200 : 4 = 50$;

3) $250 - 50 = 200$.

Ответ: _____ 200 _____.

Пример 2

Учитель. Ребята, предлагаю вам рассмотреть такую задачу на движение: «Велосипедист и пешеход, движущиеся навстречу друг другу одновременно из пунктов А и В, встретились через 2 часа. Расстояние между пунктами 30 км. С какой скоростью двигался пешеход, если велосипедист проезжал в час на 3 км больше, чем пешеход? ».

Как вы думаете, каждый ли из вас решит эту задачу? Можете ли вы, используя только текст задачи, составить вопросы, которые помогут решить её? (Учащиеся высказывают свои мнения). Итак, приступаем к работе над задачей».

Учащиеся по результатам работы с выражениями делятся на несколько групп (в выражениях получаются 4 разных варианта ответа), затем они проходят к заранее подготовленному рабочему месту, с номером, соответствующему результату вычисления. В итоге получаем четыре группы: конструкторы, исследователи, контролёры, аналитики. Определяем критерии работы групп. У каждой группы на столах находится инструкционная карта, в которой выделено жирным шрифтом задание, относящееся к конкретной группе, при этом решить задачу должны все группы, и принести на проверку к контролёрам.

Текст инструкционной карты:

Внимательно прочитайте задачу.

Оформите условие задачи разными способами:

а) краткая запись;

б) схема;

в) таблица;

г) чертёж.

Решите задачу разными способами. Запиши решение:

а) арифметически (по действиям и выражением);

б) алгебраически (уравнением).

Исследуйте, изменится ли решение задачи, если велосипедист будет двигаться в два раза быстрее, чем пешеход?

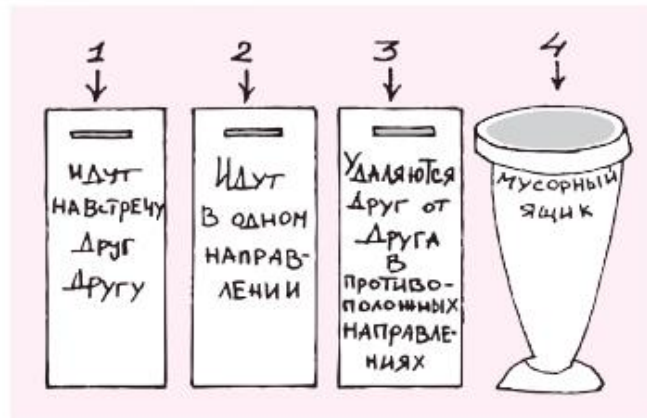
Сконструируйте обратную задачу и план её решения. Составьте уравнение, где в качестве неизвестного будет находиться ответ на вопрос задачи. Проверьте правильность решения задачи у всех групп (в том числе по составленному уравнению).

После выполнения работы, каждая группа отчитывается о проделанной работе по заранее оговорённым критериям. Итогом такой работы может служить плакат, в котором каждый способ решения будет проиллюстрирован соответствующим кратким условием задачи, а так же составленная обратная задача.

5) Рефлексия учителя. Реализуя технологию подготовки и проведения урока одной задачи на основе работы с учебными текстами (авторским, учительским и ученическими), получен следующий образовательный результат – разными способами решена не только выбранная для этого урока задача, а и задачи, самостоятельно составленные учащимися в процессе работы над ней, установлены и исследованы всевозможные связи между задачами.

Пример 3

Пункты *А* и *В* расположены на одном и том же шоссе. Из каждого пункта одновременно вышло по пешеходу. Они идут, не меняя направления и скорости своего движения. Разложи по ящикам следующие утверждения относительно их движения (некоторые — сразу в несколько ящиков, а некоторые попадут в мусорный ящик).



- произведение скоростей пешеходов определяет быстроту их сближения;
- сумма скоростей одного и другого пешеходов определяет быстроту изменения расстояния между ними;
- пешеходы обязательно встретятся, если будут идти достаточно долго;
- разность скоростей пешеходов определяет быстроту изменения расстояния между ними;
- расстояние между пешеходами сокращается;
- расстояние между пешеходами увеличивается;
- после встречи расстояние между пешеходами будет уменьшаться;
- после встречи расстояние между пешеходами будет увеличиваться;
- в момент встречи расстояние между пешеходами равно 0,5 км;
- пешеходы могут встретиться 2 раза, если будут идти достаточно долго;
- если пешеходы встретятся, то место встречи зависит от их скоростей;
- если пешеходы встретятся, то место встречи зависит только от их скоростей;
- место встречи пешеходов не зависит от того, одновременно они вышли в путь или нет;

- если скорости пешеходов одинаковые, то они встретятся посередине между пунктами A и B ;
- если скорости пешеходов одинаковые, то они не встретятся;
- пешеход, идущий сзади, всегда догонит того, кто идёт впереди;
- время, прошедшее до встречи, зависит от суммы скоростей пешеходов;
- время, прошедшее до встречи, зависит от разности скоростей пешеходов;
- время, прошедшее до встречи, зависит от расстояния между пунктами A и B .

Тема 7.3. ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ

В разделе «Движение по реке необходимо рассмотреть основные ситуации, связанные с движением по воде.

В ходе обсуждения обучающиеся должны вывести следующие правила:

- скорость по течению равна сумме собственной скорости и скорости течения реки;
- скорость против течения равна разности собственной скорости и скорости течения реки;
- скорость по озеру равна собственной скорости;
- собственная скорость равна половине суммы скорости по течению и скорости против течения.

В начале изучения таких задач выясняем, что, когда плывём по течению, течение нам помогает плыть, поэтому мы к своей скорости прибавляем скорость течения, против – когда плывём против течения, течение нам мешает плыть, поэтому мы из своей скорости вычитаем скорость течения.

➤ Практические примеры

Пример 1

а) Скорость течения реки 2 км/ч. На сколько километров в час скорость лодки по течению больше скорости против течения? Зависит ли ответ от собственной скорости лодки?

б) Скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения на 6 км/ч. Какова скорость течения реки?

в) Скорость катера по течению реки 28,4 км/ч, а против течения — 23,8 км/ч. Найдите скорость течения реки.

г) Теплоход по течению реки идёт со скоростью 22,5 км/ч, а против течения — 18,2 км/ч. Найдите собственную скорость теплохода (скорость теплохода в стоячей воде).

Пример 2

От одной и той же пристани по реке отошли одновременно два теплохода. Скорость одного из них — 22 км/ч, скорость другого — 27 км/ч. Каким будет расстояние между теплоходами через 6 ч, через 8 ч? Хватит ли данных для ответа на вопросы? Нужно ли знать скорость течения реки? Рассмотрите различные направления движения, проиллюстрируйте графически эти случаи. Изменится ли описанная в задаче ситуация, если слова «по реке» заменить на слова «по морю»?

Пример 3

Расстояние между пристанями 114 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два теплохода, скорости которых 20,5 км/ч и 17,5 км/ч.

Ответьте на вопросы:

а) Какое расстояние будет между теплоходами через 2 ч?

б) Через сколько часов теплоходы встретятся?

в) Через сколько часов после начала движения расстояние между ними будет 76 км, 114 км, 152 км?

Все ли вопросы имеют единственный ответ?

Пример 4

Скорость лодки в стоячей воде равна 13,3 км/ч, скорость течения реки — 2,8 км/ч.

Сформулируйте вопросы к данной задаче по составленным выражениям:

а) $13,3 \cdot 2 + (13,3 + 2,8) \cdot 3$;

б) $(13,3 - 2,8) \cdot 4 + 15$;

в) $(13,3 + 2,8) \cdot 5 + (13,3 - 2,8) \cdot 2 + 2,8 \cdot 3$;

г) $32,2 : (13,3 + 2,8) + 21 : (13,3 - 2,8)$.

Пример 5

Расстояние между двумя пристанями 56 км. От них одновременно отплыли вниз по реке два катера. Первый катер идёт со скоростью 20 км/ч, второй — 16 км/ч. Какое расстояние будет разделять их через два часа? Выполните чертёж и решите задачу.

РАЗДЕЛ 2

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

Глава 8. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Тема про целые числа традиционно считалась методистами переходной от арифметики к алгебре в силу того, что здесь появляются новые объекты — отрицательные числа. При введении отрицательных чисел обучающиеся сталкиваются с противоречием, связанным с невозможностью выполнения вычитания на всем множестве натуральных чисел. Появляется возможность создания таких условий, в которых учащиеся могут осознать необходимость введения новых чисел в связи с требованиями практики и идеи, лежащие в основе расширения понятия о числе, путем систематизации основных сведений о натуральных числах. Для этого следует уделить внимание обобщению понятия числа, выяснению взаимосвязей между известными числами и новыми, их общим свойствам и особенностям. Кроме того, тема «Целые числа» является удачной базой для подготовки учащихся к систематическому курсу алгебры. На примере ее изучения учащиеся могут познакомиться с мотивами, которые стимулируют введение новых математических объектов.

Аналогичные мотивы могут быть впоследствии использованы при введении таких алгебраических понятий, как: одночлен, многочлен, алгебраическая дробь. Множество целых чисел с заданными на нем операциями сложения и умножения представляет собой алгебраическую структуру, поэтому тема «Целые числа» имеет также и методологическое значение. При введении операций сложения и умножения предоставляется возможность обсудить целесообразность сохранения для операций над новыми объектами известных свойств операций над «старыми» числами, т. е. выделение темы «Целые числа» в отдельный раздел является методически целесообразным с точки зрения развития у учащихся устойчивых представлений о том, как рождаются новые математические объекты и операции над ними.

Целесообразно использовать в занятии историческую справку.

История говорит о том, что люди долго не могли привыкнуть к отрицательным числам. Отрицательные числа казались им непонятными, ими не пользовались, просто не видели особого смысла. Положительные числа долго трактовали как «прибыль», а отрицательные – как «долг», «убыток». Лишь в Древней Индии и Китае догадались вместо слов «долг в 10 юаней» писать просто «10 юаней», но рисовать их черной тушью.

Возникновение современных знаков «+» и «-» не совсем ясно. В Италии ростовщики, давая деньги в долг, ставили перед именем должника сумму долга и черточку, вроде нашего минуса, а когда должник возвращал деньги, зачеркивали ее, получалось что-то вроде нашего плюса.

Современные знаки «+» и «-» появились в Германии в последнее десятилетие 15 века в книге Видмана, которая была руководством по счету для купцов. Купцы, торговавшие вином, на пустых бочках ставили «-», означавший «убыль». Если бочку заполняли вином, то знак «-» перечёркивали и получался «+», означавший «прибыль».

В знаменитом произведении французского математика, физика и философ Рене Декарта “Геометрия”, изданном в 1637 году, описывается геометрическое истолкование положительных и отрицательных чисел: “Положительные числа изображаются на числовой оси точками, лежащими вправо от начала 0, отрицательными – влево”.

Представляя положительные и отрицательные корни уравнений противоположно направленными отрезками, Декарт тем самым считал, что эти корни равноправны, одинаково реальны, хотя и продолжал по традиции называть одни истинными, другие - ложными.

В результате изучения темы учащиеся должны знать определения целых чисел, модуля числа, противоположных чисел; правило сравнения положительных и отрицательных чисел. Уметь отмечать данное целое число на координатной прямой; находить модуль целого числа; определять число, противоположное данному; сравнивать два целых числа.

📖 Тема 8.1. ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

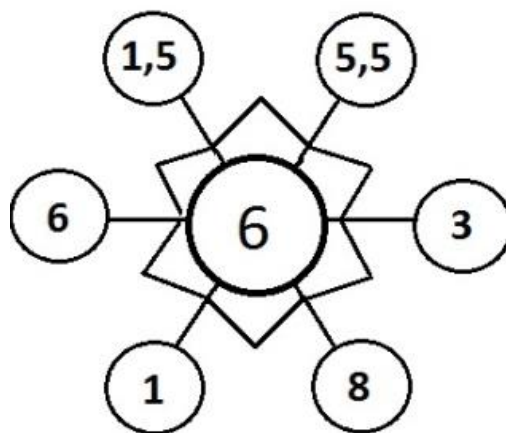
Раздел про отрицательные числа посвящен мотивации изучения отрицательных чисел и их введению. В качестве основного мотива введения отрицательного числа выбрано противоречие между невозможностью выполнения вычитания на всем множестве натуральных чисел и желанием сделать это действие выполнимым. Обучающиеся сталкиваются с разностью 6–8 и с проблемой «Как из меньшего натурального числа вычесть большее?». Ребята принимают участие в поисках наглядных объектов, практических ситуаций, помогающих интерпретировать разность 6–8 (разность натуральных чисел $a-b$, где $a < b$), т. е. в тексте создаются условия, помогающие учащимся осознать необходимость введения новых чисел.

Необходимо моделировать такие ситуации, где появлялись бы разные подходы к одному и тому же понятию — понятию отрицательного числа, помимо этого ребята должны научиться записывать новые числа, читать их и изображать, переходить от одной формы представления чисел к другой.

🔗 Практические примеры

Пример 1

Найдите разность центрального числа и чисел внешнего круга, используя числа внешнего круга по возрастанию.



$$6 - 1 = 5$$

$$6 - 1,5 = 4,5$$

$$6 - 3 = 3$$

$$6 - 5,5 = 0,5$$

$$6 - 6 = 0$$

$$6 - 8 = ?$$

Пример 2

Деловая игра «Магазин».

Кто будет продавцом? Покупателем? (определяет продавца и покупателя)

Продавец предлагает товары, покупатель делает покупку (покупка должна быть выполнена обязательно!). Две покупки выполняются удачно. У третьего покупателя не хватает денег. (покупатель просит денег в долг у одноклассников и делает вывод сколько у него денег в остатке)

Вывод: Отрицательные числа используются для записи долга.

Пример 3

Деловая игра «Гидрометеорологическая станция»

На земле много водоемов. Постоянен ли уровень воды в них? С чем это связано? Нужны ли наблюдения за уровнем воды в водоемах?

Пример 4

Деловая игра «Термометр»

Как устроен термометр?

Определить температуру воздуха на термометрах – слайды.

Определить температуру воздуха на термометрах – карточки.

Показать температуру воздуха на демонстрационных термометрах: 5 градусов мороза; 8 градусов ниже нуля; 4 тепла; вчера было 6 градусов выше нуля, сегодня опустилась на 8 градусов – какая температура воздуха сегодня?

Пример 5

Практическая работа «Координатная прямая»

Ребята, а в математике где изображаются числа?

- На координатном луче.

А вы помните, как изображать числа на координатном луче? Кто сможет рассказать об этом?

- Берем луч, идущий слева направо. Начало луча обозначим 0. От нуля откладываем единичные отрезки. Длина единичного отрезка может быть любой. Например, 1 клетка тетради, 1 см.

Изобразите число 6. Изобразить число 10 двумя способами (от 0 и от 6 вправо на 4, т.е. $6+4$). Покажите число 4 двумя способами (от 0 и от 6 влево на 2, т.е. $6-2$) Покажите число 6-8.

Пример 6

Проблема: не хватает луча! Решение проблемы. – Дополним луч до прямой. Левее от 0 откладываем отрезки равные единичному отрезку. Получили координатную прямую.

Теперь мы можем показать число 6-8. Объяснение понятия координата точки и обозначение.

Пример 7

Используя знаки «+» и «-», запишите:

а) 5° мороза; в) доход 132 руб.; д) проигрыш 5 очков;

б) 15° тепла; г) расход 2351 руб.; е) выигрыш 10 очков.

Пример 8

Вычислите с помощью ряда целых чисел:

$$-32+34-10+24-13=$$

Пример 9

Кузнечик может перепрыгнуть с любого целого числа на соседнее целое число. Какое наименьшее количество прыжков надо сделать ему, чтобы с числа -4 попасть на число 5?

Пример 10

Температура в Москве первого февраля была 2°C холода, к третьему февраля она понизилась на 8°C , к пятому февраля понизилась еще на 10°C . Какая стала температура в Москве 5 февраля?

Тема 8.2. МОДУЛЬ ЧИСЛА. ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ ЧИСЛА

Изучение понятия отрицательного числа, начатое в прошлом разделе, требует изучения понятий «модуль целого числа», «противоположные числа». Для понимания, в каких ситуациях могут использоваться знания о новых числах, целесообразно провести круглый стол «Положительные и отрицательные числа вокруг нас», где особую роль отвести изучаемым понятиям.

Необходимо вовлечь обучающихся в поиск наглядных объектов, практических ситуаций, помогающих интерпретировать возникающие проблемные ситуации, необходимо создавать аналитические, практические, геометрические условия, помогающие учащимся осознать необходимость понятий «модуль числа» и «противоположные числа», а также еще раз убедить в необходимости отрицательных чисел в целом.

Практические примеры

Пример 1

Впишите пропущенные элементы в тесте.

Вычислите:

$$\begin{aligned} & ||-56|+|-75|-|-193||=||-56|+|-75|-|-193||= \\ & =| (\quad) + (\quad) - (\quad) | = \\ & =| \quad + \quad - \quad | = | \quad | = \end{aligned}$$

Назовите число, противоположное:

17 ; -46; 53,6; -8,2; 0.

Какое число, противоположное положительному числу

Какое число, противоположное отрицательному числу?

Какое число, противоположное нулю?

Пример 2

Укажите пары противоположных чисел:

5,2	0,4
-8,1	-3,8
3,8	-5,2
-0,4	8,1

Пример 3

Укажите:

а) $|-x|$, если $|x|=5$;

б) $|x|$, если $|-x|=8$.

Верно ли, что $|x| = |-x|$?

Почему?

Пример 4

Выберите верный ответ.

Из чисел $-5-5$, $-12-12$, 3434 , 6565 выберите те, которые расположены в ряду целых чисел правее числа 3232 , и найдите сумму их модулей.

Пример 5

Выберите верный ответ.

Из чисел $-54-54$, $-72-72$, 3434 , 6565 выберите те, которые расположены в ряду целых чисел левее числа $-50-50$, и найдите разность их модулей.

Пример 6

Выберите числа, у которых противоположное число будет положительным:

-74 ; -78 ; $-(-5)$; $+53$; $-(+43)$

Тема 8.3. СРАВНЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Следующим этапом в изучении целых чисел является рассмотрение вопроса о сравнении этих чисел. Так как множество целых чисел включает в себя множество натуральных, их сравнение выполняется так же, как и выполнялось сравнение натуральных чисел. Сравнение натуральных чисел было связано с формой их представления – аналитической или геометрической. Обучающиеся, например, знают уже, что относительно двух натуральных чисел a и b можно сказать, какое из них больше, а какое меньше. Точка, соответствующая на координатном луче большему натуральному числу, лежит правее точки, соответствующей меньшему числу. Если натуральные числа равны, то точки им соответствующие на координатном луче, совпадают. Этот подход к сравнению можно применить к целым числам, распространить на всю координатную прямую. Поставим числу a на координатной прямой точку A , а числу b – точку B . Тогда:

- если $a=b$, то точки A и B совпадают;
- если $a < b$ то точка A лежит левее B ;
- если $a > b$ то точка A лежит правее точки B ;
- если A и B совпадают, то $a=b$;
- если A лежит левее, то $a < b$;
- если A правее $a > b$.

После введения способа сравнения целых чисел разумно предложить обучающимся подумать о том, какие выводы о сравнении чисел можно сделать. Нужно выслушать мнения ребят и попросить объяснить свой ответ, они могут самостоятельно сформулировать следующие предложения:

- всякое положительное число больше нуля;
- всякое положительное число больше всякого отрицательного;
- всякое отрицательное число меньше нуля;
- всякое отрицательное число меньше всякого положительного.

Остается ответить на вопрос – как сложить два отрицательных числа? Здесь полезно предложить порассуждать о сравнении чисел -5 и -8 , используя слова «левее», «правее», «больше», «меньше», «расстояние», «модуль числа», после чего сравнить свою работу с образцом.

➤ Практические примеры

Пример 1

Вставьте знак, чтобы получилось верное неравенство.

Варианты ответов:

$$10 _ 5$$

$$10 _ 0$$

$$10 _ -5$$

$$-5 _ -10$$

$$-7 _ -700$$

$$-7 _ 700$$

Пример 2

Какое из данных неравенств составлено правильно?

$$-10 > -7$$

$$7 < -7$$

$$-6 < -7$$

$$-10 < -71$$

$$-10 < 7$$

Пример 3

Найдите разность модулей наибольшего положительного и наименьшего отрицательного из чисел 22, -6, -9, 4.

Пример 4

Физкультминутка.

1. Я читаю утверждение, если оно верное – 3 прыжка, если неверное – 2 приседания.

5 положительное число.

-3 – отрицательное число.

a и $-a$ противоположные числа.

$$|-25| = -25.$$

$$|-0| = -0.$$

2. Если число принадлежит промежутку от -3 до 5, то руки вверх, если нет, то руки в стороны: 2; -3; 1; 0; 5; -5; 2; 7.

Пример 5

Какие цифры можно написать вместо «*», чтобы получилось верное равенство:

а) $-134 > -13*$;

б) $-2260 > -226*$;

в) $-3*7 > -327$;

г) $-*52 > -552$;

д) $-31*7 < 3187$;

е) $-5*25 < -5025$.

Пример 6

Запишите числа в порядке возрастания:

а) -25; -16; -30; -5; 8; 11; -2; 24;

б) 8; -2; -14; -24; -19; -42; -30;

в) -42; -49; -32; -18; -14; -19; 10; 12.

Глава 9. ДЕЙСТВИЯ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Основная цель изучения темы: сформировать умения выполнять арифметические действия с целыми числами (с опорой на образное сопровождение), ввести понятие отрицательного дробного числа, перенести правила действий с целыми числами на множество положительных и отрицательных дробных чисел.

В результате изучения темы, обучающиеся должны знать правила выполнения сложения, вычитания, умножения и деления положительных и отрицательных чисел; понимать целесообразность изучаемых правил; уметь выполнять как отдельные, так и совместные арифметические действия с положительными и отрицательными рациональными числами (в десятичной записи); осуществлять проверку обратных действий (вычитания, деления) прямыми (сложением, умножением).

Тема 9.1. СЛОЖЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Материал о сложении целых чисел необходимо выстроить таким образом, чтобы обучающие знали целесообразность вводимого правила сложения целых чисел. В связи с этим они учатся использовать такие модели, как «долг – доход», «понижение – повышение», «влево – вправо» и т.п., а также учатся обобщать, формулировать выводы, выделять различные случаи сложения целых чисел. При этом активно используя средства кодирования информации.

План этой познавательной деятельности можно представить следующим образом: мотивация поиска правила сложения целых чисел, использование различных интерпретаций положительных и отрицательных чисел для обоснования целесообразности введения того или иного правила выделения различных случаев сложения целых чисел, поиск формулировок, осознание отдельных шагов, входящих в алгоритм сложения целых чисел.

Можно предложить обучающимся составить самим различные примеры сложения целых чисел. После того, как ребята предложат

свои задания, нужно проанализировать их с точки зрения наличия различных случаев сложения.

Также необходимо формировать умение переходить от одной формы представления информации к другой, и обратить особое внимание на частные случаи сложения целых чисел, что способствует обучению работе со свойствами сложения.

Свойства сложения целых чисел также заслуживает отдельного внимания: необходимо показать, что они значительно упрощают вычисления. Желательно комментировать выполнение преобразований, как обучающимся, так и педагогу. Имеет место составить числовые выражения и обменяться ими.

Необходимо развивать умение видеть закономерности, отвечать на такие вопросы, как: «верно ли утверждение для всех целых чисел?», «верно ли для некоторых целых чисел?», находить значения неизвестных, для которых верно то или иное утверждение, обосновывать свои утверждения, строить контрпримеры, составлять числовые выражения с определенными свойствами.

➤ Практические примеры

Пример 1

Даны числовые выражения:

а) $-8 + 15$;

д) $2703 + (-2703)$;

б) $0 + (-37)$;

е) $73 + 78$;

в) $0 + 0$;

ж) $-38 + (-19)$;

г) $-138 + 137$;

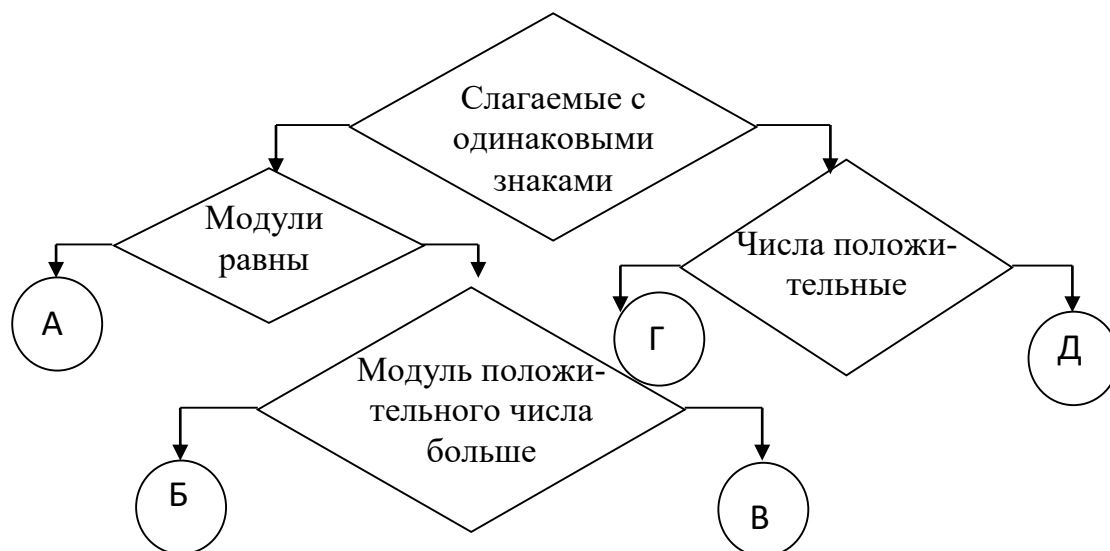
з) $-21 + 0$.

Для вычисления сумм разделите их на две группы:

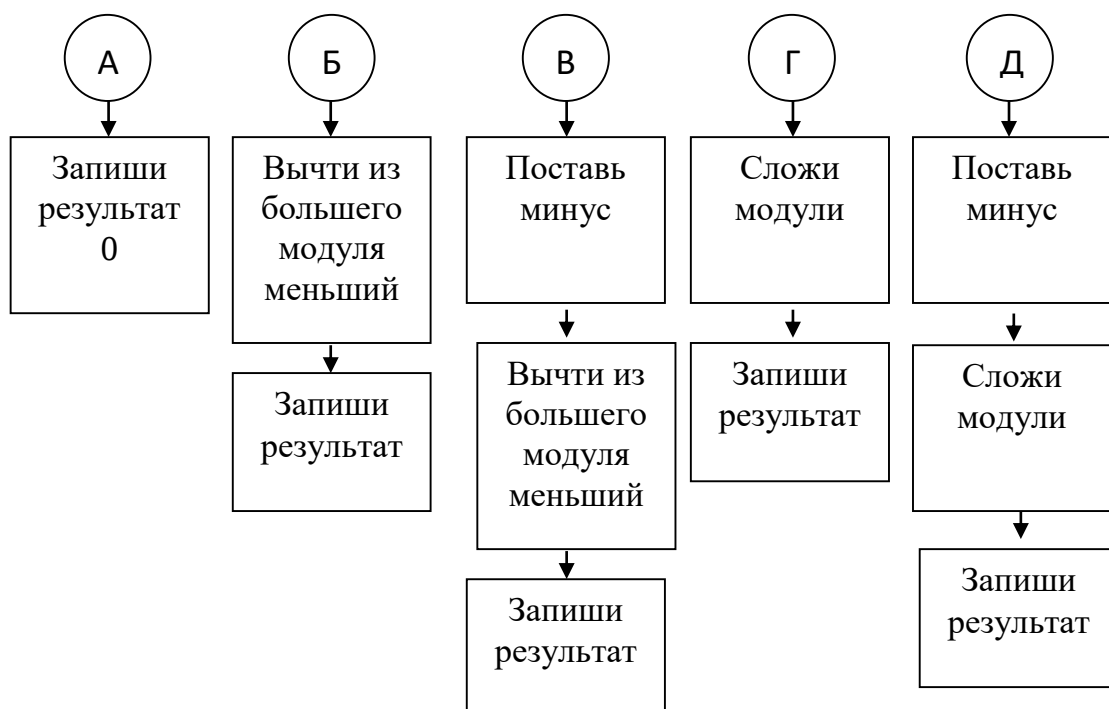


Для группы I выполните команду «Запишите результат (то есть запишите второе слагаемое)».

Группу II снова разделите на две группы согласно схеме:



Для групп А, Б, В, Г, Д выполните команды по схеме:



Пример 2

На счете мобильного телефона было 0 рублей 0 копеек.

На счет положили 33 рублей, а потом ещё 45 рублей. Сколько денег на счете?

Со счета мобильного телефона потратили 83 рубля, а потом ещё 36 рублей. Сколько денег на счете?

На счет положили 50 рублей, а потратили 35 рублей. Сколько денег на счете?

На счет положили 14 рублей, а потратили 36 рублей. Сколько денег на счете?

(по ходу решения задач оформляем таблицу)

Доход/расход	Доход/расход	Итого
+ 33	+ 45	+ 78
- 83	- 36	- 119
+ 50	- 35	+ 15
+ 14	- 36	- 22

Решив задачи 1 и 2, учащиеся пытаются сформулировать правила сложения целых чисел с одинаковыми знаками.

Решив задачи 3 и 4, учащиеся пытаются сформулировать правила, сложения целых чисел с разными знаками.

Пример 3

Игра с сигнальными карточками «Верю – не верю»

(если «верю» - нужно поднять карточку зеленого цвета, если «не верю»- карточку красного цвета)

Вопросы для игры:

1. В ряду целых чисел ноль стоит левее положительных чисел.
2. В ряду целых чисел отрицательные числа стоят правее положительных.
3. Любое положительное число больше нуля.
4. Любое целое отрицательное число больше любого положительного числа.

5. Нуль меньше любого целого отрицательного числа.
6. Из двух противоположных чисел всегда меньше отрицательное число.
7. Существует наибольшее отрицательное целое число.
8. Существует наибольшее положительное целое число.
9. Существует наименьшее отрицательное число.
10. Если $a < 0$, то a - положительное число.
11. Если $0 > a$, то a - отрицательное число.
12. Если $-b < 0$, то b - отрицательное число.
13. $x > 3$, то x - положительное число.
14. Если $x < 2$, то x - отрицательное число.
15. Если m отрицательное число, что $m < 1$.

Пример 4

Запишите все целые числа, которые являются решениями одновременно двух неравенств:

$$-9 < x < 1 \text{ и } -4 < x < 9$$

В один из дней температура воздуха в селе была равна 3°C . Каждый из следующих дней она изменялась на несколько градусов. Понижение температуры - это изменение ее на некоторое отрицательное число, а повышение - изменение на положительное число.

Запишите с помощью положительных и отрицательных чисел результат изменения температуры в каждый из дней:

- а) температура понизилась на 2°C ;
- б) температура понизилась на 7°C ;
- в) температура повысилась на 3°C ;
- г) температура понизилась на 5°C .

При выполнении задания учащиеся заносят все данные в таблицу.

Температура до изменения, $^{\circ}\text{C}$	+3	+ 1	-6	-3
Изменение температуры, $^{\circ}\text{C}$	-2	-7	+3	-5
Математическая запись	$(+3) + (-2)$	$(+1) + (-7)$	$(-6) + (+3)$	$(-3) + (-5)$
Результат, $^{\circ}\text{C}$	+ 1	-6	-3	-8

Пример 5

1. Найдите значения выражений, записанных в левом столбце, и для каждого из них найдите результат из правого столбца.:

$$(-8) + (+17) \quad \text{А. } -67$$

$$(-19) + (-42) \quad \text{Б. } 36$$

$$(+26) + (-93) \quad \text{В. } 11$$

$$(+81) + (-45) \quad \text{Г. } -162$$

$$(-124) + (-38) \quad \text{Д. } -61$$

2. Ответьте на вопросы:

-Как сложить целые числа одного знака?

-Как сложить целые числа разных знаков?

-Чему равна сумма целого числа и нуля?

-Чему равна сумма противоположных чисел?

-Можно ли при сложении отрицательных чисел получить положительное число?

Тема 9.2. ВЫЧИТАНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Правило замены вычитания сложением с противоположным числом можно ввести на основе анализа двух числовых примеров. Однако при вычитании отрицательного числа получается парадоксальный для обучающихся результат – разность оказывается больше уменьшаемого. Это дает убедительную мотивацию необходимости обоснования правила. Для этого сначала выполняется непосредственно проверка результатов числовых примеров (вычитание – действие, обратное делению), а затем доказывается в общем виде правила $a - b = a + (-b)$.

Отдельно рассматриваются частные случаи вычитания. Здесь можно обратить внимание на случай, который чаще всего провоцирует ошибку, например: $-8 - 8$.

В завершении изучения вычитания целых чисел необходимо обратить отдельное внимание на изменение роли знаков «+» и «-» в числовых примерах вида: $-10 - 34 + 25$ и т.п. Такую запись можно

считать записью сложения чисел -10, -34 и 25, то есть трактовать знаки «+» и «-» не как знаки действий, а как знаки чисел-слагаемых.

➤ Практические примеры

Пример 1

Задача Мудрецов

Мудрец предложил ученику решить дома следующее задание: «Найти сумму всех целых чисел от -499 до 501 ». Отрок как обычно сел за работу, однако дело шло медленно. Тогда на помощь ему пришли мама, папа, бабушка. Вычисляли, пока от усталости не стали смыкаться глаза. А вы, ребята, как бы решили такое задание? Нашли значение следующего выражения $-499 + (-498) + (-497) + \dots + 497 + 498 + 499 + 500 + 501$?

Вспомогательные вопросы к задаче:

Какими числами являются некоторые слагаемые?

Чему равна сумма противоположных чисел?

Какие свойства сложения можно применить?

Решение. Так как сумма противоположных чисел равна 0, то

$$\begin{aligned} & -499 + (-498) + (-497) + \dots + 497 + 498 + 499 + 500 + 501 = \\ & = 501 + 500 + (-499 + 499) + (-498 + 498) + (-497 + 497) + \dots + (-1 + 1) + 0 = \\ & = 501 + 500 + 0 = 1001. \end{aligned}$$

Пример 2

В первый час температура понизилась на 4°C . Какой стала температура? (2°C)

Запишем: $6 - 4 = 2$

Во второй час температура понизилась на 2°C . Какой стала температура? (0°C)

Запишем: $2 - 2 = 0$

В третий час температура повысилась на 3°C . Какой стала температура? (3°C)

Запишем: $0 + 3 = 3$

В четвёртый час температура понизилась на 5°C . Какой стала температура? (-2°C)

Запишем: $3-5=-2$

В пятый час температура понизилась на 4°C . Какой стала температура? (-6°C)

Запишем: $-2-4=-6$

Получили пять равенств: $6-4=2$

$$2-2=0$$

$$0+3=3$$

$$3-5=-2$$

$$-2-4=-6$$

Раньше записывали изменения температуры так, если она повышалась на $a^{\circ}\text{C}$, то мы прибавляли к ней $+a$, если понижалась на $a^{\circ}\text{C}$, то прибавляли $-a$.

Вы уже умеете складывать целые числа, поэтому давайте запишем изменения температуры в виде суммы и проверим, верны ли составленные нами равенства:

$$6+(-4)=2$$

$$2+(-2)=0$$

$$0+3=3$$

$$3+(-5)=-2$$

$$-2+(-4)=-6$$

Получаем, что все пять равенств, которые мы составили первоначально, являются верными.

Какое отличие встречается в записи первых пяти равенств и других пяти равенств?

Какой можно сделать вывод? (Вычитание из одного числа другого и прибавление к уменьшаемому числа, противоположного вычитаемому, дают одинаковый результат)

А теперь мы с вами выясним, какова запись вычитания целых чисел?

Рассмотрим пример: $7+\dots=2$ (какое нужно поставить число вместо многоточия) (-5)

С другой стороны, на это слагаемое можно посмотреть как на некоторую неизвестную величину, т.е. можно записать: $7+x=2$

Как найти одно из слагаемых, если известна сумма? $x=2-7$, но мы нашли, что $x=-5$. Имеем равенство: $2-7=-5$

Этот же результат можно получить, если записать вместо вычитания сложение: $2+(-7)=-5$

В итоге получаем: $2-7=2+(-7)$

Попробуйте сами теперь сформулировать правило вычитания целых чисел.

ПРАВИЛО: Чтобы из одного числа вычесть другое, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

$$a-b = a+(-b)$$

Это правило может быть сформулировано в виде алгоритма, показывающего каждый шаг, который необходимо сделать, чтобы вычесть два числа (учащиеся должны сами составить и проговорить такой алгоритм).

АЛГОРИТМ:

Для того чтобы вычесть два числа, нужно:

- уменьшаемое оставить без изменения;
- заменить вычитание сложением;
- заменить вычитаемое противоположным числом;
- выполнить сложение.

Тема 9.3. УМНОЖЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

При изучении действия умножения целых чисел важно создать такую учебную ситуацию, в которой обучающиеся могут сами увидеть целесообразность соответствующих правил и самостоятельно сформулировать их. При этом нужно учесть опыт ребят, приобретенный ими при поиске правила сложения целых чисел (рассмотрение различных случаев: сложение чисел с одинаковыми знаками, с разными знаками, частные случаи).

Мотивация получения правила умножения может проходить в двух вариантах: рассмотрение сюжетной задачи, в которой возникает необходимость введения операции умножения на новом множестве чисел, либо проведение логического анализа возможности введения

такого правила умножения целых чисел, которое сохранило бы известные свойства умножения натуральных чисел.

Нужно отметить методические особенности каждого из этих вариантов. Сюжетная задача, которая показала бы целесообразность вводимого правила, стимулировала бы учащихся к поиску правила умножения, должна отвечать вполне определенным методическим требованиям, таким как: величины, фигурирующие в задаче, должны изменяться в двух направлениях; среди этих величин должны присутствовать натуральные числа – элементы «старого множества», так как обучающиеся должны увидеть, что на «старом» множестве задача решается с помощью умножения.

Второй вариант мотивации связан с идеей обсуждения с обучающимися требований к расширению числовых множеств, а именно к сохранению на множестве целых чисел свойств операций, которые выполнялись на множестве натуральных.

Изучение умножения целых чисел можно начать с постановки задачи: «Получите правило умножения целых чисел. Какие случаи умножения целых чисел вы бы предложили рассмотреть?»

Педагогу следует так организовать работу, чтобы учащиеся имели возможность обсудить конкретные предложения о плане работы по получению формулировки правила умножения целых чисел, обратив особое внимание на то, чтобы в планы изучения попали все разные случаи умножения.

Этот процесс требует от обучающихся анализа деятельности по получению правила сложения целых чисел. Необходимо выяснить, насколько полезен этот опыт или в умножении возникает совершенно другая ситуация.

Независимо от выбранного способа изучения материала работу полезно закончить составлением опорной схемы, правила, конспекта и т.д., с помощью чего обучающиеся получают навыки осознанного отношения к полученным знаниям, а также умение систематизировать полученный материал.

Важно, что прежде чем изучать материалы, связанные с систематизацией информации, ребята сами должны сделать выводы о том, что для них важно, что вызвало трудности, что интересно, целесообразность вводимых правил.

➤ Практические примеры

Пример 1

Правила знаков при умножении (дополнительно, для запоминания)

$$(+) \cdot (+) = (+)$$

$$(-) \cdot (-) = (+)$$

$$(+) \cdot (-) = (-)$$

$$(-) \cdot (+) = (-)$$

«Правила древних»

(+) – друг (-) – враг

« Друг моего друга – мой друг» $(+) \cdot (+) = (+)$

« Враг моего врага – мой друг» $(-) \cdot (-) = (+)$

«Друг моего врага – мой враг» $(+) \cdot (-) = (-)$

«Враг моего друга – мой враг» $(-) \cdot (+) = (-)$

Пример 2

Замени звёздочки числами, так чтобы получились верные равенства

а) $* \cdot (-5) = - 80$

г) $- 15 \cdot * = 105$

б) $- 5 \cdot 17 = *$

д) $- (-12) \cdot * = 60.$

в) $- 25 \cdot (-8) = *$

Пример 3

Вычислить

а) $(-7) \cdot (-5) \cdot 2 = 70$

$(-4) \cdot (-10) \cdot 8 = 320$

б) $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4) = - 24$

$(-12) \cdot (-2) \cdot (-3) = - 72$

в) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-15) \cdot 2 = 300$

– Какой вывод можно сделать относительно знака произведения, где чётное (нечётное) число отрицательных множителей?

Вывод:

1. Если число отрицательных множителей нечетное, то произведение - число отрицательное.
2. Если число отрицательных множителей чётное, то произведение - число положительное.

Пример 4

Не производя вычислений, укажите верные утверждения:

- а) значение выражения $(-2) \cdot (-3) \cdot 55$ – отрицательное число;
- б) значение выражения $(-27) \cdot (-45) \cdot (-9)$ – отрицательное число;
- в) значение выражения $(-83) \cdot 4 \cdot (-23)$ – положительное число;
- г) значение выражения $(-6) \cdot (-2) \cdot 7$ – отрицательное число

Пример 5

Сравните с нулём:

$$(-2-3-4-5) \cdot (-157) \text{ и } 0$$

$$(1+2+3+4+5+\dots+99) \cdot (900-1) \text{ и } 0$$

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot \dots \cdot (-8) \text{ и } 0$$

5. Какое из чисел -2 ; -1 ; 0 ; 1 является значением выражения

$$(-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7$$

Тема 9.4. ДЕЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Действие деления является обратным к действию умножения. Правила его выполнения могут быть получены на основе анализа определения этого действия.

Учебная деятельность по поиску алгоритмов выполнения деления способствует осознанию связей между компонентами прямых и обратных действий.

Опираясь на взаимосвязь прямой и обратной операций, так же как и при вычитании целых чисел, обучающиеся могут самостоятельно получить правило деления целых чисел.

Заметим, что к моменту изучения деления у ребят накопился богатый опыт получения правил выполнения действий. Учитывая это есть смысл использования следующей методической схемы изучения действия деления: мотивация введения определения деления; получение правила; рассмотрение частных случаев.

Результатом обсуждения решения различных примеров должны стать формулировка правила деления положительных и отрицательных чисел, обоснование того, почему нельзя делить на нуль, и введение понятия отрицательной десятичной дроби. Здесь формируются такие универсальные учебные действия, как умение сравнивать, обобщать, строить гипотезы, контролировать и планировать учебную деятельность.

При нахождении значений числовых выражений, которые содержат более двух действий, предлагается использовать, кроме записи решения по действиям, еще и запись «цепочкой». Запись «цепочкой» более эффективна для примеров со сложной структурой, однако вводить ее стоит постепенно. Можно предложить обучающимся выделять различными контурами действия, которые на определенном шаге решения можно выполнить независимо друг от друга.

➤ Практические примеры

Пример 1

Проверьте с помощью умножения, верны ли следующие равенства:

$$\text{а) } -10 : (-5) = 2$$

$$\text{б) } -6 : (-2) = -3$$

$$\text{в) } -2 : (-1) = -1$$

$$\text{г) } -24 : (-4) = 8$$

В каких равенствах обнаружены ошибки? В чем они заключаются?

Пример 2

Я загадаю вам три загадки-вопроса, к каждому из которых предлагается три варианта ответов. Вы должны выбрать один из них и показать мне номер с соответствующей цифрой

1; 2 или 3.

Будьте внимательны и осторожны:

найдите два числа, если известно, что

А) найдите два числа, если известно, что их произведение равно 10, а сумма 7

1) 1 и 10 2) -5 и -2 3) 5 и 2

Б) найдите два числа, если известно, что их произведение равно 12, а сумма -7

1) -4 и -3 2) 4 и 3 3) -2 и -6

В) найдите два числа, если известно, что их произведение равно -6 , а сумма 1

1) -3 и 2 2) 3 и -2 3) 3 и 2.

(На доске появляется код 312)

РАЗДЕЛ 3

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

Глава 10. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Основные цели изучения темы «Решение уравнений» - сформировать умение раскрывать скобки, перед которыми стоят знаки «+», «-» или числовой множитель, приводить подобные слагаемые, решать линейные уравнения, решать текстовые задачи с помощью уравнений.

Перед переходом к изучению основной части данной темы необходимо организовать повторение и систематизацию знаний обучающихся о действиях с положительными и отрицательными числами, как целыми, так и дробными (записанных с помощью положительных и отрицательных десятичных дробей). Кроме того, повторяется основная терминология, связанная с числовыми и буквенными выражениями, уравнениями. Единственное новое понятие, которое вводится в теме – корень уравнения.

Тема 10.1. ПРИВЕДЕНИЕ ПОДОБНЫХ СЛАГАЕМЫХ

При изучении раздела необходимо создать мотивацию обучения преобразованиям буквенных выражений, ввести операцию приведения подобных слагаемых.

Введение в тему можно начать с того, что предложить обучающимся три уравнения, которые они не могут решить известным методом – на основе взаимосвязей между компонентами арифметических действий:

$$5x + 7x = -3,6; \quad x - 34 = 2x; \quad 2(3x + 6) - 3(x - 5) = 18.$$

Желание научиться решать и такие уравнения приводит к необходимости изучить возможности преобразования буквенных выражений.

Операция приведения подобных слагаемых вводится и обосновывается на основе распределительного закона умножения относи-

тельно сложения. После нескольких примеров формулируется определение подобных выражений (слагаемых)

Наиболее распространенная ошибка – «сложение» слагаемых, которые не являются подобными.

В результате изучения тематического блока «Решение уравнений» обучающиеся должны понимать, что значит решить уравнение; знать определение корня уравнения, правила раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых, алгоритм решения линейного уравнения; уметь упрощать буквенные выражения, проверять, является ли данное число корнем уравнения, решать линейные уравнения, решать текстовые задачи с помощью уравнений.

➤ Практические примеры

Пример 1

Подчеркните подобные слагаемые.

$$5y - 8x - 7x + 4,8y$$

$$2a - 3b + 4a - 0,3d$$

$$- 2ab + 6 cd - 0,5ab$$

$$0,14b + 0,18db - 0,23b + 0,18b$$

Пример 2

Приведите подобные слагаемые.

$$-5x + 3x - 7x + x (-8x)$$

$$10c - 2c + 8c - c (15c)$$

$$4,7a + 2,7a - 4,7a + 3a (5,7a)$$

$$-6,3y + 4y - 1,4y + 6,3y (2,6y)$$

Пример 3

Исправьте ошибку, переставив одну спичку.

1) VI - IV = IX (V + IV = IX);

2) X + X — I (X — IX = I);

3) VII - III = IX (VII + II = IX);

- 4) III - II – IV (III + I = IV);
 5) XV - VII = XXI (XV + VI = XXI).

Пример 4

Найдите ошибку.

$$2a(-3) = -a(-6a)$$

$$3(a+b) = 3a + b(3a+3b)$$

$$-3a + 14 + 6a - 2a = a - 6(a+14)$$

$$a + 5,2 + a + 1,8 = a + 7(2a+7)$$

Пример 5

1. Числовой множитель, стоящий перед буквенной частью?
 А) компонент В) коэффициент С) элемент Д) переменная
2. Слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть, называются...
 А) Похожими В) Равными С) Подобными Д) Одинаковыми
3. Назовите коэффициент выражения
 $5,7a + 2b$
 А) 2 В) 10,4 С) 11,4 Д) 5,7
4. Укажите правильный вариант раскрытия скобок в выражении
 $(2-5a)-(4,5a-3)$
 А) $-2-5a-4,5a-3$ В) $-2+5a+4,5a+3$
 С) $2-5a-4,5a-3$ Д) $2-5a-4,5+3$
5. Укажите выражение, в котором есть подобные слагаемые:
 А) $5a-4c-y$ В) $3a-5,5b+2a$
 С) $7y-5x$ Д) $4y-3a-5$

Пример 6

Блиц-опрос по правилам.

- Что означает слово «блиц» и откуда оно к нам пришло?

1. Какое число получим в результате, если перемножим два отрицательных числа?
2. Какое число получим в результате, если сложим два противоположных числа?

3. Какое число получим в результате, если сложим два отрицательных числа?

4. Какое число получим в результате, если умножим два числа с разными знаками?

5. Какое число получим в результате, если сложим два числа с разными знаками и модуль отрицательного числа будет больше?

6. Какое число получим в результате, если разделим два отрицательных числа?

Взаимопроверка +, 0, -, -, -, +.

Пример 7

Упростите выражение $5a + 2a - 12a$.

— Посмотрите на слагаемые.

— Что у них общего? (Одинаковые буквенные множители.)

— Чем отличаются? (Коэффициентами.)

— Упростим $5a + 2a - 12a = a \cdot (5 + 2 - 12) = -5a$.

— Чем мы воспользовались при упрощении выражения? (Распределительным свойством умножения.)

— Что записали в скобках? (Сумму коэффициентов всех слагаемых.)

— В выражении $5a + 2a - 12a$ все слагаемые имеют одинаковую буквенную часть и отличаются друг от друга только коэффициентами. Такие слагаемые называются подобными.

Подобный — похожий на что, схожий с чем, близкий, подходящий, одного вида, образа, свойств или качеств (из толкового словаря В. И. Даля).

— Дайте определение подобных слагаемых.

Определение. Слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть, называются подобными слагаемыми.

— Чем могут отличаться подобные слагаемые? (Только коэффициентами.)

— Приведите примеры подобных слагаемых.

— Как вы думаете, что значит привести подобные слагаемые?

— Чтобы сложить (или привести) подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

Тема 10.2. РАСКРЫТИЕ СКОБОК

Назначение данного раздела состоит в том, чтобы ввести правила раскрытия скобок, перед которыми стоят знаки «+» и «-», а также скобок, перед которыми стоит числовой множитель.

Правила раскрытия скобок, перед которыми стоят знаки «+» или «-», формируются после анализа нескольких примеров применения сочетательного закона сложения и изученного ранее свойства вычитания. Раскрытие скобок, перед которыми стоит числовой множитель можно показать на примерах на основе применения распределительного закона.

Для формирования у обучающихся устойчивого навыка раскрытия скобок рекомендуется отработать отдельно одну из ключевых операций этого составного умения - постановку знаков. Для этого полезно использовать упражнения на заполнения пропусков, аналогичных данным:

$$-(2 + 3x) = \dots 2 \dots 3x$$

$$+(-x + 3) = \dots 5x \dots 3$$

$$-(4x - 2) - (x + 8) = \dots 4x \dots 2 \dots x \dots 8 = \dots x \dots$$

$$-(1 + 2x) + (-3x + 7) = \dots 1 \dots 2x \dots 3x \dots 7 = \dots x \dots$$

$$3(5x - 2) = \dots 3 \times 5x \dots 3 \times 2 = \dots x \dots$$

$$-6(4 + 2x) = \dots 6 \times 4 \dots 6 \times 2x = \dots x \dots$$

$$-2(4x - 8) = \dots 2 \times 4x \dots 2 \times 8 = \dots x \dots$$

$$4(3x - 2) - 2(x + 8) = \dots 4 \times 3x \dots 4 \times 2 \dots 2 \times x \dots 2 \times 8 = \dots$$

$$-5(3x + 2) - 3(2x - 1) = \dots 5 \times 3x \dots 5 \times 2 \dots 3 \times 2x \dots 3 \times 1 = \dots$$

Для формирования уверенного навыка необходимо решить достаточно большое количество подобных примеров, а учитывая низкий темп письма у детей данной возрастной категории, целесообразно осуществлять работу с помощью заранее подготовленных карточек – шаблонов.

При работе необходимо обращать внимание на такие содержательные моменты, как:

- формулировка и буквенная запись распределительного закона умножения относительно сложения;

- возможность использования распределительного закона в двух направлениях: $a(b + c) = ab + ac$ (раскрытие скобок) и $ab + ac = a(b+c)$ (вынесение множителя за скобки);

- иная формулировка распределительного закона – с точки зрения раскрытия скобок;

- правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак « - » (вывод на основе свойств вычитания и с помощью трактовки знака « - » как множителя «-1»);

- правила раскрытия скобок, перед которыми стоит знак « + ».

Имеет место разделить задания по данному разделу на два типа. Задания первого типа позволяют отработать отдельные шаги алгоритма: сложение коэффициентов, сохранение буквенной части, выделение групп подобных слагаемых, постановка знаков при раскрытии скобок, совмещение раскрытия скобок с приведением подобных слагаемых. Эти задания позволяют также предотвратить появление типичных ошибок, привести образцы оформления решений. Задания второго типа должны создавать условия формирования уверенных умений выполнения преобразований алгебраических выражений в разнообразных ситуациях с возможностью самопроверки.

➤ Практические примеры

Пример 1

Если перед скобкой плюс, Если перед скобкой минус,
Ничего я не боюсь! То мозгами пораскину.

Просто скобки опускаю, Скобки тоже опускаю
Ну, а знаки СОХРАНЯЮ. Ну, а знаки ПОМЕНЯЮ

$$+(a+b)=a+b \qquad -(a+b)=-a-b$$

Пример 2

Работа будет в парах. У вас на парте лежит лист с заданием
Нужно соединить линиями условие из левого столбика с соответ-

ствующим ему правильным ответом из правого столбца, применяя правило раскрытие скобок.

- | | |
|--------------------|-----------------|
| 1. $a + (b - c)$ | А) $a - b - c$ |
| 2. $a - (b + c)$ | Б) $-a + b - c$ |
| 3. $a - (b - c)$ | В) $a - b + c$ |
| 4. $-(a - b) - c$ | Г) $-a - b - c$ |
| 5. $-a + (-b - c)$ | Д) $a + b - c$ |

Пример 3

...Я предлагаю вам выбрать самим уравнения такого уровня, которое вы без затруднения можете выполнить.

Уровень 1	Уровень 2	Уровень 3
$7 + (x+3) = 8$	$-(x-1,5) + 2x = 6$	$2 - (3x - 5) - (x-1) = -8$
$7 + x + 3 = 8$	$-x + 1,5 + 2x = 6$	$2 - 3x + 5 - x + 1 = -8$
$10 + x = 8$	$x + 1,5 = 6$	$8 - 4x = -8$
$x = 8 - 10$	$x = 6 - 1,5$	$4x = 8 - (-8)$
$x = -2$	$x = 4,5$	$4x = 16$
$x = 4$		
$4 - (x-2) = 0$	$(2+3x) - (4x - 7) = 10$	$-(-2x - 5) - (3x-7) = 4$
$4 - x + 2 = 0$	$2 + 3x - 4x + 7 = 10$	$2x + 5 - 3x + 7 = -4$
$6 + x = 0$	$9 - x = 10$	$12 - x = -4$
$x = 0 - 6$	$x = 9 - 10$	$x = 12 - (-4)$
$x = -6$	$x = -1$	$x = 16$

Тема 10.3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Цель организации изучения раздела «Решение уравнений» состоит в том, чтобы аргументированно ввести правило переноса слагаемых из одной части уравнения в другую, сформировать общее умение решать линейные уравнения оптимальными способами.

Способ равносильных преобразований уравнений на основе свойств числовых равенств вводится на основе образного и практиче-

ского опыта обучающихся – на первоначальном этапе можно использовать модель весов, чаши которых находятся в равновесии. Термины «равносильное уравнение», «равносильное преобразование» не вводятся, но внимание ребят все время привлекается к тому, что исходное и преобразованное уравнение имеют одни и те же корни.

Отдельно нужно рассмотреть линейные уравнения, которые не имеют корней, и уравнения, корнем которых может быть любое число.

С помощью решения заданий первого типа можно организовать деятельность по обучению опознаванию уравнений, к которым можно применить тот или иной алгоритм решения, работе по алгоритму с выделением его отдельных шагов, по профилактике возникновения типичных ошибок. Можно предложить обучающимся образцы оформления решений.

В процессе выполнения заданий второго типа ребята закрепляют умения решать линейные уравнения в разнообразных ситуациях, исследуют вопросы о числе корней, решают уравнения, содержащие неизвестную под знаком модуля, составляют уравнения с заданными свойствами.

➤ Практические примеры

Пример 1

Отгадайте ребус, это поможет догадаться, чем мы будем заниматься сегодня:



Работа в паре

Решить уравнения:

1. $5x - 15 = 20$

2. $x + 8 = -15$

3. $5x = 2x + 6$

4. $x - 6 = 13$

5. $x \cdot 8 = 72$

6. $15 - x = -6$

7. $3x + 5 = 2x + 10$

Взаимопроверка:

1) 7

2) - 23

3) -

4) 19

5) 9

6) 21

7) -

Какие уравнения вы не смогли решить и почему?

Как же выйти из этой ситуации.

Предлагаю вам практическую задачу:

На чашечных весах находятся арбузы и гири. Весы находятся в равновесии. Найти вес одного арбуза, если на левой чашке весов находятся 3 одинаковых арбуза и гиря 5 кг, на правой 2 таких же арбуза и гиря 10 кг.

На парте каждой группы находится модель весов, вырезанные из картона «арбузы» и «гири».

(затем составляем уравнение: $3x + 5 = 2x + 10$

$$3x - 2x + 5 = 2x - 2x + 10$$

$$3x - 2x + 5 - 5 = 2x - 2x + 10 - 5$$

$$3x - 2x = 10 - 5$$

$$x = 5$$

Сравните выделенные уравнения и сделайте вывод

Пример 2

В древних математических задачах Междуречья, Индии, Китая, Греции неизвестные величины выражали число павлинов в саду, количество быков в стаде, совокупность вещей, учитываемых при разделе имущества. Хорошо обученные науке счета писцы, чиновники,

посвященные в тайные знания, жрецы довольно успешно справлялись с такими задачами.

Дошедшие до нас источники свидетельствуют, что древние ученые владели какими-то общими приемами решения задач с неизвестными величинами. Однако ни в одном папирусе, ни в одной глиняной табличке не дано описания этих приемов.

Еще за 3-4 тысячи лет до н.э. египтяне и вавилоняне умели решать простейшие уравнения, вид которых и приемы решения были не похожи на современные. Греки унаследовали знания египтян, и пошли дальше. Наибольших успехов в развитии учения об уравнениях достиг греческий ученый Диофант (III век), о котором писали:

Он уйму всяких разрешил проблем.

И запахи предсказывал, и ливни.

Поистине, его познания дивны.

Однако первым руководством по решению задач, получившим широкую известность, стал труд багдадского ученого IX века Мухаммеда бен Муссы аль-Хорезми. Слово “аль-джебр” из арабского названия этого трактата – “Китаб аль-джебр валь-мукабела” (“Книга о восстановлении и противопоставлении”) – со временем превратилось в хорошо знакомое всем слово “алгебра”, а само сочинение аль-Хорезми послужило отправной точкой в становлении науки о решении уравнений.

В дальнейшем многие математики занимались проблемами уравнений.

Пример 3

Давайте рассмотрим такой вопрос: Вы собираетесь за границу. О чем в первую очередь вы должны подумать, когда пересечете границу?

- Правильно, пересекая границу, вам обязательно надо поменять паспорт.

- Давайте представим, что знак «=» - это граница, а знак числа – это ваш паспорт. Когда мы пересекаем границу, меняем паспорт, то есть, если число переносим из одной части в другую, мы должны поменять знак.

Корни уравнения не изменяются, если какое – нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак.

Пример 4

Первое число в 1,5 раза меньше второго. Если к первому числу прибавить 3,7, а от второго отнять 5,3, то получатся равные результаты. Найти эти числа.

📖 Тема 10.4. РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ

При работе с разделом «Решение текстовых задач с помощью уравнений» прежде всего необходимо создать условия, при которых обучающиеся увидели бы целесообразность использования метода решения задач с помощью уравнений, осознали удобство введения неизвестной при решении задач, смогли сделать вывод о существовании класса задач, который выгодно решать с помощью этого метода.

На этапе мотивации можно предложить обучающимся две задачи о встречном движении. Первую из которых можно легко решить арифметически (такой опыт у ребят имеется), однако можно и составить уравнение для его решения. Вторую задачу проще решить, используя метод составления уравнений. Анализ условий задач и их решений подразумевает ответы на вопросы: «Что общего в этих задачах?», «Чем они отличаются?».

Желательно, чтобы обучающиеся поработали над этими вопросами самостоятельно или в группах, а затем можно организовать обсуждение, обращаясь к тексту учебника. Необходимо, чтобы ребята рассмотрели различные образные представления условия задач, предложенные способы их решения, оценили преимущества решения задач с помощью уравнений. В конце обсуждения необходимо сконцентрировать внимание на сути метода решения задач с помощью уравнений.

Анализ данных и искомых, их взаимосвязей позволяет сделать вывод о том, что без введения неизвестной величины решение второй задачи усложняется.

При обучении решению задач методом уравнений важно соблюдать последовательность шагов, позволяющих по тексту задачи составить уравнение. Необходимо формировать умение кратко представлять текст задачи, выбирать основу для составления уравнения, описывать процесс поиска уравнения с помощью которого можно решить задачу. Важно отдельно акцентировать внимание, описать, как осуществляется поиск способа решения. В дальнейшем при решении задач с помощью уравнений можно будет придерживаться этих шагов. Данная работа способствует формированию когнитивной схемы, связанной с процессом решения задач с помощью уравнений.

✎ Практические примеры

Пример 1

Рабочие должны отремонтировать 90 квартир. Когда они отремонтировали по 6 квартир в нескольких домах, осталось ещё 60 не отремонтированных квартир. Сколько домов отремонтировали рабочие?

Пример 2

На одну чашу весов было положено несколько пакетов муки, каждый по 7 кг. Чтобы уравновесить весы, на вторую чашу весов положили гири по 5 кг и 9 кг. Сколько пакетов муки было положено на весы?

Пример 3

В одном бидоне молока в 3 раза больше, чем в другом. Когда из одного бидона перелили в другой 5 литров, молока в бидонах стало поровну. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

Пример 4

... Первоначальная мама по имени... а впрочем, у неё, наверное, и имени не было, сорвала с дерева 18 яблок, чтобы дать поровну каждому из своих шестерых детей. Вероятно, она не умела считать не только до 18, но и до 6, но всё-таки, без сомнения, не умела делить одно число на другое. Решила же она этот вопрос, наверное, так: сначала дала каждому ребёнку по одному яблоку, потом ещё по одному, потом ещё по одному – и так, пока не увидела, что яблок больше нет, и никого из детей она не обидела. Если записать это историю современным языком, то получим такое уравнение: $6x = 18$.

Пример 5

Задача Евклида (III в. до н.э.)

Мул и осел под вьюком по дороге с мелкими шагами. Жалобно охал осёл, непосильно ношей придавлен. Это подметивший обратился к спутчику с речью: “Что ж, старина, ты заныл и рыдаешь, будто девочка? Нёс бы вдвойне я, чем ты, если б отдал одну ты мне меру. Если ж ты у меня одну взял, то мы бы сровнялись”.

Сколько нес каждый из них?

Решение:

Если x – груз мула, то $(x-1)$ – груз осла, увеличенный на единицу, а следовательно, первоначальный груз осла был $(x-2)$. С другой стороны, $(x+1)$ в 2 раза больше, чем груз осла, уменьшенный на 1, т.е. $(x-3)$. Таким образом,

$$x+1=2(x-3)$$

$$x=7$$

Груз мула равен 7, груз осла равен

$$x-2=5$$

Ответ: груз мула равен 7, груз осла равен 5.

Пример 6

Первое число на 6 меньше второго, а сумма этих чисел равна 32. Найдите эти числа.

Пример 7

В 1881г. была найдена зарытой в земле близ Бахшали (северо-западная Индия) рукопись неизвестного автора, которая, как полагают, относится к VI-VIII вв. В этом памятнике, написанном на березовой коре и известным под названием "Бахшалийской рукописи", содержится такая задача:

“Из четырех жертвователей второй дал вдвое больше первого, третий – втрое больше второго, четвертый – вчетверо больше третьего, а все вместе дали 132. Сколько дал первый?”

Решение:

Пусть первый дал x то следующие дали $2x$, $6x$, $24x$, все же вместе дали 132.

$$x+2x+6x+24x=132$$

$$33x=132$$

$$x=4$$

Следовательно, первый дал 4, второй 8, третий 24, четвертый 96.

Тарелку, которая стоила 100 рублей, продают со скидкой 20%. Покупатель при покупке 6 таких тарелок дал 500 рублей. Сколько сдачи в рублях он получит?

Пример 8

Некто сказал другу: «Дай мне 100 рупий, и я буду вдвое богаче тебя». Друг ответил: «Дай ты мне только 10, и я стану в 6 раз богаче тебя». Сколько было у каждого?

Решение:

170; 40. Вводя вспомогательное неизвестное, Бхаскара принимает, что первый имеет $2x - 10$, тогда по условию задачи второй имеет $x+100$. Второе условие приводит к уравнению.

$$6(2x-100-10)=x+100+10, \text{ откуда } x=70.$$

Пример 9

Число десятков двузначного числа составляет две трети числа единиц, а число, написанное теми же числами, но в обратном порядке, больше за первоначальное на 18. Найти это число.

Глава 11. ДЕЛИМОСТЬ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Учебный материал, связанный делимостью целых чисел, в истории методики преподавания математики относят к теоретической арифметике. Предметом его изучения являются свойства целых чисел, связанные с делимостью.

Основная цель изучения данного тематического блока - получение знаний, необходимых для изучения обыкновенных дробей.

Обучающиеся научатся находить делители натуральных чисел и раскладывать числа на простые множители, изучат признаки делимости, понятия «наибольший общий делитель натуральных чисел», «наименьшее общее кратное натуральных чисел».

Большое внимание уделяется организации исследований, поиску гипотез, формированию первого опыта осуществления доказательств, проведения индуктивных и дедуктивных рассуждений, подбора контрпримеров. Обучающиеся совершенствуют свой опыт по использованию буквенной символики, знакомятся с логическими конструкциями «если... то», «тогда и только тогда» и т.п.

При изучении данной темы вводятся понятия делителя целого числа, простого и составного чисел, разложения натурального числа на простые множители; организовать учебную деятельность, способствующую развитию логического мышления обучающихся, т.е. деятельность по получению признаков делимости натуральных чисел, способов разложения на множители, по получению признаков делимости суммы и произведения и их обоснованию.

В результате изучения темы «Делимость целых чисел» обучающиеся должны знать определения делителя числа, простого и составного чисел, четного и нечетного чисел; признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10; признаки делимости суммы и произведения; уметь пользоваться признаками делимости; раскладывать числа на простые множители; находить все делители натурального числа.

Тема 11.1. ДЕЛЕНИЕ НАЦЕЛО НА МНОЖЕСТВЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Прежде всего, изучается понятие «делитель данного целого числа». В связи с этим актуализируются знания обучающихся о выполнимости операций на множестве натуральных чисел, о делении натуральных чисел с остатком и без остатка. Обучающиеся убеждаются в том, что целое число без остатка делится только на определенные целые числа, каждое из которых называется делителем данного целого числа.

Заметим, что учащиеся встречаются с новым термином «делитель числа», который отличается от термина «делитель». До сих пор обучающиеся называли делителем то число, на которое делят данное число, независимо от того, какой при этом получается остаток. Поэтому у обучающихся на первых занятиях при изучении термина «делитель числа» могут возникнуть трудности с терминологией.

Знание о делителе целого числа дают возможность представить особенности некоторых натуральных чисел.

Например, если имеется 49 солдат, то их можно построить в колонны с равным числом солдат по 1, по 7 или 49 в ряд. Если взять другое количество солдат, например 47, то в каждом ряду может быть только по 1 или по 47 солдат, т.е. число 47 имеет только два натуральных делителя – 1 и 47, в отличие от числа 49. Таким образом, появляется понятие простого числа.

Работа по теме «Делимость чисел» требует тщательности в смысле повторения известных учащимся определений операций, их свойств, что будет использоваться при изучении дальнейших понятий.

Проблема нахождения делителей данного целого числа исследуется постепенно. Именно здесь можно отпустить ребят на самостоятельную работу с темой, предложить групповую работу в форме проекта или мини-исследования.

Практические примеры

Пример 1

Не на шутку, в самом деле,
Если Таня и Денис
Умножают или делят
Два числа со знаком минус,
Получают, не секрет,
Положительный ответ.
Даже сказочный Емеля,
Чтобы спорились дела,
Умножает или делит
Разных знаков два числа
Получает, спора нет,
Отрицательный ответ.

Пример 2

Непредвиденная ситуация на занятии: математическая зарядка
(ответ верный – правая рука вверх, неверный – левая вперёд).

$$- 25 : 5 = 5 \quad 40 : (- 8) = - 5 \quad - 12 : (- 2) = 6$$

$$0 : (- 1) = 0 \quad - 60 / - 12 = 5 \quad - 3,6 / 0,6 = 6$$

Пример 3

Отгадайте ребус, это поможет догадаться, чем мы будем заниматься сегодня:



Пример 4

Разноуровневые задания.

3 ряд	1,2 ряд
1 .Для сильных учащихся сидящих отдельно на 3 ряду дается групповая работа, решение задачи оформляется на отдельной доске. "Периметр прямоугольника равен периметру квадрата .Площадь прямоугольника равна 32 кв.см , А ширина 8 см. Найдите площадь квадрата." 1)$32=8:a$ $A= 32:8=4$(сторона прямоугольника) 2)$P=(8+4)*2=24$(см) периметр прямоугольника 3) $A \text{ кв}= 24:4=6$(см) сторона квадрата 4) $S= 6*6=36$ (см кв) площадь квадрата = Возвращаемся к сильным учащимся проверяем решение на другой доске, делаем пояснения. Учащиеся записывают решения в тетрадь.	1.В то время как сильная группа решает задачу 1.2 ряд решают другую задачу на движение разбирается условие и решение устно. "На встречу друг другу выехали два автомобиля со скоростью 70 км/ч и 80 км/ч соответственно расстояние между городами 300 км. Хватит ли им 3 часа чтобы встретиться? . Решите задачу выражением. С записью действий в тетради. $300:(70+80)=2$; 3 больше 2, хватит Проверяем ответ (на доске) 2. К доске вызываются три учащихся для решения примеров в столбик (Примеры на раздатке) $1308:12= (109)$ $11040:23=(480)$ $11803:29=(407)$ $8235 :27=(305)$

Пример 5

Маша и Миша ждут в гости четырёх друзей. Мама сказала, чтобы они угостили их конфетами. Миша решил заранее разделить конфеты между 6 детьми поровну. В вазе было 12 «Васильков», 15 «Ромашек» и 18 «Юбилейных».

Найдите способ, который поможет Мише разделить конфеты.

$$12:6=2 \quad 18:6=3 \quad 15:6=?$$

Тема 11.2. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Работая с содержанием обозначенной темы обучающиеся должны обратить внимание на следующее:

- если число b является делителем числа a , то и число $-b$ тоже является делителем числа a ;
- всякое натуральное число делится на себя и единицу;
- у единицы только один натуральный делитель;
- если данное число, например 36, является произведением двух различных множителей $36 = 4 \times 9$, то каждое из них является делителем числа 36. Отсюда следует, что если найден один из делителей, например 4, числа 36, то частное $36 : 4 = 9$ дает другой делитель 36.

В некоторых случаях удастся, не выполняя деление, заранее сказать, равен остаток нулю или нет. Поиски делителей приводят участников действия к понятию «признак делимости».

Традиционно изучение признаков делимости начинается с признаков делимости на 2, на 5, на 10, чаще всего известных уже со школы. Проводится это с помощью текстов, организующих наблюдение над таблицей умножения.

Возможно, при затруднениях имеет смысл задать обучающимся наводящие вопросы: «Какие натуральные числа имеют делителем число 2? Какие – не имеют? Какова последняя цифра у чисел, делящихся на 2?». Таким образом, начав с наблюдений, обучающиеся приходят к доказательству выдвинутой гипотезы.

Практические примеры

Пример 1

Пять участников олимпиады стали ее победителями, набрав по 15, 14, 13 баллов и заняв соответственно первое, второе и третье места. Сколько участников завоевали каждое призовое место, если вместе они набрали 69 баллов?

Пример 2

Если целые числа a и b делятся на целое число m , то и сумма $a+b$ делится на m . Докажите это.

Пример 3

К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15. (1155, 3150, 4155, 6150, 7155, 9150)

Пример 4

Сколько имеется четырёхзначных чисел, которые делятся на 45, а две средние цифры у них 97? (2970, 6975)

Пример 5

Если целые числа a и b делятся на целое число m , то и разность $a-b$ делится на m . Докажите это.

Пример 6

Делятся ли числа на 6: 126, 253124.

Пример 7

Сформулируйте признаки делимости на 12 и на 14.

Пример 8

Не выполняя вычитания, определите, делится ли разность:

- а) $124 - 98$ на 2;
- б) $86750 - 2345$ на 5;
- в) $349000 - 2340$ на 1000;
- г) $999999 - 111111$ на 3.

Пример 9

Какие из чисел 5447, 9000, 37035, 99309, 420340, 15345, 78644 делятся на: 2, 5, 10, 2 и 10, 2 и 5, 3, 9.

- Какие числа не попали не в одну группу?
- Какое число повторяется во всех группах?
- В каких группах одинаковые числа? Почему?

Пример 10

Признаки делимости на 2, на 3, на 5 были известны с давних времён. Так, например, признак делимости на 2 знали древние египтяне во II в. до н.э., а признак делимости на 9 был известен грекам в III в. н.э. Впервые признаки делимости были обстоятельно изложены итальянским математиком Леонардом Пизанским (1180 – 1240).

Выдающийся французский математик и физик Блез Паскаль (1623 – 1662) ещё в раннем возрасте вывел общий признак делимости чисел, из которого следуют все частные признаки.

Пример 11

Тест «Признаки делимости»

1. Какая из сумм кратна 10?

- а) $198 + 15$ и 101
- б) $46 + 100$
- в) $370 + 56$
- г) $605 + 215$

2. Делится ли произведение 15 и 4 на 10?

- а) да б) нет

3. Выберите из данных чисел нечётное число, которое не делится на 5.

- а) 132
- б) 405

в) 843

г) 60

4. Какому из чисел кратно число ****6?

а) 2

б) 5

в) 10

5. Какой цифрой надо заменить звёздочку в записи числа 127^* , чтобы оно делилось на 2, 5 и 10?

а) 2

б) 5

в) 0

г) нет такой цифры.

6. Сколько натуральных чисел, кратных 2, которые больше 165 и меньше 175?

а) пять

б) четыре

в) три

г) десять

7. Какое наименьшее трёхзначное число делится на 9?

а) 801

б) 108

в) 100

г) 180

8. Какое число не делится ни на 3, ни на 9?

а) 760

б) 3825

в) 4200

г) 10300

9. Делится ли частное $18000 : 9$ на 3?

а) да б) нет

10. Сумма цифр числа равна 36. Делится ли оно на 3?

а) да б) нет

11. Какую цифру надо подставить вместо звёздочки, чтобы число $52*8$, делилось на 9?

а) 1

б) 2

в) 3

г) 4

12. Какая из сумм кратна 3?

а) $111+777$

б) $72+28$

в) $800+60$

г) $331+100$

Пример 12

Из данных чисел: 108, 711, 112, 642, 513, 609, 705, 4821 выпишите числа:

а) делящиеся на 9, и расположите их в порядке убывания

б) кратные 3, и расположите их в порядке убывания.

Пример 13

Укажите все числа, кратные 9, которые больше 10, но меньше 50.

Пример 14

Запишите по 2 трёхзначных числа, делящиеся:

а) на 2, б) на 5, в) на 10, г) на 3,

д) на 9, е) на 3 и на 5, ж) на 5 и на 9.

Пример 15

Учительница написала на доске двузначное число и спросила Диму по очереди, делится ли оно на 2? на 3? на 4? . . . на 9? На все во-

семь вопросов Дима ответил верно, причём ответов «да» и «нет» было поровну. а) Можете ли вы теперь ответить верно хотя бы на один из вопросов учительницы, не зная самого числа? б) А хотя бы на два вопроса?

Пример 16

Физкультминутка.

Я буду называть числа, а вы будьте внимательны:
если число кратно 2 – выполняйте ходьбу на месте;
если число кратно 9 – выполняйте приседания;
если число кратно 5 – выполняйте прыжок.
6; 81; 25; 102; 35; 63; 505; 26; 27; 95.
6, 102, 26 – ходьба на месте;
81, 63, 27 – приседания;
25, 35, 505, 95 – прыжки

Тема 11.3. ДЕЛИМОСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Данная тема – следующий шаг в поиске делителей данного натурального числа. Изучая вопрос делимости произведения обучающихся проходят путь от наблюдения к доказательству. Причем целесообразно предложить к рассмотрению доказательные рассуждения не только в частном случае, но и в общем виде.

Можно преподнести задания таким образом, чтобы они интриговали обучающихся. Действительно, задумано число, которое записано таким образом, что его знает только тот, кто задумал. Число закрыто листом бумаги так, что видны только две последние цифры ...00. Каковы делители этого числа? Ребята должны иметь возможность высказать свои предположения. Некоторым ребятам будет полезно выполнить деление, чтобы проверить высказанные предположения. Желательно подвести обучающихся к выводу, что натуральное число, представляющее собой целое число сотен, делится на 100, 50, 25, 20, 10, 5, 4, 2.

Обсуждение выводов, в зависимости от выбранной формы занятия, можно провести в форме эвристической беседы, круглого стола, занятия – консультации, где в роли консультанта будет выступать один или несколько из наиболее успешных, в изучении этой темы, ребят.

Обучающиеся должны вникнуть в суть формулировки теоремы «Если в произведении натуральных чисел хотя бы один из множителей делится на данное число, то и все произведение делится на это число», уметь ее применять.

Помимо этого стоит подвести обучающихся к формулировке свойства четных чисел: произведение четных чисел есть число четное, произведение нечетных чисел есть нечетное число, произведение четного и нечетного числа есть число четное.

✎ Практические примеры

Пример 1

В книжный магазин привезли 53 упаковки книг по 18 штук в каждой. Можно ли эти книги распределить поровну между тремя продавцами?

Пример 2

К празднику организация приобрела 3 упаковки роз по 125 штук в каждой упаковке. Можно ли сделать 25 одинаковых букетов, используя эти цветы?

Пример 3

Не выполняя вычислений, укажите выражения, значения которых кратны 3:

$19 \cdot 30$, $22 \cdot 17$, $34 \cdot 12$, $33 \cdot 25$,
 $36 \cdot 7$, $94 \cdot 18$, $13 \cdot 45 \cdot 8$, $5 \cdot 7 \cdot 11$.

Ребята у меня есть сюрприз для вас. В этих флаконах витамины, которые сейчас так актуальны, в связи с эпидемией гриппа. Имеются

два флакона, в каждом по 21 драже, можно ли их разделить поровну между вами?

Пример 4

Рассмотрим произведение $35 \cdot 29$. Как вы думаете, будет оно делиться на 7? Почему?

А произведение $35 \cdot 63$ будет делиться на 7? Почему?

А произведение $19 \cdot 23$ будет делиться на 7? Почему?

Пример 5

Сформулируйте признак делимости произведения.

У вас на столах карточки.

Необходимо вписать недостающие слова, исходя из рассмотренных примеров:

Если хотя бы один из.....делится на некоторое число, то иделится на это.....

Пример 6

Необходимо записать три произведения, состоящие из двух множителей, которые кратны: 5, 10, 17.

📖 Тема 11.4. ДЕЛИМОСТЬ СУММЫ

Учебный материал в теме «Делимость суммы» играет большую роль в формировании культуры математической деятельности, логического мышления учащихся, развивает их познавательные и регулятивные учебные действия.

В процессе изучения темы учатся задавать вопросы, строить гипотезы, проверять их для различных частных случаев, выдвигать контрпримеры, отбрасывать одни гипотезы и предлагать новые, использовать индукцию и дедукцию как методы рассуждения.

Особенностью данной возрастной группы обучающихся является то, что вместо термина «гипотеза», как правило, используются слова «догадка», «версия», «предположение» и т.п. Этапы работы с гипотезой на уровне описания процедуры на данном уровне обучения, не раскрываются.

Важно тщательно поработать с признаками делимости суммы – рассмотреть частные случаи применения признака.

✎ Практические примеры

Пример 1

Если $a + 2$ делится на 5, делится ли $7a + 4$ делится на 5?

Пример 2

В одном ящике 27 бананов, в другом 39, в третьем 45. Можно ли эти бананы разложить поровну в три ящика так, чтобы во всех ящиках было одинаковое количество бананов?

Пример 3

В июне в школу было подано 51 заявлений о приёме в первый класс, в июле - 96, а в августе - 82. Можно ли из такого количества детей скомплектовать 3 первых класса с одинаковым количеством учеников.

Пример 4

Каждой группе предлагается защита задачи.

I группа

Поставщики нам говорят, что на сумму 3612 руб. мы можем купить 6 коробок с фруктами для десерта. Так ли это?

II группа

В лагере за три летние смены отдохнуло 482 ребёнка. Верна ли информация, что каждую смену отдыхало одинаковое количество детей?

III группа

На 729 рублей было куплено 9 одинаковых наборов к празднику. Так ли это?

IV группа

147 карандашей разложили в 7 одинаковых коробок. По три ряда в каждой. Сколько карандашей в одном ряду?

V группа

Могли ли 2443 пассажира разместиться поровну в 6 автобусах?

VI группа

51102 зрителей предполагают поровну рассадить в 50 секторах стадиона. Так ли это?

Пример 5

В магическом квадрате суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и на обеих диагоналях равны. Можно ли составить магический квадрат 5Ч5 из первых 25 простых чисел?

Ответ. Нельзя.

Решение. Сначала заметим, что среди всех простых чисел только одно чётное — это число 2. Действительно, любое другое чётное натуральное число делится, кроме единицы и самого себя, ещё и на 2, и потому не является простым.

Теперь предположим, что магический квадрат удалось составить из первых 25 простых чисел. Среди них есть двойка, а остальные 24 числа — нечётные. В той строке, где окажется двойка, сумма всех чисел будет чётной, ведь там одно чётное число и четыре нечётных. Во всех остальных строках все числа будут нечётными, а сумма пяти нечётных слагаемых также нечётна. Поэтому сумма чисел во всех стро-

ках не может оказаться одинаковой. Полученное противоречие доказывает, что магический квадрат невозможно составить из первых 25 простых чисел.

Делится ли число $(111999 - 1)$ на 2? А на 10?

Ответ. Да, делится и на 2, и на 10.

Решение. Сначала заметим, что последняя цифра произведения нескольких чисел равна последней цифре произведения их последних цифр (это следует, например, из правила умножения в столбик). Теперь найдём последнюю цифру числа 111999. Так как это произведение 999 сомножителей, каждый из которых равен 111 (и имеет последнюю цифру 1), его последняя цифра равна последней цифре произведения 999 единиц, то есть тоже 1. А если от этого числа отнять единицу, то у разности последняя цифра будет 0. Значит, это число делится на 10 (а заодно и на 2).

Пример 6

В магазине было 6 ящиков яблок, массы которых равны соответственно 15, 16, 18, 19, 20 и 31 кг. Две фирмы приобрели 5 ящиков, причем одна из них взяла в два раза больше яблок (по массе), чем другая. Какой ящик остался в магазине?

Ответ. Ящик массой 20 кг.

Решение. Поскольку одна фирма купила вдвое больше яблок, чем другая, общая масса купленных яблок должна делиться на 3 (тогда две трети купит первая компания и ещё треть — вторая). Общая масса всех яблок в магазине равна $15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 = 119$ кг. Осталось определить, какое из чисел 15, 16, 18, 19, 20 и 31 нужно отнять от 119, чтобы получилось число, кратное трём. Нетрудно убедиться, что это может быть только число 20.

Пример 7

Известно, что сумма ТУРНИР+АРХИМЕДА кратна 2016. Докажите, что сумма ИР + АР кратна 9. (Цифры заменены буквами: разные цифры — разными буквами, одинаковые цифры — одинаковыми буквами).

Тема 11.5. РАЗЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА НА МНОЖИТЕЛИ

Основное назначение раздела «Разложение натурального числа на простые множители» - дать обучающимся способ нахождения всех натуральных делителей данного числа. Данный материал имеет богатую историю и интересные приложения. Так, например, используя информацию о простых числах можно создать условия для организации индивидуальной работы обучающихся или организовать занятие в форме дискуссии на определённую тему.

Например, «Как разложить число 240 на множители?», «В каких ситуациях может пригодиться разложение на множители?», «Каноническое разложение числа 240», «Я - в мире простых чисел», «Решето Эратосфена» и т.д.

Практические примеры

Пример 1

Давайте решим очень интересную задачу и определим тему нашего урока.

Жили - были дед да бабка. Была у них курочка Ряба. Курочка несёт каждое седьмое яичко золотое, а каждое третье – серебряное. Может ли быть такое?

(Ответ: нет, т.к. 21 яичко может быть золотым и серебряным)
Почему?

Пример 2

Разложите на 2 множителя число 36 всеми способами.

Давайте проверим, как вы разложили число 36 на 2 множителя всеми способами.

Пример 3

- Разложите число 60 всеми возможными способами:

- на 2 множителя;

- на 3 множителя;
- на 4 множителя.

Пример 4

Отвечая на вопросы, впишите верные слова и в выделенном столбце получите имя ученого, математика, жившего до нашей эры.

1. Продолжите предложение: натуральное число, имеющее только два делителя называется ...
2. Как называется натуральное число, на которое число а делится без остатка?
3. Какое число является делителем любого натурального числа?
4. Назовите автора первого учебника по математике.
5. Продолжите предложение: натуральное число, имеющее более двух делителей, называется ...
6. Как называются числа, используемые при счете?

				1									
			2										
						Ф							
3													
				4									
					5								
	6												

Ответы:

						П	Р	О	С	Т	Ы	М	
			Д	Е	Л	И	Т	Е	Л	Ь			
						Ф							
Е	Д	И	Н	И	Ц	А							
				М	А	Г	Н	И	Ц	К	И	И	
					С	О	С	Т	А	В	Н	Ы	М
			Н	А	Т	У	Р	А	Л	Ь	Н	Ы	М

В данном кроссворде «спрятано» имя Пифагора Самосского (VI в. до н.э.). Историческая справка на эту тему: Пифагор и его ученики изучали вопросы делимости чисел. Число, равное сумме всех его делителей (без самого числа), они называли совершенным числом. Например, $6 = 1 + 2 + 3$; $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$; 496; 8 128.

Тема 11.6. ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Остановимся на некоторых фактах, определяющих содержание темы «Простые числа».

По числу делителей можно различать три вида натуральных чисел: числа только с одним делителем, числа только с двумя делителями, числа с числом делителей большим двух. Число первого вида одно – единица. Числа второго вида называются простыми. Числа третьего вида называются составными. Число 1 не принадлежит ни к простым, ни к составным. Всякое число, больше единицы, является либо простым, либо составным. Всякое составное число имеет, по крайней мере, один простой делитель. Чтобы узнать, является данное число простым или составным, надо искать его делители, надо пробовать делить данное число только на простые числа.

Так как распознавание вида числа представляют значительный труд, в особенности если данное число велико, то возникает вопрос, нельзя ли составить полную таблицу всех простых чисел или таблицу всех составных чисел.

Оказывается, сделать ни то, ни другое невозможно, так как множества простых и составных чисел бесконечны.

Составить таблицу всех простых чисел первой сотни или первой тысячи возможно. Для составления таблицы простых чисел греческим учёным Эратосфеном был найден приём названный решето Эратосфена.

Всякое составное число можно представить в виде произведения простых чисел и притом единственным образом.

Зная разложение нескольких чисел на простые множители, можно получить способы нахождения НОД и НОК этих чисел, решить вопрос о том делится ли одно число на другое.

Подробному изучению вопросов связанных с простыми числами следует отвести особое место при организации занятий.

Практические примеры

Пример 1

В справочнике «Магия для чайников» написано: Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а

разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение. Возможно ли таким образом устроить землетрясение?

Пример 2

На двух карточках записаны четыре различные цифры — по одной с каждой стороны карточки. Может ли оказаться так, что всякое двузначное число, которое можно сложить из этих карточек, будет простым? (Нельзя переворачивать цифры вверх ногами, то есть делать из цифры 6 цифру 9 и наоборот.)

Пример 3

Вася умножил некоторое число на 10 и получил простое число. А Петя умножил то же самое число на 15, но всё равно получил простое число. Может ли быть так, что никто из них не ошибся?

Пример 4

Мальвина попросила Буратино выписать все девятизначные числа, составленные из различных цифр. Буратино забыл, как пишется цифра 7, поэтому записал только те девятизначные числа, в которых этой цифры нет. Затем Мальвина предложила ему вычеркнуть из каждого числа по шесть цифр так, чтобы оставшееся трёхзначное число было простым. Буратино тут же заявил, что это возможно не для всех записанных чисел. Прав ли он?

Пример 5

Незнайка хочет записать по кругу 2015 натуральных чисел так, чтобы для каждых двух соседних чисел частное от деления большего на меньшее было простым числом. Знайка утверждает, что это невозможно. Прав ли Знайка?

Глава 12. НОД И НОК

Основная цель изучения темы - сформировать понятие общего делителя, наибольшего общего делителя, общего кратного, наименьшего общего кратного; организовать учебную деятельность по получению алгоритмов нахождения НОД и НОК двух и более натуральных чисел, пользуясь признаками делимости.

Обучающихся необходимо познакомить с интеллектуальными образцами поведения, связанными с выбором плана действий, умений видеть частные случаи, рассуждать о возможных ошибках и т.д.

Изучение понятий осуществляется примерно по одной и той же методической схеме. Обратим на это внимание, рассматривая методику изучения каждого из них.

Тема 12.1. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

Изучение материалов по теме «Наибольший общий делитель» целесообразно начать с рассмотрения ситуации, которая приводит к новому понятию, вводится его определение, даётся образная интерпретация.

Прежде чем переходить к вопросу о нахождении наибольшего общего делителя двух чисел, т.е. к процедурному знанию, необходимо убедиться, что все учащиеся понимают: у чисел может быть несколько общих делителей, среди которых есть и наибольший.

Затем рассматриваются различные способы нахождения НОД, возникающие при этом частные случаи. Сначала предлагается способ нахождения НОД, непосредственно вытекающий из определения. Затем рассматриваются частные случаи нахождения НОД (одно из двух натуральных чисел нацело делится на другое, данные числа являются взаимно простыми). Далее предлагается способ нахождения НОД посредством разложения данных чисел на простые множители, что особенно актуально в тех случаях, когда необходимо найти НОД у больших чисел.

Необходимо подобрать такие задания, чтобы дать возможность учащимся познакомиться и применить некоторые свойства НОД:

- каждый делитель НОД данных чисел есть общий делитель этих чисел, наибольший общий делитель нескольких чисел не может быть меньше меньшего из чисел, всякий общий делитель данных чисел есть делитель их НОД;

- если умножить каждое из двух чисел на одно и тоже число, то на это число умножится и их НОД;

- если каждое из двух данных чисел делится на одно и тоже натуральное число, то на это число разделится и их НОД;

- частные от деления каждого из данных чисел на их НОД есть взаимно простые числа и т.д.

Важно с помощью задач рассмотреть всю многогранность применения НОД.

➤ Практические примеры

Пример 1

Пятиклассники решили сделать подарки первоклассникам. Они приготовили 69 шариков и 46 флажков и все их раздали малышам поровну. Сколько учеников в первом классе?

Пример 2

Два класса из 36 и 40 учеников. На праздники они построились в одну колонну с равным количеством школьников в каждом ряду. Как это можно сделать?

Пример 3

Задача Бабы-Яги. Я в ступе в первый день привезла 35 кг топлива, во второй день 21 кг топлива для моей ступы, в 3 - й день 14 кг. За каждый рейс я перевозила одинаковую массу топлива. Сколько килограмм я перевозила за один рейс.

Пример 4

Назовём натуральные числа a и b друзьями, если их произведение является точным квадратом. Докажите, что если a — друг b , то a — друг $\text{НОД}(a, b)$.

Пример 5

Какое наибольшее число одинаковых подарков можно составить из 12 мандаринов и 16 бананов, если использовать все фрукты?

Пример 6

Во всех новогодних подарках всего было 185 мандаринов и 111 апельсинов. Сколько было подарков? Сколько мандаринов и сколько апельсинов было в каждом подарке?

Пример 7

Для устройства елки купили орехов, конфет и пряников - всего 760 штук. Орехов взяли на 80 штук больше, чем конфет, а пряников на 120 штук меньше, чем орехов. Какое наибольшее число одинаковых подарков для детей можно сделать из этого запаса?

Пример 8

На каждом километре между сёлами Марьино и Рощино стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано расстояние до Марьино, на другой — расстояние до Рощино. Гуляя по этой дороге, Бобик для каждой таблички подсчитал наибольший общий делитель записанных на ней чисел. Оказалось, что среди полученных им чисел встретились только 1, 3 или 5 (каждое хотя бы по одному разу). Найдите расстояние между сёлами.

Пример 9

Лист картона имеет форму прямоугольника, длина которого 48 см, а ширина 40 см. Этот лист надо разрезать без отходов на равные квадраты. Какие наибольшие квадраты можно получить из этого листа и сколько?

Пример 10

Камин в комнате необходимо выложить отделочной плиткой в форме квадрата. Сколько плиток понадобится для камина размером 195×156 см и каковы наибольшие размеры плитки?

Тема 12.2 НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ

Изучение материала «Наименьшее общее кратное» целесообразно начать ситуации, которая мотивирует изучение нового понятия, затем изучаются признаки понятия, дается определение и одно из образных представлений содержания понятия. При этом внимание обучающихся должно быть обращено на то, что общих кратных для данных чисел бесконечное множество.

Необходимо рассмотреть различные способы нахождения НОК. Сначала предложить способ, непосредственно вытекающий из определения НОК. Затем рассматриваются частные случаи нахождения НОК (поиск НОК для небольших чисел, НОК чисел в случае, когда одно из них делится на другое, НОК взаимно простых чисел). После этого значительное внимание необходимо уделить нахождению НОК с помощью разложения чисел на простые множители (канонического разложения).

При этом важно, чтобы обучающиеся понимали, что требуется найти число, в состав которого должны войти все множители данных чисел. Конечно, этим числом является произведение данных чисел, но мы хотим найти НОК: разложим каждое из чисел на множители, выпишем все множители большего числа и добавим множители второго числа, не содержащиеся в большем числе.

При формировании основных понятий необходимо обратить внимание учащихся на то, что общим кратным не может быть 0, хотя он делится на любое натуральное число.

Следует также обратить внимание обучающихся на различные способы нахождения наименьшего общего кратного, обсудить особенности, преимущества и недостатки каждого способа.

Поэтапное разворачивание материала позволит ученику выбрать для себя тот способ, который он сможет в дальнейшем применять наиболее эффективно. Обратите внимание на то, что при нахождении наименьшего общего кратного трёх и более чисел наиболее надёжно использование канонического разложения.

➤ Практические примеры

Пример 1

Теплоход «Суворов» свой рейс туда и обратно совершает за 8 дней, теплоход «Горький» за 12 дней, а теплоход «Киров» за 18 дней. Через сколько дней теплоходы снова встретятся в порту, если они ушли в рейс одновременно?

Пример 2

В детском велосипеде шестерня заднего колеса имеет 21 зубец, а шестерня педали 44 зубца. Какое наименьшее число оборотов должна сделать педаль, чтобы шестерни вернулись в свое первоначальное положение?

Пример 3

Саша ходит в бассейн один раз в три дня, а Вася один раз в четыре дня, Ваня – в 5 дней. Они встретились в бассейне в этот понедельник. Через сколько дней и в какой день недели они встретятся снова?

Пример 4

Почти все математики древности занимались уравнениями. Много внимания им уделял древнегреческий ученый Диофант.

Почти все математики древности занимались уравнениями. Много внимания им уделял, а главное, много нового внес в способы их решения древнегреческий ученый Диофант.

О Диофанте известно очень мало. Есть основание полагать, что он жил около III в. н.э. Одна группа уравнений, так называемые неопределенные уравнения, до сих пор называются диофантовыми уравнениями. Именно для них он нашел способ решения.

Скудные сведения о Диофанте может дополнить нам лишь надпись на надгробном камне, сформулированная задача в стихах:

Здесь погребен Диофант, в камень могильный

При счете искусном расскажет нам,

Сколь долог был его век.

Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни,

В двенадцатой части прошла его юность.

Седьмую часть жизни прибавим – пред нами очаг Гименея,

Пять лет протекло и прислал Гименей ему сына

Но горе ребенку! Едва половину он прожил

Тех лет, что отец, скончался несчастный.

Четыре года страдал Диофант от утраты той тяжелой

И умер, прожив для науки. Скажи мне,

Скольких лет достигнув, смерть воспринял Диофант?

Решение:

$$\text{НОК}(6,12,7,2) = 12 \cdot 7 = 84$$

Ответ: 84 года.

Пример 5

Пифагор Самосский – великий греческий ученый, человек – символ, философ и пророк. Он организовал школу, которую называли пифагорейской.

А теперь решим задачу о школе Пифагора:

Задача о школе Пифагора

Первое построение геометрии как дедуктивной науки принадлежит Пифагору Самосскому (ок.570 – ок.500 до н.э.) – древнегреческому математику и философу. В молодости Пифагор путешествовал по Египту и Вавилону, изучая мудрость жрецов. Около 530г. до н.э. он переехал в Кротон (Южная Италия), где основал знаменитый пифагорейский союз (школу). Деятельность союза была окружена тайной. В школе Пифагора процветала числовая мистика. Пифагор учил, что "число есть сущность всех вещей". Пифагорейцы занимались астрономией, геометрией, гармонией (теорией музыки) и арифметикой (теорией чисел). В их школе возникло представление о шарообразности Земли.

Ученик читает текст задачи (в образе Пифагора).

Тиран острова Самос Поликрат однажды спросил у Пифагора, сколько у того учеников. "Охотно скажу тебе, о Поликрат, - отвечал Пифагор. – половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть молча упражняет силу духа, храня в сердце учение. Добавь к ним трех юношей, из которых Теон превосходит прочих своими способностями. Столько учеников веду я к рождению вечной истины". Сколько учеников было у Пифагора?

Решение (метод подбора):

$$\text{НОК}(2,4,7) = 2 \cdot 4 \cdot 7 = 28$$

Ответ: 28 учеников.

РАЗДЕЛ 4

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Глава 13. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

В процессе изучения данного тематического блока систематизируются и обобщаются знания обучающихся о различных подмножествах множества рациональных чисел и методах изучения новых чисел. Широко используются визуальные представления, связанные с обыкновенными дробями, что помогает обучающимся осознать и формулировать соответствующие определения, выяснять, как сравнивать обыкновенные дроби, как переходить от одной дроби к ей равной, устанавливать связи между различными множествами чисел и т.д.

При рассмотрении действий над рациональными числами, записанными в виде обыкновенных дробей, с помощью специальной системы заданий ребята осознают целесообразность изучаемых правил, учатся использовать их в разных ситуациях, сравнивать различные алгоритмы выполнения одной и той же операции. В частности, ребята обосновывают известные им алгоритмы действий над десятичными дробями, получив их как частный случай действий над обыкновенными дробями. Создаются условия для развития у обучающихся умений находить различными способами отношение двух чисел (процентное отношение двух чисел), часть данного числа (процентов данного числа), число по его части (число по его процентам). Кроме того, ребята учатся, используя знания о рациональных числах, решать более сложные практические задачи.

Основные цели изучения темы «Обыкновенные дроби»: повторить понятие обыкновенной дроби и сопутствующую терминологию, рассмотреть основное свойство дроби, сформировать умение сокращать дроби, приводить их к новому знаменателю, сравнивать, устанавливать взаимосвязи между десятичными и обыкновенными дробями, ввести понятие множества рациональных чисел и некоторые его свойства.

В результате изучения темы обучающиеся должны: понимать смысл термина «обыкновенная дробь» (как заданное количество долей целого и как результат деления числителя на знаменатель); знать определения правильной и неправильной дроби, основное свойство дроби, определение рационального числа; уметь изображать обыкновенные дроби на числовой прямой, сокращать, приводить к новому знаменателю (в том числе к наименьшему общему знаменателю двух дробей), сравнивать, переводить обыкновенные дроби в десятичные и конечные десятичные дроби в обыкновенные, представлять смешанное число в виде неправильной дроби и наоборот.

Тема 13.1. ПОНЯТИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ

Основное назначение темы - организовать обобщающее повторение известных ученикам сведений об обыкновенных дробях.

При повторении обыкновенных дробей, известных с начальной школы можно использовать следующие фрагменты теоретического материала:

- обыкновенная дробь как результат деления целого на равные части;
- обыкновенная дробь как результат деления двух натуральных чисел;
- правильные и неправильные обыкновенные дроби;
- представление неправильной обыкновенной дроби в виде смешанного числа и обратная операция;
- представление обыкновенной дроби в виде десятичной (как конечной, так и бесконечной).

Основной материал по этой теме целесообразно разъяснять более подробно, с элементами проблемного обучения, с серьезной опорой на образные модели, при этом на первый план необходимо выдвинуть процедурные знания - способы действий с обыкновенными дробями.

Можно использовать три различных подхода к изучаемому понятию.

1. Обыкновенная дробь как результат деления целого на равные части.

С помощью наглядных моделей разъясняется смысл записи дробного числа в виде обыкновенной дроби, понятий «числитель» и «знаменатель». Уже на этом этапе можно обратить внимание учеников, что одна и та же часть целого может обозначаться разными дробями. Например, запись $\frac{2}{4}$ обозначает ту же величину, что и $\frac{1}{2}$.

2. Обыкновенная дробь как результат измерения длины (соответствие дробей точкам числовой прямой)

На основе наглядной модели можно показать, что доли можно рассматривать как новые «мерки» для измерения длины, меньше единицы. Здесь можно вспомнить ситуацию, изучение которой привело к десятичным дробям - измерение длины.

3. Дробь как запись результаты деления двух натуральных чисел.

Необходимо наглядно продемонстрировать равенства деление $5 : 7$ и дроби $\frac{5}{7}$. При этом отметить, что результат деления 5 на 7 записанный в виде десятичной дроби, - это бесконечная дробь.

Также необходимо установить первые взаимосвязи между натуральными числами и обыкновенными дробями. Появляется и новый термин - рациональные числа, однако на данном этапе акцентировать внимание на нем не следует.

✎ Практические примеры

Пример 1

В коробке лежат 12 мячей. Из них 7 мячей зеленого цвета. Какую часть всех мячей составляют мячи зеленого цвета?

Пример 2

Запишите три правильные дроби со знаменателем 7, и три неправильные со знаменателем 6.

Пример 3

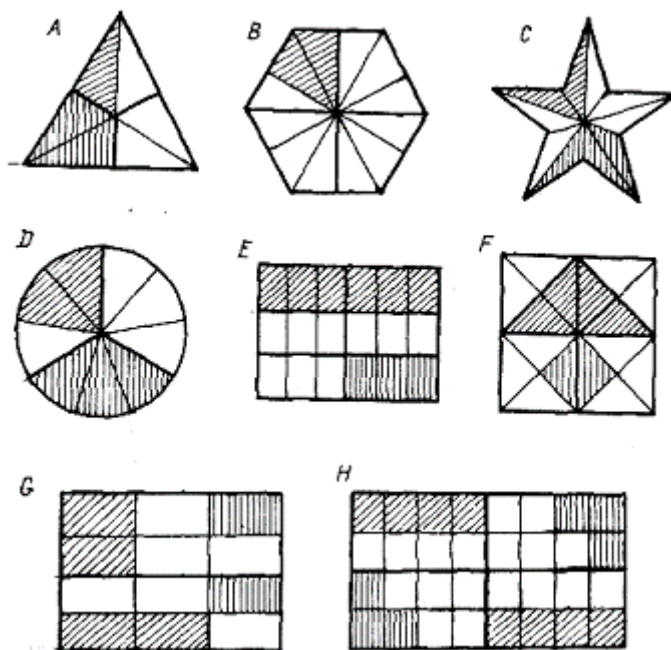
- Сейчас мы с вами посмотрим мультфильм, герои которого – животные.

Просмотр ролика мультфильма «Апельсин» (фильм)

- Какой фрукт делили звери? (Апельсин)
- Из чего он состоит? (Из долек)
- А какие дольки в апельсине? (одинаковые)
- Значит, что такое доли? (Каждая из равных частей единицы, часть от чего-нибудь целого. Доли – это равные части)
- Молодцы!
- На сколько частей надо разделить апельсин, чтобы все звери получили поровну? (на 5)
- . А сколько долек достанется трём зверям, а пяти? (3 доли, 5 долей)
- Так как апельсин разделили на 5 равных частей, значит, его разделили на 5 долей и каждый получил «одну пятую» долю апельсина, или, если короче «одну пятую апельсина».

Пример 4

Запиши в виде дроби, чему равна закрашенная часть рисунков:



Пример 5

Каждый может за версту
Видеть дробную черту.
Над чертой – числитель, знайте,
Под чертою – знаменатель.
Дробь такую, непременно,
Надо звать обыкновенной.

Пример 6

- Давайте рассмотрим пример, нам нужно определить, какая часть фигуры закрашена в зелёный цвет.

- Перед нами геометрическая фигура, как она называется?

- Прямоугольник разделили на равные части.

- Сколько таких частей? (5)

- Что такое 5? (знаменатель)

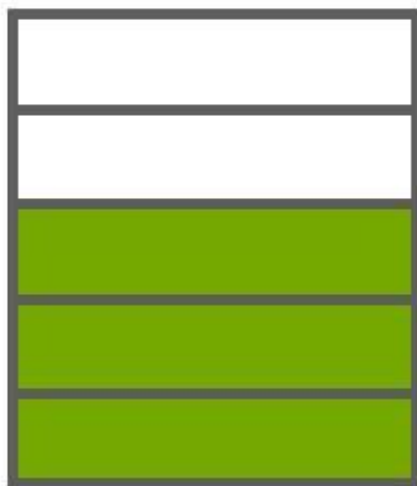
- Где нужно записать 5? (под чертой)

- Сколько частей закрасили?

- Что такое 3? (числитель)

- Где нужно записать 3? (над чертой)

- Значит, $\frac{3}{5}$ фигуры закрасили в зелёный цвет.

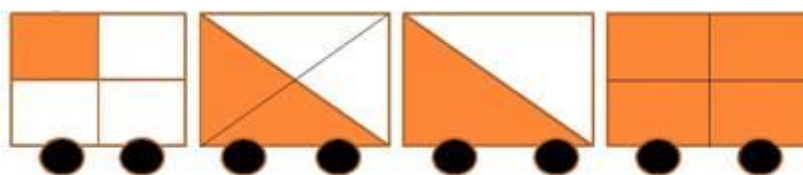


Пример 7

Среди 16 тетрадей 5 тетрадей в линейку, а остальные в клетку. Какую часть всех тетрадей составляют тетради в клетку?

Пример 8

Назовите, какая часть каждого вагона у поезда закрашена.



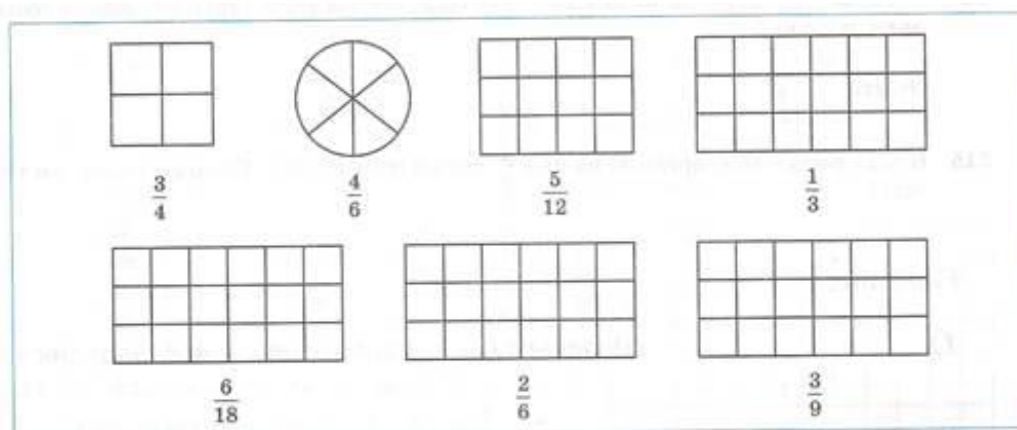
Пример 9

Подчеркните в тексте названия обыкновенных дробей:

«Дорога от школы до дома у Зои занимала четверть часа. Пойдя треть пути, она зашла в магазин: надо выполнить поручение мамы – купить хлеба и пол - литра молока. Продавщица тётя Лена угостила Зою большой конфетой. Половину она съела, а вторую долю оставила для маленького брата Генны».

Пример 10

Заштрихуйте соответствующую дроби часть фигуры:



Тема 13.2. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Назначение данной темы - ввести основное свойство обыкновенной дроби, операцию приведения дроби к новому знаменателю и сокращение дроби.

С помощью схематичной модели можно продемонстрировать, что одна и та же величина может обозначаться разными дробями. Внимание обучающихся обращается на то, что общее количество долей и количество выбранных долей увеличивается в одно и тоже число раз. Анализ еще нескольких примеров позволяет обобщить подмеченные закономерности в виде формулировки основного свойства обыкновенной дроби.

Рассматривая операцию приведения обыкновенной дроби к новому знаменателю, необходимо обсудить с ребятами эти вопросы подробнее.

Далее необходимо ввести операцию сокращения обыкновенных дробей, понятие несократимой дроби. Можно рассмотреть пример сокращения дроби, числитель и знаменатель которой являются довольно большими натуральными числами, не имеющими явно видимых общих делителей

Очень важна возможность использования сокращения дробей для проверки их равенства. Можно привести следующий пример с дробями $12/33$ и $28/77$: $12/33 = 4/11$; $28/77 = 4/11$; значит, $12/33 = 4/11 = 28/77$, т.е. $12/33 = 28/77$.

Таким образом, несократимая дробь является «мостиком», который позволяет установить связь между дробями, имеющими различные внешний вид.

Подведение обучающихся к пониманию основного свойства дроби необходимо осуществлять :

- рассмотрение наглядных моделей;
- переход от рисунков реальных объектов схематичным изображением;
- поиск закономерности изменения (увеличении) числителя и знаменателя дроби при сохранении ее величины;

- перенос подмеченной закономерности на случай уменьшения числителя и знаменателя дроби при сохранении её величины;
- установление взаимосвязи между закономерностью изменения числителя и знаменателя дроби и свойством деления;
- формулировка основного свойства дроби.

Затем необходимо ввести понятия сокращения дроби и несократимой дроби. Определение сократимой дроби обучающиеся формулируют самостоятельно.

Желательно обратить внимание обучающихся на различные приёмы сокращения дробей:

- последовательное деление числителя и знаменателя дроби на «удобные» общие множители;
- использование разложения числителя и знаменателя дроби на простые множители и сокращение на наибольший общий делитель числителя и знаменателя.

На конкретных примерах проверяются два утверждения: «Если две обыкновенные дроби равны, то равны и перекрестные произведения их числителей и знаменателей» и «Если перекрестные произведения числителей и знаменателей двух обыкновенных дробей равны, то равны и сами дроби». В окончательной формулировке эти утверждения объединяются в одно с помощью слов «тогда и только тогда».

Также необходимо установить взаимосвязи между натуральными числами, десятичными и обыкновенными дробями.

Возможно провести эвристическое беседу, анализируя заголовок и опираясь на знания учащихся о десятичных и обыкновенных дробях, или организовать анализ различных учебных текстов.

При любом способе работы целесообразно придерживаться следующей последовательности этапов рассуждений:

- 1) представление натуральных чисел в виде обыкновенных дробей;
- 2) представление десятичных дробей в виде обыкновенных;
- 3) обращение обыкновенных дробей в десятичные.

Подведя итоги можно отметить:

- представление числа в виде десятичной дроби однозначно, а в виде обыкновенной дроби – нет;

- при переводе обыкновенной дроби в десятичную получается либо конечно, либо бесконечная периодическая дробь (конечную дробь также можно рассматривать как периодическую, но на данном этапе обучения обращать на это внимание не следует).

Помимо этого необходимо подробно рассмотреть и подкрепить образами процесс выделения целой части, к примеру, для дроби $14/3$. Полезно повторить ту же процедуру ещё для нескольких дробей, например $8/5$, $6/2$, и только затем сформулировать правило.

Рассматривая смешанные числа и связанные с ними операции, необходимо обратить особое внимание обучающихся на то, что при записи смешанного числа подразумевается сумма целой и дробной частей.

✎ Практические примеры

Пример 1

1 группа: Работа с квадратом.

Закрасить $3/4$ и $12/16$ квадрата (2 одинаковых квадрата).

Сравните закрашенные части квадратов.

Как получить вторую дробь из первой?

Как получить первую дробь из второй?

Сделайте вывод, попробуйте сформулировать правило (оформи-те вывод на листе А4).

2-я группа: Работа с кругом.

Закрасить $1/3$ и $2/6$ круга (2 одинаковых круга)

Сравните закрашенные части кругов.

Как получить вторую дробь из первой?

Как получить первую дробь из второй?

Сделайте вывод, попробуйте сформулировать правило (оформи-те вывод на листе А4).

3-я группа: У вас на партах лежат полоски: желтая, синяя и бе-лая.

Возьмите желтую полоску.

Перегибанием разделите ее на две равные части ,разрежьте, какую часть полоски отрезали ? Подпишите $\frac{1}{2}$. Отложите на край стола.

Теперь возьмите синюю полоску.

Перегибанием разделите ее на 4 части и отрежьте $\frac{2}{4}$. Подпишите $\frac{2}{4}$. Отложите на край стола.

А теперь возьмите белую полоску.

Перегибанием разделите ее на 8 равных частей и отрежьте на 4 части. Подпишите $\frac{4}{8}$.

4) Сравните подписанные вами части $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$.

5) Как получить вторую дробь из первой? Третью дробь из первой? Вторую из первой?

6) Сделайте вывод, попробуйте сформулировать правило (оформите вывод на листе А4).

Пример 2

В школе 4 первых класса, и в каждом учится 27 учеников.

Есть 12 коробок мандаринов, в каждой по 45 штук. Сколько каждому первокласснику достанется мандаринов, если их поделить поровну?

Пример 3

По рисунку объясните, чему равны дроби:



Пример 4

Какую часть килограмма составляют 125г, 250г, 750г?

Пример 5

Выразите в минутах, а потом в шестидесятых долях часа:

а) $\frac{3}{4}$ ч и $\frac{7}{15}$ ч ; б) $\frac{2}{3}$ ч и $\frac{11}{20}$ ч ; в) $\frac{5}{12}$ ч и $\frac{3}{5}$ ч ; г) $\frac{5}{6}$ ч и $\frac{7}{20}$ ч .

Пример 6

В четырёх больших и трёх маленьких коробках с цветными карандашами всего 132 карандаша. В двух больших и трёх маленьких таких же коробках всего 84 карандаша. Сколько карандашей в одной маленькой коробке?

Пример 7

Сколько пятизначных чисел можно составить из чётных цифр, если цифры в записи числа не повторяются?

Пример 8

Скорость движения теплохода по течению реки 22,7км/ч. Скорость течения 1,9км/ч. Найдите собственную скорость теплохода и его скорость против течения.

Тема 13.3. СРАВНЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Назначение изучения данной темы - введение различных приемов сравнения обыкновенных дробей.

Желательно не предлагать обучающимся сразу универсальные алгоритмы, а рассмотреть сначала особые случаи сравнения «по здравому смыслу» в той последовательности, как они рассматриваются традиционно.

Можно выделить несколько способов сравнения обыкновенных дробей:

- сравнение дробей с одинаковыми числителями;

- сравнение дробей с одинаковыми знаменателями;
- сравнения с помощью выделения целой части (этот способ полезно проиллюстрировать не только на парах вида $14/9$ и $5/6$ - неправильная и правильная дробь, - но и, например, на таких: $14/3$ и $24/7$);
- сравнение с удобной дробью (на примере сравнения с $1/2$, но, в принципе, это может быть любая удобная промежуточная дробь; например для пары $5/9$ и $6/7$: $5/9 < 5/7 < 6/7$);
- сравнение дополнений до единицы (способ сравнения десятичных представлений желательно обсудить, но не фиксировать письменно).

обобщение всех этих способов сравнения обыкновенных дробей приводит к необходимости введения универсального алгоритма - приведения их к общему знаменателю.

Еще один момент на котором необходимо акцентировать внимание - это сформировать представление о том, что множество рациональных чисел является всюду плотным.

В результате должно быть сформировано представление о том, что между любыми двумя обыкновенными дробями находится бесконечно много обыкновенных дробей.

✎ Практические примеры

Пример 1

- 1) Постройте два квадрата со стороной 4 см.
 - 2) Разделите каждый из них на 4 части
 - 3) На одном заштрихуйте $\frac{2}{4}$ а на другом $\frac{3}{4}$.
 - 4) Сравните заштрихованные части.
 - 5) Сравните дроби.
- Сделайте вывод. Как сравнить дроби?

Пример 2

- 1) Начертить два прямоугольника со сторонами 4см и 12см.
- 2) Заштриховать $\frac{5}{6}$ одного и $\frac{5}{12}$ другого прямоугольника.

3) Сравнить заштрихованные части

4) Сравнить дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{12}$

Сделайте вывод. Как сравнить дроби?

Пример 3

На координатном луче отметьте дроби:

$\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, 1, \frac{6}{4}, \frac{5}{4}, \frac{8}{4}$

Сравните эти дроби.

Сделаем вывод, где на координатном луче расположена большая дробь?

Сравните правильную дробь с единицей?

Сравните неправильную дробь с единицей?

Сделаем вывод: правильная дробь всегда.....неправильной.

Пример 4

На карточке изображены два круга, с помощью этих кругов сравните дроби $\frac{2}{8}$ и $\frac{4}{8}$.

Закрасьте то количество частей круга, которое соответствует числителям дробей, сравните, закрашенные части, сделайте вывод.

Запишите в тетрадь с помощью математических символов, что получилось.

Пример 5

Теперь с помощью прямоугольников сравните дроби $\frac{4}{6}$ и $\frac{2}{6}$.

Пример 6

Определите, какие знаки имеют m и k ($m, k \neq 0$), если верно равенство $|mk| = mk$.

$m < 0$ и $k < 0$

$m > 0$ и $k > 0$

$m > 0$ и $k < 0$

$m < 0$ и $k > 0$

Тема 13.4. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Основное назначение - ввести понятие рационального числа.

В начале изучения темы необходимо ввести понятие отрицательного дробного числа, противоположного обыкновенной дроби. Определение рационального числа вводится в виде декларативного знания, затем обучающиеся убеждаются, что под это определение можно подвести любое целое число, конечную десятичную дробь, смешанное число и число, противоположное обыкновенной дроби. В качестве дополнительного материала возможно предложить способ перевода в обыкновенную дробь бесконечной периодической десятичной дроби.

Необходимо провести подготовительную работу к введению формального определения рационального числа с целью формирования необходимых процедурных знаний:

- предложите различные способы классификации чисел;
- ввести термин «рациональные числа»;
- формировать визуальные шаблоны схемы для рационального числа;
- формулировать определение рационального числа.

Необходимо обратить внимание обучающихся на эквивалентность отнесения знака минус ко всей дроби, только к ее числителю или только к ее знаменателю. В дальнейшем этот прием будет использоваться при выполнении арифметических действий над рациональными числами.

Практические примеры

Пример 1

Правило сложения

надо детям знать.

Как и умножения—

Выучить понять.

Знаки разные у чисел?

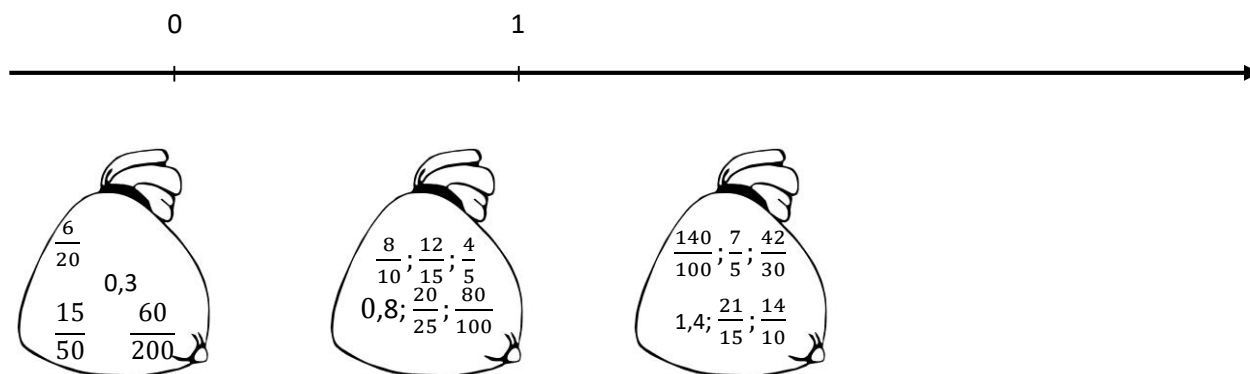
Поступаем так:

Модули вычитаем,
Большого ставим знак.
Два отрицательных?
(мало будет заботы о том)
Минус ставим сначала
Модули сложим потом.
Если же правила эти
Станете вы выполнять
Значит, вам обеспечена
Будет оценка «пять».
Плюс на минус, минус, плюс?
Умноженья не боюсь!
Перемножить модули — это же пустяк
Самое главное не забудь про знак
Плюс на минус умножая,
Ставим минус, не зевая.
Плюс на плюс — и плюс в ответе.
Всем пятерки будут дети!
Минус с минусом умножим,
плюс в ответе будет тоже.
Выучи стихотворение —
Веселей пойдет учение!

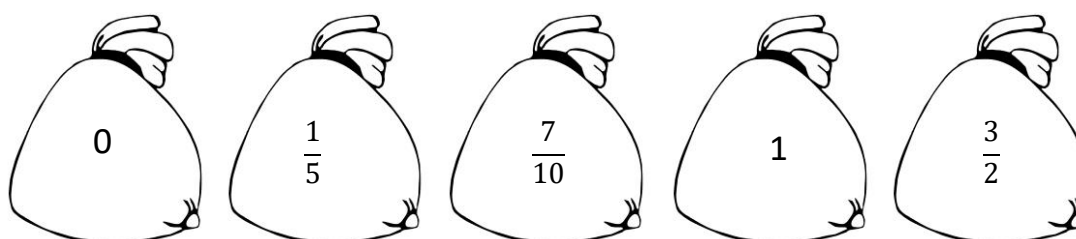
Пример 2

Так, при изучении рациональных чисел происходит развитие образа координатной прямой. Учащиеся работают с текстами, которые помогают им увидеть, что каждой точке числовой прямой соответствует бесконечное множество рациональных чисел, которые можно поместить в один «мешок».

1) Сделайте соответствующие метки для «мешков» на координатной прямой.



2) Поместите в каждый из «мешков» несколько равных дробей».



Смекните, при каких значениях А и В верно равенство.

$$A : B = A$$

$$A : B = 1 \quad A : B = 0$$

$$A : B = -A$$

$$-A : B = -1 \quad A : B = B : A$$

Пример 3

Поставьте вместо * знаки «+» или «-» так, чтобы получилось верное равенство.

$$*10 + (*5) = -5$$

$$*8 + (*9) = 1$$

$$*10 + (*10) = -20$$

$$*30 + (*10) = 40$$

$$*5 + (*5) = 0$$

$$*10 + (*10) = 20$$

Пример 4

Поставьте вместо знаков вопроса числа:

$$-5,5 + 4 = ?$$

$$-7 * 2 = ?$$

$$? - 3 = ?$$

$$? + 9 = ?$$

$$? + 4,5 = ?$$

$$? - 12 = ?$$

$$? - 6 = ?$$

$$? : (-10) = ?$$

$$? + 0,5 = ?$$

$$? - 1,7 = ?$$

$$? - 7 = ?$$

Пример 5

Математическая зарядка.

Упражнение 1. Исходное положение—руки вдоль туловища;

При правильном ответе—руки вперед,

При неправильном—руки вверх.

$$0,2 + 0,4 = 0,6$$

$$0,7 - 0,2 = 0,5 \quad 1 - 0,8 = 0,2$$

$$0,3 + 0,03 = 0,06$$

$$2,6 : 2 = 1,3 \quad 15,9 : 3 = 5,3$$

Упражнение 2. Исходное положение—руки на поясе;

При правильном ответе—поворот направо,

При неправильном ответе—поворот налево.

$$4,2 - 3,5 = 0,7$$

$$0,3 * 7 = 2,1 \quad 18 : 0,9 = 20$$

$$6,4 * 10 = 64$$

$$0,8 : 80 = 0,01 \quad 0,75 * 0 = 0$$

Упражнение 3.

Положительный ответ—сидим. отрицательный—встаем.

$$5 : (-1) = -5$$

$$7 + 8 = 15$$

$$-5 + 2 = -3$$

$$-10 * 2 = -20$$

$$15 : (-5) = -3$$

$$-6 + 8 = 2$$

Упражнение 4.

Примеры воспринимаются на слух, решают с закрытыми глазами. «Отрицательные» ответы показывают на пальцах левой, а «положительные» на пальцах правой руки.

$$2 + 3 = 5 \quad 7 - 5 = 2 \quad 2 + 2 = 4 \quad -2 + 3 = 1 \quad -7 + 5 = -2 \quad -1 - 3 = -4$$

$$-2 - 3 = -5 \quad -2 : 2 = -1 \quad 3 * (-1) = -3 \quad -10 : (-2) = 5 \quad 12 : (-6) = -2 \quad -12 : 3 = -4$$

$$2,5 * 2 = 5 \quad -10 + 6 = -4 \quad 2 + 1 = 3 \quad -8 * (-0,5) = 4 \quad -4 * (-1) = 4 \quad -1 + 3 = 2$$

Пример 6

Кросс-опрос.

1. Числа, записываемые со знаком «-», называются... (отрицательными)

2. Самая плохая оценка (единица)

3. Число без знака; расстояние в единичных отрезках. Эти две характеристики... (модуля)

4. Как называются два числа, отличающиеся только знаками? (противоположными)

5. Число, показывающее положение точки на прямой, называют... (координатой этой точки)

6. Если $-48 : (-8)$, то получится.....(шесть)
7. Сумма двух отрицательных чисел есть число (отрицательное)
8. Сумма двух чисел с разными знаками может быть число как..., так и ...
9. Сумма двух противоположных чисел равна.....(0)
10. Произведением двух чисел с разными знаками является число...
11. Произведением двух отрицательных чисел является число....
12. Частное двух отрицательных чисел есть число....
13. Частное двух чисел с разными знаками есть число.....
14. На нуль делить
15. Числа, расположенные левее нуля.....
16. Числа, расположенные правее нуля...
17. Число, не являющееся ни положительным, ни отрицательным.....
18. Расстояние от числа до начала отсчета на числовой оси.....
19. Одно из решений уравнения...
20. Из двух чисел на координатной прямой больше то число, которое расположено...

Глава 14. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Основная цель изучения этой темы – сформировать умения и умножать и делить рациональные числа, находить часть от числа и целое по его части.

В результате изучения темы обучающиеся должны знать определение взаимно обратных чисел, правила умножения и деления обыкновенных дробей, нахождения части от числа и числа по его части; уметь применять эти два правила для нахождения произведения и частного рациональных чисел и решения текстовых задач.

Тема 14.1. УМНОЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ. НАХОЖДЕНИЕ ЧАСТИ ОТ ЧИСЛА

При изучении данной темы – ввести соответствующее правило и связать его с правилом умножения десятичных дробей, сформировать умение находить часть от данного числа.

Правило умножения можно ввести после анализа записи с помощью обыкновенных дробей результата умножения двух десятичных дробей. Полезно сначала предложить обучающимся прокомментировать применение нового правила на примере, затем перемножить по правилу еще две дроби, при чем подобрать их так, чтобы не требовалось последующее сокращение.

Важно, чтобы обучающиеся понимали целесообразность введенного правила умножения обыкновенных дробей. Для этого обращаем внимание ребят на кажущееся противоречие: произведение оказалось меньше каждого из множителей. Это вызывает сомнение: соответствует ли введенное правило умножения здравому смыслу? Используя геометрическую модель (нахождение площади прямоугольника), убеждаемся в соответствии результатов, полученных по правилу, результатам, полученным на основе общего понятия обыкновенных дробей.

После этого следует убедиться, что новое правило применимо и на «старых» числовых множествах, т.е. согласуется с уже известными

правилами умножения. Для этого демонстрируем умножение десятичных дробей и натуральных чисел по новому правилу.

Важно обратить внимание обучающихся на технику выполнения умножения обыкновенных дробей: не стоит спешить выполнять умножение в числителе и знаменателе, сначала лучше проверить, можно ли полученную дробь сократить.

Завершая работу над темой, мы получим возможность рассмотреть изучаемую операцию с новой точки зрения - обосновав эквивалентность умножения обыкновенных дробей и нахождения части от данного числа. Благодаря этому обучающиеся еще раз убедятся в целесообразности введенного правила умножения.

✎ Практические примеры

Пример 1

Три тракториста вспахали 405 га земли. Первый тракторист вспахал $\frac{1}{3}$, а второй $\frac{4}{9}$ этой площади. Сколько гектаров земли вспахал третий тракторист?

Пример 2

На складе было 160 т квашеной капусты. В первый раз вывезли $\frac{3}{8}$ этой капусты, а во второй 0,8 того, что вывезли в первый раз.

Какую часть всей капусты вывезли во второй раз? Сколько тонн капусты осталось на складе?

Пример 3

От куска металла массой 19,5 кг сначала отрезали 0,6 этого куска, а потом $\frac{2}{3}$ остатка. Сколько килограммов металла осталось?

Пример 4

Число жителей города 750 тыс. человек. Ежегодно население в нем увеличивается на 2%. Сколько жителей будет в городе через год? Через два года?

Пример 5

Месячный доход семьи – 64000 руб., но $\frac{2}{5}$ этих денег идет на выплату кредита, 10% остатка – на оплату квартиры, а 0,6 нового остатка – на закупку продуктов. Сколько денег остается после всего этого?

Пример 6

От дыни массой 2 кг 400 г Ване отрезали $\frac{1}{5}$ дыни, а Маше – $\frac{1}{6}$ дыни. Чему равна масса каждого отрезанного куса? Сколько граммов дыни осталось?

Пример 7

Петя готовил уроки 1 ч 40 мин. На математику он потратил $\frac{1}{5}$ этого времени, а на историю – $\frac{1}{4}$ оставшегося времени. Сколько минут Петя готовил уроки по математике и сколько по истории?

Пример 8

Теоретики в группах (все кроме ассистента) помогают учащимся самим сформулировать правило умножения обыкновенной дроби на натуральное число и дроби на дробь (учащиеся дома разбирали материал и готовили для рассказа свою порцию), если в группе возникли вопросы ассистент должен ответить на них и систематизировать полученные знания с помощью, приготовленного учителем для ассистента материала.

Как можно иначе записать произведение $\frac{3}{5} \times 3$? (Вспомните сказку)

-Как сумму: $\frac{3}{5} \cdot 3 = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{9}{5} = 1 \frac{4}{5}$

(Записать в цепочку ответ)

Выполним умножение: $\frac{8}{21} \cdot 7 = ?$

Как найти произведение? Удобно через сумму?

(находить произведение через сумму сложно, неудобно).

Как можно иначе найти произведение?

$$\frac{8}{21} \cdot 7 = \frac{8 \cdot 7}{21} = \frac{8 \cdot 1}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

Попробуйте сформулировать правило умножения дробей на натуральные числа.

Тема 14.2. УМНОЖЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Основное назначение раздела «Умножение рациональных чисел» _ систематизировать знания обучающихся по изучаемой теме (разные случаи умножения рациональных чисел и законы умножения).

Обучающимся можно предложить заполнить таблицу, в которой приведены различные варианты множителей (при чем такую таблицу, в которой часть ячеек уже заполнены). Такой подход дает возможность предоставить обучающимся достаточно большую степень самостоятельности.

Они могут сами выделить особые случаи умножения. Например:

- обыкновенная дробь и десятичная;
- обыкновенная дробь и натуральное число;
- обыкновенная дробь и смешанное число;
- десятичная дробь и смешанное число;
- два одинаковых числа (повторяется понятие и запись возведения числа в квадрат).

Заполняя ячейки таблицы (или проверяя правильность их заполнения) формулируем правила-приемы для каждого случая. При этом

следует обратить внимание обучающихся на два способа умножения обыкновенной и десятичной дробей. Особый способ умножения смешанного числа на натуральное число на данном этапе обучения не вводится, так как возможности использования распределительного закона еще не рассмотрены.

В процессе вычислений выделяется как особый случай ситуация, когда произведение двух чисел равно 1, а затем вводится понятие взаимно обратных чисел.

Когда половина ячеек таблицы уже заполнена, необходимость заполнить оставшиеся ячейки привлекает внимание обучающихся к вопросу о возможности переноса переместительного закона умножения на умножение обыкновенных дробей. Использование переместительного закона умножения позволит почти вдвое сократить объем вычислений при заполнении таблицы.

Затем необходимо рассмотреть умножение положительных и отрицательных дробей. При этом нужно подчеркнуть, что возможны два способа рассуждений – отнесение знака минус ко всей дроби или только к ее числителю.

В заключении происходит перенос сочетательного закона умножения на умножение рациональных чисел: либо с помощью числового примера, либо на основе наглядной модели. Здесь же можно рассмотреть формы записи умножения трех или более дробей.

✎ Практические примеры

Пример 1

Три пути ведут вас к знанию:

Вы можете выбрать один из них: - из учебника;

-спросить у товарища;

-спросить у учителя.

Итак, какой путь выберете вы?

Обратите внимание на то, что этап нашего урока называется «Мы исследователи».

Историческая справка о происхождении знака умножения: За всю историю человечества было придумано много способов умноже-

ния. Только в конце XV - начале XVI века итальянский математик Лука Пачоли приводит 8 различных способов умножения в своём трактате об арифметике.

Знак умножения «косой крест» (х) впервые в 1631 году ввёл английский математик Уильям Оутред (1575 – 1660)

Позднее, в 1698 году, выдающийся немецкий математик Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716), ввёл знак умножения «точка».

Пример 2

Не выполняя вычислений, сравните значение выражения:
 $213 \cdot (-8716) \cdot (-507)$ и $-405 \cdot (-378) \cdot (-912)$.

Пример 3

Найдите значение произведения всех нечетных чисел от -18 до -14.

Пример 4

Почитайте сказку и подумайте, почему так получилось и в конце урока ответим на этот вопрос.

«Жил на свете богач, очень богатый богач, самый богатый на земле, но все ему казалось, что он еще недостаточно богат. И вот однажды пришел к этому самому богатому богачу самый бедный бедняк на свете и сказал:

– О, господин! Сияние твоих сокровищ слепит глаза. И все-таки у меня есть способ умножить твое богатство. А заодно и свое.

Богач прямо затрясся от жадности: – Чего ты стоишь? Умножай скорее!

– А ты не будешь на меня в обиде? – опасливо спросил бедняк.

– Да ты что! Ведь ты хочешь умножить мое богатство!

– Конечно, умножить, – подтвердил бедняк.

– Так умножай, и дело с концом! – закричал богач, теряя терпение. – Быть по-твоему, – ответил тот. – Раз, два, три! Готово!

Богач бросился к своим сундукам да как закричит: – Что ты наделал, негодный?! Ты меня разорил! Где мое золото? Где алмазы? Где жемчуга?

– Были у тебя, теперь они у меня, – сказал бедняк. – Ведь ты же сам просил меня умножить! Я и умножил».

Давайте подумаем и ответим на вопрос «Почему так случилось?»

Тема 14.3. ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ. РАЗЛИЧНЫЕ СЛУЧАИ ДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

При изучении темы «Деление обыкновенных дробей. Различные случаи деления рациональных чисел» - ввести понятие операцию деления обыкновенных дробей, обобщить ее для всего множества рациональных чисел, рассмотреть особенности ее выполнения в различных ситуациях.

Мотивом для рассмотрения действия деления может служить задача о площади прямоугольника. При ее решении повторяется смысл операции деления как обратной к умножению, и частное двух дробей сначала находится подбором неизвестного множителя.

Затем целесообразно провести рассуждения, позволяющие сделать вывод о возможности замены деления умножением на дробь, обратную делителю. На этой основе формулируется правило деления на обыкновенную дробь.

Второй способ заключается в том, чтобы правило сформулировать декларативно и проиллюстрировать на различных примерах, но тогда возникает вопрос: каждая ли дробь будет подчиняться этому правилу, что приводит к необходимости обосновать общность правила деления до рассмотрения примеров деления. При этом сначала следует обсудить, можно ли убедиться в верности правила путем выделения особых случаев деления рациональных чисел, для каждого подобрать числовой пример, выполнить его по правилу и сделать проверку. Сделав вывод о том, что, сколько бы числовых примеров мы не рассматривали, это нельзя назвать доказательством, поэтому его следует привести в общем (буквальном) виде.

Далее, как и в случае с умножением, целесообразно убедиться, что новое правило применимо и на «старых» числовых множествах. Иллюстрацию возможности его использования можно провести на примере двух десятичных дробей и двух натуральных чисел.

Отдельно необходимо рассмотреть особые случаи деления: когда делитель – смешанное число, делимое – натуральное число, отмечаем также случай, когда частное оказывается больше делимого ($2 : 1/3 = 6$), и приводим наглядную интерпретацию соответствия этого результата здравому смыслу.

Необходимо перенести введенное правило на случай отрицательных дробей, обращая внимание обучающихся на возможность двух подходов (как и в случае умножения): отнесение знака минус ко всей дроби или только к ее числителю.

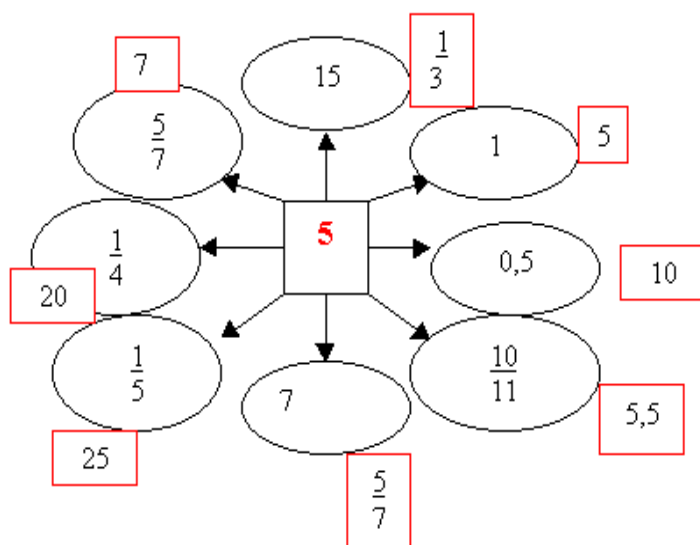
✎ Практические примеры

Пример 1

Дробь на дробь чтоб разделить,
Долго нечего мудрить
Дробь, обратную делителю берёте
И на эту дробь теперь
Умножайте поскорей,
Так вы частное искомое найдёте.

Пример 2

Разделите число в квадрате на каждое из чисел в кружках:



Каким правилом воспользовались при делении?

Пример 3

В первом ящике 8 кг винограда, что в $1\frac{1}{7}$ раза больше, чем во втором, и в $1\frac{1}{8}$ раза меньше, чем в третьем. Сколько винограда в трех ящиках?

Пример 4

Был в царстве обыкновенных дробей участок прямоугольной формы, площадью $\frac{5}{7}$ (км²). Длина участка была равна $\frac{3}{4}$ (км), а ширина была неизвестна. И думали-гадали они: «Как же найти ширину?»

Пример 5

Сумма двух чисел равна $12\frac{4}{7}$, одно из них в $1\frac{2}{7}$ раза больше другого. Найдите эти числа.

Пример 6

К путешествию - готовы! А вот чтобы запустить машину времени нужно решить зашифрованную задачу: причем решаем дружно, каждый член экипажа принимает в этом участие. Командиры отмечают активных членов экипажа.

а) Групповая работа (решение примеров на умножение и деление обыкновенных дробей, зашифрованное задание) Членам экипажа взять черновики, ручки и собраться у средних столов. (Экипажи решают полученное задание)

Задание								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{3}{22} : \frac{6}{11}$	$2 : \frac{6}{7}$	$\frac{1}{5} : 6$	$1\frac{1}{2} : 7$	$0,25 : \frac{1}{2}$	$\frac{3}{7} : \frac{7}{3}$	$2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{6}$	$0,6 \cdot \frac{1}{3}$	$8 : 2\frac{1}{2}$

Ответ								
$2\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	2	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{30}$	$3\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{49}$
И	Ч	Ч	О	Ф	Б	И	Н	А

Фибоначчи— прозвище знаменитого математика средневековой Европы. Он первым ввел слово «дробь» и первым стал использовать современную запись обыкновенных дробей.

б) Задача Продолжаем наше путешествие, направим машину времени в Древний Китай

В Древнем Китае уже ко 2-му веку до н.э. знали все операции с обыкновенными дробями. Здесь мы получаем задачу от мудреца Цао. Пояснения: цин – древнекитайская единица площади, а ли –единица длины.

Задача от мудреца Цао:

Площадь рисового поля, имеющего форму прямоугольника, равна $3\frac{3}{5}$ (цин). А его длина — $1\frac{11}{25}$ (ли). Найдите ширину рисового поля.

в) Уравнение. А теперь отправляемся в Древний Египет.

Древним Египтянам тоже были известны обыкновенные дроби, некоторые дроби у них даже имели свои особые названия и значки. Здесь мы нашли древний папирус Ахмеса с примером умножения дробей, к сожалению воды Нила смыли одно число (его обозначим x). Восстановите

$$\frac{3}{5}x = 7\frac{1}{2}$$

д) Проблемное задание

Заняли свои места в машине времени. Как же нам заправить машину, у необычной машины и топливо – необычное. Вместо бензина её заправляют – открытиями.

Подумайте, как быстро разделить 117 на 0,5, используйте свои знания о делении обыкновенных дробей. Ученики заменяют 0,5 на $\frac{1}{2}$ и делают вывод: разделить на 0,5 это тоже самое , что умножить на 2. Несколько устных примеров (пишу на доске), например: $37:0,5$, $77:0,5$ и т.д.

е) Дифференцированная самостоятельная работа
Ну, вот машина в порядке, путешествуем дальше.

Теперь мы в Древней Греции, а перед вами Максим Плануд – греческий монах, ученый, математик.

В древней Греции тоже использовали обыкновенные дроби. А греческий монах, ученый. Математик Максим Плануд первым ввел названия «числитель» и «знаменатель». Древняя Греция еще и родина олимпийских игр, сам Пифагор принимал в них участие, вот и мы сделаем здесь остановку и посоревнуемся в решении примеров – напишем самостоятельную работу. В каждом варианте есть задания разной сложности, они помечены баллами, правильно рассчитывайте свои силы и знания, решайте. (На столах заранее, перед уроком разложены задания самостоятельной работы)

ж) Нестандартная задача

Теперь заглянем в Древнюю Русь В русском языке слово «дробь» появилось лишь в 8 веке. У нас тоже для некоторых дробей были свои названия: треть, полчеть, седьмина. Пятина, десятина. В древности на Руси говорили: «Умножение – мучение, а деление – беда». А мы с вами весь урок доказывали обратное. И в этом нам помогали знания, интерес к математике, ваше желание узнать новое, желание учиться.

А вот старинная русская задача:

Раздели полтину на половину

Указание: «полтина» — это 50 копеек

Тема 14.4. НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ДРОБИ

При изучении данной темы необходимо ввести правило нахождения целого по известной части числа и сопоставить его уже с известным способом нахождения части от числа.

Правило нахождения целого по его части можно мотивировать текстовой задачей. Она решается сначала на основе общего понятия обыкновенной дроби. Затем полученный способ решения рассматривается с точки зрения действий с обыкновенными дробями и сравнивается со способом нахождения части от целого.

Следует обратить особое внимание на то, что мы имеем дело с двумя взаимно обратными типами задач, которые решаются с помощью взаимно обратных действий.

Полезно рекомендовать при решении задач такого вида обязательно проверять полученный ответ с точки зрения здравого смысла. Ошибку в определении типа задачи или в выборе необходимого действия легко распознать, так как при этом получается результат вида «часть больше целого».

✎ Практические примеры

Пример 1

Потратили 50 рублей, это составило $\frac{1}{6}$ от первоначальной суммы. Найдите первоначальную сумму денег.

Пример 2

Потратили 600 рублей, это составило $\frac{2}{3}$ от первоначальной суммы денег. Найдите первоначальную сумму.

Пример 3

Отрезок AB , равный 42 см, составляет $\frac{3}{5}$ длины отрезка CD . Найти длину отрезка CD .

Пример 4

В магазин привезли арбузы. До обеда магазин продал $\frac{2}{5}$, после обеда — $\frac{1}{3}$ привезённых арбузов, и осталось продать 80 арбузов. Сколько всего арбузов привезли в магазин?

Пример 5

Предлагаю принять участие в оформлении новогоднего стола. Представьте, что мама просит вас помочь купить продукты для праздничного стола. Для этого она дает вам 1000 рублей.

- $\frac{2}{10}$ можно потратить на конфеты. Сколько можно потратить?

($1000 \cdot \frac{2}{10} = 200$ рублей)

- 40% от всей суммы будет стоить торт. Сколько будет стоить торт?

($1000 \cdot 0,4 = 400$ рублей)

- А что еще нужно на стол? Фрукты!

- На 90 рублей вы купили яблок. Это $\frac{3}{9}$ от той суммы, которую планировалось потратить на фрукты. Сколько планировалось потратить на фрукты? Проблемный вопрос.

(если применяют известный алгоритм, то получится 30 рублей. Этого не может быть!)

- Мы смогли выполнить задание? Почему? Чем оно отличалось от предыдущих?

(в предыдущих мы находили дробь от целого числа, а здесь надо найти целое число по его дроби, что еще не умеем делать)...

Пример 6

В 1 задаче, зная, что 24 км составляют $\frac{3}{8}$ длины намеченного маршрута, мы нашли длину всего маршрута.

Подобные задачи называют задачами на нахождение числа по его дроби. Заметим, что найденный ответ можно получить другим способом. Для этого число 24 можно разделить на дробь $\frac{3}{8}$.

$$24 : \frac{3}{8} = \frac{24 \cdot 8}{3} = 64 \text{ (км)}$$

Пример 7

В бочку налили 84л воды. Каков объём этой бочки, если оказалось, что заполнено 70% её объема?

Решение: Запишем 70% в виде дроби: $70\% = 70/100 = 7/10$. Следовательно, 84л составляет $7/10$ объёма всей бочки. Тогда объём бочки равен: $84 : 7/10 = 84 \cdot 10/7 = 120(\text{л})$.

Ответ: 120 литров.

Пример 8

Карточки «Банк задач», из которых только 2 задачи на нахождение числа по значению его дроби и 1 задача на нахождение числа по его процентам), надо найти задачи, относящиеся к теме занятия и решить их

1. Найдите $\frac{3}{5}$ от числа 35.
2. Найдите число если $\frac{3}{5}$ его равняется 18.
3. Найдите число, если 24% этого числа равны 48.
4. Найдите 40% от 32.
5. В шестом классе 36 человек. В школьной математической олимпиаде участвовали $\frac{1}{9}$ всех учащихся этого класса. Сколько учащихся шестого класса приняли участие в олимпиаде?
6. В школьной математической олимпиаде принимали участие четверо учащихся шестого класса, что составило $\frac{1}{9}$ всех учащихся этого класса. Сколько учащихся в шестом классе?

Пример 9

Пластелин стоит 120 руб., а коробка карандашей $2/3$ от этой стоимости. Сколько стоят карандаши?

Пример 10

Тетрадь стоит 12 рублей. Это составляет $2/6$ стоимости альбома. Сколько стоит альбом?

Глава 15. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Основная цель изучения этого блока – сформировать умения выполнять сложение рациональных чисел, вычитание и совместные арифметические действия.

В результате изучения темы, обучающиеся должны знать алгоритмы сложения и вычитания обыкновенных дробей, смешанных чисел; уметь выполнять отдельные и совместные действия с рациональными числами (в том числе при решении текстовых задач), приводить подробные слагаемые с произвольными рациональными коэффициентами, раскрывать скобки.

Тема 15.1. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Назначение темы «Сложение и вычитание обыкновенных дробей» - организовать изучение сложения обыкновенных дробей таким образом, чтобы обучающиеся могли получить соответствующие алгоритмы самостоятельно, ввести правило вычитания обыкновенных дробей и перенести на множество рациональных чисел переместительный и сочетательный законы сложения.

После формулировки правила сложения обыкновенных дробей необходимо рассмотреть особые случаи: когда один из знаменателей дробей-слагаемых кратен другому, когда знаменатели – взаимно простые числа.

Правило вычитания обыкновенных дробей можно сформулировать декларативно, так как оно полностью идентично правилу сложения.

В конце изучения темы необходимо привлечь внимание обучающихся к тому, что сложение любых рациональных чисел подчиняется переместительному и сочетательному закону. Необходимо продемонстрировать примеры применения этих законов для выполнения сложения удобным (рациональным) способом.

Практические примеры

Пример 1

а) Придумайте три правильные несократимые дроби, сумма которых — целое число, а если каждую из этих дробей «перевернуть» (то есть заменить на обратную), то сумма полученных дробей тоже будет целым числом.

б) То же, но числители дробей — не равные друг другу натуральные числа.

Пример 2

Впишите вместо звёздочек шесть различных цифр так, чтобы все дроби были несократимыми, а равенство верным:

$$\frac{*}{*} + \frac{*}{*} = \frac{*}{*}.$$

Пример 3

Можно ли в равенстве $*/* + */* + */* + */* = *$ заменить звёздочки цифрами от 1 до 9, взятыми по одному разу, так, чтобы равенство стало верным?

Найдите периметр треугольника, если его стороны равны:

$$\frac{5}{12} \text{ дм}, \frac{11}{24} \text{ дм}; \frac{7}{36} \text{ дм}$$

Пример 4

Петя решал задачу $\frac{3}{10}$ часа, а примеры - $\frac{2}{15}$ часа.

Сколько времени Петя затратил на выполнение математики всего?

Пример 5

Вставь пропущенные слова:

Чтобы сложить две дроби с разными ..., надо привести их к общему положительному ... и ... полученные дроби.

Варианты слов для вставки:

- знаменателями
- числителями
- знаменателю
- числителю
- сложить
- вычесть

Пример 6

Если в корзине 15 яблок, Аня взяла 2 яблока – это какая часть от всех яблок?

А Ваня 3 яблока – это какая часть всех яблок?

Сколько всего яблок взяли ребята?

Какую часть всех яблок они взяли и какая часть осталась?

Сделайте вывод.

Пример 7

Давайте решим с вами вот такой пример: $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$.

Попробуйте решить его самостоятельно в парах, а вместе мы посмотрим, как у вас это получилось.

6 и 3 не взаимно простые числа. Но мы знаем, что $6 = 3 \cdot 2$. Таким образом наименьший общий знаменатель дробей будет 6

Пример 8

В первые сутки теплоход прошёл $\frac{9}{20}$ всего пути, во вторые сутки – на $\frac{1}{15}$ пути больше, чем в первые. Какую часть всего пути теплоход прошёл за эти двое суток?

Тема 15.2. РАЗЛИЧНЫЕ СЛУЧАИ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Основное назначение темы – сформировать умение выполнять сложение и вычитание в разнообразных ситуациях.

Можно предложить обучающимся самостоятельно выделить различные случаи сложения и вычитания. Каждому из примеров нужно давать заголовок (например, «сложение обыкновенной и десятичной дробей») и первый раз разбирать и фиксировать решение подробно, комментируя вслух каждый шаг.

Особое внимание стоит уделить случаю вычитания обыкновенной дроби из единицы, из другого натурального числа – это часто вызывает трудности у обучающихся. Полезно привести наглядную модель дробления единицы на соответствующие части для выполнения вычитания. Затем следует подробно рассмотреть вычитание смешанных чисел, когда требуется «занимать» единицу в целой части уменьшаемого. На этапе первичного закрепления посоветовать обучающимся выполнить записи вычитания по образцу:

$$4\frac{1}{6} - 1\frac{3}{4} = 4\frac{2}{12} - 1\frac{9}{12} = 3\frac{14}{12} - 1\frac{9}{12} = 2\frac{5}{12}.$$

Необходимо обратить внимание обучающихся на два способа рассуждений при сложении обыкновенных дробей с одинаковыми или разными знаками:

- по правилам сложения чисел с одинаковыми или разными знаками определяем знак суммы, а затем складываем или вычитаем модули чисел – положительные дроби;

- относим знаки, записанные перед дробями, к числителям дробей, приводим к общему знаменателю и выполняем сложение целых чисел в числителе.

При использовании первого способа для определения знака и выбора действия для модулей (сложения или вычитания) требуется сравнивать дроби, т.е. правила действий с положительными и отрицательными числами и с обыкновенными дробями приходится применять одновременно. При использовании же второго способа действия с положительными и отрицательными целыми числами и с обыкновенными дробями выполняются последовательно (разведены по вре-

мени выполнения). К тому же запись получается короче и нагляднее. Например, по первому способу:

$$\frac{5}{12} - \frac{7}{15} = \frac{25}{60} - \frac{28}{60} = -\left(\frac{28}{60} - \frac{25}{60}\right) = -\frac{3}{60} = -\frac{1}{20}$$

По второму способу:

$$\frac{5}{12} - \frac{7}{15} = \frac{25 - 28}{60} = \frac{-3}{60} = -\frac{1}{20}.$$

Однако применение второго способа рассуждений к смешанным числам вызывает некоторые затруднения, так как в этом случае требуется существенно большая концентрация внимания. Например, часто повторяется следующая ошибка:

$$2\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4} = -3\frac{8-3}{12} = -3\frac{5}{12},$$

Тогда как на самом деле

$$2\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4} = -3 + \frac{8-3}{12} = -3 + \frac{5}{12} = -2\frac{7}{12}.$$

Прием, позволяющий избежать этой ошибки, - сохранение знака «плюс» между целой и дробной частями до последнего знака вычислений (как в примере выше).

Полезно обратить внимание обучающихся на аналогию между сложением обыкновенных дробей и именованных величин или десятичных дробей (складывать можно только одноименные величины: часы с часами, минуты с минутами, десятые доли с десятыми, сотые с сотыми и т.д.).

Рассмотрев различные случаи сложения дробей, знаменатели которых взаимно просты или один из них кратен другому, целесообразно предложить обучающимся самим придумать примеры на такие особые случаи. В процессе решения и обсуждения таких примеров повторяются и фиксируются вспомогательные приемы нахождения наибольшего общего знаменателя двух дробей.

В заключение, рассмотрев способы сложения обыкновенной дроби с десятичной, полезно обсудить вопрос «Как складывать рациональные числа с разными знаками?». Это может мотивировать изучения вычитания обыкновенных дробей.

Операцию вычитания следует вводить не декларативно, а на основе большой подготовительной работы, в ходе которой у обучающихся формируются процедурные знания.

Желательно не торопиться с рассмотрением примеров вычитания дробей общего вида, а сначала уделить внимание вычитанию правильной дроби из единицы, при этом использовать не только формальный алгоритм, но и наглядные иллюстрации данного процесса.

Отдельно рассматривается случай вычитания обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями.

Затем можно предложить набор примеров различного типа на вычитание. Обучающимся полезно самостоятельно провести их классификацию, пользуясь наводящими вопросами. В процессе решения примеров желательно выделить и зафиксировать особенности каждого типа. На этом этапе целесообразно для каждого примера делать проверку сложением.

Особое внимание необходимо уделить случаю вычитания смешанных чисел, когда требуется «занимать» единицу из целой части уменьшаемого. Для того чтобы прием вычитания в этом случае был усвоен осознанно, проводятся аналогии с вычитанием десятичных дробей и именованных чисел.

✎ Практические примеры

Пример 1

Старинная русская задача (XVII век)

Один человек решил узнать, который теперь час. Ему ответили, что две пятых прошедших часов от полуночи до сего времени равны двум третям оставшегося времени до полудня. Смогли бы вы определить, сколько сейчас времени.

Решение:

Промежуток от полуночи до полудня составляет 12 часов. Если обозначить время от полуночи до искомого момента через t , то можно составить уравнение:

$$\frac{2}{5}t = \frac{2}{3}(12 - t)$$

$t = 7,5$ часов.

Ответ: 7 часов 30 минут утра.

Пример 2

Задача. Пифагор Самосский (около 580-501 г. до н.э.)

Поликрит из баллады Шиллера тиран с острова Самос) однажды спросил на пиру Пифагора, сколько у того учеников. “Охотно скажу тебе, о Поликрит, – Отвечал Пифагор. – Половина моих учеников изучает прекрасную математику. Четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть молча укрепляет силу духа, храня в сердце учение. Добавь еще к ним трех юношей, из которых Теон превосходит прочих своими способностями. Столько учеников веду я к рождению вечной истины. ” Сколько учеников было Пифагора.

Решение:

Пусть x число учеников Пифагора. По условию задачи составим уравнение:

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{7x} + 3 = x$$
$$x = 28$$

Ответ: 28 учеников.

Пример 3

Объём бутылки кваса — 1,5 литра. Первый выпил половину бутылки, второй – треть того, что осталось после первого, третий — четверть оставшегося от предыдущих, и так далее, четырнадцатый — пятнадцатую часть оставшегося. Сколько кваса осталось в бутылке?

Пример 4

В папирусе Ринда (Древний Египет) среди прочих сведений содержатся разложения дробей в сумму дробей с числителем 1, например, $\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x}$. Один из знаменателей здесь заменён буквой x . Найдите этот знаменатель.

Пример 5

Подберите такое число, чтоб получилось верное равенство:

а) $-6 + \dots = -8$

б) $\dots + (-38) = -40$

в) $-65 + \dots = -100$

г) $\dots + (-91) = -92$

д) $\dots + (-39) = -49$

е) $-2 + \dots = -4$

Пример 6

Лабораторная работа «Раскрась домик».



Найти значение выражения и согласно полученному результату в соответствии с таблицей раскрасить домик. (карточка с домиком остаётся у учащихся как талисман)

Даны две дроби: $-\frac{42}{54}$ и $-\frac{64}{80}$

1. Упростить дроби.

а) $-\frac{7}{9}$ и $-\frac{4}{5}$. б) другой ответ.

2. Сравнить дроби.

а) $-\frac{7}{9} < -\frac{4}{5}$. б) другой ответ.

3. Найдите сумму.

а) $-\frac{71}{45}$. б) другой ответ.

4. Найдите их разность.

а) $\frac{1}{45}$. б) другой ответ.

№ п/п	Задание	а	б	Часть рисунка
1	Упростить	Красный	Синий	Крыша с трубой
2	Сравнить	Зеленый	Желтый	Стены
3	Найти сумму	Серый	Голубой	Окно
4	Найти разность	Коричневый	Черный	Дверь

Тема 15.3. РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН УМНОЖЕНИЯ НА МНОЖЕСТВЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Назначение данной темы – осуществить перенос распределительного закона на множество обыкновенных дробей, рациональных чисел в целом и показать возможности его применения для рационализации вычислений.

Тот факт, что распределительный (дистрибутивный) закон выполняется для рациональных чисел лучше дополнительно проиллюстрировать на числовом примере и с помощью геометрической модели. Полезно обратить внимание обучающихся на то, что дистрибутивный закон верен для всех обыкновенных дробей. Это дает возможность обсудить, как доказать справедливость распределительного закона для любых рациональных чисел (так как действия с рациональными числами в виде обыкновенных дробей сводятся к действиям с целыми числами, а на множество целых чисел мы уже перенесли переместительный, сочетательный и распределительный законы).

Полезно привести примеры использования распределительного закона при вычислениях, в частности для умножения смешанного числа на целое число; для преобразования буквенных выражений: приведения подобных слагаемых и раскрытия скобок.

➤ Практические примеры

Пример 1

Карлсон написал дробь $\frac{10}{97}$. Малыш может:

- 1) прибавлять любое натуральное число к числителю и знаменателю одновременно;
- 2) умножать числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число.

Сможет ли Малыш с помощью этих действий получить дробь,

- а) равную $\frac{1}{2}$?
- б) равную 1?

Пример 2

Раскройте скобки:

- а) $3 \cdot (a - 2b + c)$;
- б) $-4 \cdot (2 - 3m + n)$;
- в) $(x - y) \cdot 6$;
- г) $(3x - y) \cdot (-5)$;
- д) $8 \cdot (a - t)$;
- е) $-a \cdot (3b + 6c)$;
- ж) $(x+y+z) \cdot (-t)$.

Пример 3

Вынесите за скобки общий множитель:

- а) $9a - 9b$;
- б) $10x + 5y$;
- в) $7ab + 14b$;
- г) $4ab + 6ac$;
- д) $17t - 34zt$;
- е) $4ab - 6ac + 8ad$.

Пример 4

Вынесите за скобки общий множитель и выполните действия:

а) $10 \cdot 11 + 20 \cdot 6$;

б) $120 \cdot 8 - 90 \cdot 5$;

в) $80 \cdot 16 + 40 \cdot 4$

Пример 5

Запишите произведение в виде суммы.

$$17 \cdot (b + 7) = \underline{\quad} \cdot b + \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$$

$$(p - 21) \cdot 56 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} - \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$$

Пример 6

Найдите выражение, которое имеет наибольшее значение.

$$34 \cdot (-17) + 25 \cdot (-17) \quad 34 \cdot (-17) + 25 \cdot (-17)$$

$$9 \cdot (-12) - 12 \cdot 25 \quad 9 \cdot (-12) - 12 \cdot 25$$

$$8 \cdot (-19) + 5 \cdot 19 \quad 8 \cdot (-19) + 5 \cdot 19$$

$$-30 \cdot 13 + 13 \cdot (-17)$$

Глава 16. ОТНОШЕНИЯ. ПРОПОРЦИИ. ПРОЦЕНТЫ

Основная цель изучения этой темы – ввести понятия отношения, пропорции, процента, сформировать представления о прямо пропорциональных и обратно пропорциональных величинах, умение решать задачи с помощью пропорций и процентов.

В результате изучения темы обучающиеся должны: знать определение, способы записи и чтения отношения и пропорции, определения прямо и обратно пропорциональных величин; уметь находить отношение двух данных чисел, неизвестный член пропорции по трем известным, делить число на два или более слагаемых в заданном отношении, использовать понятие пропорции при решении текстовых задач на прямо и обратно пропорциональные величины, применять проценты для изучения и описания реальных процессов и явлений.

Тема 16.1. ОТНОШЕНИЕ ЧИСЕЛ. ДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА В ДАННОМ ОТНОШЕНИИ

Назначение темы «Отношение чисел. Деление числа в данном отношении» - ввести понятие отношения двух или более величин, создать для него соответствующее образное сопровождение и установить его взаимосвязь с изученным ранее материалом блока «Рациональные числа».

Понятие отношения вводится на основе практической ситуации (к примеру, приготовление блюда по рецепту). Соответственно, сначала представления о новом понятии формируются с практической точки зрения: если две величины находятся в отношении $a:b$, то существует некая «общая мера», которая в первой величине «укладывается» a раз, а во второй – b раз.

На занятии необходимо создать условия для того, чтобы обучающиеся могли самостоятельно сформулировать строгое определение на основе уже имеющихся у них знаний.

Следующий важный аспект – формирование умения делить данное число на два или более слагаемых, находящихся в указанном отношении.

Это умение можно сформировать в процессе анализа некоторой задачи с практическим содержанием. Можно предложить воспользоваться арифметическим способом решения задач подобного типа, основанном на подсчете общего количества частей пропорционального деления (общих мер), нахождении величины общей меры и с ее помощью - каждого слагаемого по отдельности, а затем алгебраический способ – с помощью уравнения. Также существует еще один арифметический способ решения – интерпретация отношения как носителя информации о том, какую часть каждое слагаемое составляет от их общей суммы.

При этом желательно требовать от учеников комментирования ответов как в письменной, так и в устной форме. Если применяется арифметический способ решения, должны быть даны пояснения к каждому действию. Если задача решается с помощью уравнения, целесообразно использовать единообразную форму записи.

✎ Практические примеры

Пример 1

Разделить канат длиной 18м на 2 части, длины которых относятся как 2 : 7.

Пусть x м – общая мера. Тогда длина одной части – $2x$ м, другой – $7x$ м.

В сумме их длина равна 18 м, значит,

$$2x + 7x = 18$$

$$x = 2.$$

Длина одной части $2x = 2 \times 2 = 4$ (м), второй части $7x = 7 \times 2 = 14$ (м).

Пример 2

Сестра и брат сложили свои деньги для покупки лотерейного билета. У сестры было 50 рублей, а у брата 30 рублей. Билет выиграл 4000 рублей. Как они должны разделить эти деньги между собой?

Пример 3

Трое хотят купить фирму по продаже мороженого. Первый желает иметь 6 частей акций, второй – 4 части акций, третий – 2 части. Всего нужно заплатить 960 000 рублей. Сколько денег должен внести каждый из них.

Пример 4

Первая машинистка печатает 180 страниц за 20 часов, а вторая – за 30 часов. Как распределить между ними 180 страниц, чтобы они напечатали их в кратчайший срок?

Пример 5

Мотоциклист может проехать расстояние между пунктами за 4 часа, а велосипедист – за 12 часов. Однажды они одновременно отправились навстречу друг другу из этих пунктов. Сколько километров проедет каждый до встречи, если расстояние между пунктами 120 километров?

Пример 6

Для приготовления ягодного варенья берутся объемы ягод и сахара в отношении 1 : 1. Сколько литров сахара нужно досыпать к 5 литрам ягод, чтобы получить качественное варение?

Прочитайте задачу.

Как вы поняли запись «1 : 1»?

Как ты думаешь, что она означает?

Ответ на вопрос задачи.

Пример 7

Ученик купил тетради в клетку и линейку в отношении 2 : 1.

Сколько тетрадей в линейку купил ученик, если он купил 24 тетради в клетку?

Прочитайте задачу.

Как вы поняли запись «2 : 1»?

Как ты думаешь, что она означает?

Ответ на вопрос задачи.

Пример 8

Два брата сложили свои деньги для покупки акций. Старший внес 500 р., а младший – 300 р. Через некоторое время они продали акции за 1000 р. Как они должны разделить эти деньги между собой?

Тема 16.2. ПРОПОРЦИИ

Назначение раздела – ввести понятие пропорции, сформировать умение решать пропорцию, представление о прямо и обратно пропорциональных величинах и умение решать текстовые задачи с участием таких величин.

На занятиях можно использовать два способа введения определения пропорции:

- декларативно, с опорой на числовые примеры из предыдущей темы;
- на основе анализа практических ситуаций с активным привлечением опыта обучающихся.

Основное свойство пропорции можно ввести объяснительно-иллюстративным способом после рассмотрения нескольких примеров.

Также необходимо ввести понятия прямо и обратно пропорциональных величин, описать способы рассуждений и оформления решения задач, в которых они встречаются.

Практические примеры

Пример 1

Автомобиль на 56,8 км пути затратил 4,26 л бензина. Сколько литров бензина потребуется ему, чтобы проехать 160 км?

Пример 2

Велосипедист ехал со скоростью 12,5 км/ч и на путь от одного поселка до другого затратил 0,7 ч. С какой скоростью он должен был ехать, чтобы преодолеть этот путь за 0,5 ч?

Пример 3

Сыр стоил 28 руб. Цена его снизилась на 15 %. Какой стала новая цена сыра?

Пример 4

Толщина 300 листов бумаги для принтера составляет 3,3 см. Какую толщину будет иметь пачка из 500 листов такой же бумаги?

Пример 5

Велосипедист проезжает 54 м за 9 сек. Какое расстояние он может проехать за 1 мин.? (при решении перевести ед. измерения, определить какая это пропорциональность прямая или обратная, составить пропорцию)

Пример 6

Некоторую работу могут выполнить 4 рабочих за 12 дней. За сколько дней смогут выполнить эту работу 6 рабочих при одной и той же производительности труда? (Чем больше человек выполняют работу, тем меньше времени на это надо. Обратная пропорциональность.)

Пример 7

В 450 г раствора содержится 27 г соли. Определить концентрацию раствора. (для упрощения найти содержание соли в 100 г раствора. Ответ записать в %).

Пример 8

Для получения 15 кг сплава потребуется 6 кг олова. Сколько нужно взять олова для изготовления 20 кг сплава?

Пример 9

Длина железной дороги Москва-Петербург приблизительно равна 650 км. Изобразите отрезком эту дорогу, применив масштаб 1:10000000.

Пример 10

Ведро вмещает 6л бензина. В такое же ведро вместо бензина налито равное (по массе) количество дегтя. Сколько литров дегтя налито в ведро, если масса 1л бензина $\frac{4}{5}$ кг, а масса 1л дегтя 1кг 200 г?

Тема 16.3. ПРОЦЕНТЫ

Завершает изучение темы «Рациональные числа» знакомство с процентами, что создает условия для систематизации знаний обучающихся о разных формах представления рациональных чисел, о способах решения задач, в которых применяются действия над рациональными числами. Раздел «Проценты» позволяет увидеть прикладное значение изучаемого теоретического материала.

Организовать изучение понятия, необходимо учитывая основные фазы формирования понятия «процент». Сначала создаются условия для мотивации, затем проводится категоризация (вводится знаково-символическое обозначение и визуальное представление, выделяются существенные отличительные признаки понятия «процент»). Далее осуществляется обогащение содержания понятия «процент» (устанавливаются возможности описания с его помощью объектов и явлений окружающего нас мира, взаимосвязи с уже известными математическими понятиями - обыкновенная дробь, десятичная дробь, отношение).

Мотивация понятия «процент» предполагает обращение к житейскому опыту обучающихся и к их математическому опыту, опыту изучения различных учебных предметов. Например, можно задать ученикам вопросы:

- Встречалось ли вам раньше слово «процент»? Приведите примеры. Знаете ли вы, что означает это слово?

- Могли бы вы объяснить фразу из учебника географии: «25% населения страны занято в сельском хозяйстве»?

- Диктор выпуска новостей говорит: «Более 50? Опрошенных горожан сказали, что выходные провели на природе». Что это означает?

- Как вы понимаете фразу: «Я уверен на сто процентов»?

Эти вопросы актуализируют у обучающихся знания о процентах, помогают им определить свое знание и незнание об этом понятии, принять участие в составлении плана изучения темы.

Для того, чтобы проверить, насколько обучающиеся смогли выделить существенные свойства понятия «процент», можно предложить следующее задание:

Под какой процент были даны деньги в долг, если:

а) с каждой сотни рублей хотели получить доход 7 рублей;

б) с 12 000 рублей должник должен заплатить дополнительно 1800 рублей?

Первый вопрос направлен на опознание существенного свойства понятия «процент» в тексте (со 100 рублей – 7 рублей дохода, т.е. деньги даны в долг под 7%).

Второй вопрос требует самостоятельного выделения этого свойства из контекста (если с 12 000 рублей надо заплатить дополнительно 1800, рублей, то со 100 рублей – в 120 раз меньше, $1800 : 120 = 15$ (рублей), т.е. деньги даны в долг под 15%).

Так как это задание выступает как диагностическое, полезно организовать индивидуальную работу, а затем обсудить полученные решения, обратив внимание на то, какого рода отношения были составлены обучающимися.

На этапе мотивировки важно создать такую атмосферу, в которой обучающиеся ощутили бы личную заинтересованность во вводимом понятии. Полезно предложить, например, ребятам ответить на вопросы (В каких ситуациях встречаются проценты? Какой пример

вам кажется самым важным? Какой пример вас удивил?), выполнить задания (Найдите в газетах или журналах статьи, упоминания, иллюстрации, связанные с процентами. Выберите то, что кажется вам интересным, и принесите этот материал на занятие), выполнить проекты (сделать презентацию на тему: «Проценты и здоровье», «Проценты и продукты», «Проценты в банке», которые подчеркнули бы значимость данного понятия в повседневной жизни).

Результаты работы обучающиеся могут представить в виде рассказа, компьютерной презентации, стенной газеты, альбома и т.д. Такое занятие может быть организовано в форме экскурсии, выставки, интервью и т.д. Эти материалы могут быть использованы в качестве задач, которые будут использоваться в качестве задач, которые будут предлагаться на последующих занятиях с тем, чтобы повысить личную заинтересованность ребят в работе над темой, дать возможность им увидеть полезность проверенного исследования.

В рамках этой деятельности каждый обучающийся может сделать для себя выводы о тех дефицитах в знаниях, которые у него имеются.

Большой интерес у обучающихся вызывает семантическое исследование термина «процент», которое можно инициировать вопросами:

- Что означают слова: «цент», «центурион», «процент», «центнер», «сантиметр», «сантим»?
- Родственные ли эти слова?
- Что их объединяет?

Чтобы активировать познавательную деятельность обучающихся, необходимо учитывать разные способы кодирования информации при введении понятия «процент»: словесно-символический, образный, предметно-практический, сенсорно-эмоциональный.

➤ Практические примеры

Пример 1

Цены на яблоки сначала выросли на 60%, а затем понизились на 20%. Сколько изначально стоили яблоки, если после понижения цен они стали стоить 128 руб?

Пример 2

Три пирата делили мешок монет. Первый забрал $\frac{3}{7}$ всех монет, второй — 51% остатка, после чего третьему осталось на 8 монет меньше, чем получил второй. Сколько монет было в мешке?

Пример 3

В парке росли липы и клёны. Клёнов среди них было 60%. Весной в парке посадили липы, после чего клёнов стало 20%. А осенью посадили клёны, и клёнов стало снова 60%. Во сколько раз увеличилось количество деревьев в парке за год?

Пример 4

В банановой республике прошли выборы в парламент, в котором участвовали все жители. Все голосовавшие за партию «Мандарин» любят мандарины. Среди голосовавших за другие партии 90% не любят мандарины. Сколько процентов голосов набрала партия «Мандарин» на выборах, если ровно 46% жителей любят мандарины?

Пример 5

В начале года в 7 классе учились 25 человек. После того как туда пришли семеро новеньких, процентный состав отличников увеличился на 10 (если в начале года он был $a\%$, то теперь — $(a + 10)\%$). Сколько теперь отличников в классе?

Пример 6

В начале года винтики, шпунтики и гаечки продавались по одинаковой цене 1 рубль за 1 кг. 27 февраля Верховный Совет СССР принял закон о повышении цены на винтики на 50% и снижении цены на шпунтики на 50%. 28 февраля Верховный Совет РСФСР принял закон о снижении цены на винтики на 50% и повышении цены на

шпунтики на 50%. Какой товар будет самым дорогим и какой самым дешёвым в марте?

Пример 7

Одно число увеличили на 2%, а другое — на 3%. Могла ли сумма увеличиться на 5%? (Числа считаются положительными.)

Тема 16.4. ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ

Формирование понятия «процент» продолжается при обучении решения текстовых задач. При обучении решению текстовых задач, связанных с процентами, происходит обогащение знаний обучающихся об элементах математического моделирования как особом способе познавательной деятельности. Продолжается работа по формированию умений анализировать текстовую задачу, проводить поиск способа ее решения; оформлять найденное решение; исследовать его. При этом формируются такие универсальные учебные действия, как планирование учебной деятельности, прогнозирование отдельных ее шагов и результатов; контроль и оценивание результатов.

Первым этапом в этой деятельности является постановка обучающимися целей обучения решению задач. Желательно, чтобы школьники были максимально самостоятельными, приняли участие в составлении общего плана и собственной траектории изучения учебного материала.

При анализе задачи полезно, чтобы обучающиеся самостоятельно провели первую оценку задач на процентные расчеты, обнаружив, что среди них есть простейшие и, возможно, с них следовало бы начать обучение решению задач. Здесь можно привлечь результаты работы, проведенной в начале изучения темы, когда обучающиеся самостоятельно или с помощью родителей подбирали примеры и задачи, составляли вопросы о процентах. Кроме этого, целесообразно было бы на этом этапе предложить составить задачи, для решения которых удобно использовать проценты. Это позволит ребятам создать свой набор задач, в которых используются проценты.

В итоге этой работы могут получиться группы задач, отличающиеся по сюжетному содержанию, задачи о нахождении нескольких процентов данного числа, числа по данным его процентам, задачи о последовательном повышении (понижении) значения величины на некоторое количество процентов и т.д.

Как показывает практика, классификация задач, связанных с процентами, происходит успешнее, если перед этим вспомнить решение аналогичных задач из тематического блока «Рациональные числа».

✎ Практические примеры

Пример 1

Цена входного билета на стадион была 1 рубль 80 копеек. После снижения входной платы число зрителей увеличилось на 50%, а выручка выросла на 25%. Сколько стал стоить билет после снижения?

Пример 2

На овощную базу привезли 10 тонн крыжовника, влажность которого 99%. За время хранения на базе влажность уменьшилась на 1%. Сколько тонн крыжовника теперь хранится на базе?

Пример 3

Рабочий в феврале увеличил производство труда по сравнению с январем на 5%, а в марте увеличил её снова по сравнению с предыдущим месяцем на 10%. Сколько деталей изготовил рабочий в марте, если в январе изготовил 200 деталей?

Пример 4

Сколько белых грибов надо собрать для получения 1 кг сушеных, если при переработке свежих грибов остается 50% их массы, а при сушке остается 10% массы обработанных грибов?

Пример 5

Перерабатывая цветочный нектар в мед, пчелы освобождают его от значительной части воды. Нектар содержит 70% воды, а мед 16%. Сколько килограммов нектара надо переработать для получения 1 кг меда?

Пример 6

Ширину прямоугольника увеличили на 3,6 см, а длину уменьшили на 16%. В результате площадь нового прямоугольника оказалась больше прежнего на 5%. Найти ширину нового прямоугольника

Пример 7

5 литров сливок с содержанием жира 35% смешали с 4 литрами 20%-ных сливок и к смеси добавили 1 литр чистой воды. Какой жирности получилась смесь?

Пример 8

На сколько процентов увеличится объем куба, если каждое его ребро увеличить на 10%? На сколько процентов увеличится объем куба, если каждое его ребро увеличить на 10%?

Пример 9

Куб с ребром 8 см покрасили со всех сторон, а затем распилили на кубики с ребром 1 см. Какой процент среди них составляют кубики, имеющие только одну окрашенную грань?

Пример 10

Заработок рабочего повысился на 20%, а цены на продукты и другие товары снизились на 15%. На сколько процентов рабочий теперь на свой заработок может купить больше продуктов и товара, чем прежде ?

Глава 17. СИСТЕМА КООРДИНАТ. ДИАГРАММЫ

Этот раздел имеет, прежде всего, практикоориентированную направленность. Теория (определения), представленные в учебных пособиях имеют место быть, однако при изучении этого тематического блока более важны наглядные представления, практические работы, исследования моделей. Желательны широкое привлечение личного практического опыта обучающихся, опора на их образное мышление и интуицию.

Основные цели изучения этой темы: ввести понятие прямоугольной системы координат на плоскости, сформировать умения анализировать столбчатые и круговые диаграммы, строить их по табличным данным, сформировать наглядные представления об осевой и центральной симметрии.

Тема 17.1 ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Основное назначение темы «Перпендикулярные и параллельные прямые» – ввести соответствующие определения и сформировать умение строить перпендикуляры.

Начало изучения темы можно осуществить с помощью рисунков, представляющих собой поэтапную «эволюцию» одного-единственного чертежа, который должен быть зафиксирован при объяснении нового материала.

Можно предложить задание о том, как по одному углу найти три остальных, желательно выполнить под диктовку обучающихся, с их же устными пояснениями.

Разговор о параллельных прямых также необходимо проводить основываясь на рисунках, построениях, рассуждениях.

Необходимо обратить внимание обучающихся, что проверить перпендикулярность прямых или начертить их легко с помощью угольника или транспортира. Однако проверить параллельность прямых по определению на практике невозможно, для этого придуманы специальные способы, доказаны специальные теоремы. Можно пред-

ложить ребятам подготовить доклад о том, как проверить параллельность двух прямых, или попробовать свои силы в проектно-исследовании, например, на тему «Хочу, чтобы зеркала были параллельны» и т.п. (без доказательств, на наглядно-интуитивном уровне с практической проверкой гипотез).

➤ Практические примеры

Пример 1

Продолжите предложения.

а) Прямая – это _____.

б) Параллельные прямые – это прямые, _____.

в) Две прямые на плоскости, которые пересекаются под углом 90° , называют _____.

Пример 2

Начертите прямую a , отметьте вне её точку K . Проведите через точку K прямую, параллельную прямой a .

Пример 3

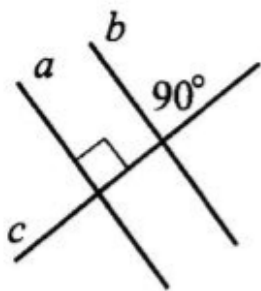
Начертите произвольный треугольник MNK . Выполните задания:

А) проведите через вершину N прямую, параллельную противоположной стороне;

Б) проведите через вершину K прямую, перпендикулярную противоположной стороне.

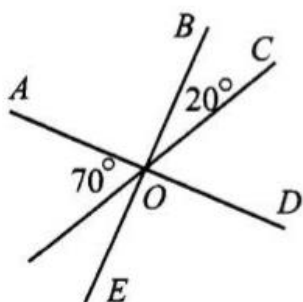
Пример 4

Пересекаются ли прямые a и b ? Объясните почему.



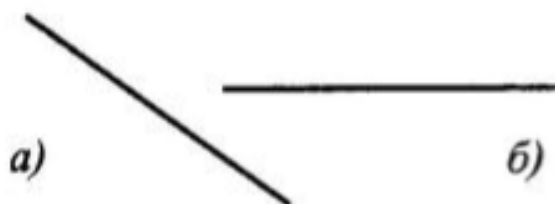
Пример 5

На рисунке пересекаются три прямые. Запишите, какие прямые на рисунке перпендикулярны.



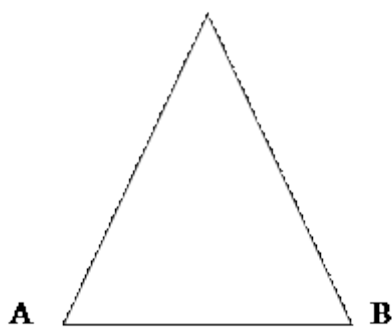
Пример 6

Проведите прямые, перпендикулярные прямой, изображённым на рисунке.



Пример 7

Через вершину A , треугольника ABC проведите прямую, параллельную прямой BC .



Тема 17.2. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

При изучении темы необходимо создать мотивацию изучения нового материала на основе межпредметных связей, ввести понятия координатной плоскости и координат точки.

Необходимо обсудить два способа построения точки на координатной плоскости по заданным координатам. Рассмотреть рекомендуется оба, но затем привлечь внимание обучающихся на том, который не требует лишних пометок на чертеже и надежнее на практике, к тому же этот способ предотвращает появление следующей типичной ошибки: видя координаты точки, например $A(-2; 4)$, обучающийся ставит только две точки на осях и остается доволен полученным результатом («две координаты – две точки»).

При изучении нового материала необходимо ввести и закрепить терминологию – «абсцисса точки», «ордината точки», «оси абсцисс и ординат», а также акцентировать внимание на взаимнооднозначности соответствия: координаты точки (пара чисел) $\leftrightarrow$ точка на плоскости.

Практические примеры

Пример 1

Постройте координатную плоскость. Отметьте и последовательно соедините следующие точки:

Слоник

1) (2; - 3), (2; - 2), (4; - 2), (4; - 1), (3; 1), (2; 1), (1; 2), (0; 0), (- 3; 2), (- 4; 5), (0; 8), (2; 7), (6; 7), (8; 8), (10; 6), (10; 2), (7; 0), (6; 2), (6; - 2), (5; - 3), (2; - 3).

2) (4; - 3), (4; - 5), (3; - 9), (0; - 8), (1; - 5), (1; - 4), (0; - 4), (0; - 9), (- 3; - 9), (- 3; - 3), (- 7; - 3), (- 7; - 7), (- 8; - 7), (- 8; - 8), (- 11; - 8), (- 10; - 4), (- 11; - 1), (- 14; - 3), (- 12; - 1), (- 11; 2), (- 8; 4), (- 4; 5).

3) Глаза: (2; 4), (6; 4).

Волк

1) (- 9; 5), (- 7; 5), (- 6; 6), (- 5; 6), (- 4; 7), (- 4; 6), (- 1; 3), (8; 3), (10; 1), (10; - 4), (9; - 5), (9; - 1), (7; - 7), (5; - 7), (6; - 6), (6; - 4), (5; - 2), (5; - 1), (3; - 2), (0; - 1), (- 3; - 2), (- 3; - 7), (- 5; - 7), (- 4; - 6), (- 4; - 1), (- 6; 3), (- 9; 4), (- 9; 5).

2) Глаз: (- 6; 5)

Лисица

1) (- 3; 0), (- 2; 1), (3; 1), (3; 2), (5; 5), (5; 3), (6; 2), (7; 2), (7; 1,5), (5; 0), (4; 0), (4; - 1,5), (3; - 1), (3; - 1,5), (4; - 2,5), (4,5; - 2,5), (- 4,5; - 3), (3,5; - 3), (2; - 1,5), (2; - 1), (- 2; - 2), (- 2; - 2,5), (- 1; - 2,5), (- 1; - 3), (- 3; - 3), (- 3; - 2), (- 2; - 1), (- 3; - 1), (- 4; - 2), (- 7; - 2), (- 8; - 1), (- 7; 0), (- 3; 0).

2) Глаз: (5; 2).

Кит

1) (- 10; - 4), (- 10; - 3), (- 7; 6), (1; 6), (8; - 2), (11; 2), (11; - 4), (- 10; - 4).

2) (- 6; 1), (- 6; 3), (- 4; 3), (- 4; 1), (- 6; 1).

3) (- 5; 10), (- 5; 11), (- 1; 11), (- 1; 10).

4) (- 3; 6), (- 3; 11).

5) (- 10; - 2), (- 5; - 2), (- 5; - 4).

6) (- 10; - 3), (- 5; - 3).

Вертолёт

1) $(-5; 3)$, $(-3; 5)$, $(6; 5)$, $(10; 3)$, $(10; 1)$, $(9; 0)$, $(-2; 0)$, $(-5; 3)$.

2) $(-5; 3)$, $(-10; 7)$, $(-3; 5)$.

3) $(5; 0)$, $(5; -1)$, $(6; -2)$, $(8; -2)$, $(9; -2,5)$, $(8; -3)$, $(-3; -3)$,
 $(-4; -2,5)$, $(-3; -2)$, $(-1; -2)$, $(-2; -1)$, $(-2; 0)$.

4) $(-12; 5)$, $(-8; 9)$.

5) $(-6; 7)$, $(10; 7)$.

6) $(2; 5)$, $(2; 7)$.

7) $(-1; 1)$, $(-1; 4)$, $(2; 4)$, $(2; 1)$, $(-1; 1)$.

8) $(5; 5)$, $(5; 2)$, $(10; 2)$.

Тема 17.3. ОКРУЖНОСТЬ. КРУГ

Основное назначение темы «Окружность и круг» - формализовать (подкрепить определениями) известные обучающимся из начальной школы понятиям окружности и круга.

Можно предложить обучающимся провести небольшую практическую работу и на основе ее результатов попробовать дать определение окружности. В зависимости от уровня подготовленности группы можно провести реальные измерения и соотнести с размерами, опираясь на глазомер.

Дальнейшие объяснения можно провести на конкретных заданиях, при этом демонстрируя построение окружности с помощью циркуля, нужно попросить учеников объяснять, почему в результате их действий получается окружность.

Второй вариант – предложить обучающимся самостоятельно поработать с заранее подготовленным учебным текстом, сделать опорный конспект. Затем необходимо задать вопросы по ключевым моментам:

- что такое окружность;
- как начертить окружность;
- почему циркуль чертит именно окружность;

- что такое радиус окружности, диаметр;
- как связаны между собой радиус и диаметр;
- чем отличаются окружность и круг;
- что такое сектор;
- почему слова «циркуль» и «цирк» имеют общую часть.

Изученные понятия и термины будут использоваться в дальнейшем при построении круговых диаграмм.

✎ Практические примеры

Пример 1

Постройте окружность с центром в точке O и произвольным радиусом. Измерьте радиус и запишите результат.

Пример 2

Постройте окружность с центром в точке A и радиусом равным 2 см. Отметьте точку на окружности и проведите через неё прямую, перпендикулярную радиусу данной окружности. Назовите эту прямую.

Пример 3

Постройте окружность радиусом 1,5 см и с центром в точке O . Постройте диаметр данной окружности.

Пример 4

Диаметр земного шара приблизительно равен 12,7 тыс. км. Скольким тысячам километров равен радиус и длина экватора Земли? (Число тысяч округлите до десятых)

Пример 5

Диаметр циферблата Кремлевских курантов 6,12 м, длина минутной стрелки 3,27 м. Найдите площадь циферблата. Какой путь проходит конец минутной стрелки курантов за час? Ответы округлите до сотых долей метра

Пример 6

Найди длину окружности и площадь круга, ограниченного этой окружностью, зная, что радиус равен 15 см.

Пример 7

Найдите длину окружности и площадь круглого стола, радиус которого равен 50 см.

Пример 8

Дан круг радиуса 10 см. Вычислите его площадь. Какую площадь будет иметь круг, радиус которого в 3 раза больше радиуса данного круга? В 2 раза меньше радиуса данного круга? Сравните полученные площади с площадью данного круга.

Пример 9

На представлении в цирке кошка показала необычайно развитый вестибулярный аппарат. Она пробежала 75 раз по круглой тумбочке, радиус которой 2 дм! Какое расстояние она пробежала? Число π округлите до целых.

Пример 10

Какое расстояние проедет петух на колесе, диаметр которого 4 дм, за 1 оборот? За 3 оборота? За 10 оборотов? За n оборотов? Число π округлите до десятых.

Пример 11

В программе принимает участие Барт Симпсон. Он на своём скейтборде проехал расстояние, равное половине всей окружности колеса, за 3 секунды. Найдите радиус окружности этого колеса, если скорость мальчика 4 м/с. ($\pi = 3$)

Пример 12

Клоун Красти удивил зрителей не меньше. Он проехал по арене на велосипеде, одновременно жонглируя кеглями. Какое расстояние он проехал, если колесо его велосипеда, радиусом 3 дм, обернулось 105 раз. Ответ выразить в метрах и округлить до единиц. ($\pi = 3,14$)

Пример 13

По арене цирка, диаметр которой 20м, скачут лошади, со скоростью 300 м/мин. Сколько кругов проскачут лошади за 2 мин? Сколько прыжков выполнит кот – акробат за это же время, если за один круг он делает 26 прыжков? Число π округлите до целых.

Пример 14

Аттракцион «Заяц в колесе». Сколько времени длился этот номер цирковой программы, если диаметр колеса 2м, скорость зайца 6 м/с и колесо сделало 150 оборотов. ($\pi = 3,14$)

Тема 17.4 СТОЛБЧАТЫЕ И КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ

Основное назначение темы – продемонстрировать практическую значимость изученного материала по теме «Рациональные числа», организовать межпредметные связи, сформировать простейшие умения анализировать данные.

Целесообразно посвятить каждому из двух видов диаграмм отдельное занятие. Можно провести объяснение материала по таблице данных о погоде, однако для усиления личной заинтересованности обучающихся в изучении материала полезно заранее, за 15 – 20 дней, дать задание вести дневник погоды – индивидуально каждому ученику или группе в целом. Такое задание можно согласовать и контролировать его выполнение вместе с учителем географии. Представляется целесообразным проведение совместных занятий, когда преподаватель математики концентрируется на расчетах и построениях, а преподаватель географии – на применении диаграмм.

В результате обучающиеся должны уметь не только строить диаграммы по табличным данным, но и анализировать заданные диаграммы как качественно, так и количественно.

Практические примеры

Пример 1

Начертите круг и закрасьте его часть:

- а) 50%
- б) 35%
- в) 100%

Пример 2

Постройте круговую диаграмму по следующим параметрам: в семье Зориных бюджет распределяется следующим образом:

- 1) На оплату коммунальных услуг – 10%
- 2) Одежда – 10%
- 3) Оплата кредита – 5%
- 4) Проезд – 15%
- 5) Питание – 40%
- 6) Развлечения – 5%
- 7) Прочие платежи – 15%.

Пример 3

Рассмотрите диаграмму. «Количество медалей, завоеванных российскими спортсменами на зимней олимпиаде в Корее в 2018 г.»



Сколько медалей было завоевано сборной за олимпиаду? (24)

Медалей какого достоинства было завоевано больше всего? (серебро 10).

Какую часть составляют бронзовые медали? ($1/4$).

Какой процент золотых медалей? (33%).

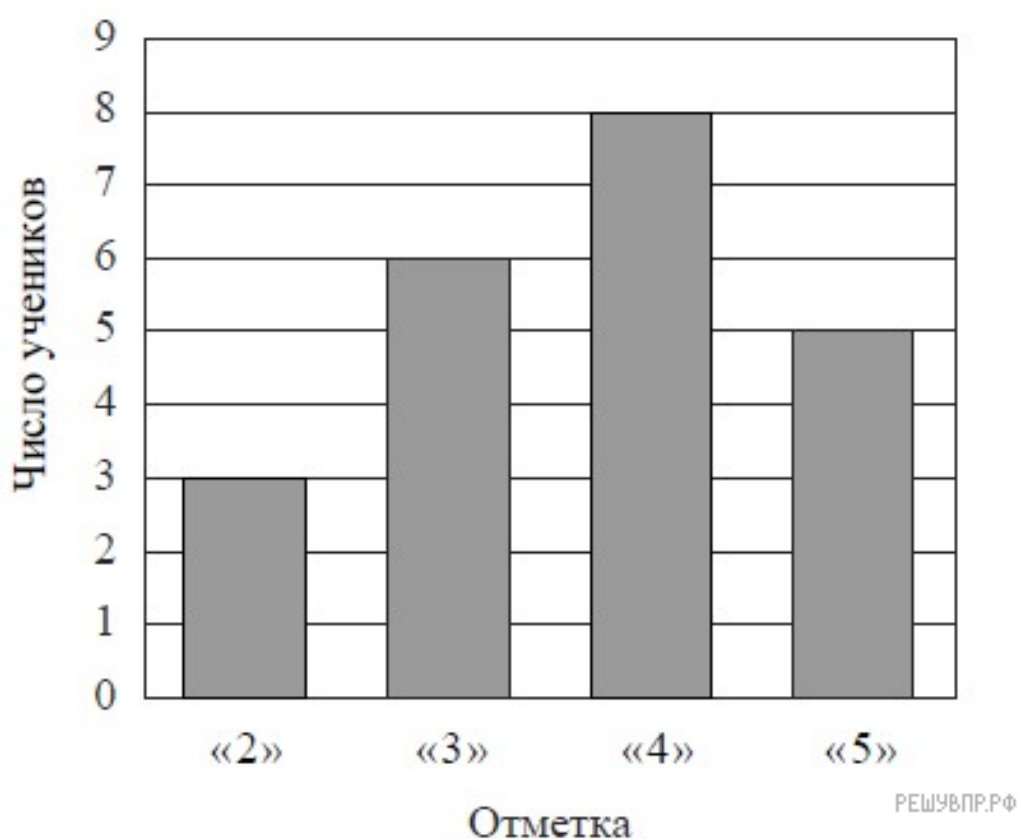
Пример 4

В таблице приведено распределение по стажу работы водителей некоторого автопарка. Постройте соответствующую столбчатую диаграмму.

Стаж работы (лет)	5	10	15	20
Количество водителей	10	15	20	10

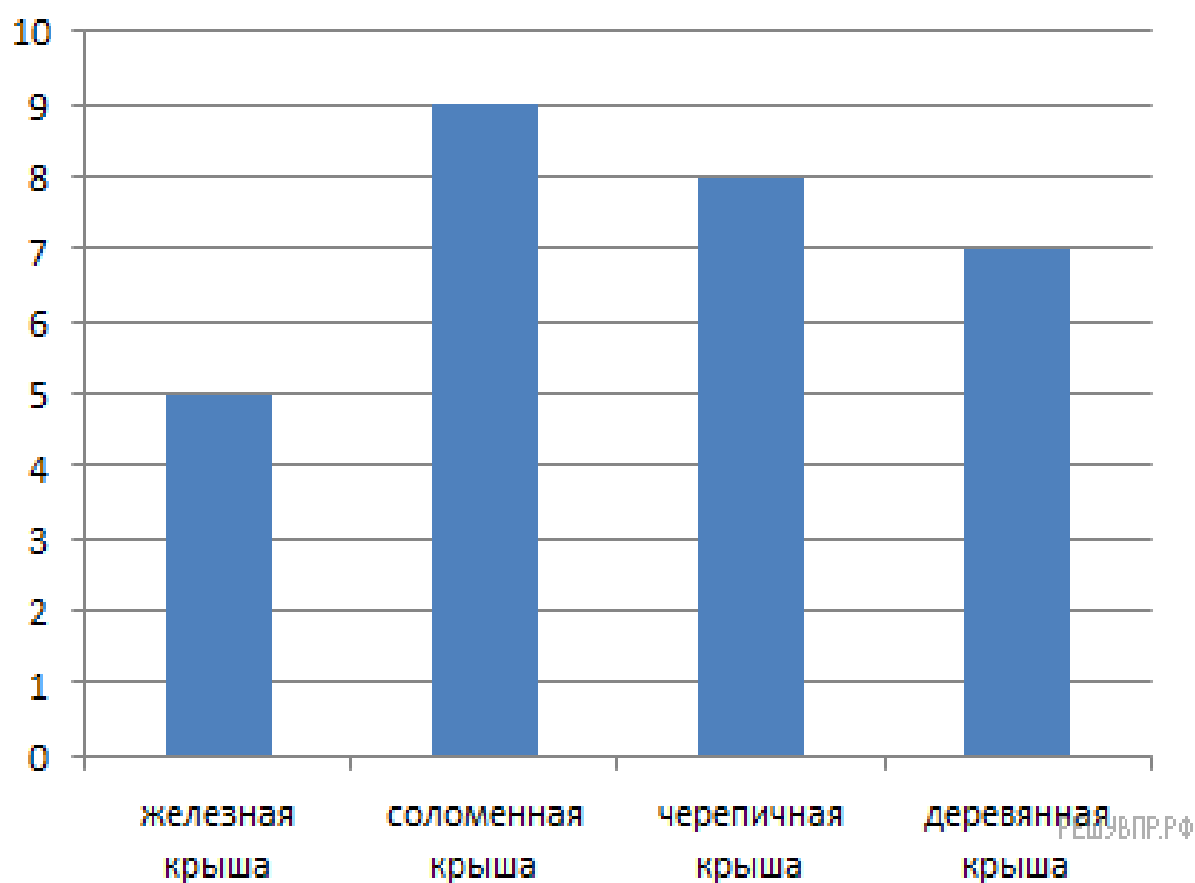
Пример 5

На диаграмме показаны результаты контрольной работы по математике в 6 «В» классе. По вертикальной оси указано число учеников. Сколько человек писали эту контрольную работу?



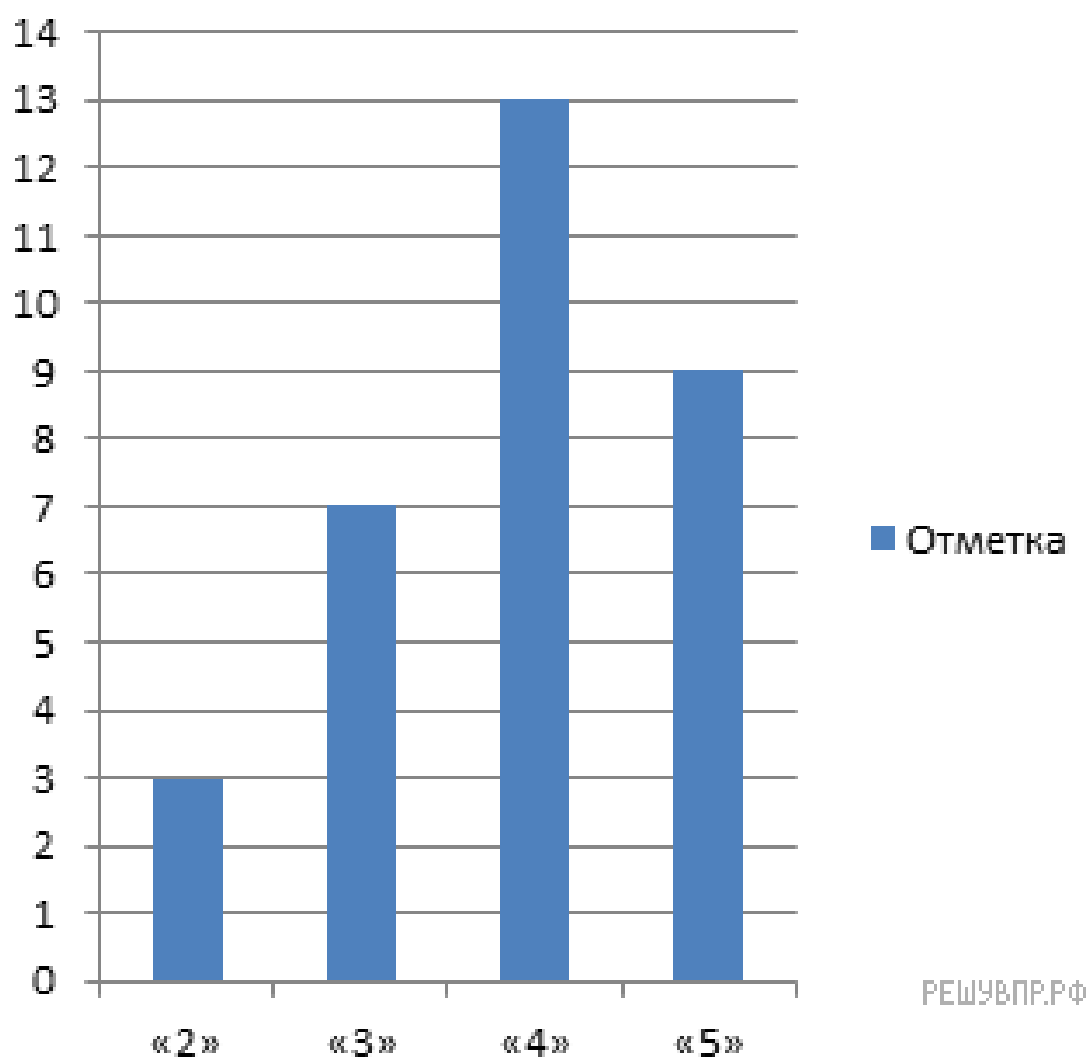
Пример 6

На диаграмме показаны виды кровли домов жителей поселка. По вертикальной оси указано количество домов. Сколько домов в данном поселке?



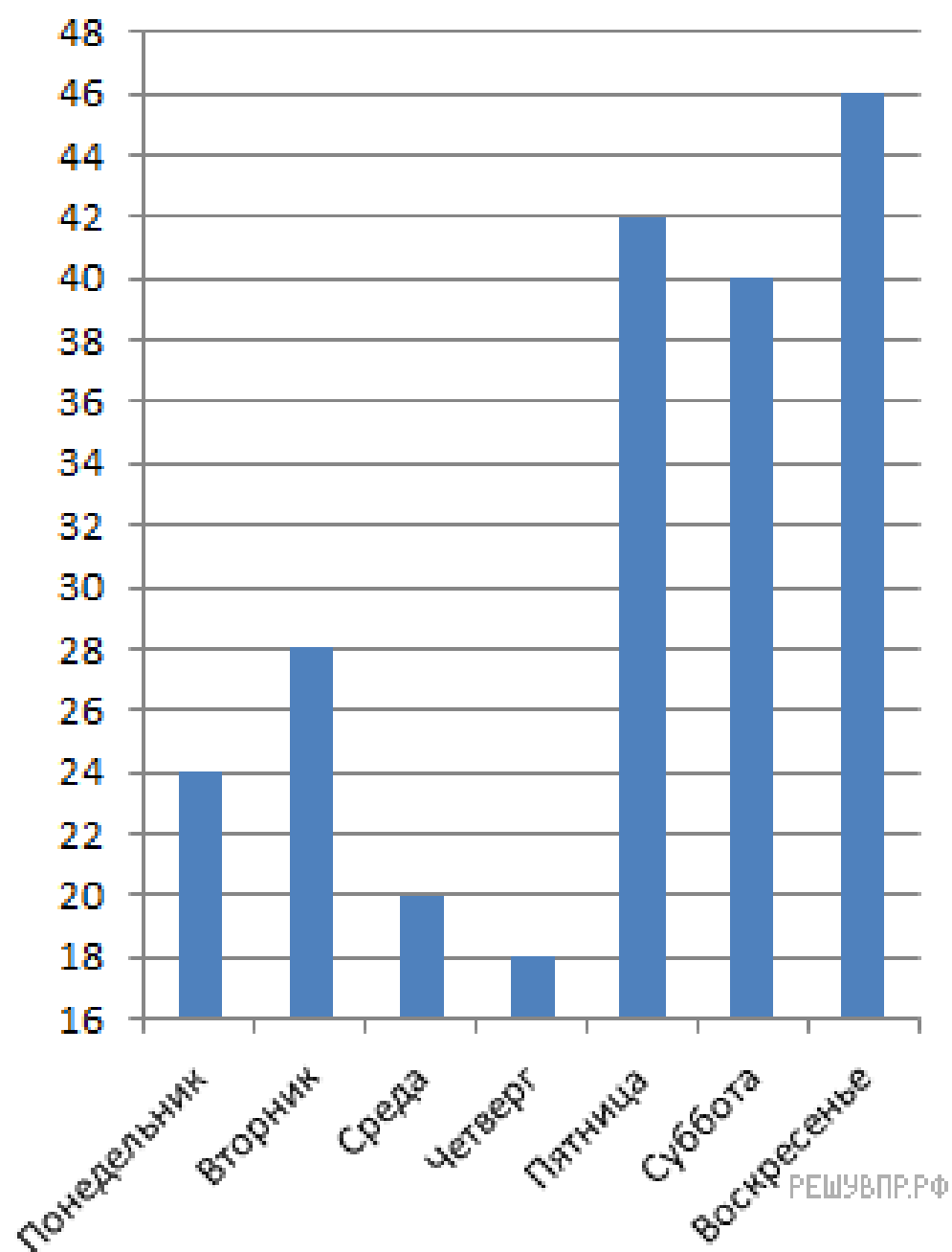
Пример 7

На диаграмме показаны результаты проверочной работы, проведенной в 6 «А» классе. По вертикальной оси указано число учеников. Назовите средний балл по классу за эту проверочную работу.



Пример 8

На диаграмме представлены данные о количестве посетителей литературного клуба за неделю. По вертикали указано количество посетителей. Насколько больше человек посетило клуб в будние дни, чем в выходные?



Глава 18. ОСЕВАЯ И ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИИ

В целом материал по разделу «Симметрия» имеет ярко выраженный характер. Необходимо уделить большое внимание проявлениям симметрии в окружающем нас мире: в природе, технике, архитектуре, быту. Полезно предложить обучающимся подготовить доклады, презентации, выставки, выполнить проекты.

В качестве дополнительного материала можно рассказать о других преобразованиях плоскости (но только являющихся движениями), например о повороте, параллельном переносе. С этой точки зрения целесообразно изучить различные орнаменты, исследовать комбинации двух различных преобразований.

В результате изучения темы обучающиеся должны:

- знать определения перпендикулярных и параллельных прямых, окружности и круга, значения терминов «координатная плоскость», «координаты точки», «абсцисса», «ордината» различие между окружностью и кругом, взаимосвязь между радиусом окружности и ее диаметром;

- уметь строить перпендикулярные прямые с помощью угольника и окружность с помощью циркуля, изображать радиус и диаметр окружности и измерять их длину, определять координаты точки на плоскости и строить точку с заданными координатами, строить столбчатые и круговые диаграммы по табличным данным, анализировать диаграмму качественно и количественно, определять на глаз фигуры, обладающие осевой симметрией, и выделять ось симметрии, строить точки и многоугольники, симметричные относительно данной прямой или данной точки.

Тема 18.1. ОСЕВАЯ СИММЕТРИЯ

Основное назначение – сформировать наглядные представления об этом виде симметрии.

При подготовке к занятию имеет смысл подобрать задания, в которых приводятся корректные определения точек, симметричных относительно прямой, фигур, имеющих ось симметрии. В завершении очередного этапа объяснений педагог должен проговаривать эти определения, однако требовать от обучающихся на данном этапе их выучивания и воспроизведения нецелесообразно. Важнее сформировать образные представления и практические навыки построений.

Новый материал вводится с опорой на образное мышление обучающихся и практические мини-исследования.

Обсуждая с обучающимися особенности фигур (подготовленных заранее, обладающих осевой симметрией), не стоит отвергать излишне «наивные» детские варианты ответов, пытаться привести их к какой-то единственно правильной формулировке – индивидуальные образы не мешают усвоению материала. Кстати, скорее всего, среди прочих вариантов ребята сами предложат верный вариант.

Для построения симметричных фигур или проверки наличия осевой симметрии можно использовать кальку – она полупрозрачна, что дает возможность реально видеть наложение одних частей фигуры на другие.

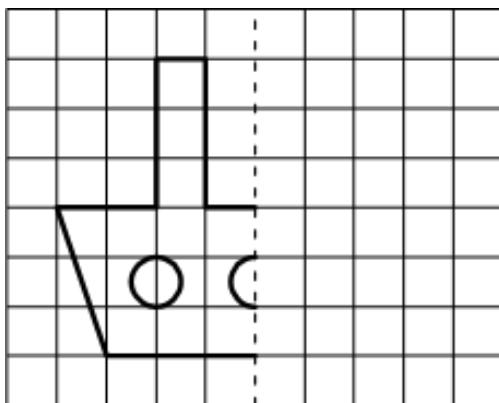
Перед введением определения точек, симметричных относительно прямой, желательно реально проделать эксперимент. Для этого нужно раздать ребятам ксерокопии изображения фигуры с выделенной осью симметрии. Чернильными ручками дети сейчас не пользуются, но если заранее перегнуть листок по оси симметрии, акцентированно поставить точку даже шариковой ручкой и как следует прижать, отпечаток получится вполне различимым. Можно использовать и изображение, переведенное через кальку, только при этом точка и ее «отпечаток» получатся на разных сторонах листа.

Можно еще провести эксперимент с зеркалом, однако выполнять его нужно мысленно, а реально его провести можно посоветовать дома.

Практические примеры

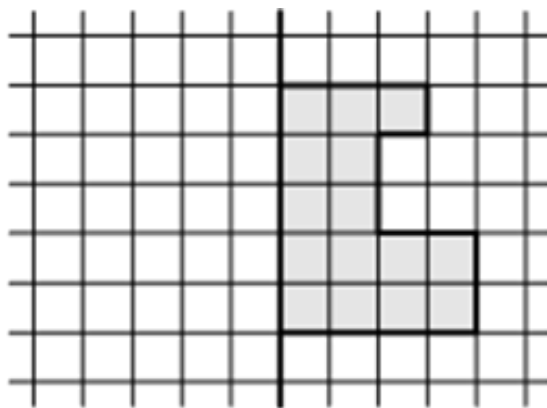
Пример 1

Чертёжник чертил деталь, но начертил только половину. Начертите вторую половину детали симметрично относительно пунктирной прямой.



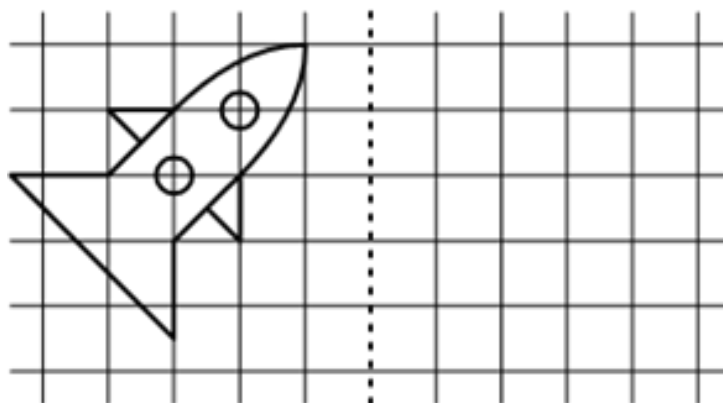
Пример 2

Правая половина фигуры нарисована. Дорисуйте левую половину симметрично относительно вертикальной прямой.



Пример 3

Нарисуйте отражение ракеты симметрично относительно пунктирной прямой.



Пример 4

Однажды Фома получил от друга телеграмму. Кто такой Фома? О, это личность весьма примечательная! Никому на слово не верит, все пытается делать по-своему. Любит, с одной стороны, находить новое решение старых проблем и, с другой стороны, использовать старые знания для преодоления новых трудностей. Любит читать разные математические книги, разыскивать в них нестандартные ситуации и находить из них выход. А больше всего любит сам такие ситуации создавать.

Так вот, телеграмма была какой-то странной. Вот что в ней было написано:

«йажзеирпончорсмёджд».

Сможете ли вы прочитать этот текст? Фома же, немного подумав, понял секрет этой телеграммы. В ней было приглашение в гости. Он решил ответить в том же духе. Сочинил ответную телеграмму и зашифровал её таким же способом:

«приеду в субботу встречайте»,

«етйачертсвутоббусвудеирп».

Однако Фоме захотелось придумать более интересную шифровку. Он разбил текст своей телеграммы на две равные части и каждую из них зашифровал по старому методу:

«приеду в суббо | ту встречайте»,

«оббусвудеирп | етйачертсвут».

После окончания шифровки Фома захотел всю свою переписку с другом вести только зашифрованными текстами, меняя время от времени способ шифровки. Поэтому он рьяно взялся за разработку шифра ...».

Тема 18.2. ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

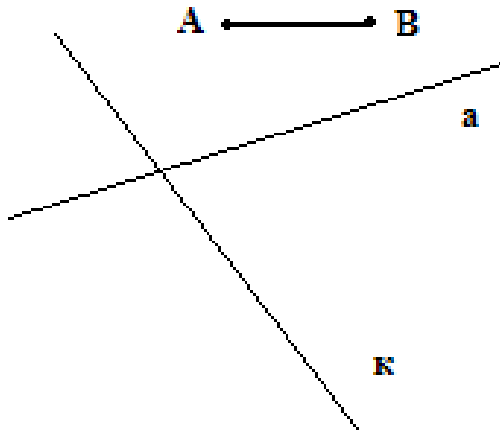
Основное назначение темы «Центральная симметрия» - сформировать наглядные представления об этом виде симметрии.

В этой теме переход к формальному определению центрально симметричных точек можно произвести практически сразу, в отличие от предыдущей темы. Это обусловлено тем, что пояснить центральную симметрию фигуры с помощью наглядных примеров и представлений гораздо труднее, чем осевую. Если предложить обучающимся рисунки, построенные с помощью осевой симметрии и попросить их высказать свои предположения об особенностях формы этих фигур, они, конечно, согласятся с их симметричностью, с отсутствием осевой симметрии, но вряд ли смогут высказать суждения, напоминающие определение. Скорее ребята смогут подметить поворот (центральная симметрия эквивалентна повороту на 180° относительно центра симметрии), но на данном этапе этого лучше избежать.

Практические примеры

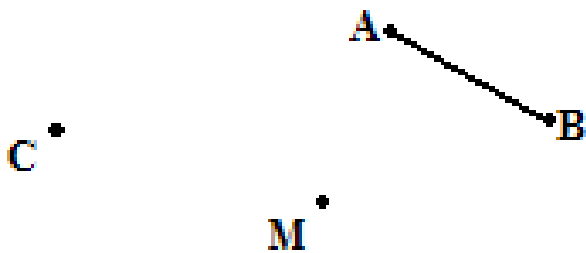
Пример 1

Постройте отрезок, симметричный отрезку AB относительно прямой a , а затем отрезок, симметричный получившемуся относительно прямой k .



Пример 2

Постройте отрезок, симметричный данному относительно точки M , а затем отрезок, симметричный получившемуся относительно точки C .

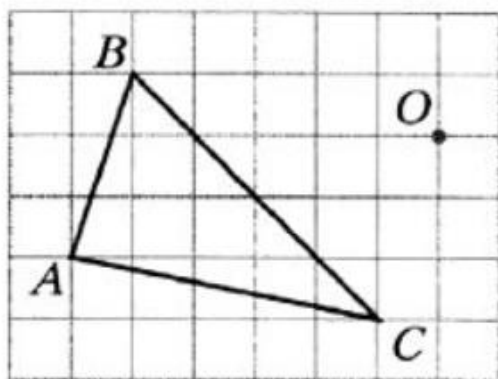


Пример 3

Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки C (3) и K (−2). Постройте точку D , симметричную точке C относительно точки K , и определите её координату.

Пример 4

Перерисуйте рисунок. Постройте фигуру, симметричную треугольнику ABC относительно точки O .



Пример 5

На рисунке изображены сторона AB и центр симметрии O четырёхугольника $ABCD$. Перерисуйте рисунок и постройте четырёхугольник $ABCD$.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основное назначение школы – эффективная социализация подрастающего поколения и передача молодым людям опыта старших поколений (знаний, способов деятельности, культурных ценностей), а также формирование психических (интеллектуальных, личностных, коммуникативных, нравственных и т. д.) ресурсов каждого ученика. Нарастание динамичности, сложности и противоречивости жизни человека в условиях современного мира заставляет пересмотреть приоритеты в сфере школьного образования: на первый план должна выйти задача развития индивидуальных интеллектуальных ресурсов учащихся.

Попытки превратить школьное образование в практико-ориентированную образовательную систему (например, в виде задачи формирования «функциональной грамотности» выпускников школ, введения «интегративных» и прикладных учебных курсов за счёт сокращения теоретических знаний и т. д.) могут привести к крайне негативным последствиям. Конечно, хорошо, если ученики умеют выполнять простейшие действия в типичных практических ситуациях. Однако при этом не должна игнорироваться задача интеллектуального воспитания личности, ведь интеллект – это не только способность к адаптации к требованиям социальной ситуации, но и способность к неадаптивному (надситуативному) поведению, когда человек способен изменять наличные обстоятельства на основе выявления некоторых скрытых закономерностей и прогноза будущих событий.

Предметное содержание школьного образования (включая и научно-теоретические, и практико-ориентированные аспекты, но с ведущей ролью фундаментальных научных знаний и способов теоретического мышления) является центральным фактором образовательного процесса с точки зрения влияния на формирование интеллектуальных ресурсов учащихся. Соответственно возникает вопрос о новых требованиях к учебным текстам, поскольку именно текст (учебников, учебных книг, практикумов и т.д.) является одним из основных инструментов влияния на интеллект учащихся. Работа с текстом – понимание, интерпретация, самостоятельное создание авторских текстов – это важнейшее условие интеллектуального воспитания личности в процессе школьного обучения.

Как видим, несмотря на известную вариативность подходов к пониманию сущности дополнительного образования, можно увидеть, что они во многом пересекаются. В первую очередь, ключевой ценностью и особенностью дополнительного образования у всех авторов является акцент на самореализацию подрастающего поколения, развитие способностей и талантов каждого из ребят, на формирование готовности к жизненному самоопределению на основе выработки и формулирования собственных целевых установок. Не менее значимыми рассматриваются ориентации дополнительного образования на приобщение школьников к творческому поиску в различных видах деятельности и формирование у них опыта эмоционально-ценностных отношений, соответствующего требованиям культурных эталонов, что создает благоприятные предпосылки для продуктивного накопления подрастающим поколением опыта самообразования и саморазвития как насущной потребности современного человека.

Таким образом, есть убедительные основания полагать, что дополнительное образование обладает рядом особенностей, которые не являются характерными для базового школьного образования и, вместе с тем, выступают в качестве важнейших требований к качеству образования человека XXI века:

- дополнительное образование дает возможность поставить любого ребенка в ситуацию успеха, позволив ему поверить в свои силы и почувствовать свои возможности;

- дополнительное образование помогает систематизировать знания, полученные в школе, сделать их личностно значимыми и научиться пользоваться ими в реальной жизни, в условиях ситуаций неопределенности;

- в отличие от классно-урочной системы школы, формирование учебных групп происходит преимущественно по жизненным и предметным интересам, а не по возрастному критерию; очевидно, такие условия оказываются крайне благоприятными для обретения школьниками личностного опыта посредством освоения способов социального взаимодействия и готовности к самоопределению в ситуациях делового взаимодействия не только со сверстниками, но и с людьми различных возрастов;

- организация занятий в дополнительном образовании значительно отличается от школьных уроков, поскольку характеризуется направленностью на удовлетворение растущих интересов и потребностей школьников, имеет менее жесткие временные рамки и отличается нацеленностью на решение возникающих у школьников реальных проблем, что стимулирует познавательную мотивацию, которая в учебном процессе школы не получает столь мощных импульсов для своего развития;

— в дополнительном образовании школьники постоянно находятся на пересечении границ «известное – не известное» и, регулярно преодолевая эти границы, приобретают готовность и привычку «ученого незнания» как обнаружения и преодоления познавательных трудностей, что способствует укреплению одного из важнейших свойств образованного человека – его стремления к открытию нового.

Подводя итог, отметим, что в настоящее время складывается обновленное понимание сущности дополнительного образования как некой обязательной составляющей образовательной среды, которая, поддерживая школу, позволяет компенсировать ограниченность ее образовательного потенциала и тем самым обеспечить повышение качества образования подрастающего поколения в соответствии с требованиями современности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аксенова, О. Н. Проблемы дополнительного образования в России / О. Н. Аксенова // Актуальные вопросы современного образования – Ставрополь – 2015. – С. 103-107.
2. Алгебра. Практикум для 9 класса / Э. Г. Гельфман, Л. Н. Демидова и др. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2016. – 280 с. – С. 127.
3. Алгебра: учеб. для 7 класса / Э. Г. Гельфман и др. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний -2014. – 264 с. – С.39.
4. Алгебра: учеб. для 8 класса / Э. Г. Гельфман и др. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2014. – 272 с. – С. 110.
5. Асмолов, А. Г. Дополнительное образование как зона ближайшего развития образования в России: от традиционной педагогики к логике развития / А. Г. Асмолов // Внешкольник. – 1997. – № 9. – С. 6-8.
6. Борытко, Н. М. В пространстве воспитательной деятельности: Монография / Н.М. Борытко. – Волгоград: Перемена, 2001. – 181с.
7. Бруднов, А. К. От внешкольной работы к дополнительному образованию/ А. К. Бруднов // Внешкольник. – 1996. – № 1. – С. 2-6.
8. Брушлинский, А. В. Деятельностный подход и психологическая наука / А. В. Брушлинский // Вопросы философии. – 2001. – № 2. – С. 88-94.
9. Гельфман, Э. Г. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся / Э. Г. Гельфман, М. А. Холодная. - СПб: Питер. – 2006. – 384 с. – С. 117.
10. Генденштейн, Л. Э. Анатомия интереса / Л. Э. Генденштейн // Проблемы школьного учебника. Вып. 18. – М.: Просвещение, 1988. – С. 101–123.
11. Голованов, В. П. Методика и технология работы педагога дополнительного образования: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. Образования / В. П. Голованов. – М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС. – 2004. – 239 с. – С. 52.
12. Дополнительное образование: менеджмент образовательных услуг: учебник для бакалавриата / под ред. А.П. Панфиловой, П.А. Бавиной. – М.: Проспект, 2018. –432 с. – С. 352.

13. Дьюи, Д. Демократия и образование: учебное пособие / Д. Дьюи. – М. : Педагогика Пресс. – 2000. – С. 23-56.
14. Евладова, Е. Б. Дополнительное образование детей / Е.Б. Евладова, Л.Г. Логинова, Н.Н. Михайлова Н.Н. – М.: ВЛАДОС. – 2002. – 352 с. – С. 47.
15. Золотарева, А. В. Принципы организации дополнительного образования детей в России / А. В. Золотарева // Ярославский педагогический вестник. 2013 – № 1. – Том II. – С. 100-150.
16. Зубарева, И. И. Математика. 5 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – М. : Мнемозина, 2013. – 270 с.
17. Зубарева, И. И. Математика. 6 класс : учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – М. : Мнемозина, 2014. – 264 с.
18. Зуев, Д. Д. Школьный учебник / Д. Д. Зуев. – М. : Педагогика, 1983. – 240 с.
19. Кларин, М. В. Инновации в мировой педагогике: обучение на основе исследования, игр, дискуссии. Анализ зарубежного опыта / М. В. Кларин. – Рига : Эксперимент, 1995. – 176 с.
20. Коменский, Я. А. Избранные педагогические сочинения. Т.2 / Я. А. Коменский. – М.: Педагогика, 1982. – 576 с. – С. 234-251.
21. Малыхина, Л. Б. Проектирование и анализ учебного занятия в системе дополнительного образования детей / Л.Б. Малыхина. – Волгоград: Учитель, 2016. – 171с. – С.51.
22. Математика: раб. тетрадь для 6 класса : в 2-х ч. Ч. 1. Положительные и отрицательные числа. Ч 2. Делимость чисел. Рациональные числа / Э. Г. Гельфман и др. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2013. – 120 с. – С. 23.
23. Математика: учебная книга и практикум для 5 класса : в 2-х ч. Ч. 1. Натуральные числа и десятичные дроби / Э. Г. Гельфман и др. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2014. – 240 с. – С. 73.

24. Математика: учебная книга и практикум для 5 класса : в 2-х ч. Ч. 2. Положительные и отрицательные числа /Э. Г. Гельфман и др. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2014. – 168 с – С.24.
25. Осиповский, Т. Ф. О десятиричных дробях // Курс математики. Часть первая. – СанктПетербург : Императорская Академия наук, 1813. – С. 47–59.
26. Осиповский, Т. Ф. Курс математики. В 3-х томах. Т. I. Общая и частная Арифметика. – 4-е изд., адапт. – Ковров : КГТА, 2007.
27. Основные формы детского дополнительного образования [Электронный ресурс]. URL: https://fulledu.ru/articles/850_osnovnye-formy-detskogo-dopolnitelnogoobrazovaniy.html (дата обращения 15.05.2019).
28. Песталоцци, И. Г. Избранные педагогические сочинения / Г. И. Песталоцци : В 2-х т. Т. 1. – М. : Педагогика. – 1981. – 416с. – С.103.
29. Приоритетный проект «Современная цифровая образовательная среда в России» [Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/проекты/современная-образовательная-цифровая-среда> (дата обращения 21.12.2020).
30. Селиверстова, Е. Н. Идея субъектности в дидактическом наследии И. Я. Лернера: связь веков / Е. Н. Селиверстова // Отечественная и зарубежная педагогика. 2017. Т.1. - № 3 (39). – С. 42-54.
31. Селиверстова Е.Н. Субъектность как принцип систематизации современного дидактического знания // Педагогика. – 2013. - №10. – С. 25-33.
32. Таланчук, Н. М. Системно-синергетическая теория воспитания / Н. М. Таланчук // Профессиональная педагогика : учебник для студентов, обучающихся по пед. специальностям и направлениям. – М., 1997. – С. 325-337.
33. Теория и практика дистанционного обучения / под ред. Е.С. Полат. – М., 2004. – 414 с. – С. 213.

34. Ушинский, К. Д. Человек как предмет воспитания: Опыт педагогической антропологии / К. Д. Ушинский. – М. : Гранд: ФАИР-пресс, 2004. – 574 с. – С.189.

35. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования: текст с изм. и доп. на 2011 г. – М. : Просвещение, 2011.

36. ФЗ № 273-ФЗ от 21.12.2012 «Об образовании в Российской Федерации». [Электронный ресурс]. URL: <http://www.rg.ru/2012/12/30/obrazovanie-dok.html> (дата обращения: 15.09.2019).

37. Холодная, М. А. Психология интеллекта: парадоксы исследования / М. А. Холодная. – СПб : Питер, 2002. – 272 с.

38. Чупахин, Н. П. Игра – культурный базис математики и математического образования / Н. П. Чупахин // Дидактика математики: сегодня и завтра. – Томск : ТГПУ, 2000. – С. 98.

39. Школьный учебник : вчера, сегодня, завтра : материалы I Всеросс. науч.-практ. конф. Владимир, 27 – 28 марта 2013 г. ; Отв. ред. Е. В. Лопаткина. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2013. – 264 с.

Учебное электронное издание

ХАРИТОНОВА Наталья Игоревна

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК КАК ФАКТОР РАЗВИТИЯ
СУБЪЕКТНОГО ОПЫТА ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПОЗНАНИИ

Учебно-практическое пособие

Издается в авторской редакции

Системные требования: Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/7/8/10; Adobe Reader; дисковод CD-ROM.

Тираж 25 экз.

Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Изд-во ВлГУ
rio.vlgu@yandex.ru

Кафедра педагогики
hni13@yandex.ru