Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ:
теория, задачи, тесты

Учебно-практическое пособие

ВлГУ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Владимир 2021

УДК 53
ББК 30.13
О-75

Автор-составитель Л. В. Фуров

Рецензенты:
Доктор физико-математических наук, профессор
заслуженный деятель науки Российской Федерации
профессор Ярославского государственного университета
им. П. Г. Демидова
А. И. Григорьев

Доктор технических наук
профессор кафедры радиотехники и радиосистем
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Е. К. Левин

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

О-75 **Основы** технической физики: теория, задачи, тесты : учеб.-практ. пособие / авт.-сост. Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2021. – 208 с.
ISBN 978-5-9984-1409-1

Предназначено для проведения занятий и контроля знаний у студентов следующих разделов курса физики: механика, молекулярная физика и термодинамика, электричество и магнетизм, колебания и волны. Ориентировано на формирование у обучающихся компетенций в области общей физики. Приведённые вопросы по курсу общей физики позволяют проконтролировать усвоение теоретического материала, необходимого для решения задач по каждому из разделов курса.

Предназначено для студентов направлений технических специальностей всех форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 38. Библиогр.: 29 назв.

УДК 53
ББК 30.13

ISBN 978-5-9984-1409-1

ВВЕДЕНИЕ

Цель освоения дисциплины – обеспечение будущего специалиста научной базой, на которой в высшей технической школе строится общеинженерная и специальная подготовка. Последовательное изучение физики вырабатывает специфический метод мышления, интуицию при физических измерениях, которые оказываются весьма полезными и в других науках. Специалисты, получившие широкое физико-математическое образование, могут самостоятельно осваивать новые технические направления, успешно работать в них, легко переходить от решения одних задач к другим, искать нестандартные и нетрадиционные пути решения физических задач, что особенно важно для профессиональной мобильности специалистов в условиях ускоренного развития техники.

Задачи дисциплины:

- теоретическая подготовка в области физики, позволяющая будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающая им возможность использования новых физических принципов в тех областях, в которых они специализируются;
- формирование научного мышления, в частности правильного понимания границ применимости различных физических понятий, законов, теорий, и умения оценивать степень достоверности результатов, полученных с помощью экспериментальных или математических методов исследования;
- выработка приёмов и навыков решений конкретных задач из разных областей физики, помогающих студентам в дальнейшем решать технические задачи;
- ознакомление студентов с современной научной аппаратурой и выработка у них начальных навыков проведения экспериментальных научных исследований различных физических явлений и оценки погрешностей проведённых измерений.

I. МЕХАНИКА

1.1. Введение. Кинематика поступательного движения

Теоретический материал

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Материальная точка. Системы отсчёта. Инерциальные системы отсчёта. Радиус-вектор. Принцип относительности Галилея. Траектория. Радиус кривизны траектории. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Связь между линейными и угловыми кинематическими величинами. Поступательное движение твёрдого тела.

Задачи физики, методология, система единиц. Физика стоит в одном ряду с такими фундаментальными дисциплинами, как математика, химия, география и др. При изучении физики как науки важно всегда иметь в виду модельный характер ее построений. Модель составляется из образов наблюдаемых явлений, ситуаций и связей между ними, а также правил оперирования с ними. Физические модели являются математическими, но не математика лежит в их основе. Количественные соотношения между физическими величинами выясняются в результате измерений, наблюдений и экспериментальных исследований и лишь выражаются языком математики. Другого языка для построения физических теорий не существует.

Задача физики состоит в том, чтобы создать в нашем сознании такую картину физического мира, которая наиболее полно отражает свойства мира и обеспечивает такие соотношения между элементами модели, какие существуют между элементами внешнего мира.

Экспериментальный метод физики. На основе эксперимента и наблюдений создаётся модель, в рамках которой делается предсказание о явлениях, проверяемых, в свою очередь, в экспериментах и наблюдениях; в результате этого модель уточняется и делаются новые предсказания и т. д. Этот метод физики требует, чтобы всем представлениям, понятиям и другим элементам, составляющим физическую модель, было дано однозначное толкование. Лишь при этом условии физические понятия наполняются реальным содержанием, в котором отражаются объективные закономерности реального мира. Наиболее существенный прогресс в физике происходит в двух случаях: во-первых, когда предлагаемые модели не подтверждаются экспериментом; во-вторых, когда открывается новый круг физических явлений или объектов, для которых нет моделей совсем. В первом случае модель исправляется или заменяется. При этом если её замена связана с пересмотром основных представлений, то говорят о революции в физике, например, ньютоновская модель пространства и времени, специальная теория относительности. Во втором случае создаётся новый раздел физики, например квантовая механика.

Два пути определения физических величин. Что значит «определить физическую величину»? Это значит, что надо указать:

1) ту отличительную черту, что делает эту величину конкретной;
2) ту особенность, что делает её элементом всеобщей физической связи явлений.

Первый путь. За основу определения физической величины берутся математические соотношения, существующие между физическими величинами (пусть известно определение скорости и можно выразить ускорение как скорость изменения скорости).

Второй путь – операционный: мы указываем на физический объект, свойство которого принято считать единичным, и определяем способ измерения, с помощью которого сравнивают свойства измеряемого объекта и единичного.

Международная система единиц (СИ). В результате почти столетнего обсуждения научная и техническая общественность всех стран мира пришла к заключению, что наиболее целесообразной является Международная система единиц (СИ). Система СИ (SI) была принята на XI Генеральной конференции по мерам и весам, проходившей с 11 по 20 октября 1960 г. в Париже. Установление Международной системы единиц явилось успешным решением задачи, поставленной перед метрологией быстрым развитием науки, техники и промышленного производства. Назревшая потребность установления унифицированной системы единиц и преимущества Международной системы обусловили её международное признание и широкое распространение. В настоящее время она используется и в Российской Федерации.

Для построения системы единиц произвольно выбирают единицы не зависящих друг от друга физических величин. Эти единицы называются *основными*. Остальные же величины и их единицы выводятся из законов, связывающих эти величины с основными, и называются они *производными*.

К основным единицам относятся: метр (м) (единица длины); секунда (с) (единица промежутка времени); килограмм (кг) (единица массы); ампер (А) (единица силы электрического тока); кельвин (К) (термодинамическая температура); кандела (Кд) (сила света); моль (моль) (количество вещества).

Дополнительные единицы: радиан (рад) (плоский угол); стерадиан (ср) (телесный угол).

Более подробно их описание дано в приложении.

Кинематика поступательного движения. Кинематика описывает конкретные механические движения, не интересуясь их причинами, вопросом осуществляемости таких движений в природе. Для неё важна лишь физическая обоснованность и математическая строгость в рамках принятых моделей. Материальная точка – физический объект, в геометрическом смысле эквивалентный математической точке, но обладающий массой. При моделировании тела материальной точкой можно ей приписать также предельные физические (но не геометрические) характеристики тела. При таком моделировании необходимо помнить, что материальные точки не имеют ничего общего с реальными атомами и молекулами и играют лишь вспомогательную роль. Это замечание особенно существенно при рассмотрении материального тела как совокупности материальных точек.

Система отсчёта. Это совокупность точек пространства и материального тела, относительно которого определено положение точек пространства. Положение точек пространства в системе отсчёта характеризуется системой координат. Пространство, в котором мы живём, является трёхмерным. Это означает, что положение в нём характеризуется тремя членами. Какими именно членами, зависит от системы координат, с помощью которой описывается положение точек пространства (прямоугольная декартова, цилиндрическая, сферическая – это основные системы координат). Можно обойтись радиус-вектором, который описывает положение точек в бескоординатной форме. *Радиус-*

вектор точки – вектор, начало которого совпадает с точкой начала отсчёта системы координат, а конец – с рассматриваемой точкой. Таким образом, отличие радиус-вектора от других векторов в том, что он всегда выходит из начала координат.

Системы координат. На практике наибольшее применение нашли следующие системы координат.

1. Декартовы прямоугольные координаты $M\,(x, y, z)$

$$\left.\begin{aligned} x &= x\,(t) \\ y &= y\,(t) \\ z &= z\,(t) \end{aligned}\right\} \quad \vec{r} = \overrightarrow{r(t)},$$

$$\vec{r} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} + z\overrightarrow{e_z},$$

$$|OM| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = |\,\overrightarrow{r(t)}\,|.$$

2. Полярные $M\,(\rho, \varphi)$

$x = \rho\cos\varphi$, где φ – полярный угол;

$y = \rho\sin\varphi$, где ρ – полярный радиус;

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Цилиндрические $M\,(\rho, \varphi, z)$

$x = \rho\cos\varphi$;

$y = \rho\sin\varphi$;

$z = z$.

4. Сферические $M\,(\rho, \theta, \varphi)$

$x = \rho\sin\theta\cos\varphi$;

$y = \rho\sin\theta\sin\varphi$;

$z = \rho\cos\theta$.

Принцип относительности Галилея. Все системы отсчёта можно разделить на два класса. К одному относятся те, в которых время единое и геометрия евклидова; к другому – те, в которых единого времени нет и геометрия неевклидова. К первому из указанных классов относятся системы отсчёта, в которых отсутствуют силы тяготения и справедлив первый закон Ньютона. Поэтому эти системы отсчёта получили название *инерциальных систем отсчёта* (ИСО). А системы отсчёта, в которых имеются силы тяготения и не выполняется первый закон Ньютона, – *неинерциальные*. Ответ на вопрос: «протекают ли одинаково механические явления в разных движущихся системах координат?» был дан в 1636 г. Галилео Галилеем (1564 – 1642) – выдающимся итальянским физиком и астрономом, одним из основателей точного естествознания: из многочисленных опытов следует, что во всех системах координат, движущихся равномерно поступательно и прямолинейно относительно сферы неподвижных звёзд и, следовательно, относительно друг друга, все механические явления протекают одинаково. Иными словами, механические явления протекают одинаково во всех инерциальных системах координат, то есть физические законы в инерциальных системах координат одинаковы. Так как законы описывают взаимосвязи между физическими величинами, то надо ответить на вопрос: как себя ведут величины при смене координат или при переходе из одной системы в другую? Величины, значения которых не изменяются при преобразовании координат, называются *инвариантами преобразований*. Инварианты преобразований Галилея: длина, интервал времени, ускорение.

Найдём связь между координатами произвольной точки A в двух системах. Из рис. 1.1 видно, что

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0 = \vec{r}\,' + \vec{u}\,t\,, \qquad (*)$$

где $\vec{r}_0 = \vec{u}\,t$, $\vec{u}$ – скорость.

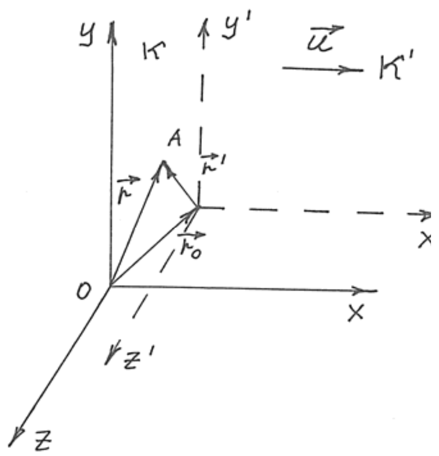


Рис. 1.1

Уравнение можно записать в проекциях на оси координат

$$\begin{cases} x = x' + u_x t \\ y = y' + u_y t \\ z = z' + u_z t. \end{cases}$$

Эти уравнения носят название *преобразований Галилея*.

В частном случае, когда система K' движется со скоростью $\vec{V}$ вдоль положительного направления оси X системы K, преобразования координат Галилея имеют вид

$$\begin{cases} x = x' + vt \\ y = y' \\ z = z'. \end{cases}$$

В классической механике предполагается, что ход времени не зависит от относительного движения систем отсчёта. Тогда добавляется ещё одно уравнение

$$t = t'. \qquad (**)$$

Соотношения справедливы только для классической механики.

Продифференцировав выражение (*) по времени с учётом выражения (**), получим уравнение $\vec{V} = \vec{V}' + \vec{U}$, которое представляет собой правило сложения скоростей в классической механике.

Уравнение в системе отсчёта K

$\vec{a} = d\vec{V}/dt = d(\vec{V}' + \vec{U}) / dt = d\vec{V}' / dt = a'.$

Таким образом, ускорение точки A в системах отсчёта K и K', движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, одинаково

$\vec{a} = \vec{a}'$,

то есть система K является инерциальной.

Скорость. Описать движение материальной точки – значит указать её положение в любой момент времени. При своём движении она проходит непрерывную последовательность точек системы отсчёта, называемую *траекторией*. *Поступательным движением* твёрдого тела называется такое, при котором все его точки движутся по одинаковым траекториям. Это означает, что скорости всех точек тела в любой момент времени одинаковы. Любая прямая, проведённая между какими-либо точками тела, перемещается параллельно самой себе.

Вектор перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$ численно равен расстоянию между конечной и начальной точками, направлен от начальной точки к конечной и соединяет точки траектории, в которых материальная точка находилась в моменты t и $t + \Delta t$.

Вектор средней скорости $\vec{V}_{\text{ср}}$ при перемещении между двумя точками определяется как вектор, совпадающий по направлению с перемещением и равный по модулю вектору скорости, делённому на время перемещения

$\vec{V}_{\text{ср}}(t, t + \Delta t) = \Delta\vec{V} / \Delta t.$

При неограниченном уменьшении времени перемещения Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется *мгновенной скоростью*

$\vec{V}(t) = \lim\limits_{\Delta r \to 0} \Delta\vec{r} / \Delta t = d\vec{r} / dt.$

Скорость всегда направлена по касательной к траектории.

Ускорение. Ускорением называется скорость изменения скорости. Пусть в моменты t и $t + \Delta t$ скорости равны соответственно $\vec{V}(t)$ и $\vec{V}(t + \Delta t)$. Значит, в течение некоторого промежутка времени Δt скорость изменилась на

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}(t + \Delta t) - \vec{V}(t).$$

Среднее ускорение за Δt равно

$$\vec{a}_{\text{ср}}(t, t + \Delta t) = \Delta\vec{V} / \Delta t.$$

Мгновенное ускорение, то есть ускорение в данный момент времени,

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\vec{V} / \Delta t = d\vec{V} / dt.$$

Ускорение всегда касательно к годографу (графику изменения) скоростей, а это означает, что ускорение может быть направлено под любым углом к касательной траектории движения.

Полное ускорение состоит из двух взаимноперпендикулярных векторов: ускорения, направленного вдоль траектории движения и называемого *тангенциальным*

$$\vec{a}_\tau = \vec{\tau}(dV/dt) \text{ и } \vec{a}_n = \vec{n}(V^2 / R),$$

и ускорения, направленного перпендикулярно траектории по главной нормали, то есть к центру кривизны траектории, и называемого *нормальным*. При движении точки по окружности нормальное ускорение называется *центростремительным*. Для прямой траектории радиус кривизны равен ∞ и

$$\vec{a} = d\vec{V} / dt, \text{ так как } V^2/ R \to 0.$$

Вектор полного ускорения определяется как

$$\vec{a} = (V^2/ R)\,\vec{n} + (dV / dt)\,\vec{\tau}.$$

Численно значение полного ускорения выражается формулой

$$a = \sqrt{V^4 / R^2 + (dV / dt)^2}\,.$$

Вид движения зависит от того, какие значения принимают нормальная и тангенциальная составляющие ускорения. Поэтому в зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения движение можно классифицировать так:

1) $\vec{a}_n = 0$, $\vec{a}_\tau = 0$ – прямолинейное равномерное движение;

2) $\vec{a}_n = \vec{a} = \text{const}$, $\vec{a}_\tau = 0$ – прямолинейное равнопеременное движение;

3) $\vec{a}_n = f(t)$, $\vec{a}_\tau = 0$ – прямолинейное движение с переменным ускорением;

4) $\vec{a}_n = 0$, $\vec{a}_\tau = V^2/R = \text{const}$ – равномерное движение по окружности;

5) $\vec{a}_n = 0$, $\vec{a}_\tau \neq 0$ – равномерное криволинейное движение;

6) $\vec{a}_n = \text{const}$, $\vec{a}_\tau \neq 0$ – криволинейное равнопеременное движение;

7) $\vec{a}_n = f(t)$, $\vec{a}_\tau \neq 0$ – криволинейное движение с переменным ускорением.

Здесь $\vec{a}_n$ характеризует быстроту изменения модуля скорости; $\vec{a}_\tau$ – быстроту изменения направления.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Дайте определение материальной точки.

Задание 2. Какое движение называется поступательным?

Задание 3. Какие физические величины характеризуют поступательное и вращательное движения в кинематике?

Задание 4. Что такое мгновенная скорость? Как она определяется?

Задание 5. Запишите формулы, связывающие линейные и угловые характеристики движения.

Задание 6. Самоходная косилка имеет ширину захвата $b = 10$ м. При средней скорости косилки $v = 0{,}1$ м/с площадь скошенного за $t = 10$ мин работы участка равна

1) 100 м^2; 2) 60 м^2; 3) 600 м^2; 4) 360 м^2.

Задание 7. По двум параллельным железнодорожным путям равномерно движутся два поезда в противоположных направлениях: грузовой со скоростью $v_1 = 44$ км/ч и пассажирский со скоростью $v_2 = 100$ км/ч. Какова величина относительной скорости поездов?

1) 20 м/с; 2) 40 м/с; 3) 56 км/ч; 4) 30 м/с.

Задание 8. Механическая система состоит из трёх частиц, массы которых равны: $m_1 = 0{,}6$ г, $m_2 = 0{,}4$ г, $m_3 = 0{,}2$ г. Первая частица находится в точке с координатами (3, 2, 0), вторая – в точке (0, 3, 2), третья –

в точке (3, 0, 2) (координаты даны в сантиметрах). Тогда Y_C – координата центра масс – равна

1) 1,2 см; 2) 2,0 см; 3) 1,0 см; 4) 2,4 см.

Задание 9. Автобус, двигаясь прямолинейно и равнозамедленно, уменьшил свою скорость с v_1 = 18 м/с до v_2 = 4 м/с за время t = 7 с. Модуль ускорения автобуса равен

1) 2 м/с^2; 2) 2 м/с^2; 3) 3 м/с^2; 4) 7 м/с^2.

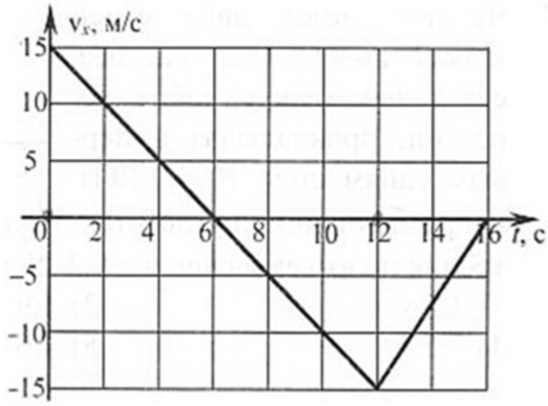


Рис. 1.2

Задание 10. Тело движется прямолинейно по оси ординат. На графике (рис. 1.2) представлена зависимость проекции скорости тела на ось ординат от времени. За первые 12 с движения тело проходит путь, равный

1) 0 м; 2) 30 м; 3) 60 м; 4) 90 м.

1.2. Динамика поступательного движения

Теоретический материал

Динамика как раздел механики. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчёта. Второй закон Ньютона и понятия силы, массы и импульса. Уравнение движения. Третий закон Ньютона и предел его применимости.

Динамика изучает законы движения и причины, которые вызывают или изменяют это движение. В её основе лежат три закона И. Ньютона (1643 – 1727), сформулированные в 1687 г.

Первый закон Ньютона – закон инерции, согласно которому тело стремится сохранить состояние своего равномерного прямолинейного движения. Этот закон, согласно Галилею, следует рассматривать как первоначальный (основной), который не может быть сведён к чему-либо более простому. Причина изменения скорости – сила. Силы не являются какими-то самостоятельными сущностями, независимыми от материальных тел. Они создаются материальными телами. Поэтому можно сказать, что посредством сил материальные тела действуют друг на друга, то есть взаимодействуют. Сила при этом выступает как векторная количественная мера интенсивности взаимодействий. Так как сила не только изменяет скорость движения материальных тел, но и вызывает деформацию, то удобно пользоваться деформацией в качестве эталона силы, то есть измерять силу независимо от ускорения.

Первый закон Ньютона – независимый закон, выражающий критерий пригодности системы отсчёта (её инерциальность) для рассмотрения движений. Этот закон является и независимым, и первым в порядковом смысле, так как только после него можно говорить о точно определённом физическом смысле и содержании второго и третьего законов.

Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние. Ускорение тела равно нулю

$\vec{a} = 0$, когда $\vec{F} = 0$.

Первый закон Ньютона выполняется в инерциальной системе отсчёта (ИСО) и называется *законом инерции*. Всякое тело противится попыткам изменить его состояние движения. Это свойство тел называется *инертностью*. В качестве количественной характеристики инертности выступает масса тела. Чтобы определить массу некоторого тела, нужно сравнить её с массой тела, принятого за эталон. Различают инертную и гравитационную массу. Они равны друг другу (с точностью, не меньшей 10^{-12} их значения).

Массу тела можно определять путём измерения испытываемого телом ускорения под действием известной силы

$M_{\text{ин}} = F / a$.

Определяемая таким путём масса, обозначаемая $M_{\text{ин}}$, известна под названием *инертной массы*. Массу можно также определить, измеряя силу её тяготения к другому телу, например к Земле,

$G\, M_{\text{гр}}\, M_{\text{з}} = F\, r^2$, $M_{\text{гр}} = F\, r^2 / G\, M_{\text{з}}$,

где $M_{\text{з}}$ – масса Земли; $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ (Н·м^2)/кг^2 – гравитационная постоянная. Определяемая подобным способом масса, обозначаемая $M_{\text{гр}}$, носит название *гравитационой массы.*

Основной закон динамики поступательного движения отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных сил. *Сила* – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел

$$\sum \vec{F}_{i} = m\frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \sum \vec{\mathbf{F}}_{i} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}),$$

где $\vec{P} = m\vec{V}$ – импульс (количество движения этой материальной точки).

Уравнение движения материальной точки $\sum \vec{F}_{i} = m\frac{d\vec{P}}{dt}$.

Второй закон Ньютона – это не количественное определение силы, а математически выраженная физическая идея о характере связи внешних условий и динамических переменных движения материальной точки. Кроме того, сила определена не только ускорением, но и деформацией (то есть когда об ускорении нет даже упоминания).

В системе единиц СИ сила измеряется в ньютонах 1 Н = 1 $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$.

Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия: если тело 1 действует на тело 2 с силой $\overrightarrow{F_{21}}$, то и тело 2 в свою очередь действует на тело 1 с силой $\overrightarrow{F_{12}}$.

Третий закон Ньютона утверждает, что силы, с которыми действуют друг на друга взаимодействующие тела, равны по величине и противоположны по направлению. Используя приведённые выше обозначения сил, содержание третьего закона можно представить в виде равенства

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}.$$

Из третьего закона Ньютона вытекает, что силы возникают попарно: всякую силу, приложенную к какому-то телу, можно сопоставить с равной ей по величине и противоположно направленной силой, приложенной к другому телу, взаимодействующему с данным.

Третий закон Ньютона справедлив не всегда. Он выполняется строго в случае контактных взаимодействий (то есть взаимодействий, наблюдающихся при непосредственном соприкосновении тел), а также при взаимодействии находящихся на некотором расстоянии друг от друга покоящихся тел. Ньютоновская механика вообще справедлива лишь для скоростей, много меньших скорости света ($v \ll c$).

Однородность времени. Однородность времени есть одинаковость развития и изменения данной физической ситуации независимо от того, в какой момент времени эта ситуация сложилась.

Однородность пространства. Однородность пространства – свойство неизменности характеристик пространства при переходе от одной его точки к другой. Это означает, что если имеется некоторая изолированная физическая система, то развитие событий в ней не зависит от того, в точках какой области пространства эта система локализована.

Внутренняя энергия. Макроскопическая механика учитывает только кинетическую энергию макроскопического движения тел и их макроскопических частиц, а также атомистического строения вещества. Например, при ударе, трении и других потерях кинетическая энергия видимого движения не пропадает, а переходит в кинетическую энергию невидимого (микроскопического) беспорядочного движения атомов и молекул вещества, а также в потенциальную энергию их взаимодействия. Эта часть энергии тела называется *внутренней*. Например, беспорядочное движение атомов и молекул может восприниматься нами в виде тепла. Это и есть кажущаяся потеря механической энергии при ударе, трении и прочем.

Силы трения. Из опыта известно, что всякое тело, движущееся по горизонтальной поверхности другого тела, при отсутствии действия на него других сил с течением времени замедляет своё движение и в конце концов останавливается. Это можно объяснить существованием силы трения, которая препятствует скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга. Силы трения зависят от относительных скоростей тел. Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение. *Внешним трением* называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о трении покоя, если же происходит относительное перемещение этих двух тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о трении скольжения, качения или верчения.

Внутренним трением называется трение между частями одного и того же тела, например между различными слоями жидкости или газа, скорости которых меняются от слоя к слою. В отличие от внешнего трения здесь отсутствует трение покоя. Если тела скользят относительно друг друга и разделены прослойкой вязкой жидкости (смазки), то трение происходит в слое смазки. В таком случае говорят о гидродинамическом трении (слой смазки достаточно толстый) и граничном трении (толщина смазочной прослойки $\approx 0{,}1$ мкм и меньше).

Обсудим некоторые закономерности внешнего трения. Это трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей; в случае же очень гладких поверхностей трение обусловлено силами межмолекулярного притяжения.

Рассмотрим лежащее на плоскости тело, к которому приложена горизонтальная сила $\vec{F}$. Тело придёт в движение лишь тогда, когда приложенная сила $\vec{F}$ будет больше силы трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 1.3, *а*). Французские физики Г. Амонт (1663 – 1705) и Ш. Кулон (1736 – 1806) опытным путём установили следующий закон: сила трения скольжения $F_{тр}$ пропорциональна силе нормального давления N, с которой одно тело действует на другое

$$F_{тр} = f N,$$

где f – коэффициент трения скольжения, зависящий от природы и состояния соприкасающихся поверхностей (рис. 1.3, *б*).

В случае скольжения коэффициент трения является функцией скорости. Если внешняя сила $\vec{F}$ превосходит по модулю $F = 0$, то тело начинает скользить, причём его ускорение определяется результирующей двух сил: внешней $\vec{F}$ и силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$, величина которой в той или иной степени зависит от скорости скольжения. Характер этой зависимости определяется природой и состоянием трущихся поверхностей. Чаще всего реализуется случай, показанный на рис. 1.3, *в*, и охватывающий как случай покоя, так и случай скольжения. Сила трения покоя может иметь значения от нуля до $F = 0$, что на графике отражено вертикальным отрезком. В соответствии с рисунком сила трения скольжения с увеличением скорости вначале несколько убывает, а затем начинает возрастать. При специальной обработке соприкасающихся поверхностей сила трения может оказаться практически не зависящей от скорости, и криволинейный участок графика превратится в отрезок горизонтальной прямой, начинающейся в точке $F = 0$.

Найдём значение коэффициента трения. Если тело находится на наклонной плоскости с углом наклона α, то оно приходит в движение только когда тангенциальная составляющая $\vec{F}$ силы тяжести $\vec{P}$ больше силы трения $\overrightarrow{F_{тр}}$. Следовательно, в предельном случае (начало скольжения тела) $\vec{F} = \overrightarrow{F_{тр}}$, $P\sin\alpha_0 = fN = fP\cos\alpha_0$, откуда $f = \mathrm{tg}\alpha_0$. Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла α_0, при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.

Для гладких поверхностей важную роль играет межмолекулярное притяжение. Поэтому Б. В. Дерягиным был предложен закон трения скольжения $F_{тр} = f_{ист}\,(N + Sp_0)$, где p_0 – добавочное давление, обусловленное силами межмолекулярного притяжения, которые быстро уменьшаются с увеличением расстояния между частицами; S – площадь контакта между телами; $f_{ист}$ – истинный коэффициент трения скольжения.

В некоторых случаях силы трения оказывают вредное действие, и поэтому их надо уменьшать. Для этого на трущиеся поверхности наносят смазку (сила трения уменьшается примерно в десять раз), которая заполняет неровности между этими поверхностями и располагается тонким слоем между ними так, что поверхности как бы перестают касаться друг друга, а отдельные слои жидкости начинают скользить относительно друг друга. Таким образом, внешнее трение твёрдых тел заменяется значительно меньшим внутренним трением жидкости. При небольших скоростях сила растёт линейно со скоростью

$$\vec{F}_{тр} = -k_1\vec{V},$$

(знак «минус» означает, что сила направлена противоположно скорости) (рис. 1.3, *г*).

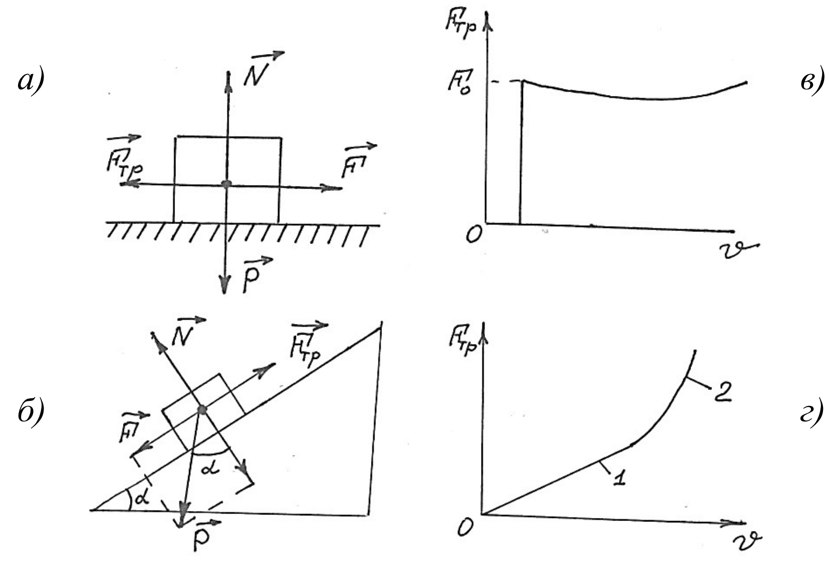


Рис. 1.3

Величина коэффициента k_1 зависит от формы и размеров тела, состояния его поверхности и от свойства среды, называемого вязкостью.

При больших скоростях линейный закон переходит в квадратичный, то есть сила начинает расти пропорционально квадрату скорости

$$\vec{F}_{тр} = -k_2 v^2\,\vec{e_v},$$

где $\vec{e_v}$ – орт скорости.

Величина коэффициента k_2 зависит от размеров и формы тела. Значение скорости, при котором один закон переходит в другой, зависит от формы и размеров тела, а также от вязких свойств и плотности среды.

Радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения (шариковые и роликовые подшипники и т. д.). Сила трения качения определяется по закону Кулона

$F_{\text{тр}} = f_k N / r,$

где r – радиус катящегося тела; f_k – коэффициент трения качения (он обратно пропорционален радиусу катящегося тела).

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Сформулируйте первый закон Ньютона.

Задание 2. Сформулируйте второй закон Ньютона. Приведите примеры его использования.

Задание 3. Сформулируйте третий закон Ньютона. Каковы границы его применимости?

Задание 4. Дайте определение силы и массы. Назовите их единицы измерения.

Задание 5. Чему равна сила упругости? Укажите направление этой силы.

Задание 6. Чему равен модуль ускорения автомобиля массой m = 1 т при торможении по горизонтальной поверхности, если коэффициент трения об асфальт равен f = 0,4? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1) 100 м/с^2; 2) 10 м/с^2; 3) 400 м/с^2; 4) 4 м/с^2.

Задание 7. Когда к пружине длиной l_1 = 13 см подвесили груз массой m = 1 кг, длина пружины стала равной l_2 = 15 см. Каков коэффициент жёсткости пружины?

1) 200 Н/м; 2) 300 Н/м; 3) 400 Н/м; 4) 500 Н/м.

Задание 8. Импульс материальной точки изменяется по закону (кг·м/с). Модуль силы (в ньютонах), действующей на точку в момент времени t = 4 с, равен

1) 34 Н; 2) 26 Н; 3) 40 Н; 4) 13 Н.

Задание 9. Тело массой m = 2 кг движется по плоскости таким образом, что зависимость его координат от времени имеет вид

$x(t) = 4\ t^2 + 5t - 2$, $y(t) = 3t^2 + 4t + 14$ (в системе СИ). При этом модуль равнодействующей приложенных к телу сил равен

1) 10 Н; 2) 18 Н; 3) 20 Н; 4) 24 Н.

Задание 10. На горизонтальной плоскости покоится тележка массой m = 20 кг, на которой стоит человек массой M = 60 кг. Если человек движется относительно тележки со скоростью v = 2 м/с, то тележка относительно Земли движется со скоростью (трением между тележкой и плоскостью пренебречь), равной

1) 1,5 м/с; 2) 3,0 м/с; 3) 4,5 м/с; 4) 6,0 м/с.

1.3. Вращательное движение твёрдого тела

Теоретический материал

Понятие абсолютного твёрдого тела. Система материальных точек. Центр инерции (центр масс). Момент силы. Момент импульса. Момент инерции. Теорема Штейнера. Основной закон динамики вращательного движения. Уравнение вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси (уравнение моментов). Кинетическая энергия вращающегося твёрдого тела. Неинерциальные системы отсчёта. Абсолютные и относительные скорость и ускорение. Силы инерции.

Абсолютно твёрдое тело – тело, расстояние между любыми точками которого неизменно. Это абстрактное понятие применяется в качестве тела отсчёта в системах отсчёта.

Центр масс. В механике Галилея – Ньютона из-за независимости массы от скорости импульс системы может быть выражен через скорость её центра масс. Центром масс (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая точка C, положение которой характеризует распределение массы этой системы. Её радиус-вектор равен

$$\vec{\mathbf{r}}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\mathbf{r}}_i}{m},$$

где m_i и $\vec{\mathbf{r}}_i$ – масса и радиус-вектор i-й материальной точки соответственно; n – число материальных точек в системе; $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ – масса системы.

Скорость центра масс равна

$$\vec{\mathbf{V}}_c = \frac{d\vec{\mathbf{r}}_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{\mathbf{r}}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\mathbf{V}}_i}{m}.$$

Учитывая, что $\vec{\mathbf{P}}_i = m_i \vec{\mathbf{V}}_i$, а $\sum_{i=1}^{n} \vec{\mathbf{P}}_i$ есть импульс $\vec{\mathbf{P}}$ системы, можно написать $\vec{\mathbf{P}} = m\vec{\mathbf{V}}_c$, то есть импульс системы равен произведению массы системы на скорость её центра масс.

Закон движения центра масс будет иметь вид

$$m\frac{d\vec{\mathbf{V}}_c}{dt} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \ldots + \vec{\mathbf{F}}_n,$$

то есть центр масс движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему.

Вращательное движение – движение, при котором две точки тела остаются всё время неподвижными. Прямая, проходящая через эти точки, называется *осью вращения*. Все точки твёрдого тела, лежащие на оси вращения, неподвижны. Вращательное движение твёрдого тела является плоским.

Пусть некоторая точка движется по окружности радиусом R

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловая скорость $\vec{\omega}$ направлена вдоль оси, вокруг которой вращается тело, в сторону, определяемую правилом правого винта, и представляет собой аксиальный псевдовектор. Псевдовекторы не имеют определённых точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения. Вращение с постоянной угловой скоростью называется *равномерным*. Для равномерного вращения угловая скорость определяется как $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$. Число оборотов в единицу времени равно

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = 2\pi\nu.$$

Для равнопеременного движения по окружности ($\varepsilon = const$)

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 – начальная угловая скорость; ε – угловое ускорение.

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t,$$

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Линейная скорость связана с угловой скоростью как

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} R\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega.$$

Для векторов $\vec{V}$ и $\vec{\omega}$ эта связь будет определяться радиус-вектором $\vec{r}$, проведённым из лежащего на оси вращения начала координат O.

Векторное произведение $[\vec{\omega}, \vec{r}]$ совпадает по направлению с вектором $\vec{V}$ и имеет модуль, равный $\omega r \sin\alpha = \omega R$. Следовательно, $\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$.

Для связи с линейным ускорением имеем

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R,$$

$$a_\tau = \frac{dV_\tau}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Модуль полного ускорения будет равен

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\omega^4 R^2 + R^2 \varepsilon^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}.$$

Момент инерции. Величину I, равную сумме произведений элементарных масс на квадраты их расстояний от некоторой оси, называют моментом инерции тела относительно данной оси

$$I = \sum m_i R_i^2.$$

Суммирование проводится по всем элементарным массам m_i, на которые можно разбить тело, то есть момент инерции – величина аддитивная.

Распределение массы в пределах тела можно охарактеризовать с помощью величины, называемой плотностью $\rho = m / V$. Для тела с неравномерно распределённой массой имеем

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}.$$

Тогда $\Delta m_i = \rho_i \, \Delta V_i$, и момент инерции можно представить как

$$I = \int R^2 dm = \int \rho R^2 dV.$$

Размерность момента инерции $[I]$ = кг·м^2.

Теорема Штейнера. Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штейнера: момент инерции тела I относительно любой оси вращения равен моменту его инерции I_c относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы m тела на квадрат расстояния между осями

$$I = I_c + ma^2.$$

В качестве примера определим момент инерции относительно оси прямого тонкого стержня, проходящей через его торец. Момент инерции относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец равен $I = ml^2 / 12$. Применяя теорему Штейнера, имеем

$$I_{z'z'} = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3}.$$

Кинетическая энергия вращения. Рассмотрим абсолютно твёрдое тело, вращающееся около неподвижной оси z, проходящей через него. Мысленно разобъём это тело на маленькие объёмы с элементарными массами m_i, находящиеся на расстоянии r_i от оси вращения. При вращении твёрдого тела относительно неподвижной оси отдельные его элементарные объёмы массами m_i опишут окружности различных радиусов r_i и будут иметь различные линейные скорости v_i. Так как имеем абсолютно твёрдое тело, то угловая скорость вращения этих объёмов одинакова

$$\omega = v_1 / r_1 = v_2 / r_2 = \ldots = v_n / r_n.$$

Кинетическую энергию вращающегося тела найдём как сумму кинетических энергий его элементарных объёмов

$$K_{\text{пост}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \cdots + \frac{m_n v_n^2}{2} = \sum \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Через угловую скорость $K_{\text{вр}} = \sum \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i r_i^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}$.

Для кинетической энергии тела, движущегося поступательно,

$$K_{\text{пост}} = mv^2 / 2.$$

Таким образом, момент инерции вращательного движения – мера инертности тела. Окончательно получаем, что кинетическая энергия вращающегося тела складывается из кинетических энергий поступательного и вращательного движений

$$K = K_{\text{пост}} + K_{\text{вр}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

Момент силы – величина, характеризующая вращательный эффект силы при её действии на твёрдое тело. Различают момент силы относительно центра (точки) и относительно оси.

Момент силы относительно центра O – величина векторная. Его модуль $M_0 = Fh$, где F – модуль силы, а h – плечо, то есть длина перпендикуляра, опущенного из O на линию действия силы; направлен вектор $\overrightarrow{M_0}$ перпендикулярно плоскости, проходящей через центр O и силу $\vec{F}$ в сторону, откуда поворот, вызываемый силой, виден против хода часовой стрелки (в правой системе координат).

С помощью векторного произведения момент сил выражается равенством $\overrightarrow{M_0} = [\vec{r}, \overrightarrow{F_0}]$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведённый из O в точку приложения силы. Размерность момента силы Н·м.

Момент силы относительно оси – величина алгебраическая, равная проекции на эту ось момента силы относительно любой точки O оси или же численной величине момента проекции F_{xy} силы $\vec{F}$ на плоскость xy, перпендикулярную оси z, взятой относительно точки пересечения оси с плоскостью, то есть $M_z = M_0 \cos\gamma = F_{xy}h_1$, или $M_z = -F_{xy}h_1$.

Знак «минус» берётся, когда поворот силы F с положительного направления оси z виден по ходу часовой стрелки. Момент силы относительно осей x, y, z может также вычисляться по формулам $M_x = yF_z - zF_y$, $M_y = zF_x - xF_z$, $M_z = xF_y - yF_x$, где F_x, F_y, F_z – проекции силы $\vec{F}$ на оси; x, y, z – координаты точки A приложения силы.

Момент импульса (количества движения) – одна из мер механического движения материальной точки или системы. Особенно важную роль играет при изучении вращательного движения. Моментом импульса материальной точки относительно неподвижной точки O (полюса) называется вектор $\vec{L}$, равный векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведённого из полюса O в место нахождения материальной точки, на вектор $\vec{P}$ её импульса $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{P}] = [\vec{r}, m\vec{V}]$, где m и $\vec{V}$ – масса и скорость материальной точки.

Моментом импульса системы относительно неподвижной точки O называется геометрическая сумма моментов импульса относительно той же точки O всех материальных точек системы

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} [\vec{r_i}, \vec{p_i}],$$

где $\vec{r_i}$, $\vec{p_i}$ – радиус-вектор и импульс i-й материальной точки, а n – общее число этих точек в системе.

Моментом импульса системы относительно неподвижной оси а называется величина L_a, равная проекции на эту ось вектора $\vec{L}$ момента импульса системы относительно какой-либо точки O, принадлежащей этой оси

$$L_a = \sum [r_i, mi\ V_i]_a.$$

Выбор положения точки O на оси a не влияет на численное значение L_a.

Момент импульса твёрдого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц $L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i r_i$. Используя формулу $v_i = \omega\ r_i$, получим $L_z = I_z\ \omega$. Таким образом, момент импульса твёрдого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость. Продифференцируем это уравнение по времени

$$\frac{dL_z}{dt} = I_z \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = I_z \boldsymbol{\varepsilon} = M_z \text{, то есть } \frac{dL_z}{dt} = M_z .$$

Это выражение – ещё одна форма уравнения (закона) динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси: производная момента импульса твёрдого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

Можно показать, что имеет место векторное равенство

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}.$$

Неинерциальные системы отсчёта. Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчёта. Для неинерциальной системы отсчёта второй закон Ньютона запишется в виде

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}},$$

где a' – ускорение в неинерциальной системе отсчёта, называемое относительным; $\vec{F}_{\text{ин}} = m(\vec{a}' + \vec{a})$ – силы инерции, которые обусловливают различие между абсолютным a' (ускорение относительно инерциальной системы отсчёта) и относительным $\vec{a}'$ ускорениями.

$$\vec{F}_{ин} = -m\ \vec{a}_0 .$$

Центробежная сила инерции. Рассмотрим диск, вращающийся вокруг перпендикулярной к нему вертикальной оси Z' с угловой скоростью $\vec{\omega}$. Вместе с диском вращается надетый на спицу шарик, соединённый с центром диска пружиной. Шарик занимает на спице такое положение, при котором сила натяжения пружины $\overrightarrow{F_{пр}}$ оказывается равной произведению массы шарика на его ускорение $\vec{a} = -\overrightarrow{\omega^2} R$. Тогда

$$\overrightarrow{F_{пр}} = -m\overrightarrow{\omega^2} R.$$

Относительно системы отсчёта, связанной с диском, шарик покоится. Силу инерции, возникающую во вращающейся (по отношению к инерциальным системам) системе отсчёта, называют центробежной силой инерции

$$\overrightarrow{F_{цб}} = m\overrightarrow{\omega^2}\vec{R}.$$

Силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчёта. Пусть шарик массой m движется с постоянной скоростью v' вдоль радиуса равномерно вращающегося диска (v' = const; ω = const; $v' \perp \omega$) (рис. 1.4). Если диск не вращается, то шарик, направленный вдоль радиуса, будет двигаться по радиальной прямой и попадаёт в точку A, если же диск привести во вращение в направлении, указанном стрелкой, то шарик скатится по кривой OB, причём его скорость v' относительно диска изменит своё направление. Это возможно лишь в том случае, когда на шарик действует сила, перпендикулярная скорости v'. Сила $\vec{F}$ (для желоба) уравновешивается приложенной к шарику силой инерции $\overrightarrow{F_k}$, перпендикулярной v'. Эта сила называется *кориолисовой силой инерции*

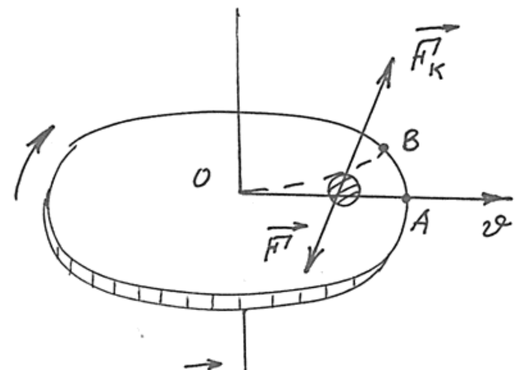


Рис. 1.4

$$\overrightarrow{F_k} = 2m\,[\vec{v}, \vec{\omega}].$$

Сила Кориолиса (Г. Г. Кориолис (1792 – 1843) – французский физик и инженер) действует только на тела, движущиеся относительно вращающейся системы отсчёта, например относительно Земли. Движущиеся по поверхности Земли люди не замечают этой силы потому, что её величина мала вследствие сравнительно медленного вращения Земли. Однако именно сила Кориолиса приводит к тому, что все реки, текущие в Северном полушарии в самых разных направлениях, подмывают сильнее правые берега, а в Южном – левые. Сила Кориолиса исчезает только в том случае, когда скорость предмета направлена вдоль оси вращения системы. Наоборот, если движение происходит в перпендикулярном направлении, сила Кориолиса максимальна.

Основной закон динамики для неинерциальной системы отсчёта

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \overrightarrow{F_{\text{ин}}} + \overrightarrow{F_{w,}} + \overrightarrow{F_{\text{к}}}.$$

Следует отметить, что силы инерции вызываются не взаимодействием тел, а ускоренным движением системы отсчёта. Поэтому они не подчиняются третьему закону Ньютона, так как если на какое-либо тело действует сила инерции, то не существует противодействующей силы, приложенной к данному телу.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Сформулируйте понятие абсолютно твёрдого тела, центра масс (центра инерции).

Задание 2. Какое движение называется вращательным? Каковы характеристики вращательного движения?

Задание 3. Дайте определение момента инерции абсолютно твёрдого тела.

Задание 4. Сформулируйте теорему Штейнера.

Задание 5. Дайте определение момента силы и момента импульса материальной точки относительно некоторой оси.

Задание 6. К валу приложен вращающийся момент M = 100 Н·м. На вал насажено колесо диаметром d = 0,5 м. Какую минимальную касательную тормозящую силу следует приложить к ободу колеса, чтобы колесо не вращалось?

1) 400 Н; 2) 200 Н; 3) 800 Н; 4) 100 Н.

Задание 7. Тело вращается вокруг неподвижной оси. Скорость точки, находящейся на расстоянии $l = 5$ см от оси, изменяется со временем в соответствии с графиком, представленным на рис. 1.5.

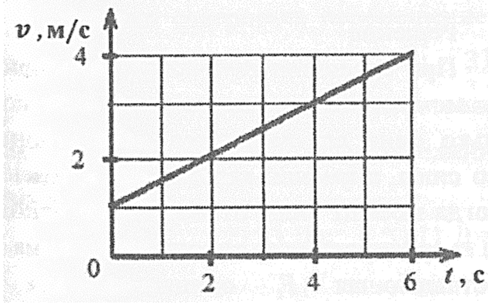


Рис. 1.5

Зависимость угловой скорости тела от времени (в единицах СИ) задаётся уравнением

1) $\omega = 20 + 10t$; 2) $\omega = 0{,}1(1 + 0{,}5t)$;

3) $\omega = 10 + 7{,}5t$; 4) $\omega = 0{,}1(1 + 7{,}5t)$.

Задание 8. Материальная точка массой $m = 1{,}5$ кг движется по окружности с постоянной по модулю скоростью $v = 10$ м/с. За время $t = T / 6$, где T – период обращения точки по окружности, модуль изменения импульса тела равен

1) 2,5 кг · м/с; 2) 5,0 кг · м/с; 3) 7,5 кг · м/с; 4) 15,0 кг · м/с.

Задание 9. Стержень длиной l и массой m вращается относительно оси, проходящей через конец стержня. Определите момент инерции стержня относительно этой оси.

1) $ml^2 / 2$; 2) $ml^2 / 3$; 3) ml^2; 4) $ml^2 / 12$.

Задание 10. Момент импульса вращающегося тела изменяется по закону $L = \alpha t^2$, где α – некоторая положительная константа. Зависимость от времени момента сил, действующих на тело, определяется графиком (рис. 1.6)

1) 1; 2) 2; 3) 3.

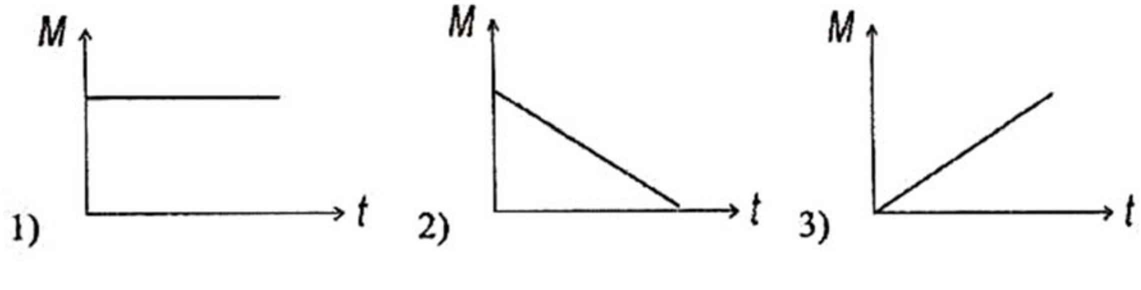


Рис. 1.6

1.4. Законы сохранения

Теоретический материал

Консервативные и неконсервативные силы. Значение и содержание законов сохранения в механике. Закон сохранения энергии в механике. Консервативная и диссипативная системы. Однородность времени. Однородность пространства. Закон сохранения импульса. Закон сохранения момента импульса. Изотропия пространства. Работа, энергия, мощность. Связь между потенциальной энергией и силой. Понятие силового поля. Связь между кинетическими энергиями в различных системах отсчёта.

Консервативные и неконсервативные силы. Все силы, встречающиеся в макроскопической механике, принято разделять на консервативные и неконсервативные.

Рассмотрим следующий пример. Самолёт с грузом взлетел в Москве и приземлился в Якутске. Затем такой же самолёт с таким же грузом взлетел в Якутске и приземлился в Москве. Ничего не изменилось. Где был груз, там и остался. В консервативной системе результирующая работа была бы равна нулю (работа по замкнутому контуру равна нулю). Но условия таковы, что присутствует диссипация (утечка) энергии. Работа на преодоление сопротивления воздуха $A^{\text{дис}}$

$$d\,A_{12}^{дис} = F_{\text{сопр}}\,dL.$$

Так как $\overrightarrow{F_{сопр}} = -\,\alpha\vec{V}$, где $\vec{V}$ – скорость, α – коэффициент пропорциональности (динамической вязкости), то ясно, что выигрыш в скорости (во время перевозки) приводит к сильным энергетическим потерям, так как $A^{\text{дис}}$ всегда отрицательна по отношению к полной энергии. Решают это так: уменьшают α за счёт высоты подъёма (уменьшается плотность воздуха), но тогда появляются консервативные силы

$$A^{\text{конс}} = mgh + \frac{mV^2}{2}.$$

Если направление силы, действующей на частицу, проходит через центр, а величина силы зависит только от расстояния до этого центра, то поле сил, обладающее такими свойствами, называется *центральным*, то есть сила называется центральной, если она направлена к одной и той же точке (или от нее) и зависит только от расстояния до этой точки. Эта точка называется *центром сил*, или *силовым центром*.

Поле только центральных сил является консервативной системой. Работа центральных сил не зависит от способа (или «пути») перехода системы из начальной конфигурации в конечную.

Если силы взаимодействия зависят только от конфигурации материальных точек системы (то есть от их координат) и работа этих сил при перемещении системы из произвольного начального положения в произвольное конечное положение не зависит от пути перехода, а определяется только начальной или конечной конфигурацией системы, то такие силы называются *консервативными*.

Следствие: работа консервативных сил по замкнутому контуру равна нулю.

Все остальные силы *неконсервативные*, к ним, прежде всего, относятся диссипативные силы (трения, сопротивления и т. п.). Все эти силы зависят не только от расположения тел, но и от их относительных скоростей (в среде). Сила всегда направлена против вектора скорости тел. Значит, полная работа диссипативных сил при любых движениях в замкнутой системе всегда отрицательна. К неконсервативным силам относятся гироскопические силы. Эти силы зависят от скорости материальной точки и действуют всегда перпендикулярно вектору этой скорости.

Потенциальная энергия. Если на систему действуют только консервативные и гироскопические силы, то для неё можно ввести понятие потенциальной энергии. При этом любое произвольное (удобное для решения задачи) положение системы, характеризующееся заданием координат её материальных точек, условно принимают за нулевое. Работа, совершаемая консервативными силами при переходе системы из рассматриваемого положения в нулевое, называется *потенциальной энергией системы в первом положении*.

Потенциальная энергия системы U является функцией только её координат, так как работа консервативных сил зависит не от пути перехода, а только от начальных и конечных координат.

Если в нулевом положении потенциальную энергию считать нулевой нельзя, то необходимо говорить о разности потенциалов энергий в двух положениях. Таким образом, потенциальная энергия системы определена не однозначно, а с точностью до произвольной постоянной и выполняет роль скалярного потенциала в основном поле. Пусть система перешла из положения 1 в положение 2 по пути 12. Работу A_{12}, совершённую консервативными силами, при таком переходе можно выразить через потенциальную энергию U_1 и U_2 в состояниях 1 и 2. Представим, что этот переход осуществлён через нулевое положение 0, то есть по 102. Так как силы консервативны, то

$A_{12} = A_{102} = A_{10} + A_{02} = A_{10} - A_{20}$.

По определению потенциальной энергии

$U_1 = A_{10} + C$; $U_2 = A_{20} + C$,

где C – одна и та же аддитивная постоянная. Тогда $A_{12} = U_1 - U_2$, то есть работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии системы.

Также работа A_{12} может быть выражена через приращение кинетической энергии. Тогда

$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$ и $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$.

Сумма кинетической и потенциальной энергий системы называется полной энергией

$E = K + U = \mathrm{const}$.

В системе с одними только консервативными (гироскопическими) силами полная энергия остаётся неизменной. Могут происходить лишь превращения потенциальной энергии в кинетическую и обратно, но полный запас энергии системы изменяться не может. Это положение называется *законом сохранения энергии в механике*.

Потенциальная энергия U в некоторых простейших случаях может быть:

а) потенциальной энергией в однородном поле тяжести

$A = mgh$ при $h_0 = 0$; $U = mgh$ при $c = 0$;

б) потенциальной энергей растянутой пружины. Упругие силы, возникающие при растяжении или сжатии пружины, являются центральными. Поэтому они консервативны, а значит, при возвращении пружины из деформированного состояния в недеформированное сила совершает работу

$$A = \int_0^x F dx = k\int_0^x x dx = \frac{1}{2}kx^2.$$

Если считать энергию пружины в деформированном состоянии равной 0, то

$$U = \frac{1}{2}kx^2;$$

в) потенциальный энергией гравитационного притяжения двух материальных точек. Силы гравитационного притяжения, как силы центральные, являются консервативными. При перемещении массы m из бесконечности гравитационные силы совершают работу

$$A = \int_{z}^{\infty} G\frac{Mm}{r^2}dr = G\frac{Mm}{r},$$

где r – расстояние между массами M и m в конечном состоянии.

Эта работа равна убыли потенциальной энергии $A = U(\infty) - U(r)$, обычно принимают $U_\infty = 0$ и при таком соглашении

$$U = -G\frac{Mm}{r};$$

потенциальная (запасённая) энергия максимальна в ∞, а так как мы принимаем $U_\infty = 0$, то очевидно, что при уменьшении r потенциальная энергия будет убывать. Поэтому и получается знак «минус».

Допустим, что в системе наряду с консервативными и гироскопическими силами действуют также и диссипативные силы. Работа

$A_{12} = K_2 - K_1$, или $A_{12} = A_{12}^{конс} + A_{12}^{дис}$,

но $A_{12} = U_1 - U_2$. Тогда $A_{12} = U_1 - U_2 + A_{12}^{дис}$, или $K_1 - K_2 = U_1 - U_2 + A_{12}^{дис}$, или $E_2 - E_1 = A_{12}^{дис}$. Ясно, что $A_{12}^{дис}$ отрицательна.

Другое рассуждение. Пусть $A_{12}^{дис} = 0$, тогда справедливо $K + U = E = \text{const}$. Но $K \geq 0$, следовательно, $E \geq U$. Этим и определяется область изменения всех координат системы, в котором она может (разрешено законом сохранения энергии в механике) находиться при заданной E.

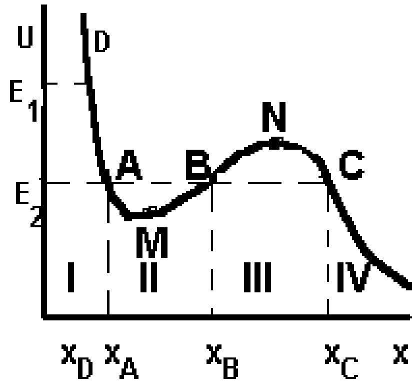


Рис. 1.7

Рассмотрим следующий пример (рис. 1.7). Дана траектория частицы в координатах $U(x)$ (потенциальная кривая). Пусть $U = E_1$. Тогда частица может находиться (двигаться) в области II или IV. Область BNC – потенциальный барьер. В области II частица будет совершать финитное движение, то есть движение, проходящее в ограниченной области пространства. Она окажется запертой в потенциальной яме AMB, где x_A и x_B – точки поворота. Если частица находится в области IV, то движение будет инфинитным – частица будет уходить (после поворота в точке x_C) в бесконечность.

Если поднять уровень $E_2 = U$, то для частицы окажется доступной область пространства правее E_D. Например: если представить себе гладкую дорожку с рельефом указанной кривой, положить в точке D шарик и обеспечить нулевой коэффициент трения скольжения (шарик не теряет энергию на вращения), то он преодолеет потенциальный барьер BNC и сможет уйти в бесконечность.

Закон сохранения импульса. Рассмотрим некую замкнутую систему N взаимодействующих частиц. Сумму импульсов частиц, образующих механическую систему, называют *импульсом системы*

$$\vec{\mathbf{P}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{P}_i} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{\mathbf{V}_i}, \qquad \frac{d}{dt}\vec{\mathbf{P}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{F}_i}.$$

При отсутствии внешних сил

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = 0.$$

Следовательно, для замкнутой системы $\vec{P}$ = const: P_x = const; P_y = const; P_z = const.

Таким образом, закон сохранения импульса гласит: импульс замкнутой системы материальных точек постоянен.

Пример применения законов сохранения импульса и энергии – удар абсолютно упругих и неупругих тел.

Удар – это кратковременное взаимодействие двух или более тел. *Абсолютно упругий удар* – столкновение двух тел, в результате которого с телами не происходит никаких деформаций. Для абсолютно упругого удара выполняется закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются и начинают двигаться как единое целое (шары из пластилина). При абсолютно неупругом ударе закон сохранения энергии не выполняется. Вследствие деформации происходит потеря кинетической энергии, перешедшей в тепловую или другие виды энергии.

Закон сохранения момента импульса. Момент импульса замкнутой системы относительно любой неподвижной точки не изменяется с течением времени, то есть

$\frac{d\vec{L}}{dt}=0$ и $\vec{L}$ = const.

L_x = const; L_y = const; L_z = const.

Соответственно, момент импульса замкнутой системы относительно её центра инерции не изменяется с течением времени

$\frac{dL_c}{dt}$ = 0 и L_c = const.

Этот закон связан с определённым свойством симметрии пространства – его *изотропностью*. Изотропность пространства проявляется в том, что физические свойства и законы движения замкнутой системы зависят от выбора направления осей координат инерциальной системы отсчёта, то есть не изменяются при повороте в пространстве замкнутой системы, как целого, на любой угол.

В настоящее время известно, что моментом импульса могут обладать не только частицы и тела, но и поля, причём элементарные частицы (атомные ядра) могут иметь момент импульса, не связанный с движением этих частиц в пространстве, который называется их *спином*.

Связь между потенциальной энергией и силой. Взаимодействие тел можно описать либо с помощью сил, либо с помощью потенциальной энергии как функции координат взаимодействующих частиц. В макроскопической механике применимы оба способа. Первый обладает несколько бóльшей областью, так как он применим и к таким силам (сила трения), для которых нельзя ввести потенциальную энергию. Второй же способ применим только к консервативным силам. В квантовой механике (микромир) диссипативных сил нет, поэтому в ней для описания взаимодействия применяется исключительно второй способ.

Рассмотрим следующую материальную точку, находящуюся в силовом поле неподвижных тел. Если силы консервативные, то можно ввести потенциальную энергию, которой обладает материальная точка в рассматриваемом силовом поле. Величина U будет функцией $\vec{r}$ этой точки или её координат x, y, z. Пусть точка претерпела произвольное бесконечно малое перемещение $d\vec{r}$ под действием силы $\vec{F}$. Работа силы при таком перемещении будет равной убыли потенциальной энергии

$\vec{F}d\vec{r} = -\,dU$, или

$F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\,dU.$

Если координатные оси выбраны нами так, что одна из них (X) совпадает с перемещением $\vec{r}$, то $F_x dx = -(dU)_{yz}$. Индексы y, z означают, что при дифференцировании они должны быть постоянными.

Величины, получающиеся в результате точного дифференцирования, называются *частными производными* и обозначаются

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x};\ F_y = -\frac{\partial U}{\partial y};\ F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Эти три формулы можно объединить в одну и записать следующее:

$$\overrightarrow{F} = -\operatorname{grad} U,$$

где $\operatorname{grad} U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$, а $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы осей.

Чаще применяется другая форма записи $\vec{F} = (\nabla U)$, где ∇ («набла») – оператор Гамильтона (У. Р. Гамильтон (1805 – 1865) – ирландский математик и физик);

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}.$$

Изобразим это математическое понятие графически. Представим себе некую поверхность как геометрическое место точек с одинаковой потенциальной энергией. Ясно, что если есть такие условия, то одну из координатных осей можно совместить с $\vec{n}$, тогда $\operatorname{grad} U = \frac{\partial U}{\partial n}\vec{n}$, а вектор силы $\vec{F}$ будет направлен в противоположную сторону. Таким образом, потенциальная энергия выполняет роль потенциала в поле центральных сил.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Сформулируйте закон сохранения импульса и закон сохранения момента импульса.

Задание 2. Что называется механической мощностью? Чему равны средняя и мгновенная мощности при неравномерном движении?

Задание 3. Дайте определение потенциальной энергии. Приведите примеры.

Задание 4. Как определяется кинетическая энергия катящегося тела?

Задание 5. В каких единицах измеряется импульс и момент импульса в системе СИ?

Задание 6. Сплошной цилиндр радиусом R = 10 см и массой m = 2 кг катится по наклонной плоскости со скоростью v = 0,5 м/с. Определите кинетическую энергию цилиндра.

1) 1,500 Дж; 2) 0,275 Дж; 3) 0,500 Дж; 4) 0,100 Дж.

Задание 7. Постоянная сила F = 5 Н, приложенная по касательной к твёрдому шару радиусом r = 1 см, заставляет шар совершать один полный оборот вокруг своей оси. Работа этой силы равна

1) 3,140 Дж; 2) 0,628 Дж; 3) 0,314 Дж; 4) 0,100 Дж.

Задание 8. Шар движется со скоростью V (относительно Земли) и сталкивается с точно таким же шаром. Если второй шар перед столкновением двигался навстречу с такой же по модулю скоростью (относительно Земли), что и первый, то после неупругого столкновения скорость их совместного движения будет равна

1) 0; 2) 0,50 V; 3) 0,65 V; 4) 0,70 V .

Задание 9. Частица совершила перемещение по некоторой траектории из точки 1 с радиус-вектором в точку 2 с радиус-вектором. При этом на неё действовала сила (радиус-векторы и сила заданы в единицах СИ). Работа, совершённая силой, равна

1) 26 Дж; 2) 23 Дж; 3) 11 Дж; 4) 32 Дж.

Задание 10. При подъёме груза со скоростью v = 0,5 м/с угловая скорость барабана лебёдки диаметром d = 0,1 м равна

1) 25 рад/с; 2) 20 рад/с; 3) 10 рад/с; 4) 30 рад/с.

1.5. Элементы механики жидкостей и газов

Теоретический материал

Жидкости и газы. Уравнение Эйлера. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли. Формула Стокса. Системы уравнений газодинамики. Ламинарный и турбулентный режимы течения. Циркуляция скорости. Потенциальное и вихревое движения. Движение тел в жидкостях и газах. Теорема Жуковского.

Изучение механики жидкостей и газов сводится к рассмотрению течения жидкостей, газов, для чего хорошо известные законы механики применяются к сплошной среде. *Сплошная среда* – это среда, в которой при движении изменяемой среды (жидкости, газа) можно пренебречь её молекулярной структурой. Тогда течение жидкостей и газов задаётся полями скоростей. *Поле* – это пространство, каждой точке которого можно приписать значение некоторой величины. Поле – сплошная среда. Поэтому механика сплошных сред целиком пользуется теорией поля.

Обычно в механике сплошных сред (например, в газовой динамике) в качестве уравнений выступают функции скорости. Берутся проекции скоростей

$$\left.\begin{aligned} V_x &= f_1(x, y, z, t) \\ V_y &= f_2(x, y, z, t) \\ V_z &= f_3(x, y, z, t) \end{aligned}\right\}$$

Это пространственное течение. Есть три пространственные координаты и временная координата. Если отсутствует время t, то это *стационарное течение* $V = f(x, y, z)$.

Плоское неустановившееся течение $V = f(x, y, t)$.

Плоское установившееся течение $V = f(x, y)$.

Одномерное течение $V = f(x, t)$.

Мы будем изучать именно такую механику сплошных сред. Дадим несколько определений, которыми оперирует механика сплошных сред.

Идеальная жидкость – воображаемая жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения.

Несжимаемая жидкость – жидкость, плотность которой всюду одинакова и не изменяется со временем.

Один из основных параметров, которым оперирует механика жидкости и газа, – *давление*. Это физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади, называемой давлением P жидкости

$P = \Delta F / \Delta S$.

Единица измерения давления – 1 Па = 1 Н / 1 м^2.

Задачи механики жидкостей и газов. К наиболее важным задачам можно отнести следующие.

1. Определение усилий, действующих на тела, движущиеся в жидкости (сила торможения парашюта, расчёт мачт линий электропередач, антенн и тому подобное на ветровую нагрузку).

2. Определение выгодных форм тел (автомобиля, самолета, корабля).

3. Определение характера течения в каналах, трубах.

4. Изучение законов распространения волн как звуковых, так и детонационных (или ударных – когда скорость волны больше скорости звука).

Уравнение Эйлера. Уравнение течения в форме Эйлера (Л. Эйлер (1707 – 1783)) представляет собой второй закон Ньютона, записанный для единичной массы жидкости. Оно связывает силы, ускорения и градиент давления. Градиент давления может вызывать изменение скорости или создавать силы, и наоборот. Например, если мы будем тормозить поток, то возникнет градиент давления.

Пусть у нас есть бесконечно малый элемент жидкости с размерами $dxdydz$. На элемент слева действует давление P, на элемент справа действует $P + dP$.

Какая сила действует на элемент жидкости? Сила, равная давлению, умноженному на площадь. На элемент вдоль оси X действует положительная сила слева и отрицательная (против оси) сила справа.

Сложим их с учётом знака:

$f_p = Pdydz - (P + dP)dydz;$

$f_p = - dPdydz.$

Умножим и поделим на dx:

$f_p = -(dPdxdydz) / dx = -V(dP) / dx,$

так как $dxdydz$ – объём V элемента жидкости.

Уравнение движения в форме Эйлера для упрощения записывается для массы жидкости, равной единице (единичной массы) $m = 1$. Поскольку $m = \rho V$ и в то же время $m = 1$, то

$V = 1 / \rho.$

Тогда мы получаем $f_p = -(dP / dx) / \rho$, где dP / dx – градиент давления.

Запишем второй закон Ньютона при $m = 1$: $F = a = dV / dt$.

На элемент объёма могут действовать не только силы, связанные с давлением, но и другие внешние силы f (например, сила тяжести). Тогда $\sum F = f + f_p = dV / dt$, или, подставив f_p, получим

$dV / dt = f - (dP / dx) / \rho.$

Мы получили уравнение движения жидкости для единичной массы в форме Эйлера. Следует иметь в виду, что в ряде случаев необходимо учитывать и другие силы, действующие на жидкость. Это силы трения, магнитные и электрическое силы и т. д. В этих случаях нужно к правой части добавлять все эти силы. Величина f в правой части есть сумма всех внешних сил, действующих на единичную массу жидкости в интересующей нас точке пространства.

Уравнение неразрывности. Уравнение неразрывности (сплошности) представляет собой закон сохранения массы. Рассмотрим непроницаемую для жидкости трубу переменного сечения (трубку тока). Параметры втекающей жидкости ρ_1, P_1, V_1. Параметры вытекающей жидкости ρ_2, P_2, V_2. Сечение на входе – S_1, на выходе – S_2. Поскольку труба непроницаема, то закон сохранения массы – уравнение сплошности – записывается как $m_1 = m_2$.

Втекает $V_1 = V_1S_1$, $m_1 = V_1\rho_1$.

Вытекает $V_2 = V_2\, S_2$, $m_2 = V_2\, \rho_2$.

Отсюда ясно, что если $m_1 = m_2$, то $\rho_1V_1S_1 = \rho_2\, V_2S_2$.

Поскольку сечения 1 и 2 выбраны произвольно, то это выражение справедливо для любого сечения, значит

$\rho VS = \text{const}$.

Это для сжимаемой жидкости. Для несжимаемой жидкости плотность – величина постоянная и, следовательно, $VS = \text{const}$.

Уравнение Бернулли. Оно представляет собой закон сохранения для несжимаемой тяжёлой жидкости. Если меняется один из видов энергии, то обязательно должны меняться соответствующим образом один или несколько других видов энергии

$P / \rho + gH + V^2 / 2 = \text{const}$, или

$(\rho V^2) / 2 + \rho gh + P = \text{const}$.

Здесь первое слагаемое – динамическое давление; второе – гидростатическое давление; третье – статическое давление, то есть давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела. В случае горизонтальной трубы ($h_1 = h_2$) уравнение Бернулли приобретает вид

$(\rho V^2) / 2 + P = \text{const}$.

Формула Стокса. При небольших скоростях движения жидкости сопротивление среды обусловлено практически только силами трения. Английский физик Джордж Стокс (1819 – 1903) установил, что сила сопротивления в этом случае пропорциональна коэффициенту динамической вязкости η, скорости движения тела относительно жидкости и характерному размеру тела l: $F \sim \eta lv$. Коэффициент пропорциональности зависит от формы тела. Для шара, если в качестве l взять радиус шара r, коэффициент пропорциональности оказывается равным

6π. Следовательно, сила сопротивления движению шарика в жидкостях при небольших скоростях в соответствии с формулой Стокса равна

$$F = 6\pi\eta r v.$$

Режимы течения. Существует два режима течения жидкостей. Если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, то течение называется *ламинарным* (слоистым), а если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости, то мы имеем *турбулентное* течение (вихревое).

Профиль усреднённой скорости при турбулентном течении в трубах отличается от параболического профиля при ламинарном течении более быстрым возрастанием скорости у стенок трубы и меньшей кривизной в центральной части течения. Течения, которые могут быть получены друг из друга простым изменением масштаба измерения координат и скоростей, называются *подобными*.

Английский учёный О. Рейнольдс (1842 – 1912) в 1883 г. установил, что характер течения зависит от безразмерной величины. Позже эту величину назвали его именем

$$Re = \rho \langle v \rangle d / \eta.$$

При малых значениях числа Рейнольдса ($Re \le 1000$) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области $1000 \le Re \le 2000$, а при $Re = 2300$ течение турбулентное. Эти значения справедливы для гладких труб.

Циркуляция скорости. Циркуляция – математическое понятие, применимое к любому вектору. Пусть имеется контур L в поле скоростей $\vec{V}$. Циркуляцию вектора $\vec{V}$ по контуру L обозначим Г. Элементарной циркуляцией на отрезке $d\vec{L}$ контура L называется скалярное произведение векторов $\vec{V}$ и $d\vec{L}$. Для того чтобы придать отрезку $d\vec{L}$ направление, будем считать положительным направление обхода, когда контур оказывается слева (против часовой стрелки). Тогда $d\Gamma = \vec{V}d\vec{L} = VdL\cos\vec{V}, d\vec{L} = VdL\cos\alpha$. Если нужно найти циркуляцию по всему контуру L, то мы должны просуммировать dL по всем элементам контура, то есть взять интеграл

$$\Gamma = \oint_L VdL \cos \alpha.$$

Для симметричных потоков циркуляция равна нулю. Например для цилиндра, находящегося в потоке газа.

Системы, в которых циркуляция равна нулю, называют *потенциальными* (потенциальное движение). Если циркуляция не равна нулю, то мы имеем дело с вихревым движением. Вихревое движение – это плоское течение жидкости, когда частицы последней вращаются по концентрическим окружностям с одной и той же угловой скоростью. В этом случае для окружности радиусом r циркуляция равна $\Gamma = 2\pi r v$, или $\Gamma = 2\pi r^2\omega$, а отношение к площади контура равно

$$\frac{\Gamma}{\pi r^2} = 2\omega$$

и не зависит от радиуса. В этом случае берут предел

$$\lim_{r-0} \frac{\Gamma}{\pi r^2} = 2\omega .$$

Этот предел называют вихрем, или ротором скорости $\vec{V}$.

Теорема Жуковского. В 1904 г. Н. Е. Жуковским (1847 – 1921) (уроженцем Владимирской губернии, в настоящее время Собинский район, д. Орехово) была сформулирована теорема о подъёмной силе, действующей на тело, находящееся в плоскопараллельном потоке жидкости или газа. Она обусловлена связанными с обтекаемым телом вихрями (так называемыми присоединёнными вихрями), причиной возникновения которых является вязкость жидкости. Математически подъёмная сила равна

$F_y = \rho v \Gamma$.

Если циркуляция Г при обтекании отлична от нуля, то для такого профиля крыла возникает подъёмная сила F_y. Для звуковых и сверхзвуковых скоростей обтекания в общем виде теорема Жуковского не может быть доказана.

С помощью теоремы Жуковского могут быть вычислены подъёмная сила крыла конечного размаха, тяга гребного винта и т. п.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Что называют линией тока? Трубкой тока?

Задание 2. Сформулируйте уравнение течения в форме Эйлера.

Задание 3. Запишите уравнение неразрывности. К каким средам оно применимо?

Задание 4. Запишите уравнение Бернулли для частных случаев:

а) жидкость неподвижна;

б) трубка расположена горизонтально.

Задание 5. Сформулируйте теорему Жуковского.

Задание 6. Канал шириной b = 10 м и глубиной h = 5 м наполнен водой и перегорожен плотиной. С какой силой вода давит на плотину? Плотность воды принять равной ρ = 1000 кг/м^3.

1) $2{,}50 \cdot 10^6$ Н; 2) $1{,}25 \cdot 10^6$ Н; 3) $0{,}50 \cdot 10^6$ Н; 4) $5{,}00 \cdot 10^4$ Н.

Задание 7. Сосуд квадратного сечения (сторона квадрата a = 20 см) заполнен водой до высоты h = 40 см. Сила давления на боковую стенку сосуда равна

1) 1,6 Н; 2) 3,2 Н; 3) 160 Н; 4) 320 Н.

Задание 8. При переходе из моря в реку с корабля сняли груз, при этом осадка судна не изменилась. Масса корабля с оставшимся грузом составляет m_1 = 4000 т, плотность морской воды равна ρ_1 = 1030 кг/м^2, речной – ρ_2 = 1000 кг/м^2. Чему равна масса снятого груза?

1) 120 т; 2) 240 т; 3) 360 т; 4) 480 т.

Задание 9. В подводной части речного судна ниже уровня воды на глубине h = 2 м образовалась пробоина, площадь которой составляет S = 40 см^2. Чтобы удержать заплату, закрывающую отверстие с внутренней стороны корабля, к ней следует приложить силу, минимальная величина которой равна

1) 20 Н; 2) 80 Н; 3) 120 Н; 4) 160 Н.

Задание 10. Определите лобовое сопротивление самолёта, имеющего крылья площадью S = 20 м^2, если давление воздуха под крылом ρ_1 = 9,8 Н/см^2, над крылом – ρ_2 = 9,7 Н/см^2. Лобовое сопротивление в 20 раз меньше подъёмной силы.

1) 2000 Н; 2) 200 Н; 3) 900 Н; 4) 1000 Н.

II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Теоретический материал

Основные положения молекулярно-кинетической теории вещества. Микро- и макросостояния системы. Макроскопические параметры. Понятие идеального газа. Молекулярно-кинетическое толкование температуры. Число степеней свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа. Закон равнораспределения энергии. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева).

Основные положения молекулярно-кинетической теории вещества. Мы начинаем анализ свойств вещества с физической точки зрения. Моделью материального тела является совокупность атомов и молекул, свойства, законы движения и взаимодействия которых известны. Агрегатное состояние вещества определяется соотношением между средней кинетической энергией $\langle K \rangle$ и средней потенциальной энергией $|\langle U \rangle|$ взаимодействия молекул:

1) у газов $\langle K \rangle \gg |\langle U \rangle|$;

2) жидкостей $\langle K \rangle \cong |\langle U \rangle|$;

3) твёрдых тел $\langle K \rangle \ll |\langle U \rangle|$.

(Берётся модуль потенциальной энергии, так как принято считать, что U притяжения отрицательна.)

Модель идеального газа. Эта модель, предложенная в 1847 г. английским учёным Джоном Герапатом (1790 – 1868), является наиболее простой моделью системы многих частиц. Это газ, состоящий из точечных материальных частиц с конечной массой, между которыми отсутствуют силы, действующие на расстоянии, и которые сталкиваются между собой по законам соударения шаров. Соударения происходят между собой по законам абсолютно упругого удара. Других способов взаимодействия нет. Потенциал межмолекулярного взаимодействия для идеального газа представлен на рис. 2.1.

Методы изучения систем многих частиц. Изучение заключается в том, что, зная координаты и скорости всех частиц в некоторый момент времени, мы можем вычислить их положения и скорости в последующие моменты времени.

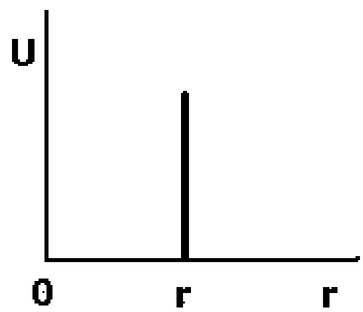


Рис. 2.1

Динамический метод. Вся эта информация необозрима для мысленного восприятия, и даже простая её фиксация превосходит возможности любых технических средств, не говоря уже о технической неосуществимости её обработки. Более того, информация об отдельных частицах в своей непосредственной форме непригодна для теоретического анализа и бесполезна с практической точки зрения.

Это обусловлено тем, что каждая молекула при нормальных условиях испытывает примерно 10^9 столкновений в секунду. Поэтому если изменить только направление скорости и только одной молекулы, то через ($n \times 10^9$ с) изменятся скорости у двух других молекул, а следовательно, изменятся и их положения.

Очевидно, что такая форма информации непригодна и динамический метод эффективен только в применении к системам с небольшим числом степеней свободы. Большинство же физических систем имеют громадное число степеней свободы и могут изучаться только статистическим методом.

Статистический метод. Для изучения системы многих частиц информация должна иметь обобщённый характер и относиться не к отдельным частицам, а к совокупности большого числа частиц. Кроме того, и квантово-механические закономерности по своей природе являются статистическими. Поэтому этот метод можно и нужно применять и при небольшом количестве частиц.

Термодинамический метод. Модель идеального газа определяется объёмом, давлением и температурой, то есть параметрами, которые характеризуют систему в целом (без рассмотрения внутренней структуры). Теория строится на общих положениях (закон сохранения энергии) и с их помощью определяются связи между этими параметрами. Достоинство метода заключается в том, что он позволяет изучать явления без знания их внутренних механизмов, а статистический метод помогает понять суть явлений. Поэтому эти два метода дополняют друг друга.

Макроскопические параметры. Всякий материальный объект, состоящий из большого числа частиц, называется *макроскопической системой*. Все макроскопические признаки, характеризующие такую систему и её отношение к окружающим телам, называются *макроскопическими параметрами*. К их числу относятся такие, например, величины, как плотность, объём, упругость, концентрация, поляризованность, намагниченность и т. д. Макроскопические параметры разделяют на внешние и внутренние.

Величины, определяемые положением не входящих в нашу систему внешних тел, называются *внешними параметрами*, например объём системы (так как определяется расположением внешних тел).

Следовательно, внешние параметры являются функциями координат внешних тел. Величины, определяемые совокупным движением и распределением в пространстве входящих в систему частиц, называются *внутренними параметрами*, например, плотность, давление, энергия и др.

В зависимости от условий, в которых находится система, одна и та же величина может быть как внешним, так и внутренним параметром. Так, при фиксированном положении стенок сосуда объём V является внешним параметром, а давление p – внутренним параметром, так как последнее зависит от координат и импульсов частиц системы. В условиях, когда система находится в сосуде с подвижным поршнем под постоянным давлением, давление p будет внешним параметром, а объём V – внутренним параметром, так как последнее зависит от положения и движения частиц. Вообще различие между внешними и внутренними параметрами зависит от того, где мы проводим границу между системой и внешними телами.

Внутренние параметры системы разделяют на интенсивные и экстенсивные. Параметры, не зависящие от массы или числа частиц в системе, называются *интенсивными* (давление, температура и др.); параметры, пропорциональные массе или числу частиц в системе, называются аддитивными, или *экстенсивными* (энергия, энтропия и др.).

Экстенсивные параметры характеризуют систему как целое, в то время как интенсивные могут принимать определённые значения в каждой точке системы.

Молекулярно-кинетическое толкование температуры. Наиболее вероятное состояние изолированной системы, предоставленной самой себе, – равновесное. Находясь в равновесном состоянии, система пребывает в постоянном изменении, совершая переходы из одного микросостояния в другое. При этом изменяются и макроскопические параметры, характеризующие систему.

Изменение энергии молекулы происходит при столкновениях. Для конкретной молекулы вероятность приобрести или потерять энергию при столкновениях не одинакова: обладающие меньшей энергией молекулы в среднем приобретают её, а обладающие большей, наоборот, теряют.

Температура не является термометрической величиной. Температура – физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. Температура одинакова для всех частей изолированной системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия. В равновесных условиях температура пропорциональна средней кинетической энергии частиц тела.

Температуру можно измерить только косвенным путём, основываясь на том, что целый ряд физических свойств тела, поддающихся прямому или косвенному измерению, зависит от температуры.

Термодинамическая температура – мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа.

Число степеней свободы молекулы. Числом степеней свободы тела называется наименьшее число координат, которые нужно задать для того, чтобы полностью определить положение тела в пространстве. Например, материальная точка, движущаяся вдоль одной из осей координат, имеет одну степень свободы. Та же точка, движущаяся на плоскости, обладает двумя степенями свободы. Положение материальной точки, свободно движущейся в пространстве, определяется тремя степенями свободы – координатами x, y и z. Абсолютно твёрдое тело (АТТ) имеет шесть степеней свободы: его положение в пространстве определяется тремя координатами центра масс, двумя углами υ и φ, определяющими направление некоторой оси, связанной с телом и проходящей через его центр масс, и, кроме того, углом ψ, определяющим направление второй оси, связанной с телом и перпендикулярной первой. Изменения трёх координат центра масс при заданных углах υ, φ и ψ соответствуют поступательному движению АТТ. Координаты центра масс являются тремя степенями свободы поступательного движения. Изменения углов υ, φ или ψ при неизменном положении центра масс приводят к вращению АТТ. Поэтому соответствующие степени свободы называются вращательными. Для определения положения в пространстве не АТТ, различные части которого могут смещаться друг относительно друга, вводятся дополнительные степени свободы колебательного движения.

Число степеней свободы можно найти как

$i = i_{пост} + i_{вращ} + 2i_{колеб}$.

Внутренняя энергия идеального газа. Внутренней энергией тела (системы тел) U называется энергия, зависящая только от термодинамического состояния тела или системы тел. Она определяется характером движения и взаимодействия частиц в системе и состоит из следующих частей:

а) кинетической энергии теплового хаотического движения частиц, образующих систему (молекул, атомов, ионов и др.);

б) потенциальной энергии частиц, обусловленной силами их межмолекулярного взаимодействия;

в) энергии электронов в электронных оболочках, атомов и молекул;

г) внутриядерной энергии.

Все части внутренней энергии зависят от состояния системы. Внутренняя энергия определяется термодинамическим состоянием системы и не зависит от того, каким образом система оказалась в данном состоянии. Следовательно, внутренняя энергия не связана с процессом изменения состояния системы. В двух или нескольких одинаковых состояниях системы её внутренняя энергия одна и та же.

Началом отсчёта внутренней энергии считается такое состояние системы, в котором U равна нулю. Обычно полагают, что внутренняя энергия системы равна нулю при абсолютном нуле температуры ($T = 0$). Однако практический интерес представляет не сама внутренняя энергия, а её изменение ΔU при переходе системы из одного состояния в другое.

Внутренняя энергия многоатомного газа представляет собой кинетическую энергию всех видов движения его частиц. Для одного моля такого газа

$$U = \frac{i}{2} k N_A T = i \frac{RT}{2}.$$

Закон равнораспределения энергии. Важнейшим макроскопическим параметром системы является её средняя кинетическая энергия. В смеси газов, заключённых в изолированном объёме, молекулы различных сортов имеют одинаковые кинетические энергии. Это означает, что система молекул, имеющих возможность обмениваться энергией, стремится к такому состоянию, в котором средние кинетические энергии молекул имеют одно и то же значение. Такое состояние системы называется *термодинамическим равновесием*, а средняя кинетическая энергия, характеризуемая физической величиной, называется *температурой*. Температура T связана со средней кинетической энергией молекулы соотношением

$$< \frac{mV^2}{2} >= \frac{3}{2} kT.$$

В условиях термодинамического равновесия на каждую степень свободы системы приходится одинаковая средняя энергия. Поскольку

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

и очевидно, что

$$\left\langle V_x^2 \right\rangle = \left\langle V_y^2 \right\rangle = \left\langle V_z^2 \right\rangle,$$

получаем

$$\left\langle \frac{mV_X^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mV_Y^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mV_Z^2}{2} \right\rangle = \frac{kT}{2}.$$

Отсюда следует, что на каждую степень свободы идеального газа приходится одинаковая энергия $\frac{kT}{2}$, то есть

$$<E> = \frac{i}{2} kT.$$

Закон равнораспределения энергии подразумевает, что на каждую степень свободы молекулы приходится средняя энергия.

Давление газа с точки зрения МКТ. Основное уравнение МКТ. Давление возникает в результате ударов молекул о стенки сосуда. Каждая молекула передаёт стенке тот импульс, на который изменяется импульс самой молекулы в результате её столкновения со стенкой. Поэтому если ось X направить перпендикулярно стенке, то переданный при этом столкновении импульс будет равен $2mV_x^{(+)}$, где m – масса молекулы. Давление равно импульсу, передаваемому стенке площадью 1 м^2 молекулами в результате их столкновения за 1 с. Поэтому давление есть удвоенный поток импульса молекул, нормального к поверхности стенки.

Поток импульса по направлению к стенке равен

$$n_0\, f(V_x^{(+)},\, V_y,\, V_z)\, V_x^{(+)}\, dV_x^{(+)}\, dV_y\, dV_z\, \mathrm{m} V_x^{(+)},$$

где (+) означает, что поток создаётся молекулами, движущимися к стенке.

Тогда

$$P_x = 2\, n_0 m \int f(V_x^{(+)},\, V_y,\, V_z)(V_x^{(+)})^2\, dV_x^{(+)}\, dV_y\, dV_z = n_0 kT.$$

Аналогично P_y и P_z: $P_x = P_y = P_z = n_0 kT$, то есть давление изотропно.

Если выразить температуру через среднеквадратичную скорость по формуле

$$\sqrt{<V^2>} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

то получим

$$P = \frac{2}{3} n_0 < \frac{mV^2}{2} > = \frac{2}{3} n < E_{пост} >,$$

где $<E_{пост}>$ – среднее значение энергии поступательного движения молекул.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева). Состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами: давлением p, объёмом V и температурой T. Между этими параметрами существует определённая связь, называемая *уравнением состояния идеального газа*, которое в общем виде даётся выражением $f(p, V, T) = 0$, где каждая из переменных является функцией двух других.

Французский физик и инженер Б. Клапейрон (1799 – 1864) вывел следующее уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля – Мариотта и Гей – Люссака:

$$p_1 V_1 = p'_1 V_1, \quad \frac{P_1^{`}}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Исключив из уравнений P_1', получим

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}.$$

Так как состояния 1 и 2 были выбраны произвольно, то для данной массы газа величина $\frac{PV}{T}$ остаётся постоянной, то есть

$$\frac{PV}{T} = B = \text{const.} \qquad (*)$$

Это выражение представляет собой уравнение Клапейрона, в котором B – газовая постоянная, различная для разных газов.

Русский учёный Д. И. Менделеев (1834 – 1907) объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро, отнеся (*) к одному молю, использовав молярный объём V_m. Согласно закону Авогадро при одинаковых P и T моли всех газов занимают одинаковый молярный объём V_m, поэтому постоянная B будет одинаковой для всех газов. Эта общая для всех газов постоянная обозначается R и называется молярной газовой постоянной.

Уравнению $P\ V_m = R\ T$ удовлетворяет лишь идеальный газ. Это уравнение называется уравнением состояния идеального газа, или уравнением Менделеева – Клапейрона. Для массы m газа уравнение примет вид

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \upsilon RT,$$

где υ – количество вещества.

Часто пользуются несколько иной формой уравнения состояния идеального газа, вводя постоянную Больцмана:

$k = R/N_A = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Тогда имеем

$p = RT / V_m = kN_AT / V_m = nkT,$

где $N_A / V_m = n$ – концентрация молекул.

При одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объёма одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в 1 м^3 газа при нормальных условиях, называется числом Лошмидта

$N_L = p_0 / (kT_0) = 2{,}68 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Какой газ называется идеальным? Опишите модель идеального газа.

Задание 2. Что называется числом степеней свободы механической системы?

Задание 3. Из каких частей состоит внутренняя энергия?

Задание 4. Что утверждает закон равнораспределения?

Задание 5. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

Задание 6. В сосуде находится идеальный газ под давлением $p = 105$ Па. Какова концентрация молекул этого газа, если его температура равна $t = 17$ °C?

1) $0,5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$; 2) $0,8 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$; 3) $1,8 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$; 4) $2,5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

Задание 7. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = (i\ /\ 2)\ kT$. Здесь $i = i_п + i_{вр} + 2i_к$, где $i_п$, $i_{вр}$ и $i_к$ – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. Для атомарного кислорода число i равно

1) 5; 2) 3; 3) 1; 4) 7.

Задание 8. Температура идеального газа повысилась от $t_1 = 500$ °C до $t_2 = 1000$ °C. При этом средняя кинетическая энергия движения молекул газа

1) уменьшилась в 2 раза; 2) уменьшилась в 1,65 раза;

3) не изменилась; 4) увеличилась в 1,65 раза.

Задание 9. Плотность алюминия $\rho = 2,70 \cdot 10^3$ кг/м^3, молярная масса $\mu = 2,7 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Среднее значение объёма, занимаемого одним атомом алюминия, равно

1) $0,67 \cdot 10^{-29}$ м^3; 2) $1,67 \cdot 10^{-29}$ м^3; 3) $2,70 \cdot 10^{-29}$ м^3; 4) $3,70 \cdot 10^{-29}$ м^3.

Задание 10. В цилиндре объём воздуха при сжатии уменьшается в 20 раз, а давление возрастает с $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 6000$ кПа. Если в начале сжатия температура воздуха равнялась $t = 27$ °C, то в конце она составила

1) 900 К; 2) 1800 К; 3) 3600 К; 4) 18 000 К.

2.2. Элементы классической статистики

Теоретический материал

Динамические и статические закономерности в физике. Статистический метод исследования системы. Фазовое пространство, фазовая точка, фазовая ячейка. Понятие о функции распределения. Статистическое усреднение. Флуктуация и вероятность. Распределение Максвелла. Распределение молекул по абсолютным значениям скорости. Средние скорости молекул. Эффузия газа и молекулярные пучки. Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Распределение Максвелла – Больцмана.

Понятие о функции распределения. Фазовое пространство. Фазовая точка. В идеальном газе координаты и скорости отдельных молекул в некоторый момент времени не могут приниматься за числа, точное значение которых можно заранее предсказать. Они являются случайными величинами. Задача теории по предсказанию случайных событий сводится к нахождению количественной характеристики: либо произошло, либо не произошло, и осуществляется с помощью понятия *вероятности*.

Частотное определение вероятности: вероятность наступления события A определяется формулой

$$P\,(A)=\lim_{n\to\infty}\frac{N_A}{N}.$$

Для непрерывно изменяющихся величин вводят понятие плотности вероятности, определяемой равенством

$$f(x,y,z)=\lim_{\Delta V_i\to 0}\frac{P(\Delta V_i)}{\Delta V_i}=\lim_{\substack{\Delta V_i\to\\ N\to\infty}}\frac{N_i}{\Delta V_i\,N},$$

где x, y, z – координаты точки, к которой стягивается бесконечно малый объём ΔV_i.

Таким образом, плотность вероятности – это вероятность нахождения молекулы в бесконечно малом объёме, отнесённая к объёму. Условие

$$\int\limits_{V_i\to\infty} f\,(x,y,z)\,dxdydz\ =1$$

называется *условием нормировки плотности вероятности*. Оно показывает, что при каждом наблюдении молекула может быть обнаружена в какой-то точке пространства, то есть выражает факт существования молекулы.

Если известно, что молекулы находятся в замкнутом объёме, ограниченном стенками сосуда, то условие нормировки принимает вид

$$\int_V f dV = 1.$$

Функция распределения вероятностей для непрерывной величины имеет вид

$$F(x_0) = \int_{-\infty}^{X_0} f(x)dx,$$

где $f(x)$ – плотность вероятности. Для дискретных значений вероятность того, что случайная величина x примет значения меньше некоторого заданного числа x_0, $x < x_0$, задаётся формулой

$$P(x < x_0) = F(x_0) = \sum_{x_j < x_0} P_j.$$

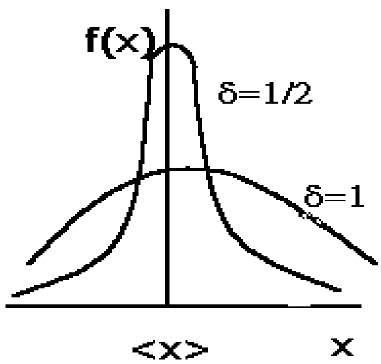


Рис. 2.2

Одна из самых распространённых функций распределения – распределение Гаусса, или нормальное распределение. Для него плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{[-\frac{1}{2}(\frac{x-<x>}{\sigma})^2]},$$

где σ – среднеквадратичное отклонение. Чем $\sigma \to 0$, тем максимум выше. На рис. 2.2 качественно показано распределение Гаусса при среднеквадратичном отклонении, равном 1 и 1/2.

Пространство, образованное координатными осями, вдоль которых откладываются величины физических параметров, называется *фазовым пространством*.

Состояние идеального газа характеризуется тремя координатами изображающей точки, находящейся на поверхности и называемой *фазовой поверхностью*. Любое изменение состояния газа однозначно описывается переходом изображающей точки из одного положения на поверхности в другое. Кинетика изменения состояния характеризуется траекторией этой точки на фазовой поверхности (рис. 2.3). Семейство сечений этой поверхности плоскостями, параллельными *POT*, образует семейство изохорических прямых (V = const). Сечение плоскостями, параллельными VOT, образует семейство изобарических прямых (P = const) и параллельными POT – семейство изотермических гипербол (T = const). Все эти сечения есть геометрическое представление газовых законов, но уже в двухмерном фазовом пространстве.

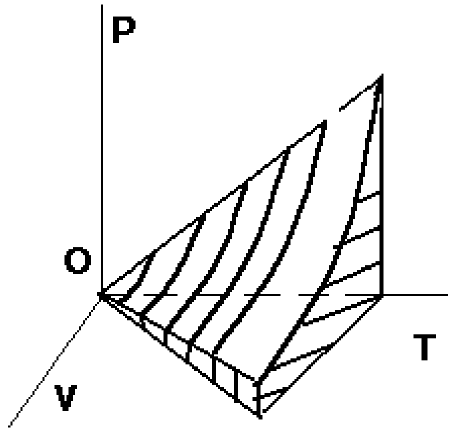


Рис. 2.3

Статистическое усреднение. Находясь в равновесном состоянии, система пребывает в постоянном изменении, совершая переходы из одного микросостояния в другое. При этом изменяются и макроскопические параметры, характеризующие систему. Равновесное состояние характеризуется средними значениями этих макроскопических параметров. Отсюда следует, что в равновесном состоянии макроскопические параметры системы не являются постоянными величинами, равными их средним равновесным значениям, а изменяются в окрестностях этих средних значений, или, как говорят, флуктуируют. Относительная роль флуктуаций возрастает с уменьшением области, в которой эти флуктуации рассматриваются.

Эргодическая гипотеза. Сосуд с заключёнными в нём частицами называется *статистической системой*. Совокупность одинаковых статистических систем называется *статистическим ансамблем*. Таким образом, макроскопическое состояние осуществляется в большом числе систем ансамбля, находящихся в различных микроскопических состояниях. Метод ансамблей введён в статистическую физику в 1902 г. американским учёным Д. Гиббсом (1839 – 1903).

Проследим за положением рассматриваемой частицы в одной из систем ансамбля в течение очень большого промежутка времени $T \to \infty$ и найдём среднее значение квадрата x-й координаты этой частицы. В нашей модели координаты $x(t)$ этой частицы изменяются скачками при переходе частицы из одной ячейки в другую.

Тогда, по определению среднего по времени,

$$<x^2>_t = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt \,,$$

$$<x^2>_a = \frac{1}{N_a}\sum_{i=1}^{N_a} x_i^2 \,,$$

где N_a – число систем в ансамбле. Среднее по ансамблю равно среднему по времени

$$<x^2>_a = <x^2>_t$$

Начиная своё движение из любого состояния, система обязательно достигнет состояния, сколь угодно близкого к любому другому состоянию, совместимому с законом сохранения энергии. Доказательство справедливости этой гипотезы для общего случая к настоящему времени отсутствует. Впервые гипотеза была высказана в 1871 г. Л. Больцманом (1844 – 1906).

Распределение Максвелла. Распределение Максвелла – равновесное и, следовательно, также стационарное состояние, не изменяющееся со временем. Это означает, что число частиц в каждом элементе объёма *dVxdVydVz* вблизи скорости *V* пространства скоростей не изменяется с течением времени. Однако между молекулами происходят столкновения, в результате которых состав молекул в каждом элементе объёма непрерывно меняется, хотя среднее число частиц остаётся постоянным. Поэтому за единицу времени в каждый элемент объёма в пространстве скоростей приходит столько же новых частиц, сколько его покидает. Принцип детального равновесия утверждает, что равновесие устанавливается детально, то есть между всеми параметрами элементов объёма. Схема обмена частицами, соответствующая принципу детального равновесия, показана на рис. 2.4. Это означает, что каждый элемент объёма за единицу времени отдаёт в любой другой элемент объёма столько частиц, сколько из него получает. Справедливость принципа детального равновесия обусловлена тем, что состояние равновесия устанавливается в результате хаотичного столкновения и беспорядочности движения молекул.

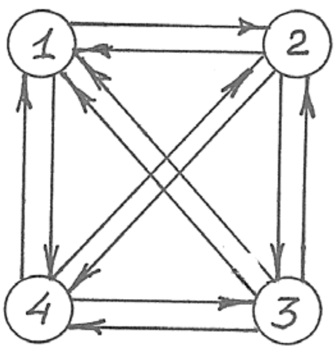


Рис. 2.4

Термодинамическое равновесие устанавливается в результате громадного числа столкновений между молекулами. Функция

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} .$$

называется *распределением Максвелла*. Она является плотностью вероятности того, что молекула имеет модуль скорости *V*. Закон распределения скоростей газовых молекул был впервые получен Максвеллом в 1860 г. Более строгое доказательство этой формулы было дано им в 1866 г. Вид распределения показан на рис. 2.5. Скорость $V_в$, соответствующая максимуму кривой, называется *наивероятнейшей*. Она находится из условия экстремума

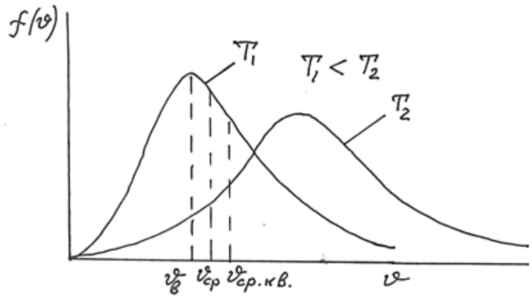


Рис. 2.5

$$\frac{df(v)}{dv} = 0$$

и равна $V_в = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$.

Среднее значение скорости равно $<V> = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$.

Среднеквадратичное значение равно $V_{ср.кв} = \sqrt{<v^2>} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$.

С увеличением температуры максимум распределения смещается в сторону бо́льших скоростей, а высота кривой в максимуме несколько понижается.

Распределение Больцмана. В условиях термодинамического равновесия потенциальная сила, действующая на некоторый объём газа, уравновешивается силами давления на поверхность этого объёма. На каждую молекулу действует сила

$$F = -\operatorname{grad} E_n,$$

где E_n – потенциальная энергия молекулы. Рассмотрим баланс сил по оси *X*. На молекулы в объёме бесконечно малого куба с рёбрами *dx*, *dy*, *dz* действует сила

$$dF_{1X} = -n_0 dydzdx \frac{\partial E_n}{\partial x} ,$$

где n_0 – концентрация молекул. Разность давлений между основаниями куба вдоль оси X равна $(\frac{\partial P}{\partial x})dx$, а возникающая при этом сила, действующая на куб в направлении оси X, равна

$$dF_{2X} = -\ (\frac{\partial P}{\partial x})dx\, dydz.$$

В условиях равновесия эти силы должны компенсировать друг друга, то есть $dF_{1X} + dF_{2X} = 0$, или

$$(\frac{\partial P}{\partial x})dx\ = -\, n_0(\frac{\partial E_n}{\partial x})dx\ .$$

Аналогичные равенства справедливы относительно двух других осей координат. Складывая почленно левые и правые части равенств, получаем

$$(\frac{\partial P}{\partial x})dx\ +\ (\frac{\partial P}{\partial y})dy +\ (\frac{\partial P}{\partial z})dz\ = -\, n_0\ [(\frac{\partial E_n}{\partial x})dx\ +\ (\frac{\partial E_n}{\partial y})dy + (\frac{\partial E_n}{\partial z})dz\ ] = -\, n_0\ dE_n,$$

$$dP = -\, n_0\ dE_n,$$

где dP и dE_n – полные дифференциалы изменения давления и потенциальной энергии. Из соотношения

$$P = n_0kT$$

с учётом условия $T = \text{const}$ находим

$$dP = kTdn_0$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial n_0}{n_0} = -\frac{\partial E_n}{kT}.$$

Интегрируя это уравнение между точками (x_0, y_0, z_0) и (x, y, z) по произвольному пути (полные дифференциалы), получаем формулу – распределение Больцмана

$$n_0 = (x, y, z) = n_0(x_0, y_0, z_0)\ e^{-\frac{E_n(x,y,z) - E_n(x_0,y_0,z_0)}{kT}}.$$

Если потенциальную энергию в точке нормировать на нуль, то есть положить $E_n(x_0, y_0, z_0) = 0$, то получим

$$n_0 = n_{00}\ e^{-\frac{E_n}{kT}},$$

где $n_0 = (x, y, z)$,

$$n_{00} = n_0\ (x_0, y_0, z_0),$$

$$E_n = E_n\ (x, y, z).$$

Если концентрация молекул не известна ни в одной точке, а известно общее число n молекул в системе, то распределение Больцмана необходимо представить в виде

$$n_0 = A\,e^{-\frac{E_n}{kT}},$$

а нормировочную постоянную A найти из условия нормировки

$$\int_V n_0(x, y, z.)dxdydz = n,$$

где V – объём системы.

Барометрическая формула. Зависимость давления от высоты H над поверхностью Земли для воображаемой изотермической атмосферы даётся барометрической формулой

$$P = P_0\exp\left(-\frac{\mu gH}{kT}\right),$$

где μ – средняя молярная масса газа.

Для концентрации молекул имеем

$$n = n_0\exp\left(-\frac{\mu gH}{kT}\right).$$

На разных высотах молекула обладает разным запасом потенциальной энергии

$$\varepsilon_p = mgh.$$

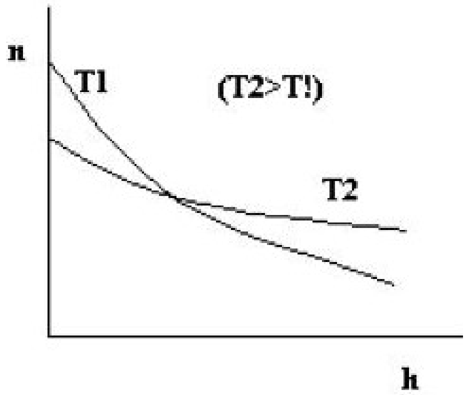


Рис. 2.6

Следовательно, распределение молекул по высоте является вместе с тем и распределением по значениям потенциальной энергии, как на рис. 2.6.

$$n = n_0\exp\left(-\frac{\varepsilon_p}{kT}\right),$$

где n – плотность молекул в том месте пространства, где потенциальная энергия молекулы имеет ε_p, n_0 – когда $\varepsilon_p = 0$;

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2}}{kT}\right).$$

Статистика Максвелла – Больцмана. При рассмотрении системы многих частиц предполагалось, что они обладают какими-то признаками, которые позволяют отличить их друг от друга, хотя частицы и принимались совершенно одинаковыми. В связи с этим при подсчёте микросостояний, которые отличаются тем, что две частицы поменялись местами, эти микросостояния рассматривались как различные. Такая модель различных частиц называется *моделью Максвелла –*

Больцмана. Пусть имеется большое число частиц, каждая из которых может иметь дискретный набор значений энергии E_i. Полная энергия всех частиц постоянна, то есть

$$\sum_i n_i E_i = E = \text{const}.$$

(микроканоническое распределение). Общее число частиц также постоянно

$$\sum_i n_i = n = \text{const}.$$

Поскольку различные микросостояния независимы между собой, полное число Г микросостояний, реализующих конкретное распределение частиц по энергиям E_i, равно произведению числа микросостояний, в которых n_i частиц находится на уровне с энергией E_i

$$\Gamma = \prod_i \Gamma_ш = \frac{\prod n!}{n_i!(n-n_i)!}.$$

Эта формула решает задачу подсчёта числа микросостояний для модели различных между собой частиц, называемой моделью Максвелла – Больцмана. Формула

$$dn\,(x, y, z, V_x, V_y, V_z) = A\ e^{\left(\frac{mv^2}{2}+E_n\right)/kT}\,dxdydz\quad dV_x dV_y dV_z$$

называется *распределением Максвелла – Больцмана*.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Постройте график функции распределения Максвелла и укажите её характерные особенности.

Задание 2. Сформулируйте распределение Больцмана.

Задание 3. Что определяет барометрическая формула?

Задание 4. Нарисуйте график функции распределения Больцмана.

Задание 5. Запишите закон распределения Максвелла – Больцмана.

Задание 6. Средняя квадратичная скорость молекул кислорода при t = 927 °С равна $v_{\text{ср.кв}}$ = 960 м/с. Какова средняя квадратичная скорость этих молекул при температуре газа 27 °С?

1) 200 м/с; 2) 824 м/с; 3) 320 м/с; 4) 480 м/с.

Задание 7. Средняя квадратичная скорость молекул водорода при 0 °C равна $V_{ср.кв}$ = 1760 м/с. Какова средняя квадратичная скорость молекул кислорода при t = 273 K? (молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса μ кислорода = 32 10^{-3} кг/моль)

1) 110 м/с; 2) 440 м/с; 3) 320 м/с; 4) 500 м/с.

Задание 8. В трёх одинаковых сосудах находится одинаковое количество газа, причём $T_1 < T_2 < T_3$. Какая кривая будет описывать распределение скоростей молекул в сосуде с температурой T_3 (рис. 2.7)?

1) 1; 2) 2; 3) 3.

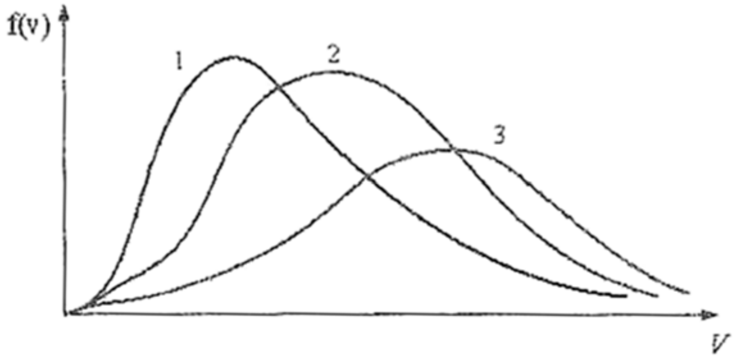


Рис. 2.7

Задание 9. На рис. 2.8 представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = (dN) / (Ndv)$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчёт на единицу интервала.

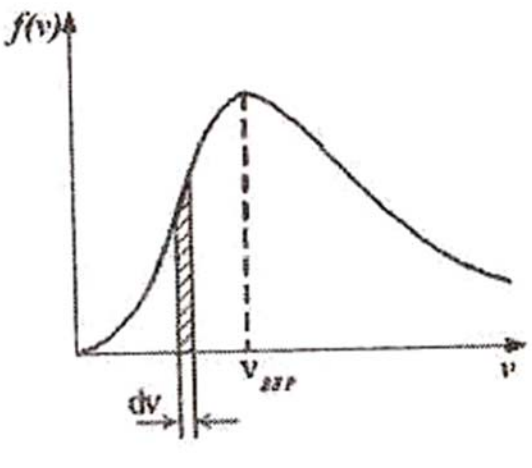


Рис. 2.8

Выберите неверное утверждение:

1) с увеличением температуры площадь под кривой не изменяется;

2) при изменении температуры положение максимума не изменяется;

3) с увеличением температуры максимум кривой смещается вправо.

Задание 10. Высотная космическая станция расположена на высоте h = 3250 м над уровнем моря. Найдите давление воздуха на этой высоте. Температуру воздуха считать постоянной и равной m = 5 °С. Массу одного киломоля воздуха принять равной μ = 29 кг/кмоль. Давление воздуха на уровне моря равно p_0 = 760 мм рт. ст.

1) 510 мм рт. ст.; 2) 800 мм рт. ст.; 3) 300 мм рт. ст.; 4) 480 мм рт. ст.

2.3. Реальные газы

Теоретический материал

Силы межмолекулярного взаимодействия в газах. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы реального газа. Метастабильные состояния. Критическое состояние. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля – Томсона. Сжижение газов и получение низких температур.

Силы межмолекулярного взаимодействия в газах. Силы взаимодействия между молекулами являются силами притяжения, но при очень малых расстояниях между молекулами – силами отталкивания. Результат взаимодействия определяется соотношением средней кинетической и средней потенциальной энергии взаимодействия молекул. Не существует универсального закона, описывающего межмолекулярное взаимодействие. Оно зависит от свойств молекул, условий взаимодействия, механизма его осуществления и других конкретных факторов. Поэтому межмолекулярное взаимодействие описывается всегда приближёнными формулами со строго определёнными границами их применимости.

Например, твёрдое состояние возникает тогда, когда энергия связи молекул значительно больше кинетической энергии их теплового движения. В результате этого возникает упорядоченная кристаллическая структура, соответствующая минимуму свободной энергии.

В зависимости от давления в реальном газе имеются следующие отступления от идеального газа: при 1 атм – 0,001 %; 100 атм – 5 %; 5000 атм – 50 %.

На малых расстояниях (10^{-10} м) между молекулами действуют силы отталкивания. Это является просто выражением того факта, что молекула занимает некоторую область пространства и препятствует проникновению других молекул в эту область. Эти силы обнаруживаются в очень малой области, порядка размеров молекулы. Характер изменения потенциальной энергии взаимодействия в зависимости от расстояния r выражается потенциалом. При $r > r_0$ между молекулами действуют силы притяжения, при $r < r_0$ – силы отталкивания. Какой-либо универсальной формулы $E_n(r)$ нет. Как правило, они апроксимируются формулой вида

$$\mathrm{E_n(r)} = \frac{\mathrm{a_1}}{\mathrm{r^n}} - \frac{a_2}{r^m},$$

в которой постоянные a_1, a_2, n, m подбираются из требований наилучшей аппроксимации реального потенциала. Как показало исследование потенциалов, в большинстве случаев хорошим приближением является зависимость, выражаемая в виде

$$\mathrm{E_n(r)} = 4\,\varepsilon_0\left[\left(\frac{\mathrm{a_1}}{\mathrm{r^n}}\right)^{12} - \left(\frac{a_2}{r^m}\right)^{6}\right],$$

которая называется потенциалом Леннарда – Джонса.

Потенциал этого вида является двухчастичным, то есть его использование предполагает, что силы взаимодействия между двумя молекулами не изменяются в присутствии, например, третьей молекулы.

Экспериментальные исследования газов, проведённые в широком диапазоне давлений, показали, что PV не является постоянным при $T = \mathrm{const}$, как это должно быть по уравнению идеальных газов. Произведение PV изменяется с давлением так, что при малых плотностях газа в нём действуют дополнительные силы притяжения, а при больших плотностях – силы отталкивания.

Уравнение Ван-дер-Ваальса. В уравнении идеального газа $\mathrm{PV} = \dfrac{m}{\mu}RT$ не учтено наличие сил притяжения между молекулами, когда они удалены друг от друга, и сил отталкивания, когда они сближены. Действие отталкивания сводится к тому, что молекула не допускает проникновения в занимаемый ею объём других молекул. Следовательно, силы отталкивания характеризуются эффективным объёмом молекулы.

Наличие сил притяжения приводит к уменьшению внешнего давления, которое необходимо приложить к газу для удержания его в заданном объёме. Поэтому с учётом двух поправок уравнение состояния идеального газа превращается в уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\left(\mathrm{P}+\frac{\mathrm{m}^2 a}{V^2} \right)\left(\mathrm{V}-m\,b \right)=\frac{m}{\mu}RT,$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, имеющие разные значения для разных газов; $\left(\frac{\mathrm{m}^2}{V^2}\right)$ – удельный объём.

Состояние с критическими параметрами ($P_{кр}$, $V_{кр}$, $T_{кр}$) называется *критическим состоянием*. В этой точке нет различия между газом и жидкостью, то есть газ и жидкость имеют одинаковые физические свойства. Выше критической температуры газ не может быть превращён в жидкость ни при каком давлении. Переохлаждённый пар – это такое состояние вещества, когда по своим параметрам оно должно находиться в жидком состоянии, но по своим свойствам оно продолжает находиться в газообразном состоянии, то есть не сохраняет свой объём, а стремится, как газ, расшириться. Перегретая жидкость – это такое состояние вещества, когда оно по свом параметрам должно быть газом, но по своим свойствам продолжает оставаться жидкостью. Эти состояния не бывают устойчивыми. При небольшом внешнем воздействии на систему она быстро переходит в ближайшее устойчивое состояние. Такое состояние называется метастабильным.

Сравнение уравнения Ван-дер-Ваальса с экспериментальными данными. Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса очень удачно, просто и наглядно учитывает основные особенности вещества в жидком и газообразном состояниях. В качественном смысле уравнение Ван-дер-Ваальса очень хорошо описывает систему жидкость – газ, однако в количественном отношении предсказания на его основе отклоняются от данных эксперимента.

1. Постоянные a и b зависят от температуры.

2. Величина $\dfrac{P_{кр}\,\mathrm{V}_{кр}}{\mathrm{R}\,T_{кр}} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$ должна быть универсальной, постоянной для всех веществ. В действительности для воды она составляет 0,23, для гелия – 0,31 и т. д.

3. Соотношение $V_{кр} = 3b$ не соблюдается. Более точно $V_{кр} \approx 2b$.

4. В области двухфазных состояний уравнение Ван-дер-Ваальса не обосновано теоретически и даёт расхождение с экспериментом.

Эффект Джоуля – Томсона и получение низких температур. При расширении газ производит работу. Если газ изолирован, то источником работы является внутренняя энергия. Пусть имеется цилиндр, разделённый пористой перегородкой. По разные стороны перегородки один и тот же газ занимает объёмы V_1 и V_2 и находится разными давлениями. Если $P_1 > P_2$, то газ медленно просачивается через пористую перегородку из V_1 в объём V_2. Для того чтобы $P_1 = \mathrm{const}$ и $P_2 = \mathrm{const}$, необходимо поршень $П_1$ вдвигать в цилиндр, уменьшая объём V_1 и совершая работу над газом, а поршень $П_2$ – выдвигать из цилиндра, благодаря чему газ совершит работу. В случае идеального газа имеем $P_1|\Delta V_1| = P_2|\Delta V_2|$ ($T = \mathrm{const}$).

Другое дело в реальном газе, когда внутренняя энергия включает в себя также потенциальную энергию взаимодействия молекул. Расширение реального газа без теплообмена должно сопровождаться изменением его температуры, то есть в реальном газе происходит постоянное противоборство сил притяжения и отталкивания. Если при некотором изменении давления средняя энергия взаимодействия между молекулами уменьшается, то газ нагревается, а если увеличивается, то газ охлаждается. Этим определяется знак эффекта Джоуля – Томсона. Эффект может иметь различные знаки при различных давлениях. Измерения температуры при стационарном течении газа через пористую перегородку были проведены в 1852 – 1862 гг. Джеймсом Джоулем (1818 – 1889) и Уильямом Томсоном (лорд Кельвин) (1824 – 1907) и получили название эффекта Джоуля – Томсона.

Эффект Джоуля – Томсона происходит при постоянной энтальпии (теплосодержании)

$$H = U + PV = \mathrm{const}$$

и будет определяться

$$T_2 - T_1 = \int_{P_1}^{P_2} \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H dP = \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V\right] dp.$$

Поведение кривой инверсии, найденное для газа Ван-дер-Ваальса, характерно для всех реальных газов. Для большинства газов температура инверсии лежит значительно выше комнатной, поэтому в процессе эффекта Джоуля – Томсона кислород и азот охлаждаются.

Температура, при которой $(\frac{\partial T}{\partial P})_H = 0$, то есть происходит изменение знака эффекта Джоуля – Томсона, называется температурой инверсии

$$T_{\text{инв}} = \frac{2a}{Rb}.$$

Если газ находится ниже критической температуры, то его можно перевести в жидкое состояние простым сжатием. Однако $T_{\text{кр}}$ многих газов низкая. Достижение столь низкой температуры является непростой задачей. Для понижения температуры пользуются охлаждением газа в процессе адиабатического расширения. Схема охлаждения с помощью этих методов такова. Газ изотермически сжимается до большого давления в несколько сотен атмосфер при комнатной температуре. После этого он расширяется в процессе Джоуля – Томсона либо адиабатно. В обоих случаях газ охлаждается. Далее он используется для охлаждения следующей порции газа, сжатого до большого давления. Таким образом, следующая исходная порция сжатого газа имеет более низкую температуру, чем в предыдущем акте охлаждения и т. д. В конце концов температура понижается до необходимого значения. Метод охлаждения газа путём теплообмена между встречными потоками газа называется *методом противоточного обмена теплотой*. Устройство, в котором это происходит, называется *теплообменником*. Устройство, в котором газ охлаждается в результате адиабатного расширения, называется *детандером*, а устройство изотермического сжатия – *компрессором* (машина Минца). Для жидкого гелия температура составляет 4,2 К.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Запишите уравнение Ван-дер-Ваальса. Какой смысл имеют константы Ван-дер-Ваальса, входящие в это уравнение?

Задание 2. В чём заключается эффект Джоуля – Томсона?

Задание 3. Каков принцип сжижения газов?

Задание 4. Что такое пересыщенный пар?

Задание 5. Что такое перегретая жидкость?

Задание 6. В сосуде вместимостью $V = 0,3$ л находится углекислый газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль при температуре $T = 300$ К. Определите давление p газа по уравнению Ван-дер-Ваальса.

1) 5,67 МПа; 2) 2,01 МПа; 3) 3,43 МПа.

Задание 7. Давление p кислорода равно 7 МПа, его плотность $\rho = 100$ кг/м^3. Найдите температуру T кислорода.

1) 105 К; 2) 287 К; 3) 345 К.

Задание 8. Определите давление p водяного пара массой $m = 1$ кг, взятого при температуре $T = 380$ К и объёме $V = 1000$ л.

1) 174 кПа; 2) 243 кПа; 3) 300 МПа.

Задание 9. Критическая температура $T_{кр}$ аргона равна 151 К и критическое давление $P_{кр} = 4,86$ МПа. Определите по этим данным критический молярный объём $V_{mкр}$ аргона.

1) 96,8 см^2/моль; 2) 119,8 см^2/моль; 3) 36,5 см^2/моль.

Задание 10. Вычислите критические температуру $T_{кр}$ и давление $P_{кр}$ кислорода.

1) 150 К и 5 МПа; 2) 250 К и 3 МПа; 3) 350 К и 6 МПа.

2.4. Свойства твёрдых тел

Теоретический материал

Амфорные и кристаллические тела. Упругая и пластическая деформации. Закон Гука. Кристаллическая решётка. Дальний порядок. Дефекты в кристаллах. Фазы вещества. Условия равновесия фаз. Испарение и конденсация. Плавление и кристаллизация. Уравнение Клапейрона – Клаузиуса. Фазовая диаграмма (диаграмма состояния). Тройная точка. Полиморфизм. Фазовые переходы первого и второго рода.

Аморфные и кристаллические тела. Аморфными называются тела, физические свойства которых одинаковы по всем направлениям. Примерами аморфных тел могут служить куски затвердевшей смолы, янтарь, изделия из стекла. Аморфные тела являются изотропными телами. Изотропность (одинаковость) физических свойств аморфных тел объясняется беспорядочностью расположения составляющих их атомов и молекул.

Твёрдые тела, в которых атомы или молекулы расположены упорядоченно и образуют периодически повторяющуюся внутреннюю структуру, называются *кристаллами*. Физические свойства кристаллических тел неодинаковы в различных направлениях, но совпадают в параллельных направлениях. Это свойство кристаллов называется *анизотропией.*

Анизотропия механических, тепловых, электрических и оптических свойств кристаллов объясняется тем, что при упорядоченном расположении атомов, молекул или ионов силы взаимодействия между ними и межатомные расстояния оказываются неодинаковыми по различным направлениям.

Кристаллические тела делятся на монокристаллы и поликристаллы. *Монокристаллы* обладают геометрически правильной внешней формой. Главный признак монокристалла – периодически повторяющаяся внутренняя структура во всём объёме. *Поликристаллическое тело* представляет собой совокупность сросшихся друг с другом хаотически ориентированных маленьких кристаллов – кристаллитов.

Кристаллы имеют форму различных призм и пирамид, в основании которых могут лежать только правильный треугольник, квадрат, параллелограмм и шестиугольник. Представления о периодической структуре кристаллов и симметрии расположения атомов в них в настоящее время имеют строгое экспериментальное подтверждение. Наглядные картины расположения атомов в кристалле удаётся получать с помощью электронного микроскопа и ионного проектора.

Деформации твёрдого тела. Рассматривая механику твёрдого тела, мы пользовались понятием абсолютно упругого тела. Однако в природе абсолютно упругих тел нет, так как все реальные тела под действием сил изменяют свою форму и размеры, то есть деформируются.

Деформация называется *упругой*, если после прекращения действия сил тело принимает первоначальные размеры и форму. Деформации, которые сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил, называются *пластическими* (или остаточными). Деформации реального тела всегда пластические, так как они после прекращения действия внешних сил никогда полностью не исчезают. Однако если остаточные деформации малы, то ими можно пренебречь и рассматривать упругие деформации.

В теории упругости доказывается, что все виды деформаций (растяжение или сжатие, сдвиг, изгиб, кручение) могут быть сведены к одновременно происходящим деформациям растяжения или сжатия и сдвига.

Рассмотрим однородный стержень длиной l и площадью поперечного сечения S, к концам которого приложены направленные вдоль его оси силы $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ ($F_1 = F_2 = F$), в результате чего длина стержня меняется на величину Δl. Естественно, что при растяжении Δl положительно, а при сжатии – отрицательно.

Сила, действующая на единицу площади поперечного сечения, называется *напряжением*

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Если сила направлена по нормали к поверхности, напряжение называется *нормальным*, если же по касательной к поверхности – *тангенциальным*.

Количественной мерой, характеризующей степень деформации, испытываемой телом, является его относительная деформация. Так, относительное изменение длины стержня (продольная деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

относительное поперечное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

где d – диаметр стержня.

Деформации ε и ε' всегда имеют разные знаки (при растяжении Δl положительно, а Δd отрицательно, при сжатии Δl отрицательно, а Δd положительно). Из опыта вытекает взаимосвязь ε и ε'

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon,$$

где μ – положительный коэффициент, зависящий от свойств материала, называемый коэффициентом Пуассона (С. Пуассон (1781 – 1840)).

Английский физик Р. Гук (1635 – 1703) экспериментально установил, что для малых деформаций относительное удлинение ε и напряжение σ прямо пропорциональны друг другу

$$\sigma = E\varepsilon\sigma,$$

где коэффициент пропорциональности E называется модулем Юнга (Т. Юнг (1773 – 1829)). Он определяется напряжением, вызывающим относительное удлинение, равное единице, и зависит от свойств материала и его состояния.

Из формул вытекает, что

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{E\,S},$$

или

$$F = (ES\,/\,l)\ F = \frac{E\,S}{l} = k\,\Delta l,$$

где k – коэффициент упругости.

Деформации твёрдых тел подчиняются закону Гука до известного предела. Связь между деформацией и напряжением представляется в виде диаграммы напряжений, которую мы качественно рассмотрим для металлического образца. Из рис. 2.9 видно, что линейная зависимость σ = *f* (ε), установленная Гуком, выполняется лишь в очень узких пределах до так называемого предела пропорциональности ($\sigma_п$). При дальнейшем увеличении напряжения деформация ещё упругая (хотя зависимость σ = *f* (ε) уже нелинейна) и до предела упругости ($\sigma_у$) остаточные деформации уже не возникают. За пределами упругости в теле возникают остаточные деформации и график, описывающий возвращение тела в первоначальное состояние после прекращения действия силы, изобразится не кривой *BO*, а параллельной ей *CF*. Напряжение, при котором появляется заметная остаточная деформация (≈ 0,2 %), называется *пределом текучести* ($\sigma_т$) – точка *C* на кривой. В области *CD* деформация возрастает без увеличения напряжения, то есть тело как бы «течёт». Эта область называется *областью текучести* (или областью пластических деформаций). Материалы, для которых область текучести значительна, называются *вязкими*, для которых же она практически отсутствует, – *хрупкими*. При дальнейшем

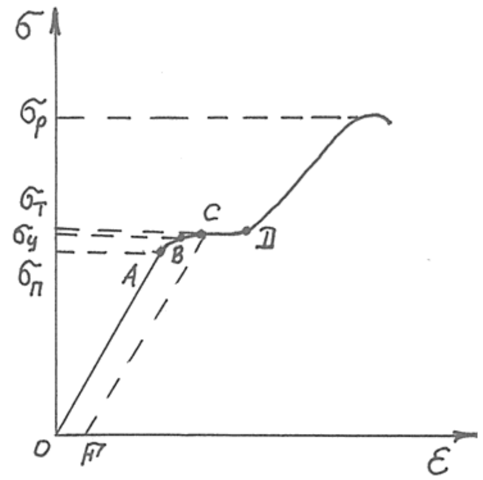


Рис. 2.9

растяжении (за точку D) происходит разрушение тела. Максимальное напряжение, возникающее в теле до разрушения, называется *пределом прочности* ($\sigma_р$).

Диаграмма напряжений для реальных твёрдых тел зависит от различных факторов. Одно и то же твёрдое тело может при кратковременном действии сил проявлять себя как хрупкое, а при длительных, но слабых силах – как текучее.

Вычислим потенциальную энергию упругорастянутого (сжатого) стержня, которая равна работе, совершаемой внешними силами при деформации

$$\Pi = A = \int_0^{\Delta l} F\,dx,$$

где x – абсолютное удлинение стержня, изменяющееся в процессе деформации от 0 до Δl. Согласно закону Гука $F = kx = \frac{ESx}{l}$. Поэтому

$$\Pi = \int_0^{\Delta l} \frac{ES}{l} x dx = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2,$$

то есть потенциальная энергия пропорциональна квадрату деформации $(\Delta l)^2$.

Деформацию сдвига проще всего осуществить, если взять брусок, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, и приложить к нему силу $\overrightarrow{F_\tau}$, касательную к его поверхности (нижняя часть бруска закреплена неподвижно). Относительная деформация сдвига определяется из формулы

$$\mathrm{tg}\gamma = \Delta s / h,$$

где Δs – абсолютный сдвиг параллельных слоёв тела друг относительно друга; h – расстояние между слоями (для малых углов $\mathrm{tg}\gamma \approx \gamma$).

Фазовые равновесия и фазовые переходы. Всё множество термодинамических систем разделяют на два класса: гомогенные и гетерогенные.

Гомогенные – это такие системы, внутри которых свойства изменяются непрерывно при переходе от одного места к другому. Примеры таких систем: смеси различных газов и растворы, как жидкие, так и твёрдые.

Гетерогенными называются системы, которые состоят из нескольких физически однородных, или гомогенных, тел, так что внутри систем имеются разрывы непрерывности в изменении их свойств. Эти системы представляют собой совокупности или различных агрегатных состояний одного и того же вещества (лёд – вода, вода – пар и т. д.), или различных кристаллических модификаций (серое и белое олово и др.), или различных продуктов взаимного растворения (водный раствор соли – твёрдая соль – пар), или продуктов химического взаимодействия различных веществ (жидкий сплав и твёрдое химическое соединение двух металлов).

Гомогенная часть системы, отделённая от других частей поверхностью раздела, на которой скачком изменяются какие-либо свойства, называется *фазой*. Пример: вода в сосуде – система двухфазная: жидкая фаза – вода; газообразная – смесь воздуха с водяными парами. В пределах одного агрегатного состояния (агрегатных состояний всего четыре: твёрдое, жидкое, газообразное и плазменное) вещество может находиться в нескольких фазах, отличающихся по своим свойствам, составу и строению (лёд в пяти модификациях – фазах).

Полиморфизм. Это способность некоторых веществ существовать в состояниях с различной атомно-кристаллической структурой. Каждое из таких состояний (термодинамических фаз) называется *полиморфной модификацией*, и оно устойчиво при определённых условиях (температуре и давлении). Различие в структуре обусловливает и различие в свойствах полиморфных модификаций данного вещества. Полиморфизм (однообразный) был открыт в 1822 г. немецким учёным Э. Мичерлихом. Им обладают некоторые простые вещества (аллотропия) и многие соединения. Так, две модификации углерода – кубическая (алмаз) и гексагональная (графит) – резко отличаются по физическим свойствам. Полиморфизм наблюдается и в жидких кристаллах.

Области устойчивости полиморфных модификаций и точки перехода между ними определяются фазовыми диаграммами равновесия, расчёт которых основан на вычислении термодинамических характеристик, а также спектра колебаний кристаллической решётки для различных модификаций.

Переход из одной фазы в другую – фазовый переход – всегда связан с качественными изменениями свойств вещества. Если система однокомпонентная, то есть состоит из химически однородного вещества или его соединения, то понятие «фаза» совпадает с понятием агрегатного состояния.

Различают фазовые переходы двух родов. *Фазовый переход I рода* (плавление, кристаллизация) сопровождается поглощением или выделением теплоты, называемой *теплотой фазового перехода*. Фазовые переходы I рода характеризуются постоянством температуры, изменениями энтропии и объёма.

Фазовые переходы, не связанные с поглощением или выделением теплоты и изменением объёма, называются *фазовыми переходами II рода*. Эти переходы характеризуются постоянством объёма и энтропии, но скачкообразным изменением теплоёмкости (сверхпроводимость, сверхтекучесть).

Для наглядного изображения фазовых превращений используется диаграмма состояния *PT* (рис. 2.10). Кривые на диаграмме называются *кривыми фазового равновесия*, каждая точка на них соответствует условиям равновесия двух сосуществующих фаз. Здесь обозначения: ТТ – твёрдое тело; Ж – жидкость; Г – газ; КИ – кривая испарения; КП – кривая плавления; КС – кривая сублимации; К – критическая точка; $T_{тр}$ – тройная точка. Эта точка одновременного сосуществования трёх фаз вещества. Каждое вещество имеет только одну тройную точку. Например, тройная точка воды характеризуется температурой 273,16 К (по шкале Цельсия ей соответствует температура 0,01 °С) и является основной реперной точкой для построения термодинамической температурной шкалы.

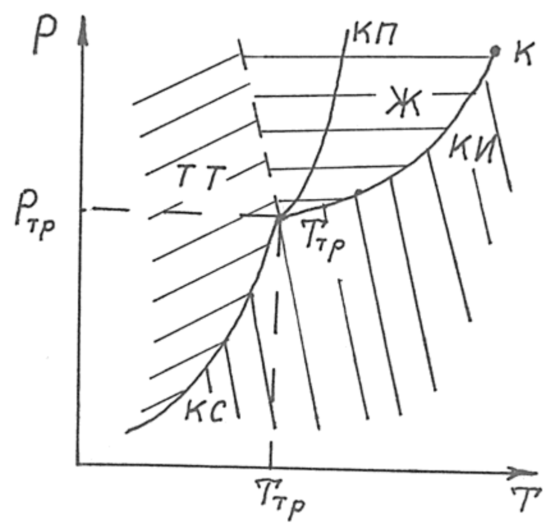


Рис 2.10

Термодинамика даёт метод расчёта кривой равновесия двух фаз одного и того же вещества

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)},$$

где L – теплота фазового перехода; T – температура перехода. Эта формула называется уравнением Клапейрона – Клаузиуса и позволяет определить наклоны кривых равновесия. Поскольку L и T положительны, наклон задаётся знаком $V_2 - V_1$.

Испарение и конденсация. В поверхностном слое и вблизи поверхности жидкости действуют силы, которые обеспечивают существование поверхности и не позволяют молекулам покидать объём жидкости. Благодаря тепловому движению некоторая часть молекул имеет достаточно большие скорости, чтобы преодолеть силы, удерживающие молекулы в жидкости, и покинуть жидкость. Это явление называется *испарением*. Оно наблюдается при любой температуре, но его интенсивность возрастает с увеличением температуры.

Конденсация – процесс, обратный испарению. Центрами конденсации являются ионы. Ионы становятся зародышем конденсации потому, что энергия электрического поля иона уменьшается при образовании и увеличении капли жидкости вокруг него.

Если число молекул, покидающих жидкость за единицу времени через единицу поверхности, равно числу молекул, переходящих из пара в жидкость, то наступает динамическое равновесие между процессами испарения и конденсации.

Пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется *насыщенным*.

Плавление и кристаллизация. *Плавление* – переход вещества из кристаллического состояния в жидкое. Плавление происходит с поглощением тепла как фазовый переход I рода. Оно состоит в позиционном разупорядочении системы: регулярное пространственное расположение атомов (молекул) сменяется нерегулярным при незначительном изменении средних расстояний между ними. Температура плавления зависит от давления. Для большинства веществ температура плавления увеличивается с ростом давления. Для кристаллизации необходимо наличие центров кристаллизации – кристаллических зародышей (примесей, пыли). Отсутствие центров кристаллизации в чистой жидкости затрудняет образование микроскопических кристалликов, и вещество, оставаясь в жидком состоянии, охлаждается до температуры, меньшей температуры кристаллизации, при этом образуется переохлаждённая жидкость. При сильном переохлаждении начинается спонтанное образование центров кристаллизации и вещество кристаллизуется довольно быстро.

Тепловое расширение – изменение размеров тела в процессе его нагревания. Количественно тепловое расширение при постоянном давлении p характеризуется изобарным коэффициентом теплового расширения α (коэффициентом объёмного теплового расширения)

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dT}\right)_P,$$

где V – объём тела. Практически значение α определяется формулой

$$\alpha = \frac{V' - V}{V(T_2 - T_1)},$$

где V' и V – объёмы тела при температурах T_1 и T_2 соответственно ($T_1 < T_2$).

Для характеристики твёрдых тел наряду с α вводят коэффициент линейного теплового расширения

$$\alpha_{л} = \frac{1}{l}\left(\frac{dl}{dT}\right)_P,$$

где l – начальная длина тела вдоль выбранного направления. В общем случае анизотропных тел $\alpha = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z$, причём различие или равенство линейного коэффициента теплового расширения α_x, α_y, α_z вдоль кристаллографических осей x, y, z определяется симметрией кристалла. Например, для кристаллов кубической системы, так же как и для изотропных тел, $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z$ $\alpha_{л}$ и $\alpha \approx 3\ \alpha_{л}$.

Тепловое расширение газов обусловлено увеличением кинетической энергии частиц газа при его нагреве и совершением за счёт этой энергии работы против внешнего давления. У твёрдых тел и жидкостей тепловое расширение связано с несимметричностью (ангармонизмом) тепловых колебаний атомов, благодаря чему межатомные расстояния с ростом температуры увеличиваются. Экспериментальное определение α и $\alpha_{л}$ осуществляется методами дилатометрии. Тепловое расширение тел учитывается при конструировании всех приборов и машин, работающих в переменных температурных условиях.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Что называется фазой? Какие виды фазовых переходов вы знаете?

Задание 2. Запишите уравнение Клапейрона – Клаузиуса.

Задание 3. В чём физический смыл испарения и конденсации?

Задание 4. В чём физический смысл плавления и кристаллизации?

Задание 5. Нарисуйте диаграмму состояния вещества. Что такое тройная точка? Где она находится на диаграмме?

Задание 6. В сосуде под поршнем находится ненасыщенный пар. Как его можно сделать насыщенным?

1) повышая температуру;

2) уменьшая объём сосуда;

3) увеличивая внутреннюю энергию;

4) добавляя в сосуд другой газ.

Задание 7. Относительная влажность воздуха в комнате равна 40 %. Давление насыщенного водяного пара при той же температуре равно P = 2,0 кПа. Атмосферное давление равно P = 100 кПа. Чему равно парциальное давление водяного пара в комнате?

1) 1,7 кПа; 2) 2,4 кПа; 3) 0,8 кПа.

Задание 8. Чтобы целиком расплавить брусок из олова, нагретый до температуры плавления, требуется количество теплоты Q. Такому бруску, нагретому до температуры плавления, передали количество теплоты Q / 2. Как изменилась при этом его температура?

1) увеличилась; 2) уменьшилась; 3) не изменилась.

Задание 9. Чтобы целиком замёрзла вся вода, находящаяся в тарелке под нормальным давлением при температуре 0 °С, требуется отвести от этой воды количество теплоты Q. От этой воды отвели количество теплоты Q / 2. Как изменилась при этом внутренняя энергия?

1) увеличилась; 2) уменьшилась; 3) не изменилась.

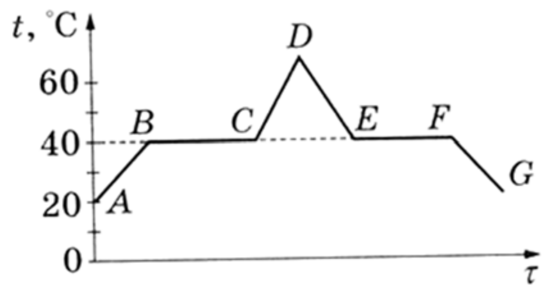


Рис. 2.11

Задание 10. В начальный момент в сосуде под лёгким поршнем находится только жидкий эфир. На рис. 2.11 показан график зависимости температуры t эфира от времени τ его нагревания и последующего охлаждения. Установите соответствие между процессами конденсации и нагревания эфира и участками графика.

1) AB; 2) BC; 3) DE; 4) EF.

2.5. Свойства жидкостей

Теоретический материал

Характеристика жидкого состояния. Объёмные свойства жидкостей. Строение жидкостей. Ближний порядок. Поверхностное натяжение. Силы, возникающие на кривой поверхности жидкости. Формула Лапласа. Условия равновесия на границе двух сред. Краевой угол. Смачивание. Капиллярные явления.

Жидкость – агрегатное состояние вещества. Теория жидкости до настоящего времени полностью не развита. Разработка ряда проблем в исследовании сложных свойств жидкости принадлежит Я. И. Френкелю (1894 – 1952). Тепловое движение в жидкости он объясняет тем, что каждая молекула в течение некоторого времени колеблется около определённого положения равновесия, после чего скачком переходит в новое положение, отстоящее от исходного на расстоянии порядка межатомного. Таким образом, молекулы жидкости довольно медленно перемещаются по всей массе жидкости и диффузия происходит гораздо медленнее, чем в газах. С повышением температуры жидкости частота колебательного движения резко увеличивается, возрастает подвижность молекул, что, в свою очередь, является причиной уменьшения вязкости жидкости.

Характеристика жидкого состояния. Ближний порядок. Жидкости обладают некоторой структурой, которая не так сильно выражена, как у твёрдых тел, но отличается от структуры газов. По внутренней структуре жидкости занимают промежуточное место между газами и твёрдыми телами. Количественной характеристикой упорядоченности структуры может служить парная функция распределения $g(r)$, которая определяется следующим образом. Пусть некоторый гипотетический наблюдатель находится в месте положения некоторой молекулы и наблюдает среднюю плотность других молекул в различных областях пространства, характеризуемых радиус-вектором $\vec{r}$. Распределение этой плотности характеризуется функцией $g(r)$.

1. В случае кристаллической решётки твёрдого тела плотность отлична от нуля лишь вблизи узлов кристаллической решётки.

2. У идеального газа распределение молекул одинаково по всем направлениям и на всех расстояниях от начальной точки, то есть для газа $g(r)$ = const.

3. Как показывают экспериментальные исследования и теоретические соображения, у жидкости парная функция распределения изотропна, но зависит от расстояния от начальной точки. Плотность $g(r)$ колеблется вокруг средней плотности и на достаточно больших расстояниях становится равной средней плотности. Это показывает, что молекулы в жидкости распределены не столь беспорядочно, как в газе, хотя и не столь упорядоченно, как в твёрдом теле.

Парная функция распределения жидкостей доказывает существование в них ближнего порядка в расположении частиц, то есть их упорядоченное расположение, повторяющееся на расстояниях, сравнимых с межатомными. Для твёрдых тел наблюдается так называемый дальний порядок в расположении частиц, то есть их упорядоченное расположение, повторяющееся на больших расстояниях.

Поверхностное натяжение. Жидкое состояние возникает тогда, когда потенциальная энергия притяжения молекул превосходит по абсолютному значению их кинетическую энергию. Силы притяжения между молекулами в жидкости значительны и обеспечивают удержание молекул в объёме жидкости. Таким образом, у жидкости образуется поверхность, которая ограничивает её объём. Поверхность, ограничивающая данный объём, зависит от формы. Из геометрии известно, что при заданном объёме минимальной поверхностью обладает шар.

На молекулы жидкости, находящиеся в поверхностном слое, действуют нескомпенсированные, направленные внутрь силы притяжения со стороны остальной части жидкости. В результате этого поверхностный слой оказывает на всю жидкость большое внутреннее давление порядка десятков тысяч атмосфер.

Частицы поверхностного слоя жидкости имеют бóльшую потенциальную энергию, чем частицы, которые находятся внутри жидкости. Это связано с тем, что для изотермического перехода молекул внутри жидкости на её поверхность они должны совершить работу по преодолению направленных внутрь жидкости сил внутреннего давления. Эта работа увеличивает потенциальную энергию молекул, переходящих на поверхность.

Работа изотермического образования единицы площади поверхности называется *поверхностным натяжением* (коэффициентом поверхностного натяжения) σ данной жидкости с другой фазой. Коэффициент поверхностного натяжения вычисляется по формуле

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta S},$$

где ΔF – изменение свободной энергии поверхностного слоя; ΔS – изменение площади поверхности. Коэффициент поверхностного натяжения зависит от химического состава жидкости и её температуры. С увеличением температуры σ уменьшается и обращается в нуль при критической температуре. Это связано с тем, что увеличиваются средние расстояния между молекулами жидкости. У большинства жидкостей σ имеет при 20 °С порядок от 10^{-2} до 10^{-1} Н/м. Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются *поверхностно-активными* (спирты, эфиры, нефть).

Жидкость на поверхности твёрдого тела или другой жидкости может себя вести следующим образом: растекаться по поверхности твёрдого тела (полное смачивание); собираться в каплю (полное несмачивание). Мерой смачивания является краевой угол между касательными к поверхности жидкости. Если $\theta < \pi / 2$, то жидкость смачивает поверхность твёрдого тела. При $\theta \to 0$ наблюдается полное смачивание и если $\theta > \pi / 2$ – жидкость не смачивает поверхность. В случае $\theta \to \pi$ наблюдается полное несмачивание (жидкость стягивается в каплю).

Смачивание или несмачивание – понятия относительные, то есть жидкость, смачивающая одну твёрдую поверхность, не смачивает другую. Например, вода смачивает стекло, но не смачивает парафин.

Капиллярные явления. Существование краевого угла приводит к тому, что вблизи стенок сосуда наблюдается искривление поверхности жидкости. В узкой трубке (капилляре) или в узком зазоре между двумя стенками искривлённой оказывается вся поверхность. Если жидкость смачивает стенки, поверхность имеет вогнутую форму, если не смачивает – выпуклую. Такого рода изогнутые поверхности жидкости называются менисками. Аналогично объясняется возможность «носить воду в решете». Если вода не смачивает решето (этого можно добиться, накрыв нити, из которых оплетено решето, парафином) и слой воды не очень велик, то небольшое перемещение уровня жидкости вниз будет сопровождаться увеличением поверхностной энергии, превосходящей по величине уменьшение энергии в поле сил тяготения. Поэтому вода будет удерживаться в решете, не проливаясь.

Если капилляр погрузить одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то под искривлённой поверхностью в капилляре давление будет отличаться от давления под плоской поверхностью в широком сосуде на величину

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух любых взаимно перпендикулярных нормальных сечений (нормальным сечением поверхности в точке A называется кривая, которая получается в результате пересечения поверхности с плоскостью, проходящей через нормаль к поверхности в этой точке) поверхности жидкости в точке, где находится молекула A. Радиус кривизны R_1 (или R_2) считается положительным, если центр кривизны соответствующего сечения находится внутри жидкости. В противном случае радиус кривизны считается отрицательным. Таким образом, $\Delta P > 0$, если мениск выпуклый, и $\Delta P < 0$, если он вогнутый. В случае плоской поверхности $R_1 = R_2 = \infty$, и дополнительное давление отсутствует ($\Delta P = 0$). Для сферической поверхности $R_1 = R_2 = R$ и

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}.$$

Например, такое избыточное давление существует внутри пузырька газа радиусом R, находящегося внутри жидкости вблизи её поверхности.

Избыточное давление внутри мыльного пузыря радиусом R вызывается действием обоих поверхностных слоёв тонкой сферической мыльной плёнки

$$\Delta P = \frac{4\sigma}{R}.$$

В результате при смачивании капилляра уровень жидкости в нём будет выше, чем в сосуде, при несмачивании – ниже.

Изменение высоты уровня жидкости в узких трубках или зазорах получило название *капиллярности*. В широком смысле под капиллярными явлениями понимают все явления, обусловленные существованием поверхностного натяжения. Высоту подъёма жидкости в капилляре можно найти по формуле

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{g\,\rho\,R}.$$

Высота поднятия жидкости зависит от радиуса капилляра. Чем он меньше, тем выше подъём жидкости.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Что такое дальний и ближний порядок?

Задание 2. В чём физический смысл коэффициента поверхностного натяжения?

Задание 3. Нарисуйте качественные зависимости радиальной функции распределения жидкости и твёрдого тела.

Задание 4. Напишите формулу Лапласа и поясните её.

Задание 5. Изобразите на диаграмме (p, T) кривые испарения, плавления и сублимации. Покажите области однофазных состояний вещества.

Задание 6. Масса m 100 капель спирта, вытекающего из капилляра, равна 0,71 г. Определите поверхностное натяжение σ спирта, если диаметр d шейки капли в момент отрыва равен 1 мм.

1) 96,8 мН/м; 2) 22,2 мН/м; 3) 36,5 мН/м.

Задание 7. Трубка имеет диаметр d_1 = 0,2 см. На нижнем конце трубки повисла капля воды, имеющая в момент отрыва вид шарика. Найдите диаметр d_2 этой капли.

1) 16,8 мм; 2) 2,2 мм; 3) 4,4 мм.

Задание 8. Глицерин поднялся в капиллярной трубке на высоту h = 20 мм. Определите поверхностное натяжение σ глицерина, если диаметр d канала трубки равен 1 мм.

1) 68 мН/м; 2) 62 мН/м; 3) 36 мН/м.

Задание 9. В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром d внутреннего канала, равным 1 мм. Найдите массу m вошедшей в трубку воды.

1) 96,0 мг; 2) 23,1 мг; 3) 36,5 мг.

Задание 10. Капиллярная трубка диаметром d = 0,5 мм наполнена водой. На нижнем конце трубки вода повисла в виде капли. Эту каплю можно принять за часть сферы радиусом r = 3 мм. Найдите высоту h столбика воды в трубке.

1) 6,37 см;   2) 2,23 см;   3) 3,50 см.

2.6. Элементы физической кинетики

Теоретический материал

Понятие о физической кинетике. Неравновесные системы. Время релаксации. Явления переноса. Диффузия. Коэффициент диффузии. Теплопроводность. Коэффициент теплопроводности. Вязкость (внутреннее трение). Коэффициент вязкости. Динамическая и кинематическая вязкость.

Физическая кинетика – это раздел физики, изучающий процессы, проходящие при нарушении равновесия. При нарушении равновесия система стремится вернуться в равновесное состояние. Нарушение равновесия сопровождается возникновением потоков, либо молекул, либо тепла, либо электрического заряда и т. п. В связи с этим соответствующие процессы носят название явлений переноса. Рассмотрим три явления переноса: диффузию, теплопроводность и внутреннее трение, или вязкость.

Временной характеристикой процессов переноса является время релаксации – это время, в течение которого система достигает равновесного состояния к распределению Максвелла.

Общее уравнение переноса. Пусть G характеризует некоторое молекулярное свойство, отнесённое к одной молекуле. Этим свойством может быть энергия, импульс, концентрация, электрический заряд и т. д. Если в равновесном состоянии G постоянно по объёму, то при наличии градиента G происходит движение G в сторону его уменьшения.

Пусть ось X направлена вдоль градиента G. Среднее расстояние, пробегаемое молекулами, пересекающими площадку dS после последнего столкновения, равно (2/3) $<l>$. Имеем

$$G\left(x \pm \frac{2}{3} < l >\right) = G(x) \pm \frac{2}{3} < l > \frac{\partial G(x)}{\partial x}.$$

Поток числа молекул в направлении оси X равен $\dfrac{n_0 < v >}{4}$.

Следовательно, поток G сквозь площадку dS в направлении отрицательных значений оси X равен

$$I_G^{(-)} = -\frac{1}{4} n_0 < v > \left\{ \mathrm{G(x)} + \frac{2}{3} < l > \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right\},$$

а в направлении положительных значений оси X

$$I_G^{(+)} = \frac{1}{4} n_0 < v > \left\{ \mathrm{G(x)} - \frac{2}{3} < l > \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right\}.$$

Следовательно, суммарный поток в положительном направлении оси X в точке x имеет вид

$$I_G = I_G^{(+)} + I_G^{(-)} = -\frac{1}{3} n_0 < v > \frac{\partial G}{\partial x}.$$

Это и есть основное уравнение переноса.

Теплопроводность. Если температура газа в разных местах различна, то и средняя энергия молекул в этих местах также будет различна. Перемещаясь вследствие теплового движения из одних мест в другие, молекулы переносят запасённую ими энергию. Этот перенос энергии и обусловливает процесс теплопроводности в газах.

Перенос энергии в форме теплоты подчиняется закону Фурье (Ж.-Б. Фурье (1768 – 1830))

$$I_g = -\lambda \frac{dT}{dx},$$

где I_g – плотность теплового потока – величина, определяемая энергией, переносимой в форме теплоты в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси X; λ – теплопроводность; $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры, равный скорости изменения температуры на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке. Знак «минус» показывает, что при теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры. Теплопроводность численно равна плотности теплового потока при градиенте температуры, равном единице.

Можно показать, что

$$\lambda = \frac{1}{3} C_V \rho < v >< l >.$$

Следует отметить, что лёгкие газы обладают значительно большей теплопроводностью, чем тяжёлые. Теплопроводность не зависит от давления.

Диффузия. В состоянии равновесия плотность каждой из компонент во всех точках фазы одинакова. При отклонении плотности от равновесного значения в некоторой области в системе возникает движение компонент вещества в таких направлениях, чтобы сделать плотность каждой из компонент постоянной по всему объёму системы. Связанный с этим движением перенос вещества компонент, составляющих фазу, называется *диффузией*. Различают самодиффузию, термодиффузию и взаимодиффузию.

Явление диффузии для химически однородного газа подчиняется закону А. Фика (1829 – 1901)

$$\boldsymbol{I_m = -D\frac{d\rho}{dx}},$$

где I_m – плотность потока массы – величина, определяемая массой вещества, диффундирующего в единицу времени, в положительном направлении оси X через единичную площадку, перпендикулярную оси X; D – коэффициент диффузии; $\boldsymbol{\frac{d\rho}{dx}}$ – градиент плотности, равный скорости изменения плотности на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке. Коэффициент диффузии численно равен плотности потока массы при градиенте плотности, равном единице. Согласно кинетической теории газов

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{3} < \boldsymbol{v} >< \boldsymbol{l} >,$$

$$\boldsymbol{D = T^{3/2}}.$$

Вязкость. Она обусловливается переносом импульса молекул поперёк направления движения слоёв газа, имеющих различные скорости. Произвольно выбранный слой движется медленнее, чем слой, расположенный справа, и быстрее, чем слой, расположенный слева.

В результате теплового движения молекулы перелетают из одного слоя газа в другой, перенося при этом свой импульс mu упорядоченного движения из одного слоя в другой.

В результате обмена молекулами между слоями, движущимися с различными скоростями, импульс упорядоченного движения слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее – увеличивается, то есть слой, движущийся быстрее, тормозится, а движущийся медленнее – ускоряется. В этом и состоит механизм возникновения силы внутреннего трения между слоями газа, движущимися с различными скоростями.

Сила внутреннего трения между двумя слоями газа (жидкости) подчиняется закону Ньютона

$$\boldsymbol{F} = \eta\left|\frac{\boldsymbol{dv}}{\boldsymbol{dx}}\right|\boldsymbol{S}.$$

Взаимодействие двух слоёв согласно второму закону Ньютона можно рассматривать как процесс, при котором от одного слоя к другому в единицу времени передаётся импульс, по модулю равный действующей силе. Тогда уравнение переноса примет вид

$$\boldsymbol{I}_{mu} = -\eta\frac{\boldsymbol{dv}}{\boldsymbol{dx}},$$

где I_{mu} – плотность потока импульса – величина, определяемая полным импульсом, переносимым в единицу времени в положительном направлении оси x через единичную площадку, перпендикулярную X.

Динамическая вязкость η численно равна плотности потока импульса при градиенте скорости, равном единице; она вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{1}{3}\rho < \boldsymbol{v} >< \boldsymbol{l} >.$$

Динамическая вязкость не зависит от давления и растёт в основном пропорционально квадратному корню из температуры $\sqrt{\boldsymbol{T}}$.

Наряду с динамической вязкостью используется также кинематическая вязкость υ, определяемая как

$$\upsilon = \frac{\eta}{\rho}.$$

Коэффициенты переноса связываются между собой следующим образом:

$$\eta = \rho \boldsymbol{D},$$

$$\frac{\lambda}{\eta \boldsymbol{C}_v} = 1.$$

Используя эти формулы, можно по найденным из опыта одним величинам определить другие.

Эффузия. Рассмотрим сосуд с ультраразреженным газом, разделённый на две части перегородкой с отверстием. Если размеры отверстия меньше длины свободного пробега, то молекулы будут пролетать через отверстие поодиночке без столкновений друг с другом. Истечение газа через отверстие в этих условиях называется *эффузией*.

При эффузии наблюдается ряд своеобразных явлений. Для упрощения рассуждений будем предполагать разрежение газа в сосуде настолько большим, что длина свободного пробега превышает линейные размеры сосуда. Тогда молекулы, пройдя через отверстие, будут двигаться по прямолинейным траекториям, пока не достигнут стенок сосуда.

Тепловая эффузия. Пусть стенки обеих частей сосуда поддерживаются при различных температурах T_1 и T_2. Когда длина свободного пробега λ значительно меньше диаметра отверстия d ($\lambda << d$), условием равновесия газа, заполняющего сосуд, будет равенство давлений P_1 и P_2. Поскольку давление равно nkT, число молекул в единице объёма, а следовательно, и плотность газа в обеих частях сосуда будет в этом случае находиться в отношении, обратном отношению температур

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Для ультраразреженного газа ($\lambda >> d$) условия равновесия будут иными. Не изменяющееся со временем (стационарное) состояние установится в том случае, если число молекул, проходящих за секунду через отверстие из первой части сосуда во вторую, будет равно числу молекул, проходящих через отверстие в противоположном направлении. Так как число молекул, проходящих через отверстие, пропорционально $n \langle v \rangle$, условие равновесия имеет вид

$$n_1 \langle v_1 \rangle = n_2 \langle v_2 \rangle.$$

Средняя скорость $\langle v \rangle$ пропорциональна $\sqrt{T}$. Поэтому можно написать, что

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

Таким образом, отношение плотностей газа оказывается иным, чем при обычных условиях.

Для давлений получим $\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{n_1 k T_1}{n_2 k T_2} = \sqrt{\dfrac{T_1}{T_2}}$.

В отличие от обычных условий, когда равновесие наблюдается при равенстве давлений в обеих частях сосуда, в условиях вакуума давление оказывается больше в той части сосуда, у которой температура стенок выше.

Явление эффузии используется для разделения газовых смесей, компоненты которых отличаются лишь тем, что в состав их молекул входят разные изотопы (разновидности атомов) одних и тех же элементов. Вследствие тождественности химических свойств изотопов осуществить их разделение химическим способом не удаётся.

С помощью каскада, состоящего из 48 ступеней, Г. Герцу (1887 – 1975) удалось практически полностью разделить изотопы неона (^{20}Ne и ^{22}Ne). Современные эффузионные установки для разделения изотопов урана состоят из нескольких тысяч ступеней.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Какие процессы называются явлениями переноса?

Задание 2. Запишите закон Фурье. Что переносится в процессе теплопроводности?

Задание 3. Запишите закон внутреннего трения. Что переносится в процессе внутреннего трения?

Задание 4. Дайте определение явлению эффузии. Приведите примеры её применения.

Задание 5. Определите характер зависимости от температуры T и давления p газа его коэффициента диффузии D, вязкости η и теплопроводности λ.

Задание 6. Найдите среднюю длину свободного пробега λ молекул водорода при давлении $P = 0{,}1$ Па и температуре $T = 100$ К.

1) 6,4 см; 2) 2,2 см; 3) 3,5 см.

Задание 7. Средняя длина свободного пробега λ атомов гелия при нормальных условиях равна 180 нм. Определите диффузию D гелия.

1) $6{,}83 \cdot 10^{-5}$ м^2/с; 2) $7{,}23 \cdot 10^{-5}$ м^2/с; 3) $3{,}65 \cdot 10^{-5}$ м^2/с.

Задание 8. Диффузия D кислорода при температуре $t = 0$ °С равна 0,19 см^2/с. Определите среднюю длину свободного пробега λ молекул кислорода.

1) 104 нм; 2) 22 мкм; 3) 135 нм.

Задание 9. Найдите среднюю длину свободного пробега λ молекул азота при условии, что его динамическая вязкость $\acute{\eta} = 17$ мкПа·с.

1) 104 пм; 2) 90 пм; 3) 135 пм.

Задание 10. Вычислите теплопроводность гелия при нормальных условиях.

1) 38,6 мВт/(м·К); 2) 7,3 мВт/(м·К); 3) 3,6 мВт/(м·К).

2.7. Начала термодинамики

Теоретический материал

Статистический и термодинамический методы. Термодинамическая система. Термодинамический процесс. Основные термодинамические понятия: внутренняя энергия, работа, теплота. Формулировки первого начала термодинамики. Уравнение первого начала термодинамики. Теплоёмкость. Зависимость теплоёмкости идеального газа от вида процесса. Формула Майера. Работа, совершаемая газом при изопроцессах. Энтальпия (тепловая функция). Адиабатический процесс. Теплоёмкость твёрдых тел. Недостаточность классической теории теплоёмкостей газов. Равновесные и неравновесные состояния системы. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Формулировки второго начала термодинамики. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Тепловые двигатели и холодильные машины. Максимальный КПД теплового двигателя. Энтропия. Статистический вес (термодинамическая вероятность). Закон возрастания энтропии. Термодинамические потенциалы и условия равновесия. Статистическое толкование второго начала термодинамики.

Задача термодинамики – феноменологическое исследование свойств материальных тел, характеризуемых макроскопическими параметрами, на основе общих законов, называемых началами термодинамики, без выяснения микроскопических механизмов изучаемых явлений.

Термодинамика – дедуктивная наука. Её основные успехи могут быть охарактеризованы тем, что она позволяет получить множество различных соотношений между величинами, определяющими состояние тел, опираясь на весьма общие эмпирические законы.

Термодинамика основывается на трёх началах. Первое является применением закона сохранения энергии к явлениям, изучаемым термодинамикой. Второе начало характеризует направление развития процессов, изучаемых в термодинамике. Третье начало накладывает ограничения на процессы, утверждая невозможность процессов, приводящих к достижению термодинамического нуля температуры (–273,15 °C).

Основные термодинамические понятия. *Работа.* Для того чтобы уменьшить объём, занимаемый газом, надо совершить работу по преодолению сил давления газа. Представим себе газ, заключённый в цилиндрический объём с поршнем, с движением которого изменяется объём. Сила, создаваемая давлением P газа на поршень площадью S, равна PS, и, следовательно, работа, совершаемая при перемещении поршня, равна

$$PSdx = pdV,$$

где dV – изменение объёма.

Положим, что работа, производимая внешними силами над газом, имеет знак «минус», а работа, производимая газом при увеличении его объёма, имеет знак «плюс». Поэтому работа δA газа при изменении его объёма на dV равна

$$\delta A = pdV.$$

Теплота. Это энергия в специфической форме – форме молекулярного движения. Бесконечно малую энергию, имеющую указанную специфическую форму, обозначим через δQ. Энергия в этой форме, то есть в виде теплоты, может как сообщаться системе, так и забираться от неё. Из эксперимента известно, что при соприкосновении двух тел их тепловое состояние выравнивается. Говорят, что от более тёплого тела к более холодному переходит теплота.

Внутренняя энергия. Энергия, которая связана со всевозможными движениями частиц системы и их взаимодействием между собой, включая энергию, обусловленную взаимодействием и движением частиц, составляющих сложные частицы, называется внутренней.

Пример. Вычислить внутреннюю энергию гелия объемом $V = 1$ л при давлении $p = 9{,}8 \cdot 10^4$ Па и температуре $t = 0$ °С.

По закону равнораспределения на один атом гелия приходится средняя энергия $\langle\varepsilon\rangle = \frac{3}{2}kT$. В объёме V газа имеется $n = \frac{\boldsymbol{Vp}}{\boldsymbol{kT}}$ частиц. Следовательно, внутренняя энергия 1 л гелия $U = \langle\varepsilon\rangle\, n = \frac{3}{2}kT\frac{\boldsymbol{Vp}}{\boldsymbol{kT}} =$

$$= \frac{3\boldsymbol{Vp}}{2} = \frac{3\,10^{-3} \times 9{,}8\,10^{4}}{2} = 150 \text{ Дж}.$$

Работа, совершаемая газом при изопроцессах. *Изобарный процесс* ($V = \text{const}$). При этом процессе с увеличением объёма к системе необходимо подводить теплоту, чтобы обеспечить постоянство давления.

Работа в процессе определяется интегралом

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1), \text{ или } A = \int_{T_1}^{T_2} p\frac{R}{p}dT = R(T_2 - T_1).$$

Изохорный процесс (V = const). Работа в этом процессе равна нулю $A = 0$.

Изотермический процесс (T = const). В этом процессе внутренняя энергия не изменяется, так как T = const и, следовательно, $dU = 0$

$$A = \int_1^2 pdV = RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = RT\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Адиабатный процесс. Это процесс, при котором отсутствует теплообмен с окружающей средой. Поэтому первое начало термодинамики запишется в виде

$CVdT + pdV = 0.$

Очевидно, что $dT < 0$ при $dV > 0$. Следовательно, работа, совершаемая газом при расширении, происходит за счёт его внутренней энергии и $dT > 0$ при $dV < 0$. Поэтому работа, совершаемая над газом, приводит к увеличению его внутренней энергии и температуры.

Уравнение адиабаты – равенство, связывающее параметры в адиабатном процессе. Уравнение адиабаты в переменных T, V

$TV^{\gamma-1}$ = const,

где $\boldsymbol{\gamma} = \frac{\boldsymbol{C_p}}{\boldsymbol{C_V}}$, или $\boldsymbol{\gamma} = \frac{\boldsymbol{i}+2}{\boldsymbol{i}}$.

$$A=\int_1^2 pdV=p_1V_1\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^\gamma}=\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

где $P_1V_1 = RV_1$. Тогда

$$A = \frac{\boldsymbol{R(T_1 - T_2)}}{\boldsymbol{\gamma}-1}.$$

При расширении газа работа при адиабатном процессе меньше, чем при изотермическом. Это объясняется тем, что при адиабатном процессе происходит охлаждение газа, в то время как в изотермическом процессе температура поддерживается постоянной за счёт притока теплоты из термостата. Поэтому в изотермическом процессе при расширении давление газа уменьшается только за счёт уменьшения плотности газа, а при адиабатном – за счёт уменьшения плотности и средней кинетической энергии, то есть температуры.

Политропный процесс. Ранее рассмотренные процессы обладают одной общей особенностью – они происходят при постоянной теплоёмкости. Процесс, в котором теплоёмкость является постоянной величиной, называется политропным. Другие процессы являются лишь частными случаями политропного процесса.

Так как теплоёмкость $C = \text{const}$, то уравнение политропы в переменных T, V имеет вид

$$TV^{n-1} = \text{const},$$

где $n - 1 = \dfrac{C_P - C_V}{C_V - C}$.

Исключая из него T с помощью равенства $T = \dfrac{PV}{R}$, находим

$$PV^n = \text{const},$$

где $n = \dfrac{C - C_P}{C - C_V}$ – показатель политропы.

Очевидно, что при $C = 0$ и $n = \gamma$ из уравнения получаем уравнение адиабаты,

при $C = \infty$, $n = 1$ – уравнение изотермы,

при $C = C_p$, $n = 0$ – уравнение изобары,

при $C = C_v$, $n = \pm\infty$ – уравнение изохоры.

Первое начало термодинамики. Оно является математическим выражением количественной стороны закона сохранения и превращения энергии в применении к термодинамическим системам. Первое начало термодинамики было установлено в результате экспериментальных и теоретических исследований в области физики и химии, завершающим этапом которых явилось открытие эквивалентности теплоты и работы, то есть обнаружение того, что превращение теплоты в работу и работы в теплоту осуществляется всегда в одном и том же строго постоянном количественном соотношении.

Первое начало термодинамики устанавливает: внутренняя энергия системы является однозначной функцией её состояния и изменяется только под влиянием внешних воздействий.

В термодинамике рассматриваются два типа внешних воздействий: воздействия, связанные с изменением внешних параметров системы (система совершает работу), и воздействия, не связанные с изменением внешних параметров и обусловленные изменением внутренних параметров или температуры (системе сообщается некоторое количество теплоты).

Поэтому согласно первому началу изменение внутренней энергии $U_2 - U_1$ системы при её переходе под влиянием этих воздействий из первого состояния во второе равно алгебраической сумме Q и A, что для конечного процесса запишется в виде уравнения $U_2 - U_1 = Q - A$, или

$$Q = U_2 - U_1 + A.$$

Для элементарного процесса уравнение первого начала таково:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

По первому началу термодинамики изменение внутренней энергии dU при элементарном процессе перехода системы из одного состояния в бесконечно близкое есть полный дифференциал и, следовательно, конечное её изменение $U_2 - U_1$ будет одним и тем же независимо от пути перехода системы из состояния 1 в состояние 2 – по пути, условно обозначенному a или b, но Q и A будут при этом разные. Это означает, что A и Q в отличие от U не являются функциями состояния системы, а характеризуют процесс, испытываемый системой, то есть являются функциями от линии, или функционалами. Тот факт, что выражение для элементарной работы δA не является полным дифференциалом, устанавливается в общем случае на основе второго исходного положения термодинамики, а то, что дифференциальное выражение для δQ не есть полный дифференциал, непосредственно следует из уравнения первого начала.

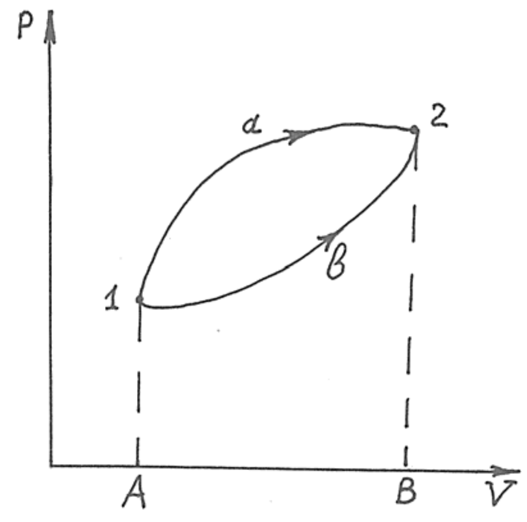


Рис. 2.12

Зависимость Q и A от пути видна на простейшем примере расширения газа (рис. 2.12). Работа, совершённая системой при переходе из состояния 1 в состояние 2 по пути a, изображается площадью, ограниченной контуром $A1a2BA$,

$$A_a = \int\limits_{1(a)}^{2} p(V,T)dV,$$

а работа при переходе по пути b – площадью, ограниченной контуром $A1b2BA$

$$A_b = \int\limits_{1(b)}^{2} p(V,T)dV.$$

Поскольку давление зависит не только от объёма, но и от температуры, то при различных изменениях температуры на пути a или b при переходе из одного и того же начального состояния (P_1, V_1) в одно и то же конечное (P_2, V_2) работа получается разной. Видно, что при замкнутом процессе (цикле) $1a2b1$ система совершает работу, не равную нулю. На этом основана работа всех тепловых двигателей.

Из первого начала термодинамики следует, что работа может совершаться или за счёт изменения внутренней энергии, или за счёт сообщения системе определённого количества теплоты. Если процесс круговой, начальное и конечное состояния совпадают, то $U_2 - U_1 = 0$ и $A = Q$, то есть работа при круговом процессе может совершаться только за счёт получения системой теплоты от внешних тел.

По этой причине первое начало часто формулируют в виде положения о невозможности вечного двигателя первого рода, то есть такого периодически действующего устройства, которое бы совершало работу, не заимствуя энергии извне.

Положение о вечном двигателе первого рода допускает обращение: работу нельзя ни создать из ничего (без затраты энергии), ни превратить в ничто (без выделения энергии).

Второе начало термодинамики. Открытие второго начала связано с анализом работы тепловых машин, чем и определяется его исходная формулировка. Впервые работа тепловых машин была теоретически рассмотрена в 1824 г. Сади Карно (1796 – 1832), который в своём исследовании «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эти силы», доказал, что КПД тепловых машин, работающих по предложенному им циклу (циклу Карно) не зависит от природы вещества, совершающего этот цикл. Позднее Р. Клаузиус и В. Томсон, по-новому обосновывая эту теорему Карно, почти одновременно положили основание тому, что теперь входит в содержание второго начала термодинамики.

Так же, как и первое начало, второе начало термодинамики является обобщением опытных данных. Многолетняя человеческая практика привела к установлению определённых закономерностей превращения теплоты в работу и работы в теплоту. В результате анализа этих закономерностей и было сформулировано второе начало в виде закона о существовании энтропии и её неубывании при любых процессах в изолированных (или только адиабатно изолированных) системах. Для того чтобы прийти к такому выражению второго начала, примем за исходную такую его формулировку, которая непосредственно связана с особенностями превращения теплоты в работу и работы в теплоту.

Назовём устройство, которое без компенсации периодически полностью бы превращало теплоту какого-либо тела в работу, вечным двигателем второго рода. Тогда исходная формулировка второго начала, выражающая закономерности превращения теплоты в работу и работы в теплоту, будет следующей: невозможен вечный двигатель второго рода.

Это положение означает, что, в то время как теплоту нельзя превратить в работу полностью без компенсации (невозможен вечный двигатель второго рода), работу в теплоту можно превратить без всяких компенсаций, так как не представляет никаких затруднений построить машину, вся деятельность которой сводилась бы к затрате работы и нагреванию резервуара.

Иначе говоря, если теплота превращается в работу и за весь круговой процесс у какого-либо тела или у различных тел было взято положительное количество теплоты ($\delta Q > 0$), а совершённая положительная работа равна A, то всегда $Q_1 > A$.

Второе начало термодинамики выражает закон о существовании энтропии у всякой равновесной системы и неубывании её при любых процессах в изолированных и адиабатно изолированных системах.

Термодинамический процесс называется обратимым, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении, причём если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений. Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, называется *необратимым*. Любой равновесный процесс является обратимым.

В качестве примеров необратимых процессов приведём следующие.

1. Процесс теплопередачи при конечной разности температур необратим, так как обратный переход связан с отнятием определённого количества теплоты у холодного тела, превращением его без компенсации в работу и затратой её на увеличение энергии нагретого тела.

2. Расширение газа в пустоту необратимо, так как при таком расширении не совершается работа, а сжать газ так, чтобы не совершить

работу, нельзя. Проведённая же при сжатии работа идёт на нагревание газа. Чтобы газ не нагревался, нужно отнять у него теплоту и превратить её в работу, что невозможно без компенсации.

3. Процесс диффузии необратим. Действительно, если в сосуде с двумя различными газами, разделёнными перегородкой, снять перегородку, то каждый газ будет диффундировать в другой. Чтобы они не нагревались, необходимо отнять у них теплоту и превратить её в работу, что невозможно без изменения в окружающих телах.

Формулировка третьего начала термодинамики. Открытие третьего начала термодинамики связано с нахождением химического сродства – величины, характеризующей способность различных веществ химически реагировать друг с другом. Эта величина определяется работой *A* химических сил при реакции.

Немецким физиком Вальтером Нерстом (1864 – 1941) было сформулировано третье начало термодинамики: по мере приближения температуры к 0 К энтропия всякой равновесной системы при изотермических процессах перестаёт зависеть от каких-либо термодинамических параметров состояния и в пределе (T = 0 К) принимает одну и ту же для всех систем универсальную постоянную величину, которую можно считать равной нулю.

Таким образом, по третьему началу

$$\lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_T = 0,$$

где x – любой термодинамический параметр.

Из третьего начала непосредственно следует недостижимость температуры 0 К. Действительно, охлаждение системы осуществляется повторением следующих друг за другом процессов адиабатного расширения (при котором понижается температура) и изотермического сжатия (при котором уменьшается энтропия). По третьему началу при изотермических процессах, когда температура приближается к 0 К, энтропия перестаёт изменяться при сжатии. Поэтому состояние с S = 0 за конечное число указанных процессов недостижима, а следовательно, недостижима и температура 0 К, так как согласно тому же началу состояние с T = 0 К совпадает с состоянием S = 0. К температуре 0 К можно лишь асимптотически приближаться.

Статистическое толкование энтропии. Энтропия определяется логарифмом числа микросостояний, посредством которых реализуется рассматриваемое макросостояние.

$S = k\ln W$ – формула Больцмана.

1. Чем более упорядочена система, тем меньше число микросостояний, которыми осуществляется макросостояние. Энтропия – мера упорядоченности системы.

2. Энтропия является аддитивной функцией состояния: энтропия системы равна сумме энтропий составляющих её частей. Так как число микросостояний W определяется вероятностью, то

$S_1 = k\ln W_1$, $S_2 = k\ln W_2$.

Из определения вероятности независимых совместных событий

$W = W_1 W_2$,

тогда $S_1 = k\ln W_1 W_2 = k\ln W_1 + k\ln W_2$ и $S = S_1 + S_2$.

Пример. Определим число микросостояний в различных случаях.

Для начального состояния

$$W_а = \frac{9!}{6!\,2!\,1!} = 252$$

$$W_б = \frac{9!}{3!\,3!\,3!} = 1\,680$$

$$W_в = \frac{9!}{0!\,9!\,0!} = 1$$

В результате самопроизвольных процессов изолированная система переходит в состояние термодинамического равновесия. При равновесии происходят флуктуации, которые вызывают локальные уменьшения энтропии.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Как определяется работа, совершаемая газом при изопроцессах?

Задание 2. Сформулируйте первое начало термодинамики.

Задание 3. Сформулируйте второе начало термодинамики.

Задание 4. Из каких процессов состоит цикл Карно?

Задание 5. Дайте понятие энтропии. В чём выражается закон возрастания энтропии?

Задание 6. Сформулируйте третье начало термодинамики.

Задание 7. Если в некотором процессе подведённая к газу теплота равна изменению его внутренней энергии, то есть $Q = \Delta U$, то такой процесс является

1) адиабатическим; 2) изотермическим; 3) изохорическим; 4) изобарическим.

Задание 8. На рис. 2.13 представлена диаграмма некоторого циклического процесса 1 – 2 – 3 – 1, происходящего с идеальным одноатомным газом. Работа газа A' и изменение его внутренней энергии ΔU при переходе из состояния 1 в состояние 2 соответственно равны

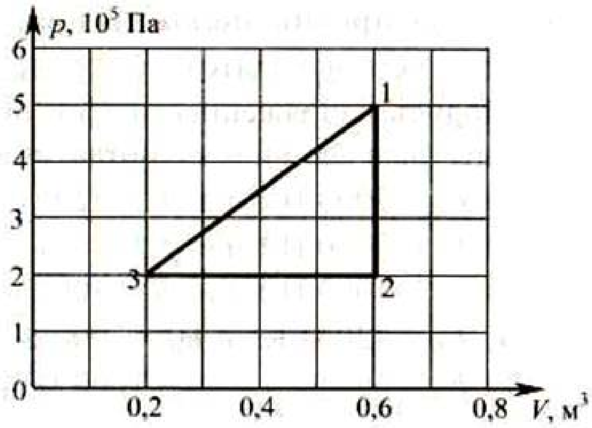


Рис. 2.13

1) $A' = -1{,}8 \cdot 10^5$ Дж, $\Delta U = 3{,}6 \cdot 10^5$ Дж;

2) $A' = 0$ Дж, $\Delta U = 2{,}7 \cdot 10^5$ Дж;

3) $A' = 0$ Дж, $\Delta U = -2{,}7 \cdot 10^5$ Дж;

4) $A' = 1{,}8 \cdot 10^5$ Дж, $\Delta U = -3{,}6 \cdot 105$ Дж.

Задание 9. В идеальном тепловом двигателе из каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, 700 Дж отдаётся холодильнику. Если при этом температура нагревателя равна 227 °С, то температура холодильника равна

1) 12 °С; 2) 27 °С; 3) 57 °С; 4) 77 °С.

Задание 10. КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, равен $\acute{\eta}_1 = 60$ %. Если температуру нагревателя уменьшить в 1,2 раза, а температуру холодильника увеличить в 1,2 раза, то КПД тепловой машины будет равен $\acute{\eta}_2$. При этом модуль $|\acute{\eta}_1 - \acute{\eta}_2|$ равен

1) 0 %; 2) 12,2 %; 3) 17,6 %, 4) 18,3 %.

III. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

3.1. Напряжённость электрического поля в вакууме

Теоретический материал

Электрический заряд. Сохранение заряда. Дискретность заряда. Закон Кулона. Теорема Ирншоу. Понятие электростатического поля. Силовые линии (линии напряжённости). Концепции близко- и дальнодействия. Принцип суперпозиции электростатических полей. Поток вектора напряжённости. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме и её связь с законом Кулона. Дифференциальная форма теоремы Гаусса. Применение теоремы Гаусса для расчёта полей.

Электрический заряд. Сохранение заряда. Дискретность заряда. Все тела способны электризоваться, то есть приобретать электрический заряд. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами. Имеются два вида электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными. Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков – притягиваются.

Электрический заряд – неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц. Заряд всех элементарных частиц одинаков по абсолютной величине. Обозначим его через e. Для электрона заряд $q = -e$, протона – $q = +e$, нейтрона – $q = 0$. Всякий заряд q образуется совокупностью элементарных зарядов, он является целым кратным e

$q = \pm Ne$.

Электрический заряд – величина инвариантная, то есть он не зависит от системы отсчёта, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

В 1843 г. английский физик М. Фарадей (1791 – 1867) установил фундаментальный закон природы – закон сохранения заряда: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остаётся неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

Опытным путём (1910 – 1914) американский физик Роберт Милликен (1868 – 1953) показал, что электрический заряд дискретен, то есть заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Единица электрического заряда – кулон (Кл) – электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

Закон Кулона. Он определяет величину и направление силы взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами. Согласно закону Кулона, сформулированному в 1785 г., два точечных заряда взаимодействуют друг с другом в вакууме с силой, пропорциональной произведению величин зарядов q_1 и q_2 и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними

$$\vec{\mathbf{F}} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{\mathbf{r}}_{12}}{r},$$

где k – коэффициент пропорциональности.

В системе единиц Гаусса $k = 1$, в СИ

$k = 1/4\pi\varepsilon_0$,

где ε_0 – электрическая постоянная. В однородном диэлектрике сила взаимодействия между точечными зарядами уменьшается в ε раз

$k = 1/4\pi\varepsilon_0\varepsilon$,

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, которая показывает, во сколько раз проницаемость данной среды больше, чем вакуума.

Сила взаимодействия направлена по прямой, соединяющей заряды, причём одноимённые заряды отталкиваются, а разноимённые – притягиваются. Силы, определяемые законом Кулона, подчиняются принципу суперпозиции.

Теорема Ирншоу. В электростатике изучаются электрические поля неподвижных зарядов. При этом предполагается, что эти заряды удерживаются в разных точках пространства силами неэлектрического происхождения, природа которых нами сейчас не будет уточняться. *Теорема*: не существует такой конфигурации зарядов, которая была бы устойчива, если нет других сил, кроме сил кулоновского взаимодействия, между зарядами системы.

Очевидно, что неподвижных элементарных зарядов не существует, а поэтому не существует постоянных полей. Однако в большинстве явлений (в классической теории электричества) наблюдается не поле отдельного заряда, а суперпозиция полей многих зарядов. Вклад в это поле каждого элементарного заряда очень мал.

Концепции близко- и дальнодействия. В теории дальнодействия принимается, что электрические явления определяются мгновенным взаимодействием зарядов на любых расстояниях.

Согласно теории близкодействия все электрические явления определяются изменениями полей зарядов, причём эти изменения распространяются в пространстве от точки к точке с конечной скоростью. Применительно к электростатическим полям обе теории дают одинаковые результаты, хорошо согласующиеся с опытом. Переход же к явлениям, обусловленным движением электрических зарядов, приводит к несостоятельности теории дальнодействия, поэтому современная теория взаимодействия заряженных частиц – это теория близкодействия.

Напряжённость поля. Пространство, в котором находится электрический заряд, обладает некоторыми особенностями, проявляющимися в том, что на другой заряд, помещённый в пространство, действует некоторая сила. Действие силы означает, что в данном пространстве существует силовое поле, и именно через это поле и осуществляется взаимодействие заряженных тел.

Поле уединённого точечного заряда можно изучить, используя так называемый пробный заряд, который не должен искажать электростатическое поле заряда. Заряд q, создающий электростатическое поле, и пробный заряд $q_{\text{пр}}$, находящийся на расстоянии r от заряда, взаимодействуют с силой

$$F = \frac{qq_{np}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Величина силы F зависит от заряда $q_{\text{пр}}$ и не может характеризовать электростатическое поле в данной точке.

Отношение

$$\frac{F}{q_{np}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

не зависит от заряда $q_{\text{пр}}$ и постоянно для данной точки поля, следовательно, может быть силовой характеристикой в данной точке.

Векторная величина

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_{np}}$$

называется *напряжённостью электростатического поля*.

Физический смысл напряжённости становится ясным, если положить в формуле $q_{пр} = 1$, тогда

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{F}},$$

то есть напряжённость поля численно равна силе, с которой поле действует на единицу точечного положительного заряда, помещённого в данную точку поля. Напряжённость электростатического поля $\vec{E}$ – величина векторная, поскольку сила есть вектор. Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы $\vec{F}$, действующей на положительный пробный заряд.

Напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом q, в какой либо точке, равна

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}.$$

За единицу напряжённости принимается напряжённость в такой точке поля, в которой на заряд, равный единице количества электричества, действует сила, численно равная единице силы.

Размерность напряжённости в системе СИ $[E] = \frac{[F]}{[q]} = 1\,\frac{Н}{Кл} = 1\,\frac{В}{м}$.

Принцип суперпозиции полей. Основная задача электростатики заключается в следующем: по заданным распределению в пространстве и величине источников поля – электрических зарядов – найти величину и направление вектора напряжённости $\vec{E}$ в каждой точке поля.

Пусть поле создано системой неподвижных точечных зарядов q_1, q_2, $\ldots q_n$. Из рассмотренного в механике принципа независимости действия сил следует, что результирующая сила F, действующая со стороны исследуемого поля на пробный заряд q, равна векторной сумме сил F_i, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов q_i

$$\vec{\mathbf{F}} = \sum_{i=1}^{n}\vec{\mathbf{F}}_i,$$

а так как $\vec{\mathbf{F}} = q\,\vec{\mathbf{E}}$ и $\vec{\mathbf{F}}_i = q\vec{\mathbf{E}}_i$, то $q\vec{\mathbf{E}} = \sum_{i=1}^{n} q\vec{\mathbf{E}}_i$; сокращая на q, получаем

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_{i=1}^{n}\vec{\mathbf{E}}_i.$$

Напряжённость электростатического поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряжённостей полей, создаваемых каждым из этих зарядов в отдельности. Иными словами, результирующее поле можно найти простым наложением (суперпозицией) полей отдельных зарядов

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^3}\vec{\mathbf{r}}_i.$$

Формула пригодна для расчёта любых электрических полей, так как всякое заряженное тело можно разбить на столь малые части, что каждая из них будет представлять собой точечный заряд.

В случае непрерывного распределения электрических зарядов вводится понятие плотности зарядов. При непрерывном распределении зарядов вдоль линии вводят линейную плотность электрических зарядов

$$\tau = \lim_{\Delta l \to 0}\frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl},$$

где Δq – общий заряд участка линии длиной Δl.

Если заряды непрерывно распределены по некоторой поверхности, то пользуются поверхностной плотностью зарядов

$$\sigma = \lim_{\Delta s \to 0}\frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds},$$

где Δq – общий заряд участка поверхности, площадь которой Δs.

При непрерывном распределении зарядов в каком-либо объёме вводится объёмная плотность зарядов

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV},$$

Δq – общий заряд элемента объёма ΔV.

Поток вектора напряжённости. Если взять точечный заряд q, то для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора $\vec{E}$ через эту поверхность будет равен

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S}\vec{S},$$

где интеграл берётся по замкнутой поверхности S. Поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиусом r, охватывающую точечный заряд q, находящийся в её центре,

$$\Phi_E = q4\pi r^2 / 4\pi\varepsilon_0 r = q / \varepsilon_0.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд q, поток вектора $\vec{E}$ будет равен

$\vec{E} = q / \varepsilon_0$.

Знак потока совпадает со знаком заряда q.

Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме. Поток вектора напряжённости электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключённых внутри этой поверхности зарядов, делённых на электрическую постоянную

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i .$$

Через объёмную плотность зарядов

$\rho = dq / dV$

имеем $\sum q_i = \int_V \rho dV$. Используя теорему Гаусса, можно записать так:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Применение теоремы Остроградского – Гаусса для расчёта полей

1. Поле двух бесконечных параллельных разноимённо заряженных плоскостей. Пусть плоскости заряжены равномерно разноимёнными зарядами с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Поле таких плоскостей найдём как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряжённости направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряжённость поля $E = 0$. В области между плоскостями $E = E_+ + E_-$, поэтому результирующая напряжённость равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Таким образом, результирующая напряжённость поля в области между плоскостями описывается этой формулой, а вне объёма, ограниченного плоскостями, равна нулю.

2. Рассмотрим электростатическое поле, создаваемое равномерно заряженной сферической поверхностью. Сферическая поверхность радиусом R с общим зарядом Q заряжена равномерно с поверхностной

плотностью $+\delta$. Поле обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряжённости направлены радиально. Построим мысленно сферу радиусом r, имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадёт весь заряд Q, создающий рассматриваемое поле, и, по теореме,

$4\pi r E = Q / \varepsilon_0$, откуда

$E = Q / 4\pi\varepsilon_0 r^2$ $(r \geq R)$.

3. Поле объёмно заряженного шара. Шар радиусом R с общим зарядом Q заряжен равномерно с объёмной плотностью $\rho = dq / dV$. Учитывая соображения симметрии, можно показать, что для напряжённости поля вне шара получится тот же результат, что и в предыдущем случае. Внутри же шара напряжённость поля будет другая. Сфера радиусом $r < R$ охватывает заряд

$$Q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho.$$

Поэтому, согласно теореме Гаусса,

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Учитывая, что $\rho = \dfrac{Q}{(\frac{4}{3}\pi R^3)}$, получим

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3} r \quad (r \leq R).$$

Таким образом, напряжённость поля внутри равномерно заряженного шара изменяется линейно с расстоянием r.

Уравнение Пуассона. Введём понятие электрического смещения. Для вакуума электрическое смещение равно

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Если электрическое поле создаётся одним точечным зарядом, то электрическое смещение на расстоянии r от заряда равно по модулю

$$D = q / 4\pi r^2,$$

а направление смещения $\vec{D}$ совпадает с направлением поля $\vec{E}$.

Полный поток смещения через поверхность S в любом однородном электрическом поле равен

$$\Phi = \int D_n ds.$$

Отметим, что поток смещения, определяющий число проходящих линий смещения, есть скаляр.

Введём прямоугольную систему координат x, y, z и обозначим электрическое смещение в какой-либо точке a (x, y, z) через (D_x, D_y, D_z). Рассмотрим бесконечно параллельные координатные оси и вычислим поток смещения через его поверхность. Поток через грань $dydz$, проходящую через A, есть $D_x dydz$, где знак «минус» входит потому, что внешняя нормаль к $dydz$ и положительное направление D_x составляют угол $\alpha = \pi (\cos\alpha = -1)$. Поток через параллельную ей грань, смещенную вдоль X на dx, есть

$$(D_x + \partial D_x dx / \partial x)\partial y \partial z.$$

Поэтому поток через обе грани равен

$$(D_x + dx\, \partial D_x / \partial X)dydz - D_x dydz = d\tau \partial D_x / \partial X,$$

где $d\tau = dxdydz$ – объём параллелепипеда.

Аналогично, определяя через две другие пары граней и складывая их, получим полный поток через всю поверхность параллелепипеда

$$(\partial D_x / \partial X + \partial D_y / \partial Y + \partial D_z / \partial Z)d\tau.$$

Если в данном объёме имеется распределённый заряд с объёмной плотностью

$$\rho = \rho(x, y, z),$$

то величина заряда, содержащегося в объёме параллелепипеда, равна $\rho\ d\tau$. Приравнивая её к значению полного потока через поверхность параллелепипеда, мы получим

$$\partial D_x / \partial X + \partial D_y / \partial Y + \partial D_z / \partial Z = \rho.$$

Это соотношение, выражающее теорему Остроградского – Гаусса в дифференциальной форме, носит название *уравнения Пуассона*.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Сформулируйте закон Кулона.

Задание 2. Что такое напряжённость электрического поля?

Задание 3. Сформулируйте теорему Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме.

Задание 4. Приведите примеры применения теоремы Остроградского – Гаусса. Поясните их.

Задание 5. Изобразите качественно линии поля: а) точечного заряда; б) однородного электрического поля; в) диполя. Для случаев *а* и *б* изобразите также эквипотенциальные поверхности.

Задание 6. Одинаковые небольшие проводящие шарики, заряженные одноимёнными зарядами q_1 = 5 мКл и q_2 = 20 мКл, находятся на расстоянии L друг от друга (L много больше радиуса шариков). Шарики привели в соприкосновение и вновь развели на такое же расстояние. При этом сила взаимодействия между ними

1) уменьшилась в 4 раза; 2) уменьшилась в 1,56 раза;

3) не изменилась; 4) увеличилась в 1,56 раза.

Задание 7. Если на точечный заряд $q = 10^{-9}$ Кл, помещённый в некоторую точку поля, действует сила $F = 2 \cdot 10^{-8}$ Н, то модуль напряжённости электрического поля в этой точке равен

1) 10 В/м; 2) 200 В/м; 3) 150 В/м; 4) 20 В/м.

Задание 8. В двух вершинах при основании равнобедренного треугольника закреплены одинаковые положительные точечные заряды величиной $q = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл. Углы при основании треугольника равны 30°, а длина его боковой стороны составляет l = 3 см. Чему равен модуль вектора напряжённости в третьей вершине треугольника?

1) 10^4 В/м; 2) $2 \cdot 10^4$ В/м; 3) $4 \cdot 10^4$ В/м; 4) $6 \cdot 10^4$ В/м.

Задание 9. Металлический шар радиусом r = 20 см зарядили до потенциала 3 кВ. Величина заряда на шаре равна

1) 6,7 нКл; 2) 60 нКл; 3) 67 нКл; 4) 600 нКл.

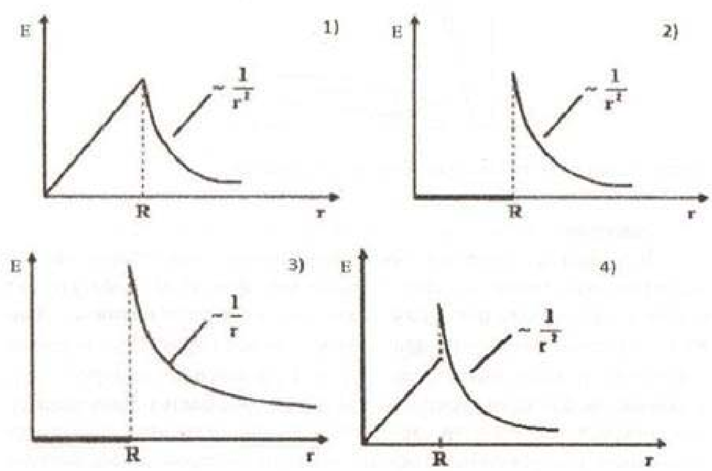


Рис. 3.1

Задание 10. На рис. 3.1. представлены графики зависимости напряжённости $E(r)$ для различных распределений заряда. График зависимости $E(r)$ для заряженной металлической сферы радиусом R показан на рисунке

1) 1; 2) 3; 3) 2; 4) 4.

3.2. Диэлектрики в электрическом поле

Теоретический материал

Свободные и связанные заряды в веществе. Сторонние заряды. Полярные и неполярные молекулы. Типы диэлектриков. Ионная, электронная и ориентационная поляризации. Поляризуемость молекулы. Поляризованность (вектор поляризации). Однородная и неоднородная поляризации. Связь поляризованности с поверхностной плотностью поляризационного заряда. Диэлектрическая восприимчивость вещества и её зависимость от температуры. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике. Электрическое смещение (электрическая индукция) в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость среды. Вычисление напряжённости электрического поля в диэлектрике. Граничные условия для электрического поля на границе раздела «диэлектрик – диэлектрик». Сегнетоэлектрики.

Диэлектриками (изоляторами) называются вещества, неспособные проводить электрический ток. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако вещества, называемые диэлектриками, проводят в 10^{15} – 10^{20} раз хуже, чем вещества, называемые проводниками.

Заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, называются *связанными*. Под действием поля связанные заряды могут лишь немного смещаться из своих положений равновесия; покинуть пределы молекулы, в состав которой они входят, связанные заряды не могут. Заряды, которые хотя и находятся в пределах диэлектрика, но не входят в состав его молекул, а также заряды, расположенные за пределами диэлектрика, называются *сторонними*.

Поле в диэлектрике является суперпозицией поля $E_{\text{стор}}$ и поля $E_{\text{связ}}$. Результирующее поле называется *микроскопическим*, или *истинным*

$E_{\text{микро}} = E_{\text{стор}} + E_{\text{связ}}$.

Микроскопическое поле сильно изменяется в пределах межмолекулярных расстояний. Вследствие движения сторонних зарядов микроскопическое поле изменяется также со временем. Если сторонние заряды неподвижны, то поле обладает теми же свойствами, что и электрическое поле в вакууме.

Типы диэлектриков. Так как диэлектрик состоит из атомов и молекул, то положительный заряд всех ядер молекулы равен суммарному заряду всех электронов, и молекула в целом электрически нейтральна. Если заменить положительный заряд молекул суммарным зарядом $+Q$, а заряд всех электронов – суммарным отрицательным зарядом $–Q$, то молекулу можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом, определённым формулой

$$\vec{p} = |Q|\,\vec{l}.$$

1. Группа диэлектриков (H_2, N_2, O_2, C_2O_2), в которых молекулы имеют симметричное строение и в отсутствие внешнего электрического поля дипольный момент равен нулю ($p = 0$), называются *неполярными*. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные по полю, а отрицательные против поля) и молекула приобретает дипольный момент.

2. Если молекула имеет асимметричное строение (H_2O, N_3H_5, SO_2). В этом случае центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Таким образом, эти молекулы в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. Молекулы таких диэлектриков называются *полярными*. При отсутствии внешнего поля, однако, дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы хаотично и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля и возникнет отличный от нуля дипольный момент.

3. Третью группу диэлектриков составляют вещества, имеющие ионное строение (NaCl, KCl, KBr). Ионные кристаллы представляют собой пространственные решётки с правильным чередованием ионов разных знаков. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решётки или относительное смещение подрешёток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

Поляризация диэлектриков. Опыты показывают, что на первоначально незаряженных диэлектриках в электрическом поле возникают электрические заряды. На диэлектрике появляются электрические полюсы, отчего и само явление получило название поляризации диэлектриков.

Неполяризованный диэлектрик (в отсутствие электрического поля) можно схематически изобразить в виде собрания молекул, в каждой из которых равные положительные и отрицательные заряды распределены равномерно по всему объёму молекулы. При поляризации диэлектрика заряды в каждой молекуле смещаются в противоположные стороны, и на одном конце молекулы появляется положительный заряд, а на другом – отрицательный. При этом каждая молекула превращается в электрический диполь.

Смещение зарядов внутри молекул будет проявляться как возникновение некоторых зарядов на диэлектрике. Действительно, неполяризованный диэлектрик можно представить как два тождественных объёма, совпадающих друг с другом, каждый из которых равномерно заполнен положительным или отрицательным зарядом. Поляризацию диэлектрика можно рассматривать как смещение этих объёмов на малое расстояние в противоположные стороны. При этом внутри диэлектрика по-прежнему количество положительного заряда будет равно количеству отрицательного, но на одном из концов диэлектрика возникнет тонкий слой с нескомпенсированным положительным зарядом, а на другом появится некомпенсированный отрицательный заряд, то есть возникнут поляризационные заряды.

Так как имеются три типа диэлектриков, то различают следующие типы поляризации.

1. Электронную поляризацию диэлектрика с неполярными молекулами, которая заключается в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счёт деформации электронных орбит.

2. Ориентационную поляризацию диэлектрика с полярными молекулами, которая заключается в ориентации имеющихся дипольных моментов по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем выше напряжение электрического поля и ниже температура.

3. Ионную поляризацию, которая заключается в смещении подрешётки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных – против поля приводит к возникновению дипольных моментов.

Для количественной характеристики поляризации диэлектрика используется специальная физическая величина, называемая *поляризованностью*. Поляризованностью диэлектрика называют электрический момент единицы объёма диэлектрика. Он равен векторной сумме электрических моментов всех молекул, заключённых в единице объёма

$$\vec{P}=\frac{1}{\tau}\sum\vec{p}_i.$$

Если диэлектрик однороден и смещение зарядов $\vec{l}$ одинаково во всех точках, то вектор $\vec{P}$ будет одинаков по всему диэлектрику. Такую поляризацию называют однородной.

Зная поляризованность $\vec{P}$, можно определить поляризационные заряды, и наоборот. Будем считать поляризацию однородной и рассмотрим в электрическом поле диэлектрик в виде наклонной призмы с основанием S и ребром L, параллельным вектору $\vec{P}$. На одном из оснований призмы появятся отрицательные поляризационные заряды с поверхностной плотностью $-\sigma'$, а на другом – положительные заряды с плотностью $+\sigma'$, и призма приобретёт электрический момент

$$P = \sigma' SL.$$

Если α – угол между направлением нормали к основанию призмы и вектором $\vec{P}$, то объём призмы τ равен

$$\tau = SL\cos\alpha,$$

и поэтому

$$p = \frac{\sigma'\tau}{\cos\alpha}.$$

Но, с другой стороны, эту же величину можно выразить через электрический момент единицы объёма

$$P = P_\tau.$$

Сравнивая оба последних равенства, мы находим соотношение

$$\sigma' = P\cos\alpha = P_n.$$

В этой формуле P_n обозначает проекцию вектора $\vec{P}$ на направление внешней нормали к рассматриваемой поверхности. Для правой грани призмы угол α острый ($\cos\alpha > 0$) и σ' положительно. Для левой грани угол α тупой ($\cos\alpha < 0$) и σ' отрицательно.

Полученный результат показывает, что поверхностная плотность поляризационных зарядов равна нормальной составляющей поляризованности в данной точке поверхности. Он также означает, что электрический заряд, прошедший через единицу поверхности, перпендикулярной к направлению смещения зарядов, равен модулю поляризованности.

Если вектор $\vec{P}$ различен в разных точках (неоднородная поляризация), то в диэлектрике могут возникнуть ещё объёмные заряды.

Электрическое смещение. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике. В результате образования связанных (поляризационных) зарядов на поверхности диэлектрика, находящегося в электрическом поле, часть линий напряжённости будет на них кончаться или от них начинаться. Как видно из рис. 3.2, внутри диэлектрика возникает дополнительное электрическое поле E', направленное против внешнего поля E. Поэтому результирующее электрическое поле $E_п$ внутри диэлектрика

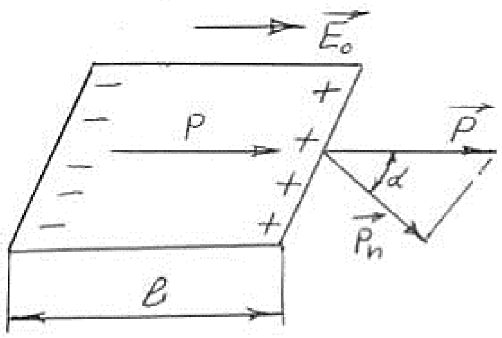


Рис. 3.2

$$E_п = E - E'.$$

Следовательно, линии напряжённости на границе раздела диэлектрик – вакуум не проходят непрерывно. Вследствие этого теорема Гаусса для поля в диэлектрике должна быть записана в ином виде.

Рассмотрим точечный заряд, окружённый однородной диэлектрической средой. Диполи этой среды, находясь в электрическом поле точечного заряда, в основном ориентируются вдоль радиальных направлений. В результате наложения поля диэлектрической среды на поле точечного заряда, рассматриваемого в вакууме, появляется результирующее электростатическое поле. Рассмотрим в указанном поле замкнутую поверхность и применительно к этому случаю запишем теорему Гаусса. При суммировании зарядов, ограниченных замкнутой поверхностью, следует учитывать не только свободные заряды, но и связанные нескомпенсированные заряды диполей диэлектрической среды, находящиеся внутри выделенной поверхности ($\sum Q_{связ}$)

$$\varepsilon_0 \oint_s \vec{E_n}\, \vec{ds} = \sum Q_{своб} + \sum Q_{связ}.$$

Найдём $\sum Q_{связ}$. Нескомпенсированным зарядом являются отрицательные заряды тех диполей, которые пересекаются с поверхностью s. Если поверхностную плотность этих отрицательных зарядов обозначить σ', то их результирующий заряд будет равен

$$\sum Q_{связ} = -\oint_s \sigma' ds.$$

Плотность индуцированных связанных зарядов численно равна вектору поляризации $\vec{P}$.

Тогда

$$\sum Q_{\text{связ}} = -\oint_s \vec{P}\overrightarrow{ds}.$$

Запишем

$$\varepsilon_0 \oint_s \overrightarrow{E_n}\,\overrightarrow{ds} = \sum Q_{\text{своб}} - \oint_s \vec{P}\overrightarrow{ds}.$$

Отсюда

$$\oint_s (\varepsilon_0 \overrightarrow{E_n} + \vec{P})\,\overrightarrow{ds} = \sum Q_{\text{своб}},$$

или, обозначая

$$\varepsilon_0 \overrightarrow{E_n} + \vec{P} = \vec{D},$$

получим

$$\oint_s \vec{D}\,\overrightarrow{ds} = \sum Q_{\text{своб}}.$$

Вектор $\vec{D}$ называется вектором смещения. Скалярное произведение вектора $\vec{D}$ на вектор $\overrightarrow{ds}$ представляет собой элементарный поток вектора смещения через площадку ds. Поток смещения обозначим через ψ. Он равен

$$\psi = \oint_s \overrightarrow{D_n}\,\overrightarrow{ds}.$$

Поток смещения ψ пронизывает как сферическую поверхность s, так и любую другую поверхность произвольной конфигурации, если заряд Q находится внутри неё.

Теорему Гаусса для поля в диэлектрике формулируют так: поток вектора смещения через замкнутую поверхность произвольной конфигурации пропорционален сумме свободных зарядов, находящихся внутри поверхности.

Вектор $\vec{D}$ с микроскопической точки зрения представляет собой сумму физически совершенно разнородных величин: $\vec{E}$ характеризует электрическое поле и $\vec{P}$ – электрическое состояние вещества.

Диэлектрическая проницаемость. Зависимость диэлектрической проницаемости от температуры. Диэлектрик, находясь во внешнем электрическом поле, поляризуется, то есть его жёсткие диполи получают преимущественную ориентацию, совпадающую с линиями напряжённости, и, кроме того, смещаются заряды неполярных молекул.

Напряжённость поля внутри диэлектрика, а значит, и электрическая сила будет всегда меньше, чем в той же точке пространства в отсутствие диэлектрика. Поляризацией диэлектрика объясняется закон Кулона для силы взаимодействия зарядов в разных средах.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды ε показывает, во сколько раз проницаемость данной среды больше, чем вакуума, и, следовательно, во сколько же раз уменьшается сила взаимодействия зарядов.

Выражение напряжённости поля в диэлектрике имеет вид

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

Пользуясь теоремой Гаусса для поля в диэлектрике, найдём соотношение между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$. Сделаем это, применяя теорему Гаусса для поля заряженного шара с зарядом $+Q$, окружённого диэлектриком. Возьмём замкнутую сферическую поверхность радиусом r и найдём поток смещения, проходящий через эту поверхность.

По теореме Гаусса

$D\,4\pi r^2 = Q$, отсюда $D = \frac{Q}{4\pi^2}$.

Сравнивая уравнения находим, что

$D = \varepsilon_0\varepsilon E$.

Величина χ, носящая название *электрической восприимчивости*, или *коэффициента поляризации*, является числовой мерой ориентирующего эффекта в диэлектрике, находящемся во внешнем электрическом поле. Величина χ зависит от структуры данного диэлектрика. Каждый диэлектрик обладает вполне определённой электрической восприимчивостью. В одном и том же поле поляризуется более тот диэлектрик, у которого выше коэффициент электрической восприимчивости. Электрические свойства диэлектриков, таким образом, могут характеризоваться как величиной диэлектрической проницаемости, так и величиной электрической восприимчивости. Найдём соотношения между ними.

Согласно $\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$ и $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$ зависимость $\vec{P}$ от $\vec{E}$ определяется как $\vec{P} = \chi\,\varepsilon_0\vec{E}$. Из этих соотношений находим

$\varepsilon_0\vec{E}\,(1 + \chi) = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$,

или

$\varepsilon = 1 + \chi$.

Из вышеизложенного следует, что чем больше электрическая восприимчивость, тем больше электрический момент молекул, тем больше поверхностная плотность связанных зарядов $\pm\sigma'$, тем больше собственное поле диэлектрика, тем меньше результирующее поле и больше диэлектрическая проницаемость.

Численное значение диэлектрической проницаемости определяется также числом молекул в единице объёма. Если число молекул в единице объёма мало, то эффект поляризации сказывается слабо, поэтому и ε для газов всегда мало.

Опыт показывает, что ε большинства веществ зависит от температуры; зависимость ε от t у полярных и неполярных диэлектриков следующая: у неполярных диэлектриков ε незначительно падает с ростом температуры; у полярных – значительно сильнее. Объясняется это тем, что тепловое движение с ростом температуры нарушает ориентацию молекул. Этот эффект невелик в твёрдом и значителен в жидком состоянии полярных диэлектриков, где тепловое движение более интенсивно.

Диэлектрическая постоянная вещества в жидком состоянии обычно бывает больше, чем диэлектрическая постоянная того же вещества в твёрдом состоянии.

Вещество	ε
Лёд	2,85
Вода	81,70
Этиловый спирт твёрдый	3,10
Этиловый спирт жидкий	25,70

Такая разница объясняется отсутствием или затруднённостью в твёрдом состоянии «ориентационного эффекта», то есть поворота дипольных молекул.

Электрическое поле на границе двух диэлектриков. Поле вектора $\vec{D}$ можно изобразить с помощью линий электрического смещения, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий вектора $\vec{E}$.

Рассмотрим, что происходит с векторами $\vec{E}$ и $\vec{D}$ при переходе через границу диэлектриков.

Поместим в однородное поле E_0 две сложенные вместе плоскопараллельные однородные пластины из разных диэлектриков. Возникшие на поверхностях пластины связанные заряды создадут внутри каждой пластины перпендикулярное к её поверхности поле $\vec{E}\,'$. В первой пластине напряжённость поля

$$E_1' = \frac{\sigma_1'}{\varepsilon_0},$$

во второй $E_2' = \dfrac{\sigma_2'}{\varepsilon_0}$. В сумме с нормальной составляющей напряжённости поля свободных зарядов E_{0n} вектор E' даст нормальную составляющую результирующего поля в пластинах

$$E_1n = E_0n - \frac{\sigma_1'}{\varepsilon_0},\ E_2n = E_0n - \frac{\sigma_2'}{\varepsilon_0}.$$

Тангенциальные составляющие результирующего поля в обеих пластинах одинаковы и равны

$$E_1\tau = E_2\tau = E_0\tau.$$

Поверхностная плотность связанных зарядов определяется нормальной составляющей результирующего поля в данной пластине

$$\sigma_1' = \chi_1\varepsilon_0 E_{1n},\ \sigma_2' = \chi_2\varepsilon_0 E_{2n}.$$

Подставив эти значения в формулы и произведя соответствующие преобразования, находим

$$E_1n = \frac{E_{0n}}{\varepsilon_1},\ E_2n = \frac{E_{0n}}{\varepsilon_2}.$$

Из формул следует, что при переходе через границу раздела диэлектриков нормальная составляющая напряжённости поля изменяется скачком (претерпевает разрыв), тангенциальная же составляющая остаётся без изменения.

Посмотрим, как ведёт себя вектор $\vec{D}$. Умножив каждую из составляющих вектора $\vec{E}$ на диэлектрическую проницаемость соответствующего диэлектрика, получим составляющие вектора смещения

$$D_1n = E_1n\ \varepsilon_0\varepsilon_1 = \varepsilon_0E_0n,\ D_2n = E_2n\ \varepsilon_0\varepsilon_2 = \varepsilon_0E_0n,$$

$$D_1\tau = E_1\tau\ \varepsilon_0\varepsilon_1 = \varepsilon_0\varepsilon_1\ E_0\tau,\ D_2\tau = E_2\tau\ \varepsilon_0\varepsilon_2 = \varepsilon_0\varepsilon_2E_0\tau.$$

Как видно из этих формул, при переходе через границу раздела диэлектриков тангенциальная составляющая вектора $\vec{D}$ изменяется скачкообразно, нормальная же составляющая изменений не претерпевает

$\vec{D}_1n = \vec{D}_2n.$

Это равенство указывает на непрерывность линий смещения. Линии электрического смещения не заканчиваются и не начинаются на границе раздела, то есть проходят через неё, не претерпевая разрыва.

Сегнетоэлектрики. Особую группу диэлектриков составляют сегнетоэлектрики, получившие своё название по имени типичного представителя этой группы – сегнетовой соли ($NaKC_4H_4O_6 : {}_6H_20$). Сегнетоэлектрики отличаются от других диэлектриков рядом особенностей.

В то время как у обычных диэлектриков диэлектрическая проницаемость составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков, диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков достигает нескольких тысяч.

Аномально большую диэлектрическую постоянную сегнетова соль имеет при температуре выше –20 °C и ниже +25 °C; вне этого интервала температур диэлектрические свойства сегнетовой соли сходны со свойствами обычных диэлектриков. Кристаллы фосфата калия KH_2PO_4 имеют аномально большое значение диэлектрической проницаемости в интервале температур от –190 °C до –130 °C.

Диэлектрическая постоянная титаната бария меньше, чем у сегнетовой соли и у фосфата калия, но всё же достигает громадных значений (1000 – 2000, а при наличии некоторых примесей даже 8000 при 20 °C).

Зависимость $\vec{D}$ от $\vec{E}$ не является линейной. Это значит, что диэлектрическая проницаемость зависит от напряжённости поля.

При изменениях поля значения вектора поляризации $\vec{P}$ (а следовательно, и индукции $\vec{D}$, поскольку $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$) отстают от напряжённости поля $\vec{E}$, в результате чего $\vec{P}$ и $\vec{D}$ определяются не только величиной напряжённости поля в данный момент времени, но и предысторией образца. Это явление характеризуется запаздыванием изменения $\vec{P}$ по отношению к изменению $\vec{E}$ и называется *гистерезисом*. При циклических изменениях напряжённости электрического поля зависимость $\vec{P}$ от $\vec{E}$ можно изобразить кривой, которая называется *петлёй гистерезиса* (рис. 3.3).

При увеличении напряжённости поля $\vec{E}$ вектор поляризации увеличивается в соответствии с ветвью кривой 1. Когда $\vec{E}$ уменьшается, изменение $\vec{P}$ происходит по ветви 2. Значение вектора поляризации P_r, которое сохраняется при $E = 0$, называется *остаточной поляризацией*. Поляризация диэлектрика исчезает только в том случае, когда приложено электрическое поле противоположного направления, напряжённость которого равна E_c. Это значение напряжённости называется *коэрцетивной силой*. При дальнейшем изменении E вектор поляризации изменяется по ветви 3.

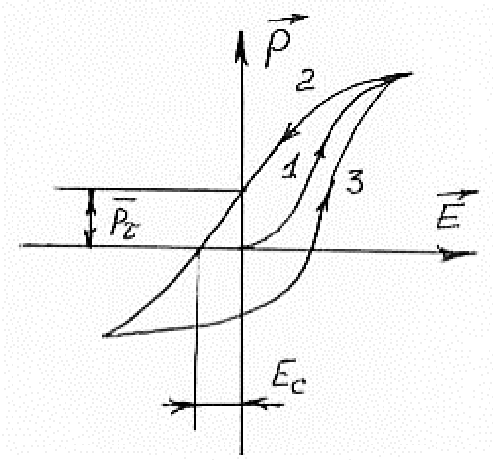


Рис. 3.3

Причина такого поведения сегнетоэлектриков заключается в следующем. В кристаллах сегнетоэлектриков самопроизвольно возникают микроскопические области, в которых дипольные моменты ориентированы одинаково даже при отсутствии внешнего поля. При этом направления поляризации соседних областей отличаются, и кристалл в целом дипольным моментом не обладает. Области спонтанной (самопроизвольной) поляризации называются *доменами*. При внесении сегнетоэлектрика во внешнее поле электрические моменты отдельных доменов поворачиваются таким образом, чтобы их направление совпадало с направлением напряжённости внешнего поля. Поэтому даже при малых значениях напряжённости внешнего поля вектор поляризации (а значит и вектор электрического смещения) может достигать больших величин. Поскольку $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, это значит, что у сегнетоэлектриков большая величина диэлектрической проницаемости.

Для каждого сегнетоэлектрика характерна температура, выше которой под действием теплового движения области самопроизвольной поляризации разрушаются, то есть вещество теряет свои особые свойства. Эта температура называется *точкой Кюри*. Наблюдающаяся у сегнетоэлектриков зависимость вектора поляризации позволяет их использовать в качестве генератора и приёмника ультразвуковых волн.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Как определяется поляризованность вещества? Каков её физический смысл?

Задание 2. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля в диэлектрике.

Задание 3. Какие виды поляризации вещества существуют?

Задание 4. Сформулируйте граничные условия для векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$.

Задание 5. Плоский воздушный конденсатор подключили к источнику напряжения, затем, не отключая его от источника, сдвинули пластины, уменьшив зазор в два раза. Как изменятся: а) энергия, запасённая конденсатором; б) заряд на обкладках конденсатора; в) плотность энергии поля в конденсаторе?

Задание 6. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора равна $S = 1{,}0$ см^2. Пробой воздуха в конденсаторе возникает при напряжённости поля $E = 3 \cdot 10^6$ В/м. Данному конденсатору может быть сообщен максимальный заряд, равный

1) 1,32 нКл; 2) 2,66 нКл; 3) 5,30 нКл; 4) 1,32 мкКл.

Задание 7. Площадь обкладок плоского воздушного конденсатора $S = 600$ см^2, расстояние между ними $L = 3$ мм. Между обкладками параллельно им вдвигают пластинку из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$ и толщиной $d = 1{,}5$ мм. Определите электроёмкость полученного конденсатора.

1) 3,14 пФ; 2) 100 пФ; 3) 310 пФ; 4) 730 пФ.

Задание 8. После того как конденсатор, заряженный до разности потенциалов $U_1 = 500$ В, соединили параллельно с незаряженным конденсатором ёмкостью $C_2 = 4$ мкФ, между обкладками конденсаторов установилась разность потенциалов $U_2 = 100$ В. Электроёмкость первого конденсатора равна

1) 1 мкФ; 2) 2 мкФ; 3) 4 мкФ; 4) 6 мкФ.

Задание 9. Диэлектрическая проницаемость воды равна $\varepsilon = 81$. Как надо изменить каждый из двух одинаковых точечных положительных зарядов, чтобы при погружении в воду сила электрического взаимодействия зарядов при том же расстоянии между ними была такой же, как и в вакууме?

1) уменьшить в 9 раз; 2) увеличить в 9 раз;
3) уменьшить в 81 раз; 4) увеличить в 81 раз.

Задание 10. В масле на расстоянии l = 8 см друг от друга находятся неподвижные точечные заряды q_1 = 6 нКл и q_2 = –2 нКл. Сила взаимодействия между зарядами равна F = 5,4 мкН. Диэлектрическая проницаемость ε масла равна

1) 2,5; 2) 2,9; 3) 3,1; 4) 3,2.

3.3. Постоянный электрический ток

Теоретический материал

Характеристики электрического тока: плотность тока, сила тока. Условие существования электрического тока. Сторонние силы. Разность потенциалов, напряжение, электродвижущая сила (ЭДС). ЭДС гальванического элемента. Классическая электронная теория электропроводности металлов. Законы Ома и Джоуля – Ленца в локальной форме. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Правила Кирхгофа. Электрический ток в сплошной среде. Заземление линий электропередач. Квазистационарные токи. Разрядка и зарядка конденсатора. Недостаточность классической электронной теории электропроводимости. Границы применимости закона Ома.

Характеристики электрического тока и условия его существования. В электростатике изучались явления, обусловленные неподвижными зарядами. Если по какой-либо причине возникает упорядоченное движение зарядов и через некоторую поверхность переносится заряд, отличный от нуля, то говорят, что возникает электрический ток.

Количественной характеристикой электрического тока служит *сила тока* – величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени. Если за время dt через поверхность переносится заряд dq, то сила тока I равна

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Единицей силы тока является ампер (А). Ампер – сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы на участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

За направление тока принимается направление, в котором перемещаются положительные заряды, или направление, противоположное направлению движения отрицательных зарядов. Свободные заряды, которые перемещаются в среде, называются *носителями тока*.

Электрический ток может быть распределён неравномерно по поверхности, через которую он течёт. Более детально ток можно охарактеризовать с помощью вектора плотности тока $\vec{j}$. Пусть заряженные частицы движутся в определённом направлении со скоростью $\vec{u}$. Вектором плотности тока $\vec{j}$ называется вектор, по направлению совпадающий с направлением скорости положительных зарядов (или противоположный направлению скорости отрицательных зарядов), а по абсолютной величине равный отношению силы тока dI через элементарную площадку $dS_\perp$, расположенную в данной точке пространства перпендикулярно к направлению движения носителей, к её площади

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}.$$

Число носителей тока в единице объёма n называется *плотностью носителей тока*. Заряд отдельного носителя будет обозначаться e. Если свободными зарядами являются, например, электроны, а положительные заряды неподвижны (это наблюдается в металлах), то плотность носителей будет совпадать с числом свободных электронов в единице объёма.

Вектор плотности тока можно выразить через плотность носителей тока n и скорость их движения u. Количество заряда, перенесённого за время dt через некоторую поверхность S, перпендикулярную вектору скорости, равно $dq = neudtS$. За время dt площадку S пересекут все свободные заряды в параллелепипеде с основанием S и длиной udt. Если площадка S достаточно мала, то плотность тока в её пределах можно считать постоянной, и тогда

$$j = \frac{I}{S} = \frac{dq}{Sdt} = \frac{n\,e\,u\,dt\,S}{S\,dt} = n\,e\,u.$$

В векторной форме

$$\vec{j} = n\,e\,\vec{u}.$$

Сила тока через произвольную поверхность

$$I = \int_S \vec{j}\ d\vec{S}\ .$$

Электрический ток, обусловленный движением свободных зарядов в проводниках различной природы, называется *током проводимости*. Свободные заряды в проводнике испытывают столкновения с атомами проводника. За время свободного пробега τ между двумя столкновениями заряд в проводнике приобретает направленную скорость вдоль внешнего электрического поля

$$\vec{u} = \vec{w}\,\tau = \frac{e\vec{E}}{m_0}\,\tau\,,$$

где $\vec{w}$ – ускорение частицы; $\vec{E}$ – напряжённость электрического поля в проводнике.

После очередного столкновения скорость теряется. Затем до следующего столкновения происходит новое наращивание направленной скорости.

Из вышеизложенного следует, что условиями существования тока является наличие: а) свободных зарядов; б) электрического поля внутри проводника, чтобы поддерживать перемещение зарядов.

Электродвижущая сила. Напряжение. Обобщённый закон Ома. Если бы на носитель тока действовали только силы электростатического поля, то под действием этих сил положительные носители перемещались бы из места с большим потенциалом к месту с меньшим потенциалом, а отрицательные носители двигались бы в обратном направлении. Это привело бы к выравниванию потенциалов, и в результате ток бы прекратился. Чтобы этого не произошло, должны иметься участки, на которых перенос положительных зарядов происходит в сторону возрастания φ, то есть против сил электростатического поля. Перенос носителей на этих участках возможен лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения, называемых *сторонними силами*. Физическая природа сторонних сил может быть различной. Например, химической (как в аккумуляторах), механической, магнитной и др.

Величина, равная отношению работы сторонних сил по перенесению заряда к величине этого заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС)

$$\varepsilon = \frac{\vec{A}_{\text{стор}}}{q}\,.$$

ЭДС измеряется в тех же единицах, что и потенциал, то есть в вольтах (В). Вольт – единица СИ электрического напряжения, электродвижущей силы (ЭДС), разности электрических потенциалов. Названа в честь итальянского учёного А. Вольты. 1 В – электрическое напряжение, вызывающее в электрической цепи постоянный ток силой 1 А при затрачиваемой мощности 1 Вт.

Стороннюю силу, действующую на заряд, можно представить в виде $\vec{F}_{\text{стор}} = \vec{E}_{\text{стор}}q$, где $\vec{E}_{\text{стор}}$ – напряжённость поля сторонних сил. Работа сторонних сил над зарядом на некотором участке 1 – 2 равна

$$A_{стор}^{1-2} = \mathrm{q}\int_1^2 \vec{E}_{стор}\, d\vec{l}.$$

Разделив обе части уравнения, согласно определению ЭДС, на заряд, получим

$$\varepsilon = \frac{A_{стор}^{1-2}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{стор}\, d\vec{l}\ .$$

Для замкнутой цепи

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{стор}\, d\vec{l}\ .$$

ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряжённости сторонних сил.

Кроме сторонних сил на заряд действуют силы электростатического поля $\vec{F}_E = q\vec{E}$. Результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд, равна

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_{стор} = q\,(\vec{E} + \vec{E}_{стор}).$$

Работа, совершаемая этой силой над зарядом q на участке цепи 1 – 2, определяется выражением

$$A_{12} = q\int_1^2 \vec{E}_{стор}\, d\vec{l} + q\int_1^2 \vec{E}_{стор}\, d\vec{l}.$$

Так как $q\int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l} = q\,(\varphi_1 - \varphi_2)$, а $q\int_1^2 \vec{E}_{стор}\, d\vec{l} = q\,\varepsilon_{12}$, тогда работа равна $A_{12} = q\,(\varphi 1 - \varphi 2) + q\,\varepsilon 12$.

Разделим обе части последнего уравнения на q. В левой части отношение $\frac{A_{12}}{q}$ обозначим U_{12}. Величина, численно равная отношению работы и электростатических, и сторонних сил по перемещению заряда к величине этого заряда, называется *падением напряжения*, или просто *напряжением*, на данном участке цепи U_{12}.

Таким образом, $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$.

Заметим, что если на участке отсутствует ЭДС, то $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$. Можно показать, что $U_{12} = IR$, где R – полное сопротивление цепи, и тогда

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Это уравнение выражает закон Ома для неоднородного участка цепи (с ЭДС). Он также называется обобщённым законом Ома.

Классическая электронная теория электропроводности металлов. Внутренняя структура металлов характеризуется кристаллической решёткой. В узлах кристаллической решётки находятся положительные ионы; в пространстве между ними практически свободно движутся обобществлённые электроны. Немецкий физик Пауль Друде (1863 – 1906) предположил, что электроны ведут себя как частицы идеального газа, и предложил использовать для описания их поведения известные формулы кинетической теории газов (классическая статистика Максвелла – Больцмана).

Система свободных обобществлённых в кристаллической решётке электронов называется *электронным газом*. В отличие от молекул газа, пробег которых определялся соударением молекул друг с другом, электроны сталкиваются преимущественно не между собой, а с ионами, образующими кристаллическую решётку металла. Этими столкновениями обусловлено, в частности, сопротивление металла электрическому току. Хаотическое тепловое движение электронов в металлах можно характеризовать средней скоростью

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}$$

(для комнатных температур $\langle v \rangle \sim 10^3$ м/с). При наличии внешнего поля электроны обладают ещё некоторой средней скоростью направленного движения $\vec{u}$. Обычно $u \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ м/с, то есть $u \ll \langle v \rangle$.

Вывод законов Ома и Джоуля – Ленца из электронных представлений. Закон Ома. Средний путь, проходимый движущимися электронами между двумя последовательными столкновениями с ионами решётки, называется *средней длиной свободного пробега* λ. Среднее время между двумя столкновениями $\tau = \lambda / v$ (определяется скоростью хаотического движения v). При наличии поля $\vec{E}$ направленная скорость электронов увеличивается за время свободного пробега и к моменту следующего соударения достигает максимальной величины

$$\vec{u}_{\max} = \vec{w}\tau = \frac{e\vec{E}\lambda}{m\,v}.$$

Скорость $\vec{u}$ изменяется за время пробега линейно. Поэтому её среднее значение за пробег равно половине максимального значения

$$<\vec{u}> = \frac{1}{2}\vec{u}_{\max} = \frac{1}{2}\frac{e\vec{E}\lambda}{m\,v}.$$

Плотность тока $\vec{j} = n\,e<\vec{u}> = \dfrac{ne^2\lambda}{2m\,v}\vec{E}$.

Коэффициент пропорциональности между $\vec{j}$ и $\vec{E}$ обозначим $\sigma = \dfrac{ne^2\lambda}{2mv}$ (σ – проводимость). В результате получим закон Ома в локальной форме (параметры относятся к данной точке сечения проводника)

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}.$$

Плотность тока в проводнике пропорциональна напряжённости электрического поля $\vec{E}$. Коэффициентом пропорциональности является проводимость. (Замечание. Сравним полученную формулу с известной $I = \dfrac{U}{R}$. Проводимость σ обратно пропорциональна удельному сопротивлению ρ, $\sigma = \dfrac{1}{\rho}$. Плотность тока $j = \dfrac{I}{S}$. Напряжённость поля $E = \dfrac{U}{l}$ (l – длина проводника). Тогда $\dfrac{I}{S} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{U}{l}$, или $I = \dfrac{U}{\rho l}S = \dfrac{U}{R}$, что и требовалось доказать.)

Закон Джоуля – Ленца. К концу свободного пробега электрон приобретает дополнительную кинетическую энергию, среднее значение которой

$$\langle \Delta Ek \rangle = \frac{mu_{\max}^{2}}{2} = \frac{e^{2}\ \lambda^{2}}{2mv^{2}}\ E^{2}.$$

(Напомним: $\vec{u}_{\max} = \frac{e\vec{E}\lambda}{m\ v}$.)

Столкнувшись с атомом, электрон, по предположению, полностью передаёт приобретённую им энергию кристаллической решётке. Сообщённая решётке энергия идёт на увеличение внутренней энергии металла, проявляясь в его нагревании. Каждый электрон претерпевает за секунду в среднем $z = \frac{v}{\lambda}$ соударений. Обозначим число электронов проводимости в единице объёма n, тогда полная энергия, переданная электронами за единицу времени в единицу объёма, будет равняться

$$W = n\ z \langle \Delta Ek \rangle = nz\ \frac{e^{2}\ \lambda^{2}}{2mv^{2}}\ E^{2} = \frac{n\,e^{2}\ \lambda\,\lambda\,v}{2\,m\,v\,v\,\lambda} E^{2} = \frac{n\,e^{2}\ \lambda}{2\,m\,v}\ E^{2}.$$

Зная, что $\sigma = \frac{ne^{2}\lambda}{2mv}$, в результате получим закон Джоуля – Ленца в локальной форме

$$W = \sigma E^{2}.$$

Тепловая мощность, выделяющаяся в единице объёма при протекании электрического тока, пропорциональна квадрату напряжённости поля.

Переходя от σ и E к ρ и j ($\sigma = \frac{1}{\rho}$, $E = \frac{j}{\sigma}$), получим

$$W = \frac{1}{\rho}\ \left(\frac{j}{\sigma}\right)^{2} = \rho j^{2},$$

$$W = \rho j^{2},$$

$$W = U\,I\,t = U^{2}\ t\ /\ R.$$

Получили другую формулу закона Джоуля – Ленца: объёмная плотность тепловой мощности равна произведению удельного сопротивления на квадрат плотности тока.

Затруднения классической электронной теории. Классическая теория смогла объяснить полученные ранее экспериментально законы Ома и Джоуля – Ленца, но есть и существенные затруднения. Основными являются следующие.

1. Теоретическое значение проводимости изменяется с температурой $\sigma_{\text{теор}} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, экспериментальная же зависимость $\sigma \sim \frac{1}{T}$.

2. Классическая теория не может объяснить такое явление, как сверхпроводимость.

Имеются и другие затруднения, и в этом заключается недостаточность классической теории.

Современная квантовая теория электропроводимости металлов показывает, что все трудности классической теории связаны с тем, что представление об электронах как идеальном газе является грубым приближением. На самом деле электроны не являются такими свободными, как следует из классической теории.

В современной квантовой теории (квантовая статистика Ферми – Дирака) показывается, что электроны внутри металла, как и электроны в атоме, могут иметь не любую энергию, а лишь вполне дискретные значения энергии: энергия электронов квантуется.

Законы Кирхгофа

1. Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю

$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0,$

где n – число проводников, сходящихся в узле; k – номер проводника.

При этом токи, идущие к узлу, принято считать положительными, а идущие от узла – отрицательными. Узел – это точка, в которой сходятся три и более тока.

2. Второй закон Кирхгофа (он относится к любому выделенному в цепи замкнутому контуру): алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольного замкнутого контура на их сопротивления (сумма падений напряжений) равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре

$\sum I_k R_j = \sum \varepsilon_i.$

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Назовите характеристики электрического тока.

Задание 2. Сформулируйте закон Ома в локальной форме.

Задание 3. Сформулируйте закон Джоуля – Ленца в локальной форме.

Задание 4. Сформулируйте обобщённый закон Ома для участка цепи с ЭДС.

Задание 5. В чём состоят затруднения классической теории металлов?

Задание 6. Сформулируйте правила Кирхгофа.

Задание 7. Если через поперечное сечение контактного провода за $t = 2$ с проходит $h = 6 \cdot 10^{21}$ электронов, то в проводе протекает ток, равный

1) 133 А; 2) 480 А; 3) 48 А; 4) 600 А.

Задание 8. Какова плотность тока в обмотке возбуждения двигателя тепловоза, если площадь поперечного сечения провода равна $S = 110$ мм^2, а номинальная сила тока $T = 770$ А?

1) $7 \cdot 10^6$ А/м^2; 2) 700 А/м^2 ; 3) 7 А/м^2; 4) $7 \cdot 10^3$ А/м^2.

Задание 9. Сила тока, протекающего через резистор, равна $I = 2$ А, при этом на нём за каждые $t = 3$ с выделяется количество теплоты $Q = 24$ Дж. Сопротивление резистора равно

1) 1,3 Ом; 2) 2 Ом; 3) 4 Ом; 4) 36 Ом.

Задание 10. Сколько энергии израсходовала электрическая лампа накаливания за $t = 5$ мин при напряжении $U = 220$ В, если её сопротивление $R = 440$ Ом?

1) 150 Дж; 2) 150 кДж; 3) 33 Дж; 4) 33 кДж.

3.4. Элементы физической электроники

Теоретический материал

Электрический ток в вакууме. Электронная эмиссия. Работа выхода электронов из металла. Электрический ток в газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Работа ионизации. Потенциал ионизации. Ударная ионизация. Несамостоятельный газовый разряд. Самостоятельный газовый разряд. Вольт-амперная характеристика газового разряда. Виды разрядов.

Ионизация атомов и молекул, рекомбинация ионов. Ударная ионизация. Газы в обычных условиях не содержат свободных зарядов и являются изоляторами. В результате внешних воздействий, например, сильного нагрева, светового или рентгеновского излучения, в электрическом поле нейтральные молекулы и атомы могут ионизироваться: расщепляться на электроны и атомные остатки – ионы. Один из основных процессов при этом – ионизация посредством соударения атома с быстрым электроном (ударная ионизация)

$$e + A \leftrightarrow A^{+} + e + e$$

Обратный процесс называется *тройной рекомбинацией*.

Для ионизации атомов и молекул необходимо совершить работу против сил взаимодействия между электроном и остальными частицами атома (или молекулы). Эта работа называется *работой ионизации* A_i. Отношение работы ионизации A_i к заряду электрона называется *потенциалом ионизации*

$$\varphi_{\text{i}} = \frac{A_i}{e}.$$

Электронные лавины. Газовый разряд. Вследствие процесса ударной ионизации в газе образуются электронные лавины. В электрическом поле образовавшиеся в процессе ударной ионизации электроны сталкиваются с другими атомами, снова образуются электроны и т. д.

Оценим число электронов в лавине. Введём коэффициент α – число ионизаций на единицу длины (коэффициент Таунсенда). Один электрон создаёт на пути dx αdx электронов, n электронов создадут на пути dx $dn = n\alpha dx$ электронов. Преобразуем это равенство $\left(\frac{\text{dn}}{\text{n}} = \alpha\, dx\right)$ и проинтегрируем $\int \frac{dn}{n} = \int \alpha\ dx$, получим $\ln \text{n} = \alpha\, \text{x} + \text{const} \Rightarrow \text{n} = e^{\alpha x + const}$, обозначим $e^{const} = A$, тогда $n = A\ e^{\alpha x}$.

Воспользуемся граничными условиями. Если $x = 0$, то $n = n_0$ (концентрация электронов на электроде – катоде). При $x = l$, $n = n_0$ (концентрация на аноде). Тогда

$$\text{n}_{\alpha} = n_0\, e^{\alpha l}.$$

Проведём оценку. Пусть α = 300 (м$^{-1}$), то есть 300 ионизаций на 1 м длины (достаточно типичное значение α). При $l = 3$ см $= 3 \cdot 10^{-2}$ м,

$e^{\alpha l} = e^{300\;3\;10^{-2}} = e^{9} \approx 10^{4}$ электронов, то есть один электрон создаёт 10 тыс. электронов на пути *l*, и происходит образование лавины электронов.

Если газ, содержащий свободные носители заряда, поместить во внешнее электрическое поле, то в газе с беспорядочным тепловым движением ионов и электронов возникнет упорядоченное движение заряженных частиц – электрический ток. Прохождение электрического тока через газ называется *газовым разрядом*.

Несамостоятельный и самостоятельный газовые разряды. Если электропроводность газа обусловлена только действием внешних ионизаторов, то электрический ток, возникающий в газе, называется *несамостоятельным газовым разрядом*. С прекращением действия внешнего ионизатора такой разряд прекращается.

Несамостоятельные токи пропорциональны числу первичных ионов. Это свойство используется в так называемых пропорциональных счётчиках.

Если напряжение не превышает некоторое критическое «напряжение зажигания» $U_{заж}$, то после выключения ионизатора ток прекращается (электроны уходят на анод). При определённом напряжении в газе начинает осуществляться процесс ударной ионизации, возникает электронная лавина, но её образование не представляет собой самостоятельного газового разряда. Для его появления необходимо, чтобы в газе возникали новые электроны, восполняя потерю электронов, ушедших на анод, не за счёт действия внешнего источника.

Если $U > U_{заж}$, то в газе происходят процессы образования ионов и электронов, необходимые для поддержания тока за счёт самого разряда.

Одним из важнейших процессов, приводящих к возникновению дополнительных электронов, является *вторичная электронная эмиссия* – испускание электронов поверхностью твёрдого или жидкого тела при бомбардировке её электронами или ионами. Отношение числа испущенных (вторичных) электронов к числу частиц, вызвавших эмиссию, называется *коэффициентом вторичной эмиссии*.

В сильных полях ионы, достигающие катода, обладают значительной энергией и могут выбивать из катода некоторое количество электронов. Эти электроны будут создавать свои электронные лавины, увеличивая ток через газ. Из-за вторичной эмиссии разряд может поддерживать сам себя и внешний ионизатор становится ненужным – разряд превращается в самостоятельный.

Разряд становится самостоятельным, если один выходящий из катода электрон порождает такое количество ионов, которые, подходя к катоду, вновь выбивают из него не менее одного электрона (условие стационарности разряда).

Виды разрядов. Существует много видов разрядов. Одни из главных признаков классификации разрядов – состояние ионизированного газа и частотный диапазон поля.

По характеру состояния ионизованного газа различают: пробой газа; поддержание поля неравновесной плазмы и поддержание равновесной плазмы.

По признаку частоты – постоянное (или низкочастотное) электрическое поле, высокочастотные поля, сверхвысокочастотные и оптические. Рассмотрим некоторые из них.

Пробой – это существенно нестационарный процесс бурной ионизации газа, превращения неионизированного газа в проводящую плазму, которое происходит при быстром «включении» достаточно сильного внешнего электрического поля. Вероятно, почти каждому когда-либо приходилось быть свидетелем короткого замыкания. В момент перед соприкосновением проводов в воздухе между ними проскакивает искра. Это происходит пробой воздушного промежутка между проводами, которые находятся под напряжением.

С неравновесной газоразрядной плазмой мы имеем дело, например, в тлеющем разряде. Рассмотрим подробнее этот достаточно распространённый вид разряда (вспомним неоновые трубки). *Неравновесная газоразрядная плазма* – это слабо ионизованный газ, в котором плотность заряженных частиц (электронов и ионов) много меньше плотности нейтральных частиц (атомов или молекул). При этом электроны, непосредственно приобретающие энергию от поля, обладают повышенной средней энергией («температурой»), а газ тяжёлых частиц (атомов, молекул, ионов) остаётся холодным – отсюда и следует термин «неравновесная».

Тлеющий разряд возникает при низких давлениях (порядка нескольких миллиметров ртутного столба). Его можно наблюдать в стеклянной трубке длиной около 0,5 м с впаянными у концов плоскими металлическими электродами.

Положительный столб тлеющего разряда является активной средой в мощных электроразрядных газовых лазерах на углекислом газе (CO_2 – лазер).

В последнее время тлеющий разряд нашёл новое применение в плазменных мониторах. Его работа похожа на работу неоновой лампы. Каждая ячейка плазменной панели выполнена в плоской стеклянной трубке, заполненной инертным газом (Ar или He) под давлением. Внутри трубке помещены два электрода. При подаче напряжения между ними зажигается тлеющий разряд и возникает свечение. На стеклянную поверхность помещаются маленькие прозрачные электроды, на которые подаётся высокочастотное напряжение: образуется целое поле миниатюрных точечных неоновых лампочек. Плазменный разряд излучает свет в ультрафиолетовом диапазоне спектра, а он, в свою очередь, вызывает свечение частиц люминофора в видимой человеком части спектра. Таким образом, каждый пиксель (ячейка) на экране работает подобно маленькой лампе дневного света. Преимущества плазменных экранов: яркость, контрастность и очень большой угол обзора – до 180°. Толщина плазменных экранов менее 10 см; монитор, как картину, можно повесить на стену.

Дуговой разряд. Основная причина возникновения дугового разряда заключается в сильном разогреве катода вследствие ударов ионов. При больших токах температура катода повышается до нескольких тысяч градусов.

В таких условиях резко возрастает термоэлектронная эмиссия с катода (испускание электронов сильно нагретой поверхностью), которая приводит к сильной ионизации газа между электродами и вызывает ослепительное свечение газа – дуговой разряд.

При горизонтальном расположении электродов светящийся газ изгибается в виде дуги (отсюда название, данное русским учёным В. В. Петровым).

Рабочее давление газа – от миллиметров ртутного столба до сотен атмосфер. Применяется в электросварке, плазмотронах для напыления на детали твёрдых, прочных покрытий, импульсных лазерах на парах атомов металлов, мощных источниках света и других областях.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Что такое работа и потенциал ионизации?

Задание 2. По какой формуле определяется концентрация электронов на электроде (катоде)?

Задание 3. Нарисуйте вольтамперную характеристику разряда.

Задание 4. Какие виды разрядов вы знаете?

Задание 5. Что называется газовым разрядом?

Задание 6. Энергия ионизации атома водорода $E_i = 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж. Определите потенциал ионизации U_i водорода.

1) 15,0 В; 2) 150 В; 3) 13,6 В.

Задание 7. Какой наименьшей скоростью $V_{\min}$ должен обладать электрон, чтобы ионизировать атом азота, если потенциал ионизации U_i азота равен 14,5 В?

1) $2{,}3 \cdot 10^6$ м/с; 2) $5{,}3 \cdot 10^6$ м/с; 3) $2{,}0 \cdot 10^5$ м/с.

Задание 8. Какова должна быть температура T атомарного водорода, чтобы средняя кинетическая энергия поступательного движения атомов была достаточна для ионизации путём соударений? Потенциал ионизации U_i атомарного водорода равен 13,6 В.

1) 150 кК; 2) 210 кК; 3) 136 кК.

Задание 9. Пространство между пластинами плоского конденсатора имеет объём V = 375 см^3 и заполнено водородом, который частично ионизирован. Площадь пластин конденсатора S = 250 см^2. При каком напряжении U между пластинами конденсатора сила тока I, протекающего через конденсатор, достигнет значения 2 мкА, если концентрация n ионов обоих знаков в газе равна $5{,}3 \cdot 10^7$ см$^{-3}$? Принять подвижность ионов $b+ = 5{,}4 \cdot 10^{-4}$ м^2/(В·с), $b- = 7{,}4 \cdot 10^{-4}$ м^2/(В·с).

1) 110 В; 2) 210 В; 3) 130 В.

Задание 10. Азот ионизируется рентгеновским излучением. Определите проводимость G азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия $n_0 = 10^7$ пар ионов. Подвижность положительных ионов $b+ = 1{,}27$ см^2/(В·с) и отрицательных $b- = 1{,}81$ см^2/(В·с).

1) 1,5 нСм; 2) 2,1 нСм; 3) 0,5 нСм.

3.5. Магнитное поле в вакууме

Теоретический материал

Закон Ампера. Магнитная индукция. Закон Био и Савара (закон Био – Савара – Лапласа). Понятие магнитного поля. Принцип суперпозиции магнитных полей. Сила Лоренца и сила Ампера. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока (теорема о циркуляции магнитного поля) в вакууме. Применение закона полного тока для расчёта магнитных полей. Магнитное поле длинного соленоида и тороида. Определение единицы силы тока – ампера. Вихревое поле движущегося заряда. Инвариантность электрического заряда. Виток с током в магнитном поле. Магнитный момент. Потенциальная энергия витка с током во внешнем магнитном поле. Момент сил, действующий на рамку с током во внешнем магнитном поле.

Закон Ампера. В 1820 г. датский физик Х. К. Эрстед (1777 – 1851) обнаружил, что при прохождении по проводнику электрического тока возникают силы, действующие на магнитную стрелку. Открытие Эрстеда положило начало новому разделу физики – учению об электромагнетизме. Подобно тому, как пространство, окружающее электрические заряды, представляет собой электростатическое поле с определенными физическими свойствами, так и пространство, окружающее токи, обладает некоторыми определёнными физическими свойствами: оно представляет собой магнитное поле.

Электрическое поле обнаруживается по действию сил на внесённые в него заряженные тела. Магнитное поле проявляется по силам, действующим на внесённые в него проводники, по которым течёт ток. Так, два параллельных провода, по которым текут токи одного направления, взаимно притягиваются. Каждый из токов создаёт в окружающем пространстве магнитное поле, воздействующее на другой ток. Общий закон взаимодействия указан Ампером для двух элементов тока.

Элементом тока называется вектор, направление которого совпадает с направлением тока, а модуль равен произведению тока I на элемент длины dl проводника с током. Как следует из формулы Ампера, на единицу длины проводника с током действует сила

$dF / dl = k2I_1I_2 / r$,

где I_1 и I_2 – значения токов в проводниках; r – расстояние между проводниками. В системе СИ коэффициент k равен $\mu\mu_0 / 4\pi$, где μ – относительная магнитная проницаемость среды; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, или магнитная постоянная. В случае взаимодействия двух прямолинейных токов конечной длины l

$$F = \mu\mu_0 I_1 I_2 l / 2\pi r.$$

Опыт показывает, что если направление токов в обоих проводниках одинаково, то возникающие силы стремятся уменьшить расстояние r между проводниками. Если токи в проводниках направлены противоположно, то возникающие силы стремятся увеличить расстояние r между проводниками, то есть параллельные токи притягиваются, антипараллельные – отталкиваются.

Магнитное поле – особая форма материи, основное свойство которой – действие силы на проводник с током, помещённый в это поле. Силовое воздействие одного тока на другой передаётся не мгновенно, то есть не в момент появления токов, а в более поздний момент, зависящий от расстояния между проводниками с током, то есть с конечной скоростью.

Направление, в котором перемещается проводник, зависит от направлений тока в этом проводнике и магнитного поля.

Ампер установил закон, по которому можно рассчитывать силу, действующую на элемент проводника длиной dl с током I

$$dF = kBIdl\sin\alpha.$$

Направление действующей силы может быть определено с помощью правила левой руки. Если ладонь расположить так, чтобы нормальная составляющая магнитного поля Bn входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены вдоль тока, то большой палец укажет направление, в котором действует сила dF.

Сила, действующая на проводник с током, равна нулю, если проводник с током расположен параллельно магнитному полю, и максимальна, если проводник перпендикулярен магнитному полю.

Для проводника конечной длины сила F выражается суммой элементарных сил

$$F = kBIl\sin\alpha.$$

Магнитная индукция. Выясним физический смысл понятия индукции магнитного поля. Физическая величина, называемая индукцией магнитного поля, служит для количественной характеристики магнитного поля. Рассмотрим магнитное поле бесконечно длинного проводника с током. Будем вносить в магнитное поле этого тока линейные токи I_1, I_2, I_3 и т. д. Если линейные токи помещать параллельно току I, то действующая на них сила будет соответственно

$F_1 = k2II_1l_1 / r$, $F_2 = k2II_1I_2 / r$ и т. д.

Возьмём отношение силы F к величине пробного тока и его длине

$F_1 / I_1l_1 = F_2 / I_1l_2 = k2I / r = \mathrm{const}$.

Полученное отношение не зависит от выбора пробного тока и характеризует магнитное поле в точке, где находится пробный элемент с током. Величина, измеряемая силой, с которой магнитное поле действует на единичный элемент тока, называется *магнитной индукцией B* данного магнитного поля. Таким образом, магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля подобно тому, как напряжённость E является силовой характеристикой электростатического поля.

Индукция магнитного поля есть векторная величина. Характер воздействия магнитного поля на ток зависит от формы проводника, по которому он течёт, от расположения проводника и направления в нём тока.

Закон Био – Савара – Лапласа. В соответствии с законом Био – Савара – Лапласа элемент проводника с током I создаёт в некоторой точке A индукцию поля

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I[d\vec{l},\vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где $d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведённый из элемента dl проводника в точку A поля, r – модуль радиус-вектора r.

Направление dB перпендикулярно dl и r, то есть перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу нахождения линий магнитной индукции (правилу правого винта): направление вращения головки винта даёт направление dB, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$dB = (\mu\mu_0 Idl\sin\alpha) / 4\pi r^2$,

где α – угол между векторами dl и r.

Закон полного тока. Циркуляцией магнитной индукции $\vec{B}$ вдоль замкнутого контура L, проведённого в магнитном поле, называется линейный интеграл

$$\oint_L \vec{B}\, d\vec{l} = \oint B\, dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}),$$

где $\vec{B}$ – индукция магнитного поля в точках малого элемента контура длиной dl, а вектор dl проведён в направлении обхода контура, выбранном при вычислении циркуляции.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме: циркуляция вектора магнитной индукции поля в вакууме вдоль замкнутого контура L пропорциональна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром (то есть результирующему току через поверхность, натянутую на контур L)

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{OXB}.$$

Ток $I_{\text{охв}}$ можно представить в виде

$$I_{\text{охв}} = \int_S \vec{j} d\vec{S},$$

где $\vec{j}$ – плотность тока в пределах малого участка площадью dS поверхности S;

$$d\vec{S} = dS\vec{n},$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к площадке dS, из конца которого обход контура L виден происходящим против часовой стрелки.

Согласно теореме Стокса из закона полного тока магнитная индукция в какой-либо точке магнитного поля в вакууме связана с плотностью тока в той же точке соотношением

$$\text{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}.$$

Таким образом, магнитное поле является безвихревым ($\text{rot}\vec{B}=0$) во всех областях пространства, где нет электрических токов, и вихревым ($\text{rot}\vec{B} \neq 0$) всюду, где эти токи есть. В отличие от магнитного поля постоянных токов электростатическое поле неподвижных зарядов всюду безвихревое.

Магнитное поле прямолинейного и кругового токов. Для описания магнитного поля наряду с магнитной индукцией широко используют другую физическую величину – напряжённость магнитного поля. Если B – магнитная индукция в какой-либо точке поля в вакууме, то напряжённостью магнитного поля называется

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0.$$

Следовательно, напряжённость магнитного поля, создаваемого элементом тока $id\vec{l}$, есть

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{idl \sin\vartheta}{r^2},$$

или в векторной форме

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{i[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Найдём напряжённость магнитного поля в вакууме для некоторых простых контуров с током. Например, магнитное поле в центре кругового проводника. В этом случае все элементы проводника перпендикулярны радиус-вектору и $\sin\vartheta = 1$. Расстояние всех элементов провода до центра круга одинаково и равно радиусу круга R

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} dl.$$

Все элементы тока создают магнитное поле одинакового направления, перпендикулярное плоскости витка, и поэтому полная напряжённость поля в центре кругового витка равна

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} \int dl = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} 2\pi R = \frac{i}{2R}.$$

Направление магнитного поля находим по правилу правого буравчика, который нужно расположить параллельно касательной к кругу (в направлении тока). Если ток обтекает виток против часовой стрелки, то правило правого буравчика покажет, что магнитное поле направлено от витка к наблюдателю.

Найдём напряжённость поля, создаваемого прямым проводом в точке A, удалённой на расстоянии R от оси провода. Длину провода будем считать весьма большой по сравнению с R. И в этом случае направление магнитного поля всех элементов провода одинаково (перпендикулярно плоскости чертежа), и поэтому можно складывать модули напряжённостей. Так как

$$dH = (idl\sin\vartheta) / (4\pi r^2).$$

Из рисунка видно, что

$$\frac{dl\ \sin\vartheta}{r} = \frac{dl\ \cos\alpha}{r} = \frac{ds}{r} = d\alpha\ ,\ r = \frac{R}{\cos\alpha}\ .$$

Подставляя эти выражения в формулу, мы находим, что напряжённость, создаваемая одним элементом провода, равна

$$dH = \frac{1}{4\pi}\frac{idl\ \sin\vartheta}{r^2} = \frac{i}{4\pi R}\cos\alpha d\alpha\ ;$$

поэтому для полной напряжённости поля получаем

$$H = \frac{i}{4\pi R}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\cos\alpha d\alpha = \frac{i}{2\pi R}\ .$$

Это поле направлено перпендикулярно плоскости, содержащей провод и отрезок R.

Магнитное поле соленоида и тороида. Вычислим напряжённость поля внутри замкнутой тороидальной катушки. Из соображений симметрии ясно, что напряжённость H одинакова во всех точках окружности, центр которой совпадает с центром тороида. Поэтому магнитное напряжение равно

$H2\pi r$.

Рассматриваемая окружность охватывает токи всех витков катушки. Если полное число витков катушки равно N, а сила тока в ней равна i, то наша окружность охватывает ток силы Ni. Поэтому по теореме о магнитном напряжении мы имеем

$H2\pi r = Ni$,

откуда

$H = Ni / 2\pi r$.

Следует иметь в виду, что поле внутри тороида не вполне однородно. Напряжённость наибольшая у внутренней стороны катушки

$H_1 = Ni / 2\pi r_1$

и наименьшая у внешней стороны

$H_2 = Ni / 2\pi r_2$.

Относительная разность обоих полей равна

$(H_1 - H_2) / H_1 = (r_2 - r_1) / r_2$.

Соленоид. Будем теперь неограниченно увеличивать радиус тороида r. Тогда отношение

$(r_2 - r_1) / r_2$

будет стремиться к нулю, и поле станет однородным. Любой отрезок тороида перейдёт при этом в прямую катушку или соленоид.

Если принять, что

$N / 2\pi r = n$,

где n – число витков на единицу длины катушки, то напряжённость поля внутри соленоида

$H = ni$.

Мы видим, что напряжённость магнитного поля в достаточно длинном соленоиде равна произведению силы тока и числа витков на единицу длины катушки. Это произведение называют числом ампер-витков на метр.

Магнитный момент. Характер воздействия магнитного поля на ток зависит от формы проводника, по которому он течёт, от расположения проводника и от направления в нём тока. Следовательно, для характеристики магнитного поля надо рассматривать его действие на вполне определённый ток. Для изучения свойств магнитного поля пользуются его действием на замкнутый плоский контур с током. Такой контур называют рамкой. Размеры рамки должны быть малыми по сравнению с расстоянием до тех проводников, по которым текут токи, образующие магнитное поле, а ток в рамке – постоянным.

Магнитное поле оказывает ориентирующее действие на рамку с током. Для характеристики направленности магнитного поля пользуются нормалью к плоскости рамки.

За направление вектора индукции магнитного поля принимается то направление, вдоль которого расположится положительная нормаль к рамке. Принято считать положительным направление нормали, совпадающее с поступательным движением буравчика, рукоятка которого вращается в направлении тока, текущего по рамке.

Направление вектора индукции перпендикулярно плоскости расположения проводника с током и точке, в которой рассчитывается индукция. Это направление может быть определено и по правилу буравчика. Если буравчик ввинчивать по направлению тока, то вращение его ручки укажет, в какую сторону от плоскости, где расположены проводник с током и рассматриваемые точки, направлен вектор индукции.

Найдём теперь механические силы, действующие на замкнутый контур с током в магнитном поле. Сначала положим, что контур имеет форму прямоугольной рамки и магнитное поле однородно. Согласно

$\vec{F} = i\,[\vec{l}, \vec{B}]$

силы, действующие на рёбра a, перпендикулярны к ним и к магнитной индукции $\vec{B}$ и поэтому стремятся растянуть (или сжать) виток. Силы же $\vec{F}$, действующие на рёбра $в$, стремятся повернуть виток так, чтобы его плоскость стала перпендикулярна $\vec{B}$. Следовательно, на виток действует пара сил с некоторым моментом $\vec{M}$. Это справедливо не только для прямоугольной рамки, но и для контура произвольной формы.

Момент пары сил M можно найти следующим образом. Представим себе, что мы даём возможность контуру повернуться под действием сил поля на бесконечно малый угол $d\alpha$. Силу тока в контуре i будем считать неизменяющейся и, следовательно, магнитный момент контура $p_m = iS$ – постоянным. Тогда механическая работа сил поля будет равна

$$\delta A = Md\alpha.$$

Вместе с тем магнитный поток, пронизывающий контур, есть

$$\Phi = SB\cos\alpha,$$

а его изменение при уменьшении угла α на $d\alpha$ равно

$$d\Phi = SB\sin\alpha d\alpha.$$

Поэтому имеем

$$Md\alpha = iSB\sin\alpha d\alpha,$$

откуда

$$M = p_m B\sin\alpha.$$

Полученные результаты можно выразить векторной формулой, дающей и модуль, и направление момента пары сил

$$\vec{M} = [p_m, \vec{B}].$$

Эта формула аналогична выражению для момента пары сил, действующих на электрический диполь в электрическом поле.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Запишите закон Ампера в векторной форме.

Задание 2. Дайте определение единице силы тока в системе СИ.

Задание 3. Сформулируйте закон Био – Савара – Лапласа.

Задание 4. Сформулируйте закон полного тока.

Задание 5. Что такое дипольный магнитный момент?

Задание 6. Линейный проводник длиной l = 20 см при силе тока в нём I = 5 А находится в однородном магнитном поле с индукцией

B = 0,2 Тл. Если угол, образованный проводником с направлением вектора индукции, равен 30°, то на проводник действует сила, модуль которой равен

1) 0,1 Н; 2) 10,0 Н; 3) 0,2 Н; 4) 20,0 Н.

Задание 7. Линии индукции однородного магнитного поля с индукцией B = 4 Тл пронизывают рамку под углом 30° к её плоскости, создавая магнитный поток, равный 1 Вб. Чему равна площадь рамки?

1) 0,5 м^2; 2) 1,0 м^2; 3) 1,5 м^2; 4) 2,0 м^2.

Задание 8. Индуктивность рамки L = 40 мГн. Если за время τ = 1 мс сила тока I в рамке возросла на 20 мА, то модуль ЭДС самоиндукции равен

1) 100 мВ; 2) 200 мВ; 3) 600 мВ; 4) 800 мВ.

Задание 9. Электрон движется по окружности радиусом r = 0,2 мм в однородном магнитном поле B перпендикулярно линиям индукции поля. Если скорость электрона $v = 2{,}2 \cdot 10^7$ м/с, то индукция магнитного поля B равна

1) 0,24 Тл; 2) 0,48 Тл; 3) 0,63 Тл; 4) 0,89 Тл.

Задание 10. Плоская квадратная рамка находится в однородном магнитном поле B = 0,4 Тл. Сопротивление провода, из которого сделана рамка, равно R = 2 Ом. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости рамки. За t = 0,2 с рамку повернули на 45° вокруг вертикальной оси (рис. 3.4), при этом по рамке протекал ток I = 4 мА. Площадь рамки равна

1) 95 см^2; 2) 106 см^2; 3) 124 см^2; 4) 137 см^2.

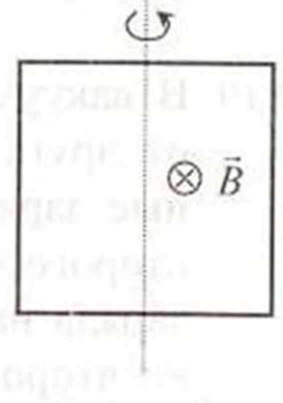


Рис. 3.4

3.6. Магнитное поле в веществе

Теоретический материал

Понятие магнитного момента атома. Микро- и макротоки. Молекулярные токи. Намагниченность (вектор намагничивания). Однородное и неоднородное намагничивание. Связь намагниченности с линейной плотностью поверхностного молекулярного тока. Магнитная восприимчивость вещества и её зависимость от температуры. Закон полного тока (теорема о циркуляции магнитного поля) в веществе.

Напряжённость магнитного поля в веществе. Магнитная проницаемость среды. Индукция магнитного поля в веществе. Условия для магнитного поля на границе раздела двух сред. Типы магнетиков. Точка Кюри. Домены. Кривая намагничивания.

Намагничивание вещества. Ранее мы рассматривали магнитное поле в вакууме. Если проводники с током перенести из вакуума в другую среду, то магнитное поле изменится. Это происходит вследствие того, что вещества под влиянием магнитного поля тока приходят в магнитное состояние и становятся источником магнитного поля. Поэтому результирующее магнитное поле в среде является суммой полей, создаваемых проводниками с током и намагниченной средой, и оно не одинаково с полем в вакууме. Вещества, способные намагничиваться, называют *магнетиками*.

Намагниченное вещество создаёт магнитное поле $\vec{B}'$, которое накладывается на обусловленное токами поле $\vec{B}_0$. Оба поля в сумме дают результирующее поле

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

Добавочное магнитное поле может быть объяснено на основании гипотезы Ампера. Согласно гипотезе Ампера во всех веществах существуют мельчайшие электрические токи, носящие название *молекулярных токов*, замыкающихся в пределах каждого атома.

В отсутствие внешнего поля молекулярные токи ориентированы беспорядочным образом, обусловленное ими результирующее поле равно нулю. В силу хаотической ориентации магнитных моментов отдельных молекул суммарный магнитный момент тела также равен нулю. Под действием поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, магнетик намагничивается, его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. Магнитные поля отдельных молекулярных токов в этом случае уже не компенсируют друг друга, и возникает поле $\vec{B}'$.

Степень намагничивания среды характеризуют магнитным моментом единицы объёма, который называют *вектором намагничивания* и обозначают $\vec{J}$. Если магнетик намагничен неоднородно, вектор намагничивания в данной точке определяется следующим выражением:

$$\vec{J} = \frac{\sum\limits_{\Delta V} \vec{P}_m}{\Delta V},$$

где ΔV – физически бесконечно малый объём, взятый из окрестности рассматриваемой точки, $\vec{p}_m$ – магнитный момент молекулы. Суммирование производится по всем молекулам, заключённым в объёме ΔV.

Понятие магнитного момента атома. Опыт показывает, что все вещества, помещённые в магнитное поле, намагничиваются. Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электрон движется в атоме по круговым орбитам. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом

$$\vec{P} = iS\vec{n},$$

модуль которого

$$P_m = IS = e\nu S,$$

где $I = e\nu$ – сила тока; ν – частота вращения электрона на орбите; S – площадь орбиты. Если электрон движется по часовой стрелке, то ток направлен против часовой стрелки и вектор P_m в соответствии с правилом правого винта направлен перпендикулярно плоскости орбиты электрона.

С другой стороны, движущийся по орбите электрон обладает механическим моментом импульса L_e, модуль которого

$$L_e = mvr = 2m\nu S,$$

где $v = \pi\nu r$, $\pi r^2 = S$. Вектор L_e называется *орбитальным механическим моментом электрона*. Для

$$P_m = -eL_e / 2m = gL_e,$$

где величина $g = -e / 2m$ называется гиромагнитным отношением орбитальных моментов.

Кроме орбитальных моментов электрон обладает собственным механическим моментом импульса L_{es}, называемым *спином*. Спин – неотъемлемое свойство электрона подобно его заряду и массе. Спин – от английского *to spin* – вращаться. Спину электрона L_{es} соответствует собственный (спиновый) магнитный момент P_{ms}, пропорциональный L_{es} и направленный в противоположную сторону

$$P_{ms} = g_s L_{es}.$$

Величина g_s называется гиромагнитным отношением спиновых моментов.

В общем случае магнитный момент электрона складывается из орбитального и спинового магнитных моментов. Магнитный момент атома, следовательно, складывается из магнитных моментов входящих в его состав электронов

$$P_a = \Sigma P_m + \Sigma P_{ms}.$$

Микро- и макротоки. Вещества, способные намагничиваться, называются *магнетиками*. Причина намагничивания заключается в том, что во всех веществах существуют мельчайшие электрические токи, замыкающиеся в пределах каждого атома (молекулярные токи). Если магнетик не намагничен, то он не создаёт магнитного поля. Это значит, что молекулярные токи расположены в нём беспорядочно, так что их суммарное действие равно нулю. При намагничивании магнетика расположение молекулярных токов становится частично или полностью упорядоченным. Поэтому намагниченный магнетик можно представить как систему мельчайших ориентированных токов.

Все магнитные действия замкнутых токов определяются их магнитным моментом

$$\vec{P} = iS\vec{n}.$$

Каждый молекулярный ток обладает определённым магнитным моментом, а значит, и магнетик в целом при намагничивании приобретает магнитный момент, равный векторной сумме моментов всех молекулярных токов. Поэтому магнитное состояние вещества можно охарактеризовать, задавая магнитный момент каждой единицы его объёма. Эта величина получила название *намагниченности*

$$I = \Sigma P_m / \tau,$$

где τ – физически малый объём.

Вектор намагниченности – основная величина, характеризующая магнитное состояние вещества. Зная его в каждой точке какого-либо тела, можно определить и магнитное поле, создаваемое рассматриваемым намагниченным телом.

В изотропных магнетиках связь между индукцией и напряжённостью поля значительно упрощается. В этом случае

$$I = \chi H,$$

где χ – скалярная величина, зависящая от рода магнетика и его состояния (температуры и т. д.). Она называется *магнитной восприимчивостью* данного вещества и аналогична диэлектрической восприимчивости.

Магнитная проницаемость $\mu = 1 + \chi$ показывает, во сколько раз усиливается поле в магнетике. Магнитная восприимчивость χ бывает как положительной, так и отрицательной. Поэтому магнитная проницаемость μ может быть как больше, так и меньше единицы.

Типы магнетиков. Различают два основных вида магнетиков. Если $\mu < 1$ – диамагнетики, $\mu > 1$ – парамагнетики. Так как магнитная восприимчивость $\chi = \mu - 1$, то для парамагнетиков χ положительна, а для диамагнетиков – отрицательна. Отрицательное значение χ в диамагнетиках означает, что в этих веществах намагниченность направлена противоположно намагничивающему полю. К парамагнетикам можно отнести хлористое железо ($FeCl_3$), кислород, платину; к диамагнетикам – висмут, воду.

Вещества, способные намагничиваться очень сильно, называются *ферромагнетиками*, их магнитная проницаемость измеряется десятками и тысячами единиц. Характерная особенность ферромагнетиков – сложная нелинейная зависимость между индукцией $\vec{B}$ и напряжённостью поля $\vec{H}$. Если начать намагничивать ферромагнетик, а затем снять внешнее поле, то он окажется намагниченным со значением индукции B_0, то есть станет постоянным магнитом. При изменении магнитного поля по знаку индукция также будет изменяться. Значение индукции в ферромагнетиках определяется не только существующим магнитным полем, но ещё зависит от предыдущих состояний намагничивания, причём происходит своеобразное отставание изменения индукции от изменений напряжённости поля. Это явление получило название *магнитного гистерезиса*, а кривая зависимости $\vec{B}$ от $\vec{E}$ при циклическом перемагничивании называется *петлёй гистерезиса*.

При устранении намагничивающего поля ферромагнетик сохраняет остаточную намагниченность, причём внутри магнетика существует некоторая остаточная индукция B_0. Чтобы уничтожить эту остаточную намагниченность внутри ферромагнетика, необходимо создать поле OH_k, направленное против первоначального намагничивающего поля. Это поле OH_k называют *задерживающей*, или *коэрцитивной*, *силой ферромагнетика*. Гистерезис зависит в бóльшей степени от состава ферромагнетика и его обработки.

Точка Кюри. Домены. Способность пара- и ферромагнетиков намагничиваться различна при разных температурах, то есть их магнитная восприимчивость зависит от температуры. У них она уменьшается с увеличением температуры. Магнитная восприимчивость диамагнетиков практически не зависит от температуры.

Для многих парамагнитных веществ изменение магнитной восприимчивости χ с температурой подчиняется закону, установленному Кюри

$$\chi = C / T,$$

где T – термодинамическая температура, C – постоянная Кюри. Например, для кобальта $T_к$ = 1150 °C; для никеля $T_к$ = 360 °C.

Зависимость магнитной восприимчивости от температуры для ферромагнетиков имеет более сложный характер. При повышении температуры способность ферромагнетиков намагничиваться уменьшается. При некоторой температуре $T_к$, называемой точкой Кюри, ферромагнитные свойства исчезают. При температуре выше точки Кюри ферромагнетик становится обычным парамагнетиком, магнитная восприимчивость которого подчиняется закону Кюри – Вейсса

$$\chi = C / (T - T_к).$$

При охлаждении ферромагнетика ниже точки Кюри в нём возникают домены, то есть области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определённым магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны, так что в отсутствие внешнего поля суммарный момент всего тела равен нулю. Домены имеют размеры порядка 1 – 10 мкм.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе.

Теорема о циркуляции вектора B

$$\int Bdl = \int B l dl = \mu_0 (I + I'),$$

где I и I' – соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L. Вектор $\vec{B}$, таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции $\vec{B}$ не имеют источников и являются замкнутыми.

Можно доказать, что циркуляция намагниченности I по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых этим контуром $\int Idl = I'$. Тогда закон полного тока для магнитного поля в веществе можно записать также в виде

$$\int (B / \mu_0 - I)\, dl = I,$$

где I – ток проводимости.

Тогда циркуляция $\int Hdl = I$. Это выражение и представляет, таким образом, циркуляцию вектора $\vec{H}$.

Граничные условия для магнитного поля на границе раздела двух сред. На границе раздела двух различных сред с разными значениями магнитной проницаемости линии магнитной индукции подобно линиям электрического смещения изменяют направление, то есть преломляются. Поток магнитной индукции сквозь замкнутую поверхность всегда равен нулю

$B_{n2}S - B_{n1}S = 0$ или $B_{n1} = B_{n2}$.

Нормальная составляющая магнитной индукции непрерывна.

В противоположность этому нормальные составляющие напряженности магнитного поля в обеих средах будут различны.

Так как

$B_{n1} = \mu_1 \mu_0 H_{n1}$ и $B_{n2} = \mu_2 \mu_0 H_{n2}$, то $H_{n1} / H_{n2} = \mu_2 / \mu_1$.

Рассмотрим теперь прямоугольный контур с бесконечно малой высотой h, одно ребро которого длиной l лежит в среде 1, а другое – в среде 2, применим к нему теорему о магнитном напряжении. Магнитное напряжение вдоль рассматриваемого контура равно

$$lH_{t2} - lH_{t1},$$

где H_{t1} и H_{t2} – касательные к поверхности раздела, составляющие напряжённости магнитного поля в обеих средах. Если $h \to 0$, то и площадь, ограниченная контуром, стремится к нулю, а значит, стремится к нулю и сила тока, проходящего через эту площадь.

Поэтому

$$lH_{t2} - lH_{t1} = 0,$$

откуда $H_{t2} = H_{t1}$. При переходе через границу раздела двух сред касательные составляющие напряжённости магнитного поля не изменяются.

Напротив, касательные составляющие индукции осуществляют скачок, причём

$$B_{t1} / B_{t2} = \mu_1 / \mu_2.$$

Соотношения для магнитной индукции и напряжённости магнитного поля выполняются во всех случаях и выражают граничные условия для магнитного поля. Они совершенно аналогичны граничным условиям для электрического поля.

Из этих формул вытекает закон преломления линий индукции

$$\mathrm{tg}\alpha_1 / \mathrm{tg}\alpha_2 = \mu_1 / \mu_2,$$

где α_1 – угол между линиями индукции в среде 1 и нормалью к поверхности раздела, а α_2 – соответствующий угол в среде 2. Так как в изотропных магнетиках направления индукции и напряжённости поля совпадают, то это соотношение выражает также и закон преломления линий напряжённости поля. Из него следует, что линии индукции, вступая в среду с большей магнитной проницаемостью, удаляются от нормали, а следовательно, сгущаются.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Как определяется намагниченность вещества? Каков её физический смысл?

Задание 2. Сформулируйте закон полного тока для магнитного поля в веществе.

Задание 3. Поясните закон Кюри – Вейсса.

Задание 4. Нарисуйте качественную зависимость $\vec{B}$ от $\vec{H}$ для ферромагнетиков.

Задание 5. Поясните физический смысл магнитной восприимчивости.

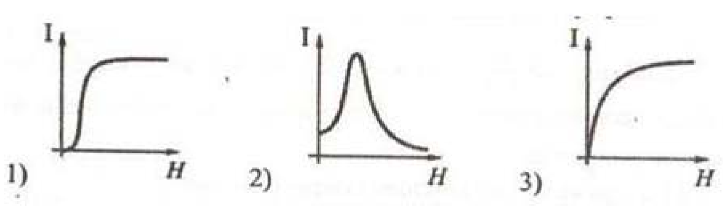


Рис. 3.5

Задание 6. На рис. 3.5 представлен график, отражающий характер зависимости величины намагниченности J вещества (по модулю) от напряжённости магнитного поля H. Укажите зависимость, соответствующую парамагнетикам.

1) 3; 2) 1; 3) 2.

Задание 7. Напишите уравнение Максвелла, которое показывает отсутствие магнитных зарядов.

Задание 8. Зависимость намагниченности ферромагнетика J от напряжённости внешнего поля H показана на графике (рис. 3.6)

1) 3; 2) 1; 3) 2; 4) 4.

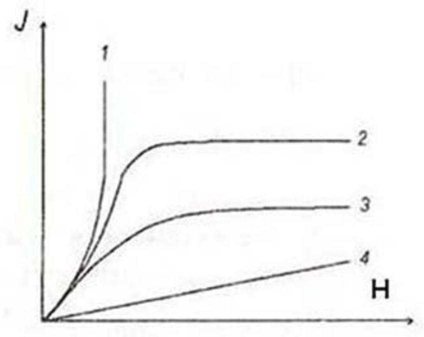


Рис. 3.6

Задание 9. Физический смысл магнитной проницаемости μ. Если магнетик заполняет всё пространство соленоида, то μ показывает

1) магнитный момент единицы объёма;

2) во сколько раз магнитная индукция поля в данном веществе, образованного намагничивающим током, отличается от индукции поля, образованного в вакууме;

3) намагниченность вещества;

4) степень намагничивания магнетика.

Задание 10. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1{,}26 \cdot 10^{-3}$ Тл перпендикулярно силовым линиям со скоростью $V = 10^6$ м/с. Определите радиус окружности, по которой будет двигаться электрон.

1) 3,0 мм; 2) 1,5 мм; 3) 4,5 мм; 4) 4,0 мм.

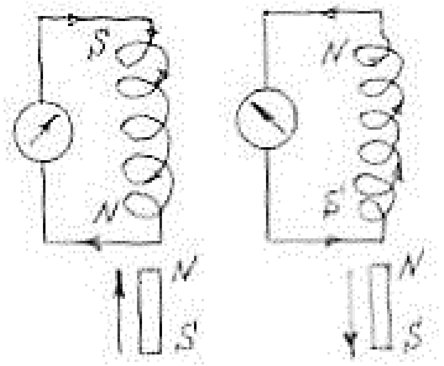
3.7. Электромагнитная индукция

Теоретический материал

Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции. Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея). Вывод основного закона электромагнитной индукции из закона сохранения энергии, а также на основе электронной теории. Правило Ленца (закон Ленца). Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность длинного соленоида. Токи замыкания и размыкания цепи. Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность. Энергия магнитного поля. Объёмная плотность энергии магнитного поля.

Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции. Магнитное поле вызывает появление электрических токов. Это явление было открыто английским физиком М. Фарадеем (1791 – 1867) в 1831 г. и получило название *электромагнитной индукции*. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название *индукционного*.

Опыт Фарадея заключается в следующем. Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания (рис. 3.7, *а*) или выдвигания (рис. 3.7, *б*) наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток). Направление отклонений стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки. При изменении полюсов магнита направление отклонения изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно передвигать соленоид относительно магнита.



а) *б)*

Рис. 3.7

Фарадей пришёл к выводу, что индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции. Значение индукционного тока совершенно не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения.

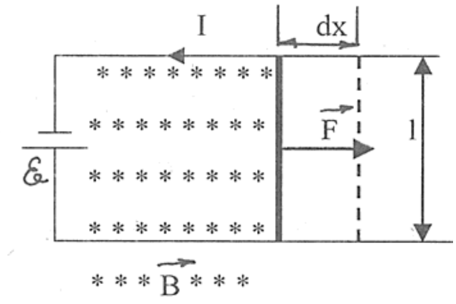


Рис. 3.8

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля.

Закон Фарадея может быть получен из закона сохранения энергии (Г. Гельмгольц (1821 – 1894)). Рассмотрим проводник с током I, который помещён в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, и может свободно перемещаться. Под действием силы F, направление которой показано на рис. 3.8, проводник перемещается на отрезок dx. Таким образом, сила Ампера производит работу

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – пересечённый проводником магнитный поток.

Если полное сопротивление контура равно R, то, согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt (εIdt) будет складываться из работы на джоулеву теплоту и работы по перемещению проводника в магнитном поле

$$\varepsilon\, Idt = I^2Rdt + Id\Phi,$$

$$I = (\varepsilon - d\Phi / dt) / R,$$

где $-d\Phi / dt = \varepsilon_i$ или $\varepsilon_i = \int E_B dl = -d\Phi / dt$.

Правило Ленца. Индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Знак «минус» показывает, что увеличение потока ($d\Phi / dt > 0$) вызывает ЭДС $\varepsilon_i < 0$, то есть поле индукционного тока направлено навстречу потоку; уменьшение потока ($d\Phi / dt < 0$) вызывает ЭДС $\varepsilon_i > 0$, то есть направления потока и поля индукционного тока совпадают. Знак «минус» является математическим выражением правила Ленца – общего правила для нахождения направления индукционного тока, выведенного в 1833 г.

Явление самоиндукции. Явление электромагнитной индукции наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток, пронизывающий контур. В частности, этот поток может создаваться током, текущим в самом рассматриваемом контуре. Поэтому при всяком изменении силы тока в каком-либо контуре в нём возникает ЭДС индукции, которая вызывает дополнительный ток в контуре. Это явление называется *самоиндукцией*, а дополнительные токи, вызываемые ЭДС самоиндукции, – *экстратоками самоиндукции*.

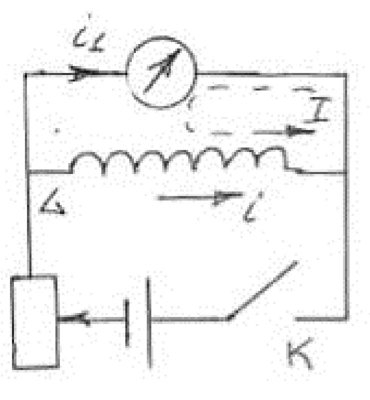


Рис. 3.9

Рассмотрим следующую электрическую цепь (рис. 3.9). Если разомкнуть ключ K, то магнитный поток в катушке будет исчезать и в ней возникнет экстраток самоиндукции I (экстраток размыкания). В соответствии с законом Ленца он будет препятствовать убыванию магнитного потока, то есть будет направлен в катушке так же, как и убывающий ток. Этот экстраток проходит целиком через гальванометр, где его направление противоположно первоначальному току i_1. Поэтому гальванометр даёт отброс в обратную сторону.

При замыкании ключа (установлении тока) в катушке также возникает экстраток (экстраток замыкания). Его направление в катушке противоположно нарастающему току батареек. Если поместить в катушку железный сердечник, то экстраток будет значительно увеличиваться.

Индуктивность. Магнитная индукция (плотность магнитного потока) в любой точке поля пропорциональна силе тока i в катушке. Поэтому и магнитный поток, пронизывающий катушку, пропорционален току

$$\Phi = Li.$$

Коэффициент пропорциональности L называют индуктивностью контура, или коэффициентом самоиндукции. Если $i = 1$, то $\Phi = L$, то есть индуктивность контура равна магнитному потоку через этот контур при силе тока в контуре, равной единице.

Единицей индуктивности в системе СИ служит генри (Гн). Это индуктивность такого контура, в котором при силе тока 1 А возникает магнитный поток 1 Вб: 1 Гн = 1 Вб / 1 А.

Применяя к явлению самоиндукции основной закон электромагнитной индукции, мы получаем выражение для ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon = -Ldi / dt.$$

ЭДС самоиндукции пропорциональна производной тока по времени, то есть быстроте изменения тока. Индуктивность какого-либо контура зависит от его формы и размеров, а также от свойств окружающей среды

$$L = \mu\mu_0 N^2 S / l.$$

Явление взаимной индукции. Рассмотрим два контура с током, например два круговых витка 1 и 2. Часть линий индукции поля, создаваемого контуром 1, будет проходить через контур 2, то есть будет сцеплена с этим контуром, и наоборот. В этом случае мы говорим, что между обоими контурами существует магнитная связь.

Индукция поля контура 1 пропорциональна силе тока i_1 в этом контуре. Поэтому магнитный поток Φ_{12} через контур 2, создаваемый контуром 1, также пропорционален току i_1

$$\Phi_{12} = L_{12} i_1.$$

Коэффициент L_{12} называется взаимной индуктивностью контуров 1 и 2. Она, очевидно, равна магнитному потоку через контур 2, создаваемому контуром 1 при силе тока в нём равной единице.

Совершенно так же, если в контуре 2 имеется ток некоторой величины i_2, то он создаёт магнитный поток Φ_{21} через контур 1, причём

$\Phi_{21} = L_{21} i_2$.

Здесь L_{21} есть взаимная индуктивность контуров 2 и 1. Для любых двух контуров взаимные индуктивности всегда равны

$L_{12} = L_{21}$.

Наличие магнитной связи между контурами проявляется в том, что при всяком изменении силы тока в одном из контуров в другом контуре появляется ЭДС индукции. Согласно основному закону электромагнитной индукции имеем

$\varepsilon_2 = -d\Phi_{12} / dt = -L_{12} di_1 / dt$;

$\varepsilon_1 = -d\Phi_{21} / dt = -\mathrm{L}_{21} di_2 / dt$,

где ε_1 и ε_2 – ЭДС индукции, возникающие соответственно в контурах 1 и 2.

Для определения взаимной индуктивности имеется следующая формула:

$L_{12} = \mu_1 \mu_2 \mu_0 N_1 N_2 S / l$.

Токи размыкания и замыкания. Экстратоки самоиндукции в соответствии с законом Ленца всегда препятствуют изменениям тока, которые их вызвали. Поэтому индуктивность цепи проявляется в замедлении процессов исчезновения и возникновения тока.

Пусть имеется цепь, содержащая источник тока с ЭДС ε, сопротивлением r и индуктивностью L. При разомкнутом ключе K в цепи будет действовать ЭДС источника и в ней установится ток силой

$i_0 = \varepsilon / r$.

Если замкнуть ключ K, то источник тока будет выключен из цепи и ток начнёт исчезать.

Будем считать ток квазистационарным и найдем закон исчезновения тока. Обозначим через i мгновенную силу тока в момент времени t и применим к контуру $LKrL$ второе правило Кирхгофа. Учитывая, что в цепи действует ЭДС самоиндукции – Ldi / dt, имеем

$ri = -Ldi / dt$.

Разделяем переменные $di / i = -rdt / L$ и путём интегрирования находим

$i = C\exp(-rt / L)$.

Находим C. Пусть $t = 0$, $i = i_0$, $njC = i_0$.

Тогда закон убывания тока принимает вид

$i = i_0 \exp(-t / T)$,

где $T = L / r$ – постоянная времени. Это есть время, в течение которого сила тока уменьшается в $e = 2{,}71$ раз. Чем больше индуктивность и меньше сопротивление, тем медленнее происходит исчезновение тока.

Если в цепи ключ K сначала был замкнут и затем внезапно стал разомкнут, то в цепи начнётся процесс установления тока. В этом случае в цепи будет действовать ЭДС источника ε и ЭДС самоиндукции $-Ldi / dt$, и второе правило Кирхгофа даст

$ri = \varepsilon - Ldi / dt$.

Здесь r – полное сопротивление цепи, в которое в данном случае должно быть включено и внутреннее сопротивление источника. Введя новую переменную $u = ri - \varepsilon$, преобразуем это уравнение к тому же виду, что и выше

$du / u = -dt / T$.

Имеем

$u = C\exp(-t / T)$.

Если начало счёта времени совпадает с моментом включения источника, то начальное условие будет иметь вид $t = 0$: $i = 0$, $u = -\varepsilon$. Это даёт $C = -\varepsilon$, и мы имеем

$U = ir - \varepsilon = -\varepsilon \exp(-t / T)$.

Выражая отсюда силу тока i, находим окончательно

$i = (\varepsilon / r) [1 - \exp(-t / T)]$.

Сила тока возрастает от начального значения $i = 0$ и асимптотически стремится к установившемуся значению ε / r. Быстрота установления тока определяется той же постоянной времени T, что и исчезновение тока.

Энергия магнитного поля. Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружён магнитным полем, причём магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле подобно электрическому является носителем энергии. Естественно будет предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим схему. При замкнутом ключе в соленоиде установится ток I, который обусловит магнитное поле, сцепленное с витками соленоида. Если разомкнуть ключ, то через сопротивление R будет течь постепенно убывающий ток, поддерживаемый возникающей в соленоиде ЭДС самоиндукции. Работа, совершаемая этим током за счёт энергии магнитного поля за время dt, равна

$$dA = \varepsilon_s I\,dt = -\frac{d\psi}{dt} I\,dt = -I\,d\psi,$$

где $d\psi = LdI$,
тогда $dA = -LIdI$.

Ток совершает работу, изменяя своё значение от I до нуля

$$A = -\int_I^0 \mathrm{LIdI} = \frac{LI^2}{2}.$$

Подставляя значение индуктивности соленоида $L = \mu\mu_0 n^2 V$ и учитывая, что $\mathrm{I} = \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{n}}$, получаем $A = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$.

Поскольку работа совершается за счёт энергии магнитного поля катушки, то $A = \mathrm{W} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$, отсюда объёмная плотность энергии магнитного поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Через магнитную индукцию так как $B = \mu\mu_0 H$, то $w = \frac{BH}{2}$.

Рассмотрим контур индуктивностью L, по которому течёт ток I. С данным контуром сцеплен магнитный поток $\Phi = LI$, причём при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу

$$dA = Id\Phi = LIdI.$$

Тогда работа по созданию магнитного потока Ф будет равна

$$A = \int_0^I LIdI = LI^2 / 2.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром, равна

$$W = LI^2 / 2.$$

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай: однородное магнитное поле внутри длинного соленоида. Получим

$$W = \mu\,\mu_0\,N^2\,I^2\,S\,/\,2\,l.$$

Так как $I = B\,l\,/\,(\mu\,\mu_0\,N)$ и $B = \mu\,\mu_0\,H$, то

$$W = B^2\,V\,/\,2\,\mu\,\mu_0 = B\,H\,V\,/\,2,$$

где $S\,l = V$ – объём соленоида.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объёме соленоида и распределена в нём с постоянной объёмной плотностью

$$w = W\,/\,V = B^2\,/\,2\,\mu\,\mu_0 = \mu\,\mu_0\,H^2\,/\,2 = B\,H\,/\,2.$$

Эта формула выведена для однородного поля, но она может использоваться и для неоднородных полей. Она справедлива только для сред, для которых зависимость B и H линейная, то есть она относится только к пара- и диамагнетикам.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Назовите единицу измерения магнитного потока в системе СИ.

Задание 2. Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея и запишите его.

Задание 3. От каких параметров зависит индуктивность контура?

Задание 4. Напишите выражение для магнитной энергии тока и объёмной плотности энергии магнитного поля.

Задание 5. Число витков катушки уменьшили в два раза, но сохранили её геометрические размеры и ток в обмотке. Как при этом изменятся: а) индуктивность катушки; б) энергия магнитного поля катушки; в) средняя плотность энергии магнитного поля внутри катушки?

Задание 6. Индуктивность рамки равна $L = 40$ мГн. Если за время $\tau = 1$ мс сила тока I в рамке возросла на 20 мА, то модуль ЭДС самоиндукции в рамке равен

1) 100 мВ; 2) 800 мВ; 3) 200 мВ; 4) 20 мВ.

Задание 7. В катушке с индуктивностью $L = 2{,}5$ Гн при протекании тока силой I_0 запасена энергия $E = 5$ Дж. Тогда при линейном увеличении силы тока в катушке в четыре раза за $t = 3$ с величина ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке, будет равна

1) 1 В; 2) 2 В; 3) 4 В; 4) 5 В.

Задание 8. Магнитный поток через контур с сопротивлением, равным R = 4 Ом, меняется так, как показано на графике (рис. 3.10). В момент времени t = 4 с индукционный ток в контуре равен

1) 0,25 А;   2) 0,50 А;   3) 1,25 А;   4) 4,00 А.

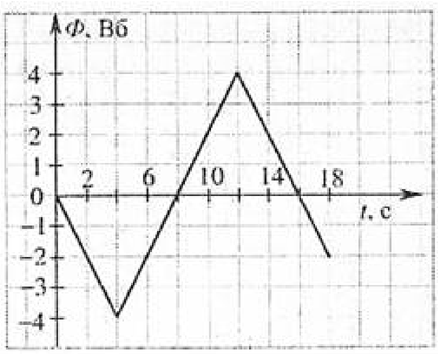


Рис. 3.10

Задание 9. При изменении силы тока по закону $I = (1 - 0{,}5\ t)$ А в катушке возбуждается ЭДС самоиндукции $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-3}$ В. Индуктивность катушки L равна

1) 2 мГн; 2) 5 мГн; 3) 12 мГн; 4) 4 мГн.

Задание 10. Соленоид намотан «виток к витку» тонким проводом в один слой, он имеет 1200 витков, длину l = 25 см и площадь сечения S = 13 см^2. Поверх этого соленоида вплотную намотан второй точно такой же. Найдите их взаимную индуктивность.

1) 8,7 мГн; 2) 9,4 мГн; 3) 11,0 мГн; 4) 16,0 мГн.

IV. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1. Механические колебания

Теоретический материал

Свободные (собственные) и вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение. Характеристики гармонических колебаний. Понятие о гармоническом осцилляторе. Энергия гармонических колебаний. Сложение одинаково направленных (скалярных) гармонических колебаний. Метод векторной диаграммы. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных (векторных) гармонических колебаний. Фигуры Лиссажу. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Апериодический процесс. Частота и коэффициент затухания. Логарифмический декремент затухания и добротность колебательной системы. Изохронность колебаний. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Амплитуда и фаза при вынужденных механических колебаниях. Механический резонанс. Резонансные кривые. Соотношение между фазами вынуждающей силы и скорости при механическом резонансе.

Характеристики гармонических колебаний. *Колебание* – движение (изменение состояния), характеризующееся той или иной степенью повторяемости во времени. Различают механические колебания (маятники, струны, пластины), электромагнитные (контуры, волноводы) и электромеханические (пьезокварцевые излучатели, магнитострикционные устройства).

Колебания называются *периодическими*, если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени.

Периодом колебаний называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются все значения физических величин, характеризующих колебательное движение. За время периода совершается одно полное колебание $[\nu] = 1 / [T]$ Гц.

Частотой периодического колебания называется число полных колебаний, которое совершается за единицу времени $\omega = 2\pi / T = 2\pi\nu$.

Периодическое колебание какой-либо физической величины S представляется в виде

$S = S_0 + x(t)$,

где S_0 – значение физической величины в состоянии равновесия; $x(t) = x(t + T)$ – периодическая функция времени.

Простейшее периодическое колебание – гармоническое (синусоидальное)

$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$,

где A, ω, φ_0 – набор постоянных величин.

Амплитуда – наибольшее отклонение от положения равновесия, которого достигает физическая величина, совершающая гармоническое колебание.

Фаза колебания – физическая величина, определяющая состояние периодического колебательного процесса в каждый момент времени

$\varphi = \omega t + \varphi_0$,

где φ_0 – начальная фаза, то есть значение фазы в нулевой момент времени ($t = 0$).

$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$,

$\dot{x}(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$,

$\ddot{x}(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$.

$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0$, или $\dfrac{d^2S}{dt^2} + \omega_0^2 S = 0$

– дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

Гармонические колебания изображаются графически методом вращающегося вектора амплитуды, или методом векторных диаграмм.

Энергия гармонических колебаний. Сила $F = ma$, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m, равна

$F = -m\omega_0^2 x$.

Следовательно, сила пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия).

Кинетическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания, равна

$$T = \frac{mV^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi).$$

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F, равна

$$W_p = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}\mathbf{cos}^2(\omega_0 t + \varphi).$$

Полная энергия остаётся постоянной, так как при гармонических колебаниях справедлив закон сохранения механической энергии, поскольку упругая сила консервативна

$$W = W_k + W_p = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Сложение гармонических колебаний. Биения. Колеблющееся тело может участвовать в нескольких колебательных процессах, тогда необходимо найти результирующее колебание. Сложим гармонические колебания одного направления и одинаковой частоты

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2). \end{cases}$$

Уравнение результирующего колебания

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (*)$$

где $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$;

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Таким образом, тело, участвуя в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, совершает также гармоническое колебание в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания. Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ складываемых колебаний.

Проанализируем выражение (*) в зависимости от разности фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$:

1) $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2m\pi$ ($m = 0, 1, 2, ..$), тогда $A = A_1 + A_2$, то есть амплитуда результирующего колебания A равна сумме амплитуд складываемых колебаний;

2) $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2(m + 1)\pi$ ($m = 0, 1, 2,..$), тогда $A = |A_1 - A_2|$, то есть амплитуда результирующего колебания равна разности амплитуд складываемых колебаний.

Для практики особый интерес представляет случай, когда два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте. В результате сложения этих колебаний получаются колебания с периодически изменяющейся амплитудой.

Периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами, называются *биениями*.

Пусть амплитуды складываемых колебаний равны A, а частоты равны ω и $\omega + \Delta\omega$, причём $\Delta\omega \ll \omega$. Начало отсчёта выберем так, чтобы начальные фазы обоих колебаний были равны нулю

$$\begin{cases} x_1 = A\cos\omega t \\ x_2 = A\cos(\omega + \Delta\omega)t \,. \end{cases}$$

Складывая эти выражения и учитывая, что во втором множителе $\Delta\omega / 2 \ll \omega$, найдём

$$x = (2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t)\cos\omega t \,.$$

Получившееся выражение есть произведение двух колебаний. Так как $\Delta\omega \ll \omega$, то сомножитель, стоящий в скобках, почти не изменяется, когда сомножитель $\cos\omega t$ совершает несколько полных колебаний. Поэтому результирующее колебание x можно рассматривать как гармоническое с частотой ω, амплитуда которого $A_б$ изменяется по следующему периодическому закону:

$$A_б = \left| 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \right| .$$

Частота изменения $A_б$ в два раза больше частоты изменения косинуса (так как берётся по модулю), то есть частота биений равна разности частот складываемых колебаний $\omega_б = \Delta\omega$.

Период биений

$$T_б = \frac{2\pi}{\Delta\omega} .$$

Характер зависимости показан на рис. 4.1, где сплошные линии дают график результирующего колебания, а огибающие их – график медленно меняющейся амплитуды.

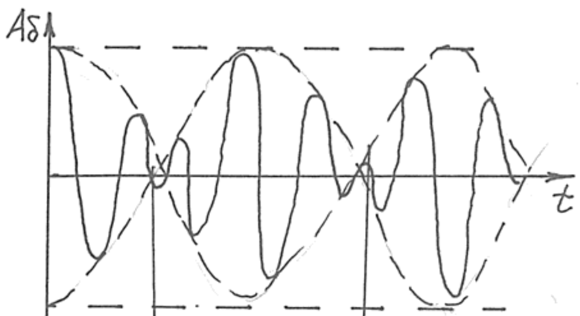


Рис. 4.1

Определение частоты тона (звука определённой высоты) биений между эталонным и измеряемым колебаниями – наиболее широко применяемый на практике метод сравнения измеряемой величины с эталонной. Метод биений используется для настройки музыкальных инструментов, анализа слуха и т. д.

Рассмотрим результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты ω, происходящих во взаимноперпендикулярных направлениях вдоль осей x и y. Для простоты начало отсчёта берём так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ y = B\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}.$$

Разность обеих фаз обеих амплитуд равна φ, A и B – амплитуды складываемых колебаний.

Уравнение траектории результирующего колебания будет

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\varphi.$$

Так как траектория результирующего колебания имеет форму эллипса, то такие колебания называются эллиптически *поляризованными*.

Ориентация осей эллипса и его размеры зависят от амплитуд складываемых колебаний и разности фаз φ. Рассмотрим некоторые частные случаи, представляющие физический интерес:

1) $\varphi = m\pi$ $(m = 0, \pm1, \pm2, \ldots)$. В данном случае эллипс вырождается в отрезок прямой

$$y = \pm(B/A)x,$$

где знак «плюс» соответствует нулю и чётным значениям m, а знак «минус» – нечётным значениям m. Результирующее колебание является гармоническим колебанием с частотой ω и амплитудой $\sqrt{A^2 + B^2}$, совершающимся вдоль прямой, составляющей с осью x угол $\varphi = arctg(\frac{B}{A}\cos m\pi)$. В данном случае мы имеем дело с линейно поляризованными колебаниями;

2) $\varphi = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$ $(m = 0, \pm1, \pm2, \ldots)$. В данном случае уравнение примет вид

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

Это уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат, а его полуоси равны соответствующим амплитудам. Кроме того, если $A = B$, то эллипс вырождается в окружность. Такие колебания называются *циркулярно поляризованными колебаниями, или колебаниями, поляризованными по кругу*.

Если частоты складываемых взаимно перпендикулярных колебаний различны, то замкнутая траектория результирующего колебания довольно сложна. Замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одновременно два взаимноперпендикулярных колебания, называются *фигурами Лиссажу*. Форма этих кривых зависит от соотношения амплитуд, частот и разности фаз складываемых колебаний.

Отношение частот складываемых колебаний равно отношению числа пересечений фигур Лиссажу с прямыми, параллельными осям координат. По виду фигур можно определить неизвестную частоту по известной или определить отношение частот складываемых колебаний. Поэтому анализ фигур Лиссажу – широко используемый метод соотношения частот и разности фаз складываемых колебаний, а также формы колебаний.

Затухающие колебания. Рассмотрим свободные затухающие колебания – колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается. Простейший механизм уменьшения энергии колебаний – её превращение в теплоту вследствие трения в механических колебательных системах, а также омических потерь и излучения электромагнитной энергии в электрических колебательных системах.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы задаётся в виде

$$\ddot{s} + 2\delta\dot{s} + \omega_0^2 S = 0,$$

где S – колеблющаяся величина, описывающая тот или иной физический процесс, $\delta = \text{const}$ – коэффициент затухания, ω_0 – циклическая частота свободных затухающих колебаний, которая при $\delta = 0$ (при отсутствии потерь энергии) называется собственной частотой колебательной системы.

Решение уравнения рассмотрим в виде

$$S = e^{-\delta t} u,$$

где $u = u(t)$. После нахождения первой и второй производных получим

$$\ddot{u} + (\omega_0^2 - \delta^2)u = 0\,.$$

Решение уравнения зависит от знака коэффициента перед искомой величиной. Рассмотрим случай, когда этот коэффициент положителен

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2 .$$

Тогда получим уравнение типа

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0 ,$$

решением которого является функция

$$u = A_0 \cos(\omega t + \varphi) .$$

Таким образом, решение уравнения в случае малых затуханий

$$(\delta^2 \ll \omega_0^2)$$

$$S = A \cos(\omega t + \varphi) ,$$

где $A = A_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний, а A_0 – начальная амплитуда.

Промежуток времени $\tau = 1/\delta$, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называется *временем релаксации*.

Затухание нарушает периодичность колебаний, поэтому затухающие колебания не являются периодическими и, строго говоря, к ним неприменимо понятие периода или частоты. Однако если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием периода как промежутка времени между двумя последующими максимумами (или минимумами) колеблющейся физической величины. Тогда период затухающих колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} .$$

Если $A(t)$ и $A(t + T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta t}$$

называется *декрементом затухания*, а его логарифм

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

– логарифмическим декрементом затухания, где N_e – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз. Логарифмический декремент затухания – постоянная для данной колебательной системы величина.

Для характеристики колебательной системы пользуются понятием добротности Q, которая при малых значениях логарифмического декремента равна

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}.$$

Из формулы следует, что добротность пропорциональна числу колебаний N_e, совершаемых системой за время релаксации.

Отметим, что при увеличении коэффициента затухания δ период затухающих колебаний растёт и при $\delta = \omega_0$ обращается в бесконечность, то есть движение перестаёт быть периодическим. В данном случае колеблющаяся величина асимптотически приближается к нулю, когда $t \to \infty$. Процесс не будет колебательным. Он называется *апериодическим*.

Особенно важны и широко применимы так называемые *автоколебания* – незатухающие колебания, поддерживаемые в диссипативной системе за счёт постоянного внешнего источника энергии, причём свойства этих колебаний определяются самой системой. Автоколебания принципиально отличаются от свободных незатухающих колебаний, происходящих без действия сил, а также от вынужденных колебаний, происходящих под действием периодической силы. Автоколебательная система сама управляет внешними воздействиями, обеспечивая согласованность поступления энергии определёнными порциями в нужный момент времени (в такт с её колебаниями). Примером автоколебательной системы могут служить часы.

Свободные и вынужденные колебания. *Свободные (собственные) колебания* – это колебания, возникающие в системе, не подвергающейся переменным внешним воздействиям, вследствие какого-либо начального отклонения этой системы от состояния устойчивого равновесия. Характер собственных колебаний определяется параметрами системы. *Интенсивность* – величиной запасённой энергии. В реальных системах из-за диссипации энергии собственные колебания всегда затухают.

Примерами собственных колебаний (гармонического осциллятора) могут служить пружинный, математический физический маятники. *Математический маятник* – материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити (или стержне) и совершающая в вертикальной плоскости колебания под действием силы тяжести. При малых колебаниях период не зависит от амплитуды

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}\,.$$

Примером может служить тяжёлый шарик на тонкой нерастяжимой нити.

Физический маятник – это твёрдое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси подвеса, не проходящей через центр массы тела

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{\mathbf{I}/mgl} = 2\pi\sqrt{L/g}\,,$$

где $L = I\,/\,ml$ – приведённая длина физического маятника.

Для колебаний груза на пружине имеем

$$F = -\alpha x,$$

где F – упругая сила; α – коэффициент упругости; m – масса груза.

$$a\,m = -\alpha x,$$

или $m\ddot{x} = -\alpha x \Rightarrow \ddot{x} + \alpha x\,/\,m = 0$,

$$\omega = \sqrt{\alpha/m}\,,$$

$$T = 2\pi\sqrt{m/\alpha}\,.$$

Вынужденные колебания – колебания, возникающие в какой-либо системе под влиянием переменного внешнего воздействия. Характер вынужденных колебаний определяется характером внешнего воздействия и свойствами самой системы. Если частота вынужденного воздействия стремится к частоте собственных колебаний, то амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает – наступает резонанс. *Резонанс* – более или менее резкое возрастание амплитуды установившихся вынужденных колебаний, когда частота вынужденного внешнего воздействия приближается к частоте собственных колебаний системы.

Уравнение вынужденных механических колебаний можно представить в дифференциальной форме в виде

$$\ddot{s} + 2\delta\dot{s} + \omega_0^2 s = x_0 e^{i\,\omega t}.$$

Рассмотрим зависимость амплитуды *A* вынужденных колебаний от частоты ω. Механические и электромагнитные колебания будем рассматривать одновременно. Резонансную частоту $\omega_{рез}$ – частоту, при которой амплитуда *A* смещения (заряда) достигает максимума – можно определить по формуле $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\delta^2}$. При $\delta^2 \ll \omega_0^2$ значение $\omega_{рез}$ практически совпадает с собственной частотой ω_0 колебательной системы. Амплитуда может быть найдена по формуле

$$A_{рез} = \frac{x_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 + \delta^2}}.$$

Приведённую совокупность кривых называют *резонансными кривыми*.

Из выражения $\mathrm{tg}\varphi = 2\delta\omega / (\omega_0^2 - \omega^2)$ следует, что если затухание в системе отсутствует ($\delta = 0$), то только в этом случае колебания и вынуждающая сила (приложенное переменное напряжение) имеют одинаковые фазы; во всех других случаях $\varphi \neq 0$.

Зависимость φ от ω при разных коэффициентах δ графически представлена на рис. 4.2, из которого следует, что при изменении частоты изменяется и сдвиг фаз. Эти кривые называются *фазовыми резонансными кривыми*.

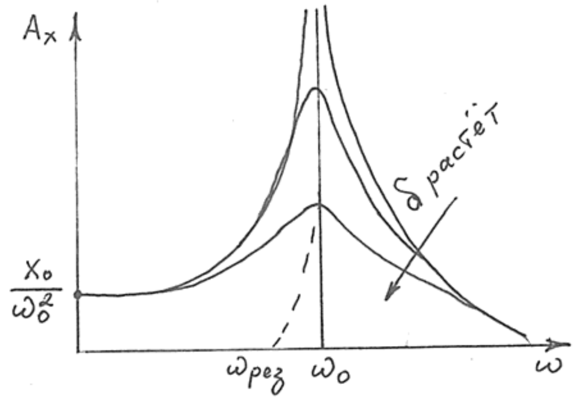


Рис. 4.2

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Дайте определение следующих характеристик гармонического колебания: амплитуда, фаза, начальная фаза, период, частота, циклическая частота?

Задание 2. Как происходит сложение гармонических колебаний?

Задание 3. Напишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

Задание 4. Напишите дифференциальное уравнение, описывающее затухающие колебания, и его решение.

Задание 5. В чём физический смысл логарифмического декремента затухания и добротности колебательной системы?

Задание 6. Напишите дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания, и его решение.

Задание 7. Движение тела вдоль оси OX в системе СИ описывается уравнением $x(t) = 0{,}4\cos(0{,}5t + 1{,}5\pi)$. Через какой промежуток времени $t = 0$ с тело окажется в точке с координатой $x = -0{,}4$ м?

1) –0,4 м; 2) 0,8 м; 3) 0 м; 4) 4,0 м.

Задание 8. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = 0{,}45\cos(3/2\pi t + \pi/8)$. Максимальное значение ускорения точки равно

1) $2\pi / 3$ м/с^2; 2) $0{,}6\pi$ м/с^2; 3) $0{,}2\pi^2$ м/с^2; 4) $4\pi^2$ м/с^2.

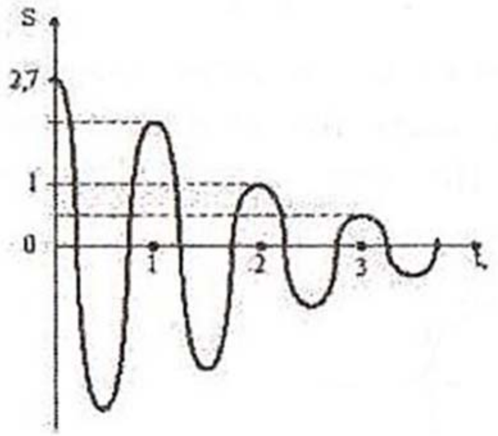


Рис. 4.3

Задание 9. На рис. 4.3 изображён график затухающих колебаний, где S – колеблющаяся величина, описываемая уравнением $x(t) = A_0e^{-\beta t}\sin(\omega_1 t + \varphi)$. Определите коэффициент затухания β.

1) 0,5; 2) 2,8; 3) 1,0; 4) 2,0.

Задание 10. Уравнение движения пружинного маятника – это дифференциальное уравнение

1) вынужденных колебаний; 2) свободных незатухающих колебаний; 3) свободных затухающих колебаний; 4) автоколебаний.

4.2. Механические волны

Теоретический материал

Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение и его решение. Гармонические волны и их характеристики. Ударные волны. Принцип суперпозиции волн и граница его применимости. Фазовая скорость и дисперсия волн. Волновой пакет и групповая скорость. Понятие о когерентности. Интерференция волн. Стоячие волны. Энергия и поток энергии упругой волны. Вектор Умова. Эффект Доплера для звуковых волн. Ультразвук.

Механизм образования механических волн в упругой среде. Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется *волновым процессом* (или волной). При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому основным для всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяются следующие их типы: волны на поверхности жидкости, упругие и электромагнитные волны. *Упругими* (или механическими) *волнами* называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают *продольными* и *поперечными*. В продольных волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в поперечных – в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут распространяться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, то есть в твёрдых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут распространяться в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига, то есть фактически только в твёрдых телах; в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твёрдых телах – как продольные, так и поперечные.

Среда	Продольные волны	Поперечные волны
Газ	+	–
Жидкость	+	–
Твёрдое тело	+	+

Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает всё новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t, называется *фронтом волны*, или волновым фронтом. Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлечённую в волновой процесс, от области, в которой колебания ещё не возникли.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется *волновой поверхностью*. Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно, существует бесконечное множество волновых поверхностей, в то время как волновой фронт в каждый момент времени только один. Волновые поверхности остаются всегда неподвижными, а волновой фронт всё время перемещается.

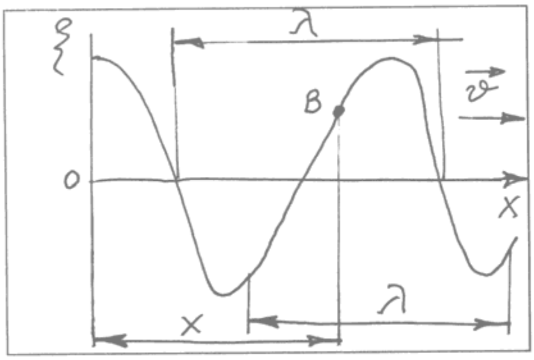


Рис. 4.4

Гармонические волны и их характеристики. Упругая волна называется гармонической, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. На рис. 4.4 представлена гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью v вдоль оси x. Рассмотрим некоторую частицу среды B, находящуюся от источника колебаний на расстоянии x. Если колебания точек, лежащих в плоскости $x = 0$, описываются функцией

$$\xi(0, t) = A\cos\omega t,$$

то частица среды B колеблется по тому же закону, но её колебания будут отставать по времени от колебаний источника на τ, так как для прохождения волной расстояния x требуется время $\tau = x / v$, где v – скорость распространения волны.

Тогда уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости x, имеет вид

$$\xi(x, t) = A\cos\omega\,(t - x / v)$$

– это есть уравнение бегущей волны. Если плоская волна распространяется в противоположном направлении, то

$$\xi(x, t) = A\cos\omega\,(t + x / v).$$

В общем случае уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x в среде, не поглощающей энергию, имеет вид

$$\xi(x, t) = A\cos[\omega(t - x / v) + \varphi_0].$$

Для характеристики волн используется волновое число

$$k = 2\pi / \lambda = 2\pi / vT = \omega/v.$$

Тогда уравнение примет вид

$$\xi(x, t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Основываясь на формуле Эйлера, уравнение плоской волны можно записать в виде

$$\xi(x, t) = Ae^{i\,(\omega t - kX + \varphi)}.$$

Предположим, что при волновом процессе фаза постоянна, то есть

$$\omega\,(t - x / v) + \varphi_0 = \mathrm{const}.$$

Продифференцировав и сократив на ω, получим

$$dt - dx / v = 0 \Rightarrow dx / dt = v_ф.$$

Следовательно, скорость v распространения волны есть не что иное, как скорость перемещения фазы волны, и её называют *фазовой скоростью*.

Для сферической волны аналогично имеем

$$\xi(r, t) = A_0 / r\cos(\omega t - kr + \varphi_0),$$

где r – расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды.

Фазовая скорость $v_ф = \omega / k$.

Если фазовая скорость зависит от частоты, то это явление называют *дисперсией волн*, а среда, в которой наблюдается дисперсия волн, называется *диспергирующей*.

Распространение волн в однородной изотропной среде в общем случае описывается волновым уравнением в частных производных

$$\partial^2 \xi / \partial^2 X + \partial^2 \xi / \partial^2 Y + \partial^2 \xi / \partial^2 Z = \partial^2 \xi / \partial t^2\,(1 / v^2),$$

или $\Delta\xi = \partial^2 \xi / \partial t^2\,(1 / v^2)$,

где v – фазовая скорость, Δ – оператор Лапласа.

Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси X, волновое уравнение имеет вид

$$\partial^2 \xi / \partial^2 X = \partial^2 \xi / \partial t^2\,(1 / v^2).$$

Волновой пакет и групповая скорость. Если среда, в которой распространяется одновременно несколько волн, линейна, то есть её свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых волной, то к ним применим принцип суперпозиции (наложения) волн.

Исходя из принципа суперпозиции и разложения Фурье, любую волну можно представить в виде суммы гармонических волн, т. е. в виде суммы гармонических волн, в виде волнового пакета или группы волн. *Волновым пакетом* называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

«Сконструируем» простейший волновой пакет из двух распространяющихся вдоль положительного направления оси X гармонических волн с одинаковыми амплитудами, близкими частотами и волновыми числами, причём $d\omega << \omega$ и $dk << k$. Тогда

$$\xi = A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0\cos[(\omega + d\omega)\, t - (k + dk)\, x] =$$
$$= 2A_0\cos[(td\omega - x\, dk) / 2]\cos(\omega t - kx).$$

Эта волна отличается от гармонической тем, что её амплитуда

$$A = |\, 2A_0\cos[(td\omega - x\, dk) / 2]\, |$$

есть медленно изменяющаяся функция координаты x и времени t.

За скорость распространения этой негармонической волны (волнового пакета) принимают скорость перемещения максимума амплитуды волны, рассматривая тем самым максимум в качестве центра волнового пакета. При условии, что $td\omega - xdk = \text{const}$, получим

$$dx / dt = d\omega / dk = u.$$

Скорость u есть групповая скорость. Её можно определить как скорость движения группы волн, образующих волновой пакет.

Рассмотрим связь между групповой $u = d\omega / dk$ и фазовой $v = \omega / k$ скоростями. Учитывая, что $\lambda = 2\pi / k$, получим

$$u = d\omega / dk = d(vk) / dk = v + k(dv / dk) =$$
$$= v + k[(dv / d\lambda)\, (d\lambda / dk)] = v + k\, (-\lambda / k)du / d\lambda,$$

или $u = v - \lambda(dv / d\lambda)$. Из этой формулы вытекает, что u может быть как меньше, так и больще v в зависимости от знака $(dv / d\lambda)$. В недиспергирующей среде $(dv / d\lambda) = 0$ и групповая скорость совпадает с фазовой.

Понятие групповой скорости очень важно, так как именно она фигурирует при измерении дальности в радиолокации, в системах управления космическими объектами и т. д.

Интерференция волн. Согласование во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов связывают с понятием *когерентности*. Волны называются когерентными, если разность их фаз остаётся постоянной во времени. Очевидно, что когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту. При наложении в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн. Это явление называется *интерференцией волн*.

Рассмотрим наложение двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками S_1 и S_2, колеблющимися с одинаковыми амплитудами A_0, частотой ω и постоянной разностью фаз

$\xi_1 = A_0 / r_1 \cos(\omega t - kr1 + \varphi1)$,

$\xi_2 = A_0 / r_2 \cos(\omega t - kr2 + \varphi2)$,

где r_1 и r_2 – расстояния от источников волн до рассматриваемой точки B.

Амплитуда результирующей волны

$A_2 = A_{02} \{1 / r_1 + 1 / r_2 + 2 / r_1 r_2 \cos [k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2)]\}$.

Так как для когерентных источников $(\varphi_1 - \varphi_2) = \mathrm{const}$, то результат наложения двух волн в различных точках зависит от величины

$\Delta = r_1 - r_2$,

которая называется разностью хода волн. В точках, где

$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm 2m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \ldots$),

наблюдается интерференционный максимум

$A = A_0 / r_1 + A_0 / r_2$.

В точках, где

$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm(2m + 1)\,\pi$ ($m = 0, 1, 2, \ldots$),

наблюдается интерференционный минимум

$A = |A_0 / r_1 - A_0 / r_2|$.

Эти условия сводятся к тому, что

$r_1 - r_2 = \mathrm{const}$.

Это выражение представляет собой уравнение гиперболы с фокусами S_1 и S_2. Следовательно, геометрическое место точек, в которых наблюдается усиление или ослабление результирующего колебания, представляет собой семейство гипербол, отвечающих условию $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Между двумя интерференционными максимумами (сплошные линии) находятся интерференционные минимумы (штриховые линии).

Эффект Доплера для звуковых волн. *Эффектом Доплера* называется изменение частоты колебаний, воспринимаемой приёмником, при движении источника этих колебаний и приёмника друг относительно друга.

Предположим, что источник и приёмник звука движутся вдоль прямой; $V_{\text{ист}}$ и $V_{\text{пр}}$ – скорости их движения. Частота колебаний источника v_0.

1. Источник и приёмник покоятся относительно среды, то есть $V_{\text{ист}} = V_{\text{пр}} = 0$.

Если V – скорость распространения звуковой волны в рассматриваемой среде, то длина волны

$$\lambda = VT = V / \nu_0 .$$

Распространяясь в среде, волна достигает приёмника и вызывает колебания его звукочувствительного элемента с частотой $\nu = V / \lambda = V / (VT) = \nu_0$. Следовательно, частота ν звука, которую зарегистрирует приёмник, равна частоте ν_0, с которой звуковая волна излучается источником.

2. Приёмник приближается к источнику, а источник покоится, то есть $V_{пр} > 0$, $V_{ист} = 0$. В данном случае скорость распространения волны относительно приёмника станет равной $V_{пр} + V$, так как длина волны при этом не меняется, то

$$\nu = \frac{V + V_{пр}}{\lambda} = \frac{V + V_{пр}}{VT} = \frac{(V + V_{пр})\nu_0}{V},$$

то есть частота колебаний, воспринимаемых приёмником, в $(V + V_{пр}) / V$ раз больше частоты колебаний источника.

3. Источник приближается к приёмнику, а приёмник покоится, то есть $V_{ист} > 0$, $V_{пр} = 0$.

За время, равное периоду колебаний источника, излученная им волна пройдёт в направлении к приёмнику расстояние $V\,T$. За это же время источник пройдёт в направлении волны расстояние $V_{ист}\,T$, то есть длина волны в направлении движения сократится и станет равной

$$\lambda = \lambda - V_{ист} T = (V - V_{ист})\, T,$$

тогда

$$\nu = V / \lambda' = \frac{V}{(V - V_{ист})} = \frac{V\nu_0}{V - V_{ист}},$$

то есть частота ν колебаний, воспринимаемых приёмником, увеличится в $\dfrac{V}{(V - V_{ист})}$ раз. В случаях 2 и 3, если $V_{ист} < 0$, $V_{пр} < 0$, знак будет обратным.

4. Источник и приёмник движутся друг относительно друга. Для частоты колебаний, воспринимаемых источником,

$$\nu = \frac{(V \pm V_{пр})\nu_0}{V \mp V_{ист}},$$

причём верхний знак ставится, когда происходит их сближение, а нижний – при удалении.

Звук. Звук, звуковые волны – упругие волны, распространяющиеся в твёрдых, жидких и газообразных средах. В зависимости от частоты звуковых колебаний они условно подразделяются на следующие группы.

Вид звука	Частота
Инфразвук	< 16 Гц
Слышимые	16 Гц – 20 кГц
Ультразвук	20 кГц – 1 ГГц
Гиперзвук	> 1 ГГц

Характеристики звука: скорость, звуковое давление, интенсивность, спектральный состав.

Звуковое давление – перепад избыточного давления над равновесным, возникает при изменении звуковых волн в жидких и газообразных средах.

Скорость звука – скорость распространения в среде упругих волн небольшой интенсивности в отличие от ударных волн

$$V = \sqrt{\frac{k}{\rho}},$$

где k – модуль объёмной упругости; ρ – плотность среды в твёрдых телах.

Интенсивность звука – значение энергии, передаваемое звуковой волной в единицу времени через единичную площадку, распространяющуюся перпендикулярно распространению волны Вт/м^2.

Громкость – мера силы слухового ощущения, вызываемого звуком. Зависит от эффективного звукового давления и частоты. Уровень громкости звука

$$L = 20\,\mathbf{lg}\frac{P_{эф}}{P_0},$$

где P_0 – порог слышимости.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Какие волны называют продольными, какие поперечными? Приведите примеры.

Задание 2. Какие волны называют гармоническими? Охарактеризуйте следующие параметры гармонической волны: амплитуда, длина волны, частота.

Задание 3. Что такое фазовая скорость? Как фазовая скорость связана с циклической частотой и волновым числом?

Задание 4. Что называется волновым пакетом и групповой скоростью?

Задание 5. Что такое звук и каковы его характеристики?

Задание 6. Если в упругой среде распространяется волна со скоростью v = 6 м/с и периодом колебаний T = 0,5 с, то минимальное расстояние между двумя точками среды, которые колеблются в одинаковых фазах, равно

1) 6,0 м; 2) 1,50 м; 3) 3,0 м; 4) 4,0 м.

Задание 7. Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси OX, имеет вид $\xi = 0{,}02\sin 10^3(t - (x / 500))$. Длина волны равна

1) 100 м; 2) 1,5 м; 3) 3,14 м; 4) 4,0 м.

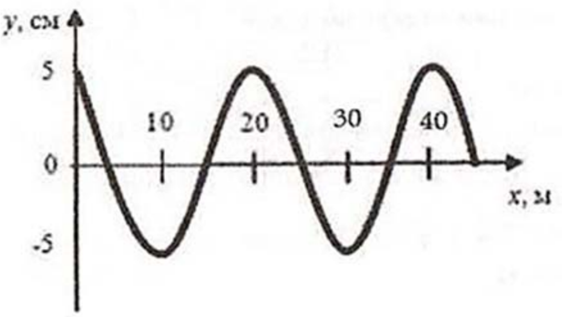


Рис. 4.5

Задание 8. На рис. 4.5 представлен профиль поперечной упругой бегущей волны. Согласно графику значение волнового числа равно

1) 0,628 м$^{-1}$; 2) 0,314 м$^{-1}$; 3) 1,156 м$^{-1}$; 4) 2,512 м$^{-1}$.

Задание 9. Если увеличить в два раза амплитуду волны и при этом увеличить в четыре раза скорость распространения волны (например, при переходе из одной среды в другую), то плотность потока энергии увеличится в … раз.

1) 6; 2) 5; 3) 2; 4) 16.

Задание 10. Рыболов заметил, что при прохождении волны поплавок за t = 10 с совершает 20 колебаний, а расстояние между соседними гребнями волны равно x = 1,2 м. С какой скоростью распространяется волна по поверхности воды?

1) 2,4 м/с; 2) 0,6 м/с; 3) 1,2 м/с; 4) 1,6 м/с.

4.3. Электромагнитные колебания

Теоретический материал

Дифференциальное уравнение колебаний в колебательном контуре и его решение. Дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний и его решение. Частота и коэффициент затухания электромагнитного колебания. Логарифмический декремент затухания и добротность контура. Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний и его решение. Амплитуда и фаза при вынужденных электромагнитных колебаниях. Резонанс в колебательном контуре. Резонансные кривые для напряжения и силы тока. Переменный ток.

Свободные гармонические колебания в колебательном контуре. Среди различных электрических явлений особое место занимают электромагнитные колебания, при которых электрические величины (заряды, токи) периодически сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей. Для возбуждения и поддерживания электромагнитных колебаний используется *колебательный контур* – цепь, состоящая из включённых последовательно катушки индуктивностью L, конденсатора ёмкостью C и резистора сопротивлением R.

Рассмотрим последовательные стадии колебательного процесса в идеализированном контуре, сопротивление которого пренебрежительно мало ($R \approx 0$) (рис. 4.6). Для возбуждения в контуре электромагнитных колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды $\pm Q$. Тогда в начальный момент времени $t = 0$ (а) между обкладками конденсатора возникает электрическое поле, энергия которого $\frac{1}{2C}Q^2$. Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, он начнёт разряжаться, и в контуре потечёт ток I. В результате энергия электрического поля будет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки (она равна $\frac{1}{2}L\dot{Q}^2$) – возрастать.

Так как $R \approx 0$, то, согласно закону сохранения энергии, полная энергия

$$W = \frac{1}{2C}Q^2 + \frac{1}{2}L\dot{Q}^2 = \text{const},$$

так как на нагревание она не расходуется. Поэтому в момент $t = 1/4\ T$, когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля обращается в нуль, а энергия магнитного поля (а следовательно, и ток) достигает наибольшего значения (б). Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать; следовательно, начнёт ослабевать магнитное поле катушки, и в ней будет индуцироваться ток, который будет течь (согласно правилу Ленца) в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора. Конденсатор начнёт перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить электрический ток, который в конце концов обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума (в). Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении (г) и система к моменту времени $t = T$ придёт в первоначальное состояние (а). После этого начнётся повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора. Если бы потерь энергии не было, то в контуре совершались бы периодические незатухающие колебания, то есть периодически изменялись (колебались) бы заряд Q на обкладках конденсатора, напряжение U на конденсаторе и сила тока I, текущего через катушку индуктивности. Следовательно, в контуре возникают электрические колебания, причём колебания сопровождаются превращениями энергий электрического и магнитного полей.

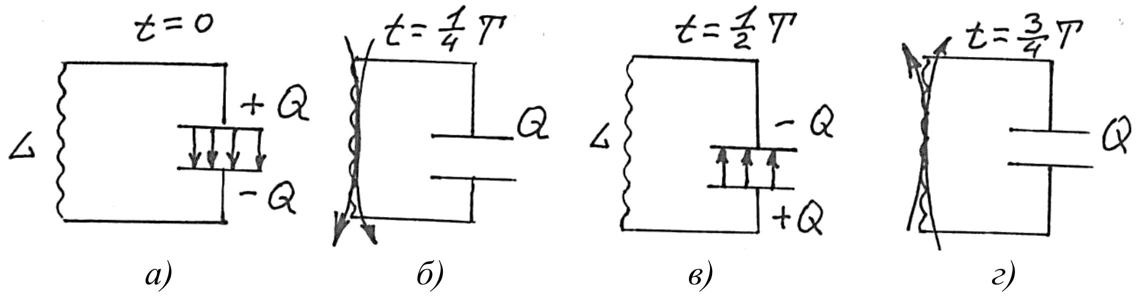


Рис. 4.6

Электрические колебания в колебательном контуре можно сопоставить с механическими колебаниями маятника, сопровождающимися взаимными превращениями потенциальной и кинетической энергий маятника. В данном случае энергия электрического поля конденсатора аналогична потенциальной энергии упругой деформации, энергия магнитного поля катушки – кинетической энергии, сила тока в контуре – скорости движения маятника. Индуктивность играет роль массы, а сопротивление контура – роль силы трения, действующей на маятник.

Согласно закону Ома для контура, содержащего катушку индуктивностью L, конденсатор ёмкостью С и резистор сопротивлением R,

$$IR + U_c = \varepsilon_S,$$

где IR – напряжение на резисторе, $U_c = \frac{Q}{C}$ – напряжение на конденсаторе, $\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}$ – ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней переменного тока. Следовательно,

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = 0.$$

Разделив на L и подставив $I = \dot{Q}$ и $\frac{dI}{dt} = \ddot{Q}$, получим дифференциальное уравнение колебаний заряда Q в контуре

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{Q}{LC} = 0.$$

В данном колебательном контуре внешние ЭДС отсутствуют, поэтому рассматриваемые колебания представляют собой свободные колебания. Если сопротивление $R = 0$, то свободные электромагнитные колебания в контуре являются гармоническими. Тогда получим дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре

$$\ddot{Q} + \frac{Q}{LC} = 0.$$

Заряд совершает гармонические колебания по закону

$$Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где Q_m – амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой ω_0, называемой собственной частотой контура, то есть

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC},$$

и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Формула впервые была получена У. Томсоном и называется *формулой Томсона*.

Сила тока в колебательном контуре

$$I = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}),$$

где $I_m = \omega_0 Q_m$ – амплитуда силы тока.

Напряжение на конденсаторе

$$U_c = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C}\,\mathbf{cos}(\omega_0 t + \varphi) = U_m \,\mathbf{cos}(\omega_0 t + \varphi),$$

где $U_m = \dfrac{Q_m}{C}$ – амплитуда напряжения.

Из выражений вытекает, что колебания тока опережают по фазе колебания заряда на $\dfrac{\pi}{2}$, то есть когда ток достигает максимального значения, заряд (а также и напряжение) обращается в нуль, и наоборот.

Собственные затухающие колебания. Пусть в контуре возникли затухающие колебания. Если размеры электрической цепи контура не слишком велики, а ёмкость конденсатора и индуктивность катушки не слишком малы, то можно считать, что в каждый момент времени сила тока во всех сечениях этой цепи одинакова. Поэтому, несмотря на то, что ток в контуре переменный, мгновенные значения тока должны удовлетворять всем законам, установленным для постоянного тока.

Такие токи называются *стационарными*. Найдём зависимость силы тока в контуре от времени.

При затухающих колебаниях убыль энергии равна энергии, выделяемой на сопротивлении R

$$i^2 R = -\frac{dW}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{Li_0^2}{2} + \frac{CU_0^2}{2}\right).$$

Замечая, что $U = \dfrac{q}{C}$, а $i = \dfrac{dq}{dt}$, получим

$$iR = -L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C}.$$

Дифференцируя по времени и деля на L, получим

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{Rdi}{Ldt} + \frac{1}{LC}i = 0.$$

Это известный вид уравнения затухающих колебаний; его общее решение выражается формулой

$$i = Ae_1^{kt} + Be_2^{kt},$$

где A и B – постоянные интегрирования, которые находятся из начальных условий; k_1 и k_2 – корни квадратного уравнения

$$k^2 + \frac{R}{L}k + \frac{1}{LC} = 0,$$

то есть $k_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}} = -\frac{R}{2L} \pm \beta$,

где $\beta = \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}}$.

Начальные условия в нашем случае: при $t = 0$, $i = 0$, а $U = U_0$.

Найдём A и B:

$A = \frac{U_0}{2\beta L}$, $B = -\frac{U_0}{2\beta L}$.

Общее решение будет

$$i = \frac{U_0}{2\beta L}\; e^{-\frac{R}{2L}t}\,(e^{\beta t} - e^{-\beta t}).$$

Решение зависит от знака и значения β.

Рассмотрим частные случаи.

1. Сопротивление $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. В этом случае $\beta = 0$, подстановка в общее решение даёт неопределённость вида 0 / 0. Раскрыв неопределённость по правилу Лопиталя, получим

$$i = \frac{U_0}{2L}\; e^{-\frac{R}{2L}t}\,(\frac{d}{d\beta}\;(e^{\beta t} - e^{-\beta t}))/({}^{d\beta}\!/_{d\beta}\;) = \frac{U_0}{L}\; t\; e^{-\frac{R}{2L}t}.$$

2. Большое сопротивление цепи

$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

В этом случае оба числа

$k_1 = -\frac{R}{2L} + \beta$ и $k_2 = -\frac{R}{2L} - \beta$

вещественны и отрицательны так, что разряд не будет колебательным.

3. Малое сопротивление

$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

В этом случае β является мнимой величиной. Тогда

$$I = \frac{U_0}{\omega L}\, e^{-\frac{R}{2L}t}\; \sin\omega t.$$

Следовательно, разряд конденсатора является колебательным, амплитуда колебаний затухает по экспоненциальному закону, быстрота затухания определяется множителем $\frac{U_0}{2L}$, который называется коэффициентом затухания. Период колебаний этого тока, то есть промежуток времени между последовательными моментами прохождения силы тока через нуль в одинаковом направлении, так, например, от отрицательных значений к положительным, равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}.$$

При очень малом сопротивлении вторым членом под корнем можно пренебречь, и мы получим формулу Томсона для периода собственных колебаний в электрическом контуре

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Силу тока при собственных свободных колебаниях можно получить, положив $R = 0$

$$i = \frac{U_0}{\omega_0 L}\sin\omega t,$$

где $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, называемая собственной циклической частотой контура.

Декремент затухания и добротность контура. Для характеристики затухания колебаний, то есть скорости убывания амплитуды, вводят декремент затухания – отношение двух последующих амплитуд

$$\theta = \frac{i_{01}}{i_{02}} = e^{\frac{R}{2L}T}.$$

Часто вместо θ вводят логарифмический декремент затухания

$$\Delta = \ln\theta = \frac{R}{2L}T.$$

Он обратен по величине числу колебаний N, совершаемых за время, в течение которого амплитуда уменьшится в e раз $\Delta = 1 / N$.

Вторая характеристика колебательного контура – добротность контура Q. Добротность контура пропорциональна отношению энергии, накопленной в контуре, к её потере за период

$$Q = 2\pi\frac{W}{\Delta W}.$$

Амплитуда тока в контуре убывает по закону $e^{-\frac{R}{2L}t}$. Энергия W, запасённая в контуре, пропорциональна квадрату амплитуды тока; следовательно, W убывает по закону $e^{-2\frac{R}{2L}t}$.

Относительное уменьшение энергии за период равно

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\Delta,$$

откуда $Q = \dfrac{\pi}{\Delta} = \pi N$.

Добротность контура тем больше, чем большее число колебаний успеет совершиться, прежде чем амплитуда тока уменьшится в e раз.

Вынужденные электромагнитные колебания. Чтобы возбудить вынужденные электрические колебания в контуре, необходимо подключить к контуру внешнюю переменную ЭДС. Это можно осуществить либо разорвав контур и подключив источник переменной ЭДС к образовавшимся контактам, либо индуцировав переменную ЭДС в катушку контура.

Так как ток в контуре квазистационарен, то для мгновенных значений переменного тока справедливы законы постоянного тока.

Применяя второй закон Кирхгофа, получим уравнение

$$L\frac{dI}{dt} + \mathrm{i}\,\mathrm{R} + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \sin\omega t.$$

Перейдя от тока к заряду q, получим

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2}q = \frac{\varepsilon_0}{L}\sin\omega t.$$

Частное решение этого уравнения имеет вид

$$q = q_0\cos(\omega t + \varphi),$$

где

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}},$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}.$$

Продифференцировав уравнение по времени, получим ток в контуре

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Амплитуда тока имеет значение $i_0 = \dfrac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$.

Напряжение на конденсаторе равно заряду q, делённому на C,

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{\varepsilon_0}{\omega C\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cos(\omega t + \varphi).$$

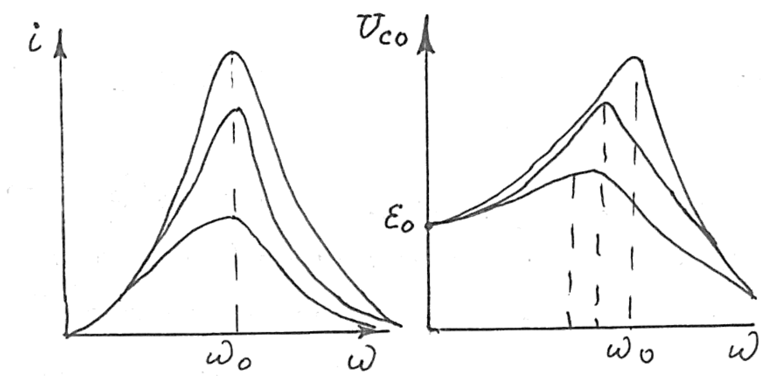
Амплитуда напряжения на конденсаторе равна

$$U_{C0} = \frac{\varepsilon_0}{\omega C\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$$

Видно, что амплитуды тока (рис. 4.7, *а*) и напряжения на конденсаторе зависят от параметров контура L, C, R и от частоты внешней ЭДС.

Резонансные кривые U_{C0}, кривые зависимости U_{C0} от частоты внешней ЭДС изображены на рис. 4.7, *б*. Через максимум U_{C0} проходит при резонансной частоте

$$\omega_P = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$



а) *б)*

Рис 4.7

Резонансная частота ω меньше частоты собственных свободных колебаний контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Отношение амплитуды напряжения U_{C0} на конденсаторе при резонансе к амплитуде внешней ЭДС в этом случае равно

$$\frac{U_{C0\,рез}}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 \omega_p C\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Умножив и разделив на $T = 2\pi\sqrt{LC}$, получим

$$\frac{U_{C0\,рез}}{\varepsilon_0} = \frac{\pi}{\Delta} = Q.$$

Чем выше добротность контура, тем больше резонансное значение амплитуды напряжения на конденсаторе.

Явление резонанса используется для выделения из сложного напряжения нужной составляющей. Подобрав L и C таким образом, чтобы резонансная частота соответствовала, скажем, ω_1, можно получить на конденсаторе напряжение, в Q раз превышающее величину первой составляющей, в то время как напряжение, создаваемое на конденсаторе другими составляющими, будет малым. Такой процесс осуществляется, например, при настройке радиоприёмника на нужную длину волны.

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Какие характеристики имеют электромагнитные колебания?

Задание 2. Напишите дифференциальное уравнение гармонических незатухающих колебаний в контуре Томсона.

Задание 3. Как определяется полная энергия электромагнитных колебаний?

Задание 4. Что является аналогом индуктивности и электрического сопротивления в механике?

Задание 5. Напишите дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний.

Задание 6. Колебательный контур с конденсатором ёмкостью $C = 1$ мкФ настроен на частоту $\omega_1 = 400$ Гц. Когда параллельно первому конденсатору подключили второй конденсатор, резонансная частота стала равной $\omega_2 = 100$ Гц. Какова ёмкость второго конденсатора? Сопротивлением контура пренебречь.

1) 16 мкФ; 2) 5 мкФ; 3) 10 мкФ; 4) 15 мкФ.

Задание 7. Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора, настроен на длину волны $\lambda = 14$ м. Зная, что максимальный ток в цепи $I = 0{,}02$ А, определите максимальный заряд конденсатора.

1) $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ Кл; 2) $2{,}1 \cdot 10^{-10}$ Кл; 3) $3{,}8 \cdot 10^{-10}$ Кл; 4) $4{,}2 \cdot 10^{-10}$ Кл.

Задание 8. Уменьшение амплитуды колебаний в системе с затуханием характеризуется временем релаксации. Если при неизменной индуктивности катушки в колебательном контуре уменьшить в 2 раза омическое сопротивление, то время релаксации:

1) уменьшится в 2 раза; 2) увеличится в 4 раза;

3) увеличится в 2 раза; 4) уменьшится в 4 раза.

Задание 9. Индуктивность колебательного контура радиоприёмника равна $L = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн. Максимальная сила тока в контуре равна $I_{max} = 2,4 \cdot 10^{-3}$ А. При этом максимальная разность потенциалов на конденсаторе контура составляет $U_{max} = 6 \cdot 10^{-3}$ В. Радиоприёмник настроен на длину волны

1) 301 м; 2) 401 м; 3) 501 м; 4) 601 м.

Задание 10. В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивностью $L = 10$ Гн, конденсатора ёмкостью $C = 10$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 10$ Ом, время релаксации в секундах равно

1) 8 с; 2) 4 с; 3) 5 с; 4) 2 с.

4.4. Электромагнитные волны. Уравнения Максвелла

Теоретический материал

Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции. Ток смещения. Электромагнитное поле. Система уравнений Максвелла. Волновое уравнение для электромагнитного поля и его решение. Скорость распространения электромагнитных волн в средах. Основные свойства электромагнитных волн. Энергия и поток энергии электромагнитных волн. Вектор Умова – Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля. Излучение диполя. Диаграмма направленности. Шкала электромагнитных волн.

Фарадеевская и максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции. Рассмотрим случай электромагнитной индукции, когда проволочный контур, в котором индуцируется ток, неподвижен, а изменения магнитного потока обусловлены изменениями магнитного поля. Возникновение индукционного тока свидетельствует о том, что изменения магнитного поля вызывают появление в контуре сторонних сил, действующих на носители тока. Эти сторонние силы не связаны ни с химическими, ни с тепловыми процессами в проводе; они также не могут быть магнитными силами, потому что такие силы работы над зарядами не совершают. Остаётся заключить, что индукционный ток обусловлен возникающим в проводе электрическим полем. При движении проводника в магнитном поле его свободные электроны под действием силы Лоренца приводятся в движение относительно проводника, то есть в проводнике возникает электрический ток. Это явление называется *индукцией токов в движущихся проводниках*.

Максвелл предположил, что изменяющееся со временем магнитное поле обусловливает появление в пространстве электрического поля независимо от присутствия в этом пространстве проволочного контура. Наличие контура лишь позволяет обнаружить электрическое поле по возникновению в нём индукционного тока в существующих точках пространства.

Итак, согласно идее Максвелла изменяющееся со временем магнитное поле порождает электрическое поле. Опыт показывает, что в замкнутом проводнике индуцируется электрический ток, когда изменяется поток магнитной индукции, проходящей через поверхность, ограниченную контуром проводника. Величина ЭДС индукции определяется из соотношения

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt},$$

где $\Phi_m = \int\limits_S \vec{B}\, d\vec{S}$ – поток магнитной индукции.

Согласно определению ЭДС $\varepsilon = \int\limits_L \vec{E}\, d\vec{l}$.

Опытный факт можно сформулировать так:

$$\int\limits_L \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int\limits_S \vec{B}\, d\vec{S}.$$

Слева интегрирование производится по всей длине замкнутого проводника, а справа – по площади, опирающейся на этот контур.

Таким образом, электрическое поле, возбуждаемое магнитным полем, является вихревым. Циркуляция вектора его напряжённости вдоль замкнутого контура отличается от нуля. Согласно идее Максвелла изменяющееся магнитное поле со временем создаёт вихревое электрическое поле. То есть переменные магнитное и электрическое поля нельзя рассматривать раздельно. Они всегда существуют вместе, одновременно и представляют единое электромагнитное поле. В конечном итоге это выражается в появлении электромагнитных волн в окружающем проводники пространстве.

Ток смещения. Известно, что электрический ток, то есть движение заряженных частиц, вызывает появление магнитного поля. Но если переменное магнитное поле подобно электрическому току, то переменное электрическое поле в пустоте тоже должно создавать магнитное поле.

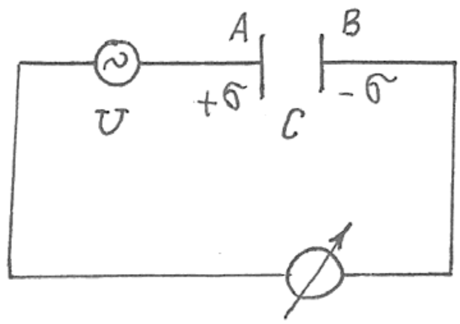


Рис. 4.8

Рассмотрим генератор переменного тока, напряжение которого заряжает и перезаряжает конденсатор ёмкостью C (рис. 4.8). Электрические заряды под действием электрического поля смещаются вдоль линий напряжённости $\vec{E}$. Это смещение зарядов образует ток смещения в диэлектрике. Пусть в некоторый момент левая пластина плоского конденсатора A имеет положительный заряд, расположенный на поверхности с плотностью $+\sigma$, а правая – отрицательный заряд с плотностью $-\sigma$. При разрядке конденсатора через проводник, соединяющий пластины, течёт ток проводимости от левой пластины к правой. Численное значение тока получим, взяв производную по времени от заряда

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Ток проводимости оттекает от пластины A к пластине B, на которой обрывается.

Рассмотрим, что происходит в пространстве между пластинами конденсатора. Заряд конденсатора $q = CU$. Ёмкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \text{ откуда}$$

$$q = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U}{d} = Ds = Ne,$$

где $D = \varepsilon_0 \varepsilon s U / d$, а Ne – поток вектора смещения.

С изменением заряда на пластинах конденсатора изменяется и электрическое поле в диэлектрике конденсатора. Взяв производную по времени, получим

$$dq / dt = sdD / dt = Ned / dt.$$

Левая часть выражения имеет размерность электрического тока. Следовательно, $sdD\ /\ dt$ есть ток, который возникает при изменении электрического поля в диэлектрике. Но это ток смещения

$I_{\text{см}} = sdD / dt = Ned / dt$.

Производная по времени от потока вектора смещения определяет величину тока смещения.

Направление тока смещения определится направлением производной по времени от вектора смещения. При разряде конденсатора его поле убывает, откуда следует, что производная по времени от вектора $\dfrac{d\vec{D}}{dt}$ отрицательна, то есть вектор $\dfrac{d\vec{D}}{dt}$ направлен в сторону, противоположную $\vec{D}$. Вектор электрического смещения $\vec{D}$ направлен от пластины B к пластине A. Ток проводимости i начинается у пластины A и кончается у пластины B. От пластины B начинается ток смещения $I_{\text{см}}$ и кончается у пластины A. По величине

$I_{\text{см}} = i$.

Таким образом, цепь переменного тока с введением тока смещения в конденсаторе становится замкнутой.

Плотность тока смещения

$$j_{см} = \frac{i_{см}}{S} = \frac{dD}{dt}.$$

Вектор плотности тока смещения совпадает по направлению с вектором $\dfrac{d\vec{\mathbf{D}}}{dt}$. Поэтому выражение можно переписать в векторной форме следующим образом:

$$\bar{j}_{см} = \frac{d\vec{D}}{dt}.$$

Вектор электрического смещения

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

где $\vec{P}$ – вектор поляризации диэлектрика. Отсюда имеем

$$\bar{j}_{см} = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} + \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

Мы видим, что ток смещения состоит из двух слагаемых. Одно из них $\dfrac{d\vec{P}}{dt}$ вызвано смещением молекулярных зарядов в диэлектрике, второе слагаемое $\varepsilon_0 \dfrac{d\vec{E}}{dt}$ не связано со смещением зарядов диэлектрика, оно существует и в вакууме и определяется скоростью изменения напряжённости поля $\vec{E}$.

Всё сказанное здесь о токах смещения справедливо не только для конденсатора в цепи переменного тока, а в самом общем случае, то есть

$$\bar{j}_{см} = \frac{d\vec{D}}{dt}.$$

Токи проводимости, с одной стороны, и токи смещения – с другой, в сущности, совершенно различные понятия. Единственная общая их характеристика заключается в том, что они одинаковым образом возбуждают магнитное поле. Это экспериментально доказано русским учёным А. А. Эйхенвальдом (1864 – 1944).

Токи смещения, в отличие от токов проводимости, не сопровождаются выделением джоулева тепла. В случае токов смещения в вакууме это очевидно. В электродинамике доказывается, что в диэлектриках, у которых диэлектрическая постоянная не зависит от температуры, также не выделяется тепло. В диэлектриках с постоянными электрическими диполями диэлектрическая постоянная зависит от температуры. В этом случае токи смещения выделяют тепло, но их природа совершенно отлична от закона Джоуля – Ленца.

Система уравнений Максвелла. Первое уравнение Максвелла – это закон полного тока, который является обобщением опытных фактов об источниках магнитных полей

$$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.$$

Второе уравнение Максвелла – обобщение закона электромагнитной индукции

$$rot\,\vec{E} = -\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right).$$

Третье уравнение Максвелла есть обобщение закона Кулона, которое выражается теоремой Гаусса

$$div\vec{D} = \rho.$$

Четвёртое уравнение Максвелла выражает опытный факт – отсутствие магнитных зарядов

$$div\vec{B} = 0.$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми, между ними существует следующая связь:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},\ \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},\ \vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где γ – удельная проводимость вещества.

Уравнения Максвелла – наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Они играют в учении об электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике. Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным полем, то есть электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом – они образуют единое электромагнитное поле.

Волновое уравнение для электромагнитного поля и его решение. Рассмотрим электромагнитное поле в диэлектрической среде, где нет свободных зарядов и токов проводимости. На больших расстояниях от зарядов, создающих электромагнитное поле, последнее зависит только от одной переменной, например x. Тогда уравнения Максвелла запишутся так:

$$\partial E_x / \partial t = 0; \qquad \partial H_x / \partial t = 0;$$

$$-\partial H_z / \partial X = \varepsilon_0\varepsilon\, (\partial E_x / \partial t); \qquad -\partial E_z / \partial X = -\mu_0\mu\, (\partial H_y / \partial t);$$

$$\partial H_y / \partial X = \varepsilon_0\varepsilon\, (\partial E_z / \partial t); \qquad \partial E_y / \partial X = -\mu_0\mu\, (\partial \mathrm{H}_z / \partial t);$$

$$\partial H_x / \partial X = 0\ ; \qquad \partial E / \partial X = 0.$$

Из этих уравнений видно, что E_x и H_x не зависят ни от t, ни от x. Следовательно, E_x и H_x могут быть только постоянными однородными полями. Эти поля не участвуют в создании переменного электромагнитного поля. Положим $E_x = H_x = 0$. Откуда электромагнитное поле направлено перпендикулярно направлению распространения электромагнитного поля.

Возьмём для описания электромагнитного поля уравнение

$$\partial E_y / \partial X = -\mu_0\mu(\partial H_z / \partial t);\ \ \partial H_z / \partial X = -\varepsilon_0\varepsilon\, (\partial E_y / \partial t),$$

положив $E_z = H_y = 0$. Продифференцируем первое по x, а второе по t и, решая совместно, найдём волновое уравнение для E_y

$$\partial^2 E_y / \partial X^2 = -\mu_0\mu\varepsilon\varepsilon_0(\partial^2 H_y / \partial t^2).$$

Продифференцировав второе уравнение по x, а первое по t, найдём волновое уравнение для H_z

$$\partial^2 H_z / \partial X^2 = -\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon(\partial^2 H_z / \partial t^2).$$

Эти два уравнения представляют собой уравнения плоских волн в дифференциальной форме, скорость распространения которых равна

$V = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$.

Подставляя значения ε_0 μ_0, получим $V = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

В пустоте, где $\mu = 1$ и $\varepsilon = 1$, скорость распространения электромагнитных волн равна $3 \cdot 10^8$ м/с, то есть скорости распространения света в пустоте.

Простейшим решением уравнения являются функции

$E_y = E_0\sin(\omega t - \kappa x)$,

$H_z = H_0\sin(\omega t - \kappa x)$.

Величина κ – волновое число – число, указывающее, сколько длин волн укладывается на расстоянии 2π. Вектор $\vec{E}$ и вектор $\vec{H}$ перпендикулярны скорости распространения волны.

Основные свойства электромагнитных волн. Энергия и поток энергии электромагнитных волн. Возможность обнаружения электромагнитных волн указывает на то, что они переносят энергию. Объёмная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из объёмных плотностей $w_{эл}$ и $w_{м}$ электрического и магнитных полей

$w = w_{эл} + w_{м} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 / 2 + \mu_0\mu\, H^2 / 2$.

Так как $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu\mu}\ H$, то получим, что плотность энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинакова, то есть $w_{эл} = w_{м}$. Поэтому

$w = 2\, w_{эл} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = EH\sqrt{\varepsilon\mu}\,\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$

Умножив плотность энергии w на скорость v распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии

$S = wv = EH.$

Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора $[\vec{E}\vec{H}]$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен $E\,H$. Вектор плотности потока электромагнитной энергии называется вектором Умова – Пойнтинга

$\vec{S} = [\vec{E},\vec{H}]$.

Вектор $\vec{S}$ направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Если электромагнитные волны поглощаются или отражаются телами, то из теории Максвелла следует, что электромагнитные волны должны оказывать на тела давление. Давление электромагнитных волн объясняется тем, что под действием электрического поля волны заряженные частицы вещества начинают упорядоченно двигаться и подвергаются со стороны магнитного поля волны действию сил Лоренца. Однако значение этого давления ничтожно (примерно 5 мкПа).

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс. Импульс электромагнитного поля

$$p = W / c,$$

где W – энергия электромагнитного поля. Выражая импульс как $p = mc$, получим $p = mc = W / c$, откуда $W = mc^2$.

Это соотношение между массой и энергией свободного электромагнитного поля является универсальным законом природы.

Таким образом, рассмотренные свойства электромагнитных волн, определяемые теорией Максвелла, полностью подтверждаются опытами Герца, Лебедева и выводами специальной теории относительности, сыгравшими решающую роль для подтверждения и быстрого признания этой теории.

Излучение диполя. Простейшим примером электромагнитных волн является электрический диполь, электрический момент которого изменяется во времени по гармоническому закону

$$\vec{P} = \vec{P}_0 \cos \omega t,$$

где $\vec{P}_0$ – амплитуда вектора $\vec{P}$.

Примером подобного диполя может служить система, состоящая из покоящегося положительного заряда $+Q$ и отрицательного заряда –Q, гармонически колеблющегося вдоль направления $\vec{P}$ с частотой ω.

Задача об излучении диполя имеет важное значение в теории излучающих систем, так как всякую реальную излучающую систему (например, антенну) можно рассчитать, рассматривая излучение диполя. Однако многие вопросы взаимодействия излучения с веществом можно объяснить на основе классической теории, рассматривая атомы как системы зарядов, в которых электроны совершают гармонические колебания около их положений равновесия.

Характер электромагнитного поля диполя зависит от выбора рассматриваемой точки. Особый интерес представляет так называемая *волновая зона диполя* – точки пространства, отстоящие от диполя на расстояниях r, значительно превышающих длину волны ($r >> \lambda$), – так как в ней картина электромагнитного поля диполя сильно упрощается.

Если волна распространяется в однородной изотропной среде, то время прохождения волны до точек, удалённых на расстояние r, одинаково. Поэтому во всех точках сферы, центр которой совпадает с диполем, фаза колебаний одинакова, то есть в волновой зоне волновой фронт будет сферическим и, следовательно, волна, излучаемая диполем, есть сферическая волна.

В каждой точке векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются по закону $\cos(\omega t - kr)$, амплитуды этих векторов пропорциональны $\frac{1}{r}\sin\theta$ (для вакуума), то есть зависят от расстояния r до излучателя и угла θ между направлением радиус-вектора и осью диполя. Отсюда следует, что интенсивность излучения диполя в волновой зоне

$$I \approx \frac{\sin^2\theta}{r^2},$$

приводимая в полярных координатах, называется диаграммой направленности излучения диполя. Зависимость I от θ при заданном значении r сильнее всего излучает в направлениях, перпендикулярных его оси ($\theta = \pi / 2$). Вдоль своей оси ($\theta = 0$ и $\theta = \pi$) диполь не излучает вообще. Диаграмма направленности излучения диполя позволяет формировать излучение с определёнными характеристиками.

Шкала электромагнитных волн. Теоретически допустимо существование всех частот от $\nu = 0$ до $\nu = \infty$ ($\nu = 1 / T$). Однако корпускулярные свойства излучения накладывают на эти возможности ограничения. Энергия кванта равна $E = h\nu$, где h – постоянная Планка. Из этого следует, что $\nu = \infty$ невозможна, так как кванты бы обладали $E = \infty$. Частота также не может быть меньше определённой $\nu_0 = E_0 / h$, где E_0 – минимально возможные энергии кванта. Но в настоящее время нет никаких свидетельств ограничения энергии фотонов снизу.

Диапазоны частот электромагнитных волн

Диапазоны волн	Границы диапазонов по длинам волн	Границы диапазонов по энергии квантов
Гамма-излучение	0,0012 нм	1 МэВ
Рентгеновское излучение	0,0012 – 12,0000 нм	100 эВ – 1 МэВ
Ультрафиолетовое излучение	12 – 380 нм	3,2 – 100,0 эВ
Видимое излучение	380 – 760 нм	1,6 – 3,2 эВ
Инфракрасное излучение	760 нм – 1 мм	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$ – 1,6 эВ
Радиоволны	1 мм	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$ эВ

Тестовые вопросы и задачи

Задание 1. Напишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме.

Задание 2. В чём заключается физический смысл каждого уравнения Максвелла?

Задание 3. Напишите волновые уравнения для электромагнитного поля и их решения.

Задание 4. Перечислите основные свойства электромагнитных волн.

Задание 5. Что называется вектором Умова – Пойнтинга? Каков его физический смысл?

Задание 6. Индуктивность колебательного контура радиоприёмника равна $L = 2 \cdot 10^{-7}$ Гн. Максимальная сила тока в контуре равна $I_{\max} = 1{,}9 \cdot 10^{-3}$ А. При этом максимальная разность потенциалов на конденсаторе контура составляет $U_{\max} = 5 \cdot 10^{-3}$ В. Радиоприёмник настроен на частоту

1) 1,1 МГц; 2) 1,9 МГц; 3) 2,1 МГц; 4) 3,9 МГц.

Задание 7. На какую длину волны настроен колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора, если максимальный ток в цепи $I = 0{,}3$ А, а максимальный заряд на конденсаторе $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл?

1) 41,2 м; 2) 92,3 м; 3) 125,6 м; 4) 135,4 м.

Задание 8. Если в электромагнитной волне, распространяющейся в среде с показателем преломления $n = 2$, значения напряжённостей электрического и магнитного полей соответственно равны $E = 750$ В/м и $H = 1$ А/м, то объёмная плотность энергии составляет

1) 125 мкДж/м^3; 2) 50 мкДж/м^3; 3) 5 мкДж/м^3; 4) 55 мкДж/м^3 .

Задание 9. Период колебаний в колебательном контуре равен $T_1 = 4 \cdot 10^{-5}$ с. Чтобы период увеличить на $\Delta T = 4 \cdot 10^{-5}$ с, ёмкость конденсатора из колебательного контура необходимо

1) уменьшить в 4 раза; 2) уменьшить в 2 раза;

3) увеличить в 2 раза; 4) увеличить в 4 раза.

Задание 10. При уменьшении ёмкости конденсатора из колебательного контура в четыре раза период колебаний в контуре

1) уменьшается в 4 раза; 2) уменьшается в 2 раза;

3) увеличивается в 2 раза; 4) увеличивается в 4 раза.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрены следующие разделы физики: механика, молекулярная физика и термодинамика, электричество и магнетизм, колебания и волны. Следует отметить, что для некоторых специальностей, где на физику выделено бóльшее количество часов, курс может быть дополнен разделом «Оптика».

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общекультурные и профессиональные компетенции:

1) фундаментальную подготовку по основам профессиональных знаний (ОК-10);

2) определение общих форм, закономерностей, инструментальных средств физики (ПК-1);

3) умение понять поставленную задачу (ПК-2);

4) умение формировать результат (ПК-3);

5) умение самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата (ПК-6);

6) умение грамотно пользоваться языком предметной области (ПК-7);

7) знание корректных постановок классических задач (ПК-9);

8) понимание корректности постановок задач (ПК-10);

9) способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления (ПК-15).

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Детлаф, А. А.* Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1987. – 607 с. – ISBN 978-5-8114-0630-2.

2. *Кингсеп, А. С.* Курс общей физики. Основы физики. В 2 т. Т. 1. Механика. Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Волновая оптика / А. С. Кингсеп, Г. Р. Локшин, О. А. Ольхов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 704 с. – ISBN 978-5-9221-0753-2.

3. *Трофимова, Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 470 с.

4. *Ан, А. Ф.* Основы современной физики: учеб. пособие / А. Ф. Ан, А. В. Самохин. – Муром : Изд.-полиграф. центр МИ ВлГУ, 2008. – 165 с. – ISBN 978-5-8439-0149-3.

5. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1979. – 351 с.

6. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 1. Механика / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Ред.-изд. комплекс ВлГУ, 2004. – 68 с. – ISBN 5-89368-473-7.

7. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 2. Молекулярная физика и термодинамика / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Ред.-изд. комплекс ВлГУ, 2005. – 76 с. – ISBN 5-89368-543-1.

8. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 3. Электромагнетизм / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2006. – 104 с.– ISBN 5-89368-658-6.

9. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 4. Колебания, волны, оптика / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 100 с. – ISBN 5-89368-710-8.

10. Учебное пособие к практическим работам по физике / авт.-сост. : Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2019. – 140 с. – ISBN 978-5-9984-1030-7.

11. *Иродов, И. Е.* Основные законы электромагнетизма / И. Е. Иродов. – М. : Высш. шк., 1983. – 279 с.

12. *Калашников, С. Г.* Электричество / С. Г. Калашников. – М. : Наука, 1985. – 576 с.

13. Методические указания для подготовки к проверке остаточных знаний / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин, В. В. Дорожков, Н. С. Прокошева ; под ред. А. Ф. Галкина. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2009. – 60 с.

14. Методические указания, программа, вопросы и задачи по физике / Владим. гос. ун-т. ; сост.: В. Н. Кунин, А. Ф. Галкин. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 124 с.

15. Физика : метод. указания к инновац. лаб. работам на базе лазер. установки «Интерферометр Майкельсона» и платформы IN ELVIS / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин [и др.]. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – 52 с.

16. *Савельев, И. В*. Курс общей физики : учебник. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 12-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2017. – 436 с. – ISBN 978-5-8114-0630-2.

17. *Савельев, И. В*. Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1982. – 271 с.

18. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике : учеб. пособие для втузов / Е. И. Бабаджан [и др.]. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 400 с. – ISBN 5-02-014473-8.

19. Учебное пособие для самостоятельной работы по физике / авт.-сост.: А. А. Кулиш, Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2017. – 128 с. – ISBN 978-5-9984-0822-9.

20. Физика : метод. указания для подготовки к интернет-экзамену (тестовые задания) / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин, В. В. Дорожков ; под ред. А. Ф. Галкина. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – 38 с.

21. Физика : метод. указания и контрол. задания для студентов-заочников инженер.-техн. специальностей вузов / под ред. А. Г. Чертова. − М. : Высш. шк., 1987. − 208 с.

22. Физика : метод. указания для подготовки студентов к тестированию / Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых ; сост.: А. Ф. Галкин [и др.]. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2013. – 244 с.

23. Физика. Программа, методические указания и задачи для студентов-заочников (с примерами решения) / Владим. гос. ун-т; сост.: А. Ф. Галкин [и др.] ; под ред. А. А. Кулиша. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2002. – 128 с.

24. *Чертов, А. Г.* Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьёв. – М. : Высш. шк., 1988. – 527 с.

Интернет-ресурсы

1. Электронная библиотека ВлГУ [Электронный ресурс]. – URL: http://e.lib.vlsu.ru (дата обращения: 30.10.2020).

2. Консультант студента [Электронный ресурс]. – URL: www.studentlibrary.ru (дата обращения: 30.10.2020).

3. Библиотех [Электронный ресурс]. – URL: https://vlsu.bibliotech.ru (дата обращения: 30.10.2020).

4. ЛАНЬ [Электронный ресурс] : электрон.-библ. система. – URL: http://e.lanbook.com (дата обращения: 30.10.2020).

5. IPRbooks [Электронный ресурс] : электрон.-библ. система. – URL: http://www.iprbookshop.ru (дата обращения: 30.10.2020).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9{,}81\ м \cdot с^{-2}$
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}\ кг^{-1} \cdot м^3 \cdot с^{-2}$
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00 \cdot 10^8\ м \cdot с^{-1}$
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8{,}31\ Дж \cdot моль^{-1} \cdot К^{-1}$
Молярный объём идеального газа при нормальных условиях (P_0 = 1 атм, T_0 = 273 К)	V_m	$22{,}4 \cdot 10^{-3} м^3 \cdot моль^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = R / N_A$	$1{,}38 \cdot 10^{-23} Дж \cdot К^{-1}$
Заряд электрона абсолютная величина	e	$1{,}60 \cdot 10^{-19}\ Кл$
Постоянная Фарадея	$F = N_A e$	$9{,}65 \cdot 10^7\ Кл \cdot моль^{-1}$
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}\ кг$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн \cdot м^{-1}$	$1{,}26 \cdot 10^{-6}\ Гн \cdot м^{-1}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1} =$ $= (4\pi c^2)^{-1} \cdot 10^7\ Ф \cdot м^{-1}$	$8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Ф \cdot м^{-1}$
Масса покоя протона	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}\ кг$
Масса покоя α-частицы	m_α	$6{,}64 \cdot 10^{-27}\ кг$
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}\ Вт \cdot м^{-2} \cdot К^{-4}$
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}90 \cdot 10^{-3}\ м \cdot К$
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$ $1{,}05 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$
Постоянная Ридберга	R	$1{,}10 \cdot 10^7\ м^{-1}$
Радиус Бора	a	$0{,}529 \cdot 10^{-10}\ м$
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2{,}43 \cdot 10^{-12}\ м$
Магнетон Бора	μ_B	$0{,}927 \cdot 10^{-23}\ А \cdot м^2$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)

2. Некоторые астрономические величины

Астрономическая величина	Значение
Средний радиус Земли	$R_з = 6{,}37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$M_з = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$R_с = 6{,}96 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$M_с = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$R_л = 1{,}74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$M_л = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние между Землёй и Солнцем	1 а.е. = $1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Среднее расстояние между Землёй и Луной	$R = 3{,}84 \cdot 10^8$ м

3. Единицы некоторых физических величин

Физическая величина	Значение
Ангстрем	1 Å = 10^{-10}м = 10^{-8} см
Радиан	1 рад = 57° 17" 44,8" = 57,3°
Атмосфера	1 атм = $1{,}0133 \cdot 10^5$ Па
Миллиметр ртутного столба	1 мм рт. ст. = $1{,}3332 \cdot 10^5$ Па
Электронвольт	1 эВ = $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ Дж
Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1{,}660 \cdot 10^{-27}$ кг

4. Основные единицы СИ и их связь с внесистемными единицами

Длина

Метр (м, m) представляет собой расстояние, проходимое в вакууме плоской электромагнитной волной за 1 / 299 792 458 долю секунды:

1 а.е. (астрономическая единица) = $1{,}49598 \cdot 10^{11}$ м;

1 св. год (световой год) = $9{,}4605 \cdot 10^{15}$ м;

1 пк (парсек) = $3{,}0857 \cdot 10^{16}$ м.

Масса

Килограмм (кг, kg) равен массе международного прототипа килограмма:

1 т (тонна) = 10^3 кг,

1 а.е.м. (атомная единица массы) = $1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$ кг.

Время

Секунда (с, с) равна 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133:

1 мин (минута) = 60 с,

1 ч (час) = 3600 с,

1 сут (сутки) = 86 400 с.

Сила электрического тока

Ампер (А, А) равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Термодинамическая температура

Кельвин (К, К) равен 1 / 273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды.

Количество вещества

Моль (моль, mol) равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.

Сила света

Кандела (кд, kd) равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет (1 / 683) Вт/ср.

5. Дополнительные единицы

Плоский угол

Радиан (рад, rad) равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу:

1° (угл. градус) = (π / 180) рад;

1′ (угл. минута) = (π / 10 800) рад;

1′′ (угл. секунда) = (π / 648 000) рад.

Телесный угол

Стерадиан (ср, sr) равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, по длине равной радиусу сферы.

6. Производные единицы

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Площадь	квадратный метр	$м^2$	m^2	Квадратный метр равен площади квадрата со сторонами, длины которых равны 1 м
Объём	кубический метр	$м^3$	m^3	Кубический метр равен объёму куба с рёбрами, длины которых равны 1 м
Частота	герц	Гц	Hz	Герц равен частоте периодического процесса, при которой за время 1 с происходит один цикл периодического процесса
Плотность (объёмная масса)	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	kg/m^3	Килограмм на кубический метр равен плотности однородного вещества, масса которого при объёме 1 $м^3$ равна 1 кг
Скорость	метр в секунду	м/с	m/c	Метр в секунду равен скорости прямолинейно и равномерно движущейся точки, при которой точка за время 1 с перемещается на расстояние 1 м
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	rad/s	Радиан в секунду равен угловой скорости равномерно вращающегося тела, при которой за время 1 с совершается поворот тела относительно оси вращения на угол 1 рад
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$м/с^2$	m/s^2	Метр на секунду в квадрате равен ускорению прямолинейно и равноускоренно движущейся точки, при котором за время 1 с скорость точки возрастает на 1 м/с

Продолжение таблицы

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Сила	ньютон	Н	N	Ньютон равен силе, сообщающей телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы
Давление (механическое напряжение)	ньютон на квадратный метр	Н/м^2	N/m^2	Паскаль равен давлению (механическому напряжению), вызываемому силой 1 Н, равномерно распределённой по нормальной к ней поверхности площадью 1 м^2
Работа, энергия, количество теплоты	джоуль	Дж	J	Джоуль равен работе, совершаемой при перемещении точки приложения силы 1 Н на расстояние 1 м в направлении действия силы
Мощность	ватт	Вт	W	Ватт равен мощности, при которой совершается работа 1 Дж за время 1 с
Количество электричества (электрический заряд)	кулон	К	C	Кулон равен количеству электричества, проходящего через поперечное сечение при токе силой 1 А за время 1 с
Электрическое напряжение, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	вольт	В	V	Вольт равен электрическому напряжению на участке электрической цепи, при котором в участке проходит постоянный ток силой 1 А и затрачивается мощность 1 Вт
Напряжённость электрического поля	вольт на метр	В/м	V/m	Вольт на метр равен напряжённости однородного электрического поля, при которой между двумя точками, находящимися на одной линии напряжённости поля на расстоянии 1 м, создаётся разность потенциалов 1 В

Окончание таблицы

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Электрическое сопротивление	ом	Ом	Ω	Ом равен электрическому сопротивлению участка электрической цепи, при котором постоянный ток силой 1 А вызывает падение напряжения 1 В
Электрическая ёмкость	фарад	Ф	F	Фарад равен электрической ёмкости конденсатора, при которой заряд 1 Кл создаёт на конденсаторе напряжение 1 В
Поток магнитной индукции	вебер	Вб	Wb	Вебер равен магнитному потоку, при убывании которого до нуля в сцеплённой с ним электрической цепи сопротивлением 1 Ом через поперечное сечение проводника проходит количество электричества 1 Кл
Индуктивность	генри	Гн	H	Генри равен индуктивности электрической цепи, с которой при силе постоянного тока в ней 1 А сцепляется магнитный поток 1 Вб
Магнитная индукция	тесла	Тл	T	Тесла равен магнитной индукции, при которой магнитный поток сквозь поперечное сечение площадью 1 м^2 равен 1 Вб
Световой поток	люмен	Лм	lm	Мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению
Яркость	кандела на квадратный метр	кд/м^2	Cd/m^2	Яркость, поверхностно-пространственная плотность светового потока, исходящего от поверхности
Освещённость	люкс	лк	lx	Отношение светового потока, падающего на элемент поверхности, к площади этого элемента

7. Плотность твёрдых тел

Твёрдое тело	Плотность · 10^3, кг/м^3	Твёрдое тело	Плотность · 10^3, кг/м^3
Алюминий	2,70	Литий	0,53
Барий	3,50	Марганец	7,40
Ванадий	6,02	Медь	8,93
Вольфрам	19,30	Никель	8,90
Висмут	9,80	Платина	21,40
Железо	7,88	Свинец	11,30
Золото	19,30	Серебро	18,70
Каменная соль	2,20	Цезий	1,90
Латунь	8,55	Цинк	7,15

8. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность · 10^3, кг/м^3	Жидкость	Плотность · 10^3, кг/м^3
Вода (при 4 °C)	1,00	Ртуть	13,60
Глицерин	1,26	Сероуглерод	1,26
Керосин	0,81	Скипидар	0,87
Масло касторовое	0,96	Спирт	0,80
Масло оливковое	0,80	Эфир	0,70

9. Плотность газов

Газ	Плотность · 10^3, кг/м^3	Газ	Плотность · 10^3, кг/м^3
Азот	1,25	Воздух	1,29
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43

10. Упругие постоянные твёрдых тел

Вещество	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	76
Медь	98	44
Серебро	74	27

11. Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр d, нм	Динамическая вязкость η, мкПа · с	Теплопроводность λ, мВт / (м · К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,7	168,0
Воздух	–	17,2	24,1
Гелий	0,22	–	–
Кислород	0,36	19,8	24,4
Пары воды	–	8,3	15,8

12. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент · 10^{-3}, Н/м	Жидкость	Коэффициент · 10^{-3}, Н/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

13. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр · 10^{-10}, м	Газ	Диаметр · 10^{-10}, м
Азот	3,0	Гелий	1,9
Водород	2,3	Кислород	2,7

14. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81,0	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

15. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом · м	Металл	Удельное сопротивление, Ом · м
Железо	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	Гелий	$1{,}1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	Кислород	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$

16. Энергия ионизации

Вещество	E_i, Дж	E_i, эВ
Водород	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1{,}21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66 \cdot 10^{-18}$	10,4

17. Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

18. Работа выхода электронов

Металл	$A \cdot 10^{-19}$, Дж	A, эВ
Калий	3,5	2,2
Литий	3,7	2,3
Платина	10,0	6,3
Рубидий	3,4	2,1
Серебро	7,5	4,7
Цезий	3,2	2,0
Цинк	6,4	4,0

19. Массы атомов лёгких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бериллий	${}^{7}_{4}Be$	7,01693
Водород	${}^{1}_{1}H$	1,00783		${}^{9}_{4}Be$	9,01219
	${}^{2}_{1}H$	2,01410	Бор	${}^{10}_{5}B$	10,01294
	${}^{3}_{1}H$	3,01605		${}^{11}_{5}B$	11,00930
Гелий	${}^{3}_{2}He$	3,01603	Углерод	${}^{12}_{6}C$	12,00000
	${}^{4}_{2}He$	4,00260		${}^{13}_{6}C$	13,00335
Литий	${}^{6}_{3}Li$	6,01513		${}^{14}_{6}C$	14,00324

Окончание таблицы

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Литий	${}^{7}_{3}Li$	7,01601	Азот	${}^{14}_{7}N$	14,00307
–	–	–	Кислород	${}^{16}_{8}O$	15,99491
–	–	–		${}^{17}_{8}O$	16,99913

20. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	Масса покоя m_0		Энергия покоя F_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8{,}16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1{,}50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1{,}51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3{,}00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частица	$6{,}64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5{,}96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральный π-мезон	$2{,}41 \cdot 10^{-27}$	0,14498	$2{,}16 \cdot 10^{-10}$	135

ОГЛАВЛЕНИЕ