Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

## Л. В. ФУРОВ

## ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие



#### Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор заслуженный деятель науки Российской Федерации, зав. учебно-научной лабораторией математического моделирования физических процессов Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова А. И. Григорьев

Доктор технических наук, профессор профессор кафедры радиотехники и радиосистем Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых П. А. Полушин

### Фуров, Л. В.

Ф95 Электричество и магнетизм : учеб. пособие / Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. — Владимир : Изд-во ВлГУ, 2021. — 148 с. — ISBN 978-5-9984-1454-1.

Изложены вопросы электричества и магнетизма в соответствии с рабочей программой по физике для технических специальностей университета.

Предназначено для подготовки студентов к выполнению лабораторных и практических заданий раздела курса физики, а также к экзамену. Может быть полезно для студентов, обучающихся по направлениям технических специальностей всех форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 53. Табл. 2. Библиогр.: 21 назв.

УДК 537 ББК 22.33

### **ВВЕДЕНИЕ**

Цели освоения дисциплины «Физика» — обеспечение будущего специалиста научной физической базой, на которой в высшей технической школе строится общеинженерная и специальная подготовка. Последовательное изучение физики вырабатывает специфический метод мышления, физическую интуицию, которые оказываются весьма плодотворными и в других науках. Специалисты, получившие широкое физико-математическое образование, могут самостоятельно осванивать новые технические направления, успешно работать в них, легко переходить от решения одних задач к другим, искать нестандартные и нетрадиционные пути, что особенно важно для профессиональной мобильности специалистов в условиях ускоренного развития техники.

Русский учёный, изобретатель радио Александр Степанович Попов писал: «Главная задача курса физики — дать основы учения об электричестве в таком изложении, чтобы те глубокие взгляды на природу электрических явлений, которые создавались благодаря работам М. Фарадея и Д. К. Максвелла, заняли первенствующее положение в науке и после знаменитых опытов Г. Герца не казались недоступными для обыкновенных смертных, а, напротив, являлись руководящими началами в изучении электротехники».

Поэтому к основным задачам физики можно отнести:

- теоретическую подготовку в области физики, позволяющую будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающую возможность использования новых физических принципов в тех областях, в которых они специализируются;
- формирование научного мышления, в частности правильного понимания границ применимости различных физических понятий, законов, теорий, и умения оценивать степень достоверности результатов, полученных с помощью экспериментальных или математических методов исследования;

- выработку приемов и навыков решений конкретных задач из разных областей физики, помогающих студентам в дальнейшем решать технические задачи;
- ознакомление студентов с современной научной аппаратурой и выработку у них начальных навыков проведения экспериментальных научных исследований различных физических явлений и оценки погрешностей проведённых измерений.

### Международная система единиц (СИ)

В результате почти столетнего обсуждения, научная и техническая общественность всех стран мира пришла к заключению, что наиболее целесообразной является международная система единиц (СИ). Система СИ (SI) принята на XI Генеральной конференции по мерам и весам, проходившей с 11 по 20 октября 1960 г. в Париже. Установление Международной системы единиц явилось успешным решением задачи, поставленной перед метрологией быстрым развитием науки, техники и промышленного производства. Назревшая потребность установления унифицированной системы единиц и большие преимущества Международной системы обусловили её быстрое международное признание и широкое распространение. Её действие в Российской Федерации регламентируется ГОСТ 8.417-2002 Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин.

Для построения системы единиц произвольно выбирают единицы не зависящих друг от друга физических величин. Эти единицы называются основными. Остальные же величины и их единицы выводятся из законов, связывающих эти величины с основными, которые называются производными.

К основным единицам относятся: метр (м) (единица длины); секунда (с) (единица промежутка времени); килограмм (кг) (единица массы); ампер (А) (единица силы электрического тока); кельвин (К) (термодинамическая температура); кандела (Кд) (сила света); моль (моль) (количество вещества).

Дополнительные единицы: радиан (рад) (плоский угол); стерадиан (ср) (телесный угол).

Более подробно их описание дано в приложении 4, 5 и 6.

### 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Закон сохранения заряда. — Закон Кулона. — Теорема Ирншоу. — Напряжённость поля. — Суперпозиция полей. — Поле диполя. — Силовые линии поля. — Поток вектора. — Теорема Остроградского — Гаусса для электростатического поля в вакууме. — Работа сил электростатического поля. — Потенциал. Разность потенциалов. — Эквипотенциальные поверхности. — Связь между напряжённостью и потенциалом. — Вычисление потенциала некоторых электростатических полей.

### 1.1. Закон сохранения заряда

Электростатика рассматривает взаимодействие и свойства зарядов, неподвижных в данной системе координат.

При соприкосновении разнородных тел в результате трибоэлектричества тела заряжаются: одно положительным электрическим зарядом, другое — отрицательным. Третьего рода электрических зарядов в природе не существует. Положительными считают заряды, возникающими на стеклянной палочке, приведённой в соприкосновение с кожей, а отрицательными — заряды, тождественные с зарядами янтарной или эбонитовой палочки, приведённой в соприкосновение с шерстью.

Электрические заряды могут взаимодействовать друг с другом: разноимённые притягиваются, а одноимённые — отталкиваются. На взаимодействии электрических зарядов основано устройство электроскопов и электрометров. Заряжение тел называется электризацией. Опыты с электризацией тел показывают, что по одним телам электричество может распространяться, по другим — нет.

Вещества, по которым электрические заряды могут свободно перемещаться, называются проводниками. Вещества, по которым заряды не могут перемещаться — изоляторами или диэлектриками.

Зарядить (или наэлектризовать) тело или предмет можно не только через соприкосновение, но и через влияние, т.е. на расстоянии. Электризация через влияние называется электростатической индукцией, т.е. это явление разделения электрических зарядов в телах под влиянием несоприкасающегося с ними тела.

Эксперименты по электризации тел соприкосновением и через влияние показали, что в силу природы вещества, заряды есть в любом теле; при электризации тел мы их только разделяем. Каким бы путём не получались электрические заряды, всегда одновременно появляют-

ся оба заряда в одинаковых количествах. В 1843 году английский физик Майкл Фарадей (1791 – 1867 г.г.) установил фундаментальный закон природы - закон сохранения заряда: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

Природа электростатических явлений объясняется электронной теорией строения атома, согласно которой массивное ядро атома несёт положительный заряд, а суммарный электрический заряд отрицательно заряженных электронов электрически нейтрального атома, равен по величине заряду ядра. Заряд электрона считается элементарным, т.е. наименьшим, встречающимся в природе количеством электричества.

Опытным путем (1910 – 1914 г.г.) американский физик Роберт Милликен (1868 – 1953 г.г.) показал, что электрический заряд дискретен, т.е. заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$  Единица электрического заряда - кулон (Кл) - электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1с.

Внешние электроны атома, наиболее слабо связанные с ядром, могут при известных условиях отрываться от одного атома и оставаться свободными, или присоединяться к другому атому. После отрыва электрона нейтральные атомы превращаются в заряженные частицы — ионы. Ионы могут образовываться и из молекул (для жидкостей и газов).

В веществе электрические заряды могут быть в форме положительных и отрицательных ионов и электронов. Вследствие малой массы электроны обладают малой инертностью и большой подвижностью. При взаимном соприкосновении тел происходит переход электронов с одного тела на другое. При избытке электронов тело заряжается отрицательно, при недостатке — положительно.

Электрический заряд является неотъемлемым свойством некоторых элементарных частиц. Заряд всех элементарных частиц одинаков по абсолютной величине. Для электрона заряд q = -e, протона q = +e, нейтрона q = 0. Всякий заряд q образуется совокупностью элементарных зарядов, он является целым кратным e:

$$q = \pm N e$$
.

Электрический заряд - величина инвариантная, т.е. не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

### 1.2. Закон Кулона

Основным законом электростатики является закон взаимодействия зарядов. Так как воздействие заряженных тел зависит от их формы и размеров, то для установления закона взаимодействия берут так называемые точечные заряды. Под точечными зарядами понимаются такие заряженные тела, размеры которых малы по сравнению с расстояниями между ними. Всякое заряженное тело можно рассматривать как совокупность точечных зарядов.

Опытным путём французким физиком Шарлем Кулоном в 1785 году установлено, что сила взаимодействия F между двумя точечными зарядами пропорциональна произведению величин зарядов  $q_1$  и  $q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F=k\,\frac{q_1\,q_2}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Закон Кулона может быть записан в векторном виде. Проведём от точечного заряда  $q_1$  к точечному заряду  $q_2$  радиус-вектор  $\vec{r}$ . Рассмотрим рис. 1. Сила  $\vec{F}$ , действующая на заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_1$  численно рав-

на по величине  $F = k \frac{q_1 \ q_2}{r^2}$  и направлена в ту же сторону, что и ра-

диус-вектор  $\vec{r}$  при одинаковом знаке обоих зарядов (б) , и в сторону, противоположную радиусу-вектору  $\vec{r}$  при различных знаках зарядов  $q_1$  и  $q_2$  (a). Поэтому мы получим силу F по величине и направлению,

умножив величину  $k \, \frac{q_1 \, q_2}{r^2}$  на единичнй вектор  $\frac{\vec{r}_{12}}{r}$ , имеющий

направление радиуса-вектора  $\vec{r}$  . Таким образом, в векторном виде

закон Кулона запишется 
$$\vec{F} = k \; \frac{q_1 \; q_2}{r^2} \; \frac{\vec{r}_{12}}{r} \; .$$

Закон Кулона используется для определения единицы измерения заряда. При установлении единицы измерения заряда в системе СИ исходят из закона взаимодействия проводников с током. Поэтому коэффициент k оказывается отличной от единицы размерной величи-

ной. Поэтому в системе СИ  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}$ , где  $\epsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\epsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость среды, которая показывает, во сколько раз проницаемость данной среды больше чем вакуума. Для вакуума  $\epsilon=1$ . Тогда закон Кулона примет вид:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}.$$

Для нахождения численного значения  $\epsilon_0$  подставим в правую часть уравнения значения величин  $q_1=q_2=1$  Кл, r=1 м. Получим

$$\varepsilon_0 = 8.85 \ 10^{-12} \left[ \frac{K\pi^2}{H \, \text{m}^2} \right] = \left[ \frac{\Phi}{\text{m}} \right].$$

В электростатике изучаются электрические поля неподвижных зарядов. При этом предполагается, что эти заряды удерживаются в разных точках пространства силами неэлектрического происхождения, природа которых нами сейчас не будет уточнятся. В 1839 году С. Ирншоу сформулировал теорему, в соответствии с которой совокупность неподвижных частиц, взаимодействующих между собой с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния (притягивающихся или отталкивающихся), не может образовывать устойчивой равновесной системы. Другими словами: не существует такой конфигурации зарядов, которая была бы устойчива, если нет других сил, кроме сил кулоновского взаимодействия между зарядами системы.

Очевидно, что неподвижных элементарных зарядов не существует, а поэтому не существует постоянных полей. Однако, в большинстве явлений (в классической теории электричества), наблюдает-

ся не поле отдельного заряда, а суперпозиция полей многих зарядов. Вклад в это поле каждого элементарного заряда очень мал.

Взаимодействие зарядов рассматривается в концепции близко и дальнодействия. В теории дальнодействия принимается, что электрические явления определяются мгновенным взаимодействием зарядов на любых расстояниях.

Согласно теории близкодействия, все электрические явления определяются в пространстве от точки к точке с конечной скоростью. Применительно к электростатическим полям обе теории дают одинаковые результаты, хорошо согласующиеся с опытом. Переход же к явлениям, обусловленным движением электрических зарядов, приводит к несостоятельности теории дальнодействия, поэтому современной теорией взаимодействия заряженных частиц является теория близкодействия.

### 1.3. Напряжённость поля

Пространство, в котором находится электрический заряд, обладает некоторыми особенностями, проявляющимися в том, что на другой заряд, помещённый в пространство, действует сила. Действие силы означает, что в данном пространстве существует силовое поле, и именно через поле осуществляется взаимодействие заряженных тел.

Пространство, в котором проявляется действие электрических сил, называют электрическим полем.

Неподвижные электрические заряды создают вокруг себя не меняющиеся со временем электростатические поля, представляющие собой одну из форм материи. Электрическое поле окружает земной шар в целом, электрическое поле возбуждается в пространстве между заряженными конденсаторными пластинами, между электродами электролитической ванны; между любыми точками проводника, по которому течёт ток.

Поле уединённого точечного заряда можно изучить, используя так называемый пробный заряд, который не должен искажать электростатическое поле заряда.

Заряд q, создающий электростатическое поле, и пробный заряд  $q_{\rm np}$ , находящийся на расстоянии r от заряда, взаимодействует с силой

$$F = \frac{q \quad q_{np}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Величина силы F зависит от заряда  $q_{\rm np}$  и не может характеризовать электростатическое поле в данной точке.

Отношение  $\frac{F}{q_{np}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  не зависит от заряда  $q_{np}$  и постоянно для данной точки поля, следовательно, может быть силовой характеристикой поля в данной точке.

Векторная величина  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{np}}$  называется напряжённостью электростатического поля.

Если принять  $q_{\rm пp}=1$ , то  $\vec{E}=\vec{F}$ , т.е. напряжённость поля численно равна силе, с которой поле действует на единицу точечного положительного заряда, помещённого в данную точку поля. Таким образом, напряжённость поля является силовой характеристикой, в этом её физический смысл.

Напряжённость электростатического поля  $\vec{E}$  является величиной векторной, поскольку сила есть вектор. Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы  $\vec{F}$ , действующей на положительный пробный заряд.

Напряжённость поля в какой-либо точке, создаваемого одиноч-

ным точечным зарядом 
$$q$$
,  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$ .

За единицу напряжённости принимается напряжённость в такой точке поля, в которой на заряд, равный единице количества электричества, действует сила, численно равная единице силы. Размерность

напряжённости в системе СИ 
$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{[H]}{[Kn]} = \frac{[B]}{[M]}$$
.

### 1.4. Суперпозиция полей. Поле диполя

Основная задача электростатики заключается в следующем: по заданным распределению в пространстве и величине источников поля, — электрических зарядов, — найти величину и направление вектора напряжённости  $\vec{E}$  в каждой точке поля.

Пусть поле создано системой неподвижных точечных зарядов  $q_1, q_2, ...q_n$ . Из рассмотренного в механике принципа независимости действия сил следует, что результирующая сила F, действующая со стороны исследуемого поля на пробный заряд q, равна векторной сумме сил  $F_i$ , приложенных к нему со стороны каждого из зарядов  $q_i$ :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{i} ,$$

атак как 
$$\vec{F} = q\vec{E}$$
 и  $\vec{F}_i = q\vec{E}_i$  , то  $q\vec{E} = \sum_{i=1}^n q\vec{E}_i$  ;

сокращая на 
$$q$$
, получаем  $\vec{E} = \sum\limits_{i=1}^{n} \vec{E}_{i}$  .

Напряжённость электростатического поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряжённостей, создаваемых каждым из этих зарядов в отдельности.

Таким образом, результирующее поле можно найти простым наложением (суперпозицией) полей отдельных зарядов. Это утверждение носит название принципа независимости действия электрических полей или принципа суперпозиции полей

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^3} \cdot \vec{r}_i.$$

Эта формула пригодна для расчёта любых электрических полей, так как всякое заряженное тело можно разбить на столь малые части, что каждая из них будет представлять собой точечный заряд.

Неподвижные электрические заряды располагаются в пространстве либо дискретно, либо непрерывно — вдоль какой-либо линии, на поверхности какого-либо тела, или в некотором объёме.

В случае непреравного распределения электрических зарядов вводится понятие о плотности зарядов. При непрерывном распределении зарядов вдоль линии вводят линейную плотность электрических зарядов

$$\tau = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} ,$$

где  $\Delta q$  — общий заряд участка линии длиной  $\Delta l$ .

Если заряды непрерывно распределены по некоторой поверхности, то пользуются поверхностной плотностью зарядов

$$\sigma = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds} ,$$

где  $\Delta q$  — общий заряд участка поверхности, площадь которого равна  $\Delta s$ .

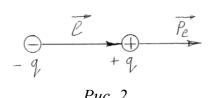
При непрерывном распределении зарядов в каком-либо объёме вводится понятие объёмной плотности зарядов

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \,,$$

где  $\Delta q$  — общий заряд элемента объёма  $\Delta V$ .

В случае непрерывного распределения зарядов вместо суммы берётся интеграл.

В качестве примера полей, создаваемых системой зарядов, рассмотрим поле электрического диполя. Электрическим диполем называют систему двух равных по величине и противоположных по знаку электрических зарядов + q и - q, расстояние l между которыми мало

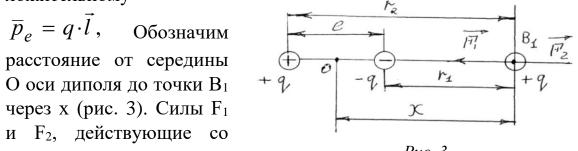


по сравнению с расстоянием до рассматриваемых точек поля (рис. 2). Пря-мая, проходящая через оба заряда, называется осью диполя. Произведение величины заряда на расстояние между за-

рядами называется электрическим моментом диполя и обозначается через  $p==q\ l$ , где  $\vec{l}$  - вектор, называемый плечом диполя от отрицательного заряда к положительному  $\vec{p}=q\ \vec{l}$  .

Вычислим напряжённость поля диполя в точке, находящейся на продолжении его оси и в точке на перпендикуляре к его середине. Электрическим диполем называют систему двух равных по величине и противоположных по знаку электрических зарядов + q и - q, расстояние l между которыми мало по сравнению с расстоянием до рассматриваемых точек поля. Прямая, проходящая через оба заряда, называется осью диполя. Произведение величины заряда на расстояние между зарядами называется электрическим моментом диполя. Он определяется как  $p_e = q \cdot l$ , где  $\tilde{l}$  — вектор, называемый плечом диполя и направленный по оси диполя от отрицательгого заряда к положительному

и F<sub>2</sub>, действующие со стороны зарядов + q u - q



на единичный положительный заряд в точке В1 по закону Кулона выражаются так:

$$F_1 = \frac{-q \ (+1)}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, F_2 = \frac{+q \ (+1)}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Равнодействующая этих сил равна  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . Так как силы направлены вдоль оси диполя, то геометрическая сумма их сводится к алгебраической  $r_1 = x - \frac{l}{2}$ ,  $r_2 = x + \frac{l}{2}$ .

Тогда 
$$F = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0(x-\frac{l}{2})^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x+\frac{l}{2})^2} = -\frac{2xlq}{4\pi\varepsilon_0(x^2-\frac{l^2}{4})^2} = \frac{2px}{4\pi\varepsilon_0(x^2-\frac{l^2}{4})^2}.$$

Численно эта сила равна напряжённости  $E_{\rm B1}$  в точке  $B_{\rm 1}$ .

$$E_{B1} = -\frac{2 p x}{4 \pi \varepsilon_0 (x^2 - l^2 / 4)^2}.$$

Обозначим расстояние от середины O оси диполя до точки  $B_2$  через Y.

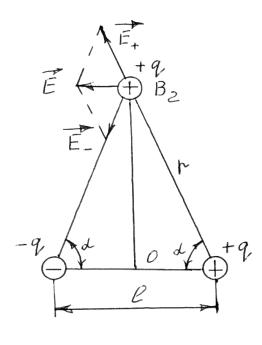
Силы  $F_3$  и  $F_4$ , действующие на единичный заряд в точке  $B_2$  со стороны зарядов – q и + q, равны друг другу по величине

$$|F_3| = |F_4| = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

и численно равны напряжённости, создаваемой тем и другим зарядом. Результирующая напряжённость E<sub>B2</sub> (рис. 4) по величине

$$E_{B2} = E_{+} \cos \alpha = -\frac{2 p x}{4 \pi \varepsilon_{0} (y^{2} - l^{2}/4)^{2}} \cdot \frac{l/2}{\sqrt{y^{2} + \frac{l^{2}}{4}}},$$

$$E_{B2} = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 (y^2 + l^2/4)^{3/2}}.$$



Puc. 4

Если расстояния х и у от середины оси диполя до точек  $B_1$  и  $B_2$  велики по сравнению с длиной

диполя l, то величиной  $\frac{l^2}{4}$  по сравнению с  $x^2$  и  $y^2$  можно пренебречь.

Получим следующие приближённые выражения величин напряжённостей в точках  $B_1$  и  $B_2$ 

$$E_{B1} = -\frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 x^2},$$

$$E_{B2} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 y^2}.$$

При одинаковых расстояниях х и у напряжённость в точке  $B_1$  на оси диполя в два раза больше напряжённости в точке  $B_2$  на перпенди-

куляре к середине оси диполя. Знак «минус» указывает на то, что при данном положении точки  $B_1$  относительно диполя преобладающей силой, действующей на заряд, будет притяжение.

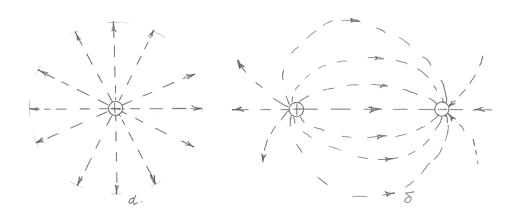
### 1.5. Силовые линии поля. Поток вектора

Английский физик Майкл Фарадей предложил метод изображения электростатических полей с помощью силовых линий (линий напряжённости).

Силовыми линиями называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряжённости. Направление силовых линий совпадает с направлением вектора напряжённости. Принято считать, что силовые линии начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных. Линии напряжённости не пересекаются, так как в каждой точке поля вектор

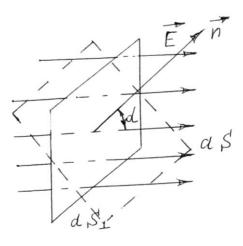
 $\vec{E}$  имеет лишь одно направление. Силовые линии, выходящие из проводника или оканчивающиеся на нём, всегда опираются на проводник в направлении, нормальном к его поверхности. Силовую линию можно провести через каждую точку поля, следовательно, через площадку произвольной величины, помещённую в поле, можно провести бесконечно большое их число. Принято через площадку в  $1~{\rm cm}^2$ , стоящую перпендикулярно силовым линиям, проводить число линий, пропорциональное напряжённости в данном участке поля. Таким образом, напряжённость поля измеряется густотой силовых линий.

В качестве примера на рис. 5 представлены картины поля одиночного положительного точечного заряда (а) и двух разноимённых точечных зарядов (б).



Puc. 5

Введём понятие потока вектора электрической напряжённости сквозь поверхность. Общее число линий напряжённости, пронизывающих некоторую поверхность, перпендикулярно расположенную к



Puc. 6

направлению линий напряжённости  $S_{\perp}$ , называют потоком напряжённости через эту поверхность и обозначают через  $\Phi_E$ . Число линий  $d\Phi_E$ , пронизывающих элементарную полощадку  $dS_{\perp}$ , образует элементарный поток через эту площадку (рис. 6).

Согласно определения

 $\Phi_E = E \cdot S_{\perp}$ ,  $d\Phi_E = E \cdot S_{\perp} \cdot B$  случае, если площадка d s не перпендикулярна линиям напряжённости, то

$$d\Phi_E = E \cdot ds \cdot \cos \alpha = E_n ds,$$

где  $\alpha$  — угол между направлением нормали к площадке и направлением напряжённости;  $E_n$  - проекция вектора  $\vec{E}$  на направление нормали к площадке.

Действительно, поток вектора напряжённости через площадку ds и через площадку  $ds_{\perp}$  перпендикулярную вектору  $\vec{E}$ , один и тот же. Поток вектора напряжённости через любую поверхность вычисляется по формуле  $determine \Phi_E = \int_S E_n \, ds$ . Знак потока зависит от того, какой угол образуют линии вектора напряжённости с положительным направлением нормали; положительным направлением нормали считают направление внешней нормали к поверхности.

Рассмотрим следующий пример. Возьмём точечный заряд q, то для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора  $\vec{E}$  через эту поверхность

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S},$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S. Для вычисления потока вокруг точечного заряда построим сферу радиуса r. Расчитаем поток вектора напряженности сквозь эту сферическую поверхность радиуса r, охватывающую точечный заряд q, находящийся в её центре,

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q4\pi r^2}{4\pi \varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд q, поток вектора  $\vec{E}$  будет равен q /  $\epsilon_0$ . Знак потока совпадает со знаком заряда q.

# 1.6. Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме

Между потоком вектора напряжённости, результирующего электростатического поля через замкнутую поверхность произвольной формы и величиной зарядов, находящихся внутри этой поверхности установлена связь, носящая название теоремы Остроградского-Гаусса: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленных на электрическую постоянную:

$$\int_{S} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i.$$

В случае непрерывного распределения зарядов введём объемную

плотность зарядов  $\rho=dq/dV$  имеем  $\sum_{v}q_{_{i}}=\int_{v}\rho dV$ . Тогда, используя теорему Остроградского-Гаусса, можно записать так:

$$\oint_{S} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{V} \rho dV.$$

# 1.7. Применение теоремы Остроградского – Гаусса для расчета полей

1. Поле двух бесконечных параллельных разноимённо заряженных плоскостей. Пусть плоскости заряжены равномерно разноимёнными зарядами с поверхностными плотностями  $^{+\sigma}$  и  $^{-\sigma}$ соответственно. Поле таких плоскостей найдём как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряжённости направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряжённость поля E=0. В области между плоскостями  $E=E_++E_-$ , поэтому результирующая напряжённость

$$E=\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0}.$$

Таким образом, результирующая напряжённость поля в области между плоскостями описывается этой формулой, а вне объёма, ограниченного плоскостями, равна нулю.

2. Рассмотрим электростатическое поле, создаваемое равномерно заряженной сферической поверхностью. Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом q заряжена равномерно с поверхностной плотностью  $+\sigma$ . Поле обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально. Построим мысленно сферу радиуса r, имеющую общий центр c заряженной сферой. Если r > R, то внутрь поверхности попадёт весь заряд q, создающий рассматриваемое поле, u, по теореме,

4 
$$\pi$$
 г  $E=q$  /  $\epsilon_0$ , откуда  $E=q$  / (4  $\pi$   $\epsilon_0$   $r^2$ ) ( $r \geq R$ ).

Перейдём к точкам, находящимся внутри сферической поверхности. Применяя теорему Остроградского-Гаусса получим  $E \cdot 4\pi r^2 = 0$ , так как внутри поверхности заряд равен нулю, отсюда E = 0 при r < R. Следовательно, напряжённость электростатического поля во всех точках внутри равномерно заряженной сферической поверхности равна нулю. Это свойство широко используется в технике как электростатическая защита радиоэлементов от внешних полей.

3. Поле объёмно заряженного шара. Шар радиуса R с общим зарядом q заряжен равномерно с объёмной плотностью  $\rho = \mathrm{d}q / \mathrm{dV}$ . Учитывая соображения симметрии, можно показать, что для напряжённости поля вне шара получится тот же результат, что и в преды-

дущем случае. Внутри же шара напряжённость поля будет другая. Сфера радиуса r < R охватывает заряд

$$q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho.$$

Поэтому, согласно теореме Остроградского-Гаусса, имеем

$$E4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

учитывая, что 
$$\rho = \frac{q}{(\frac{4}{3}\pi R^3)}$$
, получим

$$E(r) = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \cdot (r \le R).$$

Таким образом, напряжённость поля внутри равномерно заряженного шара изменяется линейно с расстояние r, а вне шара аналогично равномерно заряженной сфере.

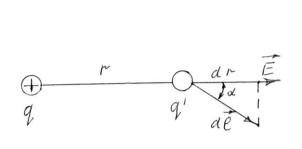
### 1.8. Работа сил электростатического поля

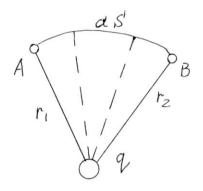
Работа, совершаемая при перемещении какого-либо тела в гравитационном поле, зависит не от формы пути, по которому происходит перемещение, а только от начального и конечного положений этого тела, т.е., силы всемирного тяготения — консервативные силы, работа которых связана с изменением потенциальной энергии перемещаемого тела.

Закон тяготения 
$$F = k \; \frac{m_1 \, m_2}{r^2}$$
и закон Кулона  $F = k \; \frac{q_1 \, q_2}{r^2}$ 

имеют формальное сходство. Это даёт основание предполагать, что электростатические силы должны быть консервативными. Определим работу, совершаемую при перемещении электрического заряда в электростатическом поле.

Пусть поле создается зарядом +q (рис. 7). На точечный заряд q', находящийся на расстоянии r, в этом поле действует сила  $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{E}} \ q'$ , где  $\vec{\mathbf{E}}$  - напряженность поля в точке нахождения заряда.





*Puc.* 7

Подсчитаем работу при перемещении заряда на отрезок dl.

$$dA = F dl \cos (\vec{\mathbf{F}}, d\vec{\mathbf{l}}) = q' E \cos (\vec{\mathbf{F}}, d\vec{\mathbf{l}}) dl.$$

В случае конечного перемещения из точки А в точку В

$$A = q' \int_{A}^{B} E dl \cos(\vec{\mathbf{E}}, \wedge d\vec{\mathbf{I}}) .$$

Рассмотрим частный случай, когда поле создано точечным зарядом +q. Из рисунка видно, что  $dl\cos(\vec{\mathbf{E}}, \wedge d\vec{\mathbf{l}}) = dr$ .

Напряжённость поля точечного заряда  $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$  и

$$A = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}),$$

где  $r_1$  и  $r_2$  - расстояния точек A и B от заряда q.

Заряды q и q' взяты положительными, удаляются друг от друга работа получена положительной. Если заряды будут сближаться, то в этом случае работа совершается внешними силами, результат имеет знак минус.

В случае разноименных зарядов, работа электрических сил притяжения положительна при сближении зарядов и отрицательна при их удалении друг от друга, т.к. в этом случае она совершается внешними силами. Из полученной формулы видно, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда q' в поле неподвижного точечного заряда q не зависит от формы пути, по которому движется заряд q', а определяется только начальным и конечным положением подвижного заряда.

Если электрический заряд q' перемещается в поле, созданном системой точечных зарядов  $q_1, q_2..., q_n$ , то на него действует сила  $\vec{\mathbf{F}}$ , равная

$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \dots + \vec{\mathbf{F}}_n.$$

Работа А равнодействующей силы равна алгебраической сумме работ составляющих сил. Поэтому

$$A = A_1 + A_2 + ... + A_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_1 q'}{4\pi \varepsilon_0} (\frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}}),$$

где  $r_{i1}$  и  $r_{i2}$  - расстояния от заряда  $q_i$  до точек A и B, т.е. до начально-го и конечного положений заряда q'. Полная работа A, как и каждая из работ  $A_1, A_2, ... A_n$  зависит от начального и конечного положений заряда q', но не зависит от формы его пути. Следовательно, электростатические силы являются консервативными.

Работа, которую совершают силы электростатического поля, перемещая единичный положительный электрический заряд по замкнутому пути L, численно равна линейному интегралу.

$$\oint_L E \, dl \cos(\vec{\mathbf{E}}, \wedge d\vec{\mathbf{l}})$$

Этот интеграл называется циркуляцией напряжённости вдоль замкнутого контура L.

Для замкнутого пути начальная и конечная его точки совпадают. В этом случае работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути, равна нулю, т.е.

$$\oint_{I} E dl \cos(\vec{\mathbf{E}}, \wedge d\vec{\mathbf{l}}) = 0$$

Силовое поле в этом случае называется потенциальным. Таким образом, электростатическое поле является потенциальным.

#### 1.9. Потенциал. Разность потенциалов

Параметры электростатического поля не зависят от времени и являются функциями координат. Электрический заряд, находящийся в какой-либо точке электростатического поля, обладает энергией. Величина энергии зависит от положения заряда и, следовательно, является потенциальной энергией.

Учитывая потенциальный характер электростатического поля, работу сил поля можно рассматривать как разность значений потенциальной энергии, которыми обладал заряд q' в точках 1 и 2 поля заряда q:

$$A_{12} = \frac{q \, q'}{4\pi \varepsilon_0 r_1} - \frac{q \, q}{4\pi \varepsilon_0 r_2} = W_1 - W_2 \ .$$

Тогда для потенциальной энергии заряда q' в поле заряда q получаем

$$W = \frac{q \, q'}{4\pi\varepsilon_0 r} + const.$$

Она определяется с точностью до произвольной постоянной. Это связано с тем, что физический смысл имеет лишь разность потенциальных энергий в двух точках пространства. Значение постоянной (const) в выражении для потенциальной энергии обычно выбирается таким образом, что при удалении заряда на бесконечность ( $r = \infty$ ) потенциальная энергия обращалась в нуль. При этом условии получается, что

$$W = \frac{q \, q'}{4\pi\varepsilon_0 r} \, .$$

В различных точках поля потенциальная энергия данного заряда может быть различной, она зависит как от положения заряда, так и от его величины. Если в одну и ту же точку поля помещать заряды  $q_1, q_2, \ldots, q_n$ , потенциальные энергии которых соответственно равны  $W_1$ ,  $W_2$ , .....  $W_n$ , и взять отношение W к q, то получится постоянная величина, не зависящая от величины заряда. Это отношение, взятое в качестве энергетической характеристики поля, называют потенциалом поля в

данной точке. Обозначают потенциал через  $\varphi$ , и он равен  $\varphi = \frac{W_n}{q_n}$ . Та-

ким образом, потенциал поля есть величина, равная отношению потенциальной энергии заряда к величине заряда, помещённого в данную точку поля.

Потенциал  $\phi$  в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещённого в эту точку.

Таким образом, потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q, равен

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$  из точки 1 в точку 2 может быть представлена как

$$A_{12} = W_1 - W_2 = q_0 (\phi_1 - \phi_2),$$

т.е. равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках. Положим, что в электростатическом поле из точки 1 в точку 2 перемещается положительный заряд +1. Работа, совершаемая силами поля при перемещении, не зависит от формы пути. Так как заряд выбран определенным (+1), то эта работа зависит только от существующего электрического поля и поэтому может служить его характеристикой.

Она называется *разностью потенциалов* точек 1 и 2 в данном электрическом поле или электрическим напряжением между точками 1 и 2. Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле измеряется работой, совершаемой силами поля при перемещении заряда +1 из точки 1 в точку 2.

Если в электрическом поле перемещается не единичный заряд, а заряд произвольной величины q, то в каждой точке сила, действующая на заряд, увеличится в q раз. Поэтому работа  $A_{12}$ , совершаемая силами поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2, равна

$$A_{12} = q U_{12}$$
.

Из сказанного следует, что физический смысл имеет только разность потенциалов, или напряжение U, между двумя точками поля, т.к. работа определена только тогда, когда заданы две точки - начало и конец пути. Несмотря на это, часто говорят о потенциале, или напряжении, в данной точке, но всегда имеют в виду разность потенциалов, подразумевая, что одна из точек выбрана заранее. Такую постоянную точку часто выбирают "в бесконечность", т.е. на достаточном удалении от всех заряженных тел.

Разность потенциалов измеряется электрометрами и электроскопами различных типов. Для определения потенциала в той или иной точке среды используются так называемые электрические зонды – металлические электроды. Они представляют собой изолированную тонкую проволоку с обнажённым кончиком, непосредственно соприкасающимся с окружающей средой в той точке, где требуется измерить потенциал. Другой конец проволоки присоединяется к электрометру.

В качестве примера измерения разности потенциалов рассмотрим опыт с электроскопом. Поставим электроскоп на изолирующую

подставку и зарядим его, предварительно соединив корпус с землёй. Стрелка электроскопа отклонится и в условных единицах покажет потенциал электроскопа по отношению к потенциалу земли или корпусу электроскопа. Прервём соединение с землёй и будем заряжать корпус электроскопа малыми долями заряда того же знака, каким заряжена стрелка. Тогда мы увидим, что стрелка будет постепенно опускаться и, наконец, остановится в положении равновесия на нуле, но заряд на стрелке сохраняется. Стрелка потому не отклоняется, что при заряжении корпуса потенциал его будет повышаться и, наконец, при некотором заряде на нём сохраняется с потенциалом стрелки. В этот момент разность потенциалов между стрелкой и корпусом окажется равной нулю, и стрелка не отклонится. Опыт показывает, что физический смысл имеет только разность потенциалов, котрую и даёт электроскоп.

Единица разности потенциалов (напряжения) в системе СИ вольт (В). Вольтом называется потенциал в такой точке, для перемещения в которую из бесконечности заряда, равного 1 Кл, надо совершить работу в 1 Дж.

### 1.10. Эквипотенциальные поверхности. Связь между напряжённостью и потенциалом

Потенциал  $\phi$  такая же важнейшая характеристика электростатического поля, как и вектор напряжённости  $\vec{E}$  .

Для графического изображения распределения потенциала в электростатическом поле пользуются системой так называемых поверхностей равного потенциала (эквипотенциальных поверхностей). Каждая такая поверхность представляет собой совокупность всех точек поля, имеющих одно и то же значение потенциала  $\phi = \text{const.}$  Эти поверхности проводятся в пространстве так, чтобы численное значение потенциала на двух соседних поверхностях отличалось на одинаковую величину  $\Delta \phi$  (например, на 10 В).

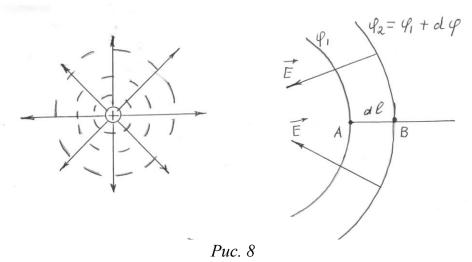
Форма эквипотенциальных поверхностей зависит от системы зарядов, создающих поле.

Эквипотенциальные поверхности точечного заряда будут представлять собой концентрические сферы, описанные вокруг источника поля на возрастающих расстояниях друг от друга. Линии напряжён-

ности исходят из точечного заряда и направлены вдоль радиусов, т.е. перпендикулярны к поверхностям равного потенциала. Взаимная перпендикулярность линий напряжённости и эквипотенциальных поверхностей остаётся справедливой и для сколь угодно сложных электростатических полей.

На рис. 8 приведена картина электростатического поля, изображённого как с помощью линий напряжённости, так и поверхностей равного потенциала.

Зная расположение всех эквипотенциальных поверхностей (т.е. значение потенциала во всех точках поля), нетрудно вычислить напряжённость поля в любой точке.



Представим себе, что через интересующую нас точку поля проведена эквипотенциальная поверхность  $\phi_1 = const$ . Проведём рядом вторую эквипотенциальную поверхность  $\phi_2 = \phi_1 + d\phi = const$ , где потенциал на бесконечно малую величину больше. Пусть от рассматриваемой точки поля эта вторая эквипотенциальная поверхность удалена (по нормали к первой поверхности) на расстояние  $\,dl\,$ . Напряжённость поля есть сила, действующая на точечный заряд, равный единице количества электричества, помещённый в рассматриваемую точку поля, а убыль потенциала  $(\phi_1 - \phi_2)$ есть работа, производиперемещении этого мая полем при заряда, следовательно,  $E dl = -d \varphi$  и тогда  $E = -\frac{d \varphi}{dl}$ .

Производную от потенциала по длине перемещения (в направлении нормали к поверхности уровня) называют градиентом потенциала. Градиент потенциала рассматривают как вектор, направленный в сторону наибольшего возрастания потенциала. Вектор напряжённости электростатического поля по величине равен, а по направлению противоположен градиенту электрического потенциала.

Используя это выражение, можно найти составляющие напря-

жённости поля  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  в направлении координатных осей, если известен потенциал для всех точек поля, как функция координат

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Следовательно , электрическое поле можно описать с помощью вектора  $\vec{E}$  или скалярного потенциала  $\phi$  . Выразим вектор  $\vec{E}$  через его составляющие:  $\vec{E} = \vec{i} \, E_x + \vec{j} \, E_y + \vec{k} \, E_z \cdot \Pi$ одставляя в это выражение значения составляющих, получим

$$\vec{E} = -(\vec{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}).$$

Выражение, стоящее в скобках, называется градиентом скаляра  $\phi$  (для обозначения градиента применяется в декартовых координатах также набла-оператор или оператор Гамильто-  $\phi$  на  $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$ ;  $\nabla \phi = grad\phi$ ). Используя обозначение градиента, можно записать  $\vec{E} = -grad\phi$  или  $\vec{E} = -\nabla \phi$ .

# 1.11. Вычисление потенциала некоторых электростатических полей

1. Потенциал поля системы точечных зарядов. Рассмотрим поле, создаваемое системой точечных зарядов  $q_1$ ,  $q_2$ , .... Расстояние каждого из зарядов до данной точки поля обозначим  $r_1$ ,  $r_2$ ,.... Работа, совершаемая силами этого поля над зарядом q', равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности:

 $A_{12} = \sum A_i$ . Каждая из работ равна  $A_i$  равна  $A_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}(\frac{q_iq}{r_{i1}} - \frac{q_iq}{r_{i2}})$ , где

 $r_{il}$  - расстояние от заряда  $q_i$  до начального положения заряда q';

 $r_{i2}$  - расстояние от заряда  $q_i$  до конечного положения заряда q'.

Следовательно, 
$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i q_i}{r_{i1}} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{q_i q_i}{r_{i2}}$$
. Сопоставляя это выра-

жение с соотношением 
$$W = \frac{q \, q'}{4\pi \varepsilon_0 r} + const$$
 ,  $A_{12} = W_1 - W_2$ , полу-

чаем для потенциальной энергии заряда q' в поле системы зарядов

выражение 
$$W=rac{1}{4\pi arepsilon_0}\sum rac{q_i\,q}{r_i}$$
 . Тогда  $\phi=rac{1}{4\pi arepsilon_0}\sum rac{q_i}{r_i}$  .

Таким образом, потенциал поля, образованного системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности.

2. Потенциал поля диполя. Рассмотрим два точечных заряда +q и -q, жёстко связанных между собой и смещённых на расстояние l друг от друга. Смещение обоих зарядов будем характеризовать вектором  $\vec{l}$ , направленным от отрицательного заряда к положительному. Такую пару зарядов называют электрическим диполем. Зная потенциал поля точечного заряда и в соответствии с принципом суперпозиции потенциал поля диполя в данной точке наблюдения равен

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{q}{r_2} - \frac{q}{r_1} = q \frac{r_1 - r_2}{r_1 \cdot r_2}$$
, где  $r_2$  и  $r_1$  - расстояния от положи-

тельного и отрицательного зарядов диполя до точки наблюдения.

Пусть точка наблюдения выбрана так, что длина l намного меньше расстояний  $r_1$  и  $r_2$ . В этом случае можно положить, что  $r_1$  -  $r_2 \approx l \cos \alpha$ ;  $r_1 \cdot r_2 \approx r^2$  и формулу можно переписать как  $\phi = \frac{q \cdot l \cdot \cos \alpha}{r^2} = \frac{p \cdot \cos \alpha}{r^2}$ , где  $\alpha$  — угол между направлением момента диполя и направлением к точке наблюдения, проведённым из диполя.

3. Потенциал поля равномерно заряженной сферической поверхности с радиусом R. Разность потенциалов между двумя точками,

лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от центра заряженной сферической поверхности (причём  $r_1 > R$  и  $r_2 > R$ ) находим по формуле

$$d\varphi = -E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \, dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

откуда

Если принять  $r_1 = R$  и  $r_2 = \infty$ , найдём потенциал заряженной сфе-

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$
.

 $\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$  . Таким образом потенциал поля рической поверхности равномерно заряженной сферической поверхности выражается так же, как потенциал точечного заряда.

4. Потенциал поля равномерно заряженного шара. Рассмотрим шар, радиусом R, заряженный с постоянной объёмной плотностью  $\rho$ . В любой точке вне шара (точка A) на расстоянии r от его центра (r > 1R) разность потенциалов вычисляется как для сферы. В любой точке В, лежащей внутри шара на расстоянии от его центра (r < R), электрическое поле будет создавать заряд  $q_1$ , заключённый внутри сферы

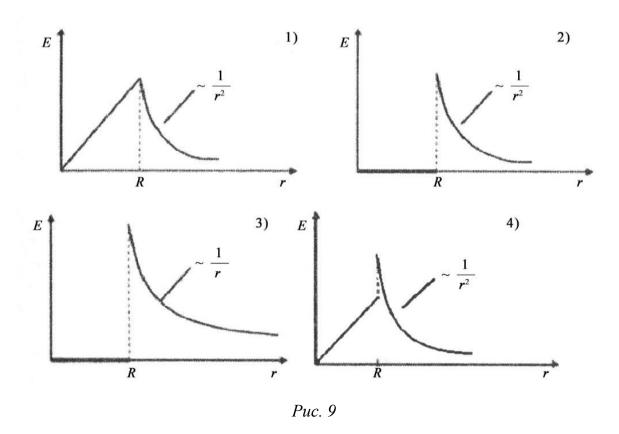
радиусом 
$$r$$
:  $q_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ . Напряжённость поля  $E = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{3}\frac{\rho r}{\epsilon_0}$ . Раз-

ность потенциалов между двумя точками внутри шара определится как

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \, dr = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} r \, dr = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (r_2^2 - r_1^2).$$

### **Tecm**

- 1. Сформулируйте закон Кулона.
- 2. Что такое напряжённость электрического поля?
- 3. Сформулируйте теорему Остроградского Гаусса для электростатического поля в вакууме.
- 4. Приведите примеры применения теоремы Остроградского Гаусса. Поясните их.
- 5. Изобразите качественно линии поля  $\vec{E}$ : а) точечного заряда; б) однородного электрического поля; в) диполя. Для случаев а) и б) изобразите также эквипотенциальные поверхности.
- 6. Одинаковые небольшие проводящие шарики, заряженные одноимёнными зарядами  $q_1 = 5$  мКл и  $q_2 = 20$  мКл, находятся на расстоянии L друг от друга (L много больше радиуса шариков). Шарики привели в соприкосновение и вновь развели на такое же расстояние. При этом сила взаимодействия между ними
  - 1) уменьшилась в 4 раза; 2) уменьшилась в 1,56 раза;
  - 3) не изменилась; 4) увеличилась в 1,56 раза.
- 7. Если на точечный заряд  $10^{-9}$  Кл, помещённый в некоторую точку поля, действует сила  $2\cdot 10^{-8}$  H, то модуль напряжённости электрического поля в этой точке равен
  - 1) 10 B/m; 2) 200 B/m; 3) 150 B/m; 4) 20 B/m.
- 8. В двух вершинах при основании равнобедренного треугольника закреплены одинаковые положительные точечные заряды величиной  $4\cdot10^{-9}$  Кл. Углы при основании треугольника равны  $30^{\circ}$ , а длина его боковой стороны составляет 3 см. Чему равен модуль вектора напряжённости в третьей вершине треугольника?
  - 1)  $10^4$  B/m; 2)  $2 \cdot 10^4$  B/m; 3)  $4 \cdot 10^4$  B/m; 4)  $6 \cdot 10^4$  B/m.
- 9. Металлический шар радиусом 20 см зарядили до потенциала 3 кВ. Величина заряда, помещённого на шаре, равна
  - 1) 6,7 нКл; 2) 60 нКл; 3) 67 нКл; 4) 600 нКл.
- 10. На рис. 9 представлены графики зависимости напряжённости E(r) для различных распределений заряда. График зависимости E(r) для заряженной металлической сферы радиусом R показан на рисунке
  - 1) 1; 2) 3; 3) 2; 4) 4.



### Вопросы для самоконтроля

- 1. В чём заключается закон сохранения заряда?
- 2. Как было определено значение элементарного заряда? Какое значение это имело для развития науки?
- 3. Какова единица измерения напряжённости поля в системе СИ?
  - 4. В чём физический смысл напряжённости поля?
- 5. В чём заключается принцип суперпозиции электрических полей?
  - 6. Напишите уравнение Пуассона.
  - 7. Что такое электрическое смещение?

### 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

Проводники и диэлектрики. — Поляризация диэлектриков. — Вектор поляризации. — Электрическое смещение. — Теорема Гаусса для поля в диэлектрике. — Диэлектрическая проницаемость. — Зависимость диэлектрической проницаемости от температуры. — Электрическое поле на границе двух диэлектриков. — Сегнето-электрики.

### 2.1. Проводники и диэлектрики. Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации

Все тела делятся на проводники и изоляторы или диэлектрики. Проводником называют тело, в котором электрические заряды могут свободно перемещаться по всему объёму. Диэлектрики это вещества, обладающие очень малой электропроводностью. В идеальных диэлектриках нет свободных зарядов, способных под действием внешнего поля перемещаться по всему объёму. Сообщённые диэлектрику электрические заряды остаются в тех же местах, в которые они первоначально помещены.

К проводникам относятся все металлы, растворы кислот, солей и щелочей, расплавленные соли, раскалённые газы и др., а диэлектри-ками — стекло, масла, слюда, эбонит, газы при комнатных температурах и др.

Разделение тел на проводники и диэлектрики носит условный характер, так как способность тел хуже или лучше проводить электрический ток зависит от тех условий, в которых они находятся.

Каждая молекула (или атом) диэлектрика содержит положительно заряженные ядра и электроны, движущиеся вокруг ядер. Положительные заряды всех ядер молекулы равны абсолютной величине заряда всех электронов, так что молекула вещества в целом электрически нейтральна. Однако это не означает, что молекулы вещества не имеют электрических свойств.

Если заменить все положительные заряды ядер молекулы одним суммарным зарядом +q, находящимся в центре тяжести положительных зарядов, а все отрицательные заряды — одним суммарным отрицательным зарядом — q, расположенным в центре тяжести отрицательных зарядов, можно приближённо рассматривать молекулу ди-

электрика как диполь, состоящий из зарядов +q и -q. Такой диполь имеет электрический момент p и создаёт электрическое поле:

$$\overline{p} = |Q| \cdot \vec{l} ,$$

Заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, называются связанными. Под действием поля связанные заряды могут лишь немного смещаться из своих положений равновесия; покинуть пределы молекулы, в состав которой они входят, связанные заряды не могут. Заряды, которые, хотя и находятся в пределах диэлектрика, но не входят в состав его молекул, а так же заряды, расположенные за пределами диэлектрика, называются сторонними.

Поле в диэлектрике является суперпозицией поля  $E_{\text{стор}}$  и поля  $E_{\text{связ}}$ . Результирующее поле называется микроскопическим или истинным:

$$E_{\text{микро}} = E_{\text{стор}} + E_{\text{связ}}$$
.

Микроскопическое поле сильно изменяется в пределах межмолекулярных расстояний. Вследствии движения сторонних зарядов микроскопическое поле изменяется также со временем. Если сторонние заряды неподвижны, то поле обладает теми же свойствами, что и электрическое поле в вакууме.

Группа диэлектриков ( $H_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $C_2O_2$ ), в которых молекулы имеют симметричное строение и в отсутствии внешнего электрического поля дипольный момент равен нулю (p=0), называются неполярными. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные по полю, а отрицательные против поля) и молекула приобретает дипольный момент.

Если молекула имеет асимметричное строение ( $H_2O$ ,  $N_3$   $H_5$ ,  $SO_2$ ). В этом случае центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Таким образом, эти молекулы в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. Молекулы таких диэлектриков называются полярными. При отсутствии внешнего поля, однако, дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы хаотично и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля и возникает отличный от нуля дипольный момент.

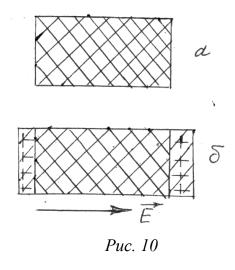
Численная величина дипольного момента таких полярных молекул имеет порядок  $p=q\ l=10^{-19}\ 10^{-10}=10^{-29}\ {\rm Kn\cdot m}$ . Заряды полярных и неполярных молекул диэлектрика являются связанными зарядами, так как их нельзя отделить друг от друга.

Третью группу диэлектриков составляют вещества, имеющие ионное строение (NaCl, KCl, KBr). Ионные кристаллы представляют собой пространственные решётки с правильным чередованием ионов разных знаков. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решётки или относительное смещение подрешёток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

Опыты показывают, что на первоначально незаряженных диэлектриках в электрическом поле возникают электрические заряды. На диэлектрике появляются электрические полюсы, отчего и само явление получило название поляризации диэлектриков.

Неполяризованный диэлектрик (в отсутствии электрического поля) можно схематически изобразить в виде собрания молекул, в каждой из которых равные положительные и отрицательные заряды распределены равномерно по всему объёму молекулы. При поляризации диэлектрика заряды в каждой молекуле смещаются в противоположные стороны, и на одном конце молекулы появляется положительный заряд, а на другом — отрицательный. При этом каждая молекула превращается в электрический диполь.

Смещение зарядов внутри молекул будет проявляться как возникновение некоторых зарядов на диэлектрике. Действительно, неполяризованный диэлектрик можно представить как два тождественных объёма, совпадающих друг с другом, каждый из которых равномерно заполнен положительным или отрицательным зарядом. Поляризацию диэлектрика (рис. 10, а)

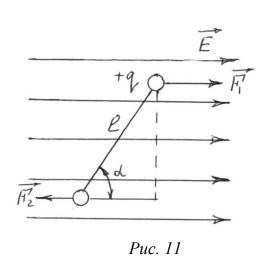


можно рассматривать как смещение этих объёмов на малое расстояние в противоположные стороны. При этом внутри диэлектрика по-

прежнему количество положительного заряда будет равно количеству отрицательного, но на одном из концов диэлектрика возникнет тонкий слой с нескомпенсированным положительным зарядом, а на другом появится некомпенсированный отрицательный заряд, т.е. возникнут поляризационные заряды (рис. 10, б).

Так как имеются три типа диэлектриков, то различают:

- 1. Электронную поляризацию диэлектрика с неполярными молекулами, которая заключается в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счёт деформации электронных орбит.
- 2. Ориентационная поляризация диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем выше напряжение электрического поля и ниже температура.



3. Ионная поляризация заключается в смещении подрешётки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных — против поля, приводящая к возникновению дипольных моментов.

Рассмотрим, как ведут себя электрические диполи во внешнем электрическом поле.

Поместим диполь в однородное электрическое поле.

В однородном электрическом поле вектор напряжённости в любой точке имеет одну и ту же величину и направление. Графически однородное поле изображается параллельно идущими прямыми линиями.

Пусть направление диполя составляет с направлением напряжённости  $\vec{E}$  некоторый угол  $\alpha$  (рис. 11). На положительный заряд действует сила  $\vec{F}_{_1} = q\,\vec{E}_{_1}$ , направленная вдоль поля, на отрицательный  $\vec{F}_{_2} = -q\,\vec{E}_{_1}$ , против поля.

Эти силы образуют пару сил, вращающий момент которой  $M = F \cdot l \cdot \sin\alpha = qEl \sin\alpha = p_q E \sin\alpha$ . Диполь в однородном внешнем поле поворачивается под действием вращающего момента

таким образом, чтобы сила, действующая на положительный заряд диполя, совпадала по направлению с вектором напряжённости  $\vec{E}$  и осью диполя. Этому положению соответствует  $\alpha$ = 0 и M = 0. Векторная запись вращающегося момента  $\vec{M}$  = [ $\vec{p}_q \times \vec{E}$ ]. Изменение состояния диэлектрика, связанное с ориентацией его молекул, называется ориентационной поляризацией.

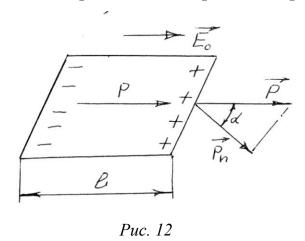
Для количественной характеристики поляризации диэлектрика служит специальная физическая величина, называемая поляризованностью. Поляризованностью диэлектрика называют электрический момент единицы объёма диэлектрика. Он равен векторной сумме электрических моментов всех молекул, заключённых в единице объёма:

$$\vec{P} = \frac{1}{\tau} \Sigma \vec{P}_i.$$

Если диэлектрик однороден и смещение зарядов  $\vec{l}$  одинаково во всех точках, то вектор  $\vec{P}$  будет одинаков по всему диэлектрику. Такую поляризацию называют однородной.

Зная поляризованность  $\vec{P}$ , можно определить поляризационные заряды, и наоборот. Будем считать, поляризацию однородной и рас-

смотрим в электрическом поле кусок диэлектрика в виде наклонной призмы с основанием S и ребром L, параллельным вектору  $\vec{P}$  (рис. 12). На одном из оснований призмы появятся отрицательные поляризационные заряды с поверхностной плотностью -  $\sigma$ ,



а на другом – положительные заряды с плотностью +  $\sigma$  , и призма приобретает электрический момент  $P = \sigma SL$ .

Если  $\alpha$  - угол между направлением нормали к основанию призмы и вектором  $\vec{P}$ , то объём призмы  $\tau$  равен  $\tau = S L \cos \alpha$  , и поэто-

$$MY P = \frac{\vec{\sigma \tau}}{\cos \alpha}.$$

Но, с другой стороны, эту же величину можно выразить через электрический момент единицы объёма:

$$p = P \tau$$

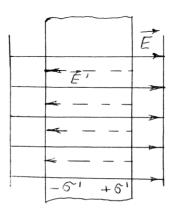
Сравнивая оба последних равенства, мы находим соотношение  $\sigma = P\cos\alpha = P_n$ .

В этой формуле  $P_n$  обозначает проекцию вектора  $\vec{P}$  на направление внешней нормали к рассматриваемой поверхности. Для правой грани призмы угол  $\alpha$  острый ( $\cos \alpha > 0$ ) и  $\sigma$  положительно. Для левой грани угол  $\alpha$  тупой ( $\cos \alpha < 0$ ) и  $\sigma$  отрицательно.

Полученный результат показывает, что поверхностная плотность поляризационных зарядов равна нормальной составляющей поляризованности в данной точке поверхности. Он также означает, что электрический заряд, прошедший через единицу поверхности, перпендикулярной к направлению смещения зарядов, равен модулю поляризованности.

Если вектор  $\vec{P}$  различен в разных точках (неоднородная поляризация), то в диэлектрике могут возникнуть ещё объёмные заряды.

### 2.2. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике



Puc. 13

В результате образования связанных поляризационных) зарядов на поверхноти диэлектрика, находящегося в элекрическом поле, часть линий напряжёнюсти будет на них кончаться или от них начинаться. Как видно из рис. 13, внутри циэлектрика возникает дополнительное электрическое поле E, направленное против внешнего поля E. Поэтому результирующее электрическое поле  $E_{\pi}$  внутри диэлектрика

$$E_n = E - E$$
.

Следовательно, линии напряжённости на границе раздела диэлектрик - вакуум не проходят непрерывно. Вследствие этого теорема Гаусса для поля в диэлектрике должна быть записана в ином виде.

Рассмотрим точечный заряд, окружённый однородной диэлектрической средой. Диполи этой среды, находясь в электрическом поле точечного заряда, в основном ориентируются вдоль радиальных направлений. В результате наложения поля диэлектрической среды на поле точечного заряда, рассматриваемого в вакууме, имеется результирующее электростатическое поле. Проведём в указанном поле замкнутую поверхность и применительно к этому случаю запишем теорему Гаусса. При суммировании зарядов, ограниченных замкнутой поверхностью, следует учитывать не только свободные заряды, но и связанные нескомпенсированные заряды диполей диэлектрической среды, находящиеся внутри выделенной поверхности  $(Q_{cest})$ :

$$\varepsilon_0 \int_{S} \vec{E}_n d\vec{S} = \Sigma Q_{c600} + \Sigma Q_{c693}.$$

Найдём  $\Sigma$   $Q_{cвяз}$ . Нескомпенсированным зарядом являются отрицательные заряды тех диполей, которые пересекаются поверхностью S. Если поверхностную плотность этих отрицательных зарядов обозначим  $\sigma$ , то их результирующий заряд равен

$$\sum_{CGG3} Q_{CGG3} = -\oint \sigma ds.$$

Плотность индуцированных связанных зарядов численно равна вектору поляризации  $\vec{P}$ .

Тогда

$$\sum_{CB93} Q_{CB93} = -\oint \vec{P} \, d\vec{S}.$$

Запишем

$$\varepsilon_{0} \oint \vec{E}_{n} d\vec{S} = \sum_{S} Q_{ceoo} - \oint \vec{P} d\vec{S}.$$

Отсюда

$$\int_{S} (\varepsilon_0 \vec{E}_n + \vec{P}) d\vec{S} = \sum_{coo\delta} Q_{coo\delta}.$$

или, обозначая

$$\varepsilon_{\scriptscriptstyle 0}\vec{E}_n + \vec{P} = \vec{D}.$$

получим

$$\oint \vec{D} \, d\vec{S} = \sum Q_{ceo\delta}.$$

Вектор  $\vec{D}$  называется вектором смещения. Скалярное произведение вектора  $\vec{D}$  на вектор  $d\vec{S}$  представляет собой элементарный поток вектора смещения через площадку dS. Поток смещения обозначим через  $\psi$ . Он равен

$$\psi = \oint_{S} \vec{D} \, d \, \vec{S}.$$

Поток смещения  $\psi$  пронизывает как сферическую поверхность S, так и любую другую поверхность произвольной конфигурации, если заряд Q находится внутри её.

На основании сказанного, теорему Гаусса для поля в диэлектрике формулируют так: поток вектора смещения через замкнутую поверхность произвольной конфигурации пропорционален сумме свободных зарядов, находящихся внутри поверхности.

Вектор  $\vec{D}$  с микроскопической точки зрения представляет собой сумму физически совершенно разнородных величин:  $\vec{E}$  характеризует электрическое поле и  $\vec{P}$  - электрическое состояние вещества.

# 2.3. Диэлектрическая проницаемость.

# Зависимость диэлектрической проницаемости от температуры

Диэлектрик, находясь во внешнем электрическом поле, поляризуется, т.е. его жёсткие диполи получают преимущественную ориентацию, совпадающую с линиями напряжённости, и, кроме того, смещаются заряды неполярных молекул.

Напряжённость поля внутри диэлектрика, а значит, и электрическая сила будет всегда меньше, чем в той же точке пространства в от-

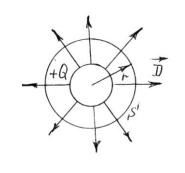
сутствии диэлектрика. Поляризацией диэлектрика объясняется закон Кулона для силы взаимодействия зарядов в разных средах.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды  $\varepsilon$  показывает во сколько раз проницаемость данной среды больше, чем вакуума и, следовательно, во сколько же раз уменьшается сила взаимодействия зарядов.

Выражение напряжённости поля в диэлектрике имеет вид

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

Используя теорему Гаусса для поля в диэлектрике, найдём соотношение между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$ . Сделаем это, применяя теорему Гаусса для поля заряженного шара с зарядом +Q, окружённого диэлектриком. Возьмём замкнутую сферическую поверхность радиуса г и найдём поток смещения, проходящий через эту поверхность (рис. 14).



Puc. 14

В соответствии с теоремой Гаусса

$$D\cdot 4\pi r^2=Q$$
, отсюда  $D=rac{Q}{4\pi r^2}.$ 

Из сравнивания уравнений следует, что  $D = \varepsilon \, \varepsilon_{_0} \, E$  .

Величина  $\chi$ , носящая название электрической восприимчивости или коэффициента поляризации, является числовой мерой ориентирующего эффекта в диэлектрике, находящемся во внешнем электрическом поле. Величина  $\chi$  зависит от структуры данного диэлектрика. Каждый диэлектрик обладает вполне определённой электрической восприимчивостью. В одном и том же поле тот диэлектрик поляризуется более, у которого выше коэффициент электрической восприимчивости. Электрические свойства диэлектриков, таким образом, могут характеризоваться как величиной диэлектрической проницаемости, так и величиной электрической восприимчивости. Найдём соотношения между ними.

Согласно  $\mathcal{E}_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$  и  $\vec{D} = \mathcal{E}_0 \, \mathcal{E} \, \vec{E}$  и зависимость  $\vec{P}$  от  $\vec{E}$ , определяется как  $\vec{P} = \chi \, \mathcal{E}_0 \vec{E}$ . Из этих соотношений находим

$$arepsilon_0 ec E (1+\chi) = arepsilon \, arepsilon_0 ec E \,$$
 или  $arepsilon = 1+\chi$  .

Из выщеизложенного следует, что чем больше электрическая восприимчивость, тем больше электрический момент молекул, тем больше поверхностная плотность связанных зарядов  $\pm \sigma$ , тем больше собственное поле диэлектрика, тем меньше результирующее поле и больше диэлектрическая проницаемость.

Численное значение диэлектрической проницаемости определяется также числом молекул в единице объёма. Если число молекул в единице объёма мало, то эффект поляризации сказывается слабо, поэтому и є для газов всегда мало.

Опыт показывает, что  $\varepsilon$  большинства веществ зависит от температуры; зависимость  $\varepsilon$  от t у полярных и неполярных диэлектриков следующая: у неполярных диэлектриков  $\varepsilon$  незначительно падает с ростом температуры; у полярных — значительно сильнее. Объясняется это тем, что тепловое движение с ростом температуры нарушает ориентацию молекул. Этот эффект невелик в твёрдом и значителен в жидком состоянии полярных диэлектриков, где тепловое движение более интенсивно.

Диэлектрическая постоянная вещества в жидком состоянии обычно бывает больше, чем диэлектрическая постоянная того же вещества в твёрдом состоянии.

Таблица 1

Вещество	ε
Лёд	2,85
Вода	81,7
Этиловый спирт твёрдый	3,1
Этиловый спирт жидкий	25,7

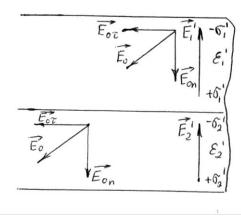
Такая разница объясняется отсутствием или затруднённостью в твёрдом состоянии «ориентационного эффекта», т.е. поворота дипольных молекул.

## 2.4. Электрическое поле на границе двух диэлектриков

Поле вектора D можно изобразить с помощью линий электрического смещения, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий вектора  $\vec{E}$  .

Рассмотрим, что происходит с векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  при переходе через границу диэлектриков (рис. 15).

Поместим в однородное поле  $E_0$  две сложенные вместе плоскопараллельные однородные пластины из разных диэлектриков. Возникшие на поверхностях пластины связанные заряды создадут внутри каждой пластины перпендикулярное к её поверхности поле  $\vec{E}$ . В первой пластине



Puc. 15

 $E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$   $E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$  его напряжённость  $E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$  . В сумме с нормальной составляющей напряжённости поля свободных зарядов  $E_0 n$  вектор  $E_1 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$  даст нормальную составляющую результирующего поля в пластинах

$$E_{In} = E_{0n} - \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}, E_{2n} = E_{0n} - \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}.$$

Тангенциальные составляющие результирующего поля в обеих пластинах одинаковы и равны

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} = E_{0\tau}$$
.

Поверхностная плотность связанных зарядов определяется нормальной составляющей результирующего поля в данной пластине

$$\boldsymbol{\sigma}_{1} = \boldsymbol{\chi}_{1} \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \boldsymbol{E}_{1n}, \ \boldsymbol{\sigma}_{2} = \boldsymbol{\chi}_{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \boldsymbol{E}_{2n}.$$

Подставив эти значения в формулы и произведя соответствующие преобразования, находим, что

$$E_{1n} = \frac{E_{0n}}{\varepsilon_1}, E_{2n} = \frac{E_{0n}}{\varepsilon_2}.$$

Из формул следует, что при переходе через границу раздела диэлектриков нормальная составляющая напряжённости поля изменяется скачком (претерпевает разрыв), тангенциальная же составляющая остаётся без изменения.

Посмотрим, как ведёт себя вектор  $\vec{D}$ . Умножив каждую из составляющих вектора  $\vec{E}$  на диэлектрическую проницаемость соответствующего диэлектрика, получим составляющие вектора смещения

$$\begin{split} D_{1n} &= E_{1n} \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \boldsymbol{\mathcal{E}}_1 = \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \, E_{0n}, \, D_{2n} = E_{2n} \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \boldsymbol{\mathcal{E}}_2 = \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \, E_{0n}, \\ D_{1\tau} &= E_{1\tau} \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \boldsymbol{\mathcal{E}}_1 = \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_1 \ E_{0\tau}, \, D_{2\tau} = E_{2\tau} \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \boldsymbol{\mathcal{E}}_2 = \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_0 \ \boldsymbol{\mathcal{E}}_2 \, E_{0\tau}. \end{split}$$

Как видно из этих формул, при переходе через границу раздела диэлектриков тангенциальная составляющая вектора  $\vec{D}$  изменяется скачкообразно, нормальная же составляющая изменений не претерпевает

$$\vec{\boldsymbol{D}}_{1n} \equiv \vec{\boldsymbol{D}}_{2n}$$
.

Это равенство указывает на непрерывность линий смещения. Линии электрического смещения не заканчиваются и не начинаются на границе раздела, т.е. проходят через неё непретерпевая разрыва.

## 2.5. Сегнетоэлектрики

Особую группу диэлектриков составляют сегнетоэлектрики, получившие своё название по имени типичного представителя этой группы — сегнетовой соли (NaKC<sub>4</sub>H<sub>4</sub>O<sub>6</sub>·4 H<sub>2</sub>0). Детальное исследование диэлектрических свойств сегнетовой соли было впервые произведено в 1930-1934 гг. И.В. Курчатовым и П.П. Кобеко, которыми были установлены все основные свойства сегнетоэлектриков. Сегнетоэлектрики отличаются от других диэлектриков рядом особенностей.

В то время, как у обычных диэлектриков диэлектрическая проницаемость составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков, диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков достигает 10 000.

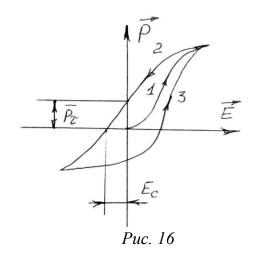
Аномально большую диэлектрическую постоянную сегнетова соль имеет при температуре выше  $-20~^{0}$ С и ниже  $+25~^{0}$ С; вне этого интервала температур диэлектрические свойства сегнетовой соли сходны со свойствами обычных диэлектриков. Кристаллы фосфата калия  $KH_{2}PO_{4}$  имеют аномально большое значение диэлектрической проницаемости в интервале температур от  $-190~^{0}$ С до  $-130~^{0}$ С.

Диэлектрическая постоянная титаната бария меньше, чем у сегнетовой соли и у фосфата калия, но всё же достигает громадных значений (1000-2000) и при наличии некоторых примесей даже 8000 при  $20\,^{0}\mathrm{C}$ .

Зависимость  $\vec{D}$  от  $\vec{E}$  не является линейной. Это значит, что диэлектрическая проницаемость зависит от напряжённости поля. Эта зависимость для разных сегнетоэлектриков различна.

При изменениях поля значения вектора поляризации  $\vec{P}$  (а, следовательно, и индукции  $\vec{D}$ , поскольку  $\vec{D} = {}^{\pmb{\varepsilon}_0} \vec{E} + \vec{P}$ ) отстают от напряжённости поля  $\vec{E}$ , в результате чего  $\vec{P}$  и  $\vec{D}$  определяются не только величиной напряжённости поля в данный момент времени, но и пре-

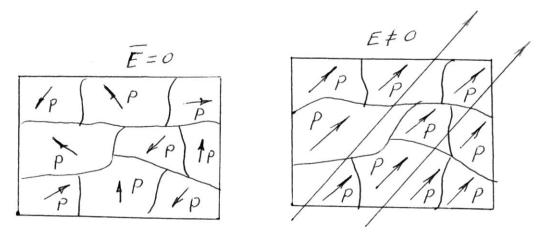
дисторией образца. Это явление характеризуется запаздыванием изменения  $\vec{P}$  по отношению к изменению  $\vec{E}$  и называется гистерезисом. При циклических изменениях напряжённости электрического поля зависимость  $\vec{P}$  от  $\vec{E}$  можно изобразить кривой (рис. 16), которая называется петлёй гистерезиса.



При увеличении напря-

жённости поля  $\vec{E}$  вектор поляризации увеличивается в соответствии с ветвью кривой 1. Когда  $\vec{E}$  уменьшается, изменение  $\vec{P}$  происходит по ветви 2. Значение вектора поляризации  $P_r$ , которое сохраняется при E=0, называется остаточной поляризацией. Поляризация диэлектрика исчезает только в том случае, когда приложено электрическое поле противоположного направления, напряжённость которого равна  $E_c$ . Это значение напряжённости называется коэрцетивной силой. При дальнейшем изменении E вектор поляризации изменяется по ветви 3. Причина такого поведения сегнетоэлектриков заключается в следующем. В кристаллах сегнетоэлектриков самопроизвольно возникают микроскопические области, в которых дипольные моменты ориентированы одинаково даже при отсутствии внешнего поля. При этом направления поляризации соседних областей отличаются, и кристалл

в целом дипольным моментом не обладает. Области спонтанной (самопроизвольной) поляризации называются доменами. При внесении сегнетоэлектрика во внешнее поле электрические моменты отдельных доменов поворачиваются таким образом, чтобы их направление совпадало с направлением напряжённости внешнего поля (рис. 17). Поэтому даже при малых значениях напряжённости внешнего поля вектор поляризации (а значит и вектор электрического смещения) может достигать больших величин. Поскольку  $\vec{D} = \varepsilon \, \varepsilon_{\scriptscriptstyle 0} \, \vec{E}$ , это значит, что у сегнетоэлектриков большая величина диэлектрической проницаемости.



Puc. 17

Для каждого сегнетоэлектрика характерна температура, выше которой под действием теплового движения области самопроизвольной поляризации разрушаются, т.е. вещество теряет свои особые свойства. Эта температура называется точкой Кюри в честь французского физика Пьера Кюри (1859-1906 г.г.), который впервые обнаружил существование подобной критической температуры при исследовании магнитных свойств железа и сходных с ним веществ (ферроромагнетиков). В некоторых случаях, например, для сегнетовой соли, существует две температуры Кюри (+24 °C и -18 °C) и сегнетоэлектрические свойства наблюдаются только при температурах, лежащих между обеими точками. Наблюдающаяся у сегнетоэлектриков зависимость вектора поляризации позволяет их использовать в качестве генератора и приёмника ультразвуковых волн.

#### **Tecm**

- 1. Как определяется поляризованность вещества? Каков её физический смысл?
- 2. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля в диэлектрике.
  - 3. Какие виды поляризации вещества существуют?
  - 4. Сформулируйте граничные условия для векторов  $\vec{E}_{\ \ \text{И}}$   $\vec{D}_{\ \ }$ .
- 5. Вычислить электрический момент p диполя, если его заряд q=10 нКл, плечо l=0.5 см.
  - 1) 12 нКл м; 2) 2 нКл м; 3) 50 нКл м; 4) 1 мкКл м.
- 6. Расстояние l между зарядами  $q=\pm 3,2$  нКл диполя равно 12 см. Найти напряжённость E поля, созданного диполем в точке, удалённой на r=8 см как от первого, так и от второго зарядов.
  - 1) 6,75 kB/m; 2) 2,66 kB/m; 3) 5,30 kB/m; 4) 1,32 kB/m.
- 7. Диполь с электрическим моментом p=100 пКл м свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряжённостью E=150 кВ/м. Вычислить работу A, необходимую для того, чтобы повернуть диполь на угол  $\alpha=60^{\circ}$ .
  - 1) 30 мкДж; 2) 100 мкДж; 3) 310 мкДж; 4) 730 мкДж.
- 8. Определить поляризованность P стекла, помещённого во внешнее электрическое поле напряжённостью  $E_0 = 5 \text{ MB/m}$ .
  - 1) 1 мкКл/м $^2$ ; 2) 38 мкКл/м $^2$ ; 3) 4 мкКл/м $^2$ ; 4) 6 мкКл/м $^2$ .
- 9.При какой поляризованности P диэлектрика ( $\epsilon$ =5) напряжённость  $E_{\text{лок}}$  локального поля равна 10 MB/м?
  - 1) 152 мкКл/м $^2$ ; 2) 308 мкКл/м $^2$ ; 3) 400 мкКл/м $^2$ ; 4) 60 мкКл/м $^2$ .
- 10. В масле на расстоянии l=8 см друг от друга находятся неподвижные точечные заряды  $q_1=6$  нКл и  $q_2=-2$  нКл. Сила взаимодействия между зарядами 5,4 мкН. Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  масла равна
  - 1) 2,5; 2) 2,9; 3) 3,1; 4) 3,2.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. В чём различие в поляризации полярных и неполярных диэлектриков?
  - 2. Как влияет поляризация на поле в диэлектрике? Почему?

- 3. Каков физический смысл диэлектрической проницаемости вещества?
- 4. Как диэлектрическая проницаемость диэлектриков зависит от температуры?
  - 5. В чём физический смысл электрического смещения?
  - 6. Что такое свободные и связанные заряды? В чём их отличие?
  - 7. Дайте определение сегнетоэлектрикам.

## 3. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Распределение зарядов в проводниках. — Связь между напряжённостью поля у поверхности проводника и поверхностной плотностью зарядов. — Электроёмкость проводников. — Конденсаторы. — Энергия системы неподвижных точечных зарядов. — Энергия заряженного проводника. — Энергия электростатического поля.

### 3.1. Распределение зарядов в проводниках

В обычном состоянии проводники электронейтральны, то есть количество положительных и отрицательных зарядов в них одинаково. Заряжение проводникасводится к изменению числа входящих в него электронов. Если электроны добавляются к проводнику, он заряжается отрицательно, заряд при этом равен суммарному заряду добавленных электронов. Если электроны отнимаются от проводника, то проводник заряжается положительно, причём заряд проводника равен нескомпенсированному заряду положительно заряженных частиц.

Заряды, сообщённые проводнику, после некоторых перемещений приходят в состояние равновесия, необходимым условием которого является отсутствие поля внутри проводника, т.к. напряжённость – силовая характеристика поля, то заряды на проводнике размещаются так, чтобы сила взаимодействия между ними была равна нулю. По закону Кулона эта сила обратно пропорциональна квадрату расстояния между зарядами. Заряды удаляются на наибольшие расстояния. Если проводник полый, то все заряды соберутся на наружной поверхности потому, что её точки отстоят друг от друга дальше, чем точки внутренней поверхности. Тот же результат получим, если воспользуемся теоремой Гаусса.

Для произвольной поверхности, ограничивающей некоторый объём внутри проводника, она запишется в виде:  $\varepsilon_0 \oint \vec{E}_n ds = \Sigma Q$ .

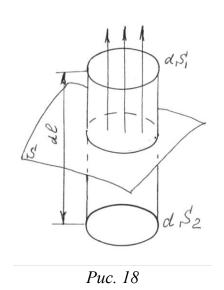
При статической системе зарядов в проводнике поле отсутствует, E=0, следовательно, поток напряжённости через любую поверхность внутри проводника равен нулю, отсюда и общий заряд  $\sum Q$ , находящийся внутри проводника, равен нулю. Заряды в проводниках распределяются по его поверхности.

На поверхности заряженного проводника вектор напряжённости  $\vec{E}$  должен быть направлен по нормали к этой поверхности, иначе под действием составляющей вектора  $\vec{E}(\vec{E}_{\tau})$ , касательной к поверхности проводника, заряды перемещались бы по проводнику, что противоречит их статическому распределению.

Потенциал внутри проводника постоянен, так как  $\frac{d\phi}{dl} = -\vec{E}_{\tau} = 0$ , то поверхность проводника эквипотенциальна.

# 3.2. Связь между напряжённостью поля у поверхности проводника и поверхностной плотностью зарядов

Определим напряжённость поля вблизи поверхности заряженного проводника (рис. 18). Для этого выделим на его поверхности произвольную малую площадку  ${}^{dS}$ и построим на ней цилиндр высотой  ${}^{dl}$ с образующей, перпендикулярной площадке  ${}^{dS}$ и основаниям  ${}^{dS_1}$ и  ${}^{dS_2}$ . Ввиду малости  ${}^{dS}$ , полагаем, что  ${}^{dS} = {}^{dS_1} = {}^{dS_2}$ . На поверхности проводника и вблизи неё



векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{D} = \varepsilon_0$   $\varepsilon$   $\vec{E}$  направлены перпендикулярно этой поверхности. Поэтому поток вектора  $\vec{D}$  сквозь боковую поверхность по-

строенного нами цилиндра равен нулю. Поток через  ${}^{dS}_2$  так же равен нулю, так как она лежит внутри проводника и во всех её точках  $\vec{D}=0$ . Следовательно, поток смещения через замкнутую цилиндрическую поверхность равен потоку сквозь одно верхнее основание  ${}^{dS}_1$ :  $\psi=\vec{D}\,ds_1$ . С другой стороны, в соответствии с теоремой Гаусса этот поток равен сумме зарядов  ${}^{dq}$ , охватываемых поверхностью  ${}^{dS}_1$ 

 $\Sigma$   $dq=\sigma\cdot ds$ , где  $\sigma$  — поверхностная плотность зарядов, на элементе ds поверхности проводника. Приравнивая эти выражения  $\vec{D}\,ds_1=\sigma\cdot ds$ , отсюда  $D=\sigma$   $E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ . Таким образом, если элек-

тростатическое поле создаётся заряженным проводником, то напряжённость поля вблизи поверхности проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов.

## 3.3. Электроёмкость проводников

Определим зависимость между зарядами на проводнике и его потенциалом. Зарядим уединённый проводник, сообщив ему некоторый заряд q. Этот заряд распределяется по поверхности так, чтобы напряжённость поля внутри проводника равнялась нулю. Определим изменение потенциала уединённого проводника при последовательном увеличении его заряда в 2, 3 и более раз.

Увеличив заряд проводника в 2 раза, будем иметь на проводнике заряд равный 2q. Если заряд q создаёт потенциал  $\phi$ , то по принципу наложения полей заряд 2q создаст потенциал  $2\phi$  в 2 раза больший, что и подтверждают результаты измерений. Заряд, равный 3q, создаст потенциал  $3\phi$  и т.д.

Отношение заряда проводника к его потенциалу в каждом случае оказывается постоянным для данного проводника и равно некоторой величине C:

$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{2q}{2\varphi} = \frac{3q}{3\varphi} \dots$$

Рассмотрев подобным же образом другой проводник, убеждаемся, что и для него отношение заряда к потенциалу при любом заря-

де есть величина постоянная. Сообщая проводникам одинаковые заряды и рассматривая отношения зарядов проводников к их потенциалам, убеждаемся в том, что они не одинаковы. Это означает, что проводники отличаются друг от друга некоторым физическим свойством, которое называют электрической ёмкостью проводника (электроёмкостью). Электроёмкость проводника характеризует способность проводника накапливать электрические заряды. Таким образом, электрическая ёмкость проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}$$
.

Изменим заряд проводника на  $^{\Delta q}$ . Тогда его потенциал возрастёт на  $^{\Delta \varphi}$ , так что  $q+\Delta q=C\,(\varphi+\Delta\varphi)$ .

Тогда получаем, что  $\Delta q = C \Delta \phi$  и, следовательно, при  $\Delta \phi = 1$   $C = \Delta q$ . Это означает, что электроёмкость уединённого проводника численно равна величине заряда, который нужно сообщить данному проводнику, чтобы потенциал его изменился на единицу. Так как заряды распределяются на внешней поверхности проводника, ёмкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала проводника, агрегатного состояния и наличия полостей внутри проводника.

В системе СИ за единицу электроёмкости принимают ёмкость такого проводника, при сообщении которому заряда в 1 кулон его потенциал изменяется на 1 вольт. Эта единица называется фарадой (Ф).

$$[C] = \frac{[q]}{[\phi]} = \frac{1K\pi}{1B} = 1\Phi$$
. Так как фарада представляет собой крупную

единицу и на практике обычно пользуются долями: миллионной долей, называемой микрофарадой (1 мк $\Phi$ ) или ещё в миллион раз меньшей единицей, называемой пикофарадой (1 п $\Phi$ ).

# 3.4. Конденсаторы

Ёмкость проводника есть величина, показывающая величину заряда, которую надо сообщить проводнику для изменения его потенциала на единицу. Но на потенциал проводника, на его величину, окажут влияние заряды, находящиеся вблизи проводника или наве-

дённые на окружающих проводник телах, вследствие явления электромагнитной индукции, зарядом самого проводника. Поэтому электроёмкость проводника зависит от расположения окружающих тел.

На ёмкость проводника не должны оказывать влияние окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют две плоские пластины; два соосных цилиндра; две концентрические сферы, поэтому в зависимости от геометрии обкладок различают конденсаторы плоские, цилиндрические и сферические.

Любой конденсатор обладает ёмкостью C, определяемой отношением величины заряда одного знака, сосредоточенного на одной из обкладок, к разности потенциалов между обкладками. Ёмкость конденсатора зависит от геометрической конфигурации обкладок, их взаимного расположения, а также от диэлектрической проницаемости среды, находящейся между обкладками.

1. Плоский конденсатор состоит из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на близком расстоянии d одна от другой и несущих заряды +q и -q. Если линейные размеры пластин велики по сравнению с расстоянием d, то электростатическое поле между пластинами можно рассматривать как поле между двумя бесконечными плоскостями, заряженными разно-имённо с поверхностными плотностями зарядов  $+\sigma$  и  $-\sigma$ .

В выражение 
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$
 подставим  $q = \sigma \cdot s$  и  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma \cdot d}{\varepsilon_0 \ \varepsilon}$ .

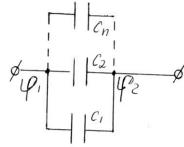
Тогда имеем 
$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 s}{d}$$
.

2. Сферический конденсатор представляет собой две концентрические сферические обкладки с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ , между которыми находится диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . Вне конденсатора поля, создаваемые внутренней и внешней обкладками, взаимно уничтожаются. Поле между обкладками создаётся только зарядом шара 1, так как заряд шара 2 внутри этого шара не создаёт электростатического поля. Так как  $r_2 - r_1 = 1$  очень мало по сравнению с  $r_1$ , то можно считать  $r_2 \approx r_1$ . Тогда

 $C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0}{l} \frac{r_1}{l} = \frac{\epsilon_0}{l} \frac{\epsilon \cdot s}{l}$ , то в этом случае электроёмкость сферического конденсатора можно вычислять как электроёмкость плоского конденсатора.

Для увеличения электроёмкости и варьирования её возможных значений конденсаторы соединяют в батареи. Различают два вида соединений: параллельное и последовательное.

Параллельное соединение п конденсаторов показано на рис. 19. Их электроёмкости  $C_1$ ,  $C_2$ , ....,  $C_n$ . Все пластины, заряженные одно-имённо, соединяются общим проводом и потенциалы их, одинаковы. Потенциалы положительно и отрицательно заряженных пластин обозна-



Puc. 19

чены соответственно  $\phi_1 u \phi_2$ , и разность между ними  $\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$ .

Заряды на одной пластине каждого конденсатора соответственно равны  $q_1=C_1\Delta \, \phi, \quad q_2=C_2 \, \Delta \phi...$ Если сложим одноимённые заряды всех пластин, получим общий заряд батареи q :

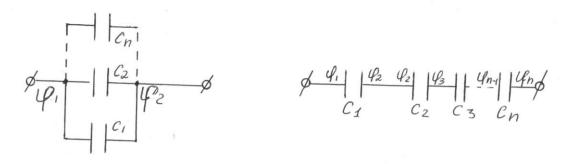
$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \Delta \varphi$$
.

Пусть общая ёмкость электроёмкость батареи будет C, тогда  $q = C \, \phi$ .

Суммарная электроёмкость определится как 
$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$
.

При последовательном соединении конденсаторы соединяются разноимённо заряженными пластинами (рис. 20). Потенциалы пластин, соединённых общим проводом, одинаковы. Однако потенциалы пластин каждого конденсатора могут быть разными: на первом конденсаторе  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ , на втором  $\phi_3$ ,  $\phi_4$ и т.д. Соответственно разности потенциалов будут  $\phi_1 - \phi_2$ ,  $\phi_2 - \phi_3$ , .....,  $\phi_{n-1} - \phi_n$ . Разность потенциалов на концах батареи будет  $\phi_1 - \phi_n$ . Что касется зарядов, то они одинаковы на всех конденсаторах. Для каждого отдельного кон-

денсатора имеем: для первого  $q=(\phi_1-\phi_2)$   $C_1$ или  $\phi_1-\phi_2=\frac{q}{C_1}$ , для второго  $q=(\phi_2-\phi_3)$   $C_2$  или  $\phi_2-\phi_3=\frac{q}{C_2}$ .



Puc. 20

Для конденсатора с индексом п  $q=(\phi_{n-1}-\phi_n)C_n$  или  $\phi_{n-1}-\phi_n=\frac{q}{C_n}$ . Складываем эти равенства и получаем  $\phi_1-\phi_n=q(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+....+\frac{1}{C_n})$ . Для всей батареи (см. рис. 19) имеем  $(\phi_{n-1}-\phi_n)=\frac{q}{C}$ . Тогда будем иметь

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$
.  
Таким образом при последовательном со-

единении конденсаторов, обратная величина электроёмкости батареи равна сумме обратных величин электроёмкостей отдельных конденсаторов. Из этой формулы следует, что электроёмкость батареи последовательно соединённых конденсаторов меньше электроёмкости каждого конденсатора. В ряде случаев используют смешанное соединение, состоящее из параллельных и последовательных соединений конденсаторов для получения желаемой ёмкости при нужном напряжении.

# 3.5. Энергия системы неподвижных точечных зарядов

Образовать систему заряженных тел означает разместить их в заданных точках пространства. Так как заряженные тела взаимодействуют друг с другом по закону Кулона, необходимо совершить работу по их размещению за счёт внешних сил, приложенных к системе.

По закону сохранения энергии работа внешних сил, приложенных к системе, пропорциональна изменению её энергии. Следовательно, для определения энергии системы неподвижных точечных зарядов необходимо подсчитать работу внешних по отношению к системе сил.

Энергия системы, состоящей из двух неподвижных зарядов,

$$W = \frac{1}{2}q_1\phi_1 + \frac{1}{2}q_2\phi_2.$$

Полученный результат можно обобщить на систему, состоящую из п зарядов, расположенных на определённых расстояниях друг от друга. Эта энергия выразится через сумму работ, необходимых для переноса каждого заряда из бесконечности в то место, где он должен быть расположен

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} q_i \, \varphi_i,$$

где  $\phi_i$  - потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i - го в месте, где находится i -ый заряд.

# 3.6. Энергия заряженного проводника

Определим энергию уединённого проводника. При заряде проводника тратится работа, которая будет мерой энергии заряженного проводника. Пусть на проводнике уже имеется некоторый заряд Q. Подсчитаем работу dA, которую нужно затратить, чтобы из бесконечности перенести на проводник ещё бесконечно малый заряд dQ. Так как dQ мал, считаем, что при его сообщении проводнику потенциал проводника заметно не изменится.

Элементарная работа  $dA = \phi \cdot dQ$ . Полная работа переноса всех зарядов при заряжении тела от потенциала нуль до  $\phi$  выразится суммой всех элементарных работ, т.е. интегралом, взятым от 0 до  $\phi$ .

$$A = \int\limits_0^\phi \phi \, dQ; \; C = \frac{dQ}{d\phi}; \; dQ = C \, d\phi,$$
 подставляя  $dQ$  под знак ин-

теграла, имеем 
$$A = \int_{0}^{\varphi} C\varphi d\varphi = C \int_{0}^{\varphi} \varphi d\varphi = \frac{C \varphi^{2}}{2}$$
.

Эта работа определяет энергию заряженного проводника, полу-

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{1}{2}Q\varphi = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

В конденсаторе перенос количества электричества dQ с одной пластины на другую требует затраты работы. Если потенциал одной пластины  $\phi_1$ , другой -  $\phi_2$ , то  $dA = dQ(\phi_1 - \phi_2)$ , выражение работы такое же, как и при заряжении уединённого проводника, только вместо потенциала проводника — разность потенциалов между об-

кладками конденсатора 
$$W = \frac{C}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q}{2}(\varphi_1 - \varphi_2).$$

## 3.7. Энергия электростатического поля

На примере однородного электростатического поля плоского конденсатора определим, где сосредоточена энергия заряженного тела: непосредственно на нём или принадлежит электростатическому полю. Если электрическое поле обладает энергией, то эта энергия должна быть как-то распределена по объёму поля.

Энергия, заключённая в единице объёма электростатического поля — так называемая объёмная плотность энергии, должна быть одинаковой во всех точках однородного поля, а полная энергия поля — пропорциональна его объёму.

Для однородного поля конденсатора имеем 
$$W = \frac{\varepsilon_0 \ \varepsilon E^2}{2} \cdot S \ d = \frac{\varepsilon_0 \ \varepsilon E^2}{2} \cdot V, \ \text{где} \ V = Sd - \text{объём электростатиче-}$$
 ского поля между обкладками конденсатора.

Доказано, что энергия заряженного плоского конденсатора пропорциональна его объёму и, следовательно, объёмная плотность энергии однородного электростатического поля конденсатора постоянна и равна

$$w = \frac{\varepsilon_0 \,\varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \,\varepsilon}.$$

Таким образом, объёмная плотность энергии однородного электростатического поля определяется его напряжённостью  ${\rm E}$  или смещением D.

Электрическая энергия присуща полю, электрическое поле обладает энергией. Представление о том, что электростатическое поле обладает энергией, имеет большое значение для понимания природы поля. Энергия есть одна из характеристик состояния материи и, следовательно, понятие об энергии не может быть оторвано от понятия материи. Отсюда следует, что само электростатическое поле является особым видом материи.

Электрическое поле — особая форма материи, движение которой проявляется в пространстве в виде электрических сил.

На основании закона сохранении энергии энергия электрического поля может превращаться, например, в механическую.

#### Tecm

- 1. Как определяется поверхностная плотность зарядов? Каков её физический смысл?
  - 2. Как определяется электроёмкость проводника?
  - 3. В каких единицах измеряется электроёмкость?
  - 4. Дайте понятие плотности энергии электростатического поля.
- 5. Плоский воздушный конденсатор подключили к источнику напряжения, затем, не отключая его от источника, сдвинули пластины, уменьшив зазор в два раза. Как изменятся: а) энергия, запасённая конденсатором; б) заряд на обкладках конденсатора; в) плотность энергии поля в конденсаторе?
- 6. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора равна S = 1,0 см<sup>2</sup>. Пробой воздуха в конденсаторе возникает при напряжённости поля  $E=3\cdot10^6$  В/м. Данному конденсатору может быть сообщен максимальный заряд, равный
  - 1) 1,32 нКл; 2) 2,66 нКл; 3) 5,30 нКл; 4) 1,32 мкКл.
- 7. Площадь обкладок плоского воздушного конденсатора 600 см<sup>2</sup>, расстояние между ними L=3 мм. Между обкладками параллель-

но им вдвигают пластинку из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=7$  и толщиной d=1,5 мм. Определите электроёмкость полученного конденсатора.

- 1)  $3,14 \text{ } \pi\Phi; 2) 100 \text{ } \pi\Phi; 3) 310 \text{ } \pi\Phi; 4) 730 \text{ } \pi\Phi.$
- 8. После того как конденсатор, заряженный до разности потенциалов  $U_1 = 500$  В, соединили параллельно с незаряженным конденсатором ёмкостью  $C_2 = 4$  мк $\Phi$ , между обкладками конденсаторов установилась разность потенциалов  $U_2 = 100$  В. Электроёмкость первого конденсатора равна
  - 1) 1 мкФ; 2) 2 мкФ; 3) 4 мкФ; 4) 6 мкФ.
- 9. Диэлектрическая проницаемость воды равна 81. Как надо изменить каждый из двух одинаковых точечных положительных зарядов, чтобы при погружении в воду сила электрического взаимодействия зарядов при том же расстоянии между ними была такой же, как и в вакууме?
  - 1) уменьшить в 9 раз; 2) увеличить в 9 раз;
  - 3) уменьшить в 81 раз; 4) увеличить в 81 раз.
- 10. Сила F притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50 мН. Площадь S каждой пластины равна 200 см<sup>2</sup>. Найти плотность энергии w поля конденсатора.
  - 1) 2,5 Дж/м $^3$ ; 2) 2,9 Дж/м $^3$ ; 3) 3,1 Дж/м $^3$ ; 4) 3,2 Дж/м $^3$ .

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Что такое электроёмкость проводника?
- 2. В чём различие в последовательного и параллельного соединения конденсаторов?
- 3. Как влияет объём электростатческого поля конденсатора на величину запасаемой энегии? Почему?
  - 4. Как определяется энергия заряженного проводника?
  - 5. Как определяется электроёмкость плоского конденсатора?
- 6. Дайте определение 1 Ф. Какие существуют дополнительные единицы фарада?
  - 7. Как влияет потенциал проводника на электроёмкость?

## 4. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

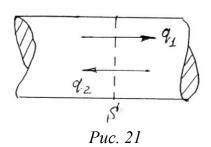
Характеристики электрического тока и условия его существования. – Разность потенциалов, электродвижущая сила, напряжение. – Закон Ома. – Закон Джоуля – Ленца. – Законы Кирхгофа.

# 4.1. Характеристики электрического тока и условия его существования

В электростатике изучались явления, обусловленные неподвижными зарядами. Если по какой-либо причине возникает упорядоченное движение зарядов и через некоторую поверхность переносится заряд, отличный от нуля, то говорят, что возникает электрический ток.

Если в проводнике создать электрическое поле, то под действием этого поля электрические заряды

придут в упорядоченное движение. Положительные заряды будут двигаться в направлении поля, отрицательные — в противоположном (рис. 21). Такое упорядоченное движение зарядов в проводнике называется током проводимости.



В диэлектриках в моменты появления или исчезновения электрического поля происходит смещение микрозарядов в молекулах. В этом случае также происходит упорядоченное перемещение зарядов, т.е. возникает электрический ток, который называется током поляризации.

Перемещая заряженные твёрдые или жидкие тела, создаём упорядоченное движение заряда, т.е. электрический ток, называемый конвекционным.

Электрический ток может вызываться как движением положительных, так и движением отрицательных зарядов. Так, если через сечение S протекает  $q_1$  положительных зарядов, кроме того, в то же время справа налево протекает  $q_2$  отрицательных зарядов, то  $q = q_1 + q_2$ . За положительное направление электрического тока принимается направление движения положительных зарядов.

Количественной характеристикой электрического тока служит сила тока — величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени. Если за время dt через поверхность переносится заряд dq, то сила тока I равна:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Для постоянного тока — тока, в котором сила тока и направление с течением времени не меняются, сила тока равна  $I=\frac{q}{t}$ , где q — электрический заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t.

Единицей силы тока является ампер (A). Ампер — сила неизменяющегося тока, который проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы на участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную 2 •10<sup>-7</sup> Н.

За направление тока принимается направление, в котором перемещаются положительные заряды, или направление, противоположное направлению движения отрицательных зарядов. Свободные заряды, которые перемещаются в среде, называются носителями тока.

Электрический ток может быть распределён неравномерно по поверхности, через которую он течёт. Более детально ток можно охарактеризовать с помощью вектора плотности тока  $\vec{j}$  . Пусть заряженные частицы движутся в определённом направлении со скоростью  $\vec{u}$  .

Вектором плотности тока j называется вектор, по направлению совпадающий с направлением скорости положительных зарядов (или против направления скорости отрицательных зарядов), а по абсолютной величине равный отношению силы тока dI через элементарную площадку  $dS_{\perp}$ , расположенную в данной точке пространства перпендикулярно к направлению движения носителей, к её площади:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

Число носителей тока n в единице объёма называется плотность носителей тока. Заряд отдельного носителя будет обозначаться e. Если свободными зарядами являются, например, электроны, а положительные заряды неподвижны (это имеет место в металлах), то плотность носителей будет совпадать с числом свободных электронов в единице объёма.

Вектор плотности тока можно выразить через плотность носителей тока n и скорость их движения u. Количество заряда, перенесённого за время dt через некоторую поверхность S, перпендикулярную к вектору скорости, равно  $dq = n \ e \ u \ dt \ S$ . За время dt площадку S пересекут все свободные заряды в параллепипеде с основанием S и длиной  $u \ dt$ . Если площадка S достаточно мала, то плотность тока в её пределах можно считать постоянной, и тогда

$$j = \frac{I}{S} = \frac{dq}{Sdt} = \frac{n \ e \ u \ dt \ S}{S \ dt} = n \ e \ u$$

В векторной форме

$$\vec{j}=ne\vec{u}$$

Сила тока через произвольную поверхность

$$I = \int_{S} \vec{j} \ d\vec{S}$$

Электрический ток, обусловленный движением свободных зарядов в проводниках различной природы, называется током проводимости. Свободные заряды в проводнике испытывают столкновения с атомами проводника. За время «свободного пробега т между двумя столкновениями заряд в проводнике приобретает направленную скорость вдоль внешнего электрического поля

$$\vec{u} = \vec{w} \; \tau = \frac{e\vec{E}}{m_0} \; \tau$$

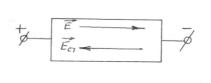
где  $\vec{W}$  - ускорение частицы;  $\vec{E}$  - напряжённость электрического поля в проводнике. После очередного столкновения скорость теряется. Затем, до следующего столкновения происходит новое наращивание направленной скорости.

Условиями существования тока является наличие: а) свободных зарядов; б) электрического поля внутри проводника, чтобы поддерживать перемещение зарядов.

### 4.2. Разность потенциалов, электродвижущая сила, напряжение

Электрическое поле в проводнике возникает тогда, когда между конечными точками его существует разность потенциалов  $\phi_1 - \phi_2$ . Положительные заряды в проводнике перемещаются от большего потенциала  $\phi_1$  к меньшему  $\phi_2$ . Отрицательные заряды движутся в противоположном направлении.

При перенесении электрических зарядов полем совершается работа, равная  $A_{12} = q(\phi_1 - \phi_2)$ . Чтобы по проводнику электрический ток протекал длительное время, необходимо поддерживать постоянной разность потенциалов между концами проводника. В противном случае положительные заряды будут накапливаться на конце проводника с меньшим потенциалом, а отрицательные скопятся на конце проводника с большим потенциалом, создадут своё противоположное поле и электрический ток прекратится. Для длительного существования тока необходим источник тока, который бы переносил положительные заряды от меньшего потенциала проводника к большему, а отрицательные заряды – от большего потенциала к меньшему. Таким образом, источник тока осуществляет круговорот электрических зарядов в замкнутой электрической цепи. Источник тока имеет два полюса, к которым подключается потребитель тока (проводник). Полюс с более высоким потенциалом называется положительным, а с более низким – отрицательным. Между полюсами источника тока существует разность потенциалов.



Puc. 22

На рис. 22 изображён схематически источник тока. Электрическое поле внутри источника направлено от положительного полюса к отрицательному. На каждый заряд внутри источника тока действует сила F = q E. Под действем этой силы (если бы она была единствен-

ной) электрические заряды пришли бы в движение, и в конце концов электрическое поле внутри источника тока исчезнет. Однако этого не

происходит, т.к. внутри источника тока действуют другие силы, которые переносят положительные заряды от меньшего потенциала к большему, а отрицательные заряды — от большего потенциала к меньшему. Природа этих сил не электрического происхождения. Это так называемые сторонние силы. К ним относят механические, химические, магнитные и др.

При разомкнутом источнике тока сторонние силы производят разделение зарядов до тех пор, пока возникшие электрические силы не уравняют сторонние силы

$$\vec{F}_{cm} + q \ \vec{E} = 0.$$

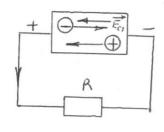
Стороннюю силу  $F_{cm}$ , действующую заряд q, можно представить

$$\vec{F} = q \ \vec{E}_{cm}.$$

Из этих выражений следует, что при разомкнутом источнике то-

ка  $\vec{E} = -\vec{E}_{cm}$ . Сторонние силы не зависят от электрического поля, а только от природы сторонних сил. Поэтому для данного источника тока напряжённость электрического поля сторонних сил — величина постоянная.

Включим в цепь нагрузку R (рис. 23). В проводнике возникнет электрическое поле, по проводнику потечёт электрический ток. Положительные заряды по проводнику пойдут от



Puc. 23

+ к - , отрицательные заряды – в противоположном направлении. Сторонние силы внутри источника тока будут переносить электрические заряды от одного полюса к другому. Положительные – от отрицательного к положительному, а отрицательные – от положительного к отрицательному, создавая круговорот заряда. При этом сторонние силы будут совершать работу

$$A = \int_{cm}^{+} q \, \vec{E}_{cm} \cdot d \, \vec{l} \,,$$

где  $q = q_{-} + q_{+}$ .

Так как на q сторонние силы действуют только внутри источника тока, то работу можно представить как

$$A = \oint \vec{E}_{cm} \cdot d\vec{l}$$
.

Интегрирование производится по замкнутой электрической цепи.

Величина, равная отношению работы сторонних сил по перенесению заряда к величине этого заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС):

$$arepsilon = rac{A_{cmop}}{q}$$

ЭДС измеряется в тех же единицах что и потенциал. В системе СИ вольт, единица электрического напряжения, электродвижущей силы (ЭДС), разности электрических потенциалов. Она названа в честь итальянского учёного А. Вольты (1745 – 1827 г.г.). При ЭДС в 1 В сторонние силы при перемещении одного кулона совершают работу, равную одному джоулю.

Рассмотрим неоднородный участок цепи, содержащий ЭДС  $\varepsilon$ (рис. 24). Электрическое поле в любой точке участка цепи 1-2 равно сумме полей кулоновского  $\vec{E}_{\kappa}$  и поля сторонних сил  $\vec{E}_{cm}$ 

$$\vec{E} = \vec{E}_{\kappa} + \vec{E}_{cm}$$

$$\int_{1}^{2} \vec{E} \, d\vec{l} = \int_{1}^{2} \vec{E}_{\kappa} \, d\vec{l} + \int_{1}^{2} \vec{E}_{cm} d\vec{l} .$$

Интеграл  $\int_{1}^{2} \vec{E}_{\kappa} \, d\vec{l} = \phi_{1} - \phi_{2}$  представляет собой работу куло-

новских сил. Интеграл  $\int\limits^2 \vec{E}_{cm} d\vec{l} = \epsilon$  представляет собой ЭДС источ-

ника тока. Отсюда находим, что работа электрических сил при перенесении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2 равна работе кулоновских сил плюс работа сторонних сил.

$$\int_{1}^{2} \vec{E} \, d\vec{l} = A_{12} = \varphi_{1} - \varphi_{2} + \varepsilon_{1}$$

Эта работа обозначается U и называется напряжением

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon$$
.

Напряжение измеряется в единицах потенциала. Из этого выражения следует:

1. При разомкнутом источнике тока электрический ток равен нулю I=0, т.е. электрические заряды не переносятся. Работа по перенесению электрических зарядов равна нулю. Следовательно, U=0, откуда

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \varepsilon$$
.

Электродвижущая сила равна разности потенциалов между полюсами разомкнутого источника тока.

- 2. При замкнутом источнике тока работа кулоновских сил по замкнутому контуру равна нулю, т.е. ЭДС источника тока равна напряжению в замкнутой цепи  $U = \varepsilon$ .
- 3. В проводнике, в котором нет источника тока, напряжение равно разности потенциалов  $U=\phi_1-\phi_2$ .

### **4.3.** Закон Ома

При различных напряжениях на концах проводника по проводнику текут различные токи. На основании многочисленных опытов немецкий физик Георг Ом в 1827 году установил, что при постоянной температуре отношение напряжения на концах проводника к току в нём является постоянной величиной

$$\frac{U}{I} = R$$
.

Величину R, характеризующую данный проводник, Ом назвал сопротивлением проводника. Величина сопротивления проводника зависит от его размеров и формы, химической природы вещества и от температуры. Величина, обратная сопротивлению, называется электропроводностью или просто проводимостью.

Если проводник однороден, т.е. изготовлен из однородного материала, сечение проводника остаётся по всей длине постоянным, то его сопротивление определяется уравнением

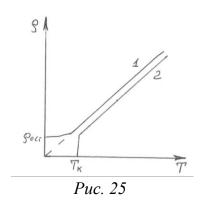
$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где l — длина проводника; S —сечение проводника;  $\rho$  — удельное сопротивление, которое зависит от химической природы и температуры проводника. Если проводник неоднороден ни по химическому составу, ни по сечению, то сопротивление определяется выражением

$$R = \int_{0}^{l} \frac{\rho}{S} dl.$$

Удельным сопротивлением называется сопротивление проводника, длиной в один метр и поперечным сечением один квадратный метр.

Температурная зависимость удельного сопротивления даётся законом  $\rho_t = \rho_0 (1+\alpha t)$ , где  $\rho_t$  и  $\rho_0$  – удельные сопротивления при температурах t и 0  $^0$ C;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления. Он может быть как положительным, так и отрицательным, т.е. для некоторых материалов удельное сопротивление может с увеличением температуры уменьшаться. Для многих чистых металлов  $\alpha$  можно принять равным 0,004; так для серебра  $\alpha$  = 0,004, для меди



 $\alpha$ =0,0041, для алюминия  $\alpha$ =0,0039, для свинца – 0,0042. Для сплавов, растворов  $\alpha$  принимает следующие значения: для константана  $\alpha$ =0,00001, никелина  $\alpha$ =0,00002, для угля  $\alpha$ =0,0003.

При низких температурах в металлах происходит отступление от температурной зависимости. В большинстве случаев температурная зависимость  $\rho$  следует кривой 1 (рис. 25). Величина  $\rho_{\text{ост}}$  в сильной степени за-

висит от чистоты металла и наличия остаточных механических напряжений в проводнике.

Зависимость сопротивления металлов от температуры используют в различных измерительных и автоматических устройствах. Наиболее важным из них является термометр сопротивления. Он представляет собой сопротивление из платиновой проволоки, которое включают в схему моста в качестве одного из плеч. Сопротивление платины весьма постоянно во времени и хорошо изучено в широком

интервале температур. Поэтому, измеряя сопротивление платиновой проволоки, можно очень точно измерить и температуру. Термометры сопротивления обладают тем важным достоинством, что могут служить как при очень низких, так и при высоких температурах, при которых применение обычных жидкостных термометров невозможно.

У металлов ртути, свинца, цинка, алюминия и др., а также у ряда сплавов при температуре несколько градусов удельное сопротивление скачком обращается в нуль. Это явление получило название сверхпроводимость. Для каждого сверхпроводника имеется своя критическая температура  $T_{\kappa p}$ , при которой он переходит в сверхпроводящее состояние. Температурная зависимость для сверхпроводников указана на рисунке кривой 2. Следует отметить, что в магнитном поле сверхпроводящее состояние проводника нарушается. Причём для разрушения сверхпроводящего состояния при понижении температуры требуется большая магнитная напряжённость.

В случае, если на участке отсутствует ЭДС, то  $U_{12}=\phi_1-\phi_2$ . Можно показать, что  $U_{12}=I$  R, где R – полное сопротивление цепи, и тогда

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$
.

Это уравнение выражает закон Ома для неоднородного участка цепи (с ЭДС). Он также называется обобщённым законом Ома.

Закон Ома для замкнутой цепи сопротивление источника тока будет r, а сопротивление внешней цепи R. Тогда напряжение в цепи равно сумме напряжений на внутреннем сопротивлении и внешнем

$$U = I r + I R$$
,

откуда 
$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$
.

Выразим закон Ома через напряжённость E.

Получим 
$$I = \frac{S}{\rho} E$$
.

 $j = \frac{I}{S} = \frac{\mathcal{L}}{\rho} \,.$  Откуда находим плотность тока  $j = \sigma E$ . Величина, обратная удельному сопротивлению, есть проводимость проводника  $\sigma$ ,  $j = \sigma E$ . Так как направление вектора плотности тока  $\vec{j}$  совпадает

с направлением движения положительных зарядов, а напряжённость  $\vec{E}$  имеет то же направление, то мы можем записать в векторной форме  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ . Это закон Ома в дифференциальной форме, который утверждает следующее: электрическое поле в проводнике напряжённостью  $\vec{E}$  приводит свободные заряды в упорядоченное движение, которые создают электрический ток плотностью  $\vec{j}$ .

## 4.4. Закон Джоуля – Ленца

Известно, что при пропускании электрического тока через проводник температура его повышается. Внутренняя энергия увеличивается. Изменение внутренней энергии проводника определяется работой электрического тока. К концам проводника подводится напряжение U, которое равно работе перенесения единичного заряда с одного конца проводника на другой.

Если переносится заряд q, то работа по перенесению заряда q с одного конца проводника на другой равна  $A=q\ U$ . Подставляя значе-

ние q из  $I=\frac{q}{t}$  в это выражение, получаем  $A=\Delta$  W=I U t. Это есть работа, которую совершает электрический ток и которая идёт на увеличение внутренней энергии проводника и представляет собой закон Джоуля-Ленца в интегральной форме: работа, совершаемая электрическим током, равна произведению силы тока на напряжение и время действия электрического тока.

Закон Джоуля-Ленца можно выразить через сопротивление R проводника. Тогда  $A=I^2R$  t или  $A=(U^2t)/R$ .

Выразим закон Джоуля-Ленца через напряжённость E поля в проводнике. Подсчитаем, на какое количество увеличится внутренняя энергия единицы объёма проводника за одну секунду.

В уравнение  $A = \Delta W = I U t$  подставим значение U = E l и сопротив-

лене R из уравнения  $R = \rho \frac{l}{S}$ , получим

$$\Delta W = \frac{E^2}{\rho} t \, l \, S.$$

Изменение внутренней энергии в единице объёма и за одну секунду

$$w = \frac{\Delta W}{t \, l \, S} = \frac{E^2}{\rho}$$
или  $w = \sigma E^2$ .

Это и есть закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

## 4.5. Законы Кирхгофа

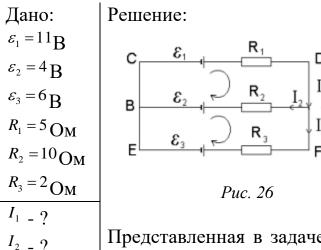
Первый закон Кирхгофа. Рассмотрим развлетвлённую электрическую цепь. Пусть в некоторой точке цепи подходит несколько проводников, по которым текут электрические токи. Точка, в которой соединены три и более проводника называют узлом. Токи, которые подходят к узлу, обозначим положительными; токи, которые выходят из узла — отрицательными. Первый закон Кирхгофа утверждает, что алгебраическая сумма токов, подходящих к узлу электрической цепи,

равна нулю  $\sum_{i=0}^{n} I_i = 0$ . Если бы этого не было, то в узле накапливались бы заряды, что привело бы в конце концов к прекращению электрического тока.

Второй закон Кирхгофа. Во всяком замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжений на отдельных участках контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_{i=0}^n I_i \cdot R_i = \sum_{i=n}^n \varepsilon_i.$$

Применение законов Кирхгофа рассмотрим на следующем примере. В схеме, изображенной на рисунке 26  $\epsilon_1$  = 11 B,  $\epsilon_2$  = 4 B,  $\epsilon_3$  = 6 B,  $R_1$  = 5 Oм,  $R_2$  = 10 Ом,  $R_3$  = 2 Ом. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало. Определить силы  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , текущих через сопротивления.



 $I_3$  \_  $\gamma$ 

Представленная в задаче схема постоянного тока, может быть рассчитана на основе законов Кирхгофа. Для применения законов Кирхгофа выделим два замкнутых контура ABCD и AFEB.

Зададим направление обхода этих замкнутых контуров по часовой стрелке как показано на рис. 26. Также будем рассматривать узел схемы A, в котором сходятся (или вытекают) токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ .

По первому закону Кирхгофа для токов узла А следует уравнение:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 (1).$$

В данном выражении учитывалось правило знаков: ток втекающий в узел — положителен, ток вытекающий из узла — отрицателен. По второму закону Кирхгофа для контуров ABCD и AFEB имеем, соответственно:

$$J_1 \cdot R_1 + J_2 \cdot R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \tag{2}$$

$$-J_2 \cdot R_2 + J_3 \cdot R_3 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \tag{3}$$

В выражениях (2) и (3) учитывалось правило знаков, определяемое выбранным направлением обхода контура.

Подставляя известные численные значения сопротивлений участков цепи и ЭДС источников тока в уравнения (1) - (3), получим:

$$\begin{cases} 1 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 = 0 \\ 5 \cdot I_1 + 10 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = 7 \\ 0 \cdot I_1 - 10 \cdot I_2 + 2 \cdot I_3 = -2 \end{cases}$$
(4)

Таким образом, получается система трех линейных уравнений с тремя искомыми неизвестными  $I_1,\ I_2,\ I_3.$  Решение такой системы дается формулами Крамера:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \ I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \ I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$
 (5)

где  $\Delta$  - определитель системы (4),  $\Delta_1$  - определитель при первом неизвестном  $I_1$ ,  $\Delta_2$  - определитель при втором неизвестном  $I_2$ ,  $\Delta_3$  - определитель при третьем неизвестном  $I_3$ .

На основе значений коэффициентов системы уравнений (4) следует:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 10 & 0 \\ 0 & -10 & 2 \end{vmatrix} = 80 \tag{6},$$

$$\Delta_{1} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 7 & 10 & 0 \\ -2 & -10 & 2 \end{vmatrix} = 64 \tag{7}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 24 \tag{8},$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & 10 & 7 \\ 0 & -10 & -2 \end{vmatrix} = 40 \tag{9}$$

Из выражений (5) - (9) для величин сил токов получается:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{64}{80} = 0.8 \text{ A}, \ I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{24}{80} = 0.3 \text{ A}, \ I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{40}{80} = 0.5 \text{ A}.$$

$$Other: I_1 = 0.8 \text{ A}, \ I_2 = 0.3 \text{ A}, \ I_3 = 0.5 \text{ A}.$$

#### **Tecm**

- 1. Назовите характеристики электрического тока.
- 2. Сформулируйте закон Ома в локальной форме.
- 3. Сформулируйте закон Джоуля Ленца в локальной форме.
- 4. Сформулируйте обобщённый закон Ома для участка цепи с ЭДС.
  - 5. Какие затруднения имеются в классической теории металлов?
  - 6. Сформулируйте правила Кирхгофа.

- 7. Через поперечное сечение контактного провода за 2 с проходит  $6 \cdot 10^{21}$  электронов, и в проводе протекает ток, равный
  - 1) 133 A; 2) 480 A; 3) 48 A; 4) 600 A.
- 8. Какова плотность тока в обмотке возбуждения двигателя тепловоза, если площадь поперечного сечения провода равна  $110 \text{ мм}^2$ , а номинальная сила тока 770 A?
  - 1)  $7 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$ ; 2)  $700 \text{ A/m}^2$ ; 3)  $7 \text{ A/m}^2$ ; 4)  $7 \cdot 10^3 \text{ A/m}^2$ .
- 9. Сила тока, протекающего через резистор, равна 2 А, при этом на нём за каждые 3 с выделяется количество теплоты Q = 24 Дж. Сопротивление резистора равно
  - 1) 1,3 Om; 2) 2 Om; 3) 4 Om; 4) 36 Om.
- 10. Сколько энергии израсходовала электрическая лампа накаливания за 5 мин при напряжении 220 В, если её сопротивление равно 440 Ом?
  - 1) 150 Дж; 2) 150 кДж; 3) 33 Дж; 4) 33 кДж.

## Вопросы для самоконтроля

- 1. Что называется электрическим током и каковы условия существования тока проводимости?
  - 2. Дайте определение единице силы тока 1 А.
- 3. В чём физический смысл плотности тока? В каких единицах в системе СИ он измеряется?
- 4. Приведите примеры применения закона Джоуля Ленца в технике.
  - 5. Какова физическая природа сторонних сил?
  - 6. Каков смысл ЭДС, напряжения и разности потенциалов?
  - 7. Дайте определение единице напряжения 1 В.

# **5.** КЛАССИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ

Природа проводимости металлов. — Классическая теория электронной проводимости металлов. — Закон Видемана — Франца.

# 5.1. Природа проводимости металлов

Металлы являются проводниками электрического тока. Что является носителями зарядов в них? Ряд опытов на этот вопрос дают определённый ответ.

- 1. Опыт Г.Л. Мандельштами и Н.Д. Папалекси. В 1913 году русские советские учёные Мандельштам и Папалекси провели следующий опыт. Они взяли катушку с намотанным на неё проводом, концы которого присоединили к телефонной трубке. Привели катушку в быстрые крутильные колебания вокруг оси катушки. При каждом изменении направления катушки в телефонной трубке слышался треск, который может создать только переменный электрический ток. Этот опыт показал, что носители электрических зарядов в металле могут совершать инерционные движения, т.е. могут свободно перемещаться в металле.
- 2. Опыт Т. Толмена и Ч. Стюарта. В 1916 году американские учёные Толмен и Стюарт поставили опыт, в котором определили носителей зарядов в металле. Катушка, которая намотана из тонкого провода приводилась во вращение с угловой скоростью  $\omega$ . Свободные носители зарядов вместе с катушкой совершали движения с линейной скоростью  $v = \omega r$ , где r радиус катушки. Затем катушка резко тормозилась, а «носители зарядов» по инерции продолжали двигаться, создавая электрический ток, который регистрировался баллистическим гальванометром, который измеряет заряд, прошедший через него.

По направлению электрического тока определили, что электрический ток в металле создаётся отрицательными зарядами. Этот опыт позволил определить отношение электрического заряда к массе частиц, создающих электрический ток в металле:

$$\frac{e}{m} = \frac{vl}{qR},$$

где e — заряд электрона; m — масса электрона; l — длина провода катушки; R — сопротивление провода; q — количество электричества, прошедшего через гальванометр.

e

В этих опытах для всех исследуемых металлов отношение m с хорошей степенью точности было одинаковым и близким по значе-

e

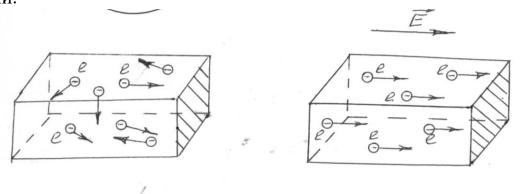
нию к отношению m электрона. Таким образом, доказывается, что в металлах имеются свободные электроны и что электрический ток в

металлах представляет собой упорядоченное движение этих электронов.

В проводниках имеются свободные электрические заряды. Носителями этих зарядов являются различные частицы. В металлах носителями свободных зарядов являются электроны. Металлы в твёрдом состоянии, как известно, обладают вполне определённой кристаллической структурой. Поэтому всякий металл следует рассматривать как пространственную кристаллическую решётку, в узлах которой расположены положительно заряженные атомы данного элемента (ионы). В пространстве же между этими ионами находятся свободные, т.е. не связанные со своими атомами, электроны. Совокупность таких электронов называют электронным газом. Отрицательный заряд свободных электронов по абсолютной величине равен положительному заряду решётки, поэтому в обычных условиях металл электрически нейтрален.

Тепловое движение ионов в пространственной решётке в обычных условиях температуры и давления сводится лишь к более или менее интенсивным колебаниям около положений равновесия, но общий порядок в расположении ионов сохраняется.

В отсутствии поля свободные электроны в металле находятся в беспорядочном движении; причём их скорости, как и скорости молекул, зависят от температуры металла (рис. 27). Вследствие беспорядочного характера движения электронов переноса электрического заряда в каком-либо преимущественном направлении не получается. Но если внутри металла создать электрическое поле, приложив к концам куска металла напряжение, то под влиянием сил электрического поля все свободные электроны получат ускорение в определённом направлении.



Puc. 27

В их беспорядочном движении появится преимущественное направление движения, которое и обусловит ток в металле. Поддерживая постоянное напряжение на концах проводника, мы получим постоянное передвижение электронов в определённом направлении, т.е. постоянный ток. Для объяснения существования свободных электронов необходимо предположить, что атомы металла частично диссоциированы на электроны и положительные ионы. На один атом одновалентного металла приходится один свободный электрон. Число свободных электронов в единице объёма можно подсчитать по формуле

$$n = \frac{\rho}{A} N_0,$$

где  $\rho$  – плотность металла; A – атомный вес;  $N_0$  – число Авогадро. Например, для меди это число будет равно

$$n = \frac{8,98 \cdot 10^3}{63.57} \, 6,02 \cdot 10^{26} = 8,5 \cdot 10^{28} \, \text{m}^{-3}.$$

Видно, что концентрация свободных электронов достаточно высока.

Оценим порядок средней скорости упорядоченного движения электронов. Скорость найдём из:

$$v = \frac{j}{e n}$$
.

Для изолированного медного провода сечением в 1 мм $^2$  допустимая плотность тока  $j=1,1\ 10^7\ (A/m^2)$ . Подставим эти значения, получим

$$v = \frac{1,1.10^7}{1.6.10^{-19} \cdot 8.85.10^{28}} = 0,001 \left(\frac{M}{c}\right) \approx 0,1(cM/c).$$

Известно, что скорость распространения электрического тока порядка  $10^8$  (м/с), а скорость движения электронов 0,1 (см/с). Упорядоченное движение электронов совершается под действием поля  $\vec{E}$ . Там, где возникло поле  $\vec{E}$ , мгновенно возникает упорядоченное движение электронов, т.е. электрический ток. А электрическое поле в проводнике распространяется со скоростью порядка  $10^8$  (м/с), следовательно, и ток распространяется с этой же скоростью.

## 5.2. Классическая теория электронной проводимости металлов

Свободные электроны или электроны проводимости имеют плотность порядка  $10^{28}$  м<sup>-3</sup>. Как показывает опыт, свободные электроны при обычных температурах практически не выходят из металла. Из этого следует, что на границе металл-вакуум (окружающее пространство) должно существовать электрическое поле, которое не позволяет электронам покидать металл.

Есть две причины возникновения эиого поля. Первая причина состоит в том, что вылетевший электрон из металла всегда индуцирует себе равный положительный заряд, взаимодействие с которым и удерживает свободный электрон в металле.

Вторая причина возникновения поля заключается в образовании над поверхностью металла электронного облака, плотность которого быстро убывает на расстоянии, соизмеримом с размерами атома.

Так как электронное облако заряжено отрицательно, то сам металл относительно облака заряжен положительно. Таким образом, у поверхности металла образуется двойной электрический слой, поле которого подобно полю плоского конденсатора. Этот двойной слой в вакууме практически не создаёт поля, но задерживает свободные электроны в металле.

Внутренняя часть металла по отношению к вакууму заряжена положительно до потенциала  $\varphi$ . Потенциальная энергия свободного электрона на границе металл-вакуум имеет значение W=-e  $\varphi$ . Так как  $\varphi>0$ , то W<0. Таким образом, потенциальная энергия электрона в металле относительно какуума отрицательна. Следовательно, свободные электроны металла можно считать находящимися в «потенциальной яме» с плоским дном. Внутри «потенциальной ямы» (внутри металла) электроны движутся без воздействия сил. Действие сил проявляется только при выходе электрона из «потенциальной ямы» (из металла). При таком приближении мы пренебрегаем взаимодействием свободных электронов как с ионами решётки, так и между собой, т.е. свободные электроны в металле представляют собой идеальный газ. Поэтому немецкий физик Пауль Друде предложил использовать для описания их поведения известные формулы кинетической теории газов (классическая статистика Максвелла-Больцмана).

В отсутствии внешнего поля  $\vec{E}$  средняя скорость электронов относительно решётки равна нулю. При включении внешнего электрического поля  $\vec{E}$  мы будем считать, что в промежутках между столкновениями с другими электронами и ионами электроны движутся по законам материальных частиц под воздействием только одной силы внешнего поля  $\vec{E}$ . Под воздействием внешнего поля  $\vec{E}$  электроны приобретают некоторую добавочную скорость V, параллельную силе  $e \vec{E}$ , происходит во время свободного полёта электрона между двумя последовательными столкновениями его с ионами решётки. При каждом столкновении направление и величина скорости электрона меняется по случайному закону. Тогда непосредственно после столкновения среднее значение скорости V равно нулю.

Столкновения между свободными электронами не влияют на их среднюю скорость, так как при соударении двух тел одинаковой массы векторная сумма их скоростей не изменяется в соответствии с законом сохранения импульса.

Добавочная скорость электрона определяется из второго закона Ньютона

$$e E = m a$$
,

откуда

$$V_{max} = a \tau = v_{max} = a \tau = \frac{eE}{m} \tau,$$

где т - время полёта электрона от одного столкновения до другого.

Среднее значение скорости упорядоченного движения электрона равно

$$\overline{v} = \frac{0+v_{\text{max}}}{2} = \frac{eE}{2m}\tau$$

С другой стороны, если  $\lambda$  есть длина свободного пробега электрона, то

$$\tau = \frac{\lambda}{u}$$

u - средняя скорость теплового движения электрона в отсутствии внешнего электрического поля. Во всех практически случаях v << u. Поэтому скоростью v можно пренебречь при подсчёте  $\tau$ .

Таким образом, скорость упорядоченного движения свободных электронов под действием внешнего электрического поля равна

$$\overline{v} = \frac{e\lambda}{2mu}E.$$

Для плотности тока получим следующее выражение

$$j = \frac{e^2 n \lambda}{2mu} E.$$

Плотность тока пропорциональна напряжённости внешнего электрического поля. Следовательно, это есть закон Ома в дифференциальной форме.

Электропроводность металла равна

$$\sigma = \frac{e^2 n \lambda}{2mu}.$$

Величина, обратная электропроводимости, есть удельное сопротивление

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{2mu}{e^2 n \lambda}.$$

Столкновения свободных электронов с ионами кристаллической решётки замедляют упорядоченное движение электронов. Это и является причиной электрического сопротивления проводника. Электрическое сопротивление, таким образом, можно рассматривать как некоторое внутреннее трение в газах.

Классическая теория смогла объяснить полученные ранее экспериментально законы Ома и Джоуля-Ленца, но есть и существенные затруднения. Основными являются следующие:

- 1. Теоретическое значение проводимости изменяется с температурой  $\sigma_{\text{теор}} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$ , экспериментальная же зависимость  $\sigma \sim \frac{1}{T}$ .
- 2. Классическая теория не в состоянии объяснить такое явление, как сверхпроводимость.

Имеются и другие затруднения, и в этом недостаточность классической теории.

Современная квантовая теория электропроводимости металлов показывает, что все трудности классической теории связаны с тем, что представление об электронах как идеальном газе является грубым приближением. На самом деле электроны не являются такими свободными, как следует из классической теории.

Развитие квантовой теории показало, что основные трудности электронной теории металлов обуславливаются применением к ним распределения молекул по скоростям Максвелла, в то время как они подчиняются квантовой статистике Ферми-Дирака. В ней показывается, что электроны внутри металла, как и электроны в атоме, могут иметь не любую энергию, а лишь вполне дискретные значения энергии, т.е. энергия электронов квантуется.

## 5.3. Закон Видемана – Франца

В 1853 году немецкими учёными Г. Видеманом и Р. Францем установлена зависимость отношения теплопроводности металлов к их электропроводности от температуры:

$$\frac{K}{\sigma} = C \cdot T,$$

где K — коэффициент теплопроводности; T — абсолютная температура; C — константа. Этот закон хорошо выполняется для большинства металлов при высокой температуре. Электронная теория даёт этому закону следующее объяснение. Электроны проводимости, обладая энергией теплового движения участвуют в переносе энергии в металле, и чем выше концентрация электронов n, от которой зависит электропроводность, тем больше электропроводность металла. Постоянную C можно вычислить, зная коэффициент теплопроводности K и электропроводности  $\sigma$ . В молекулярной физике установлено, что

$$K = \frac{1}{3} \lambda u \rho C_V,$$

где  $\lambda$  — длина свободного пробега; u — скорость теплового движения;  $\rho$  — плотность;  $C_V$  — удельная теплоёмкость при постоянном объёме. Из-

вестно, что 
$$\rho = m n$$
,  $C_V = \frac{3}{2} \frac{R}{\mu}$ ,  $\mu = m N_a$ ,

где m — масса электрона,  $\mu$  — молекулярный вес,  $N_a$  — число Авогадро, R - универсальная газовая постоянная. Тогда K можно выразить как

$$K = \frac{1}{2} \lambda u \, n \, k.$$

Универсальная константа  $C = 1.9 \cdot 10^{-8}$  не зависит от природы материала. Закон Видемана - Франца даёт хорошее согласие с опытом.

#### **Tecm**

- 1. Какие частицы являются носителями электрического тока в металлах?
  - 2. Поясните опыт Т. Толмена и Ч. Стюарта.
  - 3. Что такое электронный газ?
  - 4. Поясните скорость движения электронов в металле.
- 5. Сформулируйте основные положения классической теории электронной проводимости металлов.
- 6. Плотность тока в алюминиевом проводе равна 1 А/мм<sup>2</sup>. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов, предполагая, что число свободных электронов в 1 см<sup>3</sup> алюминия равно числу атомов.
  - 1) 1,0 MM/c; 2) 0,1 MM/c; 3) 5,30 MM/c; 4) 1,0 MM/c.
- 7. Плотность тока в медном проводнике равна 3 А/мм<sup>2</sup>. Найти напряжённость электрического поля в проводнике.
  - 1) 0,05 B/m; 2) 100 B/m; 3) 310 B/m; 4) 730 B/m.
- 8. В медном проводнике объёмом 6 см<sup>3</sup> при прохождении по нему постоянного токаза время 1 минута выделилось количество теплоты 216 Дж. Вычислить напряжённость электрического поля в проводнике.
  - 1) 0.1 B/m; 2) 2 B/m; 3) 4 B/m; 4) 6 B/m.
- 9. Исходя из классической теории электропроводности металлов, определить среднюю кинетическую энергию электронов в металле, если отношение теплопроводности к удельной проводимости равно  $6.7\ 10^{-6}\ B^2/K$ .
  - 1) 9 мэВ; 2) 39 мэВ; 3) 81 мэВ; 4) 8 мэВ.
- 10. Определить объёмную плотность тепловой мощности в металлическом проводнике, если плотность тока 10 А/мм<sup>2</sup>. Напряжённость электрического поля в проводнике равна 1 мВ/м.
  - 1) 5  $\kappa B T/M^3$ ; 2) 2  $\kappa B T/M^3$ ; 3) 3  $\kappa B T/M^3$ ; 4) 10  $\kappa B T/M^3$ .

## Вопросы для самоконтроля

- 1. В чём заключаются допущения теории П. Друде?
- 2. Какие основные затруднения испытывает классическая теория электропроводности металлов?
  - 3. Сформулируйте закон Видемана-Франца.
  - 4. От каких факторов зависит коэффициент теплопроводности?

## 6. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

Термоэлектронная эмиссия и контактные явления. — Ионизация газа. — Несамостоятельный разряд в газах. — Самостоятельный разряд в газах. — Тлеющий разряд. — Искровой разряд. — Коронный разряд. — Дуговой разряд. — Понятие о плазме.

## 6.1. Термоэлектронная эмиссия и контактные явления

Свободные электроны внутри металла обладают большими энергиями, а потому, когда их скорости направлены к поверхности металла, они, казалось, могли бы вылететь наружу. Между тем самопроизвольное испускание электронов металлом при обычных температурах не наблюдается. Существуют силы, связывающие свободные электроны с металлом, и необходимо, поэтому совершать некоторую работу для удаления электронов из металла. Для того, чтобы вырвать электрон из металла необходимо произвести определённую работу по преодолению сил, втягивающих электрон в металл, которая равна глубине потенциальной ямы  $A = e \ \varphi$ . Эта работа называется работой выхода электрона из металла. Для различных металлов работа выхода различна и изменяется в пределах от 1 до 5 эВ. Электронвольт — это внесистемная единица энергии, которая применяется для измерения энергии микрочастиц, имеющих электрический заряд 1 эВ = 1, 6  $10^{-19}$  Дж.

Условие, при котором электрон может вылететь из металла, имеет вид

$$\frac{m_e v_n^2}{2} \ge e u,$$

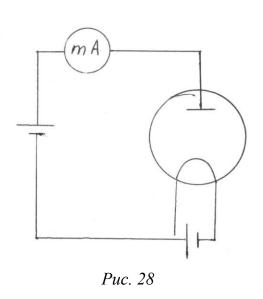
где  $m_e$  — масса электрона;  $v_n$  — проекция скорости электрона на направление нормали к поверхности металла.

Энергия, необходимая для совершения работы выхода, может быть сообщена электронам различными способами: нагреванием металла, действием на него света, бомбардировкой металла атомами или положительными ионами и др.

Выход электронов из металла называется эмиссией электронов. В зависимости от того, каким способом сообщена электронам энергия, различают разные типы эмиссии. Эмиссия электронов может осуществляться следующими способами. 1. Под воздействием ударов частиц (электронов и ионов) о поверхность металла. Это - так называемая вторичная термоэмиссия. 2. Под воздействием падающего на металл света — фотоэмиссия или фотоэлектрический эффект. 3. В результате теплового движения свободных электронов в металле. Эмиссия, осуществляемая в результате теплового движения электроном, называется термоэлектронной эмиссией.

Классическая электронная теория объясняет термоэлектронную эмиссию следующим образом. При высоких температурах средняя

кинетическая энергия теплового движения электронов, равная  $\frac{3}{2}kT$ ,



становится соизмеримой с работой выхода электрона из металла. Поэтому часть свободных электронов покидает металл, образуя около его поерхности электронное облако. Электрическое поле, созданное электронным облаком, в каждой точке пространства будет иметь потенциал  $\varphi$  (x, y, z) являющийся функцией координат.

Для наблюдения термоэлектронной эмиссии может служить вакуумная лампа (диод) (рис. 28),

содержащая два электрода: один в виде проволоки из тугоплавкого материала (вольфрам, молибден и др.), раскаливаемой током (катод), и другой, холодный электрод, собирающий термоэлектроны (анод). Аноду чаще всего придают форму цилиндра, внутри которого расположен накаливаемый катод. Если составить электрическую цепь, содержащую вакуумный диод, источник напряжения и миллиампер-

метр, то при холодном катоде ток в цепи не возникнет, так как сильно разреженный газ внутри диода (вакуум) не содержит заряженных частиц, и поэтому электропроводность диода практически равна нулю. Если же раскалить катод диода при помощи дополнительного источника тока до высокой температуры, то миллиамперметр обнаруживает появление тока.

Если через катод пропустить электрический ток, то он нагреется до температуры T и вокруг него в результате термоэлектронной эмиссии образуется электронное облако. Если температура катода постоянная, то наступает термодинамическое равновесие между электронным облаком и металлом, из которого сделана проволока, т.е. за один и тот же промежуток времени число вылетевших электронов из металла будет равно числу электронов, вернувшихся в металл.

Как известно, плотность идеального газа, находящегося в равновесии при температуре T в потенциальном поле сил, определяется законом Больцмана

$$n = n_0 e^{-\frac{W - W_0}{kT}},$$

где n и  $n_0$  — число частиц в единице объёма в точках пространства с потенциальными энергиями W и  $W_0$ .

В соответствии с нашими представлениями об электронном газе (теория П. Друде) в металле приэлектродную эмиссию можно описать вышеприведённым законом Больцмана, приняв за  $n_0$  число электронов в единице объёма внутри металла, n число электронов в единице объёма электронного облака. Потенциальная энергия электронов внутри металла, соединённого с землёй, определяется  $W_0 = -e \ \varphi_0$ , потенциальная энергия в электронном облаке равна  $W = e \ \varphi$ . Потенциал поверхности заземлённого металла равен нулю.

Откуда имеем

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{(\varphi - \varphi_0)e}{kT}}.$$

Потенциал  $\phi$  является функцией координат. Следовательно, и плотность электронов n вне металла будет также функцией координат.

Так как  $\varphi_0 > 0$ , а  $\varphi < 0$ , и потенциал поверхности металла равен нулю, то наибольшая плотность электронного облака будет у поверхности металла и равна

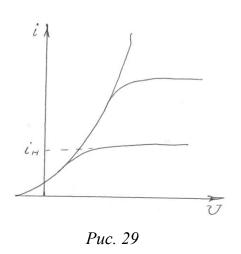
$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{\varphi_0 e}{kT}}.$$

Из этого выражения видно, что для усиления термоэлектронной эмиссии необходимо повышать температуру металла или взять металл с меньшей работой выхода.

## 6.2. Зависимости термоэлектронной эмиссии

Известно, что ток в цепи вакуумного диода появляется только в том случае, если положительный полюс батареи соединён с анодом, а отрицательный - с катодом. Если же изменить знак разности потенциалов, приложенной к диоду, то тока в цепи не будет, как бы сильно мы ни раскаляли катод. Это обстоятельство показывает, что катод испускает отрицательные частицы, т.е. электроны, и что положительные ионы не покидают металл в заметном количестве.

Кривая зависимости анодного тока от анодного напряжения в диоде показана на (рис. 29). Сила термоэлектронного тока в диоде зависит от величины потенциала анода относительно катода. Кривая, изображающая зависимость силы тока в диоде от анодного напряжения (ВАХ вольтамперная характеристика - вольтамперная характери-



стика) показывает, что когда потенциал анода равен нулю, сила тока через диод мала и электронное облако отталкивает вылетающие из катода электроны и большую часть их возвращает обратно. Однако небольшому числу электронов удаётся долететь до анода, в результате чего в анодной цепи будет течь слабый ток. При увеличении положительного потенциала на аноде сила

тока возрастаетрастает в соответствии с кривой. При дальнейшем возрастании анодного напряжения сила тока достигает некоторого максимального значения  $i_{\scriptscriptstyle H}$ , называемого током насыщения диода.

Мы видим, что ВАХ электронной лампы оказывается нелинейной, а , следовательно, электронная лампа представляет собой пример проводника, не подчиняющегося закону Ома. Зависимость тока диода i от потенциала анода U имеет вид

$$i=CU^{3/2}$$

где С - постоянная, характеризующая размеры и форму электродов, не зависит от температуры катода. Эта формула носит название закона Богуславского-Ленгмюра или "закона 3/2".

Например, для плоского диода

$$C = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \frac{S}{d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}}$$

где e/m - удельный заряд электрона, d- расстояние между катодом и анодом, S - поверхность катода.

Число электронов в металле, способных преодолеть потенциальный барьер на поверхности и выйти в вакуум, быстро увеличивается при повышении температуры. Поэтому и плотность тока насыщения очень сильно зависит от температуры. Расчёт показывает, что эта зависимость выражается формулой Ричардсона - Дешмана

$$j_{H} = BT^{2} \exp(-\varphi_{0} e/kT)$$

3десь B - постоянная, которая для разных металлов.

Эмиссия электронов из металлов наблюдается также под действием очень сильного электрического поля. Для наблюдения этого явления может служить хорошо откачанная трубка, содержащая два металлических электрода - катод и анод. В качестве катода применяют электрод с очень малой поверхностью (острие), а анод, напротив, делают большим. В этом случае линии напряжённости электрического поля сильно сгущаются возле катода, и напряжённость поля у поверхности катода, даже при умеренных напряжениях, становится очень большой. Если постепенно повышать напряжение между катодом и анодом, то при напряжённости поля у катода  $10^{7-10^8}$  В/м в трубке возникает слабый ток, который обусловлен электронами, испускаемыми катодом; сила этого тока быстро увеличивается с увеличением напряжения. Ток возникает даже при холодном катоде, поэтому описанное явление получило название холодной эмиссии (его

даже называют автоэлектронной эмиссией). При дальнейшем повышении напряжения катод начинает сильно нагреваться и испаряться и в трубке возникает газовый разряд.

Возникновение автоэлектронной эмиссии объясняется тем, что сильное электрическое поле у катода изменяет потенциальный барьер на поверхности металла. Это изменение сводится, во-первых, к понижению высоты барьера (уменьшению работы выхода) и, во-вторых, к уменьшению толщины барьера. Эти обстоятельства приводят к увеличению вероятности прохождения электронов через поверхностный потенциальный барьер. Если деформация потенциального барьера достаточно велика, то уже при низкой температуре заметная доля электронов проводимости оказывается в состоянии выйти из металла, и тогда возникает автоэлектронная эмиссия.

### 6.3. Ионизация газа

Газы при не слишком высоких температурах и при давлениях, близких к атмосферному, являются хорошими изоляторами. Изолирующими свойствами атмосферного воздуха широко использует электротехника. Это, например, воздушная электропроводка без изоляции: провода линий электропередач, троллейбуса и др.

Известно, что атом электрически нейтрален. В нём содержатся одинаковые количества положительного и отрицательного электричества. Положительные заряды находятся в ядре атома, а отрицательно заряженные электроны движутся около ядра. Если от атома оторвать один или несколько электронов, то остаток атома будет заряжен положительно. Как говорят, остаток атома представляет собой положительно заряженный ион. Оторванные от атома электроны свободны. В том случае, если к нейтральному атому присоединяются электроны, то образуются отрицательно заряженные ионы.

В электрическом поле эти заряженные частицы, ионы и электроны, придут в упорядоченное движение и создадут электрический ток.

Процесс образования ионов называется ионизацией, а возбудителей ионизазации — ионизаторами. В качестве ионизаторов могут выступать: высокая температура газа, рентгеновские лучи, ультрафиолетовые лучи,  $\alpha$ - и  $\beta$ - частицы,  $\gamma$ -лучи, возникающие при радиоак-

тивном распаде, бомбардировка атомов газа быстродействующими электронами или ионами.

Для ионизации атома (отрыва электрона от атома) необходима определённая энергия — энергия ионизации  $A_i$ . Энергию ионизации принято измерять в электронвольтах. В качестве примера в таблице приведены значения энергии ионизации некоторых веществ в джоулях и электронвольтах.

Таблица 2

Вещество	$A_i$ , Дж	$A_i$ , $\mathfrak{I}B$
Водород	$2,18\cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21\cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66\cdot 10^{-18}$	10,4

Рассмотрим более подробно ионизацию газа под действием быстродвижущихся ионов или электронов, получившей название ударной ионизации.

Быстродвижущаяся частица при столкновении с нейтральным атомом может произвести ионизацию атома. Рассмотрим ударную ионизацию одноатомного газа.

Если кинетическая энергия частиц мала ( $W_{\kappa} < A_i$ ), то при столкновении их с атомами произойдут упругие удары, не вызывающие ионизации газа, а только производящие нагревание газа.

Если кинетическая энергия частиц достаточно высока, то про-изойдут неупругие удары, которые повлекут за собой ионизацию газа.

Проведём оценку наименьшей кинетической энергии, которую должна иметь частица, достаточную для ионизации атома газа.

Для сталкивающихся частиц запишем законы сохранения импульса и энергии.

Закон сохранения импульса

$$m\vec{v} = (m+M)\vec{u}$$
.

Закон сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = A_i + \frac{(m+M)u^2}{2}.$$

Эти уранения записаны для случая, когда скорость теплового движения атома много меньше скорости ионизирующей частицы, и

скорость вылетевшего из атома электрона равна скорости движения атома после столкновения. M и m — массы атома и ионизирующей частицы,  $A_i$  — работа ионизации атома. Решая совместно эти два уравнения получаем

$$\frac{mv^2}{2} = A_i(1 + \frac{m}{M}).$$

Из полученного уравнения следует, что минимальная кинетическая энергия ионизирующей частицы должна быть больше энергии ионизации атома.

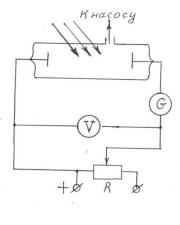
Минимальная кинетическая энергия электрона меньше, чем минимальная энергия иона.

Количественной характеристикой процесса ионизации является интенсивность ионизации, измеряемая числом пар противоположных по знаку заряженных частиц, возникающих в единице объёма за единицу времени.

Одновременно с ионизацией газа в его объёме происходит рекомбинация ионов в нейтральные частицы.

## 6.4. Несамостоятельный разряд в газах

Процесс прохождения электрического тока через газ называется газовым разрядом. Если электропроводность газа создаётся внешним ионизатором, то электрический ток, возникающий в газе, называется несамостоятельным разрядом.



Puc. 30

Рассмотрим установку для исследования несамостоятельного разряда (рис. 30). Из баллона откачивается насосом воздух и в него подаётся исследуемый газ. Напряжение подаётся на катод и анод от источника питания через регулируемое сопротивление. Сила тока в цепи регистрируется гальванометром *G*. На газ, находящийся в баллоне, действует ионизатор, создающий в единице объёма за

одну секунду z пар ионов. В газе одновременно идёт процесс рекомбинации ионов, образование нейтральных молекул. Если в единице объёма находится  $n_0$  ионов каждого знака, то число образовавшихся

нейтральных молекул в единице объёма, в единицу времени будет пропорционально как числу ионов одного знака, так и числу ионов другого знака, т.е.  $B \, n_0^2$ , где B – коэффициент рекомбинации.

При стационарном состоянии  $z = B \cdot n_0^2$ . При наличии тока часть ионов будет отводиться на электроды. При токе i число ионов, нейтрализующихся у электродов, равно i/e.

Если электроды плоские, то при расстоянии d между электродами и площади s, число пар ионов из единицы объёма, каждую секунду уводимых электрическим током, равно

$$\frac{i}{e \, s \, d} = \frac{j}{e \, d}$$
.

При наличии тока стационарное состояние газа характеризуется уравнением

$$z = B n_0^2 + \frac{j}{e d}.$$
 (\*)

Это уравнение показывает, что число пар ионов  $n_0$  в единице объёма зависит от величины электрического тока.

В этих условиях могут быть реализованы два случая.

1. Если плотность тока очень мала, такая, что выполняются условия

$$z >> \frac{j}{e d}; B n_0^2 >> \frac{j}{e d}.$$

В этом случае уравнение (\*) принимает вид  $z = B \cdot n_0^2$ . Это означает, что слабый электрический ток практически не изменяет числа ионов в единице объёма.

В электрическом поле на ион действуют силы eE и противоположно направленная сила трения  $-k_+$   $v_+$ . При установившемся движении, когда  $eE=k_+$   $v_+$ , скорость движения иона

$$v_{+} = \frac{e}{k_{+}} E = b_{+} E.$$

Величина  $\frac{e}{k_{+}} = b_{+}$  называется подвижностью ионов – скорость

ионов при напряжённости поля E, равна единице.

Аналогично можно получить для отрицательных ионов  $v_- = b_- E$ . Таким образом, плотность тока при слабом самостоятельном разряде может быть записана формулой

$$\vec{j} = e \ n_0(b_+ + b_-) \ \vec{E}.$$

Так как величины  $n_0, b_+ u \ b_-$  постоянны, то это выражение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме. Он будет выполнятся до тех пор, пока плотность ионов  $n_0$  не зависит от тока. В этом случае электропроводность газа равна  $\sigma = e \ n_0 (b_+ + b_-)$ .

2. Плотность тока настолько велика, что  $\frac{j}{e \ d} >> B \ n_0^2$ ,

вся убыль ионов практически определяется их нейтрализацией на электродах. При таком условии уравнение (\*) примет вид  $z = \frac{j}{e \ d}$ .

Обозначив плотность тока, удовлетворяющую этому условию  $j_{H}$ , получим  $j_{H} = e \ d \ z$ . Из этого выражения следует, что величина плотности тока насыщения не зависит от напряжённости электрического поля, а следовательно, и от напряжения между электродами. Если ток в газе равен току насыщения, то все ионы, производимые ионизатором, уводятся из газа током и целиком нейтрализуются на электродах.

# 6.5. Самостоятельный разряд в газах

Процесс прохождения электрического тока через газ без воздействия внешнего ионизатора называется самостоятельным разрядом в газе.

При всяком самостоятельном разряде в газе имеет место ионизация газа электронными ударами. Следовательно, при самостоятельном разряде должен существовать непрерывный источник электронов. В противном случае имеющиеся электроны в газе под воздействием поля образуют электронную лавину, которая закончится после того, как ионизирующие электроны долетят до анода, и ток прекратится.

Источниками электронов могут быть вторичная эмиссия электронов с катода, ионизация ионами, внутренняя фотоионизация.

Рассмотрим возникновение самостоятельного разряда за счёт вторичной эмиссии электронов с катода. Вторичная электронная эмиссия — испускание электронов поверхностью твёрдого или жидкого тела при бомбардировке её электронами или ионами. Отношение числа испущенных (вторичных) электронов к числу частиц, вызвавших эмиссию, называется коэффициентом вторичной эмиссии.

Пусть от катода к аноду наблюдается поток электронов. Через единичную площадку, поставленную параллельно потоку, за единицу времени проходит n электронов. Сталкиваясь с нейтральными атомами газа, они производят ионизацию так, что увеличение числа электронов на пути dx пропорционально n, т.е.  $dn = \alpha n \, dx$ , где  $\alpha$  — коэффициент объёмной ионизации. Из этого выражения видно, что величина  $\alpha$  равна числу свободных электронов, образуемых одним электроном при соударениях с нейтральными атомами газа на единичном пути в направлении от катода к аноду.

Если электрическое поле однородно, то коэффициент  $\alpha$  можно считать постоянным. Если принять следующие граничные условия: при x = 0 (у катода)  $n = n_k$  и при x = d (у анода)  $n = n_a$ , получим

$$n_a = n_k e^{\alpha d}$$
.

Эта формула даёт число электронов, попадающих за единицу времени на единицу площади анода. число новых электронов, возникших в объёме газа между анодом и катодом, равно

$$n_a - n_k = n_k (e^{\alpha d} - 1).$$

Этим же числом определяется и число положительных ионов, возникших в объёме газа между катодом и анодом.

Под воздействием электрического поля положительные ионы приобретают кинетическую энергию, достаточную. чтобы при столкновении иона с катодом выбить из катода вторичный электрон. Число вторичных электронов определится уравнением

$$\gamma n_k(e^{\alpha d}-1),$$

где  $\gamma$  — коэффициент пропорциональности. Таким образом, у катода непрерывно, в случае самостоятельного разряда, генерируется число электронов

$$n_k = \gamma \ n_k (e^{\alpha d} - 1),$$
 (\*\*)

откуда  $1 = \gamma \ (e^{\alpha d} - 1)$ . Коэффициенты  $\alpha$  и  $\gamma$  являются функциями напряжённости поля  $\vec{E}$  (они увеличиваются с увеличением значения напряжённости поля). Условие (\*\*) – это условие начала самостоятельного разряда. Был установлен закон, в соответствии с которым пробой происходит при потоянном для каждого газа отношении напряжённости поля к давлению газа:  $\frac{E_n}{P} = const.$ 

## 6.6. Тлеющий разряд

Тлеющий разряд можно наблюдать в баллоне при давлении 0,1 мм рт.ст. При напряжении в несколько сот вольт между электродами в газе возникает самостоятельный тлеющий разряд, сопровождающийся характерным свечением. Непосредственно к поверхности катода примыкает слабо светящаяся розовая плёнка. За ней следует первое тёмное пространство и фиолетовое отрицательное свечение (тлеющее), которое имеет резкую границу со стороны катода и постепенно исчезает со стороны анода. За отрицательным свечением расположено широкое второе или фарадеево пространство. Остальная часть баллона до анода заполнена красным положительным свечением.

Распределение потенциала в тлеющем разряде нелинейно. Большая часть разности потенциалов приходится на область первого тёмного пространства. За катодным падением потенциала тянется область гораздо меньшей напряжённости поля. Напряжение этой области составляет небольшую часть от катодного падения.

Длина первого тёмного пространства, где имеет место катодное падение потенциала, порядка длины свободного пробега молекулы газа. При понижении давления длина первого тёмного пространства увеличивается.

Величина катодного падения потенциала при слабых токах зависит только от материала катода и природы газа. Чем больше энер-

гия ионизации электрона в металле, тем большую величину имеет катодное падение потенциала.

Механизм тлеющего разряда в газе можно объяснить следующими соображениями. Положительные ионы, образующиеся в областях свечения газа, двигаясь к катоду, в первом тёмном пространстве под действием сильного электрического поля, создаваемого катодным падением потенциала, приобретают значительную кинетическую энергию. В результате бомбардировки положительными ионами с поверхности катода выбиваются электроны (вторичная эмиссия).

Кинетическая энергия, которую приобретают электроны вторичной эмиссии при пробеге ими первого тёмного пространства в направлении анода, является достаточной для ионизации газа в области отрицательного свечения. Здесь образуются положительные ионы, необходимые для поддержания разряда.

Таким образом, в тлеющем разряде основные процессы поддерживающие разряд, происходят в первом тёмном пространстве и в области отрицательного свечения. При уменьшении расстояния между электродами изменяется только длина положительного свечения. Если же расстояние между электродами делается равным размерам первого тёмного пространства, то разряд гаснет, так как при этом исчезает слой отрицательного свечения, в которм возникают положительные ионы, необходимые для поддержания разряда.

В тлеющем разряде второе тёмное пространство несколько шире первого, в нём электроны вторичной эмиссии, потерявшие скорость при столкновении с атомами газа, и электроны, образовавшиеся после ионизации, разгоняются электрическим полем.

В положительном столбе пространственно совмещается область разгона электронов с областью ионизации электронным ударом. Газ в положительном столбе сильно ионизирован, не имеет объёмных зарядов и обладает большой проводимостью, поэтому в нём мало падение напряжения.

Самое широкое применение тлеющий разряд нашёл в лампах дневного света. Он происходит в парах ртути. Излучение ртутного пара поглощается слоем люминофора, которым покрыта внутренняя полость трубки. Люминофоры под воздействием поглощаемого излучения сами начинают светиться видимым светом, спектр которого близок к спектру солнечного излучения. Тлеющий разряд также ис-

пользуется для катодного распыления металлов. Вещество катода при тлеющем разряде, вследствие бомбардировки положительными ионами, сильно нагревается в отдельных малых участках и поэтому постепенно переходит в парообразное состояние, а затем оседает на стенках сосуда. Помещая в тлеющем разряде вблизи катода различные предметы, их можно покрыть равномерным слоем металла. Катодное распыление используется для изготовления зеркал, для нанесения различных покрытий и т.д.

## 6.7. Искровой разряд

Искровой разряд возникает, когда напряжение между электродами превышает пробивное напряжение. В соответствии с соотноше-

нием 
$$\frac{E_n}{P}$$
 =  $const$  пробивное напряжение зависит от давления. С уве-

личением давления пробивное напряжение увеличивается. Для воздуха при нормальных условиях пробой начинается в однородном поле с напряжённостью 30 кВ/см. Искровой разряд сопровождается возникновением ярко светящегося извилистого канала искры и звуковыми эффектами. Свечение в искре это результат интенсивной ионизации и вслед за ней рекомбинации. Звуковые эффекты являются следствием резкого повышения давления до сотен атмосфер в результате повышения температуры до 100 кК в местах прохождения разряда.

Начало разряда порождается ударной ионизацией. В пространстве между электродами в газе всегда имеются свободные электроны и ионы. Под действием поля электроны на длине свободного пробега приобретают кинетическую энергию, достаточную для ионизации нейтрального атома. Происходит размножение электронов. Даже один электрон может вызвать лавину электронов, движущихся от катода к аноду. Одновременно с ионизацией газа происходит рекомбинация ионов и электронов в нейтральные молекулы, сопровождающаяся излучением света. Фотоны, опережая лавину электронов, производят фотоионизацию газа, которая является также источником лавины электронов, движущихся от катода к аноду. Между электродами образуется канал (стример) с высокой ионизацией, по которому происходит разряд. Таким образом, в образовании искрового разряда существенную роль играет фотоионизация.

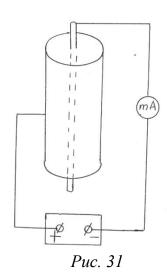
Кроме стримеров, распространяющихся от катода к аноду (отрицательные стримеры), существуют положительные стримеры, движущиеся от анода к катоду.

## 6.8. Коронный разряд

Если напряжение недостаточно для искрового разряда, то у электродов может возникнуть так называемый коронный разряд. Коронный разряд возникает на электродах, поверхность которых имеет большую кривизну (малый радиус). Например, электрод в виде иглы. В этих местах напряжённость электрического поля  $E > E_n$ . В этой части разряда газ светится. Свечение имеет вид короны, окружающей электрод, поэтому этот разряд и назван коронным. В зависимости от

знака электрода говорят о положительной и отрицательной короне. Соотношение  $E > E_n$  существует только в коронирующем слое. Таким образом, коронный разряд представляет собой неполный пробой газового промежутка.

Коронный разряд легко получить, располагая тонкую проволоку внутри металлического цилиндра, радиус которого значительно больше радиуса проволоки. На рис. 31 представлена схема получения коронного разряда. Возле проволоки возникает свечение, имею-



щее вид оболочки или короны, окружающей проволоку, откуда и произошло название разряда.

У отрицательного электрода положительные ионы ускоряются электрическим полем E, бомбардируют электрод и вызывают вторичную эмиссию электронов. Вторичные электроны, ускоряемые полем, ионизируют и возбуждают нейтральные атомы и молекулы газа в коронирующем слое.

В некоронирующем слое электрическое поле недостаточно для того, чтобы сообщить электронам энергию, необходимую для ионизации. В некоронирующем слое газа электроны движутся к аноду, создавая электрический ток. В этой области осуществляется несамостоятельный разряд.

У положительного электрода, анода, у внешней границы короны порождаются лавины электронов, движущиеся к аноду. Образование электронов у внешней границы короны обусловлено фотоионизацией, вызванной излучением коронирующего слоя. Положительные ионы в некоронирующей области газа создают электрический ток, представляющий тоже несамостоятельный разряд.

Искровой и коронный разряды нашли применение в методе электроискровой обработке металлов, измерение больших разностей потенциалов с высокой точностью.

На основе коронного разряда разработаны электрофильтры. Очищаемый газ движется по трубе, на оси которой расположен отрицательный коронирующий электрод. Отрицательные ионы, имеющиеся в большом количестве во внешней части короны, оседают на загрязняющих газ частицах или капельках и увлекаются вместе с ними к внешнему некоронирующему электроду. Достигнув этого электрода, частицы нейтрализуются и оседают на нём. Затем, осадок, образующийся в трубе, удаляют. Это нашло широкое применение в экологии.

## 6.9. Дуговой разряд

Дуговой разряд может протекать как при низком давлении (порядка нескольких миллиметров ртутного столба), так и при высоких давлениях (до 1000 атмосфер).

Дуговой разряд был впервые получен и исследован русским учёным В.В. Петровым в 1802 году.

Как правило, дуговой разряд получают с помощью угольных электродов, изготовленных из прессованного графита. При напряжении 40-50 В угольные стержни сближают до соприкосновения. В месте контакта происходит нагревание электродов до значительной температуры. Если угли раздвинуть до расстояния 5-6 мм, то между ними возникнет дуговой разряд в газе. При горизонтальном расположении электродов светящийся газ изгибается в виде дуги, поэтому он и получил название дугового.

Во время горения дуги катод заостряется, а на аноде получается углубление — кратер дуги. Температура кратера при атмосферном давлении достигает  $4000~^{0}$ C, а при давлении в 20~ атмосфер  $7000~^{0}$ C. Катод имеет меньшую температуру, порядка  $3500~^{0}$ C при атмосферном давлении.

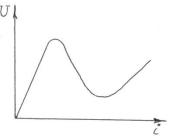
Если применяются металлические электроды, то происходит быстрое испарение металла, на что расходуется большое количество энергии, вследствие чего в такой дуге температура ниже, чем в дуге с угольными электродами и составляет 2000 - 2500 °C.

Экспериментально установлено, что необходимым условием горения дуги является нагревание катода. Охлаждение положительного электрода не приводит к прекращению дугового разряда.

Хорошая электропроводность дуги обуславливается термоэлектронной эмиссией с раскалённого электрода и термической ионизацией газа, обусловленной высокой температурой. В межэлектродном пространстве газ сильно ионизирован. При увеличении тока в дуге электропроводность газа возрастает, так как увеличивается термо-

электронная эмиссия и ионизация газа в межэлектродном промежутке, поэтому дуговой разряд обладает падающей вольтамперной характеристикой (рис. 32). С увеличением тока уменьшается напряжение между электродами.

Самое широкое применение дуговой разряд нашёл в электросварке, источниках мощного оптического излучения (ртутные лампы), металлургии (электродуговые печи) и др.



Puc. 32

### 6.10. Понятие о плазме

Плазмой называется сильно ионизированный газ, в которм положительные и отрицательные заряды находятся в приблизительно равных количествах, и поэтому газ в целом нейтрален.

Различают низкотемпературную и высокотемпературную плазму. Плазма, возникшая в газовом разряде, называется газоразрядной.

Известно, что кинетическая температура газа определяется кинетической энергией теплового движения частиц из условия

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT.$$

В изотермической плазме температура частиц, образующих плазму, одинакова. В то время как в газоразрядной плазме температура частиц (ионов и электронов), образующих плазму, различна. Не-

изотермическая плазма не находится в тепловом равновесии, она существует только при внешнем воздействии при постоянном притоке энергии.

Неизотермической плазмой является, например, положительное свечение в тлеющем разряде: электронные температуры в плазме неона достигают 9 000  $^{0}$ C, ионная температура 2 000  $^{0}$ C, а температура газа до появления плазмы не превышает 300  $^{0}$ C.

Солнце и все звёзды представляют собой вещество в состоянии изотермической плазмы. Извержения этого вещества и протуберанцы представляют собой фонтаны плазмы со средней высотой  $30~000~{\rm km}$ . В видимом нами слое — фотосфере Солнца — при температуре около  $6~000~{\rm ^{1}C}$  концентрация свободных электронов составляет  $10^{13}$ , а степень ионизации газов  $10^{-4}$  (отношение числа ионов и электронов к числу всех частиц заряженных и нейтральных).

При углублении на 0,1 радиуса Солнца температура доходит до 400 000 °C, а степень ионизации 100 %. В глубине Солнца все электроны оторваны от ядер, и плазма состоит из атомных ядер, электронов и фотонов. Ещё глубже при температуре нескольких миллионов градусов, начинается распад самих ядер на протоны и нейтроны. Здесь могут идти и обратные процессы — образование сложных ядер из простых с выделением при этом больших количеств энергии, попоняющей расход на излучение. Следует отметить, что в веществе нашей звёздной системы Галактики твёрдое состояние занимает всего 0,001 всей массы, жидкие — ещё меньше, а все остальные — газ в состоянии плазмы.

К основным признакам плазмы можно отнести следующие:

- 1 высокая степень ионизации газа, в пределе полная ионизация всех нейтральных частиц;
- 2 концентрация положительных и отрицательных частиц в плазме почти одинакова, в результате чего пространственный заряд плазмы практически равен нулю;
- 3 свечение плазмы, которое указывает на то, что частицы плазмы возбуждаются (приобретают энергию) и возвращаются в стационарное состояние, испуская приобретённую энергию;
  - 4 высокая электропроводность плазмы.

#### **Tecm**

- 1. Что такое работа и потенциал ионизации?
- 2. По какой формуле определяется концентрация электронов на электроде (катоде)?
  - 3. Нарисуйте вольт-амперную характеристику разряда.
  - 4. Какие виды разрядов вы знаете?
  - 5. Что называется газовым разрядом?
- 6. Энергия ионизации атома водорода  $E_i = 2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж. Определите потенциал ионизации  $U_i$  водорода.
  - 1) 15,0 B; 2) 150 B; 3) 13,6 B.
- 7. Какой наименьшей скоростью  $V_{\min}$  должен обладать электрон, чтобы ионизировать атом азота, если потенциал ионизации  $U_i$  азота равен 14,5 В?
  - 1)  $2,3\cdot10^6$  m/c; 2)  $5,3\cdot10^6$  m/c; 3)  $2,0\cdot10^5$  m/c.
- 8. Какова должна быть температура T атомарного водорода, чтобы средняя кинетическая энергия поступательного движения атомов была достаточна для ионизации путём соударений? Потенциал ионизации $U_i$  атомарного водорода равен 13,6 В.
  - 1) 150 KK; 2) 210 KK; 3) 136 KK.
- 9. Пространство между пластинами плоского конденсатора имеет объём V = 375 см<sup>3</sup> и заполнено водородом, который частично ионизирован. Площадь пластин конденсатора S=250 см<sup>2</sup>. При каком напряжении U между пластинами конденсатора сила тока I, протекающего через конденсатор, достигает значения 2 мкА, если концентрация n ионов обоих знаков в газе равна  $5,3\cdot10^7$ см<sup>-3</sup>? Принять подвижность ионов  $b_+ = 5,4\cdot10^{-4}$  м<sup>2</sup>/( $B\cdot c$ ),  $b_- = 7,4\cdot10^{-4}$  м<sup>2</sup>/( $B\cdot c$ ).
  - 1) 110 B; 2) 210 B; 3) 130 B.
- 10. Азот ионизируется рентгеновским излучением. Определить проводимость G азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях равновесия  $n_0$ =  $10^7$  пар ионов. Подвижность положительных ионов $b_+$  = 1,27 см²/(B·c) и отрицательных  $b_-$  = 1,81 см²/(B·c).
  - 1) 1,5 нСм; 2) 2,1 нСм; 3) 0,5 нСм.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Как происходит ударная ионизация?
- 2. Как определяется коэффициент ионизации?
- 3. Как возникает дуговой разряд?

- 4. Что такое термоэлектронная эмиссия?
- 5. Как применяется дуговой разряд в технике?

### 7. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Магнитное взаимодействие токов. — Магнитная индукция. — Магнитное поле соленоида и тороида. — Магнитный момент.

### 7.1. Магнитное взаимодействие токов

В 1820 году датский физик Х. К. Эрстед (1777 – 1851) обнаружил, что при прохождении по проводнику электрического тока возникают силы, действующие на магнитную стрелку. Открытие Эрстеда положило начало новому разделу физики - учению об электромагнетизме. Подобно тому, как пространство, окружающее электрические заряды, представляет собой электростатическое поле с определенными физическими свойствами, так и пространство, окружающее токи, обладает некоторыми определенными физическими свойствами; оно представляет собой магнитное поле.

Электрическое поле обнаруживается по действию сил на внесенные в него заряженные тела. Магнитное поле проявляется по силам, действующим на внесенные в него проводники по которым течет ток. Так, два параллельных провода, по которым текут токи одного направления, взаимно притягиваются. Каждый из токов создает в окружающем пространстве магнитное поле, воздействующее на другой ток. Общий закон взаимодействия указан Ампером для двух элементов тока.

Элементом тока называется вектор, направление которого совпадает с направлением тока, а модуль равен произведению тока I на элемент длины dl проводника с током. Как следует из формулы Ампера, на единицу длины проводника с током действует сила

$$\frac{dF}{dl} = k \, \frac{2I_1 I_2}{r},$$

где  $I_1$  и  $I_2$  - значения токов в проводниках; r - расстояние между проводниками. В системе СИ коэффициент k равен

$$k = \frac{\mu \mu_0}{4 \pi},$$

где  $\mu$  - относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  - магнитная проницаемость вакуума или магнитная постоянная равная  $4\pi~10^{-7}$  Гн/м. В случае взаимодействия двух прямолинейных токов конечной длины l

$$F = \frac{\mu \mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} \cdot l.$$

Опыт показывает, что если направление токов в обоих проводниках одинаково, то возникающие силы стремятся уменьшить расстояние r между проводниками. Если токи в проводниках направлены противоположно, то возникающие силы стремятся увеличить расстояние r между проводниками, т.е. параллельные токи притягиваются, антипараллельные - отталкиваются.

Магнитное поле является особой формой материи, основным свойством которой является действие силы на проводник с током, помещенный в это поле. Силовое воздействие одного тока на другой передается не мгновенно, т.е. не в момент появления токов, а в более поздний момент, зависящий от расстояния между проводниками с током, т.е. с конечной скоростью.

Направление, в котором перемещается проводник, зависит от направлений тока в этом проводнике и магнитного поля.

Ампер установил закон, по которому можно рассчитывать силу, действующую на элемент проводника длины dl, с током I

$$dF = k B I dl sin \alpha$$
,

где B — количественная величина, характеризующая магнитное поле, называемая магнитной индукцией;  $\alpha$  — угол между направлением тока в проводнике и направлением индукции магнитного поля; k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

 $B \sin \alpha = B_n$ , где  $B_n$  — нормальная составляющая вектора индукции магнитного поля. Тогда  $dF = k B_n I dl$ . Сила dF направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат элемент длины проводника dl и вектор магнитного поля  $\vec{B}$ .

Направление действующей силы может быть определено с помощью правила левой руки. Если ладонь расположить так, чтобы

нормальная составляющая магнитного поля  $B_n$  входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлены вдоль тока, то большой палец укажет направление, в котором действует сила dF.

Сила, действующая на проводник с током, равна нулю, если проводник с током расположен параллельно магнитному полю, и максимальна, если проводник перпендикулярен магнитному полю.

Для проводника конечной длины l, помещённого в однородное магнитное поле с одинаковой для всех точек магнитной индукцией B, сила F выражается суммой элементарных сил

$$F = \sum dF = \sum kB I dl \sin \alpha = k B I l \sin \alpha$$
.

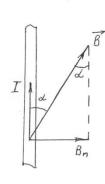
## 7.2. Магнитная индукция

В чём физический смысл понятия индукции магнитного поля? Физическая величина, называемая индукцией магнитного поля, служит для количественной характеристики магнитного поля. Рассмотрим магнитное поле бесконечно длинного проводника с током. Будем вносить в магнитное поле этого тока линейные токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и т.д. Если линейные токи помещать параллельно пробному току I, то действующая на них сила будет соответственно

$$F_1 = \frac{\mu \mu_0}{2\pi} \frac{2II_1l_1}{r}, \quad F_2 = \frac{\mu \mu_0}{2\pi} \frac{2II_1l_2}{r}$$

Возьмём отношение силы F к величине пробного тока и его

длине 
$$\frac{F_1}{I_1 \cdot l_1} = \frac{F_2}{I_2 \cdot l_2} = \dots = k \frac{2I}{r} = const.$$
 По-



Puc. 33

$$B = \frac{\mu \mu_0}{2 \pi} \cdot \frac{I}{r}.$$

лученное отношение не зависит от выбора пробного тока и характеризует магнитное поле в точке, где находится пробный элемент с током. Величина, измеряемая силой, с которой магнитное поле действует на единичный элемент тока ( $I_1 \ dl_1 = I$ ), называется магнитной индукцией B данного магнитного поля (рис. 33). Для магнитного поля тока запишем

Таким образом, магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля подобно тому, как напряженность E является силовой характеристикой электростатического поля.

Магнитная индукция подчиняется принципу суперпозиции (наложения):  $\vec{B} = \sum\limits_{i=1}^n \vec{B}_i$ , где n — число проводников, по котоым течёт электрический ток.

Индукция магнитного поля есть векторная величина. Характер воздействия магнитного поля на ток зависит от формы проводника, по которому он течет, от расположения проводника и от направления в нём тока. Направление вектора индукции магнитного поля в данной точке можно определить при помощи магнитной стрелки. Магнитная стрелка своим северным концом устанавливается в направлении вектора индукции магнитного поля.

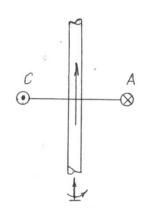
Для характеристики магнитного поля надо рассматривать действие его на вполне определённый ток. Для изучения свойств магнитного поля пользуются его действием на замкнутый плоский контур с током. Такой контур называется рамкой. Размеры рамки должны быть, малыми по сравнению с расстоянием до тех проодников по которым текут токи, образующие магнитное поле, а ток в рамке — постоянным.

Магнитное поле на рамку с током оказывает ориентирующее действие. Для характеристики направленности магнитного поля пользуются нормалью к плоскости рамки.

За направление вектора индукции магнитного поля принимается то направление, вдоль которого расположится положительная нормаль к рамке. Принято считать положительным направление нормали, совпадающее с поступательным движением буравчика, рукоятка которого вращается в направлении тока, текущего по рамке.

Направление вектора индукции перпендикулярно к плоскости расположения проводника с током и точки, в которой рассчитывается индукция. Это направление может быть определено по правилу буравчика. Если буравчик ввенчивать по направлению тока, то вращение ручки его укажет, в какую сторону от плоскости, где расположены проводник с током и рассматриваемые точки, направлен вектор магнитной индукции.

Например, если ток течёт по прямолинейному проводнику снизу вверх, то при ввинчивании буравчика по направлению тока конец его



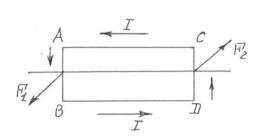
Puc. 34

рукоятки, проходящей через точку A, будет двигаться за плоскость чертежа через точку C — от плоскости чертежа (рис. 34). Также направлено и магнитное поле в точках A и C. Условимся обозначать направление индукции через  $\stackrel{\bigotimes}{}$ , если она направлена от нас за чертёж, и ( $^{\bullet}$ ) если она направлена из-за чертежа на нас.

Рамка может быть использована для количественной характеристики магнитного поля. Поскольку рамка поворачивается в магнитном поле, то на неё действует пара сил. Момент пары сил

пропорционален силе тока в раске и площади рамки независимо от её формы  $M \approx I \cdot S$ . Это можно показать, используя закон Ампера. Пусть нормаль к рамке ABCD перпендикулярна плоскости чертежа, а линии магнитной индукции лежат в плоскости чертежа. Предположим, что стороны рамки AC и BD параллельны линиям магнитной индукции, а, следовательно, AB и CD перпендикулярны им.

Магнитное поле в пределах рамки считаем однородным. Магнитное поле называется однородным, если его векторы магнитной индукции во всех точках этого поля одинаковы, т.е. численно равны и имеют одинаковые направления. Рамка обтекается током I в направ-



Puc. 35

лении, указанном стрелками (рис. 35). На сторону AB (по правилу левой руки) действует сила  $F_1$ , пепендикулярная плоскости чертежа и направленная к нам.  $F_1 = k I B l_1$ , где  $l_1$  — длина стороны рамки AB. Равная ей, но направленная за плоскость чертежа, сила  $F_2$  дей-

ствует на сторону рамки CD. Эти силы образуют пару сил с моментом  $M = F_1 \ l_2$  , где  $l_2$  – длина стороны рамки BD.

Подставляя сюда вместо силы  $F_1$  её значение и замечая, что про- изведение  $l_1$   $l_2$  равно площади рамки S, получим M=k I B S. Величина пропорциональная произведению силы тока в рамке на её площадь, называется магнитным моментом рамки  $P_m \sim I$  S. B векторном виде

магнитный момент определится как  $\vec{p}_m = I \, S \, \vec{n}$ , где  $\vec{n}$  - направление нормали к рамке (рис. 36).

В векторном виде момент сил можно записать как  $\vec{M} = \left[ \vec{p}_m, \vec{F} \right]$ 

Если располагать разные рамки с одним и тем же магнитным моментом в

Puc. 36

одной и той же точке магнитного поля, то на них действуют одинаковые моменты сил M.

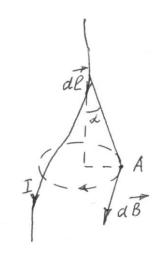
Если одну рамку располагать в различных точках магнитного поля, то на неё будут действовать различные моменты сил М. Если рамку располагать ближе к проводу, вызывающему поле, то действующий момент сил окажется сильнее. Это позволяет оспользовать ориентирующий эффект рамки для определения количественной характеристики магнитного поля.

## 7.3. Закон Био – Савара – Лапласа

В соответствии с законом Био — Савара — Лапласа проводник с током I, элемент которого создаёт в некоторой точке A индукцию поля

$$d\vec{B} = \frac{\mu \mu_0 \left[ d\vec{l}, \vec{r} \right]}{4\pi r^3},$$

где  $d^{\vec{l}}$  - вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током,  $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведённый из элемента dl проводника в точку A поля, r - модуль радиуса-вектора  $\vec{r}$  . Направление dB перпендикулярно dl и r, т.е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции (рис. 37). Это направление может быть найдено по правилу нахождения линий магнитной индукции (правилу правого винта): направление



Puc. 37

вращения головки винта дает направление dB, если поступательное

движение винта соответствует направлению тока в элементе. Физический смысл закона заключается в том, что с его помощью можно определить величину индкции магнитного поля в любой точке пространства от любой конфигурации проводника.

Модуль вектора  $d\vec{B}$  определяется выражением

$$dB = \frac{\mu \,\mu_0 I \,dl \sin \alpha}{4 \,\pi \,r^2},$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $d\,\vec{l}_{}$  и  $\vec{r}_{}$  .

## 7.4. Закон полного тока

Циркуляцией магнитной индукции B вдоль замкнутого контура L, проведённого в магнитном поле, называется линейный интеграл

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}),$$

$$I.$$

где  $\vec{B}$  - индукция магнитного поля в точках малого элемента контура длиной dl, а вектор  $d\vec{l}$  проведён в направлении обхода контура, выбранном при вычислении циркуляции.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме можно сформулировать следующим образом: циркуляция вектора магнитной индукции поля в вакууме вдоль замкнутого контура L пропорционаляна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром (т.е. результирующему току через поверхность, натянутую на контур L):

$$\oint \vec{B} \, d \, \vec{l} = \mu_0 \, I_{oxe}.$$

$$L$$

Ток  $I_{oxe}$  можно представить в виде

$$I_{oxe} = \int \vec{j} \, d\vec{S},$$

где  $\vec{j}$  плотность тока в пределах малого участка площадью dS поверхности S,

$$d\vec{S} = dS\vec{n}$$
,

где  $\vec{n}$  - единичный вектор нормали к площадке dS, из конца которого обход контура L виден происходящим против часовой стрелки. Поэтому, согласно теореме Стокса из закона полного тока следует, что магнитная индукция в какой-либо точке магнитного поля в вакууме связана с плотностью тока в той же точке соотношением

$$rot \vec{B} = \mu_0 \vec{j}.$$

Таким образом, магнитное поле является безвихревым ( $rot \ \vec{B} = 0$ ) во всех областях пространства, где нет электрических токов, и вихревым ( $rot \ \vec{B} \neq 0$ ) всюду, где эти токи есть. В отличие от магнитного поля постоянных токов электростатическое поле неподвижных зарядов всюду безвихревое.

## 7.5. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов

Для описания магнитного поля наряду с магнитной индукцией широко используют другую физическую величину - напряжённость магнитного поля. Если B - магнитная индукция в какой-либо точке поля в вакууме, то напряжённостью магнитного поля называется

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

Следовательно, напряжённость магнитного поля, создаваемого элементом тока  $\vec{i} \ d \ \vec{l}$  есть

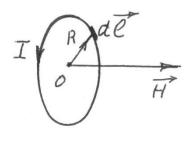
$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i \, d \, l \sin \alpha}{r^2},$$

или в векторной форме

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{i \left[ d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3}.$$

Найдём напряжённость магнитного поля в вакууме для некоторых простых контуров с током. Например, магнитное поле в центре

кругового проводника (рис. 38). В этом случае все элементы проводника перпендикулярны к радиус-вектору и  $\sin \alpha = 1$ . Расстояние всех элементов провода до центра круга одинаково и равно радиусу круга R.



Puc. 38

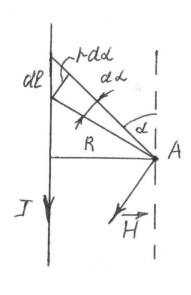
$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} dl.$$

Все элементы тока создают магнитное поле одинакового направления, перпендикулярные к плоскости витка, и поэтому полная напряжённость поля в центре кругового витка равна

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} \int_{0}^{2\pi R} dl = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R^2} 2\pi R = \frac{i}{2R}$$

Направление магнитного поля находим по правилу правого буравчика, который нужно расположить параллельно касательной к кругу (в направлении тока). Если ток обтекает виток против часовой стрелки, то правило правого буравчика даёт, что магнитное поле направлено от витка к наблюдателю.

Найдём напряжённость поля, создаваемого прямым проводом в точке A, удалённой на расстоянии R от оси провода (рис. 39). Длину



Puc. 39

провода будем считать весьма большой по сравнению с *R*. И в этом случае направление магнитного поля всех элементов провода одинаково (перпендикулярно к плоскости чертежа), и поэтому можно складывать модули напряжённостей. Так как

$$dH = \frac{i d l \sin \alpha}{4 \pi r^2}.$$

 $r = \frac{R}{\cos \alpha} \cdot \vec{E}_n$ .

Подставляя эти выражения в формулу, находим, что напряжённость, создаваемая одним элементом провода равна

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R} \cos \alpha \, d\alpha.$$

Поэтому для полной напряжённости поля получаем

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\alpha \, d\alpha = \frac{i}{2\pi R}.$$

Это поле направлено перпендикулярно к плоскости, содержащей провод и отрезок R.

## 7.6. Магнитное поле соленоида и тороида

Topoud. Вычислим напряжённость поля внутри замкнутой тороидальной катушки. Из соображений симметрии ясно, что напряжённость H одинакова во всех точках окружности, центр которой совпадает с центром тороида. Поэтому магнитное напряжение равно

$$H2\pi r$$
.

Рассматриваемая окружность охватывает токи всех витков катушки. Если полное число витков катушки равно N, а сила тока в ней равна i, то наша окружность охватывает ток силы Ni. Поэтому по теореме о магнитном напряжении мы имеем

$$H 2\pi r = N i$$
,

откуда

$$H = \frac{Ni}{2\pi r}.$$

Следует иметь в виду, что поле внутри тороида, не вполне однородно. Напряжённость наибольшая у внутренней стороны катушки

$$H_1 = \frac{Ni}{2\pi r_1}$$

и, наименьшая, у внешней стороны

$$H_2 = \frac{Ni}{2\pi r_2}.$$

Относительная разность обеих полей равна

$$\frac{H_1 - H_2}{H_1} = \frac{r_2 - r_1}{r_2}.$$

Соленоид. Будем теперь неограниченно увеличивать радиус тороида *r*. Тогда отношение

$$\frac{r_2 - r_1}{r_2}$$

будет стремиться к нулю и поле сделается однородным. Любой отрезок тороида перейдёт при этом в прямую катушку называемую соленоидом. Если принять, что

$$\frac{N}{2\pi r} = n$$
 где n — число витков на единицу длины катушки, то напряжённость поля внутри соленоида  $H = ni$ 

$$H = ni$$
.

Мы видим, что напряжённость магнитного поля в достаточно длинном соленоиде равна произведению силы тока и числа витков на единицу длины катушки. Это произведение называют числом ампервитков на метр.

### 7.7. Магнитный момент

Характер воздействия магнитного поля на ток зависит от формы проводника, по которому он течёт, от расположения проводника и от направления в нём тока. Следовательно, для характеристики магнитного поля надо рассматривать действие его на вполне определённый ток. Для изучения свойств магнитного поля пользуются его действием на замкнутый плоский контур с током. Такой контур называют рамкой. Размеры рамки должны быть малыми по сравнению с расстоянием до тех проводников, по которым текут токи, образующие магнитное поле, а ток в рамке – постоянным.

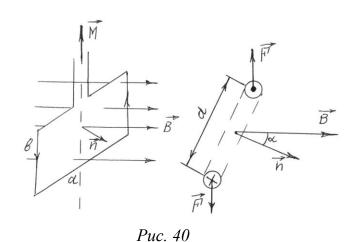
Магнитное поле на рамку с током оказывает ориентирующее действие. Для характеристики направленности магнитного поля пользуются нормалью к плоскости рамки.

За направление вектора индукции магнитного поля принимается то направление, вдоль которого расположится положительная нормаль к рамке. Принято считать положительным направление нормали, совпадающее с поступательным движением буравчика, рукоятка которого вращается в направлении тока, текущего по рамке.

Направление вектора индукции перпендикулярно к плоскости расположения проводника с током и точки, в которой рассчитывается индукция. Это направление может быть определено и по правилу буравчика. Если буравчик ввинчивать по направлению тока, то вращение ручки его укажет, в какую сторону от плоскости, где расположены проводник с то-

ком и рассматриваемые точки, направлен вектор индукции.

Найдём теперь механические силы, действующие на замкнутый контур с током в магнитном поле (рис. 40). Положим сначала, что контур



имеет форму прямоугольной рамки и магнитное поле однородно. Согласно

$$\vec{F} = i \left[ \vec{l}, \vec{B} \right]$$

силы, действующие на рёбра a, перпендикулярны к ним и к магнитной индукции  $\vec{B}$  и поэтому стремятся растянуть (или сжать) виток. Силы же  $\vec{F}$ , действующие на рёбра b, стремятся повернуть виток так, чтобы его плоскость стала перпендикулярна к  $\vec{B}$ . Следовательно, на

виток действует пара сил с некоторым моментом M . Это справедливо не только для прямоугольной рамки, но и для контура произвольной формы.

Момент пары сил M можно найти следующим образом. Представим себе, что мы даём возможность контуру повернуться под действием сил поля на бесконечно малый угол  $d\alpha$ . Силу тока в контуре i будем считать неизменяющейся, и, следовательно, магнитный мо-

 $P_{m} = i\,S_{-}$  мент контура  $P_{m} = i\,S_{-}$  постоянным. Тогда механическая работа сил поля будет равна

$$\delta A = M d\alpha$$
.

Вместе с тем магнитный поток, пронизывающий контур, есть

$$\Phi = S B \cos \alpha$$
,

а его изменение при уменьшении угла  $\alpha$  на  $d\alpha$  равно

$$d\Phi = S B \sin \alpha d\alpha$$
.

Поэтому имеем

$$M d\alpha = i S B \sin \alpha d\alpha$$
,

откуда

$$M = p_m B \sin \alpha$$
.

Полученные результаты можно выразить векторной формулой, дающей и модуль и направление момента пары сил:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right]$$

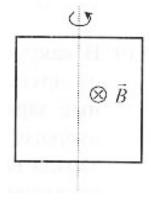
Эта формула аналогична выражению для момента пары сил, действующих на электрический диполь в электрическом поле.

#### **Tecm**

- 1. Запишите закон Ампера в векторной форме.
- 2. Дайте определение единице силы тока в системе СИ.
- 3. Сформулируйте закон Био Савара –Лапласа.
- 4. Сформулируйте закон полного тока.
- 5. Что такое дипольный магнитный момент?
- 6. Линейный проводник длиной 20 см при силе тока в нём 5 А находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл. Если

угол, образованный проводником с направлением вектора индукции, равен 30°, то на проводник действует сила, модуль которой равен

- 1) 0,1 H; 2) 10,0 H; 3) 0,2 H; 4) 20,0 H.
- 7. Линии индукции однородного магнитного поля с индукцией 4 Тл пронизывают рамку под углом 30° к её плоскости, создавая магнитный поток, равный 1 Вб. Чему равна площадь рамки?
  - 1)  $0.5 \text{ m}^2$ ; 2)  $1.0 \text{ m}^2$ ; 3)  $1.5 \text{ m}^2$ ; 4)  $2.0 \text{ m}^2$ .
- 8. Индуктивность рамки L=40 мГн. Если за время  $\tau = 1$  мс сила тока в рамке возросла на 20 мА, то модуль ЭДС самоиндукции равен
  - 1) 100 mB;2) 200 mB;3) 600 mB;4) 800 mB.
- 9. Электрон движется по окружности радиусомr=0,2 мм в однородном магнитном поле B перпендикулярно линиям индукции поля. Если скорость электрона v=2,2  $10^7$  м/с, то индукция магнитного поля B равна
  - 1) 0,24 Тл; 2) 0,48 Тл; 3) 0,63 Тл; 4) 0,89 Тл.
- 10. Плоская квадратная рамка находится в однородном магнитном поле B=0,4 Тл. Сопротивление провода, из которого сделана рамка, равно R=2 Ом. Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости рамки. За t=0,2 с рамку повернули на  $45^{\circ}$  вокруг вертикальной оси (рис. 41), при этом по рамке протекал ток I=4 мА. Площадь рамки равна



Puc. 41

1) 95 cm<sup>2</sup>; 2) 106 cm<sup>2</sup>; 3) 124 cm<sup>2</sup>; 4) 137 cm<sup>2</sup>.

# Вопросы для самоконтроля

- 1. Где применяется закон Ампера?
- 2. Поясните закон Био Савара Лапласа с помощью рисунка.
- 3. В каких единицах в системе СИ измеряется магнитная индукция?
  - 4. Как определяется магнитное поле тороида и соленоида?

# 8. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Намагничивание вещества. — Понятие магнитного момента атома. — Магнетики. — Закон полного тока для магнитного поля в веществе. — Граничные условия для магнитного поля на границе раздела двух сред.

#### 8.1. Намагничивание вещества

Ранее мы рассматривали магнитное поле в вакууме. Если проводники с током перенести из вакуума в другую среду, то магнитное поле изменится. Это происходит вследствии того, что вещества под влиянием магнитного поля тока приходят в магнитное состояние и становятся источником магнитного поля. Поэтому, результирующее магнитное поле в среде является суммой полей, создаваемых проводниками с током и намагниченной средой, и оно не одинаково с полем в вакууме. Вещества, способные намагничиваться, называют магнетиками.

Намагниченное вещество создаёт магнитное поле  $\vec{B}$  , которое накладывается на обусловленное токами поле  $\vec{B}_0$  . Оба поля в сумме дают результирующее поле

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}$$
.

Добавочное магнитное поле может быть объяснено на основании гипотезы Ампера. Согласно гипотезе Ампера во всех веществах существуют мельчайшие электрические токи, носящие название молекулярных токов, замыкающихся в пределах каждого атома.

В отсутствии внешнего поля молекулярные токи ориентированы беспорядочным образом, обусловленное ими результирующее поле равно нулю. В силу хаотической ориентации магнитных моментов отдельных молекул суммарный магнитный момент тела также равен нулю. Под действием поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, магнетик намагничивается, его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. Магнитные поля отдельных молекулярных токов в этом случае уже не компенсируют друг друга, и возникает поле  $\vec{B}$ .

Степень намагничивания среды характеризуют магнитным моментом единицы объёма, который называют вектором намагничива-

ния и обозначают  $\vec{J}$  . Если магнетик намагничен неоднородно, вектор намагничивания в данной точке определяется следующим выражением

$$\vec{J} = rac{\sum\limits_{\Delta V} \vec{P}_m}{\Delta V},$$

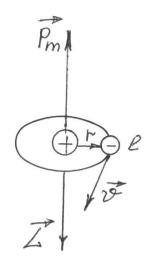
где  $\Delta V$  — физически бесконечно малый объём, взятый в окрестности рассматриваемой точки,  $\vec{P}_m$  - магнитный момент молекулы. Суммирование производится по всем молекулам, заключённым в объёме  $\Delta V$ .

#### 8.2. Понятие магнитного момента атома

Опыт показывает, что все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электроны движутся в атоме по круговым орбитам. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом,  $\overline{P} = i \ S \ \vec{n}$ , модуль которого

$$P_m = i S = e \nu S$$
,

где i=ev - сила тока; v - частота вращения электрона на орбите; S - площадь орбиты. Так как заряд электрона отрицателен, то направление движения электрона и направление тока противоположны. Магнитный момент создаваемого электроном тока равен  $P_m=i\ S=ev\ \pi\ r^2$ , где r- радиус орбиты (рис. 42). Произведение  $2\pi\ r\ v$  даёт скорость движения электрона v. Поэтому можно написать, что



 $P_m = \frac{evr}{2}$ .

Puc. 42

Момент обусловлен движение электрона по орбите, поэтому называется орбитальным моментом электрона. Движущийся по орби-

те электрон обладает моментом импульса  $\vec{L} = m \nu \, \vec{r}$ . Вектор  $\vec{L}$  называют орбитальным механическим моментом электрона. Отношение магнитного момента элементарной частицы к её механическому моменту называется гиромагнитным отношением. Для электрона оно равно

$$\frac{P_m}{L} = -\frac{e}{2m}$$
.

Знак «-» указывает на то, что направления моментов противоположны.

Следует заметить, что отношение магнитного момента к механическому не зависит ни от радиуса орбиты, ни от скорости движения электрона. Таким образом, полученное соотношение справедливо и для эллиптических орбит электронов. Если в атоме или молекуле имеется несколько электронов, движущихся по разным орбитам, то механические и магнитные моменты складываются в результирующие

$$\vec{P}_m = -\frac{e}{2mc} \Sigma \vec{L}.$$

Кроме орбитальных моментов электрон обладает собственным механическим  $\vec{L}_{s}$  и магнитным  $\vec{P}_{ms}$  моментами, для которых гиромагнитное отношение равно

$$\frac{P_{ms}}{L_{s}} = -\frac{e}{m}$$
.

Собственный механический момент электрона получил название спин (от английского to spin — вращаться). Спин является неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе.

Магнитный момент атома слагается из орбитальных и собственных моментов, входящих в его состав электронов, а также из магнитного момента ядра. Магнитный момент ядра значительно меньше моментов электронов, поэтому при рассмотрении многих вопросов им можно пренебречь и считать, что магнитный момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов. Магнитный момент молекул также можно считать равным сумме магнитных моментов, входящих в её состав электронов.

#### 8.3. Магнетики

Вещества, способные намагничиваться, называются магнетиками. Причина намагничивания заключается в том, что во всех веществах существуют мельчайшие электрические токи, замыкающиеся в пределах каждого атома (молекулярные токи). Если магнетик не намагничен, то он не создает магнитного поля. Это значит, что молекулярные токи расположены в нем беспорядочно, так что суммарное их действие равно нулю. При намагничивании магнетика расположение молекулярных токов становится частично или полностью упорядоченным. Поэтому намагниченный магнетик можно представить как систему мельчайших ориентированных токов.

Все магнитные действия замкнутых токов определяются их магнитным моментом

$$\overline{P} = i S \vec{n}$$

Каждый молекулярный ток обладает определенным магнитным моментом, а значит, и магнетик в целом при намагничивании приобретает магнитный момент, равный векторной сумме моментов всех молекулярных токов. Поэтому магнитное состояние вещества можно охарактеризовать, задавая магнитный момент каждой единицы его объема. Эта величина получила название намагниченности  $\vec{J}$ .

Вектор намагниченности является основной величиной, характеризующей магнитное состояние вещества. Зная его в каждой точке какого-либо тела, можно определить и магнитное поле, создаваемое рассматриваемым намагниченным телом.

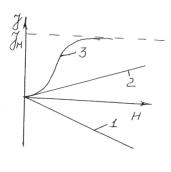
В изотропных магнетиках связь между индукцией и напряженностью поля значительно упрощается. В этом случае

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

где  $\chi$  - скалярная величина, зависящая от рода магнетика и его состояния (температуры и т.д.). Она называется магнитной восприимчивостью данного вещества и аналогична диэлектрической восприимчивости.

Магнитная проницаемость  $\mu=1+\chi$  показывает, во сколько раз усиливается поле в магнетике. Магнитная восприимчивость  $\chi$  бывает как положительной, так и отрицательной. Поэтому магнитная проницаемость  $\mu$  может быть как больше, так и меньше единицы.

Различают два основных вида магнетиков (рис. 43). Если  $\mu < 1$  – диамагнетики (1),  $\mu > 1$  — парамагнетики (2). Так как магнитная восприимчивость  $\chi = \mu$  - 1, то для парамагнетиков  $\chi$  положительна, а для

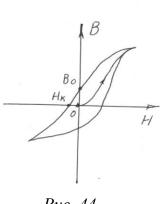


Puc. 43

диамагнетиков - отрицательна. Отрицагельное значение х в диамагнетиках означает, что в этих веществах намагниченность направлена противоположно намагничивающему полю. К парамагнегикам можно отнести хлористое железо (Fe Cl<sub>3</sub>), кислород, платина; к диамагнетикам - висмут, вода.

Вещества, способные намагничиваться очень сильно называются ферромагнетиками (от латинского ferrum – железо) (3), магнитная проницаемость которых измеряется десятками и тысячами единиц. Характерной особенностью ферромагнетиков является сложная нелинейная зависимость между индукцией

 $\vec{B}$  и напряженность поля H, которая была устновлена в классических работах А.Г. Столетова (уроженцем г. Владимира, 1839-1986 гг.)



Puc. 44

на примере мягкого железа (рис. 44). Если начать намагничивать ферромагнетик, индукция сначала быстро увеличивается, но по мере намагничивания магнетика её нарастание замедляется. При снятии внешнего поля, то оказывается намагниченным со значением индукции  $B_0$ , т.е. стал постоянным магнитом. При изменении магнитного поля по знаку индукция также будет изменяться. Значение индукции В ферромагнетиках

определяется не только существующим магнитным полем, но ещё зависит от предыдущих состояний намагничивания, причем происходит своеобразное отставание изменения индукции от изменений напряженности поля. Это явление получило название магнитного гистерезиса, а кривая зависимости  $\vec{B}$  от  $\vec{H}$  при циклическом перемагничивании называется петлей гистерезиса.

При устранении намагничивающего поля ферромагнетик сохраняет остаточную намагниченность, причем внутри магнетика существует некоторая остаточная индукция  $B_0$ . Чтобы уничтожить эту остаточную намагниченность внутри ферромагнетика необходимо создать поле  $OH_k$ , направленное против первоначального намагничивающего поля. Это поле  $OH_k$  называют задерживающей или коэрцитивной силой ферромагнетика. Гистерезис зависит в сильнейшей степени от состава ферромагнетика и от его обработки.

Способность пара- и ферромагнетиков намагничиваться различна при разных температурах, т.е. их магнитная восприимчивость зависит от температуры. Она уменьшается с увеличением температуры. Магнитная восприимчивость диамагнетиков практически не зависит от температуры.

Для многих парамагнитных веществ изменение магнитной восприимчивости  $\chi$  с температурой подчиняется закону, установленному Кюри:

$$\chi = C / T$$
,

где T - термодинамическая температура, C - постоянная Кюри. Например, для кобальта  $T\kappa=1150~^{0}\mathrm{C}$ ; для никеля -  $T\kappa=360~^{0}\mathrm{C}$ .

Зависимость магнитной восприимчивости от температуры для ферромагнетиков имеет более сложный характер. При повышении температуры способность ферромагнетиков намагничиваться уменьшается. При некоторой температуре Тк, называемой точкой Кюри, ферромагнитные свойства исчезают. При температуре выше точки Кюри ферромагнетик становится обычным парамагнетиком, магнитная восприимчивость которого подчиняется закону Кюри - Вейсса

$$\chi = C / (T-T\kappa).$$

При охлаждении ферромагнетика ниже точки Кюри в нём возникают домены, т.е. области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны, так что в отсутствие внешнего поля суммарный момент всего тела равен нулю. Домены имеют размеры порядка 1 - 10 мкм.

### 8.4. Закон полного тока для магнитного поля в веществе

В соответствии с соотношением  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}$  поток через про- извольную замкнутую поверхность определится как

$$\Phi = \oint_{n} \vec{B}_{n} = \oint_{0} (\vec{B}_{0} + \vec{B})_{n} ds = \oint_{0} \vec{B}_{on} ds + \oint_{0} \vec{B}_{n} ds.$$

Так как магнитное поле имеет вихревой характер, то оба интеграла, стояшие справа, равны нулю. Следовательно,

$$\Phi_B = \oint_{S} \vec{B}_n ds = 0.$$

Таким образом, получили теорему Гаусса для вектора  $\vec{B}$ : поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю. Циркуляция вектора  $\vec{B}$  равна

$$\oint \vec{B} dl = \oint (\vec{B}_0 + \vec{B}) dl = \oint \vec{B}_o dl + \oint \vec{B} dl.$$

Циркуляция вектора  $\vec{B}_0$ , выраженная первым из интегралов, стоящих в правой части, пропорциональна алгебраической сумме макроскопических токов i, охватываемых контуром L, по которому берётся циркуляция. Аналогично циркуляция  $\vec{B}$  должна быть пропорциональна сумме всех охватываемых контуром молекулярных токов  $I_{M}$ .

Следовательно, циркуляция вектора  $\vec{B}$  результирующего поля, пропорциональна сумме всех охватываемых контуров токов (как макроскопических i, так молекулярных  $I_{\scriptscriptstyle M}$ 

$$\int \vec{B} \, d\vec{l} = \mu_0 \sum i + \mu_0 \sum I_M.$$

Вектор  $\vec{B}$ , таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  не имеют источников и являются замкнутыми.

# 8.5. Граничные условия для магнитного поля на границе раздела двух сред

На границе раздела двух различных сред с разными значениями магнитной проницаемости линии магнитной индукции, подобно линиям электрического смещения, изменяют направление, т.е. преломляются. Найдём соотношения между магнитной индукцией и напря-

жённостью магнитного поля в двух изотропных средах 1 ( $\vec{B}_1$ ,  $\vec{H}_1$ ) и 2

 $(\vec{B}_2, ^H{}_2)$ . Для этого воспользуемся законом полного тока и теоремой Остроградского-Гаусса. Предположив, что макротоки не идут вблизи раздела сред, получим граничные условия для магнитного поля: поток магнитной индукции сквозь замкнутую поверхность всегда равен нулю:

$$Bn_2 S - Bn_1 S = 0$$
, или  $Bn_1 = Bn_2$ .

Нормальная составляющая магнитной индукции непрерывна.

В противоположность этому, нормальные составляющие напряженности магнитного поля в обеих средах будут различны. Так как

$$Bn_1 = \mu_1 \, \mu_0 H n_1 \,$$
и  $Bn_2 = \mu_2 \, \mu_0 H n_2$ , то  $Hn_1 \, / \, Hn_2 = \mu_2 \, / \, \mu_1$ .

Рассмотрим теперь прямоугольный контур с бесконечно малой высотой h, одно ребро которого длиной l лежит в среде l, а другое - в среде 2, применим к нему теорему о магнитном напряжении. Магнитное напряжение вдоль рассматриваемого контура равно

$$l H \tau_2 - l H \tau_1$$
,

где  $H\tau_1$  и  $H\tau_2$  - касательные к поверхности раздела составляющие напряженности магнитного поля в обеих средах. Если  $h \to 0$ , то и площадь, ограниченная контуром, стремится к нулю, а значит, стремится к нулю и сила тока, проходящего через эту площадь. Поэтому

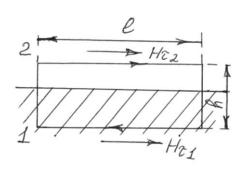
$$l H \tau_2 - l H \tau_1 = 0$$
,

откуда  $H\tau_2 = H\tau_1$ . При переходе через границу раздела двух сред касательные составляющие напряженности магнитного поля не изменяются (рис. 45).

Напротив, касательные составляющие индукции испытывают скачок, причем

$$B\tau_1 / B\tau_2 = \mu_1 / \mu_2$$
.

Соотношения для магнитной индукции и напряженности магнитного



Puc. 45

поля выполняются во всех случаях и выражают граничные условия для магнитного поля. Они совершенно аналогичны граничным условиям для электрического поля.

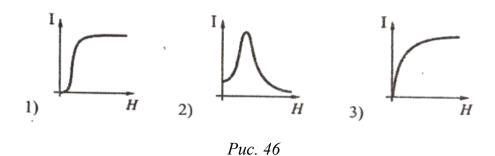
Из этих формул вытекает закон преломления линий индукции:

$$tg \alpha_1 / tg \alpha_2 = \mu_1 / \mu_2$$
,

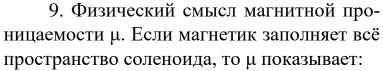
где  $\alpha_1$  - угол между линиями индукции в среде 1 и нормалью к поверхности раздела, а  $\alpha_2$  - соответствующий угол в среде 2. Так как в изотропных магнетиках направления индукции и напряженности поля совпадают, то это соотношение выражает также и закон преломления линий напряженности поля. Из него следует, что линии индукции, вступая в среду с большей магнитной проницаемостью, удаляются от нормали, а, следовательно, сгущаются.

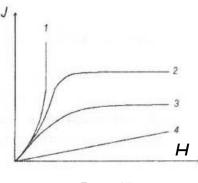
#### **Tecm**

- 1. Как определяется намагниченность вещества? Каков её физический смысл?
- 2. Сформулируйте закон полного тока для магнитного поля в веществе.
  - 3. Поясните закон Кюри Вейсса.
- 4. Нарисуйте качественную зависимость  $\vec{B}$  от  $\vec{H}$  для ферромагнетиков.
  - 5. Поясните физический смысл магнитной восприимчивости.
- 6. На рис. 46 представлены графики, отражающие характер зависимости величины намагниченности J вещества (по модулю) от напряжённости магнитного поля H. Укажите зависимость, соответствующую парамагнетикам:
  - 1) 3;2) 1;3) 2.



- 7. Напишите уравнение Максвелла, которое показывает отсутствие магнитных зарядов.
- 8. Зависимость намагниченности ферромагнетика J от напряжённости внешнего поля H показана на графике рис. 47.
  - 1) 3; 2) 1; 3) 2.





- Puc. 47
- 1) магнитный момент единицы объёма;
- 2) во сколько раз магнитная индукция поля в данном веществе, образованного намагничивающим током, отличается от индукции поля, образованного в вакууме;
  - 3) намагниченность вещества;
  - 4) степень намагничивания магнетика.
- 10. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией  $B=1,26\cdot 10^{-3}$  Тл перпендикулярно силовым линиям со скоростью  $V=10^6$  м/с. Определите радиус окружности, по которой будет двигаться электрон.
  - 1) 3 mm; 2) 1,5 mm; 3) 4,5 mm; 4) 4 mm.

# Вопросы для самоконтроля

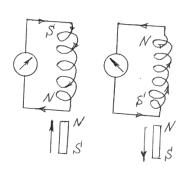
- 1. Чем обусловлен магнитный момент атома?
- 2. В чём физический смысл намагниченности?
- 3. Каков физический смысл магнитной проницаемости среды?
- 4. Чем различаются магнитные свойства диа- и парамагнетиков? Каковы особенности магнитных свойств ферромагнетиков?
  - 5. Что такое коэрцитивная сила?
  - 6. Приведите примеры применения ферромагнетиков.

### 9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Опыт Фарадея. — Магнитный поток. — ЭДС индукции. — Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея). — Вывод основного закона электромагнитной индукции из закона сохранения энергии. — Правило Ленца. — Явление самоиндукции. — Индуктивность. — Токи замыкания и размыкания цепи. — Явление взаимной индукции. — Взаимная индуктивность. — Энергия магнитного поля.

### 9.1. Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции

Магнитное поле вызывает появление электрических токов. Это явление было открыто английским физиком М. Фарадеем (1791-1867 г.г.) в 1831 году и получило название электромагнитной индукции, заключающееся в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром,



Puc. 48

возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Опыт Фарадея заключается в следующем (рис. 48). Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток). Направление отклонений стрелки при вдвигании

и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки. При изменении полюсов магнита направление отклонения изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Фарадей пришел к выводу, что индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции. Значение индукционного тока совершенно не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения.

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля.

Закон Фарадея может быть получен из закона сохранения энергии (Г. Гельмгольц). Рассмотрим проводник с током I, который помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, и может свободно перемещаться. Под действием силы F, проводник перемещается на отрезок dx. Таким образом, сила Ампера производит работу

$$dA = I d\Phi$$
,

где  $d\Phi$  - пересеченный проводником магнитный поток.

Если полное сопротивление контура равно R, то, согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt ( $\varepsilon I$  dt) будет складываться из работы на джоулеву теплоту и работы по перемещению проводника в магнитном поле:

$$arepsilon I \ dt = I^2 \ R \ dt + I \ d\Phi.$$
 $I = (arepsilon - d\Phi / dt) \ / \ R,$ 
где -  $d\Phi / dt = arepsilon_i$ 

или  $\varepsilon_i = \int E_B dl = - d\Phi/dt$ .

# 9.2. Правило Ленца

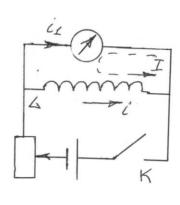
Э.Х. Ленц определил закон, позволяющий определить направление индукционного тока. Его формулировка следующая: «Если металлический проводник передвигается вблизи гальванического тока или вблизи магнита, то в нём возбуждается гальванический ток такого направления, которое вызвало бы движение покоящегося провода в направлении, прямо противоположном направлению движения, навязанного здесь проводу извне, в предположении, что находящийся в покое провод может двигаться только в направлении этого последнего движения или в прямо противоположном». Более кратко его можно выразить так: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Знак "минус" показывает, что увеличение потока  $(d\Phi / dt > 0)$  вызывает ЭДС  $\varepsilon_i < 0$ , т.е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку; уменьшение потока  $(d\Phi / dt < 0)$  вызывает ЭДС  $\varepsilon_i >$ 

0, т.е. направления потока и поля индукционного тока совпадают. Знак "минус" является математическим выражением правила Ленца - общего правила для нахождения направления индукционного тока, выведенного в 1833 г.

### 9.3. Явление самоиндукции

Явление электромагнитной индукции наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток, пронизывающий контур. В частности, этот поток может создаваться током, текущим в самом рассматриваемом контуре. Поэтому при всяком изменении силы тока в каком-либо контуре в нём возникает ЭДС индукции, которая вызывает дополнительный ток в контуре. Это явление называется самоин-



Puc. 49

дукцией, а дополнительные токи, вызываемые ЭДС самоиндукции, - экстратоками самоиндукции.

Рассмотрим следующую электрическую цепь (рис. 49). Если разомкнуть ключ K, то магнитный поток в катушке будет исчезать и в ней возникнет экстраток самоиндукции I (экстраток размыкания). В соответствии с законом Ленца он будет препятствовать убыванию магнитного потока, т.е. будет направлен в ка-

тушке так же, как и убывающий ток. Этот экстраток проходит целиком через гальванометр, где его направление противоположно первоначальному току  $i_I$ . Поэтому гальванометр даёт отброс в обратную сторону.

При замыкании ключа (установлении тока) в катушке также возникает экстраток (экстраток замыкания). Его направление в катушке противоположно нарастающему току батареек. Если поместить в катушку железный сердечник, то экстраток значительно увеличивается.

# 9.4. Индуктивность

Магнитная индукция (плотность магнитного потока) в любой точке поля пропорциональна силе тока i в катушке. Поэтому и магнитный поток, пронизывающий катушку, пропорционален току

$$\Phi = L i$$
.

Коэффициент пропорциональности L называют индуктивностью контура или коэффициентом самоиндукции. Если i=1, то  $\Phi=L$ , т.е. индуктивность контура равна магнитному потоку через этот контур при силе тока в контуре, равной единице.

Единицей индуктивности в системе СИ служит генри [Гн]. Это индуктивность такого контура, в котором при силе тока 1 А возникает магнитный поток 1 Вб: 1 [Гн] = 1 [Вб] / 1 [А].

Применяя к явлению самоиндукции основной закон электромагнитной индукции, мы получаем для Э.Д.С. самоиндукции выражение

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}.$$

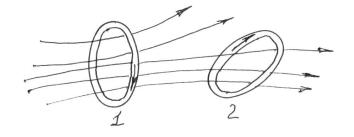
Э.Д.С. самоиндукции пропорциональна производной тока по времени, т.е. быстроте изменения тока. Индуктивность какого-либо контура зависит от его формы и размеров, а также от свойств окружающей среды.

$$L = \frac{\mu \mu_0 N^2 S}{l}.$$

# 9.5. Явление взаимной индукции

Рассмотрим два контура с током, например, два круговых витка 1 и 2 (рис. 50). Часть линий индукции поля, создаваемого контуром 1

будет проходить через контур 2, т.е. будет сцеплена с этим контуром, и, наоборот. В этом случае мы говорим, что между обоими контурами существует магнитная связь.



Puc. 50

Индукция поля контура 1 пропорциональна силе тока  $i_1$  в этом контуре. Поэтому магнитный поток  $\Phi_{12}$  через контур 2, создаваемый контуром 1, также пропорционален току  $i_1$ :

$$\Phi_{12} = L_{12} i_1$$
.

Коэффициент  $L_{12}$  называется взаимной индуктивностью контуров I и 2. Она, очевидно, равна магнитному потоку через контур 2, создаваемому контуром I при силе тока в нём равном единице.

Совершенно также, если в контуре 2 имеется ток некоторой величины  $i_2$ , то он создает магнитный поток  $\Phi_{21}$  через контур 1, причем

$$\Phi_{21} = L_{21} i_2$$
.

Здесь  $L_{21}$  есть взаимная индуктивность контуров 2 и 1. Для любых двух контуров взаимные индуктивности всегда равны:

$$L_{12} = L_{21}$$
.

Наличие магнитной связи между контурами проявляется в том, что при всяком изменении силы тока в одном из контуров в другом контуре появляется Э.Д.С. индукции. Согласно основному закону электромагнитной индукции имеем

$$\varepsilon_{1} = -\frac{d \Phi_{12}}{d t} = -L_{12} \frac{d i_{1}}{d t};$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{d \, \Phi_{21}}{d \, t} = -L_{21} \frac{d \, i_2}{d \, t},$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  - Э.Д.С. индукции, возникающая соответственно в контуре 1 и 2.

Для определения взаимной индуктивности имеется следующая формула

$$L_{12} = L_{21} = \mu_1 \mu_2 \mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{l}.$$

# 9.6. Токи размыкания и замыкания

Экстратоки самоиндукции в соответствии с законом Ленца всегда препятствуют изменениям тока, их вызвавшими. Поэтому индуктивность цепи проявляется в замедлении процессов возникновения и исчезновения тока.

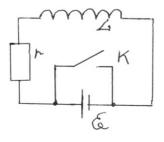
Пусть имеется цепь, содержащая источник тока с Э.Д.С.  $\varepsilon$ , сопротивлением r и индуктивностью L. При разомкнутом ключе K в цепи будет действовать э.д.с. источника и в ней установится ток силы

$$i_0 = \varepsilon / r$$
.

Если замкнуть ключ K, то источник тока будет выключен из цепи и ток начнёт исчезать (рис. 51). Будем считать ток квазистацио-

нарным и найдем закон исчезновения тока. Обозначим через i мгновенную силу тока в момент времени t и применим к контуру L, K, r второе правило Кирхгофа. Учитывая, что в цепи действует э.д.с. самоиндукции

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt},$$



Puc. 51

имеем:

$$ri = -L\frac{di}{dt}$$
.

Разделим переменные  $\frac{di}{i} = -\frac{r\,d\,t}{L}$  и путем интегрирования находим

$$i = C \exp(-\frac{rt}{L}).$$

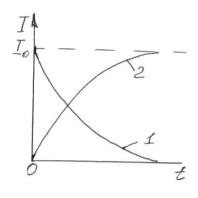
Найдем C. Пусть t = 0,  $i = i_0$ , то  $C = i_0$ .

Тогда закон убывания тока принимает вид

$$i = i_0 \exp(-\frac{t}{T}),$$

где T = L / r - постоянная времени. Это есть время, в течение которого сила тока уменьшается в e = 2,71 раз. Чем больше индуктивность и меньше сопротивление, тем медленнее происходит исчезновение тока (рис. 52 (1)).

Если в цепи ключ K сначала был замкнут и затем внезапно разомкнут, то в цепи начнётся процесс установления тока. В этом случае в цепи будет действовать э.д.с. источника  $\varepsilon$  и э.д.с. само-



Puc. 52

индукции  $-L\frac{d\,i}{d\,t}$ , и второе правило Кирхгофа даёт  $r\,i=-L\frac{d\,i}{d\,t}$ .

Здесь r - полное сопротивление цепи, в которое в данном случае должно быть включено и внутреннее сопротивление источника. Введя новую переменную  $u=r\ i$  -  $\varepsilon$  , преобразуем это уравнение к тому же виду, что и выше:

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{T}$$
.

Имеем

$$u = C \exp(-\frac{t}{T}).$$

Если начало счёта времени совпадает с моментом включения источника, то начальное условие имеет вид t=0:  $i=0, u=-\varepsilon$ . Это да- ёт  $C=-\varepsilon$ , и мы имеем

$$u = i r - \varepsilon = -\varepsilon \exp(-\frac{t}{T}).$$

Выражая отсюда силу тока i, находим окончательно

$$i = (\frac{\varepsilon}{r})[1 - \exp(-\frac{t}{T})].$$

Сила тока возрастает от начального значения i=0 и асимптотически стремится к установившемуся значению  $\varepsilon/r$  (рис. 52 (2)).. Быстрота установления тока определяется той же постоянной времени T, что и исчезновение тока.

# 9.7. Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружён магнитным полем, причём магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, как и электрическое, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим схему. При замкнутом ключе в соленоиде установится ток I, который обусловит магнитное поле, сцеплённое с витками соленоида. Если разомкнуть ключ, то через сопротивление r будет течь постепенно убывающий ток, поддерживаемый возникающей в

соленоиде ЭДС самоиндукции. Работа, совершаемая этим током за счёт энергии магнитного поля за время dt:

$$dA = \varepsilon_i I dt = -\frac{d\Phi}{dt} I dt = -I d\Phi,$$

где  $d\Phi = LdI$ , тогда dA = -LIdI.

$$dA = -\int_{I}^{0} LI dI = \frac{LI^{2}}{2}.$$

 $_{\text{ТОГДа}} dA = -L I dI$ 

Ток совершает работу, изменяя своё значение от I до нуля:

Подставляя значение индуктивности соленоида

$$L = \mu \mu_0 n^2 V$$
 и учитывая, что  $I = \frac{H}{n}$ , получаем,  $A = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} V$ .

Поскольку работа совершается за счёт энергии магнитного поля

катушки, то  $A = W = \frac{\mu \mu_0 \, H^2}{2} V$ ., отсюда объёмная плотность энергии магнитного поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}.$$

Через магнитную индукцию так как  $B = \mu \mu_0 H$  , то  $w = \frac{BH}{2}$ 

Рассмотрим контур индуктивностью L, по которому течёт ток I. С данным контуром сцеплен магнитный поток  $\Phi = L I$ , причём при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на  $d\Phi = L d I$ . Однако для изменения магнитного потока на величину  $d\Phi$  необходимо совершить работу  $dA = I d \Phi = L I d I$ .

Тогда работа по созданию магнитного потока  $\Phi$  будет равна

$$A = \int_{0}^{I} LI \, dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай - однородное магнитное поле внутри длинного соленоида. Получим:

$$W = \mu \, \mu_0 N^2 \, I^2 \, \frac{S}{2 \, l} \, .$$
 
$$I = \frac{B \, l}{\mu \, \mu_0 N} \, _{_{\rm H}} \, B = \mu \, \mu_0 \, H \, ,_{_{\rm TO}} \, W = \frac{B^2 \, V}{2 \, \mu \, \mu_0} = \frac{B \, H \, V}{2} \, ,$$

$$S l = V$$
 - объём соленоида.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объёме соленоида и распределена в нём с постоянной объёмной плотностью

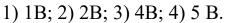
$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \mu\mu_0 \frac{H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

Эта формула выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей. Она справедлива только для сред, для которых зависимость B и H линейная, т.е. она относится только к пара- и диамагнетикам.

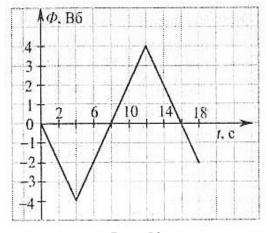
#### **Tecm**

- 1. В каких единицах измеряется в системе СИ магнитный поток?
- 2. Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея и запишите его.
  - 3. От каких параметров зависит индуктивность контура?
- 4. Напишите выражение для магнитной энергии тока и объёмной плотности энергии магнитного поля.
- 5. Число витков катушки уменьшили в два раза, но сохранили её геометрические размеры и ток в обмотке. Как при этом изменятся а) индуктивность катушки; б) энергия магнитного поля катушки; в) средняя плотность энергии магнитного поля внутри катушки?
- 6. Индуктивность рамки равна  $L=40~{\rm M\Gamma h}$ . Если за время  $\tau=1~{\rm Mc}$  сила тока в рамке возросла на 20 мА, то модуль ЭДС самоиндукции в рамке равен
  - 1) 100 mB; 2) 800 mB; 3) 200 mB; 4) 20 mB.
- 7. В катушке с индуктивностью L=2,5 Гн при протекании тока силой  $I_0$  запасена энергия E=5 Дж. Тогда при линейном увеличении

силы тока в катушке в четыре раза за t = 3 с величина ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке, будет равна



- 8. Магнитный поток через контур с сопротивлением, равным R = 4 Ом, меняется так, как показано на рис. 53. В момент времени t = 4 с индукционный ток в контуре равен
- 1) 0,25 A; 2) 0,50 A; 3) 1,25 A; 4) 4,00 A.



Puc. 53

- 9. При изменении силы тока по закону  $I=(1-0.5\ t)$  А в катушке возбуждается ЭДС самоиндукции  $2\cdot 10^{-3}$  В. Индуктивность катушки L равна
  - 1) 2 мГн; 2) 5 мГн; 3) 12 мГн; 4) 4 мГн.
- 10. Соленоид намотан «виток к витку» тонким проводом в один слой, он имеет 1200 витков, длину 25 см и площадь сечения 13 см<sup>2</sup>. Поверх этого соленоида вплотную намотан второй точно такой же. Найдите их взаимную индуктивность.
  - 1) 8,7 мГн; 2) 9,4 мГн; 3) 11 мГн; 4) 16 мГн.

### Вопросы для самоконтроля

- 1. Что такое магнитный поток? Как он определяется?
- 2. Приведите примеры закона электромагнитной индукции Фарадея.
  - 3. Что выражает правило Ленца?
- 4. Какое явление называется самоиндукцией? Взаимоиндукцией?
  - 5. В чём физический смысл индуктивности контура?
- 6. Какую роль играет индуктивность для токов размыкания и замыкания?
- 7. Приведите примеры применения экстратоков замыкания и размыкания в технике.
  - 8. Каковы сферы применения магнитной энергии?

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В учебном пособии рассмотрен один из разделов общей физики «Электричество и магнетизм». В процессе его освоения у студента формируются следующие общекультурные и профессиональные компетенции: определение общих форм, закономерностей, инструментальных средств физики; умение понять поставленную задачу; умение сформировать результат и самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата; умение грамотно пользоваться языком предметной области; знание корректных постановок классических задач; понимание корректности постановок задач; способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучаемого явления.

Предлагаемое учебное пособие поможет освоить основные понятия и закономерности в области электричества и электромагнетизма.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Детлаф, А. А., Курс физики/А. А.Детлаф, Б.М.Яворский. М.: Высш. шк., 1987. 607 с.– ISBN 978-5-8114-0630-2.
- 2. *Кингсеп, А. С.* Курс общей физики. Основы физики. В 2 т. Т. 1. Механика. Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Волновая оптика/ А. С. Кингсеп, Г. Р.Локшин, О. А.Ольхов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 704 с. ISBN 978-5-9221-0753-2.
- 3. *Трофимова, Т. И.* Курс физики/Т.И. Трофимова. М.: Высш. шк., 1990. 470 с.– ISBN 5-06-001540-8.
- 4. *Ан, А.* Ф. Основы современной физики: учеб. пособие / А. Ф. Ан, А.В.Самохин. Муром: Изд.-полигр. центр МИ ВлГУ, 2008. 165 с.– ISBN 978-5-8439-0149-3.
- 5. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики /В.С.Волькенштейн. М.: Наука, 1979. 351 с.
- 6. *Иродов, И. Е.* Основные законы электромагнетизма / И. Е. Иродов. М. : Высш. шк., 1983. 279 с.
- 7. *Калашников*, *С.*  $\Gamma$ . Электричество/ С. $\Gamma$ . Калашников. М.: Наука, 1985. 576 с.
- 8. Методические указания, программа, вопросы и задачи по физике / Владим. гос. ун-т.; сост.: В.Н. Кунин, А.Ф. Галкин. Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. 124 с.
- 9. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 3. Электромагнетизм / А. Ф. Галкин; Владим. гос. ун-т. Владимир: Изд-во ВлГУ, 2006. 104 с.— ISBN 5-89368-658-6.
- 10.  $\Phi$ уров, Л.В. Учебное пособие к практическим работам по физике / авт.-сост. : Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. Владимир : Изд-во ВлГУ, 2019. 140 с. ISBN 978-5-9984-1030-7.
- 11. Физика: методические указания к инновационным лабораторным работам на базе лазерной установки «Интерферометр Майкельсона» и платформы IN ELVIS / Владим. гос. ун-т; сост. : А.Ф. Галкин, В.В. Дорожков, Л.В. Фуров, В.Н. Конешов. Методические указания. Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011.- 52 с.
- 12. *Савельев, И. В.* Курс общей физики :учебник. В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика/И. В.Савельев. 12-е изд., стер.— СПб. : Лань, 2017. —480 с. ISBN 978-5-8114-0630-2.

- 13. *Тамм, И.Е.* Основы теории электричества/ И. Е. Тамм. М.: Наука, 1989. 271 с.-. ISBN 5-02-014244-1.
- 14. *Чертов, А.Г.* Задачник по физике : учеб. пособие для втузов/ А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. М. : Высшая школа, 1988. 528 с. ISBN 5-06-001183-6.
- 15. Учебное пособие для самостоятельной работы по физике / авт.-сост. : А. А. Кулиш, Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. Владимир : Из-во ВлГУ, 2017. 128 с. ISBN978-5-9984-0822-9.
- 16. ГОСТ 8.417-2002 Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин.

# Интернет-ресурсы

- 17. Электронная библиотека ВлГУ [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://e.lib.vlsu.ru/ (дата обращения: 21.06. 2021).
- 18. Консультант студента [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.studentlibrary.ru (дата обращения: 21.06. 2021).
- 19. Библиотех [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://vlsu.bibliotech.ru (дата обращения: 21.06. 2021).
- 20. ЛАНЬ [Электронный ресурс] : электрон.- библ. система. Режим доступа: http://e.lanbook.com/ (дата обращения: 21.06. 2021).
- 21. IPRbooks [Электронный ресурс]: электрон.- библ. система. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/ (дата обращения: 21.06. 2021).

# ПРИЛОЖЕНИЕ

# 1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 m·c <sup>-2</sup>
Гравитационная постоянная	G	$6,67\cdot10^{-11}\mathrm{K}\Gamma^{-1}\cdot\mathrm{M}^3\cdot\mathrm{c}^{-2}$
Скорость света в вакууме	С	$3,00\cdot10^{8}\mathrm{M}\cdot\mathrm{c}^{-1}$
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23}  \mathrm{моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж·моль <sup>-1</sup> ·К <sup>-1</sup>
Молярный объём идеального		
газапри нормальных условиях $(P_0 = 1 \text{ атм}, T_0 = 273 \text{ K})$	$V_m$	$22,4\cdot10^{-3}\mathrm{M}^3\cdot\mathrm{МОЛЬ}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = R/N_A$	1,38⋅10 <sup>-23</sup> Дж⋅К <sup>-1</sup>
Заряд электрона абсолютная величина	e	1,60·10 <sup>-19</sup> Кл
Постоянная Фарадея	$F = N_A e$	9,65·10 <sup>7</sup> Кл·моль <sup>-1</sup>
Масса покоя электрона	$m_e$	9,11·10 <sup>-31</sup> кг
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \Gamma_{\text{H} \cdot \text{M}}^{-1}$	$1,26\cdot10^{-6}\Gamma$ н·м $^{-1}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1} =$ $= (4\pi c^2)^{-1} \cdot 10^7 \Phi \cdot M^{-1}$	$8,85\cdot10^{-12}\Phi\cdot\mathrm{m}^{-1}$
Масса покоя протона	$m_p$	1,67·10 <sup>-27</sup> кг
Масса покоя α-частицы	$m_{\alpha}$	6,64·10 <sup>-27</sup> кг
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	5,67·10 <sup>-8</sup> B <sub>T</sub> ·M <sup>-2</sup> ·K <sup>-4</sup>
Постоянная закона смещения Вина	b	2,90·10 <sup>-3</sup> м·К
Постоянная Планка	h ħ	6,63·10 <sup>-34</sup> Дж·с 1,05·10 <sup>-34</sup> Дж·с
Постоянная Ридберга	R	$1,10\cdot10^7\mathrm{m}^{-1}$
Радиус Бора	а	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ M}$
Комптоновская длина волны электрона	Λ	2,43·10 <sup>-12</sup> м
Магнетон Бора	$\mu_B$	$0.927 \cdot 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$
Энергия ионизации атома водорода	$E_i$	2,18·10 <sup>-18</sup> Дж (13,6 эВ)

### 2. Некоторые астрономические величины

Астрономическая величина	Значение
Средний радиус Земли	$R_3 = 6.37 \cdot 10^6 \text{ M}$
Масса Земли	$M_3 = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$R_{\rm c} = 6.96 \cdot 10^8 {\rm M}$
Масса Солнца	$M_{\rm c} = 1,99 \cdot 10^{30} \ {\rm K}{\Gamma}$
Радиус Луны	$R_{\pi} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ M}$
Масса Луны	$M_{\rm II} = 7.35 \cdot 10^{22} \ { m K}{ m \Gamma}$
Среднее расстояние между Землёй и Солнцем	$1 \text{ a.e.} = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ M}$
Среднее расстояние между Землёй и Луной	$R = 3.84 \cdot 10^8 \text{ M}$

### 3. Единицы некоторых физических величин

Физическая величина	Значение
Ангстрем	$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ M} = 10^{-8} \text{ cm}$
Радиан	1 рад =57° 17" 44,8" = 57,3°
Атмосфера	$1 \text{ атм} = 1,0133 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Миллиметр ртутного столба	1 мм рт. ст. = $1,3332 \cdot 10^5$ Па
Электронвольт	$1  ext{  ext{ } 9B} = 1,6022 \cdot 10^{-19}  ext{ Дж}$
Атомная единица массы	$1 \text{ a.e.м.} = 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

# **4.** Основные единицы СИ и их связь с внесистемными единицами Длина

**Метр** (м, m) есть длина пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени 1/299 792 458 с:

1 а.е. (астрономическая единица) =  $1,49598 \cdot 10^{11}$  м;

1 св. год (световой год) =  $9.4605 \cdot 10^{15}$  м;

1 пк (парсек) =  $3,0857 \cdot 10^{16}$  м.

Macca

**Килограмм** (кг, kg) равен массе международного прототипа килограмма:

 $1 \text{ т (тонна)} = 10^3 \text{ кг,}$ 

1 а.е.м. (атомная единица массы) =  $1,6605655 \cdot 10^{-27}$  кг.

Время

Секунда (c, s) равна 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133:

1 мин (минута) = 60 с,

1 ч (час) = 3600 с,

1 сут (сутки) = 86 400 с.

### Сила электрического тока

**Ампер** (A, A) равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  H.

## Термодинамическая температура

**Кельвин** (К, К) равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды:

### Количество вещества

**Моль** (моль, mol) равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.

#### Сила света

**Кандела** (кд, kd) равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой  $540\cdot10^{12}$  Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет (1/683) Вт/ср.

### 5. Дополнительные единицы

Плоский угол

**Радиан** (рад, rad) равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу:

```
1^{\circ} (угл. градус) = (\pi/180) рад; 1' (угл. минута) = (\pi/10~800) рад;
```

1" (угл. секунда) =  $(\pi/648\ 000)$  рад.

# Телесный угол

Стерадиан (cp, sr) равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, по длине равной радиусу сферы.

# 6. Производные единицы

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Площадь	квадрат- ный метр	M <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	Квадратный метр равен площади квадрата со сторонами, длины которых равны 1 м
Объём	кубический метр	M <sup>3</sup>	$m^3$	Кубический метр равен объёму куба с рёбрами, длины которых равны 1 м
Частота	герц	Гц	Hz	Герц равен частоте перио- дического процесса, при которой за время 1 с проис- ходит один цикл периоди- ческого процесса
Плотность (объёмная масса)	килограмм на кубичес- кий метр	кг/м <sup>3</sup>	kg/m³	Килограмм на кубический метр равен плотности однородного вещества, масса которого при объёме 1 м <sup>3</sup> равна 1 кг
Скорость	метр в секунду	м/с	m/c	Метр в секунду равен скорости прямолинейно и равномерно движущейся точки, при которой точка за время 1 с перемещается на расстояние 1 м
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	rad/s	Радиан в секунду равен угловой скорости равномерно вращающегося тела, при которой за время 1 с совершается поворот тела относительно оси вращения на угол 1 рад
Ускорение	метр на секунду в квадрате	M/c <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	Метр на секунду в квадрате равен ускорению прямолинейно и равноускоренно движущейся точки, при котором за время 1 с скорость точки возрастает на 1 м/с

Продолжение

Наименование величины	Единица измере-	Обозначение единицы измерения		Определение
	кин	русское	латинское	
Сила	ньютон	Н	N	Ньютон равен силе, сообщающей телу массой 1 кг ускорение 1 м/с <sup>2</sup> в направлении действия силы
Давление (механическое напряжение)	ньютон на квад- ратный метр	Н/м²	N/m <sup>2</sup>	Паскаль равен давлению (ме-ханическому напряжению), вызываемому силой 1 H, равномерно распределённой по нормальной к ней поверхности площадью 1 м <sup>2</sup>
Работа, энергия, количество теп- лоты	джоуль	Дж	J	Джоуль равен работе, совер- шаемой при перемещении точки приложения силы 1 Н на расстояние 1 м в направ- лении действия силы
Мощность	ватт	Вт	W	Ватт равен мощности, при которой совершается работа 1 Дж за время 1 с
Количество электричества (электрический заряд)	кулон	K	С	Кулон равен количеству электричества, проходящего через поперечное сечение при токе силой 1 A за время 1 с
Электрическое напряжение, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	вольт	В	V	Вольт равен электрическому напряжению на участке электрической цепи, при котором в участке проходит постоян-ный ток силой 1 А и затра-чивается мощность 1 Вт
Напряжённость электрического поля	вольт на метр	В/м	V/m	Вольт на метр равен напряжённости однородного электрического поля, при которой между двумя точками, находящимися на одной линии напряжённости поля на расстоянии 1 м, создаётся разность потенциалов 1 В

# Окончание

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Электрическое сопротивление	ОМ	Ом	Ω	Ом равен электрическому сопротивлению участка электрической цепи, при котором постоянный ток силой 1 А вызывает падение напряжения 1 В
Электрическая ёмкость	фарад	Φ	F	Фарад равен электричес- кой ёмкости конденсатора, при которой заряд 1 Кл со- здаёт на конденсаторе напряжение 1 В
Поток магнитной ин- дукции	вебер	Вб	Wb	Вебер равен магнитному потоку, при убывании которого до нуля в сцеплённой с ним электрической цепи сопротивлением 1 Ом через поперечное сечение провод-ника проходит количество электричества 1 Кл
Индуктив- ность	генри	Гн	Н	Генри равен индуктивности электрической цепи, с которой при силе постоянного тока в ней 1 А сцепляется магнитный поток 1 Вб
Магнитная индукция	тесла	Тл	Т	Тесла равен магнитной индукции, при которой магнитный поток сквозь поперечное сечение площадью 1 м <sup>2</sup> равен 1 Вб
Световой поток	люмен	Лм	lm	Мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению
Яркость	кандела на квад- ратный метр	кд/м <sup>2</sup>	Cd/m <sup>2</sup>	Яркость, поверхностно- пространственная плот- ность светового потока, ис- ходя-щего от поверхности
Освещённость	люкс	лк	lx	Отношение светового потока, падающего на элемент поверхности, к площади этого элемента

# 7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр·10 <sup>-10</sup> , м	Газ	Диаметр·10 <sup>-10</sup> , м
Азот	3,0	Гелий	1,9
Водород	2,3	Кислород	2,7

# 8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81,0	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

# 9. Удельное сопротивление

Мотонн	Удельное сопротивление,	Металл	Удельное сопротивление,
Металл Ом-м	Ом·м		Ом·м
Железо	$9.8 \cdot 10^{-8}$	Вольфрам	$5,5\cdot 10^{-8}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6\cdot 10^{-8}$
Цинк	$5,9 \cdot 10^{-8}$	Олово	$11,5\cdot 10^{-8}$

# 10. Энергия ионизации

Вещество	$E_i$ , Дж	$E_i$ , $\mathfrak{I}B$
Водород	$2,18\cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21\cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

# 11. Работа выхода электронов

Металл	А·10 <sup>−19</sup> , Дж	А, эВ
Калий	3,5	2,2
Литий	3,7	2,3
Платина	10,0	6,3
Рубидий	3,4	2,1
Серебро	7,5	4,7
Цезий	3,2	2,0
Цинк	6,4	4,0

# 12. Массы атомов лёгких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а. е. м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	$\frac{1}{0}$ n	1,00867	Бериллий	<sup>7</sup> <sub>4</sub> Be	7,01693
Водород	1 H	1,00783		<sup>9</sup> <sub>4</sub> Be	9,01219
	<sup>2</sup> <sub>1</sub> H	2,01410	Бор	<sup>10</sup> <sub>5</sub> <b>B</b>	10,01294
	<sup>3</sup> <sub>1</sub> H	3,01605		<sup>11</sup> <sub>5</sub> B	11,00930
Гелий	<sup>3</sup> <sub>2</sub> He	3,01603	Углерод	<sup>12</sup> <sub>6</sub> C	12,00000
	<sup>4</sup> <sub>2</sub> He	4,00260		<sup>13</sup> <sub>6</sub> C	13,00335
Литий	<sup>6</sup> <sub>3</sub> Li	6,01513		<sup>14</sup> <sub>6</sub> C	14,00324
	<sup>7</sup> <sub>3</sub> Li	7,01601	Азот	<sup>14</sup> <sub>7</sub> N	14,00307
			Кислород	<sup>16</sup> <sub>8</sub> O	15,99491
				<sup>17</sup> <sub>8</sub> O	16,99913

# 13. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	Масса покоя, $m_0$		Энергия покоя, $F_0$	
	КГ	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8,16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50\cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51\cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3,00\cdot10^{-10}$	1876
α-частица	$6,64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральный	2,41·10 <sup>-27</sup>	0,14498	2,16·10 <sup>-10</sup>	135
π-мезон				

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ	
1.1. Закон сохранения заряда	5
1.2. Закон Кулона	7
1.3. Напряжённость поля	9
1.4. Суперпозиция полей. Поле диполя	11
1.5. Силовые линии поля. Поток вектора	
1.6. Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического п	ППО
в вакууме	17
1.7. Применение теоремы Остроградского – Гаусса	
для расчета полей	18
1.8. Работа сил электростатического поля	
1.9. Потенциал. Разность потенциалов	
1.10. Эквипотенциальные поверхности.	
Связь между напряжённостью и потенциалом	24
1.11. Вычисление потенциала некоторых	
электростатических полей	26
Tecm	
Вопросы для самоконтроля	
	50
2. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ	31
2.1. Проводники и диэлектрики. Поляризация диэлектриков.	
Вектор поляризации	
2.2. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для поля	
в диэлектрике	36
2.3. Диэлектрическая проницаемость. Зависимость	
диэлектрической проницаемости от температуры	38
2.4. Электрическое поле на границе двух диэлектриков	
2.5. Сегнетоэлектрики	
<i>Tecm</i>	
Вопросы для самоконтроля	

3. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ	46
3.1. Распределение зарядов в проводниках	46
3.2. Связь между напряжённостью поля у поверхности проводника	
и поверхностной плотностью зарядов	47
3.3. Электроёмкость проводников	48
3.4. Конденсаторы	49
3.5. Энергия системы неподвижных точечных зарядов	53
3.6. Энергия заряженного проводника	53
3.7. Энергия электростатического поля	54
<i>Tecm</i>	55
Вопросы для самоконтроля	56
4. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК	57
4.1. Характеристики электрического тока и условия	
его существования	57
4.2. Разность потенциалов, электродвижущая сила, напряжение	60
4.3. Закон Ома	63
4.4. Закон Джоуля – Ленца	66
4.5. Законы Кирхгофа	67
<i>Tecm</i>	69
Вопросы для самоконтроля	70
5. КЛАССИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ	
ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ	70
5.1. Природа проводимости металлов	70
5.2. Классическая теория электронной	
проводимости металлов	74
5.3. Закон Видемана – Франца	77
Tecm	
Вопросы для самоконтроля	79

6. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ	. 79
6.1. Термоэлектронная эмиссия и контактные явления	. 79
6.2. Зависимости термоэлектронной эмиссии	. 82
6.3. Ионизация газа	. 84
6.4. Несамостоятельный разряд в газах	. 86
6.5. Самостоятельный разряд в газах	. 88
6.6. Тлеющий разряд	. 90
6.7. Искровой разряд	. 92
6.8. Коронный разряд	. 93
6.9. Дуговой разряд	. 94
6.10. Понятие о плазме	. 95
Tecm	. 97
Вопросы для самоконтроля	. 97
7. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ	
7.1. Магнитное взаимодействие токов	
7.2. Магнитная индукция	
7.3. Закон Био — Савара — Лапласа	
7.4. Закон полного тока	104
7.5. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов	
7.6. Магнитное поле соленоида и тороида	107
7.7. Магнитный момент	108
Tecm.	
Вопросы для самоконтроля	111
8. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ	112
8.1. Намагничивание вещества	112
8.2. Понятие магнитного момента атома	113
8.3. Магнетики	115
8.4. Закон полного тока для магнитного поля в веществе	118
8.5. Граничные условия для магнитного поля	
на границе раздела двух сред	119
Tecm	120
Вопросы для самоконтроля	121

9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ	122
9.1. Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции	122
9.2. Правило Ленца	123
9.3. Явление самоиндукции	124
9.4. Индуктивность	124
9.5. Явление взаимной индукции	125
9.6. Токи размыкания и замыкания	126
9.7. Энергия магнитного поля	128
Tecm	131
Вопросы для самоконтроля	132
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	133
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	134
ПРИЛОЖЕНИЕ	136

#### Учебное издание

# ФУРОВ Леонид Викторович

#### ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие

Издается в авторской редакции

Подписано в печать 28.06.21. Формат  $60\times84/16$ . Усл. печ. л. 8,6. Тираж 50 экз. Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. 600000, Владимир, ул. Горького, 87.