

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

А. М. ГУБЕРНАТОРОВ Н. О. СУББОТИНА

# МОДЕЛИРОВАНИЕ БИЗНЕС-СИСТЕМ

Учебно-практическое пособие



Владимир 2021

УДК 004.9  
ББК 65.291.2  
Г93

Рецензенты:

Кандидат экономических наук, доцент  
зав. кафедрой экономики и финансов Финансового университета  
при Правительстве Российской Федерации (Владимирский филиал)  
*Д. В. Кузнецов*

Генеральный директор ООО «Индустриябетон»  
*Д. А. Кравченко*

**Губернаторов, А. М.** Моделирование бизнес-систем :  
Г93 учеб.-практ. пособие / А. М. Губернаторов, Н. О. Субботина ;  
Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир :  
Изд-во ВлГУ, 2021. – 96 с.  
ISBN 978-5-9984-1450-3

Излагаются подходы, методы, а также закономерности, условия и принципы моделирования бизнес-систем реальных экономических систем.

Предназначено для магистров, обучающихся по направлению 38.04.05 «Бизнес-информатика», а также будет полезно преподавателям, практическим работникам экономических служб организаций.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 15. Табл. 1. Библиогр.: 30 назв.

УДК 004.9  
ББК 65.291.2

ISBN 978-5-9984-1450-3

© Губернаторов А. М.,  
Субботина Н. О., 2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	5
<b>Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ</b> .....	7
1.1. Моделирование систем и содержание модели .....	7
1.2. Классификация методологий моделирования .....	19
1.3. Компьютерное моделирование и программные средства .....	22
<i>Практическая работа 1. Системный подход к управлению бизнес-системами</i> .....	24
Контрольные вопросы.....	27
<b>Глава 2. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ. БИЗНЕС-МОДЕЛИРОВАНИЕ</b> .....	28
2.1. Классификация бизнес-моделей предприятия.....	28
2.2. IDEF-технологии моделирования бизнес-систем.....	34
<i>Практическая работа 2. Анализ бизнес-систем по методологии IDEF0</i> .....	40
Контрольные вопросы.....	45
<b>Глава 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ</b> .....	46
3.1. Понятие математическая модель .....	46
3.2. Классификация математических моделей.....	48
3.3. Линейные математические модели .....	50
3.4. Нелинейные детерминированные модели.....	53
3.4.1. Полиномиальные модели.....	54
3.4.2. Поэинозные модели.....	55

3.5. Математическая модель в виде обыкновенных дифференциальных уравнений.....	56
3.6. Стохастические модели .....	57
<i>Практическая работа 3. Модели статистического прогнозирования.....</i>	61
Контрольные вопросы.....	62
<b>Глава 4. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ .....</b>	<b>63</b>
4.1. Основные понятия имитационного моделирования.....	63
4.2. Основные элементы имитационного моделирования.....	66
<i>Практическая работа 4. Решение задач моделирования с использованием имитации случайных событий на основе метода Монте-Карло .....</i>	70
Контрольные вопросы.....	71
<b>Глава 5. СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ .....</b>	<b>72</b>
5.1. СМО и их назначение .....	72
5.2. Классификация и модели СМО .....	73
<i>Практическая работа 5. Системы массового обслуживания.....</i>	83
Контрольные вопросы.....	91
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>92</b>
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....</b>	<b>93</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Одна из актуальных проблем современного менеджмента – проблема управления бизнесом и протекающими бизнес-процессами организаций и компаний. Как известно, в современной рыночной среде значительно ускорился темп изменений конкурентных условий, требующих более быстрого реагирования со стороны организаций. Обострение конкуренции, усложнение технологий, государственное регулирование, сокращение жизненного цикла большинства товаров, рост требований к персоналу – эти и целый ряд других проблем предъявляют особые требования к управлению современными отечественными предприятиями и организациями, использующими совершенные методы и технологии руководства, основанные на современных концепциях управления бизнес-процессами.

Использование процессного подхода к ведению бизнеса, в основе которого лежит детальный анализ существующих бизнес-процессов и их последующая оптимизация, является одним из основных источников долгосрочных конкурентных преимуществ организации. Следует отметить, что управление бизнесом нацелено на выявление всех существующих резервов организации (операционных, логистических и управленческих процессов) за счет оптимального выбора и использования инструментов управления в соответствии с практическими потребностями организации и внедрения эффективных технологий управления, позволяющих изменять бизнес-процессы под новые условия.

В таких условиях проблема устойчивого развития системы управления бизнесом предприятий и организаций предстает как многогранная задача, требующая оптимизации различных подходов к оценке и методам управления предприятием, стратегическим и тактическим вопросам выживаемости организаций. Эти причины делают постановку проблемы актуальной и вызывают необходимость проведения исследований, ориентированных на углубленное изучение бизнес-процессов предприятий, а также поиска путей совершенствования

сложившейся системы управления и повышения эффективности деятельности организации.

Пособие ориентировано на подготовку студентов по дисциплине «Методология внедрения бизнес-систем» и призвано формировать определенную систему знаний у студентов в области:

- профессиональных знаний и компетенций, основанных на классической методологии внедрения бизнес-систем и практиках ведущих мировых компаний.

- умения применять теоретические основы методологии и ее инструментарий для моделирования бизнес-процессов; учитывать специфику проекта по описанию и совершенствованию бизнес-процессов.

- получения практических умений и навыков по использованию проектных форм организации работ по моделированию деятельности предприятия.

При написании пособия авторский коллектив руководствовался следующими важнейшими методологическими и методическими положениями.

1. Содержание издания должно полностью соответствовать ФГОС ВО для подготовки магистров по направлению 38.04.05 «Бизнес-информатика».

2. Теоретической основой рассматриваемой работы послужили современные концепции, категории и понятия, используемые в области моделирования бизнес-систем и их оценки.

3. Материал пособия выступает как основа воспитания экономического мышления, понимания современных задач в области организационно-экономического проектирования информационных систем.

Дополнительный материал пособия может быть использован студентами для углубления знаний при подготовке докладов, рефератов, а также преподавателями и аспирантами.

Издание подготовлено преподавателями кафедры бизнес-информатики и экономики Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых: д.э.н., доцентом А. М. Губернаторовым (гл. 3, 4, 5, библиографический список), старшим преподавателем Н. О. Субботиной.

# Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

## 1.1. Моделирование систем и содержание модели

Моделирование – исследование объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя. В силу многозначности понятия «модель» в науке и технике не существует единой классификации видов моделирования: классификацию можно проводить по характеру моделей, по характеру моделируемых объектов, по сферам приложения моделирования (в технике, физических науках, кибернетике и т.д.).

Например, можно выделить следующие виды моделирования:

Информационное моделирование

Компьютерное моделирование

Математическое моделирование

Математико-картографическое моделирование

Молекулярное моделирование

Цифровое моделирование

Логическое моделирование

Педагогическое моделирование

Психологическое моделирование

Статистическое моделирование

Структурное моделирование

Физическое моделирование

Экономико-математическое моделирование

Имитационное моделирование

Эволюционное моделирование

Графическое и геометрическое моделирование

Натурное моделирование

Процесс моделирования включает три элемента:

субъект (исследователь),

Объект исследования,

Модель, определяющую (отражающую) отношения познающего субъекта и познаваемого объекта.

Первый этап построения модели предполагает наличие некоторых знаний об объекте-оригинале. Познавательные возможности модели обуславливаются тем, что модель отображает (воспроизводит, имитирует) какие-либо существенные черты объекта-оригинала. Вопрос о необходимой и достаточной мере сходства оригинала и модели требует конкретного анализа. Очевидно, модель утрачивает свой смысл как в случае тождества с оригиналом (тогда она перестает быть моделью), так и в случае чрезмерного во всех существенных отношениях отличия от оригинала. Таким образом, изучение одних сторон моделируемого объекта осуществляется ценой отказа от исследования других сторон. Поэтому любая модель замещает оригинал лишь в строго ограниченном смысле. Из этого следует, что для одного объекта может быть построено несколько «специализированных» моделей, концентрирующих внимание на определенных сторонах исследуемого объекта или же характеризующих объект с разной степенью детализации.

На втором этапе модель выступает как самостоятельный объект исследования. Одной из форм такого исследования является проведение «модельных» экспериментов, при которых сознательно изменяются условия функционирования модели и систематизируются данные о её «поведении». Конечным результатом этого этапа является множество (совокупность) знаний о модели.

На третьем этапе осуществляется перенос знаний с модели на оригинал – формирование множества знаний. Одновременно происходит переход с «языка» модели на «язык» оригинала. Процесс переноса знаний проводится по определенным правилам. Знания о модели должны быть скорректированы с учетом тех свойств объекта-оригинала, которые не нашли отражения или были изменены при построении модели.

Четвёртый этап – практическая проверка получаемых с помощью моделей знаний и их использование для построения обобщающей теории объекта, его преобразования или управления им.

Моделирование – циклический процесс. Это означает, что за первым четырёхэтапным циклом может последовать второй, третий и т.д. При этом знания об исследуемом объекте расширяются и уточняются, а исходная модель постепенно совершенствуется. Недостатки, обнаруженные после первого цикла моделирования, обусловлен-

ные малым знанием объекта или ошибками в построении модели, можно исправить в последующих циклах.

Сейчас трудно указать область человеческой деятельности, где не применялось бы моделирование. В перспективе для каждой системы могут быть созданы свои модели, перед реализацией каждого технического или организационного проекта должно проводиться моделирование.

Модель (фр. *modèle*, от лат. *Modulus* – «мера, аналог, образец») – это упрощенное представление реального устройства и/или протекающих в нем процессов, явлений.

Построение и исследование моделей, то есть моделирование, облегчает изучение имеющихся в реальном устройстве (процессе, ...) свойств и закономерностей. Применяют для нужд познания (созерцания, анализа и синтеза). Моделирование является обязательной частью исследований и разработок, неотъемлемой частью нашей жизни, поскольку сложность любого материального объекта и окружающего его мира бесконечна вследствие неисчерпаемости материи и форм её взаимодействия внутри себя и с внешней средой. Одни и те же устройства, процессы, явления и т.д. (далее – «системы») могут иметь много разных видов моделей. Как следствие, существует много названий моделей, большинство из которых отражает решение некоторой конкретной задачи.

Моделирование всегда предполагает принятие допущений той или иной степени важности. При этом должны удовлетворяться следующие требования к моделям:

- адекватность, то есть соответствие модели исходной реальной системе и учет, прежде всего, наиболее важных качеств, связей и характеристик. Оценить адекватность выбранной модели, особенно, например, на начальной стадии проектирования, когда вид создаваемой системы ещё неизвестен, очень сложно. В такой ситуации часто полагаются на опыт предшествующих разработок или применяют определенные методы, например, метод последовательных приближений;

- точность, то есть степень совпадения полученных в процессе моделирования результатов с заранее установленными, желаемыми. Здесь важной задачей является оценка потребной точности результа-

тов и имеющейся точности исходных данных, согласование их как между собой, так и с точностью используемой модели;

- универсальность, то есть применимость модели к анализу ряда однотипных систем в одном или нескольких режимах функционирования. Это позволяет расширить область применимости модели для решения бóльшего круга задач;

- целесообразная экономичность, то есть точность получаемых результатов и общность решения задачи должны увязываться с затратами на моделирование. И удачный выбор модели, как показывает практика, – результат компромисса между отпущенными ресурсами и особенностями используемой модели и др.

Выбор модели и обеспечение точности моделирования считается одной из самых важных задач моделирования.

Погрешности моделирования вызываются как объективными причинами, связанными с упрощением реальных систем, так и субъективными, обусловленными недостатком знаний и навыков, особенностями характера того или иного человека. Погрешности можно предотвратить, компенсировать или учесть. И всегда обязательна оценка правильности получаемых результатов. В технике быструю оценку точности модели часто проводят следующими способами:

- проверяют соответствие результатов физическому (здоровому) смыслу. Удобно это делать для частного случая модели, когда решение очевидно. Иногда даже говорят, что ещё перед решением задачи инженер уже должен представлять характер и порядок ожидаемого результата. Но точность такого представления зависит от развитости физического воображения и опыта работы с подобными системами;

- проверяют выполнение частных очевидных условий задачи, что также позволяет отсеять неприемлемые решения;

- проверяют соблюдение тенденции изменения величин и знаков результатов (монотонность, цикличность, плавность и т.п.);

- проверяют правильность размерности полученного результата (если работа ведется с аналитическими зависимостями).

Известно, что посредством грубых измерений, использования контрольно-измерительных приборов с низкой точностью или приближенных исходных данных невозможно получить точные результаты. С другой стороны, бессмысленно вести, например, расчет с точностью до грамма, если результат потом нужно округлять (скажем,

указывать в формуляре) с точностью до ста грамм, или же определять среднюю величину точнее составляющих её значений, и т.д. Поэтому важно помнить о следующем:

- точность результатов расчетов и экспериментальных исследований модели не может превысить точности исходных данных, используемых приборов, измерительных инструментов и т.п.;

- вид выбираемой модели должен согласовываться с точностью исходных данных и потребной точностью результатов;

- желаемая точность результатов должна соответствовать нуждам и реалиям практики.

- По способу отображения действительности различают три основных вида моделей – эвристические, натурные и математические.

Эвристические модели, как правило, представляют собой образы, рисуемые в воображении человека. Их описание ведется словами естественного языка (например, вербальная информационная модель) и, обычно, неоднозначно и субъективно. Эти модели неформализуемы, то есть не описываются формально-логическими и математическими выражениями, хотя и рождаются на основе представления реальных процессов и явлений.

Эвристическое моделирование – основное средство вырваться за рамки обыденного и устоявшегося. Но способность к такому моделированию зависит, прежде всего, от богатства фантазии человека, его опыта и эрудиции. Эвристические модели используют на начальных этапах проектирования или других видов деятельности, когда сведения о разрабатываемой системе ещё скудны. На последующих этапах проектирования эти модели заменяют на более конкретные и точные.

Отличительной чертой этих моделей является их подобие реальным системам (они материальны), а отличие состоит в размерах, числе и материале элементов и т.п. По принадлежности к предметной области модели подразделяют на следующие:

Физические модели. Ими являются реальные изделия, образцы, экспериментальные и натурные модели, когда между параметрами системы и модели одинаковой физической природы существует однозначное соответствие. Выбор размеров таких моделей ведётся с соблюдением теории подобия. Физические модели подразделяются на объёмные (модели и макеты) и плоские (тремплеты):

– в данном случае под (физической) моделью понимают изделие или устройство, являющееся упрощённым подобием исследуемого объекта или позволяющее воссоздать исследуемый процесс или явление. Например, предметные модели, как уменьшённые копии оригинала (глобус как модель Земли, игрушечный самолёт с учётом его аэродинамики);

– под тремплетом понимают изделие, являющееся плоским масштабным отображением объекта в виде упрощённой ортогональной проекции или его контурным очертанием. Тремплетотанарные вырезают из плёнки, картона и т. п., и применяют при исследовании и проектировании зданий, установок, сооружений;

– под макетом понимают изделие, собранное из моделей и/или тремплетов.

Физическое моделирование – основа наших знаний и средство проверки наших гипотез и результатов расчётов. Физическая модель позволяет охватить явление или процесс во всём их многообразии, наиболее адекватна и точна, но достаточно дорога, трудоёмка и менее универсальна. В том или ином виде с физическими моделями работают на всех этапах проектирования:

Технические модели;

Социальные модели;

Экономические модели, например, Бизнес-модель и т.д.

Математические модели – формализуемые, то есть представляют собой совокупность взаимосвязанных математических и формально-логических выражений, как правило, отображающих реальные процессы и явления (физические, психические, социальные и т.д.). По форме представления бывают:

– аналитические модели. Их решения ищутся в замкнутом виде, в виде функциональных зависимостей. Удобны при анализе сущности описываемого явления или процесса и использовании в других математических моделях, но отыскание их решений бывает весьма затруднено;

– численные модели. Их решения – дискретный ряд чисел (таблицы). Модели универсальны, удобны для решения сложных задач, но не наглядны и трудоёмки при анализе и установлении взаимосвязей между параметрами. В настоящее время такие модели реализуют в виде программных комплексов – пакетов программ для расчета на

компьютере. Программные комплексы бывают прикладные, привязанные к предметной области и конкретному объекту, явлению, процессу, и общие, реализующие универсальные математические соотношения (например, расчет системы алгебраических уравнений);

- формально-логические информационные модели – это модели, созданные на формальном языке. Например: модель формальной системы в математике и логике как любая совокупность объектов, свойства которых и отношения между которыми удовлетворяют аксиомам и правилам вывода формальной системы, служащей тем самым совместным (неявным) определением такой совокупности;

- модель в теории алгебраических систем как совокупность некоторого множества и заданных на его элементах свойств и отношений;

- эталонная модель.

Построение математических моделей возможно следующими способами:

- аналитическим путем, то есть выводом из физических законов, математических аксиом или теорем;

- экспериментальным путем, то есть посредством обработки результатов эксперимента и подбора аппроксимирующих (приблизительно совпадающих) зависимостей.

Математические модели более универсальны и дешевы, позволяют поставить «чистый» эксперимент (то есть в пределах точности модели исследовать влияние какого-то отдельного параметра при постоянстве других), прогнозировать развитие явления или процесса, отыскать способы управления ими. Математические модели – основа построения компьютерных моделей и применения вычислительной техники.

Результаты математического моделирования нуждаются в обязательном сопоставлении с данными физического моделирования – с целью проверки получаемых данных и для уточнения самой модели. С другой стороны, любая формула – это разновидность модели и, следовательно, не является абсолютной истиной, а всего лишь этап на пути её познания.

К промежуточным видам моделей можно отнести:

– графические модели. Занимают промежуточное место между эвристическими и математическими моделями. Представляют собой различные изображения:

– графы;

– схемы;

– эскизы. Этому упрощенному изображению некоторого устройства в значительной степени присущи эвристические черты;

– чертежи. Здесь уже конкретизированы внутренние и внешние связи моделируемого (проектируемого) устройства, его размеры;

– графики;

– полигональная модель в компьютерной графике как образ объекта, «сшитый» из множества многоугольников.

– аналоговые модели. Позволяют исследовать одни физические явления или математические выражения посредством изучения других физических явлений, имеющих аналогичные математические модели. В качестве примера можно привести метод динамических аналогий, широко применяемый в акустике (электроакустические аналогии), а также в механике и др.

Существует и другие виды «пограничных» моделей, например, экономико-математическая и т.д.

Выбор типа модели зависит от объема и характера исходной информации о рассматриваемом устройстве и возможностей инженера, исследователя. По возрастанию степени соответствия реальности модели можно расположить в следующий ряд: эвристические (образные) – математические – натурные (экспериментальные).

Количество параметров, характеризующих поведение не только реальной системы, но и её модели, очень велико. Для упрощения процесса изучения реальных систем выделяют четыре уровня их моделей, различающиеся количеством и степенью важности учитываемых свойств и параметров. Это – функциональная, принципиальная, структурная и параметрическая модели.

Функциональная модель предназначена для изучения особенностей работы (функционирования) системы и её назначения во взаимосвязи с внутренними и внешними элементами.

Функция – самая существенная характеристика любой системы, отражает её предназначение, то, ради чего она была создана. Подоб-

ные модели оперируют, прежде всего, с функциональными параметрами. Графическим представлением этих моделей служат блок-схемы. Они отображают порядок действий, направленных на достижение заданных целей (т. н. 'функциональная схема'). Функциональной моделью является абстрактная модель.

Модель принципа действия (принципиальная модель, концептуальная модель) характеризует самые существенные (принципиальные) связи и свойства реальной системы. Это – основополагающие физические, биологические, химические, социальные и т.п. явления, обеспечивающие функционирование системы, или любые другие принципиальные положения, на которых базируется планируемая деятельность или исследуемый процесс. Стремятся к тому, чтобы количество учитываемых свойств и характеризующих их параметров было небольшим (оставляют наиболее важные), а обозримость модели – максимальной, так чтобы трудоемкость работы с моделью не отвлекала внимание от сущности исследуемых явлений. Как правило, описывающие подобные модели параметры – функциональные, а также физические характеристики процессов и явлений. Принципиальные исходные положения (методы, способы, направления и т.д.) лежат в основе любой деятельности или работы.

Так, принцип действия технической системы – это последовательность выполнения определенных действий, базирующихся на определенных физических явлениях (эффектах), которые обеспечивают требуемое функционирование этой системы.

Примеры моделей принципа действия: фундаментальные и прикладные науки (например, принцип построения модели, исходные принципы решения задачи), общественная жизнь (например, принципы отбора кандидатов, оказания помощи), экономика (например, принципы налогообложения, исчисления прибыли), культура (например, художественные принципы).

Работа с моделями принципа действия позволяет определить перспективные направления разработки (например, механика или электротехника) и требования к возможным материалам (твердые или жидкие, металлические или неметаллические, магнитные или немагнитные и т.д.).

Правильный выбор принципиальных основ функционирования предопределяет жизнеспособность и эффективность разрабатываемо-

го решения. Так, сколько бы ни совершенствовали конструкцию самолета с винтомоторным двигателем, он никогда не разовьет сверхзвуковую скорость, не говоря уже о полетах на больших высотах. Только использование другого физического принципа, например, реактивного движения и созданного на его основе реактивного двигателя, позволит преодолеть звуковой барьер.

Графическим представлением моделей принципа действия служат блок-схема, функциональная схема, принципиальная схема.

Например, для технических моделей эти схемы отражают процесс преобразования вещества, как материальной основы устройства, посредством определенных энергетических воздействий с целью реализации потребных функций (функционально-физическая схема). На схеме виды и направления воздействия, например, изображаются стрелками, а объекты воздействия – прямоугольниками.

Четкого определения структурной модели не существует. Так, под структурной моделью устройства могут подразумевать:

- структурную схему, которая представляет собой упрощенное графическое изображение устройства, дающее общее представление о форме, расположении и числе наиболее важных его частей и их взаимных связях;

- топологическую модель, которая отражает взаимные связи между объектами, не зависящие от их геометрических свойств.

Под структурной моделью процесса обычно подразумевают характеризующую его последовательность и состав стадий и этапов работы, совокупность процедур и привлекаемых технических средств, взаимодействие участников процесса.

Например, – это могут быть упрощенное изображение звеньев механизма в виде стержней, плоских фигур (механика), прямоугольники с линиями со стрелками (теория автоматического управления, блок-схемы алгоритмов), план литературного произведения или законопроекта и т.д. Степень упрощения зависит от полноты исходных данных об исследуемом устройстве и потребной точности результатов. На практике виды структурных схем могут варьироваться от несложных небольших схем (минимальное число частей, простота форм их поверхностей) до близких к чертежу изображений (высокая степень подробности описания, сложность используемых форм поверхностей).

Возможно изображение структурной схемы в масштабе. Такую модель относят к структурно-параметрической. Её примером служит кинематическая схема механизма, на которой размеры упрощенно изображенных звеньев (длины линий-стержней, радиусы колес-окружностей и т.д.) нанесены в масштабе, что позволяет дать численную оценку некоторым исследуемым характеристикам.

Для повышения полноты восприятия на структурных схемах в символьном (буквенном, условными знаками) виде могут указывать параметры, характеризующие свойства отображаемых систем. Исследование таких схем позволяет установить соотношения (функциональные, геометрические и т.п.) между этими параметрами, то есть представить их взаимосвязь в виде равенств  $f(x_1, x_2, \dots) = 0$ , неравенств  $f(x_1, x_2, \dots) > 0$  и в иных выражениях.

Под параметрической моделью понимается математическая модель, позволяющая установить количественную связь между функциональными и вспомогательными параметрами системы. Графической интерпретацией такой модели в технике служит чертеж устройства или его частей с указанием численных значений параметров.

В зависимости от целей исследования выделяют следующие модели:

функциональные. Предназначены для изучения особенностей работы (функционирования) системы, её назначения во взаимосвязи с внутренними и внешними элементами;

функционально-физические. Предназначены для изучения физических (реальных) явлений, используемых для реализации заложенных в систему функций;

модели процессов и явлений, такие как кинематические, прочностные, динамические и другие. Предназначены для исследования тех или иных свойств и характеристик системы, обеспечивающих её эффективное функционирование.

С целью подчеркнуть отличительную особенность модели их подразделяют на простые и сложные, однородные и неоднородные, открытые и закрытые, статические и динамические, вероятностные и детерминированные и т.д. Стоит отметить, что когда говорят, например, о техническом устройстве как простом или сложном, закрытом или открытом и т.п., в действительности подразумевают не само

устройство, а возможный вид его модели, таким образом подчеркивая особенность состава или условий работы.

Четкого правила разделения моделей на сложные и простые не существует. Обычно признаком сложных моделей служит многообразие выполняемых функций, большое число составных частей, разветвленный характер связей, тесная взаимосвязь с внешней средой, наличие элементов случайности, изменчивость во времени и другие. Понятие сложности системы – субъективно и определяется необходимыми для его исследования затратами времени и средств, потребным уровнем квалификации, то есть зависит от конкретного случая и конкретного специалиста.

Разделение систем на однородные и неоднородные проводится в соответствии с заранее выбранным признаком: используемые физические явления, материалы, формы и т.д. При этом одна и та же модель при разных подходах может быть и однородной, и неоднородной. Так, велосипед – однородное механическое устройство, поскольку использует механические способы передачи движения, но неоднородное по типам материалов, из которых изготовлены отдельные части (резиновая шина, стальная рама, пластиковое седло).

Все устройства взаимодействуют с внешней средой, обмениваются с нею сигналами, энергией, веществом. Модели относят к открытым, если их влиянием на окружающую среду или воздействием внешних условий на их состояние и качество функционирования пренебречь нельзя. В противном случае системы рассматривают как закрытые, изолированные.

Динамические модели, в отличие от статических, находятся в постоянном развитии, их состояние и характеристики изменяются в процессе работы и с течением времени.

Характеристики вероятностных (иными словами, стохастических) моделей случайным образом распределяются в пространстве или меняются во времени. Это является следствием как случайного распределения свойств материалов, геометрических размеров и форм объекта, так и случайного характера воздействия внешних нагрузок и условий. Характеристики детерминированных моделей заранее известны и точно предсказуемы.

Знание этих особенностей облегчает процесс моделирования, так как позволяет выбрать вид модели, наилучшим образом соответ-

ствующей заданным условиям. Этот выбор основывается на выделении в системе существенных и отбрасывании второстепенных факторов и должен подтверждаться исследованиями или предшествующим опытом. Наиболее часто в процессе моделирования ориентируются на создание простой модели, что позволяет сэкономить время и средства на её разработку. Однако повышение точности модели, как правило, связано с ростом её сложности, так как необходимо учитывать большее число факторов и связей. Разумное сочетание простоты и требуемой точности и указывает на предпочтительный вид модели.

## 1.2. Классификация методологий моделирования

При моделировании бизнеса используются различные модели, отображающие следующие компоненты:

- функции, которые бизнес-система должна выполнять – что она делает, для кого, с какой целью;
- процессы, обеспечивающие выполнение указанных функций, последовательность отдельных шагов процессов (работ, операций);
- данные, необходимые при выполнении процессов, и отношения между этими данными;
- организационные структуры, обеспечивающие выполнение процессов;
- материальные и информационные потоки, возникающие в ходе выполнения процессов.

Выделяют четыре основные группы методологий моделирования бизнеса (рис. 1): структурные, объектно-ориентированные, имитационные, интегрированные.

В основе структурных методов моделирования бизнеса лежит декомпозиция системы на подсистемы, которые, в свою очередь, делятся на более мелкие подсистемы и т. д. Базовыми принципами структурного подхода являются:

- «разделяй и властвуй» – принцип решения сложных проблем путем их разбиения на множество мелких задач, легких для понимания и решения;
- иерархическое упорядочивание – принцип организации составных частей проблемы в иерархические древовидные структуры с добавлением новых деталей на каждом уровне.



Рис. 1. Классификация методологий моделирования бизнеса

Выделяются две группы структурных методологий: моделирующие функциональную структуру и моделирующие структуру данных. При моделировании бизнеса чаще используются функциональные модели. Главным структурообразующим элементом таких моделей является функция (действие, операция) [18]. Бизнес-процессы представляются на разных уровнях детальности в виде последовательности функций, с которыми связаны входные и выходные объекты (материальные, информационные) и используемые ресурсы (человеческие, технические).

Наибольшее распространение получили следующие нотации структурного моделирования:

- IDEF0 – функциональные модели, основанные на методе структурного анализа и проектирования SADT (Structured Analysis and Design Technique) Дугласа Росса;
- IDEF1X – модели данных, основанные на диаграммах «сущность-связь» (ERD, Entity-Relationship Diagrams);
- IDEF3 – диаграммы потоков работ (Work Flow Diagrams);
- DFD (Data Flow Diagrams) – диаграммы потоков данных.

Методы объектно-ориентированного моделирования (ОМ) изначально создавались для разработки информационных систем, а именно для формирования моделей систем с целью их последующей реализации в виде объектно-ориентированных программ. Однако в дальнейшем методы ОМ стали применяться не только и не столько для программирования, сколько для анализа и перепроектирования бизнес-процессов.

Главным структурообразующим элементом в объектно-ориентированном подходе является объект. В программировании объектом называется информационная структура, объединяющая данные (атрибуты) и процедуры. При моделировании бизнеса объектами являются, прежде всего, участники бизнес-процесса (активные объекты) – организационные единицы, конкретные исполнители, информационные системы, а также пассивные объекты – материалы, документы, оборудование, над которыми выполняют действия активные объекты [18]. Таким образом, в объектно-ориентированных методах модель бизнес-процессов строится вокруг участников процессов и их действий.

Разные авторы создавали различные языки объектно-ориентированного моделирования, отличающиеся составом, видом диаграмм, используемыми обозначениями. Наиболее известными к середине 1990-х годов стали: метод Booch'93 Г. Буча, метод ОМТ (Object Modeling Technique) Дж. Румбаха и метод OOSE (Object-Oriented Software Engineering) А. Джекобсона. Авторы этих методов решили объединить свои представления и создать унифицированный метод, что и привело к появлению языка UML. Благодаря поддержке консорциума OMG этот язык стал фактически стандартом в области объектно-ориентированного моделирования.

Имитационное моделирование – это имитация на компьютере (с помощью специальных программ) процесса функционирования реальной системы. Методы имитационного моделирования позволяют получить наиболее полную картину состояния процесса в любой момент времени. Они копируют бизнес- процессы путем отображением «живой» картины процесса в режиме сжатого времени. В моделях можно задать временные и вероятностные параметры, например: время поступления заявки в систему, определяемое по некоторому закону распределения; время выполнения той или иной операции обработки заявки и др. К наиболее распространенным методам имитационного моделирования относятся:

- сети Петри и модификация этого метода – раскрашенные сети Петри (CPN, Colored Petri Nets);
- GPSS (General Purpose Simulating System) – унифицированный язык имитационного моделирования;

- SIMAN (SIMulation ANalysis) – язык визуального моделирования.

Интегрированные методы моделирования объединяют различные виды моделей, отражающие соответственно разнообразные аспекты системы. Так, популярная методология ARIS (Architecture of Integrated Information System) рассматривает деятельность предприятия с различных точек зрения, в частности, она предполагает отражение в единой интегрированной модели организационной структуры, функций, данных и процессов. Для описания различных аспектов бизнеса в ARIS используются множество типов моделей: дерево функций, событийно-ориентированная модель, диаграмма цепочек добавленной стоимости, модели производственного и офисного процессов и т. д.

Ряд интегрированных методологий наряду с методами построения статических и динамических моделей использует методы интеллектуального моделирования (инженерии знаний, экспертных систем). Среди них можно назвать методологию создания динамических интеллектуальных систем G2, методологию управления бизнес-правилами (BRM – Business Rules Management).

### **1.3. Компьютерное моделирование и программные средства**

Компьютерная модель (англ. computer model), или численная модель (англ. computational model) – компьютерная программа, работающая на отдельном компьютере, суперкомпьютере или множестве взаимодействующих компьютеров (вычислительных узлов), реализующая абстрактную модель некоторой системы. Компьютерные модели стали обычным инструментом математического моделирования и применяются в физике, механике, экономике других науках и прикладных задачах в различных областях радиоэлектроники, машиностроения, автомобилестроения и проч. Компьютерные модели используются для получения новых знаний о моделируемом объекте или для приближенной оценки поведения систем, слишком сложных для аналитического исследования.

Компьютерное моделирование является одним из эффективных методов изучения сложных систем. Компьютерные модели проще и удобнее исследовать в силу их возможности проводить т.ч. вычислительные эксперименты, в тех случаях когда реальные эксперименты

затруднены из-за финансовых или физических препятствий или могут дать непредсказуемый результат. Логичность и формализованность компьютерных моделей позволяет выявить основные факторы, определяющие свойства изучаемого объекта-оригинала (или целого класса объектов), в частности, исследовать отклик моделируемой физической системы на изменения ее параметров и начальных условий.

Построение компьютерной модели базируется на абстрагировании от конкретной природы явлений или изучаемого объекта-оригинала и состоит из двух этапов – сначала создание качественной, а затем и количественной модели. Компьютерное же моделирование заключается в проведении серии вычислительных экспериментов на компьютере, целью которых является анализ, интерпретация и сопоставление результатов моделирования с реальным поведением изучаемого объекта и, при необходимости, последующее уточнение модели и т.д.

К основным этапам компьютерного моделирования относятся:  
постановка задачи, определение объекта моделирования;  
разработка концептуальной модели, выявление основных элементов системы и элементарных актов взаимодействия;  
формализация, то есть переход к математической модели; создание алгоритма и написание программы;  
планирование и проведение компьютерных экспериментов;  
анализ и интерпретация результатов.

Различают аналитическое и имитационное моделирование. При аналитическом моделировании изучаются математические (абстрактные) модели реального объекта в виде алгебраических, дифференциальных и других уравнений, а также предусматривающих осуществление однозначной вычислительной процедуры, приводящей к их точному решению. При имитационном моделировании исследуются математические модели в виде алгоритма(ов), воспроизводящего функционирование исследуемой системы путем последовательного выполнения большого количества элементарных операций.

Компьютерное моделирование применяют для широкого круга задач, таких как:

конструирование транспортных средств;  
эмуляция работы других электронных устройств;  
прогнозирование цен на финансовых рынках;  
исследование поведения зданий, конструкций и деталей под механической нагрузкой;

прогнозирование прочности конструкций и механизмов их разрушения;

проектирование производственных процессов;

стратегическое управление организацией;

исследование поведения гидравлических систем;

моделирование роботов и автоматических манипуляторов;

моделирование сценарных вариантов развития городов;

моделирование транспортных систем;

конечно-элементное моделирование краш-тестов.

Различные сферы применения компьютерных моделей предъявляют разные требования к надежности получаемых с их помощью результатов. Для моделирования зданий и деталей самолетов требуется высокая точность и степень достоверности, тогда как модели эволюции городов и социально-экономических систем используются для получения приближенных или качественных результатов.

Алгоритмы компьютерного моделирования

Метод конечных элементов;

Метод конечных разностей;

Метод контрольных объёмов;

Метод подвижных клеточных автоматов;

Метод классической молекулярной динамики;

Метод дискретного элемента;

Метод компонентных цепей;

Метод узловых потенциалов;

Метод переменных состояния.

## **Практическая работа 1** **СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ** **БИЗНЕС-СИСТЕМАМИ**

### **Ситуационная задача**

Вы – начальник аналитического отдела крупного отечественного предприятия-производителя авиакомпонентов.

В рамках подготовки к переходу к цифровому производству были выбраны 10 решений, которые наилучшим образом могут быть встроены в производственные и бизнес-процессы вашего предприятия.

Сотрудники отдела финансов уже рассчитали затраты на внедрение каждого из решений (в том числе на сбор данных для реализации), определили длительность внедрения и экономический эффект. Для оценки нефинансовых показателей была привлечена независимая экспертная техническая комиссия.

Таким образом вам предоставлены два документа:

### Расчет сотрудников отдела финансов

Номер цифрового решения	Экономический эффект, млн руб.	Длительность, месяцы	Затраты на разработку и данные, млн руб.
1	165	9	59
2	386	8	132
3	430	15	44
4	288	2	232
5	125	16	147
6	392	9	211
7	322	8	41
8	108	10	254
9	423	6	219
10	209	11	75

### Результаты оценки экспертной комиссии

Номер цифрового решения	Уверенность в успехе (из 4)	Простота внедрения (из 4)	Наличие и качество данных (из 2)	Релевантный опыт (из 2)	Масштабируемость (из 2)
1	2	2	1	0	2
2	3	4	2	0	0
3	3	1	0	2	1
4	0	4	0	2	2
5	1	2	2	2	0
6	0	4	0	1	2
7	4	4	2	1	2
8	4	2	0	2	1
9	4	0	0	2	2
10	3	4	2	1	0

### Задание

На основании предоставленных документов Вам необходимо выбрать 3 решения, внедрение которых надо немедленно начать.

Для этого потребуется перевести данные ваших финансистов в качественный формат в соответствии следующим метрикам:

Метрика для времени разработки	
Значение	Балл
Более 15 месяцев	0
От 12 до 14 месяцев	1
От 9 до 11 месяцев	2
От 6 до 8 месяцев	3
От 3 до 5 месяцев	4
1-2 месяца	5
Метрика для экономического эффекта	
Значение	Балл
Менее 100 млн руб.	0
От 100 до 200 млн руб.	2
От 200 до 300 млн руб.	4
От 300 до 400 млн руб.	6
От 400 до 500 млн руб.	8
Свыше 500 млн руб.	10
Метрика для стоимости разработок	
Значение	Балл
Более 250 млн руб.	0
От 200 до 250 млн руб.	2
От 150 до 200 млн руб.	4
От 100 до 150 млн руб.	6
От 50 до 100 млн руб.	8
Менее 50 млн руб.	10

Рассчитайте мета оценку для каждого решения, как отношение суммы баллов финансовых и нефинансовых показателей к максимальному значению

Выберите 3 решения с наибольшей мета оценкой.

Экономика				Границы метрик								
				10	5	10	4	4	2	2	2	
Описание	Оценка финансовых аналитиков			Оценка экономического департамента			Оценка экспертной технической комиссии					
Номер цифрового решения	Эффект, млн руб.	Длительность, мес	Затраты на разработку и данные, млн руб.	Экономический эффект	Время разработки	Стоимость разработки	Уверенность в успехе	Простота внедрения	Наличие и качество данных	Релевантный опыт	Наследственность	Мета оценка
1	165	9	59				2	2	1	0	2	18%
2	386	8	132				3	4	2	0	0	23%
3	430	15	44				3	1	0	2	1	18%
4	288	2	232				0	4	0	2	2	21%
5	125	16	147				1	2	2	2	0	18%
6	392	9	211				0	4	0	1	2	18%
7	322	8	41				4	4	2	1	2	33%
8	108	10	254				4	2	0	2	1	23%
9	423	6	219				4	0	0	2	2	21%
10	209	11	75				3	4	2	1	0	26%
Метрика для времени разработки				Метрика для экономического эффекта			Метрика для стоимости разработок					
0 Больше 15 месяцев				0 Менее 100 млн руб.			0 Свыше 250 млн руб.					
1 от 12 до 14 месяцев				2 от 100 до 200 млн руб.			2 от 200 до 250 млн руб.					
2 от 9 до 11 месяцев				4 от 200 до 300 млн руб.			4 от 150 до 200 млн руб.					
3 от 6 до 8 месяцев				6 от 300 до 400 млн руб.			6 от 100 до 150 млн руб.					
4 От 3 до 5 месяцев				8 от 400 до 500 млн руб.			8 от 50 до 100 млн руб.					
5 1-2 месяца				10 свыше 500 млн руб.			10 менее 50 млн руб.					

Ответы необходимо ввести в следующих 3 шагах в порядке возрастания их порядкового номера.

### Контрольные вопросы

1. Какие моделирования бизнес-систем существуют, назовите их преимущества и недостатки?
2. Опишите назначение моделей, которые определяются исходя из целей исследования.
3. Какие задачи раскрывает компьютерное моделирование?

## **Глава 2. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ. БИЗНЕС-МОДЕЛИРОВАНИЕ**

### **2.1. Классификация бизнес-моделей предприятия**

Бизнес-моделирование – это процесс разработки и внедрения бизнес-моделей организации (стратегии, бизнес-процессов, организационной структуры, качества и др.) с целью формализации и оптимизации её деятельности.

Выделяют четыре основных способа разработки бизнес-моделей.

1. Нотации специализированного программного продукта: комбинация графики, таблиц и текста.

2. Графическое описание: дерево, блок-схема, технологическая карта.

3. Табличное описание.

4. Текстовое описание.

В основе бизнес-моделирования лежат бизнес-процессы. Система управления бизнес-процессами (СУБП) является фундаментом, на котором строятся другие системы управления и технологии.

Моделирование бизнес-процессов – важная задача для любой компании. При помощи грамотного моделирования можно оптимизировать работу предприятия, прогнозировать и минимизировать риски, возникающие на каждой из стадий его деятельности. Организация моделирования бизнес-процессов позволяет провести стоимостную оценку каждого процесса в отдельности и всех в общем.

Моделирование бизнес-процессов применяют для решения ряда задач. Чаще всего его используют для оптимизации непосредственно моделируемых бизнес-процессов. Сначала описывают состояние, в котором находятся процессы в данный момент, далее их протекание на практике, после чего с помощью выбранных методов выделяют в них узкие места и на основе анализа создают «идеальные» модели, к которым нужно стремиться.

## Классификация бизнес-моделей предприятия

### 1. Классификация бизнес-моделей – Business model framework (BMF), разработанная Н. Chesbrough

Тип бизнес-модели	Название	Примеры
1	Недифференцированная	Семейные рестораны
2	Дифференцированная	Начинающие технологические предприятия
3	Сегментированная	Предприятия, продвигающие какую-то технологию
4	Внешне ориентированная	Предприятия, специализирующиеся на НИОКР и действующие в зрелых отраслях
5	Интегрированная с инновационным процессом	Ведущие финансовые предприятия
6	Адаптивная	Intel, Wal-Mart, Dell*

### 2. Подход к бизнес-моделированию Джонсона, Кристенсена и Кагермана

Методологическая рамка из 4-х параметров концепции Джонсона, Кристенсена и Кагермана 2008 года:

1. Предложение ценности.
2. Формула прибыли:
  - доход;
  - издержки;
  - прибыль;
  - оборачиваемость ресурсов.
3. Ключевые ресурсы.
4. Ключевые процессы.

### 3. Подход к бизнес-моделированию Д. Дебелака



### 4. Подход к бизнес-моделированию А. Остервальдера и И. Пинье

Ключевые партнеры	Ключевые виды деятельности	Ценностные предложения	Взаимоотношения с клиентами	Потребительские сегменты
	Ключевые ресурсы		Каналы сбыта	
Структура издержек		Потоки поступления доходов		

#### Модели бизнеса известных компаний

##### Модель бизнеса Microsoft

**Microsoft** – одна из самых преуспевающих компаний в мире, чье процветание обеспечивается, в частности, лидирующим положением на рынке операционных систем для персональных компьютеров: компания последовательно предложила DOS, Windows 95, Windows 98, Windows 2000, Windows XP, Windows Vista, Windows 7, Windows 8. Бизнес-модель Microsoft содержит следующие элементы:

- Разработка собственных кодов силами высококвалифицированных штатных программистов, получающих высокую зарплату и льготные условия покупки акций за сохранение коммерческой тайны; недоступность исходных кодов для пользователей.
- Продажа копий операционной системы производителям ПК и пользователям по относительно невысокой цене. Поскольку большая часть издержек носит фиксированный характер (связана с разработкой программы), каждая продажа приносит существенную прибыль, учитывая, что переменные издержки на запись и упаковку компакт-дисков составляют всего несколько долларов на копию.
- Предоставление пользователям бесплатной технической поддержки.

#### Модель бизнеса Redhat Linux

**Redhat Linux** – компания, созданная для продвижения операционной системы Linux, как альтернативы Microsoft Windows. Redhat Linux придерживается абсолютно иной стратегии:

- Предоставление операционной системы Linux бесплатно всем желающим путем загрузки из Internet. Redhat Linux распространяет свою операционную систему бесплатно, потому что система создавалась и совершенствуется программистами из разных стран мира на добровольных началах. Это идейная борьба за бесплатное ПО и свободную конкуренцию. Redhat Linux, в отличие от Microsoft, ни копейки не вкладывает в разработку программного продукта. – Открытое распространение исходных кодов, свободный доступ к ним всех пользователей с правом, свободный доступ к ним всех пользователей с правом внесения в коды любых изменений и создания таким образом персонализированных версий Linux.
- Содержание штатных сотрудников для оказания пользователям технической поддержки на платной основе. Операционная система Linux достаточно сложна, несовершенна и не слишком понятна. Поэтому корпоративным пользователям Linux требуется серьезная помощь. Идею Redhat Linux можно сформулировать примерно так: получение прибыли за счет технической поддержки, а не от распространения исходных кодов.

## Бизнес-модель компании ИКЕА в мебельной отрасли

Стадии бизнес-системы	Действия ИКЕА	Комментарии
Разработка	– Простой качественный скандинавский дизайн	
Снабжение (поставки)	– Поставщики по всему миру – Недорогие комплектующие – Рациональная система складирования и логистики	Поставщики получают выход на глобальный рынок + техническую помощь + оборудование в аренду
Производство	– 14 складов ИКЕА – пункты логистического контроля, консолидирующие и транспортные центры – Производство – на аутсорсинге	Проактивная роль – интеграция спроса и предложения, снижение длительности хранения, издержек
Сбыт	– Огромные магазины + кафе + услуги – Самообслуживание (выбор без продавца) – каталог, рулетка, бумага и ручка – Понятные этикетки и инструкции (где заказать, получить)	Частичное решение проблемы сокращения сбытового персонала
Маркетинг	– Не просто магазин, а место времяпровождения и отдыха – Мерчендайзинг – примеры обстановки жилья – Каталоги – более 45 млн штук на 10 языках – Электронная система анализа продаж	Цель – стимулировать потребителей легко делать вещи, которые они раньше не делали
Потребление	– Разделение труда с потребителями. На потребителей перекладывается сборка мебели, ее доставка, возможно – покраска.	Итог для потребителей: участвуют в создании стоимости; получают часть экономии – цены ниже

Специфика данной бизнес-модели в рамках отраслевой бизнес-системы: рационализация цепочки создания стоимости за счет аутсорсинга; изменение ролей, взаимоотношений, организации работы – разделение труда с потребителями, вовлечение их в процесс создания стоимости (собирают, красят, т. е. создают стоимость).

Пример ИКЕА также демонстрирует динамику развития бизнес-модели: компания изначально фокусируется на ценности продукта или услуги для потребителей, затем на стадии стабильности фокус на потребителе начинает размываться и смещаться в сторону границ бизнеса. При этом успешная бизнес-модель углубляется и оттачивается, воплощаясь в культуре компании, ее ценностях и нормах, правилах корпоративного поведения, иными словами, в коллективной памяти. При переходе в стадию оттока ценности, который начинается при появлении в отрасли инновационных бизнес-моделей, коллективная память зачастую становится существенным барьером на пути распознавания угрозы новых бизнес-моделей.

#### Рестораны высокой кухни

Сама по себе высокая кухня не очень прибыльна. Но она позволяет продавать дорогое и рентабельное вино. Вино приносит основной денежный поток. Рестораны высокой кухни можно назвать бизнесом по продаже дорогого вина.

#### Британника

Когда-то Британника была настольной энциклопедией каждого американца. Компания зарабатывала на продаже бумажной энциклопедии. С наступлением эры Интернет компания предоставляет данные посредством всемирной паутины. Деятельность компании трансформировалась в интернет-деятельность, а бизнес-модель эволюционировала от модели «зарабатывания» денег на книгах, к модели предоставления платной информации пользователям он-лайн. А еще Британника продает рекламные места на своем сайте.

#### Продажа или аренда автомобилей

Представьте, что у Вас есть возможность каждый день ездить на новом автомобиле. Причем марка автомобиля каждый день может меняться по Вашему желанию при этом нет необходимости оплачивать страховку, ТО, а также нести риски уцерб авто. И самое главное – стоимость такого «пользования» ниже стоимости «владения». Звучит здорово?! Это принципиально иная модель бизнеса по производству автомобилей, и кто может отрицать, что она будет генерировать меньший денежный поток в компанию? Клиенту предоставляет-

ся новые ценностные предложения, а производитель экономит на «массовом» тех. обслуживании и страховке. Эта модель уже начала работать у некоторых производителей. Насколько она будет жизнеспособной покажет время.

## **2.2. IDEF-технологии моделирования бизнес-систем**

**Модель** – это материальное или мысленное представление объекта или явления, повторяющее одни свойства, существенные для целей конкретного моделирования, и опускающее другие, несущественные свойства, в которых модель может отличаться от прототипа.

**Моделирование деятельности организации** – документирование, анализ и оптимизация работы предприятия или отдельных направлений его деятельности, его целей и задач, механизмов и ресурсов, используемых для их достижения, правовых ограничений и взаимоотношений со средой, в которой предприятие ведет свою деятельность.

### **Принципы моделирования деятельности организации:**

- ✓ учет целей моделирования (модели создавать с учетом последующих шагов их использования);
- ✓ использование эталонных и референтных моделей в качестве отправной точки описания БП;
- ✓ моделирование «сверху-вниз», т.е. сначала строятся модели верхнего уровня по каждой из предметных областей, например, описываются БП верхнего уровня организации;
- ✓ разумная достаточность (оптимизация уровней детализации и числа моделей и используемых в них типов объектов и типов связей);
- ✓ обеспечение целостности описания деятельности;
- ✓ учет эргономических критериев (ограничение числа объектов и геометрического размера модели);
- ✓ соизмеримость моделей одного уровня детализации по степени обобщения информации;
- ✓ концентрация ресурсов на ключевых аспектах деятельности и на «болевых точках».

**Нотация моделирования** – это совокупность графических элементов, которые используются для создания моделей деятельности организации.

**Методология** описания БП – совокупность нотаций и правил их использования, применяемых для моделирования БП.

Основу многих современных методологий моделирования бизнес-процессов составила методология SADT (Structured Analysis and Design Technique – метод структурного анализа и проектирования) и алгоритмические языки, применяемые для разработки программного обеспечения. Методология SADT разработана Дугласом Россом. Методология SADT представляет собой совокупность методов, правил и процедур, предназначенных для построения функциональной модели объекта какой-либо предметной области. SADT основывается на следующих концепциях:

- **графическое представление блочного моделирования**, SADT-диаграмма отображает функцию в виде блока, а интерфейсы входа/выхода представляются дугами, соответственно входящими в блок и выходящими из него, взаимодействие блоков друг с другом описываются посредством интерфейсных дуг, которые определяют, когда и каким образом функции выполняются и управляются;

- **строгость и точность**, выполнение правил SADT требует достаточной строгости и точности, не накладывая в то же время чрезмерных ограничений на действия аналитика. Правила SADT включают:

- ограничение количества блоков на каждом уровне декомпозиции (правило 3 – 6 блоков);
- связность диаграмм (номера блоков);
- уникальность меток и наименований (отсутствие повторяющихся имен);
- синтаксические правила для графики (блоков и дуг);
- разделение входов и управлений (правило определения роли данных).
- отделение организации от функции, т.е. исключение влияния организационной структуры на функциональную модель.

Кратко история развития методологий моделирования БП и история развития подходов к управлению качеством представлена в табл. 1.

Таблица 1

## Периоды развития методологий моделирования БП

Период	Методологии моделирования БП	Методологии (стандарты) управления качеством
40-60 гг., XX век	Появление алгоритмических языков описания	Национальные стандарты
60 гг, XX век	Появление методологии SADT	Развитие стандартов в различных областях, в частности, в области контроля качества продукции
70-80 гг, XX век	Появление методологий серии IDEF(IDEF0, IDEF3, IDEF1X), DFD, ERD	Принятие МС ИСО серии 9000 версии 1988
90 гг, XX век	Появление методологий ARIS(архитектура интегрированных информационных систем), UML(универсальный язык моделирования), методологий компании Oracle, Baan, Rational и др.	Принятие МС ИСО серии 9000 версии 1994 (в стандартах закладываются основы процессного подхода)
2000 г	Принятие МС ИСО серии 9000 версии 2000 г, четкое определение процессного подхода к управлению организацией	

В настоящее время для описания, моделирования и анализа бизнес-процессов используются несколько типов методологий. К числу наиболее распространенных типов относятся следующие методологии:

- моделирования бизнес-процессов (Business Process Modeling);
- описания потоков работ (Work Flow Modeling);
- описания потоков данных (Data Flow Modeling).

Для решения задач моделирования сложных систем существуют хорошо испытанные методологии и стандарты. К таким стандартам относятся методологии семейства IDEF. IDEF – методологии семейства ICAM (Integrated Computer-Aided Manufacturing) для решения задач моделирования сложных систем, позволяют отображать и анализировать модели деятельности широкого спектра сложных систем в различных разрезах. IDEF – методологии создавались в рамках предложенной ВВС США программы компьютеризации промышленно-

сти – ICAM, в ходе реализации которой выявилась потребность в разработке методов анализа процессов взаимодействия в производственных (промышленных) системах. Принципиальным требованием при разработке рассматриваемого семейства методологий была возможность эффективного обмена информацией между всеми специалистами – участниками программы ICAM (отсюда название: Icam DEFinition – IDEF, другой вариант – Integrated DEFinition). После опубликования стандарта он был успешно применен в самых различных областях бизнеса.

В настоящий момент к семейству IDEF можно отнести следующие стандарты:

- IDEF0 – Function Modeling – методология функционального моделирования, позволяющая описать процесс в виде иерархической системы взаимосвязанных функций. С помощью наглядного графического языка IDEF0 изучаемая система имеет вид набора взаимосвязанных функций (функциональных блоков – в терминах IDEF0). Как правило, моделирование средствами IDEF0 является первым этапом изучения любой системы. Методологию IDEF0 можно считать следующим этапом развития методологии SADT

- IDEF1 – Information Modeling – методология моделирования информационных потоков внутри системы, позволяющая отображать и анализировать их структуру и взаимосвязи;

- IDEF1X (IDEF1 Extended) – Data Modeling – методология построения реляционных структур (баз данных), относится к типу методологий «Сущность-взаимосвязь» (ER – Entity-Relationship) и, как правило, используется для моделирования реляционных баз данных, имеющих отношение к рассматриваемой системе;

- IDEF2 – Simulation Model Design – методология динамического моделирования развития систем. В связи с весьма серьезными сложностями анализа динамических систем от этого стандарта практически отказались, и его развитие приостановилось на самом начальном этапе. В настоящее время присутствуют алгоритмы и их компьютерные реализации, позволяющие превращать набор статических диаграмм IDEF0 в динамические модели, построенные на базе «раскрашенных сетей Петри» (CPN – Color Petri Nets);

- IDEF3 – Process Description Capture – методология документирования процессов, происходящих в системе (например, на предприя-

тии), описываются сценарий и последовательность операций для каждого процесса. IDEF3 имеет прямую взаимосвязь с методологией IDEF0 – каждая функция (функциональный блок) может быть представлена в виде отдельного процесса средствами IDEF3;

- IDEF4 – Object-Oriented Design – методология построения объектно-ориентированных систем, позволяют отображать структуру объектов и заложенные принципы их взаимодействия, тем самым позволяя анализировать и оптимизировать сложные объектно-ориентированные системы;

- IDEF5 – Ontology Description Capture – стандарт онтологического исследования сложных систем. С помощью методологии IDEF5 онтология системы может быть описана при помощи определенного словаря терминов и правил, на основании которых могут быть сформированы достоверные утверждения о состоянии рассматриваемой системы в некоторый момент времени. На основе этих утверждений формируются выводы о дальнейшем развитии системы и производится её оптимизация;

- IDEF6 – Design Rationale Capture – обоснование проектных действий. Назначение IDEF6 состоит в облегчении получения знаний о способе (причины, обстоятельства, скрытые мотивы) моделирования, их представления и использования при разработке систем управления предприятиями. Метод IDEF6 акцентирует внимание именно на процессе создания модели;

- IDEF7 – Information System Auditing – аудит информационных систем. Этот метод определён как востребованный, однако так и не был полностью разработан;

- IDEF8 – User Interface Modeling – метод разработки интерфейсов взаимодействия оператора и системы (пользовательских интерфейсов). IDEF8 фокусирует внимание разработчиков интерфейса на программировании желаемого взаимного поведения интерфейса и пользователя;

- IDEF9 – Scenario-Driven IS Design (Business Constraint Discovery method) – метод исследования бизнес ограничений был разработан для облегчения обнаружения и анализа ограничений в условиях которых действует организация;

- IDEF10 – Implementation Architecture Modeling – моделирование архитектуры выполнения, метод определен как востребованный, однако не был полностью разработан;

- IDEF11 – Information Artifact Modeling - информационное моделирование артефактов, метод определен как востребованный, однако не был полностью разработан;

- IDEF12 – Organization Modeling – организационное моделирование, метод определен как востребованный, однако не был полностью разработан;

- IDEF13 – Three Schema Mapping Design – трёхсхемное проектирование преобразования данных, метод определен как востребованный, однако не был полностью разработан;

- IDEF14 – Network Design – метод проектирования компьютерных сетей, основанный на анализе требований, специфических сетевых компонентов, существующих конфигураций сетей. Также он обеспечивает поддержку решений, связанных с рациональным управлением материальными ресурсами, что позволяет достичь существенной экономии.

Еще одной группой методологий, активно используемых на практике является методология DFD (Data Flow Diagramming), предназначенная для описания потоков данных и позволяющая отразить последовательность работ, выполняемых по ходу процесса, и потоки информации, циркулирующие между этими работами. Кроме того, DFD позволяет описывать потоки документов и потоки материальных ресурсов.

В последние годы активно развивается методология UML (Unified Modeling Language), предназначенная для описания функционирования сложных программных продуктов, основанных на объектно-ориентированных языках программирования. В рамках этой методологии рассматривается ряд диаграмм, которые можно использовать для описания БП.

Помимо описанных выше методологий существует ряд других. Выбор методологии зависит от целей использования создаваемых моделей и предпочтений разработчиков и пользователей моделей БП.

## Практическая работа 2

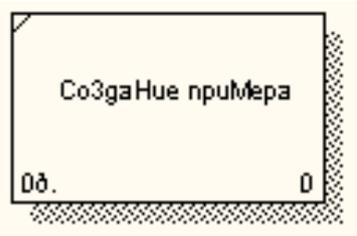
### АНАЛИЗ БИЗНЕС-СИСТЕМ ПО МЕТОДОЛОГИИ IDEF0

**Цель работы:** освоить использование методологии IDEF0 для создания моделей бизнес-систем.

#### Краткая теория

Методологию IDEF0 можно считать следующим этапом развития графического языка описания функциональных систем SADT (Structured Analysis and Design Technique). IDEF0 стандарт был разработан в 1981 году в рамках программы автоматизации промышленных предприятий, которая носила обозначение ICAM (Integrated Computer Aided Manufacturing) и была предложена департаментом ВВС США. Семейство стандартов IDEF унаследовало свое обозначение от названия этой программы (IDEF=ICAM DEFinition). Отличием IDEF0 от SADT является усовершенствованный набор функций для описания бизнес-процессов и наличие эффективной методологии взаимодействия «аналитик-специалист», что позволило использовать новый метод для обеспечения групповой работы над созданием модели, с непосредственным участием аналитиков и специалистов, занятых в проекте.

*IDEF0* – графический язык моделирования бизнес-процессов, при помощи которого создаётся графико-текстовое описание системы, позволяющее дать ответ на некоторые заранее определённые вопросы, сама система при этом представляется в виде совокупности взаимодействующих работ или функций. Поэтому модели IDEF0 называются *функциональными моделями*. Такой подход позволяет анализировать функции системы безотносительно к объектам, для ко-



торых они применяются, благодаря чему гораздо проще смоделировать логику и взаимодействие бизнес-процессов.

В основе методологии IDEF0 лежат следующие правила и понятия:

– *функциональный блок (Activity Box)*

Рис. 2. Функциональный блок – графически изображается в виде прямоугольника (рис. 2) и представляет некоторую конкретную функцию или задачу в рамках рассматриваемой системы. По требованиям стандарта название каждого функционального

блока должно быть сформулировано в глагольном наклонении (например, «*производить услуги*», или «*производство услуг*», но не «*произведённые услуги*»);

– *интерфейсные дуги (Arrays)* входят в функциональные блоки. Графически обозначаются в виде однонаправленной стрелки (рис. 3). В зависимости от того, с какой стороны входит дуга, определяется её значение (роль); дуги, входящие в верхнюю сторону, имеют значение «*Управление*» (*Control* в терминах методики); входящие слева имеют значение «*Вход*» (*Input*); входящие справа имеют значение «*Выход*» (*Output*); входящие снизу имеют значение «*Механизм*» (*Mechanism*); интерфейсные дуги также имеют название, которое обычно описывается существительным (например, «*Заявка*»).

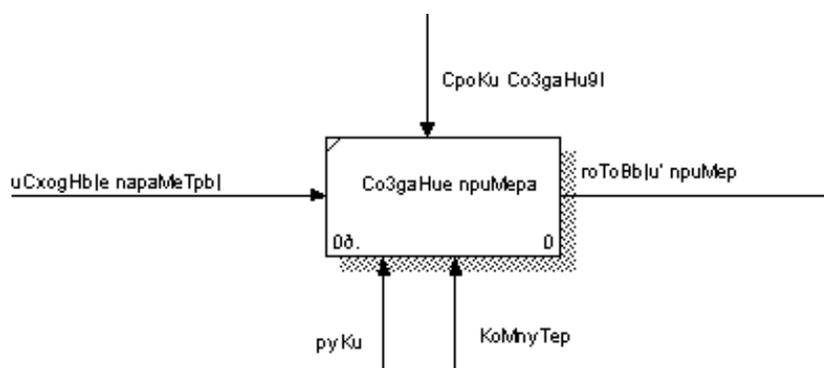


Рис. 3. Интерфейсные дуги

– каждый функциональный блок может быть представлен в виде набора нескольких других функциональных блоков; такое разбиение называется *декомпозиция*; декомпозицию надо понимать как разбиение задач на подзадачи; весь набор декомпозиций блоков создаёт иерархическую схему, которая и будет являться моделью всей системы;

– любой функциональный блок должен иметь вход и выход (соответственно входные слева и выходные справа интерфейсные дуги на формуляре), остальные дуги могут не присутствовать;

– диаграмма, которая включает в себя функциональный блок самого высокого уровня, называется *диаграммой нулевого уровня*;

– диаграмма, содержащая декомпозицию блока диаграммы нулевого уровня называется *диаграммой первого уровня*;

- диаграмма, содержащая декомпозицию блока диаграммы N-го уровня называется диаграммой N+1 уровня;
- любая диаграмма должна содержать (рекомендательно) не менее двух и не более семи функциональных блоков; это необходимо для того, чтобы такие диаграммы были легко читаемые;
- каждый функциональный блок в рамках единой рассматриваемой системы должен иметь свой уникальный идентификационный номер, названия блоков (пояснения) тоже должны быть уникальны;
- каждая интерфейсная дуга так же должна иметь уникальное имя;
- интерфейсные дуги механизма и управления, используемые в диаграмме N-го уровня также должны входить в диаграмму N-1 уровня; это надо понимать следующим образом: ресурсы необходимые для выполнения подзадачи, считаются необходимыми и для выполнения главной задачи.

Методология IDEF0 имеет большую область применения: от исследования и разработки информационных систем на предприятии, до исследования и разработки схемы работы самого предприятия.

Моделирование производится следующим образом. Сначала строится диаграмма нулевого уровня – она является самым общим описанием системы и показывает границы системы и её взаимодействие с окружающим миром – какие ресурсы внешнего мира она использует, какие результаты своей работы в него отдаёт, какие механизмы и компоненты управления задействуются. Далее производится первая декомпозиция, то есть разбиение задачи на подзадачи. Производится их анализ, и по мере необходимости дальнейшая декомпозиция. Декомпозиция производится до тех пор, пока в этом есть необходимость, то есть детализация задачи недостаточна. Когда задача будет детализирована достаточно, декомпозицию останавливают, и считается, что модель закончена.

Если моделирование начинается на уже существующем предприятии или системе, имеющем уже существующий порядок бизнес-процессов, то с самого начала необходимо произвести анализ работы такого предприятия. В результате анализа получают диаграммы IDEF0, которые наиболее детально описывают работу существующей системы. Такие диаграммы носят название «AS IS» (дословно – «как есть» с англ.). Детализация и правдивость являются обязательным

требованием к диаграммам формата «AS IS». Это связано с тем, что только в этом случае диаграмма может показать реально существующий порядок вещей на предприятии или системе.

Распространённой ошибкой при составлении диаграмм формата «AS IS» является создание идеализированной модели, например руководителем, на основе своих собственных знаний о том, как должны работать сотрудники, а не на основе их знаний. В таком случае модель получается неверной, так как руководитель, как правило, знаком с работой своих сотрудников по должностным инструкциям, не имея при этом представления о настоящем течении работ на предприятии. Такая модель называется «*SHOULD BE*» (дословно – «как должно было бы быть» с англ.). Кроме того, обычно сотрудники предприятия, участвующие в системе, заинтересованы в сокрытии истинного положения вещей, поэтому составление модели формата «AS IS» доверяется только приглашённым (сторонним) экспертам.

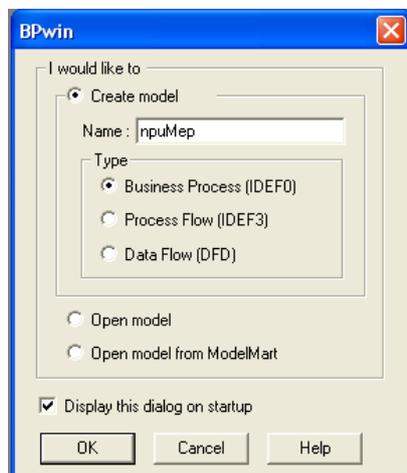
После составления модели формата «AS IS» производится её анализ. Анализ позволяет выявить недостатки существующего бизнес-процесса, которые могут проявляться, например, в виде недогруженности одних сотрудников одновременно с перегрузкой других. Указание управления и механизма позволяет выявить идентичные по функционалу задачи, которые удобнее решать в потоке в одном месте и на близких друг от друга местах.

В результате анализа существующего бизнес-процесса или в случае, если производится проектирование бизнес-процесса «с нуля», получают модель формата «*TO BE*» (дословно – «как должно быть» с англ.).

Модель «TO BE» свободна от недостатков, которые были свойственны модели «AS IS», что позволяет рассматривать её как идеальную и не всегда достижимую модель бизнес-процессов. Модель «TO BE» можно понимать, как оптимизированную модель «AS IS». Так как критерии оптимизации могут быть различны и в общем даже противоположны, то одни и те же блоки модели «AS IS» в зависимости от критериев оптимизации, могут быть в одном случае эффективно работающими, а в другом слабыми местами. Например, критерий высокого качества продукции противоречит критериям дешевизны и высокой производительности, соответственно будут отличаться модели «TO BE».

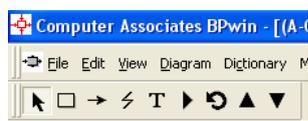
Для простых бизнес-процессов возможна ситуация, когда модели формата «AS IS» и «TO BE» будут совпадать.

Возможна ситуация, когда модели «AS IS» и «TO BE» различаются незначительно. В этом случае перестройка предприятия или системы под новый режим или схему работы неоправдана.



Ранее, до того как появились персональные компьютеры, диаграммы IDEF0 оформлялись на специальных листах-формулярах. С ростом вычислительных способностей ПК появилась возможность автоматизировать процесс создания диаграмм. Примером программного пакета, позволяющего работать с IDEF0 является пакет BPWin. BPWin является CASE-средством, то есть компьютерной технологией автоматизации.

Работа с IDEF0 в BPWin. При запуске среды появляется приветствие, в котором можно выбрать тип создаваемой модели: IDEF0, IDEF3 или DFD.



После этого появляется диаграмма нулевого уровня в пустом незаполненном функциональном блоком.

## Задание

Необходимо составить модель формата «ТО BE» по варианту, заданному преподавателем. Необходимо составить 1 диаграмму 0го уровня, 1 диаграмму 1го уровня и минимум 2 диаграммы второго уровня, содержащие модели в формате IDEF0.

Варианты заданий:

1. Получение загранпаспорта.
2. Вычисление интеграла.
3. Написание программы.
4. Сдача долгов по экзаменационной сессии.
5. Поступление на работу.
6. Установка операционной системы на компьютер.
7. Процесс обучения по предмету.
8. Выполнение лабораторной (практической) работы.

9. Обучение в вузе.
10. Бухгалтерский учет.
11. Складской учет.
12. Бизнес-планирование.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое бизнес-процесс? Какова его роль на предприятии?
2. Что такое информационная система?
3. Какие типы моделирования информационных систем Вы знаете?
4. Что такое IDEF0?
5. Для чего был разработан стандарт IDEF0?
6. Какие правила используются для нотаций IDEF0?
7. Какие основные определения используются в нотации IDEF0?
8. Какие различают два класса моделей по отношению к реально существующему бизнес-процессу?
9. Что такое CASE-средства, какие CASE средства вы знаете?

## Глава 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### 3.1. Понятие математическая модель

Математическое моделирование позволяет до создания реальной системы (объекта) или возникновения реальной ситуации рассмотреть возможные режимы работы, выбрать оптимальные управляющие воздействия, составить объективный прогноз будущих состояний системы.

Вычислительные эксперименты, проводимые на основе математических моделей, помогают увидеть за частным общее, развить универсальные методы анализа объектов различной физической природы, познать свойства изучаемых процессов и систем.

Наконец, математическое моделирование является основой интенсивно разрабатываемых автоматизированных систем проектирования, управления и обработки данных.

*Основная задача математического моделирования – выделение законов в природе, обществе и технике и запись их на языке математики.*

Например:

1) Зависимость между массой тела  $m$ , действующей на него силой  $F$  и ускорением его движения  $a$  записывается в форме 2-го закона Ньютона:  $F = m \cdot a$ ;

2) Зависимость между напряжением в электрической цепи  $U$ , ее сопротивлением  $R$  и силой тока  $I$  записывается в виде закона Ома:  $I = U/R$ .

Существует множество определений математической модели.

Приведем одно из них:

*Математической моделью некоторого объекта, процесса или явления будем называть запись его свойств на формальном языке с целью получения нового знания (свойств) об изучаемом процессе путем применения формальных методов.*

Альтернативой формальному (математическому) подходу является экспериментальный подход. К его недостаткам можно отнести:

- 1) высокая стоимость подготовки и проведения экспериментов;
- 2) получение частного знания (знания о конкретном объекте исследования, а не о классе объектов).

Например, пусть требуется определить воздействие  $x$  на некоторый процесс или объект, при котором его результирующая характеристика  $y$  имеет максимально возможное значение (рис. 4).

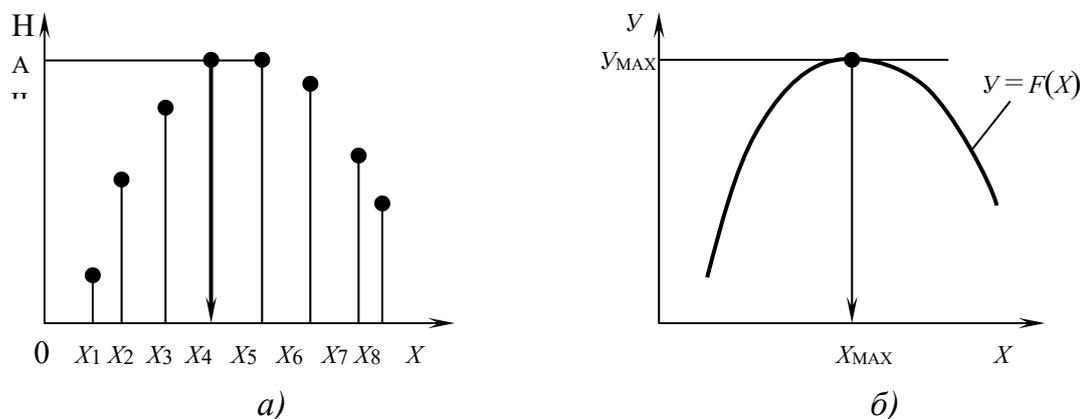


Рис. 4

На рис. 4, *a* показан эмпирический (экспериментальный) подход к решению поставленной задачи, который состоит в экспериментальном определении значения параметра  $y$  для нескольких значений входного воздействия  $x$ . Среди них найдено наибольшее, и оно принимается за максимум. Как видим из этого рисунка, возможно несколько значений воздействия  $x$  ( $x_4$  и  $x_5$ ), при которых  $y$  имеет наибольшее значение, но ни одно из них не является настоящим максимумом, который, возможно, лежит между ними.

Математический подход (рис. 4, *б*) предполагает наличие математической модели процесса типа  $y = f(x)$ . Взяв производную  $\frac{df}{dx}$  и приравняв ее к нулю, получим уравнение, решением которого является точное значение  $x_{\max}$ , доставляющее максимум функции  $y$ .

Схема применения математической модели при решении реальных задач имеет вид, показанный на рис. 5.

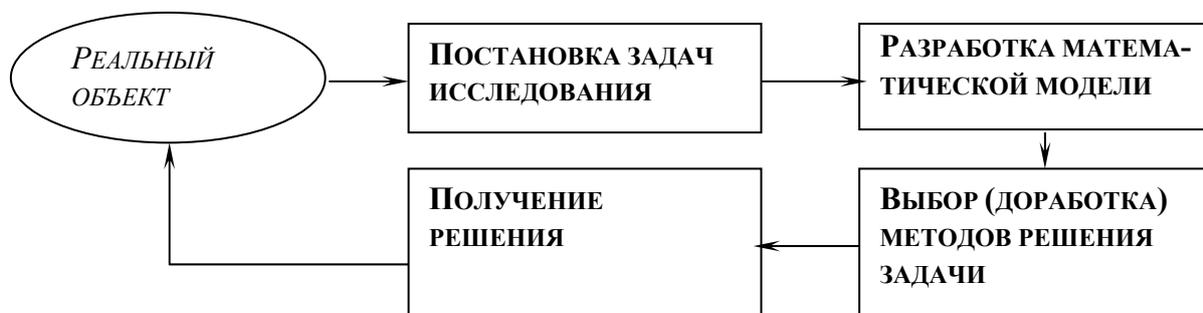


Рис. 5

Важнейшей характеристикой моделей является их точность, адекватность действительности. При этом важно иметь в виду, что все модели представляют собой приближенное описание реальных объектов (процессов) и поэтому принципиально неточны. Интегральная оценка модели может быть получена путем сравнения результатов моделирования и экспериментальных данных для конкретных объектов или режимов.

Для оценки значимости совпадения или несовпадения модельных и экспериментальных результатов широко используются методы математической статистики. Вместе с тем не следует переоценивать результаты такой проверки. Хорошее совпадение модельных и экспериментальных данных, вообще говоря, не доказывает точности модели, а лишь подтверждают ее функциональную пригодность для моделирования. Всегда может быть предложена модель, обеспечивающая лучшее совпадение с экспериментом, но не лучшее описание моделируемого объекта или процесса.

### **3.2. Классификация математических моделей**

Существует несколько схем классификации математических моделей. Все они достаточно условны. Одна из таких схем приведена на рис. 6.

Все математические модели по использованному формальному языку можно разбить на аналитические и имитационные.

Аналитические – модели, в которых используется стандартный математический язык. Имитационные – модели, в которых использован специальный язык моделирования или универсальный язык программирования.

Аналитические модели могут быть записаны в виде формул или уравнений. Если какой-либо процесс не может быть описан в виде аналитической модели, его описывают с помощью специального алгоритма или программы. Такая модель является имитационной.

Аналитические модели в свою очередь разбиваются на теоретические и эмпирические модели. Теоретические модели отражают реальные структуры и процессы в исследуемых объектах, то есть, опираются на теорию их работы. Эмпирические модели строятся на основе изучения реакций объекта на изменение условий окружающей

среды. При этом теория работы объекта не рассматривается, сам объект представляет собой так называемый «черный ящик», а модель – некоторую интерполяционную зависимость. Эмпирические модели могут быть построены на основе экспериментальных данных. Эти данные получают непосредственно на исследуемых объектах или с помощью их физических моделей.



Рис. 6

По форме описания аналитические модели подразделяются на линейные и нелинейные.

Если все входящие в модель величины не зависят от времени, то имеем статическую модель объекта или процесса, в противном случае получаем динамическую модель.

В детерминированных моделях все взаимосвязи, переменные и константы заданы точно, что приводит к однозначному определению

результатирующей функции. Если часть или все параметры, входящие в модель по своей природе являются случайными величинами или случайными функциями, то модель относят к классу стохастических моделей.

В стохастических моделях задаются законы распределения случайных величин, что приводит к вероятностной оценке результирующей функции.

Если аналитическое исследование может быть доведено до конца, модели называются аналитически разрешимыми. В противном случае говорят о численно разрешимых аналитических моделях.

### 3.3. Линейные математические модели

Наиболее простыми являются так называемые линейные детерминированные модели. Они задаются в виде линейной формы управляющих переменных ( $x$ ):

$$W = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_kx_k$$

при линейных ограничениях вида

$$b_{1j}x_1 + b_{2j}x_2 + \dots + b_{kj}x_k \geq b_j, \quad j = 1, \dots, q_1;$$

$$c_{1j}x_1 + c_{2j}x_2 + \dots + c_{kj}x_k = c_j, \quad j = 1, \dots, q_2;$$

$$d_{1j}x_1 + d_{2j}x_2 + \dots + d_{kj}x_k \leq d_j, \quad j = 1, \dots, q_3.$$

Общее число ограничений  $m = q_1 + q_2 + q_3$  может превосходить число переменных ( $m > k$ ). Кроме того, обычно вводится условие положительности переменных ( $x_i \geq 0$ ).

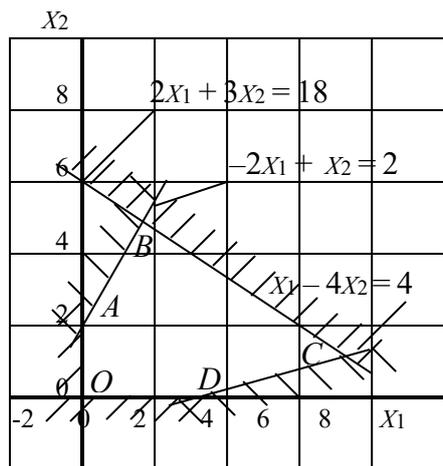
Поверхность отклика для линейной модели представляет собой гиперплоскость. Например, рассмотрим линейную модель двух переменных следующего вида:

$$W = -2x_1 - 3x_2 \tag{1}$$

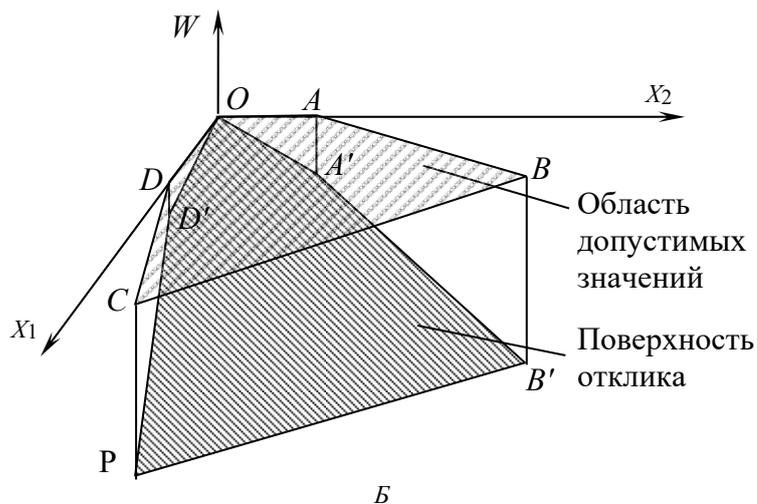
при следующих ограничениях

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\leq 18; \\ x_1 - 4x_2 &\leq 4; \\ -2x_1 + x_2 &\leq 2; \\ x_1 &\geq 0; \quad x_2 \geq 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Область допустимых значений (область определения)  $OABCD$  для модели (1) образована ограничениями (2) (рис. 7). Поверхность отклика представляет собой плоский многоугольник  $OA'B'C'D'$  (рис. 7, б).



A



B

Рис. 7

При определенном соотношении ограничений множество допустимых решений может отсутствовать (пусто). Пример такого множества показан на рис. 8. Прямые  $AC$  и  $BC$  ограничивают область допустимых значений сверху. Третье ограничение отсекает область допустимых значений снизу от прямой  $AB$ . Таким образом, общей области, удовлетворяющей всем трем ограничениям, нет.

Линейные модели достаточно просты и поэтому, с одной стороны, предполагают существенное упрощение задачи, а с другой – допускают разработку простых и эффективных методов решения.

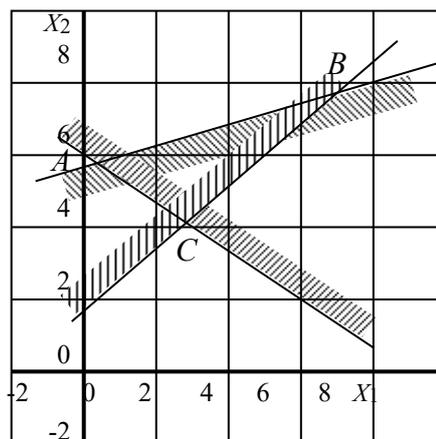


Рис. 8

При исследовании ДЛА линейные модели используются редко и почти исключительно при приближенном описании задач.

Линейные модели могут использоваться при поэтапной аппроксимации нелинейных моделей (линеаризация задачи). Особенно эффективен этот прием при изучении небольших областей исследуемого пространства. Представление отдельных участков нелинейной поверхности отклика линейной моделью лежит в основе большой группы методов оптимизации, так называемых методов с линейной тактикой.

Исследование линейных моделей не представляет труда. В частности влияние каждой из переменных на характеристики модели вида

$$W = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k$$

задается ее коэффициентами:

$$\frac{\partial W}{\partial x_i} = a_i, \quad i = 1, \dots, k.$$

Для нахождения оптимума линейной модели  $W_{\text{опт}}$  разработан эффективный симплекс-метод.

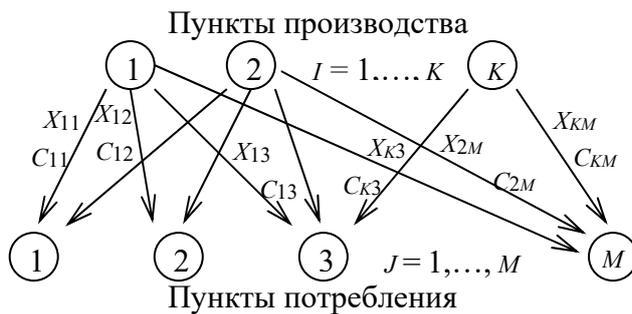


Рис. 9

К линейным иногда сводятся простейшие модели стоимости, рассматриваемые как совокупность производимых затрат.

Примером такой модели является классическая модель стоимости перевозок (транспортная задача) (рис. 9).

Имеется  $k$  пунктов производства ( $i = 1, \dots, k$ ) и  $m$  пунктов потребления ( $j = 1, \dots, m$ ) некоторого продукта. Количество продукта, произведенного в каждом из  $k$  пунктов производства, равно  $a_i$ ; количество продукта, необходимого в каждом из  $m$  пунктов потребления, равно  $b_j$ .

Предполагается равенство общего производства и потребления:

$$\sum_{i=1}^k a_i = \sum_{j=1}^m b_j.$$

Количество продукта, перевозимого из  $i$ -го пункта производства в  $j$ -й пункт потребления, равно  $x_{ij}$ ; стоимость перевозки единицы этого продукта –  $c_{ij}$ .

Суммарная стоимость перевозок  $C_{\Sigma}$  задается линейной моделью:

$$C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m c_{ij}x_{ij}$$

при следующих ограничениях

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i; \quad \sum_{i=1}^k x_{ij} = b_j; \quad x_{ij} \geq 0.$$

К линейным также относятся модели в виде линейных дифференциальных уравнений (обыкновенных или в частных производных).

Линейное обыкновенное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка имеет вид

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = f(t). \quad (3)$$

Начальные условия записываются как

$$x(0) = C_0, \quad x'(0) = C_1, \quad x''(0) = C_2, \dots, \quad x^{(n-1)}(0) = C_{n-1}.$$

Линейное дифференциальное уравнение в частных производных имеет вид

$$a_0 \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} + a_1 \frac{\partial \Phi(t)}{\partial x_1} + a_2 \frac{\partial \Phi(t)}{\partial x_2} + \dots + a_k \frac{\partial \Phi(t)}{\partial x_k} = f(x_1, x_2, \dots, x_k, t).$$

Модель, заданная в виде дифференциального уравнения в частных производных, включает начальные и граничные условия (условия на границе области определения функции  $\Phi(t)$ ).

### 3.4. Нелинейные детерминированные модели

Нелинейные детерминированные модели обладают бóльшей точностью и гибкостью. Они могут быть заданы в виде нелинейной функции одной или нескольких переменных или в виде дифференциальных уравнений (обыкновенных или в частных производных). Наиболее распространенными среди нелинейных моделей при описании ДУ и ДЛА являются:

- полиномиальные функции;
- позиномные функции;
- тригонометрические функции;
- экспоненциальные функции;
- обыкновенные дифференциальные уравнения;
- дифференциальные уравнения в частных производных др.

Нелинейные модели могут быть записаны в виде функционала, зависящего от управляющих переменных  $x$  и некоторых функций  $f(x)$  всех или части этих переменных:  $W = W(x, f(x))$ . При этом функции  $f(x)$  могут представлять собой функционалы, зависящие от промежуточных функций  $f^*(x)$  и т.д. На класс функций  $f(x)$ ,  $f^*(x)$  не накладывается никаких ограничений, однако предполагается возможность однозначного перехода от вектора управляющих параметров  $x$  к общей характеристике модели  $W$ .

Область определения модели может быть ограничена с помощью равенств или неравенств:

$$\begin{aligned}x_i &= c_i, & i &= 1, \dots, m; \\f(x) &= c_j, & j &= 1, \dots, l; \\x_{i \min} &\leq x_i \leq x_{i \max}, & i &= 1, \dots, k; \\f_j(x) &\leq c_j, & j &= 1, \dots, n.\end{aligned}$$

По существу под определение нелинейной модели подпадает любое математическое описание ДУ и ДЛА, не укладывающееся в рамки более простых моделей.

### 3.4.1. Полиномиальные модели

Полиномиальные модели основаны на идее приближенного представления модели конечным числом членов ряда Тейлора:

$$W(x) = W(x_0) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial W(x_0)}{\partial x_i} (x_i - x_{i0}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{\partial^2 W(x_0)}{\partial x_i \partial x_j} (x_i - x_{i0})(x_j - x_{j0}) + \dots$$

Наиболее простой из моделей этого класса является квадратичная модель:

$$W(x) = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i + \sum_{\substack{i=1 \\ j \geq i}}^k a_{ij} x_i x_j$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^k b_{ij} x_i \geq b_j, \quad j = 1, \dots, q_1; \quad \sum_{i=1}^k c_{ij} x_i = c_j, \quad j = 1, \dots, q_2; \quad \sum_{i=1}^k d_{ij} x_i \leq d_j, \quad j = 1, \dots, q_3.$$

Квадратичные модели широко используются для представления экспериментальных данных при идентификации ДЛА и их элементов.

Квадратичные модели используются для аппроксимации отдельных участков поверхности отклика, когда линейное приближение оказывается недостаточным, например, в окрестности экстремума, и лежит в основе нелинейных методов оптимизации. Если квадратичная модель также оказывается недостаточно точной, то используются полиномиальные модели более высоких порядков.

Исследование полиномиальных моделей частично можно осуществить аналитическими методами. Например, аналитически можно определить степень влияния отдельных переменных на характеристики модели.

### 3.4.2. Позиномные модели

Позиномные модели основаны на представлении модели в виде суммы произведений степенных функций:

$$W(x) = \sum_{j=1}^m c_j x_1^{\alpha_{1j}} x_2^{\alpha_{2j}} \dots x_k^{\alpha_{kj}} = \sum_{j=1}^m c_j \prod_{i=1}^k x_i^{\alpha_{ij}}, \quad (4)$$

где  $x_i$  – управляющие переменные,  $\alpha_{ij}$  – произвольные положительные числа,  $c_j \geq 0$  – обеспечивает выпуклость модели.

Величины  $\alpha_{ij}$ ,  $c_j$  рассчитываются на основе статистических данных, отражающих опыт производства соответствующих узлов и систем.

Позиномные модели можно использовать для описания стоимости сложных систем.

К позиномным моделям сводится задача выбора геометрических характеристик ряда технических устройств, в том числе элементов ДЛА, например, электромагнитов, силовых ферм и т.д.

Исследование позиномных моделей сложнее, чем моделей полиномиального типа, и осуществляется в основном численными методами. Однако, при  $m = 1$  и  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0, \dots, x_k > 0$  в формуле (4) существует способ приведения позинома к линейному виду.

В этом частном случае модель (2.4) будет выглядеть в следующем виде:

$$W(x_1, x_2, \dots, x_k) = c \cdot x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_k^{\alpha_k}.$$

Прологарифмируем обе части этого равенства, получим

$$\ln W = \ln c + \alpha_1 \ln x_1 + \alpha_2 \ln x_2 + \dots + \alpha_k \ln x_k. \quad (5)$$

Введем обозначения логарифмов переменных  $W$ ,  $x_1$ ,  $x_2, \dots, x_k$  и константы  $c$ :

$$Y = \ln W; \quad C = \ln c; \quad X_i = \ln x_i; \quad i = 1, \dots, k.$$

Выражение (2.5) примет линейный вид

$$Y(X_1, X_2, \dots, X_k) = C + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_k X_k.$$

Для поиска оптимальных решений на основе позиномных моделей разработан специальный аппарат – так называемое геометрическое программирование.

### 3.5. Математическая модель в виде обыкновенных дифференциальных уравнений

Математическая модель в виде одного или нескольких обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) широко используются при изучении переходных процессов в системах автоматического регулирования (САР), при описании баллистики летательных аппаратов, а также при описании процессов движения (поток, частицы, механические элементы).

В простейшем случае модель может иметь вид линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка:

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = f(t)$$

или системы дифференциальных уравнений 1-го порядка

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(t, x_1, \dots, x_n);$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(t, x_1, \dots, x_n);$$

.....

$$\frac{dx_n}{dt} = f_n(t, x_1, \dots, x_n).$$

Часто встречаются смешанные задачи, а также нелинейные ОДУ.

Модель, заданная в виде дифференциальных уравнений, должна включать в себя необходимый набор начальных условий:

$$x(0) = C_0, \quad x'(0) = C_1, \quad x''(0) = C_2, \dots, \quad x^{(n-1)}(0) = C_{n-1}$$

или

$$x_1(0) = C_1, \quad x_2(0) = C_2, \dots, \quad x_n(0) = C_n.$$

Исследование моделей, заданных в виде обыкновенных дифференциальных уравнений, осуществляется аналитическими и численными методами. Наиболее полными являются аналитические решения, обеспечивающие всесторонний анализ полученных результатов. Но такие решения получены лишь для ограниченного числа дифференциальных уравнений. Численные методы решения позволяют найти лишь конкретные значения изучаемой функции при заданной комбинации исходных данных. Для анализа модели можно использовать некоторую совокупность решений. Однако, очевидно, что результаты анализа в этом случае могут зависеть от выбора этой совокупности.

В качестве простейшего примера математической модели механической системы может быть рассмотрена модель движения груза массой  $m$ , закрепленного на вертикальной стенке с помощью пружины жесткостью  $C$  и совершающего колебательное движение вдоль оси  $x$  в среде с вязкостью  $\nu$  (рис. 10).

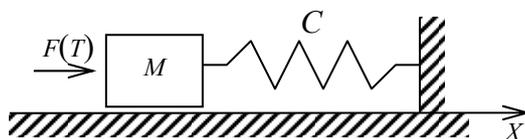


Рис. 10

Возмущающая сила, вызывающая колебания, зависит от времени  $f(t)$ . Наряду с возмущающей силой  $f(t)$  на груз действует сила инерции  $m \frac{d^2x(t)}{dt^2}$ , сила вязкого трения  $\nu \frac{dx(t)}{dt}$ , усилие пружины  $\frac{1}{C}x(t)$ . Все эти силы тормозят движение груза.

Согласно принципу Даламбера сумма всех сил, действующих на груз должна равняться нулю:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \nu \frac{dx(t)}{dt} + \frac{1}{C}x(t) - f(t) = 0. \quad (6)$$

Начальные условия характеризуют начальное положение и начальную скорость груза:

$$x(0) = x_0; \quad x'(0) = 0. \quad (7)$$

Уравнение (6) совместно с начальными условиями (7) представляет собой математическую модель рассматриваемой механической системы.

### 3.6. Стохастические модели

Точные величины и зависимости, используемые в детерминированных моделях, представляют собой лишь некоторые средние значения (математические ожидания) реальных случайных величин (зависимостей). Так, физические константы, характеризующие материалы и рабочие тела (предел прочности материала  $\sigma$ , теплопроводность  $\lambda$ , плотность  $\rho$  и т.д.) меняются в зависимости от партии материала и условий окружающей среды. Всегда имеется определенный разброс размеров деталей  $l$ , расходов топлива в системах подачи. Все это приводит к тому, что и результирующие функции, характеризующие

процесс, также носят случайный характер. Результаты, полученные с помощью детерминированной модели, представляют собой математические ожидания этих характеристик. При этом конкретные данные для конкретной системы могут существенно отличаться от этих математических ожиданий. Например, ресурс конкретного двигателя может существенно отличаться от среднего ресурса двигателей данного типа. Для учета таких отличий вводятся всевозможные «запасы прочности», призванные гарантировать работоспособность реальных объектов при неблагоприятном стечении обстоятельств.

*Значительно более полные и объективные результаты можно получить при переходе от детерминированных к стохастическим моделям, то есть при переходе от точно заданных величин к соответствующим случайным величинам.*

При этом константы ( $\sigma$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $l, \dots$ ) заменяются случайными величинами  $\xi_\sigma$ ,  $\xi_\lambda$ ,  $\xi_\rho$ ,  $\xi_l, \dots$ , подчиненными определенным законам распределения.

Однократное исследование стохастической модели приведет к некоторой случайной величине функции отклика  $\xi_w$ , представляющей собой, вообще говоря, ограниченную ценность. Для получения значимых результатов необходимо провести многократное исследование модели и получить распределение результирующей характеристики в интересующем исследователя диапазоне. Поверхность отклика в этом случае представляет собой некий размытый слой переменной плотности.

*Такой метод исследования стохастической модели получил название метода статистических испытаний или метода Монте-Карло.*

Трудоемкость исследования стохастических моделей существенно выше, чем моделей детерминированных:

1. Значительно возрастает объем исходной информации: замена констант случайными величинами, введение законов распределения этих величин усложняют модель.

2. Для получения распределения результирующей функции необходимо многократное исследование модели.

С другой стороны, полученное при статистическом моделировании распределение характеристик системы дает в руки исследователя чрезвычайно ценную информацию: Такое распределение позволяет

оценить не только среднее значение изучаемой величины, но и разброс этих значений, вероятности появления тех или иных значений при конкретном испытании (например, вероятность выхода из строя ДЛА через тот или иной промежуток времени) и их зависимость от различных факторов.

Очень часто используют нормальный или гауссовский закон распределения, для которого плотность вероятности  $f(x)$  и функция распределения  $F(x)$  задаются следующими соотношениями:

Вероятность того, что случайная величина попадет в интервал  $(x, x+dx)$ :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}};$$

Вероятность того, что случайная величина попадет в интервал  $(-\infty, x)$ :

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt.$$

Для случайной величины  $\xi$ , распределенной по нормальному закону,  $\mu = M(\xi)$ ,  $\sigma = \sigma(\xi)$  (рис. 11, 12). Случайная величина распределена в интервале  $\mu \pm 3\sigma$ . По нормальному закону распределены обычно характеристики материалов, размеры деталей, ресурсы элементов ДЛА.

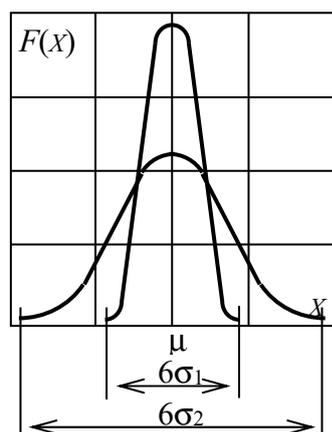


Рис. 11

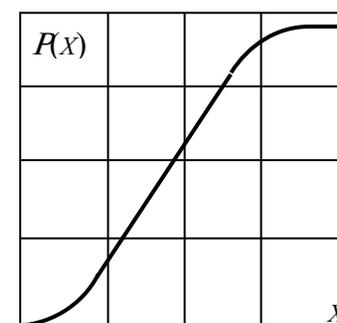


Рис. 12

Наряду с нормальным используются и другие законы распределения случайных величин. Например, равномерное распределение – задает равновероятностные на отрезке  $[a, b]$  случайные величины. (рис. 13, 14). Плотность вероятности и функция распределения при равномерном распределении определяются по формулам:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < a; \\ \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ 0, & b < x < \infty. \end{cases} \quad P(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ 1, & b < x < \infty. \end{cases}$$

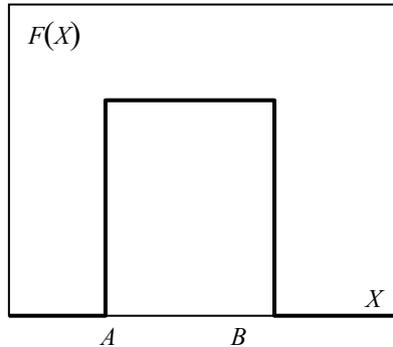


Рис. 13

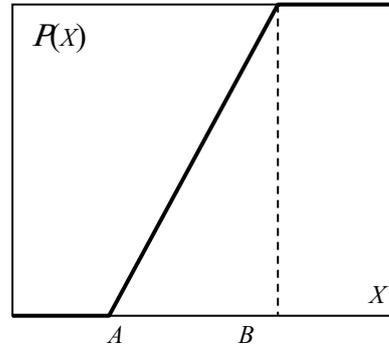


Рис. 14

Выбор закона распределения для конкретной случайной величины, входящей в стохастическую модель, может быть обоснован экспериментально или теоретически.

Конкретные параметры распределения ( $\mu$ ,  $\sigma, \dots$ ) всегда определяются на основе экспериментальных данных. Оценка параметров нормального распределения на основе выборки  $\{x_i\}$  из  $n$  случайных значений величины  $x$  дается соотношениями:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1}}.$$

При использовании метода статистических испытаний характеристики изучаемой системы оцениваются на основе некоторой ограниченной выборки реализаций. Поэтому важно определить достоверность этой оценки.

Вероятность  $p$  пребывания системы в некотором состоянии (например, вероятность того, что время работы элемента ДЛА до первого отказа составит не менее  $t$  часов), определяется частотой этого события при моделировании:

$$p \approx \frac{n_+}{n},$$

где  $n_+$  – число реализаций, при которых наблюдалось изучаемое состояние системы (время работы ДЛА до первого отказа превысило  $t$ );  $n$  – общее число реализаций.

Эта оценка является приближенной, так как определяется на основе ограниченной выборки. Отношение  $\frac{n_+}{n}$  называется выборочной статистикой.

Ошибка моделирования определяется отклонением выборочной статистики от вероятности

$$\delta = \left| \frac{n_+}{n} - p \right|.$$

Можно показать, что эта ошибка удовлетворяет неравенству

$$\delta \leq \sqrt{\frac{p(1-p)}{\alpha n}}, \quad (8)$$

Здесь  $p$  – вероятность рассматриваемого состояния;  $\alpha$  – вероятность невыполнения оценки (8) (уровень риска). Доверительная вероятность выполнения этой оценки равна  $1 - \alpha$ .

Из (8) следует, что погрешность стохастического моделирования обратно пропорциональна  $\sqrt{n}$ . То есть увеличение точности при стохастическом моделировании требует значительного увеличения числа реализаций. Для уменьшения погрешности в 10 раз необходимо увеличить число реализаций (а значит и время счета) в 100 раз. Поэтому метод статистических испытаний не может дать решения с очень высокой степенью точности. Считается, что допустимая ошибка может составлять 1-5% максимальной величины, полученной при моделировании.

Величина ошибки зависит также от вероятности  $p$  оцениваемого состояния и допустимого уровня риска  $\alpha$ . Обычно  $\alpha$  задают на одном из фиксированных уровней ( $\alpha = 0,005; 0,01; 0,025; 0,05; 0,1 \dots$ ).

### Практическая работа 3

## МОДЕЛИ СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

**Цель работы:** освоение приемов прогнозирования количественных характеристик при проведении многомерной кластеризации.

По иерархическому агломеративному алгоритму провести классификацию  $n = 4$  хозяйств, работа которых характеризуется показателями объема реализованной продукции:  $x_1$  – растениеводства и

$X_2$  – животноводства с одного гектара пашни (млн руб./га). Построить дендрограмму.

Номер хозяйства	1	2	3	4
$X_{i1}$	1	7	1	9
$X_{i2}$	5	9	3	7

Для этого:

а) в качестве расстояния между объектами принять обычное евклидово расстояние, а расстояние между кластерами измерять по принципу «средней связи»;

б) в качестве расстояния между объектами принять взвешенное евклидово расстояние с «весами»  $\omega_1=0,1$ ,  $\omega_2=0,9$ , а расстояние между кластерами измерять по принципу «дальнего соседа»;

в) в качестве расстояния между объектами принять обычное евклидово расстояние, а расстояние между кластерами измерять по принципу «центра тяжести».

Задание выполняется по вариантам. Каждому необходимо увеличить значения  $X_{i1}$ ,  $X_{i2}$  на  $k$ .

### Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность метода многомерной классификации?

2. Оцените преимущества использования информационных технологий при проведении кластерного анализа.

## Глава 4. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### 4.1. Основные понятия имитационного моделирования

Имитационное моделирование – метод исследования объектов, основанный на том, что изучаемый объект заменяется имитирующим объектом. С имитирующим объектом проводят эксперименты (не прибегая к экспериментам на реальном объекте) и в результате получают информацию об изучаемом объекте. Имитирующий объект при этом является из себя информационный объект.

Цель имитационного моделирования – получение приближенных знаний о некотором параметре объекта, не производя непосредственное измерение его значений.

К имитационному моделированию прибегают, когда:

- дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;
- невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические (случайные) переменные;
- необходимо симитировать поведение системы во времени.

Имитационное моделирование – это частный случай математического моделирования. Существует класс объектов, для которых по различным причинам не разработаны аналитические модели, создание аналитической модели принципиально невозможно, не разработаны методы решения полученной модели либо решения неустойчивы. В этом случае аналитическая модель заменяется имитатором или имитационной моделью.

Имитационное моделирование обычно проводится на ЭВМ в соответствии с программой, реализующей заданное конкретное логико-алгоритмическое описание. При этом несколько часов, недель или лет работы исследуемой системы могут быть промоделированы на ЭВМ за несколько минут. В большинстве случаев модель является не точным аналогом системы, а скорее её символическим отображением. Однако такая модель позволяет производить измерения, которые невозможно произвести каким-либо другим способом.

Имитационное моделирование обеспечивает возможность испытания, оценки и проведения экспериментов с исследуемой системой без каких-либо непосредственных воздействий на нее.

#### Сферы применения имитационного моделирования

Имитационное моделирование может применяться в самых различных сферах деятельности. Ниже приведен список задач, при решении которых моделирование особенно эффективно:

- проектирование и анализ производственных систем;
- оценка различных систем вооружений и требований к их материально-техническому обеспечению;
- определение требований к оборудованию и протоколам сетей связи;
- определение требований к оборудованию и программному обеспечению различных компьютерных систем;
- проектирование и анализ работы транспортных систем, например: аэропортов, автомагистралей, портов и метрополитена;
- оценка проектов создания различных организаций массового обслуживания, например: центров обработки заказов, заведений быстрого питания, больниц, отделений связи;
- модернизация различных процессов в деловой сфере;
- определение политики в системах управления запасами;
- анализ финансовых и экономических систем;
- при подготовке специалистов и освоении новой техники на имитаторах (тренажерах).

#### Этапы имитационного моделирования

1. Формулировка цели моделирования.
2. Построение концептуальной модели.
3. Выбор аппарата моделирования (система, язык программирования и т.д.).
4. Планирование эксперимента.
5. Выполнение эксперимента.
6. Обработка, анализ и интерпретация данных эксперимента.

#### Основные методы имитационного моделирования.

Основными методами имитационного моделирования являются: аналитический метод, метод статического моделирования и комбинированный метод (аналитико-статистический) метод.

1) Аналитический метод применяется для имитации процессов в основном для малых и простых систем, где отсутствует фактор случайности. Например, когда процесс их функционирования описан дифференциальными или интегро-дифференциальными уравнениями. Метод назван условно, так как он объединяет возможности имитации процесса, модель которого получена в виде аналитически замкнутого решения, или решения полученного методами вычислительной математики.

2) Метод статистического моделирования первоначально развивался как метод статистических испытаний (Монте-Карло). Это – численный метод, состоящий в получении оценок вероятностных характеристик, совпадающих с решением аналитических задач (например, с решением уравнений и вычислением определенного интеграла). В последствии этот метод стал применяться для имитации процессов, происходящих в системах, внутри которых есть источник случайности или которые подвержены случайным воздействиям.

3) Комбинированный метод (аналитико-статистический) позволяет объединить достоинства аналитического и статистического методов моделирования. Он применяется в случае разработки модели, состоящей из различных модулей, представляющих набор как статистических, так и аналитических моделей, которые взаимодействуют как единое целое.

#### Преимущества имитационного моделирования

Применение имитационных моделей дает множество преимуществ по сравнению с выполнением экспериментов над реальной системой и использованием других методов.

- **Стоимость.** Допустим, компания уволила часть сотрудников, что в дальнейшем привело к снижению качества обслуживания и потери части клиентов. Принять обоснованное решение помогла бы имитационная модель, затраты на применение которой состоят лишь из цены программного обеспечения и стоимости консалтинговых услуг.

- **Время.** В реальности оценить эффективность, например, новой сети распространения продукции или измененной структуры склада можно лишь через месяцы или даже годы. Имитационная модель позволяет определить оптимальность таких изменений за считанные минуты, необходимые для проведения эксперимента.

- **Повторяемость.** Современная жизнь требует от организаций быстрой реакции на изменение ситуации на рынке. Например, прогноз объемов спроса продукции должен быть составлен в срок, и его изменения критичны. С помощью имитационной модели можно провести неограниченное количество экспериментов с разными параметрами, чтобы определить наилучший вариант.

- **Точность.** Традиционные расчетные математические методы требуют применения высокой степени абстракции и не учитывают важные детали. Имитационное моделирование позволяет описать структуру системы и её процессы в естественном виде, не прибегая к использованию формул и строгих математических зависимостей.

- **Наглядность.** Имитационная модель обладает возможностями визуализации процесса работы системы во времени, схематичного задания её структуры и выдачи результатов в графическом виде. Это позволяет наглядно представить полученное решение и донести заложенные в него идеи до клиента и коллег.

- **Универсальность.** Имитационное моделирование позволяет решать задачи из любых областей: производства, логистики, финансов, здравоохранения и многих других. В каждом случае модель имитирует, воспроизводит, реальную жизнь и позволяет проводить широкий набор экспериментов без влияния на реальные объекты ..

## **4.2. Основные элементы имитационного моделирования**

Статистическое моделирование – метод исследования сложных систем, основанный на описании процессов функционирования отдельных элементов в их взаимосвязи с целью получения множества частных результатов, подлежащих обработке методами математической статистики для получения конечных результатов. В основе статистического моделирования лежит метод статистических испытаний – метод Монте-Карло.

Имитационная модель – универсальное средство исследования сложных систем, представляющее собой логико-алгоритмическое описание поведения отдельных элементов системы и правил их взаимодействия, отображающих последовательность событий, возникающих в моделируемой системе.

Если статистическое моделирование выполняется с использованием имитационной модели, то такое моделирование называется имитационным.

Экспериментирование с моделью называют имитацией (имитация – это постижение сути явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте).

Понятия «статистическое и имитационное моделирование» часто рассматривают как синонимы. Однако следует иметь в виду, что статистическое моделирование не обязательно является имитационным. Например, вычисление определённого интеграла методом Монте-Карло путем определения подынтегральной площади на основе множества статистических испытаний, относится к статистическому моделированию, но не может называться имитационным.

Наиболее широкое применение имитационное моделирование получило при исследовании сложных систем с дискретным характером функционирования, в том числе моделей массового обслуживания. Для описания процессов функционирования таких систем обычно используются временные диаграммы.

Временная диаграмма – графическое представление последовательности событий, происходящих в системе.

Поскольку функционирование любой системы достаточно полно отображается в виде временной диаграммы, имитационное моделирование можно рассматривать как процесс реализации диаграммы функционирования исследуемой системы на основе сведений о характере функционирования отдельных элементов и их взаимосвязи.

Имитационное моделирование обеспечивает возможность испытания, оценки и проведения экспериментов с исследуемой системой без каких-либо непосредственных воздействий на нее. Первым шагом при анализе любой конкретной системы является выделение элементов, и формулирование логических правил, управляющих взаимодействием этих элементов. Полученное в результате этого описание называется моделью системы.

С точки зрения организации взаимодействия исследователя с моделью (по способу взаимодействия с пользователем), в ходе экспе-

римента имитационные модели делятся на автоматические и диалоговые.

Автоматическими называются имитационные модели, взаимодействие пользователя с которыми сводится только к вводу исходной информации и управлению началом и окончанием работы моделей.

Диалоговыми называются имитационные модели, позволяющие исследователю активно управлять ходом моделирования, приостанавливать сеанс моделирования, изменять значения параметров модели, корректировать перечень регистрируемых данных и т. д.

Дадим определения следующим элементам имитационных моделей (далее ИМ):

1. Компоненты ИМ – это составные части модели, отображающие подсистемы или элементы системы при соответствующих условиях, объединённых некоторой формой регулярного взаимодействия или взаимозависимости для выполнения заданной функции.

2. Параметры ИМ – это величины, выбираемые произвольно, в отличие от переменных ИМ, определяемые видом функциональной зависимости. Следует различать переменные двух видов:

- экзогенные – входные величины, порождаемые вне моделируемой системы или являющиеся результатом взаимодействия внешних причин;

- эндогенные - переменные величины, возникающие в системе в результате воздействия внутренних причин, характеризующие состояние или условия, имеющие место в системе – переменные состояния.

3. Функциональные зависимости описывают поведение переменных и параметров в пределах компоненты или же выражают соотношения между компонентами системы. Эти соотношения по природе являются либо детерминистскими, либо стохастическими

4. Ограничения – это устанавливаемые пределы изменения значений переменных или ограничивающие условия их изменений, вводимые либо разработчиком, либо свойствами системы.

5. Целевая функция (функция критерия) – это однозначное отображение целей или задач системы и необходимых правил оценки их выполнения.

Три подхода имитационного моделирования (рис. 15).



Рис. 15. Подходы имитационного моделирования на шкале абстракции

1. Агентное моделирование – относительно новое (1990-е-2000-е гг.) направление в имитационном моделировании, которое используется для исследования децентрализованных систем, динамика функционирования которых определяется не глобальными правилами и законами (как в других парадигмах моделирования), а наоборот, когда эти глобальные правила и законы являются результатом индивидуальной активности членов группы. Цель агентных моделей – получить представление об этих глобальных правилах, общем поведении системы, исходя из предположений об индивидуальном, частном поведении её отдельных активных объектов и взаимодействии этих объектов в системе. Агент – некая сущность, обладающая активностью, автономным поведением, может принимать решения в соответствии с некоторым набором правил, взаимодействовать с окружением, а также самостоятельно изменяться.

2. Дискретно-событийное моделирование – подход к моделированию, предлагающий абстрагироваться от непрерывной природы событий и рассматривать только основные события моделируемой системы, такие как: «ожидание», «обработка заказа», «движение с грузом», «разгрузка» и другие. Дискретно-событийное моделирование наиболее развито и имеет огромную сферу приложений – от логистики и систем массового обслуживания до транспортных и производственных систем. Этот вид моделирования наиболее подходит для моделирования производственных процессов. Основан Джеффри Гордоном в 1960-х годах.

3. Системная динамика – парадигма моделирования, где для исследуемой системы строятся графические диаграммы причинных связей и глобальных влияний одних параметров на другие во времени, а затем созданная на основе этих диаграмм модель имитируется на компьютере. По сути, такой вид моделирования более всех других парадигм помогает понять суть происходящего выявления причинно-следственных связей между объектами и явлениями. С помощью системной динамики строят модели бизнес-процессов, развития города, модели производства, динамики популяции, экологии и развития эпидемии. Метод основан Джейм Форрестером в 1950 годах.

#### **Практическая работа 4**

### **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИМИТАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО**

**Цель работы:** научиться решать задачи с использованием имитации случайных событий.

1. Изучить основные понятия, назначение и принцип работы метода Монте-Карло (разд. 1). Изучить алгоритмы имитации случайных событий на основе метода Монте-Карло и примеры решения задач моделирования с использованием этих алгоритмов (разд.2).

2. Согласно варианту задания разработать алгоритм для решения задачи на основе метода Монте-Карло. Выполнить три испытания разработанного алгоритма.

3. Реализовать разработанный алгоритм в виде программы на любом алгоритмическом языке.

### **Задание**

В ходе военных учений выполняются пуски ракет с самолёта по учебной цели. На самолёте имеется шесть учебных ракет. Ракеты выпускаются самолётом по одной; если ракета поражает цель, то остальные ракеты не выпускаются. Вероятность поражения цели при каждом пуске учебной ракеты – 85%. Стоимость учебной ракеты – 1000 ден. ед.

Составить алгоритм и программу (на основе метода Монте-Карло) для определения следующих величин:

- вероятность поражения цели;
- средние затраты на один учебный полёт.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие показатели эффективности бизнес-процессного подхода вам известны?
2. Опишите инструментарий реализации диаграммы Ганта.
3. Охарактеризуйте преимущества и недостатки экспертного метода оценки бизнес-процессов.

## Глава 5. СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

### 5.1. СМО и их назначение

**Системы массового обслуживания** – это такие системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание, при этом поступившие заявки обслуживаются с помощью имеющихся в распоряжении системы каналов обслуживания.

Примерами систем массового обслуживания могут служить:

- расчетно-кассовые узлы в банках, на предприятиях;
- персональные компьютеры, обслуживающие поступающие заявки или требования на решение тех или иных задач;
- станции технического обслуживания автомобилей; АЗС;
- аудиторские фирмы;
- отделы налоговых инспекций, занимающиеся приёмкой и проверкой текущей отчетности предприятий;
- телефонные станции и т. д.

Рассмотрим схему работы СМО (рис. 16). Система состоит из генератора заявок, диспетчера и узла обслуживания, узла учета отказов (терминатора, уничтожителя заявок). Узел обслуживания в общем случае может иметь несколько каналов обслуживания.

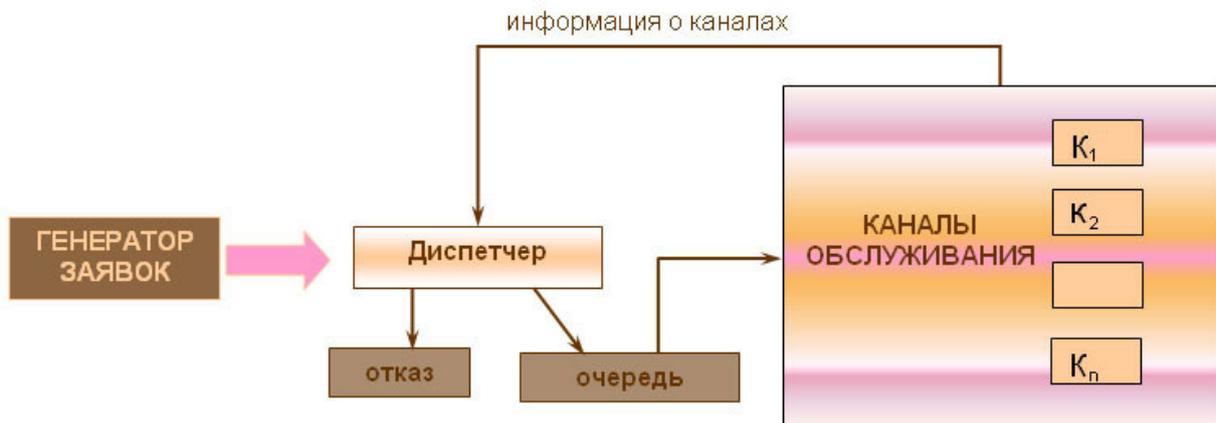


Рис. 16

1. **Генератор заявок** – объект, порождающий заявки: улица, цех с установленными агрегатами. На вход поступает поток заявок (поток покупателей в магазин, поток сломавшихся агрегатов (машин, стан-

ков) на ремонт, поток посетителей в гардероб, поток машин на АЗС и т. д.).

2. **Диспетчер** – человек или устройство, которое знает, что делать с заявкой. Узел, регулирующий и направляющий заявки к каналам обслуживания. Диспетчер:

- принимает заявки;
- формирует очередь, если все каналы заняты;
- направляет их к каналам обслуживания, если есть свободные;
- дает заявкам отказ (по различным причинам);
- принимает информацию от узла обслуживания о свободных каналах;
- следит за временем работы системы.

3. **Очередь** – накопитель заявок. Очередь может отсутствовать.

4. **Узел обслуживания** состоит из конечного числа каналов обслуживания. Каждый канал имеет 3 состояния: свободен, занят, не работает. Если все каналы заняты, то можно придумать стратегию, кому передавать заявку.

5. **Отказ** от обслуживания наступает, если все каналы заняты (некоторые в том числе могут не работать).

Кроме этих основных элементов в СМО в некоторых источниках [2] выделяются также следующие составляющие:

- терминатор – уничтожитель трансактов;
- склад – накопитель ресурсов и готовой продукции;
- счет бухгалтерского учета – для выполнения операций типа «проводка»;
- менеджер – распорядитель ресурсов;
- и пр.

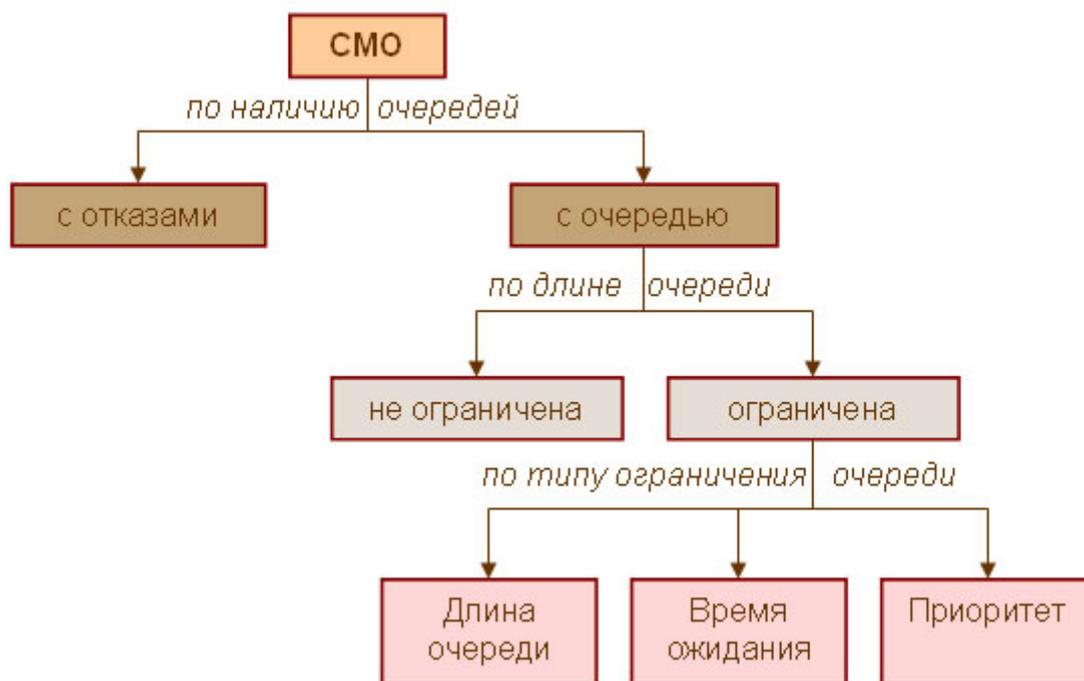
## 5.2. Классификация и модели СМО

Выделяют следующие подходы к классификации СМО

Первое деление (по наличию очередей):

- СМО с отказами;
- СМО с очередью.

В **СМО с отказами** заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, получает отказ, покидает СМО и в дальнейшем не обслуживается.



В **СМО с очередью** заявка, пришедшая в момент, когда все каналы заняты, не уходит, а становится в очередь и ожидает возможности быть обслуженной.

**СМО с очередями** подразделяются на разные виды в зависимости от того, как организована очередь, – **ограничена или не ограничена**. Ограничения могут касаться как длины очереди, так и времени ожидания, «дисциплины обслуживания».

Итак, например, рассматриваются следующие СМО:

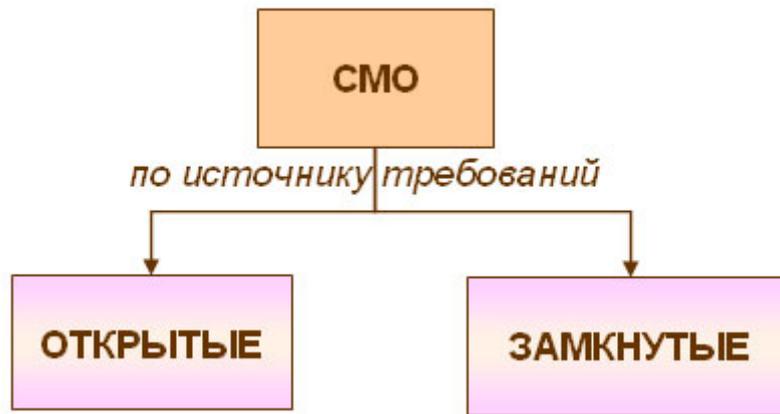
- СМО с нетерпеливыми заявками (длина очереди и время обслуживания ограничено);
- СМО с обслуживанием с приоритетом, т. е. некоторые заявки обслуживаются вне очереди и т. д.

Типы ограничения очереди могут быть комбинированными.

Другая классификация делит СМО по источнику заявок. Порождать заявки (требования) может сама система или некая внешняя среда, существующая независимо от системы.

Естественно, поток заявок, порожденный самой системой, будет зависеть от системы и ее состояния.

Кроме этого СМО делятся на **открытые СМО** и **замкнутые СМО**.



В открытой СМО характеристики потока заявок не зависят от того, в каком состоянии сама СМО (сколько каналов занято). В замкнутой СМО – зависят. Например, если один рабочий обслуживает группу станков, время от времени требующих наладки, то интенсивность потока «требований» со стороны станков зависит от того, сколько их уже исправно и ждет наладки.

Пример замкнутой системы: выдача кассиром зарплаты на предприятии.

По количеству каналов СМО делятся на:

- одноканальные;
- многоканальные.

### ***Характеристики системы массового обслуживания***

Основными характеристиками системы массового обслуживания любого вида являются:

- входной поток поступающих требований или заявок на обслуживание;
- дисциплина очереди;
- механизм обслуживания.

### ***Входной поток требований***

Для описания входного потока требуется задать **вероятностный закон, определяющий последовательность моментов поступления требований на обслуживание**, и указать количество таких требований в каждом очередном поступлении. При этом, как правило, оперируют понятием «вероятностное распределение моментов поступления требований». Здесь могут поступать как **единичные, так и группо-**

**вые требования (количество таких требований в каждом очередном поступлении).** В последнем случае обычно речь идет о системе обслуживания с параллельно-групповым обслуживанием.

Пусть:

$A_i$  – время поступления между требованиями – независимые одинаково распределенные случайные величины;

$E(A)$  – среднее (МО) время поступления;

$\lambda = 1/E(A)$  – интенсивность поступления требований;

Характеристики входного потока:

1. Вероятностный закон, определяющий последовательность моментов поступления требований на обслуживание.

2. Количество требований в каждом очередном поступлении для групповых потоков.

### *Дисциплина очереди*

**Очередь** – совокупность требований, ожидающих обслуживания.

Очередь имеет имя.

**Дисциплина очереди** определяет принцип, в соответствии с которым поступающие на вход обслуживающей системы требования подключаются из очереди к процедуре обслуживания. Чаще всего используются дисциплины очереди, определяемые следующими правилами:

- первым пришел – первый обслуживаешься;  
first in first out (FIFO)  
самый распространенный тип очереди.

Какая структура данных подойдет для описания такой очереди? Массив плох (ограничен). Можно использовать структуру типа СПИСОК.



Список имеет начало и конец. Список состоит из записей. Запись – это ячейка списка. Заявка поступает в конец списка, а выбирается на обслуживание из начала списка. Запись состоит из характеристики заявки и ссылки (указатель, за кем стоит). Кроме этого, если

очередь с ограничением на время ожидания, то еще должно быть указано предельное время ожидания.



Вы как программисты должны уметь делать списки двусторонние, односторонние.

Действия со списком:

- вставить в хвост;
- взять из начала;
- удалить из списка по истечении времени ожидания.
- **пришел последним – обсуживаешься первым LIFO** (обойма для патронов, тупик на железнодорожной станции, зашел в набитый вагон).

Структура, известная как СТЕК. Может быть описан структурой массив или список;

- случайный отбор заявок;
- отбор заявок по критерию приоритетности.

Каждая заявка характеризуется помимо прочего уровнем приоритета и при поступлении помещается не в хвост очереди, а в конец своей приоритетной группы. Диспетчер осуществляет сортировку по приоритету.

### **Характеристики очереди**

- **ограничение времени ожидания** момента наступления обслуживания (имеет место очередь с ограниченным временем ожидания обслуживания, что ассоциируется с понятием «допустимая длина очереди»);

- длина очереди.

### **Механизм обслуживания**

**Механизм обслуживания** определяется характеристиками самой процедуры обслуживания и структурой обслуживающей системы. К характеристикам процедуры обслуживания относятся:

- количество каналов обслуживания ( $N$ );

- продолжительность процедуры обслуживания (вероятностное распределение времени обслуживания требований);
- количество требований, удовлетворяемых в результате выполнения каждой такой процедуры (для групповых заявок);
- вероятность выхода из строя обслуживающего канала;
- структура обслуживающей системы.

Для аналитического описания характеристик процедуры обслуживания оперируют понятием «вероятностное распределение времени обслуживания требований».

Пусть:

$S_i$  – время обслуживания  $i$ -го требования;

$E(S)$  – среднее время обслуживания;

$\mu=1/E(S)$  – скорость обслуживания требований.

Следует отметить, что время обслуживания заявки зависит от характера самой заявки или требований клиента и от состояния и возможностей обслуживающей системы. В ряде случаев приходится также учитывать **вероятность выхода из строя обслуживающего канала** по истечении некоторого ограниченного интервала времени. Эту характеристику можно моделировать как поток отказов, поступающий в СМО и имеющий приоритет перед всеми другими заявками.

### **Коэффициент использования СМО**

$N \cdot \mu$  – скорость обслуживания в системе, когда заняты все устройства обслуживания.

$\rho = \lambda / (N \mu)$  – называется **коэффициентом использования СМО**, показывает, насколько задействованы ресурсы системы.

### **Структура обслуживающей системы**

Структура обслуживающей системы определяется количеством и взаимным расположением каналов обслуживания (механизмов, приборов и т. п.). Прежде всего следует подчеркнуть, что система обслуживания может иметь не один канал обслуживания, а несколько; система такого рода способна обслуживать одновременно несколько требований. В этом случае все каналы обслуживания предлагают одни и те же услуги, и, следовательно, можно утверждать, что имеет место **параллельное обслуживание**.

**Комбинированное обслуживание** – обслуживание вкладов в сберкассе: сначала контролер, потом кассир. Как правило, 2 контролера на одного кассира.

Итак, **функциональные возможности любой системы массового обслуживания определяются следующими основными факторами:**

- вероятностным распределением моментов поступлений заявок на обслуживание (единичных или групповых);
- мощностью источника требований;
- вероятностным распределением времени продолжительности обслуживания;
- конфигурацией обслуживающей системы (параллельное, последовательное или параллельно-последовательное обслуживание);
- количеством и производительностью обслуживающих каналов;
- дисциплиной очереди.

**Основные критерии эффективности функционирования СМО**

В качестве **основных критериев эффективности функционирования систем массового обслуживания** в зависимости от характера решаемой задачи могут выступать:

- вероятность немедленного обслуживания поступившей заявки ( $P_{\text{обсл}} = K_{\text{обс}} / K_{\text{пост}}$ );
- вероятность отказа в обслуживании поступившей заявки ( $P_{\text{отк}} = K_{\text{отк}} / K_{\text{пост}}$ );

Очевидно, что  $P_{\text{обсл}} + P_{\text{отк}} = 1$ .

**Потоки, задержки, обслуживание. Формула Поллачека–Хинчина**

**Задержка** – один из критериев обслуживания СМО, время проведенное заявкой в ожидании обслуживания.

Пусть:

$D_i$  – задержка в очереди требования  $i$ ;

$W_i = D_i + S_i$  – время нахождения в системе требования  $i$ .

Тогда показатели (если существуют)

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}$$
 (с вероятностью 1) – установившаяся средняя задержка требования в очереди;

$$w = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n W_i}{n}$$
 (с вероятностью 1) – установившееся среднее время нахождения требования в СМО (waiting).

Пусть:

$Q(t)$  – число требований в очереди в момент времени  $t$ ;

$L(t)$  – число требований в системе в момент времени  $t(Q(t)$  плюс число требований, которые находятся на обслуживании в момент времени  $t$ .

Тогда показатели (если существуют)

$$Q = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\int_0^T Q(t) dt}{T}$$
 (с вероятностью 1) – установившееся среднее по времени число требований в очереди;

$$L = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\int_0^T L(t) dt}{T}$$
 (с вероятностью 1) – установившееся среднее по времени число требований в системе.

Заметим, что  $\rho < 1$  – обязательное условие существования  $d$ ,  $w$ ,  $Q$  и  $L$  в системе массового обслуживания.

Если вспомнить, что  $\rho = \lambda / (N\mu)$ , то видно, что если интенсивность поступления заявок больше, чем  $N\mu$ , то  $\rho > 1$  и естественно, что система не сможет справиться с таким потоком заявок, а следовательно, нельзя говорить о величинах  $d$ ,  $w$ ,  $Q$  и  $L$ .

К наиболее общим и нужным результатам для систем массового обслуживания относятся уравнения сохранения

$$Q = \lambda d$$

$$L = \lambda w$$

Следует обратить внимание, что упомянутые выше критерии оценки работы системы могут быть аналитически вычислены для систем массового обслуживания  $M/M/N$  ( $N > 1$ ), т. е. систем с Марковскими потоками заявок и обслуживания. Для  $M/G/1$  при любом рас-

пределении  $G$  и для некоторых других систем. Вообще распределение времени между поступлениями, распределение времени обслуживания или обеих этих величин должно быть экспоненциальным (или разновидностью экспоненциального распределения Эрланга  $k$ -го порядка), чтобы аналитическое решение стало возможным.

Кроме этого можно также говорить о таких характеристиках, как:

- абсолютная пропускная способность системы –  $A = P_{\text{обсл}} * \lambda$ ;
- относительная пропускная способность системы –

Еще один интересный (и наглядный) пример аналитического решения – вычисление установившейся средней задержки в очереди для системы массового обслуживания  $M/G/1$  по формуле:

$$d = \frac{\lambda \{ \sigma(S)^2 + E(S)^2 \}}{2[1 - \lambda E(S)]} .$$

В России эта формула известна как формула Поллачека-Хинчина, за рубежом эта формула связывается с именем Росса (Ross).

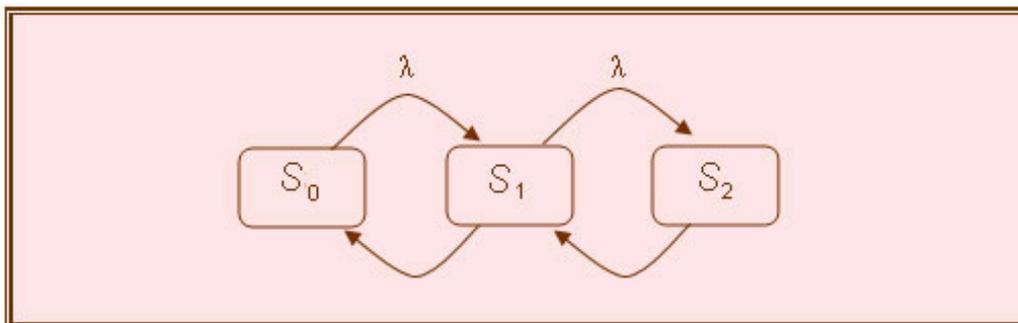
Таким образом, если  $E(S)$  имеет большее значение, тогда перегрузка (в данном случае измеряемая как  $d$ ) будет большей; чего и следовало ожидать. По формуле можно обнаружить и менее очевидный факт: перегрузка также увеличивается, когда изменчивость распределения времени обслуживания возрастает, даже если среднее время обслуживания остается прежним. Интуитивно это можно объяснить так: дисперсия случайной величины времени обслуживания может принять большое значение (поскольку она должна быть положительной), т. е. единственное устройство обслуживания будет занято длительное время, что приведет к увеличению очереди.

**Предметом теории массового обслуживания** является установление зависимости между факторами, определяющими функциональные возможности системы массового обслуживания, и эффективностью ее функционирования. В большинстве случаев все параметры, описывающие системы массового обслуживания, являются случайными величинами или функциями, поэтому эти системы относятся к стохастическим системам.

Случайный характер потока заявок (требований), а также, в общем случае, и длительности обслуживания приводит к тому, что в си-

стеме массового обслуживания происходит случайный процесс. *По характеру случайного процесса*, происходящего в системе массового обслуживания (СМО), различают *системы марковские и немарковские*. В марковских системах входящий поток требований и выходящий поток обслуженных требований (заявок) являются пуассоновскими. Пуассоновские потоки позволяют легко описать и построить математическую модель системы массового обслуживания. Данные модели имеют достаточно простые решения, поэтому большинство известных приложений теории массового обслуживания используют марковскую схему. В случае немарковских процессов задачи исследования систем массового обслуживания значительно усложняются и требуют применения статистического моделирования, численных методов с использованием ЭВМ.

Рассмотрим непрерывные марковские цепи, которые характеризуют процессы гибели и размножения. Количество событий соответствует количеству каналов.  $S_0$  – событие «все свободны, нет занятых каналов»;  $S_1$  – один канал занят, и т. д. Таким образом имеем процесс, в котором каждому событию соответствует целое число, которое характеризует количество занятых каналов. Событие заключается в том, что количество занятых каналов может уменьшиться на 1, или увеличиться на 1.



### ***Простейшая одноканальная модель***

***Простейшей одноканальной моделью*** с вероятностными входным потоком и процедурой обслуживания является модель, характеризуемая показательным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требований, так и длительностей обслужи-

вания. При этом плотность распределения длительностей интервалов между поступлениями требований имеет вид:

$$f_1(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}, \text{ где } \lambda - \text{интенсивность поступления заявок};$$

Плотность распределения длительностей обслуживания:

$$f_2(t) = \mu \cdot e^{-\mu t}, \text{ где } \mu - \text{интенсивность (скорость) обслуживания.}$$

Потоки заявок и обслуживаний простейшие.

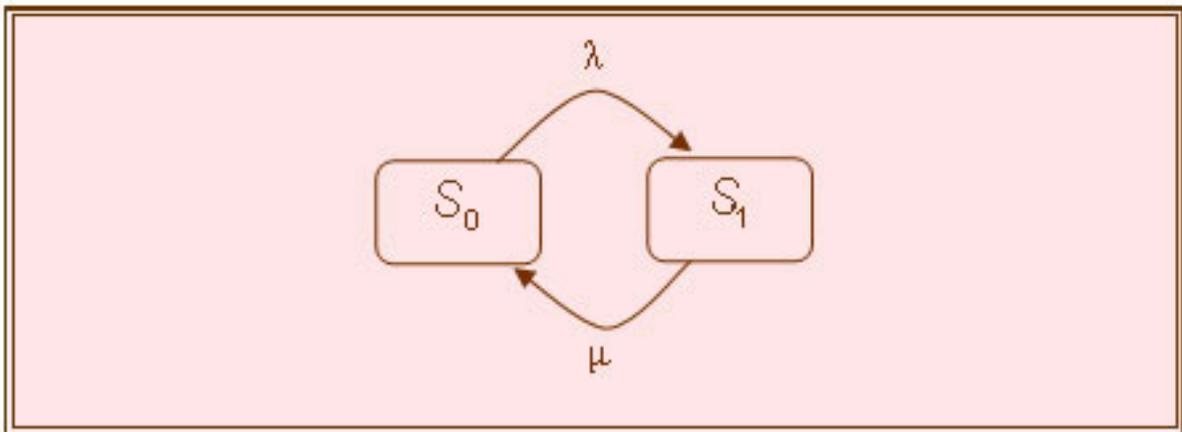
1-й случай. Поток заявок поступает в систему без очереди. Так называемая *система с отказами*.

Система имеет два состояния:

$S_0$  – система не занята;

$S_1$  – система занята.

Переход из состояния  $S_0$  в состояние  $S_1$  происходит с интенсивностью  $\lambda$ , из состояния  $S_1$  в состояние  $S_0$  – с интенсивностью  $\mu$ .



## Практическая работа 5 СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

**Цель работы:** изучение систем массового обслуживания, классификация СМО, анализ эффективности СМО.

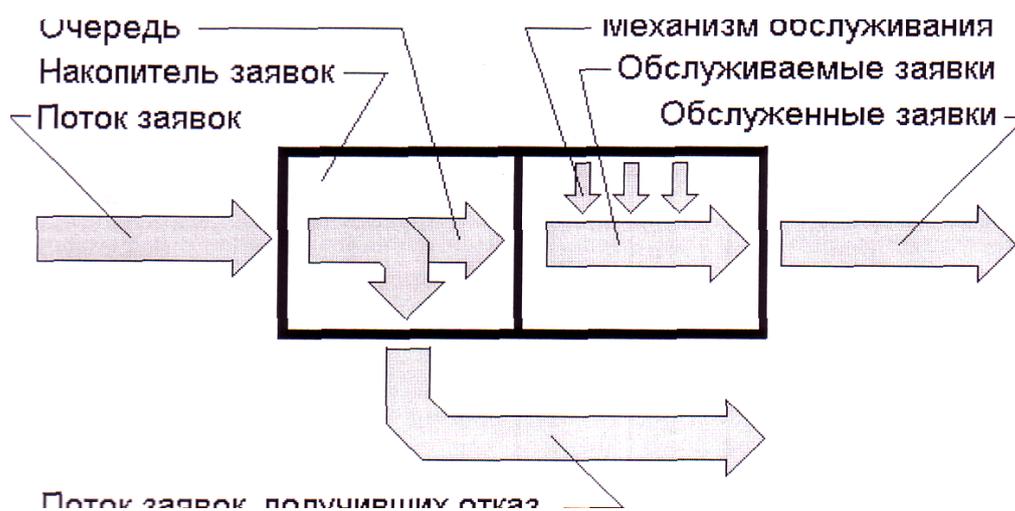
### Краткая теория

Наука, занимающихся изучением систем массового обслуживания (СМО) называется теорией массового обслуживания (ТМО). Основным ее направлением является минимизация потерь времени в СМО при встрече двух случайных потоков: потока заявок (требова-

ний) и потока услуг. Функционирование СМО впервые начало изучаться при организации работы телефонных сетей. Затем научные подходы ТМО были применены к планированию военных операций. В настоящее время изучение функционирования систем массового обслуживания охватывает очень широкий их спектр, и является одним из важнейших вопросов экономики.

В зависимости от характера входящего потока заявок СМО принято разделять на два типа: разомкнутые (СМОР) и замкнутые (СМОЗ). В СМОР поток состоит из требований на одноразовое обслуживание. Классическими примерами СМОР являются предприятия сферы быта и услуг. А в СМОЗ поток требований циклический.

Рассмотрим схему функционирования разомкнутой СМО подробнее.



В СМО встречаются два взаимодействующих друг с другом случайных потока. Первый – поток заявок на обработку, имеющий среднюю плотность  $\lambda$  (заявок/час). Второй – поток обслуживающих аппаратов (каналов обслуживания) со средней производительностью  $\mu$  (заявок/час) каждый. Будем считать, что все каналы имеют одинаковую производительность. Перед поступлением заявок на обслуживание они проходят накопитель, в котором образуется очередь, если все каналы системы в данный момент заняты. Размер накопителя обозначим  $M$ , а количество обслуживающих аппаратов-  $N$ . Функцио-

нирование СМО, в основном, зависит от данных четырех параметров. Это можно записать: СМО ( $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $M$ ,  $N$ ).

В том случае, если размер очереди сравнялся с размером накопителя, то вновь поступающие заявки получают отказ в обслуживании.

В классическом варианте моделирования СМО предполагается обязательное выполнение следующих требований:

- заявка, не получившая отказ, а значит, попавшая в очередь накопителя, не
  - может самопроизвольно его покинуть;
  - входящий случайный поток должен иметь экспоненциальное распределение временных интервалов;
  - время обслуживания заявок должно подчиняться экспоненциальному или нормальному распределению.

Под действием двух встречающихся потоков система в каждый конкретный момент времени может находиться в одном из своих состояний. Количество состояний СМО определяется по формуле  $M + N + 1$ . Если эти состояния считать случайными событиями (ведь они формируются случайными потоками), то можно говорить о вероятности пребывания СМО в каком-либо из них в исследуемом промежутке времени (рабочий день, смена и т. д.).

### Пример решения

В качестве конкретной СМО рассмотрим парикмахерскую. Предположим, что параметры данной СМО следующие:

- парикмахерская обслуживает поток клиентов со средней плотностью  $\lambda=8$  (заявок/час).
- в парикмахерской работают три мастера ( $N=3$ );
- средняя производительность каждого мастера составляет  $\mu=2$  (заявок/час);
- зал ожидания имеет три места ( $M=3$ ).

*Возможные состояния системы*

Прежде всего, нужно выяснить, сколько состояний может иметь данная система. Перечислим их:

$S_0$  – состояние, при котором в парикмахерской нет клиентов, все мастера свободны;

$S_1$  – обслуживается один клиент, двое из трех мастеров свободны, зал ожидания пуст;

$S_2$  – обслуживаются два клиента, два мастера заняты, зал ожидания пуст;

$S_3$  – обслуживаются три клиента, все мастера заняты, зал ожидания пуст;

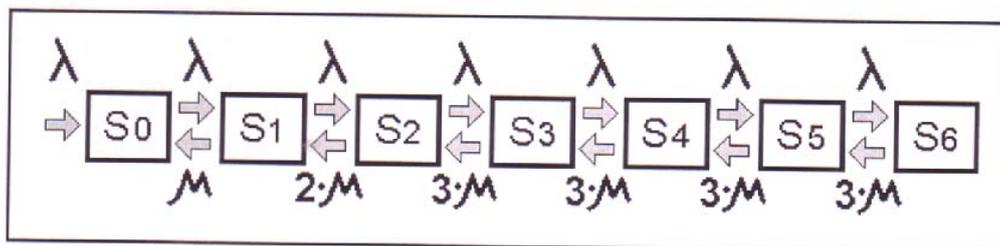
$S_4$  – в парикмахерской четыре клиента: трое из них обслуживаются, четвертый ожидает своей очереди в зале ожидания;

$S_5$  – в парикмахерской пять клиентов, все мастера заняты, два клиента ожидают очереди;

$S_6$  – в парикмахерской шесть клиентов, все мастера и все места в зале ожидания заняты.

Седьмой клиент, видя занятость всех мастеров и отсутствие свободных мест в зале ожидания, покидает парикмахерскую необслуженным, т. е. получает отказ системы. Других состояний кроме этих семи система иметь не может. Как отмечалось выше, их количество  $3+3+1=7$

В процессе работы СМО наблюдается ее переход от одного соседнего состояния к другому. Под действием потока заявок система загружается, переходя от состояния к состоянию в направлении  $S_0 \rightarrow S_6$ . С другой стороны, система стремится саморазгрузиться.



Следует обратить особое внимание на то, что на разных переходах разгрузка системы характеризуется различной ее производительностью. Так например, на переходе  $S_1 \rightarrow S_0$  работает один мастер и производительность системы равна  $\mu$ , а на переходах  $S_3 \rightarrow S_2$ ,  $S_4 \rightarrow S_3$ ,  $S_5 \rightarrow S_4$ ,  $S_6 \rightarrow S_5$  система работает с максимальной

производительностью  $3\mu$  (работают все три мастера). Каждый из переходов характеризуется коэффициентом использования обслуживающей системы  $R$ , который определяется как частное плотности потока заявок и производительности. Найдем числовые значения коэффициента использования обслуживающей системы на каждом из переходов.

$$R_{1,0} = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{8}{2} = 4$$

$$R_{2,1} = \frac{\lambda}{2\mu} = \frac{8}{2 \times 2} = 2$$

$$R_{3,2} = R_{4,3} = R_{5,4} = R_{6,5} = \frac{\lambda}{3\mu} = \frac{8}{3 \times 2} = 1,33$$

### *Вероятности состояний*

Выше было сказано, что пребывание СМО в данный период времени в одном из состояний – событие случайное. В силу того, что в примере, СМО имеет полную комбинацию возможных состояний из семи, сумма вероятностей нахождения системы в каждом из них равна единице. Запишем это высказывание в виде формулы:  $P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 1$ .

Здесь  $P_0 - P_6$  – вероятности пребывания системы в состояниях  $S_0 - S_6$  соответственно. Вероятность свободного состояния СМО можно найти по формуле:

$$P_0 = \frac{1}{1 + R_{1,0} + R_{1,0} \times R_{2,1} + R_{1,0} \times R_{2,1} \times R_{3,2} + \dots + R_{1,0} \times \dots \times R_{n,n-1}}$$

где  $n$  – индексный номер максимально загруженного состояния СМО (в данном случае  $n=6$ ). Следовательно, число слагаемых знаменателя (включая 1) равно количеству состояний исследуемой СМО.

Подставив числовые значения, найдем  $P_0$  для данного примера:

$$P_0 = \frac{1}{1 + 4 + 4 \times 2 + 4 \times 2 \times 1,33 + 4 \times 2 \times 1,33^2 + 4 \times 2 \times 1,33^3 + 4 \times 2 \times 1,33^4} = 0,0122$$

Вероятность каждого последующего состояния можно определить по формуле:

$$P_n = P_{n-1} \times R_{n,n-1}$$

Подставив числовое значение вероятности  $P_0$  и коэффициента использования системы, получим вероятность пребывания СМО в состоянии  $S_1$ .

$$P_1 = P_0 \times R_{1,0} = 0,0122 \times 4 = 0,0488$$

Аналогично вычисляем вероятности других состояний.

$$P_2 = P_1 \times R_{2,1} = 0,0488 \times 2 = 0,097$$

$$P_3 = P_2 \times R_{3,2} = 0,097 \times 1,33 = 0,13$$

$$P_4 = P_3 \times R_{4,3} = 0,13 \times 1,33 = 0,173$$

$$P_5 = P_4 \times R_{5,4} = 0,173 \times 1,33 = 0,23$$

$$P_6 = P_5 \times R_{6,5} = 0,23 \times 1,33 = 0,307$$

Сумма вероятностей  $P_0$ - $P_6$  должна быть равна 1. На данном этапе решения задачи следует обязательно сделать эту проверку.

### *Характеристики СМО*

Следующим этапом исследования является определение характеристик функционирования СМО, на основании которых делается вывод о ее пригодности в обслуживании данного потока заявок.

Средняя длина очереди заявок определяется как среднее число требований в накопителе по формуле  $TM = M_0P_0 + M_1P_1 + \dots + M_nP_n$ , где  $M_n$  – количество занятых мест в накопителе в каждом из состояний  $S_0$ - $S_n$ . Таким образом, для данной задачи имеем:

$$TM = 0 \times 0,0122 + 0 \times 0,0488 + 0 \times 0,097 + 0 \times 0,13 + 1 \times 0,173 + 2 \times 0,23 + 3 \times 0,307 = 1,56$$

Вероятность отказа очередному клиенту  $P_{отк}$  определяется как вероятность минимально загруженного состояния системы, при котором в накопителе нет мест ожидания. В нашем случае  $P_{отк} = P_6 = 0,307$ .

Относительная пропускная способность  $ОПС = 1 - P_{отк} = 1 - 0,307 = 0,693$ .

Абсолютный отказ (заявок/час) определяется как произведение плотности потока заявок и вероятности отказа.  $АО = \lambda P_{отк} = 8 \times 0,307 = 2,46$ .

Абсолютная пропускная способность (заявок/час) находится как произведение плотности потока заявок и ОПС.  $АПС = \lambda ОПС = 8 \times 0,693 = 5,54$ .

Среднее время ожидания в накопителе (час) находится по формуле:

$$WM = TM/АПС = 1,56/5,54=0,28$$

Среднее время нахождения заявки в СМО (час)

$$WS = WM + 1/\mu = 0,28 + 1/2=0,78$$

Средняя длина очереди мастеров  $TN = N_0P_0 + N_1P_1 + \dots + N_nP_n$ , где  $N_n$  – число свободных мастеров в каждом из состояний  $S_0-S_n$ . В нашем случае:

$$TN = 3 \times 0,0122 + 2 \times 0,0488 + 1 \times 0,097 + 0 \times 0,13 + 0 \times 0,173 + 0 \times 0,23 + 0 \times 0,307 = 0,232.$$

$$\text{Среднее число занятых мастеров } ZN = N - TN = 3 - 0,232 = 2,77.$$

Понятно, что среднее число занятых мастеров равно среднему числу обслуживаемых заявок.

Среднее суммарное число заявок в СМО определяется как сумма средней длины очереди заявок в накопителе и среднего числа обслуживаемых заявок  $TS = TM + ZN = 1,56 + 2,77 = 4,33$

На основании полученных числовых значений описанных выше параметров необходимо выбрать одну из трех описанных в задании систем массового обслуживания. Выполнив алгоритм решения для исследования первой из них, воспользуйтесь буфером обмена и скопируйте решение на два других листа документа Excel. Полученные копии решений вы сможете использовать для исследования двух оставшихся СМО.

При составлении алгоритма решения следует очень внимательно следить за тем, чтобы все последующие действия опирались только на данные ячеек, где выполнялись предыдущие. Это обеспечит алгоритму решения целостность, а значит, его пригодность для безошибочного расчета характеристик двух других систем.

Самое плавное на данном этапе решения – правильно вычислить вероятность свободного состояния системы  $P_0$ . Для составления этой формулы следует воспользоваться функцией ПРОИЗВ из категории математических.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<b>Исходные данные</b>								
2							СМО 1		
3									
4	Плотность потока (заявок/час)						8		
5	Производительность канала (заявок/час)						2		
6	Размер накопителя (мест)						3		
7	Количество каналов обслуживания (шт)						3		
8	Количество возможных состояний						7		
9									
10	<b>Коэффициенты</b>				<b>Вероятности</b>				
11	<b>использования системы</b>				<b>состояний</b>				
12	Переход		Значение		Состояние	$M_n$	$N_n$	Вероятность	Значение
13	$R_{1,0}$	4		$S_0$	0	3	$P_0=$	0,012175	
14	$R_{2,1}$	2		$S_1$	0	2	$P_1=$	0,0486998	
15	$R_{3,2}$	1,33333333		$S_2$	0	1	$P_2=$	0,0973997	
16	$R_{4,3}$	1,33333333		$S_3$	0	0	$P_3=$	0,1298662	
17	$R_{6,4}$	1,33333333		$S_4$	1	0	$P_4=$	0,173155	
18	$R_{6,5}$	1,33333333		$S_5$	2	0	$P_5=$	0,2308733	
19					$S_6$	3	0	$P_6=$	0,3078311
20					Сумма				1

Вычисление десяти необходимых характеристик СМО не связано ни с какими трудностями, поэтому эта часть документа на рисунке не показана. При вычислении средней длины очереди заявок и средней очереди мастеров удобно воспользоваться знакомой вам по прошлым работам функцией СУММПРОИЗВ.

В качестве критериев выбора одной из трех предложенных СМО используйте точку зрения клиента. Выбор парикмахерской не составит для вас большого труда, если вы представите себя ее посетителем.

### Задания для самостоятельного выполнения

N варианта	СМО 1				СМО 2				СМО 3			
	$\lambda$	$\mu$	$M$	$N$	$\lambda$	$\mu$	$M$	$N$	$\lambda$	$\mu$	$M$	$N$
1	7	2	4	3	5	3	4	3	7	3	4	3
2	8	2	4	2	9	3	4	2	10	4	4	2
3	9	2	2	4	7	1	2	4	11	3	2	4
4	16	3	3	4	15	2	3	4	17	3	3	4
5	15	4	5	3	14	6	5	3	13	5	5	3
6	20	6	3	5	18	5	3	5	19	7	3	5
7	9	2	4	4	10	3	4	4	13	4	4	4
8	22	3	3	6	25	4	3	6	26	5	3	6
9	12	2	4	5	17	4	4	5	14	3	4	5
10	16	3	5	2	15	2	5	2	17	4	5	2

## Контрольные вопросы

1. На какие два основные виде делятся системы массового обслуживания? Охарактеризуйте каждый из них. Приведите примеры СМО.

2. Какими параметрами характеризуется любая СМО? Выполнение каких требований предполагается при ее моделировании?

3. Чем характеризуется каждое из состояний системы? Как определить число состояний?

4. Какой величиной характеризуется каждый из переходов? Как ее найти?

5. Что показывает вероятность состояния? Почему сумма вероятностей состояний должна быть равна 1?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методики моделирования и анализа бизнес-систем являются в настоящее время одним из важнейших инструментов повышения эффективности деятельности организации. Ориентация организации на эффективность выполнения отдельных функций привела за прошедшие десятилетия к локальной оптимизации и усовершенствованию функциональных областей. Благодаря применению новых информационных технологий во многих сферах бизнеса и менеджмента значительно повысилась производительность труда, улучшилось качество продукции и предоставляемых услуг.

По мнению авторов, основная задача учебного пособия, состоящая в описании, – объяснение комплексной деятельности, увязывающей все многочисленные и разнообразные аспекты применения различных методов моделирования бизнес-процессов и бизнес-систем. Каждая тема структурирована и включает вопросы, раскрывающие ее содержание, ситуации-кейсы для решения реальных практических задач в области оценивания реальных бизнес-систем. Предлагаемые практические ситуации имеют разные варианты решений, и задача заключается в нахождении собственной рефлексивной позиции по каждой ситуации и выборе из альтернативных решений наиболее эффективного.

Успешная оптимизация бизнес-систем – непростая задача для организации. Здесь принципиально важно использовать профессиональные инструментальные средства, позволяющие описывать и анализировать бизнес-процессы, делать их более прозрачными и управляемыми. Основными целями, которые преследует компания в ходе оптимизации, являются: повышение удовлетворённости клиентов, улучшение финансовых показателей, а также перспективы развития компании.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Афилов, Э. А. Планирование на предприятии : учеб. пособие / Э. А. Афилов. – Минск : Высш. шк., 2017. – 344 с. – ISBN 978-985-475-710-0.
2. Балабанов, И. Т. Финансовый анализ и планирование хозяйствующего субъекта / И. Т. Балабанов. – М. : Высш. шк., 2016. – 530 с. – ISBN 978-5-85971-745.
3. Баронов, В. В. Информационные технологии и управление предприятием / В. В. Баронов. – М. : Компания «АЙти», 2017. – 328 с. – ISBN 5-98453-009-0.
4. Богдановская, Л. А. Анализ хозяйственной деятельности / Л. А. Богдановская. – М. : Высшая школа, 2016. – 549 с. – ISBN 5-8018-0164-2.
5. Валеолухина, С. В. Бизнес-инжиниринговые технологии / С. В. Валеолухина. – М. : Бином. Лаборатория знаний, 2017. – 87с. – ISBN 5-699-13360-7.
6. Варзунов, А. В. Анализ и управление бизнес-процессами / А. В. Варзунов, Е. К. Торосян, Л. П. Сажнева. – СПб. : Университет ИТМО, 2018. – 112 с. – ISBN 5-769-53630-5.
7. Вяткин, Е. Г. Понятие реинжиниринга бизнес-процессов : учеб. пособие / Е. Г. Вяткин, Н. В. Колосова. – М. : Академия, 2017. – 122с. – ISBN 978-985-519-325-9.
8. Горюнов, Е. В. Управление проектов по реинжинирингу бизнес-процессов / Е. В. Горюнов, 2018. – № 3. – 196 с. – ISBN 396-1028-5857.
9. Джестон, Дж. Управление бизнес-процессами. Практическое руководство по успешной реализации проектов / Дж. Джестон, Й. Нелис. – М. : Символ-Плюс, 2017. – 382 с. – ISBN 978-5-9614-3755-3.
10. Дорофеева, В. В. Управление и экономика фармации : в 4 т. Т. 3. Экономика аптечных организаций : учеб. для студентов высш. учебных заведений / В. В. Дорофеева [и др.] – М. : Академия, 2017. – 432 с. – ISBN 978-5-7695-2799-9.
11. Елиферов, В. Г. Бизнес-процессы: Регламентация и управление / В. Г. Елиферов, В. В. Репин. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 319 с. – ISBN 5-16-001825-5.

12. Ефимова, О. В. Анализ финансовой отчетности: учебное пособие / О. В. Ефимова, М. В. Мельник. – М. : Омега-Л, 2017. – 345с. – ISBN 5-98119-400-6.

13. Ильин, А. И. Планирование на предприятии : учебник / А. И. Ильин. – Минск : Новое знание, 2018. – 635 с. – ISBN 978-5-16-004691-4.

14. Кострова, А. В. Методы и модели информационного менеджмента : учеб. пособие / А. В. Кострова. – М. : Финансы и статистика, 2017. – 336 с. – ISBN 978-5-279-03067-5.

15. Маглинец, Ю. А. Анализ требований к автоматизированным информационным системам / Ю. А. Маглинец. – М. : ИНТУИТ, 2016. – 200 с. – ISBN 978-5-94774-865-9.

16. Петров, В. И. Новые технологии, регулирование, стандартизация и фармоэкономика в сфере обращения лекарственных средств / В. И. Петров, А. Н. Луцевич, О. В. Решетько. – М. : Медицина, 2016. – 456 с. – ISBN 5-2250-3968-5.

17. Попов, В. Л. Управление инновационными проектами : учеб. пособие / В. Л. Попов. – М. : Инфра-М, 2016 – 336 с. – ISBN 978-5-16-002774-6.

18. Пятецкий, В. Е. Управление инновационными процессами: методологические основы и принципы инновационного менеджмента в управлении предприятиями / В. Е. Пятецкий. – М. : Изд. Дом МИ-СиС, 2017. – 152 с. – ISBN 978-5-87623-562-6.

19. Раицкий, К. А. Экономика организации : учебник. – 4-е изд., перераб. и доп. / К. А. Раицкий. – М. : Дашков и К, 2016. – 1012 с. – ISBN 5-94798-214-5.

20. Репин, В. В. Процессный подход к управлению. Моделирование бизнес-процессов / В. В. Репин, В. Г. Елиферов. – М. : РИА "Стандарты и качество", 2017. – 296 с. – ISBN: 5-94938-018-5.

21. Репин, В. В. Бизнес-процессы компании. Построение, анализ, регламентация / В. В. Репин. – М. : Изд. "Стандарты и качество", 2017. – 240 с.

22. Рыжкова, М. В. Финансовый менеджмент аптечного предприятия / М. В. Рыжкова, С. Г. Сбоева. – М. : МЦФЭР, 2016. – № 8. – С. 3 – 4

23. Рыжкова, М. В. Бизнес-план аптечного предприятия / М. В. Рыжкова. – СПб, 2016. – № 5. – С. 9 – 10

24. Савицкая, Г. В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия: 4-е изд., перераб. и доп. / Г.В. Савицкая. – Минск: ООО "Новое знание", 2017. – 688 с. – ISBN 985-6516-04-8.

25. Теодорович, А. А. Управление и экономика фармации: в 4 т. Т. 2. Учет в аптечных организациях: оперативный, бухгалтерский, налоговый : учеб. для студентов высш. учебных заведений / А. А. Теодорович [и др.]. – М. : Академия, 2018. – 400 с. – ISBN 978-5-7695-2799-9.

26. Титоренко, Г. А. Информационные технологии управления : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по экономическим спец. / Г. А. Титоренко. – М. : ЮНИТИ, 2016. – 440 с. – ISBN 5-238-00416-8.

27. Шуремов, Е. Л. Информационные системы управления предприятиями / Е. Л. Шуремов, Д.В. Чистов, Г.В. Лямова. – М. : Изд-во «Бухгалтерский учет», 2016 – 273 с. – ISBN 978-5-9558-0143-8.

28. Анализ государственных контрактов 44-ФЗ [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://ooo-medilonfarmimeks.russia-opt.com/>, свободный.

29. Аникандров А. Оптимизация бизнес-процессов [Электронный ресурс] / А. Аникандров. Оптимизация бизнес-процессов: технология, ошибки, результаты. – Финансовая газета – 2016. – № 15. – Режим доступа: <https://www.lawmix.ru/bux/49789>, свободный.

30. Битрикс24 [Электронный ресурс]: Битрикс24. – Режим доступа: <https://www.bitrix24.ru/whatisthis/>, свободный.

*Учебное издание*

ГУБЕРНАТОРОВ Алексей Михайлович  
СУББОТИНА Наталья Олеговна

МОДЕЛИРОВАНИЕ БИЗНЕС-СИСТЕМ

Учебно-практическое пособие

*Издается в авторской редакции*

Подписано в печать 18.06.21.

Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 5,58. Тираж 50 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.