

Министерство образования Российской Федерации

Владимирский государственный университет

Кафедра технологии переработки пластмасс

УДК 66.01:51.001.57

**ЭЛЕКТРОННЫЕ  
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к лабораторной работе

**"Исследование влияния скорости нагрева и толщины изделия  
на распределение температуры при прессовании изделий"**

по дисциплине «Математическое моделирование процессов переработки пластмасс»

Составители:

к.т.н., доцент Барабанов Н.Н.

к.т.н., доцент Земскова В.Т.

Владимир 2003 г.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СКОРОСТИ НАГРЕВА И ТОЛЩИНЫ ИЗДЕЛИЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ПРЕССОВАНИИ ИЗДЕЛИЙ

## Цель работы:

1. Освоить методику составления Matlab-программы для решения уравнения математического описания теплового режима прессуемого материала.
2. Составить D-оптимальный план активного эксперимента для 2-х входных переменных (скорости нагрева и толщины образца) используя Matlab-функцию `[s,x]=cordexch(2,9, 'quadratic')`
3. Установить зависимость в виде уравнения регрессии максимального градиента температур от скорости нагрева и толщины образца.
4. Оценить адекватность полученного уравнения регрессии по критерию Фишера при отсутствии опытов на воспроизводимость.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### 1. Математическое описание процесса разогрева прессуемых изделий в переменном температурном поле

Прессформа конструктивно состоит из матрицы, пуансона, стола пресса. В зависимости от полученных изделий конструкции прессформ различны, при этом различны и способы нагрева (или охлаждения). Например, при производстве изделий из терморезистивных полимеров в прессформах происходит отверждение и они подвергаются принудительному обогреву. При производстве изделий из термопластичных полимеров для охлаждения впрыснутой из термопластавтомата пресскомпозиции необходимо охлаждать прессформу, поддерживая в ней определенную температуру. Для охлаждения или нагрева прессформ применяют или специальные нагревательные плиты или в самих прессформах устанавливают каналы в которых, в случае электрообогрева, устанавливают омические нагреватели, или в случае же обогрева жидким теплоносителем, в эти каналы подается теплоноситель (например пар) при нагреве прессформы, или охлаждающая жидкость - при охлаждении.

Рассмотрим прессформу с электрообогревом, когда электронагреватели установлены в теле матрицы и пуансона. В этом случае первоисточником тепла будет являться собственно электронагреватель, в котором при прохождении электрического тока выделяется джоулево тепло. Мощность подведенной электроэнергии (Вт):  $Q_{эл} = U * I$ , где  $U$  – напряжение, В;  $I$  – ток в амперах. Это тепло будет расходоваться на нагрев собственно массы матрицы и пуансона на

нагрев пресуемого материала, потерь тепла прессформой в окружающую среду и в стол пресса. Следует отметить, что прессформа от стола пресса (плиты пресса со стороны матрицы и пуансона) разделена теплоизоляционной покладкой.

Тепловой режим матрицы и пуансона поддерживается программной автоматической системой регулирования по заданным законам.

Объектом исследования является стадия прессования, которая характеризуется следующими параметрами: скоростью нагрева пресуемой композиции до заданной температуры и толщиной образца. Температура, до которой нагревают пресс-порошок, зависит от того, проводят ли прессование с последующей выдержкой или без нее. Практически установлено, что продолжительность выдержки заготовок при температуре прессования составляет 1-2 мин на 1 мм толщины заготовки.

Практика показывает, что неравномерный обогрев пресс-заготовок приводит к получению изделий с неодинаковой структурой, поэтому математическая модель должна позволить изучить распределение температур по толщине изделия и определить максимальный градиент, возникающий в изделии.

Процесс нагрева пресс-композиции при заданных законах изменения температуры матрицы и пуансона описывается уравнением нестационарной теплопроводности вида

$$\frac{\partial T(h, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(h, \tau)}{\partial h^2} \quad (1)$$

при заданных и граничных условиях:

$$T(h, 0) = T_{нач}; \quad T(0, \tau) = T_{мат}(\tau); \quad T(H, \tau) = T_{пуан}(\tau).$$

В уравнении (1) обозначено:  $h, \tau$  - текущие толщина изделия и время нагрева;  $a = \lambda / (c\rho)$  - температуропроводность материала;  $\lambda, c, \rho$  - теплопроводность, теплоемкость и плотность пресуемого материала.

Дифференциальное уравнение в частных производных (1) может быть решено с использованием метода конечных разностей, который позволяет свести его к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (задача Коши). Полученная система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dT_1}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta h^2} (T_{мат}(\tau) - 2T_1 + T_2) \\ \frac{dT_j}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta h^2} (T_{j-1} - 2T_j + T_{j+1}) \\ \frac{dT_n}{d\tau} &= \frac{a}{\Delta h^2} (T_{n-1} - 2T_n + T_{пуан}(\tau)) \end{aligned} \quad (2)$$

где  $T_{мат}(\tau), T_{пуан}(\tau)$  - законы изменения температур матрицы и пуансона;

$\Delta h = \frac{H}{n}$  - элементарная толщина слоя,  $H$  – полная толщина изделия,  $n$  - число слоев.

## 2. Matlab-программа для решения уравнений математического описания процесса нагрева прессуемых изделий

Система уравнений (2) с заданными начальными условиями и законами изменения температур матрицы и пуансона решалась средствами Matlab с использованием решателя ODE15s. Правые части дифференциальных уравнений и заданные законы изменения температур матрицы и пуансона записаны в файле функции **progpres.m**.

```
*****
function dy=progpres(t,y,kb,kn,l,tpres,a);
m=length(y);
a=1e-6;dl=l/(m+1);b=a/dl^2;
    tpb=kb*t+20;
    if tpb>=tpres
        tpb=tpres;
    end;
tpn=tpb;
%disp([t tpb]);
dy(1,1)=b*tpb-2*b*y(1,1)+b*y(2,1);
for i=2:m-1
    dy(i,1)=b*y(i-1,1)-2*b*y(i,1)+b*y(i+1,1);
end;
dy(m,1)=b*y(m-1,1)-2*b*y(m,1)+b*tpn;
*****
```

Входные данные для решения задачи, формирование начальных условий, расчет градиента температур, графическая визуализация расчетных данных оформлены в файле-сценарии под именем **Script\_progpres.m**

```
%Script-файл для press.m с передачей параметров kb,kn,l,tpres,a
% в М-файл функцию
% kb, kn - скорость нагрева пуансона и матрицы, град/с
% l-толщина образца, м
% a-температуропроводность прессуемого материала,м^2/с
% n - число элементарных слоев
% (n-1) - число искомых температур
% tn - начальная температура прессуемого материала, град
% ddt - время вывода на печать
% ti - полное время прессования
% y0 - начальные условия для решения дифференциальных уравнений
% tpres - температура прессования
n=20;
```

```

l=0.05;
kb=0.4;
a=1e-06;
kn=kb;
tpres=200;
tn=20;
tpres=200;
ddt=10;ti=2000;
tspan=[0:ddt:ti];
for i=1:n-1
    y0(i)=tn;
end;
[t,y]=ode15s(@progpres,tspan,y0,[],kb,kn,l,tpres,a);
dt=[y(:,1)-y(:,n/2)]';
grad=dt/(l/2);
subplot(2,1,1);
plot(t,y,t,dt);grid on;
subplot(2,1,2);
plot(t,grad);grid on;
xlabel('tau');ylabel('Grad,grad/m ');
title('Изменение Grad(t)');
maxgr=max(grad);
disp('максимальный градиент =');disp(maxgr);

```

\*\*\*\*\*

Используя разработанную Matlab-программу, можно исследовать:

- распределение температуры по высоте прессуемого изделия в различные моменты времени;
- влияние толщины изделия и скорости нагрева (скорости охлаждения) на максимальный градиент температур, возникающий в образце в процессе прессования.

Порядок работы с Matlab-программой:

**Например**, требуется рассчитать распределение температуры в различных сечениях прессуемого изделия и максимальный градиент температур при следующих входных данных:

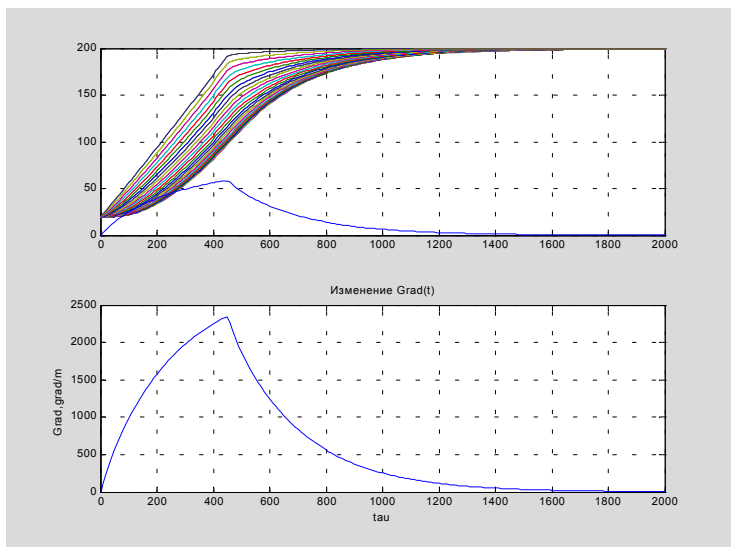
- температура прессования  $t_{pres}=200^{\circ}\text{C}$ ;
- скорость нагрева  $kb=kn=0.4$  град/с;
- толщина изделия  $l = 0.05$  м;
- число элементарных слоев  $n = 20$ ;
- температуропроводность  $a = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;
- начальная температура изделия  $t_n = 20^{\circ}\text{C}$ ;
- полное время прессования  $t_i = 2000$  с;

## Порядок работы с **Notebook**.

1. Скопировать программу **progres.m** в рабочую директорию Matlab.
2. Выделить текст **Script\_progres** без комментариев.
3. Открыть меню **Notebook**.
4. В открывшемся меню выбрать команду:  
**Define Autolnit Cell**(Создать ячейку автостарта). В результате выделенная часть программы будет иметь другой цвет(синий).
5. Внести изменения входных данных.
6. Курсор поставить в выделенную часть.
7. Войти снова в **Notebook**
8. В открывшемся меню выбрать команду  
**Evaluate Cell** (Вычислить ячейку).
9. В результате выполнения программы получим ответ:
  - значение максимального градиента температур;
  - графики изменения температур в различных сечениях образца и градиента температур.

### Вариант расчетных данных, приведенных выше

максимальный градиент =  
2.3385e+003



## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

### 1. Составление плана активного эксперимента

При разработке плана эксперимента в системе Matlab имеется функция, которая позволяет автоматически составить матрицу D-оптимального 2-х уровневго плана эксперимента и расширенную матрицу для расчета коэффициентов регрессии. Формат этой функции имеет следующий вид:  
 $[s,x]=\text{cordexch}(n,m,'model')$ ,

где  $n$  – число входных переменных;  $m$  – число экспериментов;  $s$ - собственно матрица планирования;  $x$  – расширенная матрица планирования; `cordexch` – функция нахождения D-оптимального плана эксперимента; 'model' – строковая переменная, задающая тип регрессионной модели и принимающая одно из следующих возможных значений: 'interaction' (неполная квадратичная модель), 'quadratic' (в модель включаются взаимодействия факторов и квадратичные члены) и 'purequadratic' (в модель включаются константа, линейные и квадратичные члены).

В полученной матрице планирования  $s$  и расширенной матрице  $x$  «-1» соответствует нижнему уровню, «0» - среднему значению и «+1» - верхнему значению входной переменной.

## 2. Проведение машинного эксперимента

1. В соответствии с изложенным выше порядком работы с Matlab-программой и матрицей планирования эксперимента  $s$  провести  $m$  расчетов максимального градиента температур, т.е. получить вектор-столбец выходных данных.

2. Расчет коэффициентов регрессии в полном квадратном полиноме и оценка адекватности.

Полученный вектор-столбец выходных данных занести в программу, приведенную ниже в вектор-столбец  $y$ .

```
*****
x=[1  -1  -1  1  1  1
   1  -1  1  -1  1  1
   1  1  -1  -1  1  1
   1  -1  0  0  1  0
   1  1  1  1  1  1
   1  1  0  0  1  0
   1  0  -1  0  0  1
   1  0  1  0  0  1
   1  0  0  0  0  0];
y=[231.1;691.3;461.3;461.2;1382.8;922.26;345.8;1036.9;691.8];
b=regress(y,x);
yr=x*b;
[m,k]=size(x);
disos=sum((y-yr).^2)/(m-k);
ys=sum(y)/m;
dissr=sum((y-ys).^2)/(m-1);
fisch=dissr/disos;
disp('Расчетные данные');
disp('коэффициенты регрессии');
disp(b');
disp('  y      yr      y-yr');
```

```
disp([y yr y-yr]);
disp('критерий Фишера=');disp(fisch);
```

### Расчетные данные

коэффициенты регрессии

```
691.6467 230.4600 345.4667 115.3250 0.1600 -0.2200
```

```
  y      yr    y-yr
1.0e+003 *
0.2311  0.2310  0.0001
0.6913  0.6913  0.0000
0.4613  0.4613  0.0000
0.4612  0.4613  -0.0001
1.3828  1.3828  -0.0000
0.9223  0.9223  -0.0000
0.3458  0.3460  -0.0002
1.0369  1.0369  0.0000
0.6918  0.6916  0.0002
```

критерий Фишера=

```
4.6134e+006
```

Табличное значение критерия Фишера, найденное при степенях свободы  $p_1 = m-1 = 8$  и  $p_2 = m-n = 3$ , для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  составляет 2,1, следовательно полученное уравнение регрессии адекватно описывает экспериментальные данные.

\*\*\*\*\*

3. Выполнить графическую визуализацию (в виде объемного графика) полученного уравнения регрессии. Для этого необходимо в вектор-строку [b], приведенной ниже программы, занести рассчитанные коэффициенты регрессии.

```
b=[691.6467 230.4600 345.4667 115.3250 0.1600 -0.2200];
[x1,x2]=meshgrid([-1:.1:1]);
yy= b(1)+b(2)*x1+b(3)*x2+b(4)*x1.*x2....
    +b(5)*x1.^2+b(6)*x2.^2;
subplot(1,2,1);
meshc(x1,x2,yy);box;grid on;xlabel('x1');
ylabel('x2');
zlabel('yr');title('Поверхность отклика ');
subplot(1,2,2);
c=contour(x1,x2,yy,10);
clabel(c);
grid;xlabel('x1 ');ylabel('x2');
title('Линии равных уровней функции yr(x1,x2)');
```



## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Входными данными при расчете распределения температуры по толщине и максимального градиента температур при прессовании изделий в переменном температурном поле являются:

- толщина изделия  $l$ , м;
- скорости нагрева матрицы  $k_n$  и пуансона  $k_b$ , град/с;
- число элементарных слоев, на которые разбивается изделие по высоте  $n$  (должно быть четным);
- начальная температура прессуемого изделия  $t_n$ , °С;
- температура прессования  $t_{pres}$ , °С;
- температуропроводность материала  $a$ , м<sup>2</sup>/с;
- время вывода на печать  $ddt$ , с;
- полное время решения  $t_i$ , с.

Входные данные, в соответствии с заданием необходимо занести в Script\_progress-файл с последующим сохранением.

Выходными данными, полученными в результате расчетов, являются:

- графики изменения температуры во времени по высоте изделия для каждого эксперимента;
- максимальный градиент температур для каждого эксперимента.

Таблица заданий

№	Интервал по $l$ , м	Интервал по $k_b$ и $k_n$ , град/с	$n$	$t_n$ , °С	$t_{pres}$ , °С	$a$ , м <sup>2</sup> /с
1	0,02-0,04	0,2-0,4	20	20	120	$10^{-6}$
2	0,04-0,06	0,1-0,4	40	20	150	$10^{-6}$
3	0,03-0,05	0,1-0,3	20	20	135	$5 \cdot 10^{-6}$
4	0,1-0,02	0,1-0,3	20	20	120	$8 \cdot 10^{-6}$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Почему необходимо знать величину максимального градиента температур, возникающего при прессовании изделий?
2. На основании какого метода решаются дифференциальные уравнения в частных производных, позволяющего свести его к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений?
3. Какие Matlab-функции используются при решении систем обыкновенных дифференциальных уравнений?
4. Как рассчитать максимальный градиент температур?
5. Что такое активный эксперимент?

6. Основные свойства матриц планирования экспериментов.
7. С использованием каких Matlab-функций строят двух- и трех-мерные графики?
8. Какие изменения необходимо внести в Matlab-программу для того, чтобы использовать ее для изучения процесса охлаждения изделий?