Владимирский государственный университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА

Методические указания к лабораторным работам

Владимир 2002

Министерство образования Российской Федерации
Владимирский государственный университет
Кафедра автомобильного транспорта

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА

Методические указания к лабораторным работам

Составители:
С.И. КОНОВАЛОВ
Д.Б. АЛЕХИН

Владимир 2002

УДК 629.113.004.58(07)

Рецензент
Кандидат физико-математических наук профессор
Владимирского государственного университета
С.А. Максимов

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Моделирование производственных процессов автомобильного транспорта: Метод. указания к лабораторным работам / Владим. гос. ун-т. Сост.: С.И. Коновалов, Д.Б. Алехин. Владимир, 2002. 54 с.

Содержат описание лабораторных работ по вопросам моделирования производственных процессов автомобильного транспорта. Приведены краткие описания методов и порядок выполнения работ, алгоритмы, программы, задания и примеры выполнения работ.

Предназначены для студентов специальностей 150200 – автомобили и автомобильное хозяйство и 230100 – эксплуатация и обслуживание транспортных и технологических машин и оборудования дневной и заочной форм обучения.

Табл. 8. Ил. 16. Библиогр.: 6 назв.

УДК 629.113.004.58(07)

Лабораторная работа № 1

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПОИСКА НЕИСПРАВНОСТЕЙ

Цель работы:

- ознакомление с принципами построения алгоритма поиска неисправностей;
- получение навыков использования операций логического сравнения и операторов перехода.

1. Общие положения

Стратегическая задача инженерно-технической службы - поддержание заданного технического состояния подвижного состава при минимальных материальных и трудовых затратах. Одним из основных способов решения данной задачи является контроль технического состояния и оптимизация процесса поиска неисправностей на основе диагностирования.

Диагностирование - процесс определения технического состояния автомобиля и его элементов - осуществляется в определенном порядке и описывается алгоритмом. Алгоритмизация процесса поиска неисправностей построена на оптимальной последовательности операций условного и безусловного перехода.

Заключение об исправности системы (агрегата, узла) дают на основе сравнения фактического значения диагностического параметра D с предельно-допустимым N. При этом возможны ограничения трех типов: верхнее - значение параметра не должно превышать предельно-допустимого значения (интенсивность износа шин, концентрация CO в выхлопных газах), нижнее - значение параметра не должно быть меньше предельно-допустимого значения (удельная тормозная сила, эффективность подвески), двустороннее - значение параметра не должно выходить за установленные ограничения верхнее и нижнее (напряжение в сети, угол опережения зажигания).

На рис. 1 приведена данная операция для параметра, имеющего ограничение верхнее.

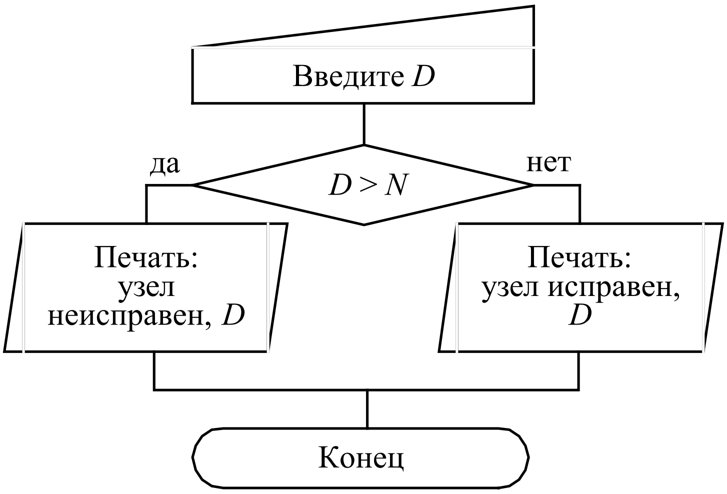
Построение алгоритма поиска неисправностей ведется от общих параметров к частным, от наименее дорогостоящих (или трудоемких) операций по выявлению чаще встречающихся неисправностей к более дорогостоящим с меньшей вероятностью неисправностей. Очередность операции определяется ее рангом, рассчитываемым по формуле

$$R = \frac{c(d_i)}{p(d_i)},$$

где R – ранг операции,

$c(d_i)$ – цена операции (стоимость работ, трудоемкость),

$p(d_i)$ – вероятность возникновения неисправности.




```
10  INPUT D, N
20  IF D > N THEN GOTO 50
30  PRINT "Узел исправен", D
40  GOTO 60
50  PRINT "Узел
    неисправен",D
60  END
```

Рис. 1. Блок-схема и программа операции по поиску неисправности

Операции с наименьшим рангом присваивается первый номер, далее - по возрастающей. Последовательно проконтролировав техническое состояние объекта по всем параметрам, можно сделать заключение о техническом состоянии объекта (автомобиля, системы, узла), выявив существующие неисправности.

2. Методика построения алгоритма поиска неисправностей

На практике автомобиль, система или узел могут иметь несколько неисправностей. В работе предполагается, что у анализируемого объекта имеется только одна неисправность и поиск ведется до ее обнаружения. Необходимо отметить, что студентам дан минимальный и далеко не полный набор параметров технического состояния, влияющих на комплексные оценочные параметры (расход топлива, интенсивность износа шин и т.п.). Рассмотрим методику построения алгоритма поиска неисправностей на примере.

Пример. Построить алгоритм и составить программу поиска причин повышенной интенсивности износа протектора шин. Исходные данные, определение последовательности поиска неисправностей представляют в виде табл. 1, где приводятся: предельно допустимые значения параметров - $d^{н}_{i}$; фактические значения диагностических параметров, необходимые для моделирования: неисправностей подвески - $d^{ф}_{i1}$, отклонения давления воздуха в шинах - $d^{ф}_{i2}$; цена операции (стоимость работ, трудоемкость) - $c(d_i)$; вероятность возникновения неисправности - $p(d_i)$; ранг операции - R и место операции в алгоритме - M.

Таблица 1

Параметр	Обозначение	$d^{н}_{i}$	$d^{ф}_{i1}$	$d^{ф}_{i2}$	$c(d_i)$	$p(d_i)$	R	M
Интенсивность износа шин, мм/1000км	I	0,085	0,089	0,089	4,8	-	-	1
Увод оси, м/км	U	12	10	11	12,4	0,19	65,2	3
Эффективность подвески, %	E	25	23	35	13,2	0,13	101,5	4
Давление воздуха в шинах, кгс/см^2	P	2,8 ±0,05	2,81	2,5	2,8	0,48	5,8	2

Интенсивность износа шин является комплексным параметром, характеризующим рассматриваемую систему в целом, поэтому ему присваивается первое место. Для остальных параметров места определяются согласно вычисленным рангам (см. вышеприведенную формулу), формируя оптимальную последовательность диагностирования, исходя из которой разрабатывается соответствующий алгоритм (рис. 2).

Согласно алгоритму разрабатывается программа. Для тестирования программы моделируется поиск двух неисправностей:

1. Значение эффективности подвески - 23%,

результат: «Интенсивность износа выше нормативной, I = 0,089мм/1000км; причина - неисправности подвески, E = 23%».

2. Значение давления в шинах - 2,5 кгс/см^2,

результат: «Интенсивность износа выше нормативной I = 0,089мм/1000 км; причина - отклонение давления в шине от нормы, P = 2,5 кгс/см^2».

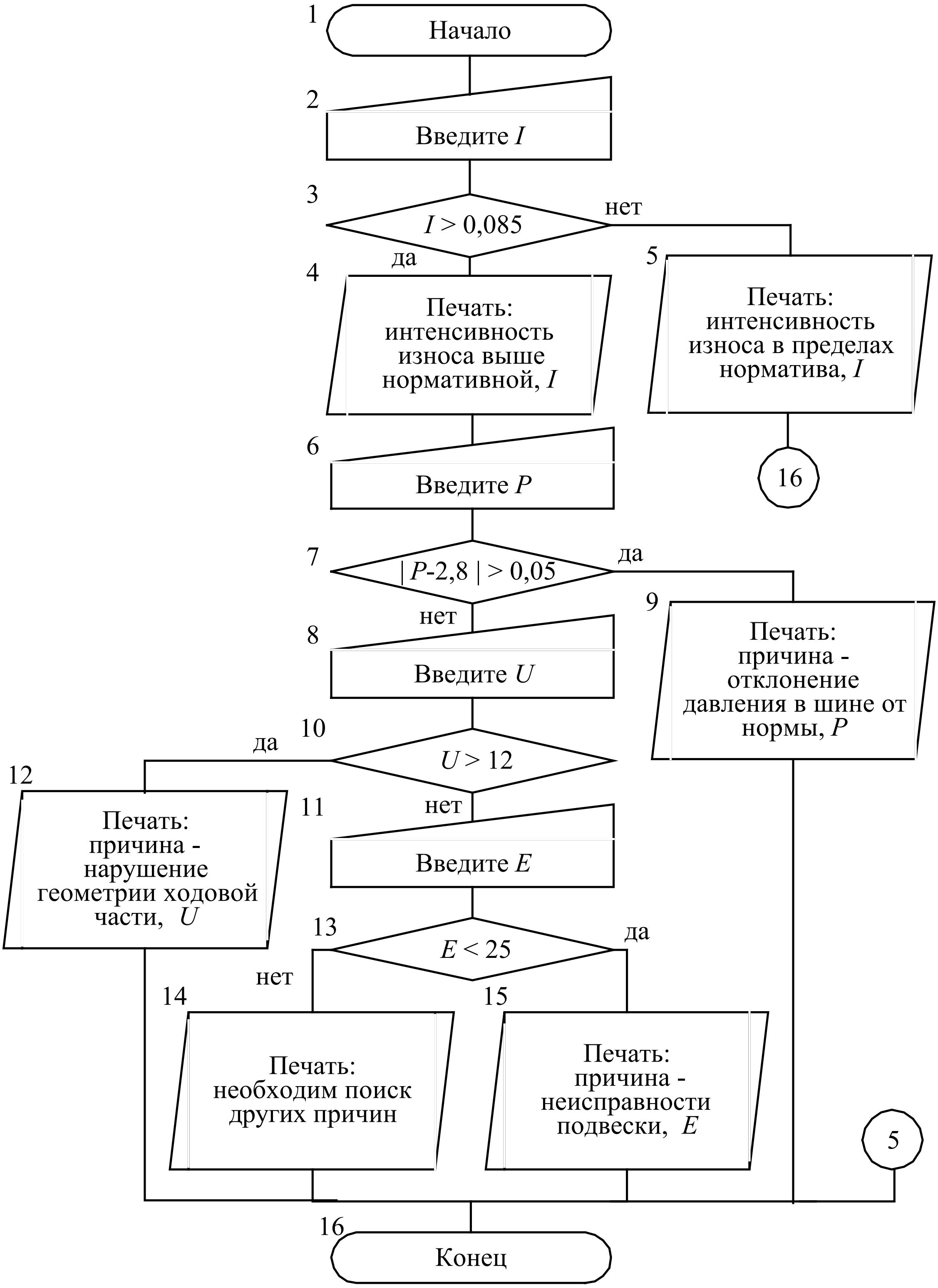


Рис. 2. Алгоритм поиска причин повышенной интенсивности износа протектора шин

3. Задание к лабораторной работе

Используя данные выданного варианта, выполнить следующее:

1. Определить оптимальную последовательность операций поиска неисправностей.
2. Составить алгоритм и программу поиска неисправностей.
3. Запустить программу и смоделировать поиск как минимум двух неисправностей. Для моделирования неисправности необходимо ввести фактическое значение диагностического параметра, выходящее за пределы норматива.

Варианты 1, 2, 3. Поиск неисправности рулевого управления

Параметр	Обозначение	$d^{н}_{i}$	$c(d_i)$	$p\ (d_i)$		
				В.1	В.2	В.3
Люфт рулевого колеса, град	L	10	-	-	-	-
Люфт рулевой колонки, град	$L1$	1,5	3,5	0,11	0,10	0,13
Люфт рулевого механизма, град	$L2$	6,5	2,0	0,35	0,32	0,16
Суммарный люфт рулевых шарниров, мм	$L3$	0,55	4,5	0,25	0,20	0,38
Люфт ступиц колес, мм	$L4$	0,05 ± 0,03	3,8	0,20	0,35	0,21

Варианты 4, 5, 6. Поиск неисправности дизельного двигателя

Параметр	Обозначение	$d^{н}_{i}$	$c(d_i)$	$p\ (d_i)$		
				В.4	В.5	В.6
Расход топлива на холостом ходу, л/ч	Q	13	2	-	-	-
Величина компрессии, МПа	C	2,5	11	0,09	0,11	0,10
Угол начала подачи топлива, град.	A	18± 1	2	0,15	0,19	0,12
Давление начала подъема форсунки, МПа	P	17±0,2	8	0,12	0,17	0,44
Частота вращения КВ на холостом ходу, об/мин	W	490 ± 100	2	0,24	0,13	0,17

Варианты 7, 8, 9. Поиск неисправности бензинового двигателя

Параметр	Обозначение	$d^{н}_{i}$	$c(d_i)$			$p(d_i)$
			В.7	В.8	В.9	
Содержание СО в выхлопных газах, %	C	1,5	-	-	-	-
Угол опережения зажигания, град	F	6 ± 1	7,0	5,2	4,8	0,29
Зазор между контактами прерывателя, град	P	0,4 ± 0,05	4,5	5,2	5,1	0,24
Зазор между электродами свечей, мм	S	0,55 ± 0,05	5,5	5,6	6,2	0,11
Тепловой зазор в приводе клапанов, мм	Z	0,15 ± 0,05	12,0	12,0	10,0	0,08

Варианты 10, 11, 12. Поиск неисправности ходовой части

Параметр	Обозначение	$d^{н}_{i}$	$c(d_i)$	$p\ (d_i)$		
				В.10	В.11	В.12
Увод оси, м/км	U	12	-	-	-	-
Схождение, мм	S	3 ± 1	18	0,18	0,25	0,19
Развал, мин	R	30 ± 20	20	0,21	0,26	0,22
Перекос мостов, мм	P	7	17	0,13	0,15	0,14
Люфт ступиц колес, мм	L	0,05 ± 0,03	12	0,21	0,14	0,13

Варианты 13, 14, 15. Поиск причин повышенного расхода топлива

Параметр	Обозначение	$d^{н}_{i}$	$c(d_i)$	$p\ (d_i)$		
				В.13	В.14	В.15
Расход топлива, л/100 км	Q	8,5	-	-	-	-
Содержание СО в выхлопных газах, %	C	1,5	12	0,38	0,39	0,14
Сопротивление свободному качению, Н	S	20	18	0,12	0,08	0,29
Увод оси, м/км	U	12	15	0,14	0,16	0,19
Давление в шинах, кгс/см^2	P	1,8 ± 0,05	5	0,18	0,15	0,17

4. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Основные положения.
3. Исходные данные и последовательность диагностирования (в виде таблицы).
4. Алгоритм поиска неисправности.
5. Программа поиска неисправности.
6. Результаты, выводы по работе.

Лабораторная работа № 2

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель работы:

- изучить основные числовые характеристики случайной величины;
- получить практические навыки расчета числовых характеристик случайной величины на ЭВМ.

1. Общие положения

При изучении процессов автомобильного транспорта нередко возникает необходимость обработки больших объемов информации, предоставленной в виде статистических рядов. Например, пробег шин до замены, величина износа протектора шины у различных автомобилей на определенном пробеге, величина люфта рулевого управления автомобилей в процессе эксплуатации и т.д.

При обработке таких статистических рядов определяются его числовые характеристики, к которым относятся:

- среднее арифметическое случайной величины (выборочное среднее);
- статистическая дисперсия;
- среднее квадратическое отклонение;
- коэффициент асимметрии, эксцесса, вариации и т.д.

2. Числовые характеристики статистического ряда

2.1. Среднее арифметическое случайной величины служит характеристикой математического ожидания распределения случайной величины и вычисляется по формуле

$$\bar{X} = (X_1 + X_2 + \ldots + X_n)/n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \ ,$$

где X_1, X_2, ..., X_n - значения элементов ряда; n - число элементов ряда.

2.2. Статистическая дисперсия характеризует разброс случайной величины относительно ее среднего значения (математического ожидания). Она вычисляется по формуле

$$Д^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2 .$$

2.3. Среднее квадратическое отклонение служит мерой рассеивания случайной величины относительно ее среднего значения и вычисляется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}.$$

2.4. Коэффициент вариации ряда со средним арифметическим и средним квадратическим отклонением определяется отношением $V = \sigma / X$. По коэффициенту вариации приближенно определяется закон распределения случайной величины, так при $V \leq 0{,}3$ распределение подчиняется нормальному закону, при $V = 0{,}52$ - закону распределения Релея, а при $V = 1{,}0$ - экспоненциальному (показательному) закону распределения.

2.5. Статистическая оценка коэффициента асимметрии дает дополнительную информацию о форме распределения случайной величины (рис. 3). Асимметрия или скошенность вычисляется по формуле

$$\overline{A} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^3}{\sigma^3} .$$

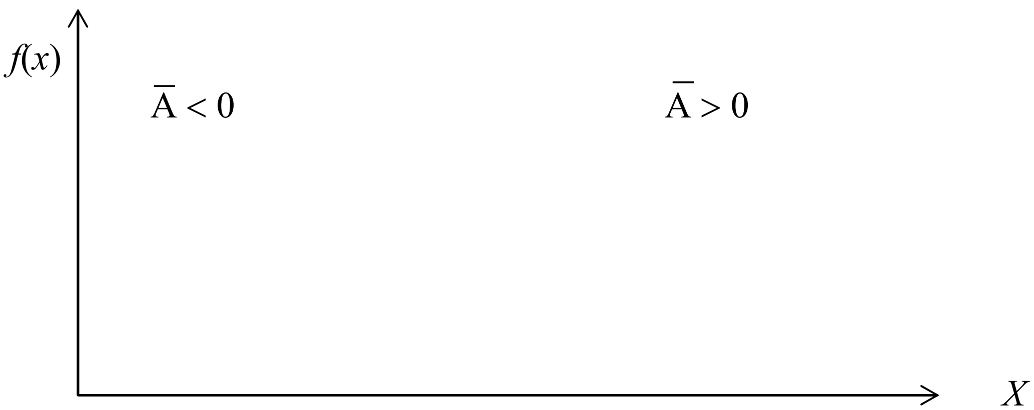


Рис.3. Положительная и отрицательная асимметрия

2.6. Статистическая оценка коэффициента эксцесса дает дополнительную информацию о форме распределения случайной величины (рис. 4).

Эксцесс, или островершинность вычисляется по формуле

$$\overline{Э} = \frac{\frac{1}{n}\sum (X_i - \overline{X})^4}{\sigma^4} - 3 .$$

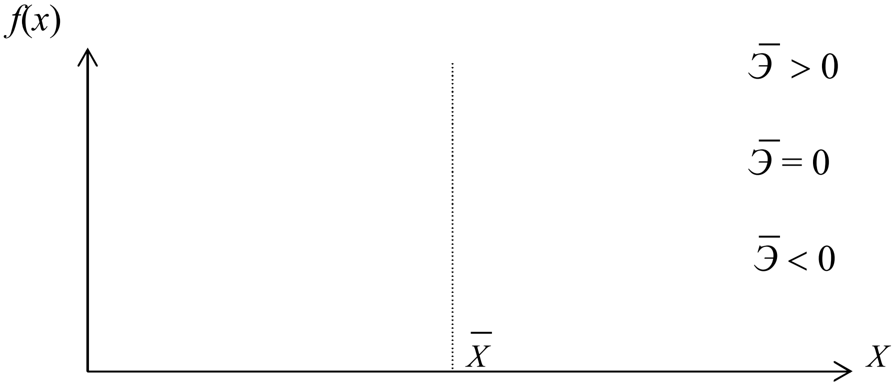


Рис. 4. Положительный и отрицательный эксцессы

Для нормального закона асимметрия и эксцесс равны нулю.

3. Задание к лабораторной работе

Составить блок-схему алгоритма и программу вычисления числовых характеристик статистического ряда, включающего *n* элементов.

Исходные данные для решения задачи выдает преподаватель.

4. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Основные числовые характеристики случайной величины.
3. Исходные данные.
4. Блок-схема алгоритма и программа расчета числовых характеристик статистического ряда.
5. Результаты счета.

Лабораторная работа № 3

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель работы:

- изучить основные характеристики биномиального закона и закона Пуассона;

- освоить методику построения многоугольника распределения и графика функции распределения дискретной случайной величины;

- получить практические навыки расчета вероятностных задач на ЭВМ.

1. Общие положения

Случайной величиной называется такая величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, которое с точностью нельзя предсказать до опыта.

Между частными значениями случайной величины и вероятностями их появления существует определенная зависимость. Указанная зависимость называется законом распределения дискретной случайной величины. Закон распределения случайной величины можно задать в виде таблицы, графика или формулы.

Все случайные величины делятся на дискретные и непрерывные. Дискретная случайная величина принимает фиксированные значения на отрезке [*а, в*]. Непрерывная случайная величина принимает на отрезке [*а, в*] любое значение.

Основными вероятностями закона распределения дискретной случайной величины являются биномиальный закон и закон Пуассона.

2. Биномиальный закон распределения

Биномиальное распределение возникает при выполнении следующих условий:

- в результате одного испытания может появиться одно из двух противоположных событий A или $\overline{A} = B$;

- вероятности указанных событий от опыта к опыту не меняются и составляют $P(A) = p$ и $P(B) = q$;

- проводится n независимых испытаний.

При выполнении указанных условий возникают различные комбинации таких событий, вероятность появления которых определяется по формуле, называемой биномиальным законом распределения

$$P_{(m,\,n)} = \frac{n!}{m!(n-m)!}\, q^{n-m}p^m = C_n^{\,m} q^{n-m}p^m\,, \qquad (1)$$

где n - число независимых испытаний;

$P_{(m,\,n)}$ - вероятность того, что при n испытаниях событие A появится ровно m раз;

p и q - вероятности появления соответственно событий A и B, где $q = 1 - p$;
C_n^m - число сочетаний из n элементов по m.

Для биномиального распределения числовых характеристик: математическое ожидание $M(m)$ и дисперсия $Д(m)$ выражаются с помощью формул

$$M[m] = np \quad и \quad Д[m] = npq\ .$$

3. Распределение Пуассона

Распределение Пуассона представляет собой предельный случай биномиального распределения для условий, когда $p \to 0$; $n \to \infty$ и $np = a$.

Преобразуя выражение биномиального закона при приведенных выше условиях, получим формулу распределения Пуассона:

$$P(m,n) = \frac{a^m}{m!} e^{-a}, \tag{2}$$

где n - число испытаний;
m - число появлений события A (m = 0, 1, 2…);
$P_{(m,\ n)}$ - вероятность того, что при n испытаниях событие A появится ровно m раз;
a - параметр закона ($a = np$);
p - вероятность появления события A в одном испытании.

В связи с тем, что вероятность появления отдельных событий в распределении Пуассона характеризуется малой вероятностью ($p \to 0$), закон Пуассона называют законом редких явлений.

Математическое ожидание $M(m)$ и дисперсия $Д(m)$ для распределения Пуассона равны и определяются по выражению

$$M[m] = Д[m] = np = a.$$

Закон Пуассона описывает:

- поток требований в зону ремонта и ТО;
- поток заявок на запасные части, узлы, агрегаты;
- случайное число отказов в течение фиксированной наработки.

4. Дискретная случайная величина

Дискретная случайная величина, кроме формул 1 и 2, также может быть задана:

а) рядом распределения вероятности (табл. 2).

Таблица 2

Частные значения события А	m_A	0	1	2	3	…	m
Вероятности, отвечающие частным значениям появления случайной величины	$P(m, n)$	$P(0, n)$	$P(1, n)$	$P(2, n)$	$P(3, n)$	…	$P(m, n)$

б) многоугольником распределения вероятности появления события А (рис. 5).

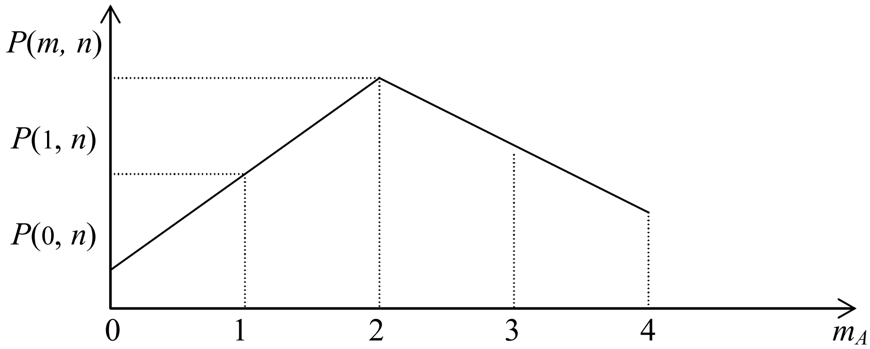


Рис. 5. Многоугольник распределения вероятности дискретной случайной величины

в) графиком функции распределения вероятности.

На основании ряда распределения или многоугольника распределения может быть построен график функции распределения (рис. 6).

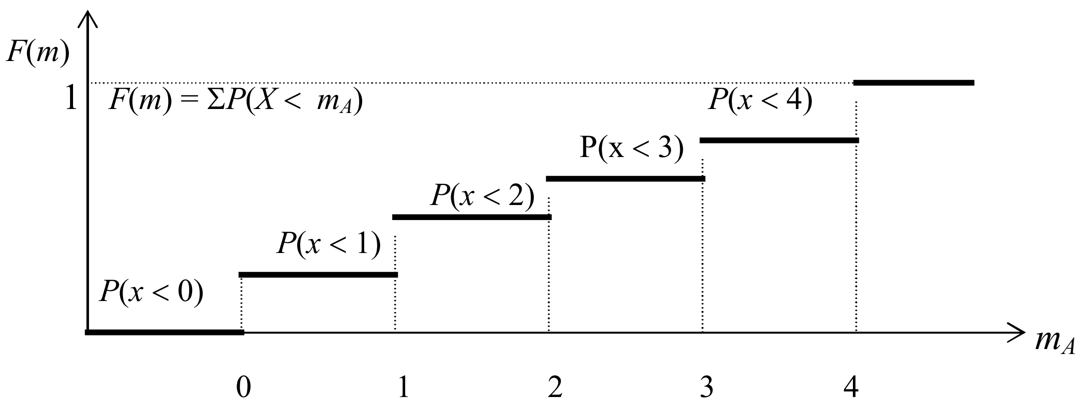


Рис. 6. График распределения вероятности дискретной случайной величины

Основные числовые характеристики дискретной случайной величины в этом случае определяются по формулам

$M[m]=\sum_{i=0}^{m} m_i p_i$ - математическое ожидание; $Д[m]=\sum_{i=0}^{m}(m_i - M[m])^2 p_i$ - дисперсия.

5. Задание к лабораторной работе

Составить блок-схему алгоритма и программу решения задачи, предложенной преподавателем.

Вариант 1. Вероятность того, что при текущем ремонте автомобиля требуется замена ведомого диска сцепления, равна p = 0,4. Определить вероятность того, что при трех текущих ремонтах потребуется 0, 1, 2, 3 диска. Построить ряд распределения вероятности, многоугольник и график функции распределения вероятности.

Вариант 2. Для нормальной работы автобазы на линии должно быть не менее восьми автомобилей (в наличии имеется десять). Вероятность невыхода каждого автомобиля на линию равна 0,1. Найти вероятность нормальной работы автобазы на ближайший день.

Вариант 3. Дискретная случайная величина X - число выходов из строя конденсатора системы зажигания в течение одного года эксплуатирования - распределена по биномиальному закону. Вероятность выхода из строя конденсатора составляет 0,3. Рассматривается 4 автомобиля. Требуется составить ряд распределения данной дискретной случайной величины; построить многоугольник распределения случайной величины и график интегральной функции. Найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 4. Автомобиль проходит ТО. Число неисправностей, обнаруженных во время ТО, распределяется по закону Пуассона с параметром a = 2. Если неисправностей не обнаружено, ТО автомобиля продолжается в среднем 2 часа. Если обнаружены одна или две неисправности, то на устранение каждой из них требуется еще в среднем полчаса. Если обнаружено более двух неисправностей, то автомобиль становится на профилактический ремонт, где находится в среднем 4 часа. Определить закон распределения среднего времени T обслуживания и ремонта, и его математическое ожидание $M(T)$.

Вариант 5. Авторемонтная мастерская обслуживает 100 автомобилей. Вероятность того, что в течение дня поступит одна заявка на ремонт, равна 0,01. Найти вероятность того, что в течение дня поступит:
а) три заявки; б) менее трех заявок; в) более трех заявок; г) хотя бы одна заявка.

6. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.

2. Краткая характеристика законов распределения дискретной случайной величины.

3. Основные числовые характеристики дискретной случайной величины и способы их вычисления.

4. Исходные данные.

5. Расчетные формулы.

6. Блок-схема алгоритма и программа решения задачи.

7. Результаты счета.

Лабораторная работа № 4

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Цель работы:

- освоить характеристики генеральной и выборочной совокупностей;
- изучить последовательность обработки экспериментальных данных;
- получить практические навыки обработки экспериментальных данных на ЭВМ.

1. Общие положения

Задачи, возникающие при изучении процессов автомобильного транспорта, требуют знаний основных положений теории вероятностей и математической статистики.

Если математическая статистика занимается разработкой методов сбора и обработки результатов наблюдений случайных процессов, то теория вероятностей изучает их закономерности.

При решении задач математической статистики и теории вероятностей приходится сталкиваться с понятием **генеральной и выборочной** совокупностей.

Генеральной совокупностью называют совокупность всех объектов (элементов), подлежащих изучению. Очевидно, что подвергать исследованию всю генеральную совокупность затруднительно или нецелесообразно. В связи с этим из генеральной совокупности извлекают лишь некоторую ее часть, называемую выборочной совокупностью (выборкой).

Используя методы математической статистики, возможно определить числовые характеристики выборочной совокупности. И перенеся их по определенным правилам на генеральную совокупность, оценить числовые характеристики последней.

Итак, пусть требуется исследовать некоторую генеральную совокупность «Г.с.» (рис.7), которая характеризуется параметрами:

$M(x)$ - математическое ожидание;

$Д(x)$ - дисперсия;

$\sigma(x)$ - среднее квадратическое отклонение;

$f(x)$ - плотность распределения;

$F(x)$ - функция распределения.

Г.с. В.с.

Рис.7. Схема процесса выборки

Непосредственно вычислить их невозможно. Однако можно оценить (принять) по данным выборочной совокупности. Для чего из генеральной совокупности извлечем выборку «В.с.», для которой методами математической статистики можем вычислить:

$\overline{X}$ - среднее арифметическое;

$Д^*(x)$ - статистическая дисперсия;

$\sigma^*(x)$ - статистически среднее квадратическое отклонение;

$W(x)$ - относительная частота;

$F^*(x)$ - статистическая (экспериментальная) функция распределения.

Найдя интересующие нас числовые характеристики выборочной совокупности, можем перенести их при определенных условиях на всю генеральную совокупность, т.е. принять:

$$M(x) = \overline{X}\ ; \quad Д(x) = \frac{n}{n-1} Д^*(x); \quad \sigma(x) = \sqrt{\frac{n}{n-1} Д^*(x)}\ .$$

2 . Построение интервального вариационного ряда и гистограммы

Пусть имеем доброкачественный объем выборки (статистический ряд). Порядок обработки его следующий:

- зарегистрированные значения рассматриваемого признака X_i расположить в возрастающем порядке;
- найти наибольшее $X_{\max}$ и наименьшее $X_{\min}$ значения параметра;

- определить размах измерения значений параметра $R = X_{max} - X_{min}$;

- вычислить число интервалов K в зависимости от объема выработки n

$$K = 1 + 3{,}32 \text{ lq } n;$$

- определить ширину частичного интервала h: $h = \dfrac{R}{k} = \dfrac{X_{max} - X_{min}}{1 + 3{,}32 \text{lq} n}$;

- определить границы интервалов, для чего установить нулевое (крайнее) значение интервала X_0; $X_0 = X_{min} - h/2$.

Следующие границы интервалов определяются последовательным прибавлением ширины интервала h к предыдущему значению границы: $X_1 = X_0 + h$, $X_2 = X_1 + h$ и т.д. до тех пор пока $X_к$ не будет больше X_{max} ;

- определить число элементов значений признаков, попавших в i-й интервал (эту величину называют опытной частотой m_i* данного интервала);

- результаты расчета свести в таблицу 3.

Таблица 3

Сводная таблица обработки выборочных данных

Номер интервала	Ширина интервала $X_{i-1} - X_i$	Середина интервала $\bar{X}_i$	Частота m_1*	Частость W_i	Накопленная частость $W_i^н$
1	X_0 - X_1	$\bar{X}_1$	m_1*	W_1	$W_1^н$
2	$X_1 - X_2$	$\bar{X}_2$	m_2*	W_2	$W_2^н$
…	...	…	...	...	…
$к$	$X_{к-1} - X_к$	$\bar{X}_к$	$m_к$*	$W_к$	$W_к^н$

Относительную величину частоты называют частостью i-го интервала W_i $W_i = m_i / n$.

Накопление частости $W^н$ получается путем последовательного прибавления частости W_i очередного интервала $W_i^н = \sum_{i=1}^{i} W_i$, для последнего интервала:

$$W_к^н = \sum_{i=1}^{к} W_i = 1.$$

Основные числовые характеристики вычисляются по следующим формулам:

- среднее арифметическое: $$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{\kappa} \overline{X}_i m_i^{\ *} = \sum_{i=1}^{\kappa} \overline{X}_i W_i \ ;$$

- статистическая дисперсия:

$$Д^*(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{\kappa} (\overline{X}_i - \overline{X})^2 m_i^{\ 2} = \sum_{i=1}^{\kappa} (\overline{X}_i - \overline{X})^2 W_i \ ;$$

- среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{\kappa} (\overline{X}_i - \overline{X})^2 m_i^{*}} \ .$$

Графическое выражение закона распределения можно представить в виде гистограммы и наклонной (кумулятивной) кривой.

Гистограмма представляет собой набор прямоугольников, основанием каждого является длина частичного интервала, а высота m_i^* или W_i (рис.8).

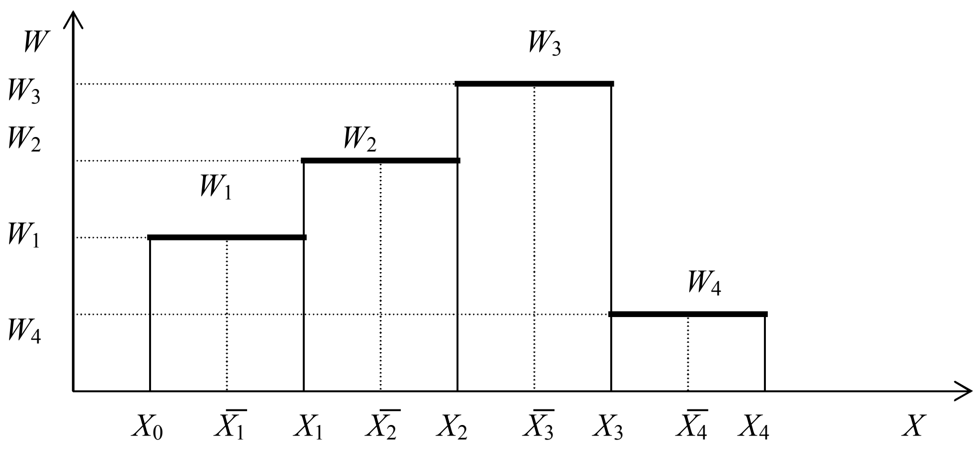


Рис.8. Гистограмма распределения признака

По построенной гистограмме назначается теоретический закон распределения случайной величины $f(x)$, для которого по формуле

$$F_т(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

определяется теоретическая функция распределения $F_т(x)$.

Кумулятивная кривая строится по накопленным частостям $W_i^{н}$, она соответствует опытной функции распределения признака $W_i^{н} = F_{оп}^{*}(x)$ (рис.9). Соответствие опытной $F_{оп}^{*}(x)$ и теоретической $F(x)$ функций распределения может быть оценено с помощью критерия согласия.

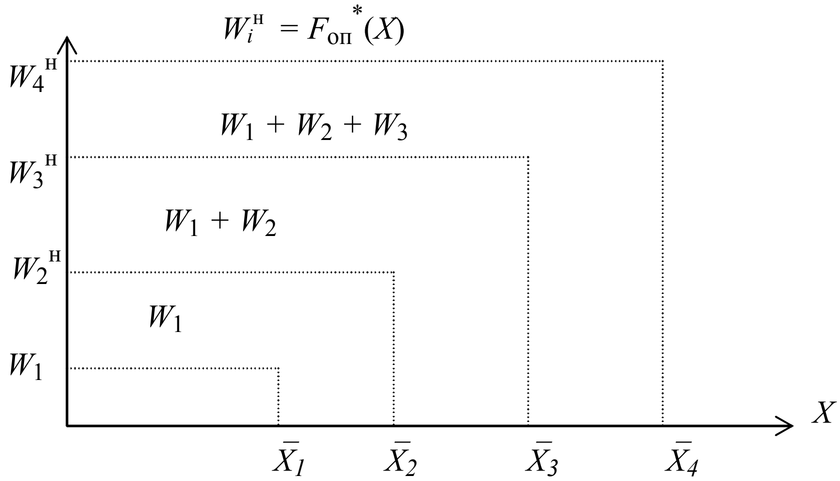


Рис.9. График опытной функции распределения признака (кумулятивная кривая)

3 . Задание к лабораторной работе

Составить блок-схему алгоритма и программу решения задачи предложенного преподавателем варианта:

1. Для заданного статистического ряда найти наибольшее и наименьшее значения.
2. Ранжировать статистический ряд.
3. Для ранжированного статистического ряда построить интервальный вариационный ряд.
4. По данным интервального вариационного ряда расхода топлива автомобилем на холостом ходу (л/ч):

Номер интервала	i	1	2	3	4	5	6	7
Длина интервала	$X_{i-1} \ldots X_i$	1,25 - 1,55	1,56 - 1,85	1,86 - 2,15	2,16 - 2,45	2,46 - 2,75	2,76 - 3,05	3,06 - 3,35
Частота	m_i^{*}	5	10	14	17	11	3	2

а) вычислить числовые характеристики ряда;

б) построить гистограмму и кумулятивную кривую.

4. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Характеристики генеральной и выборочной совокупностей.
3. Последовательность обработки опытных данных.
4. Исходные данные.
5. Блок-схема алгоритма и программа решения задачи.
6. Результаты счета.

Лабораторная работа № 5

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ГИПОТЕЗ. КРИТЕРИИ СОГЛАСИЯ

Цель работы:

- изучить критерии согласия Пирсона, Романовского, Колмогорова;
- получить практические навыки статистической оценки гипотез.

1. Общие положения

При статистической обработке опытных данных одна из важнейших задач – это задача проверки гипотез о принадлежности опытных данных (гистограмм) к тому или иному вероятностному закону.

При выдвижении и принятии указанных гипотез возникают следующие четыре случая :

1. Гипотеза H_0 верна и принимается.

2. Гипотеза H_0 верна, но ошибочно отвергается. Возникающую при этом ошибку называют ошибкой первого рода, а вероятность ее появления называют уровнем значимости и обозначают α.

$$\alpha = 1 - P_{д},$$

где $P_{д}$ - доверительная вероятность.

3. Гипотеза H_0 не верна и отвергается .

4. Гипотеза H_0 не верна, но ошибочно принимается. Возникающую при этом ошибку называют ошибкой второго рода, а вероятность её появления обозначают β.

Для решения отмеченной задачи предложены соответствующие критерии и заранее, при заданном уровне значимости α, подсчитаны и составлены таблицы, в которых помещены критические (табличные) значения указанных критериев .

При практической проверке рассматриваемых гипотез происходит сопоставление опытных значений критерия $К_{оп}$ с табличным значением критерия $К_{кр}$ ($К_{табл}$) и далее в зависимости от соотношения $К_{оп} < > К_{кр}$ принимают или отвергают выдвинутую гипотезу.

2. Критерии статистической оценки гипотез

Рассмотрим порядок статистической проверки правдоподобия гипотезы о принадлежности опытных данных к заданному виду вероятностного закона. Решение этой задачи производится в два этапа:

первый - по виду гистограммы (многоугольника) или, исходя из физической сущности рассматриваемого явления, делают предварительное суждение, т.е. выдвигается гипотеза о принадлежности опытных данных к конкретному вероятностному закону;

второй - применяя метод моментов, производят проверку правдоподобия выдвинутой гипотезы.

Сущность метода моментов состоит в том, что параметры сглаживающего закона должны сохранить основные черты статистического распределения, т.е. чтобы было равенство математического ожидания и дисперсии статистического и сглаживающего распределений.

Проверка правдоподобия гипотезы о принадлежности опытных данных к заданному виду вероятностного закона может производиться с помощью критериев: Пирсона, Колмогорова, Романовского и др.

2.1. Критерий χ^2 Пирсона.

Критерий χ^2 Пирсона записывается в виде следующего альтернативного условия:

$$P_{\text{опытн}}\ (\chi^2, r) = \begin{cases} \geq \alpha \text{ - гипотеза о принадлежности опытных данных к рас-} \\ \text{сматриваемому вероятностному закону не отвергается;} \\ < \alpha \text{ - гипотеза о принадлежности опытных данных к рас-} \\ \text{сматриваемому вероятностному закону отвергается} \\ (\alpha\ = 0{,}05), \end{cases}$$

χ^2 вычисляется по формуле $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{\kappa} \frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i},$$

где r - число степеней свободы, $r = k - s$;

k - число интервалов гистограммы;

s - число наложенных связей.

В рассматриваемом примере число наложенных связей равно трем

$$\sum_{i=1}^{\kappa} P = 1; \quad \bar{x} = M[x]; \quad D[x] = (n/(n-1))D^*[x].$$

Значения вероятностей $P_{\text{опытн.}}(\chi^2,\ r)$, вычисленные в зависимости от числа степеней свободы r и опытного значения χ^2, приведены в табл. 1 приложения.

2.2. Критерий Романовского.

$$K_p = \frac{\chi^2 - K}{\sqrt{2K}} = \begin{cases} \le 3 \text{ - гипотеза о принадлежности опытных данных к рассматриваемому вероятностному закону не отвергается;} \\ > 3 \text{ - гипотеза о принадлежности опытных данных к рассматриваемому вероятностному закону не отвергается,} \end{cases}$$

где χ^2 - критерий Пирсона; K - число интервалов.

2.3. Критерий Колмогорова.

Критерий Колмогорова записывается в виде альтернативного условия:

$$P(\lambda) = P\left\{\max |F^*(x)_{\text{опытн}} - F(x)_{\text{теор}}| \sqrt{n}\right\} = \begin{cases} \ge P_{\text{д}} \text{ - гипотеза о принадлежности опытных данных к рассматриваемому вероятностному закону не отвергается;} \\ < P_{\text{д}} \text{ - гипотеза о принадлежности опытных данных к рассматриваемому вероятностному закону отвергается,} \end{cases}$$

где n - объем выборки (число всех испытаний);

$F^*(x)_{\text{опытн}}$ - опытное значение функции распределения;

$F^*(x)_{\text{теор}}$ - теоретическое значение функции распределения;

$P_{\text{д}}$ - доверительная вероятность.

Для критерия Колмогорова имеется заранее составленная таблица (см. табл. 2 приложения).

3. Задание к лабораторной работе

Составить блок-схему алгоритма и программу решения задачи (вариант выдает преподаватель).

Вариант 1. Интервальный вариационный ряд периодичности технических неисправностей автобуса типа «Икарус» представлен таблицей:

Номер интервала	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Границы интервала, дни	α_i - β_i	0 - 2	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10	10 - 12	12 - 14	14 - 16	16 - 18
Опытные частоты	m_i^*	44	14	20	4	4	3	2	2	3

Проверить гипотезу о распределении случайной величины по показательному закону с помощью критерия согласия Колмогорова.

Вариант 2. Статистическим наблюдением над случайной величиной x - числом поломок рессор автомобилей в течение одного года эксплуатации автомобилей - был получен следующий неупорядоченный ряд, тыс. км пробега: 11, 25, 18, 27, 28, 31, 59, 39, 55, 35, 52, 34, 47, 32, 43.

Требуется:

1) упорядочить и сгруппировать полученные данные в пять разрядов;

2) построить гистограмму распределения опытных частот;

3) проверить правдоподобность гипотезы о принадлежности опытных данных к нормальному распределению с помощью критерия Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Вариант 3. Статистическими наблюдениями над случайной величиной x - временем, расходуемым на станции технического обслуживания автомобиля для замены двигателя, установлено, что оно колеблется от 2,5 ч до 6,5 ч. Наблюдаемые значения этой случайной величины были сгруппированы в четыре разряда:

Номер разряда	i	1	2	3	4
Границы разрядов, ч	α_i -β_i	2,5 – 3,5	3,5 – 4,5	4,5 – 5,5	5,5 – 6,5
Опытные частоты случайной величины	m_i^*	10	4	4	2

Требуется:

1) построить гистограмму распределения опытных частот;

2) проверить правдоподобность гипотезы о принадлежности опытных данных к показательному распределению с помощью критериев согласия Пирсона и Колмогорова при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

Вариант 4. Статистическими наблюдениями был получен следующий неупорядоченный ряд распределения случайной величины - длины пробега ручного тормоза автомобиля до его выхода из строя, тыс. км пробега: 70, 12, 25, 43, 49, 68, 18, 41, 28, 47, 27, 45. Всего 12 наблюдений.

Требуется:

1) упорядочить ряд и сгруппировать его в четыре разряда;

2) построить гистограмму распределения опытных частот;

3) проверить вероятность гипотезы о принадлежности опытных данных к нормальному закону с помощью критериев согласия Пирсона, Колмогорова и Романовского при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

4) построить кривую надежности изделия.

4. Содержание отчета

1) Наименование и цель работы.

2) Краткое описание критериев согласия Пирсона, Романовского, Колмогорова.

3) Исходные данные.

4) Расчетные формулы.

5) Алгоритм и программа решения задачи.

6) Результаты счета.

Лабораторная работа № 6

НОРМИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ АВТОМОБИЛЯ

Цель работы:

- ознакомление с нормированием параметров технического состояния автомобиля методами γ-процентной выборки и толерантных границ;

- получение навыков применения статистических методов при оценке технического состояния элементов автомобиля.

1. Общие положения

Один из важнейших этапов разработки подсистемы диагностирования – это определение нормативных значений структурных и диагностических параметров. К нормативным значениям параметров относятся номинальные, предельные и предельно-допустимые значения.

Номинальное значение параметра соответствует новым, технически исправным машинам, агрегатам, узлам. Критериями отбора автомобилей в группу, предназначенную для определения номинального значения параметра, является отсутствие неисправностей, обнаруженных при прохождении ТО. Нормирование номинального значения параметра интенсивности износа заключается в γ-процентной выбраковке худших значений параметра. Для этого ранжируем по возрастанию получившийся ряд значений интенсивности и отбросим γ-процент худших значений параметра. Значение γ принимается равным 15 % для параметров узлов, обеспечивающих безопасность движения и 10 % для остальных параметров.

Следующей задачей является определение предельного значения интенсивности износа протектора. Предельное значение параметра соответствует такому состоянию объекта, когда его дальнейшая эксплуатация становится небезопасной или экономически невыгодной.

В качестве предельных значений принимаются толерантные границы функции распределения параметра, внутри которых с вероятностью γ содержится доля P генеральной совокупности значений. Данный метод используется, как правило, при недостаточном объеме статистической информации. При этом используется вся совокупность полученных значений. Для закона нормального распределения $f(\Pi)$ параметра предельное значение $\Pi_{п}$ определяем по формуле

$$\Pi_n = \overline{\Pi} + K\sqrt{D},$$

где $\overline{\Pi}$ - выборочное среднее значение параметра;
D – дисперсия случайной величины П;
K – коэффициент.

Значение коэффициента K зависит от типа ограничения параметра (снизу, сверху, двустороннее) и типа параметра. К первой группе относят параметры узлов, обеспечивающих безопасность движения, ко второй - остальные.

Таблица 4

Значение коэффициента *К*

Группа	Ограничение сверху	Ограничение снизу	Двустороннее ограничение
I	1	-1	± 1,5
II	1,7	-1,7	± 2

2. Методика определения нормативных значений параметра

Рассмотрим процесс определения номинальной и предельной интенсивности износа передних шин подконтрольной группы автомобилей «ГАЗель», оснащенной шинами К-135. При этом получено 28 значений. В 20 случаях наблюдался равномерный износ, при ТО неисправности не обнаружены.

Ранжированный ряд полученных значений интенсивности износа имеет следующий вид (случаи неравномерного износа отмечены жирным): 0,063; 0,064; 0,065; 0,067; 0,069; 0,069; 0,07; 0,071; 0,072; 0,074; 0,075; 0,075; 0,076; 0,076; 0,077; 0,078; 0,078; 0,079; 0,081; 0,082; **0,083; 0,084; 0,084; 0,086; 0,086; 0,087; 0,091; 0,094**.

Рассчитываем основные характеристики ряда (табл. 5.)

Таблица 5

Характеристики распределения интенсивности износа

Значение параметра, мм/10^3 км					
Минимум	Максимум	Размах	Среднее арифметическое	Среднее квадратич. отклонение	Статистическая дисперсия
0,063	0,094	0,031	0,077	0,0082	0,000067

Проверим выборку на наличие аномальных значений по правилу трех σ. Границы допустимого разброса значений относительно среднего:

$$0{,}077 \pm 3\times0{,}0082 = [0{,}0524;\ 0{,}102],$$

то есть аномальные значения в рассматриваемой совокупности отсутствуют.

При определении номинального значения рассматриваются только 20 случаев (с равномерным износом). Значение γ принимаем равным 10 %, так как нормируется параметр, не связанный с безопасностью движения автомобилей. Таким образом, отбрасывается 2 значения. В результате номинальное значение интенсивности износа шин равно 0,079 мм/10^3 км.

Найдем предельное значение интенсивности износа протектора. В данном случае анализируется вся совокупность данных (28 случаев).

Проверим принадлежность распределения значений параметра к нормальному закону, для чего построим гистограмму. Шаг гистограммы определяют по формуле

$$h = \frac{R}{1 + 3{,}3 \lg n} .$$

Границы интервалов рассчитывают последовательным прибавлением к минимальному значению параметра, затем определяют количество значений параметра в каждом интервале.

Гистограмма с наложенным на нее графиком нормального распределения представлена на рис. 10.

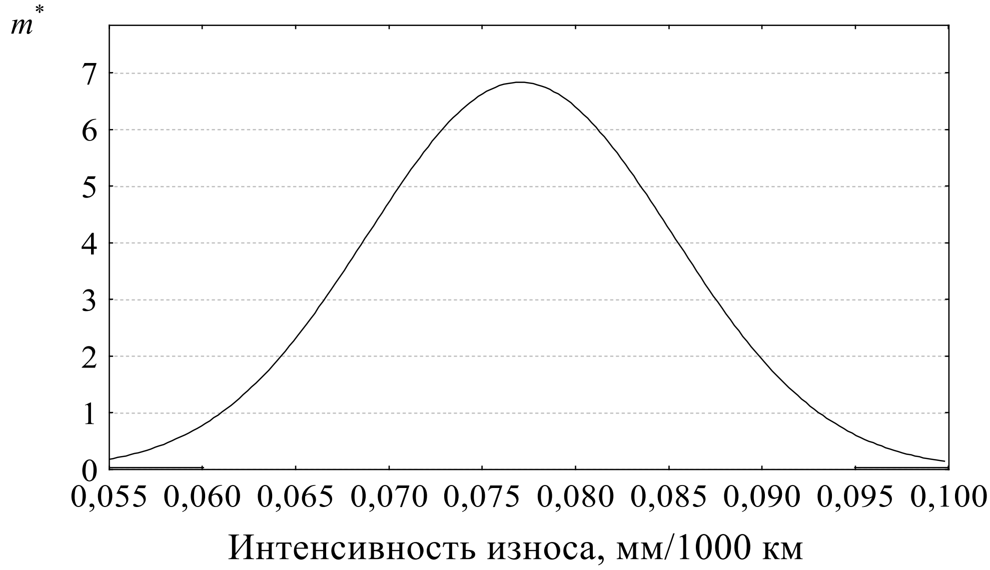


Рис. 10. Гистограмма распределения интенсивности износа передних шин

Подтвердим принадлежность полученного распределения к нормальному закону. Расчет ведется в следующем порядке.

Рассчитывают опытные вероятности попадания в разряды:

$$p_i{*} = \frac{m_i{*}}{n},$$

где $m*$ – количество значений в i-м интервале (разряде) диаграммы;
n – объем выборки.

Определяют плотность вероятности нормального закона распределения:

$$f(i) = 0{,}0957 e^{-0{,}0288(i-0{,}077)^2} .$$

Определяют нормирующий множитель:

$$C = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} f(i)} .$$

Рассчитывают теоретические вероятности попадания в разряды:

$$p_i = f(i)C .$$

Определяют теоретические частоты попадания в разряды:

$$m_i = p_i n .$$

Вычисляют значение критерия согласия Пирсона:

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i} .$$

Расчет ведется в виде таблицы 6.

Таблица 6

Проверка соответствия экспериментальных данных нормальному закону распределения

Номер	Границы разрядов	Середина разряда	m_i*	p_i*	$f(i)$	p_i	m_i	$\frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i *}$
1	0,060 - 0,065	0,0625	3	0,107	0,0957	0,143	4	0,333
2	0,065 - 0,070	0,0675	4	0,143	0,0957	0,143	4	0,000
3	0,070 - 0,075	0,0725	5	0,179	0,0957	0,143	4	0,200
4	0,075 - 0,080	0,0775	6	0,214	0,0957	0,143	4	0,667
5	0,080 - 0,085	0,0825	5	0,179	0,0957	0,143	4	0,200
6	0,085 - 0,090	0,0875	3	0,107	0,0957	0,143	4	0,333
7	0,090 - 0,095	0,0925	2	0,071	0,0957	0,143	4	2,000
Σ	-	-	28	1,000	0,6699	1,001	28	3,733

Теоретическое значение критерия Пирсона для данных условий равно 9,5.

Полученное значение критерия Пирсона: 3,733 < 9,5, следовательно, гипотеза о принадлежности экспериментальных данных нормальному закону распределения верна.

Предельное значение интенсивности износа передних шин:

$$i_n = 0{,}077 + 1{,}7\sqrt{0{,}000067} = 0{,}091 \text{ мм/}10^3\text{ км}.$$

2. Задание к лабораторной работе

При исследовании автопарка получены следующие данные (неисправные технические системы выделены жирным шрифтом):

Вариант 1. Интенсивность износа протектора (мм/1000 км): 0,140; 0,150; 0,155; 0,157; 0,158; 0,160; 0,167; 0,168; 0,169; 0,172; 0,177; 0,180; 0,181; 0,182; 0,186; 0,187; 0,191; 0,193; **0,195**; **0,197**; **0,210**.

Вариант 2. Интенсивность износа тормозных накладок (мм/1000 км): 0,130; 0,135; 0,141; 0,143; 0,147; 0,152; 0,153; 0,154; 0,155; 0,157; 0,161; 0,162; 0,164; 0,165; 0,165; 0,167; 0,171; **0,174**; **0,177**; **0,179**.

Вариант 3. Интенсивность износа протектора (мм/1000 км): 0,065; 0,068; 0,070; 0,071; 0,071; 0,072; 0,074; 0,074; 0,075; 0,076; 0,076; 0,077; 0,078; 0,078; 0,079; 0,080; 0,080; 0,082; 0,083; 0,083; 0,084; **0,086**; **0,087**.

Вариант 4. Давление в системе смазки (МПа): 0,35; 0,36; 0,38; 0,41; 0,42; 0,43; 0,43; 0,45; 0,46; 0,46; 0,47; 0,47; 0,48; 0,49; 0,51; 0,52; 0,53; **0,53**; **0,54**; **0,57**; **0,60**.

Вариант 5. Интенсивность износа протектора (мм/1000 км): 0,200; 0,205; 0,208; 0,221; 0,222; 0,231; 0,235; 0,241; 0,246; 0,251; 0,252; 0,253; 0,258; 0,261; 0,265; 0,268; 0,271; 0,276; 0,281; 0,283; 0,291; **0,294; 0,315**; **0,320**.

Необходимо:

1. Проверить принадлежность данных к нормальному закону распределения.
2. Определить номинальное и предельное значение параметра.
3. Указать возможные причины превышения нормативов.

4. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Основные положения рассмотренных методов нормирования.
3. Исходные данные.
4. Результаты счета.
5. Выводы о техническом состоянии автопарка.

Лабораторная работа № 7

ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ ПО ЗАКОНУ ВЕЙБУЛЛА

Цель работы:

- изучить основные характеристики закона Вейбулла;
- получить практические навыки обработки опытных данных по закону Вейбулла.

1. Общие положения

Основные вероятностные законы распределения непрерывной случайной величины:

- нормальный закон распределения;
- показательный закон распределения;
- закон Вейбулла и др.

Законы распределения случайных величин отражают физическую сущность рассматриваемых явлений (процессов).

Так, например, в теории надёжности внезапные отказы изделий, вызываемые превышением нагрузки (удар, превышение напряжения), приводящие к поломке изделия, перегоранию ламп и т.д., хорошо описываются показательным законом. Нормальный закон описывает постепенные отказы какого-либо механизма, вызываемые выходом из строя отдельных его элементов. Закон Вейбулла описывает постепенные отказы изделий, вызываемые старением материала в целом.

Совокупность факторов или условий, приводящих к возникновению того или иного вероятностного закона, называют математической моделью явления.

2. Распределение Вейбулла

Плотность распределения вероятности закона Вейбулла имеет вид

$$F(t) = \begin{cases} n\mu^n t^{n-1} e^{-\mu^n t^n} \text{ при } t \geq 0,\ n \geq 0,\ \mu \geq 0 \\ 0 \text{ при } t < 0,\ n < 0,\ \mu < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где t – случайная величина (время, пробег и т.д.);
n - параметр формы (при n = 1 закон Вейбулла преобразуется в показательный закон, при n = 2 - в закон Релея, при n = 3,25 - в нормальный закон); μ - параметр масштаба.

Итак, плотность распределения Вейбулла задается двумя параметрами n и μ, что обусловливает широкий диапазон его применения на практике.

В некоторых случаях вместо μ применяют величину, обработанную по параметру масштаба a = 1/μ, тогда плотность вероятности записывается так:

$$f(t) = \frac{n}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{n-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{n}}. \quad (2)$$

График плотности распределения Вейбулла приведен на рис. 11.

Функция распределения закона Вейбулла имеет вид

$$F(t) = \int_0^t n\mu^n t^{n-1} e^{-\mu^n t^n} dt = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{n}}.$$

В теории надежности кривая функции распределения $F(t)$ характеризует вероятность отказа изделия, а функция

$$\overline{F}(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{n}} = R(t)$$

характеризует вероятность исправного состояния изделия и называется кривой ресурса.

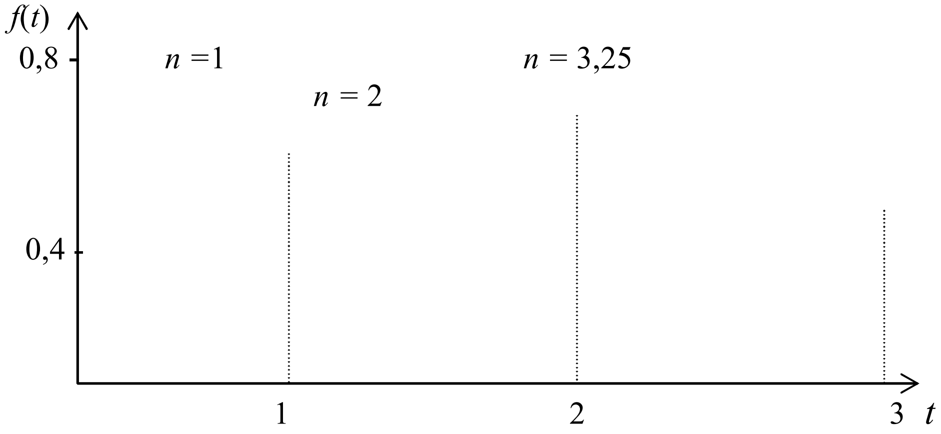


Рис. 11. Графики плотности распределения

При решении задач надежности приходится вычислять интенсивность отказов изделий, которая в общем случае равна отношению плотности распределения к вероятности безотказной работы изделия

$$\lambda(t) = f(t)/R(t).$$

Очевидно, что если по мере течения времени вероятность исправной работы изделия уменьшается, то и значение интенсивности отказа изделия изменяется (возрастает) (рис. 12).

Формулы математического ожидания и дисперсии закона Вейбулла имеют вид:

$$M(t) = \int_0^{\infty} tn\mu^n t^{n-1} e^{-\mu^n t^n} dt = \int_0^{\infty} te^{-\mu^n t^n} d(\mu^n t^n), \tag{3}$$

$$D(t) = \int_0^{\infty} t^2 e^{-\mu^n t^n} d(\mu^n t^n) - \left[M(t)\right]^2 \ . \tag{4}$$

Указанные интегралы легко вычисляются с помощью гамма-функции Эйлера:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^x dx.$$

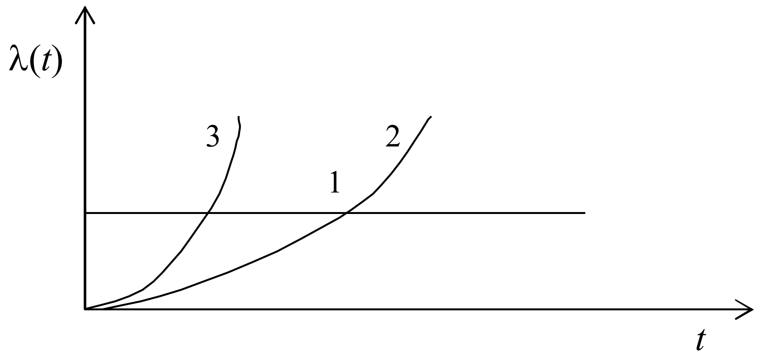


Рис. 12. Кривые интенсивности отказов:

1 - показательного закона; 2 - закона Вейбулла; 3 - нормального закона

Значения гамма-функции Эйлера в зависимости от параметра α приведены в табл. 3 приложения.

Преобразуя выражения (5) и (6) к виду, удобному для применения гамма-функции Эйлера, получим:

$$M(t) = 1/\mu \, \Gamma(1 + 1/n) \ , \tag{5}$$

$$D(t) = 1/\mu^2 \, \Gamma(1 + 2/n) - [\Gamma(1 + 1/n)/\mu]^2 \ .$$

Формула для вычисления коэффициента вариации в этом случае принимает вид:

$$V = \frac{\sigma(t)}{M(t)} = \frac{\sqrt{\Gamma(1+\frac{2}{n}) - \Gamma^2(1+\frac{1}{n})}}{\Gamma(1+\frac{1}{n})} = \varphi\,(n).$$

Как видим, коэффициент вариации является функцией параметра формы закона (n). В свою очередь, параметр формы закона n является функцией коэффициента вариации V:

$$n = \psi\ (V) = \psi\ [\sigma\ (t)/M(t)].$$

Следовательно, если известны $M(t)$ и $\sigma\ (t)$ закона Вейбулла, то можем определить значения параметра формы n и на основании этого, используя формулу (7), определить параметр масштаба μ.

Для удобства вычисления параметра формы заранее составлены таблицы (табл. 4 приложения).

Рассмотрим порядок проверки принадлежности опытных данных к закону Вейбулла.

3. Статистическая проверка гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла

Порядок проверки гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла рассмотрим на примере.

Пример. Исследуется закон распределения длины пробега ножного тормоза автомобилей МАЗ-500 до его отказа. Статистическими наблюдениями было зафиксировано 29 результатов, которые представлены интервальным вариационным рядом:

Номер интервала, i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Границы интервала α_i - β_i, тыс. км	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100	100 -110	110 -120
Число отказов m_i^* в интервале	9	14	18	7	9	9	4	4	2	1	1	1

Требуется:

1. Установить закон, которому следует рассматриваемое явление и проверить правдоподобность принятой гипотезы при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

2. Построить кривую вероятности выхода изделия из строя и кривую вероятности исправной работы (кривую ресурса).

Решение:

1. Вычисляем опытные относительные частоты выхода изделия из строя по интервалам наработки $W_i = m_i^*/n$:

$$W_1 = 9/79 = 0{,}114; \quad W_2 = 14/79 = 0{,}177 \text{ и т. д.}$$

Результаты счета заносим в табл. 6 строка 4 и строим гистрограмму распределения признака (рис. 13).

Рассматриваем гистограмму (рис. 13) и делаем предположение, т.е. выдвигаем гипотезу, что изучаемое явление - длина пробега ножного тормоза на автомобилях МАЗ-500 до его отказа распределена по закону Вейбулла:

$$f(L) = n\mu^n L^{n-1} e^{-\mu^n L^n},$$

где n и μ - соответственно параметр формы и параметр масштаба.

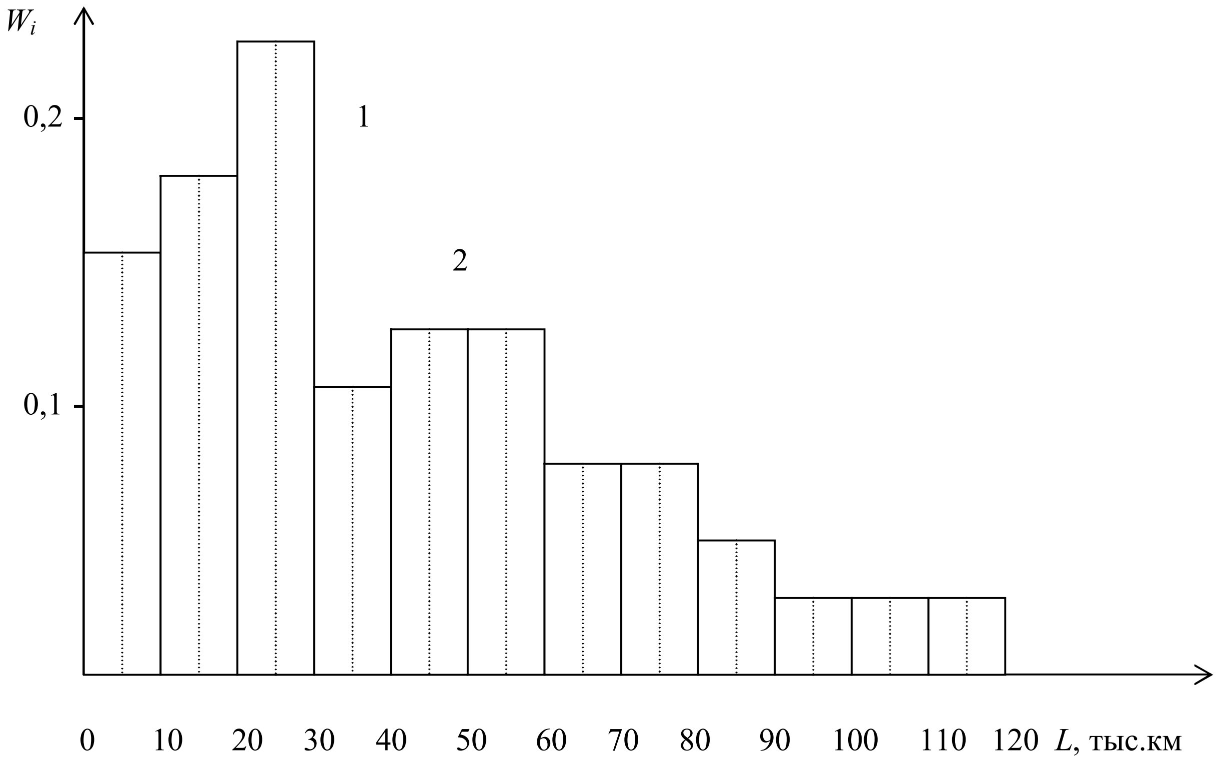


Рис. 13. Гистограмма распределения длины пробега ножного тормоза автомобилей МАЗ-500 до его выхода из строя (1) и сглаживающая кривая закона Вейбулла (2)

2. Вычисляем статистическое математическое ожидание пробега изделия:

$$M[L] = \sum_{i=1}^{k} \frac{L_i m_i^*}{n} = \frac{5 \cdot 9 + 15 \cdot 14 + \ldots + 115 \cdot 1}{79} = 36{,}6 \text{ тыс. км}$$

3. Вычисляем статистическую дисперсию

$$D^*[L] = \sum_{i=1}^{k} \frac{L_i^{\,2} m_i^*}{n} - (M[L])^2 = \frac{5^2 \cdot 9 + 15^2 \cdot 14 + ... + 115^2 \cdot 1}{79} - (36{,}6)^2 = 576.$$

4. Находим несмещенное среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma[L] = \sqrt{\frac{n}{n-1} D^*[L]} = \sqrt{\frac{79}{78} \cdot 576} \cong 24{,}1$$

5. Находим коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma[L]}{M[L]} = \frac{24{,}1}{36{,}6} = 0{,}660.$$

6. В табл. 4 приложения для найденного коэффициента $V = 0{,}660$ находим значение первого параметра закона (параметр формы, равный $n \cong 1{,}5$).

7. Находим второй параметр закона (параметр масштаба) по формуле

$$\mu = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{n})}{M[L]} = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{1{,}5})}{36{,}6} \cong 0{,}025.$$

Для вычисления значения гамма-функции Эйлера использованы данные табл. 3 приложения.

Значение обратного параметра масштаба составляет

$$a = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0{,}025} = 40.$$

8. Вычисляем теоретические вероятности попадания случайной величины в интервалы по формуле

$$P(d_i < L_i < \beta_i) = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} e^{-\left(\frac{L}{a}\right)^n} d\left[\left(\frac{L}{a}\right)^n\right] = e^{-(\frac{\alpha_i}{a})^n} - e^{-(\frac{\beta_i}{a})^n},$$

где α_i и β_i – соответственно ближний и дальний пределы интегрирования.

$P(L_1) = 0{,}14$; $P(L_2) = 0{,}179$ и т.д. (см. строку 5 табл.6).

На основе данных строки 5 наносим на гистрограмму сглаживающую ее теоретическую кривую закона Вейбулла (см. рис. 13).

9. Вычисляем теоретические частоты:

$$m_1 = P(L_1)\, n = 0{,}14 \cdot 79 = 11;$$

$$m_2 = P(L_2)\, n = 0{,}179 \cdot 79 = 14{,}03$$ и т.д. (см. строку 6 табл. 6).

10. Вычисляем слагаемые критерия Пирсона

$$\frac{(m_1^* - m_1)^2}{m_1} = \frac{(9-11)^2}{11} = 0{,}363; \qquad \frac{(m_2^* - m_2)^2}{m^2} = \frac{(14-14)^2}{14} = 0$$ и т.д.

Таблица 6 Статистическая таблица длины пробега ножного тормоза автомобилей МАЗ-500 до его выхода из строя

№ п/п	Номер интервала i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Границы интервала α_i - β_i , тыс. км	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100	100 - 110	110 - 120
2	Середины интерва-лов L_i	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115
3	Опытные частоты m_i^*	9	14	18	7	9	9	4	4	2	1	1	1
4	Опытные частости W	0,144	0,172	0,228	0,089	0,114	0,014	0,050	0,050	0,025	0,013	0,013	0,013
5	Теоретические вероятности $P(L_i)$	0,140	0,179	0,167	0,144	0,117	0,085	0,058	0,040	0,028	0,020	0,012	0,01
6	Теоретические частоты m_i	11	14	13	11,3	9,2	6,8	4,5	3,2	2,2	1,6	1,0	1,0
7	Слагаемые крите-рия Пирсона $x^2(L_i)$	0,363	0	1,92	1,63	0,04	0,74	0,055	0,20	0,018	0,22	0	0
8	Теоретич. функция распределения $F(L_i)$	0,140	0,319	0,486	0,630	0,747	0,832	0,890	0,930	0,958	0,978	0,99	1,0
9	Вероятность ис-правной работы $R(L_i)$	0,860	0,681	0,514	0,370	0,253	0,168	0,110	0,070	0,042	0,022	0,01	0

Суммируя слагаемые критерия Пирсона, получаем

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{\kappa} \frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i} = 0{,}363 + 0 + ... + 0{,}22 = 5{,}2 .$$

11. Проверяем правдоподобность принятой гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла.

По критерию Пирсона:

$$P_{\text{оп}}(\chi^2, r_\kappa) = P_{\text{оп}}(5{,}2; 9) = 0{,}8 > 0{,}05.$$

Следовательно, по критерию Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ гипотеза о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла не отвергается.

По критерию Романовского:

$$K_{\text{р}} = (\chi^2 - K) / \sqrt{2K} = (5{,}2 - 12) / \sqrt{2 \cdot 12} = -1{,}42 < 3.$$

Как видим, по критерию Романовского гипотеза о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла на отвергается.

12. Для построения кривой вероятностей отказа изделия $F(L)$ и противоположной ей кривой (кривой ресурса $R(L)$) воспользуемся формулами:

$$F(L_i) = \sum_{1}^{i} P(L_i),$$

$F(L_1) = 0{,}140$; $F(L_2) = 0{,}140 + 0{,}179 = 0{,}319$ и т.д. (см. строку 8 табл. 6).

$R(L_i) = 1 - F(L_i)$; $R(L_1) = 1 - 0{,}140 = 0{,}86$; $R(L_2) = 1 - 0{,}319 = 0{,}681$ и т.д. (см. строку 9 табл. 6).

По данным строк 8 и 9 табл. 6 строим графики $F(L)$ и $R(L)$ (рис. 14).

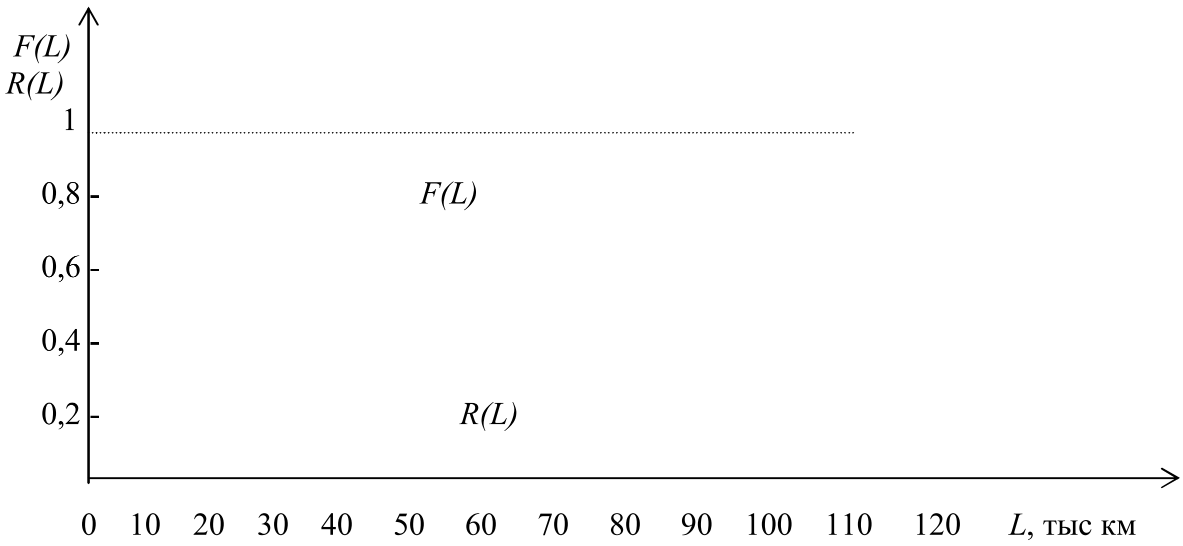


Рис. 14. График вероятностей отказа изделия F(L) и кривой ресурса R(L)

4. Задание к лабораторной работе

Используя вышеизложенную методику обработки опытных данных, проверить правдоподобность гипотезы распределения опытных данных по закону Вейбулла для следующих вариантов.

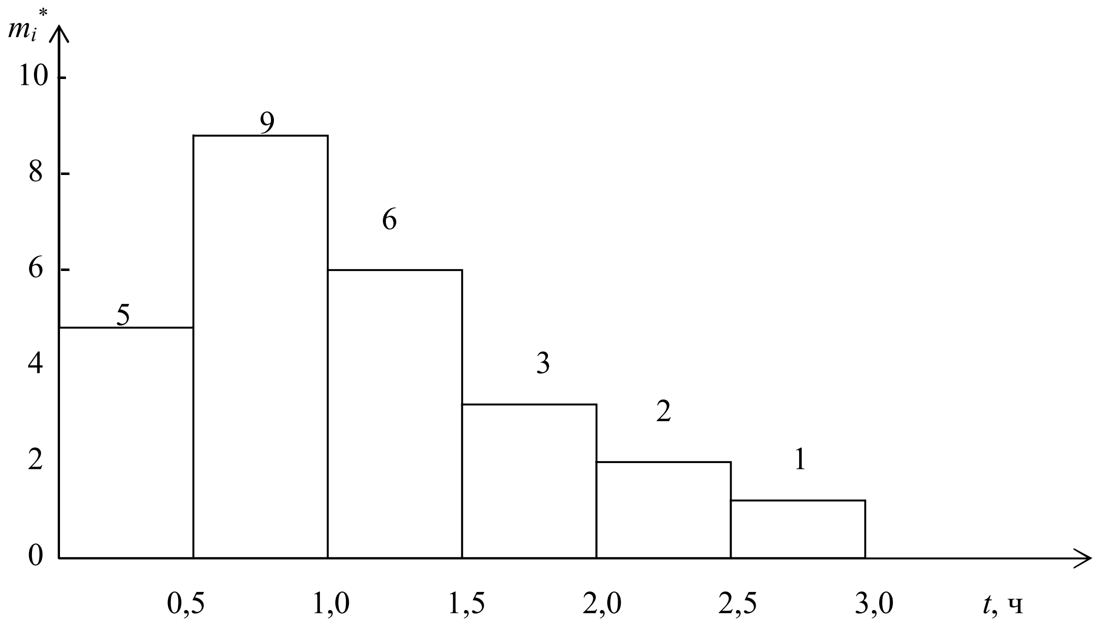
Вариант 1. Интервальный вариационный ряд распределения времени устранения отказов автомобилей типа ЛиАЗ (в часах) имеет вид:

Номер интервала	N	1	2	3	4	5	6	7	8
Границы интервала, час	α_i - β_i	0 - 1,5	1,5 - 3,0	3,0 - 4,5	4,5 - 6	6 - 7,5	7,5 - 9	9 - 10,5	10,5 - 12
Опытные частоты	m_i^*	12	24	20	7	6	2	4	1

Требуется:

1. Построить гистограмму распределения признака.
2. Вычислить числовые характеристики $\bar{X}$, σ, v и параметры n и μ.
3. Проверить правдоподобность гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла по критерию Пирсона и Романовского.

Вариант 2. Гистограмма распределения времени доставки автобусов, получивших отказ на линии, в парк (в часах) имеет вид:



Требуется:

1. Выдвинуть гипотезу о распределении опытных данных по закону Вейбулла.
2. Вычислить числовые характеристики X, σ, $\bar{v}$ и параметры n и μ.
3. Проверить правдоподобность гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла по критерию Колмогорова.

5. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Краткая характеристика закона Вейбулла.
3. Методика вычисления параметра формы (n) и параметра масштаба (μ) распределения Вейбулла.
4. Порядок проверки гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла.
5. Исходные данные.
6. Блок-схема алгоритма решения задачи.
7. Результаты счета.

Лабораторная работа № 8

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель работы:

- освоить методику моделирования непрерывной случайной величины;
- получить практические навыки моделирования случайной величины на ЭВМ.

1. Общие положения

При моделировании процессов автомобильного транспорта наиболее простой и распространенной является равномерная случайная последовательность чисел в интервале от 0 до 1.

Для получения (генерирования) равномерно распределенных случайных чисел существует несколько методов:

а) если моделирование осуществляется вручную (без помощи ЭВМ), то для получения случайных чисел от 0 до 1 используют таблицы случайных чисел, составленные с помощью какого-либо генератора случайных чисел, например, рулетки, аппарата жеребьевки и т.д.;

б) если расчет ведется с использованием ЭВМ, то она сама выдает случайные числа с помощью генератора случайных чисел.

2. Методика моделирования непрерывной случайной величины

Если случайная величина T непрерывна и известна плотность вероятности ее распределения $f(t)$, то моделирование значений T осуществляется следующим образом:

а) перейти от плотности вероятности $f(t)$ к функции распределения $F(t)$

по формуле $$F(t) = \int_0^t f(t)dt;$$

б) затем найти для функции F обратную ей функцию F^{-1};

в) разыграть случайное число R_i от 0 до 1 и взять от него полученную обратную функцию

$$T_i = F^{-1}(R_i)\ .$$

Доказывается, что случайная величина T имеет как раз нужное нам распределение. Графически процедура розыгрыша случайной величины T_i имеет вид, показанный на рис. 15.

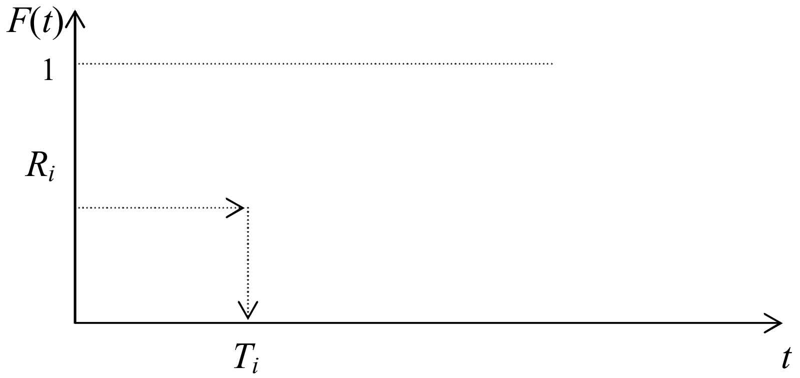


Рис. 15. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины

Разыгрываем случайное число R_i от 0 до 1 и для него ищем случайную величину T_i , при которой $F^{-1}(R_i) = T_i$ (на рис. 15 показано стрелкой).

Пример. Пусть требуется разыграть случайную величину T, которая имеет показательный закон распределения $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$. Здесь T - случайная величина (интервал времени между приходящими заявками на обслуживание, время обслуживания одной заявки и т.д.); $f(t)$ - плотность распределения случайной величины.

1. Найдем функцию распределения $F(t)$:

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t}dt = -e^{-\lambda t}\int_0^t \quad = 1 - e^{-\lambda t}\ ;$$

при $t = 0$ $F(t) = 0$; $t = \infty$ $F(t) = 1$; $F(t) = 0\ldots1 = R_i$.

2. Вычислим обратную функцию F^{-1} и по ней определим случайную величину T_i.

Так как $F(t) = 1 - e^{-\lambda t} = y$, то $e^{-\lambda t} = 1 - y$.

Логарифмируя последнее выражение, получим

$-\lambda t = \ln(1 - y)$, откуда $t = -1/\lambda \ln(1 - y)$

или $T_i = (-1/\lambda) \ln(1 - y)$, где $y_i = 0 \ldots 1 = R_i$.

Алгоритмы моделирования случайных величин, распределяемых по основным вероятностным законам, приведены в табл. 7.

Таблица 7

Вероятностный закон	Плотность вероятности закона	Алгоритм
Показательный закон	$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$	$T_i = (-1/\lambda) \ln(y_i)$,
Закон Релея	$f(t) = 2\lambda^2 t\, e^{-\lambda t}$	$T_i = (1/\lambda)\sqrt{-\ln(y_i)}$
Закон Вейбулла	$f(t) = n\lambda^n t^{n-1}\, e^{-\lambda t}$	$T_i = (1/\lambda)^n \sqrt{-\ln(y_i)}$
Закон равномерной плотности	$f(x) = 1/(b - a)$	$X_i = (b - a)y_i - a$
Нормальный закон	$f(x) = 1/(\sigma\sqrt{2\pi})e$ - - $(x - x\,)^2/2\sigma^2$	$X_i = \arg Q(y_i)\, \sigma(X) + \bar{X}$

3. Программа моделирования непрерывной случайной величины

Программа моделирования непрерывной случайной величины, распределенной по закону Вейбулла, и результаты счета по ней могут иметь вид:

```
10 PRINT `ВВЕДИТЕ N, L, M`
15 INPUT N, L, M
20 PRINT # 1, `ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ`
25 PRINT # 1, `N – ПАРАМЕТР ЗАКОНА`
30 PRINT # 1, `L – ИНТЕНСИВНОСТЬ`
35 PRINT # 1, `M – КОЛИЧЕСТВО РАЗЫГРЫВАЕМЫХ ВЕЛИЧИН`
40 PRINT # 1, `N=`N, `L=`L, `M=`M
45 PRINT # 1, `РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ`
50 FOR I=1 TO M
55 R(I) = RND
60 T(I) =1/L((-LOG(R(I))^(1/N))
65 PRINT # 1, `R(T) = `R(I), `T(T)=`T(I)
70 NEXT I
75 END
```

Исходные данные

N – параметр закона;

L – интенсивность;

M – количество разыгрываемых величин

N=2 L=2 M=10

Результаты вычислений

R(1)=.0407319 T(1)=.894531

R(2)=.528293	T(2)=.399407
R(3)=.803172	T(3)=.234087
R(4)=.0643915	T(4)=.828066
R(5)=.157805	T(5)=.679411
R(6)=.367305	T(6)=.500391
R(7)=.783585	T(7)=.246919
R(8)=.395769	T(8)=.481384
R(9)=.322346	T(9)=.532006
R(10)=.372165	T(10)=.497096

4. Варианты заданий

Получить 20 значений непрерывной случайной величины, распределенной по закону $f(t) = n\lambda^n t^{n-1} e^{-\lambda^n t^n}$.
Значения n и λ для соответствующего варианта взять из табл. 8.

Таблица 8

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	1	1	1	1	2	2	2	2,5	3,0	3,5
λ	0,5	1,5	2,5	3,5	2,0	3,0	4,0	0,5	1,0	1,5

5. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Методика моделирования непрерывной случайной величины.
3. Блок-схема алгоритма и программа моделирования случайной величины по закону Вейбулла.
4. Исходные данные.
5. Результаты счета.

Лабораторная работа № 9

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТО И ТР АВТОМОБИЛЕЙ

Цель работы:

- изучить метод статистических испытаний (метод Монте-Карло);
- приобрести практические навыки моделирования процессов ТО и Р автомобилей методом Монте-Карло.

1. Общие положения

При моделировании процессов отрасли автомобильного транспорта широкое применение находит метод статистических испытаний (метод

Монте-Карло), который представляет собой совокупность приемов и методов, позволяющих имитировать (воспроизводить случайные процессы) с применением аппарата случайных чисел.

Данный метод позволяет проигрывать ситуацию на модели несколько раз, причем значения факторов выбираются случайно, но в соответствии с законом их распределения, за счет чего задача решается в условиях, максимально приближенных к действительности. Другие параметры (неслучайные) при этом изменяются целенаправленно. В результате можно выбрать такие параметры работы объекта, которые соответствуют оптимальному значению экономического показателя или оптимальной структуре. Это дает возможность избежать дорогостоящих экспериментов.

При моделировании процессов ТО и Р на ЭВМ заданный закон распределения случайных величин (интервал времени между поступающими заявками на ТО и Р, продолжительность ТО и Р) формируется по специальному алгоритму стандартной или специальной программой.

Результат каждого испытания записывается в память ЭВМ, которая производит статистическую обработку результатов всех испытаний и получает статистические характеристики выходных величин, интересующих экспериментатора.

Полученные результаты будут тем надежнее, чем больше проведено испытаний, поэтому обычно проводят не менее 50 испытаний для каждого варианта исходных данных.

2. Алгоритм моделирования процессов ТО

Пример. Провести моделирование процессов обслуживания автомобилей одним постом ТО на ЭВМ.

Составляем блок-схему алгоритма моделирования процесса обслуживания автомобилей (рис. 16). Этот алгоритм сводится к следующим действиям:

1. Полагаем вначале, что i - номер автомобиля, t_i - время прихода i-го автомобиля, r_i - время ухода (окончания обслуживания) i-го автомобиля равны нулю (блок 3).

2. Увеличиваем i на единицу, моделируя этим появление следующего автомобиля (блок 4).

3. Обращаемся к устройству генерирования случайных чисел и получаем случайный интервал времени Δt_i, через который появится i-й автомобиль, и время обслуживания S_i i-го автомобиля (блок 5).

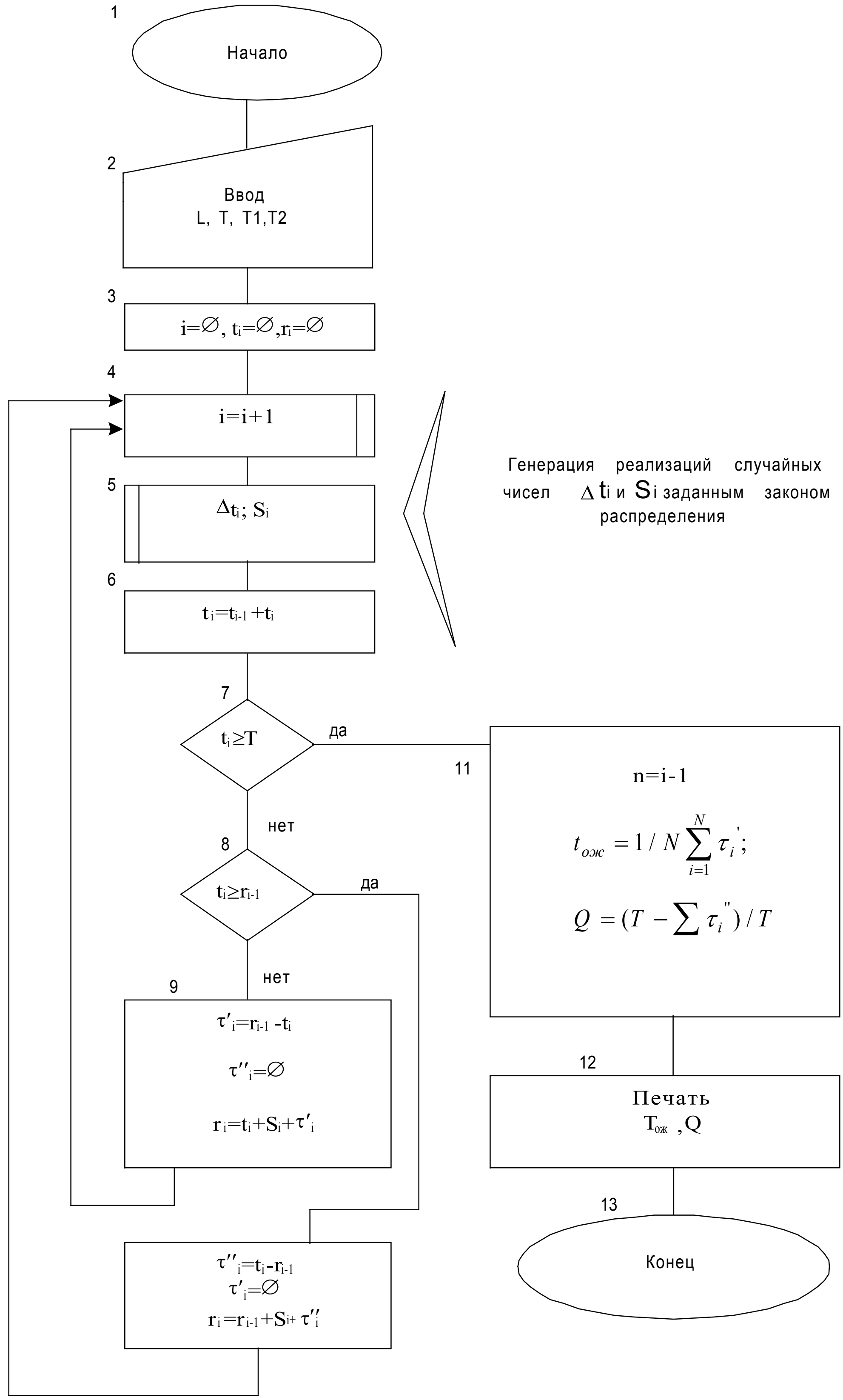


Рис. 16. Блок-схема алгоритма моделирования процессов обслуживания автомобилей

4. Вычисляем момент t_i появления очередного i-го автомобиля (блок 6)

$$t_i = t_{i-1} + t_i .$$

5. Сравниваем, что больше: величина t_i или моделируемое время T работы поста ТО, например, рабочий день (смена) (блок 7). Если $t_i \geq T$, то считаем, что моделирование закончено, и рассчитываем среднее время ожидания автомобиля обслуживания $t_{\text{ож}}$ и процент загрузки поста Q (блок 11). Если же $t_i < T$, то следует выполнять следующее действие (блок 8).

6. Сравниваем, что больше: величина t_i или r_{i-1}, т.е. определяем, свободен или нет пост к проходу i-го автомобиля (блок 8). Если $t_i < r_{i-1}$, то пост занят, выполняем действие 9, а в противном случае действие 10.

7. Пост занят, если $t_{\text{ш}} < r_{i-1}$, и начинается обслуживание нового автомобиля как только пост освободится от обслуживания предыдущего, поэтому прежнее значение времени ухода автомобиля надо заменить на новое $r_i = t_i + S_i + \tau'_i$ и затем выполнить действие 4. Время ожидания обслуживания i-м автомобилем $\tau'_i = r_{i-1} - t_i$.

8. Пост свободен, если $t_i > r_{i-1}$, и может принять к обслуживанию следующий автомобиль по истечении времени простоя, рассчитываемого по формуле $\tau'' = r_{i-1} - t_i$. Прежнее значение времени ухода автомобиля также заменяется на новое $r_i = r_{i-1} + S_i + \tau''_i$ и выполняется действие 4.

9. Значения τ'_i *и* τ''_i передаются в блок 11, где рассчитываются значения $t_{\text{ож}}$ и Q по формулам:

$$t_{\text{ож}} = 1/N\sum_{i=1}^{N}\tau_i';$$

$$Q = ((T - \sum_{i=1}^{N-1}\tau''_i)/T)100\,\%,$$

где N - общее число обслуженных автомобилей.

3. Программа моделирования

Программа моделирования процессов обслуживания автомобилей одним постом ТО может иметь вид:

```
20 PRINT Введите объем выборки Н :\INPUT Н
25 PRINT `Введите время начала и конца работы поста Tl, T2`:
30 INPUT Bl, B2\ PRINT
35 PRINT `Введите интенсивность прибытия автомобилей`:
40 PRINT `На пост и среднее время обслуживания L, T`:
```

```
45 INPUT L, Ml \ PRINT
50 M=l / Ml
55 T(0)=0\ R(0)=0 \ C1=0\ C2=0
60 FOR I=1 TO H
б5 Rl(I)=RND(1)
70 T1(1)=1/L*LOG(R1(I))
75NEXT I
80 RANDOMIZE
85 FOR I=1 TO H
90 R2(I)=RND(1)
95 T2(I)=-1/M*LOG(R2(I))
100 NEXT I
105 A=B2-B1
110 FOR I=1 TO H
115 N=1
120 T(I)=T(I-l)+T1(I)
125 IF T(I)≥ A THEN 175
130 IF T(I)>R(I-1) THEN 150
135 T3(I)=R(I-1)-T(I)
140 R(I)=T(I)+T2(I)+T3(I)
145 T4(I)=0 \ GO TO 165
150 T4(I)==T(I)-R(I-1)
155 R(I)=R(I-1)+T2(I)+T4(I)
160 T3(I)=0
165 C1=C1+T3(I)\C2=C2+T4(I)
170 NEXT I
175 Q1=C1/N
180 Q2==(A-C2)/A*100
185 PRINT `Вывод результатов на экран нужен? ( 0-да, 1-нет)`:
190 INPUT X: IF X<>0 GO T0 270
195 OPEN` LP: ` FOR OUTPUT AS FILE 1
200 PRINT #1, `Исходные данные`
205 PRINT #1,` Tl=`Bl; `T2=` B2; `L=`L; T=` Ml; H=`H
210 PRINT #1, `Результаты вычислений`
215 PRINT #1,`N: Обозн.: Наименование
220 PRINT #1, `Результат`
225 FOR I=l TO 62 \ PRINT #1,`-`: NEXT I \ PRINT #1,`-`
```

```
230 PRINT #1,`1: tож : ср. время ожидания обслуживания
235 PRINT #1, Ql
240 PRINT #1,` 2: Q: процент загрузки поста
245 PRINT #1, Q2
250 PRINT #1, `3: L: интенсивность прибытия автомобилей
255 PRINT #1, L
260 PRINT #1, ` 4: T: среднее время обслуживания
265 PRINT #1, M1
267 PRINT #1, ‘ 5 :  N  : количество обслуженных автомобилей
269 PRINT #1, N
300 CLOSE #1
400 END
```

Работа на ЭВМ по приведенной программе с принятыми исходными данными дает на печать результаты счета следующего вида

Исходные данные:

$T\,1 = 2$, $T\,2 = 16$, $L = 1$, $T = 0.2$, $N = 50$.

Результаты вычислений

Номер	Обозначение	Наименование	Результат
1	$t_{ож}$	Среднее время ожидания обслуживания	0,0279
2	Q	Процент загрузки поста	65,226
3	L	Интенсивность прибытия автомобилей	1
4	T	Среднее время обслуживания	2
5	N	Количество обслуженных автомобилей	5

4. Указания к выполнению лабораторной работы

Изучить содержание алгоритма и программы моделирования процессов ТО и Р методом статистических испытаний.

Ввести программу в ЭВМ и провести расчет показателей функционирования поста ТО автомобилей. Исходные данные к расчету взять из таблицы согласно номеру варианта задания. Провести анализ результатов моделирования.

Номер варианта	Начало работы поста *T*1,ч	Конец работы поста *T*2,ч	Интенсивность прибытия автомобилей на пост ТО *L*, авт/ч	Среднее время обслуживания t,ч	Законы распределения случайной величины
1	7	16	1,0	0,2	Показательный
2	8	18	1,5	0,3	«
3	9	20	2,0	0,4	Вейбулла
4	6	18	2,5	0,5	«
5	7	17	3,0	0,6	Релея
6	6	16	1,0	0,7	«
7	7	17	2,0	0,8	Показательный
8	8	18	3,0	0,9	«
9	9	19	4,0	0,8	Вейбулла
10	8	20	5,0	0,7	«
11	7	19	4,0	0,6	Релея
12	6	18	3,0	0,5	«
13	7	17	2,0	0,4	Показательный
14	8	20	1,0	0,3	«
15	9	21	0,5	0,2	«

5. Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Сущность метода Монте-Карло.
3. Блок-схема алгоритма моделирования процесса ТО автомобилей и его описание.
4. Исходные данные.
5. Результаты счета и их анализ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Значения $P_{опытн}(\chi^2, r)$, вычисленные в зависимости от числа степеней свободы r и опытного значения χ^2

χ^2	Число степеней свободы $r = K - \cdot S$								
	2	3	4	5	6	7	8	10	12
1	606	801	909	962	985	994	998	999	999
2	367	572	735	849	919	959	981	996	999
3	223	391	557	200	808	885	934	981	995
4	135	260	406	549	676	779	857	947	983
5	082	171	287	415	543	660	757	891	958
6	049	111	199	306	423	539	647	815	916
7	030	071	135	220	320	428	536	725	857
8	018	046	091	156	238	332	433	629	758
9	011	029	061	109	173	252	342	537	702
10	006	018	040	075	124	188	265	440	616
11	004	011	026	051	088	138	201	357	528
12	002	007	017	034	062	100	151	285	445
13	001	004	011	023	043	072	111	223	369
14		002	007	014	029	051	081	173	300
15		001	004	010	020	036	059	132	241
16		001	003	006	013	025	042	099	191
17			001	004	009	017	030	074	149
18			001	002	006	012	021	055	115
19				001	004	008	014	040	088
20				001	002	005	010	029	067
21					001	003	007	021	050
22					001	002	004	015	037
23						001	002	009	025
24						001	002	007	020
25							001	005	015
26							001	003	010

Таблица 2

Критические значения вероятностей критерия Колмогорова

$P(\lambda) = P\{\max | F(x)_{\text{опытн}} - F(x)_{\text{теор}} | \sqrt{n}$, где n – число испытаний

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,0	1,0	0,7	0,711	1,4	0,040
0,1	1,0	0,8	0,544	1,5	0,022
0,2	1,0	0,9	0,393	1,6	0,012
0,3	1,0	1,0	0,270	1,7	0,006
0,4	0,997	1,1	0,176	1,8	0,003
0,5	0,964	1,2	0,112	1,9	0,002
0,6	0,864	1,3	0,068	2,0	0,001

Таблица 3

Значения гамма-функции Эйлера в зависимости от параметра α

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty X^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

α	Γ(α)	α	Γ(α)	α	Γ(α)	α	Γ(α)
1,00	1,000	1,25	0,906	1,50	0,886	1,75	0,919
01	0,994	26	0,904	51	0,886	76	0,921
02	0,988	27	0,902	52	0,887	77	0,923
03	0,983	28	0,900	53	0,887	78	0,926
04	0,978	29	0,899	54	0,888	79	0,928
1,05	0,973	1,30	0,897	1,55	0,888	1,80	0,931
06	0,968	31	0,896	56	0,889	81	0,934
07	0,964	32	0,894	57	0,890	82	0,936
08	0,959	33	0,893	58	0,891	83	0,939
09	0,955	34	0,892	59	0,892	84	0,942
1,10	0,951	1,35	0,891	1,60	0,893	1,85	0,945
11	0,947	36	0,890	61	0,894	86	0,948
12	0,943	37	0,889	62	0,895	87	0,951
13	0,939	38	0,888	63	0,897	88	0,955
14	0,936	39	0,887	64	0,898	89	0,958
1,15	0,933	1,40	0,887	1,65	0,900	1,90	0,961
16	0,929	41	0,886	66	0,901	91	0,965
17	0,926	42	0,886	67	0,903	92	0,968
18	0,923	43	0,886	68	0,905	93	0,972
19	0,920	44	0,885	69	0,906	94	0,976
1,20	0,918	1,45	0,885	1,70	0,908	1,95	0,979

Окончание табл. 3

α	Г(α)	α	Г(α)	α	Г(α)	α	Г(α)
21	0,915	46	0,885	71	0,910	96	0,983
22	0,913	47	0,885	72	0,912	97	0,987
23	0,910	48	0,885	73	0,914	98	0,991
24	0,908	49	0,885	74	0,916	99	0,995
1,25	0,906	1,50	0,886	1,75	0,919	2,00	1,00

Таблица 4

Зависимость между коэффициентом вариации и параметром формы закона Вейбулла $n = \psi(v) = \psi[\sigma(t)/M(t)]$

$V = \sigma(t)/M(t)$	n	$V = \sigma(t)/M(t)$	n
15,83	0,2	0,640	1,6
5,29	0,3	0,605	1,7
3,14	0,4	0,575	1,8
2,24	0,5	0,547	1,9
1,24	0,6	0,523	2,0
1,46	0,7	0,498	2,1
1,26	0,8	0,480	2,2
1,11	0,9	0,461	2,3
1,00	1,0	0,444	2,4
0,910	1,1	0,428	2,5
0,837	1,2	0,365	3,0
0,775	1,3	0,315	3,5
0,723	1,4	0,281	4,0
0,678	1,5		

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Завадский Ю.В. Статистическая обработка эксперимента в задачах автомобильного транспорта. - М.: МАДИ, 1982. – 136 с.
2. Максимов С.А. Математическое моделирование. Прикладные задачи: Учеб. пособие. - Владимир, 1997. – 192 с.
3. Харазов А.М., Цвид С.Ф. Методы оптимизации в технической диагностике машин. - М.: Машиностроение, 1983. – 132 с.
4. Сергеев А.Г. Метрологическое обеспечение эксплуатации технических систем: Учеб. пособие. - М.: МГОУ, 1994. – 487 с.

5. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ. - М.: Наука, 1987. - 240 с.
6. Теннант-Смит Дж. Бейсик для статистиков: Пер. с англ. - М.: Мир, 1988. - 208 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа № 1. **Разработка алгоритма поиска неисправностей** 3
Лабораторная работа № 2. **Числовые характеристики случайной величины** 9
Лабораторная работа № 3. **Законы распределения дискретной случайной величины** 11
Лабораторная работа № 4. **Обработка экспериментальных данных** 16
Лабораторная работа № 5. **Статистическая оценка гипотез. Критерии согласия** 21
Лабораторная работа № 6. **Нормирование параметров технического состояния элементов автомобиля** 25
Лабораторная работа № 7. **Обработка опытных данных по закону Вейбулла** 30
Лабораторная работа № 8. **Моделирование непрерывной случайной величины** 40
Лабораторная работа № 9. **Моделирование процессов ТО и ТР автомобилей** 43
ПРИЛОЖЕНИЕ 50

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ
АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА

Методические указания к лабораторным работам

Составители
КОНОВАЛОВ Станислав Иванович
АЛЕХИН Дмитрий Борисович

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой профессор Ю.В. Баженов
Редактор Е.А. Амирсейидова
Корректор В.В. Гурова
ЛР № 020275. Подписано в печать 24.04.02.
Формат 60x84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Таймс.
Печать офсетная. Усл.-печ. л. 3,25. Уч.-изд. л. 3,45. Тираж 100 экз.
Заказ
Редакционно-издательский комплекс
Владимирского государственного университета.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.