Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Б. А. БЕЛЯЕВ

МЕХАНИКА

Учебное пособие

Рекомендовано федеральным государственным бюджетным учреждением «Федеральный институт развития образования» (ФГБУ «ФИРО») в качестве учебного пособия для использования в образовательном процессе образовательных организаций, реализующих программы высшего образования по направлениям подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств (уровень бакалавриата)

ВлГУ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Владимир 2019

УДК 621.01
ББК 34.41
Б44

Рецензенты:
Кандидат технических наук
доцент Российской академии народного хозяйства
и государственной службы при Президенте Российской Федерации
С. В. Поляков

Кандидат технических наук
доцент кафедры физики и прикладной математики
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
А. А. Плеханов

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Беляев, Б. А.
Б44 Механика : учеб. пособие / Б. А. Беляев ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2019. – 185 с. – ISBN 978-5-9984-1017-8.

Содержится целостное, системное и компактное изложение материала по основным разделам дисциплины, которая рассматривает общетехнические вопросы структуры, кинематики и динамики механизмов современной техники. Представлен необходимый минимум для сдачи экзамена или зачёта, может использоваться студентами для самостоятельного изучения разделов дисциплины.

Предназначено для студентов 1, 2 и 3-го курсов очной и заочной форм обучения с элементами дистанционных образовательных технологий по направлениям подготовки бакалавриата 15.03.05 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.04 – Автоматизация технологических процессов и производств, а также может быть полезно студентам, изучающим соответствующие разделы дисциплины таких направлений подготовки, как 28.03.02 – Наноинженерия, 27.03.05 – Инноватика, 13.03.03 – Энергетическое машиностроение, 20.03.01 – Техносферная безопасность, 12.03.05 – Лазерная техника и лазерные технологии, 28.03.01 – Нанотехнологии и микросистемная техника и др.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 204. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.01
ББК 34.41

ISBN 978-5-9984-1017-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие содержит четыре самостоятельных раздела.

Первый раздел «Основы теоретической механики» состоит из трёх подразделов: статика изучает условия, при которых тело находится в равновесии; кинематика излагает законы движения материальных тел без учёта силовых факторов, вызывающих это движение, т. е. с геометрической точки зрения; динамика в отличие от кинематики изучает законы движения материальных тел с учётом силовых факторов, вызывающих это движение.

Второй раздел «Основы сопротивления материалов» посвящён изучению сопротивления материалов – науке о прочности и деформируемости материалов и элементов строительных и технических конструкций. Усвоение этого раздела невозможно без знания основ статики.

В третьем разделе «Основы теории механизмов и машин» рассматриваются общие вопросы теории механизмов и машин (ТММ) – строение, кинематика и динамика механизмов и машин, синтез различных механизмов. Из названия этого раздела следует, что основным понятием ТММ является понятие «машины», а основу любой машины составляют механизмы.

Четвёртый раздел «Основы конструирования и детали машин» – прикладной раздел механики. Он изучает возможность практического применения методов и приёмов теоретической механики и сопротивления материалов при конструировании и проектировании машин, механизмов, сооружений и других технических конструкций.

ВВЕДЕНИЕ

Механика (греч. Μηχανική – искусство построения машин), одна из древнейших наук, изучает механическое движение и взаимодействие материальных тел.

Она развивалась по мере накопления человечеством знаний об окружающем мире, своевременно отвечая на многочисленные запросы практики.

Древнегреческого математика, физика и инженера Архимеда (ок. 287 – 212 гг. до н. э.) заслуженно считают основоположником механики; он получил точное решение задач о равновесии сил, приложенных к рычагу.

Знаменитый итальянский художник, механик и инженер Леонардо да Винчи (1452 – 1519) внёс большой вклад в развитие механики, в частности, ввел понятие момента сил.

Революция в науке обязана деятельности большого числа учёных, среди которых наиболее выдающимися были французский военный инженер и физик Шарль Огюстен де Кулон (1736 – 1806), английский естествоиспытатель и изобретатель Роберт Гук (1635 – 1703), английский физик, математик, механик и астроном Исаак Ньютон (1642 – 1727). Его труд «Математические основания натуральной философии» (1687) как бы завершил научную революцию и явился основой для создания не только ньютоновской механики, но и нового миропонимания. Его значение для техники и по сей день остаётся непоколебимым.

Большое влияние на развитие механики оказали труды русского академика Михаила Васильевича Ломоносова (1711 – 1765). Знаменитый русский математик и механик Пафнутий Львович Чебышев (1821 – 1894) разработал основы структурной теории механизмов. «Отец русской авиации» Николай Егорович Жуковский (1847 – 1921) предложил способ, позволяющий задачи динамики механизмов любой сложности свести к задаче о равновесии рычага.

Коренное изменение в методах исследования механизмов произвёл русский учёный-механик Леонид Владимирович Ассур (1876 – 1920).

Основы графоаналитической динамики заложил австрийский учёный Фердинанд Виттенбауэр (1857 – 1922).

Имя русского академика Ивана Ивановича Артоболевского (1905 – 1977) известно не только в нашей стране, но и за её пределами. Им написаны многочисленные труды по структуре, кинематике и синтезу механизмов, динамике машин, теории машин-автоматов, робототехнике.

Раздел 1
ОСНОВЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Теоретическая механика – наука об общих законах механического движения и взаимодействия материальных тел под действием приложенных к ним сил.

Будучи по существу одним из разделов физики, теоретическая механика, вобрав в себя фундаментальную основу в виде аксиоматики, выделилась в самостоятельную науку и получила широкое развитие благодаря своим обширным и важным приложениям в естествознании и технике, одной из основ которых она является.

По характеру рассматриваемых задач теоретическую механику принято разделять на статику, кинематику и динамику.

1. СТАТИКА

Статика (от греч. στατός, неподвижный) изучает условия равновесия материальных тел (покой или равномерное и прямолинейное движение) под действием приложенных к ним сил и моментов.

Статика – самый старый раздел механики; некоторые из её принципов были известны уже древним египтянам, о чём свидетельствуют построенные ими пирамиды.

Среди первых создателей теоретической статики был Архимед (287 – 212 гг. до н. э.), который разработал теорию рычага: *тяжести, уравновешивающиеся на равных длинах, будут тоже равны.*

Родоначальником современной статики считают голландского математика, физика и механика Симона Стевина (1548 – 1620), который в 1586 году сформулировал правило векторного сложения сил, или правило параллелограмма.

Французский математик, астроном, физик и механик Жиль Персонн Робельваль (1602 – 1675) в своём труде «Трактат по механике» осуществил систематизацию и завершение геометрической статики Стевина, причём в основу своего понимания статики положил два фундаментальных закона: закон равенства моментов сил и закон параллелограмма сил, но второй закон получил намного более чёткую формулировку, чем у Стевина, и впервые рассматривался в качестве всеобщего закона статики.

Французский математик и механик Луи Пуансо (1777 – 1859) в своём трактате «Начала статики» подчеркнул, что механика должна непосредственно обслуживать запросы практики.

Содержание статики составляют две основные задачи:

1. Первая задача о приведении системы сил заключается в замене данной системы сил другой, наиболее простой, ей эквивалентной.

2. Вторая задача состоит в определении условий, при которых система сил, приложенная к телу, будет уравновешенной системой.

1.1. Основные понятия и определения статики

Как во всякой естественной науке в теоретической механике используются идеализированные понятия, которые служат моделью для построения приближенной теории движения и равновесия реальных физических объектов.

Материальная точка (простейшая физическая модель в механике) – обладающее массой тело, размерами, формой, вращением и внутренней структурой которого можно пренебречь в условиях исследуемой задачи.

В классической механике масса материальной точки полагается постоянной во времени и не зависящей от каких-либо особенностей её движения и взаимодействия с другими точками (телами).

Тело можно считать материальной точкой, если расстояния, проходимые телом, значительно больше размеров этого тела; тело движется поступательно, т. е. все его точки движутся одинаково в любой момент времени.

Абсолютно твёрдое тело (*или абсолютно жёсткое тело*) – второй опорный объект механики наряду с материальной точкой, но имеет собственное содержание. Существует несколько определений абсолютно твёрдого тела. Вот одно из них:

Абсолютно твёрдое тело – модельное понятие классической механики, обозначающее совокупность точек, расстояние между текущими положениями которых не меняется каким бы воздействиям данное тело в процессе движения ни подвергалось.

На рис. 1 условно показана модель абсолютно твёрдого тела: F – внешняя сила; Δm_i – элементарная масса; r_{jk} – расстояние между точками j и k (r_{jk} = const).

Строго говоря, абсолютно твёрдых тел в природе не существует, однако в очень многих случаях, когда деформация тела мала и ею можно пренебречь, реальное тело может (приближённо) рассматриваться как абсолютно твёрдое без ущерба для решения конкретной задачи.

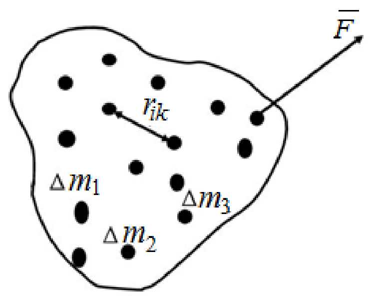


Рис. 1. Модель абсолютно твёрдого тела

Механическая система – любая совокупность материальных точек или твёрдых тел, в которой положение и движение каждой точки или тела зависят от положения и движения всех остальных.

Тела в природе различным образом взаимодействуют между собой или окружающей средой. Механическое взаимодействие тел, влияющее на их состояние покоя или движения (механическое состояние), характеризуется силой.

Сила – это мера механического взаимодействия тел между собой. Она характеризуется тремя элементами: числовым значением, направлением и точкой приложения, т. е. *сила – величина векторная*. При этом числовое значение силы называют *модулем вектора силы*. Направлением силы считается направление, в котором перемещалось бы изначально покоящееся (неподвижное) тело под действием этой силы.

Прямая линия, вдоль которой направлен вектор силы, называется *линией действия силы.*

Точкой приложения называют условную точку материального тела, к которой непосредственно приложена сила. Во многих расчётах точка приложения оказывает решающее значение на результат силового воздействия – от неё будет зависеть характер движения тела.

Графически силу определяют отрезком прямой со стрелкой, при этом начало отрезка совпадает с точкой приложения силы, а его длина в определённом масштабе равна модулю вектора силы. Силу в основном обозначают латинской буквой $\boldsymbol{F}$ (от англ. *force*), где жирный шрифт указывает, что это вектор (рис. 2).

В соответствии с Международной системой единиц измерения (СИ) за единицу измерения силы принимается *ньютон* (Н) – сила, сообщающая телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы.

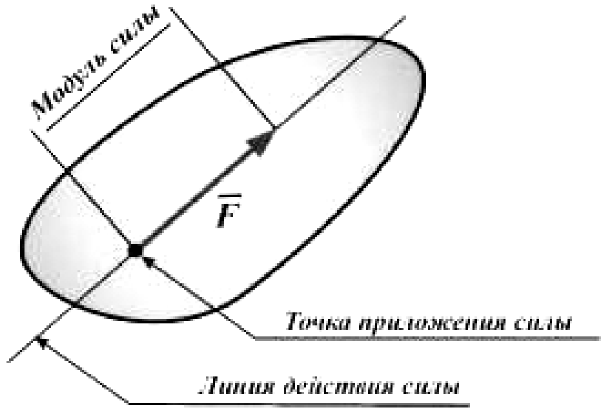


Рис. 2. Графическое представление силы

Предупреждение. Не следует вектор $\boldsymbol{F}$, которым изображается сила, действующая на тело, отождествлять с этой силой. Вектор $\boldsymbol{F}$ – образ силы, но не сила.

Свободным вектором называется вектор, который характеризуется только модулем и направлением. Он не связан с какой-либо определённой прямой линией или точкой. Начало такого вектора может быть выбрано произвольно (свободно) в любой точке пространства.

Скользящий вектор расположен произвольно на своей линии действия, т. е. связан с прямой, по которой он направлен.

Связанный вектор характеризуется модулем, направлением и точкой приложения и называется также *приложенным*, или *неподвижным*.

Силы, действующие на тело (или система сил), делятся:

1. На внешние:

– активные (заданные), которые вызывают перемещение тела;

– реактивные стремятся противодействовать перемещению тела под действием внешних сил.

2. Внутренние силы возникают в теле под действием внешних сил.

Однако такое деление сил условно и зависит от постановки задачи и даже метода её решения. Если, например, данную систему сил (совокупность сил, действующих на тело) рассечь на части и рассматривать равновесие каждой из частей в отдельности, то многие внутренние силы цельной системы станут для отдельных её частей внешними.

Условное (мысленное) расчленение системы сил на отдельные составляющие части называют *методом сечений*, который широко применяется при решении задач в сопротивлении материалов и позволяет определить внутренние силы, действующие в заданной системе.

Эквивалентная система сил действует так же, как заданная.

Уравновешенная (эквивалентная нулю) система сил, приложенная к телу, не изменяет его состояния.

Систему сил, действующих на тело, можно заменить одной *равнодействующей силой*, действующей так же, как и система сил. Равнодействующая сила равна геометрической сумме всех сил, действующих на тело.

Уравновешивающая сила – это сила, которая приводит тело в состояние покоя (равновесия).

Сила, приложенная к телу в какой-либо одной его точке, называется *сосредоточенной.* Понятие о сосредоточенной силе условно, так как практически приложить силу в точке нельзя. Сила, которую в механике рассматривают как сосредоточенную, представляет собой равнодействующую некоторой системы распределённых сил.

Распределённые силы – силы, действующие на все точки некоторой линии l (рис. 3, *а*), поверхности S (рис. 3, *б*) или объёма V (рис. 3, *в*); они характеризуются величиной q *интенсивности распределения силы*.

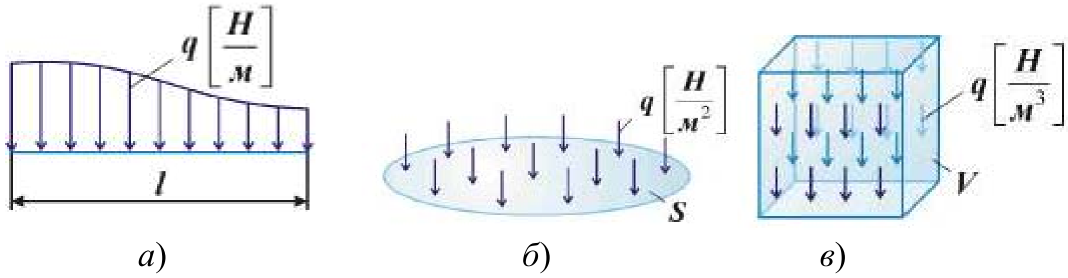


Рис. 3. Распределённые силы

Поскольку все аксиомы и теоремы статики формулируются для сосредоточенных сил, то на примере можно рассмотреть переход от распределённых сил к сосредоточенной. Равнодействующую $\boldsymbol{G}$ распределённых на линии параллельных сил постоянной интенсивности $\boldsymbol{q}$ определяют по формуле $G = q \cdot l$, где l – длина тела (рис. 4).

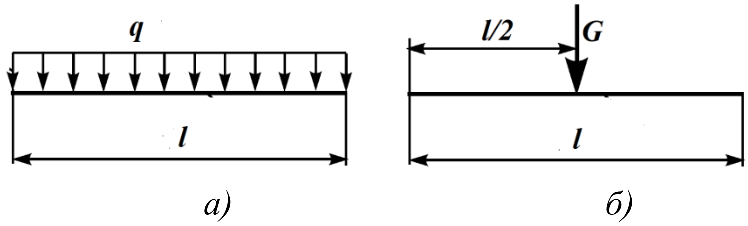


Рис. 4. Силы: а – равномерно распределённые;
б – сосредоточенная

Свободное тело – материальное тело, перемещения которого из данного положения в любом направлении в пространстве не ограничены другими телами. Если тело из-за противодействия со стороны другого тела (или системы тел) не может перемещаться в одном или нескольких направлениях, то оно называется *несвободным,* или *связанным*.

Понятие абсолютно свободного тела также абстрактно, как и понятие абсолютно жёсткого или абсолютно покоящегося (неподвижного) тела. В природе не существует абсолютно свободных тел, так как все тела и материальные точки, имеющие массу, подвержены силовому взаимодействию между собой. Тем не менее при решении ряда практических задач несущественные связи между телами и материальными точками не учитываются, что приводит к ничтожно малым погрешностям в расчётах. Поэтому в статике свободным считается такое тело, которое не испытывает ощутимых препятствий своему перемещению или движению в любом направлении.

1.2. Связи и их реакции

Как упоминалось раньше, статика изучает условия, при которых тела и материальные точки находятся в состоянии равновесия. Решение задач равновесия тел не должно представлять трудности – неизвестные силы можно найти, зная, что они должны уравновешиваться известными силами, отсюда и путь к решению. Тем не менее основная сложность при расчётах заключается в том, что силы – векторные величины, и для решения задач необходимо знать не только их скалярные размерности (модули), но и направление в пространстве, а также точки приложения. В результате получается, что каждая неизвестная сила содержит три вопроса: куда она направлена, где приложена и какова её размерность? Исключить некоторые неизвестные составляющие сил помогает анализ связей между телами. Уже известно, что все тела и материальные точки подразделяются на свободные и связанные (несвободные).

В статике чаще всего приходится решать задачи, в которых рассматривается условие равновесия *связанных* тел, т. е. имеющих некоторые (или полные) ограничения на перемещение в пространстве относительно других тел.

Эти ограничения и называют *связями* – материальные тела, накладывающие ограничения на положения и скорости тел механической системы, которые должны выполняться при любых действующих на систему силах.

Анализ связей позволяет понять, какие силовые факторы возникают в них при противодействии перемещению связанного тела. Эти силовые факторы называют *силами реакции,* или *реакциями связей* (их просто называют *реакциями*). Силы, которыми тело воздействует (давит) на связи, называют *силами давления*. Силы реакций и давлений приложены к разным телам, поэтому не представляют собой систему сил.

Силы, не являющиеся реакциями связей, называют *активными силами*, это силы, стремящиеся перемещать тело, к которому они приложены, в пространстве. Активные силы часто называют *нагрузками*. Эти силы, как и реакции связей, относятся к разряду *внешних сил*.

Реактивные силы препятствуют перемещению тела в пространстве. Силы реакции связей относятся к реактивным силам. Реакция связи направлена в сторону, противоположную той, куда связь не даёт перемещаться телу.

Основные виды связей и их реакции:

1. *Гибкая связь* – нерастяжимые нить, трос, канат, ремень и т. д., вес которых не учитывается. Связь не позволяет телу удаляться от точки подвеса. Поэтому реакции $\boldsymbol{T_1}$ и $\boldsymbol{T_2}$ направлены вдоль нити к точке её подвеса (рис. 5).

2. *Невесомый стержень* (стержневая связь) – стержень, весом которого по сравнению с воспринимаемой нагрузкой можно пренебречь. Реакции $\boldsymbol{S_1}$ и $\boldsymbol{S_2}$ невесомого шарнирно прикреплённого прямолинейного стержня направлены вдоль оси стержня (рис. 6).

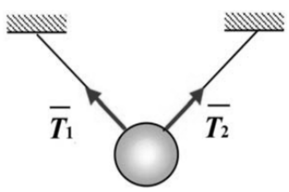


Рис. 5. Гибкая связь

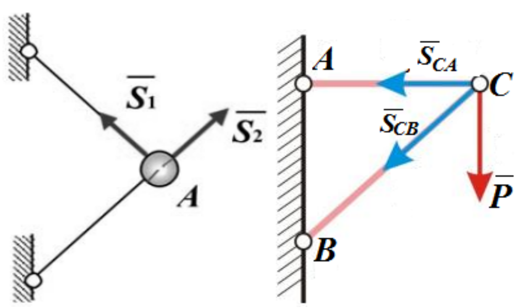


Рис. 6. Стержневая связь

3. *Идеально гладкая поверхность* (*опора*) – материальное тело, имеющее поверхность, силами трения о которую рассматриваемого тела пренебрегают. Такая поверхность не даёт телу перемещаться по направлению общего перпендикуляра (нормали) к поверхностям соприкасающихся тел в точке A их касания. Такая реакция $\boldsymbol{N}$ называется *нормальной* (рис. 7).

4. *Точка соприкосновения* – реакции $\boldsymbol{N_A}$, $\boldsymbol{N_B}$, $\boldsymbol{N_C}$ этой связи, направленные по нормали к другой поверхности (рис. 8).

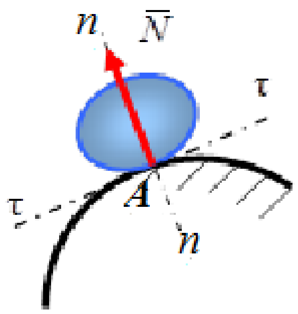


Рис. 7. Гладкая поверхность

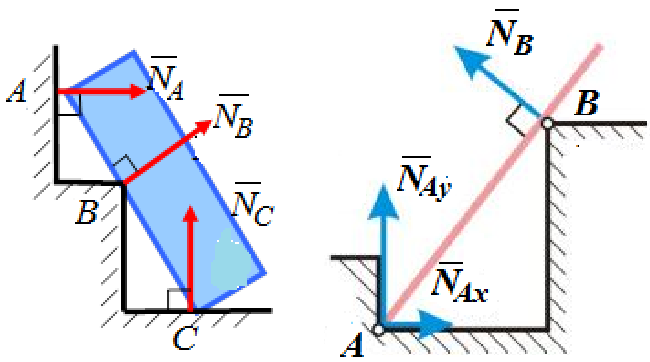


Рис. 8. Точки соприкосновения

5. *Шарнирно-подвижная опора* – опора без трения. Реакции $\boldsymbol{R_A}$ и $\boldsymbol{R_B}$ направлены перпендикулярно к опорной поверхности (рис. 9).

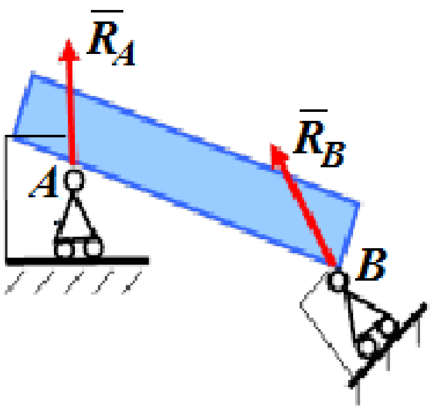


Рис. 9. Шарнирно-подвижная опора

6. *Шарнирно-неподвижная опора* – опора без трения. Реакция $\boldsymbol{R_A}$ проходит через центр шарнира, но направление её неизвестно. При решении задач реакцию такой опоры удобно разложить на две со-

ставляющие $\boldsymbol{R_x}$ и $\boldsymbol{R_y}$, направленные параллельно координатным осям. Каждая из этих составляющих считается неизвестной (рис. 10).

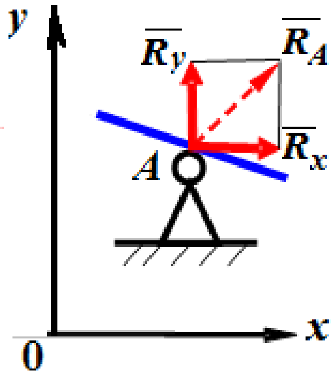


Рис. 10. Шарнирно-неподвижная опора

7. *Жёсткая заделка* – вид связи, которая полностью лишает тело возможности перемещаться в любом направлении и вращаться относительно какой-либо оси или точки (такое тело называется *консольной балкой*). При такой заделке тела в опоре возникает не только реактивная сила $\boldsymbol{R}$, которую можно разложить на $\boldsymbol{R_x}$ и $\boldsymbol{R_y}$, но и реактивный момент $\boldsymbol{M}$ этой пары сил (рис. 11).

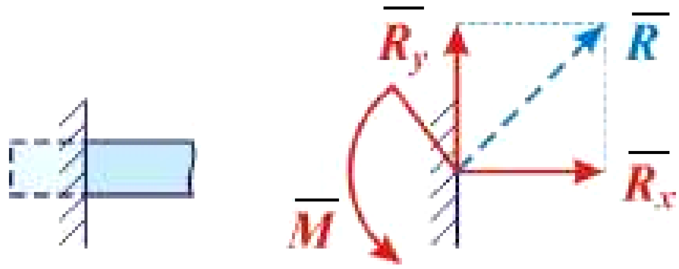


Рис. 11. Схема сил и момента в заделке консольной балки

1.3. Основные аксиомы статики

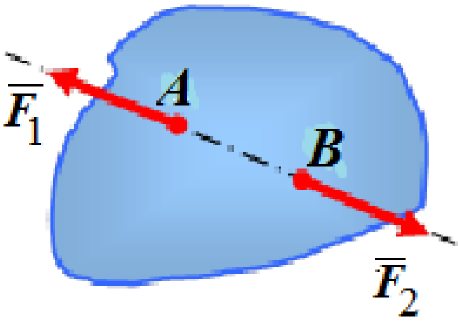
Слово «аксиома» происходит от греческого «аксиос», что означает «ценный, достойный, бесспорное положение, утверждение». Впервые термин «аксиома» встречается у Аристотеля (384 – 322 гг. до н. э.) и переходит в математику от философов Древней Греции. Древнегреческий учёный Евклид (III в. до н.э.) придумал аксиомы, или постулаты, которые были изложены в его знаменитом сочинении «Начала». Но у Евклида разбиение утверждений на аксиомы, или постулаты, различно и он не объясняет их различия, при этом не совпадает и их порядок.

Считают, что аксиома – это исходное положение какой-либо теории, принимаемое в рамках данной теории истинным без требования доказательства и используемое при доказательстве других её положений, которые, в свою очередь, называются теоремами. Основные аксиомы статики были сформулированы Галилео Галилеем и Исааком Ньютоном. Аксиомы выражают основные свойства сил, действующих на тело. Большинство аксиом – это следствие основных законов механики.

Принцип механики (принцип независимости действия сил): *если на материальную точку (тело) действуют одновременно несколько сил, то каждая из этих сил действует независимо от других.*

Набор аксиом называется *непротиворечивым*, если исходя из аксиом набора, пользуясь правилами логики, нельзя прийти к противоречию, т. е. доказать одновременно и некое утверждение, и его отрицание.

Аксиома 1 (аксиома равновесия двух сил): *если на свободное абсолютно твёрдое тело действуют две силы, то тело находится в равновесии, если эти силы равны по модулю и противоположно направлены вдоль одной прямой, т. е.* $\boldsymbol{F_1} = -\boldsymbol{F_2}$ (рис. 12).



$F_1 + F_2 = 0$

Рис. 12. Действие двух равных и противоположно направленных сил

Аксиома 2 (аксиома о добавлении-отбрасывании системы сил, эквивалентной нулю): *равновесие абсолютно твёрдого тела не нарушится, если к нему приложить или от него удалить любую уравновешенную систему сил* $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2) \sim 0$ (рис. 13).

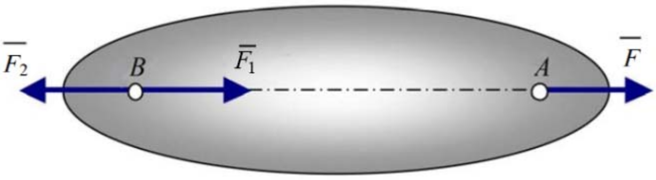


Рис. 13. Равновесие твёрдого тела

Следствие из аксиом: *действие силы на твёрдое тело не изменится, если эту силу перенести по линии её действия в любую точку тела.*

Пусть на тело в точке A действует сила $\boldsymbol{F}$ (см. рис. 13). Приложим к телу по линии действия силы $\boldsymbol{F}$ в точке B две уравновешенные силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$, равные по модулю силе $\boldsymbol{F}$. Система трёх сил $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ будет эквивалентна либо силе $\boldsymbol{F}$, либо силе $\boldsymbol{F}_1$ (так как $\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{F}_2 = -\boldsymbol{F}$, то систему уравновешенных сил $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}$ можно не учитывать). В результате в точке B на тело будет действовать сила $\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F}$, что равносильно переносу силы $\boldsymbol{F}$ из точки A в точку B $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$.

Отсюда следует, что точка приложения силы в статике не имеет значения, достаточно указать только линию действия силы. При этом силу называют скользящим вектором, а не свободным, как в математике.

Аксиома 3 (аксиома параллелограмма сил): *две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и изображаемую диагональю параллелограмма, построенного на этих силах* (рис. 14).

Равнодействующую $\boldsymbol{R}$ сил $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ называют геометрической суммой слагаемых векторов $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$.

Модуль равнодействующей может быть вычислен с использованием теоремы косинусов по следующей формуле:

$R = (F_1^2 + F_2^2 + 2\, F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha)^{1/2}$,

где α – угол между силами $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$.

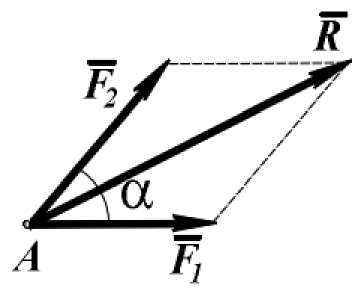


Рис. 14. Равнодействующая двух сил

Следует отличать векторную сумму от скалярной (алгебраической). Следовательно, аксиому 3 можно сформулировать так: *равнодействующая двух сил, действующих на одно тело в одной точке, равна геометрической (векторной) сумме этих сил и приложена в той же точке тела.*

Справедливо и обратное: *силу можно разложить на две составляющие силы, действующие по заранее заданным направлениям* (все три силы $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ лежат в одной плоскости).

Аксиома 4 (аксиома противодействия): *при всяком действии одного тела на другое возникает равное по величине и противоположное по направлению противодействие* (рис. 15).

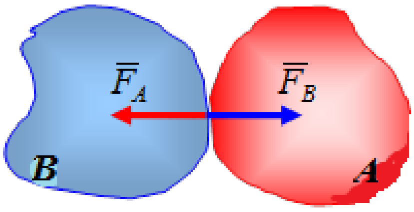


Рис. 15. Силы противодействия

Силы $\boldsymbol{F}_A$ и $\boldsymbol{F}_B$, с которыми два тела *A* и *B* действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны, т. е. $\boldsymbol{F}_A = -\boldsymbol{F}_B$. Эта аксиома соответствует третьему закону Ньютона: *действие всегда равно и противоположно противодействию*. При этом рассматривается случай, когда силы $\boldsymbol{F}_A$ и $\boldsymbol{F}_B$ приложены к разным телам, и в этом случае система сил не является уравновешенной в отличие от случая действия сил в аксиоме 2. Этот принцип утверждает, что в природе не существует односторонних явлений.

Аксиома 5 (принцип отвердевания тела): *равновесие изменяемого (деформируемого) тела, находящегося под данной системой сил, не нарушится, если тело считать отвердевшим* (*абсолютно твёрдым*).

Эта аксиома даёт необходимые, но недостаточные условия равновесия нетвёрдых тел. Следует иметь в виду, конечно, не физическое отвердевание, связываемое с изменением объёма, кристаллизацией и т. п., а воображаемое, идеальное отвердевание без всякого перемещения частиц и изменения объёма тела.

Для равновесия гибкой нити необходимо, чтобы приложенные силы были равны по величине и противоположно направлены, и требуется, чтобы эти силы ещё были растягивающими (рис. 16).

$$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$$

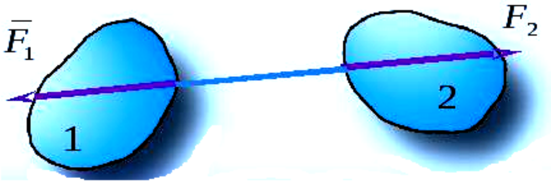


Рис. 16. Равновесие гибкой нити

Аксиома 6 (аксиома связей*): всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями этих связей (рис. 17).*

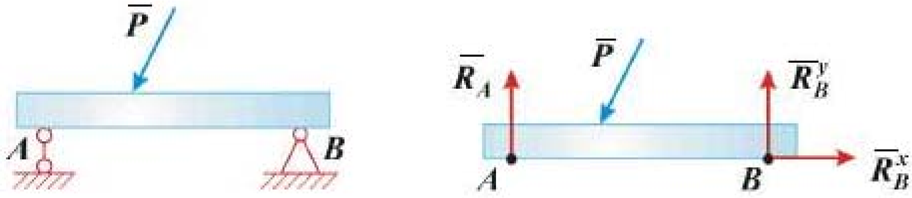


Рис. 17. Аксиома связей

Вывод из аксиомы: *исходная реальная система физических тел заменяется одним телом с силами реакции связи.*

Приведённые аксиомы положены в основу методов решения задач статики. Решение большинства задач проводят в три этапа:

1. Выбирают тело, равновесие которого будет рассматриваться.
2. Отбрасывают связи, заменяя их реакциями, и устанавливают, какая система сил действует на тело.
3. Пользуясь условиями равновесия, находят неизвестные величины.

При решении задач следует строго соблюдать правило: единицы измерения и величин всех слагаемых и обеих частей равенства должны быть одинаковыми.

1.4. Проекция силы на ось и плоскость

В тех случаях, когда на тело действует более трёх сил, а также неизвестны направления некоторых сил, удобнее при решении задач пользоваться не геометрическим, а аналитическим условием равновесия, которое основано на методе проекций сил на оси координат.

Проекция силы на ось – алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла с положительным направлением оси и вектором силы (рис. 18).

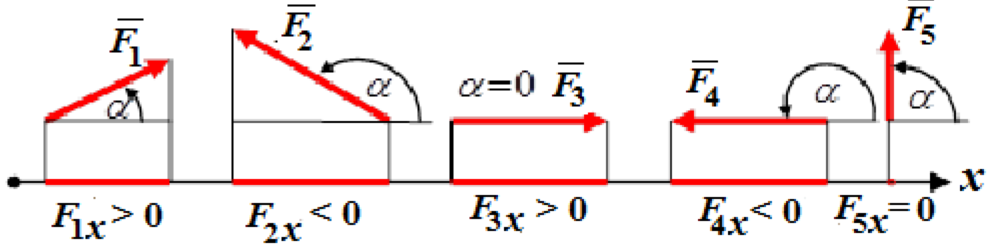


Рис. 18. Проекции силы на ось

Проекция силы на ось может быть положительной ($0 \le \alpha < \pi/2$), равной нулю ($\alpha = \pi/2$) и отрицательной ($\pi/2 < \alpha \le \pi$).

Проекцией силы на плоскость xOy называется вектор, заключённый между проекциями начала и конца силы $\boldsymbol{F}$ на эту плоскость (рис. 19). Таким образом, в отличие от проекции силы на ось (см. рис. 18) проекция силы на плоскость есть величина векторная, так как она характеризуется не только своим численным значением, но и направлением в плоскости xOy.

По модулю $|F_{xy}| = F \cdot \cos\alpha$, где α – угол между направлением силы и её проекцией F_{xy}.

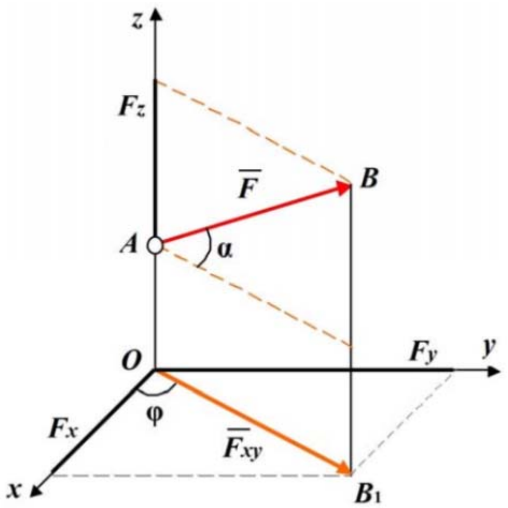


Рис. 19. Проекция силы на плоскость xOy

Иногда для нахождения проекции силы на ось сначала нужно найти ее проекцию на плоскость, а потом проекцию на ось:

$$F_z = F \cdot \sin(\alpha - 90^\circ);\ F_x = F \cdot \cos\alpha \cdot \cos\varphi;\ F_y = F \cdot \cos\alpha \cdot \sin\varphi.$$

1.5. Система сходящихся сил

Система сходящихся сил – это система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости и все пересекаются в одной точке.

Теорема: *плоская система сходящихся сил в общем случае эквивалентна равнодействующей, которая равна векторной сумме этих сил; линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линии действия составляющих* (рис. 20)

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \ldots + \boldsymbol{F}_n.$$

Равнодействующая $\boldsymbol{R}$ является замыкающим вектором при построении силового многоугольника. Если сделать чертёж силового многоугольника в определённом масштабе, то равнодействующая определится простым измерением замыкающей стороны с последующим умножением на масштаб. Такой способ нахождения равнодействующей называется *графическим*.

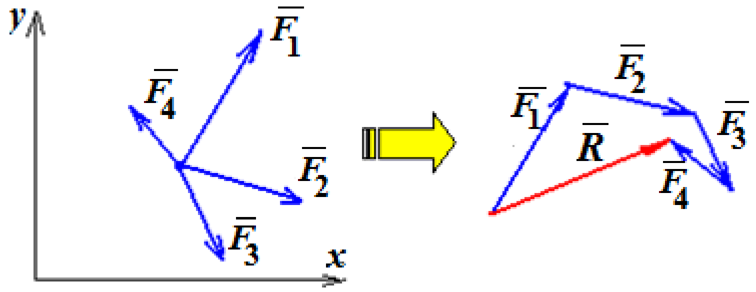


Рис. 20. Плоская система сходящихся сил

Порядок сложения векторов при построении силового многоугольника на величину равнодействующей не влияет, так как векторная сумма от перемены мест слагаемых не меняется. При построении силового многоугольника возможен случай, когда конец последнего вектора совпадает с началом первого, тогда замыкающей стороны не будет, и такой силовой многоугольник называется *замкнутым.* Очевидно, что равнодействующая $\boldsymbol{R}$ системы сходящихся сил, образующих замкнутый силовой многоугольник, равна нулю, т. е. система сил находится в равновесии. Отсюда вытекает условие, при котором плоская система сходящихся сил будет находиться в равновесии $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 +\ldots+ \boldsymbol{F}_n = 0$, и формулируется так: *для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник был замкнут.*

Если заданная система сходящихся сил находится в равновесии, то равнодействующая такой системы, а значит, и проекция равнодействующей на оси координат равны нулю. Математически это выражение записывается так: $\boldsymbol{F}_\Sigma = 0$; $\boldsymbol{F}_x = 0$; $\boldsymbol{F}_y = 0$.

С помощью уравнений равновесия можно определить два неизвестных элемента данной системы сил, например, модуль и направление одной силы или модули двух сил, направления которых неизвестны.

Условия равновесия справедливы для любой системы координат, но для упрощения расчётов рекомендуется оси координат по возможности выбирать перпендикулярными неизвестным силам, чтобы каждое уравнение равновесия содержало одно неизвестное. Когда направление искомой силы неизвестно, её можно разложить на две составляющие по направлениям координатных осей; по найденным двум составляющим легко определяется неизвестная сила.

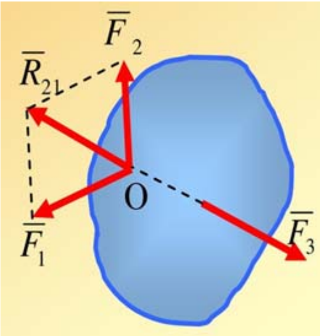


Рис. 21. Теорема о трёх силах

Теорема о трёх силах: *если под действием трёх непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, твёрдое тело находится в равновесии, то линии действия всех этих сил пересекаются в одной точке.*

На рис. 21 на тело действуют три непараллельные силы $\boldsymbol{F_1}$, $\boldsymbol{F_2}$ и $\boldsymbol{F_3}$. Так как $\boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + \boldsymbol{F_3} = 0$, то $\boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} = \boldsymbol{R_{21}} = -\boldsymbol{F_3}$. Следовательно, согласно аксиоме 1 линия действия силы $\boldsymbol{F_3}$ пересекает точку O сходимости сил $\boldsymbol{F_1}$ и $\boldsymbol{F_2}$.

1.6. Произвольная плоская система сил

На рис. 22 изображена система сил, действующих в плоскости YOZ. Начало координат (точка O) в плоскости действия сил может быть выбрано произвольно. Тогда проекции всех сил на ось OX равны нулю, так как силы перпендикулярны оси OX и моменты всех сил относительно осей OY и OZ также равны нулю, потому что эти оси и силы лежат в одной плоскости.

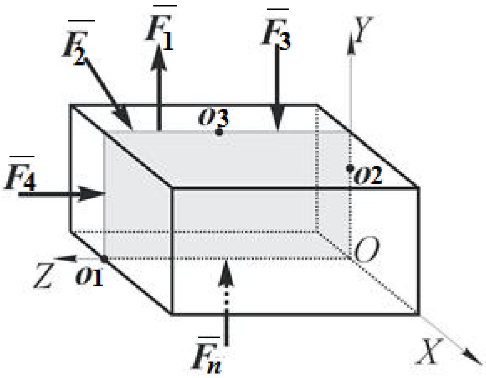


Рис. 22. Произвольная плоская система сил

В теоретической механике доказывается, что для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно составление трех независимых уравнений:

$\Sigma \boldsymbol{F_Y} = 0$, $\Sigma \boldsymbol{F_Z} = 0$, $\Sigma M_0 = 0$

или $\Sigma \boldsymbol{F_Y} = 0$, $\Sigma M_{O1} = 0$, $\Sigma M_{O2} = 0$,

или $\Sigma M_{O1} = 0$, $\Sigma M_{O2} = 0$, $\Sigma M_{O3} = 0$.

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на каждую из двух координатных осей, лежащих в плоскости этих сил, равнялась нулю, и сумма моментов всех сил относительно произвольной точки в плоскости этих сил также равнялась нулю. Для независимости уравнений точки O_1, O_2 и O_3 не должны лежать на одной прямой в плоскости действия сил. Данные условия равновесия широко используются при расчете плоских изгибаемых элементов (балок, рам) в строительных конструкциях. При расчете можно пользоваться любой из трех форм уравнений равновесия, исходя из конкретных условий.

1.7. Система параллельных сил

Данная система сил является частным случаем рассмотренной выше произвольной плоской системы сил. Она часто встречается в расчетах конструкций, так как обычно силами $\boldsymbol{F}$ считаются силы тяжести, т. е. вертикальные, а следовательно, и параллельные силы.

Согласно рис. 23 все силы параллельны и лежат в плоскости YZ, причем они перпендикулярны оси Z. Тогда проекция всех сил на ось Z равна нулю, соответствующее уравнение проекций превращается в тождество, и из условий равновесия остаются только два условия:

$\Sigma \boldsymbol{F}_Y = 0$, $\Sigma M_{O1} = 0$

или $\Sigma M_{O1} = 0$, $\Sigma M_{O2} = 0$.

Точки O_1 и O_2 нельзя выбирать на прямой, параллельной силам. При решении задач эти точки обычно выбирают на оси Z, что позволяет первое из уравнений использовать для проверки правильности расчетов.

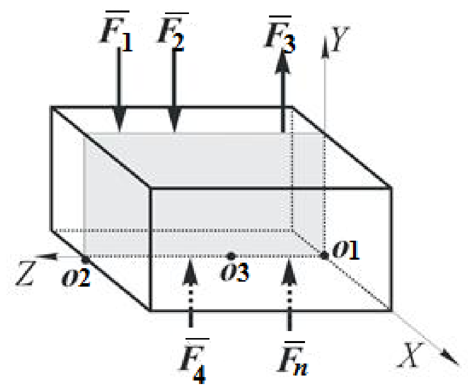


Рис. 23. Система параллельных сил, расположенных в одной плоскости

Для равновесия плоской системы параллельных сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма величин всех сил равнялась нулю и сумма моментов всех сил относительно любой точки в плоскости этих сил также равнялась нулю.

Сложение параллельных сил, направленных в одну сторону, геометрическим способом по правилу параллелограмма сил не представляется возможным. Для решения поставленной задачи применяют метод приведения параллельных сил к сходящимся силам (рис. 24).

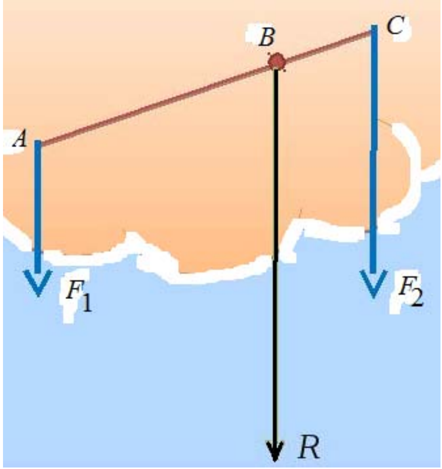


Рис. 24. Сложение параллельных сил

Из физики известно, что две параллельные силы, направленные в одну сторону, эквивалентны равнодействующей, которая равна сумме этих сил, параллельна им и направлена в ту же сторону. Линия действия равнодействующей делит отрезок, соединяющий точки приложения сил, на части, обратно пропорциональные модулям этих сил: $R = F_1 + F_2$; $F_1/F_2 = BC/AC$.

1.8. Центр тяжести

Понятие о центре тяжести было впервые изучено примерно 2200 лет назад Архимедом. С тех пор оно стало одним из важнейших в механике. Каждое материальное тело состоит из элементарных частиц, силы притяжения каждой частицы к Земле можно считать системой параллельных сил.

Центр тяжести – неизменно жёстко связанная с твёрдым телом точка C, через которую проходит равнодействующая сил тяжести $\boldsymbol{R}$, действующих на точки этого тела при любом положении его в пространстве (рис. 25). Нахождение координат точки C имеет практическое значение, особенно для определения центра тяжести плоских однородных пластин, толщиной которых можно пренебречь.

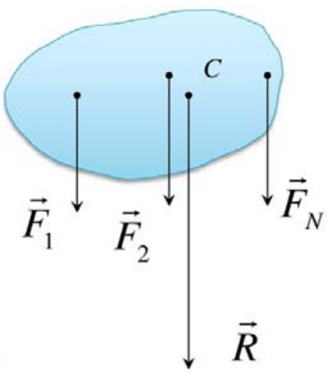


Рис. 25. Точка C – центр тяжести твёрдого тела

Существует несколько способов определения координат центра тяжести:

1. Аналитический (путём интегрирования).

2. Метод симметрии. Если тело имеет плоскость, ось или центр симметрии, то его центр тяжести лежит соответственно в плоскости симметрии, оси симметрии или в центре симметрии, например, точка C – центр тяжести прямоугольника $x_C = b/2$; $y_C = h/2$ (рис. 26).

3. Экспериментальный метод подвешивания тела (рис. 27).

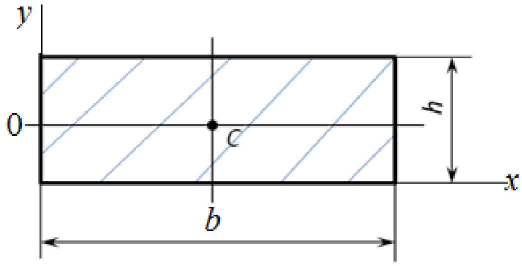


Рис. 26. Центр тяжести симметричной фигуры

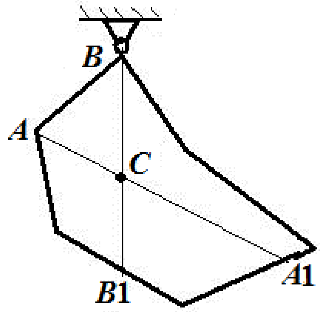


Рис. 27. Экспериментальный метод

Если тело в виде пластины любой формы подвесить на нити в любой точке (например, A), то при равновесии центр тяжести тела обязательно займет положение по вертикали, проходящей через точку A, так как при таком положении центра тяжести сила тяжести и реакция нити уравновешивают друг друга. С помощью отвеса отметим на теле линию $A - A1$, на которой расположен искомый центр тяжести. Подвесив затем тело на нити в другой точке, например B, получим линию $B - B1$, которая пересечением с линией $A - A1$ фиксирует положение центра тяжести – точку C.

4. Разбиение. Тело разбивается на конечное число частей, для каждой из которых положение центра тяжести C и площадь S известны. Например, проекцию тела на плоскость $x0y$ (рис. 28) можно представить в виде двух плоских фигур с площадями S_1 и S_2 ($S = S_1 + S_2$). Центры тяжести этих фигур находятся в точках $C_1(x_1, y_1)$ и $C_2(x_2, y_2)$. Тогда координаты центра тяжести всего тела равны

$$x_C = \frac{x_1 \cdot S_1 + x_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2},$$

$$y_C = \frac{y_1 \cdot S_1 + y_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2}.$$

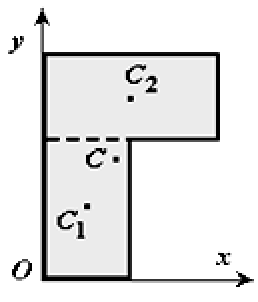
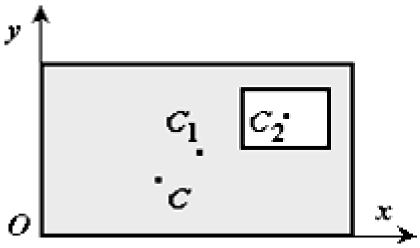


Рис. 28 . Метод разбиения

5. Дополнение (метод отрицательных площадей). Частный случай способа разбиения применяется к телам, имеющим вырезы, если центры тяжести тела без выреза и вырезанной части известны (рис. 29).



$$x_C = \frac{x_1 \cdot S_1 - x_2 \cdot S_2}{S_1 - S_2},$$

$$y_C = \frac{y_1 \cdot S_1 - y_2 \cdot S_2}{S_1 - S_2},$$

$$S = S_1 - S_2.$$

Рис. 29. Метод дополнения

1.9. Момент силы

По греческой легенде великий Архимед произнёс фразу: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю». С теоретической точки зрения Архимед прав – если найти соответствующую точку опоры, то с помощью рычага сдвинуть с места Землю может даже ничтожное насекомое. Дело в том, что здесь играет роль не сила, а момент этой силы. Что же такое момент силы? Момент силы понятие относительное, поскольку без указания того, относительно какой точки он рассматривается, понятие момента силы теряет смысл.

Понятие момента силы относительно точки ввёл Леонардо да Винчи. Моментом силы $\boldsymbol{F}$ относительно точки O называется вектор, приложенный в этой точке и направленный перпендикулярно к плоскости, содержащей силу и точку, чтобы, смотря навстречу вектору момента, видеть вращение плоскости под действием силы против часовой стрелки (рис. 30). Момент силы равен

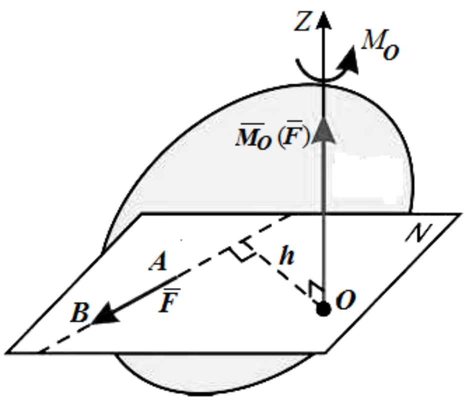


Рис. 30. Момент силы F относительно точки O

$$M_O(F) = \pm|F| \cdot h,$$

где плечо h – перпендикуляр, опущенный из точки O на линию действия силы $\boldsymbol{F}$.

Момент характеризует вращательный эффект силы $\boldsymbol{F}$ относительно точки O.

Свойства момента силы:

1. Момент силы относительно точки не изменится при переносе силы вдоль линии её действия в любую произвольную точку.

2. Если линия действия силы проходит через точку O ($h = 0$), то $\boldsymbol{M_O} = 0$.

3. В плоскости, проходящей через силу и заданную точку, момент силы можно рассматривать как *величину алгебраическую*.

При расчётах в механике условно считают, что если момент силы $\boldsymbol{F}$ стремится вращать своё плечо вокруг точки O_1 против часовой стрелки, то он является *положительным*, если по часовой стрелке – то *отрицательным* (сила $\boldsymbol{F_2}$ относительно точки O_2). Одна и та же сила $\boldsymbol{F_3}$ относительно разных точек O_3 и O_4 может вызывать и положительный, и отрицательный моменты (рис. 31, *а*).

На рис. 31, *б* показано, как построить плечо h для силы $\boldsymbol{F}$ произвольного направления. Из определения момента относительно точки следует: если переносить силу вдоль линии её действия, то момент силы $\boldsymbol{F}$ относительно любой точки O не изменится, так как не изменится и расстояние от этой точки до линии действия силы, т. е. плечо h (рис. 31, *в*).

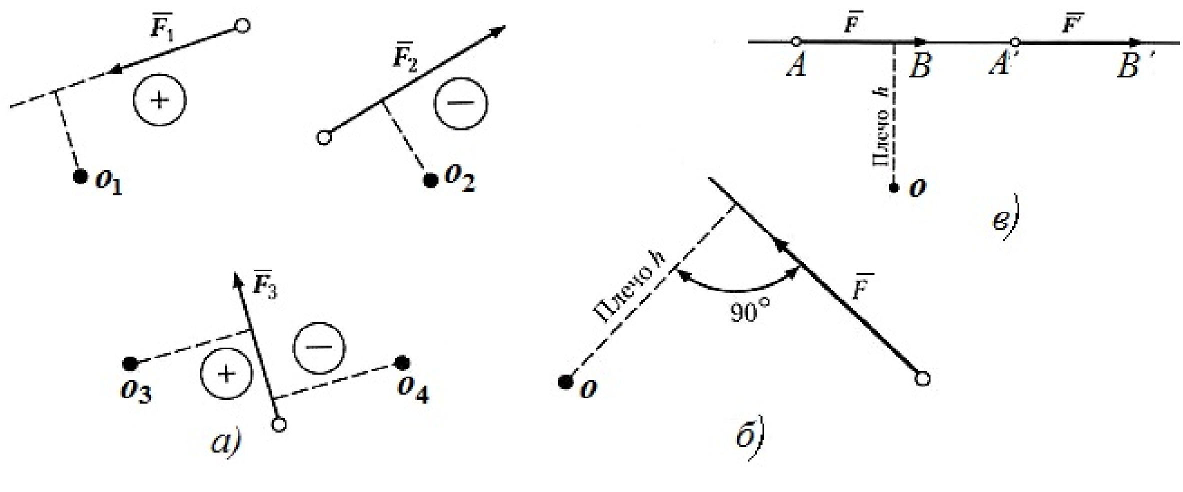


Рис. 31. Знаки момента силы

Рассмотрим тело, к которому в точке A приложена сила $\boldsymbol{F}$ (рис. 32). Проведём через точку A плоскость xy. Разложим силу $\boldsymbol{F}$ на составляющие: одну параллельно оси z и другую, лежащую в плоскости xy – $F = F_Z + F_{xy}$. Проведём ось z. Точку пересечения оси z с плоскостью xy обозначим буквой O.

Сила $\boldsymbol{F_Z}$, параллельная оси z, не обладает вращательным эффектом, так как она может только переместить тело вдоль оси z.

Вращательный эффект силы $\boldsymbol{F}$ может создавать составляющая $\boldsymbol{F_{xy}}$, следовательно, *момент силы относительно оси равен моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, взятому относительно точки пересечения оси с плоскостью*.

Таким образом, модуль момента силы $\boldsymbol{F}$ относительно оси z равен $|M_0(F)| = F_{xy} \cdot h$. Момент силы $\boldsymbol{F}$ относительно оси z будет иметь знак «плюс», когда с положительного конца оси поворот, который стремится совершить сила, будет виден происходящим против хода часовой стрелки, и знак «минус», когда по ходу часовой стрелки.

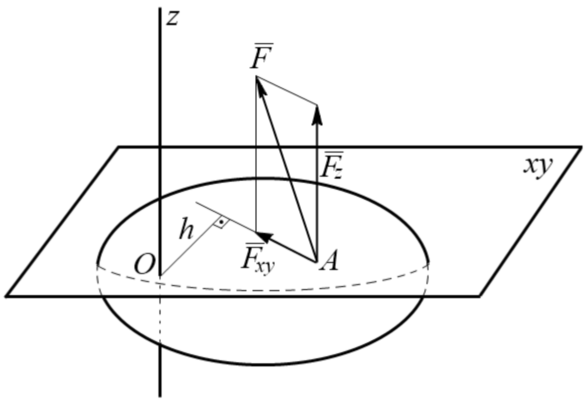


Рис. 32. Момент силы относительно оси z

Примечания:

1. Момент силы не изменится, если силу перенести вдоль линии её действия (рис. 33).

2. Если сила параллельна оси, то момент силы относительно этой оси равен нулю (рис. 34).

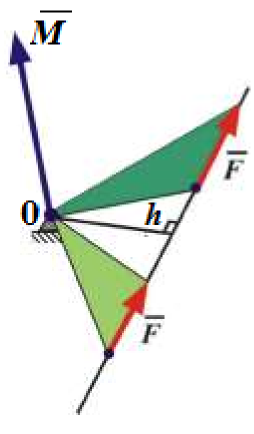


Рис. 33. Неизменность момента силы F

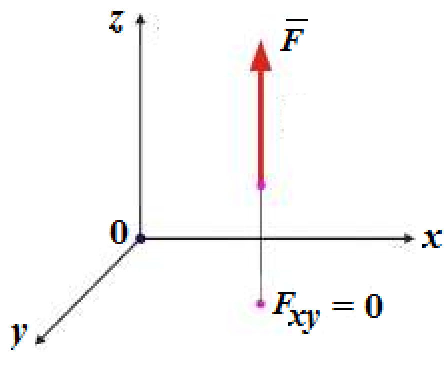


Рис. 34. Сила F параллельна оси z

3. Если сила пересекает ось, то её момент относительно этой оси равен нулю (рис. 35).

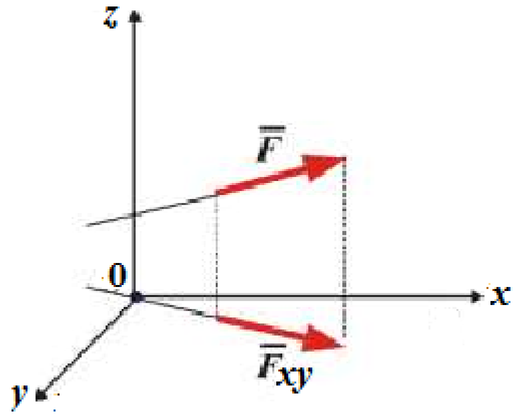


Рис. 35. Сила F пересекает ось z

1.10. Пара сил. Момент пары сил

Парой сил называется система двух равных по величине, параллельных и противоположно направленных сил ***F*** и ***F'*** (рис. 36). Пара сил не имеет равнодействующей, но они не уравновешиваются, так как не направлены по одной прямой.

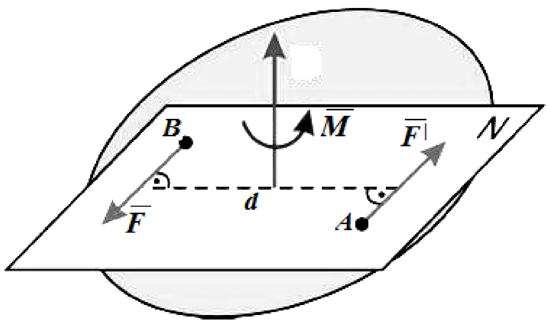


Рис. 36. Момент пары сил

Плоскость, в которой расположены силы пары, называют *плоскостью действия пары*, а кратчайшее расстояние *d* между линиями действия сил – *плечом пары*.

Под действием пары сил тело вращается. *Вращательный эффект* пары характеризуется моментом пары.

Момент пары сил – вектор, равный векторному произведению одной из сил пары на её плечо, $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{d}$.

Вектор ***M*** направлен перпендикулярно плоскости пары в ту сторону, откуда пара видна стремящейся повернуть тело против хода часовой стрелки. Момент пары – свободный вектор, т. е. его можно прикладывать в любой точке тела.

Свойства момента пары сил (рис. 37):

1. Момент пары сил равен сумме моментов сил пары относительно произвольной точки O

$$M_O = M_O(F) + M_O(F')$$.

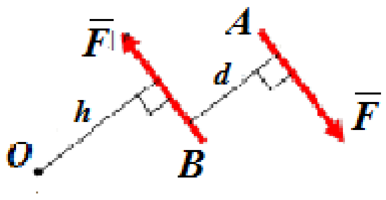


Рис. 37. Свойства момента пары сил

2. Момент пары сил относительно любой точки M_O равен моменту пары

$$M_O = F'{\cdot}h - F(h + d) = -F \cdot d = M.$$

3. Момент пары сил равен моменту одной из сил пары относительно точки приложения силы пары

$$M = M_B(F) = M_A(F').$$

Теорема. *Пары сил с равными моментами эквивалентны*.

Следствия:

1. Пару сил, приложенную к твёрдому телу, можно заменить другой парой в той же плоскости, если при такой замене не изменяется величина момента пары и его направление.

2. Пару сил можно переносить в плоскость, параллельную плоскости пары.

Если пары сил лежат в одной плоскости, то момент пары сил считают величиной алгебраической, так как в этом случае все векторы моментов пар сил параллельны. Алгебраический момент пары сил

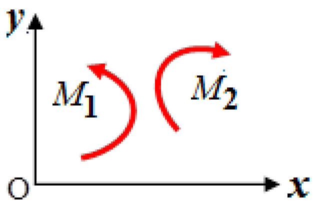


Рис. 38. Знак момента

равен взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы одной пары на плечо пары $M = \pm\,|F| \cdot h$.

Знак «+» соответствует повороту тела под действием пары сил против часовой стрелки, «–» – по ходу часовой стрелки (рис. 38). Если на тело действует плоская система пар сил, то тело находится в равновесии, если сумма моментов пар сил равна нулю $\boldsymbol{\Sigma M_n} = 0$.

Условные графические обозначения момента пары сил приведено на рис. 39.

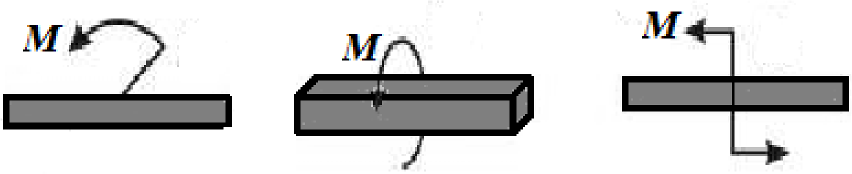


Рис. 39. Условное обозначение момента пары сил

1.11. Теорема Вариньона

Теорему о моменте равнодействующей впервые доказал французский учёный Пьер Вариньон (1654 – 1722).

Пусть на твердое тело действует любая система сил, имеющая равнодействующую $\boldsymbol{R_O}$. Пусть точка O лежит на линии действия равнодействующей $\boldsymbol{R_O}$, O_1 – произвольный центр. Приложим к заданной системе сил в точке O её уравновешивающую силу $\boldsymbol{R}'$, которая равна по модулю, но противоположна по направлению равнодействующей силе $\boldsymbol{R}$ и имеет с ней общую линию действия (рис. 40). Система сил будет находиться в равновесии и для неё

$M_O = \Sigma M_{O1}(R^n) \rightarrow M_{O1}(R_O) = \Sigma M_{O1}(R^n)$.

Теорема: *если данная система сил имеет равнодействующую, то момент равнодействующей относительно произвольного центра равен сумме моментов всех сил системы относительно того же центра.*

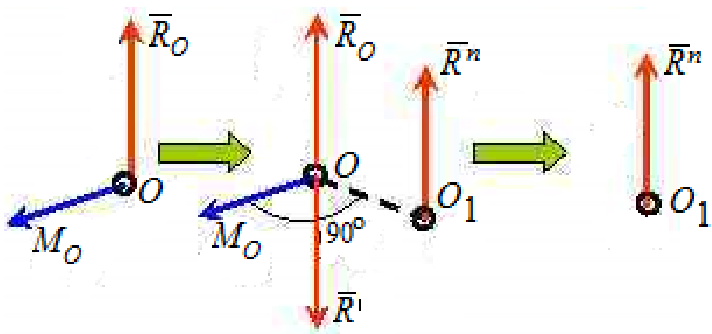


Рис. 40. Теорема Вариньона

Эта теорема позволяет определить момент силы относительно центра в том случае, если определение плеча силы вызывает затруднение.

1.12. Приведение сил к заданному центру

Теорема 1. О параллельном переносе силы (**лемма Пуансо**).

Впервые эту лемму предложил французский математик, физик и механик Луи Пуансо (1777 – 1859).

Лемма: *силу* $\boldsymbol{F}$*, не изменяя её действие на абсолютно твёрдое тело, можно переносить из данной точки А в любую другую точку О тела, прибавляя при этом пару с моментом* $\boldsymbol{M}$*, равным моменту переносимой силы относительно точки О, в которую переносится сила* $\boldsymbol{F}$.

Пусть сила $\boldsymbol{F}$ приложена к телу в точке A. Приложим в точке O уравновешенную систему сил $\boldsymbol{F}'$ и $\boldsymbol{F}''$, параллельных и равных по модулю силе $\boldsymbol{F}$, равновесие тела при этом не нарушится (см. аксиому 2). Таким образом, сила $\boldsymbol{F}$ перенесена из точки A в точку O без изменения её действия. В точке O приложена сила $\boldsymbol{F}$ и момент $\boldsymbol{m_o}$ этой силы относительно точки O (рис. 41).

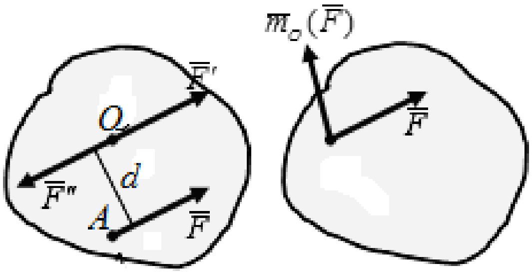


Рис. 41. Лемма Пуансо

Теорема 2. О приведении системы сил к заданному центру (**теорема Пуансо**): *любая система сил $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ..., $\boldsymbol{F}_n$, действующая на абсолютно твёрдое тело, при приведении к произвольному центру O заменяется главным вектором системы сил $\boldsymbol{R}$, приложенным к центру O, и парой сил с моментом $\boldsymbol{M_O}$, равным главному моменту системы сил относительно центра O.*

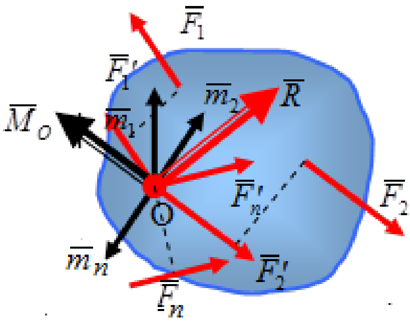


Рис. 42. Теорема Пуансо

Используя теорему 1, перенесём все силы $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, …, $\boldsymbol{F}_n$ в центр O, прибавляя пары с моментами $\boldsymbol{M}_1$, $\boldsymbol{M}_2$, …, $\boldsymbol{M}_n$, равными моментам сил относительно центра O. Сложив все силы и моменты, получим векторы $\boldsymbol{R}$ и $\boldsymbol{M_O}$, равные (рис. 42)

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \ldots + \boldsymbol{F}_n = \Sigma \boldsymbol{F}_k,$$

$$\boldsymbol{M_O} = \boldsymbol{M_O}(\boldsymbol{F}_1) + \boldsymbol{M_O}(\boldsymbol{F}_2) + \ldots + \boldsymbol{M_O}(\boldsymbol{F}_n) = \Sigma \boldsymbol{M_O}(\boldsymbol{F}_k).$$

Величина главного вектора $\boldsymbol{R}$ не зависит от выбора центра O, а значение главного момента $\boldsymbol{M_O}$ при изменении положения центра O может измениться.

Частные случаи первой формы приведения системы сил:

1. $\boldsymbol{R} = 0$; $\boldsymbol{M_O} \neq 0$. Система сил приводится к одной паре с моментом $\boldsymbol{M_O}$, лежащей в плоскости действия сил (причём это свободный вектор) (рис. 43).

2. $\boldsymbol{R} \neq 0$; $\boldsymbol{M_O} = 0$. Система сил приводится к равнодействующей $\boldsymbol{R}$, приложенной в центре O (рис. 44).

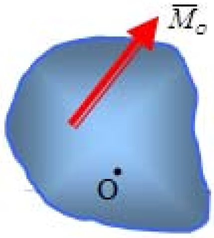


Рис. 43. Система сил:
$M_O \neq 0$

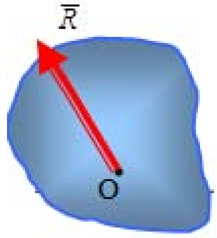


Рис. 44. Система сил:
$R \neq 0$

3. $\boldsymbol{R} \neq 0$; $\boldsymbol{M_O} \neq 0$. Система сил приводится к равнодействующей $\boldsymbol{R}$, проходящей через точку C, положение которой определяется равенством $OC = d = \boldsymbol{M_O}/\boldsymbol{R}$; $OC \perp \boldsymbol{R}$ (рис. 45).

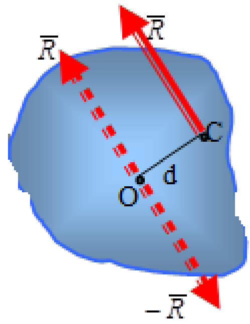


Рис. 45. Система сил:
$R \neq 0$; $M_O \neq 0$

4. $\boldsymbol{R} = 0$; $\boldsymbol{M_O} = 0$.

Теорема: *для равновесия любой системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор* $\boldsymbol{R}$ *и главный момент* $\boldsymbol{M_O}$ *этой системы относительно любого центра были равны нулю.*

Вторая форма условий равновесия

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех сил относительно двух точек A и B и сумма их проекций на ось OX, не перпендикулярную прямой AB, были равны нулю (рис. 46)

$\Sigma F_{kx} = 0$; $\Sigma M_A(F_k) = 0$; $\Sigma M_B(F_k)$, AB не $\perp$ OX.

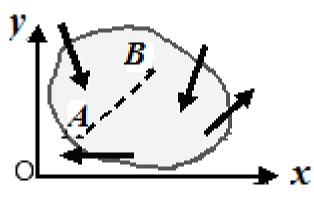


Рис. 46. Вторая форма условий равновесия:
AB не $\perp$ OX

Если AB параллельна OX, то система неуравновешена.

Третья форма условий равновесия

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех сил относительно любых точек A, B, C, не лежащих на одной прямой, были равны нулю (рис. 47):

$\Sigma M_A(F_k) = 0$; $\Sigma M_B(F_k) = 0$; $\Sigma M_C(F_k) = 0$.

Если же точки A, B, C лежат на одной прямой, но $\boldsymbol{R} \neq 0$, то система неуравновешена. Равновесие плоской системы сил $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, …, $\boldsymbol{F}_n$, линии действия которых параллельны друг другу и лежат в одной плоскости, показано на рис. 48.

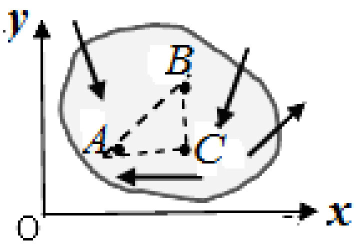


Рис. 47. Третья форма

Пусть все силы лежат в плоскости O_1XY. При приведении этой системы сил к произвольному центру (точке O) получим главный вектор $\boldsymbol{R}$, приложенный в точке O, и пару сил с моментом $\boldsymbol{M}_O$.

Главный вектор $\boldsymbol{R}$ системы параллельных сил параллелен силам $\boldsymbol{R} = \Sigma \boldsymbol{F}_k$. Момент пары сил $\boldsymbol{M}_O$ равен главному моменту параллельных сил $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, …, $\boldsymbol{F}_n$ относительно центра приведения O и параллелен оси O_1Z

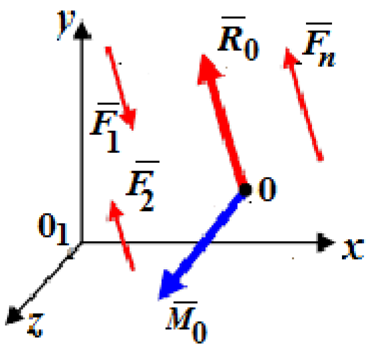


Рис. 48. Равновесие плоской системы сил

$$\boldsymbol{M}_O = \Sigma \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_k).$$

Условия равновесия для плоской системы параллельных сил в векторной форме имеют вид $\boldsymbol{R} = 0$ и $\boldsymbol{M}_O = 0$.

Примечание. Для проверки решения задачи на равновесие плоской системы сил составляют сумму моментов всех сил относительно других точек или строят в масштабе многоугольник всех сил, действующих на тело. Если проверочное уравнение обращается в тождество, а многоугольник сил замкнут, то задача решена верно.

1.13. Трение

При стремлении сдвинуть одно тело относительно другого в плоскости соприкосновения тел возникает сила сопротивления их относительному движению, называемая *силой трения скольжения,* или *просто силой трения*.

Возникновение трения обусловлено прежде всего шероховатостью соприкасающихся тел. В теоретической механике рассматривается только сухое трение, когда между трущимися поверхностями отсутствует смазка.

На рис. 49 тело весом $\boldsymbol{P}$ лежит на горизонтальной поверхности.

Пусть к телу приложена горизонтальная сила $\boldsymbol{T}$, под действием которой оно находится в покое, т. е. скорость тела равна нулю. В этом случае сила $\boldsymbol{T}$ должна уравновешиваться другой силой, равной по величине и направленной в противоположную сторону – силой трения скольжения $\boldsymbol{F}_{\text{тр}}$. Следовательно, полная реакция $\boldsymbol{R}$ слагается из двух составляющих: нормальной реакции поверхности $\boldsymbol{N}$ и перпендикулярной ей силы трения $\boldsymbol{F}_{\text{тр}}$ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F}_{\text{тр}}$.

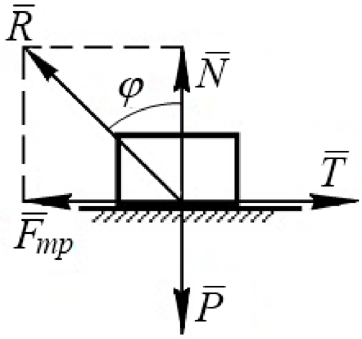


Рис. 49. Трение скольжения

При увеличении силы трения от нуля до $\boldsymbol{F}_{\text{пр}}$ (предельная) полная реакция поверхности изменится от $\boldsymbol{N}$ до $\boldsymbol{R}_{\text{пр}}$, а угол φ – от нуля до φ_0. Наибольший угол φ_0, который полная реакция шероховатой поверхности образует с нормалью, называется *углом трения* (рис. 50, *а*). Если вектор полной реакции шероховатой поверхности $\boldsymbol{R}_{\text{пр}}$ поворачивать вокруг нормали, то он опишет поверхность конуса (рис. 50, *б*), называемого *конусом трения*.

Построив конус трения, можно определить равновесие тела. Для равновесия тела, лежащего на шероховатой поверхности, необходимо и достаточно, чтобы действующая на тело сила $\boldsymbol{P}$ проходила внутри конуса трения или по его образующей через вершину конуса.

а) *б*)

Рис. 50. Трение скольжения: а – угол трения; б – конус трения

Если к телу, лежащему на шероховатой поверхности, приложить силу $\boldsymbol{P}$, образующую угол α с нормалью (рис. 51), то тело сдвинется только в том случае, когда сдвигающее усилие будет больше предельной величины трения $\boldsymbol{T} > \boldsymbol{F}_{\text{пр}}$.

Закон Кулона (закон трения скольжения) $\boldsymbol{F}_{\text{тр}} = f \cdot \boldsymbol{N}$, где f – коэффициент трения скольжения определяется экспериментально, так как зависит от материала и физического состояния трущихся поверхностей.

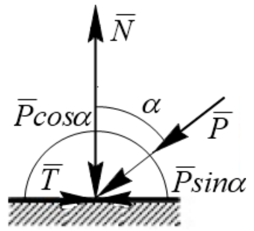


Рис. 51. Закон движения тела

Условием сдвига тела является неравенство $\boldsymbol{P} \cdot \sin\alpha > f \cdot \boldsymbol{P} \cdot \cos\alpha$ или $\operatorname{tg}\alpha > f$, так как $f = \operatorname{tg}\varphi_0$, то $\alpha > \varphi_0$.

Никакой силой, образующей с нормалью угол $\alpha < \varphi_0$, *невозможно сдвинуть тело*. Это условие объясняет известное в инженерной практике явление заклинивания и самоторможение тел.

Значение предельной силы трения $\boldsymbol{F}_{\text{пр}}$ в довольно широких пределах не зависит от размеров соприкасающихся при трении поверхностей и от скорости движения тела зависит незначительно.

Возможен случай, когда одно тело перекатывается по другому. Возникает сила *трения качения.* Рассмотрим цилиндрический каток с некоторым радиусом r на горизонтальной плоскости (рис. 52). Под катком в плоскости в месте их соприкосновения могут возникнуть реакции, препятствующие действиям активных сил, тогда каток может катиться по плоскости. Из-за деформации поверхностей каток не только подвергается скольжению, но и качению.

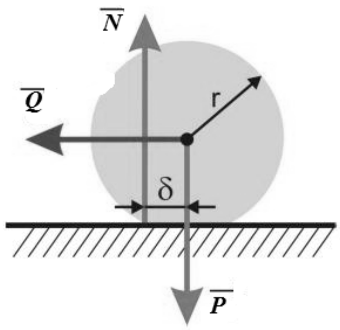


Рис. 52. Трение качения

Активные силы, действующие на катки в виде колес, представляют собой силу тяжести $\boldsymbol{P}$, горизонтальную силу $\boldsymbol{Q}$, приложенную к центру катка, и пару сил с моментом $\boldsymbol{M}$, стремящуюся катить колесо. Колесо в этом случае называется *ведомо-ведущим*.

Если $M = 0$, а $Q \neq 0$, то колесо называется *ведомым***.**

Если $M \neq 0$, а $Q = 0$, то колесо будет *ведущим*.

Момент $\boldsymbol{M}$ называется *моментом трения качения*. Наибольшее значение $\boldsymbol{M}$ достигается в момент начала качения катка по плоскости.

Установлены следующие приближенные законы для наибольшего момента пары сил, препятствующих качению:

1. Наибольший момент пары сил, препятствующих качению, в довольно широких пределах не зависит от радиуса катка.

2. Предельное значение момента M_{max} пропорционально нормальной реакции $\boldsymbol{N}$ $M_{max} = \delta \cdot N$, где δ – коэффициент пропорциональности трения качения при покое, м.

3. Коэффициент трения качения δ зависит от материала катка, плоскости и физического состояния их поверхностей. Коэффициент трения качения при качении в первом приближении можно считать не зависящим от угловой скорости качения катка и его скорости скольжения по плоскости.

При вращении одного тела по поверхности другого, если тела не являются абсолютно твердыми, контакт происходит по некоторой площадке (например, шар вращается по поверхности стола).

Вращению тела препятствуют силы трения скольжения, которые распределены по площадке контакта и образуют пару сил, действующую в плоскости контакта и характеризующую так называемое ***трение верчения***, которое и оказывает сопротивление вращению. Трение верчения характеризуется его моментом, предельная величина которого пропорциональна силе нормального давления (рис. 53) $M = \lambda \cdot N$, где λ – коэффициент трения верчения, имеющий размерность длины значительно меньше коэффициента трения качения δ, и зависит от условий контакта тел.

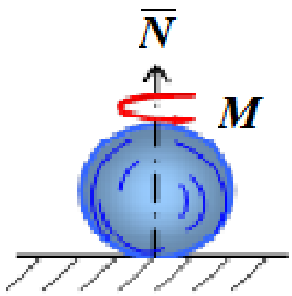


Рис. 53. Верчение шара

Вопросы для самоконтроля

1. Какое тело называют абсолютно твёрдым? Существуют ли такие тела в природе?

2. Какими тремя факторами определяется сила, действующая на твёрдое тело?

3. Можно ли силу переносить по линии её действия и если да, то почему?

4. Какие системы сил называются эквивалентными?

5. Какая сила называется равнодействующей данной системе сил? Всегда ли существует равнодействующая?

6. Что такое аксиомы статики?
7. Что такое связь?
8. Что называется реакцией связи?
9. Что такое пара сил?
10. При каком условии две пары будут эквивалентны?
11. В чём состоит условие равновесия системы пар?
12. Что называют моментом силы относительно точки?
13. Как определить момент силы относительно оси?
14. Что такое главный вектор данной системы сил?
15. Что называют главным моментом системы сил?
16. В чём смысл теоремы Вариньона? Как с её помощью упрощают решение задач статики?
17. Как формулируются условия равновесия пространственной произвольной системы сил?
18. Что такое конус трения скольжения?
19. Как читается закон Кулона для трения скольжения?
20. Что такое сила трения качения?

2. КИНЕМАТИКА

Кинематика (от греч. κινειν – *двигаться*) изучает математическое описание (средствами геометрии, алгебры, математического анализа), механическое движение материальных тел в пространстве без рассмотрения причин движения, т. е. без учёта сил, вызывающих это движение.

Долгое время понятия о кинематике были основаны на работах Аристотеля, в которых утверждалось, что скорость падения пропорциональна весу тела, а движение в отсутствие сил невозможно. Только в конце XVI века Галилео Галилей в своей работе «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению» доказал неправильность идей Аристотеля.

Автором рождения (с 1700 г.) современной кинематики считают французского математика и механика Пьера Вариньона (см. п. 1.11).

2.1. Основные понятия кинематики

Механическое движение тела – изменение его положения относительно других тел, происходящее в пространстве с течением времени. При этом тела взаимодействуют по законам механики.

Пространство в теоретической механике рассматривается как трёхмерное Евклидово. Время считается универсальным, т. е. одинаково текущим во всех системах отсчёта.

Основная задача кинематики состоит в том, чтобы, зная закон движения точки или твёрдого тела, установить методы определения их основных кинематических характеристик: траектории, скорости и ускорения.

Задать закон движения точки или тела – значит задать положение точки (тела) относительно системы отсчёта в любой момент времени. Одной из важных характеристик движения точки является *траектория её движения* – это линия, которую описывает подвижная точка относительно выбранной системы отсчета (рис. 54).

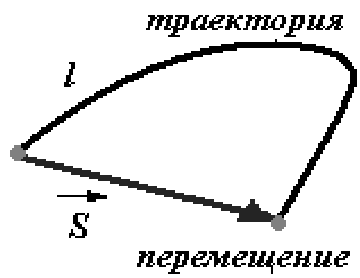


Рис. 54. Движение точки в пространстве

Путь точки – это длина траектории (l). *Перемещение* ($\boldsymbol{S}$) – это вектор, соединяющий начальное и конечное положения точки.

2.2. Способы описания движения материальной точки

Кинематическое описание движения – это задание положения материальной точки относительно данной системы отсчёта в любой момент времени или, другими словами, задание закона её движения. Существуют три основных способа описания механического движения: векторный, координатный и естественный. Выбор способа описания зависит от условий конкретной задачи.

Векторный способ – это описание изменения радиус-вектора материальной точки в пространстве с течением времени.

Рассмотрим движение точки M в некоторой системе отсчета. Система отсчёта – это система координат, жёстко связанных с телом (рис. 55). Пусть за некоторый промежуток времени материальная точка переместилась из точки пространства M_1 в точку M_2. Соединим начало координат с точками M_1 и M_2 – это радиус-векторы $\boldsymbol{r}(t_1)$ и $\boldsymbol{r}(t_2)$.

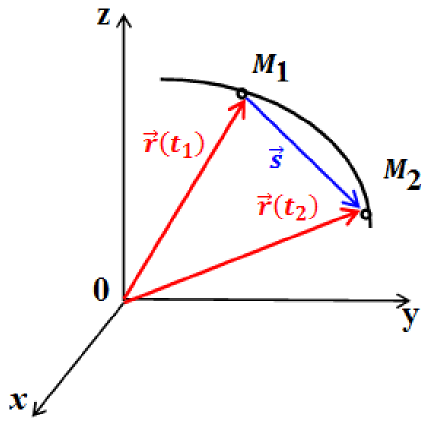


Рис. 55. Векторный способ

Уравнение движения, описывающее положение материальной точки, можно записать в векторном виде $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$. В процессе движения конец радиус-вектора будет описывать траекторию, а его изменение – перемещение $\boldsymbol{s}$ точки M.

Координатный способ – в выбранном теле отсчёта (в точке O) жёстко связывают определённую систему координат, которая позволяет каждой точке пространства сопоставлять три числа – координаты точки A этого пространства.

Используется, как правило, декартова система координат. Этот способ считается основным для решения задач и кинематики, и динамики (рис. 56). Радиус-вектор $r = xi + yj + zk$.

Чтобы задать закон движения точки, необходимо знать значения ее координат в каждый момент времени. Закон движения в координатном виде в общем случае представляет собой систему трех уравнений: $x = x(t)$; $y = y(t)$; $z = z(t)$.

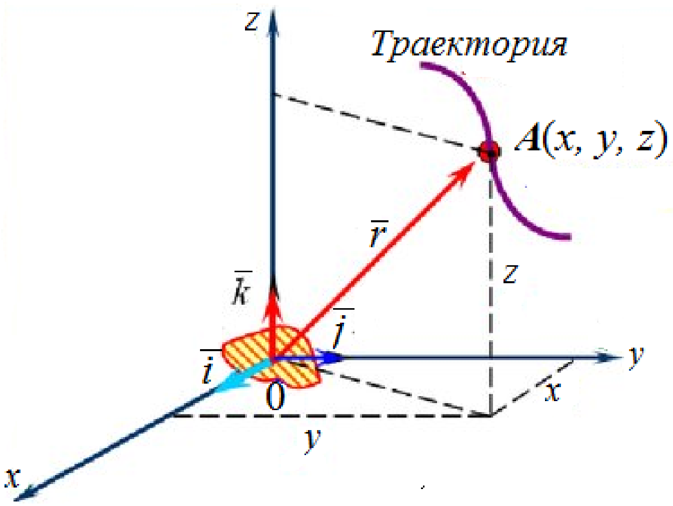


Рис. 56. Координатный способ

Между векторным и координатным способами описания движения существует непосредственная связь, а именно: числовые значения проекций радиус-вектора $\boldsymbol{r}$ движущейся точки на координатные оси системы с тем же началом отсчета равны координатам точки (рис. 57).

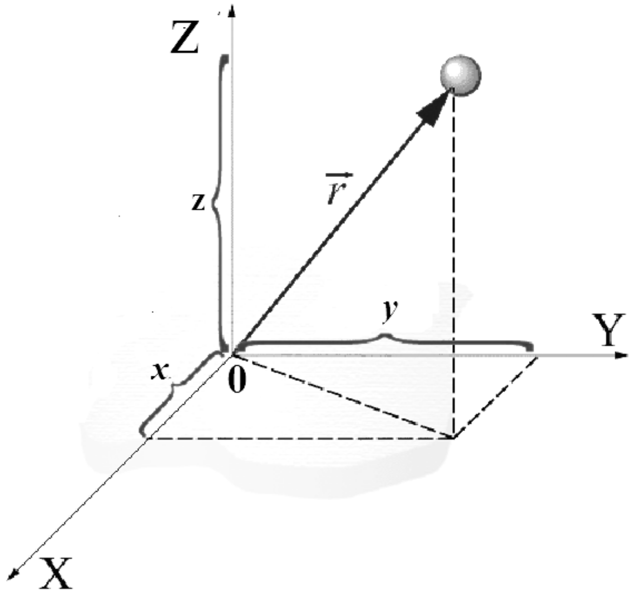


Рис. 57. Связь между координатным и векторным способами

Модуль радиус-вектора $|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Естественный способ – описание движения вдоль траектории. Этим способом пользуются, когда траектория точки заранее известна.

Пусть точка M движется вдоль траектории AB в системе отсчета $Oxyz$ (рис. 58). Выберем на траектории какую-нибудь неподвижную точку O’, которую будем считать началом отсчета, и определим положительное и отрицательное направления. Тогда положение точки M будет определяться расстоянием от точки O'. При движении точка M переместится в точку M_1, соответственно изменится ее расстояние от точки O'. Таким образом, расстояние зависит от времени, а характер этой зависимости позволит определить положение точки на траектории в любой момент времени. Закон движения точки задают в виде зависимости её дуговой координаты от времени $S = S(t)$.

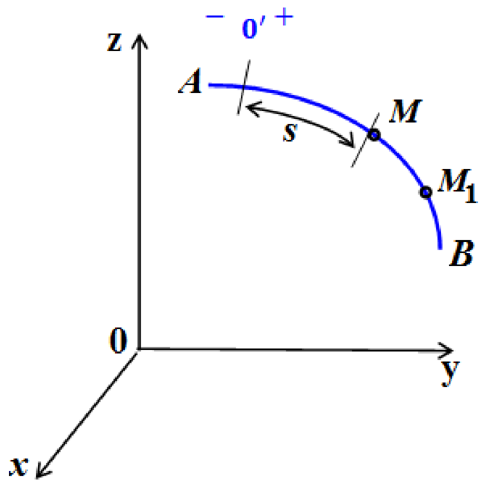


Рис. 58. Естественный способ

2.3. Скорость и ускорение материальной точки

Это векторная физическая величина, характеризующая изменение положения точки в пространстве с течением времени $\boldsymbol{v} = S/t$ (рис. 59).

Средняя скорость перемещения равна отношению полного перемещения к промежутку времени, за которое это перемещение совершено $\boldsymbol{v}_{ср} = S/\Delta t$.

Мгновенная скорость – скорость в заданный момент времени, которая всегда направлена по касательной к траектории $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{r}$.

Ускорение материальной точки – это векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости (рис. 60)

$$\boldsymbol{a} = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t = (\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0)/\Delta t,$$

где $\Delta\boldsymbol{v}$ – изменение скорости; $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v}_0$ – конечная и начальная скорости.

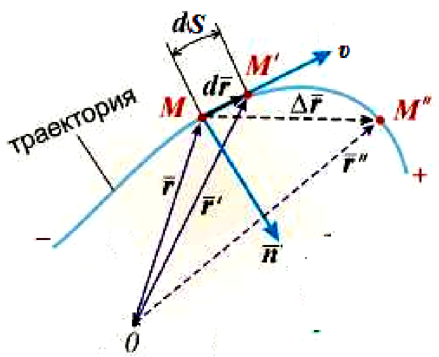


Рис. 59. Скорость материальной точки

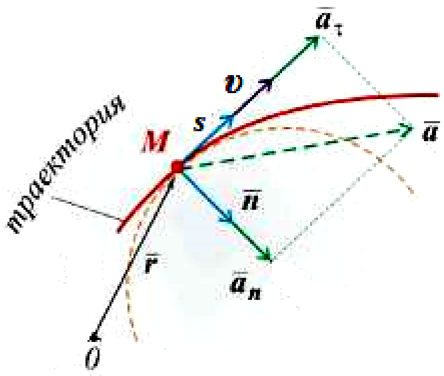


Рис. 60. Ускорение материальной точки

Полное ускорение материальной точки раскладывают на две составляющие $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau$, где $\boldsymbol{a}_n$ – нормальное (центростремительное) ускорение; $\boldsymbol{a}_\tau$ – касательное (тангенциальное) ускорение.

2.4. Частные случаи движения материальной точки

Равномерное движение – движение, при котором материальная точка за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения. Уравнения для физических величин, характеризующих это движение:

$$\boldsymbol{a} = 0;\ \boldsymbol{v} = \text{const};\ S_x = \boldsymbol{v}_x \cdot t.$$

Графики зависимости физических величин от времени при равномерном прямолинейном движении изображены на рис. 61.

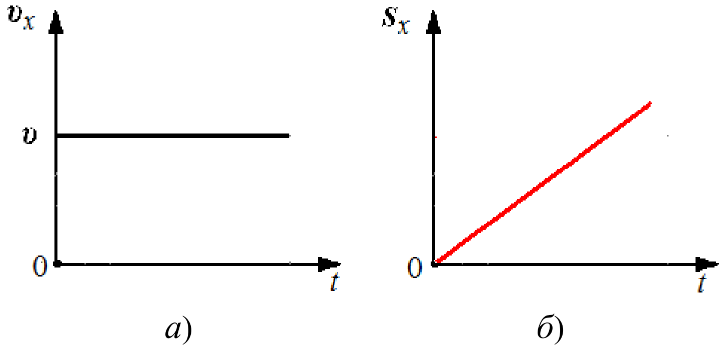


Рис. 61. Графики зависимости: а – скорости от времени;
б – перемещения от времени

Равноускоренным прямолинейным движением называют движение с ускорением, постоянным по модулю и направлению. При равноускоренном движении скорость тела изменяется, ускорение остается постоянным. Траектория равноускоренного прямолинейного движения – прямая линия. Уравнения для физических величин, характеризующих движение:

$a = \text{const}$; $\upsilon_x = \upsilon_{ox} + a_x \cdot t$; $S_x = \upsilon_o \cdot t + (a_x \cdot t^2)/2$.

Графики зависимости физических величин от времени при равноускоренном прямолинейном движении приведены на рис. 62.

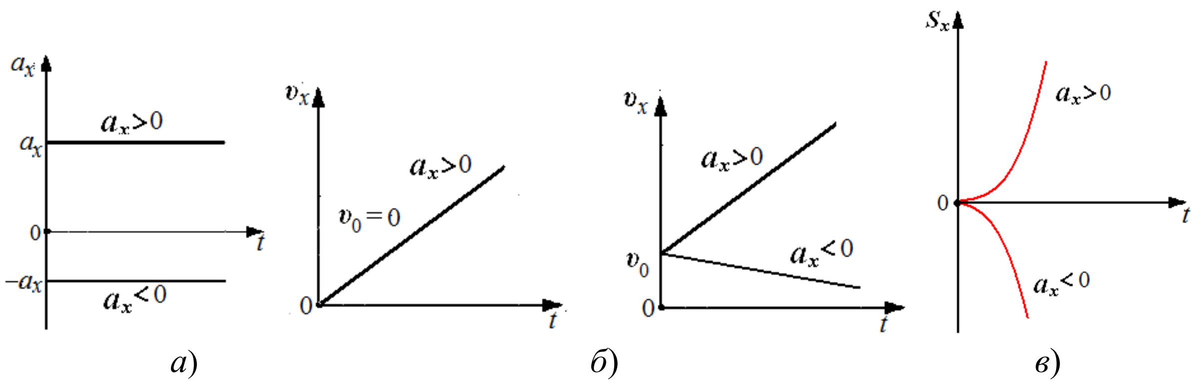


Рис. 62. Графики зависимости: а – ускорения от времени;
б – скорости от времени; в – перемещения от времени

Скорость движения тела по окружности называют *линейной скоростью*. При равномерном движении по окружности (рис. 63) модуль линейной скорости материальной точки со временем не изменяется, но изменяется ее направление.

Модуль линейной скорости равен отношению пройденного пути к промежутку времени. Учитывая, что при равномерном движении по окружности путь равен длине дуги, то для линейной скорости имеет место равенство $\upsilon = l/t = (R \cdot \varphi)/t$, где l – длина дуги, R – радиус описанной окружности, φ – угол поворота радиус-вектора, t – время движения.

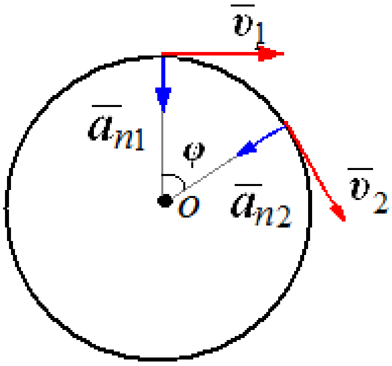


Рис. 63. Равномерное движение точки по окружности

Еще одной характеристикой движения по окружности является *угловая скорость*, которая равна отношению угла поворота радиус-вектора к промежутку времени, за который этот угол пройден, $\omega = \varphi/t$, где ω – угловая скорость. Связь между линейной и угловой скоростью $\boldsymbol{\upsilon} = \omega \cdot R$.

При равномерном движении по окружности линейная скорость изменяется по направлению, поэтому движение по окружности – это движение с ускорением. При равномерном движении по окружности ускорение направлено к центру окружности и называется *нормальным*, или *центростремительным* ускорением. Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению и всегда положительная величина. Нормальное ускорение $a_n = \upsilon^2/R = \omega^2 \cdot R$.

2.5. Движение твёрдого тела

Движение твёрдого тела, при котором любая прямая, проведённая в теле, остаётся параллельной своему первоначальному положению, называется *поступательным.*

Закономерности перемещения всех точек тела при поступательном движении можно описать движением любой из его точек. Это основано на теореме о поступательном движении.

Теорема: *при поступательном движении все точки абсолютно твёрдого тела имеют одинаковые траектории, скорости и ускорения.*

Для того чтобы убедиться, что при движении тела любая прямая остаётся параллельна своему первоначальному положению, недостаточно провести одну прямую, необходимо провести две пересекающиеся прямые $AB||A_1B_1$ и $CD||C_1D_1$ (рис. 64).

Теорема о свойствах поступательного движения: *при поступательном движении твёрдого тела его точки описывают одинаковые траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения* (рис. 65).

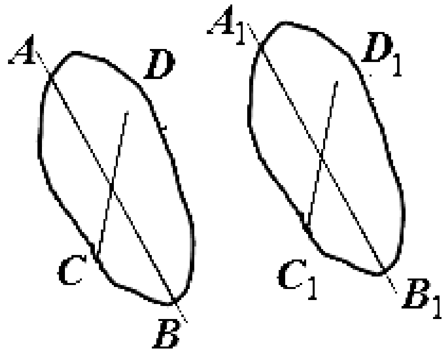


Рис. 64. Поступательное движение твёрдого тела

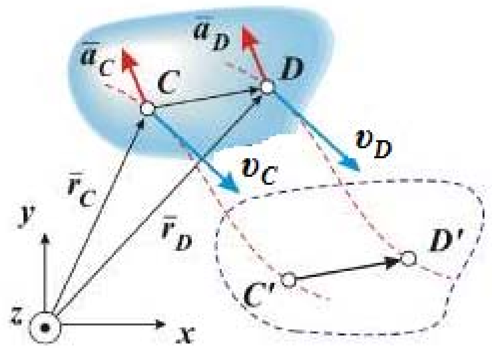


Рис. 65. Теорема о свойствах поступательного движения тела

Поэтому при описании движения тела, совершающего поступательное движение, достаточно описать движение (определить кинематические характеристики) любой его точки.

Мгновенно поступательным движением твёрдого тела называется такое его движение, при котором в данный момент времени скорости его точек равны по величине и направлению, а ускорения не равны.

Движение твёрдого тела называется *плоским*, если все его точки перемещаются в плоскостях, параллельных некоторой заданной неподвижной плоскости, которая называется основной плоскостью (например, плоскости z, y) (рис. 66).

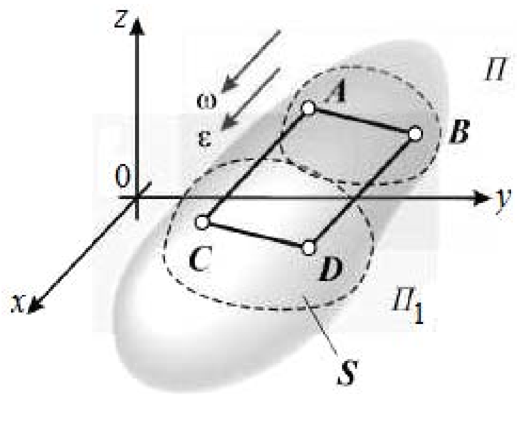


Рис. 66. Плоское движение твёрдого тела

Прямые, перпендикулярные этой плоскости (например, AC и BD), передвигаются параллельно самим себе, поэтому плоское движение твёрдого тела определяется движением любого сечения (например, S), параллельного этой неподвижной плоскости, которая изображает это сечение.

Вращательным движением вокруг неподвижной оси твёрдого тела называется такое движение, при котором какие-нибудь две точки этого тела остаются всё время неподвижными.

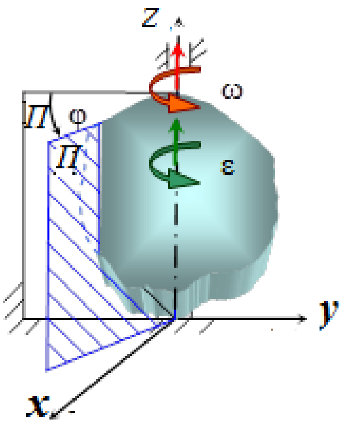


Рис. 67. Вращательное движение тела

Ось вращения – это прямая, на которую распространяется правило знаков, точки которой неподвижны в заданной системе отсчёта (рис. 67).

При вращательном движении положение тела определяется значением угла поворота тела φ, который измеряется от неподвижной плоскости П, проведённой через ось вращения, до подвижной плоскости П, также проходящей через ось вращения и жёстко связанной с вращающимся телом.

Закон вращательного движения твёрдого тела $\varphi = f(t)$.

Основными кинематическими характеристиками вращательного движения являются:

1. *Угловая скорость* тела в какой-либо промежуток времени – первая производная от угла поворота по времени $\omega = d\varphi/dt$. В технике угловая скорость определяется $\omega = \pi \cdot n/30$ рад/с, где n – число оборотов тела за минуту.

2. *Угловое ускорение* тела в какой-либо момент времени – первая производная от его угловой скорости или второй производной от угла поворота по времени $\varepsilon = d\omega/dt = d^{2}\varphi/dt^{2}$.

В общем случае угловая скорость и угловое ускорение – величины векторные, направленные вдоль оси вращения. Вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен в ту сторону, откуда вращение видно происходящим против часовой стрелки. Вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ направлен по оси вращения в ту сторону, откуда он «вращает» тело против часовой стрелки.

В случае ускоренного вращения векторы ω и ε совпадают по направлнию, в случае замедленного – направлены в противоположные стороны. При рассмотрении вращения одного тела или вращения тел вокруг параллельных осей часто принимают $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ величинами алгебраическими, указывая их направления дуговыми стрелками: против хода часовой стрелки «+», по ходу часовой стрелки «–».

При равномерном вращении $\boldsymbol{\omega}$ = const и $\boldsymbol{\varepsilon} = 0$. При равнопеременном вращении (равноускоренном или равнозамедленном) $\boldsymbol{\omega} \neq 0$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ = const.

Закон движения тела при равнопеременном вращении (рис. 68)

$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \varepsilon(t^2/2)$.

В сечении тела вращения плоскостью, перпендикулярной оси вращения, видно, что при повороте тела на угол φ $s = h \cdot \varphi$, $ds = h \cdot d\varphi$, где s – дуга окружности, по которой перемещается точка K, h – расстояние от точки K до оси вращения Z.

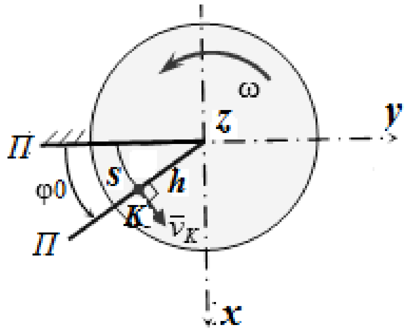


Рис. 68. Равнопеременное вращение тела

Скорость точки K $\upsilon_K = ds/dt = (d\varphi/dt)h = \omega \cdot h$.

Вектор скорости υк направлен перпендикулярно радиусу в сторону вращения (по направлению ω). При увеличении расстояния от вращения оси скорость точки увеличивается по линейному закону (рис. 69).

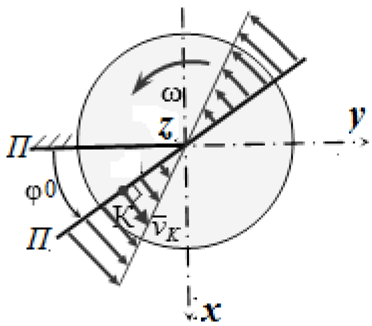


Рис. 69. Линейный закон скорости точки

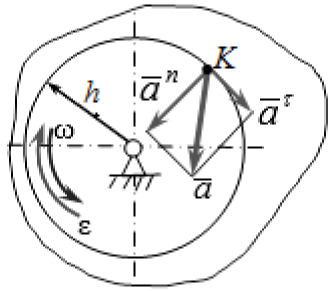


Рис. 70. Полное ускорение точки

Полное ускорение (***a***) точки тела (рис. 70) раскладывается:

– на нормальное $a^n = v^2/h = \omega^2 \cdot h$, вектор которого всегда направлен к оси вращения;

– касательное $a^\tau = \varepsilon \cdot h$, вектор которого направлен по касательной к описываемой точке окружности (перпендикулярно радиусу h) в сторону, «указанную» угловым ускорением **ε**.

2.6. Мгновенный центр скоростей

Наиболее просто находить скорости точек тела при помощи мгновенного центра скоростей (МЦС).

Теорема: *в каждый момент времени при плоском движении тела, если его угловая скорость не равна нулю (ω ≠ 0), в его плоскости* *есть единственная точка этого тела, скорость которой равна нулю.* Эту точку P называют *мгновенным центром скоростей* (рис. 71).

Следствия:

1) чтобы определить положение МЦС, надо знать направление скоростей двух точек тела – МЦС лежит на пересечении перпендикуляров к векторам скоростей, проведённых из этих точек;

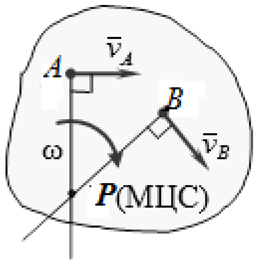


Рис. 71. Мгновенный центр скоростей

2) для определения с помощью МЦС скорости любой точки тела надо знать модуль и направление скорости одной точки и направление другой;

3) угловая скорость ω тела в любой момент времени равна отношению скорости любой точки к её расстоянию до МЦС (например, $\omega = v_A/l_{AP}$), при этом направление ω указывает скорость точки, если ω = 0, то МЦС не существует.

В некоторых случаях МЦС, т. е. неподвижная в данный момент точка P тела, заранее известна, что позволяет находить скорости двух других точек (рис. 72).

Теорема о сложении ускорений плоского тела: *ускорение любой точки М плоского тела геометрически складывается из ускорения какой-либо другой точки А, принятой за полюс, и ускорения, которое получает эта точка М при вращении тела вокруг полюса А* (рис. 73)

$\boldsymbol{a}_M = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}_{MA}$.

Ускорение вращения точки M может быть представлено как сумма нормального и касательного ускорений $\boldsymbol{a}_M = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}^n_{MA} + \boldsymbol{a}^\tau_{MA}$.

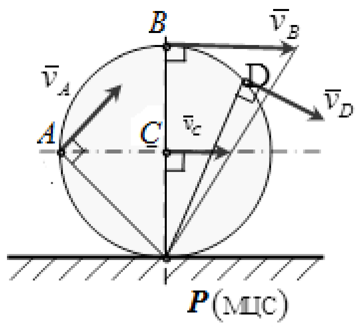


Рис. 72. МЦС для вертикального колеса (проскальзывания нет)

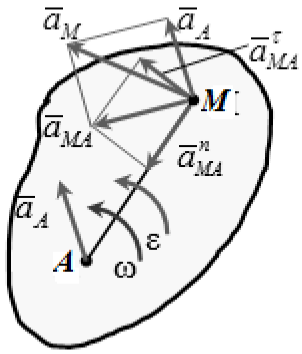


Рис. 73. Сложение ускорений точки М

Вектор $\boldsymbol{a}^n_{MA}$ направлен всегда от точки M к полюсу A, вектор $\boldsymbol{a}^\tau_{MA} \perp AM$ и направлен в сторону, «указанную» угловым ускорением ε.

2.7. Сложное движение точки

В некоторых случаях целесообразно рассматривать движение тела одновременно по отношению к двум системам отсчёта. На рис. 74 представлены неподвижная система координат $OX_1Y_1Z_1$ и система $OXYZ$, которая движется относительно неподвижной системы.

Движение точки M по отношению к неподвижной системе координат называется *абсолютным*, или *сложным движением*.

Движение точки M по отношению к подвижной системе координат называется *относительным движением.*

Движение подвижной системы координат относительно неподвижной называется *переносным движением*.

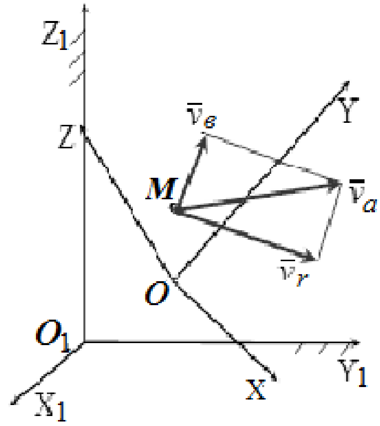


Рис. 74. Сложное движение точки

Теорема о сложении скоростей: *при сложном движении абсолютная скорость точки (тела)* $\boldsymbol{v_a}$ *равна геометрической сумме относительной* $\boldsymbol{v_r}$ *и переносной* $\boldsymbol{v_в}$ *скоростей* $\boldsymbol{v_a} = \boldsymbol{v_r} + \boldsymbol{v_в}$ (рис. 75).

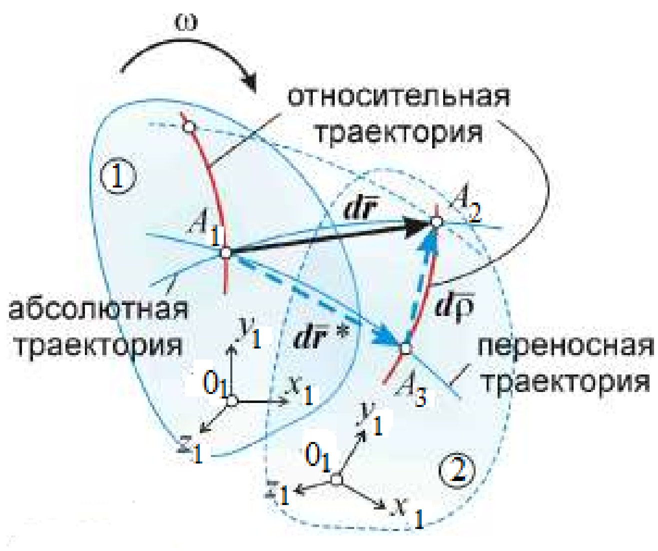


Рис. 75. Теорема о сложении скоростей точек

Теорема о сложении ускорений: *при сложном движении ускорение точки (тела) равно геометрической сумме трёх ускорений – относительного* $\boldsymbol{a_r}$*, переносного* $\boldsymbol{a_в}$ и *Кориолиса* $\boldsymbol{a_c}$ *(поворотного)*

$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_в + \boldsymbol{a}_c$,

где $a_c = 2(\omega_в \cdot \upsilon_r)$ и $|a_c| = 2\omega_в \cdot \upsilon_r \cdot \sin(\omega_в \hat{} \upsilon_r)$, где $\boldsymbol{\omega}_в$ – вектор угловой скорости переносного движения.

Направление ускорения Кориолиса $\boldsymbol{a}_c$ определяют по правилу Жуковского: вектор относительной скорости $\boldsymbol{v}_r$ проецируется на плоскость, перпендикулярную оси переносного вращения ($П \perp \boldsymbol{\omega}_в$), затем вектор проекции $(\boldsymbol{v}_r)_П$ поворачивается на 90º в сторону этого вращения (рис. 76).

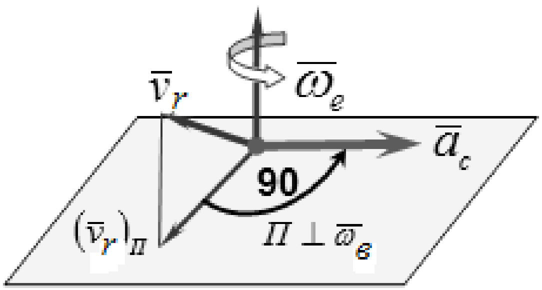


Рис. 76. Ускорение Кориолиса $\boldsymbol{a}_c$

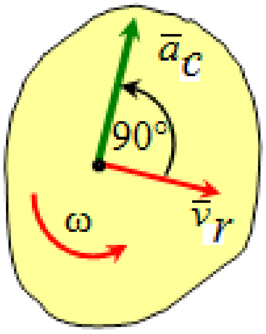


Рис. 77. Вектор относительной скорости $\boldsymbol{\upsilon}_r$

При плоском движении достаточно вектор относительной скорости $\boldsymbol{\upsilon}_r$ повернуть на 90º относительно $\boldsymbol{a}_c$ в направлении переносного движения $\boldsymbol{\omega}$ (рис. 77).

Если переносное движение поступательное ($\boldsymbol{\omega}_e = 0$), отсутствует относительное движение ($\boldsymbol{\upsilon}_r = 0$) и вектор $\boldsymbol{\upsilon}_r \parallel \boldsymbol{\omega}_e$, то ускорение Кориолиса $\boldsymbol{a}_c = 0$.

Вопросы для самоконтроля

1. Какое движение тела называют плоским?
2. Что называют мгновенным центром скоростей плоской фигуры?
3. Какое движение точки называют сложным?
4. Какое движение точки называют относительным?
5. Какое движение точки называют переносным?
6. Как определяется направление ускорения Кориолиса?
7. В каких случаях ускорение Кориолиса равно нулю?

3. ДИНАМИКА

Динамика (греч. Δύναμις – сила) изучает причины возникновения механического движения.

Основы динамики заложил Галилео Галилей, он опроверг существование науки со времён Аристотеля (IV в. до н.э.), который утверждал, что естественное состояние тела – покой, а движется оно только под действием силы или импульса, отсюда заблуждение о том, что из двух тел, падающих на Землю, более тяжёлое движется быстрее. Аристотелевская традиция провозглашала также, что все законы, управляющие Вселенной, можно вывести путём чистого умозрения, без экспериментальной проверки. Поэтому до Галилея никто не дал себе труда удостовериться, действительно ли тела различной массы падают с разной скоростью. На основе выводов Галилея Исаак Ньютон в 1687 году в «Математических началах натуральной философии» сформулировал основные аксиомы (законы) движения, ставшие фундаментом, на который сотни лет опирается классическая механика.

3.1. Основные законы динамики

Движение тел всегда происходит в пространстве относительно определённой *системы отсчёта* и во *времени*.

Пространство считается трёхмерным эвклидовым, свойства его не зависят от движущихся в нём материальных объектов. Зададимся вопросом: что такое время? Этой проблемой занимались ещё античные деятели науки. Одним из первых, кто задумался над этим, был греческий философ Платон (428 – 348 гг. до н. э.), согласно представлениям которого время – это «движущееся подобие вечности». А несколько позже его идеи развил и дополнил мудрый Аристотель, назвав время «числом движения».

С точки зрения законов классической механики время – это «непрерывная величина, которая ничем не определяется». А для удобства в жизни в качестве основы его измерения берётся определённая последовательность событий, к примеру, периоды вращения Земли вокруг своей оси, Солнца или работы часового механизма (современные атомные часы).

Считается, что во всех системах отсчёта, движущихся друг относительно друга, время протекает одинаково.

Методы и приёмы, применяемые в динамике, позволяют производить расчёты движения и перемещения деталей, узлов и механизмов машин, вызываемых приложенными нагрузками и реакциями.

Первый закон Ньютона, который также называют законом инерции, или законом Галилея (1638): *материальная точка, на которую не действуют силы или действует уравновешенная система сил, обладает способностью сохранять своё состояние покоя или равномерного прямолинейного движения относительно системы отсчёта, которую называют инерциальной.*

Инерциальная система отсчёта – это научная абстракция, т. е. система отсчёта, в которой выполняется закон инерции. Инерциальных систем отсчёта бесконечно много. Исходная инерциальная система отсчёта – начало координат, которая находится в центре Солнца, а оси координат направлены на бесконечно удалённые звёзды (гелиоцентрическая). Для решения большинства технических задач с достаточной степенью точности можно считать инерциальной систему отсчёта, жёстко связанную с Землёй (геоцентрическая).

Второй закон Ньютона (основной закон динамики): *произведение массы материальной точки на её ускорение относительно инерциальной системы отсчёта, которое она получает под действием силы, равно по модулю данной силе, а направление ускорения совпадает с направлением действия этой силы* $m \cdot a = F$ (рис. 78).

Рис. 78. Основной закон динамики

Здесь масса m – характеристика любого материального объекта, определяющая его инертные и гравитационные свойства. Ньютон называл массой количество материи, заключённой в теле, считая массу каждого тела величиной постоянной.

Но после открытия теории относительности Альбертом Эйнштейном (1879 – 1955) современное представление о массе опровергает вывод Ньютона – масса не является постоянной величиной для тела, она зависит от скорости, с которой это тело движется. Чем больше скорость движения тела, тем больше его масса и, следовательно, тем труднее сообщить ему дальнейшее ускорение. При скоростях, близких к скорости света, масса тела стремится к бесконечности, и для дальнейшего ускорения такого тела требуется сила бесконечной величины. Отсюда вытекает вывод, что материальное тело не может двигаться со скоростью света, так как не существует реальная сила, способная ускорить его до такого состояния.

И ещё можно сделать вывод: чем больше масса точки, тем бóльшую силу необходимо приложить, чтобы придать ей требуемое ускорение; две материальные точки, имеющие одинаковые массы, получат от одной и той же силы одинаковые ускорения.

Так как масса точки характеризует инертные свойства, то её можно назвать *инертной массой*. Поэтому в классической механике массу принимают величиной постоянной, зависящей только от самой точки и не зависящей от её кинематических характеристик (скорости и ускорения), а также от природы действующих сил. Она одинакова, если на точку (тело) действуют силы тяготения или силы трения и т. д.

Исаак Ньютон сформулировал также закон всемирного тяготения: *модуль силы тяготения зависит от масс тел и расстояния между ними* (рис. 79)

$F = G(m_1 \cdot m_2)/R^2$,

где $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н · м^2/кг^2 – гравитационная константа; m_1 и m_2 – гравитационные массы притягивающихся тел; R– расстояние между телами.

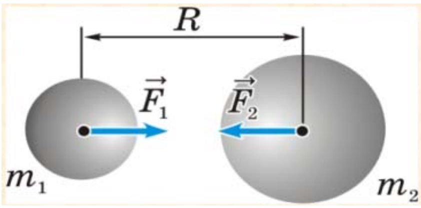


Рис. 79. Закон всемирного тяготения

Третий закон Ньютона (закон равенства и противодействия): *две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по модулю и направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны* $|\boldsymbol{F_1}| = |-\boldsymbol{F_2}|$ (рис. 80).

Этот закон относится и к аксиоме статики (действие равно противодействию).

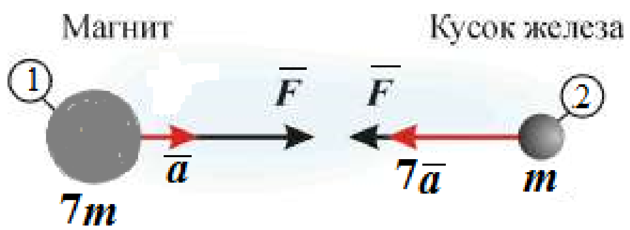


Рис. 80. Закон действия и противодействия

Особенности закона:

1. Силы возникают парами.
2. Возникающие силы одной природы.
3. Силы приложены к разным телам, поэтому не уравновешивают друг друга.

3.2. Две задачи динамики материальной точки

Первая задача – зная закон движения материальной точки и её массу, определить действующую на неё силу.

Эту задачу решают с помощью основного закона динамики; при этом, если ускорение не задано непосредственно, то его предварительно вычисляют по формулам кинематики (см. раздел «Кинематика»).

Пусть материальная точка массой m_1 опускается вниз с ускорением $\boldsymbol{a}$ под действием силы тяжести и некоторой подъёмной силы $\boldsymbol{P}$. Какова масса m_2 точки, чтобы она поднималась вверх с таким же ускорением (рис. 81)?

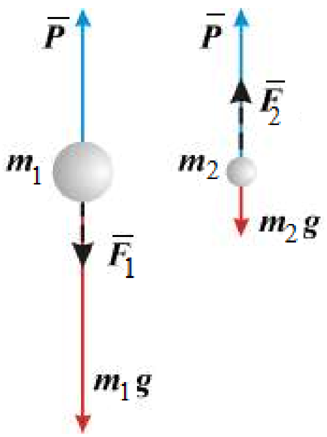


Рис. 81. Первая задача динамики

Когда точка опускается вниз, то на неё действует сила

$F_1 = m_1 \cdot a = m_1 \cdot g - P.$

Когда точка поднимается вверх, то на неё действует сила

$F_2 = m_2 \cdot a = P - m_2 \cdot g.$

Совместно решая два уравнения, исключив неизвестную силу $\boldsymbol{P}$, находят массу m_2

$m_2 = m_1[(g - a)/(g + a)].$

Вторая, или основная задача динамики – зная массу точки и действующие на неё силы, определить закон её движения. Эту задачу решают с помощью общих теорем динамики.

Материальная точка массой m начинает прямолинейное движение вдоль прямой l из состояния покоя под действием силы $\boldsymbol{F}(t) = k \cdot t$. По какому закону перемещается точка? (рис. 82).

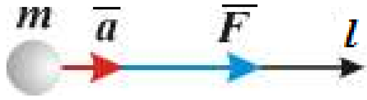


Рис. 82. Основная задача динамики

С учётом основного закона динамики $F = m \cdot a = k \cdot t$.

С учётом начального условия, что скорость равна нулю, $l = 0$ и $t = 0$, имеем закон движения точки $l = t^3(k/6m)$.

3.3. Механическая работа и мощность

Энергетические характеристики движения вводятся на основе понятия *механической работы,* или *работы силы*.

Работой A, совершаемой постоянной силой $\boldsymbol{F}$, называется физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла между векторами силы $\boldsymbol{F}$ и перемещения $\boldsymbol{s}$ на прямолинейном участке пути (рис. 83).

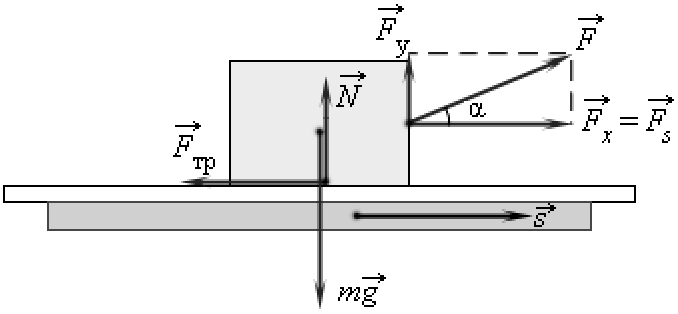


Рис. 83. Механическая работа силы F

Приложенную силу $\boldsymbol{F}$ можно разложить на две составляющие: $\boldsymbol{F_y}$ – направлена перпендикулярно движению точки, но которая не может двигать точку или препятствовать её перемещению в направлении $\boldsymbol{s}$; $\boldsymbol{F_x} = \boldsymbol{F_S}$ – направлена вдоль движения точки. Тогда работу действия силы $\boldsymbol{F}$ на пути $\boldsymbol{s}$ можно определить $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha = F_S \cdot s$.

Это и есть уравнение механической работы: *работа является мерой действия силы, приложенной к материальной точке (телу) при некотором её перемещении.*

Работа – величина скалярная и измеряется в *джоулях* (Дж) – работа силы в 1 ньютон на пути в 1 метр.

Силы, совершающие положительную работу, называются *движущими силами*, а совершающие отрицательную работу – *силами сопротивления*.

Графически работа определяется по площади криволинейной фигуры под графиком $\boldsymbol{F_S}(x)$ (рис. 84). На бесконечно малом участке

Δd_i криволинейный путь можно условно считать прямолинейным, а силу – постоянной.

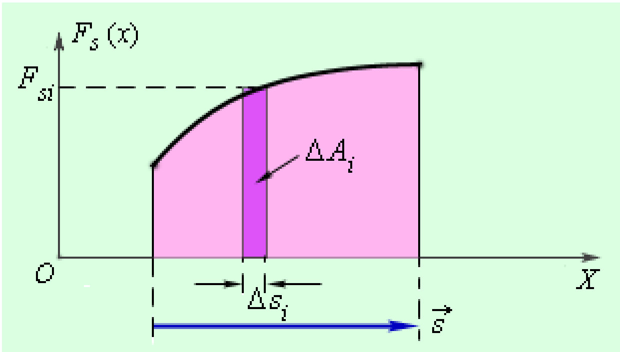


Рис. 84. Графическое определение работы

Элементарная работа силы на пути Δs_i равна $\Delta A_i = F_{Si} \cdot \Delta s_i$. Работа силы $\boldsymbol{F}$ на конечном пути s графически выражается площадью фигуры, ограниченной осью абсцисс, двумя ординатами и кривой, которая называется *кривой сил*.

Теорема: *работа равнодействующей системы сил на каком-то участке пути равна алгебраической сумме работ составляющих сил на том же участке пути.*

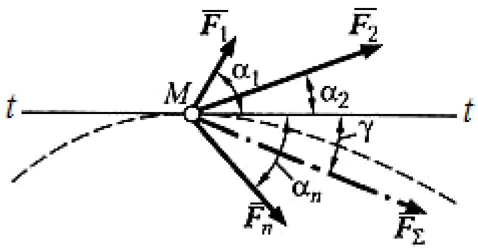


Рис. 85. Работа равнодействующей силы

К материальной точке M приложена система сил ($\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$, …, $\boldsymbol{F}_n$), равнодействующая которых равна $\boldsymbol{F}_\Sigma$ (рис. 85). Система сил, приложенных к точке, есть система сходящихся сил

$$\boldsymbol{F}_\Sigma = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \ldots + \boldsymbol{F}_n.$$

Спроецируем это векторное равенство на касательную $t – t$ у траектории, по которой движется материальная точка

$$F_\Sigma \cos\gamma = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2 + F_3 \cos\alpha_3 + \ldots + F_n \cos\alpha_n.$$

Умножим обе части равенства на бесконечно малое перемещение ds и проинтегрируем полученное равенство в пределах какого-то конечного перемещения s

$$\int F_\Sigma \cos\gamma\, ds = \int F_1 \cos\alpha_1\, ds + \int F_2 \cos\alpha_2\, ds + \int F_3 \cos\alpha_3\, ds + \ldots + \int F_n \cos\alpha_n\, ds.$$

Это уравнение соответствует равенству

$$A_\Sigma = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n = \Sigma A_{Fi}.$$

Теорема: *работа силы тяжести не зависит от вида траектории и равна произведению модуля силы на вертикальное перемещение точки её приложения.*

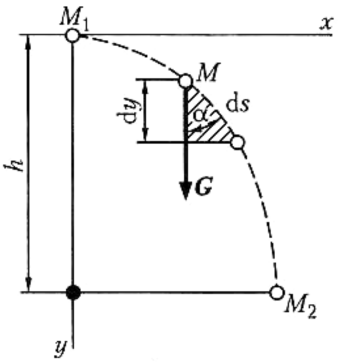


Рис. 86. Работа силы тяжести

Материальная точка M движется под действием силы тяжести $\boldsymbol{G}$ и за какой-то промежуток времени перемещается из положения M_1 в положение M_2, пройдя путь s (рис. 86).

На траектории точки M можно выделить любой бесконечно малый участок ds, который условно можно считать прямолинейным, и из его концов можно провести прямые, параллельные осям координат, одна из которых вертикальна, а другая горизонтальна. Из заштрихованного треугольника можно получить $dy = ds \cdot \cos\alpha$.

Элементарная работа силы $\boldsymbol{G}$ на пути ds $dW = F \cdot ds \cdot \cos\alpha$.

Полная работа силы тяжести $\boldsymbol{G}$ на пути s

$W = \int G \cdot ds \cdot \cos\alpha = \int G \cdot dy = G\int dy = G \cdot h$.

<u>Пример.</u> Работа силы тяжести при падении тела (например, камня) вертикально вниз.

В начальный момент времени тело находилось на высоте h_1 над поверхностью Земли, а в конечный момент времени – на высоте h_2 (рис. 87). Модуль перемещения тела $|\Delta r| = h_1 - h_2$.

Направления векторов силы тяжести $\boldsymbol{F}_\text{Т}$ и перемещения Δr совпадают. Согласно определению работы $A = |F_\text{Т}| \cdot |\Delta r| \cos 0° = m \cdot g(h_1 - h_2)$.

Пусть теперь тело бросили вертикально вверх из точки, расположенной на высоте h_1 над поверхностью Земли, и оно достигло высоты h_2 (рис. 88). Векторы $\boldsymbol{F}_T$ и Δr направлены в противоположные стороны, а модуль перемещения $|\Delta r| = h_2 - h_1$. Работа силы тяжести

$A = |F_\text{Т}| \cdot |\Delta r| \cos 180° = -m \cdot g(h_2 - h_1)$.

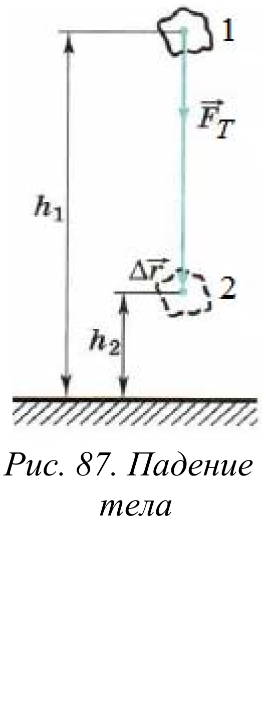


Рис. 87. Падение тела

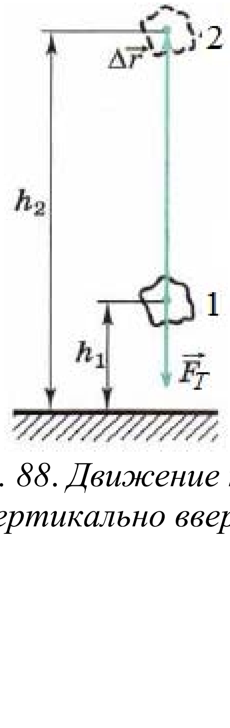


Рис. 88. Движение тела вертикально вверх

Если же тело перемещается по прямой так, что направление перемещения составляет угол α с направлением силы тяжести (рис. 89), то работа силы тяжести $A = |F_T| \cdot |\Delta r|\cos\alpha = m \cdot g|BC|\cos\alpha$.

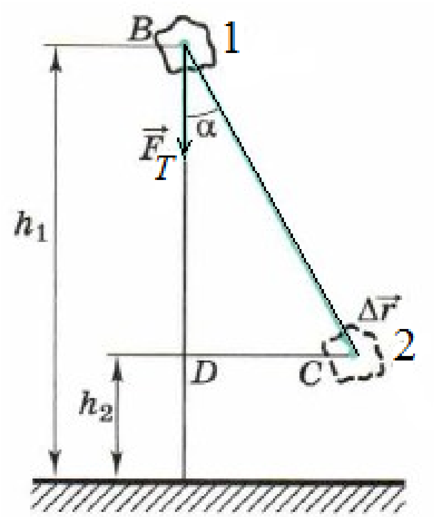


Рис. 89. Тело под углом к вертикали

Из прямоугольного треугольника BCD $|BC|\cos\alpha = BD = h_1 - h_2$. Следовательно, $A = m \cdot g(h_1 - h_2)$.

Если тело перемещается вдоль кривой BC (рис. 90), то, представив эту кривую в виде ступенчатой линии, состоящей из вертикальных и горизонтальных участков малой длины, увидим, что на горизонтальных участках работа силы тяжести равна нулю, так как сила перпендикулярна перемещению. Сумма работ на вертикальных участках равна работе, которую совершила бы сила тяжести при перемещении тела по вертикальному отрезку длиной $(h_1 - h_2)$.

Таким образом, работа силы тяжести при перемещении вдоль кривой BC равна $A = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2$.

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории тела – она определяется лишь начальным и конечным положениями тела. Более того, работа силы тяжести при перемещении тела массой m из одного положения в другое не зависит от формы траектории, по которой движется тело (рис. 91).

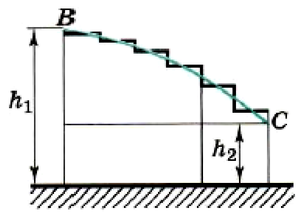


Рис. 90. Перемещение тела

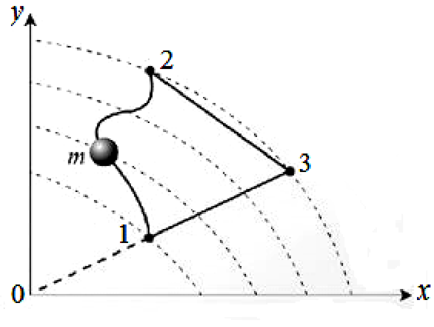


Рис. 91. Независимая траектория

Работа при перемещении тела по замкнутому контуру $BCDEB$ показана на рис. 92. Работа A_1 силы тяжести при перемещении тела из точки B в точку D по траектории BCD

$A_1 = m \cdot g(h_2 - h_1)$,

по траектории *DEB*

$A_2 = m \cdot g(h_1 - h_2)$.

Тогда суммарная работа

$A = A_1 + A_2 = m \cdot g(h_2 - h_1) + m \cdot g(h_1 - h_2) = 0$.

Вывод. Силы, работа которых не зависит от формы траектории точки приложения силы и по замкнутому контуру равны нулю, называются консервативными.

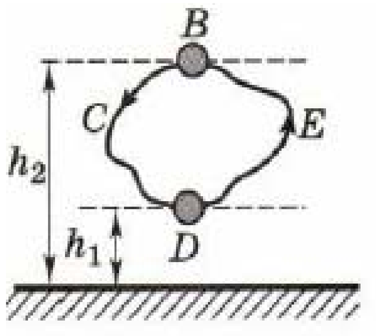


Рис. 92. Перемещение тела по замкнутой линии

При перемещении тела (точки) могут возникнуть три частных случая:

1. Сила направлена вдоль перемещения тела ($\alpha = 0$), и работа этой силы будет положительной $A > 0$ (рис. 93).

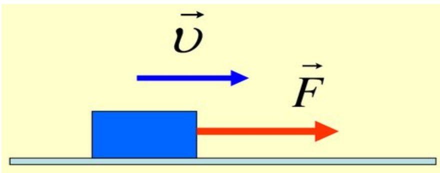


Рис. 93. Положительная работа

2. Сила направлена в противоположном перемещению направлении ($\alpha = 180^0$), и работа будет отрицательной $A < 0$ (рис. 94).

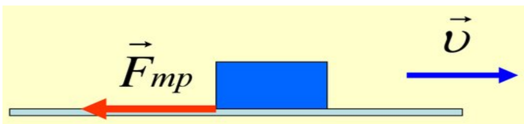


Рис. 94. Отрицательная работа

3. Сила направлена перпендикулярно перемещению ($\alpha = 90^o$), и работа силы равна нулю (рис. 95). Например, при горизонтальном перемещении тела относительно поверхности Земли работа силы тяжести будет равна нулю $A = 0$.

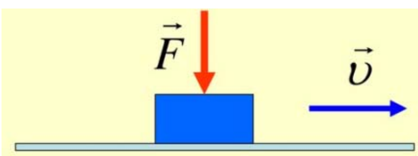


Рис. 95. Нулевая работа

Шар свободно катится по столу и свободно падает на пол (рис. 96).

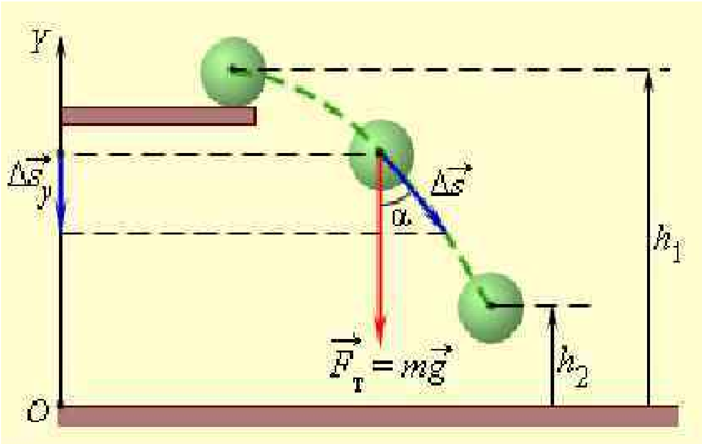


Рис. 96. Свободное падение шара

Элементарная работа силы тяжести
$\Delta A = F_m \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha = -m \cdot g \cdot \Delta S_y = -m \cdot g(h_2 - h_1) = -(m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1)$.

Рассмотрим работу, совершаемую *силой упругости* при перемещении некоторого груза. Пружина, у которой один конец закреплён неподвижно, а к другому прикреплён шар, изображена на (рис. 97, *а*). Совместим начало координат с центром шара, тогда координата шара будет равна удлинению пружины. Если пружина растянута, то она действует на шар с силой $\boldsymbol{F}_1$ (рис. 97, *б*), направленной к положению равновесия шара, в котором пружина не деформирована. Начальное удлинение пружины равно x_1.

Вычислим работу силы упругости при перемещении шара из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2. Из рис. 97, *в* видно, что модуль перемещения равен $|\Delta r| = x_1 - x_2$.

На рис. 97 рассмотрен случай, когда направления силы упругости и перемещения тела совпадают. Если начальное x_0 и конечное x_1 положения пружины совпадают, то суммарная работа силы упругости при деформации пружины равна нулю.

Работа силы упругости зависит лишь от удлинения или сжатия пружины в начальном и конечном состояниях. Таким образом, работа силы упругости не зависит от формы траектории, и так же, как и сила тяжести, сила упругости является *консервативной*. Работа силы трения показана на рис. 98.

$A_{тр} = F_{тр} \cdot S \cdot \cos 180^o = -F_{тр} \cdot S < 0$.

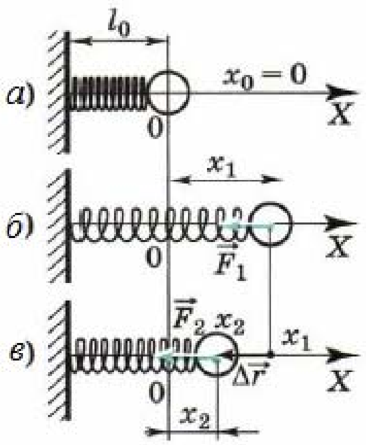


Рис. 97. Работа силы упругости

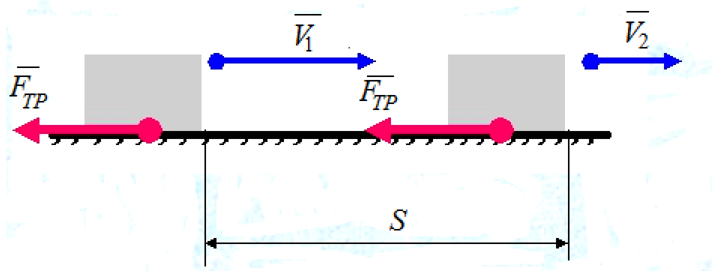


Рис. 98. Работа силы трения

Выводы:

1. Работа силы трения на замкнутой траектории не равна нулю.
2. Работа силы трения зависит от формы пути.

Диск вращается вокруг неподвижной оси под действием постоянной силы $\boldsymbol{F}$, точка приложения которой перемещается вместе с диском (рис. 99). Приложенную силу $\boldsymbol{F}$ можно разложить на три взаимноперпендикулярные составляющие: $\boldsymbol{F}_1$ – окружная сила; $\boldsymbol{F}_2$ – осевая сила; $\boldsymbol{F}_3$ – радиальная сила. При повороте диска на бесконечно малый угол $d\varphi$ сила $\boldsymbol{F}$ совершит элементарную работу, которая на основании теоремы о работе равнодействующей будет равна сумме работ составляющих.

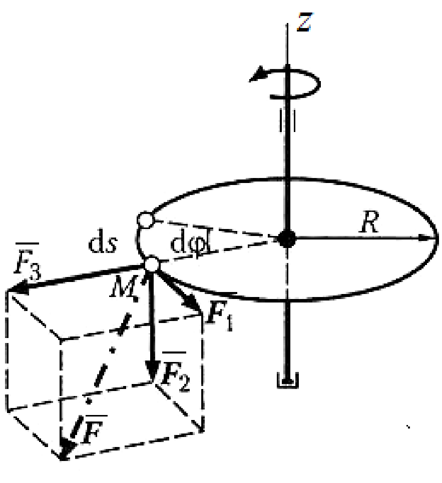


Рис. 99. Работа вращающегося тела

Из рисунка видно, что работа составляющих $\boldsymbol{F}_2$ и $\boldsymbol{F}_3$ будет равна нулю, так как векторы этих сил перпендикулярны бесконечно малому перемещению ds точки приложения M, поэтому элементарная работа силы $\boldsymbol{F}$ равна работе её составляющей $\boldsymbol{F}_1$

$$dA = F_1\, ds = F_1 \cdot R\, d\varphi.$$

При повороте диска на конечный угол φ работа силы $\boldsymbol{F}$

$$A = \int F_1 \cdot R\, d\varphi = F_1 \cdot R \int d\varphi = F_1 \cdot R \cdot \varphi,$$

здесь угол φ выражается в радианах.

Так как моменты составляющих $\boldsymbol{F_2}$ и $\boldsymbol{F_3}$ относительно оси z равны нулю, то на основании теоремы Вариньона момент силы $\boldsymbol{F}$ относительно оси z равен $M_z(F) = F_1 \cdot \boldsymbol{R}$.

Момент силы $\boldsymbol{F}$, приложенной к диску, относительно оси вращения называется *вращающим моментом* $\boldsymbol{M}_{\text{вр}} = \boldsymbol{M_z}(\boldsymbol{F})$, следовательно, работа равна $A = \boldsymbol{M}_{\text{вр}} \cdot \varphi$.

Работа постоянной силы, приложенной к вращающемуся телу, равна произведению вращающего момента на угловое перемещение.

Работа, совершаемая какой-либо силой, может осуществляться за различные промежутки времени, т. е. с разной скоростью. В механике за характеристику быстроты совершаемой работы принято понятие *мощность – работа, совершаемая в единицу времени.* Единицей измерения мощности является **ватт** (Вт) – *работа, совершённая в* 1 Дж *за время в* 1 *секунду*. Если работа совершается равномерно, то мощность можно определить $N = A/t$.

Если направление силы и направление перемещения совпадают, то $N = A/t = (F \cdot s)/t = |F| \cdot v$.

Мощность силы равна произведению модуля силы на скорость точки её приложения.

Если работа совершается силой, приложенной к равномерно вращающемуся телу, то мощность $N = A/t = (M_{\text{вр}} \cdot \varphi)/t = M_{\text{вр}} \cdot \omega$.

Мощность силы, приложенной к равномерно вращающемуся телу, равна произведению вращающего момента на угловую скорость.

3.4. Импульс тела и силы

Общие теоремы динамики материальной точки устанавливают зависимость между изменениями динамических мер движения материальной точки и мерами действия сил, приложенных к этой точке.

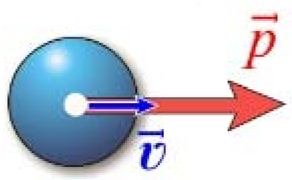


Рис. 100. Импульс тела

Импульс тела – векторная величина, равная произведению массы на скорость $p = m \cdot v$ (рис. 100).

Единица измерения импульса тела – это килограмм, умноженный на метр в секунду (кг · м/с). Импульсом $F{\cdot}t$ постоянной силы $\boldsymbol{F}$ называется вектор, равный произведению силы на время её действия. Импульс силы является мерой её действия по времени. Единицей импульса силы названо произведение ньютона на секунду (Н·с).

Если силу заменить произведением массы на ускорение (второй закон Ньютона), то можно получить

$[F \cdot t] = [F][t] = [a][m][t] =$ (кг·м/с^2)с = кг(м/с).

Так как импульс тела и импульс силы выражаются в одинаковых единицах, то между ними существует зависимость, устанавливаемая теоремой об изменении количества движения: *изменение количества движения материальной точки за некоторый промежуток времени равно импульсу приложенной к ней силы за тот же промежуток времени.*

Если материальная точка движется прямолинейно под действием постоянной силы $\boldsymbol{F}$, то движение её будет равнопеременным и скорость в каждый момент времени можно определить по формуле

$\upsilon = \upsilon_0 + a \cdot t.$

После соответствующих преобразований получим

$m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_0 = m \cdot a \cdot t,$

где $m \cdot a = F$ – сила, под действием которой точка движется, тогда

$m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_0 = F \cdot t.$

Из этого равенства следует, что в левой его части находится изменение количества движения за время t, а в правой – импульс силы за это же время.

Если движение замедленное ($\boldsymbol{\upsilon} < \boldsymbol{\upsilon_0}$), то вектор силы направлен в сторону, противоположную вектору скорости, и сила будет иметь знак минус. Если к материальной точке приложено несколько сил, то изменение количества движения будет равно сумме (алгебраической, если силы действуют по одной прямой, и векторной, если силы действуют под углом друг к другу) импульсов данных сил

$m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_0 = \Sigma(F_i \cdot t).$

3.5. Механическая энергия и её виды

Энергия (др.-греч. ἐνέργεια – действие, деятельность, сила, мощь) – скалярная физическая величина, являющаяся единой мерой различных форм движения и взаимодействия материи, мерой перехода движения материи из одних форм в другие.

С фундаментальной точки зрения энергия представляет собой один из трёх (энергия, импульс, момент импульса) аддитивных интегралов движения (т. е. сохраняющихся при движении величин), связанных с однородностью времени. Слово «энергия» введено Аристотелем в трактате «Физика», однако там оно обозначало деятельность человека. В механике для передачи и преобразования энергии применяются различные механизмы и машины, назначение которых – выполнение заданных человеком полезных функций. При этом энергия, передаваемая механизмами, называется *механической энергией*.

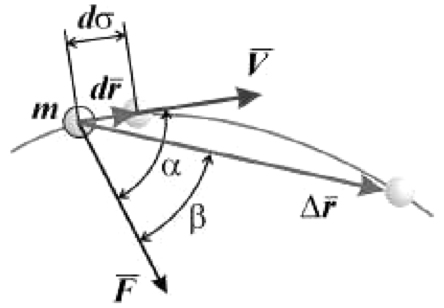


Рис. 101. Кинетическая энергия материальной точки

Кинетическая энергия является динамической мерой движения материальной точки (тела); это скалярная и всегда положительная величина, зависит от скорости, с которой движется материальная точка $E_K = mv^2/2$ (рис. 101).

Впервые понятие «кинетическая энергия» в 1695 году ввёл немецкий математик, философ, логик, историк, языковед, юрист, дипломат, изобретатель, физик и механик Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1710), но оно было посвящено понятию «живой силы».

Единица измерения кинетической энергии – *джоуль* (Дж).

1Дж = кг (м/с)^2 = (кг·м/с^2)м = Н·м.

Пример. Тело массой m = 1кг движется поступательно со скоростью v = 1,4 м/с. Найти его кинетическую энергию.

Подставим данные в формулу $E_K = mv^2/2 = 1 \cdot 1{,}4^2/2 \approx 0{,}98$ Дж. Очевидно, что кинетическая энергия рассчитывается в джоулях. Связь между этими физическими величинами устанавливает следующая теорема: *изменение кинетической энергии материальной точки на некотором пути равно работе силы, приложенной к точке на том же пути* (рис. 102)

$$\boldsymbol{m}\boldsymbol{v}^2/2 - \boldsymbol{m}\boldsymbol{v}_0^2 = A,$$

где m – масса точки; $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{v}_0$ – начальная и конечная скорости точки; A – работа силы $\boldsymbol{F}$ на пути s.

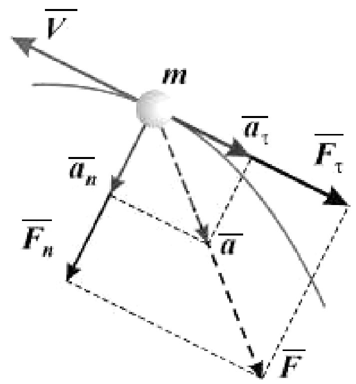


Рис. 102. Изменение кинетической энергии

При замедленном движении ($\boldsymbol{v} < \boldsymbol{v}_0$) составляющая $\boldsymbol{F}_\tau$, вызывающая касательное ускорение $\boldsymbol{a}_\tau$, будет направлена в сторону, противоположную направлению вектора скорости $\boldsymbol{v}$, и работа силы $\boldsymbol{F}$ будет отрицательной.

Составляющая $\boldsymbol{F_n}$, вызывающая нормальное (центростремительное) ускорение $\boldsymbol{a_n}$, работы не совершает, так как она в каждый данный момент времени перпендикулярна элементарному перемещению точки приложения силы $\boldsymbol{F}$.

С помощью теоремы об изменении кинетической энергии решают задачи, в которых в число данных и искомых величин входят:

– действующие силы;

– перемещение системы;

– скорости точек и тел системы в начале и конце перемещения.

Потенциальная энергия – скалярная физическая величина, характеризует запас энергии материального тела (или материальной точки), находящегося в потенциальном силовом поле, который идёт на приобретение (изменение) кинетической энергии тела за счёт работы сил поля.

Термин «потенциальная энергия» впервые ввёл в XIX веке шотландский инженер, физик и механик Уильям Джон Макуорн Ранкин (1820 – 1872). Потенциальная энергия положения тела обусловлена силой тяжести и может быть определена как произведение силы тяжести тела $\boldsymbol{G}$ на высоту h его подъёма над поверхностью Земли $E_п = G \cdot h$.

Как найти потенциальную энергию тела массой m = 12 кг, которое находится над Землёй на высоте h = 5 км?

Подставим данные в формулу

$E_п = G \cdot h = 12 \cdot 9{,}8 \cdot 5000 = 5{,}88 \cdot 10^5$ Дж.

Введение понятия энергии удобно тем, что в случае, если физическая система является замкнутой, то её энергия сохраняется.

Закон сохранения энергии впервые в 1695 году сформулировал Лейбниц, затем в 1841 году немецкий врач, естествоиспытатель и физик Юлиус Роберт фон Майер (1814 – 1878) в своём труде «Закон сохранения и превращения энергии. Четыре исследования 1841 – 1851»; в 1843 году его выдвинул немецкий врач, физиолог, психолог, акустик и физик Герман Людвиг Фердинанд фон Гельмгольц (1821 – 1894); в 1847 году – английский физик Джеймс Джоуль (1818 – 1889).

Закон сохранения механической энергии: *полная механическая энергия тела, на которое не действуют силы трения и сопротивления, в процессе его движения остаётся неизменной.*

Докажем, что сумма потенциальной и кинетической энергий остаётся постоянной. Пусть тело массой m падает без начальной скорости с высоты H (рис. 103). Потенциальная энергия тела в начальном состоянии $E_п = m \cdot g \cdot H$. Потенциальную энергию тела на высоте h можно задать формулой $E_п = m \cdot g \cdot h$.

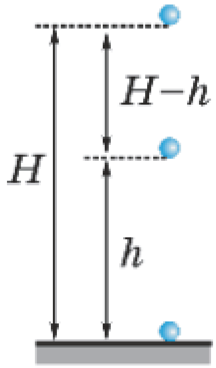


Рис. 103. Сумма потенциальной и кинетической энергий

Чтобы найти кинетическую энергию тела, $E_к = (m \cdot \upsilon^2)/2$; когда оно находится на высоте h, воспользуемся тем, что $\upsilon^2 = 2g(H - h)$, где $(H - h)$ – путь, пройденный телом.

Получаем $E_к = m \cdot g(H - h)$.

Следовательно, $E_п + E_к = m \cdot g \cdot h + m \times g(H - h) = m \cdot g \cdot H$, т. е. полная механическая энергия тела в любой момент равна его начальной потенциальной энергии.

$E_п = m \cdot g \cdot h$, $E_к = 0$ и $E_п + E_к = m \cdot g \cdot H$;
$E_п = m \cdot g \cdot h$, $E_к = m \cdot g(H - h)$ и $E_п + E_к = m \cdot g \cdot H$;
$E_п = 0$, $E_к = m \cdot g \cdot H$ и $E_п + E_к = m \cdot g \cdot H$.

Закон сохранения механической энергии справедлив при движении под действием любой потенциальной силы; при движении под действием непотенциальных сил механическая энергия переходит в другие виды энергии.

Закон сохранения и превращения энергии можно назвать фундаментальным законом природы. Он выполняется в макро- и микромире. Этот закон выступает частным случаем общего закона сохранения материи и движения, сформулированного в 1748 году Михаилом Васильевичем Ломоносовым (1711 – 1765): «*Все перемены, в натуре случающиеся, такого суть состояния, что сколько у одного тела отнимается, столько присовокупится к другому. Так, ежели где убудет несколько материи, то умножится в другом месте. Сей всеобщий естественный закон простирается и в самые правила движения: ибо тело, движущее своею силою другое, столько же оные у себя теряет, сколько сообщает другому, которое от него движение получает*».

Ломоносов высказал мысль о переходе одних форм движения в другие.

3.6. Метод кинетостатики

Кинетоста́тика (от греч. Kinetós – *движущийся* и *статика*) рассматривает способы решения динамических задач с помощью аналитических или графических методов статики.

В основе кинетостатики лежит принцип французского учёного Жана Лерона Даламбера (1717 – 1783). Уравнения движения тела можно составлять в форме уравнений статики, если к фактически действующим на тело силам и реакциям связей добавить силы инерции.

Методы кинетостатики находят применение при решении ряда динамических задач, особенно в динамике машин и механизмов. Они используются при расчётах механизмов на прочность для нахождения сил реакций при известных заранее законах изменения положения частей механизма в пространстве.

В чём же оригинальность этого принципа? Из статики известно, что любое тело будет находиться в равновесии, если действующие на него силовые факторы уравновешивают друг друга. Зная приёмы статики, можно определить неизвестные активные или реактивные силы, действующие на тело.

В 1743 году в своём сочинении «Динамика» Даламбер задался вопросом: *нельзя ли эти приёмы использовать для подвижных тел, причём не просто подвижных, а движущихся с некоторым ускорением?*

Как рассуждал Даламбер? Точка *M* массой *m* движется с ускорением ***a*** под действием какой-то системы активных и реактивных сил, равнодействующая которых равна $\boldsymbol{F_n}$ (рис. 104).

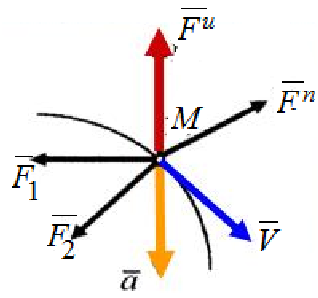


Рис. 104. Движение материальной точки

На основании второго закона динамики (закона Ньютона) можно записать уравнение движения точки в форме уравнений равновесия

$$m \cdot a = \Sigma F_k = F^a + F^n,$$

$$F^a + F^n - m \cdot a = 0,$$

где $(-m \cdot a)$ – сила инерции; $\boldsymbol{F^u}$, $\boldsymbol{F^a}$ – активные силы.

Сила инерции есть вектор, равный произведению массы материальной точки на её ускорение в данный момент времени, и направлен в сторону, противоположную ускорению. На основании этого для материальной точки можно записать $\boldsymbol{F^a} + \boldsymbol{F^n} + \boldsymbol{F^u} = 0$.

Это и есть математическое выражение принципа Даламбера, который формулируется так: *если к действующей на тело активной силе и реакции связи приложить дополнительную силу инерции, то тело будет находиться в равновесии* (сумма всех сил, действующих в системе, дополненная главным вектором инерции, равна нулю).

Возникает вопрос: как тело находится в состоянии равновесия во время ускоренного движения? Введённая Даламбером в научную терминологию сила инерции считается понятием *условным*, т. е. фактически такой силы в природе не существует в отличие от понятия *инертности* – свойства любых материальных точек (тел), проявляющегося в стремлении сохранять своё состояние – условное уравновешивание силой инерции движущихся с ускорением материальных точек (тел). Рассмотрим примеры на принцип Даламбера.

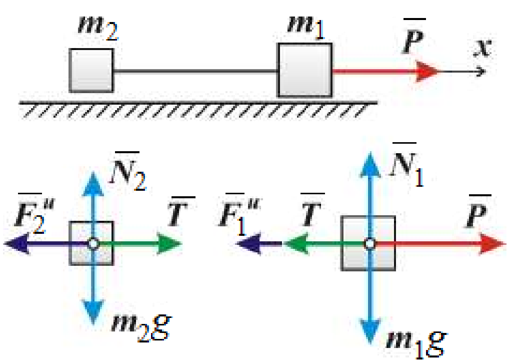


Рис. 105. Принцип Даламбера

Пусть два груза, связанные нитью, скользят без трения по гладкой горизонтальной плоскости под действием силы ***P***. Каково же будет ускорение грузов и сила натяжения нити? (рис. 105).

Равновесие всей системы $\Sigma F_{ix} + \Sigma F_{ix}^{ин} = 0$, $P - m_1 \cdot a - m_2 \cdot a = 0$, отсюда ускорение грузов $a = P(m_1 + m_2)$.

Силу натяжения нити можно найти, если рассмотреть равновесие второго груза $T - F_2^{ин} = 0$, $T = F_2^{ин} = m_2 \cdot a$.

3.7. Теория удара

Удар – кратковременное действие на тело некоторой силы, возникающей, например, при встрече двух тел.

Взаимодействие этих сил очень кратковременно (время контакта исчисляется тысячными долями секунды), а сила удара довольно велика (в сотни раз превышает вес этих тел), да и сама сила не постоянна по величине. Поэтому явление удара – сложный процесс, сопровождающийся к тому же деформацией тел. При рассмотрении столкновений необходимо знать форму тел, массы покоя, скорости движения и их упругие свойства.

При ударе возникают внутренние силы, значительно превышающие все внешние силы, которыми можно в этом случае пренебречь, поэтому соударяющиеся тела можно рассматривать как замкнутую систему и применять к ней *законы сохранения импульса* и *энергии*. Кроме того, эта система консервативна, т. е. внутренние силы консервативны, а внешние – стационарны и консервативны. Полная энергия консервативной системы не изменяется со временем.

Поскольку сила удара $\boldsymbol{F}$ очень велика, а продолжительность его (время t) мала, при описании процесса удара воспользуемся теоремой об изменении количества движения, потому что измеряемой конечной величиной является не сила удара, а ее импульс $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{F} \cdot t$.

Пусть к материальной точке M, движущейся под действием обычных сил $\boldsymbol{F}_i$ по некоторой траектории, в какой-то момент была приложена мгновенная, большая сила $\boldsymbol{F}$ (рис. 106).

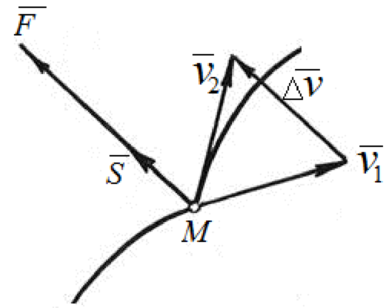


Рис. 106. Импульс силы

С помощью теоремы об изменении количества движения за время удара t составляем уравнение $m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{S}$, где v_2 и v_1 – скорости точки в конце и начале удара; $\boldsymbol{S}$ – импульс мгновенной силы $\boldsymbol{F}$.

Можно найти изменение скорости за время удара, которое называется *конечной величиной* $\Delta v = v_2 - v_1 = S/m$. Дальнейшее движение точки начнется со скоростью v_2 и продолжится под действием прежних сил, но по траектории, получившей излом.

Удар называется *прямым и центральным*, если центры масс тел до удара двигались по одной прямой, если нет, то – *косым.*

Упругий удар – столкновение тел, в результате которого их внутренние энергии остаются неизменными, т. е. сохраняется не только импульс, но и механическая энергия.

В результате центрального упругого удара два тела разной массы обмениваются скоростями и разлетаются в разные стороны: до взаимодействия импульс системы равен $m_1 \cdot v_{01} + m_2 \cdot v_{02}$ (рис. 107, *а*).

За время удара t на тела действуют ударные силы $\boldsymbol{F}$, импульсы $\boldsymbol{S}$ которых, приложенные в точке касания, при их взаимодействии по третьему закону Ньютона $\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$ (рис. 107, *б*).

Скорости тел начнут изменяться до тех пор, пока тела не отделятся друг от друга. После взаимодействия импульс системы равен $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$ (рис. 107, *в*).

Закон сохранения импульса системы

$m_1 \cdot v_{01} + m_2 \cdot v_{02} = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$.

Закон сохранения энергии

$m_1 \cdot v_{01}^2/2 + m_2 \cdot v_{02}^2)2 = m_1 \cdot v_1^2/2 + m_2 \cdot v_2^2/2$.

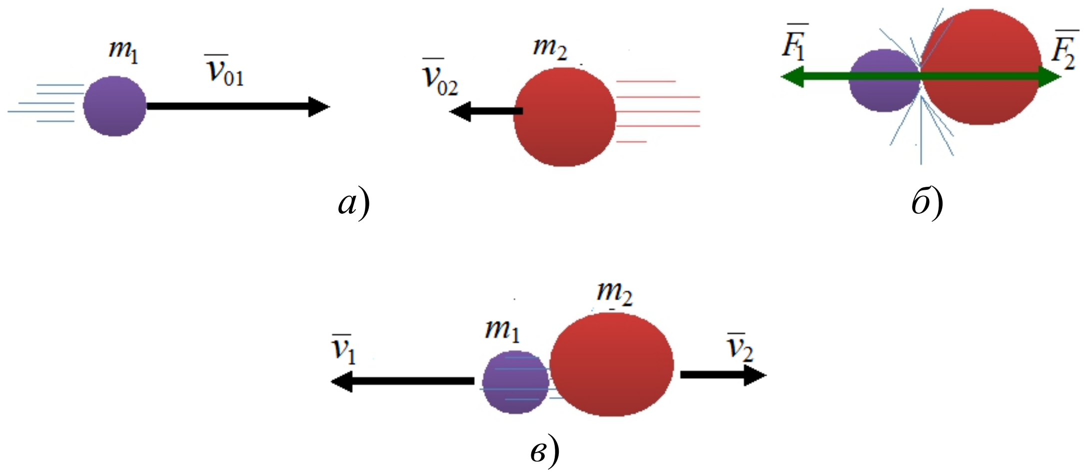


Рис. 107. Абсолютно упругий удар: а – до взаимодействия; б – взаимодействие;в – после взаимодействия

Уравнение (отношение импульсов тел), которое должно характеризовать физические свойства этих тел, $S_2/S_1 = k$, где $0 \leq k \leq 1$ – *коэффициент восстановления скорости* зависит только от упругих свойств тела и определяется по таблицам. Так, $k = 0$ – для пластических тел, $k = 1$ – для абсолютно упругих тел.

Определим скорости тел после окончания удара

$v_1 = v_{01} + k(v_{01} – v_1)$ и $v_2 = v_{02} + k(v_{02} – v_2)$.

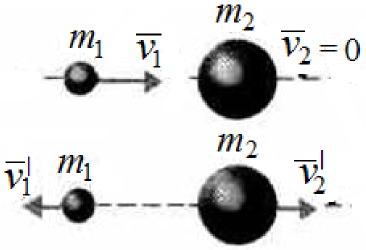


Рис. 108. Движение тел при абсолютно упругом ударе

Пример. Лёгкий шар массой m_1 движется со скоростью v_1 = 10 м/с и налетает на покоящийся v = 0 тяжёлый шар массой m_2. Происходит абсолютно упругий удар. После удара шары разлетаются в противоположные стороны с одинаковыми скоростями (рис. 108).

Определить, во сколько раз первый шар легче второго ($m_1 << m_2$).

$v_1' = v_2'$;
$m_1v_1 = m_2v_2 - m_1v_1 \rightarrow m_1(v_1 + v_1') = m_2v_2 \rightarrow v_1 - v_1' = v_2$;
$m_1v_1^2 = m_1\, v_1'^2 + m_2v_2^2 \rightarrow m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2v_2^2$;
$m_1\,(v_1 + v_1') = m_2v_2 \rightarrow m_2/m_1 = (v_1 + v_1')/v_2 = 3$;
$v_1' = v_2' = v_1/2$.

Неупругий удар – столкновение тел, в результате которого они соединяются вместе и движутся как одно целое со скоростью, меньшей скорости первого шара до соударения (рис. 109).

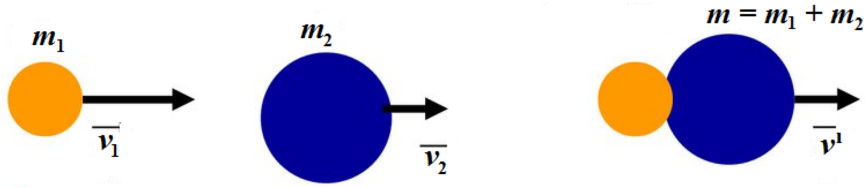


Рис. 109. Неупругий удар

Закон сохранения импульса
$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2)v'$.
Скорость тел после соударения
$v' = (m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)/(m_1 + m_2)$.
Кинетическая энергия
$E_к = m_1 \cdot v_1^2/2 + m_2 \cdot v_2^2/2 = (m_1 + m_2)v'^2/2 + A$.

Например, при забивании гвоздя молоток надо брать потяжелее, чтобы деформация тел была меньше и бóльшая часть энергии пошла на перемещение гвоздя.

Вывод. В абсолютно неупругом ударе закон сохранения механической энергии не выполняется, но соблюдается закон сохранения импульса. Потенциальная энергия шаров не меняется, меняется только кинетическая энергия – она уменьшается.

Вопросы для самоконтроля

1. Каковы две основные задачи динамики материальной точки?
2. Какая система отсчёта называется инерциальной?
3. Для чего нужна сила инерции материальной точки?
4. В чём состоит принцип Даламбера для материальной точки?
5. В чём состоит принцип Даламбера для механической системы?
6. Что такое удар?
7. Чем отличаются упругий и неупругий удары?

Раздел 2
ОСНОВЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Сопротивление материалов – раздел механики, рассматривающий прочность и деформируемость материалов и элементов различных технических сооружений, деталей механизмов и машин.

Основоположником науки о сопротивлении материалов заслуженно считают Архимеда (ок. 287 – 212 гг. до н. э.).

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Задачи раздела механики «Сопротивление материалов» следующие:

Первая задача – это расчет конструкции на прочность.

Прочностью называют способность конструкций сопротивляться разрушению под действием приложенных к ним внешних сил (нагрузок).

Вторая задача – это расчет конструкции на жёсткость.

Под *жёсткостью понимают* способность конструкции сопротивляться деформации.

Третьей задачей является расчет устойчивости элементов конструкции.

Устойчивость – это способность конструкции сохранять положение равновесия, отвечающее действующей на нее нагрузке. Положение равновесия конструкции устойчиво в том случае, если, получив малое отклонение (возмущение) от этого положения равновесия, конструкция снова к нему возвращается.

Реальный объект, освобождённый от несущественных особенностей, не влияющих заметным образом на работу системы в целом, называется *расчётной схемой*.

Переход от реального объекта к расчётной схеме осуществляется путём схематизации свойств материала, системы приложенных сил, геометрии реального объекта, типов опорных устройств и т. д. В процессе построения расчётной схемы конструкции элементы реального объекта заменяются их упрощенными моделями. Основными моделями формы в моделях прочностной надёжности являются (рис. 110):

1. *Стержень,* или *брус*, – элемент конструкции, один из размеров которого (длина) много больше двух других (рис. 110, *а*); может иметь как постоянное, так и переменное поперечное сечение.

2. *Пластина* – тело, ограниченное двумя параллельными поверхностями, у которого толщина значительно меньше других размеров. Толстые пластины принято называть плитами (рис. 110, *б*).

3. *Оболочка* – тело, ограниченное криволинейной поверхностью, у которого один размер (толщина) во много раз меньше двух других размеров (рис. 110, *в*).

4. *Массивное тело* – тело, у которого все три измерения имеют один порядок (рис. 110, *г*).

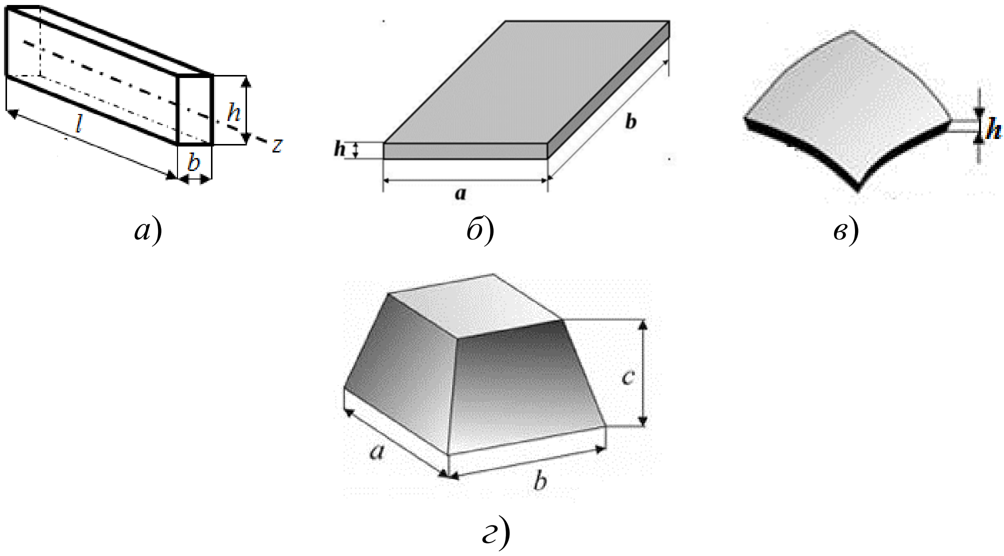


Рис. 110. Основные модели формы

Важным шагом при выборе расчётной схемы следует считать описание механических свойств материала. Отказ от понятия жёсткого тела требовал введения гипотез, описывающих эти свойства. Нет такой физической модели, которая бы полностью отражала поведение всех материалов. Для одних пригодны одни допущения, для других – другие. Однако есть некоторые общие гипотезы и принципы.

1.1. Гипотезы и принципы

Гипотеза означает предположение, допущение, выдвигаемое для объяснения какого-либо явления, истинное значение которого неопределённо.

Рассмотрим некоторые упрощающие гипотезы, используемые в сопротивлении материалов:

1. Гипотеза о *сплошности* – материал имеет сплошное строение, т. е. в нем нет разрывов.

2. Гипотеза об *однородности* и *изотропности:*

а) *однородный материал*, если его свойства во всех точках одинаковы;

б) *изотропный материал*, если его свойства во всех направлениях одинаковы.

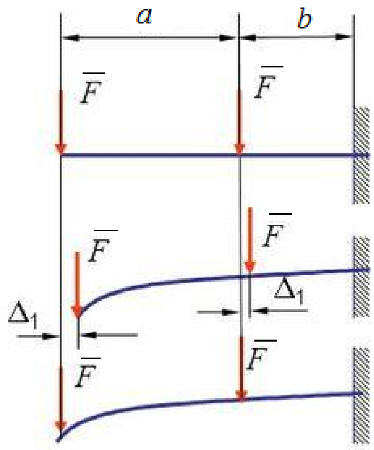


Рис. 111. Гипотеза малых деформаций

3. Гипотеза *малых деформаций* заключается в следующем: деформации конструкции или детали предполагаются настолько малыми, что можно не учитывать их влияние на взаимное расположение нагрузок и на расстояние от нагрузок до любых точек конструкции (рис. 111).

4. Гипотеза об *идеальной упругости материала,* для которой справедлив закон Гука. Материал конструкции обладает свойством идеальной упругости, т. е. способностью полностью восстанавливать первоначальную форму и размеры тела после устранения причин, вызвавших его деформацию. Эта предпосылка справедлива лишь при напряжениях, не превышающих для данного материала величины, называемой *пределом упругости*. При напряжениях, превышающих предел упругости, в материале возникают пластические (остаточные) деформации, не исчезающие после снятия нагрузки, или упругопластические, частично исчезающие.

5. Гипотеза Бернулли *о плоских сечениях* – поперечные сечения, которые были плоскими и перпендикулярными оси бруса до приложения нагрузки, остаются такими же после деформации. При этом волокна бруса, лежащие с одной стороны от нейтральной оси, будут растягиваться, а с другой – сжиматься; волокна, лежащие на нейтральной оси, своей длины не изменяют (рис. 112). Эта гипотеза была сформулирована швейцарским учёным Якобом Бернулли (1654 – 1705) и положена в основу при изучении основных видов деформаций бруса.

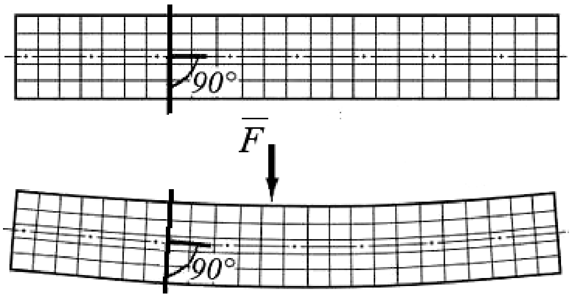


Рис.112. Гипотеза Бернулли

Принцип (от лат. *pricipium* – основа, начало) – у Аристотеля как первая причина: то, исходя из чего нечто существует или будет существовать; основополагающее теоретическое знание, не являющееся ни доказуемым, ни требующим доказательства.

Принципы, которые используются в сопротивлении материалов:

1. Принцип *независимости действия сил*. Результат одновременного воздействия нескольких сил равен сумме результатов действия каждой из сил в отдельности и не зависит от порядка приложения сил.

В соответствии с этим принципом общий изгиб балки можно определить посредством суммирования (суперпозиции) изгибов от каждой из сил $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ (рис. 113).

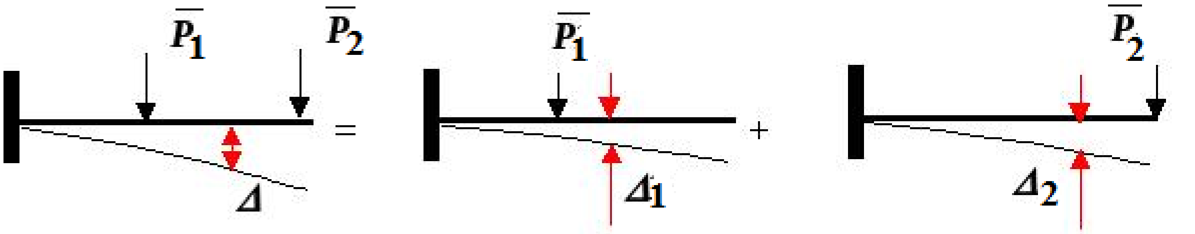


Рис. 113. Принцип независимости действия сил

2. Принцип *смягчения граничных условий*, или *принцип Сен-Венана*, предложенный французским учёным Адемаром Жан-Клод Барре де Сен-Венаном (1797 – 1886).

Суть принципа: *если размеры области приложения внешней нагрузки невелики по сравнению с размерами поперечного сечения стержня, то в сечениях, достаточно удалённых от места приложения нагрузки, напряжения и деформации мало зависят от способа приложения этой нагрузки* (рис. 114).

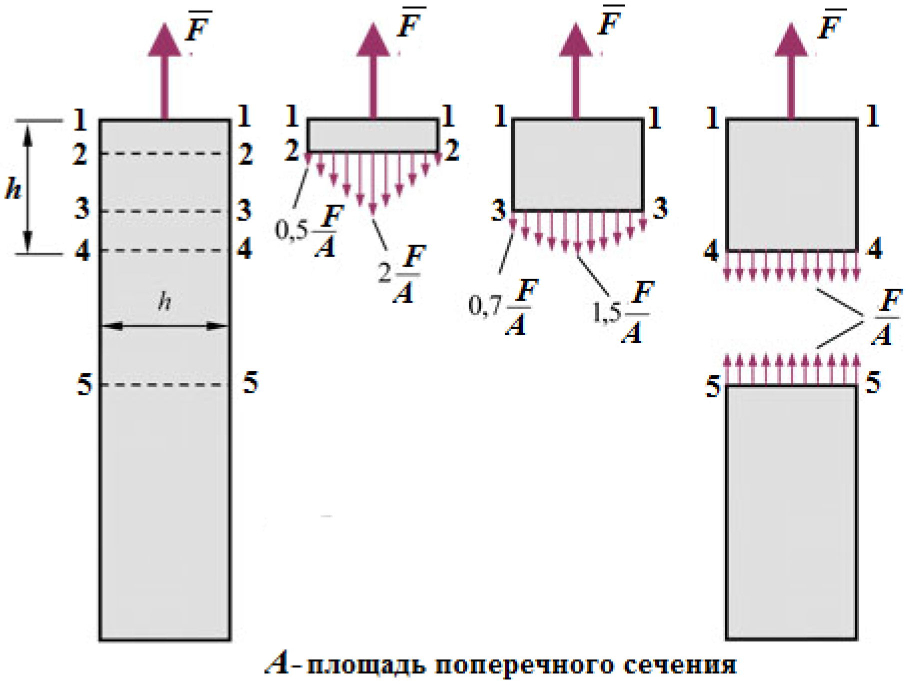


Рис. 114. Принцип Сен-Венана

Справедливость принципа Сен-Венана не имеет теоретического доказательства, но она подтверждается многочисленными экспериментами и опытами.

1.2. Классификация нагрузок

Внешние силы – силы взаимодействия между рассматриваемым элементом конструкции и другими телами, связанными с ним.

Нагрузки по способу приложения внешней силы бывают:

1. *Сосредоточенные* – сила ***F*** и момент ***M***, площадь действия которых мала по сравнению с размерами объекта (приложены в точке) (рис. 115).

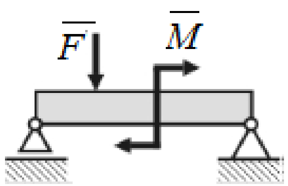


Рис.115. Сосредоточенные нагрузки

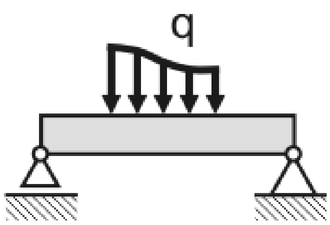


Рис. 116. Распределённая нагрузка

2. *Распределенные* – силы, действующие на некоторой длине (рис. 116).

По характеру изменения во времени:

1. *Статические,* которые медленно и плавно возрастают от нуля до своего конечного значения, а затем остаются неизменными (рис. 117).

2. *Динамические*, сопровождающиеся ускорениями как деформированного тела, так и взаимодействующих с ним тел.

Динамические явления играют важнейшую роль в современной технике. Большинство деталей машин находятся в движении или подвержены воздействию движущихся элементов конструкции (механизма). Кроме того, динамические нагрузки можно подразделить:

1. На *ударную нагрузку (удар)* – внезапное приложение нагрузки (рис. 118).

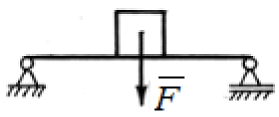


Рис. 117. Статическая нагрузка

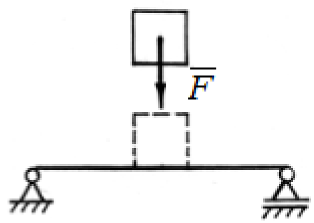


Рис. 118. Ударная нагрузка

2. *Повторно-переменное (циклическое) нагружение* – нагрузки, меняющиеся во времени по величине (а возможно, и по знаку). Усталостная прочность материалов при повторно-переменном нагружении во многом зависит от характера изменения силы во времени.

3. *Периодическую нагрузку* – переменная нагрузка с установившимся во времени характером изменения (чаще всего синусоидальным), значения которой повторяются через определённый промежуток (период) времени.

1.3. Деформации и перемещения

Деформация – изменение формы или объёма тела под действием внешних сил.

Упругая деформация (от англ. *elastic*) – деформация, при которой после прекращения действия силы размеры и форма тела восстанавливаются.

Пластическая деформация (от англ. *plastic*) – деформация, при которой после прекращения действия силы размеры и форма тела не восстанавливаются.

Абсолютная (полная) деформация – составляющая упругой и пластической деформаций.

Основные виды деформаций, возникающих в конструкциях и их элементах в процессе эксплуатации:

1. *Растяжение (сжатие)* – вид сопротивления (деформирования), при котором действует только одно продольное усилие. При растяжении длина стержня увеличивается, а поперечные размеры уменьшаются. При сжатии – наоборот.

2. *Сдвиг (срез)* – вид сопротивления (деформирования), характеризующийся взаимным смещением параллельных слоёв материала под действием приложенных сил при неизменном расстоянии между слоями. Внутреннее усилие одно – поперечная сила.

3. *Кручение* – вид сопротивления (деформирования), при котором действие внешних сил образует крутящий момент относительно продольной оси стержня.

4. *Изгиб* – вид сопротивления (деформирования), при котором в поперечном сечении стержня возникает изгибающий момент, в результате которого происходит искривление оси прямого стержня или изменение кривизны кривого стержня.

1.4. Метод сечения

Внешние силы стремятся разрушить тело, а внутренние силы противодействуют этому. Поэтому для выявления и определения внутренних сил используют метод сечения, который даёт возможность внутренние силы перевести в разряд внешних.

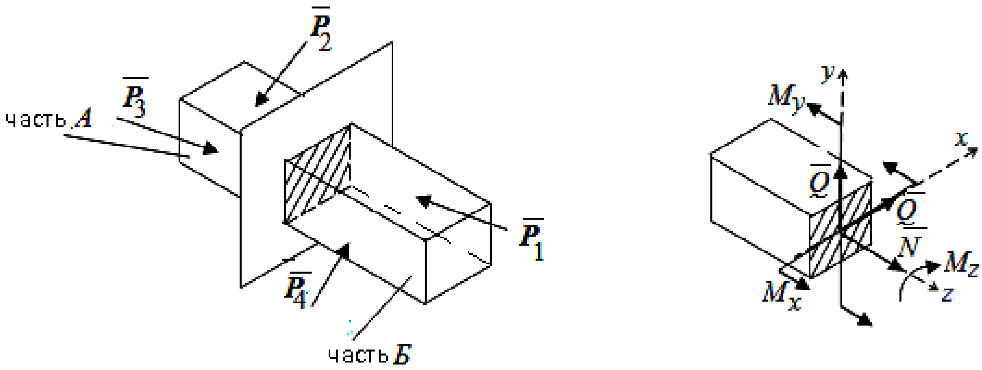
Произвольный брус нагружен самоуравновешенной системой сил $\boldsymbol{P}_1$, $\boldsymbol{P}_2$, $\boldsymbol{P}_3$ и $\boldsymbol{P}_4$. Чтобы найти его внутренние силы и моменты, воспользуемся *методом сечения РОЗУ* (рис. 119):

Р – разрезаем стержень произвольной плоскостью на две части *А* и *Б*.

О – отбрасываем часть *Б* и рассматриваем оставшуюся часть *А*.

З – заменяем внутренние силы главным вектором $\boldsymbol{N}$.

У – уравновешиваем.



а) *б)*

Рис. 119. Метод сечения РОЗУ: а – система сил;
б – внутренние силовые факторы

Раскладываем главный вектор и главный момент в плоскости на оси.

Внутренние силовые факторы:

$\boldsymbol{Q_x}$ – перерезывающая поперечная сила, которая вызывает сдвиг;

$\boldsymbol{N}$ – нормальная продольная сила;

M_z – крутящий момент;

M_x, M_y – изгибающие моменты.

В общем случае нагружения в сечении бруса действуют шесть внутренних факторов.

1.5. Понятие о напряжённом состоянии

Напряжённое состояние – совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проходящим через рассматриваемую точку.

Напряжение – величина, характеризующая интенсивность внутренних усилий, возникающих в деформируемом теле под действием внешних воздействий, т. е. внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади в окрестности рассматриваемой точки.

Напряжение нормальное σ, перпендикулярное к сечению, характеризует интенсивность сил отрыва или сжатия частиц элементов конструкции.

Напряжение касательное τ действует в плоскости сечения, характеризует интенсивность сил, сдвигающих эти части в плоскости сечения.

Напряжение полное р уравновешивает внешнюю нагрузку.

Векторная величина раскладывается на составляющие $p^2 = \sigma^2 + \tau^2$.

Под напряжённым состоянием в «точке» понимается совокупность напряжений на множестве секущих площадок, проходящих через неё. Характеризуют его напряжения на гранях элементарного объёма.

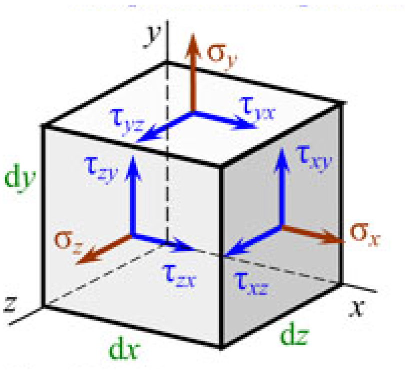


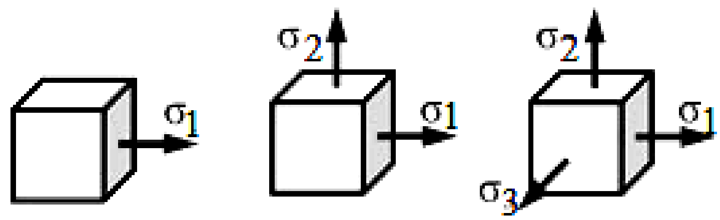
Рис. 120. Нормальные и касательные напряжения в «точке»

На рис. 120 показаны нормальные и касательные напряжения, действующие по граням элементарного параллелепипеда («точки»). Нормальные напряжения имеют индекс оси, которой они параллельны. Касательные напряжения имеют два индекса: первый указывает, какой оси параллельна нормаль к площадке; второй показывает, какой оси параллельно само касательное напряжение.

В теле можно выделить такие элементарные параллелепипеды, на гранях (площадках) которых не будет касательных напряжений, а действуют только нормальные напряжения. Такие площадки называются *главными*, а нормальные напряжения на них тоже называют *главными*.

Цель исследования напряжённого состояния – определение напряжений и величин главных напряжений. На главных площадках нормальные напряжения принимают свои экстремальные значения $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

В зависимости от распределения главных нормальных напряжений возможны три вида напряжённого состояния в «точке» (рис. 121).



а) *б)* *в)*

Рис. 121. Виды напряжённого состояния: а – линейное (одноосное); б – плоское (двухосное); в – объёмное (трёхосное)

Вывод. Из рис. 121 следует закон парности касательных напряжений $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$, $\tau_{xz} = -\tau_{zx}$, $\tau_{zy} = -\tau_{yz}$.

Прочность в «точке» в общем случае определяют шесть независимых напряжений: три нормальных (σ_x, σ_y, σ_z) и три касательных (τ_{yx}, τ_{xz}, τ_{yz}).

1.6. Растяжение-сжатие. Закон Гука

Как было сказано в разделе «Основы теоретической механики», недеформируемых тел в природе не существует. Силы притяжения и отталкивания обусловливают механическую прочность твердых тел, т. е. их способность противодействовать изменению формы и объёма. Растяжению тел препятствуют силы межатомного притяжения, а сжатию – силы отталкивания.

Под *растяжением (сжатием)* понимают такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня возникает только *нормальная сила* $\boldsymbol{N}$, которую иногда называют продольной. Как определить эту силу? Для примера возьмём стержень, который центрально растягивается внешней силой $\boldsymbol{F}$ (рис. 122, *а*). Для того чтобы определить $\boldsymbol{N}$, которые появляются в поперечных сечениях этого стержня, воспользуемся методом сечений. Рассечём стержень в произвольном месте на расстоянии x от правого торца (рис. 122, *б*).

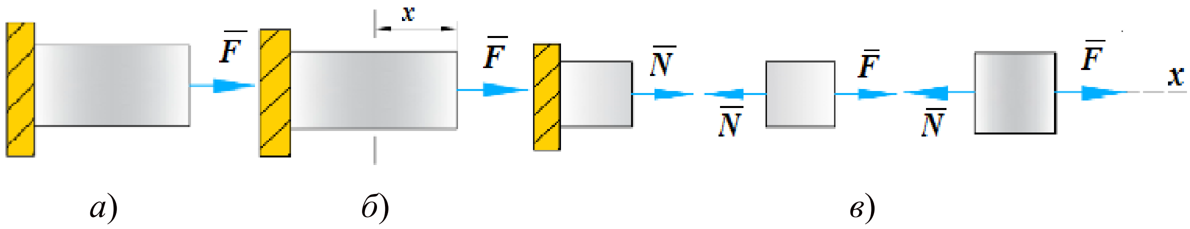


Рис. 122. Определение продольной силы $\boldsymbol{N}$

Уравновесим обе получившиеся части стержня силами $\boldsymbol{N}$ (рис. 122, *в*). Возьмём правую часть стержня и запишем для него условие равновесия (из теоретической механики) – сумму проекций всех сил на горизонтальную ось x $\Sigma F_{kx} = F - N = 0$.

Откуда можно выразить, что $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{N}$.

Вывод. Продольная сила $\boldsymbol{N}$ *численно равна внешней силе* $\boldsymbol{F}$.

При проведении расчётов на прочность и жёсткость используют правило знаков для продольной силы. Если эта сила растягивающая, то её считают положительной (рис. 123, *а*), если сила сжимающая, то соответственно она будет отрицательной (рис. 123, *б*).

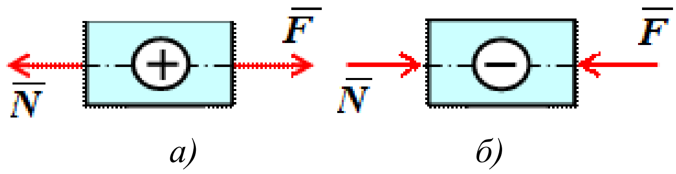


Рис. 123. Продольная сила: а – положительная; б – отрицательная

При расчёте стержней, испытывающих деформацию растяжения, на прочность и жесткость при статическом действии нагрузки надо решить две основные задачи. Это определение напряжений (от $\boldsymbol{N}$), возникающих в стержне, и нахождение линейных перемещений в зависимости от внешней нагрузки.

Рассмотрим однородный стержень с одним концом, жёстко заделанным, и другим – свободным, к которому приложена центральная продольная сила $\boldsymbol{F}$ (рис. 124). До нагружения стержня его длина равнялась l, после нагружения она стала равной $l + \Delta l$. Величину Δl называют *абсолютной деформацией стержня.* Отношение абсолютной деформации Δl к первоначальной длине образца l называют *относительной деформацией* $\varepsilon = \Delta l/l$.

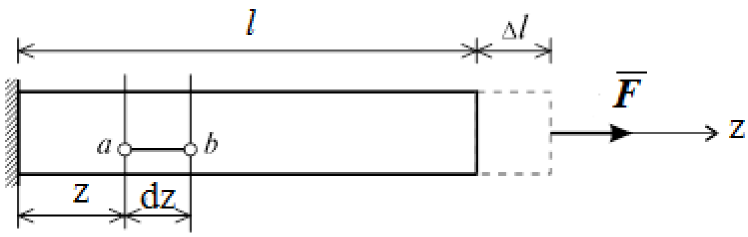


Рис. 124. Нагруженный стержень силой ***F***

Если же по длине стержня возникает неоднородное напряженное состояние, то для определения его абсолютного удлинения необходимо рассмотреть бесконечно малый элемент длиной dz. При растяжении он увеличит свою длину на величину dz и его деформация составит $\varepsilon = \Delta dz/dz$.

В пределах малых деформаций при простом растяжении или сжатии *закон Гука* утверждает: *механическое напряжение прямо пропорционально модулю относительной деформации* $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

Коэффициент пропорциональности E в законе Гука называется *модулем продольной упругости* (*модулем Юнга*). Физический смысл: модуль Юнга численно равен такому нормальному напряжению, которое должно было бы возникнуть в теле при увеличении его длины в два раза (если бы для такой большой деформации выполнялся закон Гука). В системе СИ модуль Юнга выражают в паскалях (1 Па = 1 Н/м^2).

1.7. Механические характеристики материалов

Основные прочностные и деформационные характеристики материалов, используемых в элементах конструкций, определяют экспериментально. Проводят испытания лабораторных образцов на растяжение, сжатие, срез, кручение, изгиб при статическом и циклическом нагружении на воздухе и в агрессивных средах, при комнатной температуре, высоких и низких температурах. Наиболее распространённым можно назвать испытание на растяжение статической нагрузкой, так как оно наиболее просто и в то же время во многих случаях позволяет определить большинство механических характеристик материала.

Испытание на растяжение проводят на специальной машине. При помощи особых датчиков автоматически получают *машинную диаграмму* – диаграмму растяжения стандартного образца в координатах $\boldsymbol{F}$ (сила, растягивающая образец) и удлинения образца Δl. Для проведения испытаний на растяжение используют стандартные образцы круглого или прямоугольного сечения, у которых отношение расчетной длины l_0 к диаметру поперечного сечения d_0 равно десяти (рис. 125).

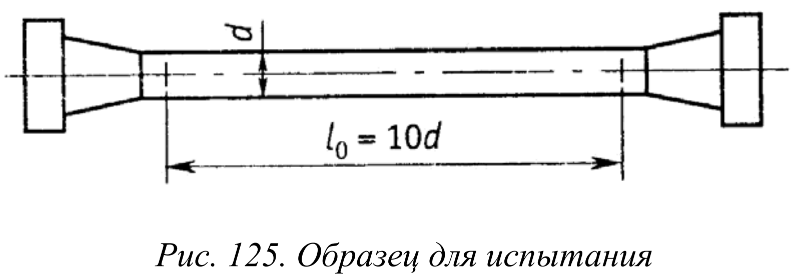


Рис. 125. Образец для испытания

На рис. 126 изображена диаграмма растяжения цилиндрического образца из низкоуглеродистой стали, записанная с помощью специального устройства на испытательной машине.

В начальной стадии нагружения до некоторой точки *A* диаграмма растяжения представляет собой наклонную прямую, что указывает на пропорциональность между нагрузкой и деформацией – справедливость закона Гука.

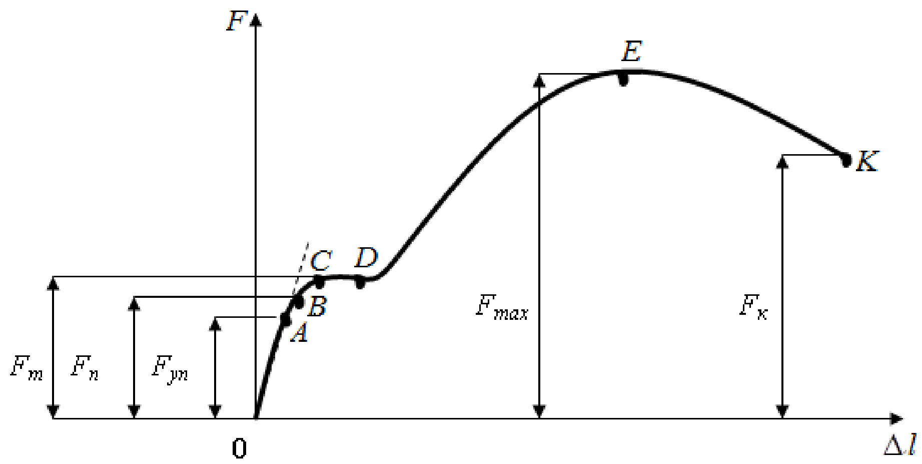


Рис. 126. Диаграмма растяжения образца

Нагрузка, при которой эта пропорциональность еще не нарушается, на диаграмме обозначена через $F_п$ и используется для вычисления предела пропорциональности $\sigma_п = F_п/A_0$, где A_0 – площадь поперечного сечения образца до испытания.

Пределом пропорциональности $\sigma_п$ называется наибольшее напряжение, до которого существует прямо пропорциональная зависимость между нагрузкой и деформацией. Для Ст3 предел пропорциональности приблизительно равен $\sigma_п = 195 – 200$ МПа.

Зона *OA* называется *зоной упругости*. Здесь возникают только упругие, очень незначительные деформации. Данные, характеризующие эту зону, позволяют определить значение модуля упругости *E*.

После достижения предела пропорциональности деформация начинает расти быстрее, чем нагрузка, диаграмма становится криволинейной. На этом участке в непосредственной близости от точки *A* находится точка *B*, соответствующая пределу упругости.

Пределом упругости $\sigma_{уп}$ называется максимальное напряжение, при котором в материале не обнаруживается признаков пластической (остаточной) деформации. Предел упругости существует независимо от закона прямой пропорциональности. Он характеризует начало перехода от упругой деформации к пластической.

У большинства металлов значения предела пропорциональности и предела упругости незначительно отличаются друг от друга. Поэтому обычно считают, что они практически совпадают. Так, для стали Ст3 $\sigma_{уп}$ = 205 – 210 МПа.

При дальнейшем нагружении криволинейная часть диаграммы переходит в почти горизонтальный участок *CD* – площадку текучести. Здесь деформации растут практически без увеличения нагрузки. Нагрузка F_m, соответствующая точке *D*, используется при определении физического предела текучести $\sigma_m = F_m/A_0$.

Физическим пределом текучести σ_m называется наименьшее напряжение, при котором образец деформируется без заметного увеличения растягивающей нагрузки. Предел текучести – одна из основных механических характеристик прочности металлов. Для стали Ст3 σ_m = 220 – 250 МПа.

Зона *BD* называется зоной *общей текучести*. В этой зоне значительно развиваются пластические деформации. При этом у образца повышается температура, изменяются электропроводность и магнитные свойства.

Диаграмма после зоны текучести снова становится криволинейной. Образец приобретает способность воспринимать возрастающее усилие до значения $F_{\max}$ – точка *E* на диаграмме. Усилие $F_{\max}$ используется для вычисления временного сопротивления $\sigma_в = F_{\max}/A_0$.

Напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, предшествующей разрушению образца, называется *временным сопротивлением*. Для стали Ст3 временное сопротивление $\sigma_в$ = 370 – 470 МПа.

Зона *DE* называется *зоной упрочнения*. Здесь удлинение образца происходит равномерно по всей его длине, первоначальная цилиндрическая форма образца сохраняется, а поперечные сечения изменяются незначительно и также равномерно.

При максимальном усилии или несколько меньшем его на образце в наиболее слабом месте возникает локальное уменьшение поперечного сечения – шейка (а иногда и две). Дальнейшая деформация происходит в этой зоне образца. Сечение в середине шейки продолжает быстро уменьшаться, но напряжения в этом сечении все время растут, хотя растягивающее усилие и убывает. Вне области шейки напряжения уменьшаются, и поэтому удлинение остальной части образца не происходит.

Наконец, в точке K образец разрушается. Сила, соответствующая точке K, называется разрушающей $F_к$, а напряжения – *истинным сопротивлением разрыву* (истинным пределом прочности), которые равны $S_к = F_к/A_к$, где $A_к$ – площадь поперечного сечения в месте разрыва.

Зона EK называется зоной *местной текучести*. Истинные напряжения в момент разрыва (в шейке) в образце из стали Ст3 достигают 900 – 1000 МПа.

Помимо указанных характеристик прочности после разрушения образца определяют характеристики пластичности.

Относительное удлинение после разрыва δ – это отношение приращения расчетной длины образца после разрыва к ее первоначальному значению, вычисляемое по формуле $\delta = ((l_к - l_0)/l_0)100$ %. Относительное удлинение после разрыва зависит от отношения расчетной длины образца к его диаметру. С увеличением этого отношения значение δ уменьшается, так как зона шейки (зона местной пластической деформации) у длинных образцов занимает относительно меньше места, чем у коротких.

Другой характеристикой пластичности служит *относительное сужение после разрыва* ψ, представляющее собой отношение уменьшения площади поперечного сечения образца в месте разрыва к начальной площади поперечного сечения образца

$\psi = ((A_0 - A_к)/A_0)\ 100$ %.

Для стали Ст3 характеристики пластичности следующие:

$\delta = 25 – 27$ %; $\psi = 60 – 70$ %.

1.8. Коэффициент запаса прочности

В результате расчёта какой-либо конструкции нужно получить ответ на вопрос, удовлетворяет или нет конструкция тем требованиям прочности и жёсткости, которые к ней предъявляются. Для этого необходимо, прежде всего, сформулировать те принципы, которые должны быть положены в основу оценки условий достаточной прочности и жёсткости.

Так, наиболее распространённым методом расчёта деталей машин на прочность считается расчёт по допускаемым напряжениям. В основу этого метода положено предположение, что определяющим параметром надёжности является напряжение или, точнее, напряжённое состояние в точке, где возникают наибольшие расчётные (рабочие) напряжения σ_{max}. Расчётная величина напряжений сопоставляется с предельно допустимой величиной напряжений $\sigma_{пред}$ для данного материала, полученной на основе предварительных лабораторных испытаний. Чтобы не нарушилась прочность, рабочие напряжения в любой точке должны быть меньше предельных.

Для надёжной работы элемента конструкции нельзя допустить, чтобы рабочие (расчётные) напряжения в наиболее напряженной точке были близки к предельным, нужно обеспечить *запас прочности*.

Отношение предельного напряжения для материала, из которого изготовлен элемент конструкции, к максимальному рабочему напряжению называют *коэффициентом запаса прочности* $n = \sigma_{пред}/\sigma_{max}$. Выбор коэффициента запаса прочности – один из основных и наиболее ответственных этапов расчёта на прочность. При заниженном коэффициенте запаса прочности снижается надёжность работы детали, повышается опасность её разрушения при эксплуатации. При завышении запаса прочности увеличиваются масса и стоимость детали.

При назначении коэффициента запаса прочности учитывают, насколько точно можно для проектируемой детали определить рабочее и предельное напряжения. Рабочие напряжения нельзя определить точно, так как фактические действующие на элемент конструкции нагрузки могут существенно отличаться от используемых в расчёте.

В каждой отрасли машиностроения существуют нормы на допускаемые запасы прочности, основанные на большом опыте расчёта деталей и их эксплуатации. Определяемые по нормам коэффициенты запаса прочности называют *нормативными*.

Прочность элемента конструкции считают обеспеченной, если расчётный коэффициент запаса не меньше допускаемого $n = \sigma_{пред}/\sigma_{max} \geq [n]$. Это и есть *условие прочности*.

Если установлен допускаемый коэффициент запаса прочности и для выбранного материала известно предельное напряжение, определяют максимальное напряжение, которое можно допустить для надёжной работы элемента конструкции. Такое напряжение называют *допускаемым* $[\sigma] = \sigma_{пред}/[n]$.

Часто величина допускаемого напряжения берётся из таблиц, составленных на основе действующих норм. В практических расчётах считают, что прочность элемента конструкции обеспечена, если возникающие в нём максимальные напряжения не превышают допускаемых. Условие прочности имеет вид $\sigma_{max} \leq [\sigma]$. Если материал имеет различные предельные напряжения при растяжении (сжатии), то допускаемое напряжение обозначают соответственно $[\sigma_р]$ и $[\sigma_с]$. Чтобы уточнить, какое напряжение принято в качестве предельного (предел текучести σ_m или прочности $\sigma_в$), иногда в обозначения расчётных и допускаемых коэффициентов запаса прочности вводят соответствующие индексы: n_m; $[n_m]$; $n_в$; $[n_в]$.

2. СДВИГ

При простом растяжении или простом сжатии две части стержня, разделенные наклонным сечением, стремятся не только *оторваться* друг от друга, но и *сдвинуться* одна относительно другой. Растяжению сопротивляются *нормальные*, а сдвигу – *касательные* напряжения. На практике целый ряд деталей и элементов конструкций работает в таких условиях, что внешние силы стремятся их разрушить именно путем *сдвига.*

Сдвиг – это вид деформации, при которой одна часть стержня смещается относительно другой. Деформация сдвига будет происходить, если к стержню приложить две равные по модулю противоположно направленные силы $\boldsymbol{P}$, перпендикулярные к его оси z (рис. 127). Расстояние Δz между этими силами должно быть малым, чтобы можно было пренебречь моментом, создаваемым этими силами.

В результате сдвига одно поперечное сечение стержня смещается относительно другого на величину Δy, называемую *абсолютным сдвигом.*

Мера скольжения одного поперечного сечения относительно другого – касательные напряжения. Если касательные напряжения распределены по всей площади поперечного сечения равномерно, то такой сдвиг называется *чистым* (рис. 128).

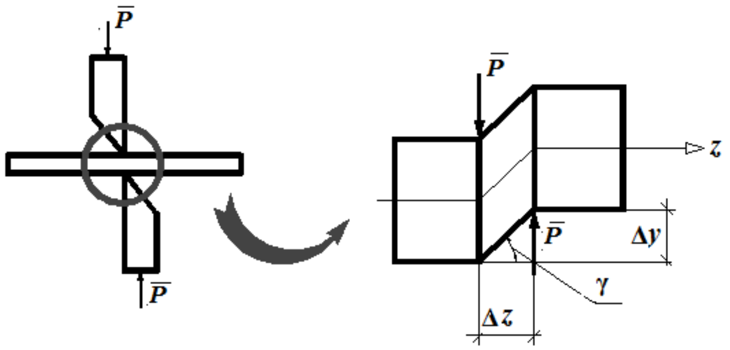


Рис. 127. Сдвиг

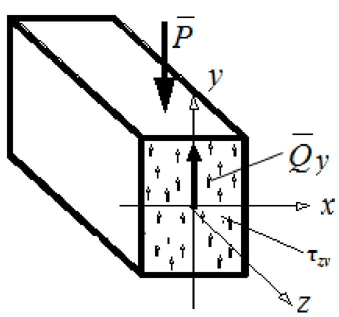


Рис. 128. Чистый сдвиг

Если в поперечном сечении стержня площадью F возникает внутренняя поперечная сила $\boldsymbol{Q}_y = \boldsymbol{P}$, то касательные напряжения в любой точке этого сечения будут равны $\tau_{zy} = Q_y/F = P/F$.

Гук установил, что касательные напряжения пропорциональны углу сдвига γ в определённых пределах упругой деформации сдвига. Тогда формула закона Гука при сдвиге $\tau_{zy} = Q \cdot \gamma$, где Q – коэффициент пропорциональности, или *модуль сдвига*; физическая постоянная для материала изделия, характеризующая жёсткость при сдвиге, определяется экспериментально.

Касательные напряжения и модуль сдвига измеряются в таких же единицах, что и нормальные напряжения: мегапаскалях, килоньютонах на квадратный сантиметр (МПа, кН/см^2), а также в килограммах силы на квадратный сантиметр (кгс/см^2, кгс/мм^2).

Зависимость между модулем сдвига Q и модулем Юнга E для изотропных материалов $Q = E/[2(1 + \mu)]$, где $0 \le \mu \le 0{,}5$ – коэффициент Пуассона. Тогда соотношение между модулем сдвига и модулем Юнга $E/3 \le Q \le E/2$.

При проверке прочности соединений предпочтительнее говорить «расчет на срез». Если речь о напряженном состоянии, то правильнее говорить «напряженное состояние при сдвиге».

Срез – это непосредственное разрушение материала стержня, происходящее в результате деформации сдвига.

3. ИЗГИБ

Изгиб – это такой вид нагружения, когда под действием внешних сил в поперечном сечении стержня обязательно возникают изгибающие моменты, а также вдобавок поперечная сила.

Стержень, работающий на изгиб, называется балкой, или брусом. В дальнейшем рассматриваются прямолинейные балки, поперечное сечение которых имеет хотя бы одну ось симметрии.

В сопротивлении материалов различают:

1. *Плоский изгиб* – это изгиб балки, у которой плоскость действия сил совпадает с одной из главных плоскостей инерции балки (рис. 129).

При этом в зависимости от возникающих внутренних усилий плоский изгиб можно подразделить:

– на *чистый изгиб*, при котором в сечениях балки из шести внутренних усилий возникает только одно, а именно изгибающий момент M_x (рис. 130);

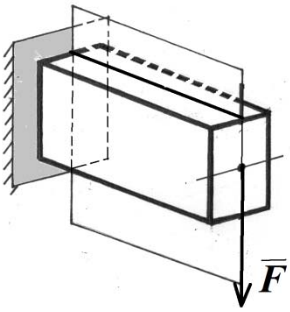


Рис. 129. Плоский изгиб

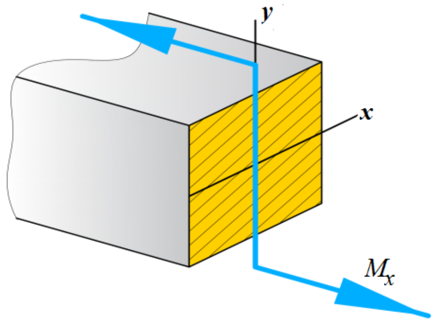


Рис. 130. Чистый изгиб

– *поперечный изгиб* – самый распространённый, при котором в сечениях балки кроме внутреннего изгибающего момента M_x возникает и поперечная сила Q_y. Этот изгиб относят к простым видам сопротивления условно, так как в большинстве случаев для достаточно длинных балок действием поперечной силы при расчётах на прочность можно пренебречь (рис. 131).

2. *Косой изгиб* – изгиб, при котором плоскость P действия изгибающих моментов и поперечных сил не совпадает ни с одной из главных плоскостей инерции балки (рис. 132).

Если мысленно рассечь защемлённую (консольную) балку плоскостью P, то под действием сосредоточенной силы $\boldsymbol{F}$ можно определить внутренние усилия при косом изгибе:

$\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = F \cdot \cos\alpha$; $\Sigma F_z = F \cdot \sin\alpha$;

$\Sigma M_x = 0$; $\Sigma M_y = F \cdot \sin\alpha \cdot x$; $\Sigma M_z = F \cdot \cos\alpha \cdot x$.

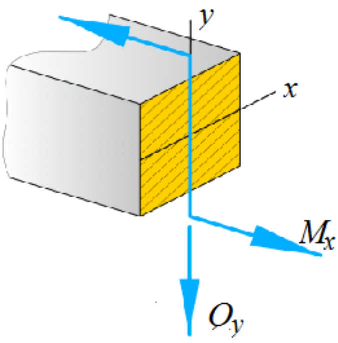


Рис. 131. Поперечный изгиб

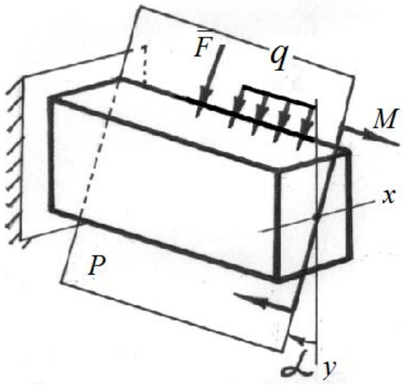


Рис. 132. Косой изгиб

3. *Изгиб с кручением* – изгиб, при котором помимо изгибающих моментов M_x в поперечных сечениях балки возникают крутящие моменты M_z (рис. 133).

4. *Сложный изгиб* – изгиб, при котором нагрузки действуют в различных (произвольных) плоскостях балки.

Расчётной схемой балки определяется ось балки как геометрическое место точек – центров тяжести поперечных сечений физической балки. К оси балки прикладываются нагрузки, ось балки опирается на опоры, создавая таким образом геометрически неизменяемую систему.

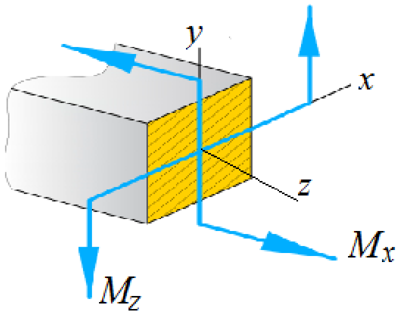
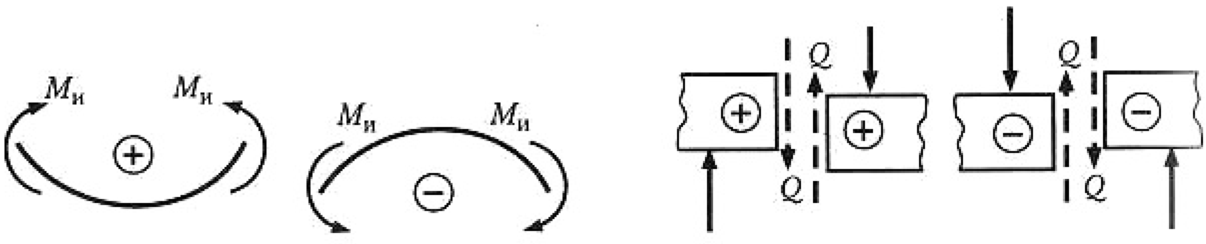


Рис. 133. Изгиб с кручением

Изогнутая, деформированная ось балки называется *упругой линией балки*, а расстояние по вертикали между точками на деформированной и недеформированной осях балки *называется прогибом балки.* Для того чтобы рассчитать балку на изгиб, необходимо знать максимальные значения M и Q, а так как они зависят от положения на балке сечения, для которого они рассчитываются, то возникает необходимость выяснения закона изменения изгибающего момента и поперечной силы по длине балки. С этой целью обычно строят эпюры M и Q.

В отличие от теоретической механики в сопротивлении материалов правило для определения знаков изгибающего момента и поперечной силы звучит так: изгибающий момент $M_и$ считается положительным, если балка изгибается выпуклостью вниз, и отрицательным, если балка изгибается выпуклостью вверх (рис. 134, *а*). Иногда это правило называют «правилом дождя, или зонта». Правило знаков внешних сил Q показано на рис. 134, *б*.



а) *б)*

Рис. 134. Правила знаков: а – для моментов; б – для сил

Элементы различных конструкций чаще всего подвергаются сложным внешним нагрузкам, вызывающим напряжения разного характера, в результате чего имеет место совместное проявление (сочетание) основных деформаций растяжением-сжатием, срезом, изгибом и т. п. Задача в таких случаях сводится к определению суммарных напряжений от разных видов деформаций и нагрузок, при этом применяются разные методы и приёмы.

4. КРУЧЕНИЕ

Деформация кручения имеет место при действии на вал (стержень) уравновешенной системы пар сил, расположенных в плоскостях, перпендикулярных продольной оси вала (рис. 135, *а*). В поперечных сечениях вала действует только один внутренний силовой фактор – крутящий момент M_z (рис. 135, *б*).

Физический смысл крутящего момента M_z – это момент результирующий пары внутренних касательных сил упругости, действующих в поперечном сечении вала.

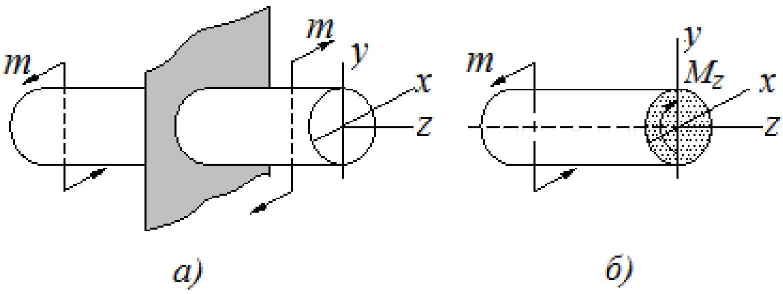


Рис. 135. Вал, работающий на кручение

Прочность вала, работающего на кручение, считается обеспеченной, если наибольшие касательные напряжения, возникающие в его опасном сечении, не превышают величины допускаемого напряжения (допускается перенапряжение в пределах 5 %).

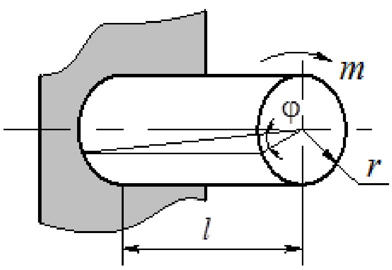


Рис. 136. Определение угла закручивания

Для вала постоянного диаметра опасным является участок, в котором действует наибольший крутящий момент. При кручении вала возникают деформации, характеристикой которых служит *угол закручивания* φ, т. е. угол, на который поперечное сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению (рис. 136).

В пределах упругих деформаций угол закручивания связан с крутящим моментом линейной зависимостью $\varphi = (m \cdot l)/(J_\rho \cdot G)$, где l – длина участка вала, расстояние между сечениями, относительный (взаимный) угол поворота которых определяется; G – модуль сдвига.

Мерой жесткости при кручении вала считается *относительный угол закручивания* θ (угол закручивания на единицу длины вала). В отличие от допускаемого напряжения, зависящего в первую очередь от материала вала, допускаемый угол закручивания зависит от назначения вала. Значения допускаемых углов закручивания, встречающиеся в различных отраслях машиностроения, весьма разнообразны; наиболее распространены значения $[\theta_0] = 0{,}25 – 1{,}0$ град/м.

Условие жесткости при кручении имеет вид $\theta = m/G \cdot J_\rho \leq [\theta_0]$. При расчете вала определяют требуемое значение J_ρ, а затем вычисляют диаметр вала. Из двух значений диаметров вала, определенных из расчетов на прочность и жесткость, в качестве окончательного (исполнительного размера) должен быть принят больший.

Кручение с изгибом – такое сложное сопротивление, которое представляет собой сочетание чистого кручения и поперечного изгиба (рис. 137).

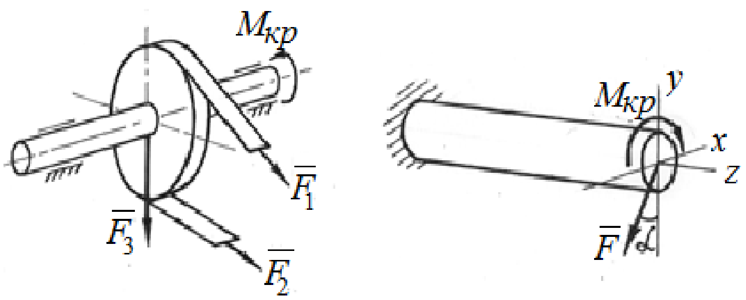


Рис. 137. Кручение с изгибом

Для того чтобы определить внутренние усилия при кручении с изгибом, воспользуемся методом мысленных сечений:

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N = 0;$

$\Sigma F_y \neq 0 \rightarrow Q_y \neq 0;$

$\Sigma F_z \neq 0 \rightarrow Q_z \neq 0;$

$\Sigma M_x \neq 0 \rightarrow M_x \neq 0;$

$\Sigma M_y \neq 0 \rightarrow M_y \neq 0;$

$\Sigma M_z \neq 0 \rightarrow M_z \neq 0.$

Обычно две составляющие поперечной силы (Q_y, Q_z) и изгибающего момента (M_y, M_z) приводят к их полным результирующим

$$Q = \sqrt{Q_y^2 + Q_z^2}; \quad M_{\text{и}} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}.$$

Часто поперечной силой пренебрегают (для достаточно длинных валов) и рассматривают кручение с изгибом как совместное действие крутящего (M_x, $M_{\text{кр}}$) и изгибающего ($M_{\text{и}}$) моментов. Опасным будет считаться то сечение, где оба момента достигают своей максимальной величины. Если моменты достигают максимума в разных сечениях, необходимо проверить все сечения, в которых эти внутренние усилия достаточно велики.

Для определения максимальных напряжений используем принцип независимости действия сил и найдем напряжения отдельно от кручения и отдельно от изгиба:

напряжения при кручении $\tau = (M_x \cdot \rho)/J_\rho \le \tau_{\max}$;

напряжения при изгибе $\sigma = (M_{\text{и}}/J_\rho)(y \cdot \cos\alpha + z \cdot \sin\alpha) \le \sigma_{\max}$.

Опасными точками в сечении будут наиболее удалённые от нейтральной оси балки, при этом в точках сечения возникает плоское напряжённое состояние, а поэтому расчёт на прочность проводят с привлечением теорий прочности.

5. КЛАССИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ

Теории прочности используются для оценки прочности конструкций в случае плоского и объёмного напряжённых состояний. При двух- и трёхосном напряжённом состоянии соотношения между нормальными и касательными напряжениями настолько разнообразны, что экспериментальная проверка опасного состояния для каждого из соотношений практически исключается.

Задача несколько упрощается, если вместо шести компонентов напряжений рассматривать эквивалентные им три главных напряжения и найти такую их комбинацию, которая была бы равноопасной линейному напряжённому состоянию, т. е. простому растяжению-сжатию.

Суть теорий (гипотез, критериев) прочности состоит в том, что, определив главную причину разрушения материала (преимущественное влияние того или иного фактора), можно подобрать соответствующее эквивалентное напряжение при сложном напряжённом состоянии, а затем сопоставить его с простым одноосным растяжением, как показано на схеме (рис. 138).

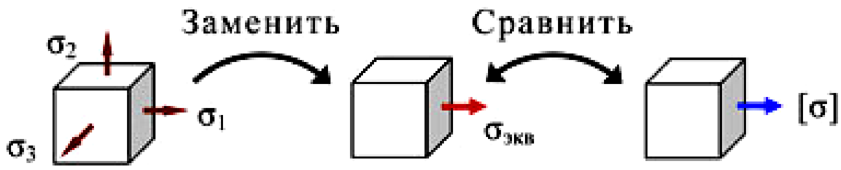


Рис. 138. Эквивалентное напряжение

Эквивалентное напряжение $\sigma_{экв}$ – напряжение, которое следует создать в растянутом образце, чтобы его напряжённое состояние стало равноопасным с заданным. В соответствии с методом предельных состояний условие прочности при сложном напряжённом состоянии в общем случае можно сформулировать следующим образом: $\sigma_{экв} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq [\sigma]$.

Различные теории прочности приводят к разным выражениям для эквивалентного напряжения. Наличие нескольких теорий (гипотез, критериев) прочности (более 20) не должно вызывать удивления, поскольку каждый из критериев прочности лишь отчасти отражает весьма сложный процесс наступления опасного состояния. Следует отметить, что опасное состояние как для пластических материалов (момент появления больших остаточных деформаций), так и для хрупких (момент появления трещин) лежит на границе области упругого деформирования. Это позволяет при всех дальнейших вычислениях, относящихся к проверкам прочности, пользоваться формулами, введёнными при условии применимости закона Гука.

Далее познакомимся с наиболее простыми классическими теориями прочности.

Первая теория прочности – критерий наибольших нормальных напряжений.

Была выдвинута Галилеем в XVII веке. Прочность при любом напряжённом состоянии будет обеспечена, если максимальное напряжение не превзойдёт допускаемого, определённого при простом растяжении $\sigma_{эквI} = \sigma_1 \leq [\sigma]$.

Опытная проверка показывает, что эта теория прочности не отражает условий перехода материала в пластическое состояние и даёт при некоторых напряжённых состояниях удовлетворительные результаты лишь для весьма хрупких материалов (например, для инструментальной стали).

Вторая теория прочности – критерий наибольших линейных деформаций.

В 1682 году теорию предложил французский физик Эдм Мариотт (1620 – 1684). Согласно этой теории в качестве критерия прочности принимают наибольшую по абсолютной величине линейную деформацию ε. Предполагается, что нарушение прочности в общем случае напряженного состояния наступает тогда, когда наибольшая линейная деформация ε_{max} достигает своего опасного значения ε^0. Последнее определяется при простом растяжении или сжатии образцов из данного материала. Условие для эквивалентного напряжения, обеспечивающее прочность элемента конструкции, $\sigma_{эквII} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$. Опытная проверка этой теории указывает на согласующиеся в ряде случаев результаты лишь для хрупкого состояния материала (например, для высокопрочных сталей после низкого отпуска).

Третья теория прочности – критерий наибольших касательных напряжений.

В 1773 году ее предложил французский учёный Шарль Огюстен де Кулон (1736 – 1806); затем в 1864 году французский инженер-механик Анри Эдуард Треска (1814 – 1885) и в 1871 году французский инженер-механик Адемар Жан-Клод Барре де Сен-Венан (1797 – 1886) усовершенствовали эту теорию.

В качестве критерия прочности принята величина наибольшего касательного напряжения. Прочность при любом напряжённом состоянии будет обеспечена, если наибольшее касательное напряжение не превзойдёт допускаемого, определённого при простом растяжении $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 \leq [\tau]$.

Условие для эквивалентного напряжения, обеспечивающее прочность элемента конструкции, $\sigma_{эквIII} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$. Гипотеза не учитывает действие второго главного напряжения σ_2, но в общем хорошо подтверждается опытами для пластичных материалов, одинаково работающих на растяжение и сжатие.

Четвёртая теория прочности (энергетическая) – критерий удельной потенциальной энергии формоизменения.

Первоначально идею энергетической теории выдвинул в 1885 году французский учёный Эудженио Бельтрами (1835 – 1900). Он считал, что вся потенциальная энергия ответственна за развитие остаточной деформации и соответственно за переход тела в пластическое состояние.

Авторами этой теории прочности являются три ученых: поляк ученый Губер (1902 – 1971), который в 1904 году предложил эту теорию, но она была не замечена; немецкий ученый-механик Рихард Эдлер фон Мизес (1883 – 1953), предложивший эту же теорию в 1913 году; и немецкий ученый Г. Генки, обосновавший ее в 1924 году.

Прочность при любом напряжённом состоянии будет обеспечена, если удельная потенциальная энергия деформации, идущая на изменение формы, не превзойдёт допускаемого значения, определённого при простом растяжении. Условие для эквивалентного напряжения, обеспечивающее прочность элемента конструкции,

$$\sigma_{\text{эквIV}} = \sqrt{0{,}5(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \le [\sigma].$$

Опыты хорошо подтверждают четвёртую теорию для пластичных материалов, одинаково работающих на растяжение и сжатие. Появление в материале малых пластических деформаций четвёртой теорией определяется более точно, чем третьей.

*Теория прочности предельных напряженных состояний (*её ещё называют *пятой) была* предложена в 1900 году немецким учёным Кристианом Отто Мором (1835 – 1918). Прочность при любом напряжённом состоянии будет обеспечена, если круг Мора не выходит за пределы огибающих кругов, построенных на допускаемых напряжениях при простом растяжении и сжатии (рис. 139). Условие для эквивалентного напряжения, обеспечивающее прочность элемента конструкции, $\sigma_{\text{экв}V} = \sigma_1 - \sigma_3([\sigma_+]/[\sigma_-]) \le [\sigma_+]$. Теория Мора совпадает с третьей теорией прочности.

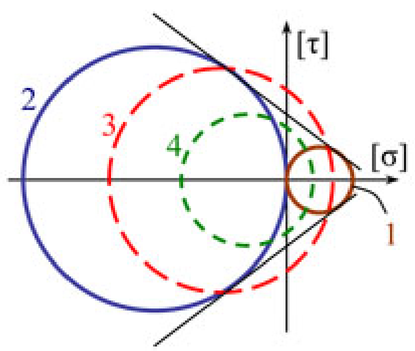


Рис. 139. Круги Мора: 1 – для осевого растяжения; 2 – для осевого сжатия; 3 – для опасного напряженного состояния; 4 – для безопасного напряжённого состояния

Вывод. Из всех вышеперечисленных теорий прочности наиболее полной, точной и всеобъемлющей является теория Мора. Все её положения были проверены экспериментально. Она подходит как для проверки прочности хрупких материалов (чугун, бетон, кирпич), так и пластичных (низкоуглеродистая сталь).

Недостатки рассмотренных теорий, а также появление новых материалов послужили стимулом для разработки новых теорий прочности. Большинство из них основано на выборе такой формы предельной поверхности, при которой можно наиболее полно учесть особенности сопротивления данного класса материалов в условиях сложного напряженного состояния.

6. ПОНЯТИЕ О НОВЫХ ТЕОРИЯХ ПРОЧНОСТИ

Все рассмотренные так называемые «классические» теории прочности страдают одним существенным недостатком – возможность их применения ограничена узкими рамками.

Критерий Фридмана. В 1941 году советский учёный Яков Борисович Фридман (1911 – 1968) предложил критерий, согласно которому при деформировании прочность образца и его пластичность оказываются зависящими от напряженного состояния, равно как и вид разрушения (хрупкий отрыв, вязкий отрыв, срез).

Теория Писаренко – Лебедева была предложена советским учёным-механиком Георгием Степановичем Писаренко (1910 – 2001) и советским учёным-механиком Анатолием Алексеевичем Лебедевым (1931 – 2012). Согласно этой теории наступление предельного состояния обусловлено способностью материала оказывать сопротивление как касательным, так и нормальным напряжениям.

Например, предложен критерий в следующей линейной форме: $\tau_{окт} + m_1 \cdot \sigma_1 \le m_2$, где m_1 и m_2 – константы материала, которые можно выразить через предельные напряжения при одноосном растяжении $[\sigma_+]$ и сжатии $[\sigma_-]$. Экспериментальная проверка теории показала, что критерий хорошо согласуется с результатами испытаний широкого класса конструкционных материалов.

Теория Ягна. В 1931 году механик Юлий Иванович Ягн (1895 – 1977) разработал теорию, в которой он предложил предельную поверхность принять в виде полинома второй степени, симметричного по отношению ко всем трём главным напряжениям $(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + a\,(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + b\,(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = c = 6\,[\tau]^2$, где постоянные a, b и c для данного изотропного материала должны определяться из опытов на одноосное растяжение и сжатие, а также на чистый сдвиг. При определённых соотношениях между введёнными постоянными a, b и c можно получить ряд энергетических критериев, в том числе и критерий удельной потенциальной энергии формоизменения.

Теория Ю. И. Ягна позволяет учесть неодинаковое сопротивление материала растяжению и сжатию, а также сопротивление материала сдвигу. Экспериментальная проверка показала, что эта теория прочности является наиболее гибкой и достоверной из всех известных теорий статической прочности.

Для характеристики типа напряжённого состояния вводят *коэффициент «мягкости»*, представляющий собой отношение наибольшего касательного напряжения в точке к наибольшему эквивалентному растягивающему напряжению $\alpha = \tau_{max} / \sigma_{экв}$.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие основные допущения сопротивления материалов вы знаете?
2. Что называют прочностью материала?
3. Что такое жёсткость материала?
4. Чем характеризуется пластичность материала?
5. Что такое упругость материала?
6. Чем характеризуется твёрдость материала?
7. Как различить геометрические признаки стержня, пластины, оболочки и массивного тела?
8. Что такое сосредоточенная сила, распределённая нагрузка и момент?
9. Какие усилия включает в себя полная система внешних сил?

10. Что такое внутренние силовые факторы?

11. В чём заключается суть метода сечений?

12. Какие простые виды сопротивления стержня вы знаете?

13. Дайте определение понятия «напряжение». Какие виды напряжения вы можете перечислить?

14. Как связаны напряжения в сечении с внутренними силовыми факторами?

15. Что следует понимать под напряжённым состоянием в точке?

16. Как формулируется закон Гука для растяжения-сжатия?

17. Какие напряжения считают предельными для материалов?

18. Что представляет собой коэффициент запаса прочности?

19. Что представляет собой допускаемое напряжение?

20. Какие виды сдвига вам известны?

21. Как сформулировать закон Гука при сдвиге?

Раздел 3
ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Механизм – система тел, предназначенная для преобразования заданного движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел (например, вращательного движения в возвратно-поступательное движение или наоборот).

Одно или несколько неподвижно соединённых твёрдых тел, входящих в состав механизма, называется звеном. Звенья механизма подразделяются на входные и выходные, на ведущие и ведомые. Заданное движение совершает входное звено, требуемое – выходное звено.

Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительную подвижность, представляет собой *кинематическую пару*.

Все пары делятся на пять классов в зависимости от числа налагаемых связей на подвижность каждого из звеньев. Известно, что тело, находясь в пространстве (в трёхмерной декартовой системе координат X, Y, Z), имеет шесть степеней свободы. Оно может перемещаться вдоль каждой из трёх осей X, Y, Z, а также вращаться вокруг каждой оси (рис. 140). Если тело (звено) образует с другим телом (звеном) кинематическую пару, то оно теряет одну или несколько из этих шести степеней свободы.

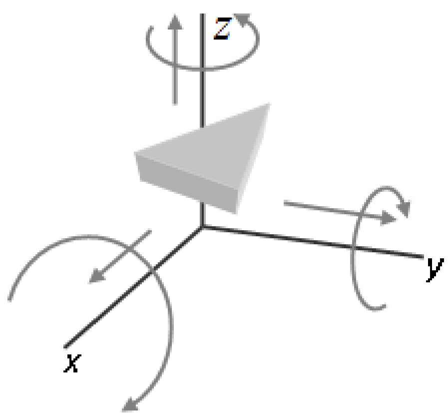


Рис. 140. Шесть степеней свободы тела в пространстве

Например, если телами (звеньями), образовавшими кинематическую пару, утрачено по 5 степеней свободы каждым, эту пару называют кинематической парой 5-го класса. Если утрачено 4 степени свободы – 4-го класса и т. д. Число степеней подвижности обозначается H, число налагаемых связей – S.

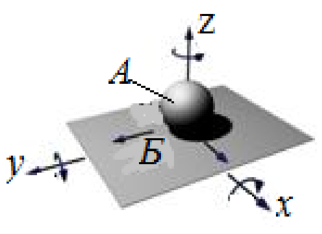
При этом число степеней подвижности можно определить по формуле $H = 6 - S$. На рис. 141 показаны кинематические пары разных классов.

По характеру соприкосновения звеньев, образующих кинематическую пару, пары делятся на *низшие*, в которых контакт звеньев осуществляется по поверхности (рис. 141, *г*, *д*) и *высшие*, в которых контакт звеньев происходит по линиям или точкам (рис. 141, *а*, *б*).

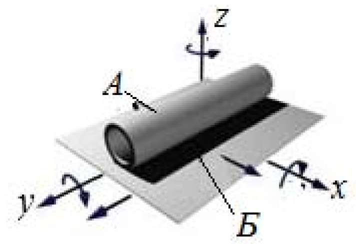
Механизм, подвижные звенья которого совершают плоское движение, параллельное одной и той же плоскости, называется *плоским механизмом*. Все остальные механизмы относятся к *пространственным.*

Плоский механизм называют *рычажным*, если его звенья образуют только низшие кинематические пары.

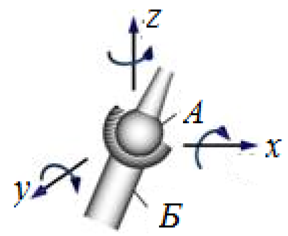
Наиболее распространенными кинематическими парами в плоских рычажных механизмах являются одноподвижные кинематические пары: вращательные (рис. 141, *в*) и поступательные (рис. 141, *г, д*).



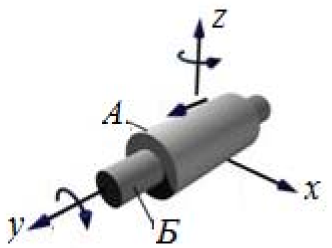
а) пара пятиподвижная 1-го класса $S = 1$; $H = 5$



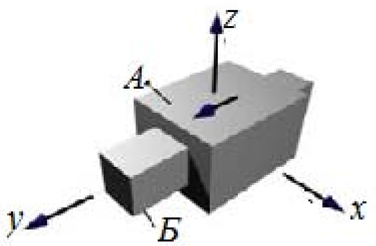
б) пара четырёхподвижная 2-го класса $S = 2$; $H = 4$



в) пара трёхподвижная 3-го класса $S = 3$; $H = 3$



г) пара двухподвижная 4-го класса $S = 4$; $H = 2$



д) пара одноподвижная 5-го класса $S = 5$; $H = 1$

Рис. 141. Классы кинематических пар

При изображении механизма на чертеже различают его *структурную схему* с указанием звеньев и *кинематическую схему* с указанием размеров, необходимых для кинематического анализа механизма, выполненную в масштабе.

На рис. 142 изображены схемы наиболее распространённых рычажных механизмов с низшими кинематическими парами: кривошипно-коромыслового (рис. 142, *а*), кривошипно-ползунного (рис. 142, *б*), кривошипно-кулисного (рис. 142, *в*). На схемах звенья обозначают цифрами.

В зависимости от характера движения звенья рычажного механизма называют:

Стойка 0 – звено, принимаемое за неподвижное.

Кривошип 1 – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси.

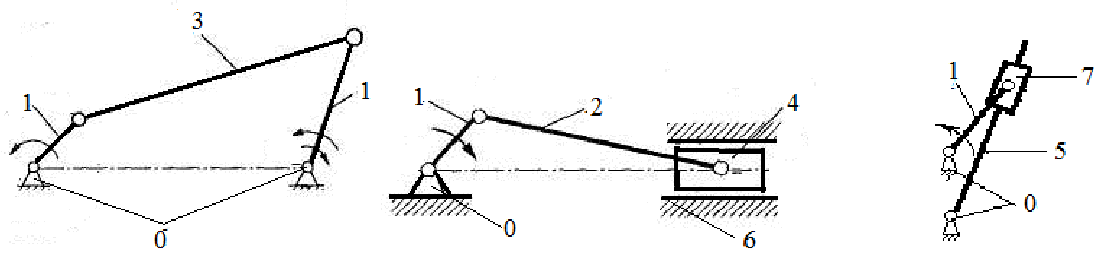
Шатун 2 – звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями.

Коромысло 3 – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси.

Ползун 4 – звено рычажного механизма, образующее поступательную пару с направляющей 6.

Кулиса 5 – звено рычажного механизма, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару.

Кулисный камень 7 – звено, совершающее поступательное движение относительно подвижной направляющей.



а) *б*) *в*)

Рис. 142. Кинематические схемы механизмов

Машина (от латинского *machine*) – техническое устройство, осуществляющее определённые механические движения, связанные с преобразованием энергии, свойств, размеров, формы или положения материалов (или объектов труда) и информации с целью облегчения физического и умственного труда человека, повышения его качества и производительности. На рис. 143 приведена классификация машин.

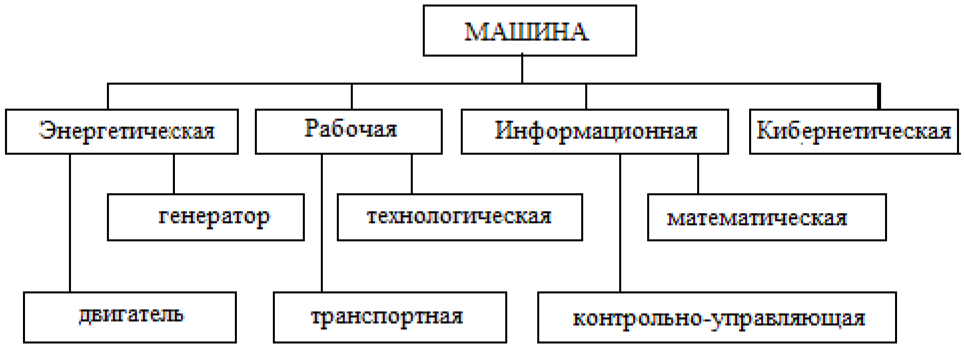


Рис. 143. Классификация машин

Энергетической называется машина, предназначенная для преобразования энергии. Если осуществляется преобразование любого вида энергии в механическую, то имеем дело с машиной-двигателем, а наоборот – с машиной-генератором.

Рабочая машина предназначена для преобразования материалов, причем *транспортная* машина пр еобразует материал только путем изменения положения объекта, а *технологическая* рабочая машина преобразует форму, свойства и положение материала или объекта.

Информационная машина служит для получения и преобразования информации.

Контрольно-управляющая машина преобразует информацию с целью управления энергетическими или рабочими машинами, а математическая машина – с целью получения математических образов, соответствующих свойствам объекта.

Кибернетическая машина имитирует или заменяет человека в процессе, присущем только ему или объектам живой природы, и обладает элементами искусственного интеллекта.

Агрегат (от латинского *aggrego* – присоединяю) – техническая система, состоящая из одной или нескольких соединенных последовательно или параллельно машин и предназначенная для выполнения каких-либо требуемых функций (рис. 144).

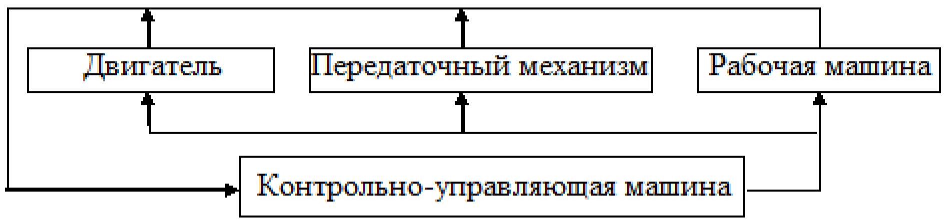


Рис. 144. Схема агрегата

2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

Задача структурного анализа – определение параметров структуры заданного механизма, т. е. чисел звеньев и структурных групп, числа и вида КП, числа подвижностей (основных и местных), контуров и избыточных связей.

Задача структурного синтеза – синтез (проектирование) структуры нового механизма, обладающего заданными свойствами: числом подвижностей, отсутствием местных подвижностей и избыточных связей, минимумом числа звеньев с парами определённого вида (например, только вращательными как наиболее технологичными) и т. п.

Число степеней свободы для плоских рычажных механизмов определяется по структурной формуле Пафнутия Львовича Чебышева $W = 3n - 2p_1$, где W – число степеней свободы механизма, n – число подвижных звеньев механизма, p_1 – число низших кинематических пар.

Для решения задач синтеза и анализа рычажных механизмов профессором Петербургского университета Л. В. Ассуром была предложена оригинальная структурная классификация, согласно которой механизмы, не имеющие избыточных связей и местных подвижностей, состоят из первичных механизмов и структурных групп. При структурном синтезе механизма, по Ассуру, к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью W_0 последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью.

Под *первичным механизмом* понимают механизм, состоящий из двух звеньев (одно из которых неподвижное), образующих кинематическую пару (рис. 145).

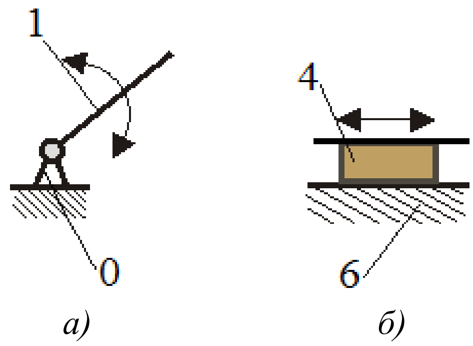


Рис. 145. Первичные механизмы: а – кривошип 1 со стойкой 0; б – ползун 4 с направляющей 6

Структурной группой Ассура (или группой нулевой подвижности) называется кинематическая цепь, образованная только подвижными звеньями механизма, подвижность которой (на плоскости и в пространстве) равна нулю ($W = 0$).

Конечные звенья групп Ассура, входящие в две кинематические пары, из которых одна имеет свободный элемент звена, называются *поводками.* Структурные группы Ассура делятся на *классы* в зависимости от числа звеньев, образующих группу, числа поводков в группе, числа замкнутых контуров внутри группы.

В пределах класса группы подразделяются по числу поводков на *порядки* (порядок группы равен числу ее поводков).

Особенность структурных групп Ассура – их статическая определимость. Используя группы Ассура, удобно проводить структурный анализ механизмов.

В процессе решения задачи структурного анализа механизма выполняется следующее:

– определяется число звеньев механизма;

– находится число кинематических пар, даётся их классификация;

– определяется число степеней свободы механизма;

– механизм разбивается на группы звеньев в соответствии с принципом Л. В. Ассура.

Структурный анализ рассмотрим на примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 146). Данный механизм состоит из 0 – стойки; 1 – кривошипа *AB*; 2 – шатуна *BC*; 3 – ползуна *C*; 4 – направляющей ползуна и кинематических пар: 0-1, 1-2, 2-3, 3-4. Входным звеном является кривошип 1 (первичный механизм), выходным – ползун 3.

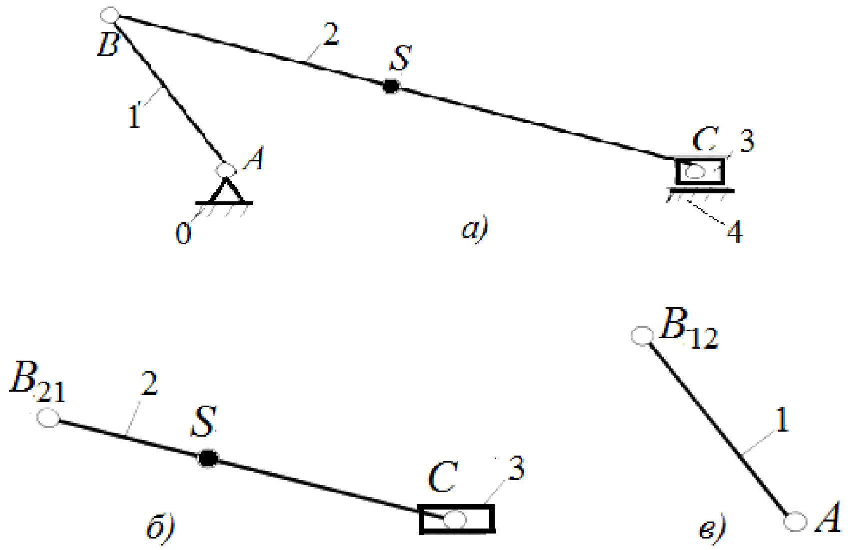


Рис. 146. Структурный анализ механизма: а – кинематическая схема механизма; б – первая структурная группа; в – вторая структурная группа

Звенья механизма движутся в плоскостях, параллельных неподвижной плоскости, исследуемый механизм – плоский. Он не содержит звеньев, образующих только одну кинематическую пару, следовательно, является *замкнутым*. Для механизма определим число степеней свободы по структурной формуле П. Л. Чебышева

$W = 3n - 2p_1 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 9 - 8 = 1.$

Формула строения механизма – I (O;1) → II_2(2; 3). Формула читается следующим образом: к механизму первого класса, состоящему из звеньев O (стойка) и 1 (кривошип), присоединяется структурная группа второго класса 2-го порядка, состоящая из звеньев 2 (шатун) и 3 (ползун). Поскольку высший класс присоединяемой группы Ассура – второй, то данный механизм следует отнести к механизмам второго класса.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое машина и механизм?
2. Что можно назвать звеном?
3. Что называется кинематической парой?
4. Что такое кинематическая цепь?
5. Что включает в себя кинематическая схема механизма?
6. Что такое структурная схема?
7. По каким признакам делятся кинематические пары на классы и виды: (низшие, высшие)?
8. Чем отличаются плоские механизмы от пространственных?
9. Как влияют пассивные связи на степень подвижности механизма?
10. Какие звенья образуют механизм 1-го класса?
11. Как может быть образован механизм?
12. Что такое группа Ассура?
13. Что характеризует число «степень подвижности механизма»?
14. Каков принцип построения новых механизмов?
15. По каким признакам классифицируются механизмы?
16. По каким признакам классифицируются группы Ассура?
17. Как определить класс группы Ассура, ее порядок и вид?
18. Какие группы Ассура находят наибольшее распространение?
19. Как определить класс всего механизма?
20. В какой последовательности механизм разбивается на группы Ассура?
21. Как составляется структурная формула механизма?

3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

Кинематический анализ механизма проводят без учёта сил, вызывающих его движение.

Цели:

1. Определение кинематических характеристик звеньев: перемещение, скорость, ускорение, траектория движения, функция положения при известных законах движения входных (ведущих) звеньев.

2. Оценка кинематических условий работы рабочего (выходного) звена.

3. Определение необходимых численных данных для проведения силового, динамического, энергетического и других расчётов механизма.

Основные задачи заключаются в определении:

– перемещений звеньев механизма и траекторий заданных точек;

– скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев механизма;

– ускорений точек звеньев и угловых ускорений звеньев.

Для решения задач кинематического анализа может быть использован один из следующих методов:

1. Аналитический.

2. Графоаналитический (метод планов).

3. Графический (метод кинематических диаграмм).

Первый метод позволяет получить кинематические параметры с любой точностью, но трудоёмкость его в большинстве случаев весьма высока. В настоящее время этот метод получает все большее распространение благодаря внедрению в практику персональных компьютеров.

Второй метод позволяет получить кинематические параметры с любой точностью, которая во многих случаях вполне достаточна, однако трудоёмкость его несколько выше, чем третьего.

Третий метод считается наименее трудоёмким, но точность его невысока, он может быть использован для предварительной оценки кинематических параметров.

Таким образом, выбор метода кинематического анализа зависит от требуемой точности результатов. При решении задач кинематического анализа в качестве исходных данных должны быть известны размеры всех элементов кинематической схемы механизма, а для определения скоростей и ускорений также законы движения входных звеньев, в частности кривошипа, как ведущего звена заданного механизма.

Наиболее распространён графоаналитический метод (метод планов), предложенный в 1870 году немецким инженером-механиком Кристианом Отто Мором (1835 – 1918). Метод основан на непосредственном геометрическом построении совмещённых положений (от 6 до 24) механизма (рис. 147). Он позволяет наглядно представить движение его звеньев и заданных точек. При этом на чертеже отображаются действительная форма этих траекторий, действительные значения углов, составляемых звеньями, а следовательно, и действительная конфигурация механизма в соответствующие мгновения времени. Всё это даёт возможность наглядного суждения о движении звеньев механизма и заданных точек.

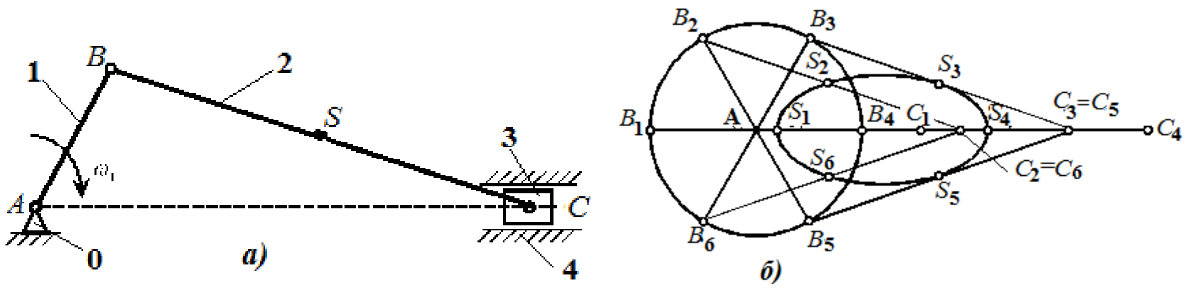


Рис. 147. Рычажный механизм: а – кинематическая схема механизма;
б – план шести совмещённых положений механизма

При решении задачи этим способом различные параметры движения и схемы механизмов изображаются на чертежах условно при помощи масштабов.

Графически может быть отображена любая величина (длина звена, скорость, ускорение и т. д.). Применяется так называемый *масштабный коэффициент* какой-либо физической величины, под которым следует понимать отношение значения этой физической величины к длине отрезка в миллиметрах, которым эта физическая величина изображается. Масштабный коэффициент показывает цену одного миллиметра

$\mu_{\text{физ.вел.}}$ = физ. вел./длина в миллиметрах,

тогда размерности масштабных коэффициентов будут μ_l = …[м/мм] – масштаб длин; μ_V = …[(м/с)/мм] – масштаб скоростей; μ_a = …[(м/с^2)/мм] – масштаб ускорений.

Недостаток метода – невысокая точность, которая зависит от точности графических построений.

Напомним те положения курса теоретической механики, которые могут быть использованы при построении планов скоростей и ускорений. Плоскопараллельное движение звена как твёрдого тела может быть представлено состоящим из поступательного движения со скоростью какой-либо точки этого звена, принятой за полюс, и вращательного движения вокруг полюса.

При построении планов скоростей и ускорений необходимо учитывать следующие их особенности и свойства:

1. Векторы, исходящие из полюса, изображают в одинаковом масштабе абсолютные скорости (ускорения) соответствующих точек звеньев механизма. Точки планов скоростей и ускорений, соответствующие неподвижным точкам механизма, находятся в полюсе;

2. Векторы, соединяющие концы векторов абсолютных скоростей (ускорений), изображают величины и направления соответствующих относительных скоростей (ускорений).

3. Векторы относительных скоростей (ускорений) каких-либо точек одного звена образуют на плане скоростей (ускорений) фигуру, подобную той, которую эти точки образуют на звене.

Анализ проведём на примере кривошипно-ползунного механизма, для которого задана кинематическая схема механизма, размеры его звеньев: l_{AB} – длина кривошипа 1, l_{BC} – длина шатуна 2 и угловая скорость кривошипа $\omega_1 = \text{const}$ (рис. 148, *а*).

Выбираем масштабы длин $\mu_l = l_{AB}/AB$, м/мм, где AB – длина отрезка, мм, изображающая кривошип длиной l_{AB} на строящемся плане механизма, эта длина выбирается произвольно.

Для построения графиков скоростей и ускорений выбираются полюсные расстояния p_υ и p_a, где p_υ – полюсное расстояние при построении графика скоростей, которое выбирается произвольной длины, p_a – полюсное расстояние при построении графика ускорений (рис. 148, *б*, *в*).

Масштаб скорости вычисляется по формуле

$\mu_\upsilon = \mu_S/\mu_t \cdot p_\upsilon$ (м/с)/мм.

Масштаб ускорения

$\mu_a = \mu_\upsilon/\mu_t \cdot p_a$ (м/с^2)/мм.

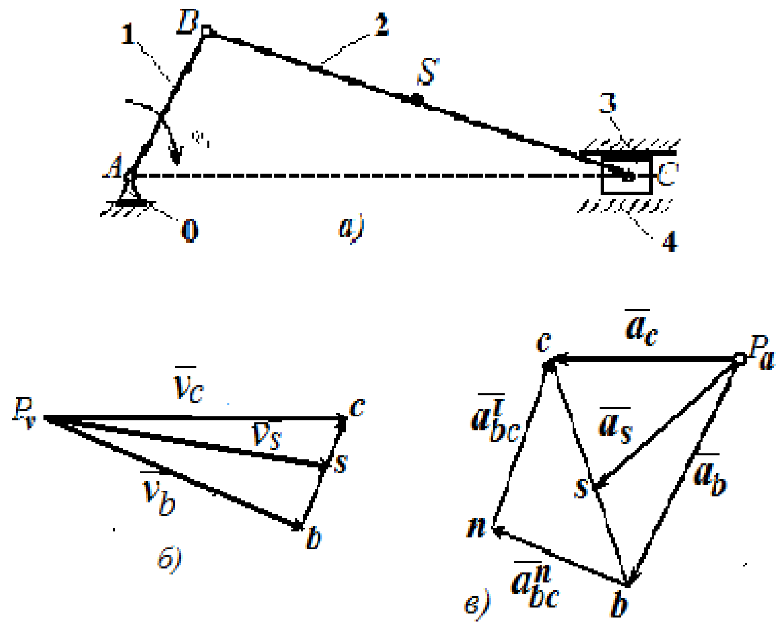


Рис. 148. Кривошипно-ползунный механизм:
а – кинематическая схема; б – план
скоростей; в – план ускорений

Для определения величины скорости или ускорения положения точки *c* необходимо длину ординаты соответствующего графика умножить на масштаб μ_υ или μ_a соответственно. После построения планов скоростей и ускорений можно построить графические диаграммы перемещений и скоростей необходимых точек и звеньев механизма.

Вопросы для самоконтроля

1. Что в ТММ называется масштабным коэффициентом (масштабом)?
2. Что такое план скоростей (ускорений) звена, механизма?
3. Когда применяется теорема о подобии и как она используется при определении скоростей и ускорений точек звена?
4. Как определяются величина и направление нормального, касательного и кориолисова ускорений?
5. Как определить действительные величины скорости и ускорения какой-либо точки звена механизма, пользуясь планами скоростей и ускорений?

4. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

В задачу силового анализа входит определение всех сил и моментов пар сил, которые приложены к каждому отдельному звену механизма. Эти силы и моменты необходимы, например, для расчёта на прочность отдельных звеньев механизма или его деталей.

Силы, действующие на звенья, условно делят на две группы:

1. *Движущие силы* ($\boldsymbol{F}_{д}$) – это силы, которые создают и поддерживают движение; работа этих сил положительна.

2. *Силы сопротивления* ($\boldsymbol{F}_{с}$) – это силы, которые препятствуют движению звеньев механизма; работа этих сил отрицательна. Силы сопротивления подразделяются на:

– *силы полезных сопротивлений* ($\boldsymbol{F}_{п.с}$) – это силы, для преодоления которых предназначена машина или прибор;

– *силы вредных сопротивлений* ($\boldsymbol{F}_{в.с}$) – это силы, на преодоление которых непроизводительно затрачивается работа движущих сил (например, силы трения в кинематических парах механизма).

Кроме движущих сил и сил сопротивления в механизме действуют также силы тяжести и силы инерции звеньев, а также внутренние силы – силы давления (реакции) в кинематических парах.

Сила тяжести звена $\boldsymbol{G}$ определяется по формуле $G = mg$, где m – масса звена, кг; g – ускорение свободного падения.

В общем случае при любом виде движения звена для учета действия сил инерции можно определять *силу инерции звена* $\boldsymbol{F}_{и}$, приложенную в центре тяжести, и *момент сил инерции звена* $\boldsymbol{M}_{и}$, действующий на звено, по следующим формулам: $F_{и} = m \cdot a_S$, $M_{и} = I_S \cdot \varepsilon$, где m – масса звена, кг; a_S – ускорение точки центра тяжести звена, м/с; I_S – момент инерции звена относительно его центра тяжести, кг·м^2; ε – угловое ускорение звена, с$^{-1}$.

Вектор силы инерции звена направлен в сторону, противоположную вектору ускорения центра тяжести звена. Момент сил инерции звена направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения звена.

Силы реакций – это внутренние силы, действующие в кинематических парах механизма. Реакция характеризуется *величиной* (*модулем*), *направлением* и *точкой приложения*.

Реакции обозначают буквой $\boldsymbol{R}$ с двойным цифровым индексом, например, $\boldsymbol{R}_{12}$. Первая цифра индекса обозначает номер звена, со стороны которого действует реакция; вторая цифра – номер звена, на которое действует эта реакция.

В каждой кинематической паре механизма одновременно действуют две одинаковые по величине реакции, направленные противоположно, например: $\boldsymbol{R}_{12} = -\boldsymbol{R}_{21}$**.** Реакции всегда направлены по нормали к соприкасающимся поверхностям звеньев в кинематической паре.

Заданы при силовом расчёте обычно движущие силы или силы полезных сопротивлений, а также силы тяжести (или массы) звеньев. Для того чтобы механизм находился в равновесии под действием внешних сил, к одному из звеньев его должна быть приложена уравновешивающая сила $\boldsymbol{P}_{у}$ или уравновешивающая пара сил, характеризуемая его моментом $\boldsymbol{M}_{у}$ – уравновешивающим моментом. Эту силу или момент считают приложенными к ведущему звену, которое либо получает энергию, потребную для движения механизма, извне, как это имеет место у механизмов рабочих машин, либо отдаёт её, как это имеет место у механизмов двигателей.

Если при силовом расчёте механизма в число известных внешних сил, приложенных к его звеньям, входит инерционная нагрузка на звенья, то такой силовой расчёт механизма называется *кинетостатическим.* Для его проведения необходимо знать закон движения ведущего звена, чтобы иметь возможность предварительно определить инерционную нагрузку на звенья.

Задачи решают графоаналитическим методом, используя уравнение равновесия (см. раздел «Статика») всей группы или отдельных её звеньев $\Sigma F_i = 0$, $\Sigma M_O(F_i) = 0$.

В число этих сил или моментов включаются реакции и моменты реакций в кинематических парах группы. На основании уравнений строится многоугольник сил, который называется *планом сил группы*, причём в первую очередь находятся реакции во внешних кинематических парах группы, а затем – во внутренних парах по условиям равновесия звеньев группы, взятых порознь.

При силовом анализе применяется принцип Даламбера: *если к внешним силам, действующим на звенья механизма, добавить силы инерции, то данную систему сил можно рассматривать как находящуюся в равновесии.*

При графическом решении используется метод плана сил. Механизм расчленяется на структурные группы Ассура и начальные звенья. Расчёт ведётся начиная с последней структурной группы и заканчивается расчётом входного звена.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется силовым анализом механизма?
2. Каковы задачи силового анализа механизма?
3. Какие силы и моменты приложены к звеньям механизма во время его работы?
4. В чём заключается метод кинетостатики?
5. Зачем нужно разделять механизм на группы Ассура при его силовом анализе?
6. Что такое движущие силы?
7. Чем отличаются силы полезного сопротивления от сил вредного сопротивления?
8. Что такое реакции в кинематической паре?

5. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

Прямая задача динамики механизма – это задача анализа по определению закона движения механической системы под действием заданных внешних сил. Иначе эту задачу можно сформулировать так: заданы управляющие силы и силы внешнего сопротивления, определить обеспечиваемый ими закон движения механизма.

Обратная задача – это задача синтеза управления, когда заданы требуемый закон движения механизма и внешние силы сопротивления, а определяются управляющие силы.

При решении задач кинематики и кинетостатики механизма в первом приближении полагают, что закон движения ведущего звена известен, и обычно принимают угловую скорость ω его постоянной. В действительности кинематические параметры являются функцией действующих внешних сил и масс подвижных звеньев механизма, поэтому для определения истинного закона движения необходимо провести специальный расчёт или исследование. Определение истинного закона движения многозвенного механизма – задача сложная, но она может быть упрощена, если массы подвижных звеньев, перемещающихся каждое по своему закону, заменить динамически эквивалентной массой одного условного звена (звена приведения).

Динамическая модель механизма (машины) представляет собой уравнение движения звена приведения, к которому приведены все силы и массы звеньев.

Задача динамики машины чаще сводится к нахождению момента двигателя по заданному закону движения ведущего звена и некоторым силам, действующим на звенья машины.

Таким образом, уравнение движения машины приводится к тому или иному конкретному виду и решается графическим и графоаналитическим методами, а учитываемые силы и моменты сил, а также приведенные массы и моменты инерции могут быть как постоянными, так и переменными величинами, зависящими от того или иного фактора.

Аналитическая зависимость между действующими на звенья силами и кинематическими параметрами движения называется *уравнением движения.* Это уравнение в общем случае имеет вид

$$\Delta T = A_д - A_с,$$

где $\Delta T = T - T_0$ – изменение кинетической энергии на рассматриваемом промежутке времени (T и T_0 – величина кинетической энергии в конце и начале промежутка); $A_д - A_с$ – суммарная работа действующих сил за рассматриваемый промежуток ($A_д$, $A_с$ – работа движущих сил и сил сопротивления).

В период пуска $A_д - A_с = \Delta T > 0$, т. е. происходит неустановившееся ускорение движения звеньев.

В период установившегося движения $A_д - A_с = \Delta T = 0$, т. е. скорости звеньев в конечный и начальный моменты цикла равны и вся работа движущихся сил расходуется на преодоление сопротивлений.

В период остановки $A_д - A_с = \Delta T < 0$ движение продолжается некоторое время за счет накопления кинетической энергии, поглощаемой за счет сопротивления движению.

Графоаналитический метод решения уравнения движения машины позволяет наглядно иллюстрировать связь между динамическими и кинематическими параметрами движения, а также решать практические задачи синтеза, например, задачу уменьшения неравномерности вращения звеньев.

Механическим коэффициентом полезного действия называется отношение абсолютной величины работы сил производственных сопротивлений к работе всех движущих сил за цикл установившегося движения $\eta = A_{п.с} / A_д$, где $A_{п.с}$ – работа сил производственных сопротивлений; $A_д$ – работа движущих сил.

Отношение работы $A_т$ непроизводственных сопротивлений к работе движущих сил обозначим через Ψ и назовём *коэффициентом механических потерь*, тогда $\eta = A_т / A_д = 1 - \Psi$. Чем меньше в механизме работ непроизводственных сопротивлений, тем меньше его коэффициент потерь и тем совершеннее механизм в энергетическом отношении.

Из уравнения следует: так как ни в одном механизме работа $A_т$ непроизводственных сил сопротивлений, сил трения (трение качения, трение скольжения, сухое, полусухое, жидкостное, полужидкостное) практически не может равняться нулю, то и КПД не может равняться нулю. Но КПД может быть равен нулю, если $A_т = A_д$.

Значит, КПД равен нулю, если работа движущих сил равна работе всех сил непроизводственных сопротивлений, которые имеются в механизме. В этом случае движение является возможным, но без совершения какой-либо работы. Такое движение механизма называют движением *вхолостую.* КПД не может быть меньше нуля, так как для этого необходимо, чтобы отношение работ $A_т / \text{А}_д$ было больше единицы $A_т / A_д > 1$ или $A_т > A_д$.

Из этих неравенств следует, что если механизм, удовлетворяющий указанному условию, находится в покое, то действительного движения произойти не может, это явление носит название *самоторможения механизма.* Если же механизм находится в движении, то под действием сил непроизводственных сопротивлений он постепенно будет замедлять свой ход, пока не остановится (затормозится). Следовательно, получение при теоретических расчётах отрицательного значения КПД служит признаком самоторможения механизма или невозможности движения в заданном направлении. Таким образом, КПД механизма может изменяться в пределах $0 \leq \eta < 1$.

Как было сказано раньше, каждая машина представляет собой комплекс соединенных определенным образом механизмов, а некоторые сложные могут быть расчленены на более простые, то имея возможность вычислить КПД простых механизмов или имея в своем распоряжении определенные значения КПД простых механизмов, можно найти полный КПД машины, составленный из простых элементов в любой их комбинации. Все возможные варианты передачи движения и силы можно разделить на случаи последовательного, параллельного и смешанного соединения.

При расчете КПД соединений возьмём машину, состоящую из четырёх механизмов, у которой

$N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N_{вых}$, $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = 0{,}9$.

Примем движущую силу $A_д$ = 1,0. КПД последовательного соединения и его изменение показано на рис. 149.

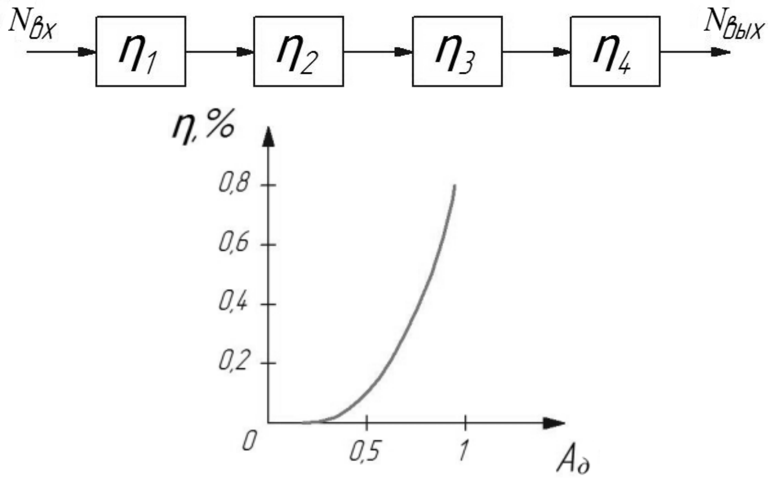


Рис. 149. Последовательное соединение

Первый механизм приводится в движение движущими силами, которые совершают работу $A_д$. Так как полезная работа каждого предыдущего механизма, затраченная на производственные сопротивления, является работой движущих сил для каждого последующего, то КПД первого механизма – $\eta_1 = A_1 / A_д$, второго – $\eta_2 = A_2 / A_1$, третьего – $\eta_3 = A_3 / A_2$, четвертого – $\eta_4 = A_4 / A_3$. Значение КПД для этого соединения может быть получено, если перемножить все отдельные коэффициенты полезного действия

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 = (A_1 / A_д) \cdot (A_2 / A_1)(A_3 / A_2)(A_4 / A_3) = A_{п.с} / A_д.$$

Вывод: общий механический коэффициент полезного действия последовательного соединения механизмов равняется произведению механических коэффициентов полезного действия отдельных механизмов, составляющих одну общую систему:

$$\eta = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}6561 = A_{п.с}.$$

Рассмотренный случай часто встречается в технике, например, в многоступенчатом редукторе, в котором КПД равен произведению отдельных его ступеней.

КПД параллельного соединения и его изменение дано на рис. 150. При параллельном соединении механизмов могут быть два варианта:

– от одного источника двигательной силы мощность передаётся нескольким потребителям;

– несколько источников параллельно питают одного потребителя.

Рассмотрим первый вариант. При таком соединении

$A_{п.с} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$.

Если КПД у каждого механизма одинаковый, то и мощность будет распределяться на каждый механизм одинаково

$\sum N_i = 1$, то $\Rightarrow N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 0{,}25$.

Тогда $\eta = \sum N_i \cdot \eta_i = 4(0{,}25 \cdot 0{,}90) = 0{,}90$.

Таким образом, общий КПД параллельного соединения определится как сумма произведений каждого отдельного участка цепи агрегата. Рассмотренный случай может встречаться в разветвлённых приводах, в частности, для двухступенчатого редуктора с раздвоенной второй ступенью при предположении, что они практически одинаковые, и тогда его КПД $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 (\eta_п)^3$, где $\eta_1 \cdot \eta_2$ – КПД зацепления первой и второй ступени; $\eta_п$ – КПД пары подшипников качения.

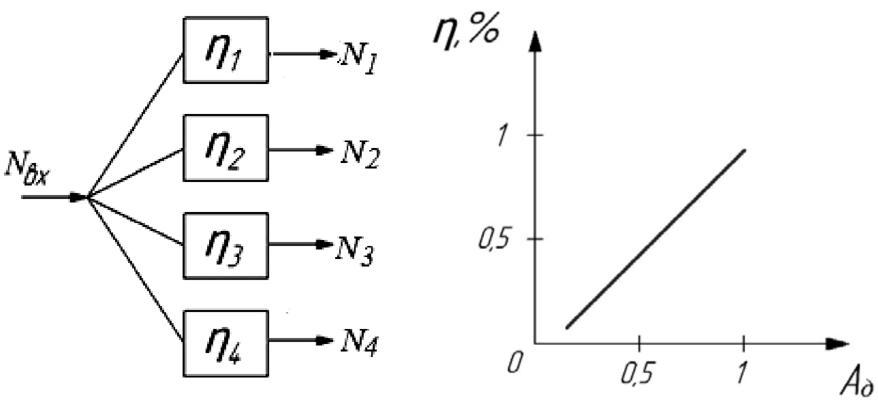


Рис. 150. Параллельное соединение

КПД смешанного соединения и его изменение приведено на рис. 151. В этом случае есть и последовательное, и параллельное соединение механизмов. При этом $A_д$ передаётся на два механизма η_1 и η_3, а от них – на η_2 и η_4. Так как $\eta_1 \cdot \eta_2 = A_2$ и $\eta_3 \cdot \eta_4 = A_4$, а $N\text{вых}_1 = N\text{вых}_2 = 0{,}5$, сумма A_2 и A_4 равна $A_{п.с}$, то можно найти и КПД всей системы

$\eta = N_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 + N_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 = 0{,}5 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 + 0{,}5 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}405 + 0{,}405 = 0{,}81$.

Вывод: общий КПД смешанного соединения равняется сумме произведений механических коэффициентов, соединенных последовательно, умноженной на часть движущей силы.

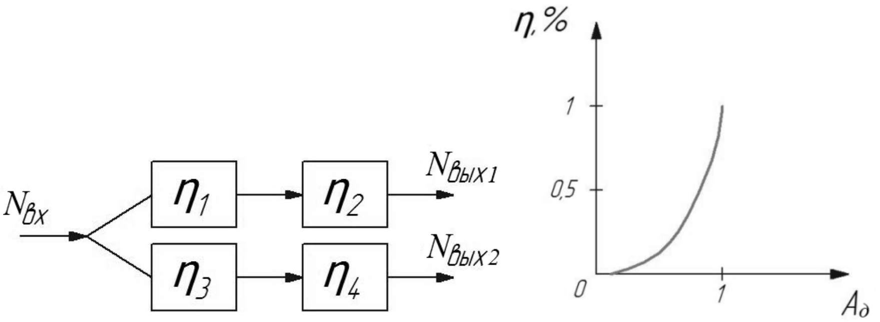


Рис. 151. Смешанное соединение

Общий вывод: при рассмотрении каждого соединения механизмов в отдельности можно сказать, что наибольший КПД у параллельного соединения, который равен 0,9. Следовательно, в машинах нужно стараться использовать параллельное соединение или максимально приближенное к нему.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется приведённым моментом сил?
2. Что называется приведённым моментом инерции?
3. Как сформулировать понятие приведённой массы?
4. Как определяется кинетическая энергия звена в общем случае плоскопараллельного движения?
5. Как находится кинетическая энергия звена в общем случае при поступательном движении?
6. Как определяется кинетическая энергия звена в общем случае при вращательном движении?
7. Дайте определение механической характеристики.
8. Как вычисляется работа силы?
9. Как вычисляется работа момента?
10. Какова энергетическая характеристика режимов работы машины: разбега, установившегося движения и выбега?
11. Как формулируется закон передачи работы при установившемся движении?

12. Что называется циклом установившегося движения?

13. Какова роль маховика при работе механизма?

14. Что называется коэффициентом неравномерности движения машины?

15. Что такое КПД машины?

16. У какого соединения механизмов наибольший КПД и почему?

6. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ ВРАЩЕНИЯ

6.1. Основные понятия

Зубчатые механизмы вращения являются наиболее распространенным в машиностроении и приборостроении видом механических передач. Их применяют для передачи вращательного движения с одного вала на другой или для преобразования вращательного движения в поступательное и изменения скорости вращения валов.

Любую зубчатую передачу можно схематично представить в виде двух начальных поверхностей, контактирующих между собой, (рис. 152), а плоскую передачу – в виде двух начальных окружностей, перекатывающихся друг по другу без скольжения и контактирующих в полюсе p (рис. 153).

Рис. 152. Общий вид зубчатой передачи

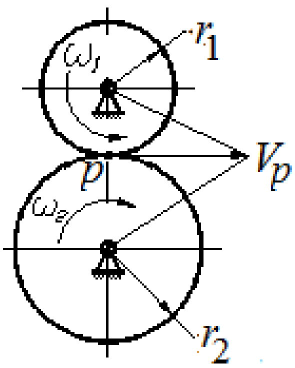


Рис. 153. Схема зубчатой передачи

Основной характеристикой преобразования вращательного движения зубчатых передач является *передаточное отношение* – отношение угловой скорости ведущего звена механизма к угловой скорости ведомого звена.

Передаточное отношение обозначается латинской буквой i с индексами. Индексы указывают на то, от какого колеса (1-й индекс) к какому (2-й индекс) вычисляется передаточное отношение. Например, i_{12} обозначает передаточное отношение от первого колеса ко второму. Согласно определению $i_{12} = \omega_1/\omega_2 = \pm\, r_2/r_1$.

Знаки «+» и «–» перед отношением радиусов появились в связи с тем, что в отличие от угловых скоростей радиусы не могут быть отрицательными, и знак «–» относится к данной схеме (см. рис. 152), а знак «+» имел бы место при внутреннем зацеплении колёс.

Передаточным числом называется отношение числа зубьев ведомой шестерни к числу зубьев ведущей $u = z_1/z_2$.

Величины i и u могут меняться или оставаться постоянными за время одного оборота ведущего вала.

6.2. Основная теорема зацепления

Эта теорема, сформулированная английским учёным Робертом Виллисом (1800 – 1875) в 1841 году, определяет основной закон зацепления профилей, которые не могут быть произвольными, а должны быть специально подобранными.

Основную теорему зацепления рассмотрим на примере двух зубчатых цилиндрических колёс (рис. 154). Профили зубьев двух колёс соприкасаются в точке P. Колёса вращаются вокруг точек O_1 и O_2 в направлениях, указанных стрелками. Скорость точки P в системе первого колеса $V_{P1} = \omega_1 \times$ $\times\, O_1P$. Скорость точки P в системе второго колеса $V_{P2} = \omega_2 \cdot O_2P$. Скорости различны по величине и направлению.

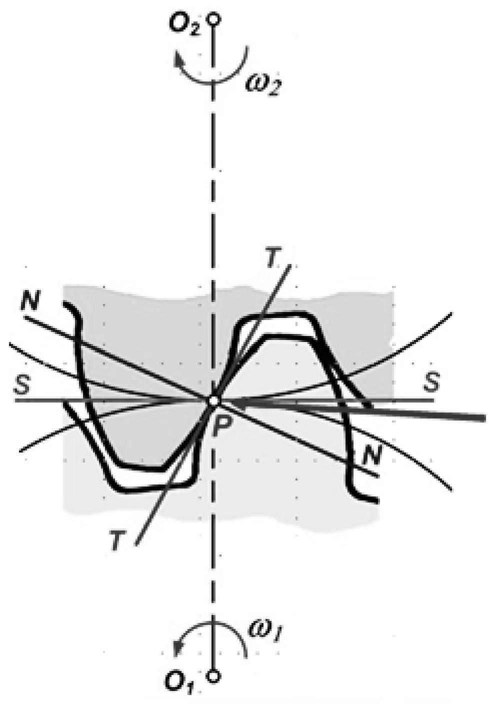


Рис. 154. Теорема Виллиса

Давление между двумя твёрдыми телами передаётся по общей нормали $N – N$, следовательно, непрерывная передача движения возможна лишь только в том случае, если проекции скоростей точек контакта обоих профилей на общую нормаль будут одинаковы по величине и направлению.

При $V_{P2} > V_{P1}$ будет происходить размыкание зацепления, чего допускать нельзя; при $V_{P1} > V_{P2}$ происходит внедрение зуба одного колеса в зуб другого (тем более нельзя допускать), следовательно, скорости должны быть равны $V_{P1} = V_{P2}$.

Если точка P неподвижна, то передаточное отношение звеньев будет постоянно. Точка P называется *полюсом зацепления*. Она представляет собой мгновенный центр относительного вращения звеньев. Окружности с центрами O_1 и O_2, проходящие через полюс, называются *начальными*. При работе колёс они катятся одна по другой без скольжения и представляют собой центроиды колёс.

По теореме зацепления всегда можно проверить, являются ли два профиля, находящихся в зацеплении зубьев, сопряженными. *Сопряжённые поверхности* – поверхности, которые постоянно или с определённой периодичностью входят в зацепление. По отношению к начальным окружностям сопряжённые поверхности могут занимать различные положения.

Правильным положением будет то, которое удовлетворяет основной теореме зацепления, теореме о мгновенном передаточном отношении, которая формулируется так: общая нормаль $N – N$, проведённая в точке контакта P сопряжённых поверхностей, проходит через линию центров O_1O_2 и делит ее на части, обратно пропорциональные отношению угловых скоростей.

Сопряжённые профили должны удовлетворять следующим требованиям: быть простыми в изготовлении (технологичными), иметь высокий КПД. Таким требованиям удовлетворяют эвольвентные профили.

6.3. Эвольвента

Швейцарский математик, физик и механик Леонард Эйлер (1707 – 1783) в 1754 году предложил эвольвентный профиль для зубчатых передач. Преимуществом этого профиля являются простота изготовления, достаточно высокая нагрузочная способность, малая чувствительность к неточностям межцентрового расстояния.

Рассмотрим образование эвольвенты (рис. 155). *Эвольвентой* окружности называется кривая, описываемая любой точкой прямой линии при перекатывании её без скольжения по окружности. При этом прямая линия называется *производящей прямой*, а окружность – *основной окружностью*.

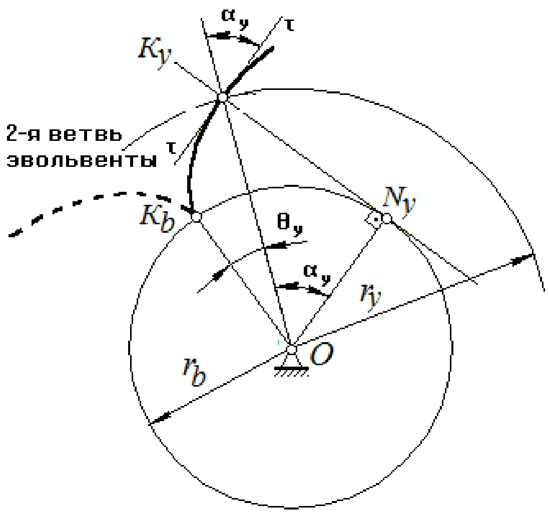


Рис. 155. Образование эвольвенты

Пусть производящая прямая K_yN_y показана в положении, когда она касается основной окружности с начальным радиусом r_b в точке N_y, требуется построить эвольвенту, описываемую точкой K_b. Текущий радиус точки K_y эвольвенты обозначим через r_y. Угол α_y называется *углом профиля*. Угол, образованный начальным радиусом OK_b и её текущим радиусом OK_y, называется *углом развёрнутости* эвольвенты, или *эвольвентным углом* θ_y. Из треугольника ON_yK_y можно определить радиус произвольной окружности $r_y = r_b/\cos\alpha_y$.

Так как производящая прямая K_yN_y перекатывается без скольжения по основной окружности, то $r_b(\theta_y + \alpha_y) = r_b \cdot \mathrm{tg}\alpha_y$, отсюда $\theta_y = \mathrm{tg}\alpha_y - \alpha_y$ – уравнение эвольвенты в параметрической форме.

Функция $\mathrm{tg}\alpha_y - \alpha_y$ называется и обозначается «*inv*», тогда можно записать $\theta_y = inv\alpha_y$.

6.4. Основные параметры эвольвентных зубчатых колёс

Рассмотрим основные размеры зубчатых колёс с эвольвентным профилем (рис. 156). Эвольвентные профили удовлетворяют условию синтеза зубчатого зацепления – получению заданного u_{12}. Выполнение дополнительного условия синтеза зависит от размеров зубьев, которые удобно задавать в долях какой-либо одной линейной величины.

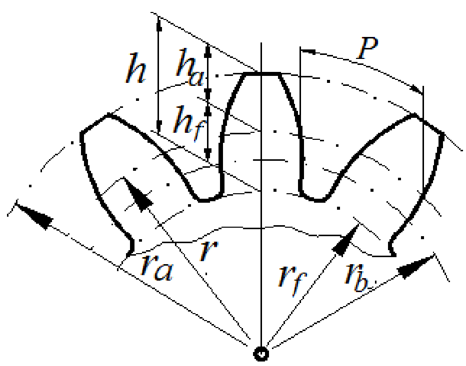


Рис. 156. Профиль зубчатого колеса

Выразим длину некоторой окружности, имеющей диаметр d, через число зубьев z $\pi d = Pz$, где P – окружной шаг, т. е. расстояние, измеренное по дуге делительной окружности диаметром d между двумя соответствующими точками соседних зубьев

$d = (P/\pi)z$ или $d = mz$, откуда $m = P/\pi = d/z$,

где m – модуль зуба, равный отношению окружного шага P к числу π, или доля делительного диаметра d, приходящаяся на один зуб. Модуль зуба выбирается из ряда рациональных чисел от 0,05 до 100.

Делительная окружность r есть характеристика одного зубчатого колеса, а начальные окружности r_f дают характеристику зацепления двух зубчатых колес, и диаметры этих окружностей зависят от межосевого расстояния. Делительная окружность делит зуб на две части: головку и ножку. *Делительной головкой зуба* h_a называется часть зуба, расположенная между делительной окружностью r и окружностью вершин r_a. *Ножкой зуба* h_f называется часть зуба, расположенная между делительной окружностью r и окружностью впадин r_f. Общая высота зуба $h = h_a + h_f$. Причём $h_f > h_a$, так как между окружностями вершин одного зуба и окружностями впадин другого зуба должен быть зазор, называемый *радиальным зазором* ($c = 0{,}25m$).

Каждый зуб очерчен двумя симметрично расположенными профилями – эвольвентами. Расстояние между этими профилями, измеренное по какой-либо окружности, называется *толщиной зуба S*.

6.5. Способы нарезания зубчатых колёс

Способы образования зубьев можно разделить на две основные группы: накатывание и нарезание.

Накатывание зубьев стальных колес производится накатным инструментом путем пластической деформации венца колеса. Зубонакатывание применяется в массовом производстве и считается высокопроизводительным методом, обеспечивающим минимальные отходы металла в стружку и повышение прочности зубьев, так как волокна металла в заготовке не перерезаются, а изгибаются.

Нарезание зубьев выполняют методами, которые стали применять для изготовления «правильных» зубчатых колёс, т. е. таких, зацепление которых отвечает основной теореме зацепления (см. п. 6.2).

Метод *обкатки-огибания* является весьма точным, высокопроизводительным, универсальным, наиболее распространенным для образования зубьев на зубообрабатывающих станках.

На рис. 157 показаны основные виды станочных зацеплений и соответствующие движения инструмента и заготовки. Наиболее производительным способом нарезания зубьев можно назвать фрезерование червячной фрезой. Как правило, зуборезные станки – полуавтоматы.

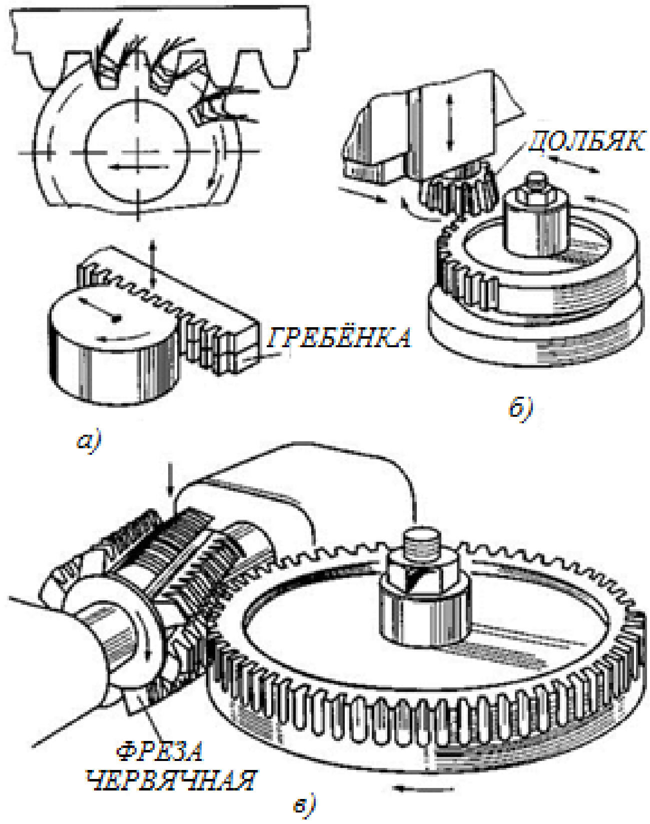


Рис. 157. Основные виды станочных зацеплений: а – нарезание зубьев инструментальной рейкой (зуборезной гребенкой) на зубодолбежном станке; б – то же зуборезным долбяком на зубодолбежном станке; в – то же червячной модульной фрезой на зубофрезерном станке (червячная модульная фреза в осевом сечении имеет профиль инструментальной рейки)

Вопросы для самоконтроля

1. Какие механизмы называются передачами?
2. Какие виды зубчатых передач вы знаете?
3. Как формулируется основная теорема зацепления?
4. Что такое передаточное отношение?

5. Что такое межосевое расстояние?
6. Что называют эвольвентой окружности?
7. Какие основные свойства эвольвенты вы можете назвать?
8. Какую окружность зубчатого колеса называют начальной?
9. Какую окружность зубчатого колеса называют делительной?
10. Какая окружность зубчатого колеса называется основной?
11. Что называют высотой головки зуба колеса?
12. Что называют высотой ножки зуба колеса?
13. Что такое шаг зубчатого колеса?
14. Что представляет собой модуль зубчатого колеса?
15. В чем измеряется модуль зубчатого колеса?
16. Что называют радиальным зазором цилиндрической зубчатой передачи?
17. Какие способы изготовления зубчатых колес вам известны?
18. Что такое станочное зацепление?

7. ПЛАНЕТАРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Планетарным механизмом называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся в пространстве осью вращения хотя бы одного из них.

Основными звеньями являются зубчатые колеса (рис. 158):

1. Центральное колесо 1 с внешними зубьями называется солнечной шестернёй, или солнцем.

2. Колёса с внешними зубьями 2, оси которых подвижны – сателлиты (от лат. «*satellitum*» – спутник). Количество сателлитов обычно составляет от двух до шести (чаще всего три, так как только при трёх сателлитах нет нужды в специальных уравновешивающих механизмах) и точного значения для функциональности данного механизма не имеет. В различных механизмах применяются сателлиты одновенцовые (одно простое зубчатое колесо), двухвенцовые (два соосных зубчатых колеса с общей ступицей), трёхвенцовые и т. д.

3. Большое центральное (опорное) колесо с внутренними зубьями – «корона», или «эпицикл» 3.

4. Водило *H* (от заглавной буквы слова *Hedel* – рычаг) можно считать основой механизма – это неотъемлемая деталь абсолютно любого механизма и краеугольный камень всей идеи передачи вращения через планетарную систему. Водило представляет собой рычажный механизм – обычно такую пространственную вилку, ось «основания» которой совпадает с осью самого планетарного механизма, а оси «зубцов» с установленными на них сателлитами концентрически вращаются вокруг неё в плоскости/плоскостях расположения центральных зубчатых колёс. Оси «зубцов» – это и есть так называемые подвижные оси, или оси сателлитов.

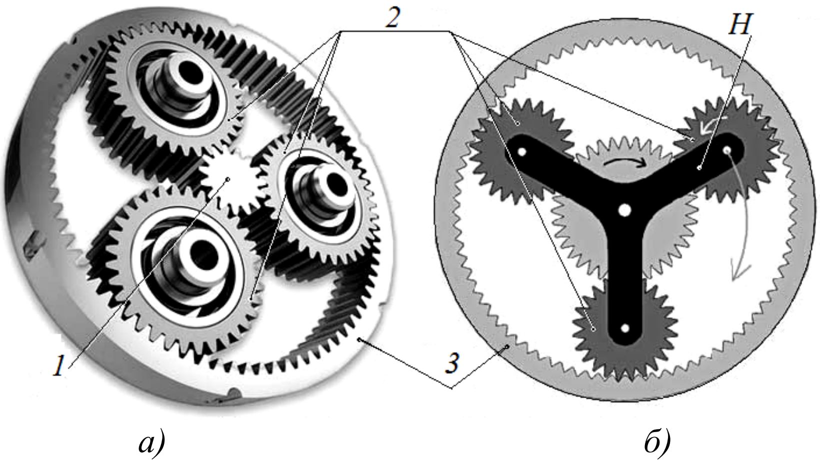


Рис. 158. Планетарный механизм: а – общий вид; б – схема

Основные достоинства планетарных механизмов: малые габаритные размеры и вес; работа с меньшим шумом по сравнению с обычными зубчатыми передачами; высокий КПД – в среднем 0,99. Планетарный механизм применяют как редуктор (при степени подвижности механизма $W = 1$) в силовых передачах (коробка передач); дифференциал (при степени подвижности $W \geq 2$) – в станках, автомобилях, авиации и разнообразных приборах.

Часто применяют планетарную передачу, совмещённую с электродвигателем (мотор-редуктор, мотор-колесо). Наибольшее применение получили простейшие планетарные механизмы: кинематическая схема редуктора Давида (Меркин Давид Рахмильевич (1912 – 2009), русский механик, (рис. 159, *а*); кинематическая схема механизма Джеймса (рис. 159, *б*).

Рассматриваемые планетарные механизмы передают вращение между своими подвижными центральными звеньями: от подвижного центрального колеса (входное звено) к водилу (выходное звено) или, наоборот, от водила – к центральному подвижному колесу.

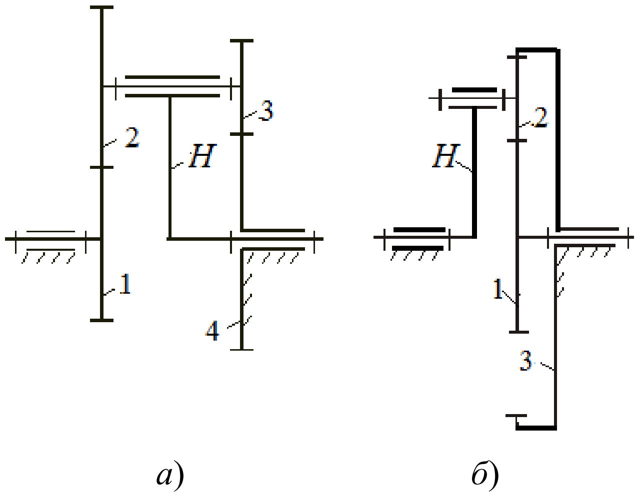


Рис. 159. Кинематические схемы планетарных механизмов

При кинематическом синтезе (проектировании) для выбранной схемы планетарного механизма при заданном числе сателлитов и заданном передаточном отношении $U_{пл}$ необходимо подобрать числа зубьев колес, которые обеспечат выполнение ряда условий:

1. Числа зубьев z_1, z_2, …, z_n должны быть целыми числами.

2. Сочетание чисел зубьев колес должно обеспечивать требуемое передаточное отношение с допустимой точностью ±3 % .

3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче нулевые колеса. Это ограничение записывают в форме отсутствия подреза зубьев: для колес с внешними зубьями, нарезанными стандартным инструментом, $z_i \geq z_{min} = 17$; для колес с внутренними зубьями – $z_i \geq z_{min} = 85$.

4. Оси центральных колес и водила планетарной передачи должны лежать на одной прямой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности).

5. При расположении сателлитов в одной плоскости, т. е. без смещения в осевом направлении, соседние сателлиты должны быть расположены так, чтобы между окружностями вершин обеспечивался гарантированный зазор (условие соседства) $(z_1 + z_2)\sin(\pi/k) > z_2 + 2$, где k – число сателлитов.

Определение передаточного отношения планетарных механизмов по известным зависимостям, используемым для рядовых механизмов, не представляется возможным, так как планетарные механизмы содержат неподвижное колесо и колёса с перемещающейся осью. Решить эту задачу позволяет *метод обращенного движения*.

Графический способ определения передаточного отношения планетарного механизма рассмотрим на примере редуктора Давида (рис. 160). Водило – входное звено, первое колесо – выходное. Выберем на водиле точку F так, чтобы $O_2F = O_1A$ (валы O_1 и O_2 соосны и вращаются в разные стороны). Точка C может быть выше или ниже точки A. FF' – произвольный отрезок (линейная скорость точки F'). Для колёс 2 и 3 точка C – мгновенный центр скоростей. Передаточное отношение

$$u_{H\text{-}1}^{(4)} = \omega_H / \omega_1 = (V_B / O_2B) / (V_F / O_1F) = (BB'/O_2B)/(FF'/O_1F) =$$
$$= \mathrm{tg}\psi_H / \mathrm{tg}\psi_1 = BB'/FF'.$$

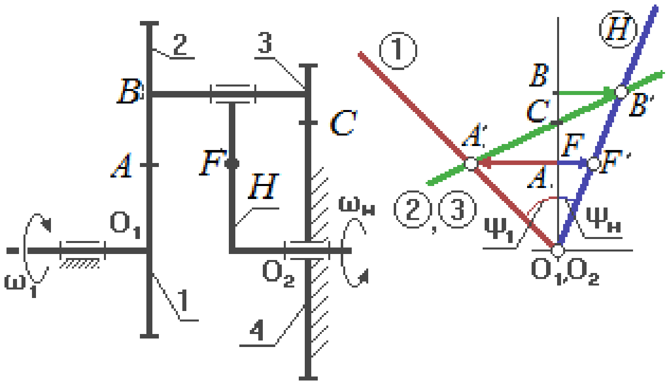


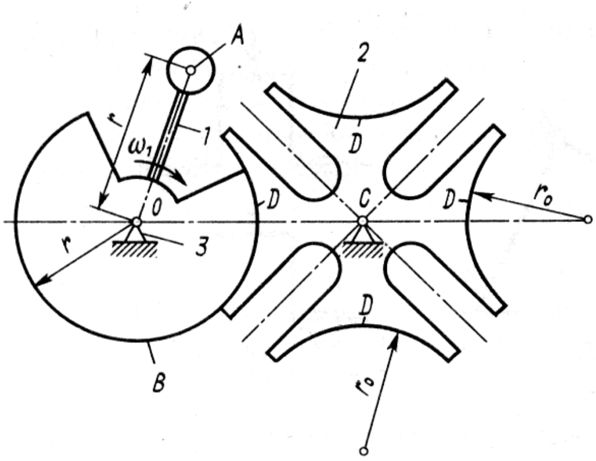
Рис. 160. Редуктор Давида: 1, 2 – внешняя зубчатая пара; 3 – колесо; 4 – коронная шестерня; H – водило

Кроме передаточных механизмов широкое применение нашли крестовидный и храповой механизмы.

Крестовидный механизм (мальтийский крест) состоит из трех звеньев (рис. 161). Звено 1 несет на себе цевку, центр A которой удален от оси вращения O на расстояние r, а замок B представлен сектором, очерченным окружностью радиусом r_0. Звено 2, называемое крестом, имеет несколько прорезей и такое же число замков D, очерченных радиусом r_0. Неподвижное звено 3 имеет подшипники с центрами в точках O и C. Звено 1 вращается равномерно, а звено 2 то вращается, то останавливается. Когда замки *B* и *D* соприкасаются по окружности, звено 2 неподвижно. При дальнейшем вращении звена 1 цевка входит в прорезь креста 2 и крест вращается в направлении, противоположном вращению звена 1. Крест остается неподвижным до тех пор, пока цевка не войдет в следующую прорезь.

Создателями мальтийского креста считаются французы Констенсуз и Бюнцли, получившие патент номер 261292 14 ноября 1896 года.

а)



б)

Рис. 161. Мальтийский крест: а – общий вид; б – кинематическая схема

Храпово́й механизм – зубчатый механизм прерывистого движения, предназначенный для преобразования возвратно-вращательного движения в прерывистое вращательное движение в одном направлении. Проще говоря, храповик позволяет оси вращаться в одном направлении и не позволяет вращаться в другом.

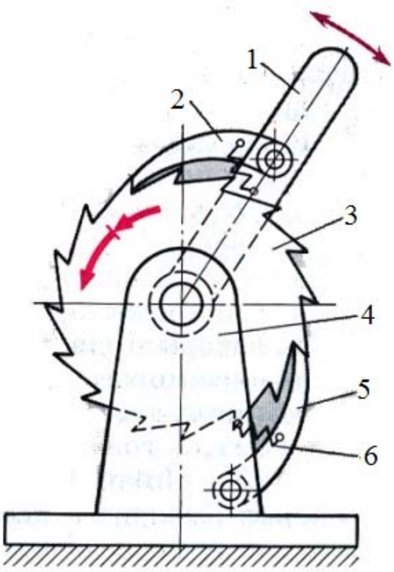


Рис. 162. Храповой механизм

Как правило, простейший храповой механизм (рис. 162) состоит из коромысла 1, храпового колеса 3, собачек 2 и 5 и стойки 4. При качаниях коромысла качающаяся собачка 2 сообщает вращение храповому колесу только при движении коромысла против часовой стрелки. Для удержания колеса от самопроизвольного поворота по часовой стрелке при движении коромысла против хода часов от стрелки служит стопорная собачка 5, которая прижимается к колесу пружиной 6 или под собственным весом.

Крестовидные и храповые механизмы широко применяются в станках и приборах. В частности, храповые механизмы используются достаточно широко, например, в турникетах, гаечных ключах, заводных механизмах, домкратах, лебёдках, замках наручников и т. д.

Вопросы для самоконтроля

1. Из каких звеньев состоят планетарные зубчатые передачи?
2. По какой формуле вычисляют общее передаточное отношение планетарной зубчатой передачи?
3. Какие звенья планетарного зубчатого механизма называют центральными?
4. Какие достоинства имеют планетарные зубчатые передачи по сравнению с простыми зубчатыми передачами?
5. Чем отличается планетарный зубчатый механизм от дифференциального зубчатого механизма?
6. В чём состоит условие соосности для планетарных зубчатых передач?
7. Почему при проектировании планетарных зубчатых передач требуется выполнять условие сборки?
8. Для чего необходимо при проектировании планетарных зубчатых передач выполнение условия соседства сателлитов?
9. Где применяют крестовидные и храповые механизмы?

8. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

8.1. Общие сведения

Рабочий процесс многих машин вызывает необходимость иметь в их составе механизмы, движение выходных звеньев которых должно осуществляться строго по заданному закону. Для выполнения такой задачи наиболее простыми и надёжными являются *кулачковые механизмы.* Они, как правило, используются в машинах автоматического или полуавтоматического действия, широко применяются в двигателях внутреннего сгорания (система газораспределения), а также обеспечивают временные остановы ведомого звена при непрерывном движении ведущего.

Кулачковый механизм представляет собой трёхзвенный механизм, состоящий из звеньев (рис. 163): кулачка 1 – ведущее звено механизма; толкателя 2, как правило, с пружиной; стойки (опоры) 3, которая поддерживает в пространстве звенья механизма и обеспечивает каждому звену соответствующие степени свободы. Кулачок и толкатель образуют высшую кинематическую пару. Кулачок может совершать как вращательное движение, так и поступательное. Движение ведомого звена – толкателя – может быть поступательным и вращательным.

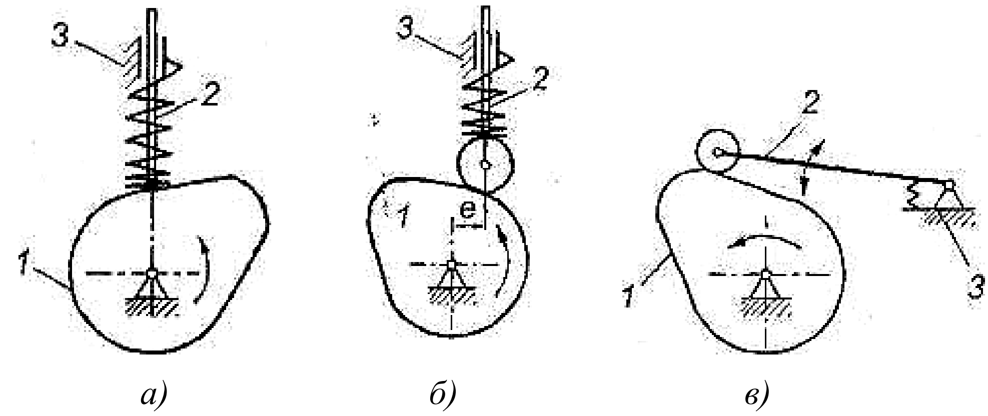


Рис. 163. Кулачковые механизмы с толкателем: а – игольчатым; б – роликовым; в – коромысловым

При выборе типа кулачкового механизма стараются применять плоские механизмы, имеющие значительно меньшую стоимость по сравнению с пространственными.

8.2. Основные параметры кулачковых механизмов

В первой фазе подъёму толкателя (толкатель взаимодействует с участком 0 – 1) на профиле кулачка соответствует профильный угол удаления $\psi_{уд}$; в фазе выстоя (толкатель находится в крайнем верхнем положении и контактирует с участком 1 – 2) – угол профиля дальнего выстоя $\psi_{в}$; в фазе сближения (толкатель опускается и контактирует с участком 2 – 3) – угол профиля сближения $\psi_{сб}$; под действием участка 3 – 0 толкатель выстаивает в нулевое положение (рис. 164). Сумма профильных углов равна 360°. Рабочий профильный угол равен сумме $\psi_{уд} + \psi_в + \psi_{сб}$.

Угол профиля кулачка можно показать только на кулачке. *Угол поворота* кулачка φ, соответствующий перечисленным фазам перемещения толкателя, определяют, используя метод обращения движения, в соответствии с которым всей системе, включая стойку, мысленно сообщают движение с угловой скоростью ω_1.

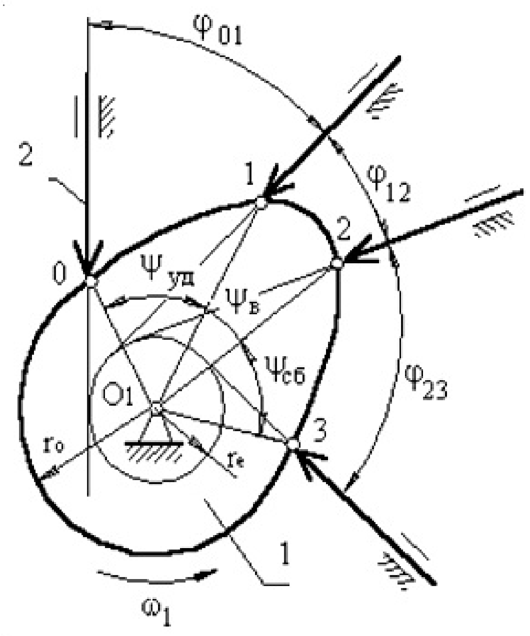


Рис. 164. Углы кулачка

Тогда в обращённом движении кулачок становится неподвижным $\omega^*_1 = \omega_1 + (-\omega_1) = 0$, а ось толкателя вместе со стойкой будут перемещаться в направлении $(-\omega_1)$. И угол поворота кулачка, соответствующий той или иной фазе движения, определяется по углу поворота оси толкателя в обращённом движении на соответствующем участке. Ось толкателя в обращённом движении в любом положении будет касаться окружности радиусом r_e.

Поворот кулачка на участках 0 – 1 – φ_{01}; 1 – 2 – φ_{12}; 2 – 3 – φ_{23}. Рабочий угол поворота кулачка $\varphi_{раб} = \varphi_{01} + \varphi_{12} + \varphi_{23}$. Всегда независимо от схемы механизма $\varphi_{раб} = \psi_{раб}$, а $\varphi_{уд} \neq \psi_{уд}$, $\varphi_{выс} \neq \psi_{выс}$, $\varphi_{сб} \neq \psi_{сб}$, для всех схем, кроме кулачкового механизма с центральным толкателем. Сумма поворотных углов толкателя, также как и профильных углов, равна 360°.

Угол давления – угол θ между вектором линейной скорости выходного звена (толкателя) и реакцией, действующей с ведущего звена (кулачка) на выходное звено (рис. 165). Эта реакция без учёта сил трения направлена по общей нормали к взаимодействующим поверхностям. Угол давления определяется экспериментально.

Для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем допустимый угол давления θ = 25 – 35 °. Для кулачкового механизма с качающимся толкателем допустимый угол давления θ = 35 – 40 °.

Реакцию $\boldsymbol{F}_{21}$ кулачка на толкатель можно разложить на две составляющие: $\boldsymbol{F}^{n}_{21}$ – нормальная составляющая и $\boldsymbol{F}^{\tau}_{21}$ – тангенсальная составляющая. Если в силу каких-либо причин угол давления θ будет увеличиваться, то $\boldsymbol{F}^{n}_{21}$ будет уменьшаться, а $\boldsymbol{F}^{\tau}_{21}$ – увеличиваться. При достижении угла давления θ больше допустимого [θ] возможен перекос оси толкателя в направляющей и его заклинивание.

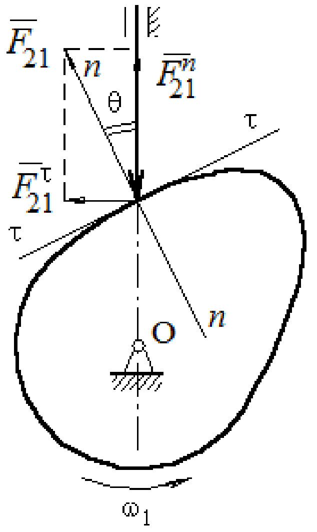


Рис. 165. Угол давления

Основная задача кинематического анализа – определение скоростей и ускорений при заданной схеме механизма. Решение этой задачи может быть осуществлено аналитическими и графическими методами, первый из которых более точен, но сложен, а второй – менее точен, но прост.

Рассмотрим *графический метод* на примере кулачкового механизма с игольчатым толкателем (рис. 166, *а*). Пусть кулачок 1 вращается с постоянной угловой скоростью ω_1. Требуется построить планы скоростей и ускорений механизма.

С целью непосредственного определения скоростей и ускорений механизма осуществляют условную замену высшей кинематической пары на низшую. Замена осуществляется так, что движение заменяемого механизма в момент замены соответствует движению заменяющего. Обозначим цифрой 3 добавочное звено. Заменяющим механизмом будет кривошипно-шатунный механизм *OAB* с кривошипом *OA*, где точка *A* служит центром кривизны кривой теоретического профиля кулачка в точке *B*. Скорость и ускорение точки *B* толкателя определим, построив планы скоростей (рис. 166, *б*) и ускорений (рис. 166, *в*) по векторным уравнениям: $V_B = V_A + V_{BA}$; $a_B = a^n_{BA} + a^t_{BA}$.

На плане скоростей вектор скорости точки *A* направлен перпендикулярно кривошипу *OA* в сторону угловой скорости ω_1, вектор скорости точки *B* – параллельно толкателю 2, а вектор скорости звена 3 – перпендикулярно *AB*.

На плане ускорений вектор ускорения точки *B* направлен параллельно толкателю 2, вектор ускорения точки *A* – параллельно кривошипу *OA* от точки *A* к точке *O*.

Точность построения планов зависит от точности определения центра A кривизны кривой профиля кулачка. В частных случаях возможны различные варианты замены, при этом можно производить кинематический анализ кулачкового механизма как обычного рычажного.

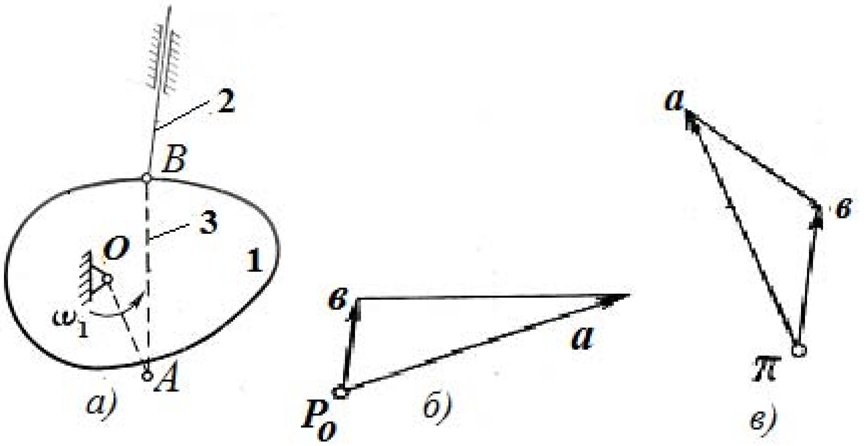


Рис. 166. Кулачковый механизм (графический метод)

8.3. Синтез кулачковых механизмов

Под синтезом кулачкового механизма понимают построение профиля кулачка, в каждой точке которого угол давления не превышал бы допустимого, а размеры самого профиля были бы минимальны.

Профилирование кулачка с поступательно движущимся игольчатым толкателем изображено на рис. 167.

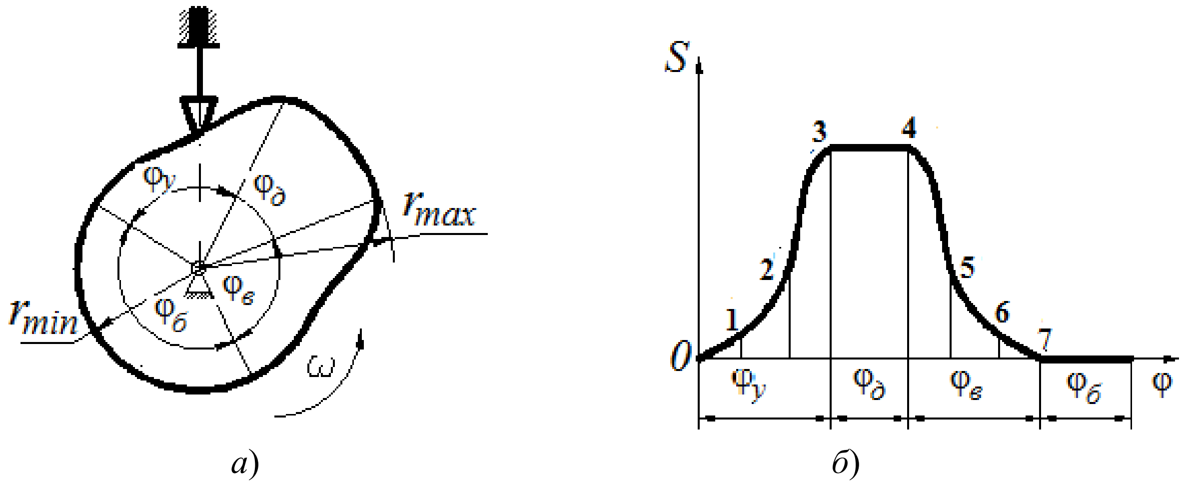


Рис. 167. Профилирование кулачка: а – схема механизма;
б – диаграмма движения толкателя

Сначала размечают основные размеры механизма в выбранном масштабе, а также фазовые углы, причём углы $\varphi_у$ и $\varphi_в$ делят на ряд равных частей в соответствии с диаграммой (рис. 168). Строят начальное, а затем ряд последующих положений толкателя в обращённом движении, и полученные точки соединяют плавной кривой.

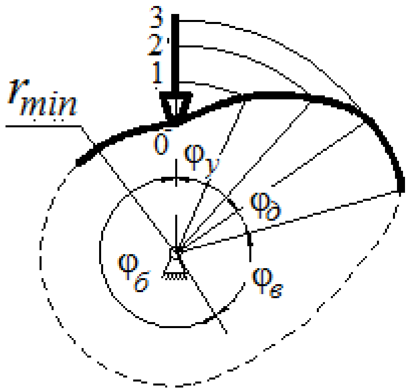
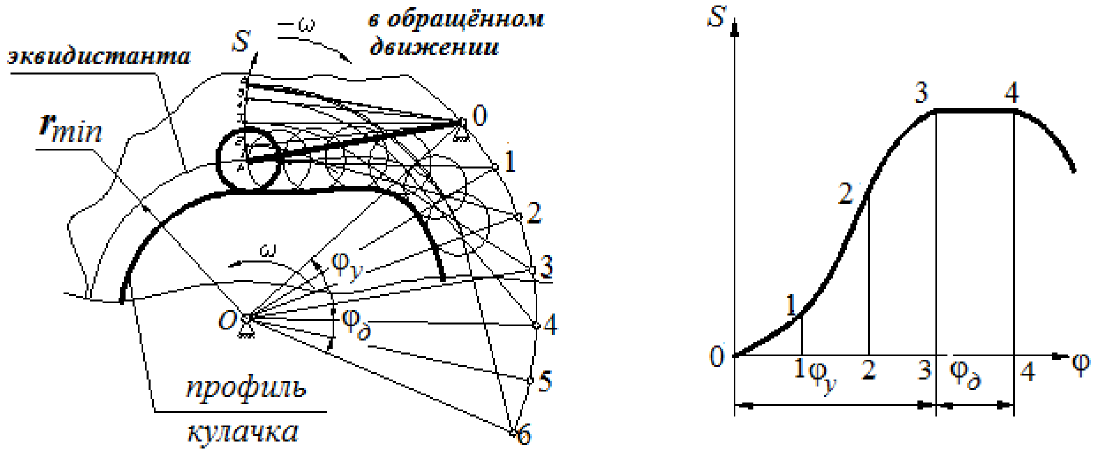


Рис. 168. Профилирование кулачка с поступательным толкателем

Профилирование кулачка механизма с коромысловым толкателем состоит из аналогичных операций, т. е. после разметки межцентровых расстояний строится ряд положений коромысла в обращённом движении (рис. 169, *а*) в соответствии с заданной диаграммой $S(\varphi)$, часть которой показана на рис. 169, *б*.



а) *б)*

Рис. 169. Профилирование кулачка: а – профиль кулачка; б – диаграмма толкателя

Вопросы для самоконтроля

1. Каковы особенности кулачковых механизмов, обусловившие их широкое применение в различных машинах и приборах?

2. Каковы недостатки кулачковых механизмов?

3. Какие разновидности кулачковых механизмов вы знаете?

4. Как определить основные фазы движения толкателя кулачкового механизма?

5. Какие законы движения толкателя рационально применять в быстроходных кулачковых механизмах и почему?

6. Как определить положение центра вращения кулачка в механизме с поступательно двигающимся толкателем при заданном допустимом угле давления?

7. Как определить положение центра вращения кулачка в механизме с качающимся толкателем при заданном допустимом угле давления?

8. Как по теоретическому (центровому) профилю кулачка построить действительный (конструктивный) профиль?

9. ПРОМЫШЛЕННЫЕ РОБОТЫ

Слово «робот»» происходит от чешского слова «robota», означающего «работа». Впервые его применил чешский писатель Карел Чапек в одной из своих пьес в 1921 году. Первый советский робот В2М был сконструирован в 1936 году.

Современное значение слова «робот» – автоматическое устройство, которое выполняет функции, характерные для человека.

Более точное определение *промышленного робота* – автоматическая машина, состоящая из манипулятора и устройства программного управления его движением, предназначенная для замены человека при выполнении основных и вспомогательных операций в производственных процессах.

Манипулятор – совокупность пространственного рычажного механизма и системы приводов, осуществляющая под управлением программируемого автоматического устройства или человека-оператора действия (манипуляции), аналогичные действиям руки человека.

Первый вопрос, с которым сталкивается создатель манипулятора, это выбор его кинематической схемы, структуры его скелета. В процессе выполнения операций с объектами манипулирования в большинстве случаев манипуляторы имитируют движение рук человека. Поэтому структурная схема манипулятора должна обладать кинематическими характеристиками, аналогичными характеристикам руки человека (рис. 170, *а*) Подвижности, имеющиеся у руки человека (без учета подвижностей пальцев), можно обеспечить с помощью пространственной кинематической цепи, у которой к неподвижному звену 4 (аналог – лопатка) посредством различных кинематических пар присоединяются звенья: трехподвижной парой A – звено 1 (плечо), через одноподвижную пару B – звено 2 (предплечье) и трехподвижную пару – звено 3 (кисть) (рис. 170, *б*).

Используя для оценки степени подвижности руки человека формулу Малышева без учета движения кисти (пальцев и фаланг), получим $W = 1$, а с учетом всех звеньев и в самой кисти имеем $W = 27$.

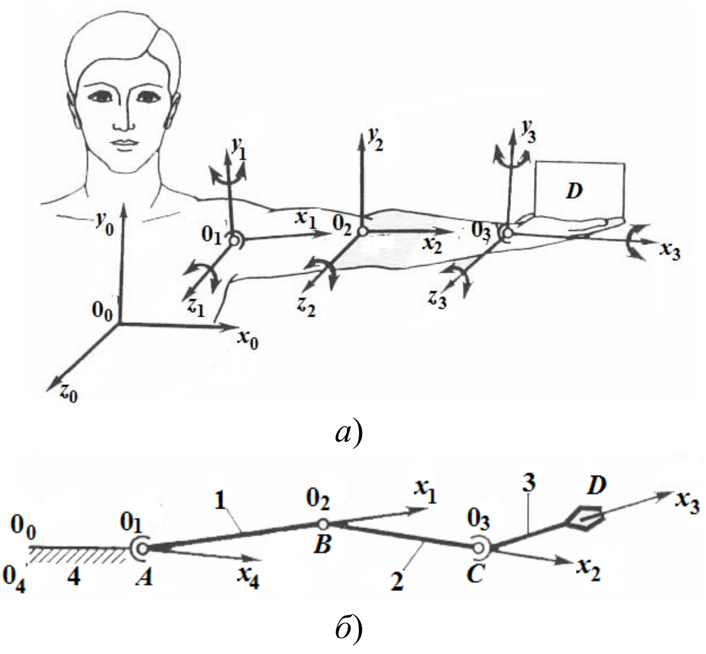


Рис. 170. Выбор кинематической схемы манипулятора

В целях оптимизации производственных процессов создан отдельный класс оборудования под общим названием «промышленные роботы». В машиностроении наряду с другими технологиями широко применяются промышленные роботы-манипуляторы, приспособленные под выполнение самых различных функций. Первые роботы-манипуляторы появились именно в индустрии машиностроения по нескольким причинам. Главная из них – возможность работать в условиях, в которых человек не сможет находиться в принципе.

При применении роботов решается важная социальная задача – освобождение человека от работ, связанных с опасностями для здоровья или с тяжелым физическим трудом, а также от простых монотонных операций, не требующих высокой квалификации. Гибкие автоматизированные производства, создаваемые на базе промышленных роботов, позволяют решать задачи автоматизации на предприятиях с широкой номенклатурой продукции при мелкосерийном и штучном производствах.

Эти устройства незаменимы при выполнении работ на транспорте, в сельском хозяйстве, здравоохранении, сфере обслуживания населения, в космосе, под водой, в химически активных средах и особенно при работе с радиоактивными материалами. Другими словами, роботы нужны всем, кто хочет максимально автоматизировать в своей жизни рутинную работу и получить в распоряжение гораздо большее количество свободного времени.

Законы для роботов сформулировал американский писатель-фантаст, популяризатор науки, биохимик Айзек Азимов (1920 – 1992) в своём произведении «Три закона робототехники».

Первый закон – робот не может причинить вред человеку или своим бездействием допустить, чтобы человеку был причинён вред.

Второй закон – робот должен повиноваться командам человека, если эти команды не противоречат первому закону.

Третий закон – робот должен заботиться о своей безопасности, поскольку это не противоречит первому и второму законам.

Условная классификация промышленных роботов:

– по степени универсальности;

– виду технологических операций;

– типу системы координат «руки» манипулятора;

– числу степеней подвижностей манипулятора;

– грузоподъемности;

– типу силового привода;

– устройству перемещения;

– исполнению робота (зависит от назначения);

– виду программы:

• с жёсткой программой;

• перепрограммируемые;

• адаптивные, т. е. способные самонастраиваться;

• с элементами искусственного интеллекта;

– характеру программирования:

• позиционное;

• контурное;

• комбинированное;

– быстродействию движений (максимальная скорость линейных перемещений центра схвата манипулятора):
• малое (линейные скорости до 0,5 м/с);
• среднее (линейные скорости от 0,5 до 1 м/с – ~ 80 % роботов);
• высокое (линейные скорости свыше 1 м/с – ~ 20 % роботов);
– точности движений;
– по параметрам, определяющим технический уровень роботов (служат критериями качества, предназначенными для их оптимизации при проектировании и сравнительной оценки роботов между собой).

Манипулятор промышленного робота по своему функциональному назначению должен обеспечивать движение выходного звена и закреплённого в нем объекта манипулирования в пространстве по заданной траектории и с заданной ориентацией.

На рис. 171 показан один из вариантов промышленного робота с трёхподвижным манипулятором. Основной механизм руки манипулятора состоит из неподвижного звена 0 и трёх подвижных звеньев 1, 2 и 3. Механизм этого манипулятора соответствует цилиндрической системе координат. В этой системе звено 1 (стойка) может вращаться относительно звена 0 (основание), звено 2 (направляющая) перемещается по вертикали относительно звена 1 (относительное линейное перемещение $\boldsymbol{S_{21}}$), и звено 3 («рука») перемещается в горизонтальной плоскости относительно звена 2 (относительное линейное перемещение $\boldsymbol{S_{32}}$). На конце звена 3 укреплено захватное устройство, или схват, предназначенный для захвата и удержания объекта манипулирования при работе манипулятора.

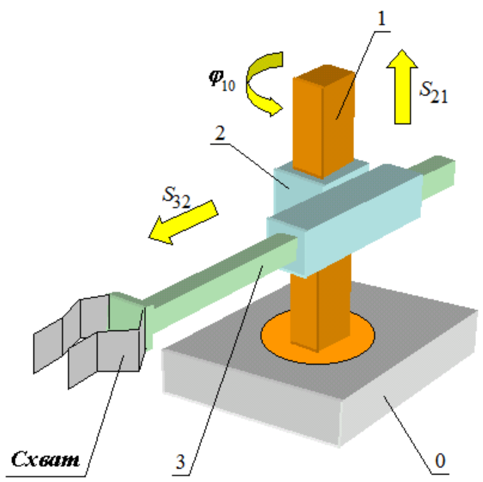


Рис. 171. Общий вид робота

Формула строения – математическая запись структурной схемы манипулятора, содержащая информацию о числе его подвижностей, виде кинематических пар и их ориентации относительно осей базовой системы координат (системы, связанной с неподвижным звеном).

Движения, которые обеспечиваются манипулятором, можно разделить:

1) на *глобальные* (для роботов с подвижным основанием) – движения стойки манипулятора, которые существенно превышают размеры механизма;

2) *региональные* (транспортные) – движения, обеспечиваемые первыми тремя звеньями манипулятора, или его «рукой», величина которых сопоставима с размерами механизма; «рука» – часть манипулятора, которая осуществляет перемещение центра схвата – точки D (региональные движения схвата) (см. рис. 170);

3) *локальные* (ориентирующие) – движения, обеспечиваемые звеньями манипулятора, образующими его «кисть», величина которых значительно меньше размеров механизма; «кисть» – звенья и пары, которые выполняют ориентацию схвата (локальные движения схвата).

Рабочее пространство манипулятора – часть пространства, ограниченная поверхностями, огибающими множество возможных положений его звеньев.

Зона обслуживания манипулятора – часть пространства, соответствующая множеству возможных положений центра схвата манипулятора. Зона обслуживания – важная характеристика манипулятора. Она определяется структурой и системой координат руки манипулятора, а также конструктивными ограничениями, наложенными относительно перемещения звеньев в кинематической паре. Важная особенность манипуляторов – изменение структуры механизма в процессе.

В заключение можно отметить достоинства и преимущества промышленного робота перед некоторыми видами технологического оборудования:

1. Способность обеспечивать максимально высокую степень точности выполнения любой операции.

2. Возможность применения технологического оборудования 365 дней в году в три смены.

3. Оптимизация эксплуатации производственных помещений, что существенно снижает оплату за использование лишних квадратных метров для предприятий малого и среднего бизнеса.

4. Относительно быстрая окупаемость.

5. Отсутствие воздействия человеческого фактора во время выполнения монотонных работ, которые требуют повышенной точности.

6. Уменьшение накладных и прямых расходов, что позволяет существенно повысить конкурентоспособность выпускаемой продукции (например, значительная экономия электроэнергии, так как робот может работать при слабом освещении помещения).

7. Повышение качества выпускаемой продукции (например, повышенная точность обработки продукции, поскольку робот не устаёт и не становится рассеянным от монотонной и однотипной работы).

8. Повышение объёмов производства (например, возможность запрограммировать работу на обработку продуктов в автономном режиме в ночные смены и выходные дни с минимальным контролем, особенно при сборочных работах).

9. Снижение числа отходов производства, что связано с улучшением качества выпускаемой продукции.

10. Гибкость организации производства, т. е. возможность легко переключать робота с одной операции на другую при производстве разнообразной продукции.

11. Обеспечение безопасности труда (например, снижение вероятности несчастных случаев, которые вызваны контактом человека со станками и прочим производственным потенциально опасным оборудованием).

Вопросы для самоконтроля

1. Какие существуют принципы проектирования роботов?
2. Какие приводы роботов вам известны?
3. Какие технологические комплексы с роботами на вспомогательных операциях вы можете назвать?
4. Какие рабочие органы роботов-манипуляторов вы знаете?
5. Какова схема управления движениями манипулятора?
6. Какие способы управления роботом существуют?
7. Назовите основные принципы классификации роботов.
8. Что такое программное управление роботом?
9. Что входит в функциональную схему робота?
10. Какие существуют системы передвижения роботов?
11. Что такое искусственный интеллект робота?
12. Какие тенденции развития современных роботов вы можете перечислить?

Раздел 4
ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ И ДЕТАЛИ МАШИН

Структура этого раздела складывается из составных частей, включающих основные понятия надёжности и работоспособности машин и их деталей, классификацию видов соединений деталей.

Машина (от латинского *machina*) – механическое устройство, выполняющее движения с целью преобразования энергии, материалов или информации.

Агрегат (от латинского *aggrego* – присоединяю) – укрупнённый унифицированный элемент машины, обладающий полной взаимозаменяемостью и выполняющий определённые функции в процессе работы машины.

Деталь – наименьшая неделимая (неразбираемая) часть машины, агрегата, механизма, прибора, узла, т. е. деталь – это часть машины, которую изготавливают без сборочных операций. По сложности изготовления детали бывают простыми, сложными и специального назначения.

История использования деталей машин общего назначения начинается с глубокой древности. Известно применение пружин в луках для метания стрел, катков для перемещения тяжестей. Такие простые детали машин, как металлические цапфы, примитивные зубчатые колёса, винты, кривошипы были известны до Архимеда. В эпоху Возрождения Леонардо да Винчи создал новые механизмы: зубчатые колёса с перекрещивающимися осями, шарнирные цепи, подшипники качения. Уже тогда применялись канатные и ремённые передачи, грузовые винты, шарнирные муфты.

В середине XVIII века Леонард Эйлер, член Российской академии наук, разработал теорию трения гибкой нити о шкив. Развитие теории и расчёта деталей машин связано со многими именами русских учёных: математик и механик Пафнутий Чебышев изобрёл более 40 различных механизмов, в том числе и арифмометр; Николай Жуковский, автор исследований по механике твёрдого тела, гидро- и аэродинамике; В. Кирпичёв, автор первого учебника по деталям машин.

1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ

Под конструированием некоторые авторы понимают весь процесс от идеи до изготовления машин, некоторые – лишь завершающую стадию его подготовки. Но в любом случае цель и конечный результат конструирования – создание рабочей документации, по которой можно без участия разработчика изготавливать, эксплуатировать, контролировать и ремонтировать изделие.

Процесс конструирования многогранен. В самом его начале конструктор должен представить, как разрабатываемый технический объект можно изготовить и как он будет выглядеть в конце процесса. Конструктор должен обладать талантом, обширными и глубокими знаниями, пространственным (многомерным) мышлением, иначе создать новую совершенную конструкцию ему не помогут никакие правила и принципы. Теория и конструкторский опыт должны быть сбалансированы.

Цель конструирования – наиболее полное решение поставленной функциональной задачи. Для ее решения одинаково важны геометрическая форма (собственно конструкция), материалы и технология.

Функциональная целесообразность – принцип, означающий соответствие выбранного решения поставленной задаче, т. е. цель должна быть выполнена без превышения необходимых затрат. Выбор схем и конструкций должен быть на альтернативной основе. Из многообразия частных функций и их конструктивных решений нужно определить ту единственную совокупность, которая в полной мере соответствует поставленной задаче.

Многопоточность передачи энергии – одна из основных задач конструирования, т. е. передача механической энергии от источника (привода) к рабочему органу машины.

Стадии разработки конструкторской документации и этапы работ установлены стандартом (ГОСТ 2.103-82 с поправками 1992 года):

1-я стадия: разработка технического задания – документа, содержащего наименование, основное назначение, технические требования, показатели качества, экономические показатели и специальные требования заказчика к изделию.

2-я стадия: разработка технического предложения – совокупности конструкторских документов, обосновывающих техническую и технико-экономическую целесообразность разработки изделия на основе технического задания, рассмотрения вариантов возможных решений с учетом достижения науки и техники, патентных материалов.

3-я стадия: разработка эскизного проекта – совокупности конструкторских документов, содержащих принципиальные конструкторские решения и разработки общих видов чертежей, дающих общие представления об устройстве разрабатываемого изделия, принципе его действия, габаритных и основных параметрах. В эскизный проект входит пояснительная записка с необходимыми расчетами.

4-я стадия: разработка технического проекта – совокупность конструкторских документов, содержащих окончательное решение и дающих полное представление об устройстве изделия. Чертежи проекта состоят из чертежей общего вида и рабочих чертежей. На этой стадии рассматриваются вопросы надежности узлов, соответствие требованиям техники безопасности, условиям хранения и транспортирования и т. д. В технический проект входит пояснительная записка.

5-я стадия: разработка рабочей документации – совокупности документов, содержащих сборочные чертежи и чертежи деталей, оформленных так, чтобы по ним можно было изготовить изделие и контролировать его производство и эксплуатацию.

1.1. Основные требования, предъявляемые к машинам

Задача конструктора состоит в создании машин, дающих наибольший экономический эффект и обладающих наиболее высокими технико-экономическими и эксплуатационными показателями, конкурентоспособными на внутреннем и внешнем рынках**.**

Успешная работа деталей машин заключается в обеспечении работоспособности и надёжности.

Работоспособность деталей машин определяется как свойство выполнять свои функции с заданными показателями и характеризуется следующими критериями:

– *прочностью* – способностью детали сопротивляться разрушению или необратимому изменению формы (деформации);

– *жёсткостью* – способностью детали сопротивляться любой деформации;

– *износостойкостью* – возможностью сохранять первоначальную форму своей поверхности, сопротивляясь износу;

– *теплостойкостью* – способностью сохранять свои свойства при действии высоких температур;

– *виброустойчивостью* – возможностью работать в нужном диапазоне режимов без недопустимых колебаний.

Надёжность определяется как свойство детали и машины выполнять свои функции, сохраняя заданные показатели в течение определенного времени, и, по существу, выражает собой перспективы сохранения работоспособности.

В процессе работы детали машин подвергаются не только расчётным нагрузкам, которые конструктор ожидает и учитывает, но и попадают во внештатные ситуации, которые очень трудно предусмотреть, как, например, удары, вибрация, загрязнение, экстремальные природные условия и т. п. При этом возникает *отказ* – утрата работоспособности вследствие разрушения деталей или нарушения их правильного взаимодействия.

Отказы бывают полные и частичные; внезапные (поломки) и постепенные (износ, коррозия); опасные для жизни; тяжёлые и лёгкие; устранимые и неустранимые; приработочные (возникают в начале эксплуатации) и связанные с наличием дефектных деталей; отказы по причине износа, усталости и старения материалов.

Надёжной можно считать машину, имеющую следующие свойства:

– *безотказность* – способность сохранять свои эксплуатационные показатели в течение заданной наработки без вынужденных перерывов;

– *долговечность* – способность сохранять заданные показатели до предельного состояния с необходимыми перерывами для ремонтов и технического обслуживания;

– *ремонтопригодность* – приспособленность изделия к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей посредством техобслуживания и ремонта;

– *сохраняемость* – возможность сохранять требуемые эксплуатационные показатели после установленного срока хранения и транспортирования.

Надёжность трудно рассчитать количественно, она обычно оценивается как вероятность безотказной работы на основании статистики эксплуатации группы идентичных машин. При всей значимости описанных выше критериев нетрудно заметить, что прочность можно назвать важнейшим критерием работоспособности и надёжности. Невыполнение условия прочности автоматически делает бессмысленными все другие требования и критерии качества машин.

1.2. Общие принципы прочностных расчётов

Все этапы конструирования, каждый шаг конструктора сопровождаются расчётами. Это естественно, так как грамотно выполненный расчёт намного проще и в сотни раз дешевле экспериментальных испытаний. Чаще всего конструктор имеет дело с расчётами на прочность.

Различают расчёты:

1) *проектный* – выполняют, когда по ожидаемым нагрузкам с учётом свойств материала определяют геометрические параметры деталей;

2) *проверочный* – выполняют, когда известна вся «геометрия» детали и максимальные нагрузки, а с учётом свойств материала определяют максимальные напряжения, которые должны быть меньше допускаемых.

Эти виды расчётов всегда сопутствуют друг другу и выполняются на стадии проектирования деталей и машин. Математическая формулировка условия прочности любой детали очень проста:

$\sigma \le [\sigma]$. $\tau \le [\tau]$.

При любых обстоятельствах конструктор обязан учитывать и обеспечивать такие условия работы, чтобы напряжения в материале деталей не превышали допускаемых. Допускаемые напряжения принимают меньше предельных, «с запасом» $[\sigma] = \sigma_{пред} / n$, где n – коэффициент запаса ($1{,}2 < n < 2{,}5$). В разных обстоятельствах коэффициент запаса может быть либо задан заказчиком, либо выбран из справочных нормативов, либо вычислен с учётом точности определения нагрузок, однородности материала и специфических требований к надёжности механизма или машины. В расчётах конструктор стремится к корректным упрощениям.

2. СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ

2.1. Основные понятия

В соединении двух деталей, входящих одна в другую, различают охватывающую и охватываемую поверхности (рис. 172). Наиболее распространены в машиностроении соединения деталей с гладкими цилиндрическими и плоскими параллельными поверхностями. У цилиндрических соединений поверхность отверстия охватывает поверхность вала. Охватывающая поверхность называется *отверстием,* охватываемая – *валом.* Названия «отверстие» и «вал» условно применяются и к другим нецилиндрическим охватывающим и охватываемым поверхностям.

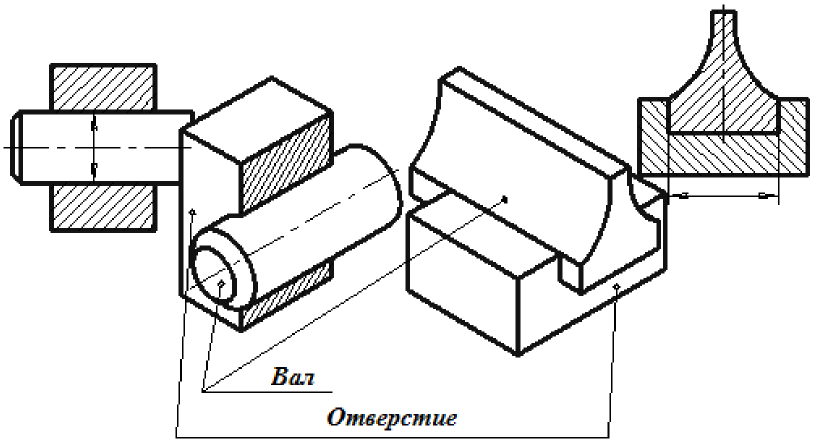


Рис. 172. Соединение двух деталей

На рабочих чертежах в первую очередь проставляют размеры, которыми оценивают количественно геометрические параметры деталей.

Размер – это числовое значение линейной величины (диаметра, длины, высоты и т. п.). Размеры подразделяются на номинальные, действительные и предельные.

Номинальным, или *расчётным*, размером называется основной размер детали, рассчитанный с учетом ее назначения и требуемой точности (рис. 173). Номинальный размер соединений – общий (одинаковый) размер для отверстия и вала, составляющих соединение. Номинальные размеры деталей и соединений выбирают не произвольно, а по ГОСТ 6636-99 «Нормальные линейные размеры» в диапазоне 0,01 – 100000 мм. В производстве номинальные размеры не могут быть выдержаны: действительные размеры всегда в бóльшую или мéньшую сторону отличаются от номинальных. Поэтому помимо номинальных (расчётных) различают также действительные и предельные размеры.

Действительным размером называется размер, полученный в результате измерения готовой детали с допустимой степенью погрешности. Допустимую неточность изготовления деталей и требуемый характер их соединения устанавливают посредством предельных размеров.

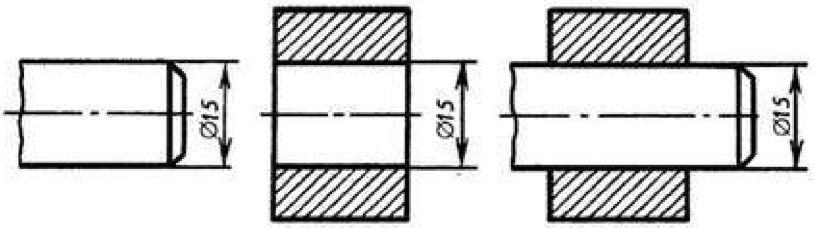


Рис. 173. Номинальный размер

Предельными размерами называются два граничных значения, между которыми должен находиться действительный размер. Большее из этих значений называется наибольшим предельным размером, меньшее – наименьшим предельным размером (рис. 174, *а*). Таким образом, для обеспечения взаимозаменяемости на чертежах необходимо вместо номинального указывать предельные размеры. Но это сильно усложнило бы чертежи. Поэтому предельные размеры принято выражать посредством отклонений от номинального.

Предельное отклонение – это алгебраическая разность между предельными и номинальными размерами. Различают верхнее и нижнее предельные отклонения. Верхнее отклонение – это алгебраическая разность между наибольшим предельным и номинальным размерами.

В соответствии с ГОСТ 25346-89 верхнее отклонение отверстия обозначается ES, вала – es. Нижнее отклонение – алгебраическая разность между наименьшим предельным и номинальным размерами. Нижнее отклонение отверстия обозначается EI, вала – ei.

Номинальный размер служит началом отсчета отклонений. Отклонения могут быть положительными, отрицательными и равными нулю (рис. 174, *б*). В таблицах стандартов отклонения указывают в микрометрах (мкм), на чертежах их принято указывать в миллиметрах (мм).

Действительное отклонение – алгебраическая разность между действительным и номинальным размерами. Деталь считают годной, если действительное отклонение проверяемого размера находится между верхним и нижним отклонениями.

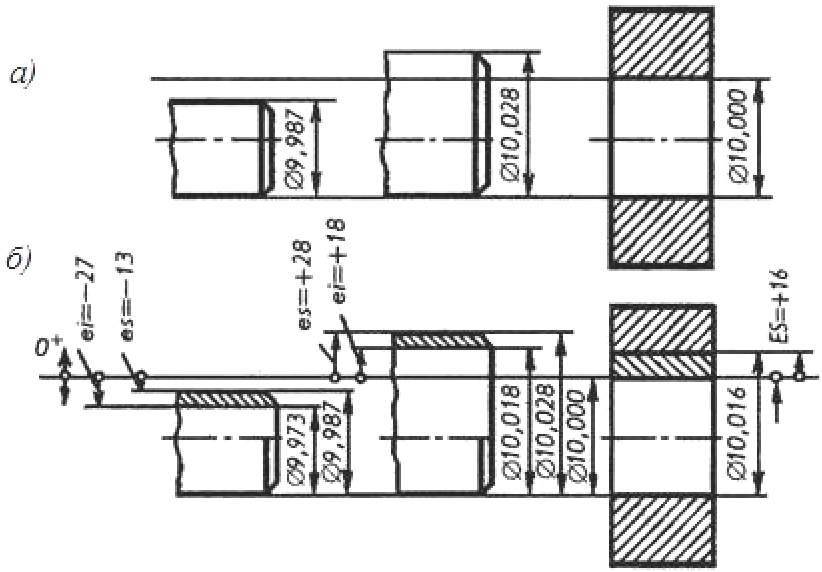


Рис. 174. Предельные размеры

2.2. Допуск, квалитеты, посадки

Допуск Т (начальная буква от французского слова *Tolerance*) – разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами, или абсолютная величина алгебраической разности между верхним и нижним отклонениями.

Стандарт ГОСТ 25346-89 дает понятие «допуск системы» – это стандартный допуск, установленный системой допусков и посадок. Допуски системы ЕСДП обозначаются IT01, ITO; IT1 ... IT17, буквы IT определяет «допуск ИСО». Например, IT7 обозначает допуск по 7-му квалитету ИСО.

Величина допуска не совсем полно характеризует точность обработки. Например, у вала 8_0.03 мм и вала 64_0.03 мм величина допуска одинаковая и равна 0,03. Но обработать вал 64_0.03 мм значительно труднее, чем вал 8_0.03 мм.

В качестве единицы точности, с помощью которой можно выразить зависимость точности от диаметра *d*, установлена единица допуска *i* (I). Чем больше единиц допуска содержится в допуске системы, тем больше допуск и, следовательно, меньше точность, и наоборот. Число единиц допуска, содержащихся в допуске системы, определяется квалитетом точности.

Под *квалитетом* понимается совокупность допусков, изменяющихся в зависимости от номинального размера. Квалитеты охватывают допуски сопрягаемых и несопрягаемых деталей. Для нормирования различных уровней точности размеров от 1 до 500 мм в системе ЕСДП установлено 19 квалитетов: 01; 0; 1; 2; ... ; 17.

В настоящее время допуски измерительных инструментов и устройств IT01 … IT7, допуски размеров в посадках IT3 ... IT13, допуски неответственных размеров и размеров в грубых соединениях IT14 ... IT17. Для каждого квалитета на основе единицы допуска и числа единиц допуска закономерно построены ряды полей допусков.

Поле допуска – поле, ограниченное верхним и нижним отклонениями. Оно определяется величиной допуска и его положением относительно номинального размера.

При графическом изображении поле допуска заключено между двумя линиями, соответствующими верхнему и нижнему отклонениям относительно нулевой линии (рис. 175). Все поля допусков для отверстий и валов обозначаются буквами латинского алфавита: для отверстий (I) – прописными (*A*, *B*, *C*, *D* и т. д.) и для валов (II) – строчными (*a*, *b*, *c*, *d* и т. д.). Ряд полей допусков обозначаются двумя буквами, а буквы *O, W, Q* и *L* не используются.

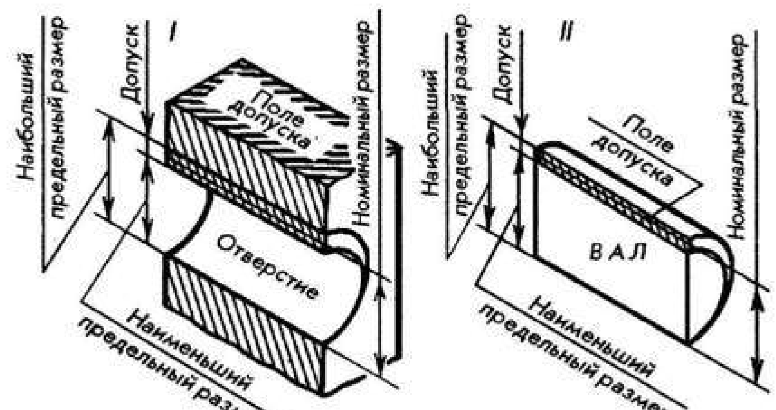


Рис. 175. Поле допусков

Разберём теперь сущность некоторых понятий. Допустим, что для какой-либо детали задан основной расчётный размер 25 мм. Это номинальный размер. В результате неточностей обработки действительный размер детали может оказаться больше или меньше номинального. Однако действительный размер должен колебаться только в известных пределах. Пусть, например, наибольший предельный размер равен 25,028 мм, а наименьший – 24,728 мм. Значит, допуск размера, характеризующий требуемую точность обработки детали, равен 25,028 – 24,728 = 0,300 мм.

Как уже указывалось, на чертежах обозначают не предельные размеры, а номинальный размер и допускаемые отклонения – верхнее и нижнее. Для рассматриваемой детали верхнее предельное отклонение будет равно 25,028 – 25 = +0,028 мм; нижнее предельное отклонение: 24,728 – 25 = – 0,272 мм. Размер детали, проставляемый на чертеже, $25^{+0,028}_{-0,272}$. Верхнее предельное отклонение размера пишется над нижним. Значения отклонения записываются более мелким шрифтом, чем номинальный размер. Знаки «плюс» и «минус» показывают, какое действие нужно произвести, чтобы подсчитать наибольший и наименьший предельные размеры.

Если нижнее и верхнее предельные отклонения равны, то их записывают так: 25 ± 0,028. В этом случае размер шрифта у номинального размера и у равных абсолютных величин отклонений одинаковый. Если одно из отклонений равно нулю, то его совсем не указывают. В этом случае плюсовое отклонение наносят на место верхнего, а минусовое – на место нижнего предельного отклонения.

Виды посадок. *Посадка* определяет характер соединения двух сопрягаемых деталей и обеспечивает в той или иной степени за счёт разности фактических размеров свободу их относительного перемещения или степень сопротивления их взаимному смещению.

В зависимости от взаимного расположения полей допусков отверстия или вала посадка может быть:

– с зазором, при которой обеспечивается зазор в соединении (поле допуска отверстия расположено над полем допуска вала) (рис. 176, *а*);

– с натягом, при которой обеспечивается натяг в соединении (поле допуска отверстия расположено под полем допуска вала) (рис. 176, *б*);

– переходная, когда возможно получение как зазора, так и натяга (поля допусков отверстия и вала перекрываются частично или полностью) (рис. 176, *в*).

Допуск посадки – разность между наибольшим и наименьшим допускаемыми зазорами (допуск зазора TS в посадках с зазором) или наибольшим и наименьшим допускаемыми натягами (допуск натяга TN в посадках с натягом).

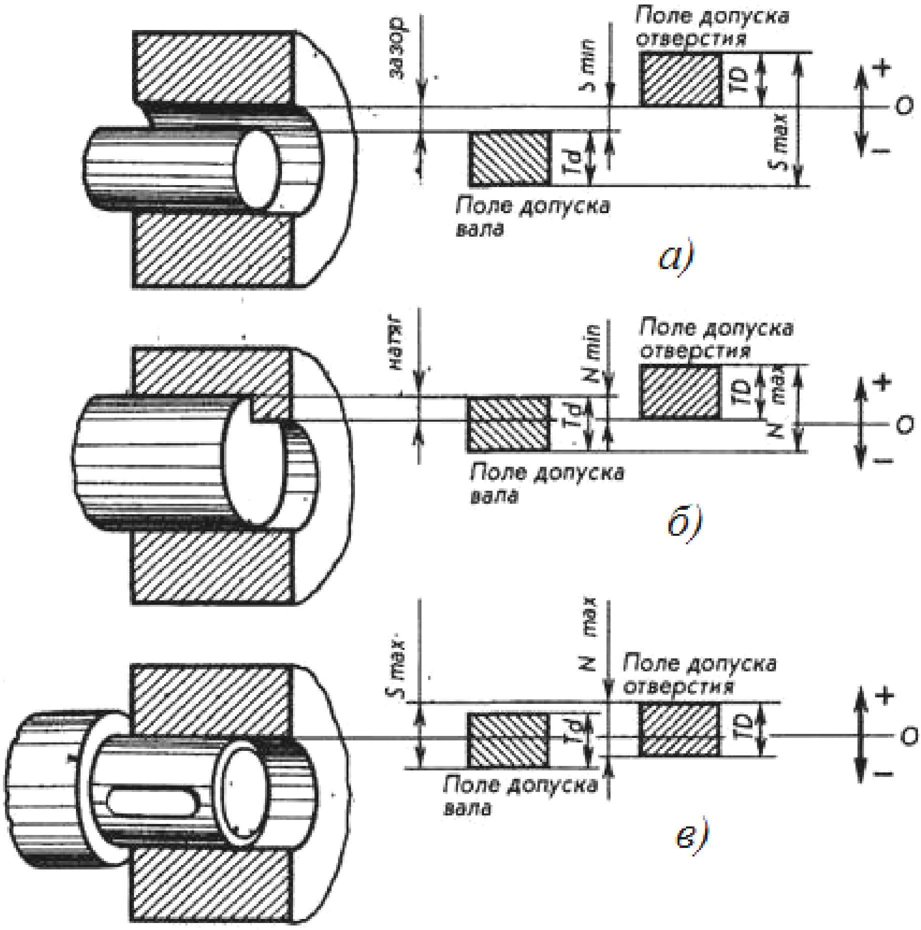


Рис. 176. Виды посадок

В переходных посадках допуск посадки – это сумма наибольшего натяга и наибольшего зазора, взятых по абсолютному значению (TSN). Для всех типов посадок допуск посадки численно равен сумме допусков отверстия и вала, т. е. *TS (TN) = TD – Td*.

3. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ МЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

В современных машинах передача энергии может осуществляться механическими, гидравлическими, пневматическими и другими устройствами.

Механическими передачами, или просто передачами, называют механизмы для передачи энергии от машины-двигателя к машине-орудию, как правило, с преобразованием скоростей, моментов, а иногда с преобразованием видов движения (например, вращательное в поступательное) и законов движения.

Передачи трением:

Фрикционная – механическая передача, служащая для передачи вращательного движения (или для преобразования вращательного движения в поступательное) между валами с помощью сил трения, возникающих между катками, цилиндрами или конусами, насаженными на валы и прижимаемыми один к другому.

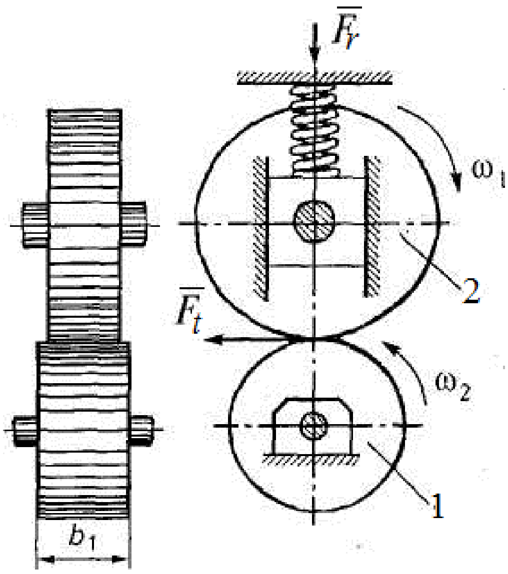


Рис. 177. Цилиндрическая фрикционная передача: 1 – ведущий каток; 2 – ведомый каток

Простая фрикционная передача состоит из двух катков: ведущего и ведомого, которые прижимаются один к другому силой F_r (на рисунке – пружиной), так что сила трения F_f в месте контакта катков достаточна для передаваемой окружной силы F_t. Условие работоспособности передачи $F_f \geq F_t$ (рис. 177).

Основные достоинства фрикционных передач: простота изготовления и плавность передачи движения, основные недостатки – сравнительно низкий КПД и непостоянство передаточного числа из-за проскальзывания.

Ремённая передача относится к передачам *трением с гибкой связью* и может применяться для передачи движения между валами, находящимися на значительном расстоянии один от другого. Она состоит из двух шкивов (ведущего, ведомого) и охватывающего их ремня (рис. 178). Ведущий шкив силами трения, возникающими на поверхности контакта шкива с ремнем вследствие его натяжения, приводит ремень в движение. Ремень, в свою очередь, заставляет вращаться ведомый шкив. Таким образом, мощность передается с ведущего шкива на ведомый.

Для нормальной работы передачи необходимо предварительное натяжение ремня, обеспечивающее возникновение сил трения на участках контакта (ремень – шкив).

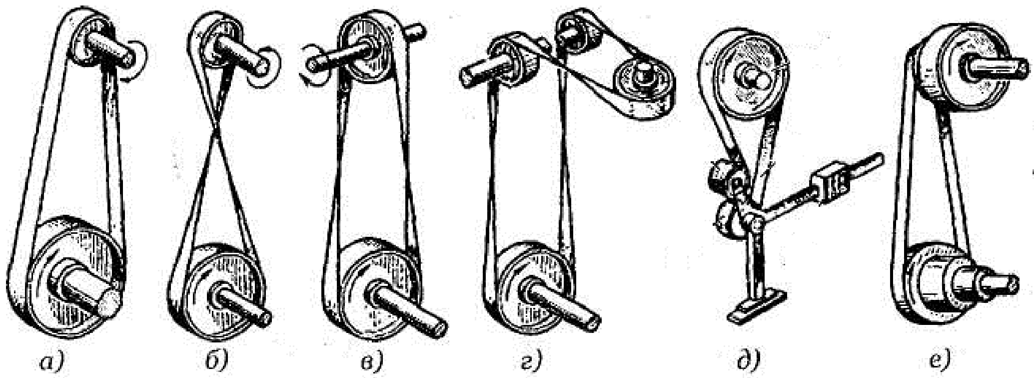
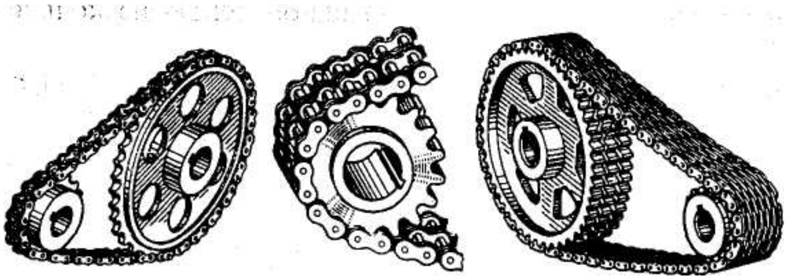


Рис. 178. Виды ремённых передач: а – открытая; б – перекрёстная; в – полуперекрёстная (со скрещивающимися валами); г – угловая с направляющим роликом; д – с нажимным роликом; е – со ступенчатым шкивом

Основные достоинства ремённых передач трением – возможность передачи движения на значительные расстояния, плавность и малошумность работы, недостатки – значительные габаритные размеры и малый срок службы ремней в быстроходных передачах.

Передачи зацеплением:

Цепные. Передачу механической энергии между параллельными валами, осуществляемую с помощью двух колёс – звёздочек и охватывающей их цепи, называют цепной передачей (рис. 179). Служит для передачи вращения между удаленными друг от друга параллельными валами.



а) *б)* *в)*

Рис. 179. Типы цепных передач: а – с роликовой цепью; б – с втулочной цепью; в – с зубчатой цепью

Основное достоинство: большая прочность стальной цепи по сравнению с ремнём позволяет передать цепью большие нагрузки с постоянным передаточным числом и при значительно меньшем межосевом расстоянии (передача более компактна).

Основной недостаток: скорость движения цепи, особенно при малых числах зубьев звёздочек, непостоянна, что вызывает колебания передаточного отношения. Основной причиной этого недостатка считается то, что цепь состоит из отдельных звеньев и располагается на звёздочке не по окружности, а по многоугольнику. В связи с этим скорость цепи при равномерном вращении звёздочки непостоянна.

Зубчатые передачи. Механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колёсами, образующими с неподвижным звеном вращательную или поступательную пару, называют *зубчатой передачей*. На рис. 180 показаны основные виды зубчатых передач. Наибольшее распространение получили цилиндрические *прямозубые* (рис. 180, *а*) и цилиндрические *косозубые* (рис. 180, *б*) передачи как наиболее простые в изготовлении и эксплуатации.

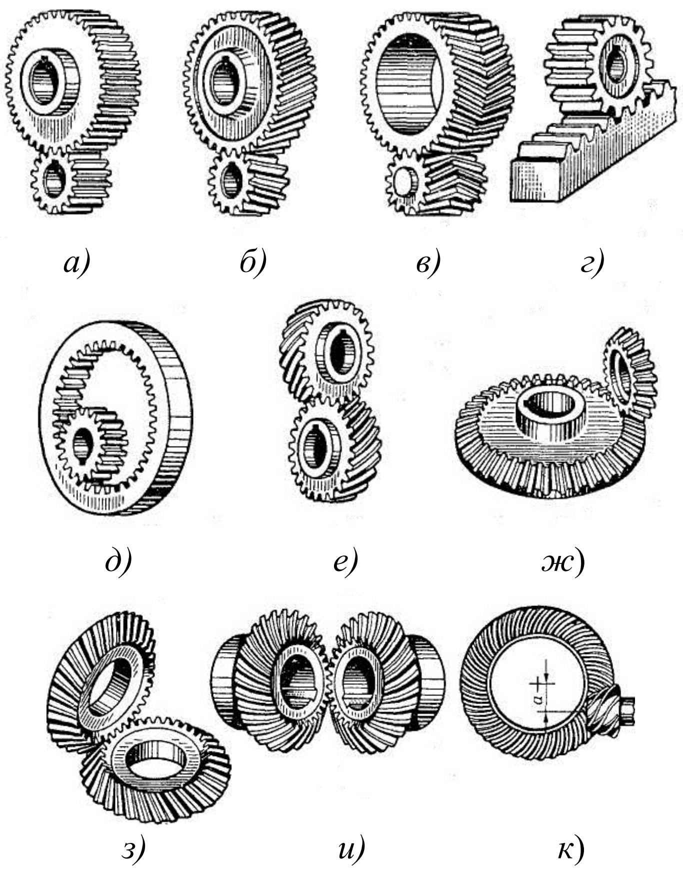


Рис. 180. Виды зубчатых передач: а, б, в – цилиндрические с внешним зацеплением; г – реечная; д – цилиндрическая с внутренним зацеплением; е – зубчатая винтовая; ж, з, и – конические зубчатые; к – гипоидная

На рис. 181 показана передача с неэвольвентным профилем, когда рабочие профили зубьев очерчены дугами окружностей. Передача названа в честь изобретателя, конструктора, доктора технических наук полковника Михаила Леонтьевича Новикова (1915 – 1957).

По сравнению с эвольвентными передачи с зацеплением Новикова могут при одних и тех же габаритных размерах передавать в 1,5 – 2 раза бóльшую мощность. Ввиду сложности изготовления и монтажа передачи с зацеплением Новикова нашли применение только в специальном машиностроении.

В станкостроительном производстве использование арочных зубчатых колёс позволит модернизировать существующий парк станков путем повышения скоростных характеристик приводов с одновременным повышением качества продукции (рис. 182).

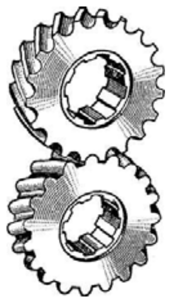


Рис. 181. Колеса с зацеплением Новикова

Рис. 182. Колеса с арочным продольным профилем зубьев

В машиностроительном производстве применение арочных зубчатых колес позволит модернизировать коробки передач и раздаточные коробки машин с повышением нагрузочной способности, износостойкости, надежности и снижением уровня шума и массогабаритных показателей. Колеса с арочным продольным профилем зубьев в сравнении с прямозубыми и косозубыми колесами, испытанными в одинаковых условиях, обеспечивают существенное снижение уровня шума и улучшение динамических свойств зубчатого зацепления.

Так как цилиндрические колеса могут применяться в разных отраслях промышленности, то их шумовые, силовые, прочностные, износостойкие, ценовые и массогабаритные показатели могут быть разными. Поэтому в среднем уровень шума цилиндрических колес с арочными зубьями, работающих в зацеплении, уменьшается в 2 раза;

нагрузочная способность увеличивается в 2,2 раза, а износостойкость – в 3 раза; при этом стоимость повышается не более чем в 1,5 раза по сравнению с аналогичными цилиндрическими колесами, работающими в схожих условиях.

Основные достоинства зубчатых передач по сравнению с другими передачами – это высокий КПД (до 0,97 – 0,99 для одной пары колёс) и большая надёжность в работе, простота обслуживания; основные недостатки – высокие требования к точности изготовления и монтажа, потребность в специальном оборудовании и инструменте для нарезания зубьев.

Практикой эксплуатации и специальными исследованиями установлено, что нагрузка, допускаемая по контактной прочности зубьев, определяется в основном твердостью материала. Высокую твердость в сочетании с другими характеристиками, а следовательно, малые габаритные размеры и массу передачи можно получить при изготовлении зубчатых колес из сталей, подвергнутых термообработке. Сталь в настоящее время – основной материал для изготовления зубчатых колес и в особенности для зубчатых колес высоконагруженных передач.

4. ВАЛЫ И ОСИ

Вал – деталь машины, предназначенная для передачи вращающего или крутящего момента вдоль своей осевой линии. В большинстве случаев валы поддерживают вращающиеся вместе с ними детали.

Ось – деталь машин и механизмов, служащая для поддержания вращающихся частей, но не передающая полезный крутящий момент.

Из определений видно, что при работе валы всегда вращаются и испытывают деформации кручения или изгиба и кручения, а оси – только деформацию изгиба (возникающими в отдельных случаях деформациями растяжения и сжатия чаще всего пренебрегают).

Условная классификация валов и осей:

1. *Прямые.* Продольная геометрическая ось – прямая линия: гладкий (рис. 183, *а*) и ступенчатый (рис. 183, *б*) валы. Ступенчатые валы наиболее распространённые.

2. *Коленчатые.* Продольная геометрическая ось разделена на несколько отрезков, параллельных между собой, смещённых друг относительно друга в радиальном направлении (рис. 183, *в*).

3. *Гибкие*. Продольная геометрическая ось является линией переменной кривизны, которая меняется в процессе работы механизма или при монтажно-демонтажных мероприятиях.

Некоторые валы (например, гибкие, карданные, торсионные) не поддерживают вращающиеся детали. Валы машин, которые кроме деталей передач несут рабочие органы машины, называются *коренными*. Коренной вал станков с вращательным движением инструмента или изделия называется *шпинделем*. Вал, распределяющий механическую энергию по отдельным рабочим машинам, определяется как *трансмиссионный*. В отдельных случаях валы изготовляют как одно целое с цилиндрической или конической шестерней (вал-шестерня) или с червяком (вал-червяк).

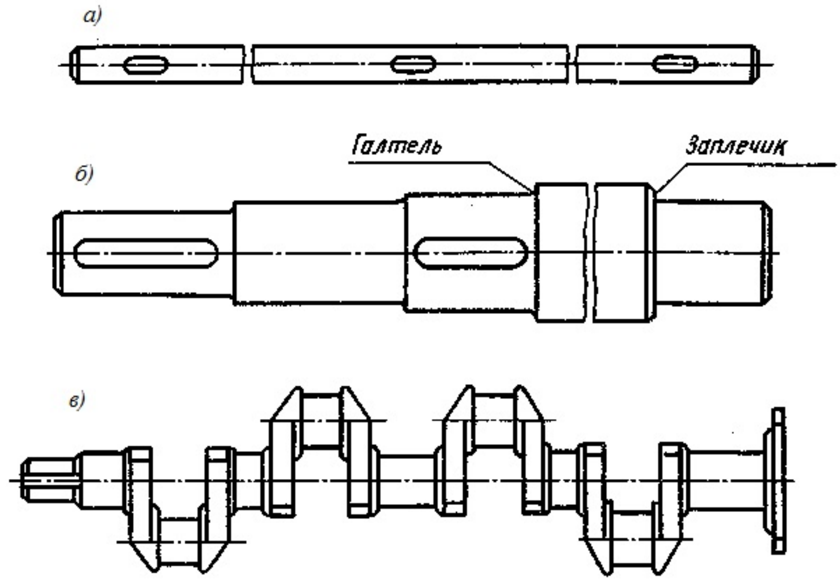
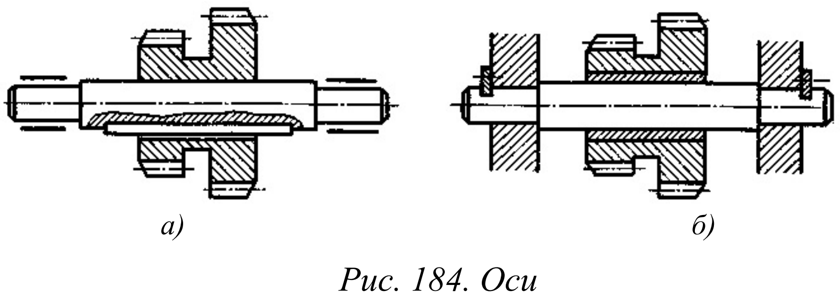


Рис. 183. Валы: а – прямой; б – ступенчатый; в – коленчатый

Оси разделяют на *вращающиеся* (рис. 184, *а*) и *неподвижные* (рис. 184, *б*). Вращающаяся ось устанавливается в подшипниках. Примером вращающихся осей могут служить оси железнодорожного подвижного состава, примером невращающихся – оси передних колес автомобиля.



а) *б)*

Рис. 184. Оси

Опорная часть вала или оси называется *цапфой* (рис. 185). Концевая цапфа называется *шипом*, а промежуточная – *шейкой*. Концевая цапфа, предназначенная нести преимущественную осевую нагрузку, называется *пято́й*. Шипы и шейки вала опираются на подшипники, опорной частью для пяты служит *подпятник*. По форме цапфы могут быть цилиндрическими, коническими, шаровыми и плоскими (пяты).

Кольцевое утолщение вала, составляющее с ним одно целое, называется *буртиком.* Переходная поверхность от одного сечения к другому, служащая для упора насаживаемых на вал деталей, называется *заплечиком.* Для уменьшения концентрации напряжений и повышения прочности переходы в местах изменения диаметра вала или оси делают плавными. Криволинейную поверхность плавного перехода от меньшего сечения к большему называют *галтелью*. Галтели бывают постоянной и переменной кривизны. Галтель вала, углубленную за плоскую часть заплечика, называют *поднутрением.*

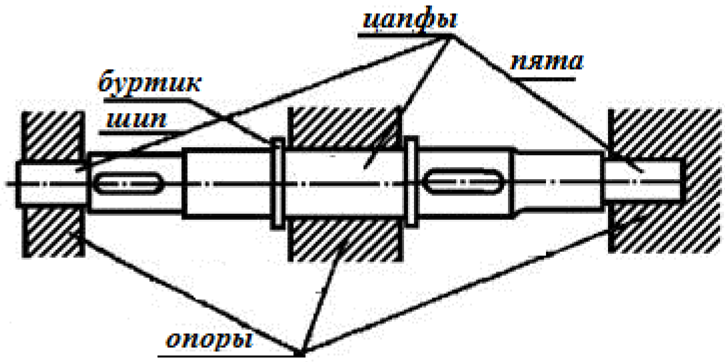


Рис. 185. Конструктивные элементы валов и осей

Форма вала по длине определяется распределением нагрузок, т. е. эпюрами изгибающих и крутящих моментов, условиями сборки и технологией изготовления. При работе валы и вращающиеся оси даже при постоянной внешней нагрузке испытывают знакопеременные напряжения изгиба симметричного цикла, следовательно, возможно усталостное разрушение валов и вращающихся осей. Чрезмерная деформация валов может нарушить нормальную работу зубчатых колес и подшипников, следовательно, *основными критериями работоспособности валов и осей являются сопротивление усталости материала и жесткость.* Практика показывает, что разрушение валов быстроходных машин обычно происходит в результате усталости материала.

Для окончательного расчёта вала необходимо знать его конструкцию, тип и расположение опор, места приложения внешних нагрузок. Вместе с тем подбор подшипников можно осуществить, только когда известен диаметр вала. Поэтому расчет валов выполняется в два этапа:

1. *Проектный* (предварительный) расчёт производится только на кручение. При этом определяют размеры и материал вала. Входными параметрами, как правило, будут крутящий момент M_k в расчётном сечении вала или мощность.

Тогда диаметр вала определится из условия прочности на кручение

$$\tau_k = \frac{M_k}{0{,}2d^3} \le [\tau_k], \text{ откуда } d \ge \sqrt[3]{\frac{M_k}{0{,}2[\tau_k]}},$$

где $[\tau_k] = 12 - 15$ Н/мм^2 – допускаемое напряжение при кручении (для стали).

Полученное значение диаметра округляется до ближайшего стандартного размера согласно ГОСТ 6636-99 «Нормальные линейные размеры», устанавливающего четыре ряда основных и ряд дополнительных размеров; последние допускается применять лишь в обоснованных случаях.

При проектировании редукторов диаметр выходного конца ведущего вала можно принять равным диаметру вала электродвигателя, с которым вал редуктора будет соединен муфтой.

После установления диаметра выходного конца вала назначается диаметр цапф вала (несколько больше диаметра выходного конца) и производится подбор подшипников. Диаметр посадочных поверхностей валов под ступицы насаживаемых деталей для удобства сборки принимают больше диаметров соседних участков. В результате этого ступенчатый вал по форме оказывается близок к брусу равного сопротивления.

2. *Проверочный* (окончательный) расчёт проводят на сопротивление усталости, т. е. на прочность вала. Основными нагрузками на валы являются силы от передач через насаженные на них детали: зубчатые или червячные колёса, звёздочки, шкивы.

Проверочный расчёт вала производится с применением гипотез прочности. Условие прочности в этом случае имеет вид

$$\sigma_{экв} = M_{экв} / W_x \le [\sigma],$$

где $M_{экв}$ – так называемый эквивалентный момент; W_x – осевой момент сопротивления вала.

При гипотезе наибольших касательных напряжений (иначе – третья гипотеза)

$$M_{эквIII} = \sqrt{M_k^2 + M_u^2}.$$

При гипотезе потенциальной энергии формоизменения (иначе – пятая гипотеза)

$$M_{эквV} = \sqrt{0{,}75M_k^2 + M_u^2},$$

где в обеих формулах M_k и M_u – соответственно крутящий и суммарный изгибающий моменты в рассматриваемом сечении вала.

Числовое значение суммарного изгибающего момента равно геометрической сумме изгибающих моментов, возникающих в данном сечении от вертикально и горизонтально действующих внешних сил, т. е.

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

При проектировочном расчёте оси её рассматривают как балку, свободно лежащую на опорах и нагруженную сосредоточенными силами, вызывающими изгиб. Устанавливают опасное сечение, для которого требуется найти диаметр, оси определяют из условия прочности на изгиб

$$W \approx 0{,}1d^3 \geq M_u/[\sigma_u],$$

откуда

$$d \geq \sqrt[3]{M_u / (0{,}1\ [\sigma_u]},$$

где M_u – максимальный изгибающий момент, Н·м; $[\sigma_u]$ = 100 – – 160 Н/мм^2 – допускаемое напряжение изгиба для осей, изготовленных из среднеуглеродистых сталей.

Проверочный расчёт осей – частный случай расчёта валов при крутящем моменте $M_k = 0$.

5. ПОДШИПНИКИ

Название «подшипник» происходит от слова «шип» (*англ. shaft, нем. zappen, голл. shiffen – вал*). Подшипники – это технические устройства, являющиеся частью опор вращающихся осей и валов.

Они воспринимают радиальные и осевые нагрузки, приложенные к валу или оси, и передают их на раму, корпус или иные части конструкции. При этом они должны также удерживать вал в пространстве, обеспечивать вращение, качание или линейное перемещение с минимальными энергопотерями. От качества подшипников в значительной мере зависит коэффициент полезного действия, работоспособность и долговечность машины.

Подшипники качения, в которых используется трение качения, представляют собой готовый узел. Основными его элементами являются тела качения – шарики 2, установленные между кольцами 1 и 3 и удерживаемые на определённом расстоянии друг от друга сепаратором 4 (от лат. *separatum* – разделять), который служит для направления и удержания тел качения в определённом положении (для обеспечения соосности колец) и для разделения тел качения от их взаимного контакта с целью уменьшения изнашивания и потерь на трение (рис. 186). Внешнее и внутреннее кольца подшипника (или – как их ещё называют – обоймы) имеют на рабочей поверхности желобки – дорожки качения, по которым и перекатываются тела качения. Форма колец подшипников качения (наружных и внутренних) определяет угол контакта тел качения с дорожкой качения и соответственно влияет на величину осевой или радиальной грузоподъёмности подшипника.

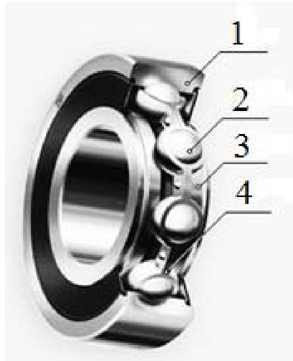


Рис. 186. Устройство подшипника качения

Подшипники качения стандартизированы и широко распространены во всех отраслях машиностроения.

На рис. 187 показаны наиболее распространённые тела качения.

Рис. 187. Тела качения

Ниже приведены наиболее часто применяемые в машиностроении подшипники.

Шариковый радиальный подшипник – самый распространенный в машиностроении (см. рис. 186). Он дёшев, допускает перекос внутреннего кольца относительно наружного, предназначен для радиальной нагрузки. Желобчатые дорожки качения позволяют воспринимать осевую нагрузку. Подшипник обеспечивает осевое фиксирование вала в двух направлениях. При одинаковых габаритных размерах работает с меньшими потерями на трение и при большей угловой скорости вала, чем подшипники всех других типов.

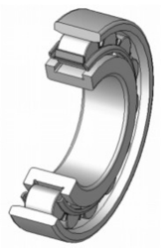


Рис. 188. Роликовый радиальный подшипник

Роликовый радиальный подшипник предназначен для восприятия больших радиальных нагрузок (рис. 188). Допускает осевое взаимное смещение колец, применяется для коротких жёстких валов, а также в качестве «плавающих» опор. Грузоподъёмность такого подшипника выше, чем у шарикового.

По радиальным габаритным размерам подшипники подразделяются на семь серий:

1. Сверхлегкая.
2. Особо легкая (1).
3. Легкая (2).
4. Средняя (3).
5. Тяжелая (4).
6. Легкая широкая (5).
7. Средняя широкая (6).

По осевым габаритным размерам подшипники сгруппированы в четыре серии:

1. Узкая.
2. Нормальная.
3. Широкая.
4. Особо широкая.

По точности изготовления подшипники качения подразделяются на пять классов:

1. Нормальный (0).
2. Повышенный (6).
3. Высокий (5).
4. Особо высокий (4).
5. Сверхвысокий (2).

Условное обозначение подшипника обычно наносится на торцевую поверхность внешнего или/и внутреннего кольца (рис. 189).

В пределах каждой серии подшипники равных типов взаимозаменяемы в мировом масштабе. В стандартах указываются номер подшипника, размеры, масса, предельное число оборотов, статическая нагрузка и коэффициент работоспособности.

Рис. 189. Маркировка подшипника

Две крайние цифры номера справа, умноженные на пять, указывают на размер внутреннего диаметра в миллиметрах (от 20 до 495). Третья цифра справа обозначает серию подшипника, четвёртая цифра справа – тип подшипника (от 0 до 9). Так, отсутствие цифры (нуль) *показывает, что подшипник* шариковый радиальный, единица – шариковый сферический, два – роликовый цилиндрический, семь – роликовый конический. Пятая и другие цифры справа, если они есть, означают конструктивные особенности данного типа.

Пример. 1000094 – подшипник шариковый радиальный однорядный, диаметр отверстия 4 мм, серии диаметров 9, серии ширин 1, основного конструктивного исполнения.

Главная особенность динамики подшипника – знакопеременные нагрузки.

Циклическое перекатывание тел качения может привести к появлению усталостной микротрещины. Постоянно прокатывающиеся тела качения вдавливают в эту микротрещину смазку. Пульсирующее давление смазки расширяет и расшатывает микротрещину, приводя к усталостному выкрошиванию и в конце концов к поломке кольца. Чаще всего ломается внутреннее кольцо, так как оно меньше наружного и там, следовательно, выше удельные нагрузки. Усталостное выкрошивание – основной вид выхода из строя подшипников качения. В подшипниках также возможны статические и динамические перегрузки, разрушающие как кольца, так и тела качения.

Следовательно, при проектировании машины необходимо определить, во-первых, количество оборотов (циклов), которое гарантированно выдержит подшипник, во-вторых, максимально допустимую нагрузку, которую выдержит подшипник. Работоспособность подшипника сохраняется при соблюдении таких критериев, как долговечность и грузоподъёмность.

Статический расчёт применяется только для подшипников, делающих меньше одного оборота $Q < Q_{ст}$, где Q – реакция опоры; $Q_{ст}$ – допускаемая статическая нагрузка на подшипник по таблицам ГОСТ 18854-82, 18855-82.

Расчёт на долговечность (основной расчёт).

Приведённая нагрузка

$$Q = K_к \cdot R + m \cdot A,$$

где $K_к$ – коэффициент, зависящий от того, какое кольцо вращается: если внутреннее, то $K_к = 1$; R – радиальная нагрузка на опору; m – табличный коэффициент, характеризующий способность данного типа подшипника воспринимать осевую нагрузку; A – осевая нагрузка.

Расчётное уравнение имеет вид

$$C = Q(nh)^{0,3} K_\sigma\, K_т,$$

где n – частота вращения вала, с$^{-1}$; h – долговечность подшипника, ч; K_σ – табличный коэффициент, зависящий от динамичности нагрузки (спокойная, со слабыми толчками, ударная); $K_т$ – табличный температурный коэффициент, при $t < 100^\circ$ С $K_т = 1$.

Номинальная долговечность – это число циклов (или часов), которое подшипник должен проработать до появления первых признаков усталости. Существует эмпирическая (найденная из опыта) зависимость для определения номинальной долговечности в миллион оборотов

$$L_n = (\,C / P\,)^{\alpha},$$

где C – грузоподъёмность; P – эквивалентная динамическая нагрузка; $\alpha = 0,3$ для шариков и $\alpha = 0,33$ для роликов.

Номинальную долговечность можно вычислить и в часах

$$L_h = (10^6 / 60\, n)\, L_n\,,$$

где n – частота вращения вала.

Эквивалентная динамическая нагрузка – это такая постоянная нагрузка, при которой долговечность подшипника та же, что и при реальных условиях работы. Здесь для радиальных и радиально-упорных подшипников подразумевается радиальная нагрузка, а для упорных и упорно-радиальных – центральная осевая нагрузка (рис. 190).

Эквивалентная динамическая нагрузка вычисляется по эмпирической формуле

$$P = (V \cdot X \cdot F_r \;+\; Y \cdot F_a)\, K_б \cdot K_т,$$

где V – коэффициент вращения вектора нагрузки ($V = 1$, если вращается внутреннее кольцо, $V = 1,2$, если вращается наружное кольцо);

X, Y – коэффициенты радиальной и осевой нагрузок, зависящие от типа подшипников, определяются по справочнику; F_r, F_a – радиальная и осевая реакции опор; $K_б$ = 1 – коэффициент безопасности, учитывающий влияние динамических условий работы передач; $K_т$ = 1 – коэффициент температурного режима до 100 ºС.

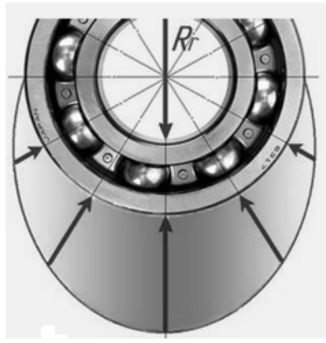


Рис. 190. Распределение радиальной нагрузки между телами качения

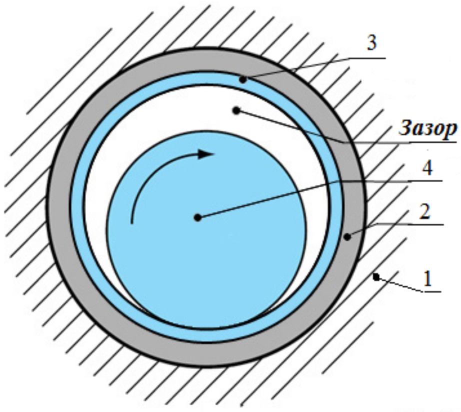
Грузоподъёмность – это постоянная нагрузка, которую группа идентичных подшипников выдержит в течение одного миллиона оборотов. Здесь для радиальных и радиально-упорных подшипников подразумевается радиальная нагрузка, а для упорных и упорно-радиальных – центральная осевая нагрузка. Если вал вращается медленнее одного оборота в минуту, то речь идёт о статической грузоподъёмности C_0, а если вращение быстрее одного оборота в минуту, то говорят о динамической грузоподъёмности C. Величину грузоподъёмности рассчитывают при проектировании подшипника, определяют на экспериментальной партии подшипников и заносят в каталог.

Опытный конструктор может назначать конкретный тип и размер подшипника, а затем делать проверочный расчёт. Однако здесь требуется большой конструкторский опыт, ибо в случае неудачного выбора может не выполниться условие прочности, тогда потребуется выбрать другой подшипник и повторить проверочный расчёт.

Во избежание многочисленных проб и ошибок можно предложить методику выбора подшипников, построенную по принципу проектировочного расчёта, когда известны нагрузки, задана требуемая долговечность, а в результате определяется конкретный типоразмер подшипника из каталога.

Подшипник скольжения представляет собой корпус 1, имеющий цилиндрическое отверстие, в которое вставляется вкладыш или втулка 2 из антифрикционного материала (часто используются цветные металлы), и смазывающее устройство 3. Между валом 4 и отверстием втулки подшипника имеется зазор, который позволяет свободно вращаться валу (рис. 191).

Для успешной работы подшипника зазор предварительно рассчитывают.



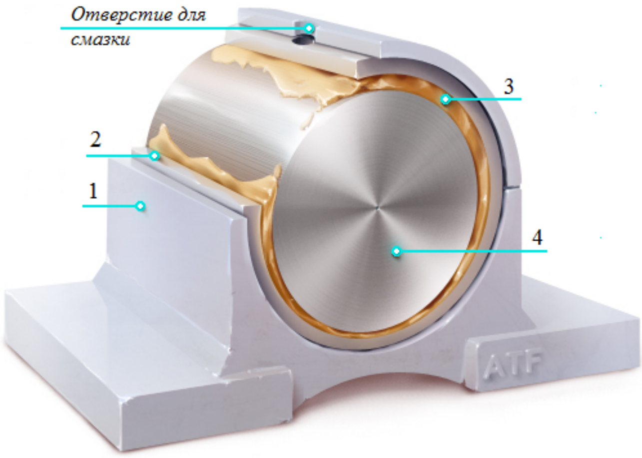


Рис. 191. Схема и общий вид подшипника скольжения

Подшипники скольжения имеют некоторые преимущества перед подшипниками качения:

– допускают высокую скорость вращения;

– позволяют работать в воде, при вибрационных и ударных нагрузках;

– экономичны при больших диаметрах валов;

– возможна установка на валах, где подшипник должен быть разъёмным (для коленчатых валов);

– допускают регулирование различного зазора и, следовательно, точную установку геометрической оси вала.

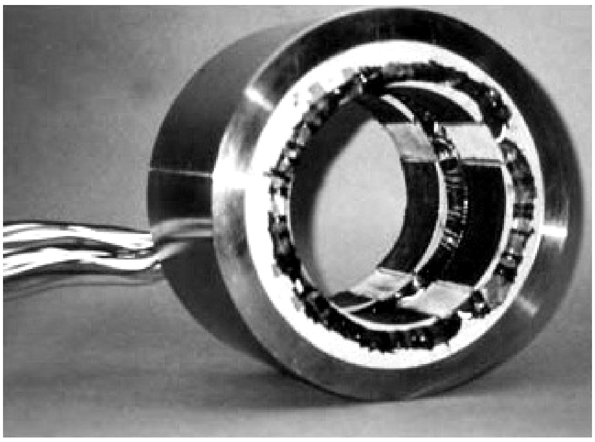


Рис. 192. Общий вид магнитного подшипника

Магнитные подшипники (подвесы) основаны на использовании левитации, создаваемой электрическими и магнитными полями. Магнитные подшипники позволяют без физического контакта осуществлять подвес вращающегося вала и его относительное вращение без трения и износа (рис. 192).

Наибольшую популярность в настоящее время получили активные магнитные подшипники (АМП). Это управляемое мехатронное устройство, где стабилизация положения ротора осуществляется силами магнитного притяжения, действующими на ротор со стороны электромагнитов, ток в которых регулируется системой автоматического управления по сигналам датчиков перемещений ротора. Полный неконтактный подвес ротора может быть осуществлен с помощью либо двух радиальных и одного осевого АМП, либо двух конических АМП. Поэтому система магнитного подвеса ротора включает в себя как сами подшипники, встроенные в корпус машины, так и электронный блок управления, соединенный проводами с обмотками электромагнитов и датчиками. В системе управления может использоваться как аналоговая, так и более современная цифровая обработка сигналов. Применение магнитных подшипников дает возможность сделать конструкцию более жесткой, что, например, позволяет уменьшить динамический прогиб вала при высоких частотах вращения.

В настоящие время для АМП разрабатывается международный стандарт, для чего создан специальный комитет ISO TC108/SC2/WG7. Однако для АМП требуется сложная и дорогостоящая аппаратура управления, внешний источник электроэнергии, что снижает эффективность и надежность всей системы. Поэтому идут активные работы по созданию пассивных магнитных подшипников (ПМП), которые не требуют сложных систем регулирования, например, на основе высокоэнергетических постоянных магнитов NdFeB (неодим-железо-бор) (рис. 193).

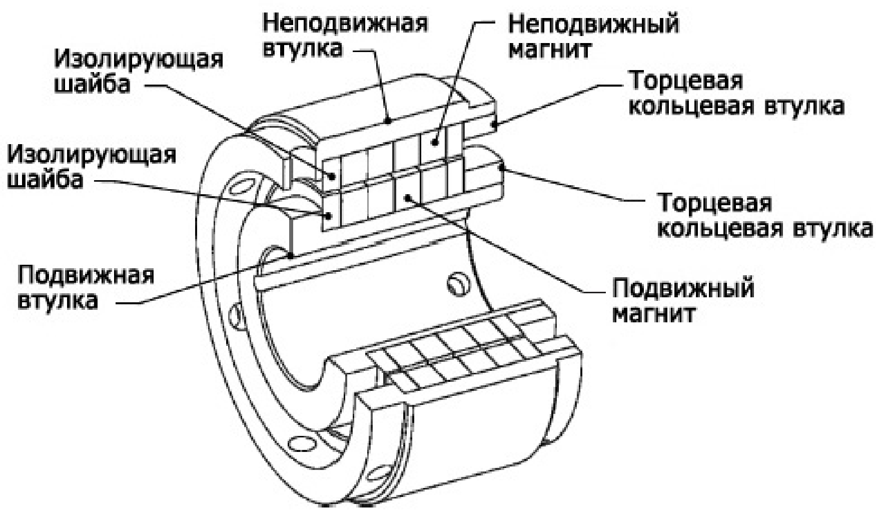


Рис. 193. Пассивный магнитный подшипник на основе высокоэнергетических постоянных магнитов

6. МУФТЫ ПРИВОДОВ

В технике *муфты* – это соединительные устройства для тех валов, концы которых подходят один к другому вплотную или удалены на небольшое расстояние.

Соединение валов муфтами обеспечивает передачу вращающего момента от одного вала к другому. Валы, как правило, расположены так, что геометрическая ось одного вала составляет продолжение геометрической оси другого вала. С помощью муфт можно также передать вращение с валов на зубчатые колеса, шкивы, свободно насаженные на эти валы.

Муфты не изменяют вращающего момента и направления вращения. Некоторые типы муфт поглощают вибрации и предохраняют машину от аварий при перегрузках. Работа муфт сопровождается потерями. По опытным данным при расчётах КПД муфт обычно принимают η = 0,985…0,995. Многообразие конструкций муфт усложняет их классификацию.

1. *Жёсткие (глухие) муфты* осуществляют жёсткое соединение валов. Разновидности муфт:

а) втулочная является простейшей из жестких муфт. Она представляет собой втулку 3, посаженную с помощью шпонок, штифтов или шлицев на выходные концы валов 1 и 2 (рис. 194).

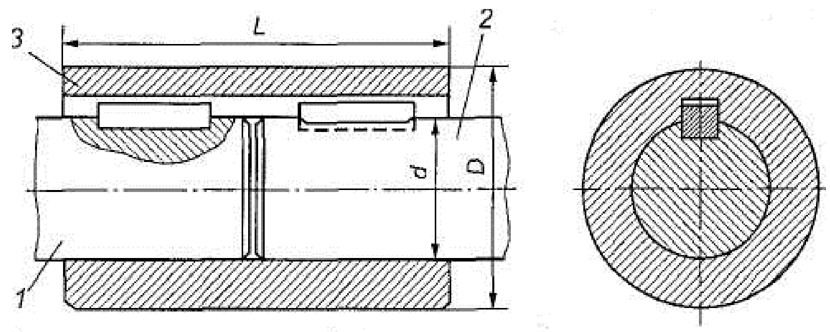


Рис. 194. Втулочная муфта с креплением на шпонках

Втулочные муфты находят применение в тихоходных и неответственных конструкциях машин при диаметрах валов d < 70 мм;

б) *фланцевая муфта* состоит из двух полумуфт 1 и 2, соединенных болтами 4 (рис. 195). Для передачи вращающего момента используют шпоночные или шлицевые соединения. Вращающий момент передаётся за счёт сил трения между фланцами, а когда болты вставлены без зазора, то также и болтами.

Фланцевые муфты стандартизованы в диапазоне диаметров 12 – 250 мм и передают моменты 8 – 45000 Н·м. В тяжёлых машинах полумуфты приваривают к валам.

Эти муфты называют иногда *поперечно-свёртными.* Для лучшего центрования фланцев предусматривают центрующее кольцо 3.

Фланцевые муфты могут передавать значительные вращающие моменты, имеют широкое распространение в машиностроении, употребляются для валов диаметром d < 350 мм. Достоинства этих муфт – простота конструкции и легкость монтажа, недостаток – необходимость точного совмещения валов и соблюдения перпендикулярности соприкасающихся торцовых поверхностей полумуфт к оси вала.

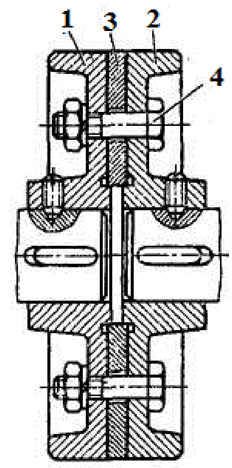


Рис. 195. Фланцевая муфта

2. *Компенсирующие муфты.* Конструкции этих муфт несколько сложнее, но они допускают некоторые радиальные и угловые смещения осей валов. Основное назначение этих муфт состоит в том, чтобы компенсировать вредное влияние неправильного относительного положения соединяемых валов. Однако эти муфты чувствительны к перекосам.

Одна из разновидностей таких муфт, *кулачково-дисковая*, состоит из двух полумуфт 1 и 2 с диаметральными пазами на торцах и промежуточного плавающего диска 3 с взаимно перпендикулярными выступами (рис. 196). В собранной муфте выступы диска располагаются в пазах полумуфт.

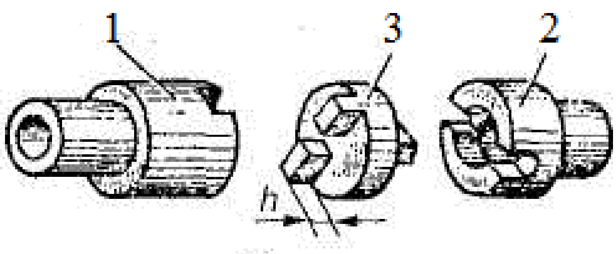


Рис. 196. Кулачково-дисковая муфта

Основной характеристикой для муфт разных конструкций является передаваемый вращающий момент *T*. Проектировочный расчёт муфт не производят! Муфты подбирают по стандартам или каталогам либо проектируют по расчётному моменту $T_р = K \cdot T$, где *K* – коэффициент режима работы муфты; *T* – номинальный вращающий момент при установившемся режиме работы.

Муфты выбирают по соответствующим таблицам по коэффициенту режима работы *K* в зависимости от диаметра вала *d* (учитывают также максимальную угловую скорость ω_{max}).

7. СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Сварка – это технологический процесс получения неразъёмного соединения металлических или неметаллических деталей с применением нагрева (до пластического или расплавленного состояния), выполненного таким образом, чтобы место соединения по механическим свойствам и своему составу по возможности не отличалось от основного материала детали.

Современные способы сварки металлов можно условно разделить на две большие группы: сварка плавлением и сварка давлением.

Наиболее распространённые виды сварки:

1. *Электродуговая сварка* – способ сварки, использующий для нагрева и расплавления металла электрическую дугу, образующуюся между электродом и свариваемым металлом. Температура электрической дуги достигает 7000 °С, что значительно выше температуры плавления всех известных металлов, поэтому процесс дуговой сварки сопровождается быстрым и эффективным расплавлением свариваемых деталей в зоне соединения.

В 1888 году русский инженер Николай Гаврилович Славянов (1854 – 1897) предложил сварку металлическим электродом.

2. *Лазерная сварка* – технологический процесс получения неразъёмного соединения частей изделия путём местного расплавления металлов посредством нагрева по примыкающим поверхностям с помощью лазерного луча.

Когда лазерный луч попадает на металл, энергия излучения поглощается, металл нагревается и плавится. В результате такого плавления и последующей кристаллизации возникает прочное сцепление, образующее сварной шов. Сцепление свариваемых поверхностей основано на межатомном взаимодействии в металле. Таким образом, лазерная сварка относится к методам сварки плавлением. Как и любой технологический процесс, лазерная сварка имеет свои преимущества: локальность обработки материала, высокую производительность, технологическую гибкость и удобство. Сейчас на современных технологических процессах устанавливают роботы-сварщики.

3. *Электронно-лучевая сварка* имеет сходную с лазерной сваркой принципиальную технологию. Соединяемые детали нагреваются потоком заряженных частиц, поэтому для эффективности процесса необходим вакуум.

4. *Контактная сварка* осуществляется путём нагрева металла проходящим через него электрическим током в сочетании с пластической деформацией, вызываемой сжимающим усилием между свариваемыми поверхностями. Основные виды контактной сварки: точечная, стыковая, роликовая (шовная) и конденсаторная. Основные параметры этой сварки – это сила сварочного тока, длительность его импульса и усилие сжатия деталей.

Контактная сварка считается самой производительной в промышленном производстве, так как допускает широкую автоматизацию и механизацию процессов. Она осуществляется специализированными роботами.

5. *Термокомпрессионная сварка* проводится под давлением с местным нагревом участка соединения деталей за счёт теплопередачи от нагретого электрода. В машиностроении этой сваркой чаще всего соединяют такие пары материалов, как: золото – германий, золото – кремний, золото – алюминий, золото – золото, алюминий – алюминий, золото-серебро, алюминий-серебро.

6. *Сварка трением* является разновидностью сварки давлением, при которой механическая энергия, подводимая к одной из свариваемых деталей, преобразуется в тепловую, при этом генерирование теплоты происходит непосредственно в месте будущего соединения. Теплота может выделяться при вращении одной детали относительно другой или вставки между деталями, при возвратно-поступательном движении деталей в плоскости стыка с относительно малыми амплитудами и при звуковой частоте. Детали при этом прижимаются постоянным или возрастающим во времени давлением. Сварка завершается

осадкой и быстрым прекращением вращения или относительного перемещения свариваемых деталей.

7. *Инерционная сварка* как разновидность сварки трением. Вращаемую деталь располагают в маховике, который раскручивают до заданной скорости, и далее она вместе с маховиком вращается по инерции. Свариваемые детали соединяют и сварка завершается остановкой вращения маховика.

8. *Холодная сварка* осуществляется сильным сжатием соединяемых деталей, т. е. в условиях пластической деформации. Роль деформации заключается в предельном утонении или удалении слоя оксидов, в сближении свариваемых поверхностей деталей до расстояния, соизмеримого с параметром кристаллической решётки, а также в повышении энергетического уровня поверхностных атомов, обеспечивающем возможность образования химических связей. Разновидности холодной сварки в зависимости от схемы пластической деформации заготовок следующие: точечная, шовная и стыковая.

Особенно велико преимущество холодной сварки перед другими способами сварки при соединении разнородных металлов, чувствительных к нагреву или образующих интерметаллиды: алюминий, медь, свинец, цинк, никель, серебро, кадмий, железо. Прочность холодной сварки может быть выше, чем при точечной контактной сварке.

9. *Ультразвуковая сварка* – способ сварки деталей конструкции с применением ультразвука для сообщения колебаний инструменту, прижимаемому к поверхностям свариваемых материалов. При этом соединение металлов осуществляется в твёрдой фазе (без расплавления), при этом металл разогревается до температуры 200 – 600 ^{o}C в результате действия сил трения между инструментом и металлом. Пластическая деформация металла облегчается благодаря снижению предела текучести при пропускании через свариваемые детали ультразвуковых колебаний. Поскольку колебания инструмента способствуют очистке свариваемой поверхности, шов получается высокого качества. Этим способом соединяют отдельными точками или непрерывным швом главным образом листовые металлы – алюминий, титан, медь, некоторые сплавы, пластмассы.

Достоинства сварных соединений:

– малая масса по сравнению с другими соединениями, например, с заклёпочными. Сваркой можно получить более совершенную конструкцию (литьё не допускает большие перепады размеров) с малыми припусками на механическую обработку;

– малая стоимость. Стоимость сварной конструкции из проката примерно в два раза ниже стоимости литья и поковок;

– экономичность процесса сварки и широкая возможность её автоматизации;

– плотность и герметичность соединения;

– соединение крупногабаритных деталей;

– изготовление высокоточных деталей и соединений.

Сварные соединения по конструктивным признакам (по взаимному расположению соединяемых деталей) разделяют:

1. На *стыковые* – свариваемые детали примыкают торцовыми поверхностями и являются продолжением одна другой:

– без скоса кромок (рис. 197, *а*);

– V-образный скос кромок (рис. 197, *б*);

– X-образный скос кромок (рис. 197, *в*);

– криволинейный скос кромок (рис. 197, *г*).

2. *Угловые* – соединяемые детали приваривают по кромкам одна к другой:

– без скоса кромок (рис. 197, *д*);

– со скосом одной кромки (рис. 197, *е*);

– с двумя скосами одной кромки (рис. 197, *ж*).

3. *Тавровые* – торец одной детали примыкает под углом (обычно 90^{o}) и приварен к боковой поверхности другой детали:

– без скоса кромок (рис. 197, *з*);

– со скосом одной кромки (рис. 197, *и*);

– с двумя скосами одной кромки (рис. 197, *к*);

4. *Нахлёсточные* – боковые поверхности соединяемых деталей частично перекрывают друг друга (рис. 197, *л*);

5) *Торцевые* – соединяемые детали соединяют боковыми поверхностями и сваривают с торца (рис. 197, *м*).

Прежде всего при проектировании сварочного соединения необходимо конструктивно выполнить его так, чтобы была возможность соединить детали в соответствии с технологией изготовления. Чтобы уменьшить сварочные деформации, следует стремиться к наименьшему объему сварки в конструкции, применяя швы наименьшей толщины (наименьшего катета), полученные по расчёту или конструктивным соображениям; необходимо избегать близкого расположения швов друг к другу, образования швами замкнутых контуров и др.

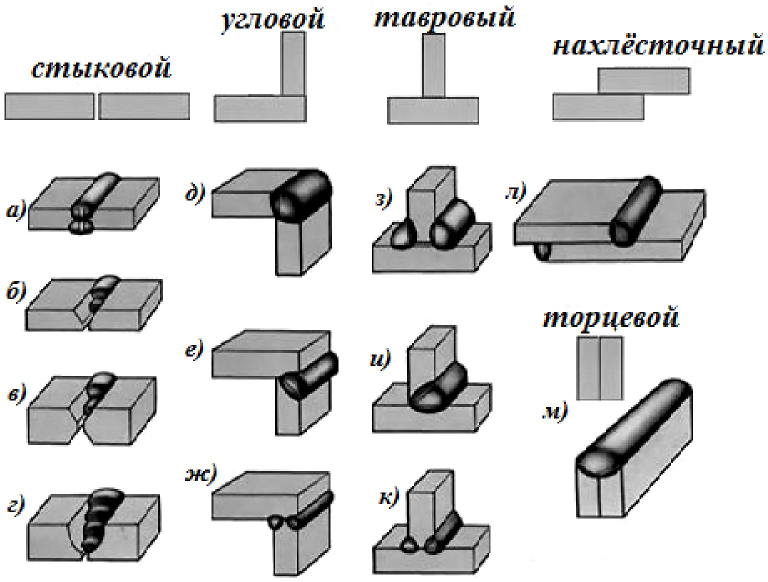


Рис. 197. Виды сварных швов

Сварные соединения рассчитывают согласно установленной и стандартизованной системе подсчета:

– наивысшая нагрузка, которую воспринимает соединение;

– минимальная толщина свариваемых деталей;

– максимальная длина всего сварочного шва;

– сопротивление, определяющееся в соответствии с существующим пределом прочности (находится по специальным таблицам);

– коэффициент места работы и соответствующих условий, значения этого параметра указаны в стандартизованных таблицах.

В основном расчетное сопротивление определяется по характеристикам материала соединяемых заготовок. Дело в том, что сварочный шов получает металл, который имеет более высокую прочность, чем металл сварных соединений. На сжатие сварочный стык не рассчитывается, потому что расчетное сопротивление в точности повторит значение самих деталей.

Когда в сварочном шве имеется растяжение, возникает сопротивление, при котором расчетный параметр будет ниже аналогичного показателя наименьшего из свариваемых элементов. В связи с этим шов всегда имеет уклон, позволяющий добиться соединения одинаковой прочности. Проварка в данном случае проводится на полную толщину материала.

8. РЕДУКТОРЫ

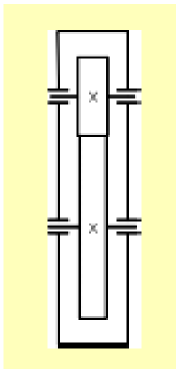
Редуктор (от лат. слова *reductor)* – это механизм, который служит для уменьшения угловой скорости тихоходного вала и увеличения крутящего момента на выходном валу.

Конструктивно редуктор выполнен как отдельное изделие, работающее в паре с электродвигателем и установленное с ним на одной раме. Промышленностью выпускаются редукторы общего и специального назначения. Редукторы общего назначения могут применяться во многих случаях и отвечают общим требованиям. Специальные редукторы имеют нестандартные характеристики, подходящие под определенные требования.

В настоящее время сотни миллионов редукторов работают на повышение эффективности на суше, в воде и воздухе во всем мире. Многообразие сфер применения редукторов обусловило появление огромного количества их разновидностей. Однако в любом редукторе можно назвать главные характеристики: КПД; передаточное отношение; мощность; угловые скорости валов; количество ступеней или передач. Ниже представлены наиболее популярные виды редукторов, серийно выпускаемые промышленностью.

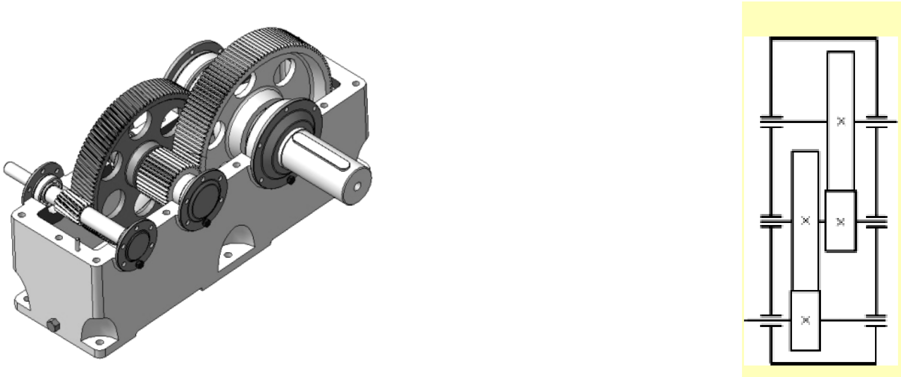
Цилиндрический редуктор – такая конструкция редуктора является одной из самых популярных. Они активно применяются в современных узлах и механизмах общепромышленного назначения. Цилиндрические редукторы представлены одноступенчатыми и двухступенчатыми модификациями (рис. 198, 199). Они надёжны и долговечны.

а)



б)

Рис. 198. Одноступенчатый редуктор:
а – общий вид; б – кинематическая схема



а) *б)*

Рис. 199. Двухступенчатый редуктор:
а – общий вид; б – кинематическая схема

Червячный редуктор – конструкция такого редуктора использует передачу, обладающую резьбой с червячным профилем (рис. 200).

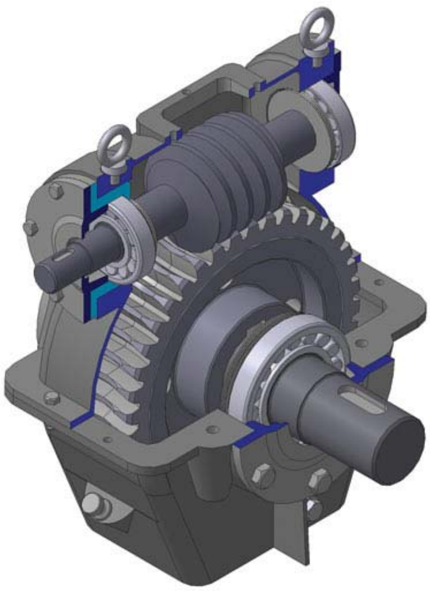


Рис. 200. Червячный редуктор

Механизм червячного редуктора является превосходным решением для передачи крутящего момента между двумя перпендикулярными валами. Так, например, такой редуктор применяется в рулевом управлении механических транспортных средств, таких как автомобили.

Достоинством червячного редуктора можно назвать возможность получения большого передаточного числа в одной ступени (от 80 до нескольких сотен). Червячные редукторы практически бесшумны, обладают плавностью хода, а также не требуют использования дополнительных тормозных механизмов благодаря возможности самостоятельного торможения при достижении определённых передаточных чисел.

Конический редуктор применяют, когда необходимо передавать вращающий момент между валами с взаимно перепендикулярным расположением осей (рис. 201).

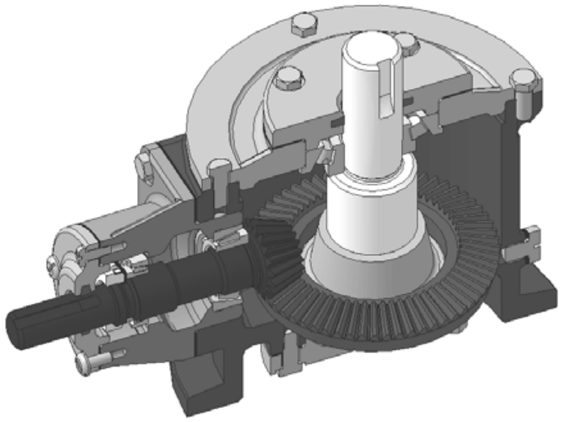


Рис. 201. Конический редуктор

Комбинированный редуктор – это совокупность нескольких конструктивных решений, включающая в себя разные виды передач, объединенных в одном корпусе. Комбинированный редуктор относится к ряду наиболее практичных редукторов. Он выгодно отличается от других типов редукторов хорошими эксплуатационными характеристиками, имеет небольшие габаритные размеры, а также относительно невысокую цену.

К редукторам комбинированного типа относят цилиндрочервячные редукторы (рис. 202), коническо-цилиндрические (рис. 203) и др.

Рис. 202. Цилиндрочервячный редуктор

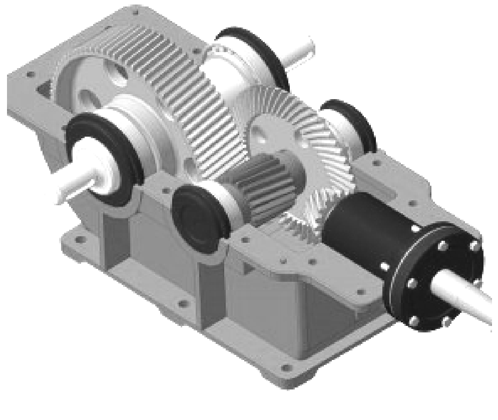


Рис. 203. Коническо-цилиндрический редуктор

Мотор-редуктор – это сложная конструкция, которая представляет собой систему, состоящую из двух элементов: двигателя и непосредственно редуктора. Применяются такие редукторы в тех механизмах, где не требуется чрезмерно точное позиционирование. Конструктивно в мотор-редукторе могут быть использованы червячные, цилиндрические или планетарные редукторы.

Так, например, червячный мотор-редуктор предполагает использование в своей конструкции червячной передачи (рис. 204). Такой мотор-редуктор обладает бесшумной работой и сравнительно небольшими размерами.

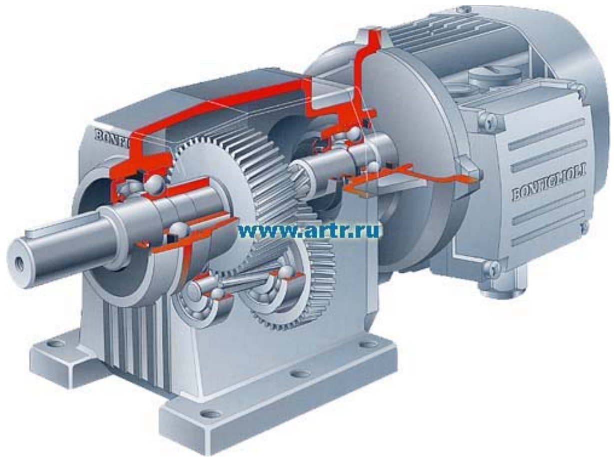


Рис. 204. Червячный мотор-редуктор

Методика выбора редуктора заключается в грамотном расчете основных параметров нагрузки и условий эксплуатации.

Технические характеристики описаны в каталогах, а выбор редуктора делается в несколько этапов:

1. Выбор редуктора по типу механической передачи. Конструктор определяет тип редуктора исходя из заданных задач и конструктивных особенностей будущего изделия. Закладываются такие параметры, как передаточное отношение, количество ступеней, расположение входного и выходного валов в пространстве.

2. Определение габарита (типоразмера) редуктора. Находится межосевое расстояние. Исходные данные на каждый тип редуктора можно найти в каталоге. Межосевое расстояние влияет на способность передачи момента от двигателя к нагрузке.

3. Определение консольных и осевых нагрузок на входной и выходной валы. Консольные и осевые нагрузки рассчитываются по уравнениям, а потом сравниваются со значениями в каталоге. В случае превышения расчетных нагрузок на какой-либо вал редуктор выбирается на типоразмер выше.

4. Измерение температурного режима, который определяется во время работы редуктора. Температура не должна превышать + 80 °C при длительной работе редуктора с действующей нагрузкой.

Выбор редуктора должен производить квалифицированный конструктор, так как неправильные расчеты могут привести к поломке редуктора или сопутствующего оборудования. Грамотный выбор редуктора поможет избежать дальнейших затрат на ремонт и покупку нового привода.

Определить габарит редуктора можно с помощью каталога, где указаны максимальные значения крутящего момента для каждого типоразмера. Момент действующей нагрузки на редуктор

$M_2 = (9550P_1 \cdot P_d)/n_2$,

где M_2 – выходной момент на валу редуктора, Н/м; P_1 – подводимая мощность на быстроходном валу редуктора, кВт; R_d – динамический КПД редуктора, %; n_2 – частота вращения тихоходного вала, с$^{-1}$.

Частота вращения тихоходного вала $n_2 = n_1/i$, где n_1 – частота вращения быстроходного вала, с$^{-1}$; n_2 – частота вращения тихоходного вала, с$^{-1}$; i – передаточное отношение редуктора.

Еще одним важным фактором, который следует учитывать при подборе редуктора, будет величина «*сервис фактор*» S_f

$S_f = M_{2\max}/M_2$,

где $M_{2\max}$ – максимально допустимый момент, указанный в каталоге; M_2 – номинальный момент на валу редуктора, который зависит от мощности двигателя.

Значение сервис фактора S_f связано с ресурсом редуктора и зависит от условий работы привода: при работе редуктора с нормальной нагрузкой, где число стартов не превышает 60 пусков в час, $S_f = 1$; при средней нагрузке, где число стартов не превышает 150 пусков в час, $S_f = 1{,}5$; при тяжелой ударной нагрузке с возможностью заклинивания вала редуктора $S_f = 2$ и более.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие требования предъявляют к деталям машин и механизмов?
2. В чём отличие критериев работоспособности и работы машины?
3. Что такое надёжность конструкции?
4. Для чего нужны проектный и проверочный расчёты?
5. Как отличаются зубчатые передачи?
6. Каково основное различие валов и осей?
7. Какие функции выполняют подшипники?
8. Как устроен и на чём основан принцип работы подшипника качения?
9. Как классифицируют подшипники качения?

10. Как устроен и на чём основан принцип работы подшипников скольжения?

11. Каковы основные достоинства подшипников скольжения?

12. Как устроены и на чём основан принцип работы магнитных подшипников (АМП)?

13. Как выбрать муфту по назначению?

14. Какова классификация сварных соединений?

15. Какие виды соединений деталей вы знаете?

16. Как определить действительный и номинальный размеры детали?

17. Что такое допуск и поле допуска?

18. Как определить вид посадки?

19. Каково назначение редукторов?

20. От чего зависит выбор типа редуктора?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебная дисциплина «Механика» рассматривает общетехнические вопросы структуры, кинематики и динамики механизмов современной техники. На лекционных занятиях изучаются теоретические основы дисциплины, а на лабораторных занятиях закрепляются полученные теоретические знания и приобретаются практические умения и навыки при решении задач. Учебное пособие построено по принципу последующего усложнения материала.

При освоении теоретического материала особое внимание следует обратить на формирование устойчивых знаний основных понятий дисциплины, без которых невозможны успешное изучение последующих тем и выполнение лабораторно-практических работ. В ходе изучения теоретического материала студенты должны усвоить методы поиска и оценки информации, этапы конструкторской и проектной деятельности, основные методы поиска оптимальных решений технических задач.

Это поможет им приобрести навыки творческой самостоятельности в рамках своей предметной области.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Цывильский, В. Л.* Теоретическая механика : учеб. для вузов / В. Л. Цывильский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 368 с. – ISBN 978-5-905554-48-3.

2. *Межецкий, Г. Д.* Сопротивление материалов : учеб. для вузов / Г. Д. Межецкий, Г. Г. Загребин, Н. Н. Решетник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Дашков и К°, 2016. – 432 с. – ISBN 978-5-394-01972-2.

3. *Варданян, Г. С.* Сопротивление материалов : учебник / Г. С. Варданян, Н. М. Атаров. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ИНФА, 2014. – 512 с. – ISBN 5-87829-014-6.

4. *Артоболевский, И. И.* Теория механизмов и машин : учеб. для втузов / И. И. Артоболевский. – 6-е изд., стер. – М. : Альянс, 2011. – 640 с. – ISBN 978-5-91872-001-1.

5. *Тимофеев, Г. А.* Теория механизмов и машин / Г. А. Тимофеев, С. А. Попов, А. К. Мусатов. – М. : Изд-во МГТУ, 2017. – 568 с. – ISBN 978-5-7038-4151-8.

6. *Чернилевский, Д. В.* Детали машин и основы конструирования : учеб. для вузов / Д. В. Чернилевский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 2012. – 656 с. – ISBN 5-217-03169-7.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Раздел 2. ОСНОВЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Раздел 3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное издание

БЕЛЯЕВ Борис Александрович

МЕХАНИКА

Учебное пособие

Редактор А. П. Володина
Технический редактор С. Ш. Абдуллаева
Корректор Н. В. Пустовойтова
Компьютерная верстка Е. А. Кузьминой
Выпускающий редактор А. А. Амирсейидова

Подписано в печать 03.10.19.
Формат 60х84/16. Усл. печ. л. 10,70. Тираж 50 экз.
Заказ
Издательство
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.