

Министерство образования Российской Федерации  
Владимирский государственный университет

А.М. БУРЛАКОВА    А.В. КАБАНОВ  
Н.А. МАЛОВА        И.А. ЧЕРНОУСОВА

# РАСЧЕТЫ НА СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ, ДИНАМИЧЕСКИЕ И ЦИКЛИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

Практикум

Часть 2

Под редакцией профессора А.В. Тимохина

Владимир 2002

УДК 559.3/8(07)

P24

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент,  
зав. кафедрой технико-технологических дисциплин  
Владимирского государственного педагогического университета  
*Л.Н. Шарыгин*

Кандидат технических наук,  
генеральный директор ООО "РИК" г. Владимира  
*А.В. Поляков*

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Владимирского государственного университета

**P24 Расчет** на сложное сопротивление, динамические и циклические нагрузки: Практикум: В 2 ч. / А.М. Бурлакова, А.В. Кабанов, Н.А. Малова, И.А. Черноусова; Под ред. А.В. Тимохина; Владим. гос. ун-т; Владимир, 2002. Ч. 2. 64 с.  
ISBN

Содержит задания по основным разделам курса "Сопротивление материалов" и методику их выполнения. Способствует усвоению основных теоретических положений курса и методики расчета типовых элементов конструкций на прочность и жесткость.

Часть I, изданная в 2001 году, содержит задания по следующим темам: геометрические характеристики плоских сечений, метод сечений, эпюры внутренних силовых факторов, растяжение и сжатие, кручение, прямой изгиб, основы теории напряженного и деформированного состояния.

Предназначен для студентов дневной и вечерней форм обучения по специальностям, связанным с машиностроением, приборостроением, автотранспортом.

Табл. 20. Ил. 27. Библиогр.: 3 назв.

УДК 559.3/8(07)

ISBN

© Владимирский государственный университет, 2002

## **ВВЕДЕНИЕ**

Практикум предназначен для студентов машиностроительных и приборостроительных специальностей, содержит задания и примеры решения задач по темам, которые играют важную роль в формировании инженера любой машиностроительной и приборостроительной специальности:

- сложное сопротивление;
- статически неопределимые системы;
- динамические задачи в сопротивлении материалов,
- сопротивление усталости,
- устойчивость сжатых стержней.

В практикуме приводится справочно-информационный материал, который позволяет самостоятельно изучить студентом данные темы, а также выполнить сложные расчеты с минимальными затратами времени.

Задания для курсовых и расчетно-проектировочных работ являются индивидуальными. Расчетные схемы и числовые значения выбираются каждым студентом по варианту (шифру), который выдается преподавателем. Номер варианта состоит из четырех цифр. Каждая цифра соответствует номеру строки в первой графе (столбце) указанной в условии задачи таблицы. В графах I, II, III, IV находятся данные соответственно первой (I), второй (II), третьей (III), четвертой (IV) цифре номера варианта, считая слева-направо.

Общие требования к выполнению курсовых и расчетно-проектировочных работ приведены в первой части практикума.

## Задание 7

### СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

**Цель работы** – развитие навыков самостоятельного расчета на прочность стержней при косом изгибе, изгибе с кручением, внецентренном сжатии.

**Задача № 1.** В соответствии с шифром выбрать расчетную схему, нагрузки и размеры поперечного сечения (табл. 1, рис. 1). Тип сечения взять по указанию преподавателя. Требуется:

- построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в двух плоскостях и определить опасные сечения;
- из условия прочности по нормальным напряжениям определить параметр "с" поперечного сечения, приняв допустимое напряжение  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ;
- вычертить эпюру распределения нормальных напряжений в опасном сечении.

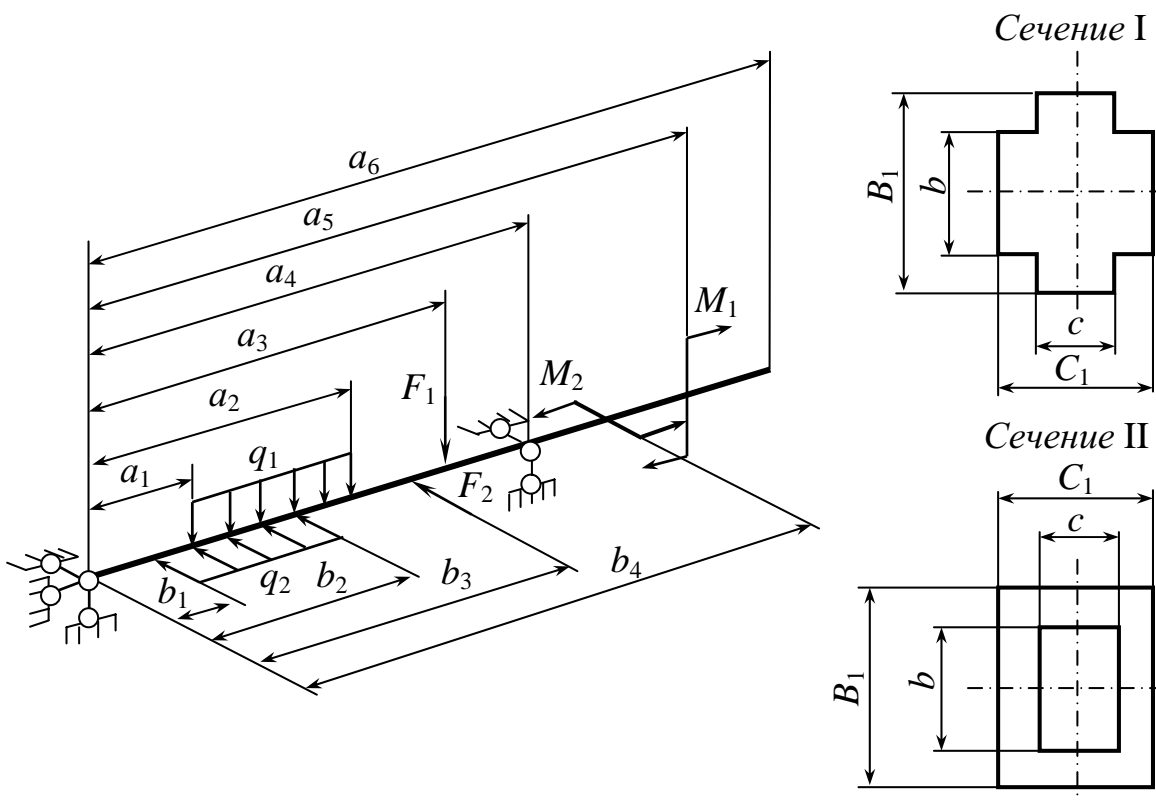


Рис. 1



### **Указания к выполнению задачи № 1**

При одновременном действии нагрузки в двух главных плоскостях балка испытывает деформацию косоугольного изгиба.

Нормальное напряжение в произвольной точке сечения, имеющей координаты  $y$  и  $z$ , определяется суммой напряжений, вызванных изгибающими моментами  $M_z$  и  $M_y$ :

$$\sigma = \pm \sigma_{M_z} \pm \sigma_{M_y}, \quad \sigma = \pm \left| \frac{M_z}{J_z} y \right| \pm \left| \frac{M_y}{J_y} z \right|.$$

Знаки напряжений  $\sigma_{M_z}$  и  $\sigma_{M_y}$  зависят от того – растяжение или сжатие вызывают соответствующие моменты в этой точке (растягивающие напряжения положительны, сжимающие отрицательны).

$$\text{Условие прочности при косом изгибе: } \sigma_{\max} = \frac{M_z}{J_z} y + \frac{M_y}{J_y} z \leq [\sigma].$$

Расчет на прочность сводится к установлению опасного сечения и определению в нем максимального напряжения, которое возникает в опасной точке.

### **Порядок расчета**

1. Вычислить главные моменты инерции сечения  $J_z$  и  $J_y$  в долях "с".
2. Построить эпюры  $Q_y$ ,  $M_z$  и  $Q_z$ ,  $M_y$  от заданной нагрузки в плоскостях  $yx$  и  $zx$  соответственно.
3. В каждой плоскости найти опасное сечение по максимальному моменту. Если максимальные моменты в горизонтальной и вертикальной плоскостях не совпадают, то необходимо рассчитать два сечения: первое сечение – с максимальным моментом в вертикальной плоскости и соответствующим ему моментом в горизонтальной плоскости; второе сечение – с максимальным моментом в горизонтальной плоскости и соответствующим ему моментом в вертикальной плоскости.
4. Вычертить в масштабе поперечное сечение балки и провести нулевую линию для каждого опасного сечения. При этом необходимо учитывать, что нулевая линия (линия, где напряжения в сечении равны нулю) проходит через те четверти координат, в которых изгибающие моменты  $M_z$  и  $M_y$  вызывают напряжения противоположных знаков. Угол наклона нуле-

вой линии к оси  $z$  вычислить по формуле:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{J_z}{J_y} \cdot \frac{M_y}{M_z}.$$

5. Определить опасные точки сечения как наиболее удаленные от нулевой линии. При этом опасные точки окажутся в тех четвертях координат сечения, где изгибающие моменты  $M_y$  и  $M_z$  вызывают напряжения одного знака, т.е. в зоне растяжения и в зоне сжатия.

6. Записать выражения максимальных напряжений и по наибольшему определить размер поперечного сечения "с" из условия прочности.

7. Построить эпюру нормальных напряжений в опасном сечении (размерность нормальных напряжений принимается в мегапаскалях).

**Задача № 2.** Для заданной пространственной стержневой системы требуется:

- построить эпюры внутренних силовых факторов;
- определить диаметр круглого поперечного сечения стержня, используя третью или четвертую гипотезу прочности.

При расчетах принять  $[\sigma] = 160$  МПа.

Схема стержневой системы должна быть вписана в параллелепипед (рис. 2) согласно данным, взятым из табл. 2 по номеру своего варианта. Схему приложенной нагрузки выбрать из табл. 2, рис. 3. Все стержни соединены под углом  $90^\circ$ .

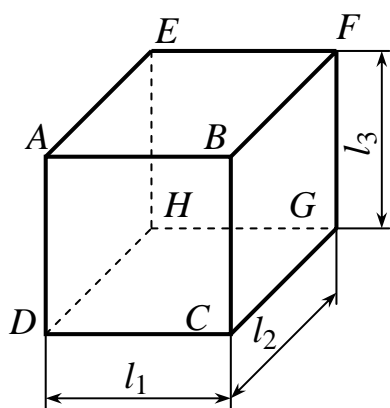


Рис. 2

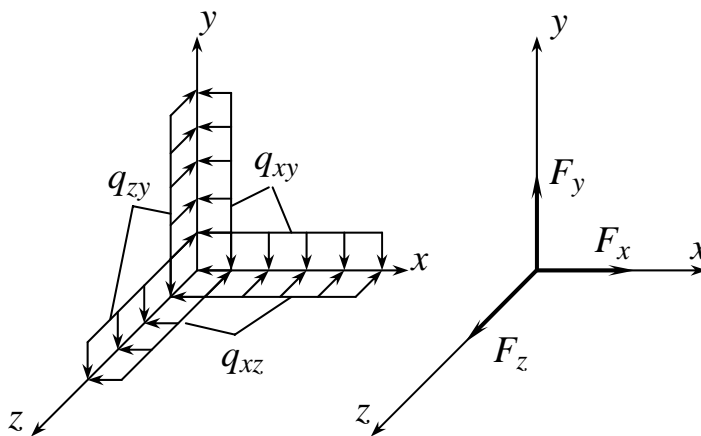


Рис. 3

*Таблица*



## Порядок расчета

1. Построить эпюры внутренних силовых факторов:  $N_x$ ,  $Q_y$ ;  $Q_z$ ,  $M_y$ ;  $M_z$ ,  $M_x$ . Причем эпюры  $Q_y$  и  $Q_z$ , а также эпюры  $M_y$  и  $M_z$  объединить на одной ломаной оси. При построении эпюр методом сечений целесообразней начинать от свободных концов стержней по направлению к заделке. Ось  $x$  должна быть направлена вдоль рассматриваемого стержня.

Также при построении эпюр можно использовать метод проекций.

2. По построенным эпюрам  $M_y$ ,  $M_z$ ,  $M_x$  выбрать опасное сечение по наибольшему эквивалентному моменту.

$$\text{По III гипотезе прочности: } M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

$$\text{По IV гипотезе прочности: } M_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{0,75M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

3. Определить диаметр круглого поперечного сечения стержня из условия прочности:

$$\sigma_{\text{max}}^{\text{экв}} \leq [\sigma],$$

где

$$\sigma_{\text{max}}^{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_{\text{изг}}}, \quad W_{\text{изг}} = \frac{\pi d^3}{32}.$$

**Задача № 3.** На вал (рис. 14) диаметром  $d$  насажены два шкива диаметрами  $D_1$  и  $D_2$ , передающие мощность  $N$  и совершающие  $n$  оборотов в минуту. На шкивы действуют приводные усилия: ведущей ветви –  $T_i$ ; ведомой ветви –  $t_i$ , причем  $T_i = 2t_i$ , где  $i = 1, 2$ . Угол наклона ремней к горизонтальной оси соответственно  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Требуется:

- определить силы натяжения ремней;
- построить эпюры внутренних силовых факторов, возникающих в сечениях вала;
- найти опасное сечение;
- определить диаметр вала из расчета на прочность по III или IV гипотезе прочности.

Принять  $[\sigma] = 160$  МПа.

Схему вала, размеры шкивов, их передаточную мощность, скорость вращения и углы наклона приводных усилий выбрать по своему варианту из табл. 3.

Таблица

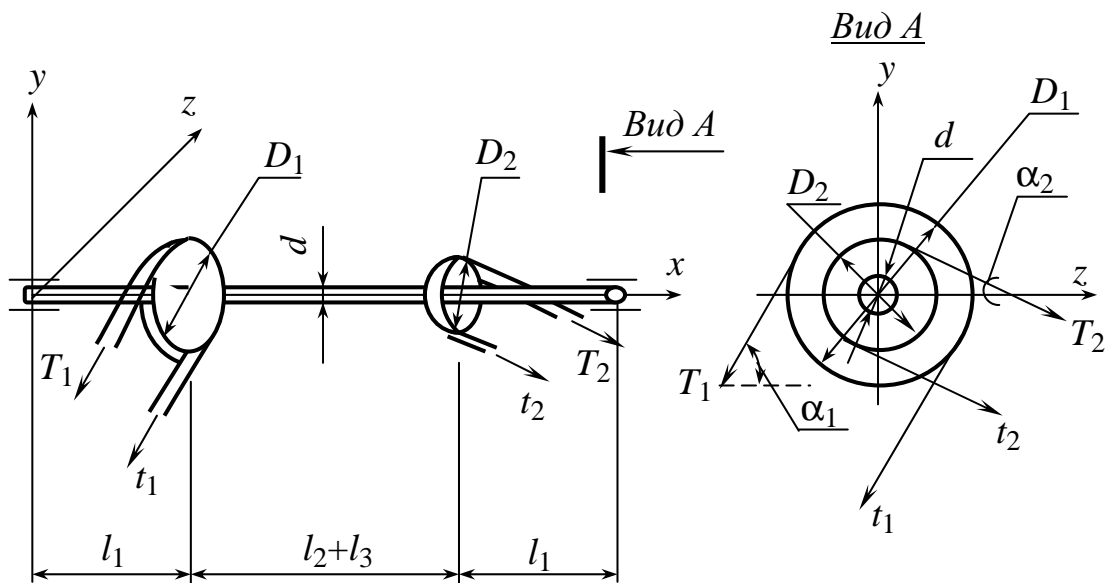


Рис. 14

### Указания к выполнению задачи № 3

1. Определить величину скручивающих моментов, передающихся со шкивов на вал:  $M_i = \frac{N}{\omega}$ , где  $\omega = \frac{\pi n}{30}$  - угловая скорость вала.
2. Определить силы натяжения ремней, выразив их через полученные значения крутящих моментов:

$$M_{xi} = T_i \frac{D_i}{2} - t_i \frac{D_i}{2}.$$

3. Составить расчетную схему вала. Для этого силы натяжения привести к оси вала, разложив их на составляющие по осям  $y$  и  $z$ .
4. Построить эпюры внутренних силовых факторов:  $M_x$ ;  $Q_y$  и  $M_z$ ;  $Q_z$  и  $M_y$ .
5. Найти опасное сечение по наибольшему эквивалентному моменту, вычисленному по III или по IV гипотезе прочности, и определить диаметр вала из расчета на прочность (см. п. п. 2 и 3 указаний к задаче № 2).

**Задача № 4.** Для внецентренно сжатого стержня (рис. 15), изготовленного из материала, неодинаково работающего на растяжение и сжатие, требуется:

- построить эпюры продольной силы и изгибающих моментов в главных плоскостях;

- определить положение нейтральной (нулевой) линии в поперечном сечении стержня;

- определить размер  $a$  и габаритные размеры  $b$  и  $c$  поперечного сечения стержня из условий прочности для нормальных растягивающих и сжимающих напряжений;

- построить ядро сечения.

Схему нагруженного силой  $F$  стержня, форму сечения (рис. 16) и другие данные, необходимые для расчета, выбрать согласно варианту из табл. 4.

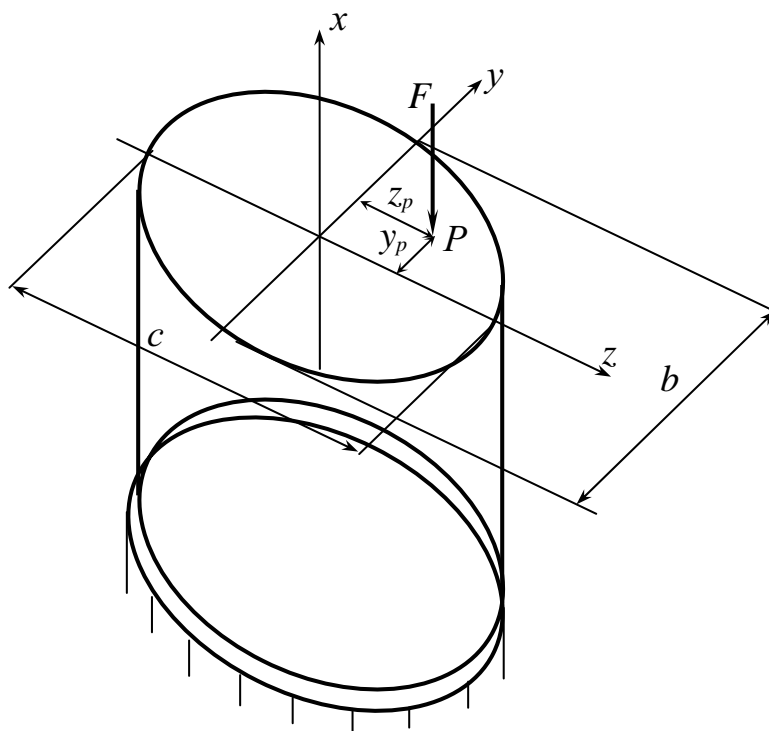


Рис. 15

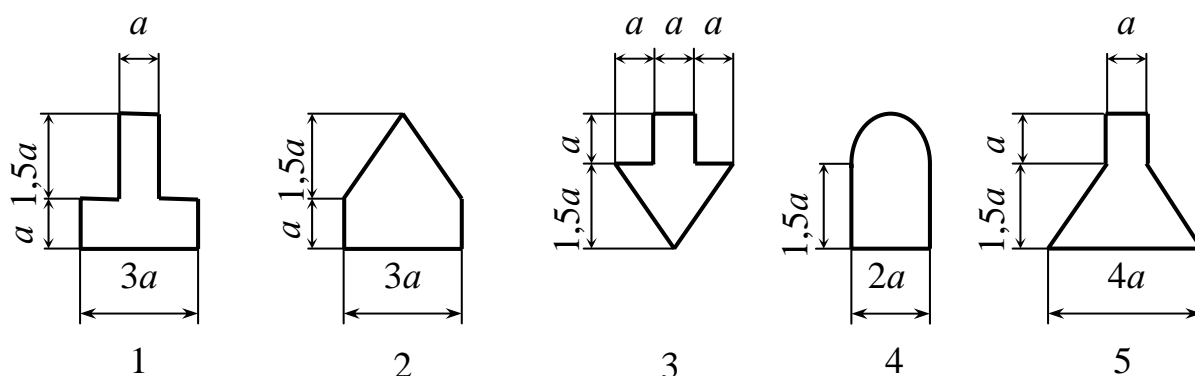


Рис.16

Таблица 4

№ п/п	I	II		III	IV		
	$F$ , кН	Номер сечения	$z_p/c$	$y_p/b$	Материал	$[\sigma_p]$ , МПа	$[\sigma_c]$ , МПа
1	100	1	0,1	-0,1	дерево	7	14
2	200	2	0,2	-0,2	бетон	1	8
3	360	3	0,3	-0,3	чугун	40	120
4	400	4	0,4	-0,4	дерево	8	12
5	500	5	0,5	-0,5	бетон	0,8	10
6	600	1	-0,15	0,15	чугун	60	140
7	480	2	-0,25	0,25	дерево	7	10
8	240	3	-0,35	0,35	бетон	0,7	9
9	700	4	-0,45	0,45	чугун	80	150
0	280	5	-0,55	0,55	дерево	9	12

#### Указания к выполнению задачи № 4

1. Выполнить эскиз поперечного сечения в условном масштабе, найти положение центра тяжести сечения, построить главные центральные оси сечения  $z$ ,  $y$  и определить главные центральные моменты инерции  $J_z$ ,  $J_y$ . Найти главные радиусы инерции сечения  $i_y^2 = \frac{J_y}{A}$ ,  $i_z^2 = \frac{J_z}{A}$ , где  $A$  – площадь сечения. Все величины выразить через размер  $a$ .

2. Изобразить стержень с заданной формой поперечного сечения и силой  $F$ , приложенной в точке  $P$ , координаты которой  $z_p$ ,  $y_p$  взять из табл. 4, выразив их через размер  $a$ .

3. Найти продольную силу и изгибающие моменты в главных плоскостях в произвольном поперечном сечении:

$$N = -F; M_z = -Fy_p; M_y = -Fz_p.$$

Построить соответствующие эпюры.

4. Определить положение нейтральной линии в поперечном сечении через отрезки  $y_H$ ,  $z_H$ , отсекаемые нейтральной линией на главных центральных осях  $z$ ,  $y$  сечения:

$$y_H = -\frac{i_z^2}{y_p}; z_H = -\frac{i_y^2}{z_p}.$$

Через точки с координатами  $(0, y_H)$ ,  $(z_H, 0)$  провести нейтральную

линию. Определить знаки нормальных напряжений по обе стороны от нейтральной линии, т.е. выделить зону растяжения и зону сжатия в поперечном сечении.

Найти опасные точки в зоне растяжения и в зоне сжатия как наиболее удаленные от нейтральной линии, найти координаты этих точек

- в зоне растяжения -  $y_{раст}$ ,  $z_{раст}$ ,

- в зоне сжатия -  $y_{сж}$ ,  $z_{сж}$ .

Выразить эти координаты через размер  $a$ .

5. Составить условия прочности для наибольших растягивающих и сжимающих нормальных напряжений в опасных точках:

$$\sigma_{\max раст} = -\frac{F}{A} + \frac{M_z}{J_z} y_{раст} + \frac{M_y}{J_y} z_{раст} \leq [\sigma_p], \quad (1)$$

$$|\sigma_{\max сж}| = \left| -\frac{F}{A} - \frac{M_z}{J_z} y_{сж} - \frac{M_y}{J_y} z_{сж} \right| \leq [\sigma_{сж}]. \quad (2)$$

Из каждого условия прочности (1), (2) определить искомый размер поперечного сечения  $a$ :

- из условия (1) -  $a_{раст}$ ,

- из условия (2) -  $a_{сж}$ .

Из двух полученных значений  $a_{раст}$ ,  $a_{сж}$  окончательно взять наибольшее. Это и будет искомый размер  $a$ , при котором выполняются оба условия прочности (1), (2). Найти габаритные размеры сечения  $b$  и  $c$ . Построить эпюру нормальных напряжений в поперечном сечении.

6. Для построения ядра сечения вычертить эскиз поперечного сечения в масштабе. Затем последовательно провести несколько нейтральных линий, совпадающих со сторонами сечения, а также касающихся его выступающих точек. Для каждого положения нейтральной линии определить координаты точки  $P$ , принадлежащей контуру ядра сечения, по формулам:

$$y_p = -\frac{i_z^2}{y_H}; \quad z_p = -\frac{i_y^2}{z_H}.$$

Построить ядро сечения, соединив полученные точки отрезками прямых. При построении необходимо следить за тем, чтобы совокупность положений нейтральных линий образовала фигуру, полностью заключившую в себя поперечное сечение, не пересекая его.

## Задание 8

### СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ

**Цель работы:** Освоение методики расчета статически неопределимых стержневых систем методом сил.

**Задача № 1.** Для заданной статически неопределимой балки требуется:

- раскрыть статическую неопределимость;
- построить эпюру изгибающих моментов (с помощью уравнения трех моментов);
- по эпюре моментов построить эпюру поперечных сил;
- выполнить деформационную проверку;
- определить из условия прочности по нормальным напряжениям номер двутавра балки.

Схему балки в соответствии с номером варианта выбрать по рис. 17 или 18 (по указанию преподавателя), расчетные данные – из табл. 5.

При расчете принять  $[\sigma] = 160$  МПа.

Таблица 5

№ п/п	I	II			III		IV		
	Номер схемы	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_3, \text{ м}$	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$q, \text{ кН/м}$	$F, \text{ кН}$	$M, \text{ кН·м}$
1	1	2,0	1,8	1,4	0,4	0,6	10	12	15
2	2	1,8	1,5	2,0	0,6	0,5	15	20	10
3	3	1,9	1,2	1,8	0,5	0,4	20	25	20
4	4	2,0	1,4	1,5	0,7	0,8	12	28	16
5	5	2,1	1,6	1,2	1,0	0,3	16	18	14
6	6	2,2	1,5	1,6	0,8	0,5	18	24	18
7	7	1,8	1,4	1,2	0,6	0,4	14	16	20
8	8	2,0	1,8	1,4	0,9	0,3	20	15	22
9	9	2,4	1,5	1,3	0,5	0,6	15	26	16
0	10	2,1	1,4	1,8	0,8	0,4	18	24	18

#### Указания к выполнению задачи № 1

1. Выявить степень статической неопределимости.
2. Образовать основную и эквивалентную системы.
3. Записать уравнение трех моментов вида:

$$M_{n-1} + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l_{n+1} = -6 \cdot \left( \frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right),$$

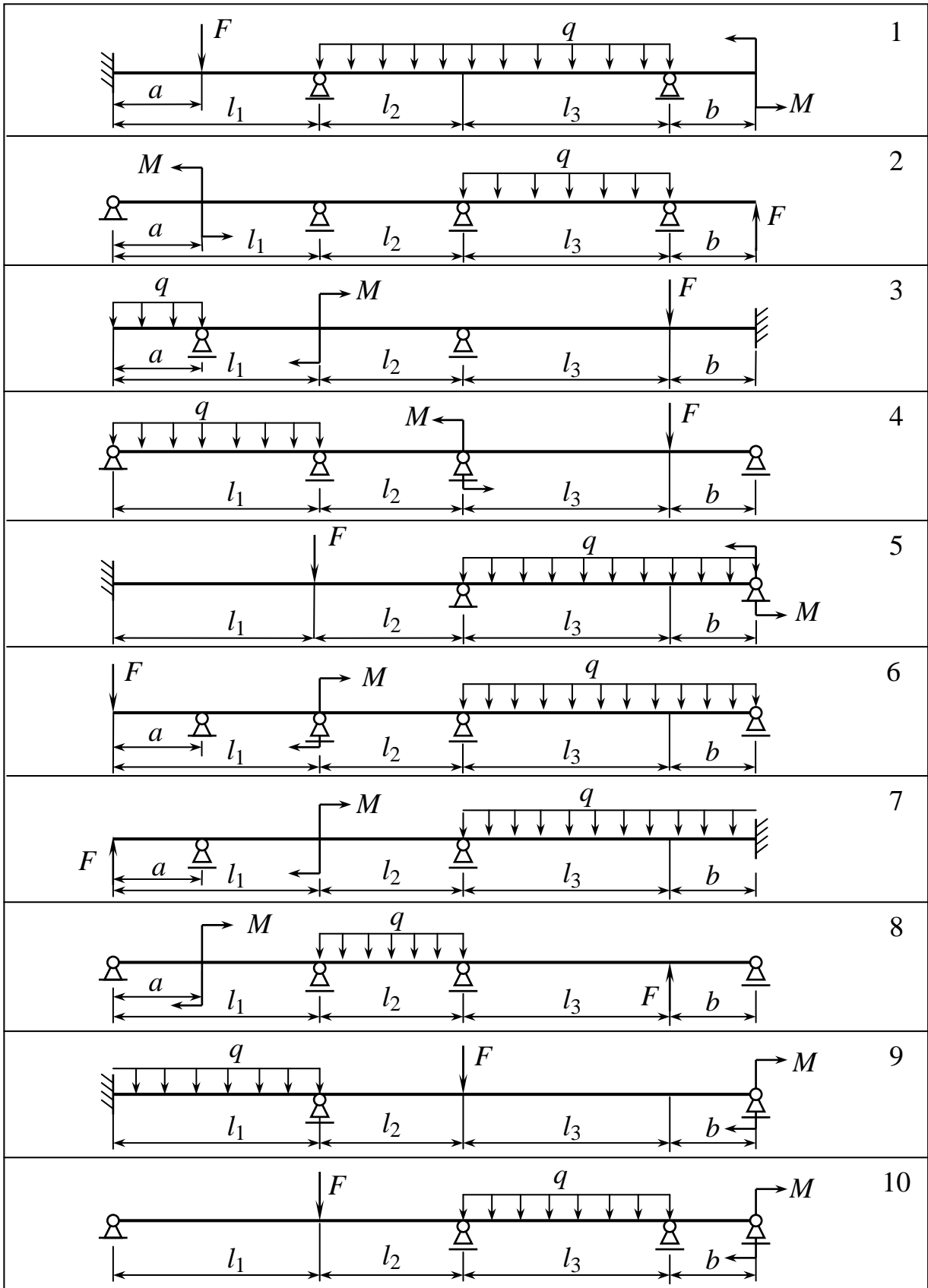


Рис. 17



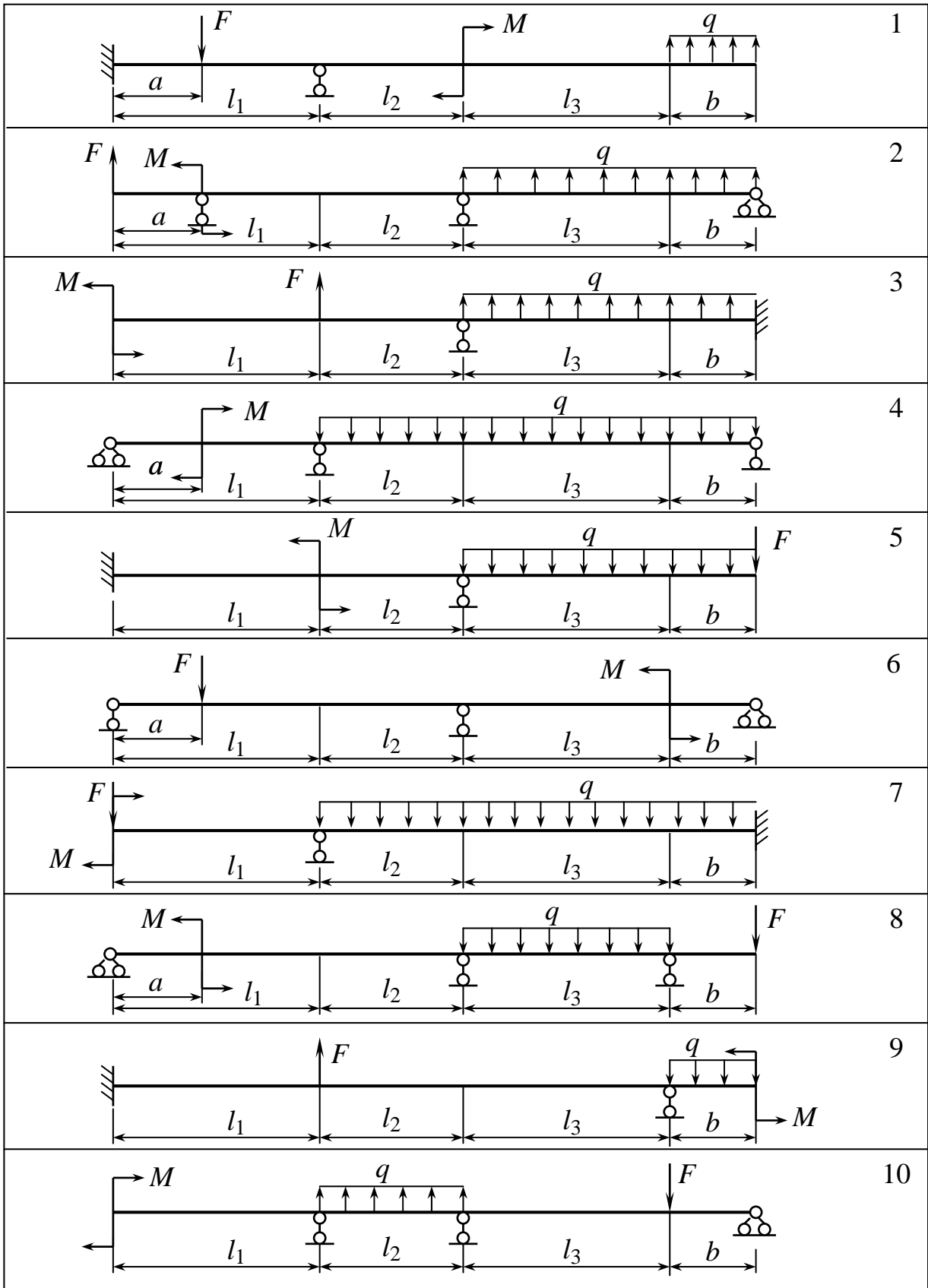


Рис. 18

где  $M_{n-1}, M_n, M_{n+1}$  - моменты в соответствующих опорах,  $n = 1, 2, \dots$  - номер опоры;

$l_n, l_{n+1}$  - длины соответствующих пролетов;

$\omega_n, \omega_{n+1}$  - площади эпюр изгибающих моментов от действия заданных нагрузок на отдельно взятых пролетах  $n$  и  $n + 1$ ;

$a_n, b_{n+1}$  - расстояния от центра тяжести до левой и правой опор соответствующих пролетов.

Число уравнений моментов равно степени статической неопределимости системы.

4. Решить систему уравнений, определить неизвестные опорные моменты и построить эпюру опорных моментов  $M_{on}$ .

5. Построить действительную эпюру изгибающих моментов, алгебраически суммируя эпюры изгибающих моментов от пролетной нагрузки  $M_{np}$  и опорных моментов  $M_{on}$ :

$$M = M_{np} + M_{on}.$$

6. По действительной эпюре  $M$ , разбив ее на характерные участки, построить эпюру поперечных сил. Поперечную силу на участке рассчитать по формуле:

- при линейной зависимости  $M$ :

$$Q_{уч} = \frac{(M_{прав} - M_{лев})}{l_{уч}},$$

- при параболической зависимости  $M$ :

$$Q_{прав, лев} = \frac{(M_{прав} - M_{лев})}{l_{уч}} \pm \frac{ql}{2}.$$

На основании эпюры поперечных сил окончательно установить очертания эпюры действительных изгибающих моментов.

7. По эпюре поперечных сил определить все опорные реакции и выполнить статическую проверку  $\sum Y = 0, \sum M = 0$ .

8. В заданной системе выполнить деформационную проверку. Для этого необходимо убрать одну простую связь, заменив ее единичной силой. Построить единичную эпюру и доказать, что суммарное перемещение в заданном направлении равно нулю.

9. Определить поперечное сечение балки из условия прочности опасного сечения, где возникает наибольший изгибающий момент  $M_{\max}$  :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma], \text{ отсюда } W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}.$$

По данному значению момента сопротивления поперечного сечения балки  $W_z$  подбирается номер стандартного двутаврового профиля.

**Задача № 2.** Для заданной статически неопределимой рамы требуется:

- раскрыть статическую неопределимость;
- построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил;
- из условия прочности по нормальным напряжениям определить диаметр круглого поперечного сечения.

Схему рамы выбрать в соответствии с номером варианта по рис. 19 или рис. 20 (по указанию преподавателя), заданную нагрузку и другие данные - из табл. 6. Жесткость всех элементов рамы считать одинаковой, допускаемые напряжения  $[\sigma] = 160$  МПа.

Таблица 6

Номер строки	I	II	III		IV		
	Номер схемы	$h$ , м	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$q$ , кН/м	$F$ , кН	$M$ , кН·м
1	1	2,0	1,0	1,0	8	10	10
2	2	2,4	1,2	1,8	10	8	12
3	3	1,8	1,4	1,4	6	9	8
4	4	1,6	1,0	1,5	4	12	4
5	5	2,8	1,5	1,0	12	6	6
6	6	3,0	1,6	1,4	5	5	7
7	7	2,2	2,0	2,0	10	4	9
8	8	2,6	1,0	1,8	8	8	10
9	9	2,5	1,6	1,6	6	6	5
0	10	2,0	2,0	1,4	9	10	8

**Указания к выполнению задачи № 2**

1. Выявить степень статической неопределимости.
2. Образовать основную и эквивалентную системы.

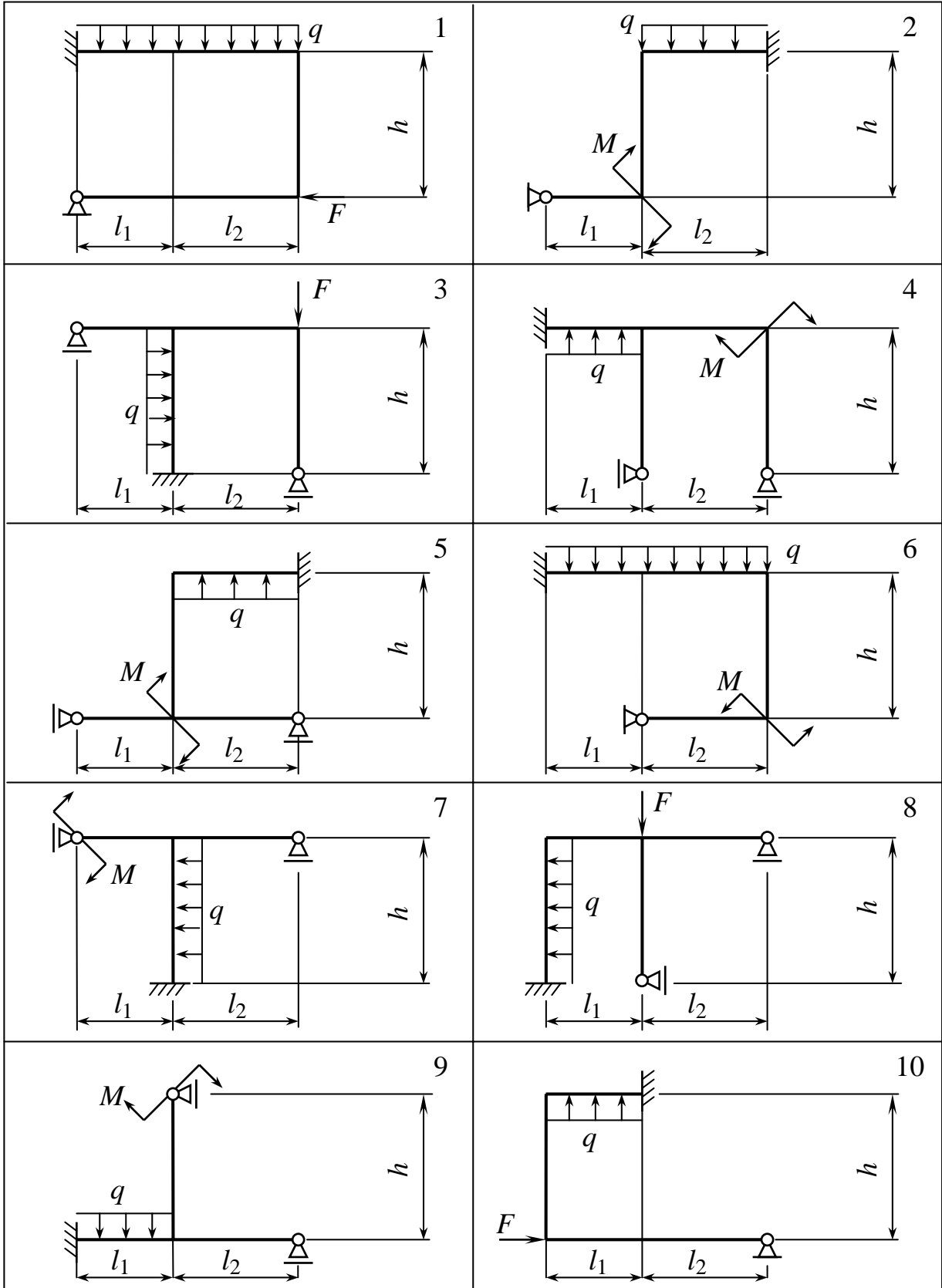


Рис. 19

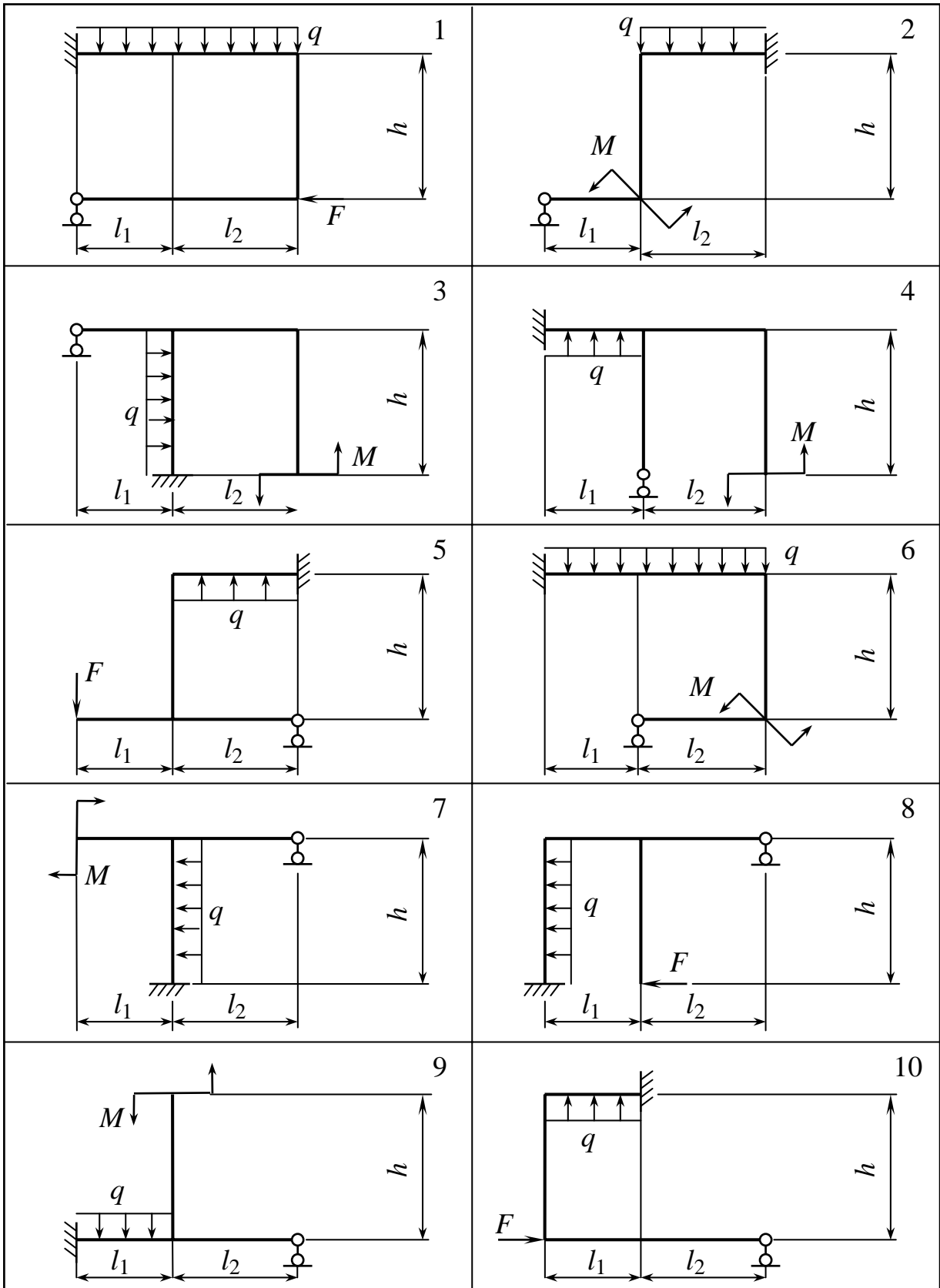


Рис. 20

3. Записать систему канонических уравнений метода сил:

$$\text{а) } \begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0,$$

где  $X_i$  - неизвестные реакции отброшенных связей;

$\delta_{ij}$  - перемещения по направлению  $j$ -й реакции отброшенных связей под действием  $i$ -й единичной силы;

$\Delta_{iF}$  - перемещение от заданной внешней нагрузки по направлению  $i$ -й отброшенной связи.

4. В основной системе последовательно построить:

- эпюру изгибающих моментов  $M_F$ , приложив внешнюю нагрузку;
- эпюры единичных моментов  $\bar{M}_1$  от  $\bar{X}_1 = 1$  и  $\bar{M}_2$  от  $\bar{X}_2 = 1$  (в случае "б" только  $\bar{M}_1$  от  $X_1 = 1$ ).

5. Вычислить коэффициенты и свободные члены канонических уравнений (рис. 19):

$$\delta_{11} = \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1}{EJ}; \quad \delta_{12} = \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2}{EJ}; \quad \delta_{22} = \frac{\bar{M}_2 \cdot \bar{M}_2}{EJ};$$

$$\Delta_{1F} = \frac{M_F \cdot \bar{M}_1}{EJ}; \quad \Delta_{2F} = \frac{M_F \cdot \bar{M}_2}{EJ},$$

(рис. 20):

$$\delta_{11} = \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1}{EJ}; \quad \Delta_{1F} = \frac{M_F \cdot \bar{M}_1}{EJ}.$$

6. Решить систему канонических уравнений и вычислить: а)  $X_1$  и  $X_2$ , б)  $X_1$ .

7. После определения неизвестных реакций заданная статически неопределимая система может рассматриваться как статически определимая, для которой следует построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил. Эпюра моментов строится как сумма:

$$\text{а) } M = M_F + \bar{M}_1 \cdot X_1 + \bar{M}_2 \cdot X_2$$

$$\text{б) } M = M_F + \bar{M}_1 \cdot X_1.$$

Эпюра  $Q$  строится по эпюре  $M$  (см. п. 6 указаний к задаче № 1).

8. Выполнить деформационную проверку, доказав, что перемещения в направлении  $X_1$  и  $X_2$  равны нулю:

$$\text{а) } \Delta = \frac{(M_F \cdot \bar{M}_S)}{EJ} = 0, \text{ где } \bar{M}_S = \bar{M}_1 + \bar{M}_2,$$

$$\text{б) } \Delta = \frac{(M_F \cdot \bar{M}_1)}{EJ} = 0.$$

9. Из условия прочности определить диаметр круглого поперечного сечения стержневой системы:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma],$$

где  $M_{\max}$  - максимальный изгибающий момент, взятый из эпюры моментов заданной системы,  $W_z = \frac{\pi d^3}{32}$  - осевой момент сопротивления.

## Задание 9

### РАСЧЕТ НА УСТОЙЧИВОСТЬ, НА ДИНАМИЧЕСКИЕ И ЦИКЛИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

**Цель работы** – определение размеров поперечного сечения тонких стержней при действии сжимающих усилий; определение размеров поперечных сечений балок при действии ударной нагрузки; определение общего коэффициента запаса прочности вала при действии повторно-переменных нагрузок.

**Задача № 1.** Длинный тонкий стержень длиной  $l$  нагружен сжимающей силой  $F$ , условия закрепления стержня  $\mu$ . (при шарнирном закреплении обоих концов стержня  $\mu = 1$ ; если один конец стержня жестко закреплен, а другой свободен,  $\mu = 2$ ; если оба конца жестко закреплены,  $\mu = 0,5$ ; если один конец жестко закреплен, а второй шарнирно оперт,  $\mu = 0,7$ ). Требуется определить размеры поперечного сечения стержня.

Значения  $l$ ,  $F$ ,  $\mu$ , а также форму поперечного сечения и материал стержня взять из табл. 7 по номеру варианта.

При расчете пользоваться коэффициентом снижения основного допускаемого напряжения на сжатие.

Таблица 7

Номер строки	I	II	III	IV		
	$l, \text{ м}$	$\mu$	$F, \text{ кН}$	Форма поперечного сечения	Материал	Допускаемое напряжение $[\sigma], \text{ МПа}$
1	3,1	0,5	200	Двутавр	Сталь	160
2	3,2	0,7	250	Швеллер	Сталь	160
3	3,3	1,0	300	Неравнобокий уголок	Сталь	160
4	3,4	2,0	350	Равнобокий уголок	Сталь	160
5	3,5	0,5	400	Квадрат	Сосна	10
6	3,6	0,7	450	Круг	Сосна	10
7	3,7	1,0	500	Двутавр	Сталь	160
8	3,8	2,0	550	Швеллер	Сталь	160
9	3,9	0,5	600	Неравнобокий уголок	Сталь	160
0	4,0	0,7	650	Равнобокий уголок	Сталь	160

### Указания к выполнению задачи № 1

Для центрально-сжатых стержней, кроме условия прочности, должно удовлетворяться условие устойчивости, которое можно выразить неравенством

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_y, \quad (3)$$

где  $[\sigma]_y$  - допускаемое напряжение при расчете на устойчивость.

Допускаемое напряжение  $[\sigma]_y$  при расчете на устойчивость назначается с запасом по отношению к критическому напряжению и выражается

формулой  $[\sigma]_y = \frac{\sigma_{кр}}{n_y}$ , где  $n_y$  – коэффициент запаса устойчивости, значение

которого принимаются в зависимости от ряда факторов (материал стержня, гибкость, степень ответственности конструкции и др.). Коэффициент запаса на устойчивость всегда принимается больше основного коэффициента запаса на прочность ( $n_y > n$ ). Это делается потому, что для центрально-сжатых стержней ряд обстоятельств, неизбежных на практике



(начальная кривизна, эксцентриситет приложения нагрузки, неоднородность механических свойств по длине стержня и др.), способствуют продольному изгибу. Допускаемое напряжение на устойчивость  $[\sigma]_y$  и допускаемое напряжение на сжатие  $[\sigma]_c$  взаимно связаны  $[\sigma]_y = \varphi[\sigma]_c$ , где  $\varphi$  – коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения, его значение находится в пределах от нуля до единицы. Значения коэффициента  $\varphi$  для сталей, чугуна и дерева приведены в табл. 8.

Таблица 8

Гибкость	Коэффициент $\varphi$			
	Ст.2, Ст.3, Ст.4	Ст.5	Чугун	Дерево
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,31
110	0,52	0,43	—	0,25
120	0,45	0,36	—	0,22
130	0,40	0,33	—	0,18
140	0,36	0,29	—	0,16
150	0,32	0,26	—	0,14
160	0,29	0,24	—	0,12
170	0,26	0,21	—	0,11
180	0,23	0,19	—	0,10
190	0,21	0,17	—	0,09
200	0,19	0,17	—	0,08

Условие устойчивости (3) после замены  $[\sigma]_y$  через  $[\sigma]_c$  принимает вид  $\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi[\sigma]_c$ .

Тогда 
$$A \geq \frac{F}{\varphi[\sigma]_c}. \quad (4)$$

Кроме условия устойчивости, сжатые стержни должны удовлетворять условию прочности  $\sigma_s = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_c$ .

В расчетной формуле на устойчивость (4) имеются две неизвестные величины – коэффициент  $\varphi$  и искомая площадь поперечного сечения  $A$ . Поэтому при проектировочном расчете приходится пользоваться методом последовательных приближений, варьируя величину коэффициента  $\varphi$ . Обычно в первой попытке принимают  $\varphi_1 = 0,5$ , последовательно определяют:

1. Допускаемое напряжение на устойчивость  $[\sigma]_y = \varphi[\sigma]_c$ .

2. Площадь поперечного сечения  $A = \frac{F}{[\sigma]_y}$ , что дает возможность

при заданной форме поперечного сечения определить минимальное значение осевого момента инерции  $J_{\min}$ .

3. Минимальный радиус инерции  $i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$ .

4. Гибкость стержня  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$ .

Для полученной гибкости стержня по табл. 8 определяется соответствующее значение  $\varphi'_1$ . Если  $\varphi'_1$  значительно (более 5 %) отличается от  $\varphi_1$ , то следует сделать повторный расчет, приняв новое значение коэффициента снижения основного допускаемого напряжения как среднеарифметическое между  $\varphi_1$  и  $\varphi'_1$ . Тогда  $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2}$ . При необходимости попытки

проводят до установления неравенства  $\frac{\varphi_n - \varphi'_n}{\varphi_n} \leq 0,05$ .

**Пример 1.** Подобрать по сортаменту двутавровое поперечное сечение стержня длиной 4 м, находящегося под действием центральной сжимающей силы 200 кН. Оба конца заземлены. Материал – ст. 3. Основное допускаемое напряжение на сжатие  $[\sigma]_c = 160$  МПа.

### *Решение*

**Первая попытка:**

1. Принимаем  $\varphi_1 = 0,5$ .
2. Определяем площадь поперечного сечения

$$A = \frac{F}{\varphi[\sigma]_c} = \frac{200 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

3. По сортаменту подбираем двутавр № 18 с площадью  $A = 25,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  и  $i_{\min} = 2,12 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

$$4. \text{ Гибкость стержня } \lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 4}{2,12 \cdot 10^{-2}} = 94,3.$$

5. По табл. 8 при линейной интерполяции находим

$$\varphi'_1 = 0,69 - \frac{0,69 - 0,60}{10} \cdot 4,3 = 0,65,$$

что больше чем на 5 % превосходит значение  $\varphi_1$ .

**Вторая попытка.**

$$1. \text{ Принимаем } \varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,65}{2} = 0,57.$$

2. Определяем площадь поперечного сечения

$$A = \frac{200 \cdot 10^3}{0,57 \cdot 160 \cdot 10^6} = 2,19 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

3. По сортаменту подбираем двутавр № 18, у которого  $A = 2,34 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$  и  $i_{\min} = 1,88 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

$$4. \text{ Гибкость стержня } \lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 4}{1,88 \cdot 10^{-2}} = 106,38.$$

5. По табл. 8 находим  $\varphi'_2 = 0,6 - \frac{0,6 - 0,52}{10} \cdot 6,38 = 0,55$ , что имеет расхождение с  $\varphi_2$  менее 5 %.

Таким образом, окончательно принимаем двутавр № 18, у которого площадь поперечного сечения  $A = 2,34 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ .

Напряжение в стержне находим по формуле

$$\sigma = \frac{F}{\varphi'_2 \cdot A} = \frac{200 \cdot 10^3}{0,55 \cdot 2,34 \cdot 10^{-3}} = 155,4 \text{ МПа.}$$

Недонапряжение составляет около 3 %.

Однако приведенная в предыдущем примере схема расчета в ряде случаев не реализуется. Это происходит или при небольших сжимающих усилиях (при этом незначительны площадь поперечного сечения и радиус инерции), или при значительных длинах стержней. В обоих случаях имеем в соответствии с формулой  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$  значения гибкостей, превосходящие приведенные в табл. 8 как максимальные и равные 200 для различных материалов (для чугуна – 100). Проиллюстрируем это двумя примерами.

**Пример 1.** Стержень поперечного сечения двутавр № 10 ( $A = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  и  $i_{\min} = 1,22 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ) длиной  $l = 3 \text{ м}$  закреплен по схеме  $\mu = 2$  (один конец защемлен, другой свободен).

Определяем гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{2 \cdot 3}{1,22 \cdot 10^{-2}} = 491 \gg 200.$$

**Пример 2.** Деревянный брус длиной  $l = 6 \text{ м}$  и диаметром поперечного сечения, равным  $0,2 \text{ м}$  ( $A = 314 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$  и  $i_{\min} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ), закреплен по схеме  $\mu = 2$  (один конец защемлен, другой свободен).

Определяем гибкость стержня  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 10^{-2}} = 240.$

Таким образом, стальной двутавр № 10 длиной 3 м и деревянный брус диаметром 0,2 м и длиной 6 м (оба конструктивно практически реализуемы) не могут быть рассчитаны с использованием коэффициента  $\varphi$ . В практическом плане возникают два вопроса:

1. Какой длины эти стержни должны быть при максимально возможной гибкости, равной 200?
2. Какое максимально возможное усилие при этой длине они могут воспринять при минимальном значении коэффициента  $\varphi$ , приведенном в табл. 8?

Ответы на поставленные вопросы получить достаточно просто. Максимальную длину стержней определяем из формулы  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$ , откуда

$$l = \frac{\lambda \cdot i_{\min}}{\mu}. \text{ Максимально возможные усилия (при минимальном значении } \varphi)$$

определяем из формулы  $A = \frac{F}{\varphi_{\min} [\sigma]_c}$ , откуда  $F = A \cdot \varphi_{\min} [\sigma]_c$ .

В первом примере при  $\lambda = 200$  и  $\varphi_{\min} = 0,19$  имеем  
 $l = \frac{200 \cdot 1,22 \cdot 10^{-2}}{2} = 1,22$  м,  $F = 12 \cdot 10^{-4} \cdot 0,19 \cdot 160 \cdot 10^6 = 36480 = 36,4$  кН.

Во втором примере при  $\lambda = 200$  и  $\varphi_{\min} = 0,08$  имеем  
 $l = \frac{200 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{2} = 5$  м,  $F = 314 \cdot 10^{-4} \cdot 0,08 \cdot 10,0 \cdot 10^6 = 25120 = 25,12$  кН.

Интересно, что недогруз по отношению к расчету на простое сжатие составляет соответственно 81 и 92 %, что весьма неэкономично.

Итак, приведенный анализ показывает, что расчеты с использованием коэффициента  $\varphi$  невозможны при значительных гибкостях стержней (большая длина и малая площадь поперечного сечения) и дают неэкономичные решения (большое недогружение при максимальной гибкости). Всего этого практически можно избежать только с уменьшением гибкости, т.е. необходимо или реконструировать сечение (например, установить вместо одного два или более двутавра), или применять закрепления стержня по его длине, предотвращающие в этих местах прогибы стержня.

**Задача № 2.** На балку с поперечным квадратным сечением, длиной  $l$  (рис. 21) с высоты  $h$  падает груз  $F$ . Требуется из условия прочности определить размер поперечного сечения балки. Допускаемое напряжение принять равным  $[\sigma] = 160$  МПа. Значения величин  $l, h, F$  взять из табл. 9 согласно номеру варианта.

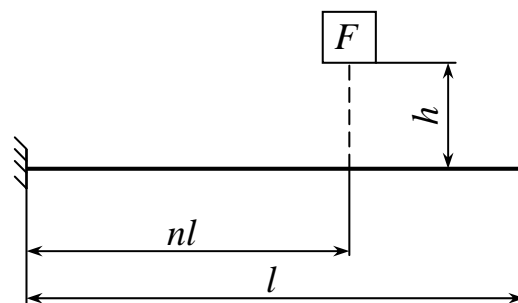


Рис. 21

Таблица 9

№ п/п	I	II	III	IV
	$l, \text{ м}$	$n$	$h, \text{ м}$	$F, \text{ Н}$
1	1,1	1,0	0,1	100
2	1,2	0,9	0,2	110
3	1,3	0,8	0,3	120
4	1,4	0,7	0,4	130
5	1,5	0,6	0,5	140
6	1,6	0,5	0,5	150
7	1,7	0,4	0,4	160
8	1,8	0,3	0,3	170
9	1,9	0,2	0,2	180
0	2,0	0,1	0,1	190

### Указания к выполнению задачи № 2

1. Определить перемещение сечения балки  $\Delta_{cm}$  при статическом действии груза  $F$ .

2. Определить величину динамического коэффициента  $k_d$  по формуле

$$k_d = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{cm}}}.$$

3. Из условия прочности  $\sigma_d = k_d \cdot \sigma_{cm} \leq [\sigma]$  определить размер поперечного сечения балки.

**Задача № 3.** Определить общий коэффициент запаса прочности вала (рис. 22) при действии переменных напряжений. Заданная часть вала находится под действием изгибающих и крутящих моментов.

Величины моментов, размеры вала и заданное сечение взять из табл. 10 согласно номеру варианта.

Определить коэффициент запаса прочности в заданном сечении с учетом концентрации напряжений, абсолютных размеров и асимметрии циклов напряжений.

Поверхность вала шлифованная, материал вала – сталь 45, предел прочности  $\sigma_b = 700$  МПа, предел текучести  $\sigma_T = 320$  МПа.

### Указания к выполнению задачи № 3

#### Основные характеристики цикла

В процессе эксплуатации машин многие детали испытывают действие переменных или циклических напряжений. Циклические напряжения представляют собой периодические функции времени  $\sigma = f(t)$  с периодом равным  $T$ . Совокупность всех значений напряжений за время одного периода называется циклом напряжений (рис. 23).

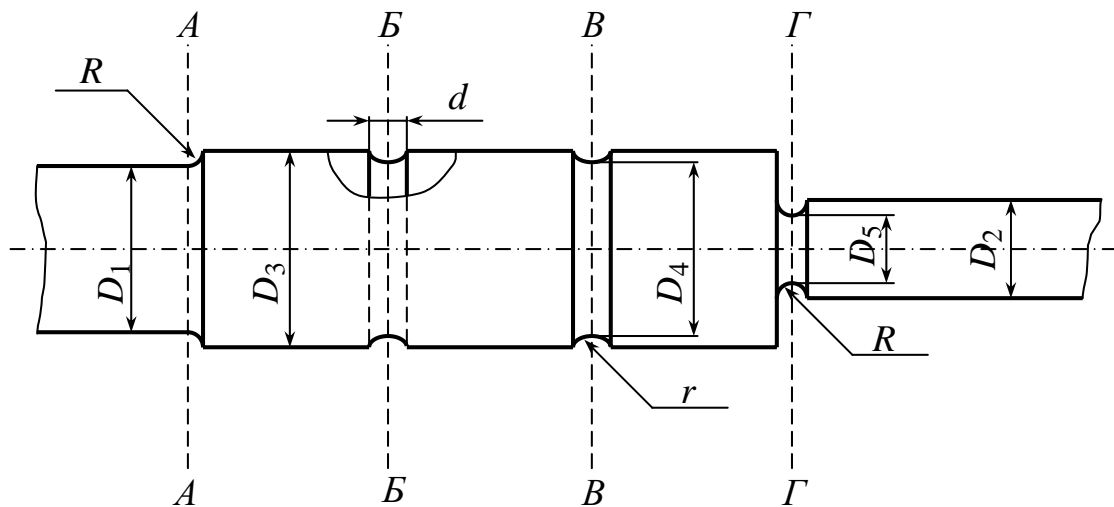


Рис. 22

Цикл напряжений характеризуется следующими величинами: максимальное напряжение  $\sigma_{\max}$ , минимальное напряжение  $\sigma_{\min}$ , среднее напряжение  $\sigma_c$ , амплитудное напряжение  $\sigma_a$ .

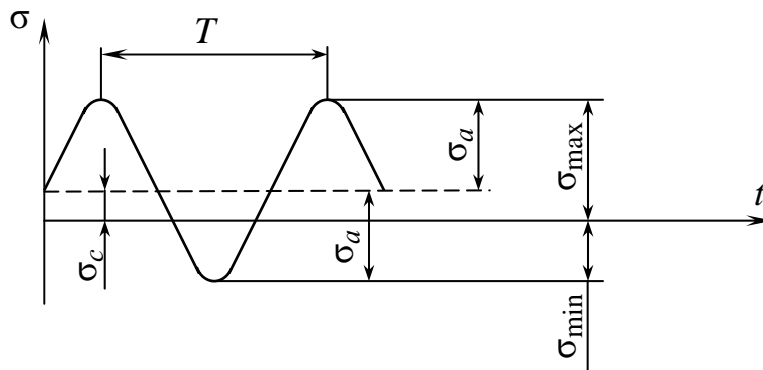


Рис. 23

Между этими величинами существуют соотношения:

$$s_{\max} = s_c + s_a; \quad s_{\min} = \sigma_c - \sigma_a;$$

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$

Если напряжение  $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ , то цикл называется симметричным. При этом  $\sigma_c = 0$ ,  $\sigma_a = \sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ . Если  $\sigma_{\max}$  (или  $\sigma_{\min}$ ) равно нулю, то цикл называется отнулевым, или пульсирующим.

Применяют следующую безразмерную характеристику цикла  $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ , называемую коэффициентом асимметрии цикла. Для симметричного цикла  $r = -1$ , для пульсирующего цикла растяжения  $r = 0$ , для пульсирующего цикла сжатия  $r = -\infty$ , для постоянного напряжения  $r = 1$ . Циклы, имеющие одинаковые коэффициенты  $r$ , называются подобными.

Переменные напряжения могут быть нормальными (циклическое растяжение-сжатие, циклический изгиб) и касательными (циклическое кручение). Для циклического кручения все выше перечисленные рассуждения и формулы действительны, но напряжения  $\sigma$  заменяются напряжениями  $\tau$ .

Если переменные напряжения превышают определенный уровень, то в материале могут возникать микроскопические трещины, с ростом которых происходит разрушение детали (усталостное разрушение).

### *Предел выносливости*

Способность материала сопротивляться усталостному разрушению называется усталостной, или циклической прочностью. В качестве характеристики механических свойств, определяющей способность материала сопротивляться усталостному разрушению, используется предел выносливости – это максимальное напряжение цикла, при котором материал способен сопротивляться, не разрушаясь, при произвольно большом числе циклов. Обозначается предел выносливости  $\sigma_r$ , индекс  $r$  соответствует коэффициенту асимметрии цикла. Число циклов, которое необходимо выдержать материалу без разрушения, ограничивают определенной величиной, называемой базовым числом циклов. Базовое число циклов для конструкционных сталей принимают  $N_0 = 10^7$  циклов (рис. 24).



Предел выносливости обычно определяют для симметричного и, реже, для пульсирующего циклов при растяжении-сжатии ( $\sigma_{-1p}$  и  $\sigma_{op}$ ), изгибе ( $\sigma_{-1u}$  и  $\sigma_{ou}$ ) и кручении ( $\tau_{-1}$  и  $\tau_0$ ) испытанием на воздухе при  $t = 20^\circ C$  серии гладких полированных образцов диаметром 10 мм.

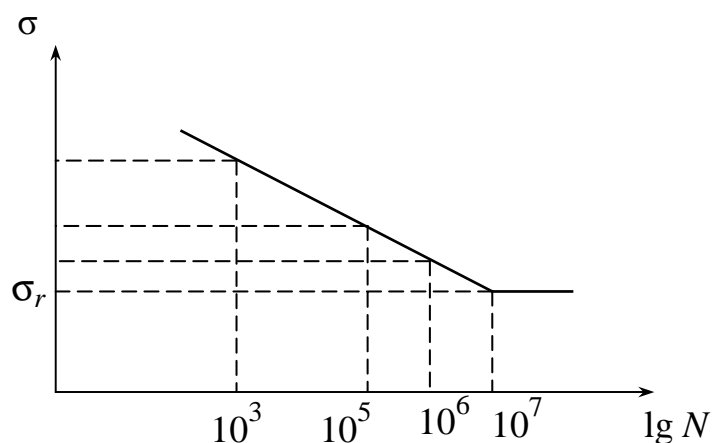


Рис. 24

Отклонения от этих условий испытаний вызывают изменение величины предела выносливости. Предел выносливости является важной механической характеристикой материала: при расчетах на циклическую прочность он выполняет такую же роль, как предел прочности при расчетах на статическую прочность. Величины выносливости усталости симметричных циклов при изгибе и кручении для некоторых материалов приведены в табл. 11.

Таблица 11

*Механические свойства материалов*

Материал	$\sigma_T$ , МПа	$\sigma_\theta$ , МПа	$\sigma_{-1}$ , МПа	$\tau_{-1}$ , МПа
Сталь углеродистая	180	320 – 420	160 – 220	80 – 120
Сталь 30 незакаленная	300	480 – 600	200 – 270	110 – 140
Сталь 45 незакаленная	320 - 360	600 – 750	250 – 340	150 – 200
Сталь 30ХГСА незакаленная	850	1100	510 - 540	220 - 245
Чугун серый	—	210	100	80
Алюминиевый сплав АМУ (термообработ.)	35 – 176	100 – 190	49 – 70	—

### *Влияние конструктивно-технологических факторов на предел выносливости*

Большое влияние на величину предела выносливости детали оказывают следующие конструктивно-технологические факторы: концентрация напряжений, размеры детали, качество обработки поверхности, эксплуатационные и технологические факторы (коррозия, температура, частота нагружения и др.). Влияние вышеперечисленных факторов приводит к тому, что предел выносливости натуральных деталей  $\sigma_{-1D}$  значительно ниже (в ряде случаев в 3 - 6 раз и более) пределов выносливости гладких цилиндрических образцов диаметром 7 – 10 мм с полированной поверхностью. Коэффициенты

$$k_{\sigma D} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1D}}, \quad k_{\tau D} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1D}}$$

характеризуют указанное снижение пределов выносливости.

#### *Влияние концентрации напряжений*

Концентрация напряжений наиболее часто вызывается резким изменением сечения детали. Концентраторами напряжений являются отверстия, галтели, выточки, шпоночные канавки, т.е. места с резким изменением формы или размеров поперечных сечений.

В сечениях, имеющих концентраторы напряжений, происходит перераспределение напряжений: они увеличиваются в зоне концентратора, и уменьшаются в точках, достаточно удаленных от него. Основным показателем местных напряжений при статическом действии нагрузки является теоретический коэффициент концентрации напряжений

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_H}, \quad \alpha_{\tau} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_H},$$

где  $\sigma_{\max}$ ,  $\tau_{\max}$  - наибольшие местные напряжения,  $\sigma_H$ ,  $\tau_H$  - номинальное напряжение, определяемое по формулам сопротивления материалов. На рис. 25 приведены графические зависимости для определения  $\alpha_{\sigma}$  для галтели при изгибе.

Из графика видно, что значения теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_{\sigma}$  значительно возрастают при резком изменении размеров и форм детали.

Необходимо отметить, что при действии переменных напряжений пределы выносливости образца (детали) с концентраторами напряжений  $\sigma_{-1k}$  и  $\tau_{-1k}$  больше, чем частное от деления предела выносливости гладкого образца (детали) на теоретический коэффициент концентрации напряжений, т.е.

$$\sigma_{-1k} > \frac{\sigma_{-1}}{\alpha_{\sigma}} \quad \text{и} \quad \tau_{-1k} > \frac{\tau_{-1}}{\alpha_{\tau}}.$$

Это объясняется тем, что в материале при переменных нагрузках концентрация напряжений несколько перераспределяется и сглаживается.

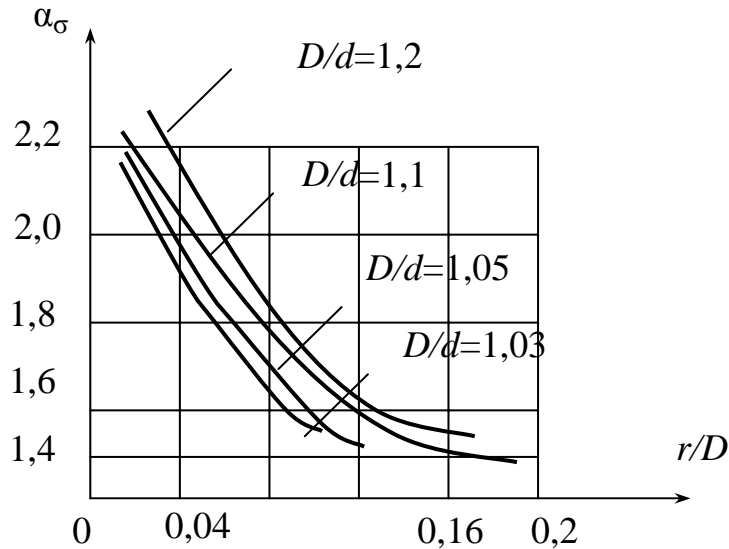


Рис. 25

В связи с этим наряду с теоретическим коэффициентом концентрации используют понятие эффективного или действительного коэффициента концентрации  $k_{\sigma}$  ( $k_{\tau}$ ), под которым понимается отношение предела выносливости образца без концентрации к пределу выносливости образца с концентрацией:

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}, \quad k_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1k}}.$$

Поэтому эффективные коэффициенты концентрации  $k_{\sigma}$  ( $k_{\tau}$ ) обычно имеют меньшее значение, чем теоретические коэффициенты  $\alpha_{\sigma}$  ( $\alpha_{\tau}$ ).

Оценить эту разницу можно с помощью коэффициентов чувствительности материала к концентрации напряжений  $q_{\sigma}$  (здесь и в дальнейшем все рассуждения будем вести применительно к нормальным напряжениям)

$$k_{\sigma} = 1 + q_{\sigma}(\alpha_{\sigma} - 1). \quad (5)$$

При  $q_{\sigma} = 0$  ( $k_{\sigma} = 1$ ) материал не чувствителен к концентрации напряжений.

При  $q_{\sigma} = 1$  ( $k_{\sigma} = \alpha_{\sigma}$ ) материал обладает полной чувствительностью к концентрации.

Значения  $q_{\sigma}$  в зависимости от прочностных характеристик материала и теоретического коэффициента концентрации можно определить из графика (рис. 26).

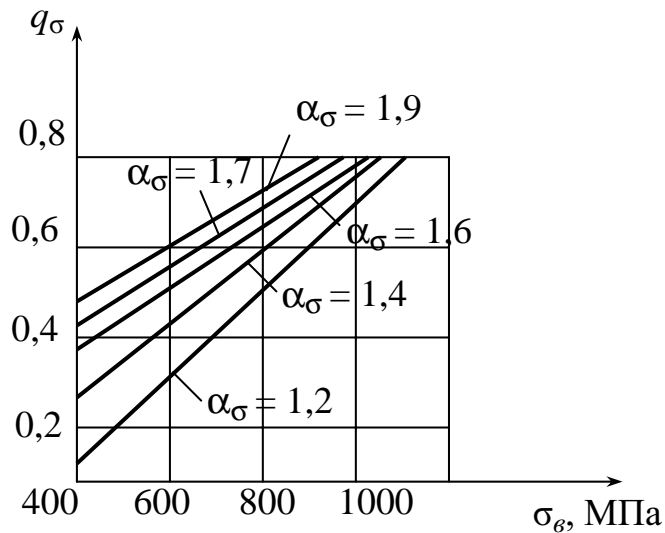


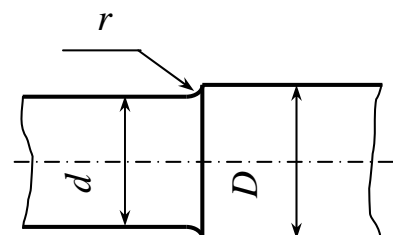
Рис. 26

Из графика видно, что чем выше прочность стали, тем выше чувствительность к концентраторам напряжений, поэтому применение высокопрочных сталей при переменных напряжениях не всегда оказывается целесообразным. Такой метод определения коэффициента концентрации напряжений через теоретический коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений по зависимости (5) позволяет яснее установить физический смысл явления и дает возможность более грамотно подходить к оценке таких наиболее существенных факторов как тип концентраторов напряжений и качество материала.

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений  $k_{\sigma}$ ,  $k_{\tau}$  при наличии различных типов концентраторов можно определить из таблиц при переменном изгибе и кручении валов, осей:

- с галтелями (табл. 12);
- с поперечным круглым отверстием (табл. 13);
- со шлицами, шпоночной канавкой и резьбой (табл. 14);
- с выточками (табл. 15);
- в месте кольцевой канавки (табл. 16).

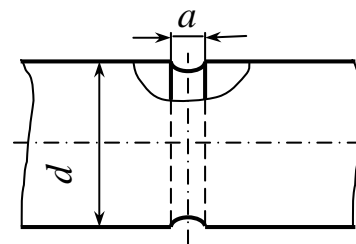
Таблица 12

Значения  $k_{\sigma}$ ,  $k_{\tau}$  для валов с галтелями

$D/d$	$r/d$	Для валов из сталей, имеющей $\sigma_s$ , МПа							
		600	700	800	900	600	700	800	900
		$k_{\sigma}$				$k_{\tau}$			
До 1,1	0,02	1,96	2,08	2,20	2,35	1,30	1,35	1,41	1,45
	0,04	1,56	1,69	1,75	1,81	1,20	1,24	1,27	1,29
	0,06	1,51	1,52	1,54	1,57	1,16	1,18	1,20	1,23
	0,08	1,40	1,41	1,42	1,44	1,12	1,14	1,16	1,18
	0,10	1,34	1,36	1,37	1,38	1,09	1,11	1,13	1,15
	0,15	1,25	1,26	1,27	1,29	1,06	1,07	1,08	1,09
	0,20	1,19	1,21	1,22	1,23	1,04	1,05	1,06	1,07
Св. 1,1 до 1,2	0,02	2,34	2,51	2,68	2,89	1,50	1,59	1,67	1,74
	0,04	1,92	1,97	2,05	2,13	1,33	1,39	1,45	1,48
	0,06	1,71	1,74	1,76	1,80	1,26	1,30	1,33	1,37
	0,08	1,56	1,58	1,59	1,62	1,18	1,22	1,26	1,30
	0,10	1,48	1,50	1,51	1,53	1,16	1,19	1,21	1,24
	0,15	1,35	1,37	1,38	1,40	1,10	1,11	1,14	1,16
	0,20	1,27	1,29	1,30	1,32	1,06	1,08	1,10	1,13
Св. 1,2 до 2,0	0,02	2,40	2,60	1,08	3,00	1,70	1,80	1,90	2,00
	0,04	2,00	2,10	2,15	2,25	1,46	1,53	1,60	1,65
	0,06	1,85	1,88	1,90	1,96	1,35	1,40	1,45	1,50
	0,08	1,66	1,68	1,70	1,73	1,25	1,30	1,35	1,40
	0,10	1,57	1,59	1,61	1,63	1,21	1,25	1,28	1,32
	0,15	1,41	1,43	1,45	1,47	1,12	1,15	1,18	1,20
	0,20	1,32	1,34	1,36	1,38	1,07	1,10	1,14	1,16

Таблица 13

Значения  $k_{\sigma}$ ,  $k_{\tau}$  для валов с поперечным круглым отверстием



$a/d$	Для валов из стали, имеющей $\sigma_b$ , МПа							
	700	800	900	1000	700	800	900	1000
	$k_{\sigma}$				$k_{\tau}$			
Св. 0,05 до 0,15	2,00	2,02	2,12	2,35	1,75	1,83	1,90	2,00
Св. 0,15 до 0,25	1,8	1,82	1,90	2,10				

Примечание: Момент сопротивления нетто: при изгибе  $W_u = \frac{\pi d^3}{32} \left(1 - 1,54 \frac{a}{d}\right)$ ;

при кручении  $W_k = \frac{\pi d^3}{16} \left(1 - \frac{a}{d}\right)$ .

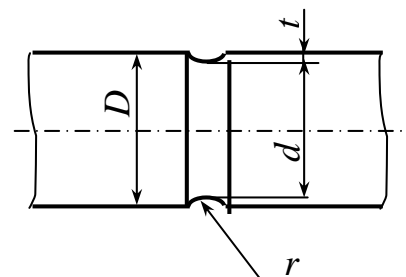
Таблица 14

Значения  $k_{\sigma}$ ,  $k_{\tau}$  при изгибе и кручении валов со шлицами, шпоночной канавкой и резьбой

$\sigma_b$ , МПа	Тип концентратора					
	Шлицы		Шпоночная канавка		Метрическая резьба	
	$k_{\sigma}$	$k_{\tau}^*$	$k_{\sigma}^{**}$	$k_{\tau}$	$k_{\sigma}$	$k_{\tau}$
600	1,55	2,36/1,46	1,46/1,76	1,54	1,96	1,54
800	1,65	2,55/1,52	1,62/2,01	1,88	2,20	1,71
1000	1,72	2,70/1,58	1,77/2,26	2,22	2,61	2,22
1200	1,75	2,80/1,60	1,92/2,50	2,39	2,90	2,39

Примечание: \* - в числителе приведены значения для валов с прямобоковыми шлицами, в знаменателе – для эвольвентных шлицев; \*\* - в числителе – значения для канавок, полученных пальцевой фрезой, в знаменателе – дисковой фрезой.

Таблица 15

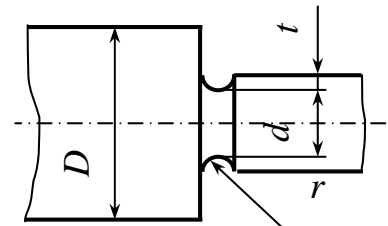
Значения  $k_{\sigma}$ ,  $k_{\tau}$  для валов с выточками

$t/r$	$r/d$	$k_{\sigma}$ для валов из стали, имеющей $\sigma_b$ , МПа				
		$\leq 650$	700	800	900	1000
До 0,6	0,02	1,82	1,92	1,06	2,21	2,30
	0,04	1,77	1,82	1,96	2,06	2,61
	0,06	1,72	1,77	1,87	1,92	1,96
	0,08	1,68	1,72	1,77	1,87	1,92
	0,10	1,63	1,68	1,72	1,77	1,82
	0,15	1,53	1,55	1,58	1,63	1,68
Св. 0,6 до 1,0	0,02	1,85	1,95	2,10	2,25	2,35
	0,04	1,80	1,85	2,00	2,10	2,20
	0,06	1,75	1,80	1,90	1,95	2,00
	0,08	1,70	1,75	1,80	1,90	1,96
	0,10	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85
	0,15	1,55	1,57	1,60	1,65	1,70
Св. 1,0 до 1,5	0,02	1,89	1,99	2,15	2,31	2,41
	0,04	1,84	1,89	2,05	2,15	2,26
	0,06	1,78	1,84	1,94	1,99	2,05
	0,08	1,73	1,78	1,84	1,94	1,99
	0,10	1,68	1,73	1,78	1,84	1,89
	0,15	1,58	1,60	1,63	1,68	1,73
Св. 1,5 до 2,0	0,02	1,93	2,04	2,20	2,37	2,47
	0,04	1,87	1,93	2,09	2,20	2,31
	0,06	1,82	1,87	1,98	2,04	2,09
	0,08	1,76	1,82	1,87	1,98	2,04
	0,10	1,71	1,76	1,82	1,87	1,93
	0,15	1,60	1,62	1,66	1,71	1,76
$t/r$	$r/d$	$k_{\tau}$ для валов из стали, имеющей $\sigma_b$ , МПа				
		$\leq 650$	700	800	900	1000
До 1,1	0,02	1,29	1,32	1,39	1,46	1,50
	0,04	1,27	1,30	1,37	1,43	1,48
	0,06	1,25	1,29	1,36	1,41	1,46
	0,08	1,21	1,25	1,32	1,39	1,43
	0,10	1,18	1,21	1,29	1,32	1,37
	0,15	1,14	1,18	1,21	1,25	1,29

$t/r$	$r/d$	$k_\tau$ для валов из стали, имеющей $\sigma_s$ , МПа				
		$\leq 650$	700	800	900	1000
Св. 1,1 до 1,2	0,02	1,37	1,41	1,50	1,59	1,65
	0,04	1,35	1,37	1,47	1,55	1,62
	0,06	1,32	1,36	1,46	1,52	1,50
	0,08	1,27	1,32	1,41	1,50	1,55
	0,10	1,23	1,27	1,37	1,41	1,47
	0,15	1,18	1,23	1,27	1,37	1,37
Св. 1,2 до 1,4	0,02	1,40	1,45	1,55	1,65	1,70
	0,04	1,38	1,42	1,52	1,60	1,68
	0,06	1,35	1,40	1,50	1,57	1,65
	0,08	1,30	1,45	1,35	1,55	1,60
	0,10	1,25	1,30	1,40	1,45	1,52
	0,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40

Таблица 16

Значения  $k_\sigma$ ,  $k_\tau$  в месте кольцевой канавки



Коэф- фициент	$\sigma_s$ , МПа	При $r/d$						
		0,01	0,03	0,05	0,1	0,01	0,02	0,03
$k_\sigma$	600 800 1000 1200	При $t/r = 0,5$				При $t/r = 2,0$		
		1,98	1,82	1,71	1,52	2,43	2,32	2,22
		2,09	1,92	1,80	1,59	2,56	2,45	2,35
		2,20	2,02	1,93	1,66	2,70	2,58	2,47
	2,31	2,12	2,04	1,73	2,84	2,71	2,59	
	600 800 1000 1200	При $t/r = 1,0$				При $t/r = 3,0$		
		2,21	2,03	1,91	—	2,56	2,42	—
		2,37	2,14	2,03	—	2,73	2,56	—
		2,45	2,25	2,15	—	2,90	2,70	—
	2,57	2,36	2,27	—	3,07	2,84	—	
$k_\tau$	600	1,80	1,60	1,46	1,23	—	—	—
	800	2,00	1,75	1,57	1,28	—	—	—
	1000	2,20	1,90	1,69	1,34	—	—	—
	1200	2,40	2,05	1,81	1,40	—	—	—



### Влияние размеров

Предел выносливости весьма ощутимо уменьшается при увеличении размера детали даже при полном сохранении ее геометрического подобия. Это объясняется тем, что с увеличением абсолютных размеров возрастает вероятность попадания структурных дефектов в область повышенных напряжений, в результате чего возникает вероятность возникновения трещин. В практике это учитывается отношением предела выносливости детали  $\sigma_{-1D}$  к пределу усталости образцов стандартного размера  $\sigma_{-1}$  и называется коэффициентом масштабного фактора, или просто масштабным фактором (табл. 17):

$$\varepsilon_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{-1}}.$$

Таблица 17

Значения коэффициента масштабного фактора  $\varepsilon_{\sigma}$ ,  $\varepsilon_{\tau}$

Сталь		Диаметр вала $d$ , м						
		0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,10	0,20
Углеродистая	$\varepsilon_{\sigma}$	0,92	0,88	0,85	0,82	0,76	0,70	0,61
	$\varepsilon_{\tau}$	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,52
Легированная	$\varepsilon_{\sigma}$	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,52

### Влияние состояния поверхности

Поверхностные слои деталей в большинстве оказываются более напряженными по сравнению с внутренними. Кроме того, поверхностные слои, как правило, имеют дефекты, связанные с качеством механической обработки. Поэтому понятна роль, которую играет в усталостной прочности детали состояние ее поверхности.

Влияние состояния поверхности учитывается коэффициентом качества поверхности  $\beta$ , равным отношению предела выносливости образца с определенной обработкой поверхности  $\sigma_{-1n}$  к пределу выносливости полированного образца  $\sigma_{-1}$ , т. е.

$$\beta = \frac{\sigma_{-1n}}{\sigma_{-1}}.$$

Качество поверхности оказывает одинаковое влияние на предел выносливости при различных видах деформации. Значения коэффициента  $\beta$ , в зависимости от вида обработки, приводятся в табл. 18.

Значения коэффициента качества поверхности  $\beta$ 

Вид обработки	$\sigma_s$ , МПа				
	400	600	800	1000	1200
Полирование	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Шлифование	0,96	0,93	0,90	0,87	0,84
Тонкая обточка	0,92	0,88	0,84	0,80	0,76
Грубая обточка	0,88	0,82	0,76	0,70	0,64
Наличие окалины	0,79	0,63	0,52	0,43	0,38

Влияние состояния поверхности на усталостную прочность привело к разработке методов упрочнения поверхностного слоя детали пластическим деформированием (обкатка роликами, обдув дробью), термической и химико-термической обработкой (закалка токами высокой частоты, азотирование и цементирование поверхности). Повышение предела усталости за счет проведения упрочняющих методов обработки поверхности учитывается коэффициентом упрочнения (табл. 19)

$$\beta_{упр} = \frac{\sigma_{-1упр}}{\sigma_{-1}}$$

Таблица 19

Значения коэффициентов упрочнения  $\beta_{упр}$ 

Вид поверхностной обработки	$\sigma_s$ сердцевины, МПа	Гладкие валы	Валы с $k_\sigma < 1,5$	Валы с $k_\sigma \geq 1,8 - 2,0$
Закалка с нагревом т.в.ч.	600 – 800	1,5 – 1,7	1,6 – 1,7	2,4 – 2,8
	800 – 1000	1,3 – 1,5	—	—
Азотирование	900 – 1200	1,1 – 1,25	1,5 – 1,7	1,7 – 2,1
	400 – 600	1,8 – 2,00	1,9 – 3,0	1,9 – 3,0
Цементирование	700 – 800	1,4 – 1,5	1,5 – 2,5	1,5 – 2,5
	1000 – 1200	1,2 – 1,3	—	—
Обдув дробью	600 – 1500	1,1 – 1,25	1,5 – 1,6	1,7 – 2,1
Накатка роликом	600 – 1500	1,1 – 1,3	1,3 – 1,5	1,7 – 2,0

Влияние эксплуатационных и технологических факторов в данном методическом указании не рассматривается, эти вопросы изложены в литературе [1, 2, 3]. Совместное влияние концентрации напряжений, масштабного фактора и состояния поверхности приводит к значительному

снижению предела выносливости детали  $\sigma_{-1Д}$  по сравнению с пределом выносливости гладкого полированного образца диаметром 7 – 10 мм. Это снижение предела выносливости, являющееся результатом влияния всех вышерассмотренных факторов, учитывается общим коэффициентом снижения предела выносливости

$$k_{\sigma Д} = \left( \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\beta_{упр}}. \quad (6)$$

Действительный предел усталости для конкретной детали при симметричном цикле

$$\sigma_{-1Д} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma Д}}. \quad (7)$$

Проектный расчет детали, по определению основных размеров, вначале выполняется приближенно без учета переменности напряжений, но по пониженным допускаемым напряжениям. После выполнения рабочего чертежа детали проводится ее проверочный расчет с учетом переменности напряжений, конструктивных и технологических факторов, который состоит в определении коэффициента запаса прочности.

#### *Расчет на прочность при циклических напряжениях*

При симметричном цикле нагружения коэффициент запаса прочности определяется как отношение предела выносливости детали к амплитудному напряжению цикла

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1Д}}{\sigma_a}.$$

С учетом зависимостей (6) и (7) при нормальных напряжениях

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \left( \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\beta_{упр}}}$$

и при касательных напряжениях

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \left( \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\beta_{упр}}}.$$

При несимметричных циклах ( $r \neq 1$ ) коэффициент запаса прочности по усталостному разрушению определяется как отношение предела выносливости детали при данном коэффициенте асимметрии к максимальному напряжению цикла. Это отношение определим, исходя из схематизированной диаграммы предельных амплитуд для нормальных напряжений, представленной на рис. 27.

На диаграмме предел выносливости образца из материала детали для симметричного цикла есть  $\sigma_{-1}$ , для пульсационного цикла  $\sigma_0$ . Точкой  $\sigma_{-1Д}$  обозначен предел выносливости детали, определяемый отношением (7).

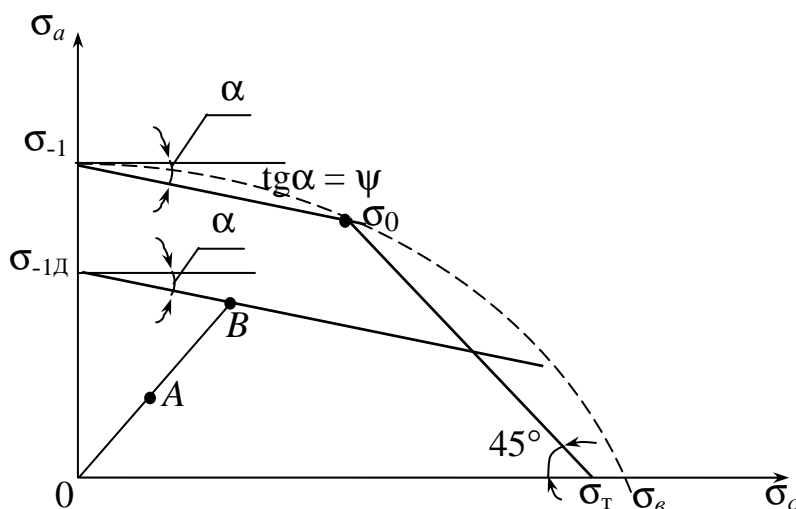


Рис. 27

Экспериментальная диаграмма предельных амплитуд показана пунктиром, а схематизированная диаграмма - сплошной линией. Угол наклона прямой  $\sigma_{-1} \sigma_0$  характеризует чувствительность материала к асимметрии цикла  $\psi_\sigma$  (табл. 20).

Пусть максимальное напряжение (сумма амплитудного и среднего значения) заданного цикла характеризуется точкой A, тогда значение подобного предельного цикла детали определяется точкой B, расположенной на продолжении прямой OA.

Отношение отрезков OB к OA и будет коэффициентом запаса прочности по усталостному разрушению при асимметричном цикле  $n_\sigma = OB/OA$ . После выражения отрезков OB и OA через параметры схематизированной диаграммы и составляющие рабочего цикла получим выражение для коэффициента запаса прочности:

- при действии нормальных напряжений

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \Psi_{\sigma} \cdot \sigma_c},$$

- при действии касательных напряжений

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau D} \cdot \tau_a + \Psi_{\tau} \cdot \tau_c}.$$

Таблица 20

Значения коэффициентов чувствительности металла  
к асимметрии цикла  $\Psi_{\sigma}$  и  $\Psi_{\tau}$

$\sigma_s$ , МПа	342 – 540	540 – 685	685 – 981	981 – 1180	1180 – 1370
$\Psi_{\sigma}$	0	0,05	0,10	0,2	0,25
$\Psi_{\tau}$	0	0	0,05	0,1	0,15

При сложном напряженном состоянии, например при совместном действии изгиба и кручения, общий запас усталостной прочности определяется по формуле:

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$

**Пример решения задачи № 3.** Определить общий коэффициент запаса прочности в сечениях  $A - A$ ,  $B - B$ ,  $B - B$ ,  $\Gamma - \Gamma$  (рис. 22), находящихся под действием изгибающих и крутящих повторно-переменных моментов: максимальный изгибающий момент  $M_{\max}^u = 4600$  Н·м; минимальный изгибающий момент  $M_{\min}^u = -1800$  Н·м; максимальный крутящий момент  $M_{\max}^{kp} = 5000$  Н·м; минимальный крутящий момент  $M_{\min}^{kp} = -1800$  Н·м. Диаметр в сечении  $A - A$   $D_1 = 0,1$  м, в сечении  $B - B$   $D_3 = 0,115$  м, в сечении  $B - B$   $D_4 = 0,105$  м, в сечении  $\Gamma - \Gamma$   $D_2 = 0,07$  м,  $D_5 = 0,068$  м, радиус закругления  $R = 0,006$  м, выточка  $r = 0,01$  м, диаметр круглого поперечного отверстия  $d = 0,007$  м. Поверхность вала шлифованная, материал вала - сталь 45, предел прочности  $\sigma_s = 700$  МПа, предел текучести  $\sigma_T = 320$  МПа.

**Решение** (студент выполняет расчет для одного сечения согласно варианту). По максимальному и минимальному значениям изгибающего и

крутящего момента определим значения моментов среднего  $M_c$  и амплитудного  $M_a$ :

$$M_c^u = \frac{M_{\max}^u + M_{\min}^u}{2} = \frac{4600 + (-1800)}{2} = 1400 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_a^u = \frac{M_{\max}^u - M_{\min}^u}{2} = \frac{4600 - (-1800)}{2} = 3200 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_c^{kp} = \frac{M_{\max}^{kp} + M_{\min}^{kp}}{2} = \frac{5000 + (-1000)}{2} = 2000 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_a^{kp} = \frac{M_{\max}^{kp} - M_{\min}^{kp}}{2} = \frac{5000 - (-1000)}{2} = 3000 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

*Рассмотрим сечение A – A (вал с галтелью) (см. рис. 22)*

Общий коэффициент снижения предела выносливости детали от концентратора напряжений, масштабного фактора и состояния поверхности (без упрочнения поверхности) определяется зависимостью  
- для нормальных напряжений

$$k_{\sigma D} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1$$

- для касательных напряжений

$$k_{\tau D} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1.$$

Определяем значения  $k_{\sigma}$ ,  $k_{\tau}$ ,  $\varepsilon$ ,  $\beta$ . Для определения значений  $k_{\sigma}$  и  $k_{\tau}$  (табл. 12) найдем отношения

$$\frac{D}{d} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{0,115}{0,1} = 1,15; \quad \frac{r}{d} = \frac{R}{D_1} = \frac{0,06}{0,1} = 0,6.$$

Значения  $k_{\sigma}$  и  $k_{\tau}$  для материала с  $\sigma_s = 700$  МПа составляют:  $k_{\sigma} = 1,74$ ,  $k_{\tau} = 1,3$ . Из табл. 17 для вала диаметром 0,1 м определяем значения:  $\varepsilon_{\sigma} = 0,7$ ,  $\varepsilon_{\tau} = 0,59$ ; из табл. 18 находим коэффициент  $\beta$  (вид обработки – шлифование),  $\beta = 0,92$ . Тогда

$$k_{\sigma Д} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1,74}{0,7} + \frac{1}{0,92} - 1 = 2,57;$$

$$k_{\tau Д} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1,3}{0,52} + \frac{1}{0,92} - 1 = 2,29.$$

Предел выносливости при симметричном цикле для стали 45 (см. табл. 11)  $\sigma_{-1} = 320$  МПа,  $\tau_{-1} = 180$  МПа. Значения амплитудного и среднего напряжений:

$$\sigma_a = \frac{M_a^u}{W_u} = \frac{3200 \cdot 32}{3,14 \cdot 0,1^3} = 32,6 \text{ МПа}; \quad \sigma_c = \frac{M_c^u}{W_u} = \frac{1400 \cdot 32}{3,14 \cdot 0,1^3} = 14,3 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = \frac{M_a^{kp}}{W_p} = \frac{3000 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,1^3} = 15,3 \text{ МПа}; \quad \tau_c = \frac{M_c^{kp}}{W_p} = \frac{2000 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,1^3} = 10,2 \text{ МПа}.$$

Значения  $\psi_{\sigma} = 0,10$  и  $\psi_{\tau} = 0,05$  (см. табл. 20).

Определяем коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma Д} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_c} = \frac{320}{2,57 \cdot 32,6 + 0,1 \cdot 14,3} = 3,75$$

и коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau Д} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_c} = \frac{180}{2,29 \cdot 15,3 + 0,05 \cdot 10,2} = 5,06.$$

Тогда общий коэффициент запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям будет:

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{3,75 \cdot 5,06}{\sqrt{3,75^2 + 5,06^2}} = 4,06.$$

*Рассмотрим сечение Б – Б (сквозное круглое отверстие) (см. рис. 22)*

Коэффициенты концентрации напряжений для вала диаметром 0,115 м, имеющего сквозное отверстие диаметром 0,007 м (отношение

$$\frac{a}{d} = \frac{d}{D_3} = \frac{0,007}{0,115} = 0,06), \text{ равны } k_{\sigma} = 2,0; k_{\tau} = 1,8 (\text{табл. 13}).$$

Коэффициенты масштабного фактора (табл. 17)  $\varepsilon_{\sigma} = 0,69$ ;  $\varepsilon_{\tau} = 0,58$ ; коэффициент состояния поверхности (табл. 18)  $\beta = 0,92$ .

Общие коэффициенты снижения предела усталости:

$$k_{\sigma Д} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{2,0}{0,69} + \frac{1}{0,92} - 1 = 2,98;$$

$$k_{\tau Д} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1,8}{0,58} + \frac{1}{0,92} - 1 = 3,19.$$

Предел усталости для стали 45 при симметричном цикле равен  $\sigma_{-1} = 320 \text{ МПа}$ ,  $\tau_{-1} = 180 \text{ МПа}$  (см. табл. 11).

Значения осевого и полярного моментов для сечения вала со сквозным отверстием определяются по формулам:

$$W_u = \frac{\pi D^3}{32} \left( 1 - 1,54 \frac{d}{D} \right) = \frac{3,14 \cdot 0,115^3}{32} \left( 1 - 1,54 \cdot \frac{0,007}{0,115} \right) = 1,35 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} \left( 1 - \frac{d}{D} \right) = \frac{3,14 \cdot 0,115^3}{16} \left( 1 - \frac{0,007}{0,115} \right) = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Находим значения среднего и амплитудного напряжений:

$$\sigma_c = \frac{M_c^u}{W_u} = \frac{1400}{1,35 \cdot 10^{-4}} = 10,4 \text{ МПа}; \quad \sigma_a = \frac{M_a^u}{W_u} = \frac{3200}{1,35 \cdot 10^{-4}} = 23,7 \text{ МПа};$$

$$\tau_c = \frac{M_c^{kp}}{W_p} = \frac{2000}{2,8 \cdot 10^{-4}} = 7,1 \text{ МПа}; \quad \tau_a = \frac{M_a^{kp}}{W_p} = \frac{3000}{2,8 \cdot 10^{-4}} = 10,7 \text{ МПа}.$$

Из табл. 20 определяем значения  $\psi_{\sigma} = 0,10$  и  $\psi_{\tau} = 0,05$ .

Находим коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma Д} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_c} = \frac{320}{2,98 \cdot 23,7 + 0,10 \cdot 10,4} = 4,46$$



и коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau D} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_c} = \frac{180}{3,19 \cdot 10,7 + 0,05 \cdot 7,1} = 5,22.$$

Тогда общий коэффициент запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям будет равен:

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{4,47 \cdot 5,22}{\sqrt{4,46^2 + 5,22^2}} = 3,39.$$

*Рассмотрим сечение В – В (вал с выточкой) (см. рис. 22)*

По табл. 14 определяем значения  $k_{\sigma}$  и  $k_{\tau}$  для валов с выточками. Для выточки с размерами  $r = 0,01$  м,  $D_3 = 0,115$  м,  $D_4 = 0,105$  м соотношения:

$$\frac{t}{r} = \frac{D_3 - D_4}{2r} = \frac{0,115 - 0,105}{2 \cdot 0,01} = 0,5; \quad \frac{r}{d} = \frac{r}{D_4} = \frac{0,01}{0,105} = 0,095;$$

$$\frac{D}{d} = \frac{D_3}{D_4} = \frac{0,115}{0,105} = 1,09.$$

Следовательно,  $k_{\sigma} = 1,69$ ;  $k_{\tau} = 1,22$ .

По табл. 17 определяем коэффициент масштабного фактора  $\varepsilon_{\sigma} = 0,69$ ;  $\varepsilon_{\tau} = 0,58$ , по табл. 18 – коэффициент состояния поверхности  $\beta = 0,92$ .

Общие коэффициенты снижения предела усталости равны:

$$k_{\sigma D} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1,69}{0,69} + \frac{1}{0,92} - 1 = 2,54;$$

$$k_{\tau D} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1,22}{0,58} + \frac{1}{0,92} - 1 = 2,19.$$

Предел выносливости для стали 45 при симметричном цикле равен  $\sigma_{-1} = 320$  МПа,  $\tau_{-1} = 180$  МПа (табл. 11).

Находим значения амплитудного и среднего напряжений:

$$\sigma_c = \frac{M_c^u}{W_u} = \frac{1400 \cdot 32}{3,14 \cdot 0,105^3} = 12,3 \text{ МПа}; \quad \sigma_a = \frac{M_a^u}{W_u} = \frac{3200 \cdot 32}{3,14 \cdot 0,105^3} = 28,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_c = \frac{M_c^{kp}}{W_p} = \frac{2000 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,105^3} = 8,8 \text{ МПа}; \quad \tau_a = \frac{M_a^{kp}}{W_p} = \frac{3000 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,105^3} = 13,2 \text{ МПа}.$$

Из табл. 20 определяем значения  $\psi_\sigma = 0,10$  и  $\psi_\tau = 0,05$ .

Находим коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma Д} \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_c} = \frac{320}{2,54 \cdot 28,2 + 0,10 \cdot 12,3} = 4,39$$

и коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau Д} \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_c} = \frac{180}{3,19 \cdot 13,2 + 0,05 \cdot 8,8} = 6,13.$$

Тогда общий коэффициент запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям будет равен:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{4,39 \cdot 6,13}{\sqrt{4,39^2 + 6,13^2}} = 3,57.$$

*Рассмотрим сечение Г – Г (кольцевая канавка) (см. рис. 22)*

По табл. 16 определяем значения  $k_\sigma$  и  $k_\tau$  для вала с кольцевой канавкой. Для данного сечения с размерами  $D_2 = 0,07$  м,  $D_5 = 0,068$  м,  $R = 0,006$  м соотношения:

$$\frac{t}{r} = \frac{D_2 - D_5}{2 \cdot R} = \frac{0,07 - 0,068}{2 \cdot 0,006} = 0,17; \quad \frac{r}{d} = \frac{R}{D_5} = \frac{0,006}{0,068} = 0,09,$$

Следовательно,  $k_\sigma = 2,19$ ;  $k_\tau = 1,79$ .

По табл. 17 определяем коэффициент масштабного фактора

$\epsilon_{\sigma} = 0,69$ ;  $\epsilon_{\tau} = 0,58$ , по табл. 18 – коэффициент состояния поверхности  $\beta = 0,92$ .

Общие коэффициенты снижения предела усталости равны:

$$k_{\sigma Д} = \frac{k_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{2,19}{0,69} + \frac{1}{0,92} - 1 = 3,36;$$

$$k_{\tau Д} = \frac{k_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1,79}{0,58} + \frac{1}{0,92} - 1 = 3,17.$$

Предел усталости для стали 45 при симметричном цикле равен  $\sigma_{-1} = 320$  МПа,  $\tau_{-1} = 180$  МПа (табл. 11).

Находим значения амплитудного и среднего напряжений:

$$\sigma_c = \frac{M_c^u}{W_u} = \frac{1400 \cdot 32}{3,14 \cdot 0,068^3} = 45,4 \text{ МПа}; \quad \sigma_a = \frac{M_a^u}{W_u} = \frac{3200 \cdot 32}{3,14 \cdot 0,068^3} = 103,7 \text{ МПа};$$

$$\tau_c = \frac{M_c^{kp}}{W_p} = \frac{2000 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,068^3} = 32,4 \text{ МПа}; \quad \tau_a = \frac{M_a^{kp}}{W_p} = \frac{3000 \cdot 16}{3,14 \cdot 0,068^3} = 48,6 \text{ МПа}.$$

Из табл. 20 определяем значения  $\psi_{\sigma} = 0,10$  и  $\psi_{\tau} = 0,05$ .

Находим коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma Д} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_c} = \frac{320}{3,26 \cdot 103,7 + 0,10 \cdot 45,4} = 0,93.$$

Полученное значение коэффициента  $n_{\sigma} = 0,93$  не обеспечивает запаса прочности детали. Поэтому необходимо провести какой-либо вид поверхностной обработки, например, цементирование. Из табл. 19 для стали 45 находим значение коэффициента упрочнения при цементировании  $\beta_{упр} = 2$ .

Тогда значения общих коэффициентов снижения предела усталости равны:

$$k_{\sigma Д} = \left( \frac{k_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\beta_{упр}} = \left( \frac{2,19}{0,69} + \frac{1}{0,92} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2} = 1,63;$$

$$k_{\tau D} = \left( \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\beta_{\text{нпр}}} = \left( \frac{1,79}{0,58} + \frac{1}{0,92} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2} = 1,58.$$

Находим коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_c} = \frac{320}{1,63 \cdot 103,7 + 0,10 \cdot 45,4} = 1,84$$

и коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau D} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_c} = \frac{180}{1,58 \cdot 48,6 + 0,05 \cdot 32,4} = 2,29.$$

Тогда общий коэффициент запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям будет равен:

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{1,84 \cdot 2,29}{\sqrt{1,84^2 + 2,29^2}} = 1,43.$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящий практикум включает задания по темам, выполнение которых представляется существенным для формирования у студентов широкого инженерного мышления. Наличие информационного и справочного материала может быть полезным в практической деятельности инженера-машиностроителя.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Феодосьев В.И.* Соппротивление материалов. М., 1986. – 512 с.
2. *Серенсен С.В. и др.* Несущая способность и расчеты деталей на прочность. М.: Машиностроение, 1975. –488 с.
3. *Серенсен С.В. и др.* Валы и оси. Конструирование и расчет. М.: Машиностроение, 1970. – 319 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
<i>Задание 7.</i> СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ .....	4
<i>Задание 8.</i> СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ .....	23
<i>Задание 9.</i> РАСЧЕТ НА УСТОЙЧИВОСТЬ, НА ДИНАМИЧЕСКИЕ И ЦИКЛИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ .....	31
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	61
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	62

Издание учебное

РАСЧЕТЫ НА СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ,  
ДИНАМИЧЕСКИЕ И ЦИКЛИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

Практикум

Часть 2

Составители

БУРЛАКОВА Алла Михайловна  
КАБАНОВ Анатолий Васильевич  
МАЛОВА Наталья Анатольевна  
ЧЕРНОУСОВА Ирина Асафовна

Ответственный за выпуск – и.о. зав. кафедрой проф. В.П. Валуйских

Редактор  
Корректор

Изд. лиц. № 020275. Подписано в печать 02.11.02.  
Формат 60x84/16. Бумага для множит. техн. Гарнитура Times New Roman.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. . Уч.- изд. л. . Тираж 300 экз.

Заказ

Подразделение оперативной полиграфии  
Владимирского государственного университета.  
Адрес университета и подразделения оперативной полиграфии:  
600000, Владимир, ул. Горького, 87

