Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

А. М. БУРЛАКОВА С. А. МАВРИНА

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ, ЖЕСТКОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ

ПРАКТИКУМ

Владимир 2019

УДК 539.3 (075.8)
ББК 30.121я7
Б90

Рецензенты:
Доктор физико-математических наук
зав. кафедрой теоретической и прикладной механики
Ивановского государственного энергетического университета
имени В. И. Ленина
Л. Б. Маслов

Кандидат технических наук
доцент кафедры строительного производства
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
С. В. Прохоров

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Б90 **Бурлакова, А. М.** Расчеты на прочность, жесткость и устойчивость прямых стержней : практикум / А. М. Бурлакова, С. А. Маврина ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2019. – 139 с. – ISBN 978-5-9984-1019-2.

Содержит задания по основным разделам дисциплин «Техническая механика» и «Сопротивление материалов», методические указания к их выполнению. Приведены примеры решения задач.

Предназначен для студентов очной и заочной форм обучения по направлению 08.03.01 – Строительство (бакалавриат).

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГСО ВО.

Табл. 19. Ил. 53. Библиогр.: 8 назв.

УДК 539.3 (075.8)
ББК 30.121я7

ISBN 978-5-9984-1019-2

ВВЕДЕНИЕ

Рабочие программы дисциплин «Техническая механика» и «Сопротивление материалов» для студентов очной и заочной форм обучения направления подготовки 08.03.01 «Строительство» предусматривают практические занятия, самостоятельную работу студентов и выполнение расчетно-графических работ. Практикум содержит задания по следующим темам:

– геометрические характеристики плоских сечений;

– расчет стержней на прочность при растяжении и сжатии, кручении и прямом изгибе;

– расчет стержней на прочность при сложном сопротивлении;

– расчет сжатых стержней на устойчивость;

– расчет на прочность при ударном действии нагрузки;

– расчет простейших статически неопределимых систем.

В практикуме приведены задания для расчетно-графических работ, основные теоретические положения и методические указания к выполнению заданий, задачи для практических занятий и примеры решения задач. Каждый студент выполняет расчетно-графическую работу по индивидуальному варианту (шифру), который выдается преподавателем. Номер варианта представляет собой произвольный набор четырех цифр. Пример выбора данных для выполнения задания по индивидуальному варианту приведен в таблице.

Расчетно-графическая работа (текстовая и графическая части) с титульным листом (прил. 1) оформляется в соответствии с требованиями и представляется на защиту в сроки, указанные в рабочей программе. Во время защиты работы студент должен показать знание основных положений теоретической части соответствующей темы, владение методами расчета типовых элементов конструкций на прочность и жесткость, умение отвечать на вопросы по темам расчетно-графической работы.

Расчетно-графическая работа по дисциплине «Техническая механика» включает задачи из заданий 1 и 2, набор задач определяется преподавателем. Расчетно-графическая работа по дисциплине «Сопротивление материалов» включает задачи из заданий 3, 4, 5, 6, набор задач определяется преподавателем.

Общие требования к выполнению и оформлению расчетно-графических работ:

1. Выписать условие задачи с эскизом заданной схемы и исходными данными для расчета по индивидуальному варианту на первом листе решения каждой задачи.

2. Записи выполнять четко и аккуратно, схемы и рисунки изображать с использованием чертежных инструментов. Допускается оформление в электронном виде.

3. Текстовая часть должна содержать названия этапов решения, краткие пояснения хода решения задачи, расчетные формулы, численные расчеты и результаты вычислений по каждому этапу решения.

4. Численные расчеты проводить в системе СИ: сила – в ньютонах, линейные размеры – в метрах, нормальные и касательные напряжения – в паскалях (1 МПа = 10^6 Па). Численные значения величин подставлять в расчетную формулу в системе СИ без промежуточных преобразований и затем записывать результат вычислений с указанием единиц измерения (физических величин).

5. Схемы и графики (эпюры) выполнять в выбранном масштабе; на всех расчетных схемах стержней необходимо указывать *численные значения* линейных размеров, нагрузки (сил, моментов), реакций опор; реакции опор показывать в действительном направлении с учетом знаков, полученных при решении.

6. На расчетных схемах стержней (валов, балок) принимать следующие оси координат: z – продольная ось стержня (балки, вала); x, y – поперечные оси; при изображении отдельных видов стержня (вала, балки) указывать направление, с которого получено данное изображение, например, вид на балку сверху – с положительного конца оси y; применять, как правило, основные виды – с положительных концов соответствующих координатных осей; при решении задач

показывать вертикальную плоскость zy в плоскости рисунка, горизонтальную плоскость zx – вид с положительного конца оси y, т. е. сверху или в аксонометрическом (пространственном) виде (см. примеры решения задач); так же строить эпюры внутренних усилий (внутренних силовых факторов).

7. Окончательные результаты записывать в виде ответа.

8. Оформить расчетно-графическую работу с титульным листом в формате Word или рукописно и сдать на проверку преподавателю в сроки, установленные рабочей программой дисциплины. Студентам, обучающимся по заочной форме с применением дистанционных технологий, необходимо прислать работу, выполненную в соответствии с требованиями, на сайт ЦДО.

Данные для решения выбирают из таблиц к задачам в соответствии с индивидуальным вариантом (шифром), выданным преподавателем. Номер варианта состоит из четырёх цифр. Каждая цифра соответствует номеру строки в соответствующем столбце. По первой цифре берут данные из первого столбца таблицы, обозначенного римской цифрой I, по второй цифре – данные из столбца II, по третьей – из столбца III, по четвёртой – из столбца IV. Пример выбора данных: вариант 1835.

Номер строки	I	II	III	IV
	Данные	Данные	Данные	Данные
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
0				

Задание 1

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ, КРУЧЕНИИ И ПРЯМОМ ИЗГИБЕ

Задача № 1. Прямой стержень жестко заделан левым концом и нагружен сосредоточенными силами (рис. 1).Требуется:

– изобразить расчетную схему стержня;

– найти реакцию опоры (заделки);

– построить эпюры продольной силы N и нормальных напряжений σ;

– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;

– найти удлинения (укорочения) участков стержня Δl_i и полное изменение длины стержня Δl;

– определить относительные продольные деформации ε_{zi} на участках стержня и проверить выполнение условия жесткости.

Номер схемы стержня, данные для расчета взять по варианту из табл. 1. При расчете принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа , $[\varepsilon_z] = 1 \cdot 10^{-3}$.

Таблица 1

Номер строки	I	II			III		IV	
	Номер схемы	a, м	b, м	c, м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	R, МПа
1	1	0,5	1,0	0,4	32	14	28	120
2	2	0,4	0,9	0,2	16	20	12	140
3	3	0,3	0,8	0,5	24	18	40	160
4	4	0,2	0,7	0,6	18	30	24	100
5	5	0,4	0,6	0,3	26	12	14	150
6	6	0,5	0,4	0,8	36	14	26	120
7	7	0,6	0,3	0,9	25	15	36	130
8	8	0,7	0,2	0,4	12	28	20	140
9	9	0,8	0,4	0,6	30	15	28	150
0	10	0,3	0,6	0,5	27	10	18	160

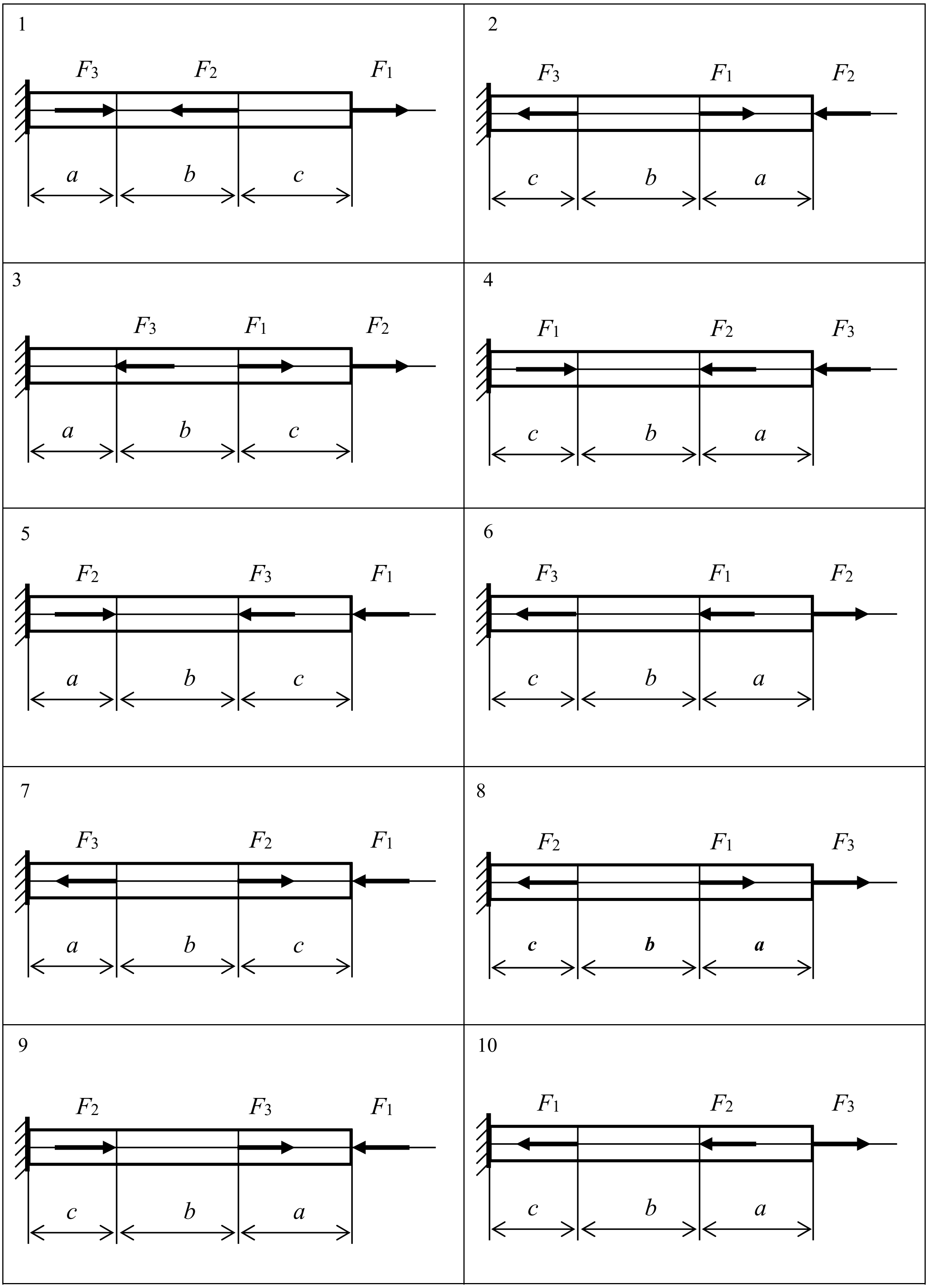

1
F3 F2 F1
a b c
2
F3 F1 F2
c b a
3
F3 F1 F2
a b c
4
F1 F2 F3
c b a
5
F2 F3 F1
a b c
6
F3 F1 F2
c b a
7
F3 F2 F1
a b c
8
F2 F1 F3
c b a
9
F2 F3 F1
c b a
10
F1 F2 F3
c b a

Рис. 1

Указания к решению задачи № 1

В задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** на прочность прямого стержня при растяжении и сжатии. В ходе решения изучается построение эпюр внутренних усилий (внутренних силовых факторов). Внутренним усилием при растяжении и сжатии является продольная сила N. Внутренние усилия находят методом сечений.

Рекомендуется следующий порядок решения задачи:

1. Изобразить расчетную схему стержня с указанием численных значений сил, линейных размеров.

2. Определить реакцию опоры (заделки).

3. Разбить рассматриваемый стержень на участки так, чтобы в пределах участка характер нагрузки не менялся, в этом случае границами участков будут сечения, в которых приложены внешние силы. Согласно методу сечений на каждом участке мысленно провести секущую плоскость и для отсеченной части стержня составить уравнение равновесия проекций сил на продольную ось стержня, включив в него продольную силу на данном участке. Из уравнений равновесия найти продольные силы N_i и построить эпюру N.

4. Найти площадь поперечного сечения из условия прочности

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|N|_{\max}}{A} \le R,$$

отсюда $A \ge \dfrac{|N|_{\max}}{R}$.

5. Вычислить нормальное напряжение на каждом i-м участке по формуле $\sigma_i = \dfrac{N_i}{A}$ и построить эпюру нормальных напряжений.

6. Определить изменение длины каждого участка (удлинение или укорочение) по формуле

$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{EA}.$$

7. Определить полное изменение длины стержня $\Delta l = \sum \Delta l_i$.

8. Найти на участках стержня относительную продольную деформацию $\varepsilon_{zi} = \dfrac{\Delta l_i}{l_i} = \dfrac{\sigma_i}{E}$ и проверить выполнение условия жесткости $\varepsilon_{zi} \le [\varepsilon_z]$.

9. Результаты расчета записать в ответе.

Задача № 2. Для заданного стержня (рис. 2) требуется:

– изобразить расчетную схему стержня;

– построить эпюру продольной силы N;

– построить эпюру нормального напряжения σ в общем виде и определить положение опасного сечения;

– из условия прочности определить площадь поперечного сечения стержня A;

– определить нормальные напряжения σ_i на участках стержня и построить эпюру нормального напряжения с указанием ординат эпюры в численном виде, сделать вывод о правильности определения площади A.

Исходные данные для расчета и номер схемы стержня взять по варианту из табл. 2.

Таблица 2

Номер строки	I	II			III	IV
	Номер схемы	F_1, кН	F_2, кН	q, кН/м	a, м	R, МПа
1	1	10	42	10	0,40	10
2	2	15	46	12	0,42	12
3	3	20	50	14	0,44	14
4	4	45	34	16	0,46	16
5	5	35	20	8	0,30	18
6	6	30	14	6	0,32	100
7	7	16	30	4	0,34	110
8	8	24	40	18	0,36	120
9	9	32	25	5	0,38	130
0	10	26	60	15	0,40	140

Указания к решению задачи № 2

В задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** на прочность ступенчатого стержня при растяжении и сжатии. Внутренним усилием при растяжении и сжатии является продольная сила N. Для определения продольной силы на участках стержня используется метод сечений. В ходе решения изучается построение эпюр продольной силы и нормального напряжения.

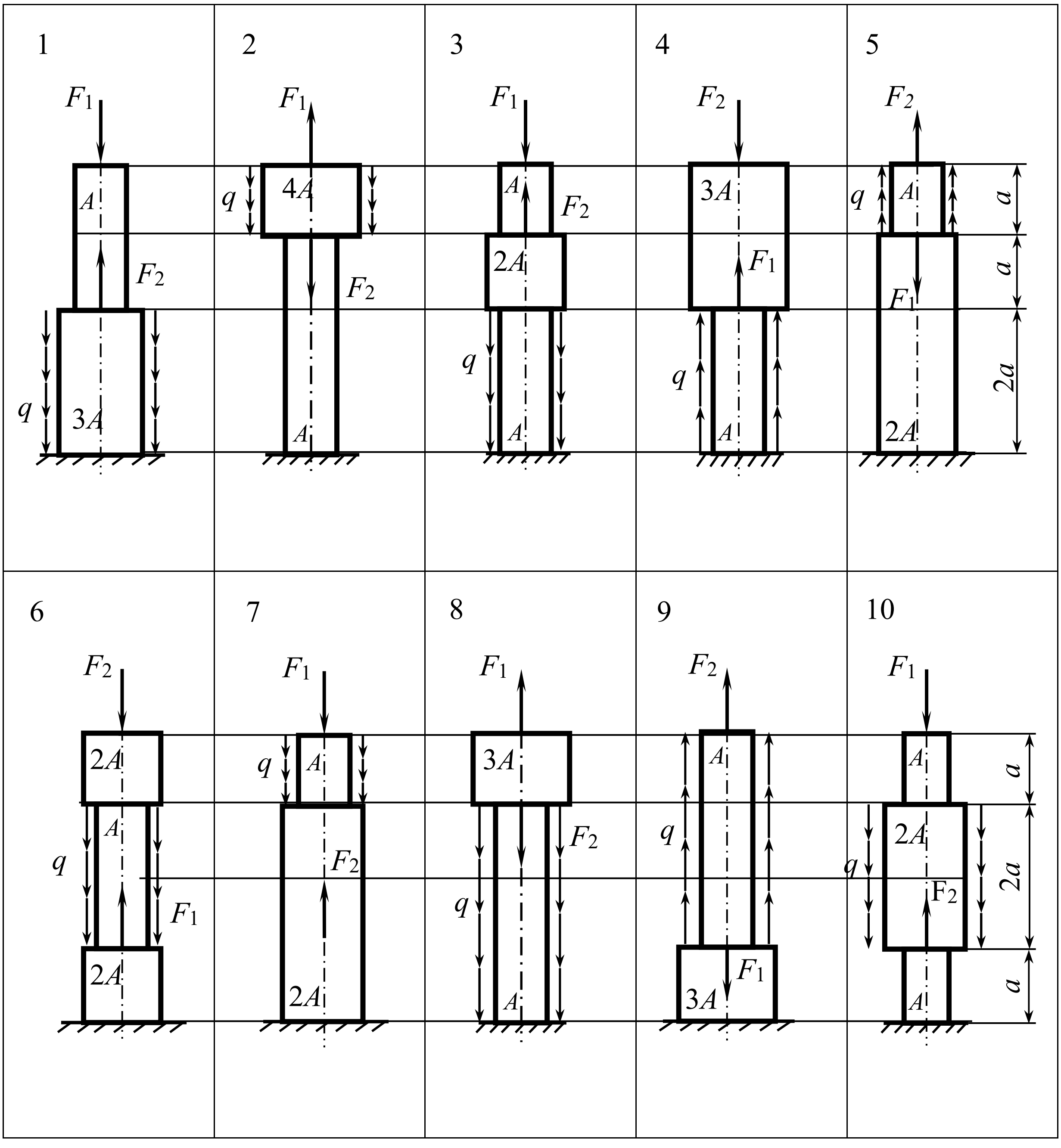


Рис. 2

Рекомендуется следующий порядок решения задачи:

1. Изобразить схему стержня с указанием численных значений сил и линейных размеров.

2. Определить реакцию опоры (заделки).

3. Разбить рассматриваемый стержень на участки так, чтобы в пределах участка характер нагрузки не изменялся и площадь поперечного сечения была постоянной ($A_i = \text{const}$). Для каждого i-го участка составить выражения для продольной силы N_i и построить эпюру N. Ординаты эпюры откладывать в относительном масштабе.

4. Определить в общем виде нормальное напряжение на каждом участке $\sigma_i = \dfrac{N_i}{A_i}$ и построить эпюру нормальных напряжений. Определить наибольшее по модулю нормальное напряжение $|\sigma|_{\max}$.

5. Записать условие прочности при растяжении и сжатии $|\sigma|_{\max} \le R.$ Определить из условия прочности параметр A площади поперечного сечения стержня.

6. Найти численно нормальное напряжение на каждом i-м участке и построить эпюру нормальных напряжений.

7. Проверить выполнение условия прочности на всех участках и записать вывод о правильности определения площади поперечного сечения стержня.

8. Результаты расчета записать в ответе.

Задача № 3. Для стального вала с круглым поперечным сечением (рис. 3) требуется:

– изобразить расчетную схему вала;

– построить эпюру крутящего момента $M_к$;

– из условия прочности определить диаметр d вала;

– построить эпюру максимальных касательных напряжений $\tau_{\max}$;

– проверить выполнение условия прочности на участках вала и сделать вывод о правильности определения диаметра вала d;

– определить углы закручивания φ_i на участках вала и полный угол закручивания вала φ.

– найти относительные углы закручивания θ_i на участках вала и проверить выполнение условия жесткости.

Данные для расчета и номер схемы вала (рис. 3) взять по варианту из табл. 3. При расчете принять $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $[\theta] = 1$ град/м.

Таблица 3

Номер строки	I	II				III			IV
	Номер схемы	M_1, кН·м	M_2, кН·м	M_3, кН·м	M_4, кН·м	a, м	b, м	c, м	$R_{ср}$, МПа
1	1	0	1,2	2,0	1,6	0,22	0,16	0,14	40
2	2	0,8	0	1,2	1,6	0,19	0,14	0,20	50
3	3	1,2	1,5	0	0,7	0,18	0,20	0,12	65
4	4	1,4	0,8	1,6	0	0,15	0,24	0,16	60
5	5	0	0,7	1,5	1,2	0,16	0,18	0,25	35
6	6	1,6	0	1,2	1,4	0,25	0,16	0,18	40
7	7	0,9	1,1	0	1,4	0,14	0,15	0,22	45
8	8	1,2	0,8	1,3	0	0,18	0,24	0,15	50
9	9	0	1,9	1,2	1,1	0,12	0,14	0,16	55
0	10	0,6	0	1,1	1,5	0,15	0,18	0,20	30

Указания к решению задачи № 3

В задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** стержня при кручении. Стержень при кручении называется *валом*. В ходе решения необходимо определить крутящий момент на участках вала методом сечений и построить эпюру $M_к$. Для вала с постоянным по длине диаметром d опасное сечение находят по эпюре крутящего момента.

Расчет вала рекомендуется проводить в следующем порядке:

1. Изобразить схему вала, на схеме указать численные значения заданных моментов M_i, $i = 1, 2, 3, 4$.

2. Найти неизвестный момент M_0 из уравнения равновесия внешних моментов относительно оси z $\sum M_z = 0$;

3. Разбить вал на участки, обозначить их номерами $j = 1, 2, 3…$

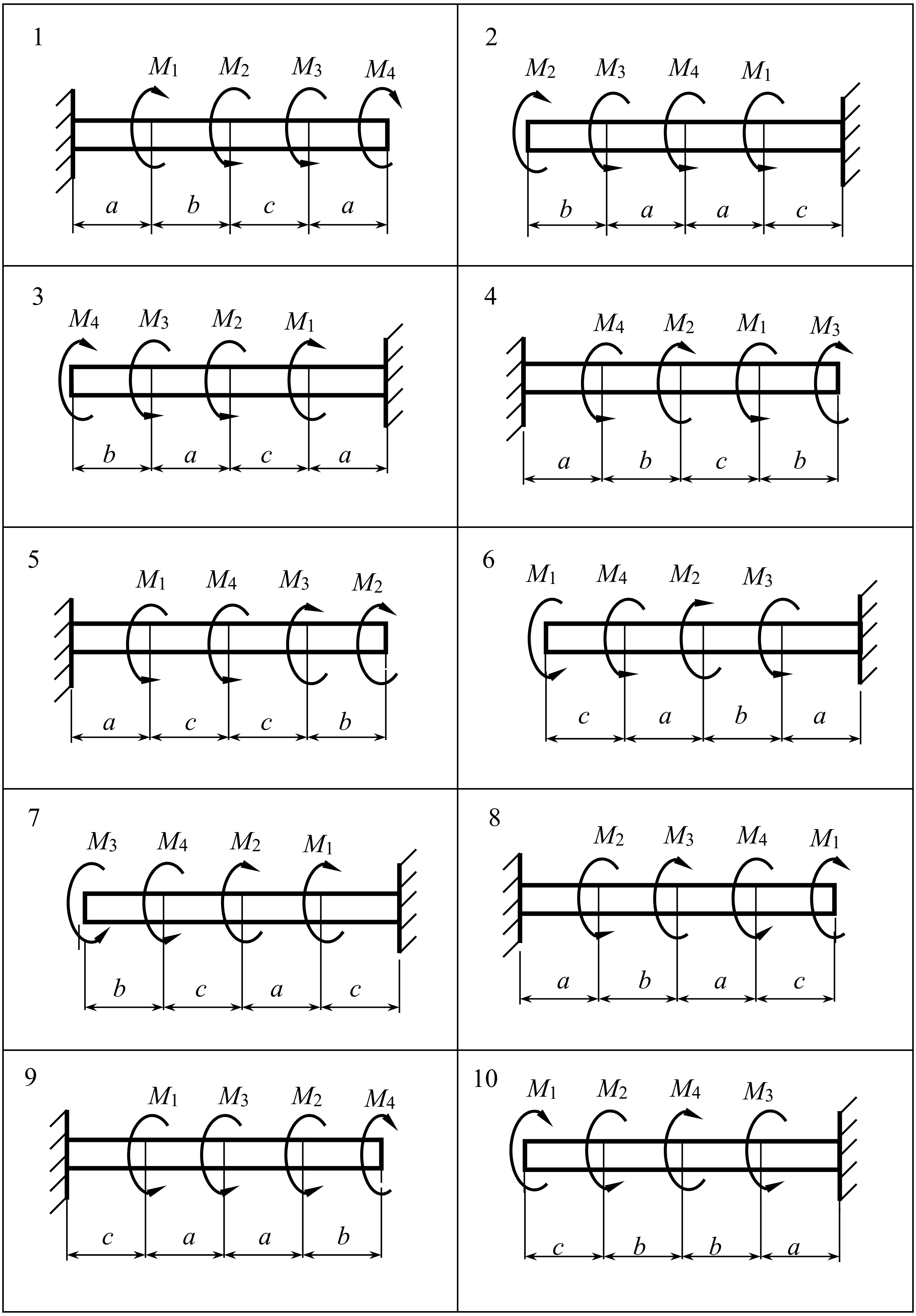

1
M_1 M_2 M_3 M_4
a b c a
2
M_2 M_3 M_4 M_1
b a a c
3
M_4 M_3 M_2 M_1
b a c a
4
M_4 M_2 M_1 M_3
a b c b
5
M_1 M_4 M_3 M_2
a c c b
6
M_1 M_4 M_2 M_3
c a b a
7
M_3 M_4 M_2 M_1
b c a c
8
M_2 M_3 M_4 M_1
a b a c
9
M_1 M_3 M_2 M_4
c a a b
10
M_1 M_2 M_4 M_3
c b b a

Рис. 3

4. Методом сечений определить крутящие моменты на участках вала: на каждом участке провести мысленно секущую плоскость и составить для отсеченной части вала уравнение равновесия моментов относительно продольной оси z, включая в эти уравнения крутящий момент $M_{кj}$ на данном участке. По полученным значениям построить эпюру крутящих моментов. По эпюре крутящих моментов $M_к$ определить наибольшее численное значение крутящего момента $\left|M_к\right|_{\max}$.

5. Записать условие прочности при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{\left|M_к\right|_{\max}}{W_p} \le R_{ср},$$

где $W_p = \dfrac{\pi d^3}{16}$ – полярный момент сопротивления W_P круглого поперечного сечения вала.

6. Определить диаметр вала из условия прочности

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16\left|M_к\right|_{\max}}{\pi R_{ср}}}.$$

7. Найти значения наибольших касательных напряжений $\tau_{\max j}$ на участках вала для расчетного значения диаметра d

$$\tau_{\max j} = \frac{M_{кj}}{W_p},$$

где j – номер участка.

По найденным значениям построить эпюру наибольших касательных напряжений. Все значения напряжений на этой эпюре должны соответствовать условию прочности при кручении: $\left|\tau_j\right|_{\max} \le R_{ср}$.

8. Определить углы закручивания (углы поворота сечений) на каждом участке вала по формуле

$$\varphi_j = \frac{M_{кj} l_j}{G I_p},$$

где l_j – длина участка; G – модуль сдвига; $I_p = \dfrac{\pi d^4}{32}$ – полярный момент инерции круглого сечения вала.

9. Найти полный угол закручивания вала $\varphi = \sum \varphi_j$.

10. Определить относительные углы закручивания на участках вала

$$\theta_j = \frac{M_{кj}}{GI_p} = \frac{\varphi_j}{l_j}$$

и проверить выполнение условия жесткости $\theta_j \le [\theta]$.

Если условие жесткости не выполнено, то требуется определить диаметр вала d из условия жесткости

$$d_ж \ge \sqrt[4]{\frac{32|M_к|_{\max}}{\pi G[\theta]}}.$$

Выбрать окончательно из двух значений диаметра d и $d_ж$ наибольший.

11. Результаты расчета записать в ответе.

Задача № 4. Для заданных двух схем балок – двухопорной консольной (рис. 4, а) и консоли (рис. 4, б) требуется:

– изобразить расчетную схему каждой балки;

– построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента;

– из условия прочности подобрать:

а) для схемы (а) стальную балку двутаврового поперечного сечения при расчетном сопротивлении R = 210 МПа;

б) для схемы (б) найти диаметр d круглого поперечного сечения деревянной балки при расчетном сопротивлении R = 10 МПа.

Данные для расчета и схемы балок взять по варианту из табл. 4.

Таблица 4

Номер строки	I	II			III		IV
	Номер схемы	a, м	b, м	c, м	F, кН	M, кН·м	q, кН/м
1	1	1,0	0,8	2,0	15	10	30
2	2	1,2	0,9	1,8	17	12	28
3	3	1,4	1,0	1,6	19	14	26
4	4	1,3	1,1	1,4	10	16	24
5	5	1,1	1,4	1,7	12	18	22

Окончание табл. 4

Номер строки	I	II			III		IV
	Номер схемы	a, м	b, м	c, м	F, кН	M, кН·м	q, кН/м
6	6	1,6	1,3	1,9	14	20	20
7	7	1,5	1,2	1,5	16	12	32
8	8	2,0	0,7	1,1	13	16	20
9	9	1,9	0,6	1,2	18	14	34
0	10	1,8	1,5	1,0	20	18	36

Указания к решению задачи № 4

В задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** стержня при прямом изгибе. Стержень в случае изгиба называется *балкой*. Решение задачи рекомендуется проводить в следующем порядке:

1. Изобразить расчетную схему балки с указанием численных значений сил (F, q), моментов (M), линейных размеров.

2. Определить реакции опор балки.

3. Разбить балку на участки так, чтобы в пределах каждого участка характер внешней нагрузки не изменялся. Номера участков указать на схеме $i = 1, 2, 3\ldots$

4. На каждом участке методом сечений определить поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_x: провести мысленно секущую плоскость на рассматриваемом участке и составить уравнения равновесия для отсеченной части балки (левой или правой), из этих уравнений найти искомые внутренние усилия. По полученным значениям построить эпюры поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x (эпюру M_x строить на растянутых волокнах).

5. По эпюре M_x найти опасное сечение, в котором возникает наибольший по модулю изгибающий момент $\left|M_x\right|_{\max}$.

6. Записать условие прочности при прямом изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{\left|M_x\right|_{\max}}{W_x} \le R.$$

Из условия прочности найти осевой момент сопротивления поперечного сечения балки W_x

$$W_x \ge \frac{\left|M_x\right|_{\max}}{R}.$$

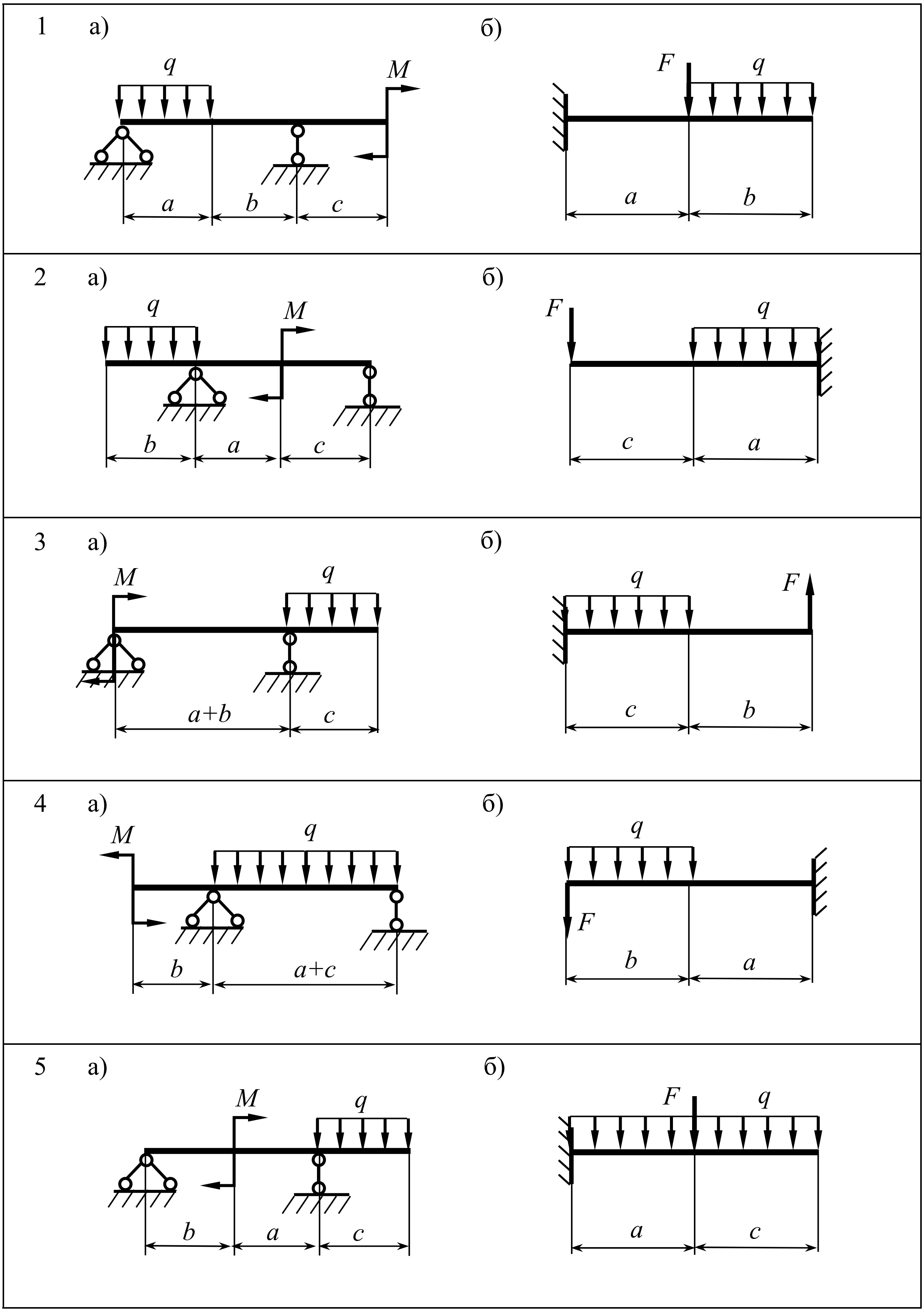


Рис. 4 (окончание см. на с. 18)

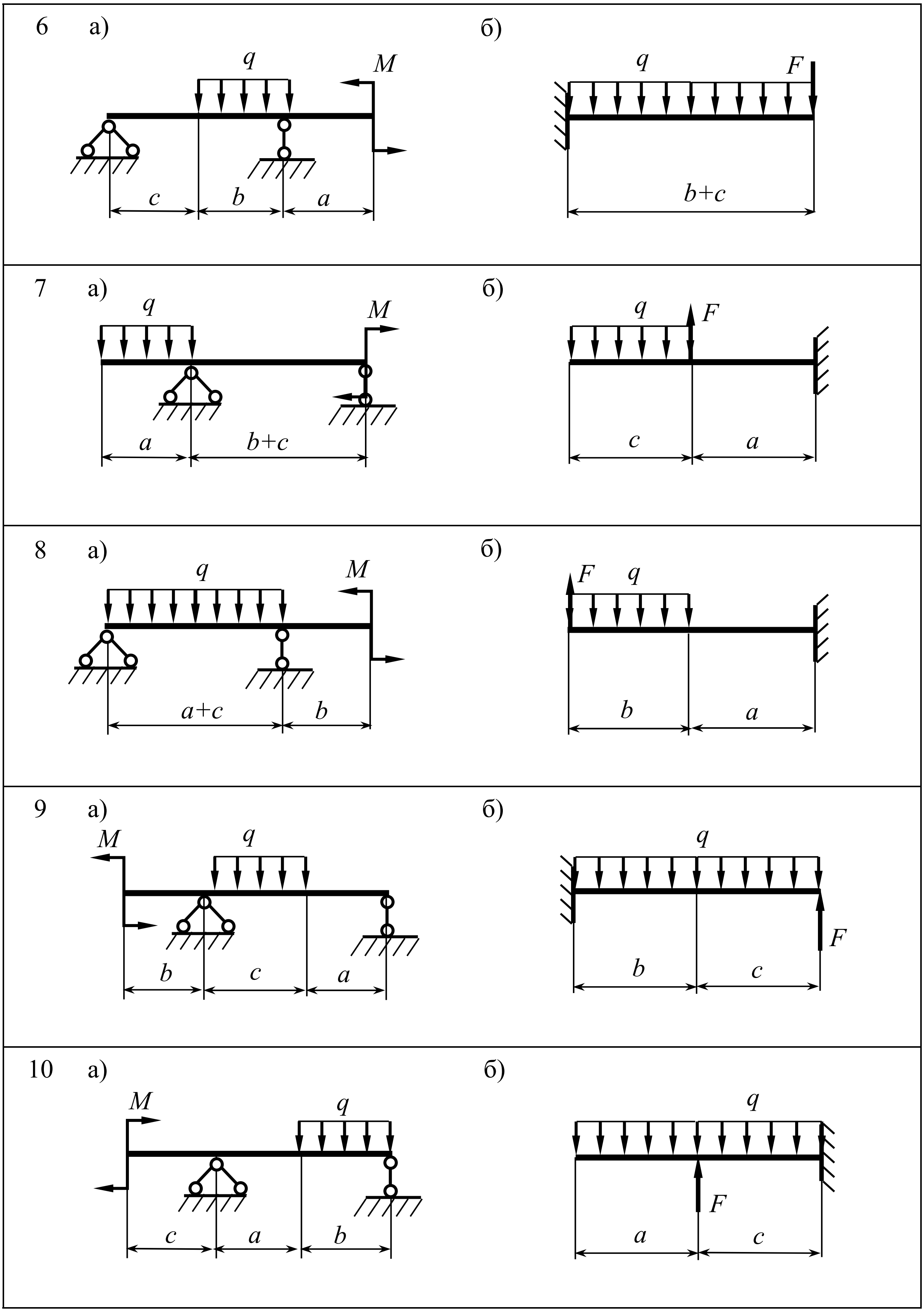


Рис. 4. Окончание (начало см. на с. 17)

7. Для схемы (а) по таблице сортамента (прил. 3) подобрать номер двутавровой балки так, чтобы табличное значение осевого момента сопротивления $W_{x\,\text{табл}}$ было возможно близко к расчетному значению W_x. Проверить выполнение условия прочности для выбранного номера балки

$$\left|\sigma\right|_{\max} = \frac{\left|M_x\right|_{\max}}{W_{x\,\text{табл}}} \le R.$$

Расхождение между наибольшим нормальным напряжением для выбранного номера двутавра и расчетным сопротивлением не должно превышать ±5 %:

$$\left|\Delta\sigma\right| = \frac{R - \left|\sigma\right|_{\max}}{R} 100 \le \pm 5\ \%\ .$$

8. Для схемы (б) осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения балки определяется по формуле

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Отсюда диаметр d поперечного сечения балки

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{32 W_x}{\pi}}.$$

Проверить выполнение условия прочности при найденном диаметре d: определить численно W_x, подставить это значение в условие прочности и убедиться, что условие выполняется.

9. Результаты расчета записать в ответе.

Задание 2

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

Задача № 1. Для заданного симметричного поперечного сечения стержня (рис. 5) требуется:

– определить положение центра тяжести сечения;

– построить главные центральные оси (x_C – горизонтальная ось, y_C – вертикальная ось);

– найти главные центральные моменты инерции I_{x_C}, I_{y_C}.

Данные для расчета взять по варианту из табл. 5.

Таблица 5

Номер строки	I	II	III	IV
	Номер схемы	*a*, мм	*b*, мм	*c*, мм
1	1	60	46	80
2	2	45	52	70
3	3	50	56	96
4	4	40	38	84
5	5	36	54	50
6	6	54	45	90
7	7	48	50	65
8	8	64	35	90
9	9	42	60	75
0	10	56	40	60

Указания к решению задачи № 1

Определение геометрических характеристик плоских сечений стержня рекомендуется выполнять в следующем порядке:

1. Начертить поперечное сечение по заданным размерам в масштабе.

2. Разбить сечение на простые фигуры, для которых известны геометрические характеристики (прил. 2).

3. Показать центры тяжести простых фигур – точки C_i; провести в каждой фигуре собственные центральные оси (x_{C_i} – горизонтальные оси, y_{C_i} – вертикальные оси, i – номер простой фигуры) и выбрать оси

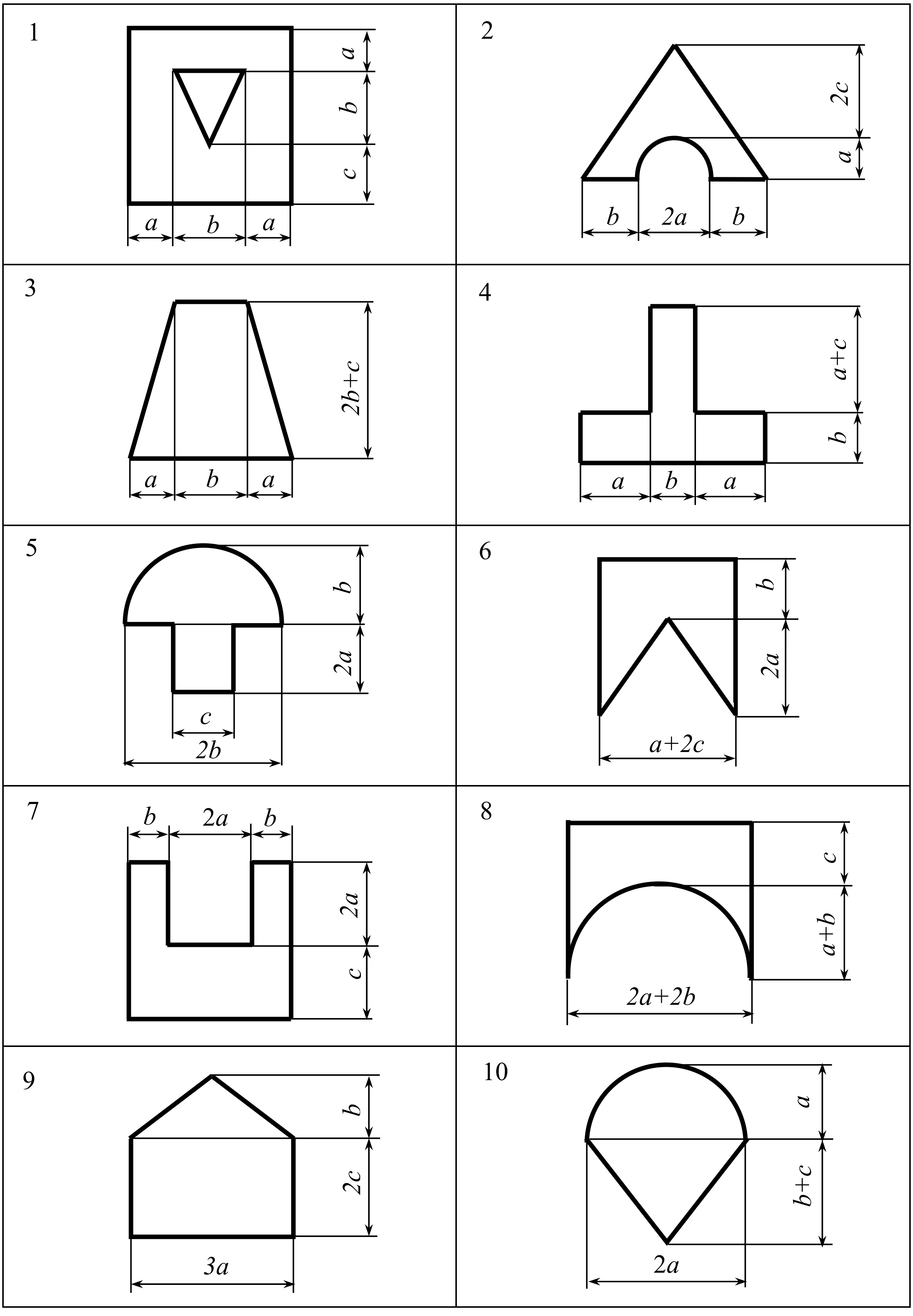

1
a
b
c
a
b
a
2
2c
a
b
2a
b
3
2b+c
a
b
a
4
a+c
b
a
b
a
5
b
2a
c
2b
6
b
2a
a+2c
7
b
2a
b
2a
c
8
c
a+b
2a+2b
9
b
2c
3a
10
a
b+c
2a

Рис. 5

x, y вспомогательной системы координат *xOy*, относительно которой будет определяться положение центра тяжести сечения *C*.

4. Найти координаты центра тяжести заданной фигуры в системе осей *xOy* по формулам:

$$x_{\mathrm{C}} = \frac{\sum A_i x_{\mathrm{C}_i}}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_{\mathrm{C}_1} + A_2 x_{\mathrm{C}_2} + \ldots + A_n x_{\mathrm{C}_n}}{A_1 + A_2 + \ldots + A_n};$$

$$y_{\mathrm{C}} = \frac{\sum A_i y_{\mathrm{C}_i}}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_{\mathrm{C}_1} + A_2 y_{\mathrm{C}_2} + \ldots + A_n y_{\mathrm{C}_n}}{A_1 + A_2 + \ldots + A_n}.$$

Здесь A_i – площадь *i*-й простой фигуры; x_{C_i} и y_{C_i} – координаты центра тяжести *i*-й фигуры в выбранной вспомогательной системе координат. Суммирование проводится по количеству фигур разбиения (i = 1, 2,… n) алгебраически, т. е. для фигур, изображающих отверстия и вырезы, площади принимаются отрицательными.

5. Провести через найденный центр тяжести *C* всего сечения оси x_{C} и y_{C} – центральные оси заданного сечения.

6. Вычислить главные центральные моменты инерции симметричного сечения относительно главных центральных осей x_{C} и y_{C} по формулам:

$$I_{x_{\mathrm{C}}} = \sum\nolimits_{i=1}^{n}\left(I_{x_{\mathrm{C}_i}} + a_i^2 A_i\right);\ I_{y_{\mathrm{C}}} = \sum\nolimits_{i=1}^{n}\left(I_{y_{\mathrm{C}_i}} + b_i^2 A_i\right).$$

Здесь a_i – расстояние между горизонтальными осями x_{C} и x_{C_i}; b_i – расстояние между вертикальными осями y_{C} и y_{C_i}.

7. Результаты расчета записать в ответе.

Задача № 2. Для заданного плоского симметричного сечения, составленного из прокатных профилей (рис. 6), требуется:

– определить положение центра тяжести сечения;

– построить главные центральные оси (x_{C} – горизонтальная ось, y_{C} – вертикальная ось);

– найти главные центральные моменты инерции $I_{x_{\mathrm{C}}}, I_{y_{\mathrm{C}}}$.

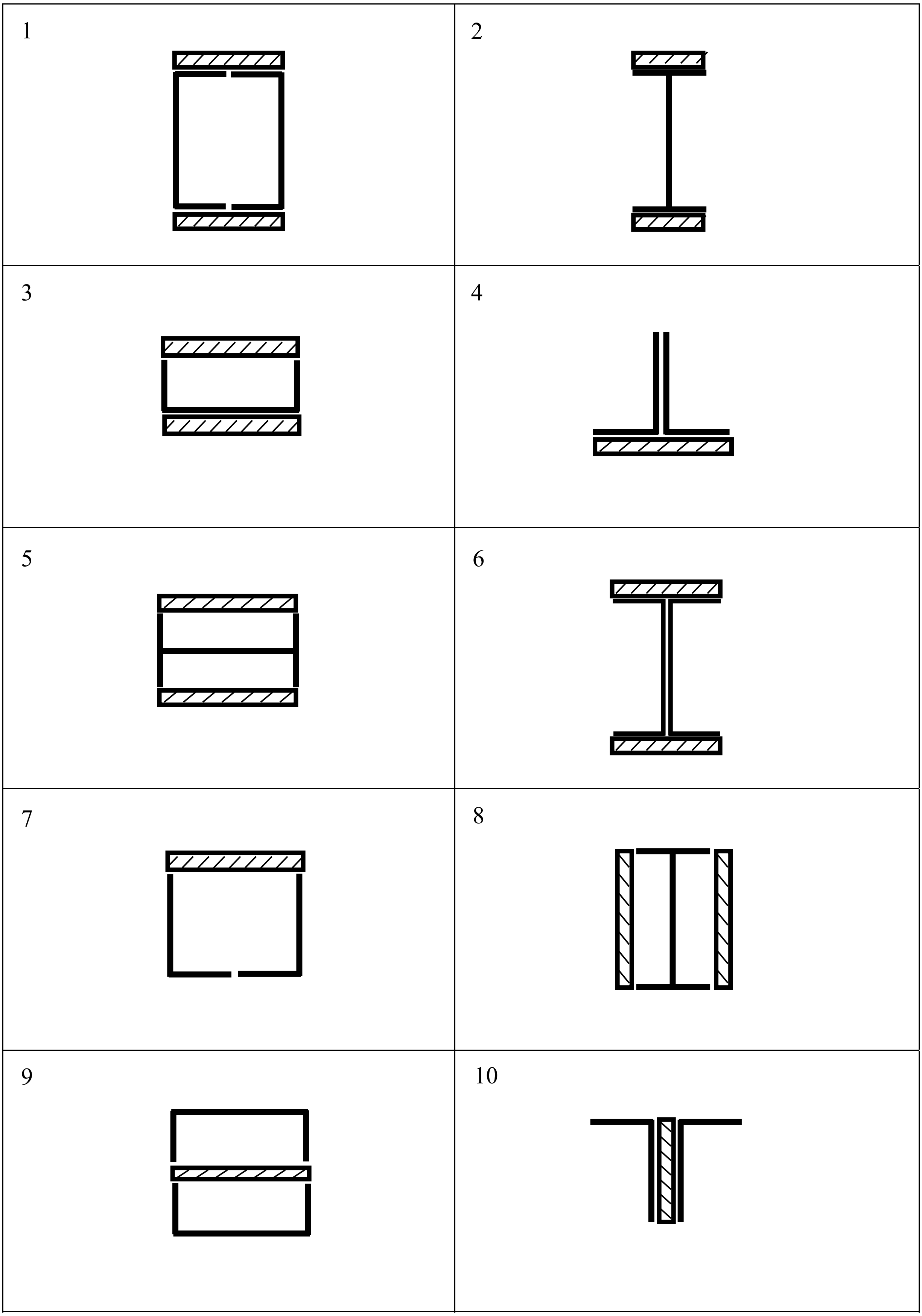


Рис. 6

Номер схемы сечения и данные для расчета взять по варианту из табл. 6.

Таблица 6

Номер строки	I	II		III	IV
	Номер схемы	Толщина пластины a, мм	Размеры уголка	Номер двутавра	Номер швеллера
1	1	36	140×90×8	16	18
2	2	45	160×100×10	24	30
3	3	60	90×56×6	30	22
4	4	24	100×100×12	16	27
5	5	30	100×63×8	18	33
6	6	42	110×70×8	40	40
7	7	24	125×125×10	27	36
8	8	48	200×125×12	20	20
9	9	54	160×160×10	33	16
10	10	20	90×90×8	45	24

Указания к решению задачи № 2

Расчет рекомендуется выполнять в следующем порядке:

1. Выписать из таблиц сортамента размеры и геометрические характеристики заданных профилей.

2. Начертить в масштабе заданное сечение по размерам, указанным в таблицах сортамента (прил. 3, 4). При расчете считать, что профили соединены без зазоров и полученное сечение представляет собой сплошную фигуру. Размеры пластины: a – толщина, l – длина, которая определяется для заданного сечения по размерам стандартных профилей, например, на рис. 7 ширина пластины b равна высоте заданного швеллера h.

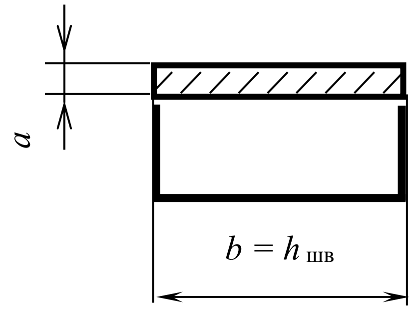


Рис. 7

3. Далее порядок решения задачи см. в указаниях к задаче № 5, пп. 3 – 7.

Задание 3

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ СТЕРЖНЯ ПРИ СЛОЖНОМ СОПРОТИВЛЕНИИ

Задача № 1. Балка с поперечным сечением в виде прямоугольника с соотношением размеров $h/b = k$ (h – высота, b – ширина сечения) нагружена силами (F, q) и моментами (M), действующими в вертикальной zy и горизонтальной zx плоскостях (рис. 8). Требуется:

– изобразить расчетную схему балки;

– определить внутренние усилия в поперечных сечениях балки в главных плоскостях;

– построить эпюры внутренних усилий;

– из условия прочности по нормальным напряжениям определить размеры поперечного сечения балки b и h;

– проверить выполнение условия прочности по нормальным напряжениям при найденных размерах;

– построить эпюру нормальных напряжений σ в опасном сечении.

При расчете принять расчетное сопротивление R = 210 МПа.

Номер схемы балки, данные для расчета взять из табл. 7 по варианту, выданному преподавателем.

Таблица 7

Номер строки	I	II		III		IV	
	Номер схемы	a, м	c, м	k	F, кН	q, кН/м	M, кН·м
1	1	1,2	1,5	1,5	8	18	12
2	2	1,4	1,8	1,8	12	20	24
3	3	1,5	2,0	2,0	10	12	9
4	4	1,0	1,4	1,6	16	8	10
5	5	0,8	1,2	2,2	14	6	12
6	6	1,6	1,6	0,75	18	4	18
7	7	1,2	1,0	0,5	20	10	8
8	8	1,5	1,5	2,5	24	9	6
9	9	1,4	1,6	0,6	15	12	16
0	10	1,0	1,4	0,8	12	8	15

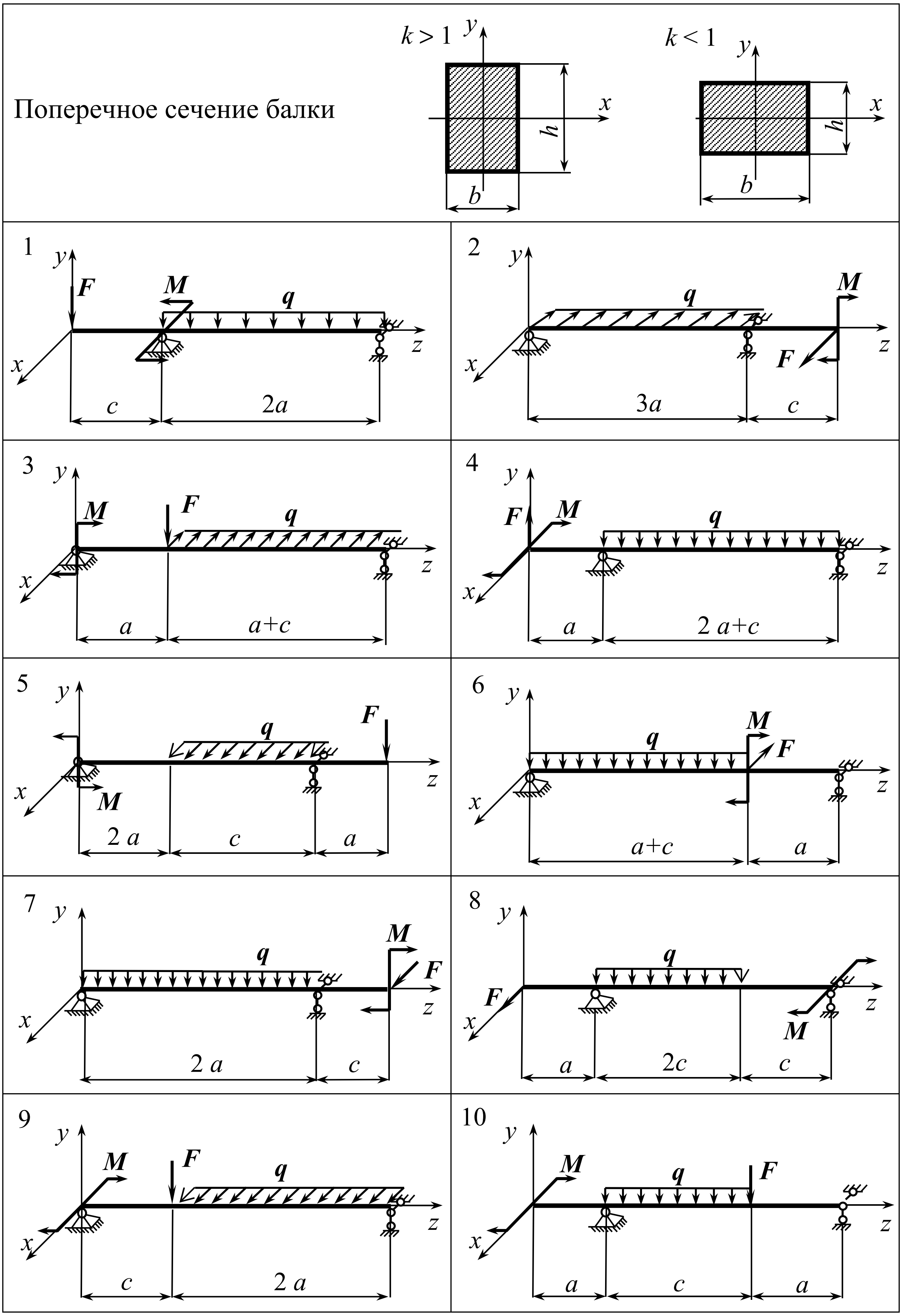

Поперечное сечение балки
k > 1
k < 1
y
x
h
b
1
F
M
q
c
2a
2
3a
c
3
a
a+c
4
2 a+c
5
2 a
6
7
8
2c
9
10
z

Рис. 8

Указания к решению задачи № 1

В данной задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** балки при косом (сложном) изгибе. Рекомендуется следующий порядок расчета:

1. Изобразить расчетную схему балки согласно исходным данным с указанием численных значений размеров и нагрузки. Начертить поперечное сечение в масштабе с учетом соотношения $h/b = k$.

2. Построить эпюры внутренних силовых факторов в главных плоскостях балки:

– в вертикальной плоскости zy – эпюры поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x;

– в горизонтальной плоскости zx – эпюры поперечной силы Q_x и изгибающего момента M_y.

Эпюры изгибающих моментов строить на растянутых волокнах.

3. По эпюрам изгибающих моментов M_x, M_y найти опасные сечения балки. Опасными принимаем сечения, в которых оба изгибающих момента принимают наибольшие значения по модулю или сечения, в которых один из моментов имеет наибольшее значение. Таким образом, предположительно опасным может быть одно сечение либо проверке подлежат два сечения.

4. Определить положение нулевой (нейтральной) линии в опасных сечениях балки. Нулевая линия составляет с осью x поперечного сечения балки угол β, который находится из выражения

$$\mathrm{tg}\beta = \left|\frac{M_y}{M_x}\right| \frac{I_x}{I_y}.$$

Нулевая линия проходит через те четверти системы осей xy в поперечном сечении, в которых нормальные напряжения, вызванные моментами M_x и M_y, имеют разные знаки. Знаки нормальных напряжений в четвертях системы осей xy можно определить по эпюрам M_x и M_y, учитывая, что эти эпюры построены на растянутых волокнах.

Опасные точки в опасных сечениях найдем как наиболее удаленные от нулевой линии. Для прямоугольного сечения опасными являются угловые точки. В опасных точках нормальные напряжения от обоих изгибающих моментов имеют одинаковые знаки.

5. Условие прочности для балки с прямоугольным сечением [4]

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \le R,$$

где M_x, M_y – изгибающие моменты в опасном сечении; $W_x = bh^2/6$, $W_y = b^2h/6$ – осевые моменты сопротивления поперечного прямоугольного сечения балки. С учетом соотношения $h/b = k$ можно записать $W_x = b^3k^2/6$, $W_y = b^3k/6$.

Из условия прочности найти размеры поперечного сечения

$$b \ge \sqrt[3]{6\left(\frac{M_x}{k^2} + \frac{M_y}{k}\right) / R}, \; h = kb.$$

6. Проверить правильность определения размеров: найти осевые моменты сопротивления W_x и W_y численно и подставить их в условие прочности. При этом наибольшее напряжение в опасных сечениях при рассчитанных значениях b и h должно быть равно расчетному сопротивлению с погрешностью не более ±5 %. Эта погрешность вызвана, как правило, округлением результатов расчета. Если погрешность превышает 5 %, то необходимо проверить расчет размеров b и h.

7. Начертить опасное сечение в масштабе с найденными размерами b и h. В опасном сечении показать положение нулевой линии, знаки нормальных напряжений, опасные точки. Построить эпюру нормальных напряжений в опасном сечении. Ось эпюры провести перпендикулярно нулевой линии. От этой оси отложить ординаты, равные в соответствующем масштабе нормальным напряжениям в точках поперечного сечения.

8. Результаты расчета записать в ответе.

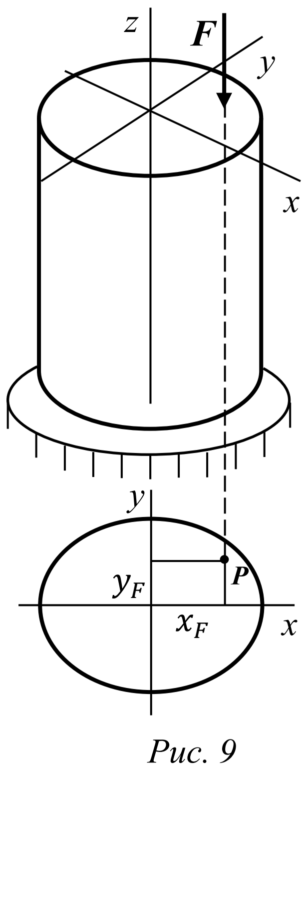


Рис. 9

Задача № 2. Стержень сжимается силой F, приложенной внецентренно (рис. 9). Координаты точки приложения силы x_F и y_F. Материал стержня неодинаково сопротивляется сжатию и растяжению, расчетные сопротивления на сжатие и растяжение равны соответственно $R_{сж}$ и $R_р$. Требуется:

– составить схему стержня согласно варианту; показать силу F в точке с координатами x_F и y_F с учетом их знаков;

– определить внутренние усилия в поперечном сечении; построить эпюры N, M_x, M_y;

– определить геометрические характеристики поперечного сечения стержня: положение центра тяжести, моменты инерции I_x, I_y относительно главных осей x_C и y_C, радиусы инерции i_x, i_y;

– построить нулевую (нейтральную) линию в поперечном сечении и определить положение опасных точек;

– записать условия прочности для опасных точек в растянутой и сжатой частях сечения;

– из условий прочности найти параметр *a* размера поперечного сечения, по наибольшему размеру *a* найти численно размеры *b* и *h*;

– построить ядро сечения.

Данные для расчета взять из табл. 8 по варианту, выданному преподавателем.

Таблица 8

Номер строки	I	II	III		IV	
	Форма сечения (рис. 10)	F, кН	x_F	y_F	$R_{сж}$, МПа	$R_р$, МПа
1	1	80	a	$-1{,}5a$	8	0,5
2	2	60	$-0{,}8a$	$1{,}5a$	10	12
3	3	70	$1{,}5a$	$-a$	120	30
4	4	90	$-0{,}6a$	$1{,}2a$	140	40
5	5	60	$-1{,}2a$	a	6	0,6
6	6	75	$-a$	$1{,}4a$	140	60
7	3	65	$0{,}8a$	$1{,}2a$	8	12
8	4	85	$-1{,}5a$	$-a$	120	40
9	5	95	$1{,}6a$	$0{,}8a$	7	0,6
0	6	80	$0{,}8a$	$-1{,}2a$	150	80

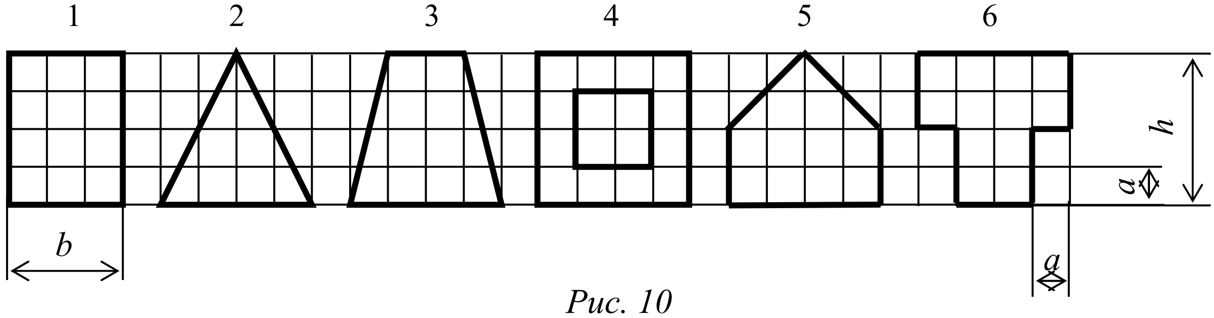


Рис. 10

Указания к решению задачи № 2

Внецентренное сжатие (растяжение) – это случай нагружения стержня, при котором линия действия сжимающей (растягивающей) силы не совпадает с продольной осью стержня z, а имеет эксцентриситеты x_F и y_F (координаты точки приложения силы). В поперечном сечении стержня возникают внутренние усилия – продольная сила N и изгибающие моменты M_x и M_y, причем во всех поперечных сечениях внутренние усилия одинаковые. Внецентренное сжатие (растяжение) можно рассматривать как совместное действие сжатия (растяжения) и чистого косого изгиба. Рекомендуется следующий порядок ***проектировочного расчета*** стержня:

1. Изобразить схему заданного сечения в масштабе с указанием размеров. Вычислить геометрические характеристики сечения через параметр a (на рис. 10 размеры ячейки $a \times a$): g

– определить положение центра тяжести сечения C;

– построить главные центральные оси x_C, y_C;

– найти главные центральные моменты инерции I_x, I_y;

– определить радиусы инерции i_x, i_y :

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}};\ i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}\ ,$$

где A – площадь поперечного сечения стержня.

Для простых сечений геометрические характеристики определяются с использованием табличных значений (см. прил. 2).

2. Показать на схеме сечения положение полюса P с координатами x_F, y_F с учетом их знаков. Определить положение нулевой линии через отрезки a_x и a_y, которые она отсекает на осях x и y:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F};\ a_y = -\frac{i_z^2}{y_F},$$

где x_F, y_F – координаты точки приложения силы F в осях xy.

3. Найти опасные точки – точки, наиболее удаленные от нулевой линии в сжатой части сечения и растянутой части сечения. Материал стержня неодинаково сопротивляется сжатию и растяжению.

4. Записать условия прочности для обеих опасных точек:

$$|\sigma|_{\max}^{\text{сж}} = \left| -\frac{F}{A} - \frac{M_x}{I_x} y_1 - \frac{M_y}{I_y} x_1 \right| \le R_{\text{сж}};$$

$$\sigma_{\max}^{\text{раст}} = -\frac{F}{A} + \frac{M_x}{I_x} y_2 + \frac{M_y}{I_y} x_2 \le R_{\text{раст}},$$

где x_1, y_1 – координаты опасной точки 1 в сжатой части сечения; x_2, y_2 – координаты опасной точки 2 в растянутой части сечения; все величины подставлять по модулю.

Подставить в условия прочности значения изгибающих моментов $M_x = Fy_F$; $M_y = Fx_F$, моменты инерции и координаты опасных точек, выраженные через параметр a. Найти численное значение параметра a из обоих условий прочности. Из двух значений выбрать *большее* и определить численно размеры заданного сечения b и h, указать эти размеры на схеме сечения.

5. Построить эпюры внутренних усилий – эпюру продольной силы N, эпюры изгибающих моментов M_x и M_y.

6. Построить ядро сечения.

Ядро сечения – область вокруг центра тяжести сечения, попав в которое сила F вызывает в сечении напряжения одного знака.

Для построения ядра сечения требуется начертить сечение в масштабе. Затем задать различные положения нулевой линии как касательных к контуру сечения. Сечение при этом должно быть полностью заключено в образованный проведенными нулевыми линиями контур. Для каждой линии определить по схеме сечения отсекаемые ими отрезки на осях a_{yi} и a_{xi}. Координаты y_{Fi}, x_{iF} точек F_i, лежащих на границе ядра сечения, найдем, используя формулы (см. п. 2):

$$y_F = -\frac{i_x^2}{a_y};\ z_F = -\frac{i_y^2}{a_x}.$$

Полученные точки последовательно соединить отрезками прямых. Область, очерченная вокруг центра тяжести сечения, является ядром сечения [4, 6].

7. Результаты расчета записать в ответе.

Задача № 3. Стальная стойка сжимается внецентренно приложенной силой F. Форма поперечного сечения стержня и точка приложения силы (рис. 11) выбираются по варианту. Требуется:

– составить схему стержня согласно варианту, показать силу F в заданной точке;

– определить геометрические характеристики заданного поперечного сечения стержня: моменты инерции I_x и I_y относительно главных центральных осей x, y; радиусы инерции i_x, i_y;

– построить нулевую линию в поперечном сечении и определить положение опасной точки;

– записать условие прочности для опасной точки;

– из условия прочности найти величину сжимающей силы F;

– определить численно внутренние усилия в поперечном сечении стержня, построить эпюры N, M_x, M_y;

– построить ядро сечения.

Данные для расчета взять из табл. 9 согласно варианту.

Таблица 9

Номер строки	I	II	III	IV	
	Форма сечения	Точка приложения силы	R, МПа	Номер двутавра, швеллера	Размер b прямоугольного сечения, см
1	1	A	160	36	12
2	2	B	180	30	8
3	3	D	200	24	10
4	4	E	210	40	9
5	5	A	180	22	14
6	1	B	160	18	6
7	2	D	200	16	10
8	3	E	210	33	12
9	4	A	180	27	8
0	5	D	160	20	9

Указания к решению задачи № 3

Рекомендуется следующий порядок решения задачи:

1. Изобразить схему заданного сечения в масштабе с указанием размеров (рис. 11).

2. Для заданного сечения:

– определить положение центра тяжести сечения C;

– построить главные центральные оси x_C, y_C;

– найти главные центральные моменты инерции I_x, I_y;

– определить радиусы инерции i_x, i_y:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}};\ i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}},$$

где A – площадь поперечного сечения стержня.

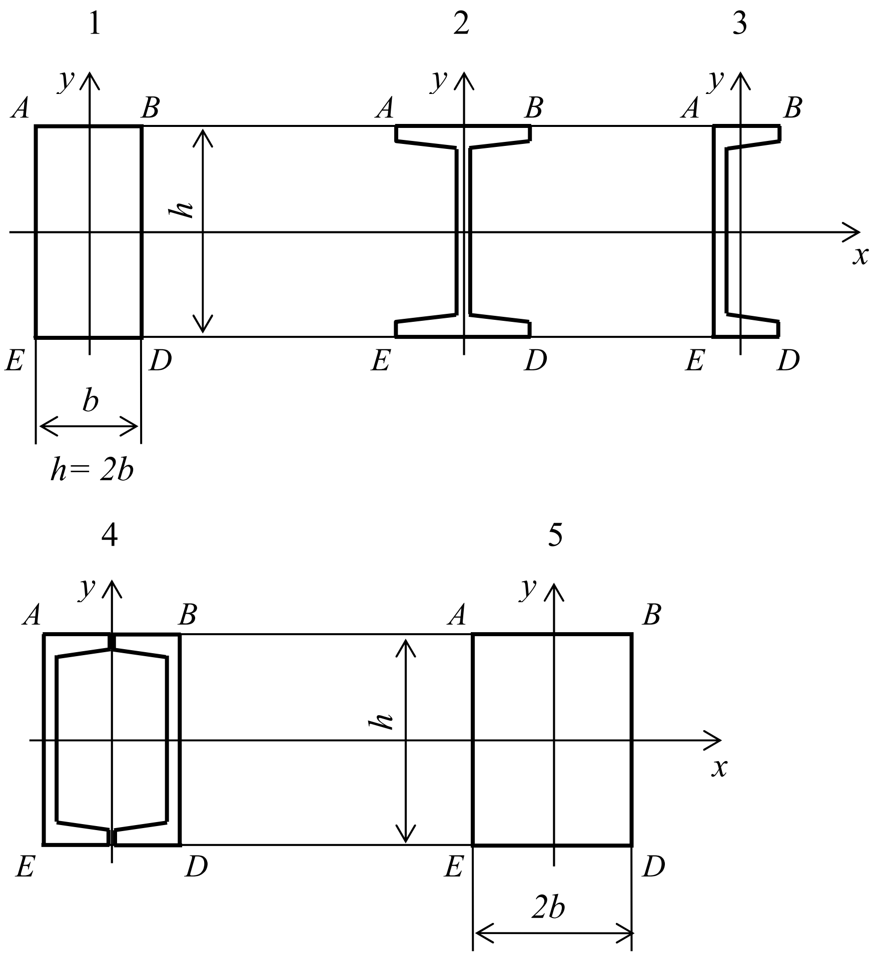


Рис. 11

Для стандартных сечений (двутавр, швеллер) необходимые характеристики взять из таблиц сортамента (см. прил. 3, 4).

Для простых сечений геометрические характеристики определяются с использованием табличных значений (см. прил. 2).

3. Показать на схеме сечения положение полюса *P* (точки приложения силы) в заданной точке. Определить положение нулевой линии через отрезки, которые она отсекает на осях *x* и *y*:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F};\ a_y = -\frac{i_x^2}{y_F},$$

где x_F, y_F – координаты точки приложения силы *F* в осях *xy*.

4. Записать условие прочности. Материал стержня – сталь, которая одинаково сопротивляется сжатию и растяжению. Поэтому для расчета стального стержня достаточно использовать одно условие прочности для опасной точки, наиболее удаленной от нулевой линии. Из двух уравнений выбираем необходимое для расчета:

$$\left|\sigma\right|_{\max}^{\text{сж}} = \left| -\frac{F}{A} - \frac{M_x}{x} y_1 - \frac{M_y}{I_y} x_1 \right| \le R;$$

$$\sigma_{\max}^{\text{раст}} = -\frac{F}{A} + \frac{M_x}{I_x} y_2 + \frac{M_y}{I_y} x_2 \le R,$$

где x_1, y_1 – координаты опасной точки 1 в сжатой части сечения; x_2, y_2 – координаты опасной точки 2 в растянутой части сечения.

5. Найти из условия прочности силу *F*.

6. Построить эпюры внутренних усилий – эпюру продольной силы *N*, эпюры изгибающих моментов M_x и M_y (на растянутых волокнах).

7. Построить ядро сечения, порядок построения ядра сечения приведен в п. 6 на с. 31 – 32.

8. Результат расчета записать в ответе.

Задание 4

РАСЧЕТ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЦЕНТРАЛЬНО-СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

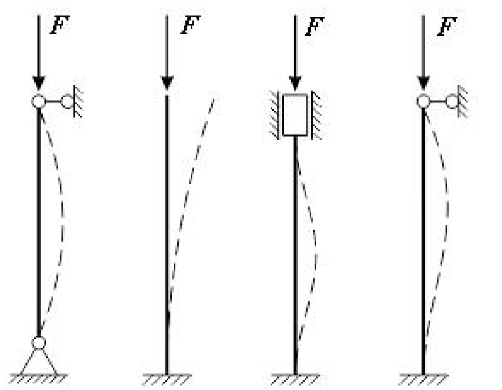
Задача № 1. Определить критическую силу и критическое напряжение для центрально-сжатого стержня. Найти допускаемое значение силы F (допускаемую нагрузку).

Длину стержня l, способ закрепления концов стержня и коэффициент μ (рис. 12, а), форму поперечного сечения (рис. 12, б) выбрать по варианту из табл. 10. Характеристики материалов приведены в табл. 11.

Таблица 10

Номер строки	I	II	III		IV	
	μ	l, м	Форма сечения	Материал	b, мм (круг, квадрат, прямоугольник)	Номер профиля (двутавр, швеллер)
1	0,7	3,2	1	Дерево	120	22
2	1	4,0	2	Дерево	90	24
3	0,5	3,6	3	Чугун СЧ	80	18
4	2	2,8	4	Сталь Ст3	50	27
5	0,7	4,2	5	Сталь Ст5	70	30
6	1	3,0	1	Чугун СЧ	60	20
7	2	3,8	2	Дерево	80	33
8	0,5	4,5	3	Дерево	110	24
9	0,7	3,5	4	Сталь Ст5	70	22
0	1	4,1	5	Сталь Ст3	60	27

а)



$\mu = 1$ $\mu = 2$ $\mu = 0{,}5$ $\mu = 0{,}7$

Рис. 12. (окончание см. на с. 36)

б)

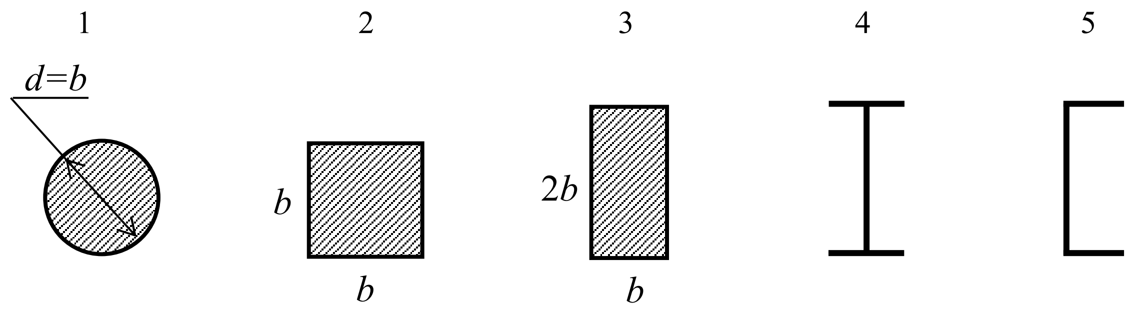


Рис. 12. Окончание (начало см. на с. 35)

Таблица 11

Материал	E, МПа	$\lambda_{пред}$	λ_0	a, МПа	b, МПа	c, МПа
Сталь Ст3	$2\cdot10^5$	100	60	310	1,14	0
Сталь Ст5	$2{,}1\cdot10^5$	90	60	464	3,26	0
Чугун СЧ	$1{,}2\cdot10^5$	80	40	776	12	0,053
Дерево (сосна вдоль волокон)	$0{,}12\cdot10^5$	70	–	29,3	0,194	0

Примечание. Коэффициенты a, b, c для некоторых материалов приведены в прил. 5.

Указания к решению задачи № 1

Рекомендуется выполнять решение в следующем порядке:

1. Изобразить схему стержня по варианту с указанием длины стержня l, рядом начертить в масштабе заданное поперечное сечение стержня с указанием размеров.

2. Определить геометрические характеристики сечения:

– площадь поперечного сечения A;

– минимальный момент инерции сечения $I_{\min}$;

– минимальный радиус инерции сечения $i_{\min} = \sqrt{\dfrac{I_{\min}}{A}}$.

Для стандартных сечений (двутавр, швеллер) характеристики взять из таблиц прил. 3, 4.

3. Найти наибольшую гибкость стержня $\lambda_{max} = \frac{\mu l}{i_{min}}$.

4. Выбрать расчетную формулу для определения критической силы или критического напряжения из условий:

а) $\lambda \geq \lambda_{пред}$, критическую силу определить по формуле Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(\mu l)^2};$$

б) $\lambda_0 \leq \lambda < \lambda_{пред}$, критическое напряжение определить по формуле Ясинского

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda + c\lambda^2,$$

где коэффициенты *a, b, c* для заданного материала стержня взять из табл. 10;

в) $\lambda < \lambda_0$, за критическое напряжение принимается для стали предел текучести $\sigma_{кр} = \sigma_т$; для чугуна и дерева $\sigma_{кр} = \sigma_в$, где $\sigma_в$ $(\sigma_{пч})$ – предел прочности материала стержня; значения характеристик прочности взять из таблиц механических свойств материалов [4, 5, 6].

В случаях б), в) критическую силу найти по формуле

$$F_{кр} = \sigma_{кр} A,$$

где A – площадь поперечного сечения стержня.

5. Определить допускаемую величину сжимающей силы

$$[F] = \frac{F_{кр}}{n_у},$$

где $n_у$ – коэффициент запаса устойчивости.

Рекомендуемые значения коэффициента запаса устойчивости $n_у$: сталь 1,8 ÷ 3; дерево 2,8 ÷ 3,2; чугун 5 ÷ 5,5 [6, с. 573].

Задача № 2. Стержень длиной l сжимается центрально приложенной силой F. Подобрать размеры поперечного сечения стержня из расчета на устойчивость.

Условия закрепления концов стержня в соответствии с коэффициентом приведения длины μ (см. рис. 12, а), форму поперечного сечения, материал стержня выбрать из табл. 12 по варианту.

Таблица 12

Номер строки	I	II	III	IV		
	F, кН	μ	l, м	Форма сечения	Материал	R, МПа
1	400	0,7	3,5	Квадрат	Сосна	10
2	350	1	3,8	Швеллер	Сталь	240
3	200	0,5	4,0	Двутавр	Сталь	200
4	460	2	3,2	Круг	Сосна	10
5	250	1	4,8	Прямоугольник*	Чугун	120
6	320	0,7	3,0	Швеллер	Сталь	200
7	280	0,5	4,2	Квадрат	Сосна	10
8	420	1	3,6	Круг	Чугун СЧ	120
9	240	0,7	3,8	Прямоугольник*	Сосна	12
0	360	2	3,4	Двутавр	Сталь	240

* Прямоугольное сечение взять с соотношением $h/b = 2$, где b – ширина, h – высота прямоугольника.

Указания к решению задачи № 2

В задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** центрально-сжатого стержня на устойчивость с использованием коэффициента продольного изгиба φ. В этом случае расчет выполняется методом последовательных приближений. Рекомендуется следующий порядок решения:

1. Изобразить заданное сечение и схему стержня согласно заданному способу закрепления концов стержня (см. рис. 12, а).

2. Записать условие устойчивости $\sigma = \dfrac{F}{A} \le \varphi R$,

где A – площадь поперечного сечения стержня; R – расчетное сопротивление материала стержня на сжатие.

Из условия устойчивости получим $A \ge \dfrac{F}{\varphi R}$.

Коэффициент φ зависит от гибкости стержня λ, которая определяется в зависимости от размеров поперечного сечения стержня, эти размеры неизвестны и подлежат определению. Поэтому расчет ведем методом последовательных приближений.

3. В *первом приближении* принять φ_1 = 0,5 ÷ 0,6 и определить площадь поперечного сечения $A_1 = \frac{F}{\varphi_1 R}$.

4. По найденной площади A_1 подобрать номер прокатного профиля (двутавр, швеллер) из таблиц сортамента или определить размеры сечения (круг, квадрат, прямоугольник).

5. Находим гибкость стержня с полученными размерами сечения

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min}},$$

где $i_{\min}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня, для стандартных профилей $i_{\min}$ взять из таблиц сортамента для полученного номера прокатного профиля, для других сечений найти по формуле $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$, где $I_{\min}$ – минимальный момент инерции поперечного сечения.

6. По табл. 13 [7, с. 407] методом линейной интерполяции определить действительный коэффициент $\varphi_{1д}$, соответствующий гибкости λ_1.

7. Сравнить значения коэффициентов φ_1 и $\varphi_{1д}$, разницу оценить в процентах

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_{1д}}{\varphi_1}\ 100\ \% \le 5\ \%.$$

Если разница более 5 %, то расчет продолжить.

8. *Второе приближение.* Принять $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 – \varphi_{2д}}{2}$ и повторить расчет по пп. 3 – 7. Приближения повторять до тех пор, пока принятое в начале i-го приближения значение φ_i не будет отличаться от действительного $\varphi_{iд}$ не более чем на 5 %

$$\Delta\varphi_i = \frac{\varphi_i - \varphi_{iд}}{\varphi_i}\ 100\ \% \le 5\ \%.$$

9. Проверить выполнение условия прочности для подобранного стержня $\sigma \le \varphi R$.

Если $\sigma < \varphi R$, то возникает недонапряжение, допускается до 10 %. Если $\sigma > \varphi R$, то возникает перенапряжение, допускается до 5 %. Оценить разницу между σ и R в процентах $\Delta\sigma = \dfrac{\varphi R - \sigma}{\varphi R}\,100$ %.

10. Записать ответ.

Таблица 13

Гибкость λ	Значения φ для элементов							
	из стали с расчетным сопротивлением *R*, МПа							из древесины
	200	240	280	320	360	400	440	
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	0,988	0,987	0,985	0,984	0,983	0,982	0,981	0,992
20	0,967	0,962	0,959	0,955	0,952	0,949	0,946	0,968
30	0,939	0,931	0,924	0,917	0,911	0,905	0,900	0,928
40	0,906	0,894	0,883	0,873	0,863	0,854	0,846	0,872
50	0,869	0,852	0,836	0,822	0,809	0,796	0,785	0,800
60	0,827	0,805	0,785	0,766	0,749	0,721	0,696	0,712
70	0,782	0,754	0,724	0,687	0,654	0,623	0,595	0,608
80	0,734	0,686	0,641	0,602	0,566	0,532	0,501	0,469
90	0,665	0,612	0,565	0,522	0,483	0,447	0,413	0,370
100	0,599	0,542	0,493	0,448	0,408	0,369	0,335	0,300
110	0,537	0,478	0,427	0,381	0,338	0,306	0,280	0,248
120	0,479	0,419	0,366	0,321	0,287	0,260	0,237	0,208
130	0,425	0,364	0,313	0,276	0,247	0,223	0,204	0,178
140	0,376	0,315	0,272	0,240	0,215	0,195	0,178	0,153
150	0,328	0,276	0,239	0,211	0,189	0,171	0,157	0,133
160	0,290	0,244	0,212	0,187	0,167	0,152	0,139	0,117
170	0,259	0,218	0,189	0,167	0,150	0,136	0,125	0,104
180	0,233	0,196	0,170	0,150	0,135	0,123	0,112	0,093
190	0,210	0,177	0,154	0,136	0,122	0,111	0,102	0,083
200	0,191	0,161	0,140	0,124	0,111	0,101	0,093	0,075
210	0,174	0,147	0,128	0,113	0,102	0,093	0,085	0,068
220	0,160	0,135	0,118	0,104	0,094	0,086	0,077	0,062

Задание 5

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ УДАРНОМ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ

Задача № 1. На балку с квадратным поперечным сечением длиной l с высоты h падает груз весом P (рис. 13, а). Требуется из условия прочности при ударном нагружении найти размер b поперечного сечения балки (рис. 13, б). Данные для расчета взять из табл. 14 согласно варианту. При расчете принять $E = 2\cdot10^5$ МПа.

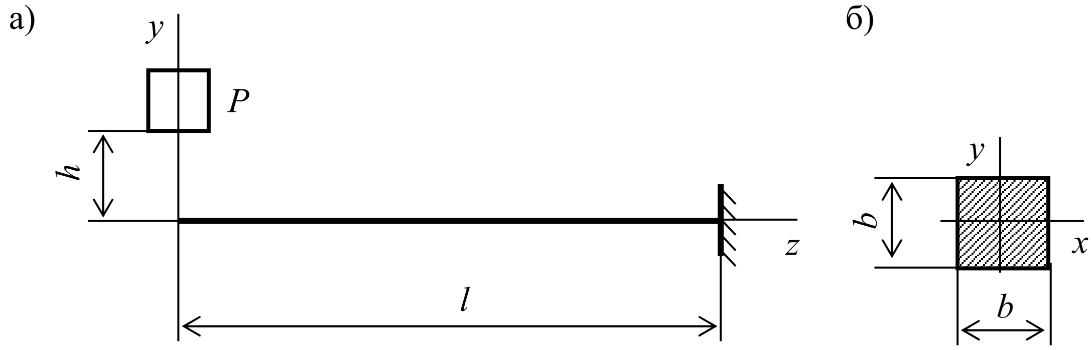


Рис. 13

Таблица 14

Номер строки	I	II	III	IV
	P, Н	h, м	l, м	R, МПа
1	220	0,2	2,5	180
2	180	0,3	2,8	160
3	150	0,4	3,0	150
4	210	0,5	3,2	170
5	160	0,6	3,4	200
6	240	0,25	3,6	180
7	250	0,35	3,8	190
8	170	0,45	2,6	160
9	190	0,55	2,7	170
0	200	0,36	3,5	200

Указания к решению задачи № 1

В задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** на прочность балки при ударной нагрузке. Рекомендуется следующий порядок расчета:

1. Выполнить статический расчёт. Приложить вес груза P к балке статически, найти нормальное напряжение $\sigma_{ст}$ в опасном сечении балки, определить статический прогиб $\Delta_{ст}$ балки в месте падения груза на балку. Для типовой балки использовать справочные данные [5].

2. Определить коэффициент динамичности $k_д$ по упрощенной формуле $k_д = \sqrt{\dfrac{2h}{\Delta_{ст}}}$.

3. Из условия прочности при ударном нагружении определить размер b квадратного поперечного сечения балки $\sigma_{дин} = k_д \cdot \sigma_{ст} \le R$.

4. Проверить выполнение условия прочности при ударном нагружении, используя полную формулу для коэффициента динамичности:

$$k_д = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{ст}}}.$$

5. При невыполнении условия прочности с использованием полного выражения для $k_д$ уточнить численное значение размера b. Погрешность выполнения условия прочности ±5 %.

$$\Delta\sigma = \frac{R - \sigma_д}{R}\ 100\ \% \le 5\ \%.$$

6. Записать ответ.

Задача № 2. На двутавровую балку с высоты h падает тело, масса которого равна m (рис. 14, а). На рис. 14, б показано поперечное сечение балки.

Требуется найти наибольшее динамическое напряжение в опасном сечении балки и определить коэффициент запаса прочности n. При n < 1,4 подобрать номер двутавровой балки так, чтобы выполнялось условие прочности $n = \dfrac{\sigma_т}{\sigma_{д\,max}} \ge 1{,}4 \div 2$.

Данные для расчета взять из табл. 15 по варианту. При расчёте принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_т = 320$ МПа.

Таблица 15

Номер строки	I	II	III	IV
	m, кг	l, м	h, м	Номер двутавра
1	200	3,0	0,2	24
2	160	4,0	0,3	30
3	500	3,2	0,4	36
4	400	3,8	0,25	27
5	250	3,6	0,15	40
6	450	2,8	0,45	33
7	180	4,2	0,35	45
8	300	3,5	0,28	30
9	420	3,4	0,42	27
0	350	2,8	0,36	24

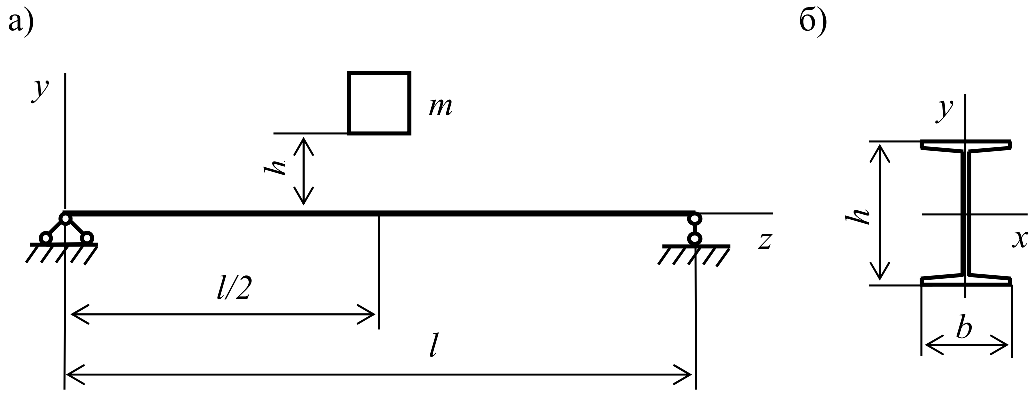


Рис. 14

Указания к решению задачи № 2

В задаче выполняется ***проверочный расчет*** на прочность балки при ударной нагрузке. Рекомендуется следующий порядок решения:

1. Составить расчетную схему балки, указать численные значения заданных величин.

2. Выполнить статический расчет, найти наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки $\sigma_{ст\,max}$ и статический прогиб $\Delta_{ст}$ в месте падения тела m.

3. Определить коэффициент динамичности $k_д = 1 + \sqrt{1 + \dfrac{2h}{\Delta_{ст}}}$.

4. Найти наибольшее динамическое напряжение в опасном сечении балки по формуле $\sigma_{\text{д max}} = k_{\text{д}} \sigma_{\text{ст max}}$.

5. Проверить выполнение условия прочности. При выполнении условия прочности расчет закончен, балка имеет заданный запас прочности. Если условие прочности не выполняется, то надо выбрать другой номер двутавровой балки и повторить расчет, добиваясь выполнения условия прочности при заданном значении коэффициента *n*.

6. Записать ответ к решению, в котором указать номер двутавровой балки и коэффициент запаса прочности *n*.

Задача № 3. На стальную балку с квадратным поперечным сечением с высоты *h* падает груз *Q* (рис. 15). Требуется определить размер *b* (сторона квадрата) поперечного сечения из условия прочности.

При расчете принять R = 160 МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Данные для расчета взять по варианту из табл. 16.

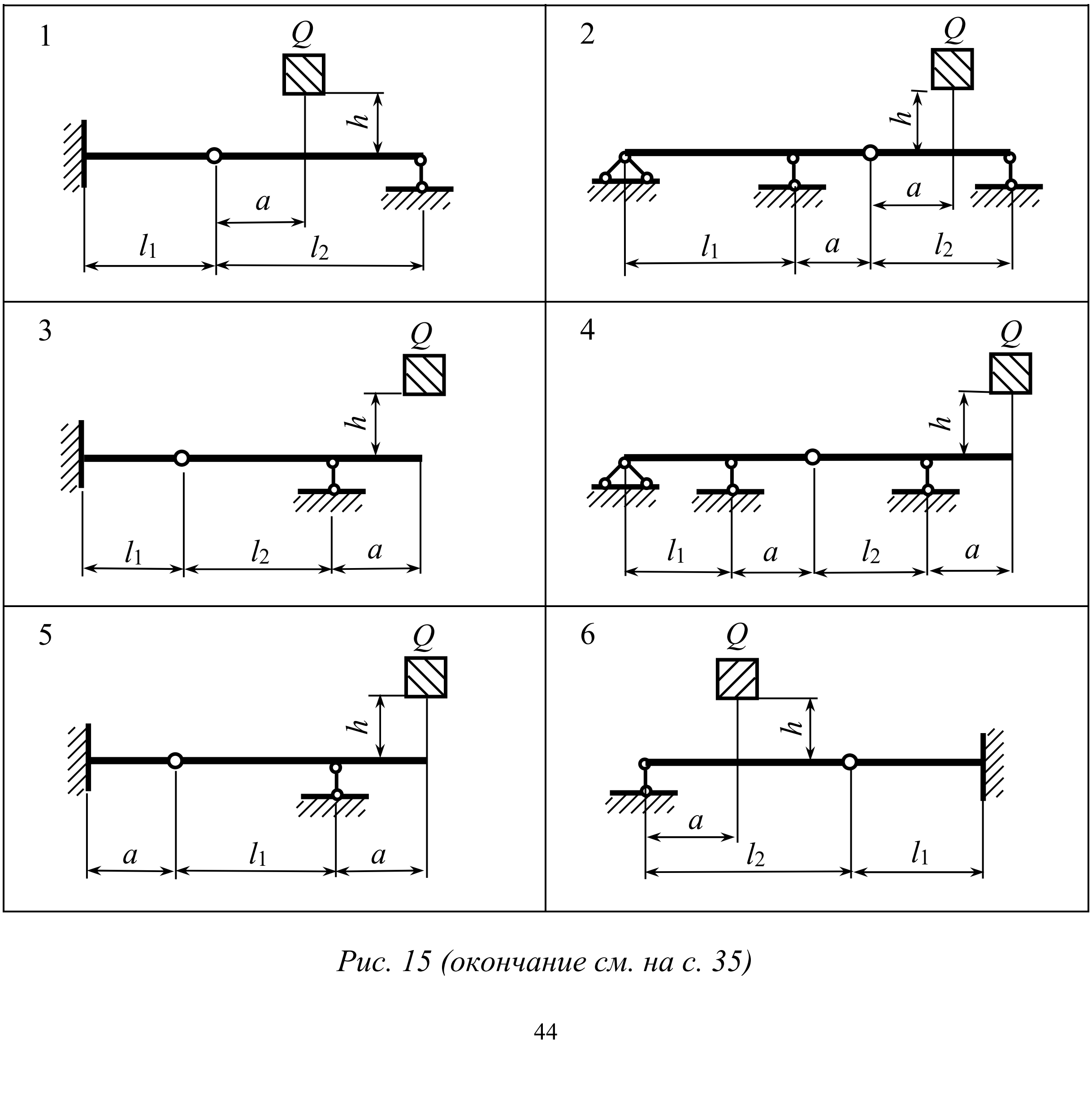


Рис. 15 (окончание см. на с. 35)

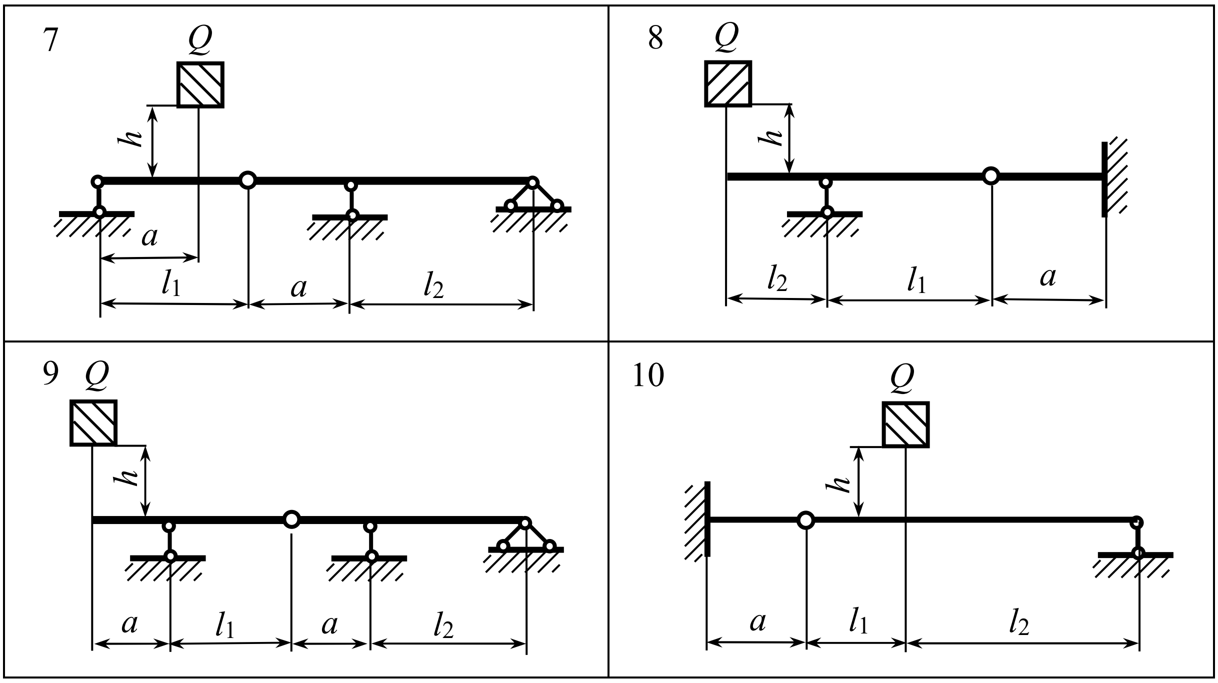


Рис. 15. Окончание (начало см. на с. 44)

Таблица 16

Номер строки	I	II	III		IV	
	Номер схемы	Q, кН	l_1, м	l_2, м	a, м	h, м
1	1	0,8	1,5	2,0	0,4	0,20
2	2	1,1	1,6	2,2	0,5	0,18
3	3	1,2	1,7	2,4	0,6	0,16
4	4	0,9	1,8	2,1	0,7	0,14
5	5	0,6	1,9	2,3	0,8	0,15
6	6	0,8	2,0	1,9	0,5	0,10
7	7	0,5	2,1	1,8	0,4	0,12
8	8	0,7	2,2	1,7	0,6	0,22
9	9	0,9	1,8	1,6	0,8	0,16
0	10	1,1	2,0	1,9	0,5	0,25

Указания к решению задачи № 3

В задаче рассматривается ***проектировочный расчет*** составной балки при ударной нагрузке. Рекомендуется следующий порядок решения задачи:

1. Выполнить статический расчет:

– приложить вес падающего груза Q к балке статически и построить эпюру изгибающих моментов $M_{x\,\text{ст}}$ (на растянутых волокнах);

– определить наибольшее статическое напряжение в опасном сечении балки

$$\sigma_{\text{ст}} = \frac{\left|M_{x\,\text{ст}}\right|_{\max}}{W_x},$$

где $W_x = b^3/6$ – осевой момент сопротивления квадратного сечения;

– загрузить балку единичной силой, приложенной в месте падения груза, и построить единичную эпюру $\bar{M}$;

– определить статическое перемещение в месте падения груза $\Delta_{\text{ст}}$ методом Мора, используя способ Верещагина или другой способ вычисления интеграла Мора

$$\Delta_{\text{ст}} = \sum \int_0^{l_i} \frac{M_{Fi}\bar{M}_i}{EI_x} dx_i,$$

где i – номер участка балки; E – модуль упругости материала балки; I_x – момент инерции поперечного сечения балки, для квадратного сечения $I_x = \dfrac{b^4}{12}$.

2. Определить коэффициент динамичности по приближенной формуле $k_{\text{д}} = \sqrt{\dfrac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}}$.

3. Вычислить динамическое напряжение в балке под действием падающего груза $\sigma_{\text{д}} = k_{\text{д}}\sigma_{\text{ст}}$, подставить в это выражение вышенайденные величины в общем виде.

4. Из условия прочности балки по нормальным напряжениям при действии ударной нагрузки определить размер b квадратного сечения балки $\sigma_{\text{дин}} = k_{\text{д}} \cdot \sigma_{\text{ст}} \le R$.

5. Выполнить проверочный расчет, используя полную формулу для коэффициента динамичности $k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \dfrac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}}$.

Если условие прочности (п. 4) выполняется (допустима максимальная величина погрешности ±5 %), найденный в п. 4 размер b поперечного сечения принимается. В противном случае необходимо подобрать новое значение размера b, увеличив полученное в п. 4 значение на 10 ÷ 20 %, и повторить расчет.

Задание 6

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ СИЛ

Задача № 1. Для заданной статически неопределимой балки (рис. 16) требуется:

– определить степень статической неопределимости;

– раскрыть статическую неопределимость заданной системы (балки) методом сил;

– построить в заданной системе окончательные эпюры изгибающего момента M и поперечной силы Q;

– проверить правильность построения окончательных эпюр;

– из условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе подобрать для балки номер двутавра.

Данные для расчета, номер схемы балки выбрать из табл. 17 по варианту. При расчете принять R = 210 МПа.

Таблица 17

Номер строки	I	II		III		IV	
	Номер схемы	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	a, м	b, м	c, м
1	1	20	12	6	2,0	1,5	2,0
2	2	16	5	8	2,2	2,4	1,6
3	3	24	8	10	2,5	1,6	2,1
4	4	28	6	12	1,8	2,5	1,5
5	5	30	14	16	1,5	1,8	2,2
6	6	15	9	20	2,5	2,6	1,4
7	7	18	10	9	1,6	2,0	1,5
8	8	22	8	15	2,4	2,2	1,8
9	9	25	6	18	2,0	1,9	2,1
0	10	27	10	8	2,1	2,3	1,7

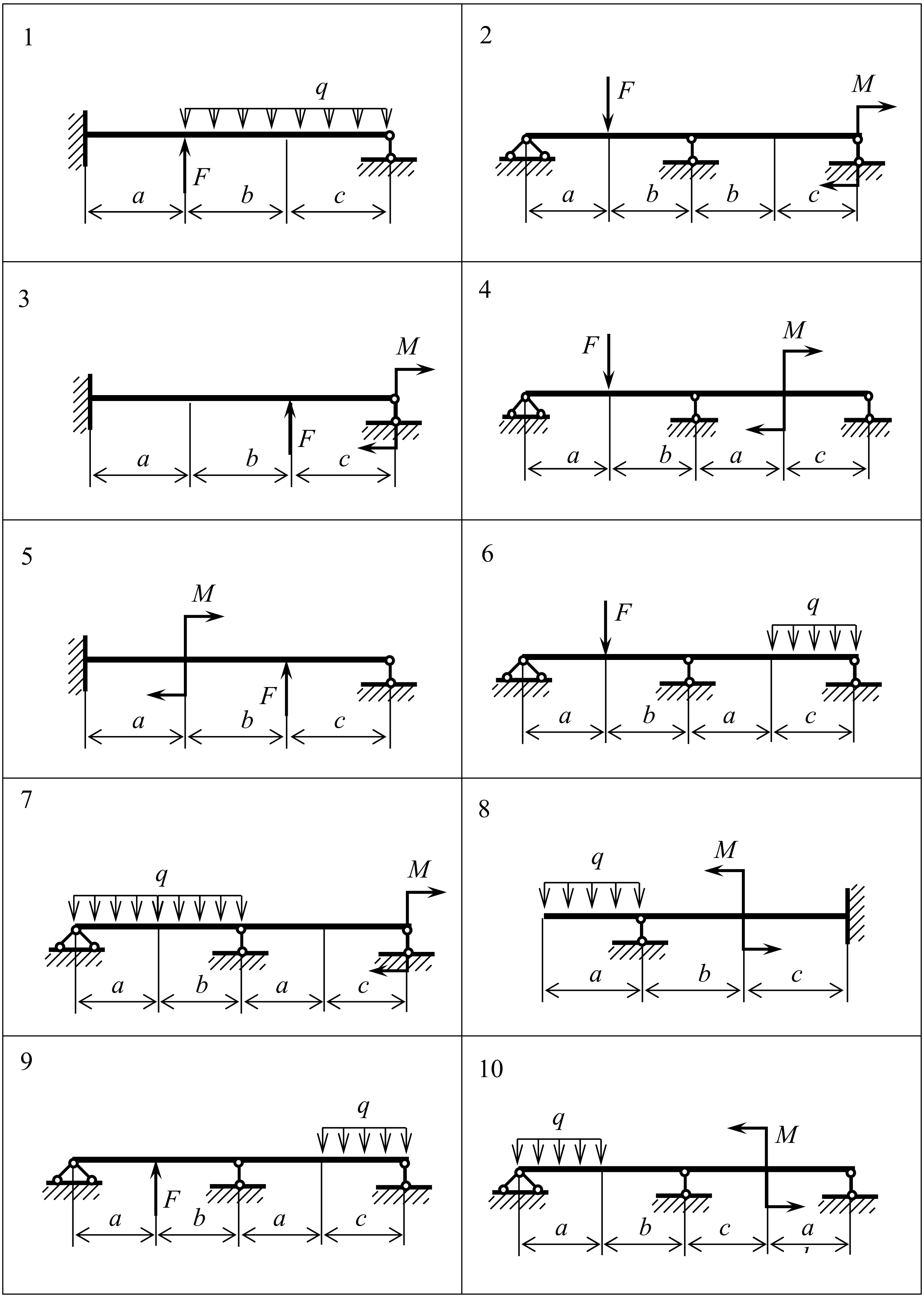

1
q
F
a b c
2
F
M
a b b c
3
M
F
a b c
4
F
M
a b a c
5
M
F
a b c
6
F
q
a b a c
7
q
M
a b a c
8
q
M
a b c
9
q
F
a b a c
10
q
M
a b c a

Рис. 16

Задача № 2. Для заданной статически неопределимой рамы (рис. 17) требуется:

– определить степень статической неопределимости;

– раскрыть статическую неопределимость заданной системы (рамы) методом сил;

– построить в заданной системе окончательные эпюры изгибающего момента M, поперечной силы Q, продольной силы N;

– проверить правильность построения окончательных эпюр;

– из условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе определить диаметр d круглого поперечного сечения рамы.

Данные для расчета, номер схемы рамы выбрать из табл. 18 по варианту. При расчете принять R = 210 МПа.

Таблица 18

Номер строки	I	II		III		IV	
	Номер схемы	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	a, м	b, м	c, м
1	1	20	12	6	2,0	1,5	2,0
2	2	16	5	8	2,2	2,4	1,6
3	3	24	8	10	2,5	1,6	2,1
4	4	28	6	12	1,8	2,5	1,5
5	5	30	14	16	1,5	1,8	2,2
6	6	15	9	20	2,5	2,6	1,4
7	7	18	10	9	1,6	2,0	1,5
8	8	22	8	15	2,4	2,2	1,8
9	9	25	6	18	2,0	1,9	2,1
0	10	27	10	8	2,1	2,3	1,7

Указания к заданию 6

Метод сил – это метод расчета статически неопределимых систем, в котором за неизвестные принимаются усилия в лишних связях. Лишними связями принимаются, как правило, опоры, реакции которых не могут быть найдены только из уравнений равновесия статики.

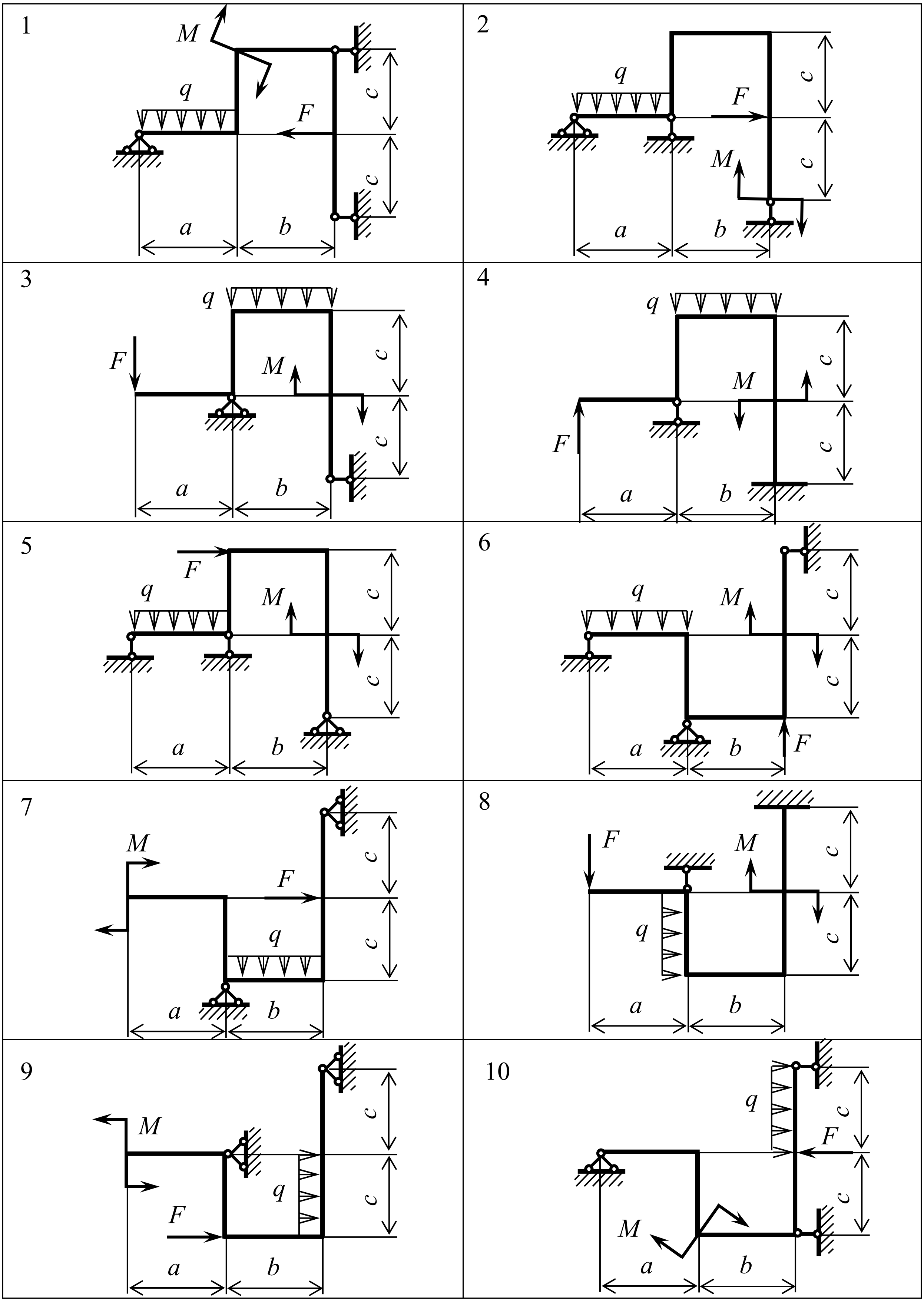

1
M
q
F
c
c
a
b
2
q
F
c
c
M
a
b
3
q
F
M
c
c
a
b
4
q
M
c
F
c
a
b
5
F
q
M
c
c
a
b
6
q
M
c
c
a
b
F
7
M
F
c
q
c
a
b
8
F
M
c
q
c
a
b
9
M
c
q
c
F
a
b
10
q
c
F
c
M
a
b

Рис. 17

Рекомендуется следующий порядок расчета.

1. Изобразить схему заданной системы (балки, рамы) в масштабе, указать численные значения нагрузки (*F, M, q*) и линейных размеров (*a, b, c*).

2. Определить степень статической неопределимости *n*, т. е. найти число лишних связей. В простых балках и рамах применяют формулу $n = \sum_{i=1}^{k} R_i - 3$, где *k* – число реакций опор в системе; R_i – реакция *i*-ой опоры; 3 – число уравнений равновесия статики для произвольной плоской системы сил.

3. Выбрать основную систему метода сил (ОСМС). ОСМС – это *любая статически определимая и геометрически неизменяемая система*, полученная из заданной системы (балки, рамы) путем отбрасывания «лишних» связей (лишних опор). *Рациональной* является основная система, позволяющая наиболее простым способом построить эпюры изгибающих моментов.

4. Составить эквивалентную систему – загрузить основную систему заданной нагрузкой (*F, q, M*) и лишними неизвестными реакциями $X_1, X_2, \ldots X_n$, число лишних неизвестных равно степени статической неопределимости *n*.

5. Записать каноническое уравнение метода сил. По условию задания каждая из заданных схем (балка, рама) один раз статически неопределима ($n = 1$), поэтому следует записать одно каноническое уравнение метода сил: $\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0$, где δ_{11} – перемещение от *единичной силы* $\bar{X}_1 = 1$, приложенной по направлению неизвестной реакции X_1; X_1 – неизвестная реакция лишней связи; Δ_{1F} – свободный (грузовой) член уравнения, который определяется как перемещение по направлению реакции X_1, вызванное заданной нагрузкой в основной системе.

6. Определить коэффициент δ_{11} и свободный член Δ_{1F} канонического уравнения. Для этого построить эпюры изгибающих моментов в выбранной основной системе:

– единичную эпюру $\bar{M}_1$ от единичной силы $\bar{X}_1$;

– грузовую эпюру M_F от заданной внешней нагрузки.

Искомые величины δ_{11} и Δ_{1F} представляют собой перемещения, для их определения применяем формулу Мора [4, с. 263]:

$$\delta_{11} = \sum\int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1}{EI} dz; \;\; \Delta_{iF} = \sum\int \frac{\bar{M}_1 M_F}{EI} dz.$$

Для вычисления интеграла Мора используем способ Верещагина или другой графоаналитический способ.

7. Определить из канонического уравнения неизвестную реакцию $X_1 = -\dfrac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}$. Действительное направление реакции X_1 совпадает с направлением единичной силы, если знак реакции X_1 получен положительный. Если знак отрицательный, то реакция X_1 направлена противоположно единичной силе.

8. Построить окончательную эпюру изгибающего момента в заданной системе $M = M_F + M_1 X_1$, где M_F – грузовая эпюра; $M_1 X_1$ – исправленная эпюра, полученная умножением единичной эпюры M_1 на найденное значение реакции X_1 с учетом ее знака.

9. Выполнить деформационную проверку правильности окончательной эпюры изгибающих моментов *M*. Суть ее заключается в том, что перемещение по направлению любой лишней связи в заданной системе равно нулю. Это означает, что произведение окончательной эпюры на единичную эпюру в любой основной системе , в том числе и на ранее построенную эпюру $\bar{M}_1$, должно равняться нулю. При полученном значении реакции лишней связи X_1 должны выполнятся уравнения равновесия статики для всей системы и ее отсеченных частей, например узлов.

10. Построить эпюры поперечной и продольной силы следующим образом. После нахождения лишней неизвестной реакции оставшиеся реакции опор балки или рамы определяем из уравнений равновесия статики. Эпюры поперечной и продольной силы строим по общепринятым в сопротивлении материалов правилам (подробно описаны в указаниях к задачам задания 1). Заметим, что эпюра продольной силы строится только в раме.

11. Определить по окончательной эпюре изгибающих моментов M наибольший по модулю изгибающий момент $|M|_{\max}$. Записать условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M|_{\max}}{W_x} \leq R.$$

Отсюда $W_x = \dfrac{|M|_{\max}}{R}$.

По найденному моменту сопротивления W_x:

– для балки по таблице прил. 3 подобрать номер двутавра;

– для рамы определить диаметр d круглого поперечного сечения

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}}.$$

12. Записать ответ.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задание 1

Задача № 1. Тема задачи: проектировочный расчет стержня на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.

Для заданного стержня (рис. 18) требуется:

– изобразить расчетную схему стержня;

– найти реакцию опоры (заделки);

– построить эпюры продольной силы N и нормальных напряжений σ;

– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;

– найти удлинения (укорочения) участков стержня Δl_i и полное изменение длины стержня Δl;

– определить относительные деформации ε_{zi} на участках стержня и проверить выполнение условия жесткости.

Заданные значения сил и линейных размеров указаны на рис. 18. При расчете принять $[\sigma]$ = 180 МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $[\varepsilon_z] = 1 \cdot 10^{-3}$.

Решение

1. Изображаем расчетную схему стержня с указанием численных значений сил, линейных размеров (рис. 18).

2. Показываем предварительно направление реакции заделки R_B в положительном направлении оси z.

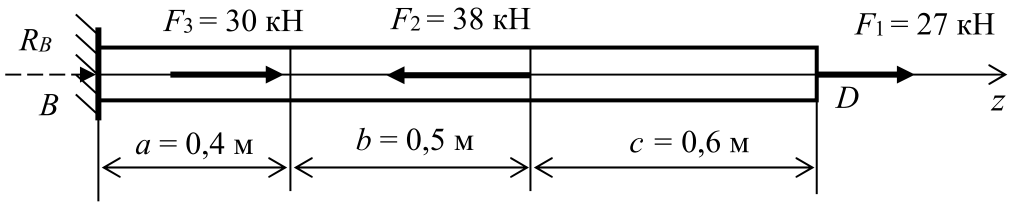


Рис. 18

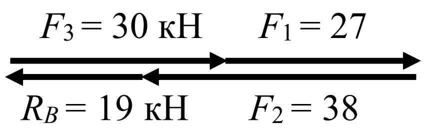
Составляем уравнение равновесия проекций сил на ось z

$$\sum Z = 0;\ F_1 - F_2 + F_3 + R_B = 0.$$

Определяем реакцию заделки

$$R_B = -F_1 + F_2 - F_3 = -27 + 38 - 30 = -19 \text{кН}.$$

Знак минус означает, что реакция R_B направлена не вправо, как считали при составлении уравнения равновесия, а влево. На расчетной схеме для дальнейших расчетов надо указать действительное направление реакции (рис. 19). Правильность определения реакции легко проверить, если сложить силы, приложенные вправо (F_1, F_3), и силы, приложенные влево (F_2, R_B). Результаты сложения должны быть одинаковые («сколько вправо, столько влево»). Выполним проверку графически:



На расчетной схеме показываем силы, приложенные к стержню, и реакцию заделки в действительном направлении (рис. 19; 20, а).

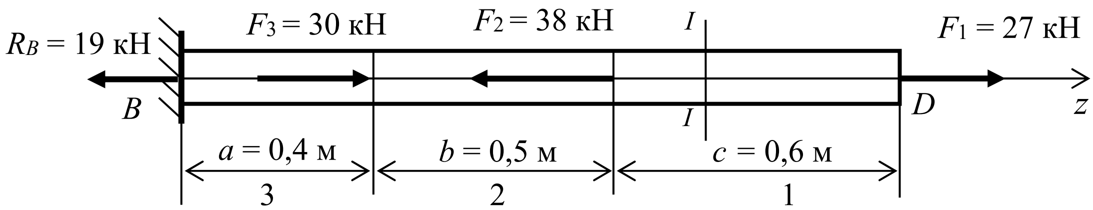
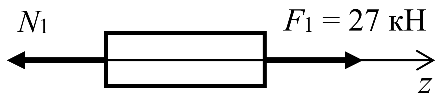


Рис. 19

3. Разбиваем стержень на участки, в нашем случае три участка, номера участков 1, 2, 3 можно проставлять слева направо или справа налево, как на рис. 19.

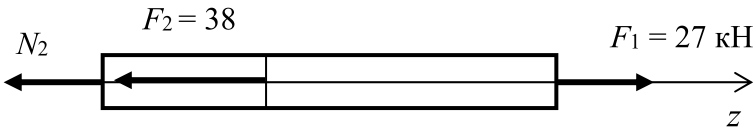
Методом сечений определяем продольную силу N_i на каждом участке стержня.

Участок 1. Проводим мысленно секущую плоскость $I - I$ на первом участке стержня (см. рис. 19; 20, а). Рассмотрим отсеченную правую часть стержня. Продольную силу N_1 принимаем положительной и показываем её «от сечения», т. е. считаем первый участок растянутым. Таким же образом неизвестную продольную силу надо изображать на всех участках. Составляем уравнение равновесия для отсеченной части $\sum Z = 0;\ F_1 - N_1 = 0.$



Отсюда $N_1 = F_1 = 27\,\text{кН},\ N_1 > 0$ – растяжение.

Участок 2. Проводим секущую плоскость $II - II$ на втором участке (рис. 20, а). Рассмотрим отсеченную правую часть стержня.

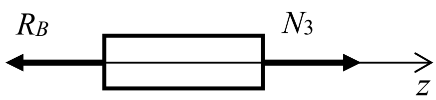


Уравнение равновесия для отсеченной части стержня

$$\sum Z = 0;\ F_1 - F_2 - N_2 = 0;$$

$$N_2 = F_1 - F_2 = 27 - 38 = -11\,\text{кН};\ N_2 < 0 \text{ – сжатие.}$$

Участок 3. Проводим секущую плоскость $III - III$ на третьем участке (рис. 20, а). Рассмотрим левую отсеченную часть стержня. Уравнение равновесия для этой части



$$\sum Z = 0;\ N_3 - R_B = 0;\ N_3 = R_B = 19\,\text{кН};\ N_3 > 0 \text{ – растяжение.}$$

При построении эпюры продольных сил можно использовать свойства эпюр и учитывать вид деформации, вызываемой каждой силой. При таком способе можно определять продольные силы на участках стержня без составления уравнений равновесия для отсеченных частей стержня. Рассмотрим этот способ подробнее.

К стержню приложены три сосредоточенные силы. В этом случае продольные силы на всех участках имеют постоянные значения $(N_i = \mathrm{const})$ и эпюра N параллельна оси эпюры, т. е. оси z. В тех сечениях, где приложены силы, на эпюре – «скачки», равные по величине соответствующей силе.

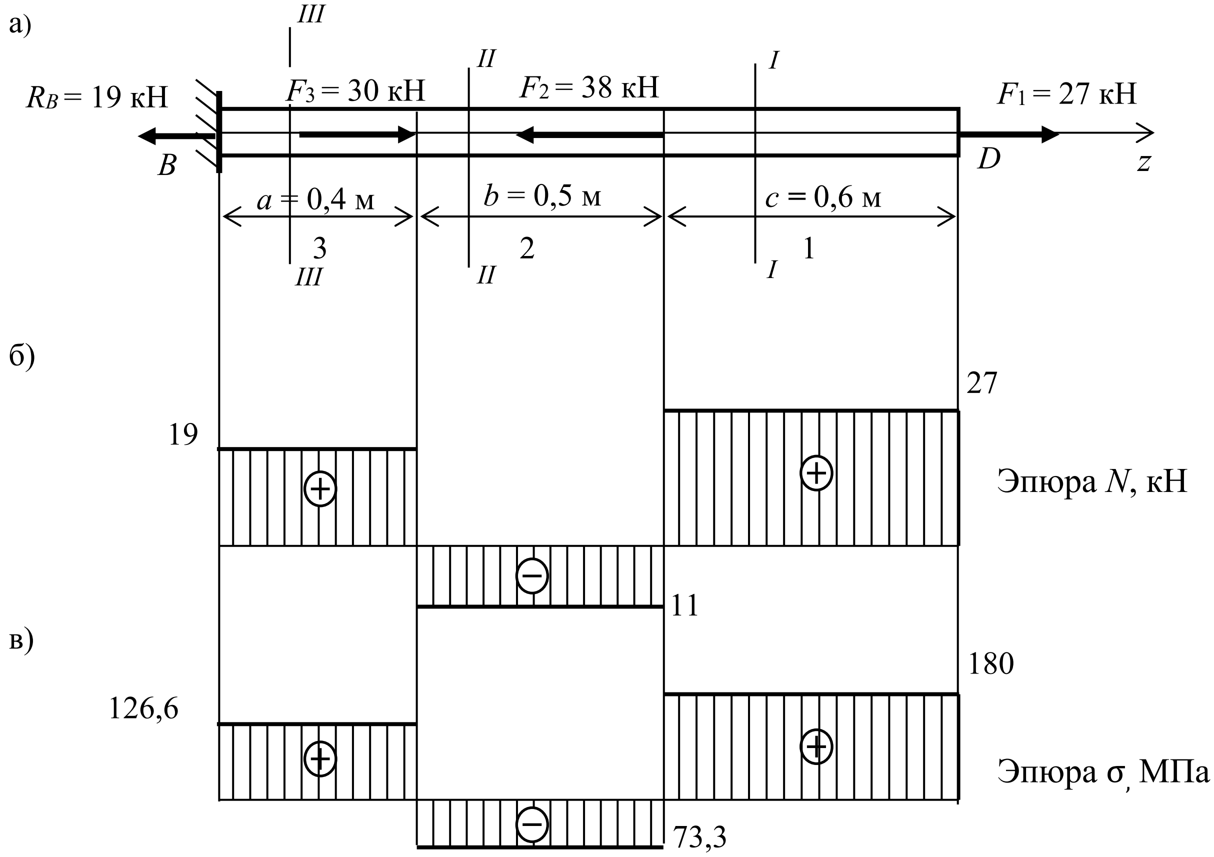


Рис. 20

Продольная сила в сечении равна алгебраической сумме внешних сил, приложенных по одну сторону (справа или слева) от рассматриваемого сечения. Силы, направленные *от заделки* (вправо на нашей схеме), вызывают *растяжение* участков стержня между сечением, где приложена сила, и заделкой; силы, направленные *к заделке* (влево), вызывают *сжатие* соответствующих участков стержня. Определим продольные силы на участках стержня, складывая алгебраически внешние силы справа от сечения, т. е. перемещаясь от свободного конца стержня D к заделке B.

Участок 1: $N_1 = F_1 = 27\,\text{кН} > 0$ – растяжение, сила F_1 направлена от заделки и вызывает растяжение всего стержня.

Участок 2: $N_2 = F_1 - F_2 = 27 - 38 = -11\,\text{кН} < 0$ – сжатие, на участках 1 и 2 деформацию вызывают обе силы (F_1, F_2). Сжатие – это результат их совместного действия (сила F_2 направлена к заделке и по модулю больше силы F_1).

Участок 3: $N_3 = F_1 - F_2 + F_3 = 27 - 38 + 30 = 19\,\text{кН}$; $N_3 > 0$ – растяжение, на участке 3 деформацию вызывают три силы, растяжение является результатом их совместного действия (вправо сумма сил больше, чем влево).

По значениям продольных сил N_i строим эпюру N (см. рис. 20, б). Численные значения продольных сил на участках стержня откладываем в выбранном масштабе.

4. Условие прочности при растяжении – сжатии стержня при постоянной площади поперечного сечения A = const

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|N|_{\max}}{A} \le R.$$

Здесь $|\sigma|_{\max}$ – наибольшее по модулю нормальное напряжение; $|N|_{\max}$ – наибольшая по модулю продольная сила; R – расчетное сопротивление материала стержня.

Из условия прочности находим площадь поперечного сечения стержня

$$A \ge \frac{|N|_{\max}}{R} = \frac{N_1}{R} = \frac{27 \cdot 10^3}{180 \cdot 10^6} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2 = 1{,}5\ \text{см}^2.$$

5. Определяем нормальные напряжения на участках стержня:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{27 \cdot 10^3}{1{,}5 \cdot 10^{-4}} = 180 \cdot 10^6\ \text{Па} = 180\,\text{МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{-11 \cdot 10^3}{1{,}5 \cdot 10^{-4}} = -73{,}3 \cdot 10^6\ \text{Па} = -73{,}3\,\text{МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{19 \cdot 10^3}{1{,}5 \cdot 10^{-4}} = 126{,}6 \cdot 10^6\ \text{Па} = 126{,}6\,\text{МПа}.$$

На всех участках условие прочности выполнено $\sigma_i \le R = 180\,\text{МПа}$.

Строим эпюру нормальных напряжений (см. рис. 20, в). Эпюра нормальных напряжений по виду подобна эпюре продольных сил, но ординаты в масштабе равны нормальным напряжениям в соответствующих сечениях стержня.

6. Определяем изменение длины на участках стержня $\Delta l_i = \dfrac{N_i l_i}{EA}$, где EA – жесткость поперечного сечения стержня.

$EA = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^7$ Н.

Тогда

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA} = \frac{N_1 c}{EA} = \frac{27 \cdot 10^3 \cdot 0{,}6}{3 \cdot 10^7} = 5{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0{,}54 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA} = \frac{N_1 b}{EA} = \frac{-11 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{3 \cdot 10^7} = -1{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0{,}18 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{EA} = \frac{N_1 a}{EA} = \frac{19 \cdot 10^3 \cdot 0{,}4}{3 \cdot 10^7} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0{,}25 \text{ мм}.$$

7. Находим полное изменение длины стержня

$\Delta l = \sum \Delta l_i = 0{,}54 - 0{,}18 + 0{,}25 = 0{,}61$ мм.

8. Определяем относительную продольную деформацию на участках стержня и проверяем выполнение условия жесткости

$|\varepsilon_{zi}| \le [\varepsilon_z], \ [\varepsilon_z] = 1 \cdot 10^{-3}.$

Относительные продольные деформации на участках стержня:

$$\varepsilon_{z1} = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{180}{2 \cdot 10^5} = 0{,}9 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{z2} = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{-73{,}3}{2 \cdot 10^5} = -0{,}367 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{z3} = \frac{\sigma_3}{E} = \frac{126{,}6}{2 \cdot 10^5} = 0{,}633 \cdot 10^{-3}.$$

Условие жесткости выполнено на всех участках стержня, $\varepsilon_{zi} \le [\varepsilon]$, по условию задачи $[\varepsilon] = 1 \cdot 10^{-3}$.

Ответ: площадь поперечного сечения стержня A = 1,5 см^2; условие прочности выполнено на всех участках стержня; изменение длины стержня (удлинение) $\Delta l = 0,61$ мм; условие жесткости выполнено на всех участках.

Задача № 2. Для заданного стержня (рис. 21) требуется:

– изобразить расчетную схему стержня;

– построить эпюру продольной силы N;

– построить эпюру нормального напряжения σ в общем виде и найти опасное сечение;

– из условия прочности определить площадь поперечного сечения стержня A.

Данные для расчета: R = 100 МПа, F_1 = 14 кН; F_2 = 28 кН; q = 20 кН/м; a = 0,6 м.

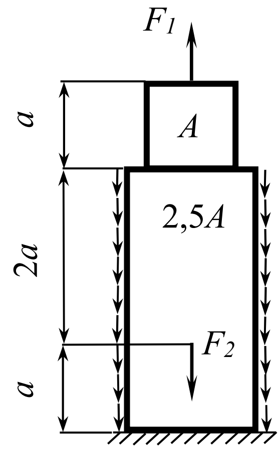


Рис. 21

Решение

1. Изображаем расчетную схему стержня. На ней показываем численные значения сил, линейных размеров стержня. Ось z направим вдоль стержня, поместив начало оси в сечении B (рис. 22, а).

2. Определяем реакцию заделки B, составив уравнение равновесия стержня в проекциях сил на ось z

$$\sum Z = 0;\ F_1 - q \cdot 3a - F_2 + R_B = 0.$$

Отсюда $R_B = -F_1 + q \cdot 3a + F_2 = -14 + 20 \cdot 3 \cdot 0,6 + 28 = 50$ кН.

3. Разбиваем стержень на участки. В нашем случае имеем три участка: i = 1, 2, 3 – номер участка.

4. Методом сечений находим продольную силу N_i на каждом участке. Мысленно проводим секущую плоскость на каждом участке перпендикулярно продольной оси стержня и составляем расчетную схему отсеченной части стержня. Продольную силу в сечении изобразим по внешней нормали, считая ее положительной. При этом можно оставлять нижнюю или верхнюю часть стержня (рис. 22, б). Координата z_i определяет положение сечения на i-м участке. Для отсеченных частей стержня составляем уравнение равновесия проекций сил на ось z ($\sum Z = 0$) и находим продольную силу на каждом участке.

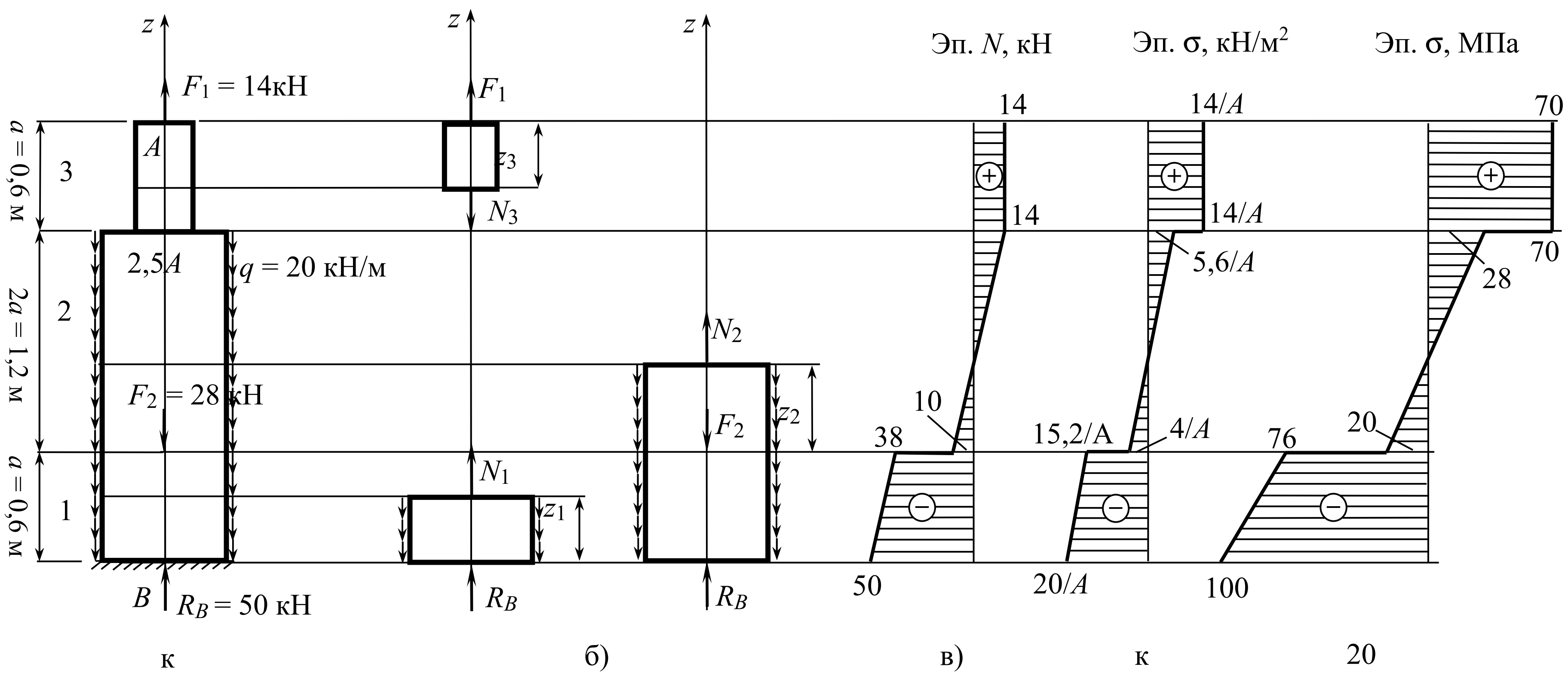

z
F1 = 14кН
A
3
a = 0,6 м
2,5A
q = 20 кН/м
2
2a = 1,2 м
F2 = 28 кН
1
a = 0,6 м
B
RB = 50 кН
к
F1
z3
N3
N1
z1
RB
б)
N2
F2
z2
RB
Эп. N, кН
14
14
10
38
50
в)
Эп. σ, кН/м2
14/A
14/A
5,6/A
15,2/A
4/A
20/A
к
Эп. σ, МПа
70
70
28
20
76
100
20

Рис. 22

Участок 1 $\left(0 \le z_1 \le a\right)$:

$R_B - qz_1 + N_1 = 0;$

$N_1 = -R_B + qz_1 = -50 + 20z_1;$

$N_1(0) = -50\,\text{кН};\; N_1(a) = -50 + 20 \cdot 0,6 = -38\,\text{кН}.$

Участок 2 $\left(0 \le z_2 \le 2a\right)$:

$R_B - qa - qz_2 - F_2 + N_2 = 0;$

$N_2 = -R_B + q\left(a + z_1\right) + F_2 = -50 + 20\left(0,6 + z_2\right) + 28;$

$N_2(0) = -10\,\text{кН};$

$N_2(2a) = -50 + 20 \cdot 0,6 + 20 \cdot 1,2 + 28 = 14\,\text{кН}.$

Участок 3 $\left(0 \le z_3 \le a\right)$:

$F_1 - N_3 = 0;\; N_3 = F_1 = 14\,\text{кН}.$

По найденным численным значениям N_i строим эпюру продольной силы N (см. рис. 22, в).

5. Определяем нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня на каждом участке в общем виде:

участок 1 $\left(0 \le z_1 \le a\right)$:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-50 + 20z_1}{2,5A};$$

$$\sigma_1(0) = \frac{-50}{2,5A} = -\frac{20}{A};\; \sigma_1(a) = \frac{-38}{2,5A} = -\frac{15,2}{A};$$

участок 2 $\left(0 \le z_2 \le 2a\right)$:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-22 + 20\left(0,6 + z_2\right)}{2,5A};$$

$$\sigma_2(0) = \frac{-10}{2,5A} = -\frac{4}{A};\; \sigma_2(2a) = \frac{14}{2,5A} = \frac{5,6}{A};$$

участок 3

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{14}{A}.$$

Строим эпюру нормальных напряжений σ в общем виде (см. рис. 22, г) и находим наибольшее по абсолютному значению (по модулю) нормальное напряжение $|\sigma|_{\max} = |\sigma_1(0)| = 20 / A$.

6. Условие прочности для ступенчатого стержня $|\sigma|_{\max} = \dfrac{20}{A} \le R$.

Отсюда площадь поперечного сечения стержня

$$A \ge \frac{20}{R} = \frac{20 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 2\ \text{см}^2.$$

7. Находим численно нормальные напряжения на участках стержня:

$$\sigma_1(0) = \frac{-50}{2{,}5A} = \frac{-50 \cdot 10^3}{2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -100 \cdot 10^6\ \text{Па} = -100\,\text{МПа};$$

$$\sigma_1(a) = \frac{-38}{2{,}5A} = \frac{-38 \cdot 10^3}{2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -76 \cdot 10^6\ \text{Па} = -76\,\text{МПа};$$

$$\sigma_2(0) = \frac{-10}{2{,}5A} = \frac{-10 \cdot 10^3}{2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -20 \cdot 10^6\ \text{Па} = -20\,\text{МПа};$$

$$\sigma_2(2a) = \frac{14}{2{,}5A} = \frac{14 \cdot 10^3}{2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 28 \cdot 10^6\ \text{Па} = 28\,\text{МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{14}{A} = \frac{14 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 70 \cdot 10^6\ \text{Па} = 70\,\text{МПа}.$$

По найденным значениям напряжений строим эпюру σ (см. рис. 22, *д*).

Ответ: площадь поперечного сечения стержня $A = 2$ см^2, условие прочности выполнено на всех участках.

Задача № 3. Тема задачи: проектировочный расчет стержня (вала) на прочность и жесткость при кручении.

Для заданного вала требуется:

– определить момент M_0;

– найти крутящие моменты на участках вала и построить эпюру крутящих моментов $M_к$;

– вычислить диаметр вала из условия прочности при кручении;

– определить наибольшие касательные напряжения на участках вала и построить эпюру τ_{max};

– найти углы закручивания на участках вала φ_j и полный угол закручивания φ.

– найти относительные углы закручивания θ_i на участках вала и проверить выполнение условия жесткости при $[\theta] = 1$ град/м.

Численные значения заданных моментов и линейных размеров показаны на рис. 23, а. При расчете принять расчетное сопротивление при кручении $R_{ср} = 30\,МПа$.

Решение

1. Изображаем схему вала с указанием численных значений линейных размеров и заданных моментов (рис. 23, а).

2. Находим момент заделки M_0 из уравнения внешних моментов относительно оси z

$\sum M_z = 0;\ -M_1 + M_2 + M_4 + M_0 = 0,$

отсюда $M_0 = M_1 - M_2 - M_4 = 600 - 900 - 200 = -500\,Н \cdot м.$

Знак минус означает, что момент M_0 направлен не против, а по ходу часовой стрелки, *учтем это на схеме, покажем момент M_0 в действительном направлении* (рис. 23, а).

3. Разбиваем вал на участки, обозначаем их номерами 1, 2, 3.

4. На каждом участке проводим мысленно секущую плоскость (рис. 23, б) и составляем уравнение равновесия моментов относительно оси z, включая в эти уравнения крутящие моменты на каждом участке.

Участок 1: $\sum M_z = 0;\ -M_1 + M_{к1} = 0$ – для левой отсеченной части $M_{к1} = M_1 = 600\,Н \cdot м.$

Участок 2: $\sum M_z = 0;\ -M_1 + M_2 + M_{к2} = 0;$

$M_{к2} = M_1 - M_2 = 600 - 900 = -300\ Н \cdot м.$

Участок 3: $\sum M_z = 0;\ -M_0 - M_{к3} = 0$ – для правой отсеченной части, $M_{к3} = -M_0 = -500$ Н·м.

Отсеченные части вала показаны на рис. 23*,* б.

По полученным численным значениям $M_{кi}$ строим эпюру крутящих моментов (рис. 23, в). Находим по эпюре наибольшее значение крутящего момента $M_{к\,max} = 600$ Н·м.

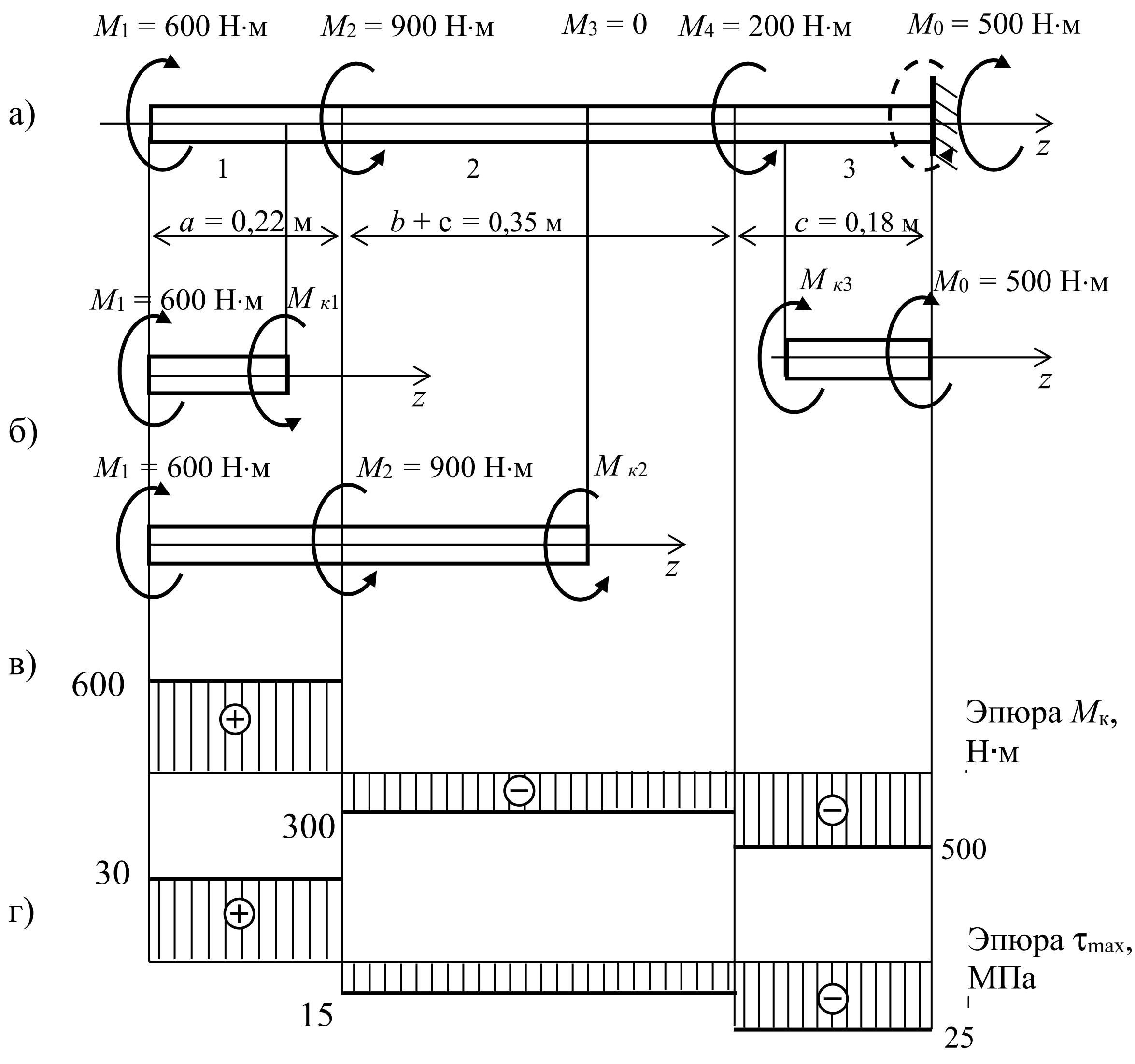


Рис. 23

5. Условие прочности при кручении $\tau_{max} = \dfrac{|M_к|_{max}}{W_p} \le R_{ср}$.

6. Находим из условия прочности полярный момент сопротивления поперечного сечения вала W_P

$$W_p \geq \frac{|M_к|_{\max}}{R_{ср}} = \frac{600}{30 \cdot 10^6} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 20 \text{ см}^3.$$

Для круглого сечения $W_p = \dfrac{\pi d^3}{16}$,

отсюда $d \geq \sqrt[3]{\dfrac{16 W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\dfrac{16 \cdot 20}{3{,}14}} = 4{,}67$ см.

Диаметр вала можно также найти по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16|M_к|_{\max}}{\pi R_{ср}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 600}{3{,}14 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 4{,}67 \cdot 10^{-2} \text{м} = 4{,}67 \text{см} = 46{,}7 \text{мм}.$$

В практических расчетах диаметр округляют до стандартного значения (…40, 42, 45, 48, 50, 52, 55, 60, 63, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100,… мм). В данном случае ближайшее большее значение стандартного размера $d_{ст}$ = 48 мм. Округление в сторону увеличения диаметра повышает запас прочности вала.

7. Находим значения наибольших касательных напряжений на участках вала для расчетного значения диаметра d = 4,67 см:

участок 1

$$\tau_{\max 1} = \frac{M_{к1}}{W_p} = \frac{600}{20 \cdot 10^{-6}} = 30 \cdot 10^6 \text{ Па} = 30 \text{МПа};$$

участок 2

$$\tau_{\max 2} = \frac{M_{к2}}{W_p} = \frac{-300}{20 \cdot 10^{-6}} = -15 \cdot 10^6 \text{Па} = -15 \text{ МПа};$$

участок 3

$$\tau_{\max 3} = \frac{M_{к3}}{W_p} = \frac{-500}{20 \cdot 10^{-6}} = -25 \cdot 10^6 \text{ Па} = -25 \text{ МПа}.$$

По найденным значениям строим эпюру наибольших касательных напряжений на участках вала (см. рис. 23, *г*). Все значения напряжений на этой эпюре соответствуют условию прочности при кручении

$|\tau_j|_{\max} \leq R_{ср}$, j – номер участка.

Условие прочности выполнено на всех участках.

8. Вычисляем углы закручивания (углы поворота сечений) на каждом участке вала по формуле

$$\varphi_j = \frac{M_{\text{к}j} l_j}{G I_p},$$

где l_j – длина участка; G – модуль сдвига, для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа;

$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = W_p \frac{d}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 4{,}67^4}{32} = 46{,}67$ см^4 – полярный момент инерции круглого поперечного сечения вала;

$GI_p = 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 46{,}67 \cdot 10^{-8} = 373{,}36 \cdot 10^2$ Н·м^2 – жесткость поперечного сечения вала при кручении.

$$\varphi_1 = \frac{600 \cdot 0{,}22}{373{,}36 \cdot 10^2} = 0{,}354 \cdot 10^{-2} \text{рад} = 0{,}20 \text{ град.}$$

$$\varphi_2 = \frac{-300 \cdot 0{,}35}{373{,}36 \cdot 10^2} = -0{,}281 \cdot 10^{-2} \text{рад} = -0{,}16 \text{ град.}$$

$$\varphi_3 = \frac{-500 \cdot 0{,}18}{373{,}36 \cdot 10^2} = -0{,}241 \cdot 10^{-2} \text{рад} = -0{,}14 \text{ град.}$$

9. Находим полный угол поворота правого сечения вала относительно левого сечения

$$\varphi = \sum \varphi_j = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0{,}20 - 0{,}16 - 0{,}14 = -0{,}1 \text{ град.}$$

10. Определяем относительные (погонные) углы закручивания на участках вала:

$$\theta_1 = \frac{M_{\text{к}1}}{GI_P} = \frac{\varphi_1}{l_1} = \frac{0{,}20}{0{,}22} = 0{,}909 \frac{\text{град}}{\text{м}};$$

$$\theta_2 = \frac{M_{\text{к}2}}{GI_P} = \frac{\varphi_2}{l_2} = \frac{-0{,}16}{0{,}35} = -0{,}457 \frac{\text{град}}{\text{м}};$$

$$\theta_3 = \frac{M_{\text{к}3}}{GI_P} = \frac{\varphi_3}{l_3} = \frac{0{,}14}{0{,}18} = -0{,}778 \frac{\text{град}}{\text{м}}.$$

Условие жесткости при кручении $|\theta_i| \le [\theta] = 1 \frac{\text{град}}{\text{м}}$.

Для заданного вала условие жесткости выполнено при найденном значении диаметра d.

Ответ: диаметр вала d = 4,67 см; полный угол закручивания φ = – 0,153 град; условия прочности и жесткости выполнены на всех участках.

Задача № 4 (по схеме рис. 4, а). *Тема задачи*: проектировочный расчет на прочность балки при прямом изгибе.

Для заданной схемы двухопорной балки (рис. 24) требуется:

– изобразить расчетную схему балки;

– построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента;

– из условия прочности подобрать стальную балку двутаврового поперечного сечения при расчетном сопротивлении R = 210 МПа.

Решение

1. Изображаем расчетную схему балки с указанием численных значений нагрузки и линейных размеров (рис. 24). Распределенную нагрузку приводим к равнодействующей $Q = qb$ =10 · 3 = 30 кН.

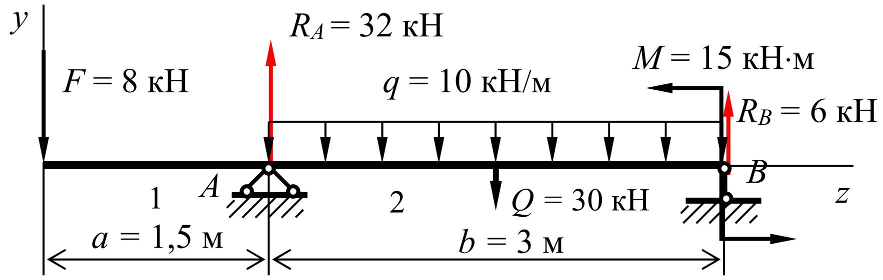


Рис. 24

2. Находим реакции опор. Составляем уравнения равновесия моментов относительно точек A и B:

$$\sum M_A = 0;\ Fa + M - Q\frac{b}{2} + R_B b = 0;$$

$$R_B = \frac{1}{b}\left(-Fa - M + Q\frac{b}{2}\right) = \frac{1}{3}\left(-8\cdot 1{,}5 - 15 + 30\frac{3}{2}\right) = 6\,\text{кН}.$$

$$\sum M_B = 0;\ F(a+b) + Q\frac{b}{2} + M - R_A a = 0;$$

$$R_A = \frac{1}{b}\left(F(a+b) + Q\frac{b}{2} + M\right) = \frac{1}{3}\left(8(1{,}5+3) + 30\frac{3}{2} + 15\right) = 32\,\text{кН}.$$

Проверяем правильность определения реакций опор:

$\sum Y = 0;\ -F + R_A - Q + R_B = 0;\ -8 + 32 - 30 + 6 = 0;\ 0 = 0$.

Реакции опор найдены верно. Показываем их на схеме балки в действительном направлении (рис. 24; 25, а).

3. Разбиваем балку на два участка, проставляем номера участков – 1, 2.

4. На каждом участке методом сечений определяем поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_x. Для отсеченной части балки составляем уравнения равновесия проекций сил на ось y и уравнения равновесия моментов относительно оси x, проходящей через поперечное сечение (рис. 25, б).

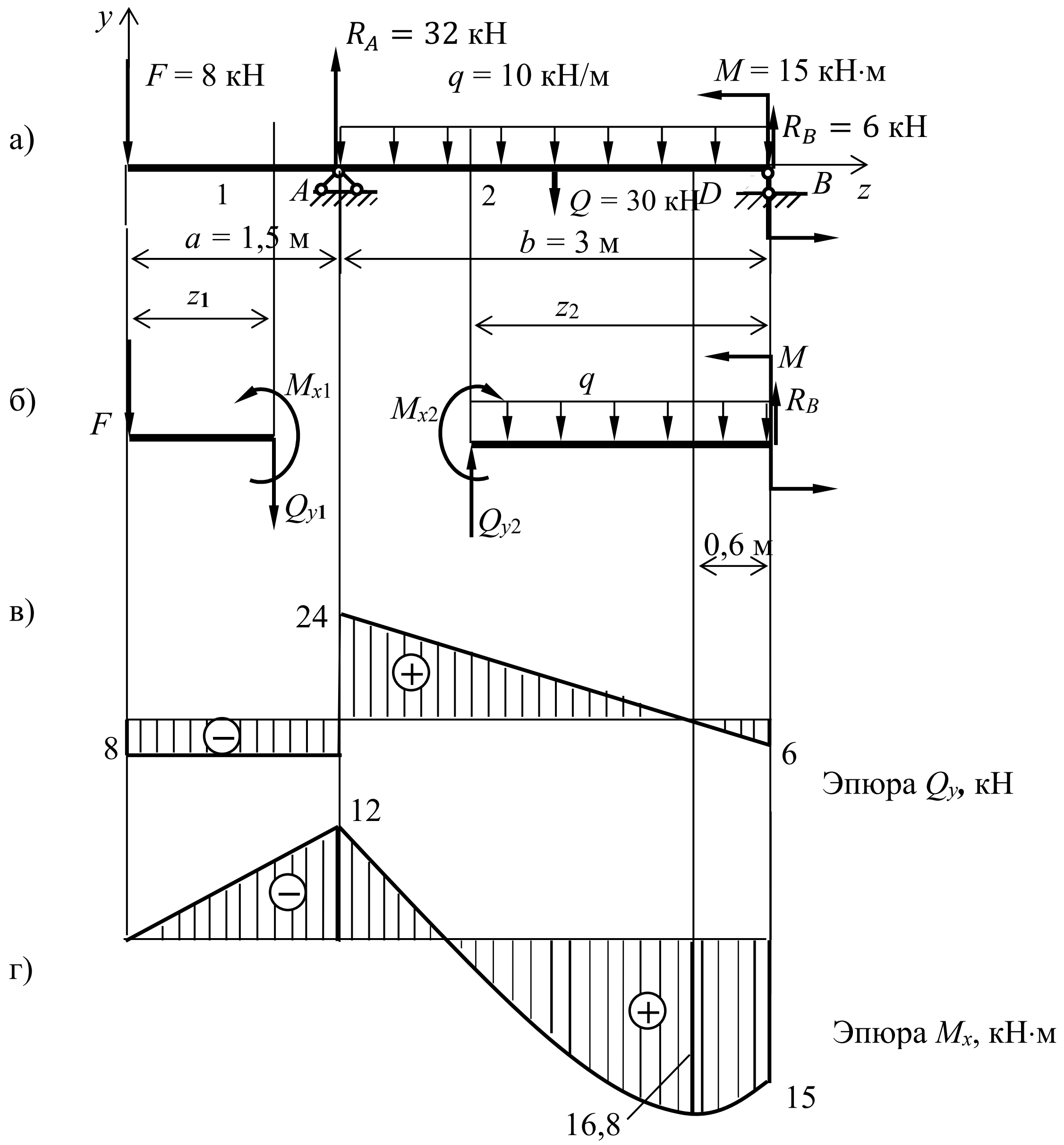


Рис. 25

Участок 1: $0 \le z_1 \le a$;

$\sum Y = 0;\ -Q_y - F = 0;\ Q_y = -F = -8$ кН;

$\sum M_x = 0;\ M_{x1} + Fz_1 = 0;\ M_{z1} = -Fz_1;$

$M_{x1}(0) = 0;\ M_{x1}(a) = M_{x1}(1{,}5) = -8 \cdot 1{,}5 = -12$ кН·м.

Участок 2: $0 \le z_2 \le b$ – координату z_2 откладываем от сечения *B* справа налево.

$\sum Y = 0;\ Q_{y2} + R_B - qz_2 = 0;$

$Q_{y2} = -R_B + qz_2;$

$Q_{y2}(0) = -R_B = -6$ кН, в сечении *B*;

$Q_{y2}(b) = Q_{y2}(3) = -R_B + qb = -6 + 10 = 24$ кН, в сечении *A*.

$$\sum M_x = 0;\ M + R_B z_2 - qz\frac{z_2}{2} - M_{x2} = 0;$$

$$M_{x2} = M + R_B z_2 - \frac{qz_2{}^2}{2};$$

$M_{x2}(0) = M = 15$ кН·м;

$$M_{x2}(b) = M + R_B b - \frac{qb^2}{2} = 15 + 6 \cdot 3 - \frac{10 \cdot 3^2}{2} = -12 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определяем положение сечения *D* на участке 2, в котором поперечная сила Q_{y2} равна нулю, а изгибающий момент M_{x2} имеет максимальное значение

$$Q_{y2} = 0 \text{ при } z_2^* = \frac{R_B}{q} = \frac{6}{10} = 0{,}6 \text{ м};$$

$$M_{x2\max} = M + R_B z_2^* - \frac{qz_2^{*2}}{2} = 15 + 6 \cdot 0{,}6 - \frac{10 \cdot 0{,}6^2}{2} = 16{,}8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюры поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x (см. рис. 25, в, г). Положительные значения откладываем на эпюре M_x вниз от базовой линии (оси эпюры), отрицательные – вверх, при этом получается, что эпюру M_x строим на растянутых волокнах [4].

5. По эпюре изгибающего момента находим опасное сечение *D*, наибольший изгибающий момент $|M_x|_{\max} = 16{,}8$ кН·м.

6. Условие прочности при изгибе $\sigma_{max} = \frac{|M_x|_{max}}{W_x} \le R$.

Отсюда $W_x \ge \frac{|M_x|_{max}}{R} = \frac{16,8 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6} = 80 \cdot 10^6\ \text{м}^3 = 80\ \text{см}^3$.

7. По найденному значению осевого момента сопротивления W_x находим размеры заданного поперечного сечения балки.

По таблице прил. 3 подбираем номер двутавровой балки, ближайшее большее значение осевого момента сопротивления $W_{x\,\text{табл}} = 81,7$ см^3, что соответствует двутавру № 14.

8. Проверяем выполнение условия прочности. Наибольшее нормальное напряжение для выбранной балки № 14

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|_{max}}{W_{x\,\text{табл}}} = \frac{16,8 \cdot 10^3}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 205,6 \cdot 10^6\ \text{Па} = 205,6\ \text{МПа}.$$

Определяем отклонение наибольшего нормального напряжения от расчетного сопротивления R = 160 МПа

$$\Delta\sigma = \frac{210 - 205,6}{210} 100\ \% = 2,09\ \%.$$

Балка недогружена на 2,09 %, что допускается ($\Delta\sigma \le \pm 5\ \%$).

Ответ: двутавровая балка № 14.

Задача № 4, (по схеме рис. 4, б). Для заданной консоли требуется:

– изобразить расчетную схему балки;

– построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента;

– из условия прочности для схемы б найти диаметр d круглого поперечного сечения деревянной балки при расчетном сопротивлении R = 10 МПа.

Решение

1. Изображаем расчетную схему балки. Численные значения заданных сил и моментов, линейных размеров показаны на рис. 26, а.

2. Находим реакции заделки из уравнений равновесия:

$$\sum M_A = 0;\ -M + F(a + c) + M_A = 0.$$

Отсюда момент заделки

$$M_A = M - F\left(a + c\right) = 20 - 12\left(2 + 3\right) = -40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Момент заделки M_A направлен по ходу часовой стрелки (рис. 26, а).

$\sum Y = 0$; $F - R_A = 0$; $R_A = F = 12$ кН – реакция R_A направлена вниз, как показано на рис. 26, а.

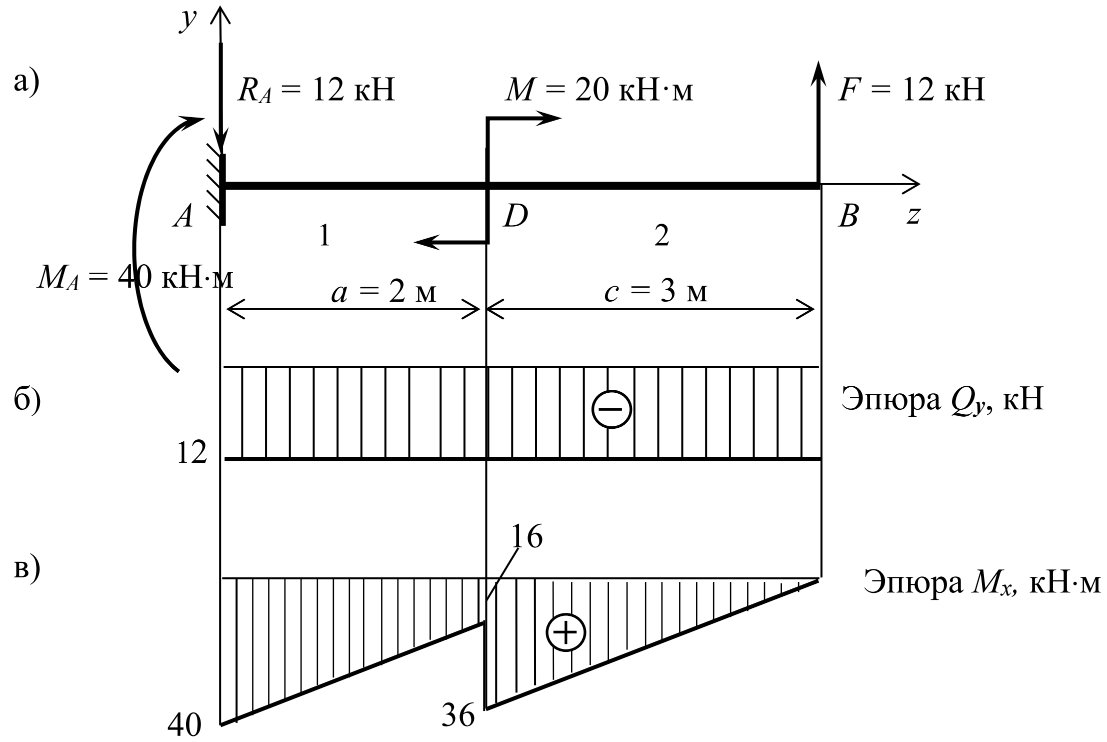


Рис. 26

Проверку правильности определения реакций заделки можно выполнить, составив уравнение равновесия моментов относительно какой-либо точки (B или D) и убедившись в его выполнении:

$\sum M_B = 0$; $R_A\left(a + c\right) - M - M_A = 0$; $12\left(2 + 3\right) - 20 - 40 = 0$;

0 = 0 – реакции найдены верно.

3. Разбиваем балку на два участка, проставляем на схеме номера участков 1 и 2.

4. На каждом участке методом сечений определяем внутренние усилия – поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_x (определения и пояснения см. в решении задачи № 4, схема а, пп. 3 – 5).

Участок 1: $0 \le z_1 \le a = 2$м; $Q_{y1} = -R_A = -12\,$кН;

$M_{x1} = M_A - R_A \cdot z_1 = 40 - 12 \cdot z_1$; $M_{x1}(0) = M_A = 40\,$кН$\cdot$м

$M_{z1}(a) = M_A - R_A \cdot a = 40 - 12 \cdot 2 = 16\,$кН$\cdot$м.

Участок 2: $0 \le z_2 \le c = 3$м; $Q_{y2} = -F = -12\,$кН$= Q_{y1}$.

$M_{x2} = F \cdot z_2 = 12 \cdot z_2$; $M_{x2}(0) = 0$;

$M_{x2}(c) = F \cdot c = 12 \cdot 3 = 36\,$кН$\cdot$м.

Эпюры Q_y, M_x показаны на рис. 26, б, в.

5. По эпюре M_x находим наибольший изгибающий момент $M_{x\,\max} = 40$ кН·м.

6. Условие прочности при изгибе $\left|\sigma\right|_{\max} = \dfrac{\left|M_x\right|_{\max}}{W_x} \le R$.

7. Осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения балки $W_x = W_y = \dfrac{\pi d^3}{32}$.

Тогда условие прочности можно записать

$$\left|\sigma\right|_{\max} = \frac{32\left|M_x\right|_{\max}}{d^3 \pi} \le R,$$

отсюда получим

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{32\left|M_x\right|_{\max}}{\pi R}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 40 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 10 \cdot 10^6}} = 34{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 34{,}4\,\text{см}.$$

8. Проверим выполнение условия прочности. Осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения балки

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3{,}14 \cdot 34{,}4^3}{32} = 3994{,}4\,\text{см}^3.$$

Наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки

$$\sigma_{\max} = \frac{\left|M_x\right|_{\max}}{W_x} = \frac{40 \cdot 10^3}{3994{,}4 \cdot 10^{-6}} = 10{,}01 \cdot 10^6\ \text{Па} = 10{,}01\,\text{МПа}.$$

Условие прочности выполнено, $\sigma_{\max} \approx [\sigma]$. Наибольшее нормальное напряжение незначительно отличается от расчетного сопротивления R = 10 МПа $(\Delta\sigma \approx 0{,}1\ \%)$, что объясняется округлением результатов численных расчетов.

Ответ: диаметр круглого сечения балки d = 34,4 см.

Задание 2

Задача. Тема задачи: геометрические характеристики плоских сечений.

Для заданного плоского сечения требуется:

– определить положение центра тяжести;

– построить главные центральные оси;

– определить главные центральные моменты инерции.

Данные для расчета: a = 80 мм = 8 см, b = 20 мм = 2 см, c = 60 мм = 6 см, схема сечения показана на рис. 27.

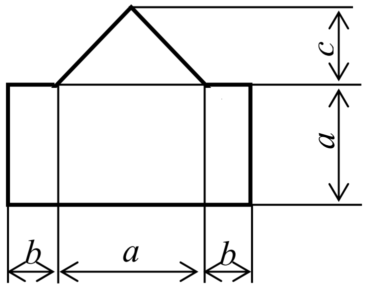


Рис. 27

Решение

1. Изображаем заданное сечение в масштабе (рис. 28). Для удобства расчета размеры указываем в сантиметрах. На рис. 28, 29 последовательно показан порядок построений, необходимых для расчета. При выполнении задания все построения можно изображать на одном рисунке.

2. Разбиваем сечение на две части – прямоугольник 1 и треугольник 2 (см. рис. 28). Для каждой части показываем положение центра тяжести (точки C_1 и C_2) и главные центральные оси: для прямоугольника – оси $x_1C_1y_1$, для треугольника – $x_2C_2y_2$.

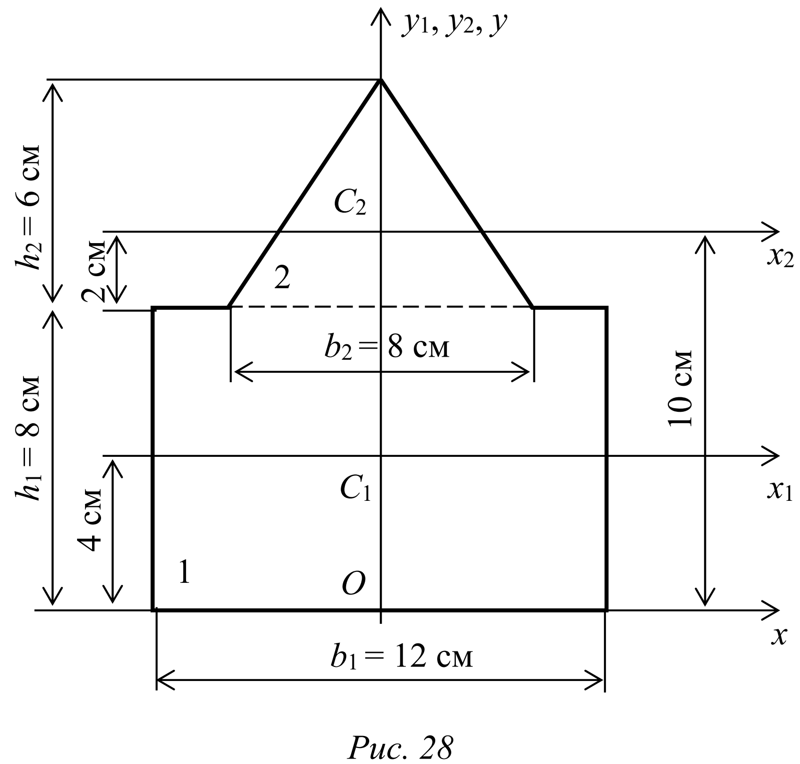


Рис. 28

3. Выбираем вспомогательную систему координат xOy (см. рис. 28), относительно которой будем определять положение центра тяжести сечения точки C, ось y совмещаем с осью симметрии сечения, а ось x – с нижним основанием сечения. По табл. прил. 2 находим формулы, необходимые для расчета.

4. Определяем координаты центра тяжести сечения. Находим:

– площади частей сечения

$$A_1 = b_1 h_1 = 12 \cdot 8 = 96 \text{см}^2;$$

$$A_2 = \frac{1}{2} b_2 h_2 = 8 \cdot 6 = 24 \text{см}^2;$$

– координаты центров тяжести частей 1 и 2 в осях системы координат xOy (см. рис. 28): $x_{C1} = x_{C2} = 0$; $y_{C1} = 4$ см; $y_{C2} = 10$ см;

– координаты центра тяжести заданного сечения в осях системы координат xOy: $x_C = 0$; $y_C = \dfrac{\sum A_i y_{Ci}}{\sum A_i} = \dfrac{96 \cdot 4 + 24 \cdot 10}{96 + 24} = 5{,}2$ см.

Показываем на схеме сечения координату y_C и ценр тяжести сечения точку C (рис. 29).

5. Проводим главные центральные оси сечения x_C, y_C (рис. 29).

6. Вычисляем главные центральные моменты инерции симметричного сечения относительно главных центральных осей x_C *и* y_C.

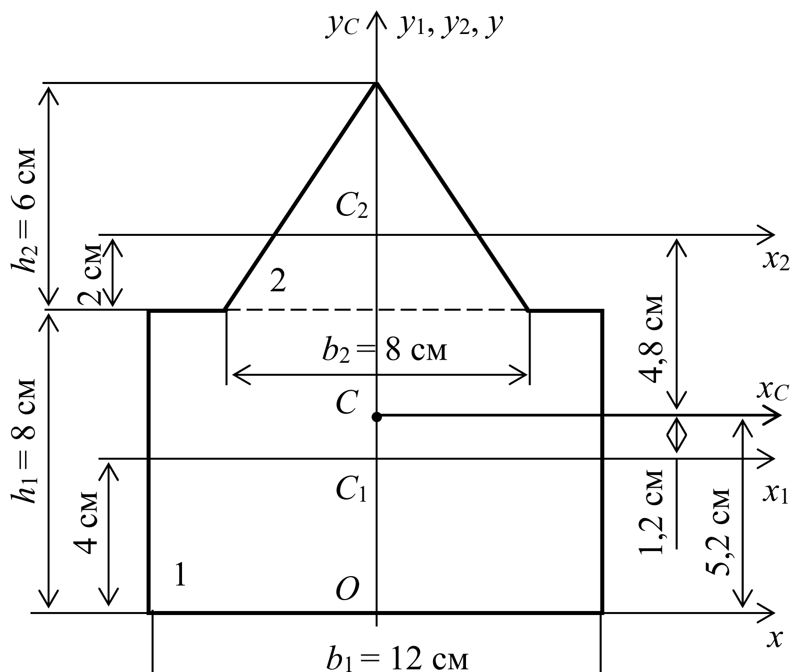


Рис. 29

Находим:

– расстояния между главной центральной осью x_C и осями x_1, x_2

$a_1 = 5,2 - 4 = 1,2$ см; $a_2 = 10 - 5,2 = 4,8$ см;

– расстояния $b_1 = b_2 = 0$, так как оси y_1, y_2 *и* y_C совпадают;

– главные центральные моменты инерции сечения:

$$I_{x_C} = \sum\left(I_{x_i} + a_i^2 A_i\right) = \left(\frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 A_1\right) + \left(\frac{b_2 h_2^3}{36} + a_2^2 A_2\right) =$$

$$= \left(\frac{12 \cdot 8^3}{12} + 1,2^2 \cdot 96\right) + \left(\frac{8 \cdot 6^3}{36} + 4,8^2 \cdot 24\right) = 1251,2 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_C} = \sum\left(I_{y_i} + b_i^2 A_i\right) = \frac{b_1^3 h_1}{12} + \frac{b_2^3 h_2}{48} = \frac{12^3 \cdot 8}{12} + \frac{8^3 \cdot 6}{48} = 1216 \text{ см}^4.$$

Ответ: положение центра тяжести сечения точка C и главные центральные оси x_C, y_C показаны на рис. 29; главные центральные моменты инерции: $I_{x_C} = 1251,2$ см^4; $I_{y_C} = 1216$ см^4.

Задание 3

Задача № 1. Тема задачи: проектировочный расчет на прочность балки при косом (сложном) изгибе.

Балка с поперечным сечением в виде прямоугольника с соотношением размеров $h/b = k$ (h – высота, b – ширина) нагружена силами (F, q) и моментами (M), действующими в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис. 30). Требуется:

– изобразить расчетную схему балки;

– определить внутренние усилия в поперечных сечениях балки в главных плоскостях;

– построить эпюры внутренних усилий;

– из условия прочности по нормальным напряжениям определить размеры поперечного сечения балки b и h;

– проверить выполнение условия прочности по нормальным напряжениям при найденных размерах;

– построить эпюру нормальных напряжений σ в опасном сечении балки.

При расчете принять $R = 160$ МПа.

Решение

1. Изображаем расчетную схему балки согласно исходным данным с указанием размеров и нагрузки (рис. 30).

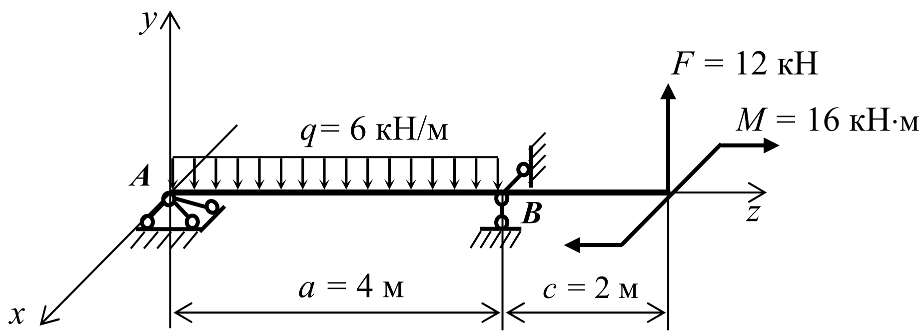


Рис. 30

2. Показываем схему балки в *вертикальной плоскости zy* (рис. 31, а). Находим равнодействующую распределенной нагрузки

$Q = qa = 6 \cdot 4 = 24$ кН.

Реакции опор в плоскости *xy* находим из уравнений равновесия моментов относительно точек *A* и *B* (рис. 31, а):

$$\sum M_A = 0;\ R_{By}a - Q\frac{a}{2} + F(a+b) = 0;$$

$$R_{By} = \frac{1}{a}\left(\frac{Qa}{2} - F(a+b)\right) = \cdots = -6 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0;\ -R_{Ay}a + Q\frac{a}{2} + Fb = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{1}{a}\left(\frac{Qa}{2} + Fb\right) = \cdots = 18 \text{ кН}.$$

Знак минус реакции R_{By} означает, что реакция направлена не вверх, как приняли при составлении уравнения равновесия, а вниз (рис. 31, а). Подробный расчет реакций опор балки см. на с. 71.

Проверяем правильность определения реакций опор

$\sum Y = 0;\ R_{Ay} - Q - R_{By} + F = 0;\ 18 - 24 - 6 + 12 = 0;\ 0 = 0.$

Реакции опор найдены верно. Показываем их на расчетной схеме в действительном направлении (рис. 31, а).

Определяем поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_x на участках балки 1, 2 в плоскости zy (подробное решение см. в задании 1, задача № 4, с. 71 – 72).

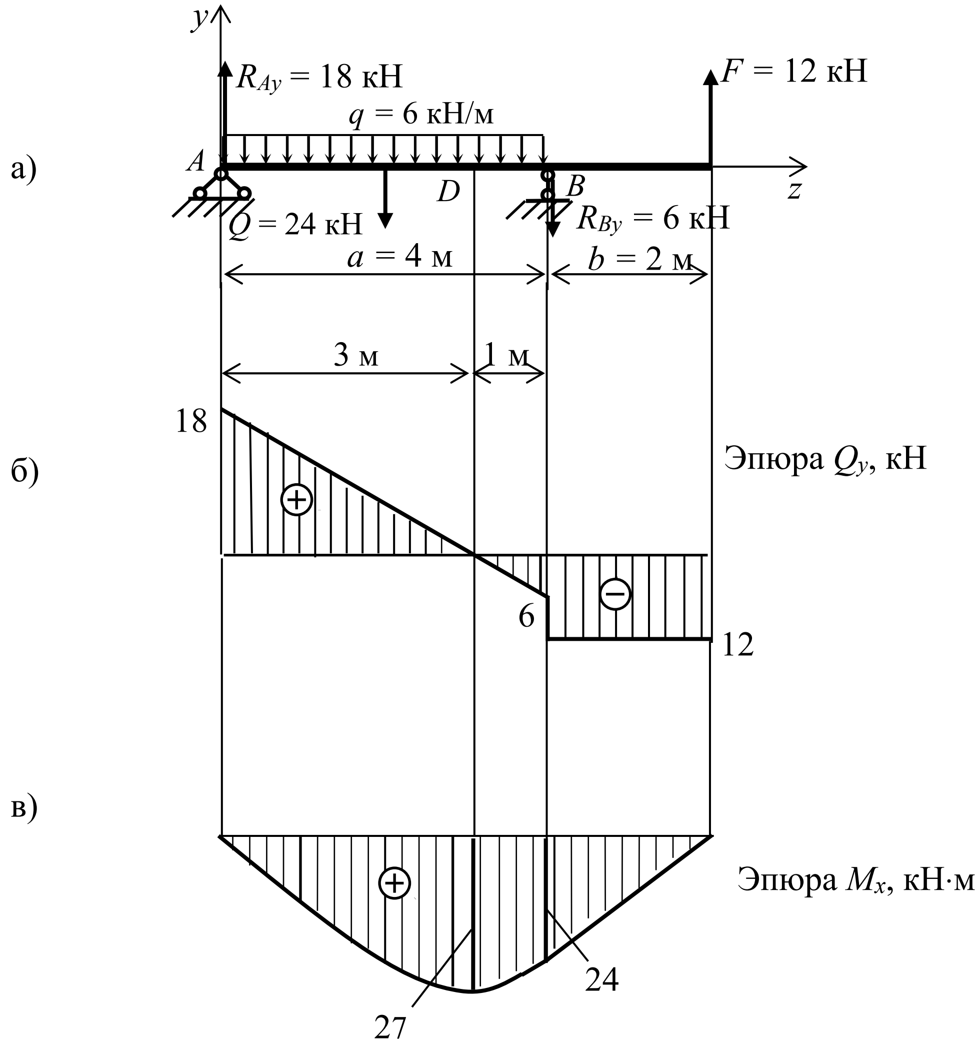


Рис. 31

Участок 1: $0 \le z_1 \le a;\ Q_{y1} = R_{Ay} - qz_1;$

$$Q_{y1}(0) = R_{Ay} = 18 \text{ кН};\ Q_{y1}(a) = R_{ay} - qa = 18 - 6 \cdot 4 = -6 \text{ кН};$$

$$M_{x1} = R_{Ay}z_1 - \frac{qz_1^{\ 2}}{2};$$

$$M_{x1}(0) = 0;\ M_{x1}(a) = R_{Ay}a - \frac{qa^2}{2} = 18 \cdot 4 - \frac{6 \cdot 4^2}{2} = 24 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определяем положение сечения D, в котором поперечная сила Q_{y1} равна нулю, а изгибающий момент M_{x1} имеет экстремальное значение (максимум) (см. рис. 31, б, в):

$$Q_{y1} = R_{Ay} - qz_1^* = 0;\ z_1^* = \frac{R_{Ay}}{q} = \frac{18}{6} = 3 \text{ м.}$$

Изгибающий момент в этом сечении равен

$$M_{x1}\left(z_1^*\right) = R_{Ay}z_1^* - \frac{qz_1^{*2}}{2} = 18 \cdot 3 - \frac{6 \cdot 3^2}{2} = 27 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок 2: для правой отсеченной части балки $0 \le z_2 \le c$:

$$Q_{y2} = -F = -12 \text{ кН,}$$

$$M_{x2} = Fx_2;\ M_{x2}(0) = 0;\ M_{z2}(\text{c}) = Fc = 12 \cdot 2 = 24 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

По полученным значениям строим эпюры Q_y и M_x. Эпюры изгибающих моментов строим на растянутых волокнах (см. рис. 31, б, в).

В горизонтальной плоскости xz на балку действует пара сил с моментом M = 16 кН·м (рис. 32, а). Реакции опор образуют пару сил с таким же по величине моментом, направленным противоположно внешнему моменту M, $R_{Ax} = R_{Bx} = \frac{M}{a} = \frac{16}{4} = 4$ кН.

Определяем поперечную силу Q_x и изгибающий момент M_y на участках балки.

Участок 1: $Q_{x1} = -R_{Ax} = -4$ кН, $M_{y1} = -R_{Ax}z_1$;

$$M_{y1}(0) = 0,\ M_{y1}(a) = R_{Ax}a = 4 \cdot 4 = 16 \text{ кН·м.}$$

Участок 2: $Q_{x2} = 0;\ M_{y2} = -M = -16$ кН · м.

По полученным значениям строим эпюры Q_x *и* M_y (рис. 32, б, в).

3. Опасное сечение найдем по эпюрам изгибающих моментов. Для наглядности покажем эти эпюры на одной схеме (рис. 32, г). Эпюры изгибающих моментов построены на растянутых волокнах.

Рассмотрим опасные сечения B и D.

Сечение B: $M_{xB} = 24$ кН · м, $M_{yB} = 16$ кН · м.

Сечение D: $M_{xD} = 27$ кН · м, $M_{yB} = 12$ кН · м.

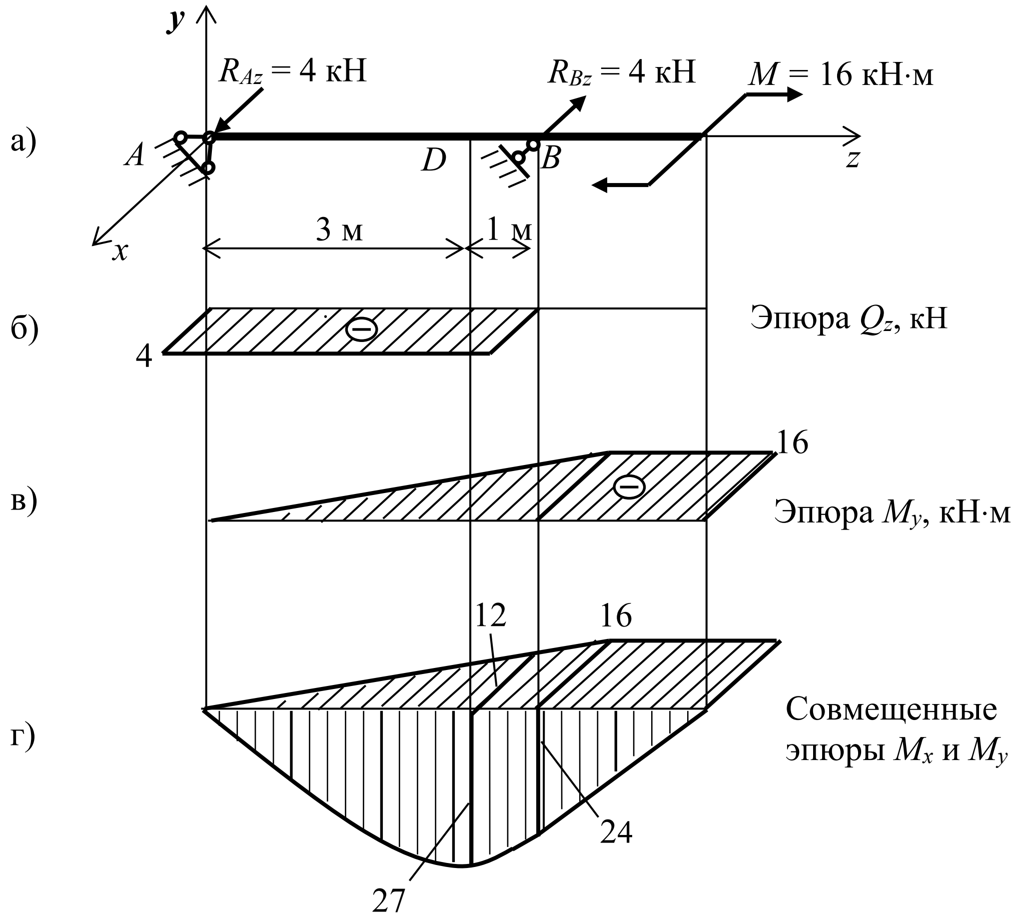


Рис. 32

4. Начертим поперечное сечение балки в масштабе и покажем знаки нормальных напряжений от изгибающих моментов. На рис. 33 изображен вид на поперечное сечение левой отсеченной части с положительного конца оси z. Знаки напряжений определяем по эпюрам изгибающих моментов – эпюры построены на растянутых волокнах (растяжение внизу и справа). Определим положение нулевой линии в опасных сечениях.

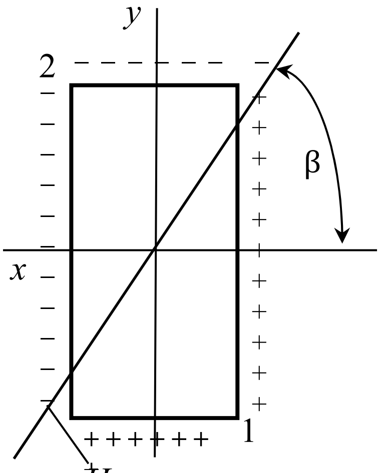
Сечение B:

$$\text{tg}\beta = \frac{M_{yB}}{M_{xB}} \frac{I_x}{I_y} = \frac{M_{yB}}{M_{xB}} k^2 = \frac{16}{24} 2^2 = 2{,}67;\ \beta = 69{,}5°.$$

Сечение D: $\beta = 60{,}6°$.

Нулевая линия проходит через четверти сечения с разными знаками нормальных напряжений.

Опасные точки – это точки, наиболее удаленные от нулевой линии. В прямоугольном сечении опасные точки находятся в углах, в которых знаки напряжений от обоих изгибающих моментов совпадают. В нашем случае это точки 1 и 2 (рис. 33). В этих точках величина нормальных напряжений одинакова, в точке 1 напряжение положительное – растяжение, в точке 2 напряжение отрицательное – сжатие.



Нулевая линия

Рис. 33

Геометрические характеристики прямоугольного сечения $h/b = k$.

Осевые моменты инерции:

$I_x = bh^3/12$; $I_y = b^3h/12$;

$I_x/I_y = k^2$.

Осевые моменты сопротивления:

$W_x = bh^2/6 = b^3k^2/6$;

$W_y = b^2h/6 = b^3k/6$; $W_x/W_y = k$.

5. Условие прочности для опасной (угловой) точки прямоугольного сечения [4]

$$\sigma_{\max} = |\sigma_{\text{о.т}}| = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \le R.$$

Находим размеры поперечного сечения балки с учетом зависимости между осевыми моментами сопротивления

$$b \ge \sqrt[3]{6\left(\frac{M_x}{k^2} + \frac{M_y}{k}\right)/R}.$$

Сечение *B*:

$$b \ge \sqrt[3]{6\left(\frac{24}{2^2} + \frac{16}{2}\right)\frac{10^3}{210 \cdot 10^6}} = 7{,}37 \cdot 10^{-2}\,\text{м} = 7{,}37\ \text{см}.$$

Сечение *D*:

$$b \ge \sqrt[3]{6\left(\frac{27}{2^2} + \frac{12}{2}\right)\frac{10^3}{210 \cdot 10^6}} = 7{,}14 \cdot 10^{-2}\,\text{м} = 7{,}14\ \text{см}.$$

Выбираем больший размер b = 7,37 см, принимаем b = 7,4 см; h = 14,8 см.

6. Определим нормальные напряжения в опасных точках 1 и 2 опасного сечения B ($\sigma_1 = |\sigma_2|$).

Моменты сопротивления:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{7{,}4(14{,}8)^2}{6} = 270{,}14 \text{ см}^3,$$

$$W_y = \frac{b^2 h}{6} = \frac{7{,}4^2 \cdot 14{,}8}{6} = 135{,}07 \text{ см}^3.$$

Нормальное напряжение в опасных точках 1 и 2

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = \frac{M_{xB}}{W_x} + \frac{M_{yB}}{W_y} = \frac{24 \cdot 10^3}{270{,}14 \cdot 10^{-6}} + \frac{16 \cdot 10^3}{135{,}07 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= (88{,}84 + 118{,}45)10^6 \text{ Па} = 207{,}3 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_2 = -207{,}3 \text{ МПа}.$$

Напряжения в опасных точках меньше расчетного сопротивления на 2,7 МПа, недогружение составляет 1,28 %, что допустимо. Это несовпадение возникает за счет округления численных значений размеров сечения. Эпюра нормальных напряжений в сечении B показана на рис. 34.

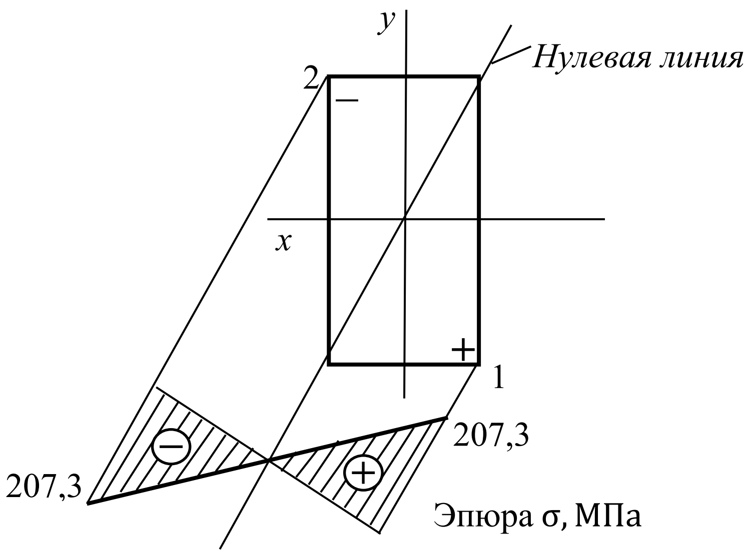


Рис. 34

Ответ: размеры прямоугольного сечения b = 7,4 см; h = 14,8 см.

Задача № 2. Тема задачи: проектировочный расчет стержня при внецентренном сжатии.

Стержень сжимается внецентренно приложенной силой F. Координаты точки приложения силы x_F и y_F. Материал стержня неодинаково сопротивляется растяжению и сжатию, расчетные сопротивления на растяжение и сжатие равны соответственно $R_{\text{сж}}$ и $R_{\text{р}}$. Форма поперечного сечения стержня выбирается по варианту. Требуется:

– составить схему стержня согласно варианту, показать силу F в точке с координатами x_F и y_F с учетом их знаков;

– привести силы к продольной оси стержня и определить внутренние усилия в поперечном сечении, построить эпюры N, M_x, M_y;

– определить геометрические характеристики заданного поперечного сечения стержня: моменты инерции относительно осей x_C и y_C, радиусы инерции i_x, i_y;

– построить нулевую линию в поперечном сечении и определить положение опасных точек;

– записать условие прочности для опасных точек в растянутой и сжатой частях сечения;

– из условия прочности найти параметр a размера поперечного сечения, по наибольшему размеру найти численно размеры b (ширину) и h (высоту) заданного сечения;

– построить ядро сечения.

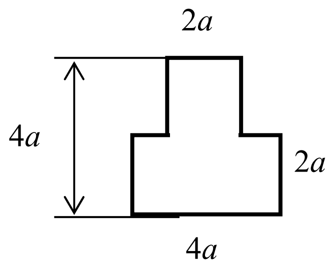


Рис. 35

Данные для расчета: форма сечения (рис. 35); $F = 76$ кН; $y_F = -0{,}6a$; $x_F = 0{,}8a$;
$R_{\text{сж}} = 100$ МПа; $R_{\text{раст}} = 40$ МПа.

Решение

1. Схему стержня, внецентренно сжатого силой F, изображаем на рисунке с учетом знаков координат точки приложения силы x_F, y_F (рис. 36, а).

2. Приводим силу к центру тяжести сечения и составляем расчетную схему стержня, направления моментов относительно осей x и y показываем на схеме круглыми стрелками (рис. 36, б). Находим

внутренние усилия в поперечных сечениях стержня: продольная сила $N = -F$; изгибающие моменты $M_x = Fy_F$; $M_y = Fx_F$. Строим эпюры внутренних усилий в общем виде, эпюры изгибающих моментов строим на растянутых волокнах (рис. 36, в, г).

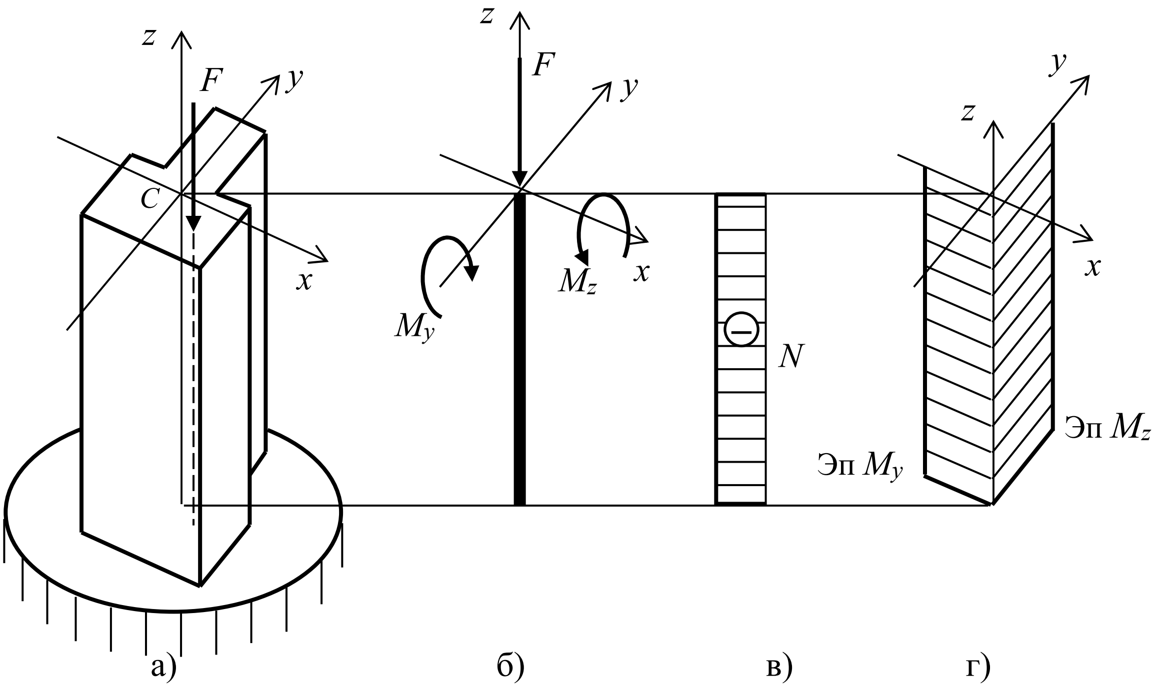


Рис. 36

3. Вычисляем геометрические характеристики сечения:

– определить положение центра тяжести сечения;

– построить главные центральные оси;

– найти главные центральные моменты инерции сечения;

– определить радиусы инерции.

Для простых сечений и стандартных профилей использовать данные справочных таблиц. Все характеристики выразить через искомый параметр размера *a*.

Изображаем заданное поперечное сечение стержня в относительном масштабе (крупно!) (рис. 37). Определяем положение центра тяжести. Сечение разбиваем на две простые части – прямоугольники 1 и 2. Находим площади частей

$$A_1 = 4a \cdot 2a = 8a^2;\ \ A_2 = 2a \cdot 2a = 4a^2.$$

Общая площадь $A = A_1 + A_2 = 12a^2$.

Координаты центра тяжести сечения находим в центральных осях x_1C_1y прямоугольника 1

$$y_C = \frac{A_2 y_{C2}}{A} = \frac{4a^2 \cdot 2a}{12} = 0,67a;\ x_C = 0.$$

Показываем центр тяжести на схеме – точка C. Главные центральные оси сечения – оси xCy. Находим главные центральные моменты инерции сечения

$$I_x = \frac{b_1 h_1^3}{12} + \left(CC_1\right)^2 A_1 + \frac{b_2 h_2^3}{12} + \left(CC_2\right)^2 A_2 = \frac{4a\left(2a\right)^3}{12} + \left(0,67\right)^2 8a^2 +$$

$$+\frac{2a\left(2a\right)^3}{12} + \left(1,33a\right)^2 4a^2 = 14,67a^4;$$

$$I_y = \frac{b_1^3 h_1}{12} + \frac{b_2^3 h_2}{12} = \frac{\left(4a\right)^3 2a}{12} + \frac{\left(2a\right)^3 2a}{12} = 12\,a^4.$$

Определяем квадраты радиусов инерции сечения

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{14,67a^4}{12a^2} = 1,22a^2;\ i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{12a^4}{12a^2} = a^2.$$

Показываем на схеме поперечного сечения необходимые для расчета размеры (рис. 37).

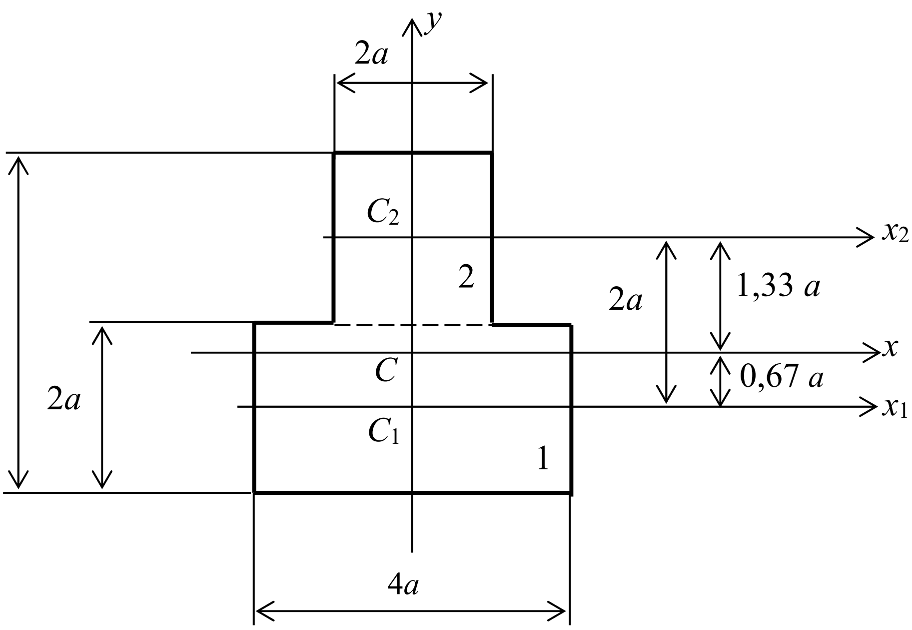


Рис. 37

4. Построим нулевую линию. Определим отрезки, которые она отсекает на осях x и y:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F} = -\frac{a^2}{0,8a} = -1,25a; \;\; a_y = -\frac{i_x^2}{y_F} = -\frac{1,22a^2}{-0,6a} = 2,03a,$$

где $x_F = 0,8a$; $y_F = -0,6a$ – координаты точки приложения силы F в центральных осях xCy.

Отрезки a_x и a_y откладываем на осях x и y в масштабе с учетом знаков и строим нулевую линию (нл), учитывая взаимное расположение полюса P и нулевой линии (рис. 38). В той части сечения, где располагается полюс P (вниз и вправо от нулевой линии) возникает сжатие. Знак нормальных напряжений в точках этой части – минус, отметим это на рисунке. Выше и левее нулевой линии – растяжение, знак напряжений – плюс (рис. 38).

Необходимые построения показаны последовательно на рис. 37, 38. При решении задачи эти построения можно выполнять на одном рисунке, сечение изображать достаточно крупно в соответствующем масштабе.

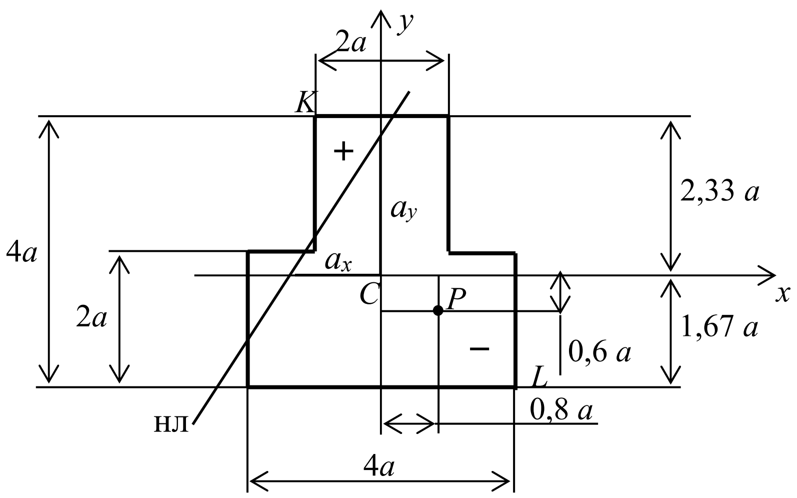


Рис. 38

5. Находим опасные точки – наиболее удаленные от нулевой линии. В сжатой части сечения это точка L. В растянутой части сечения – точка K.

6. Записываем условия прочности для обеих точек

$$\left|\sigma_L\right| = \left|\sigma\right|_{\max}^{\text{сж}} = \left| -\frac{F}{A} - \frac{M_x}{I_x} y_L - \frac{M_y}{I_y} x_L \right| \le R_{\text{сж}}; \qquad (1)$$

$$\sigma_K = \sigma_{\max}^{\text{раст}} = -\frac{F}{A} + \frac{M_x}{I_x} y_K + \frac{M_y}{I_y} x_K \le R_{\text{раст}}, \qquad (2)$$

где $y_L = 1,67a$; $x_L = 2a$; $y_K = 2,33a$; $x_K = a$ – координаты опасных точек K и L по абсолютному значению (без учета знаков).

7. Из условия прочности (1) после подстановки значений входящих в него величин получим

$$\left|\sigma_L\right| = \left| -\frac{F}{12a^2} - \frac{F \cdot 0,6a}{14,67a^4} 1,67a - \frac{F \cdot 0,8a}{12a^4} 2a \right| \le R_{\text{сж}}$$

или

$$\frac{F}{a^2}\left| -\frac{1}{12} - \frac{0,6 \cdot 1,67}{14,67} - \frac{0,8 \cdot 2}{12} \right| = \frac{F}{a^2} 0,285 \le R_{\text{сж}}.$$

Отсюда

$$a \ge \sqrt{\frac{0,285F}{R_{\text{сж}}}} = \sqrt{\frac{0,285 \cdot 76 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6}} = 1,47 \cdot 10^{-2}\,\text{м} = 1,47\,\text{см}.$$

Из условия прочности (2) получим аналогично

$$\sigma_K = -\frac{F}{12a^2} + \frac{F \cdot 0,6a}{14,67a^4} 2,33a + \frac{F \cdot 0,8}{12a^4} a \le R_{\text{раст}}.$$

Отсюда

$$a \ge \sqrt{\frac{0,0786F}{R_{\text{раст}}}} = \sqrt{\frac{0,0786 \cdot 76 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^6}} = 1,22 \cdot 10^{-2}\,\text{м} = 1,22 \text{ см}.$$

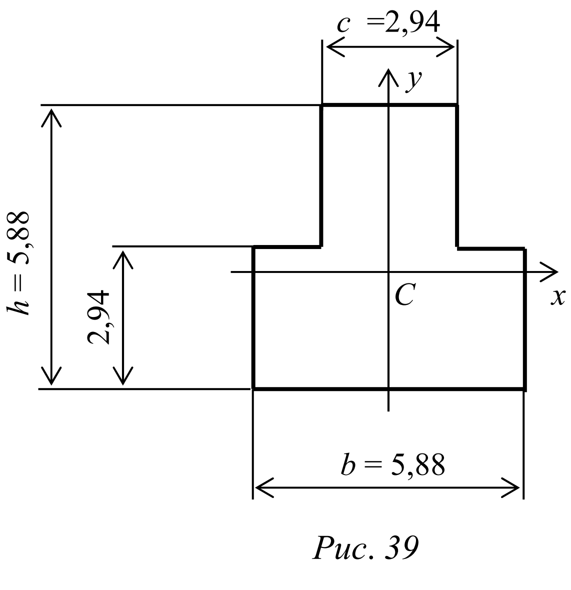


Рис. 39

Из двух значений размера a выбираем наибольшее и принимаем a = 1,47 см. Находим размеры заданного сечения $h = b = 4a =$ = 5,88 см; $c = 2a$ = 2,94 см (рис. 39 , размеры указаны в сантиметрах).

8. Проверяем правильность определения размеров сечения. В формулы для определения напряжений в опасных точках (см. п. 7) подставим принятый размер $a = 1,47$ см. Полученные числен-

ные значения нормальных напряжений в точках L и K, а также в центре тяжести сечения C ($\sigma_C = F / A$) показаны на эпюре нормальных напряжений (рис. 40).

Отклонение напряжения в точке L $\sigma_L = 100,2$ МПа от расчетного сопротивления R = 100 МПа составляет 0,2 % и возникает за счет округлений результатов расчета.

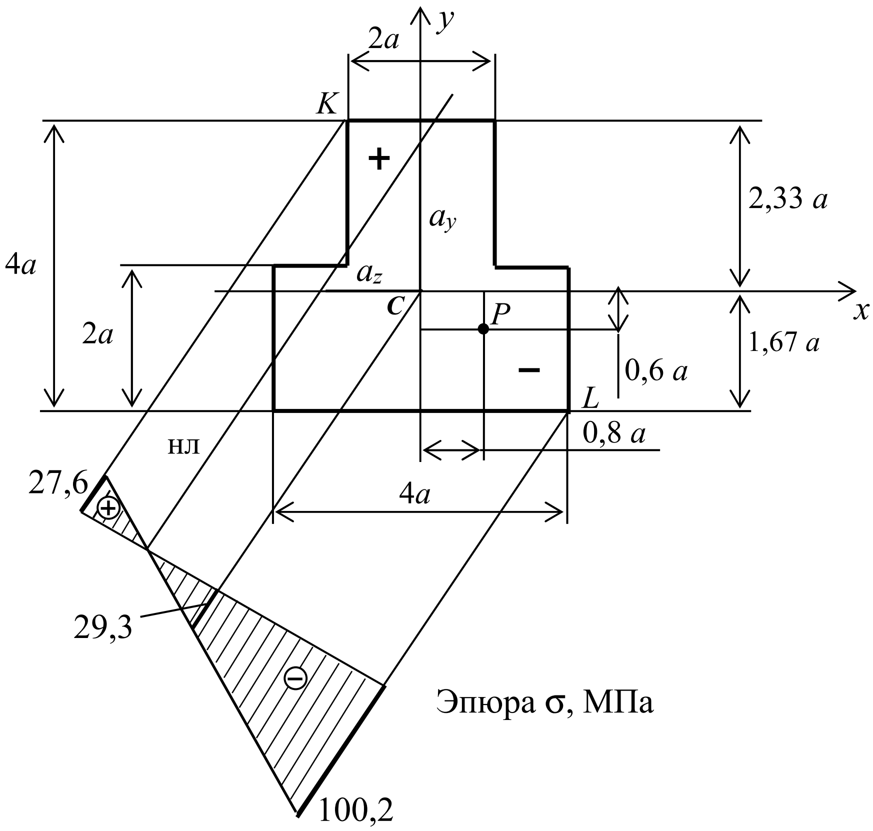


Рис. 40

9. Строим ядро сечения. Для его построения задаем различные положения нулевой линии, совпадающие со сторонами сечения или касающиеся его выступающих точек. Сечение при этом должно быть полностью заключено в образованный проведенными нулевыми линиями контур.

Координаты точек, лежащих на границе ядра сечения, находим, используя формулы $y_F = -\frac{i_x^2}{a_y}$; $x_F = -\frac{i_y^2}{a_x}$.

Чертим сечение в масштабе. Проведем нулевые линии 1, 2, 3, 4, 5, 6 (рис. 41). Для каждой линии определяем по схеме сечения отсекаемые ими отрезки на осях a_{yi} и a_{xi}. Подставляем эти значения в формулы $y_{Fi} = -\dfrac{1,22a^2}{a_{yi}}$; $x_{Fi} = -\dfrac{a^2}{a_{xi}}$.

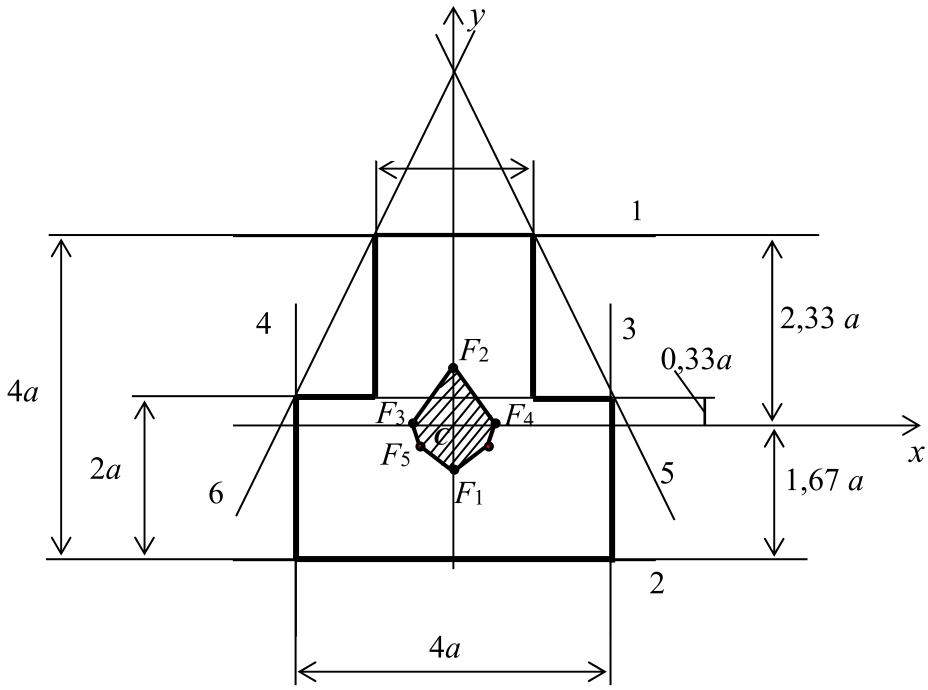


Рис. 41

Расчет проводим в общем виде, выражая все величины через параметр a. Результаты вычислений представим в виде табл. 19.

Таблица 19

Номер нулевой линии i	a_{yi}	a_{xi}	Координаты точек F_i	
			y_{Fi}	x_{Fi}
1	$2,33a$	∞	$-0,52a$	0
2	$-1,67a$	∞	$0,73a$	0
3	∞	$2a$	0	$-0,5a$
4	∞	$-2a$	0	$0,5a$
5	$4,33a$	$2,165a$	$-0,28a$	$-0,46a$
6	$4,33a$	$-2,165a$	$-0,28a$	$0,46a$

По полученным координатам точек F_i, принадлежащим контуру ядра сечения, строим в масштабе ядро сечения, соединяя точки F_i отрезками прямых (см. свойства ядра сечения [4]).

Ответ: параметр размера сечения a = 1,47 см; высота сечения $h = 4a = 4\cdot 1{,}47 = 5{,}88$ см; ширина сечения $b = 4a = 5{,}88$ см; ядро сечения показано на рис. 41.

Задание 4

Задача № 1 . Тема задачи: расчет на устойчивость центрально-сжатого стержня.

Определить критическую силу и критическое напряжение для центрально-сжатого стержня. Найти допускаемое значение силы F (допускаемую нагрузку).

Расчет провести для значений коэффициента приведения длины стержня: а) $\mu = 2$, б) $\mu = 0{,}7$.

Данные для расчета: $l = 3{,}6$ м; $d = 20$ см; $h = 12$ см; форма сечения – см. рис. 42, б; материал стержня – сталь Ст3; $n_у = 2{,}1$; $E = 2\cdot 10^6$ МПа; $\lambda_{пред} = 100$; $\lambda_0 = 60$; $a = 310$ МПа; $b = 1{,}14$ МПа.

Решение

Вариант 1: $\mu = 2$.

1. Изображаем схему стержня, учитывая значение коэффициента приведения длины $\mu = 2$ (рис. 42, а), на том же рисунке показываем поперечное сечение стержня (см. рис. 42, б).

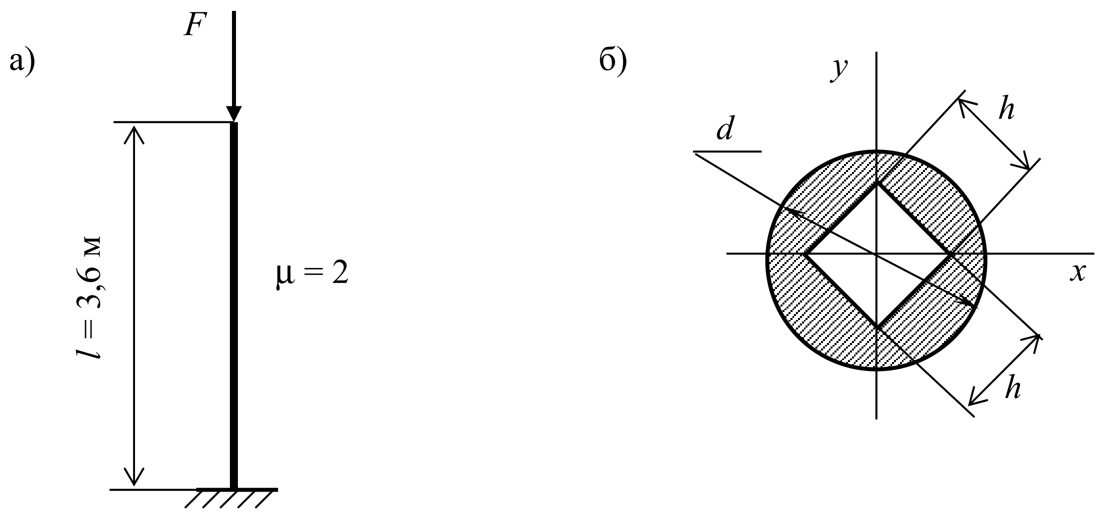


Рис. 42

2. Находим геометрические характеристики поперечного сечения стержня:

– площадь сечения $A=\dfrac{\pi d^2}{4}-h^2=\dfrac{3{,}14\cdot 20^2}{4}-12^2=170$ см^2;

– осевой момент инерции $I=I_x=I_y=\dfrac{\pi d^4}{64}-\dfrac{h^4}{12}=\dfrac{3{,}14\cdot 20^4}{64}-$

$-\dfrac{12^4}{12}=6122$ см^4.

Внимание: заданное сечение центрально-симметричное, моменты инерции относительно любых центральных осей одинаковые.

Радиус инерции сечения $i=\sqrt{\dfrac{I}{A}}=\sqrt{\dfrac{6122}{170}}=6$ см.

3. Находим гибкость стержня

$$\lambda=\frac{\mu l}{i}=\frac{2\cdot 3{,}6\cdot 10^2}{6}=120>\lambda_{\text{пред}}=100.$$

4. Критическую силу вычисляем по формуле Эйлера

$$F_{\text{кр}}=\frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}=\frac{3{,}14^2\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 6122\cdot 10^{-8}}{(2\cdot 3{,}6)^2}=2329\cdot 10^3\,\text{Н}=2329\text{ кН}.$$

5. Определяем допускаемую величину силы, приняв для стали Ст3 коэффициент запаса устойчивости $n_{\text{у}}$ = 2,1 [6]:

$$[F]=\frac{F_{\text{кр}}}{n_{\text{у}}}=\frac{2329}{2{,}1}=1109\text{ кН}.$$

Ответ: для заданного стержня $F_{\text{кр}}=2329$ кН, $[F]=1109$ кН.

Вариант 2: μ = 0,7.

1. Изображаем схему стержня, учитывая значение коэффициента приведения длины μ = 0,7 (рис. 43, а), на том же рисунке показываем поперечное сечение стержня (рис. 43, б).

2. Геометрические характеристики поперечного сечения стержня см. в 1-м варианте, п. 2

$A=170$ см^2; $I=6122$ см^4, $i=6$ см.

3. Гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \cdot 3,6 \cdot 10^2}{6} = 60 < \lambda_{\text{пред}} = 100.$$

4. Вычисляем критическое напряжение по формуле Ясинского

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda = 310 - 1,14 \cdot 60 = 241,6 \text{ МПа}.$$

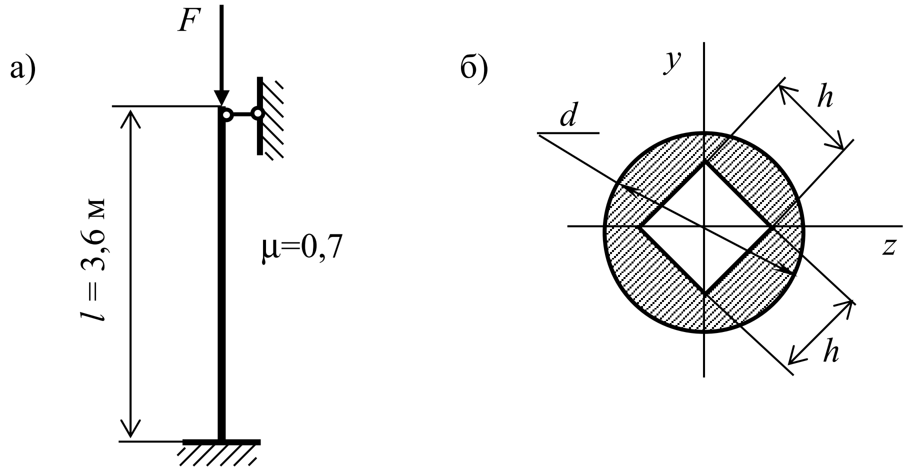


Рис. 43

5. Находим критическую силу

$$F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} \cdot A = 241,6 \cdot 10^6 \cdot 170 \cdot 10^{-4} = 4107 \cdot 10^3 \text{ Н} = 4107 \text{ кН}.$$

6. Определяем допускаемую величину силы, приняв для стали Ст3 коэффициент запаса устойчивости $n_{\text{у}} = 2,1$, $[F] = \dfrac{F_{\text{кр}}}{n_{\text{у}}} = \dfrac{4107}{2,1} = 1956$ кН.

Ответ: для заданного стержня $F_{\text{кр}} = 4107$ кН, $[F] = 1956$ кН.

Задача № 2. Тема задачи: проектировочный расчет центрально-сжатого стержня на устойчивость.

Стержень с двутавровым поперечным сечением длиной l сжимается центрально приложенной силой F (рис. 44).

Подобрать номер двутавра при F = 360 кН; l = 4 м; R = 240 МПа.

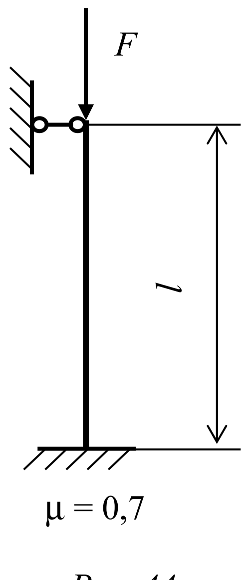


Рис. 44

Решение

При выполнении проектировочного расчета используется метод последовательных приближений. В первом приближении задают произвольное значение коэффициента продольного изгиба φ, как правило, из середины таблицы. Находят площадь поперечного сечения A и размеры поперечного сечения стержня. Затем находят гибкость стержня при этих размерах и уточняют значение коэффициента φ. Расчет повторяют до совпадения принятого в начале шага значения коэффициента φ и в конце.

1. Схема стержня показана на рис. 44. Расчет проводим с использованием коэффициента продольного изгиба.

2. Условие устойчивости $\sigma = \dfrac{F}{A} \le \varphi R$. Отсюда $A \ge \dfrac{F}{\varphi R}$.

3. *Первое приближение*. Принимаем $\varphi_1 = 0,5$.

Находим площадь поперечного сечения стержня

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_1 R} = \frac{360 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 240 \cdot 10^6} = 30 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 30 \text{ см}^2.$$

4. По таблице прил. 3 выбираем двутавр № 22:
$A = 30,6$ см^2; $i_{\min} = i_y = 2,27$ см.

Замечание: для стандартных сечений из таблицы ГОСТ выбрать $i = i_{\min}$.

5. Находим гибкость стержня $\lambda_1 = \dfrac{\mu l}{i_y} = \dfrac{0,7 \cdot 4 \cdot 10^2}{2,27} = 123,3.$

6. По табл. 13 находим коэффициент φ, соответствующий гибкости стержня с выбранным сечением:

$$\varphi_{1\text{д}} = 0,419 - \frac{0,419 - 0,364}{10} 3,3 = 0,401.$$

7. Значение $\varphi_{1\text{д}}$ существенно отличается от принятого в первом приближении.

8. *Второе приближение*

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_{1\text{д}}}{2} = \frac{0,5 + 0,401}{2} = 0,4505.$$

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 R} = \frac{360 \cdot 10^3}{0,4505 \cdot 240 \cdot 10^6} = 33,3 \cdot 10^{-4} \text{м}^2 = 33,3 \ \text{см}^2.$$

По таблице прил. 3 выбираем двутавр № 24: A = 34,8 см^2; i_y = 2,37 см.

Находим гибкость стержня $\lambda_2 = \dfrac{0,7 \cdot 4 \cdot 10^2}{2,37} = 118,1.$

По табл. 13 находим коэффициент φ найденной гибкости

$$\varphi_{2д} = 0,478 - \frac{0,478 - 0,419}{10} 8,1 = 0,4302.$$

Определим разницу между значениями коэффициента φ, принятого в начале второго приближения и полученного в конце:

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_2 - \varphi_{2д}}{\varphi_2} 100 \ \% = \frac{0,4505 - 0,4302}{0,4505} 100 \ \% = 4,5 \ \%.$$

Допустимая погрешность ± 5 %. Разница меньше 5 %, выбираем двутавр № 24.

Расчет продолжать до тех пор, пока различие между φ_i и $\varphi_{iд}$ не будет менее 5%.

9. Для выбранного двутавра № 24 проверим выполнение условия устойчивости

$$\sigma = \frac{F}{A} \le \varphi R.$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{360 \cdot 10^3}{34,8 \cdot 10^{-4}} = 103,45 \ \text{МПа};$$

$$\varphi R = 0,4302 \cdot 240 = 103,25 \ \text{МПа}.$$

10. Оценим разницу между σ и φR в процентах

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma - \varphi R}{\varphi R} 100 \ \% = \frac{103,45 - 103,25}{103,25} 100 \ \% = 0,2 \ \% < 5 \ \%.$$

Для двутавра № 24 условие устойчивости выполнено.

Ответ: двутавр № 24.

Задание 5

Задача № 1. Тема задачи: проектировочный расчет на прочность балки при ударном нагружении.

На балку с квадратным поперечным сечением с высоты h падает груз весом P (рис. 45). Требуется из условия прочности при ударном нагружении найти размер b квадратного поперечного сечения балки. Данные для расчета: l = 3 м; P = 200 Н; h = 0,5 м; $E = 2 \cdot 10^6$ МПа; $R = 160$ МПа.

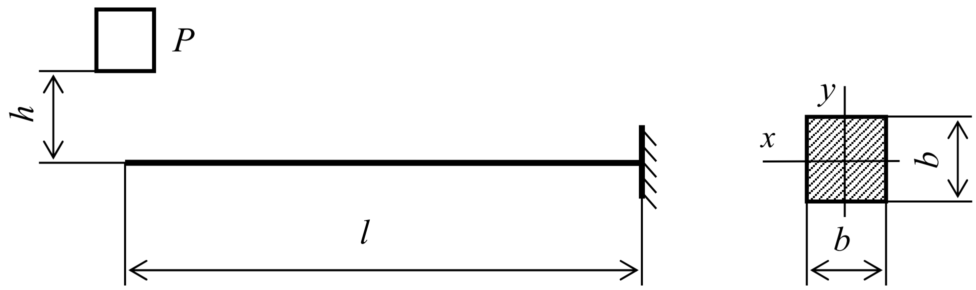


Рис. 45

Решение

1. *Статический расчет балки*. Прикладываем вес падающего груза к балке статически, строим эпюру изгибающего момента $M_{x\ ст}$ (рис. 46, а). Поперечное сечение балки показано на рис. 46, б.

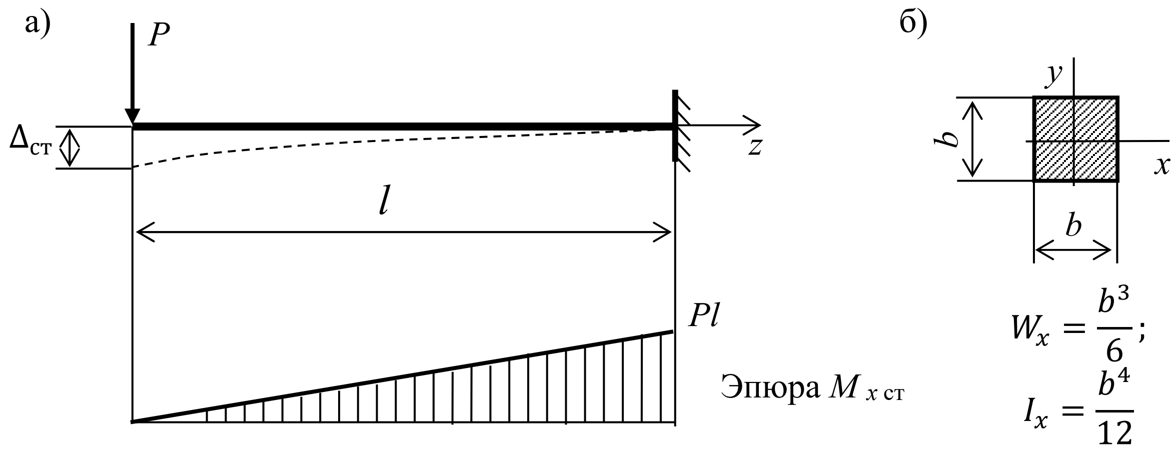


Рис. 46

Решаем в общем виде, расчетные формулы для типовой балки (консоль) берем табличные [4, 5, 6].

Определяем наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки при статическом нагружении

$$\sigma_{\text{ст max}} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{6Pl}{b^3}. \tag{1}$$

Находим статический прогиб в месте падения груза на свободном конце балки

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{Pl^3}{3EI_x} = \frac{12Pl^3}{3Eb^4} = \frac{4Pl^3}{Eb^4}. \tag{2}$$

2. Динамический коэффициент в упрощенном виде

$$k_{\text{д}} = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}}. \tag{3}$$

3. Условие прочности при ударном нагружении

$$\sigma_{\text{д max}} = \sigma_{\text{ст max}} \cdot k_{\text{д}} \le R. \tag{4}$$

Подставим в условие (4) выражения (1), (2), (3)

$$\sigma_{\text{д max}} = \frac{6Pl}{b^3}\sqrt{\frac{2h \cdot 3EI_x}{Pl^3}} = \frac{6Pl}{b^3}\sqrt{\frac{2h \cdot 3Eb^4}{12Pl^3}} = \frac{6}{b}\sqrt{\frac{hEP}{2l}} \le R.$$

Отсюда

$$b \ge \frac{6}{R}\sqrt{\frac{hEP}{2l}} = \frac{6}{160 \cdot 10^6}\sqrt{\frac{0,5 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 200}{2 \cdot 3}} = 0,0685 \text{ м} = 6,85 \text{ см}.$$

4. Проверочный расчет. Значение размера b является приближенным. Проверим выполнение условия прочности при этом размере $b = 6,85$ см.

$$W_x = \frac{b^3}{6} = \frac{6,85^3}{6} = 53,57 \text{ см}^3;$$

$$I_x = \frac{b^4}{12} = \frac{6,85^4}{12} = 183,5 \text{ см}^4;$$

$$\sigma_{\text{ст max}} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{Pl}{W_z} = \frac{200 \cdot 3}{53,57 \cdot 10^{-6}} = 11,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 11,2 \text{ МПа};$$

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{Pl^3}{3EI_x} = \frac{200 \cdot 3^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 183,5 \cdot 10^{-8}} = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,5}{4,9 \cdot 10^{-3}}} = 15,3;$$

$$\sigma_{\text{д max}} = k_{\text{д}} \Delta \sigma_{\text{ст max}} = 15,3 \cdot 11,2 = 171,4 \text{ МПа} > R = 160 \text{ МПа}.$$

$\Delta\sigma$ = 7,1 %, что не допускается.

5. *Второе приближение*. Увеличим размер b (рекомендуется увеличить размер на 10 ÷ 20 %), примем b = 7 см. Вычислим все необходимые величины для этого значения b:

$W_x = 57{,}2$ см^3; $I_x = 200$ см^4; $\sigma_{\text{ст max}} = 10{,}49$ МПа;

$\Delta_{\text{ст}} = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ м; $k_{\text{д}} = 15{,}94$; $\sigma_{\text{д max}} = 167{,}2$ МПа;

$\Delta\sigma = 4{,}5\ \% \leq 5\ \%$, что допустимо.

Ответ: b = 7 см.

Задача № 2. Тема задачи: проверочный расчет балки при ударном действии нагрузки.

На двутавровую балку с высоты h падает груз, масса которого равна m. Требуется найти наибольшее динамическое напряжение в опасном сечении балки и определить коэффициент запаса прочности n. При n < 1,4 подобрать номер двутавровой балки так, чтобы выполнялось условие прочности $n = \dfrac{\sigma_{\text{т}}}{\sigma_{\text{д max}}} \geq 1{,}4 \div 2$.

При расчете принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{\text{т}}$ = 320 МПа.

Исходные данные: m = 250 кг; l = 3,6 м; h = 0,2 м; двутавровая балка № 27.

Решение

1. Изображаем расчетную схему балки с указанием численных значений заданных величин (рис. 47, а) и поперечное сечение балки (рис. 47, б).

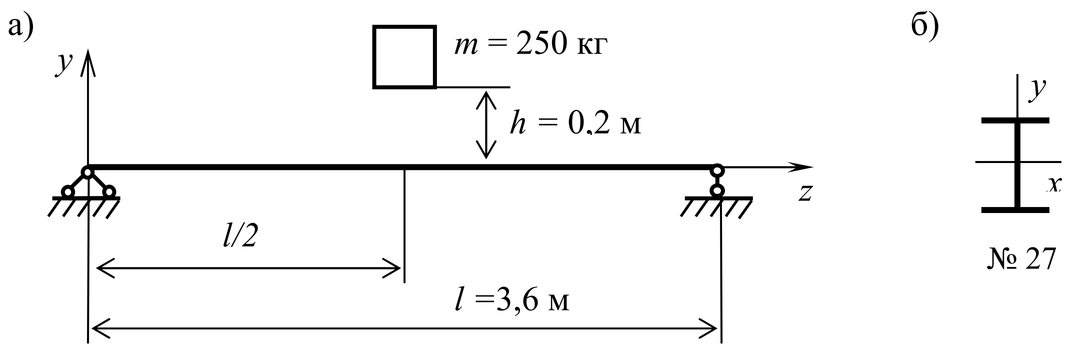


Рис. 47

Из таблицы прил. 3 выбираем характеристики двутавровой балки № 27:

$W_x = 371$ см^3 – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки;

$I_x = 5010$ см^4 – осевой момент инерции.

2. Выполняем статический расчет. В месте падения груза прикладываем статически силу, равную весу падающего груза, и находим:

– наибольший изгибающий момент при статическом нагружении балки силой, равной весу падающего груза, возникает посередине балки в месте падения груза и равен*

$$M_{x\max} = \frac{mgl}{4} = \frac{250\cdot 9,8\cdot 3,6}{4} = 2205 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

– наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки

$$\sigma_{\text{ст}\max} = \frac{M_{x\max}}{W_z} = \frac{2205}{371\cdot 10^{-6}} = 5,94\cdot 10^{6} \text{ Па} = 5,94 \text{ МПа};$$

– статический прогиб $\Delta_{\text{ст}}$ в месте падения груза

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{mgl^3}{48EI_x} = \frac{250\cdot 9,8\cdot 3,6^3}{48\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 5010\cdot 10^{-8}} = 0,24\cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

3. Определяем коэффициент динамичности

$$k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2\cdot 0,2}{0,24\cdot 10^{-3}}} = 40,8.$$

4. Находим наибольшее динамическое напряжение в опасном сечении балки

$$\sigma_{\text{д}\max} = \sigma_{\text{д}\max} = k_{\text{д}}\sigma_{\text{ст}\max} = 5,94\cdot 40,8 = 242,3 \text{ МПа}.$$

5. Проверяем выполнение условия прочности. Коэффициент запаса прочности $n \geq \dfrac{\sigma_{\text{т}}}{\sigma_{\text{д}\max}}$.

Для заданной балки $\dfrac{\sigma_{\text{т}}}{\sigma_{\text{д}\max}} = \dfrac{320}{242,3} = 1,32 < 1,4.$

Заданная балка № 27 не удовлетворяет условию по коэффициенту запаса прочности.

---

* Заданная схема балки типовая. Для определения статических величин используем справочные формулы [4, 5, 6].

6. Выбираем двутавровую балку № 30. Выписываем из таблицы прил. 3 необходимые параметры $W_x = 472$ см^3, $I_x = 7080$ см^4.

Находим необходимые для расчета величины:

– наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки

$$\sigma_{\text{ст max}} = \frac{M_{x\ \max}}{W_x} = \frac{2205}{472 \cdot 10^{-6}} = 4,67 \cdot 10^6 \text{ Па} = 4,67 \text{ МПа};$$

– статический прогиб $\Delta_{\text{ст}}$ в месте падения груза

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{mgl^3}{48EI_x} = \frac{250 \cdot 9,8 \cdot 3,6^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 7080 \cdot 10^{-8}} = 0,168 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

7. Определяем коэффициент динамичности

$$k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,2}{0,168 \cdot 10^{-3}}} = 48,8.$$

8. Находим наибольшее динамическое напряжение в опасном сечении балки $\sigma_{\text{д max}} = \sigma_{\text{д max}} = k_{\text{д}}\sigma_{\text{ст max}} = 4,67 \cdot 48,8 = 227,9$ МПа.

9. Проверяем выполнение условия прочности. Коэффициент запаса прочности для балки № 30

$$n = \frac{\sigma_{\text{т}}}{\sigma_{\text{д max}}} = \frac{320}{227,9} = 1,404 > 1,4.$$

Двутавровая балка № 30 удовлетворяет условию по коэффициенту запаса прочности.

Ответ: двутавровая балка № 30, n = 1,404.

Задача № 3. Тема задачи: проектировочный расчет составной балки при ударном нагружении.

На стальную балку квадратного поперечного сечения с высоты h = 0,08 м падает груз весом Q = 600 Н. Требуется определить из условия прочности размер b квадратного поперечного сечения балки.

При расчете принять модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, расчетное сопротивление R = 160 МПа.

Решение

1. *Статический расчет балки*. Изображаем расчетную схему балки (рис. 48, а). Прикладываем вес падающего груза к балке статически, строим эпюру изгибающего момента $M_{x\ \text{ст}}$ (рис. 48, б). При определении внутренних усилий и построении эпюр используем справочные данные для типовых балок [6].

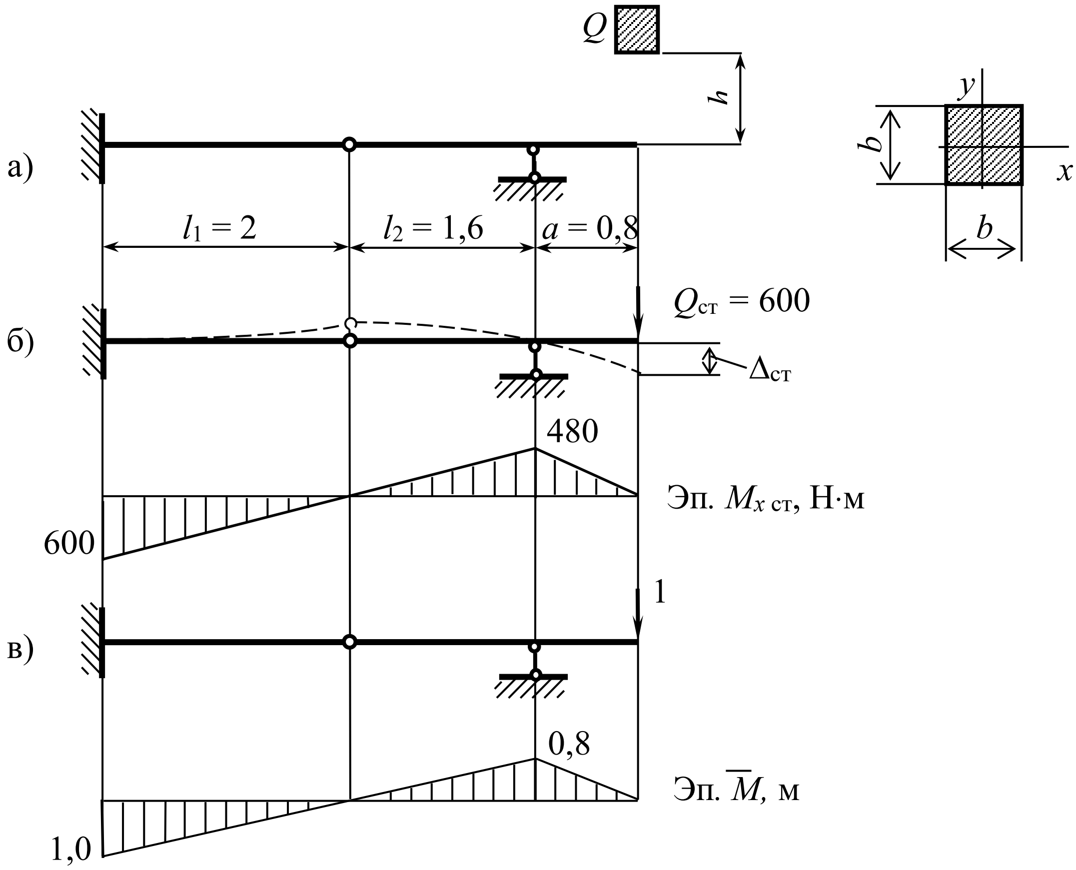


Рис. 48

Наибольший изгибающий момент возникает в сечении *A*

$$M_{x\,\max} = \frac{Q_{\text{ст}} a}{l_2} l_1 = \frac{600 \cdot 0,8}{1,6} 2 = 600\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Определяем наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки при статическом нагружении

$$\sigma_{\text{ст}\,\max} = \frac{M_{\text{x}\,\max}}{W_x},$$

где $W_x = \dfrac{b^3}{6}$ – момент сопротивления квадратного сечения балки при изгибе. Отсюда

$$\sigma_{\text{ст max}} = \frac{M_{x\,\max}}{W_x} = \frac{6 \cdot 600}{b^3} = \frac{3600}{b^3}\ . \tag{1}$$

Находим в общем виде статический прогиб в месте падения груза. Прикладываем в этом сечении единичную силу и строим единичную эпюру $\bar{M}$ (рис. 48, в). Ординаты этой эпюры численно равны ординатам эпюры $M_{x\,\text{ст}}$, деленным на величину веса падающего груза Q = 600 Н. Определяем статический прогиб в месте падения груза, вычисляя интеграл Мора способом Верещагина

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}600 \cdot 2\frac{2}{3}1 + \frac{1}{2}480 \cdot 1{,}6\frac{2}{3}0{,}8 + \frac{1}{2}480 \cdot 1{,}6\frac{2}{3}0{,}8\right) = \frac{707{,}2}{EI}. \tag{2}$$

Здесь $I = b^4/12$ – осевой момент инерции квадратного сечения; $E = 2 \cdot 10^5$ – модуль упругости материала стержня.

2. Динамический коэффициент в упрощенном виде

$$k_{\text{д}} = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}}. \tag{3}$$

3. Условие прочности при ударном нагружении

$$\sigma_{\text{д max}} = \sigma_{\text{ст max}} k_{\text{д}} \le R\ . \tag{4}$$

Подставим в условие (4) выражения (1), (2), (3)

$$\sigma_{\text{д max}} = \frac{3600}{b^3}\sqrt{\frac{2hEI}{707{,}2}} = \frac{3600}{b^3}\sqrt{\frac{2hEb^4}{12 \cdot 707{,}2}} \le R.$$

Отсюда

$$b \ge \frac{3600}{R}\sqrt{\frac{hE}{4243{,}2}} = \frac{3600}{160 \cdot 10^6}\sqrt{\frac{0{,}08 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{4243{,}2}} = 0{,}0437\ \text{м} = 4{,}37\ \text{см}.$$

4. Проверочный расчет. Значение размера b = 4,37 см является приближенным. Проверим выполнение условия прочности при этом размере

$$W_x = \frac{b^3}{6} = \frac{4{,}37^3}{6} = 13{,}9\ \text{см}^3;$$

$$I = \frac{b^4}{12} = \frac{4,37}{12} = 30,4 \text{ см}^4;$$

$$\sigma_{\text{ст max}} = \frac{M_{x\max}}{W_x} = \frac{600}{13,9 \cdot 10^{-6}} = 43,16 \cdot 10^6 \text{ Па} = 43,16 \text{ МПа};$$

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{707,2}{EI} = \frac{707,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 30,4 \cdot 10^{-8}} = 11,63 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$k_{\text{д}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{\text{ст}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,08}{11,63 \cdot 10^{-3}}} = 4,84;$$

$$\sigma_{\text{д max}} = k_{\text{д}} \cdot \sigma_{\text{ст max}} = 4,84 \cdot 43,16 = 208,9 \text{ МПа} > R = 160 \text{ МПа}$$

Здесь $\Delta\sigma$ = 30,6 %, что не допускается.

5. *Второе приближение*. Увеличим размер b (рекомендуется увеличить размер на 10 ÷ 20 %), примем b = 5,1 см. Вычислим все необходимые величины для этого значения b:

$W_x = 22{,}11 \text{ см}^3$; $I = 56{,}4 \text{ см}^4$; $\sigma_{\text{ст max}} = 27{,}14$ МПа;

$\Delta_{\text{ст}} = 6{,}27 \cdot 10^{-3}$ м; $k_{\text{д}} = 6{,}15$; $\sigma_{\text{д max}} = 166{,}9$ МПа;

$\Delta\sigma = 4{,}3\ \% \le 5\ \%$, что допустимо.

Ответ: b = 5,1 см.

Задание 6

Задача № 1. Тема задачи: расчет статически неопределимой балки.

Для заданной статически неопределимой балки требуется:

– определить степень статической неопределимости;

– раскрыть статическую неопределимость заданной балки методом сил;

– построить окончательные эпюры изгибающего момента M и поперечной силы Q;

– проверить правильность построения окончательных эпюр;

– из условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе определить для балки номер двутавра.

При расчете принять R = 210 МПа.

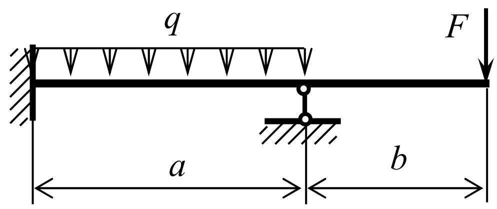


Рис. 49

Дано: схема балки (рис. 49); F = 8 кН; q = 12 кН /м; a = 3 м; b = 2 м; EI = const.

Решение

1. Изобразим схему балки с указанием численных значений нагрузки и линейных размеров (рис. 50, а).

2. Определим степень статической неопределимости рамы. Заделка *A* эквивалентна трем опорным стержням, таким образом, число опорных стержней равно четырем и степень статической неопределимости $n = 4 - 3 = 1$. Система один раз статически неопределима.

3. Выберем основную систему путем отбрасывания в заданной системе лишней связи. За лишнюю связь примем стержень *B*. Реакция этого стержня будет искомой неизвестной $\bar{X}_1 = R_B$ (рис. 50, б).

4. Составим эквивалентную систему, загрузим основную систему заданной нагрузкой и неизвестной реакцией X_1 (рис. 50 , в).

5. Запишем каноническое уравнение метода сил

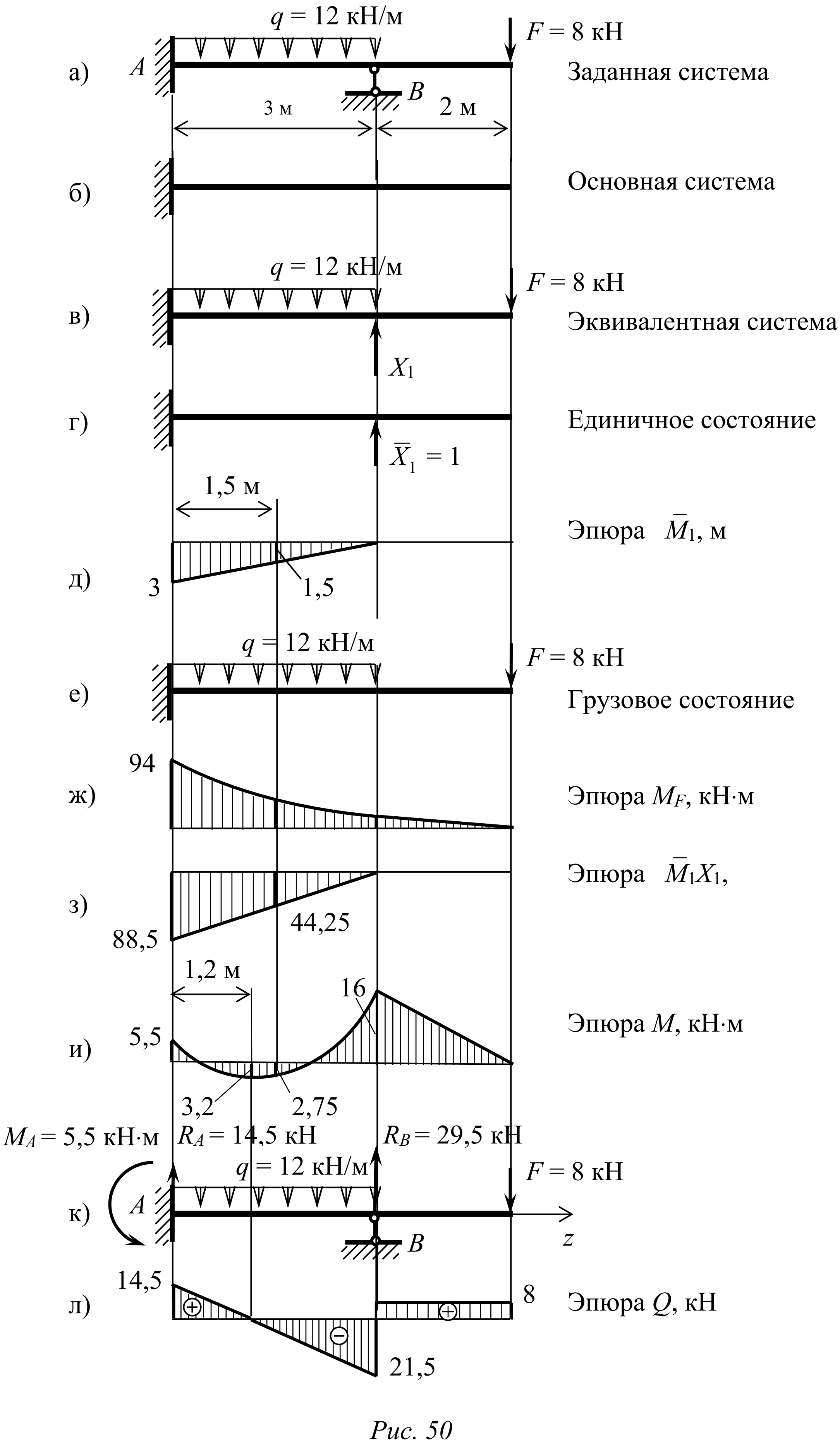
$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0,$$

где δ_{11} – перемещение от *единичной силы* $\bar{X}_1 = 1$, приложенной по направлению неизвестной реакции X_1; X_1 – неизвестная реакция лишней связи; Δ_{1F} – свободный член уравнения, равный перемещению по направлению реакции X_1, вызванному заданной нагрузкой в основной системе.

6. Определим коэффициент δ_{11} и свободный член Δ_{1F} канонического уравнения. Построим единичную эпюру $\bar{M}_1$ в основной системе от единичной силы $\bar{X}_1 = 1$, приложенной по направлению неизвестной реакции X_1. Единичное состояние и единичная эпюра показаны на рис. 50, г, д. Коэффициент δ_{11} определим по формуле [4]

$$\delta_{11} = \sum \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1}{EI}.$$

Здесь $\bar{M}_1 \bar{M}_1$ – результат перемножения единичной эпюры $\bar{M}_1$ саму на себя; EI – жесткость поперечного сечения балки, по условию задачи $EI = \text{const}$. Перемножим единичную эпюру саму на себя, используя способ Верещагина: площадь эпюры на каждом участке умножаем на ординату, проходящую через центр тяжести площади этой эпюры $\delta_{11} = \dfrac{1}{EI}\left(\dfrac{1}{2} 3 \cdot 3 \dfrac{2}{3} 3\right) = \dfrac{9}{EI}$.



а)
q = 12 кН/м
F = 8 кН
A
B
3 м
2 м
Заданная система
б)
Основная система
в)
q = 12 кН/м
F = 8 кН
X_1
Эквивалентная система
г)
$\bar{X}_1 = 1$
Единичное состояние
1,5 м
д)
3
1,5
Эпюра $\bar{M}_1$, м
е)
q = 12 кН/м
F = 8 кН
Грузовое состояние
ж)
94
Эпюра M_F, кН·м
з)
88,5
44,25
Эпюра $\bar{M}_1 X_1$,
1,2 м
и)
16
5,5
3,2
2,75
Эпюра M, кН·м
M_A = 5,5 кН·м
R_A = 14,5 кН
R_B = 29,5 кН
к)
q = 12 кН/м
F = 8 кН
A
B
z
л)
14,5
8
21,5
Эпюра Q, кН

Рис. 50

Для определения Δ_{1F} строим грузовую эпюру M_F – эпюру изгибающих моментов в основной системе от заданной нагрузки. К основной системе прикладываем заданную нагрузку, определяем реакции опор *A* и *B* из уравнений равновесия (см. рис. 50, е) и методом сечений находим изгибающие моменты на участках рамы. По полученным результатам строим грузовую эпюру M_F (см. рис. 50, ж).

Свободный член канонического уравнения Δ_{1F} определим по формуле $\Delta_{1F} = \sum \frac{\bar{M}_1 M_F}{EI}$, где $\bar{M}_1 M_F$ – результат перемножения эпюр единичной $\bar{M}_1$ и грузовой M_F. Способ перемножения выбираем в зависимости от вида эпюр на данном участке. На участке *AB* эпюры перемножаем способом Симпсона

$$\Delta_{1F} = -\frac{1}{EI}\left[\frac{3}{6}\left(94\cdot 3 + 4\cdot 41{,}5\cdot 1{,}5 + 0\right)\right] = -\frac{265{,}6}{EI}.$$

Знак минус в этом выражении означает, что ординаты на грузовой и единичной эпюрах имеют разные знаки, т. е. направлены в противоположные стороны от оси эпюры.

7. Определим величину реакции лишней связи – реакцию опорного стержня B , $X_1 = R_B$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = -\frac{-265{,}6}{9} = 29{,}5 \text{ кН}.$$

Реакция X_1 получилась положительной, это означает, что ее направление совпадает с направлением единичной силы, реакция стержня $R_B = X_1$ направлена вверх.

Статическая неопределимость балки раскрыта.

8. Построим окончательную эпюру изгибающих моментов в заданной системе следующим образом: умножим соответствующие ординаты единичной эпюры на численное значение реакции $R_B = X_1$, получим эпюру $M_1 = \bar{M}_1 X_1$ (см. рис. 50, з) и сложим ее с грузовой эпюрой, учитывая при этом знаки координат в соответствующих сечениях. Полученная эпюра *M* является эпюрой изгибающих моментов в заданной раме $M = M_P + \bar{M}_1 X_1$ (см. рис. 50, и).

9. Выполним деформационную проверку. В заданной раме перемещение Δ_{1F} в направлении реакции опорного стержня *B* по вертикали отсутствует, поэтому результат перемножения эпюры *M* на единичную эпюру $\bar{X}_1$ должен быть равен нулю

$$M \cdot \bar{X}_1 = \frac{3}{6}\left(-5{,}5 \cdot 3 + 4 \cdot 2{,}75 \cdot 1{,}5 + 0\right) = -8{,}25 + 8{,}25 = 0.$$

Деформационная проверка выполнена. Окончательная эпюра изгибающих моментов *M* верна.

10. Найдем реакции остальных связей из уравнений равновесия, составленных для балки с учетом найденной реакции стержня *B*. На рис. 50, *к* показана балка с нагрузкой и реакциями связей. Для полученной системы сил выполняются три основные уравнения равновесия для произвольной плоской системы сил. Построена эпюра поперечной силы *Q*, по которой уточнена эпюра изгибающего момента на горизонтальном участке (см. рис. 50, л). Найдено экстремальное значение M_{max} = 3,74 кН·м при координате z = 1,2 м, в этом сечении поперечная сила Q = 0.

При определении внутренних усилий (изгибающего момента, поперечной силы) применяем метод сечений и методику построения эпюр, подробно рассмотренных в дисциплине «Техническая механика». Для типовых схем балок можно использовать справочные материалы [4, 5, 6].

11. По эпюре изгибающих моментов *M* в заданной системе определяем наибольший изгибающий момент $M_{\max} = 16$ кН·м. Условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \le R,$$

где W_x – осевой момент сопротивления двутаврового поперечного сечения балки при изгибе. Отсюда

$$W_x = \frac{M_{\max}}{R} = \frac{16 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6} = 80 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^3 = 80\ \text{см}^3.$$

По таблице прил. 3 подбираем номер двутавра. Ближайшее большее значение момента сопротивления $W_x = W_{x\,\text{табл}} = 81{,}7\ \text{см}^3$ соответствует двутавру № 14. Определим наибольшее нормальное напряжение для этого номера двутавровой балки

$$\sigma_{\max} \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{16 \cdot 10^3}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 195,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 195,8 \text{ МПа}.$$

Недонагружение балки составляет

$$\Delta\sigma = \frac{200 - 195,8}{200} 100 = 2,1\,\% < 5\,\%.$$

Выбираем двутавр № 14.

12. Сравним эпюру изгибающих моментов в заданной статически неопределимой балке M с грузовой эпюрой M_F, построенную в основной системе. Численные значения моментов на грузовой эпюре M_F существенно больше, чем на эпюре M, что означает уменьшение внутренних усилий в статически неопределимой балке за счёт «лишней» опоры и увеличение запаса прочности.

Ответ: статическая неопределимость балки раскрыта; построены эпюры поперечной силы Q и изгибающего момента M в заданной системе; подобран двутавр № 14 .

Задача № 2. Тема задачи: расчет статически неопределимой рамы.

Для заданной статически неопределимой рамы требуется:

– определить степень статической неопределимости;

– раскрыть статическую неопределимость рамы методом сил;

– построить для заданной рамы окончательные эпюры изгибающего момента M, поперечной силы Q, продольной силы N;

– проверить правильность построения окончательных эпюр;

– из условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе определить диаметр d круглого поперечного сечения рамы.

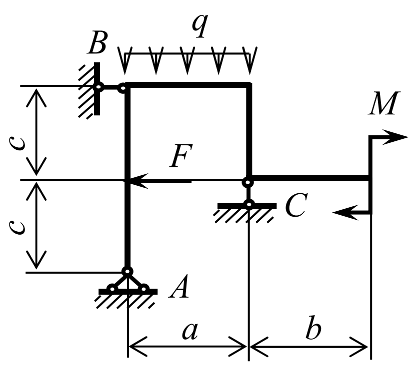


Рис. 51

При расчете принять жесткость поперечного сечения при изгибе на всех участках рамы постоянной EJ = const.

Данные для расчета: схема рамы (рис. 51); F =15 кН; M = 8 кН·м; q = 12 кН/м; a = 3 м; b = 2,5 м; c = 2 м; R = 210 МПа.

Решение

1. Схема рамы в масштабе с указанием численных значений нагрузки, линейных размеров показана на рис. 52, а.

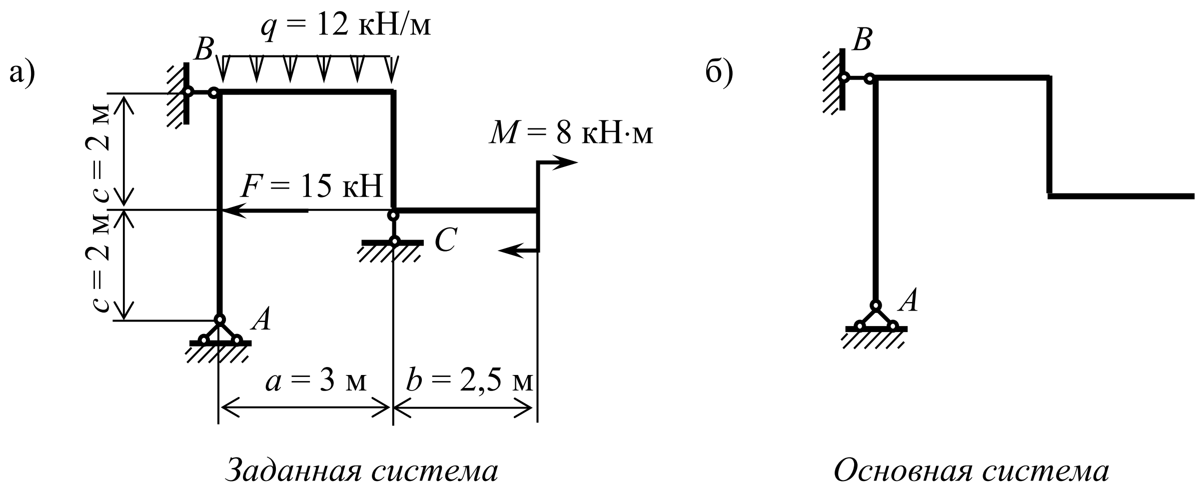


Рис. 52

2. Определим степень статической неопределимости рамы. Число опорных стержней рамы равно четырем, уравнений равновесия для данной плоской рамы согласно положениям статики можно составить три, таким образом, степень статической неопределимости равна

$$n = \sum_{i=1}^{4} R_i - 3 = 4 - 3 = 1.$$

Рама имеет одну лишнюю связь – реакцию одного опорного стержня нельзя найти из уравнений равновесия статики. Определим реакцию лишней связи методом сил, в котором реакции лишних связей обозначаются X_i, где i – номер лишней связи, у нас $i = 1$. Реакцию лишней связи обозначим X_1.

3. Образуем основную систему. В заданной раме можно отбросить любой из четырех стержней. Грузовая и единичная эпюры будут проще, если отбросить стержень C. Основная система показана на рис. 52, б. Основную систему изображают без нагрузки и без лишней опоры. Основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

4. Составим эквивалентную систему: загрузим основную систему заданной нагрузкой (F, q, M) и лишней неизвестной реакцией X_1. Эквивалентная система показана на рис. 53, а.

5. Запишем каноническое уравнение метода сил. Заданная рама один раз статически неопределима (n = 1), поэтому следует записать одно каноническое уравнение метода сил $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0$, где δ_{11} – перемещение от *единичной силы* $\overline{X}_1 = 1$, приложенной по направлению реакции X_1 в основной системе; X_1 – неизвестная реакция лишней связи, т. е. реакция опорного стержня C; Δ_{1F} – свободный член уравнения, равный перемещению по направлению реакции X_1, вызванному заданной нагрузкой в основной системе.

6. Определим коэффициент δ_{11} и свободный член Δ_{1F} канонического уравнения.

Построим единичную эпюру M_1 в основной системе от единичной силы $\overline{X}_1 = 1$, приложенной по направлению неизвестной реакции X_1. Определим реакции опор A и B от единичной силы как от обычной нагрузки и построим эпюру изгибающих моментов от единичной силы, используя метод сил и известные случаи типовых схем.

На рис. 53, б показана основная система с единичной силой $X_1 = 1$ (единичное состояние), на рис. 53, г – единичная эпюра M_1.

Коэффициент δ_{11} определим по формуле [4]

$$\delta_{11} = \sum \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1}{EI},$$

где $\bar{M}_1 \bar{M}_1$ – результат перемножения единичной эпюры $\bar{M}_1$ саму на себя; EI – жесткость поперечного сечения рамы, по условию задачи $EI = \text{const}$. Перемножим единичную эпюру саму на себя, используя способ Верещагина: площадь эпюры на каждом участке умножаем на ординату, проходящую через центр тяжести площади этой эпюры:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}3 \cdot 3\frac{2}{3}3 + \frac{1}{2}3 \cdot 4\frac{2}{3}3\right) = \frac{21}{EI}.$$

Для определения Δ_{1F} строим грузовую эпюру M_F – эпюру изгибающих моментов в основной системе от заданной нагрузки. К основной системе прикладываем заданную нагрузку (рис. 53, в), определяем реакции опор A и B из уравнений равновесия и *методом сечений* находим изгибающие моменты на участках рамы. По полученным результатам строим грузовую эпюру M_F (рис. 53, д).

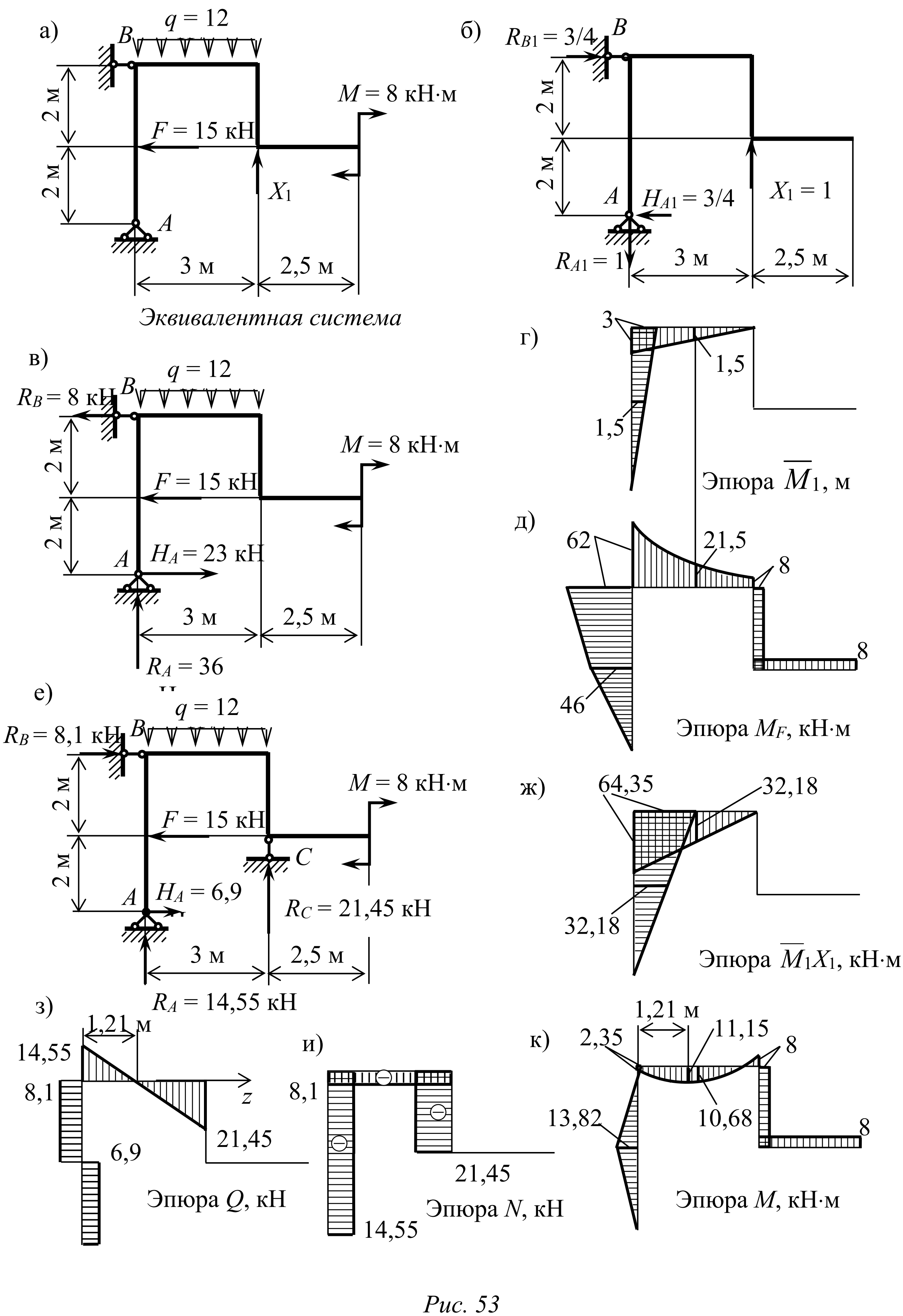

а)
q = 12
B
M = 8 кН·м
2 м
F = 15 кН
2 м
X1
A
3 м
2,5 м
Эквивалентная система
б)
RB1 = 3/4
B
2 м
2 м
A
HA1 = 3/4
X1 = 1
RA1 = 1
3 м
2,5 м
в)
q = 12
RB = 8 кН
B
M = 8 кН·м
2 м
F = 15 кН
2 м
A
HA = 23 кН
3 м
2,5 м
RA = 36
г)
3
1,5
1,5
Эпюра M1, м
д)
62
21,5
8
8
46
Эпюра MF, кН·м
е)
q = 12
RB = 8,1 кН
B
M = 8 кН·м
2 м
F = 15 кН
C
2 м
A
HA = 6,9
RC = 21,45 кН
3 м
2,5 м
RA = 14,55 кН
ж)
64,35
32,18
32,18
Эпюра M1X1, кН·м
з)
1,21 м
14,55
8,1
z
6,9
21,45
Эпюра Q, кН
и)
8,1
21,45
14,55
Эпюра N, кН
к)
1,21 м
2,35
11,15
8
13,82
10,68
8
Эпюра M, кН·м

Рис. 53

Свободный член канонического уравнения Δ_{1F} определим по формуле

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{\bar{M}_1 M_F}{EI},$$

где $\bar{M}_1 M_F$ – результат перемножения единичной $\bar{M}_1$ и грузовой M_F эпюр. Грузовую эпюру разделим на три участка. Эпюра на горизонтальном участке – квадратичная парабола. На правой вертикальной части рамы эпюра имеет линейный вид. Свободный член канонического уравнения находим, перемножая грузовую эпюру на единичную по соответствующим участкам. Способ перемножения выбираем в зависимости от вида эпюр на данном участке. На горизонтальном участке эпюры перемножаем способом Симпсона, на верхнем участке левой вертикальной части рамы используем правило трапеций, а на нижнем – способ Верещагина

$$\Delta_{1F} = -\frac{1}{EI}\left[\frac{3}{6}(62 \cdot 3 + 4 \cdot 21{,}5 \cdot 1{,}5 + 0) + \right.$$

$$+\frac{2}{6} + (2 \cdot 62 \cdot 3 + 2 \cdot 46 \cdot 1{,}5 + 62 \cdot 1{,}5 + 46 \cdot 3) +$$

$$+\left(\frac{1}{2} 46 \cdot 2 \frac{2}{3} 1{,}5\right) = -\frac{450{,}5}{EI}.$$

Знак минус в этом выражении означает, что ординаты на грузовой и единичной эпюрах имеют разные знаки, т. е. направлены в противоположные стороны от оси эпюры.

7. Определим величину реакции лишней связи – реакцию опорного стержня C, $X_1 = R_C$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{-450{,}5}{21} = 21{,}45 \text{ кН}.$$

Реакция X_1 получилась положительной, это означает, что ее направление совпадает с направлением единичной силы, реакция стержня R_C направлена вверх.

Статическая неопределимость рамы раскрыта.

8. Построим окончательную эпюру изгибающих моментов в заданной системе следующим образом: умножим соответствующие ординаты единичной эпюры на численное значение реакции R_C = X_1,

получим эпюру $M_1 = \bar{M}_1 X_1$ (см. рис. 53, ж) и сложим эту эпюру с грузовой эпюрой, учитывая при этом знаки координат в соответствующих сечениях. Полученная эпюра M является эпюрой изгибающих моментов в заданной раме $M = M_P + \bar{M}_1 X_1$ (см. рис. 53, к).

9. Выполним деформационную проверку. В заданной раме перемещение Δ_{1F} в направлении реакции опорного стержня C по вертикали отсутствует, поэтому результат перемножения эпюры M на единичную эпюру $\bar{X}_1$ должен быть равен нулю

$$M \cdot \bar{X}_1 = \frac{3}{6}\left(2{,}32 \cdot 3 + 4 \cdot 10{,}68 \cdot 1{,}5 + 0\right) +$$

$$+\frac{2}{6}\left(2 \cdot 2{,}35 \cdot 3 - 2 \cdot 13{,}82 \cdot 1{,}5 - 13{,}82 \cdot 3 + 2{,}35 \cdot 1{,}5\right) -$$

$$-\frac{1}{2} 13{,}82 \cdot 2 \frac{2}{3} 1{,}5 = 35{,}52 - 35{,}58 = -0{,}06 \approx 0.$$

Погрешность составляет менее 1 % (0,17 %) и возникает за счет округления результатов расчета. Деформационная проверка выполнена. Окончательная эпюра изгибающих моментов M верна.

10. Найдем реакции остальных связей из уравнений равновесия, составленных для рамы с учетом найденной реакции стержня C. На рис. 53, *е* показана рама с нагрузкой и реакциями связей. Для полученной системы сил выполняются три основные уравнения равновесия для произвольной плоской системы сил. Построены эпюры поперечных и продольных сил (см. рис. 53, и, з). По эпюре поперечной силы уточнена эпюра изгибающего момента на горизонтальном участке. Найдено экстремальное значение $M_{\max}$ = 11,15 кН·м при координате z = 1, 2 м, в этом сечении на верхнем горизонтальном участке рамы поперечная сила Q = 0.

Определение внутренних усилий и построение эпюр внутренних усилий проводим по известным из дисциплины «Техническая механика» правилам. Подобные примеры рассмотрены выше (см. с. 71 – 72).

11. По эпюре изгибающих моментов M в заданной системе определяем наибольший изгибающий момент $M_{\max} = 13{,}82$ кН·м. Условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \le R,$$

где $W = \dfrac{\pi d^3}{32}$ – осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения балки при изгибе. Отсюда

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{max}}{\pi R}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 13{,}82 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 210 \cdot 10^6}} = 9{,}8 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 9{,}8 \text{ см}.$$

12. Сравним эпюры изгибающих моментов в заданной статически неопределимой раме M и грузовую эпюру M_F, построенную в основной системе. Численные значения моментов на окончательной эпюре M существенно меньше, что означает увеличение запаса прочности в статически неопределимой системе за счёт лишней связи и уменьшение нагрузки на элементы рамы.

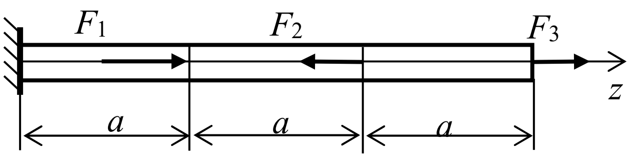
Ответ: статическая неопределимость рамы раскрыта; построены эпюры внутренних усилий в заданной системе; из условия прочности определен диаметр поперечного сечения рамы d = 9,8 см.

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ ЗАНЯТИЙ

1. ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Задача № 1.1. Для заданного стержня требуется:

– найти продольные силы на участках стержня;



– построить эпюру N;

– из условия прочности найти площадь A поперечного сечения стержня;

– определить полное изменение длины стержня Δl.

При расчете принять R = 10 МПа; $E = 1 \cdot 10^4$ МПа; F_1 = 24 кН; F_2 = 18 кН; F_3 = 10 кН; a = 0,5 м.

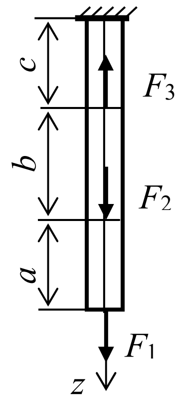
Задача № 1.2. Для заданного стержня требуется:

– найти продольные силы на участках стержня;

– построить эпюру N;

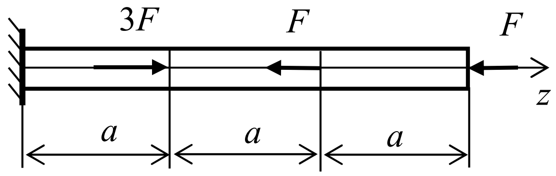
– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;
– определить удлинение стержня Δl.

При расчете принять $R = 180$ МПа; $E = 2{\cdot}10^5$ МПа; $F_1 = 20$ кН; $F_2 = 16$ кН; $F_3 = 14$ кН; $a = 0{,}3$ м; $b = 0{,}4$ м; с = 0,2 м.



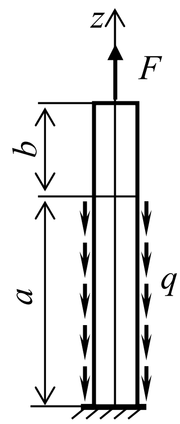
Задача № 1.3. Для заданного стержня требуется:
– найти продольные силы на участках стержня;
– построить эпюру N;
– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;
– найти изменение длины стержня Δl .

При расчете принять $F = 18$ кН; $E = 1{\cdot}10^4$ МПа; $R = 12$ МПа; $a = 0{,}6$ м.



Задача № 1.4. Для заданного стержня требуется:
– найти продольные силы на участках стержня;
– построить эпюру N;
– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;
– найти изменение длины стержня Δl.

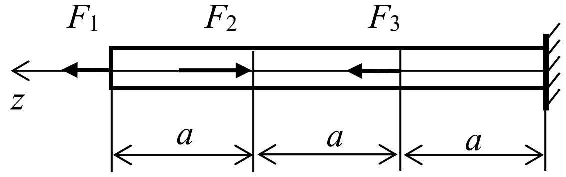
При расчете принять $R = 160$ МПа; $E = 2{\cdot}10^5$ МПа; $F = 16$ кН; $q = 24$ кН/м; $a = 2$ м; $b = 1$ м.

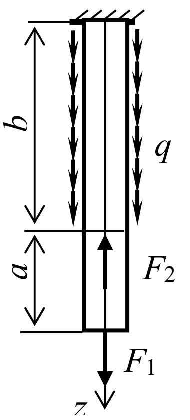


Задача № 1.5. Для заданного стержня требуется:
– найти продольные силы на участках стержня;
– построить эпюру N;
– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;

– найти изменение длины стержня Δl.

При расчете принять R = 120 МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; F_1 = 24 кН; F_2 = 32 кН; F_1 = 18 кН; a = 0,8 м.





Задача № 1.6. Для заданного стержня требуется:

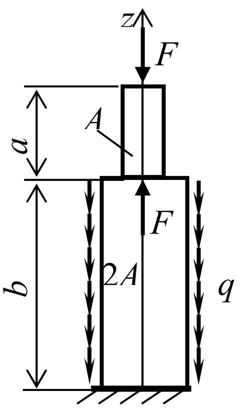
– найти продольные силы на участках стержня;

– построить эпюру N;

– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;

– найти удлинение стержня Δl.

При расчете принять R = 10 МПа; $E = 1 \cdot 10^4$ МПа; F_1 = 4 кН; F_2 = 12 кН; q = 8 кН/м; a = 1 м; b = 2 м.



Задача № 1.7. Для заданного стержня требуется:

– найти продольные силы на участках стержня;

– построить эпюру N;

– определить нормальные напряжения в сечениях стержня и построить эпюру σ в общем виде;

– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;

– определить изменение длины стержня Δl.

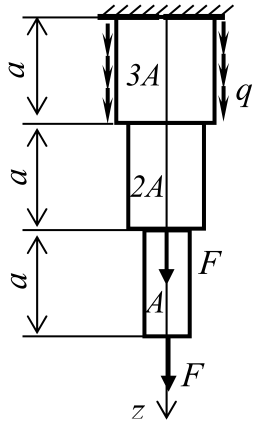
При расчете принять R = 120 МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; F_1 = 24 кН; F_2 = 36 кН; q = 6 кН/м; a = 1,5 м; b = 3 м.

Задача № 1.8. Для заданного стержня требуется:

– найти продольные силы на участках стержня;

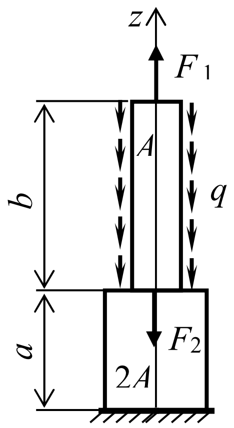
– построить эпюру N;

– определить нормальные напряжения в сечениях стержня и построить эпюру σ в общем виде;
– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;
– определить изменение длины стержня Δl.



При расчете принять R = 100 МПа; $E = 2\cdot10^5$ МПа; F = 24 кН; q = 10 кН/м; a = 1,2 м.

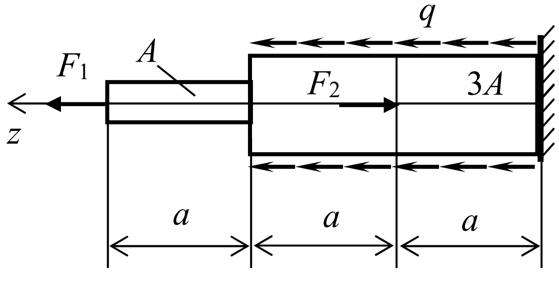
Задача № 1.9. Для заданного стержня, материал которого неодинаково сопротивляется растяжению и сжатию (чугун), требуется:
– построить эпюру продольных сил N;
– определить нормальные напряжения в сечениях стержня и построить эпюру σ;
– проверить выполнение условий прочности при растяжении и сжатии;
– найти изменение длины стержня Δl.

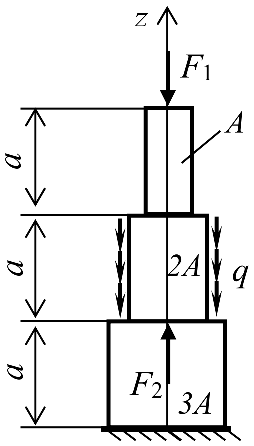


При расчете принять $R_{сж}$ = 120 МПа; $R_р$ = 40 МПа; $E = 1{,}2\cdot10^5$ МПа; F_1 = 8 кН; F_2 = 26 кН; q = 20 кН/м; A = 2 см^2; a = 0,8 м; b = 1,4 м.

Задача № 1.10. Для заданного стержня требуется:
– найти продольные силы на участках стержня;
– построить эпюру N;
– определить нормальные напряжения σ_i на участках стержня;
– проверить выполнение условия прочности;
– найти изменение длины стержня Δl.

При расчете принять R = 150 МПа; $E = 2\cdot10^5$ МПа; F_1 = 36 кН; F_2 = 18 кН; q = 15 кН/м; A = 2,5 см^2; a = 0,8 м.





Задача № 1.11. Для заданного стержня требуется:

– найти продольные силы на участках стержня и построить эпюру N;

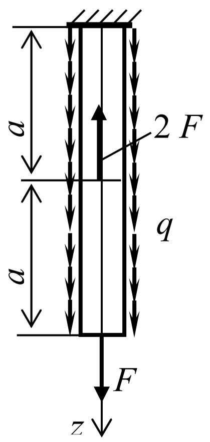
– найти нормальные напряжения на участках стержня и построить эпюру σ;

– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;

– определить изменение длины стержня Δl.

При расчете принять R = 120 МПа; Е = $2 \cdot 10^5$ МПа; F_1 = 36 кН; F_2 = 40 кН q = 15 кН/м; a = 1,2 м.

Задача № 1.12. Для заданного стержня требуется:



– найти продольные силы на участках стержня;

– построить эпюру N;

– из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;

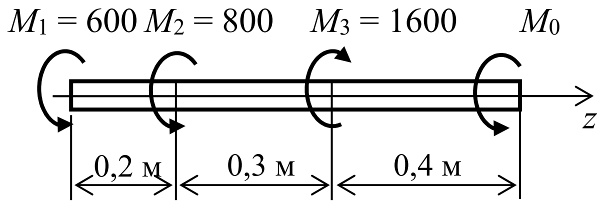
– найти удлинение стержня Δl.

При расчете принять R = 10 МПа; E = $1 \cdot 10^4$ МПа; F = 12 кН; q = 8 кН/м; a = 1 м.

Задача № 1.13. Для заданного вала требуется:

– определить крутящие моменты на участках вала и построить эпюру $M_к$, (на схеме вала внешние моменты M_i показаны в ньютонах на метр);
– из условия прочности при кручении найти диаметр вала d;
– определить полный угол закручивания вала φ.

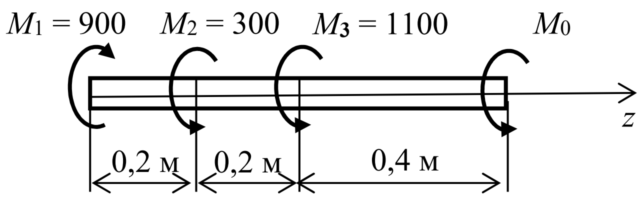
При расчете принять $R_{ср} = 40$ МПа; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.



Задача № 1.14. Для заданного вала требуется:

– определить крутящие моменты на участках вала и построить эпюру $M_к$ (на схеме вала внешние моменты M_i показаны в ньютонах на метр);
– из условия прочности при кручении найти диаметр вала d;
– определить полный угол закручивания вала φ.

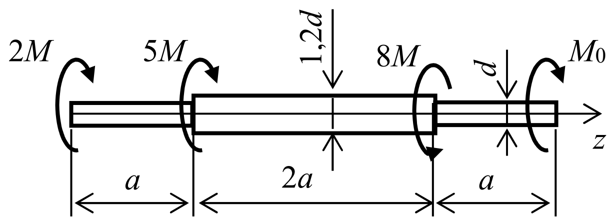
При расчете принять $R_{ср} = 50$ МПа; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.



Задача № 1.15. Для ступенчатого вала требуется:

– определить крутящие моменты на участках вала;
– построить эпюру $M_к$;
– из условия прочности при кручении найти диаметр вала d;
– определить полный угол закручивания вала φ.

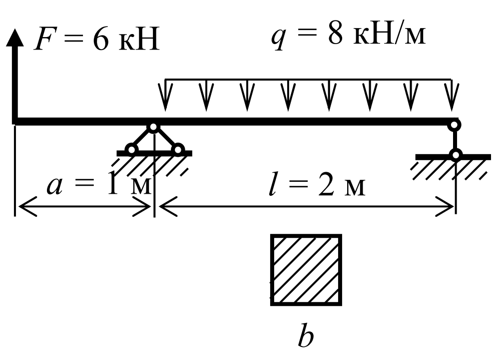
При расчете принять $M = 120$ Нм; $a = 0,3$ м; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа; $R_{ср} = 40$ МПа.



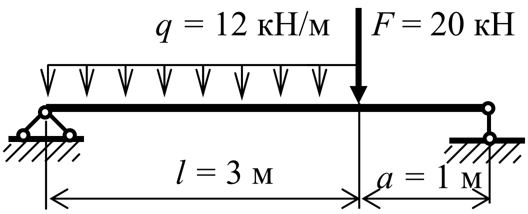
Задача № 1.16. Для заданной балки требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y, M_z;
– из условия прочности найти момент сопротивления W_x и определить размер b квадратного поперечного сечения балки.

При расчете принять $R = 12$ МПа.



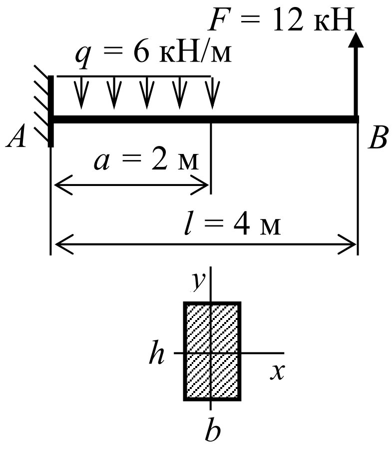
Задача № 1.17. Для заданной балки требуется:



– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y, M_z;

– из условия прочности найти момент сопротивления W_x и подобрать номер двутавровой балки.

При расчете принять R = 210 МПа.



Задача № 1.18. Для заданной балки:

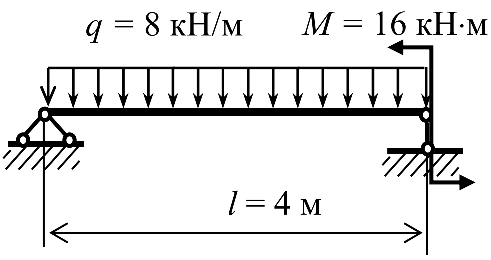
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y, M_z;

– из условия прочности найти момент сопротивления W_x и определить размеры прямоугольного сечения балки при h/b = 2.

При расчете принять R = 10 МПа.

Задача № 1.19. Для заданной балки требуется:

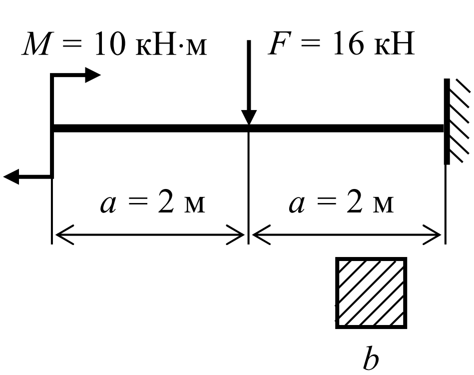
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x ;



– из условия прочности при изгибе найти момент сопротивления W_x и подобрать номер двутавровой балки.

При расчете принять R = 240 МПа.

Задача № 1.20. Для заданной балки требуется:



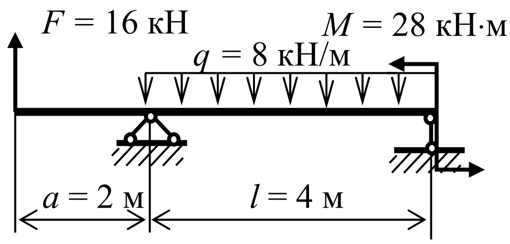
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x;

– из условия прочности при изгибе найти момент сопротивления W_x и определить размер b квадратного сечения балки.

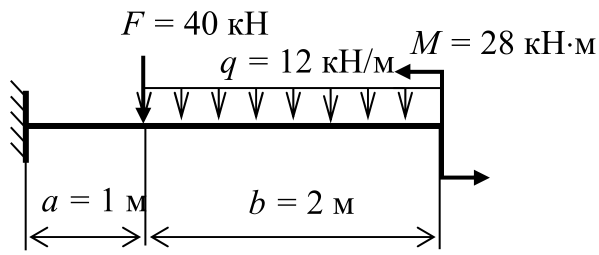
При расчете принять R = 11 МПа.

Задача № 1.21. Для заданной балки требуется:
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x;
– из условия прочности определить момент сопротивления W_x и подобрать номер двутавровой балки.

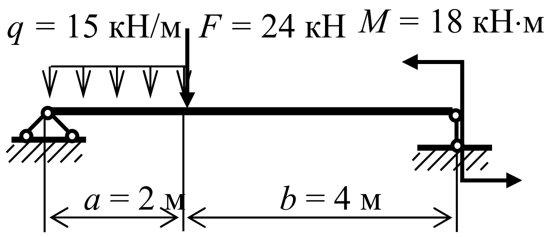
При расчете принять $R = 200$ МПа.



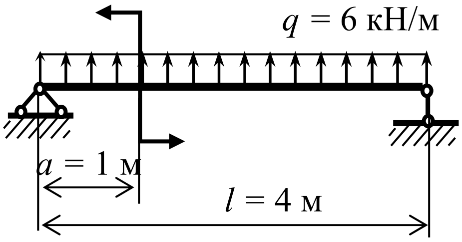
Задача № 1.22. Для заданной балки требуется:
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x;
– проверить выполнение условия прочности при изгибе для двутавровой балки № 24 при $R = 210$ МПа.



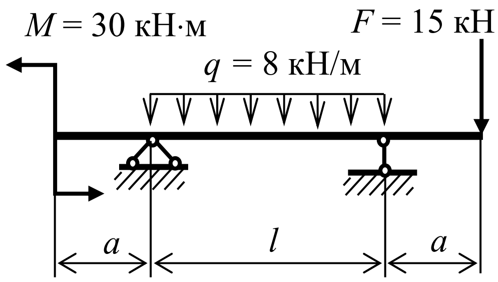
Задача № 1.23. Для заданной балки требуется:
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x;
– из условия прочности найти осевой момент сопротивления W_x и подобрать номер двутавровой балки при $R = 200$ МПа.



Задача № 1.24. Для заданной балки требуется:
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x ;
– из условия прочности определить осевой момент сопротивления W_x;
– подобрать номер двутавровой балки при $R = 200$ МПа.



Задача № 1.25. Для заданной балки требуется:



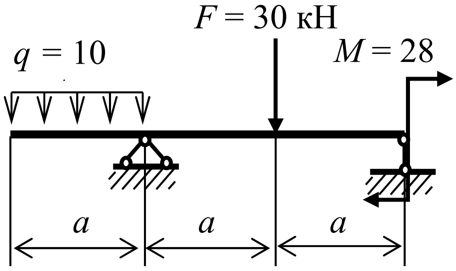
– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x;

– из условия прочности определить осевой момент сопротивления W_x и подобрать номер двутавровой балки.

При расчете принять
$R = 210$ МПа; $l = 4$ м; $a = 1{,}6$ м.

Задача № 1.26. Для заданной балки требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки и построить эпюры Q_y и M_x;

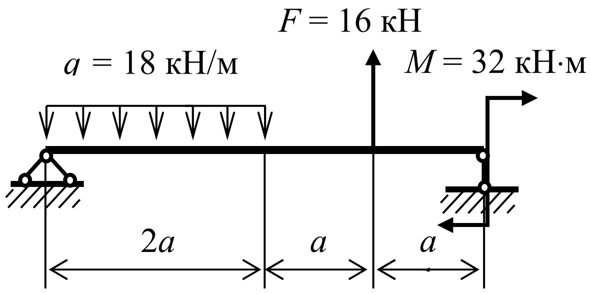


– из условия прочности найти момент сопротивления W_x и определить размер b квадратного поперечного сечения балки.

При расчете принять
$R = 16$ МПа; $a = 2$ м.

Задача № 1.27. Для заданной балки требуется:

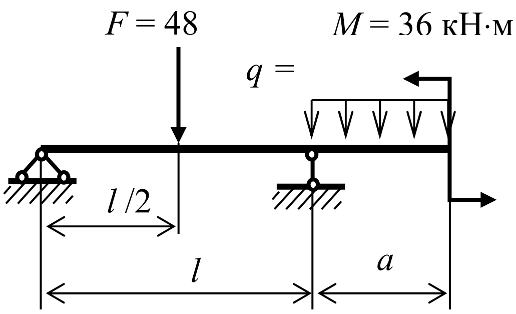
– определить внутренние усилия на участках балки, построить эпюры Q_y и M_x;



– из условия прочности найти момент сопротивления поперечного сечения балки W_x и подобрать номер двутавра.

При расчете принять
$R = 240$ МПа; $a = 1$ м.

Задача № 1.28. Для заданной балки требуется:



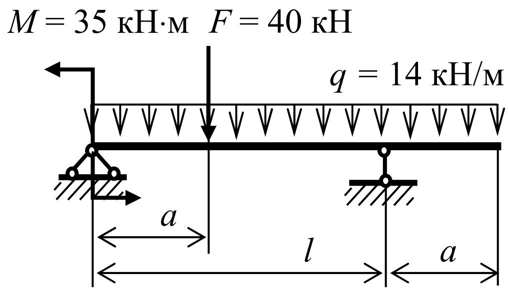
– определить поперечную силу и изгибающий момент на участках балки, построить эпюры Q_y и M_x;

– проверить выполнение условия прочности при изгибе для двутавровой балки № 22.

При расчете принять
$R = 200$ МПа; $l = 4$ м; $a = 2$ м.

Задача № 1.29. Для заданной балки требуется:

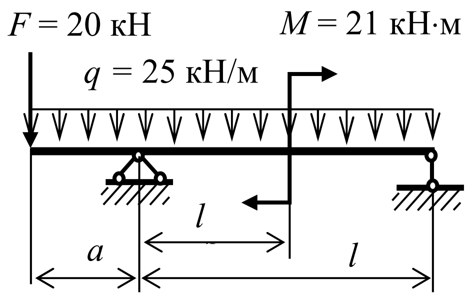
– определить поперечную силу и изгибающий момент на участках балки, построить эпюры Q_y и M_x;
– проверить выполнение условия прочности при изгибе для двутавра № 24.



При расчете принять R = 200 МПа; l = 5 м; a = 2 м.

Задача № 1.30. Для заданной балки требуется:

– определить поперечную силу и изгибающий момент на участках балки, построить эпюры Q_y и M_x;
– проверить выполнение условия прочности для двутавра № 27.

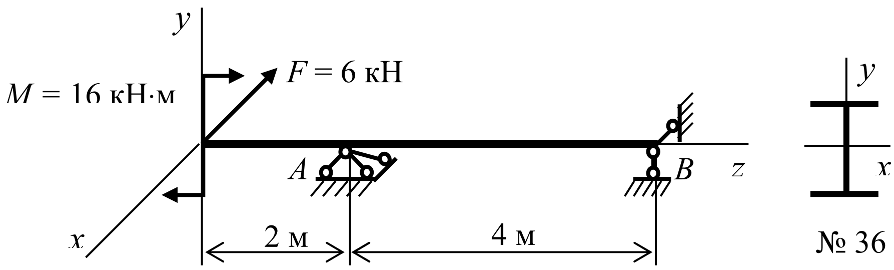


При расчете принять R = 210 МПа; l = 4,2 м; a = 1,8 м.

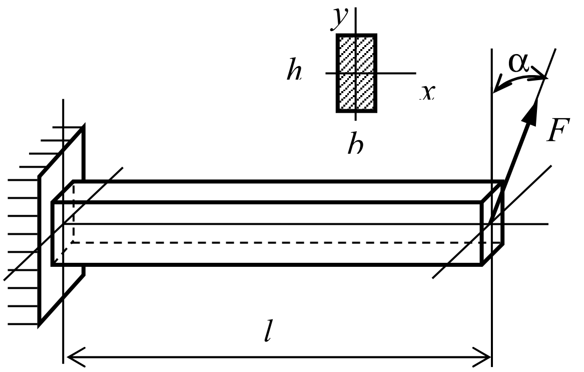
2. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Задача № 2.1. Для заданной балки требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки;
– построить эпюры внутренних усилий в главных плоскостях балки, определить положение опасного сечения;
– проверить выполнение условия прочности для двутавровой балки № 36 при R = 200 МПа.



Задача № 2.2. Для балки с прямоугольным сечением требуется:



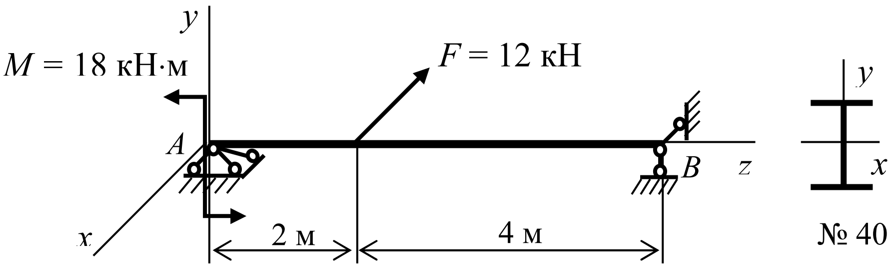
– построить эпюры внутренних усилий в главных плоскостях балки, определить положение опасного сечения;

– из условия прочности найти размеры b и h прямоугольного поперечного сечения балки при следующих данных: F = 16 кН; l = 4 м; h/b = 2; α = 30°; R = 15 МПа.

Задача № 2.3. Для двутавровой балки требуется:

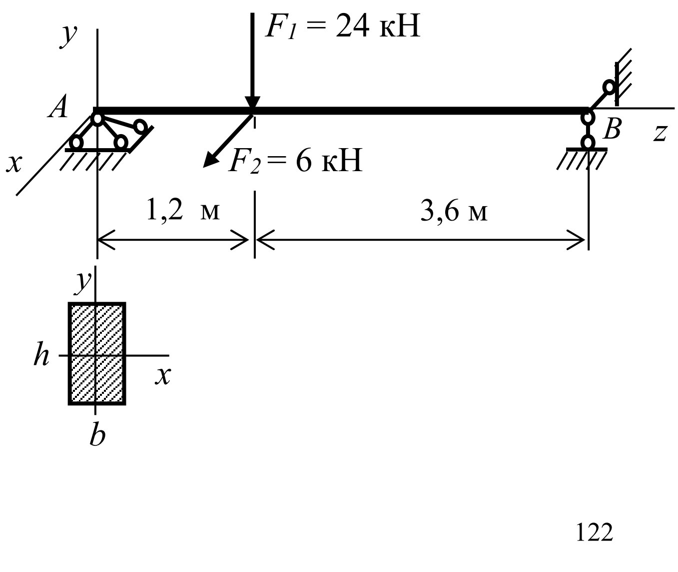
– построить эпюры внутренних усилий в главных плоскостях балки, определить положение опасного сечения;

– проверить выполнение условия прочности для двутавровой балки № 40 при R = 200 МПа.



Задача № 2.4. Для балки требуется:

– построить эпюры внутренних усилий в главных плоскостях балки, определить положение опасного сечения;



– из условия прочности найти размеры прямоугольного поперечного сечения балки.

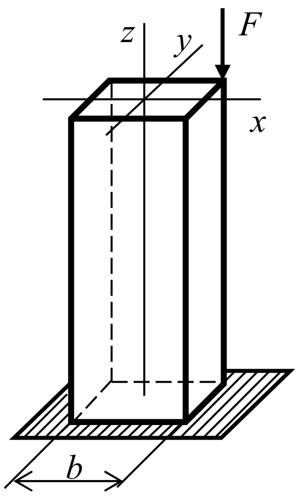
При расчете принять h/b = 3; R = 120 МПа.

Задача № 2.5. Стержень с квадратным поперечным сечением внецентренно сжат силой *F*.

Требуется:

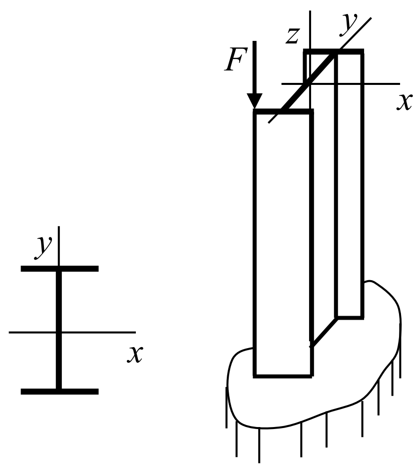
– определить внутренние усилия;
– построить в поперечном сечении нулевую линию и определить положение опасных точек;
– из условия прочности найти размер *b*.

При расчете принять *F* = 120 кН; *R* = 10 МПа.



Задача № 2.6. Определить допускаемое значение силы *F*, внецентренно сжимающей стержень с двутавровым поперечным сечением № 36.

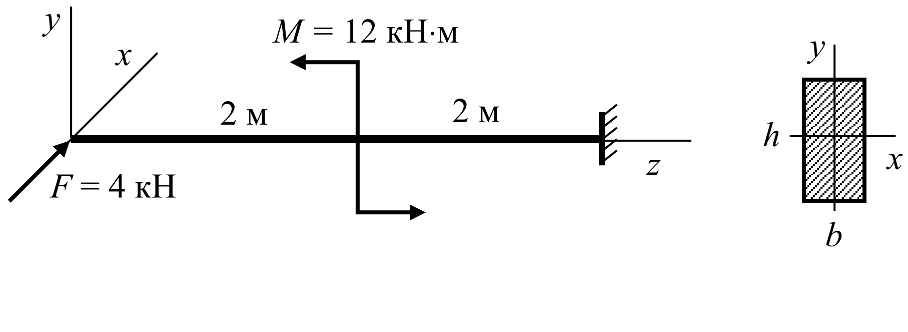
При расчете принять *R* = 200 МПа.

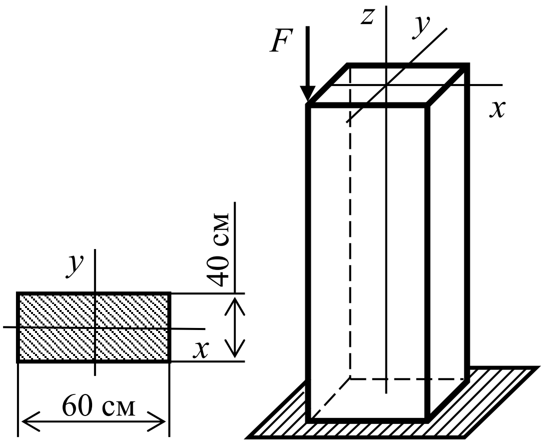


Задача № 2.7. Для заданной балки требуется:

– построить эпюры внутренних усилий в главных плоскостях;
– найти опасное сечение;
– из условия прочности определить размеры прямоугольного поперечного сечения балки.

При расчете принять *R* = 10 МПа; *h*/*b* = 2.



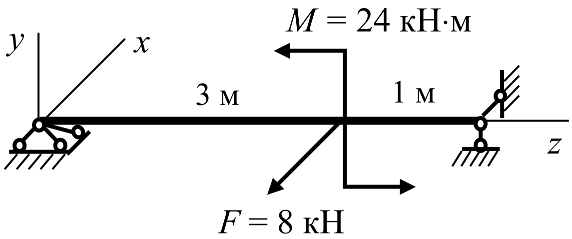


Задача № 2.8. Определить наибольшее напряжение в опасной точке прямоугольного поперечного сечения стержня, внецентренно сжатого стержня силой $F = 400$ кН.

Проверить выполнение условия прочности при $R = 12$ МПа.

Задача № 2.9. Для балки с двутавровым поперечным сечением требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки;



– построить эпюры в главных плоскостях балки;

– проверить выполнение условия прочности для двутавра № 24.

При расчете принять R = 210 МПа.

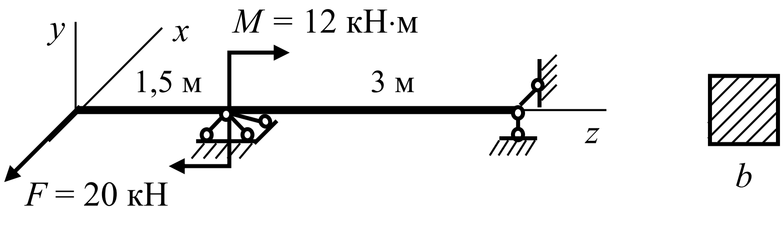
При невыполнении условия прочности выбрать соответствующий номер двутавра.

Задача № 2.10. Для заданной балки требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки;

– построить эпюры в главных плоскостях балки;

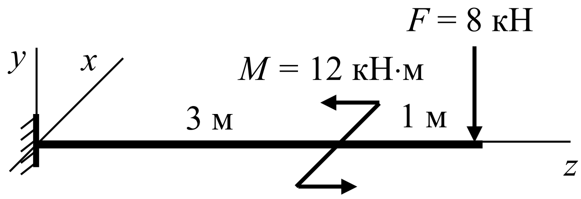
– из условия прочности определить размер b квадратного поперечного сечения балки при $R = 12$ МПа.



Задача № 2.11. Для балки с двутавровым поперечным сечением требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки;
– построить эпюры в главных плоскостях балки;
– найти опасное сечение;
– из условия прочности подобрать номер двутавра.

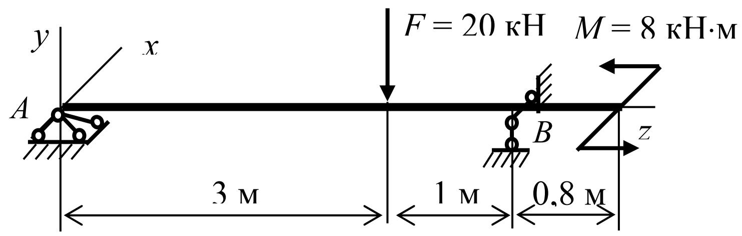
При расчете принять R = 210 МПа.



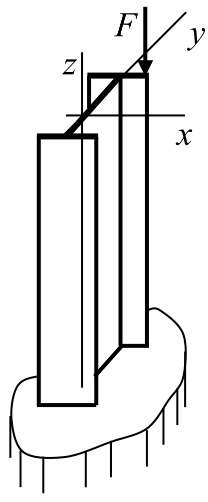
Задача № 2.12. Для балки с двутавровым поперечным сечением требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки;
– построить эпюры в главных плоскостях;
– найти опасное сечение;
– из условия прочности подобрать номер двутавра.

При расчете принять R = 200 МПа.



Задача № 2.13. Стержень с двутавровым поперечным сечением сжат внецентренно силой F. Требуется:

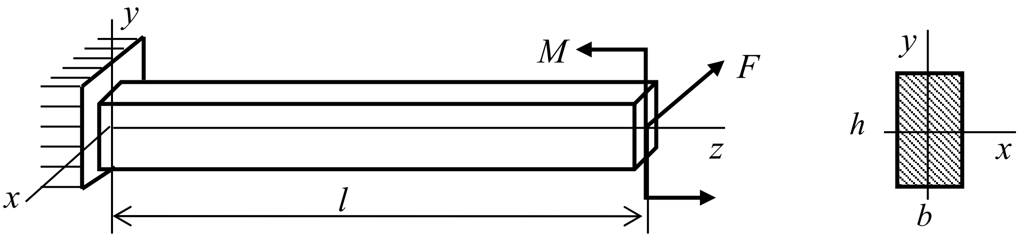


– определить внутренние усилия;
– построить нулевую линию и определить положение опасных точек в поперечном сечении стержня;
– из условия прочности определить допускаемое значение силы F.

При расчете принять R = 240 МПа; двутавр № 30.

Задача № 2.14. Для балки с прямоугольным поперечным сечением требуется:

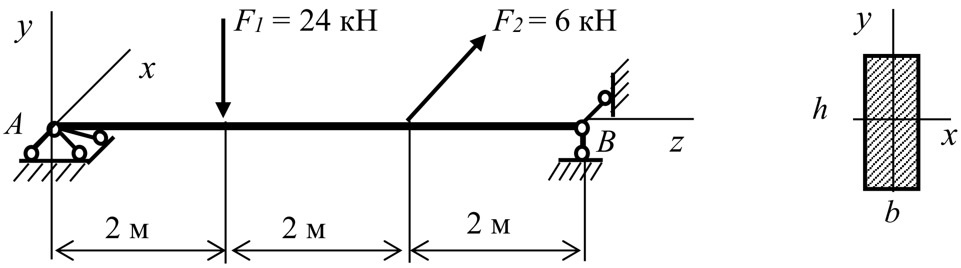
– определить внутренние усилия на участках балки;
– построить эпюры в главных плоскостях балки;
– определить положение опасного сечения;
– из условия прочности найти размеры b и h поперечного сечения балки при следующих данных: $h/b = 2$; $F = 4$ кН; $M = 12$ кН·м; $l = 4$ м; $R = 10$ МПа.



Задача № 2.15. Для балки требуется:

– определить внутренние усилия на участках балки;
– построить эпюры в главных плоскостях балки;
– определить положение опасных сечений;
– из условия прочности найти размеры b и h прямоугольного поперечного сечения балки.

При расчете принять $h/b = 3$; $R = 15$ МПа.



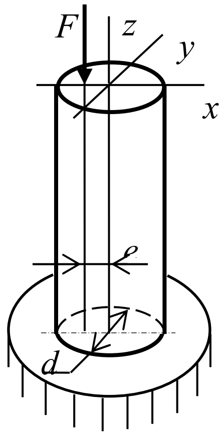
Задача № 2.16. Колонна сжимается внецентренно силой $F = 360$ кН. Эксцентриситет силы $e = d/4$.

Требуется:

– определить внутренние усилия;
– построить нулевую линию в поперечном сечении и определить положение опасных точек;

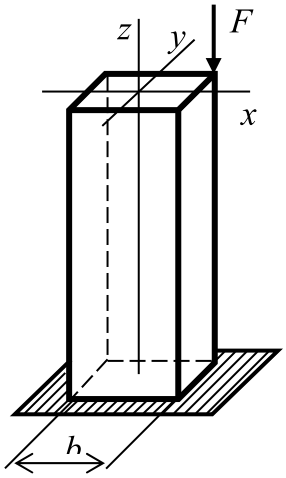
– из условий прочности при растяжении и сжатии определить диаметр d круглого поперечного сечения колонны, из двух значений диаметра выбрать наибольшее.

Материал колонны – бетон; $R_{сж}$ = 8 МПа; $R_{раст}$ = 0,5 МПа.



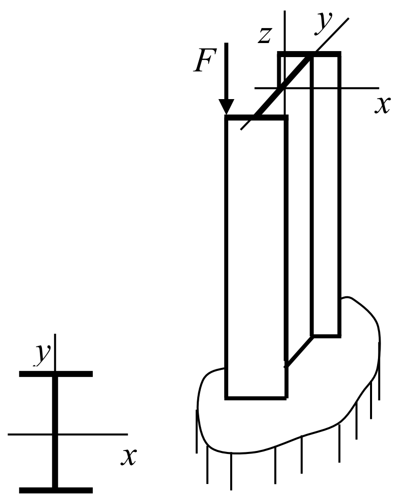
Задача № 2.17. Стержень с квадратным поперечным сечением сжимается внецентренно силой F = 480 кН. Требуется:

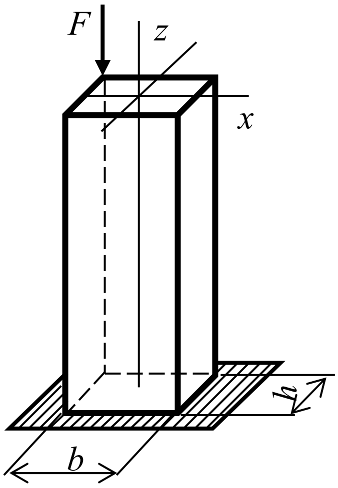
– определить внутренние усилия;
– построить нулевую линию в поперечном сечении стержня;
– найти наибольшие сжимающие и растягивающие напряжения в опасных точках сечения, если сторона квадрата b = 60 см.



Задача № 2.18. Стержень сжимается внецентренно силой F = 180 кН. Поперечное сечение стержня – двутавр № 40. Требуется:

– определить внутренние усилия;
– построить нулевую линию в поперечном сечении стержня;
– определить положение опасных точек;
– проверить выполнение условия прочности при R = 240 МПа.





Задача № 1.19. Стержень сжимается внецентренно силой F. Поперечное сечение стержня – прямоугольник со сторонами b = 80 см, h = 60 см .

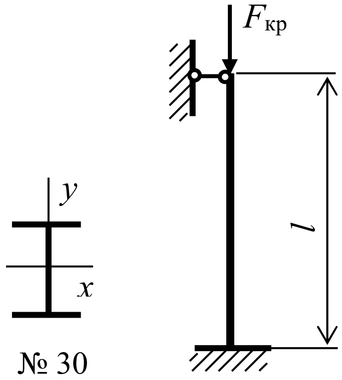
Требуется:

– определить внутренние усилия;

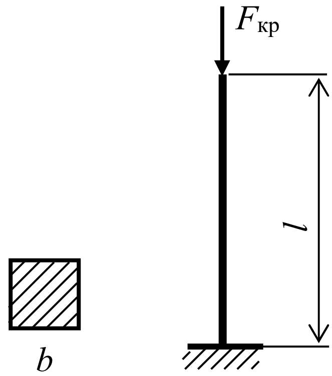
– построить нулевую линию в поперечном сечении;

– найти опасные точки;

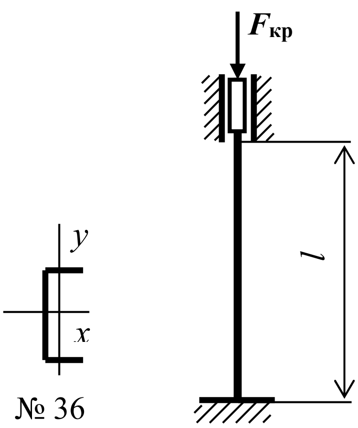
– из условия прочности определить допускаемое значение силы F при R = 12 МПа.



Задача № 2.20. Определить критическую силу для центрально сжатого стержня. Поперечное сечение стержня – двутавр № 30, материал – сталь Ст5; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа ; длина стержня $l = 4$ м; способ закрепления стержня показан на рисунке.

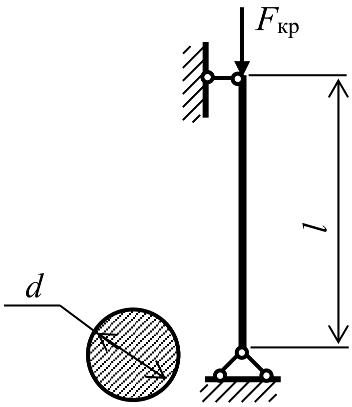


Задача № 2.21. Определить критическую силу для центрально сжатого стержня. Поперечное сечение стержня – квадрат со стороной b = 20 см; длина стержня l = 3 м; материал – дерево; E =$1 \cdot 10^4$; способ закрепления стержня показан на рисунке.

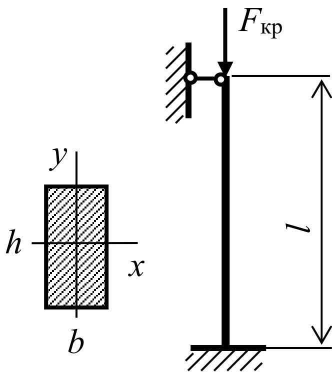


Задача № 2.22. Определить критическую силу для центрально сжатого стержня. Материал стержня – сталь Ст3; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; поперечное сечение стержня – швеллер № 36, длина стержня l = 4,2 м; способ закрепления стержня показан на рисунке.

Задача № 2.23. Определить критическую силу для центрально сжатого стержня. Поперечное сечение стержня – круг диаметром $d = 10$ см; длина стержня l = 3,6 м; материал – дерево; E = $1 \cdot 10^4$ МПа; способ закрепления стержня показан на рисунке.

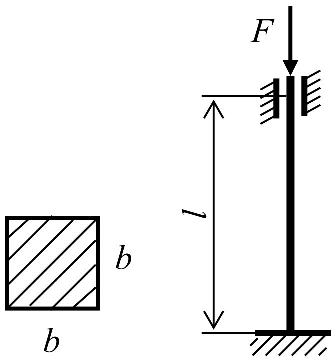


Задача № 2.24. Определить критическую силу для сжатого стержня. Поперечное сечение стержня – прямоугольник со сторонами b = 6 см; h = 12 см; длина l = 3 м; материал – дерево; Е = $1 \cdot 10^4$ МПа; способ закрепления стержня показан на рисунке.



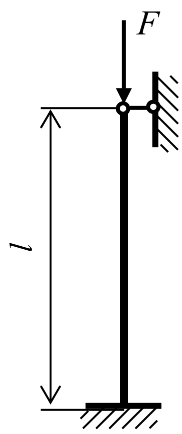
Задача № 2.25. Из условия устойчивости определить размер b квадратного поперечного сечения стержня, центрально сжатого силой F = 360 кН.

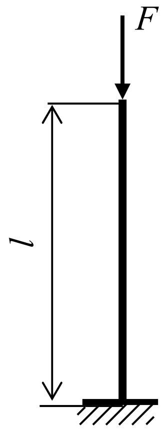
При расчете принять l = 3,2 м; материал стержня – дерево; R = 10 МПа; способ закрепления стержня показан на рисунке.



Задача № 2.26. Из условия устойчивости подобрать номер двутавра для стержня, центрально сжатого силой F = 420 кН.

При расчете принять R = 200 МПа; l = 4,2 м; способ закрепления стержня показан на рисунке.

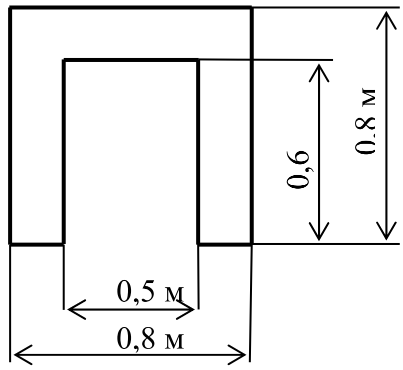




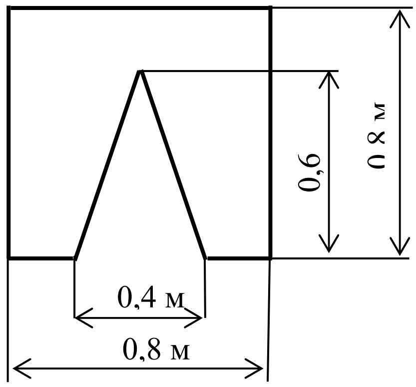
Задача № 2.27. Из условия устойчивости подобрать номер швеллера для стержня, центрально сжатого силой F = 360 кН.

При расчете принять R = 200 МПа; l = 3,6 м; способ закрепления стержня показан на рисунке.

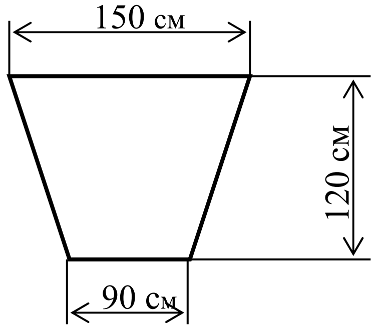
Задача № 2.28. Построить ядро сечения



Задача № 2.29. Построить ядро сечения



Задача № 2.30. Построить ядро сечения



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящий практикум содержит задания, выполнение которых поможет студентам освоить дисциплины «Техническая механика» и «Сопротивление материалов», позволит овладеть методикой решения задач и основами практических расчетов типовых элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость. Самостоятельная работа над заданиями даст возможность студентам приобрести необходимые навыки в решении задач и выборе методики расчетов по указанным темам дисциплины. Полученные навыки и знания позволят применить изученные методы к решению практических задач и послужат основой для решения специальных заданий проектирования и конструирования строительных конструкций соответственно направлению, по которому обучаются студенты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андреев, В. И. Техническая механика : учебник / В. И. Андреев, А. Г. Паушкин, А. Н. Леонтьев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Изд-во АСВ, 2013. – 256 с. – ISBN 978-5-93093-867-8.

2. Межецкий, Г. Д. Сопротивление материалов [Электронный ресурс] : учебник / Г. Д. Межецкий. – М. : Дашков и К, 2013. – 432 с. ISBN 978-5-394-01972-2. – URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ (дата обращения: 25.12.2017).

3. Атаров, Н. М. Сопротивление материалов в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н. М. Атаров. – М. : НИЦ ИНФРА, 2016. – 407 с. – ISBN 978-5-16-003871-1. – URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=557127 (дата обращения: 25.12.2017).

4. Александров, А. В. Сопротивление материалов : учеб. для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – М. : Высш. шк., 2004. – 560 с. – ISBN 5-06-003732-0.

5. Писаренко, Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – 3-е изд., перераб. и доп . – Киев : Дельта, 2008. – 816 с. – ISBN 978-966-87972-9-3.

6. Сопротивление материалов : учеб. для вузов / Г. С. Писаренко [и др.]. – Киев: Выща шк., 1986. – 775 с.

7. Михайлов, А. М. Сопротивление материалов : учеб. для студентов высш. учеб. заведений / А. М. Михайлов. – М. : Академия, 2009. – 448 с. – ISBN 978-5-7695-2697-8.

8. Маврина, С. А. Сопротивление материалов : учеб. пособие / С. А. Маврина, И. А. Черноусова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2012. – 144 с. – ISBN 978-5-9984-0272-2.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Кафедра сопротивления материалов

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

Дисциплина______________________
(Техническая механика, сопротивление материалов)

Тема: ____

Вариант________________

Выполнил: студент _____________
(ФИО студента)

____
(группа)

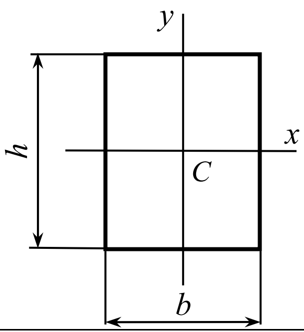
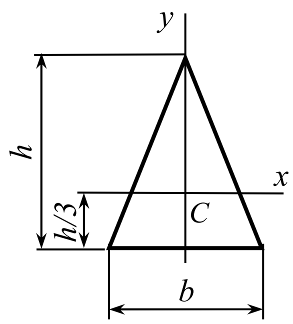
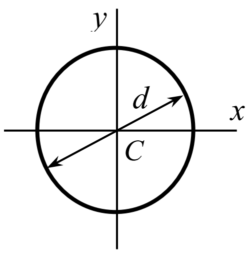
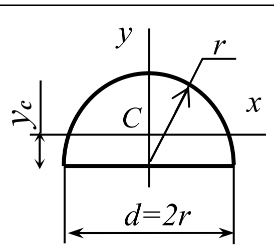
Проверил: доцент ______________

Владимир 20__

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

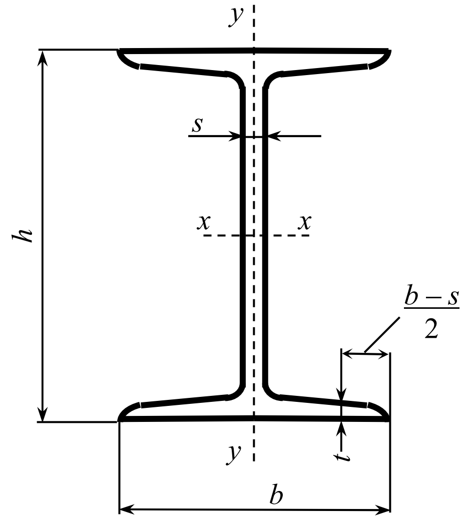
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТЫХ СЕЧЕНИЙ

h – высота сечения; b – ширина сечения;
A – площадь поперечного сечения;
C – центр тяжести сечения;
x, y – главные центральные оси сечения;
I_x, I_y – осевые моменты инерции сечения.

Фигура	A	I_x	I_y
	bh	$\dfrac{bh^3}{12}$	$\dfrac{b^3h}{12}$
	$\dfrac{bh}{2}$	$\dfrac{bh^3}{36}$	$\dfrac{b^3h}{48}$
	$\dfrac{\pi d^2}{4}$	$\dfrac{\pi d^4}{64}$	$\dfrac{\pi d^4}{64}$
 $y_C = 0{,}424r$	$\dfrac{\pi d^2}{8}$	$0{,}11r^4$	$\dfrac{\pi d^4}{128} = \dfrac{\pi r^4}{8}$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ДВУТАВРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ (ГОСТ 8239-89)



h – высота двутавра;

b – ширина полки;

s – толщина стенки;

t – средняя толщина полки;

A – площадь поперечного сечения;

I – момент инерции;

W – момент сопротивления;

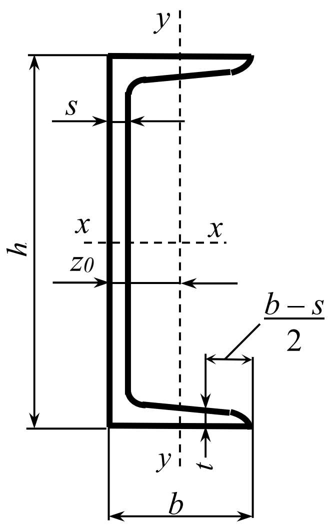
S – статический момент полусечения;

i – радиус инерции.

Номер двутавра	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A, см^2	I_x, см^4	W_x, см^3	i_x, см	S_x, см^3	I_y, см^4	W_y, см^3	i_y, см
		h	b	s	t								
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ШВЕЛЛЕРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ (ГОСТ 8240-89)



h – высота швеллера;

b – ширина полки;

s – толщина стенки;

t – средняя толщина полки;

A – площадь поперечного сечения;

I – момент инерции;

W – момент сопротивления;

S – статический момент полусечения;

i – радиус инерции;

z_0 – расстояние от оси *y* до наружной грани стенки.

Номер швеллера	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A, см^2	I_x, см^4	W_x, см^3	i_x, см	S_x, см^3	I_y, см^4	W_y, см^3	i_y, см	z_0, см
		h	*b*	*s*	*t*									
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	5,9	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9	8,7	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,6	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16а	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,0
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94
18а	17,4	180	74	5,1	5,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ РАСЧЕТА $\sigma_{кр}$ ПО ФОРМУЛЕ ЯСИНСКОГО

Материал	a, МПа	b, МПа	λ_0	$\lambda_{пр}$
Сталь Ст2	264	0,70	60	105
Сталь Ст3	310	1,14	60	100
Сталь Ст4, 20	328	1,15	60	96
Сталь Ст5, 30	464	3,26	60	90
Сталь Ст40	321	1,16	60	90
Сталь Ст45	449	1,67	52	85
Сталь Ст235	295	1,00	60	102
Сталь Ст275	345	1,10	63	91
Дюралюминий Д16Т	406	1,83	30	53
Сосна, ель	29,3	0,194	–	70

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

БУРЛАКОВА Алла Михайловна
МАВРИНА Светлана Александровна

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ, ЖЕСТКОСТЬ
И УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ
Практикум

Редактор А. П. Володина
Технический редактор С. Ш. Абдуллаева
Корректор Н. В. Пустовойтова
Компьтерная верстка П. А. Некрасова
Выпускающий редактор А. А. Амирсейидова

Подписано в печать 20.09.19.
Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 8,14. Тираж 50 экз.
Заказ
Издательство
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.