Министерство образования Российской Федерации
Владимирский государственный университет
Кафедра теоретической и прикладной механики

КИНЕМАТИКА ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Методические указания к курсовой работе
по теоретической механике

Составители:
А.П. ШЕВЧЕНКО
Е.А. АРХИПОВА

Владимир 2003

УДК 531.1

Рецензент
Доктор технических наук, профессор
Владимирского государственного университета
Л.М. Самсонов

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Кинематика плоского движения: Метод. указания к курсовой работе по теоретической механике / Владим. гос. ун-т; Сост. А.П Шевченко, Е.А. Архипова. Владимир, 2003. 44 с.

Содержат краткую теорию по кинематике вращательного и плоского движения твердого тела, что позволит студентам выполнить курсовую работу самостоятельно без дополнительной литературы, варианты и условия заданий. Приведены контрольные вопросы и задания, пример выполнения курсовой работы.

Предназначены для студентов заочной формы обучения машиностроительных специальностей высших учебных заведений, а также могут использоваться студентами очной формы обучения

Табл. 3. Ил. 37. Библиогр.: 3 назв.

УДК 531.1

Общие указания к выполнению курсовой работы

Курсовая работа включает в себя пояснительную записку, оформленную на одной стороне листа формата А4, и чертежи, выполненные на ватмане формата А3 (прил. 2).

Пояснительная записка должна содержать условие задачи и решение с элементами теории по соответствующему разделу.

Работу подшивают под титульный лист, выполненный на ватмане. Надписи на титульном листе оформляют чертежным шрифтом или на компьютере (прил. 1).

Курсовая работа

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы. Аналитическое и графическое исследование кинематики плоского движения.

Постановка задачи. Дана схема плоского механизма (рис. 1 – 30), размеры его звеньев и расстояния между опорами (табл.1). В табл. 2 даны угол φ, определяющий положение ведущего звена O_1A, угловая скорость звена ω_{O_1A} и угловое ускорение ε_{O_1A} – общие для всей группы студентов. Угол φ отсчитывается от указанного на схеме направления против хода часовой стрелки, так как он имеет положительное значение. Знак “плюс” (+) или “минус” (-) перед численным значением ω_{O_1A} означает, что звено O_1A вращается против хода часовой стрелки или по ходу часовой стрелки соответственно.

Знак “плюс” (+) или “минус” (-) перед численным значением ε_{O_1A} означает, что угловое ускорение звена O_1A направлено против хода часовой стрелки или по ходу часовой стрелки соответственно.

Вариант задания выдает преподаватель.

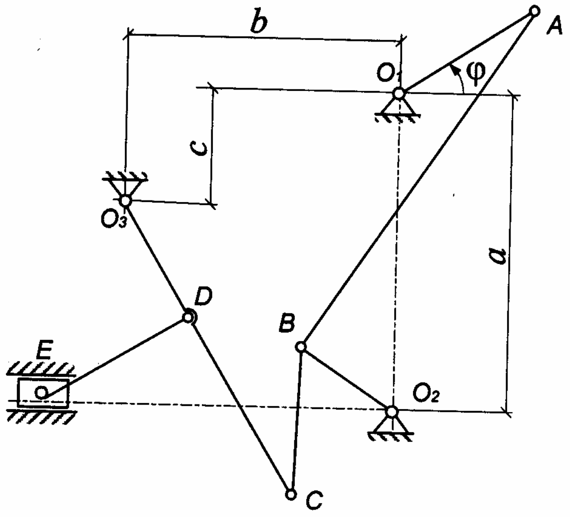


Рис. 1

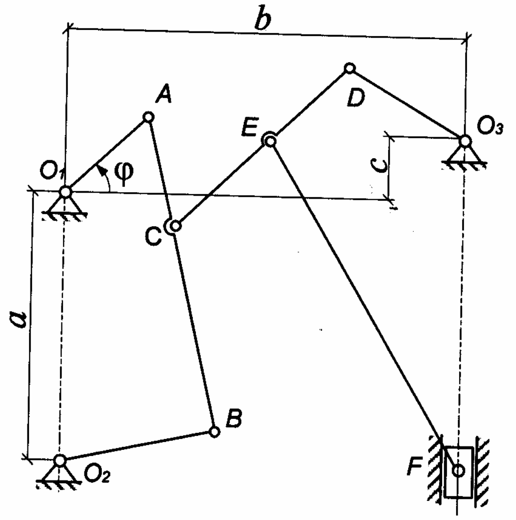


Рис. 2

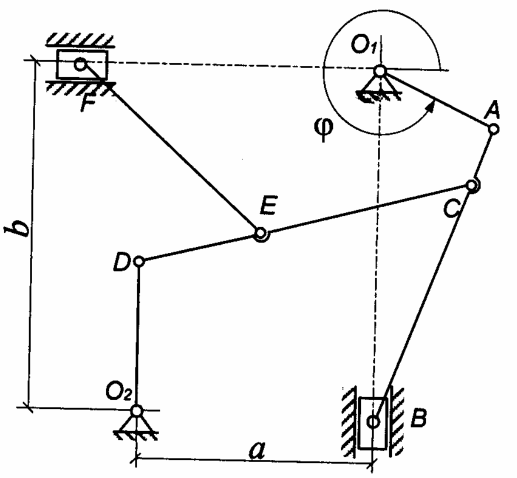


Рис. 3

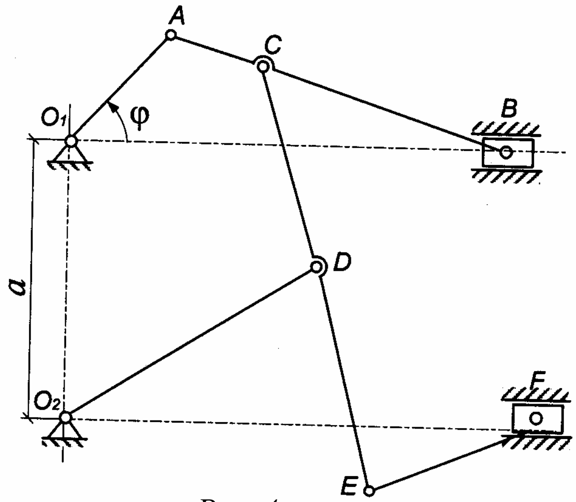


Рис. 4

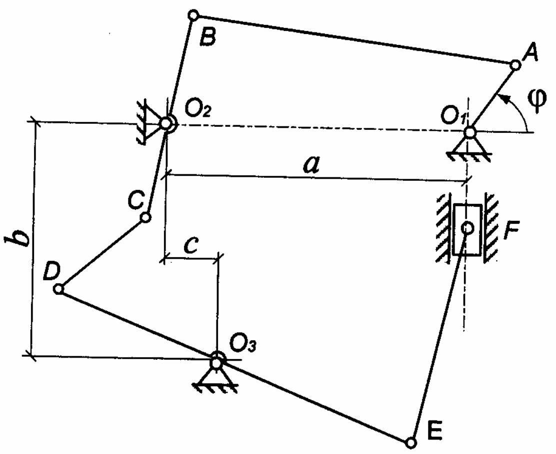


Рис. 5

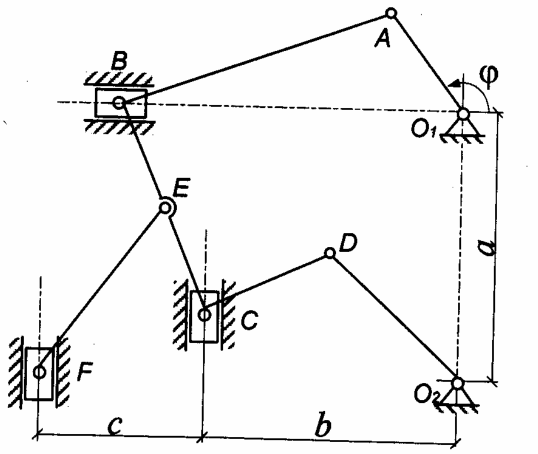


Рис. 6

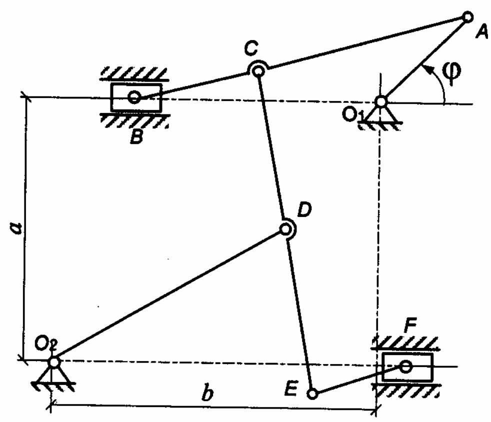


Рис. 7

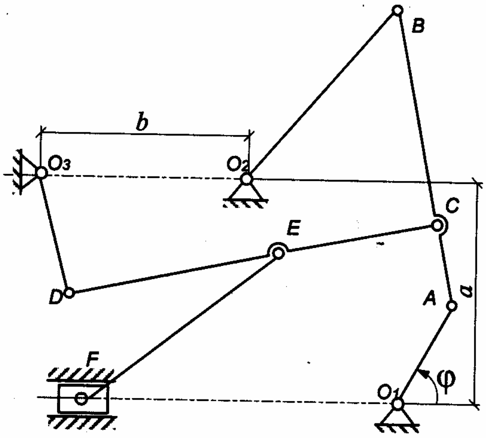


Рис. 8

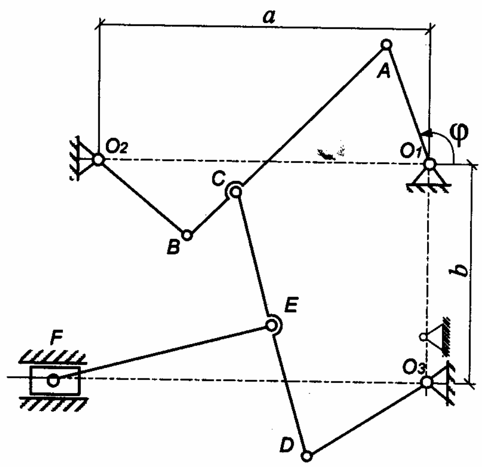


Рис. 9

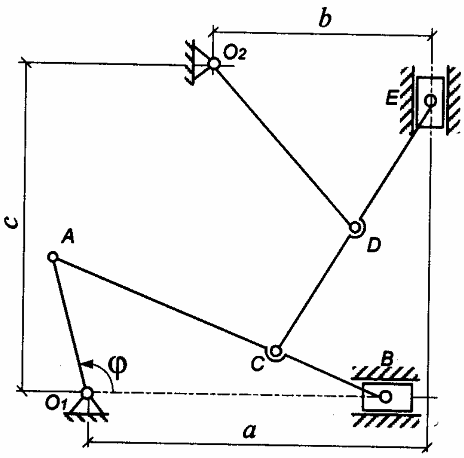


Рис. 10

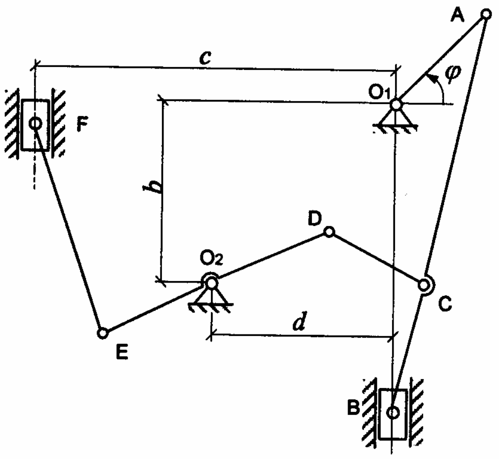


Рис. 11

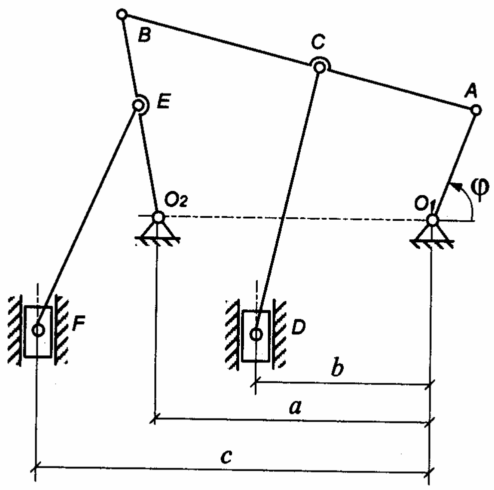


Рис. 12

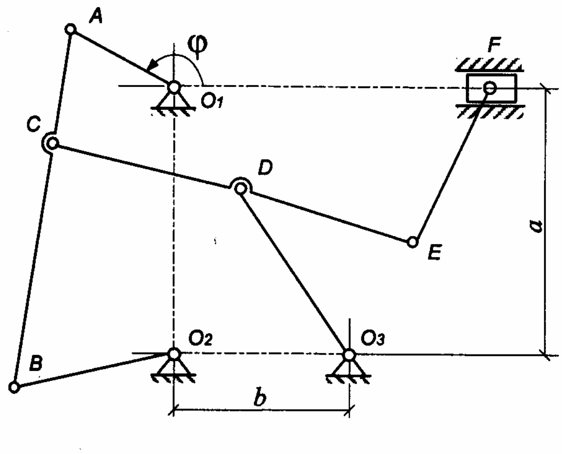


Рис. 13

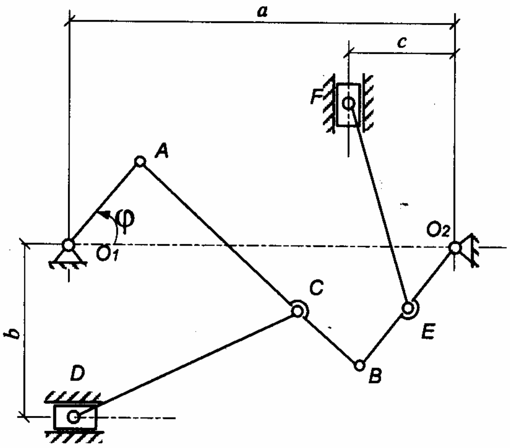


Рис. 14

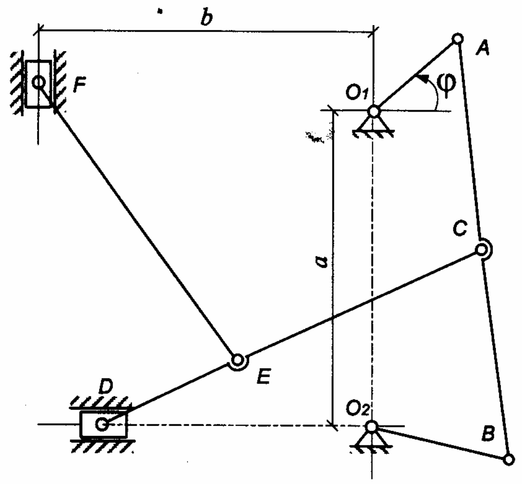


Рис. 15

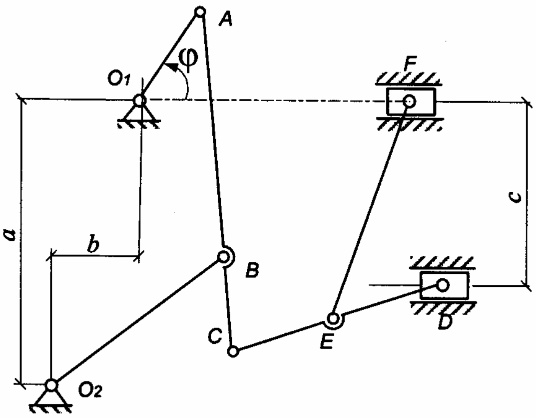


Рис. 16

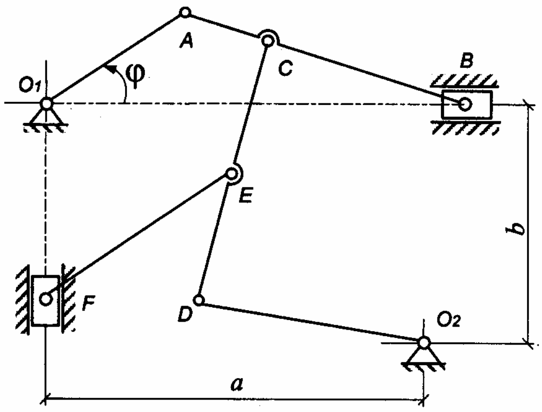


Рис. 17

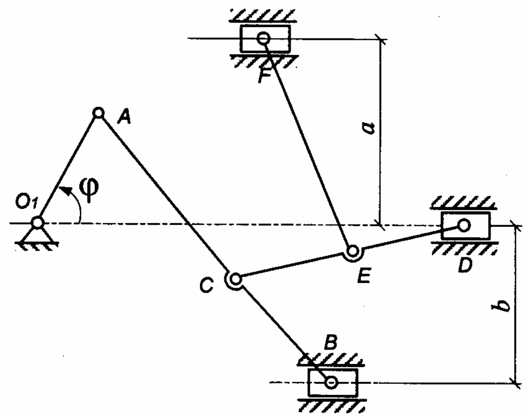


Рис. 18

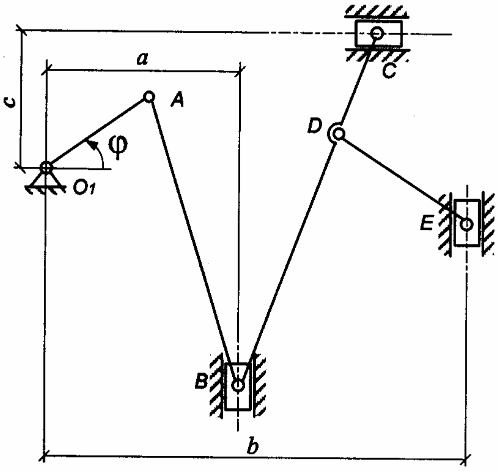


Рис. 19

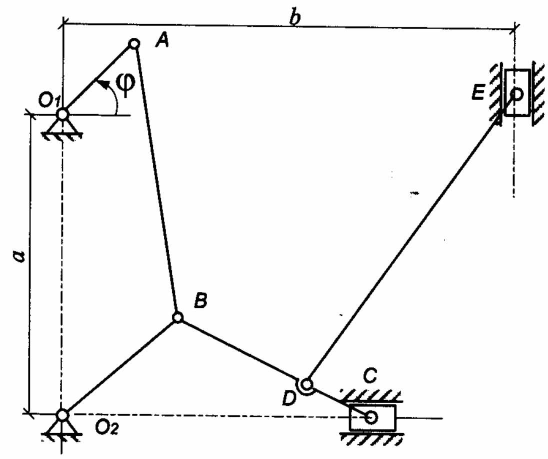


Рис. 20

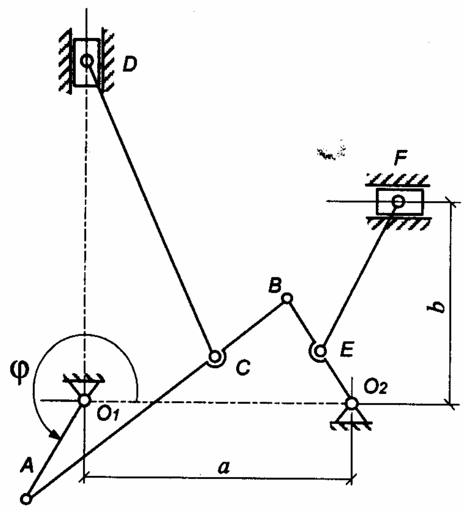


Рис. 21

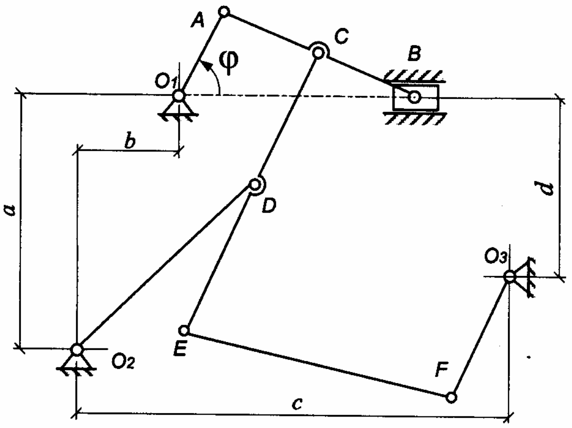


Рис. 22

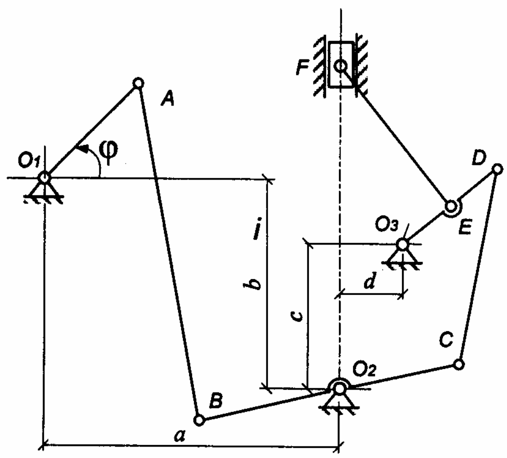


Рис. 23

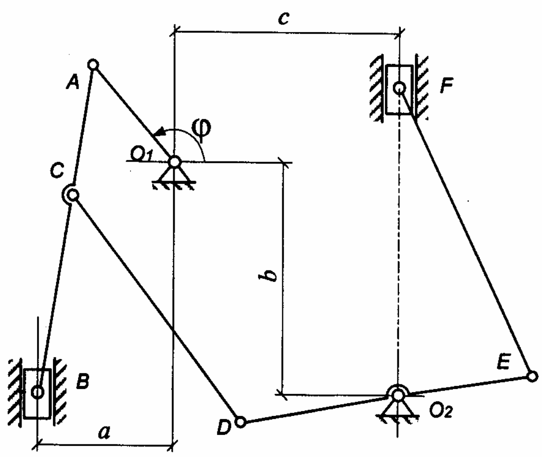


Рис. 24

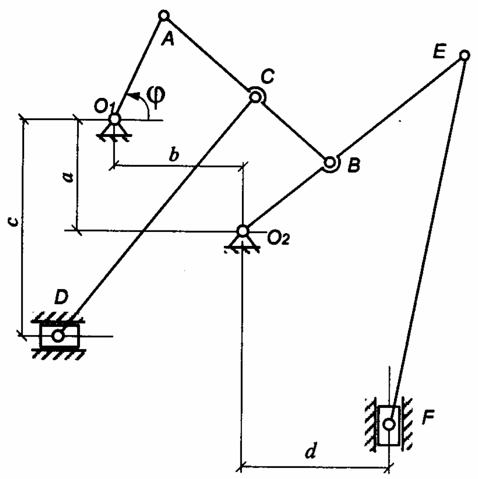


Рис. 25

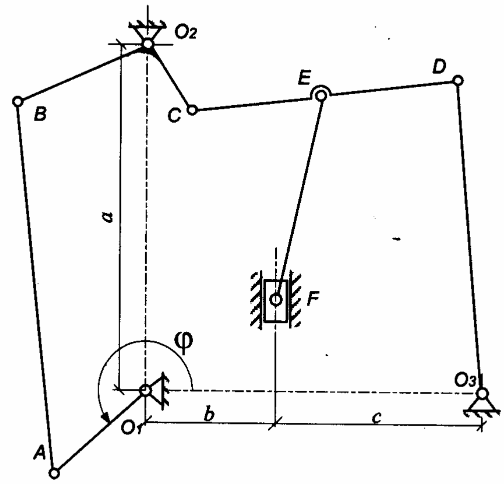


Рис. 26

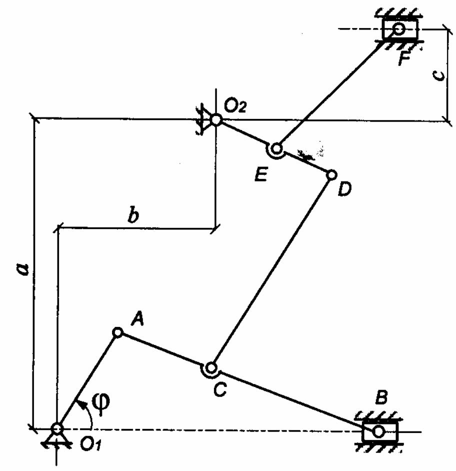


Рис. 27

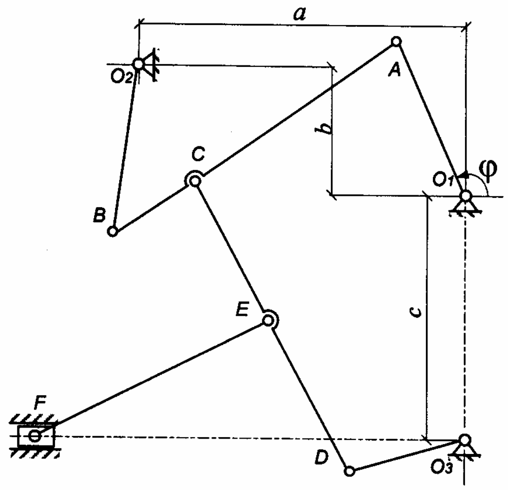


Рис. 28

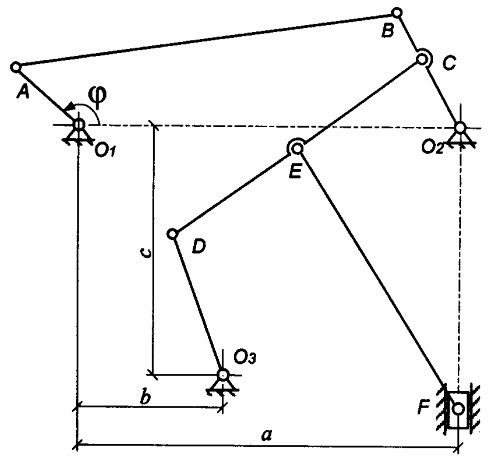


Рис. 29

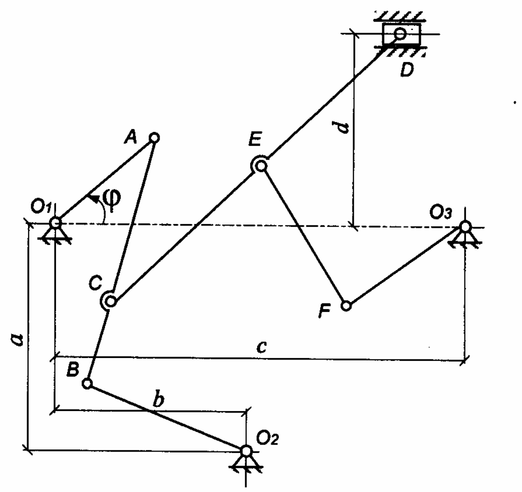


Рис. 30

Таблица 1

Вариант	Расстояние, с			
	a	*b*	*c*	*d*
1	60	78	21	
2	50	90	15	
3	63	75	-	
4	51	-	-	
5	73	45	8	
6	57	62	50	
7	50	83	-	

Требуется

1. Построить схему механизма в выбранном масштабе в соответствии с данными табл. 1 и 2.

2. Вычислить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *A*.

3. Построить план скоростей и найти скорости всех отмеченных точек механизма.

4. Найти положения мгновенных центров скоростей всех звеньев механизма и определить их угловые скорости.

5. Определить графически ускорения всех точек и угловые ускорения всех звеньев.

6. Вычислить аналитически ускорение точки *B* механизма и угловое ускорение звена *AB*. Сравнить результаты аналитического и графического методов определения ускорения точки *B* и углового ускорения звена *AB*.

7. Определить положение мгновенного центра ускорений звена *AB*.

Таблица 2

	φ,	ω_{O_1A},	ε_{O_1A},		φ,	ω_{O_1A},	ε_{O_1A},

Краткая теория

При выполнении работы студент должен уметь

1. *Определять линейную скорость и полное ускорение точек твердого тела, совершающего вращение вокруг неподвижной оси (вращательное движение), с помощью угловых параметров вращения тела: угловой скорости ω и углового ускорения ε.*

*Указания к п.*1.

Круглая стрелка угловой скорости ω показывает направление поворота тела.

При ускоренном вращении круглые стрелки угловой скорости ω и углового ускорения ε совпадают по направлению, а при замедленном – направлены противоположно.

Траекторией движения точки является окружность, радиус (r) которой равен кратчайшему расстоянию от заданной точки до оси вращения тела (далее радиус вращения).

Модуль вектора линейной скорости определяется по формуле:

$$V = \omega\, r.$$

Направлен вектор $\overline{V}$ по касательной к траектории или перпендикулярно радиусу вращения в направлении поворота тела.

Полное ускорение точки

$$\overline{W} = \overline{W}^{n} + \overline{W}^{\tau},$$

где $\overline{W}^{n}$ – нормальное ускорение точки;

$\overline{W}^{\tau}$ – касательное ускорение точки;

Модуль нормального ускорения точки

$$W^{n} = \omega^{2} r\,.$$

Вектор $\overline{W}^{n}$ направлен от заданной точки по нормали (по радиусу вращения) к оси вращения, т.е. к центру кривизны траектории.

Модуль касательного ускорения точки

$$W^{\tau} = \varepsilon\, r$$

Вектор касательного ускорения точки $\overline{W}^{\tau}$ направлен перпендикулярно вектору нормального ускорения $\overline{W}^{n}$ в сторону круглой стрелки углового ускорения ε, т.е. вектор касательного ускорения $\overline{W}^{\tau}$ направлен по касательной к траектории в ту же сторону, что и вектор скорости $\overline{V}$ точки при ускоренном вращении, а при замедленном – в противоположную.

Модуль полного ускорения точки

$$W = \sqrt{W_n^2 + W_\tau^2} = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}\,.$$

2. Находить скорости точек твердого тела, совершающего плоскопараллельное движение, с помощью плана скоростей и мгновенного центра скоростей.

Указания к п. 2.

Так как при плоскопараллельном движении твердого тела все его точки движутся в плоскостях, параллельных одной неподвижной плоскости, называемой плоскостью движения, то вместо движения всего тела будем рассматривать движение плоской фигуры.

Движение плоской фигуры в ее плоскости в каждый момент времени можно рассматривать состоящим из двух движений: поступательного движения плоской фигуры вместе с произвольной точкой, принятой за полюс, и вращательного вокруг полюса.

Планом скоростей называется диаграмма, на которой от некоторого центра в выбранном масштабе для данного момента времени отложены скорости точек плоской фигуры. При построении плана используется теорема о скоростях точек тела при плоскопараллельном движении.

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}\,,$$

где $\overline{V}_B$ – искомая скорость;

$\overline{V}_A$ – известная скорость точки A, выбранной за полюс;

$\overline{V}_{BA}$ – вращательная скорость точки B при повороте вокруг полюса A.

Вектор вращательной скорости $\overline{V}_{BA}$ направляется перпендикулярно отрезку AB, соединяющему данную точку B с полюсом A.

Модуль вращательной скорости

$$V_{BA} = \omega AB,$$

где ω – мгновенная угловая скорость вращения плоской фигуры. Аналогично определяются скорости других точек.

Подобное построение плана скоростей приведено далее в примере.

Мгновенным центром скоростей называется точка (Cv) плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю, т.е. ($V_{C_V} = 0$).

Если такая точка определена, то скорость любой точки плоской фигуры в данный момент времени равна вращательной скорости данной точки при повороте вокруг мгновенного центра скоростей.

$$V_A = \omega AC_v, \qquad \overline{V}_A \perp AC_v,$$
$$V_B = \omega BC_v, \qquad \overline{V}_B \perp BC_v,$$
$$V_D = \omega DC_v, \qquad \overline{V}_D \perp DC_v.$$

Рассмотрим определение положения мгновенного центра скоростей одним из способов.

Если известны линии действия векторов скоростей двух точек плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей C_v находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям этих точек (рис. 31).

Следует иметь в виду, что если перпендикуляры, восстановленные к скоростям двух точек, не пересекаются, то C_v фигуры в данный момент времени расположен в бесконечности и она совершает мгновеннопоступательное движение, т.е. ω = 0, а скорости всех точек геометрически равны ($\overline{V}_A = \overline{V}_B = \overline{V}_D = ...$).

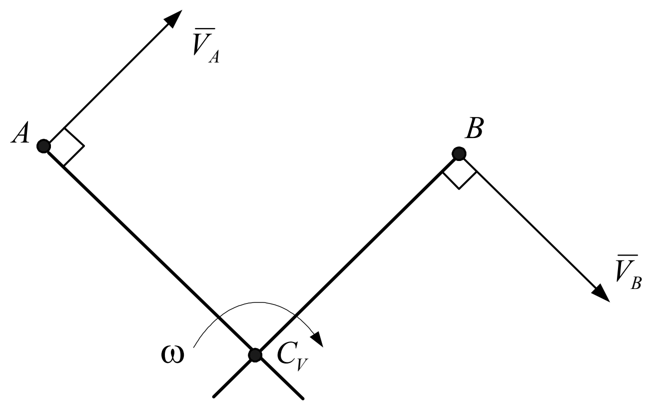


Рис. 31

3. Определять ускорения точек при плоском движении твердого тела, пользуясь теоремой о сложении ускорений точек плоской фигуры и с помощью мгновенного центра ускорений.

Указания к п. 3.

Согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры ускорение какой-либо её точки определяется формулой

$$\overline{W}_B = \overline{W}_A + \overline{W}_{BA}$$

где $\overline{W}_B$ – искомое ускорение;

$\overline{W}_A$ – известное ускорение точки *A*, принятой за плюс;

$\overline{W}_{BA}$ – ускорение точки *B* при повороте вокруг плюса *A*.

Так как $\overline{W}_{BA} = \overline{W}_{BA}^n + \overline{W}_{BA}^\tau$,

то $\overline{W}_B = \overline{W}_A + \overline{W}_{BA}^n + \overline{W}_{BA}^\tau$,

где $\overline{W}_{BA}^n$ – нормальное ускорение точки *B* при повороте вокруг плюса *A*;

$\overline{W}_{BA}^\tau$ – касательное ускорение точки *B* при повороте вокруг плюса *A*;

$$W_{BA}^n = \omega^2 BA.$$

Вектор $\overline{W}_{BA}^n$ направлен от точки *B* к плюсу *A* вдоль отрезка *AB*

$$W_{BA}^\tau = \varepsilon BA.$$

Вектор $\overline{W}_{BA}^\tau$ направлен перпендикулярно отрезку *AB* в сторону круглой стрелки углового ускорения ε.

Модуль ускорения точки *B* при повороте вокруг плюса *A*:

$$W_{BA} = \sqrt{(W_{BA}^n)^2 + (W_{BA}^\tau)^2} = BA\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}\ .$$

Воспользуемся другим способом определения ускорений точек при плоском движении твердого тела с помощью мгновенного центра ускорений.

Мгновенным центром ускорений называется точка C_w плоской фигуры, ускорение которой в данный момент времени равно нулю – $W_{C_W} = 0$.

Если положение мгновенного центра ускорений известно, то ускорение любой точки плоской фигуры в данный момент времени определяется как ускорение этой точки при вращении фигуры вокруг мгновенного центра ускорений, т.е.

$$\overline{W}_B = \overline{W}^n_{BCw} + \overline{W}^\tau_{BCw},$$

где $\overline{W}_B$ – искомое ускорение;

$\overline{W}^n_{BCw}$ - нормальное ускорение точки B при повороте фигуры вокруг мгновенного центра ускорений C_w;

$\overline{W}^\tau_{BCw}$ - касательное ускорение точки B при повороте фигуры вокруг мгновенного центра ускорений C_w.

$$W^n_{BCw} = \omega^2 BC_W .$$

Вектор $\overline{W}^n_{BCw}$ направлен от точки B к мгновенному центру ускорений C_w:

$$W^\tau_{BCw} = \varepsilon BC_W .$$

Вектор $\overline{W}^\tau_{BCw}$ направлен перпендикулярно отрезку BC_w в сторону круглой стрелки углового ускорения ε:

$$W_B = \sqrt{(W^n_{BC_W})^2 + (W^\tau_{BC_W})^2} = BC_W \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} .$$

Ускорения точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям до мгновенного центра ускорений.

Для поиска положения мгновенного центра ускорений необходимо знать угол наклона полного ускорения точки плоской фигуры к отрезку, соединяющему данную точку с мгновенным центром ускорений C_w , определяемый по формуле

$$\mathrm{tg}\mu = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2},$$

и расстояние от данной точки до мгновенного центра ускорений:

$$AC_W = W_A \Big/ \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} .$$

Методика определения положения мгновенного центра ускорений подробно рассматривается далее в примере выполнения работы.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Дайте определение вращательного движения.
2. По какой траектории движутся точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
3. Что показывает круглая стрелка угловой скорости тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
4. Как направляются по отношению друг к другу круглые стрелки угловой скорости и углового ускорения тела при ускоренном вращении, при замедленном вращении?
5. Как определяются модуль и направление вектора скорости точки при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси? Какова взаимосвязь направлений вектора линейной скорости точки и стрелки угловой скорости тела?
6. Какими составляющими представлен вектор полного ускорения точки при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси? Как определяется его модуль?
7. Дайте определение плоскопараллельного движения твердого тела.
8. Что такое план скоростей?
9. Как определяется скорость точки при плоском движении твердого тела по теореме о сложении скоростей? Какая точка выбирается за полюс?
10. Что называется мгновенным центром скоростей?
11. Какие существуют способы для определения положения мгновенного центра скоростей?
12. Как определяется скорость точки при плоском движении твердого тела с помощью мгновенного центра скоростей?
13. Как определяется ускорение точки при плоском движении твердого тела по теореме о сложении ускорений точек плоской фигуры? Какая точка выбирается за полюс?
14. Что называется мгновенным центром ускорений? Как определяется положение мгновенного центра ускорений?
15. Как определяется ускорение точки при плоскопараллельном движении тела с помощью мгновенного центра ускорений?

Пример выполнения работы

1. Построение схемы механизма

Для построения схемы механизма заданного варианта прежде всего необходимо выбрать масштаб длин μ_l. Например, если μ_l = 1 см/мм, то это означает, что в одном миллиметре рисунка изображается 1 см натуральной длины звеньев и расстояний, в 10 мм – 10 см и т.д. По расстояниям *a, в, c, d* (табл. 1) следует отметить положения опорных точек. По значению угла φ (табл. 2) построить положение ведущего звена O_1A. Затем по размерам других звеньев (табл. 1) построить окончательную конфигурацию механизма.

Если при построении механизма некоторые из указанных размеров звеньев окажутся меньше или больше необходимых, то их надо соответственно увеличить или уменьшить, учитывая в дальнейших вычислениях истинные размеры.

На построенной схеме механизма вокруг точки O_1 следует показать круглыми стрелками направления угловой скорости ω_{O_1A} и углового ускорения ε_{O_1A}.

На рис. 32 изображен механизм в масштабе $\mu_l = 1\,\text{см/мм}$, для которого $\varphi = 115°$, $\omega_{O_1A} = 4{,}3$ с$^{-1}$, $\varepsilon_{O_1A} = -12{,}5$ с$^{-2}$, O_1A = 26 см, O_2B = 41 см, O_3F = 28 см, AB = 63 см, BC = 21 см, CD = 92 см, CE = 46 см, EF = 48 см.

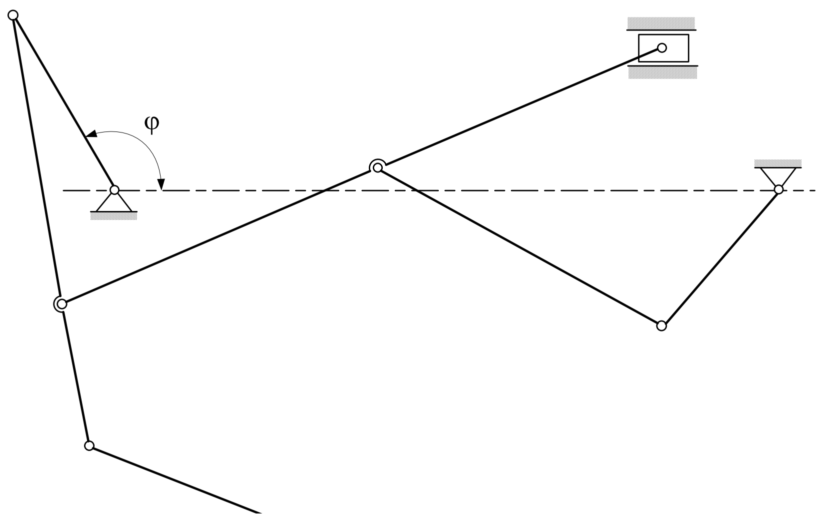


Рис. 32. Схема плоского механизма

2. Вычисление скорости касательного, нормального и полного ускорений точки A

Скорость точки A звена O_1A определяем как линейную (вращательную) по формуле

$$V_A = |\,\omega_{O_1A}|\, O_1A ,$$

где ω_{O_1A} – угловая скорость вращения ведущего звена O_1A;

O_1A – кратчайшее расстояние от точки A до оси вращения.

По условию O_1A = 26 см, ω_{O_1A} = 4,3 с$^{-1}$, тогда

$$V_A = 4{,}3 \cdot 26 = 112 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости точки A перпендикулярен к O_1A и направлен в сторону вращения звена O_1A (в сторону угловой скорости звена ω_{O_1A}).

Так как звено O_1A вращается неравномерно, то точка A будет обладать как нормальным, так и касательным ускорениями.

Определим нормальное ускорение:

$$W^n_A = \omega^2_{O_1A} \cdot O_1A ;$$

$$W^n_A = (4{,}3)^2 \cdot 26 = 481 \text{ см/с}^2.$$

Вектор нормального ускорения точки A направлен от точки A к оси вращения O_1 вдоль звена O_1A.

Касательное ускорение равно

$$W^\tau_A = |\varepsilon_{O_1A}|\, O_1A ,$$

где ε_{O_1A} – угловое ускорение звена O_1A.

По условию задачи $|\varepsilon_{O_1A}|$ = 12,5 с$^{-2}$, тогда

$$W^\tau_A = 12{,}5 \cdot 26 = 325 \text{ см/с}^2.$$

Вектор касательного ускорения точки A направлен перпендикулярно вектору $\overline{W}^n_A$, т.е. перпендикулярно звену O_1A в сторону углового ускорения ε_{O_1A} звена O_1A.

Полное ускорение точки A найдём согласно формуле

$$W_A = \sqrt{\left(W_A^n\right)^2 + \left(W_A^\tau\right)^2};$$

$$W_A = \sqrt{(481)^2 + (325)^2} = 584 \text{ см/с}^2.$$

3. Построение плана скоростей и определение скоростей всех точек механизма

Для построения плана скоростей плоского механизма необходимо знать модуль и направление скорости одной из точек механизма и прямую, по которой направлена скорость другой точки. При этом обе точки должны принадлежать одному звену механизма. В данном случае известна по модулю и направлению скорость точки A.

$V_A = 112{,}5 \text{ см/с}$, $\bar{V}_A \perp O_1A$ и направлена в сторону ω_{O_1A}.

План скоростей строится в выбранном масштабе μ_v вблизи от схемы механизма.

Последовательность построения плана скоростей

На схеме механизма (рис. 33), построенного в масштабе $\mu_l = 1 \text{ см/мм}$, отложим от точки A звена O_1A вектор $\bar{V}_A \perp O_1A$ в произвольном масштабе, направленный в сторону ω_{O_1A}.

Выбираем произвольную точку O чертежа (вблизи схемы механизма). Из этой точки в выбранном масштабе скоростей $\mu_v = 1 \text{ см/с} \cdot \text{мм}$ проведем луч

$$\overline{Oa} = \bar{V}_A \text{, причем } |\overline{Oa}| = \frac{V_A}{\mu_V} \text{, т.е.}$$

$$|\overline{Oa}| = \frac{112{,}5}{1} = 112{,}5 \text{ см}.$$

Затем, принимая точку A за полюс, найдем скорость точки B, направление которой известно ($\bar{V}_B \perp O_2B$). При этом воспользуемся теоремой о скоростях точек при плоскопараллельном движении твердого тела

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA} \qquad (1)$$

Согласно векторному равенству (1) проводим из точки O плана скоростей прямую, параллельную направлению скорости $\overline{V}_B$, т.е. перпендикулярно звену O_2B, а из вершины a прямую, перпендикулярную звену AB, так как $\overline{V}_{BA} \perp BA$. Пересечением двух прямых будет вершина b плана. Соединяя точку O с вершиной b, получим луч $\overline{Ob}$, определяющий скорость точки B, т.е.

$$\overline{Ob} = \overline{V}_B .$$

Измеряя луч $\overline{Ob}$ и умножая его на масштаб $\mu_v = 1$ см/с·мм, получим модуль скорости точки B.

$$V_B = \left|\overline{Ob}\right| \cdot \mu_v = 29 \cdot 1 = 29 \text{ см/с}.$$

Скорость точки C определим, используя известное свойство плана скоростей, согласно которому составим пропорцию, позволяющую найти вершину c плана.

$$\frac{ab}{ac} = \frac{AB}{AC}, \text{ откуда}$$

$$ac = ab\frac{AC}{AB} = 95\frac{42}{63} = 63 \text{ мм}.$$

Отложив отрезок $ac = 63$ мм на плане, определим вершину c. Соединяя точку O с вершиной c, найдем луч $\overline{Oc}$, определяющий скорость точки C, т.е.

$$\overline{Oc} = \overline{V}_C .$$

Модуль скорости точки C определим, измерив луч $\overline{Oc}$ и умножив его на масштаб $\mu_v = 1$ см/с·мм:

$$V_C = \left|\overline{Oc}\right| \mu_v = 53 \cdot 1 = 53 \text{ см/с}.$$

Затем рассмотрим звено CD, точка D которого движется вдоль горизонтальных направляющих, поэтому скорость $\overline{V}_D$ направлена по горизонтали. Принимаем точку C за полюс и скорость точки D найдем по формуле

$$\overline{V}_D = \overline{V}_C + \overline{V}_{DC} . \qquad (2)$$

На основании векторного равенства (2) проводим из точки O плана горизонтальную прямую, соответствующую направлению $\overline{V}_D$. Поскольку

$\overline{V}_{DC} \perp DC$, то из вершины *c* плана проводим прямую, перпендикулярную *DC*, соответствующую направлению вектора $\overline{V}_{DC}$. Пересечение двух прямых обозначим вершиной *d*. Проведем из точки *O* в вершину *d* луч $\overline{Od}$, который определяет скорость точки *D*

$$\overline{Od} = \overline{V}_D.$$

Измерив полученный луч $\overline{Od}$, через масштаб скоростей $\mu_v = 1$ см/с·мм получим модуль скорости точки *D*:

$$V_D = \left|\overline{Od}\right| \mu_v = 55 \cdot 1 = 55 \text{ см/с}.$$

Скорость точки *E* определим аналогично определению скорости точки *C*. Для этого составим пропорцию, с помощью которой найдем вершину *e* плана:

$$\frac{cd}{ce} = \frac{CD}{CE}, \text{ откуда}$$

$$ce = cd\,\frac{CE}{CD} = 36\,\frac{46}{92} = 18 \text{ мм}.$$

Отложив отрезок $ce = 18$ мм на плане, определим вершину *e*. Из точки *O* в вершину *e* проведем луч $\overline{Oe}$, который определяет скорость точки *E*, т.е.

$$\overline{Oe} = \overline{V}_E.$$

Измеряем луч $\overline{Oe}$ и через масштаб скоростей вычисляем модуль скорости точки *E*

$$V_E = \left|\overline{Oe}\right| \mu_v = 50 \cdot 1 = 50 \text{ см/с}.$$

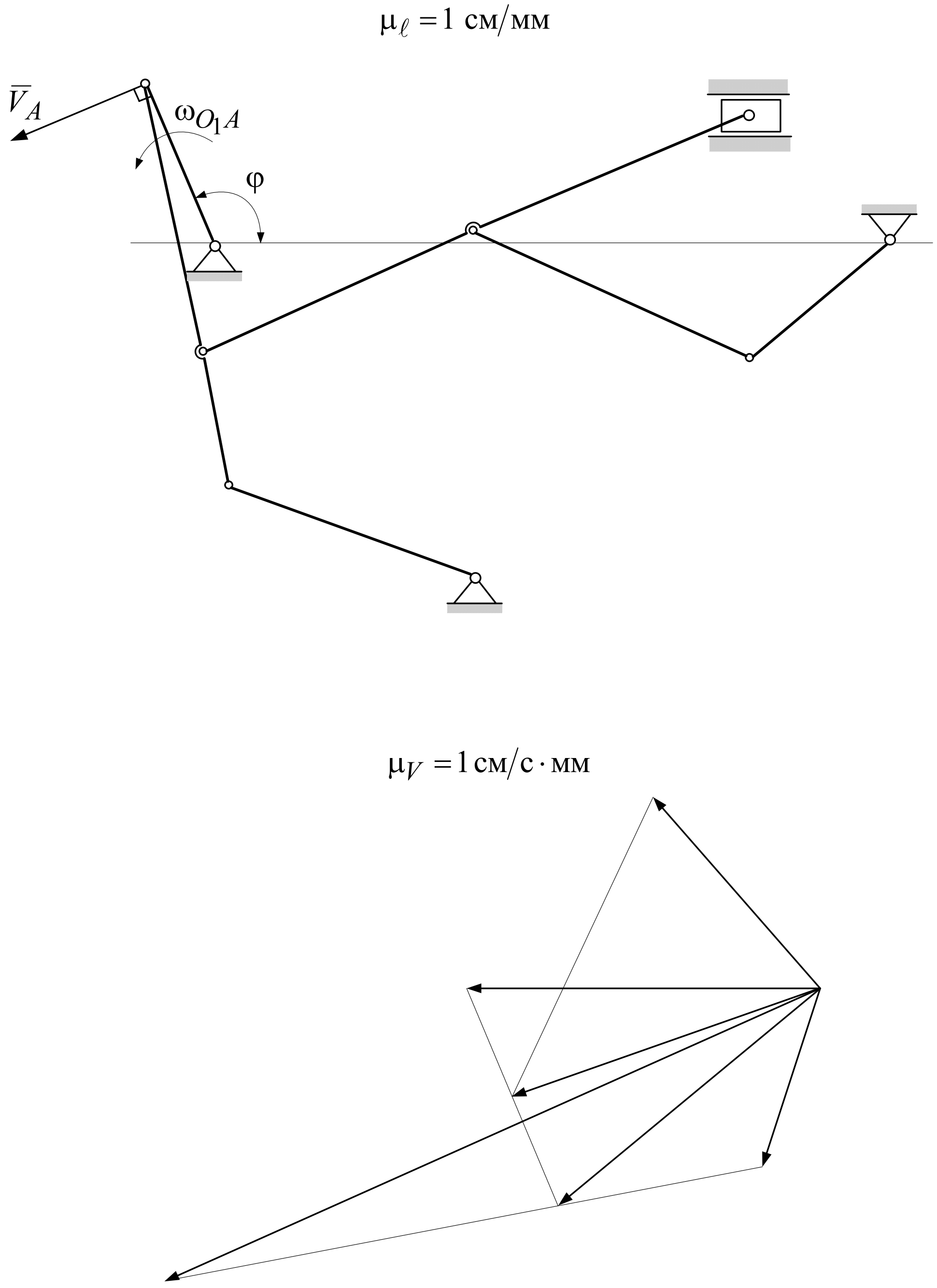
Далее рассмотрим звено *EF* и, принимая точку *E* за полюс, запишем

$$\overline{V}_F = \overline{V}_E + \overline{V}_{FE}. \qquad (3)$$

Скорость точки *F* известна по направлению ($\overline{V}_F \perp O_3F$), так как звено O_3F вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O_3. Зная это и следуя зависимости (3), проведем из точки *O* плана прямую, перпендикулярную звену O_3F, соответствующую направлению скорости точки *F*. Из точки *e* проведем прямую, перпендикулярную звену *EF*, что соответствует направлению вектора $\overline{V}_{FE}$, так как $\overline{V}_{FE} \perp FE$.

Пересечение проведенных прямых определит положение вершины f плана. Из точки O проведем в вершину f луч $\overline{Of}$, который определяет скорость точки F

$$\overline{Of} = \overline{V}_F\,.$$



A

Рис. 33. Построение плана скоростей

Модуль этой скорости вычислим через масштаб скоростей $\mu_v = 1$ см/с·мм, измерив луч $\overline{Of}$.

$$V_F = \left|\overline{Of}\right| \mu_v = 40 \cdot 1 = 40 \text{ см/с}.$$

4. Определение положения мгновенных центров скоростей и угловых скоростей звеньев механизма

Схема механизма построена в положении, соответствующем заданному, в выбранном масштабе $\mu_l = 1$ см/с·мм (рис. 34).

Покажем на схеме механизма векторы скоростей всех точек в масштабе $\mu_v = 3$ см/с·мм, модули и направления которых найдены построением плана скоростей.

Для определения положения мгновенных центров скоростей звеньев механизма воспользуемся способами определения мгновенных центров скоростей, рассмотренных в краткой теории.

Положение мгновенного центра скоростей C_v^{AB} звена AB определится точкой пересечения перпендикуляров, проведенных из точек A и B к векторам их скоростей, т.е. в данном случае точкой пересечения прямых, совпадающих с направлениями звеньев O_1A и O_2B.

Мгновенный центр скоростей C_v^{CD} звена CD находится в точке пересечения перпендикуляров к векторам скоростей точек C и D. При этом перпендикуляр к вектору $\overline{V}_C$ должен пройти через центр C_V^{CD}.

Мгновенный центр скоростей C_v^{EF} звена EF находится в точке пересечения перпендикуляров к векторам скоростей точек E и F.

Звенья O_1A, O_2B, O_3F имеют неподвижные точки O_1, O_2, O_3 соответственно, которые и являются центрами скоростей соответствующих звеньев.

Скорости точек звеньев механизма – вращательные относительно соответствующего мгновенного центра скоростей и выражаются следующим образом:

$$V_A = \omega_{AB} AC_v^{AB}, \; V_B = \omega_{O_2B} O_2B, \quad V_D = \omega_{CD} DC_v^{CD},$$

$$V_E = \omega_{EF} EC_v^{EF}, \; V_F = \omega_{O_3F} O_3F.$$

$$\mu_\ell = 1 \text{ см/мм}$$

$$\mu_V = 3 \text{ см/с} \cdot \text{мм}$$

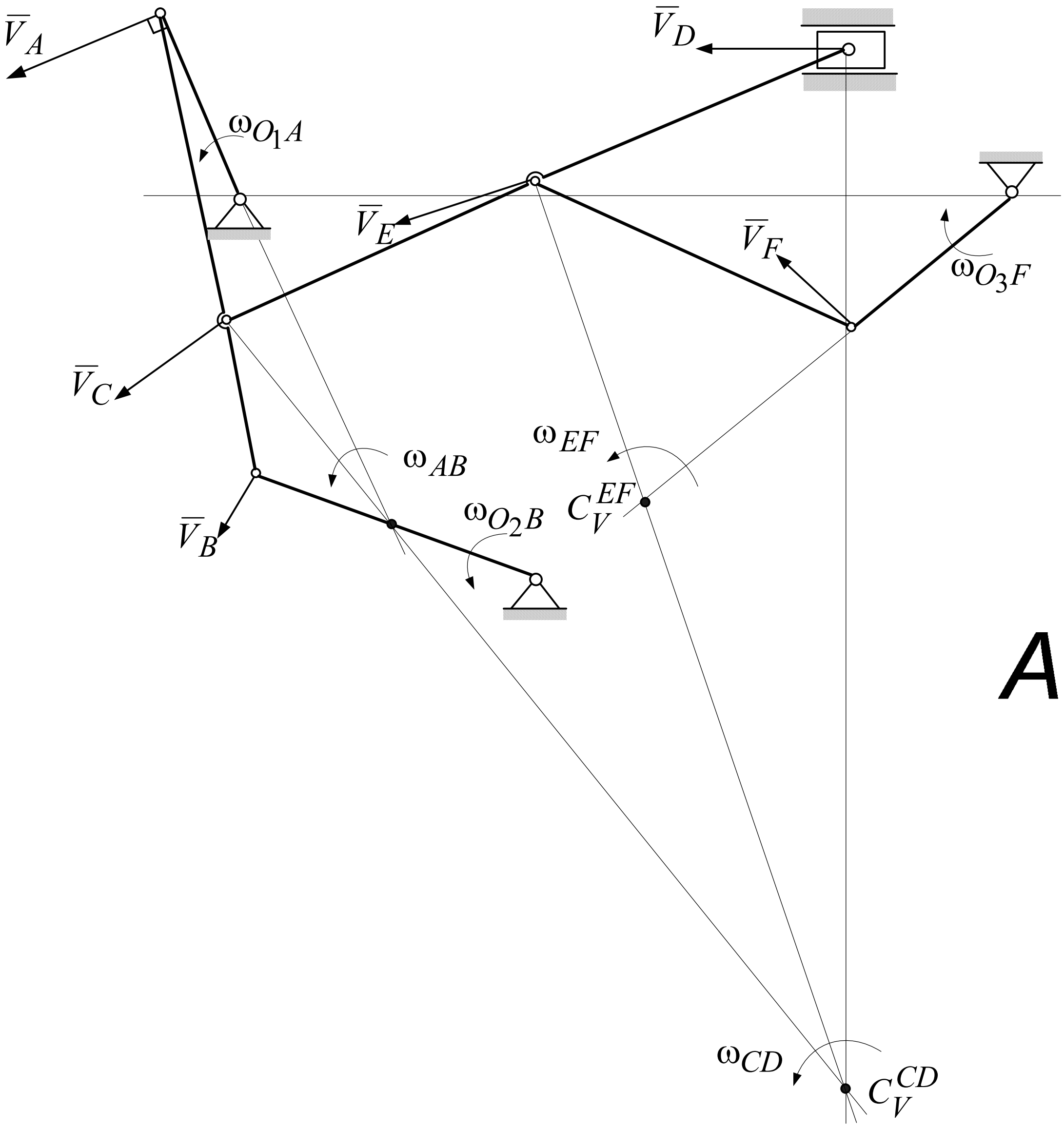


Рис. 34. *Определение положения мгновенных центров скоростей*

Отсюда определяем угловые скорости соответствующих звеньев:

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AC_v^{AB}}\ ;\ \omega_{O_2B} = \frac{V_B}{O_2B}\ ;\ \omega_{CD} = \frac{V_D}{DC_v^{CD}}\ ;$$

$$\omega_{EF} = \frac{V_E}{EC_v^{EF}}\ ;\ \omega_{O_2F} = \frac{V_F}{O_3F}.$$

Модули скоростей точек *A, B, D, E, F* известны:

$$V_A = 112 \text{ см/с}; \; V_B = 30 \text{ см/с}; \; V_D = 55{,}5 \text{ см/с},$$

$$V_E = 49{,}5 \text{ см/с}; \; V_F = 39 \text{ см/с}.$$

Размеры звеньев O_2B, O_3F тоже известны.

Измеряя на схеме механизма длину отрезков AC_v^{AB}, DC_v^{CD}, EC_v^{EF} и умножая их на масштаб длин μ_l = 1 см/мм, получим истинные значения отрезков. Например, на схеме отрезок $AC_v^{AB} = 76$ мм. Тогда истинное значение этого отрезка равно $AC_v^{AB} = 76\,\mu_\ell = 76 \cdot 1 = 76$ см.

Аналогично определим:

$$DC_v^{CD} = 138 \text{ см}; \; EC_v^{EF} = 47 \text{ см}.$$

Тогда угловые скорости соответствующих звеньев будут равны:

$$\omega_{AB} = \frac{112}{76} = 1{,}48 \text{ с}^{-1}; \; \omega_{O_2B} = \frac{30}{41} = 0{,}73 \text{ с}^{-1}; \; \omega_{CD} = \frac{55{,}5}{138} = 0{,}41 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_{EF} = \frac{49{,}5}{47} = 1{,}05 \text{ с}^{-1}; \; \omega_{O_3F} = \frac{39}{28} = 1{,}39 \text{ с}^{-1}.$$

5. Графическое определение ускорений всех точек и угловых ускорений всех звеньев механизма

Для графического определения ускорений точек вычерчиваем схему механизма для заданного положения в масштабе $\mu_l = 1 \text{ см/мм}$ (рис. 35).

Выбираем масштаб ускорений согласно известным по модулю W_A^n и W_A^τ.

$$\mu_W = 10 \text{ см/с}^2 \cdot \text{мм}$$

Графически определяем ускорение точки *A* по формуле

$$\overline{W}_A = \overline{W}_A^n + \overline{W}_A^\tau.$$

Модули ускорений $\overline{W}_A^n$ и $\overline{W}_A^\tau$ известны.

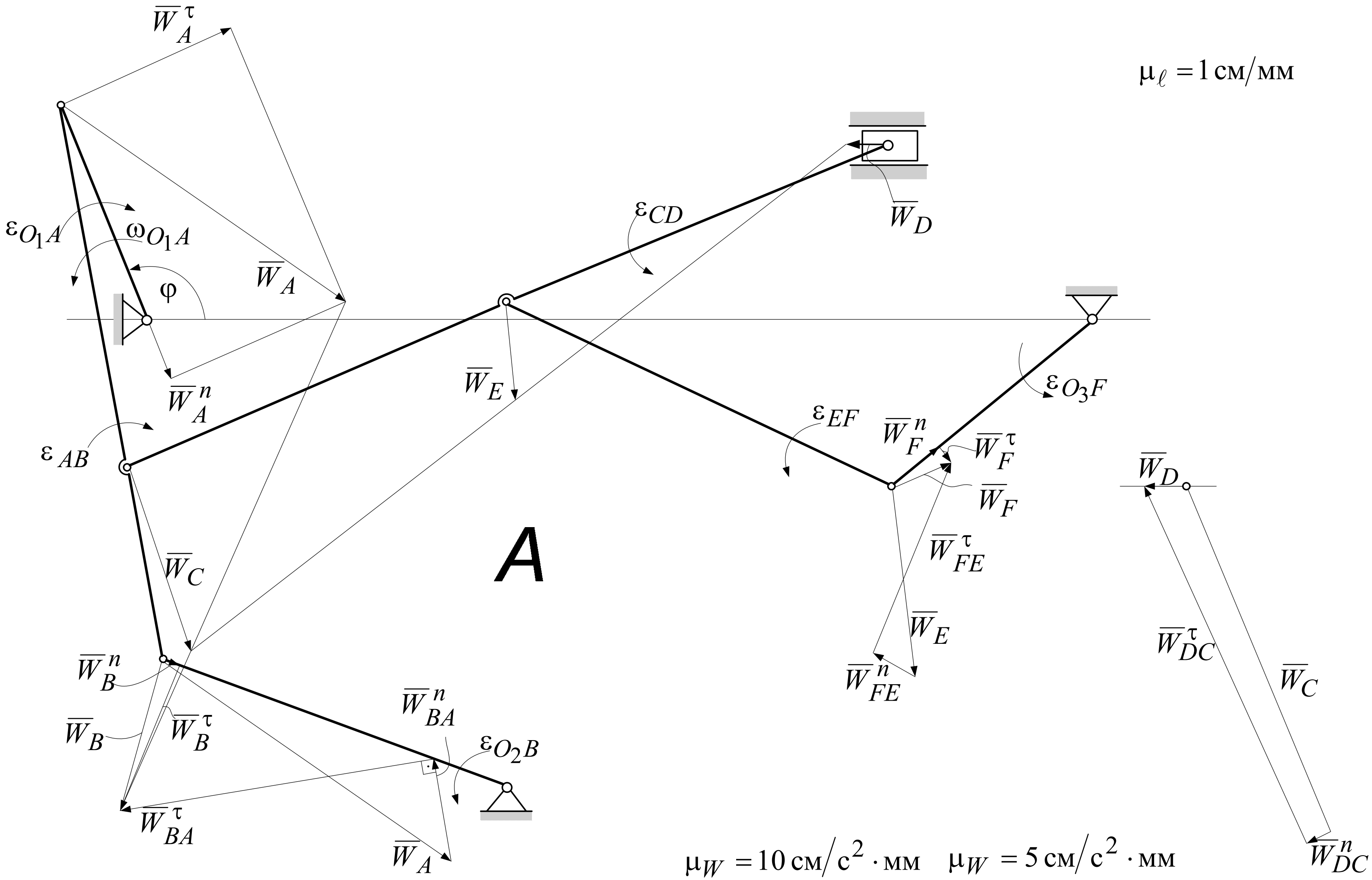


Рис. 35. Графическое определение ускорения всех точек и угловых ускорений всех звеньев механизма

В выбранном масштабе откладываем вектор $\overline{W}_A^n$, направляя его от точки A к неподвижной точке O_1, и вектор $\overline{W}_A^\tau$, проводя его перпендикулярно вектору $\overline{W}_A^n$(или $\overline{W}_A^\tau \perp O_1A$) в направлении углового ускорения ε_{O_1A} звена O_1A.

Вектор $\overline{W}_A$ находим как диагональ параллелограмма (в данном случае прямоугольника), построенного на векторах $\overline{W}_A^n$ и $\overline{W}_A^\tau$ как на сторонах.

Модуль ускорения точки A определяется через масштаб ускорений μ_W:

$$W_A = \mu_W\ AA_1 = 10 \cdot 58{,}5 = 585\ \text{см}/\text{с}^2 .$$

Принимая точку A за полюс, определим ускорение точки B с помощью теоремы об ускорениях точек плоской фигуры:

$$\overline{W}_B = \overline{W}_A + \overline{W}_{BA}^n + \overline{W}_{BA}^\tau \tag{1}$$

С другой стороны, ускорение точки B определятся как ускорение точки звена O_2B, вращающегося вокруг неподвижной оси O_2.

$$\overline{W}_B = \overline{W}_B^n + \overline{W}_B^\tau . \tag{2}$$

С учетом зависимости (2) выражение (1) принимает вид:

$$\overline{W}_B^n + \overline{W}_B^\tau = \overline{W}_A + \overline{W}_{BA}^n + \overline{W}_{BA}^\tau . \tag{3}$$

Определим модули тех ускорений выражения (3), которые могут быть вычислены:

$$W_B^n = \omega_{O_2B}^2\ \ O_2B = 0{,}73^2 \cdot 41 = 22\ \text{см}/\text{с}^2 ,$$

$$W_{BA}^n = \omega_{AB}^2\ AB = 1{,}47^2 \cdot 63 = 136\ \text{см}/\text{с}^2 .$$

В выбранном масштабе строим многоугольник ускорений согласно зависимости (3). Учитывая правую часть уравнения (3), от точки B откладываем вектор ускорения $\overline{W}_A$, из конца которого проводим вектор $\overline{W}_{BA}^n$, известный по модулю и направленный параллельно звену AB к полюсу B. Из конца вектора $\overline{W}_{BA}^n$ проводим прямую перпендикулярно звену AB, соответствующую направлению вектора $\overline{W}_{BA}^\tau$, модуль которого неизвестен.

С другой стороны, согласно левой части уравнения (3) из точки B откладываем вектор $\overline{W}_B^n$, известный по модулю и направленный вдоль O_2B к оси O_2. Из его конца проводим прямую перпендикулярно звену O_2B, которая соответствует направлению неизвестного по модулю вектора $\overline{W}_B^\tau$, до пересечения с прямой, соответствующей направлению вектора $\overline{W}_{BA}^\tau$. Полученную точку пересечения B_1 соединяем с точкой B. Найденный вектор $\overline{BB_1}$ геометрически равен вектору $\overline{W}_B$, т.е. $\overline{W}_B = \overline{BB_1}$. Измерив его длину ($BB_1$ = 28,5 мм) и умножив на масштаб ускорений μ_W, вычисляем модуль ускорения точки B:

$$W_B = BB_1 \cdot \mu_W = 10 \cdot 28{,}5 = 285 \text{ см}/\text{с}^2 .$$

Из построенного многоугольника ускорений, измерив длины неизвестных по модулю ускорений $\overline{W}_{BA}^\tau$ и $\overline{W}_B^\tau$ и умножив на масштаб μ_W, найдем

$$W_{BA}^\tau = 555 \text{ см}/\text{с}^2 ,$$

$$W_B^\tau = 285 \text{ см}/\text{с}^2 .$$

Зная, что модули W_{BA}^τ и W_B^τ вычисляются по формулам

$$W_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB \text{ ; } W_B^\tau = \varepsilon_{O_2B}\ O_2B,$$

определим угловые ускорения звеньев:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{W_{BA}^\tau}{AB} = \frac{555}{63} = 8{,}8 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_{O_2B} = \frac{W_B^\tau}{O_2B} = \frac{285}{41} = 6{,}95 \text{ с}^{-2}.$$

Направление угловых ускорений ε_{AB} и ε_{O_2B} определим по направлению найденных ускорений $\overline{W}_{BA}^\tau$ и $\overline{W}_B^\tau$ соответственно и обозначим круглыми стрелками вокруг звеньев AB и O_2B.

Найдем ускорение точки C, используя известное свойство векторов ускорений точек, лежащих на одной прямой.

С этой целью соединим концы векторов ускорений точек A и B отрезком A_1B_1. На этом отрезке должен лежать конец вектора ускорения точки C.

Положение конца вектора ускорения точки C на этой прямой определяется из соотношения

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A_1B_1}{A_1C_1}\text{, откуда}$$

$$A_1C_1 = \frac{AC}{AB}A_1B_1.$$

Измерив на чертеже отрезок $A_1B_1 = 97{,}5$ мм, получим

$$A_1C_1 = \frac{42}{63}97{,}5 = 65\text{ мм.}$$

Откладывая от точки A отрезок A_1C_1 и соединяя точку C_1 с точкой C, находим $\overline{W}_C$ – вектор ускорения точки C. Измеряя его длину CC_1 = 31,5 мм и умножая на масштаб ускорений μ_W, получаем модуль ускорения точки C:

$$W_C = CC_1\mu_w = 10\cdot 31{,}5 = 315\text{ см}/\text{с}^2.$$

Ускорение точки D найдем аналогично определению ускорения точки B, принимая при этом за полюс точку C.

$$\overline{W}_D = \overline{W}_C + \overline{W}_{DC}^n + \overline{W}_{DC}^\tau, \tag{4}$$

где $\overline{W}_{DC}^n$ – нормальное ускорение точки D во вращательном движении вокруг полюса C.

$\overline{W}_{DC}^\tau$ – касательное ускорение точки D во вращательном движении вокруг полюса C.

Вычислим модуль ускорения $\overline{W}_{CD}^n$:

$$W_{DC}^n = \omega_{CD}^2 CD = 0{,}408^2\cdot 92 = 15{,}3\text{ см}/\text{с}^2.$$

Так как модуль ускорения W_{DC}^n значительно меньше модуля ускорения W_C, то увеличим масштаб ускорений для точки D до $\mu_W = 5$ см/с$^2\cdot$мм. Поэтому, чтобы не загромождать чертеж, в соответствии с векторным равенством (4) строим многоугольник ускорений для точки D в выбранном масштабе вне механизма (рядом с ним).

Поскольку точка D движется вдоль горизонтальных направляющих, то ускорение ее направлено по горизонтальной прямой. Проведем эту прямую. Затем от точки D откладываем вектор найденного ускорения $\overline{W}_C$ в новом масштабе. Из его конца проводим известный по модулю вектор $\overline{W}_{DC}^n$ параллельно звену CD, направляя его к полюсу C. Из конца вектора $\overline{W}_{DC}^n$ проводим прямую перпендикулярно звену CD, что соответствует направлению неизвестного по модулю ускорения $\overline{W}_{DC}^\tau$. Точка пересечения D_1 этой прямой с горизонтальной прямой, проведенной из точки D, определит вектор $\overline{DD_1}$, который геометрически равен вектору ускорения $\overline{W}_D$. Измерив его, вычислим через масштаб ускорений модуль ускорения точки D:

$$W_D = DD_1 \mu_W = 5 \cdot 6 = 30 \ \text{см}/\text{с}^2 .$$

Аналогично, измерив длину вектора $\overline{W}_{DC}^\tau$, найдем

$$\left|\overline{W}_{DC}^\tau\right| \cdot \mu_W = 5 \cdot 65 = 325 \ \text{см}/\text{с}^2 .$$

Угловое ускорение звена CD найдем по формуле

$$\varepsilon_{CD} = \frac{W_{DC}^\tau}{CD}; \ \varepsilon_{CD} = \frac{325}{92} = 3{,}53 \ \text{с}^{-2} .$$

Направление углового ускорения ε_{CD} определим согласно направлению вектора $\overline{W}_{DC}^\tau$ и покажем круглой стрелкой вокруг звена CD.

Найденный вектор $\overline{W}_D$ в уменьшенном (прежнем) масштабе $\mu_W = 10 \ \text{см}/\text{с}^2 \cdot \text{мм}$ приложим к точке D механизма.

Ускорение точки E звена CD найдем по аналогии с определением ускорения точки C, используя свойство ускорений точек, лежащих на одной прямой. Соединим концы векторов ускорений точек C и D отрезком C_1D_1. Положение конца вектора ускорения точки E найдем из соотношения

$$\frac{CD}{CE} = \frac{C_1D_1}{C_1E_1}, \text{ откуда}$$

$$C_1E_1 = \frac{CE}{CD} C_1D_1 .$$

Отрезок C_1D_1 измеряем на чертеже ($C_1D_1 = 86$ мм) и вычисляем

$$C_1E_1 = \frac{46}{92}86 = 43 \text{ мм.}$$

Отложив C_1E_1 от точки C_1 и соединив точку E_1 с точкой E, найдем $\overline{W}_E = \overline{EE_1}$.

Измеряя вектор $\overline{EE_1}$ ($\left|\overline{EE_1}\right|$ = 15 мм), определим

$$W_E = \mu_W \cdot EE_1 = 10 \cdot 15 = 150 \text{ м}/\text{с}^2 .$$

Приняв точку E за полюс, ускорение точки F найдем по формуле

$$\overline{W}_F = \overline{W}_E + \overline{W}_{FE}^n + \overline{W}_{FE}^\tau , \tag{5}$$

где $\overline{W}_{FE}^n$ – нормальное ускорение точки F во вращательном движении вокруг полюса E;

$\overline{W}_{FE}^\tau$ – касательное ускорение точки F во вращательном движении вокруг полюса E.

Точка F также принадлежит звену O_3F, которое вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O_3. В этом случае ускорение точки F определяется по известной формуле

$$\overline{W}_F = \overline{W}_F^n + \overline{W}_F^\tau . \tag{6}$$

С учетом (6) зависимость (5) примет вид:

$$\overline{W}_F^n + \overline{W}_F^\tau = \overline{W}_E + \overline{W}_{FE}^n + \overline{W}_{FE}^\tau \tag{7}$$

Вычислим модули ускорений, данные для которых известны:

$$W_F^n = \omega_{O_3F}^2 O_3F = 1{,}393^2 \cdot 28 = 54 \ \text{см}/\text{с}^2 ,$$

$$W_{FE}^n = \omega_{EF}^2 EF = 1{,}03^2 \cdot 48 = 51 \ \text{см}/\text{с}^2 .$$

Построим при точке F в увеличенном масштабе $\mu_W = 5 \ \text{см}/\text{с}^2 \cdot \text{мм}$ многоугольник ускорений, учитывая зависимость (7).

Согласно правой части уравнения (7) от точки F механизма отложим вектор ускорения полюса $\overline{W}_E$ в выбранном масштабе. Из конца этого вектора проведем вектор $\overline{W}_{FE}^n$ параллельно звену EF, направив его к полюсу E, а из конца вектора $\overline{W}_{FE}^{n}$ перпендикулярно звену *EF* проведем прямую, по которой направлен вектор ускорения $\overline{W}_{FE}^{\tau}$. Затем согласно левой части уравнения (7) отложим от точки *F* известный по модулю вектор ускорения $\overline{W}_{F}^{n}$, направляя его вдоль звена O_3F к неподвижной точке O_3. Из конца вектора $\overline{W}_{F}^{n}$ проводим прямую перпендикулярно звену O_3F, соответствующую направлению вектора $\overline{W}_{F}^{\tau}$ до пересечения с ранее проведенной перпендикулярно звену *EF* прямой. Соединяя полученную точку пересечения этих прямых F_1 с точкой *F*, определяем вектор ускорения $\overline{W}_F$ точки *F*, т.е. $\overline{W}_F = \overline{FF_1}$. Измерив длину этого вектора ($\left|\overline{W}_F\right| = 13$ мм), найдем модуль вектора $\overline{W}_F$ через масштаб ускорений

$$W_F = \left|\overline{W}_F\right| \mu_W,\ W_F = 5 \cdot 13 = 65 \text{ см}/\text{с}^2,$$

и по аналогии определяем модуль вектора W_{FE}^{τ} :

$$W_{FE}^{\tau} = \left|\overline{W}_{FE}^{\tau}\right| \mu_W,\ W_{FE}^{\tau} = 5 \cdot 31 = 155 \text{ см}/\text{с}^2.$$

Так как $W_{FE}^{\tau} = \varepsilon_{EF}\, O_3F$ и $W_{F}^{\tau} = \varepsilon_{O_3F}\, O_3F$, то угловые ускорения звеньев *EF* и O_3F равны:

$$\varepsilon_{EF} = \frac{W_{FE}^{\tau}}{EF} = \frac{155}{48} = 3{,}23 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_{O_3F} = \frac{W_{F}^{\tau}}{O_3F} = \frac{30}{28} = 1{,}07 \text{ с}^{-2}.$$

Направление угловых ускорений ε_{FE} и ε_{O_3F} обозначим круглыми стрелками вокруг звеньев *EF* и O_3F в соответствии с направлениями найденных векторов $\overline{W}_{FE}$ и $\overline{W}_{O_3F}$.

6. Аналитическое определение ускорения точки *B* и углового ускорения звена *AB*

Схему механизма чертят в выбранном масштабе длин. В данном случае $\mu_l = 0{,}65$ см/мм (рис. 36).

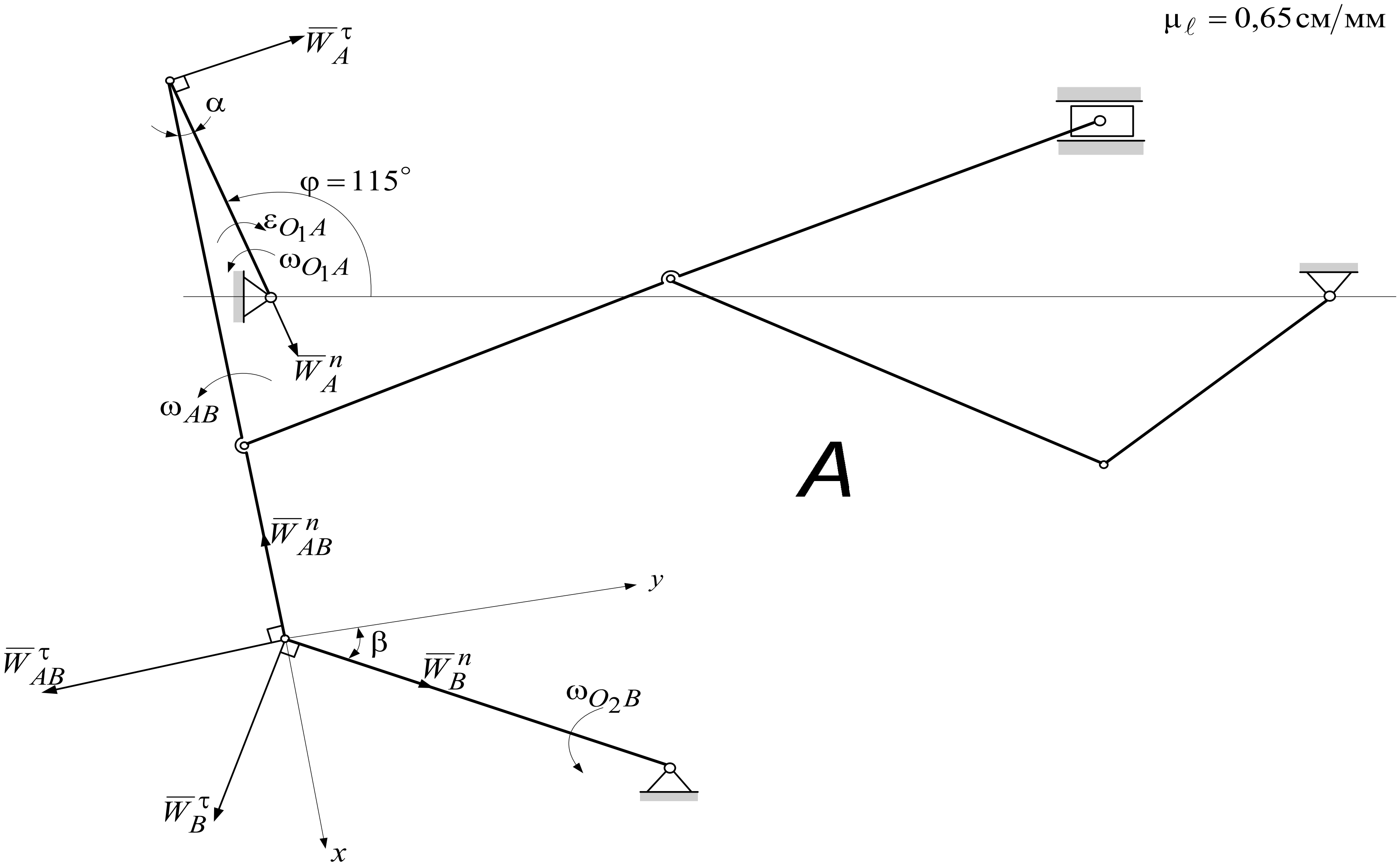


Рис. 36. Аналитическое определение ускорения точки B и угловое ускорение звена AB

Для аналитического определения ускорения точки B воспользуемся теоремой об ускорениях точек плоской фигуры.

Принимая за полюс точку A, выразим ускорение точки B по формуле

$$\overline{W}_B^n + \overline{W}_B^n = \overline{W}_A^n + \overline{W}_A^\tau + \overline{W}_{BA}^n + \overline{W}_{BA}^\tau. \qquad (8)$$

В этом векторном уравнении известны по модулю и направлению ускорения:

$$W_A^n = 481 \text{ см/с}^2;\ W_A^\tau = 325 \text{ см/с}^2;$$

$$W_{BA}^n = \omega_{AB}^2 AB;\ W_{BA}^n = (1{,}47)^2 63 = 136 \text{ см/с}^2;$$

$$W_B^n = \omega_{O_2B}^2 O_2B;\ W_B^n = (0{,}73)^2 41 = 22 \text{ см/с}^2.$$

Для ускорений $\overline{W}_B^\tau$ и $\overline{W}_{BA}^\tau$ известны лишь прямые, по которым они направлены. Надо определить направления этих ускорений и их модули. Согласно векторному равенству (8) из точки A без соблюдения масштаба проведем векторы $\overline{W}_A^n$ вдоль звена O_1A, направляя его к точке O_1 и $\overline{W}_A^\tau \perp \overline{W}_A^n$ (или $\overline{W}_A^\tau \perp O_1A$) по направлению круглой стрелки углового ускорения ε_{O_1A} звена O_1A.

Затем из точки B, не соблюдая масштаб, проведем вектор $\overline{W}_B^n$ вдоль звена O_2B, направляя его к точке O_2, вектор $\overline{W}_B^\tau \perp O_2B$, предполагая, что он направлен в произвольную сторону, вектор $\overline{W}_{BA}^n$ вдоль звена AB, направляя его к точке B, и вектор $\overline{W}_{BA}^\tau \perp AB$, направляя его в произвольную сторону.

Выберем систему координат Bxy с началом в точке B и спроектируем векторное равенство (8) на осях Bx и By.

Проектируя равенство (8) на ось Bx, получим:

$$W_B^n \sin\beta + W_B^\tau \cos\beta = W_A^n \cos\alpha - W_A^\tau \sin\alpha - W_{BA}^n. \qquad (9)$$

Измеряя углы α и β непосредственно на чертеже, определяем $\alpha = 13^\circ$, $\beta = 32^\circ 30'$.

Тогда $\sin 13^\circ = 0{,}2282;\ \cos 13^\circ = 0{,}9736;\ \sin 32^\circ 30' = 0{,}519;\ \cos 32^\circ 30' = 0{,}855.$

Из уравнения (9) выражаем:

$$W_B^{\tau} = \frac{1}{\cos\beta}\left(-W_B^n \sin\beta + W_A^n \cos\alpha - W_A^{\tau} \sin\alpha - W_{BA}^n\right) =$$

$$= \frac{1}{0{,}855}\left(-22 \cdot 0{,}519 + 481 \cdot 0{,}9736 - 325 \cdot 0{,}2282 - 136\right) = 289{,}5 \text{ см}/\text{с}^2 .$$

Зная, что $W_B^{\tau} = \varepsilon_{O_2 B} \cdot O_2 B$, определим угловое ускорение звена $O_2 B$:

$$\varepsilon_{O_2 B} = \frac{W_B^{\tau}}{O_2 B} = \frac{289{,}5}{41} = 7{,}06 \text{ с}^{-2}.$$

Ускорение точки B находим по формуле:

$$W_B = \sqrt{\left(W_B^n\right)^2 + \left(W_B^{\tau}\right)^2} = \sqrt{(30)^2 + (289{,}5)^2} = 290 \text{ см}/\text{с}^2 .$$

В проекции на ось By векторное равенство (8) запишется:

$W_B^n \cdot \cos\beta + W_B^{\tau} \cdot \sin\beta = W_A^n \cdot \sin\alpha + W_A^{\tau} \cdot \cos\alpha - W_{BA}^{\tau}$, откуда

$$W_{BA}^{\tau} = W_A^n \sin\alpha + W_A^{\tau} \cos\alpha - W_B^n \cos\beta - W_B^{\tau} \sin\beta =$$

$$= 481 \cdot 0{,}2282 + 325 \cdot 0{,}9736 - 22 \cdot 0{,}855 + 289{,}5 \cdot 0{,}519 = 595{,}2 \text{ см}/\text{с}^2 .$$

Известно, что $W_{BA}^{\tau} = \varepsilon_{AB} AB$, тогда определим угловое ускорение звена AB:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{W_{BA}^{\tau}}{AB} = \frac{595{,}2}{63} = 9{,}4 \text{ с}^{-2}.$$

Следует заметить, что если при вычислениях значения ускорений W_B^{τ} и $\overline{W}_{BA}^{\tau}$ получаются отрицательными, то векторы $\overline{W}_B^{\tau}$ и $\overline{W}_{BA}^{\tau}$ в действительности направлены противоположно направлениям, указанным на чертеже.

Таким же образом можно аналитическим способом определить ускорения точек C, D, E, F и угловые ускорения звеньев CD, EF, O_3F данного плоского механизма.

7. Определение положения мгновенного центра ускорений звена *AB*

При определении положения мгновенного центра ускорений необходимо начертить схему механизма для заданного положения (рис. 37) в выбранном масштабе. В данном случае $\mu_\ell = 0{,}65$ см/мм.

Положение мгновенного центра ускорений определим аналитическим способом. При этом по ранее найденным значениям $W_A = 584 \text{ см}/\text{с}^2$, $\omega_{AB} = 1{,}48 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon_{AB} = 9{,}4 \text{ с}^{-2}$ определяем следующие величины:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{|\varepsilon_{AB}|}{\omega_{AB}^2} = \operatorname{arctg}\frac{9{,}4}{(1{,}48)^2} = \operatorname{arctg} 4{,}17 = 75^\circ,$$

$$AC_W^{AB} = \frac{W_A}{\sqrt{\varepsilon_{AB}^2 + \omega_{AB}^4}} = \frac{584}{\sqrt{(8{,}87)^2 + (1{,}48)^4}} = 64 \text{ см}.$$

На схеме механизма проводим вектор ускорения $\bar{W}_A$ в произвольном масштабе. По звену *AB* показываем круглой стрелкой угловое ускорение ε_{AB}.

Отложим вычисленный угол α от вектора ускорения $\bar{W}_A$ в направлении круглой стрелки ε_{AB} и проведем под этим углом отрезок прямой AC_W^{AB} в выбранном масштабе длин $\mu_\ell = 0{,}65$ см/мм:

$$AC_W^{AB} = \frac{64}{\mu_\ell} = \frac{64}{0{,}65} = 98{,}5 \text{ мм}.$$

Полученная точка C_W^{AB} является мгновенным центром ускорений звена *AB*.

По аналогии можно определить положение мгновенных центров ускорений звеньев *CD* и *EF*.

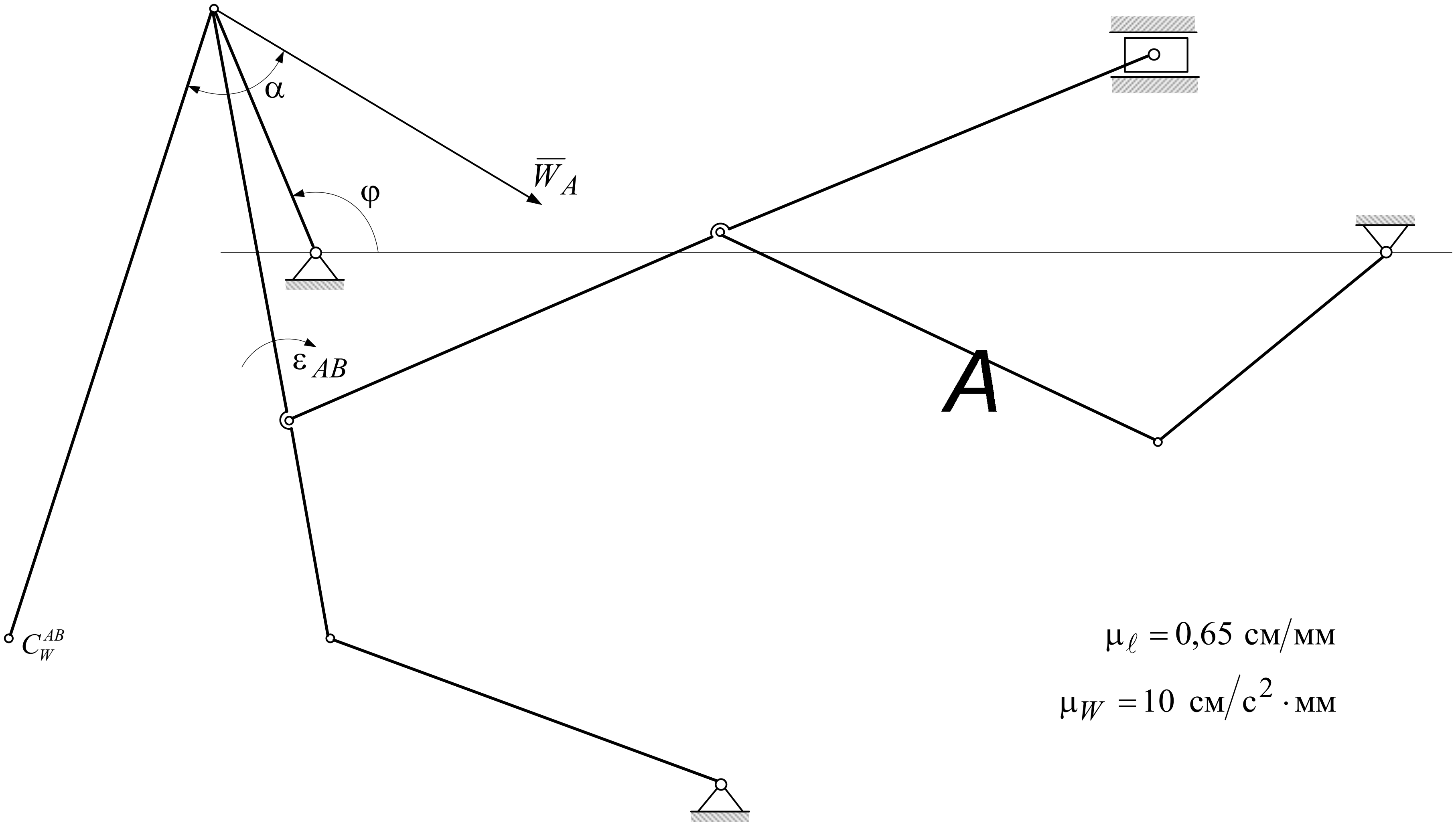


Рис. 37. Определение положения мгновенного центра ускорений звена AB

Полученные результаты вычислений по всем пунктам задания сводим в табл. № 3.

Таблица 3

Пара-метр	Способ вычисления	Точка или звено механизма									
		B	*C*	*D*	*E*	*F*	*AB*	*CD*	*EF*	O_2B	O_3F
V, см/с	План скоростей	30	53	55,5	49,5	39	-	-	-	-	-
W, см/с^2	Графический	285	315	30	150	65	-	-	-	-	-
	Аналитический	290	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ω, с$^{-1}$	Мгновенный центр скоростей	-	-	-	-	-	1,48	0,41	1,05	0,73	1,39
ε, с$^{-2}$	Графический	-	-	-	-	-	8,8	3,53	3,23	6,95	1,07
	Аналитический	-	-	-	-	-	9,4	-	-	7,06	-

Допуск расхождений между цифрами, полученными различными способами 1 – 2 % .

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Образец оформления титульного листа

Министерство образования РФ
Владимирский государственный университет
Кафедра теоретической и прикладной механики

Курсовая работа

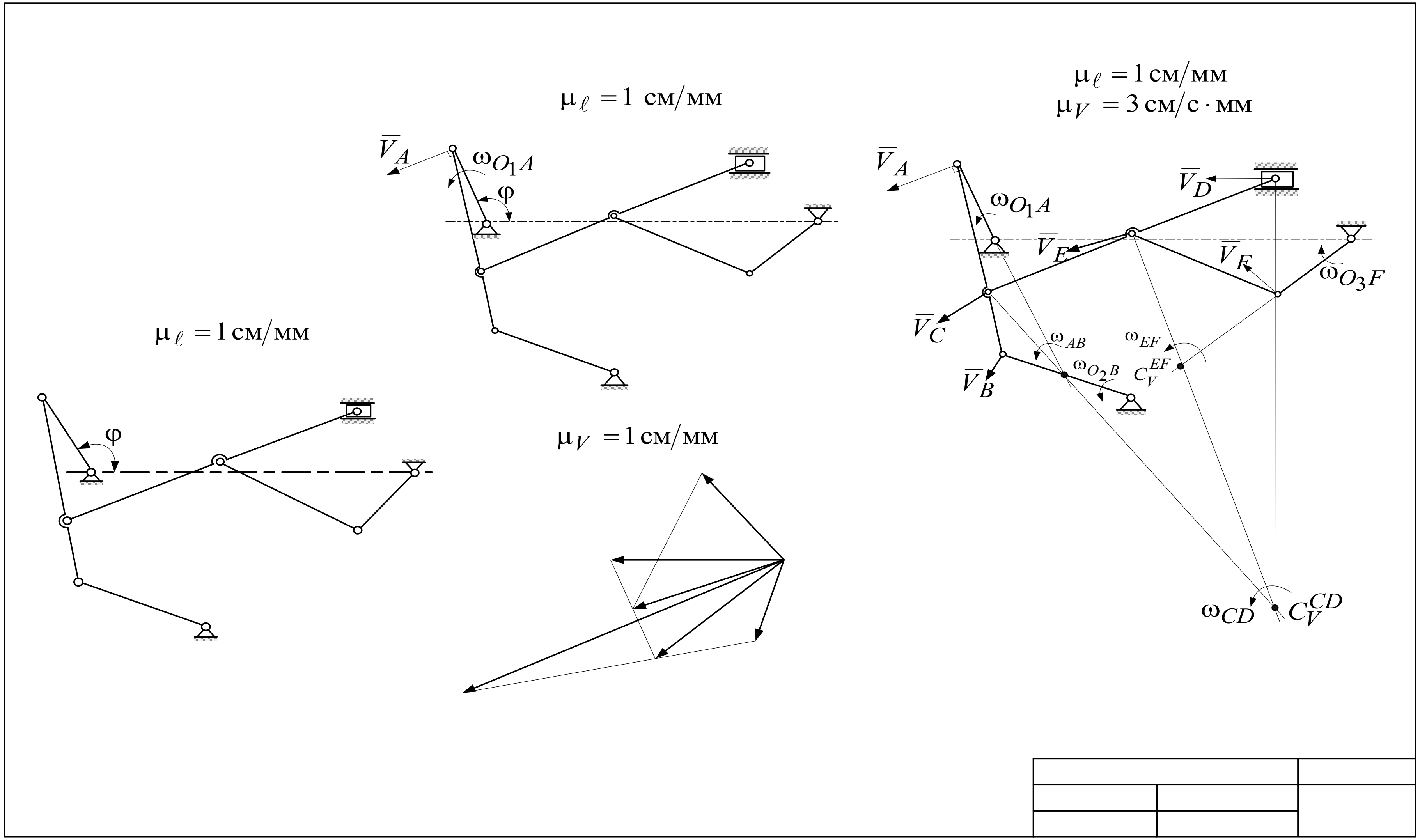
Кинематика плоского движения

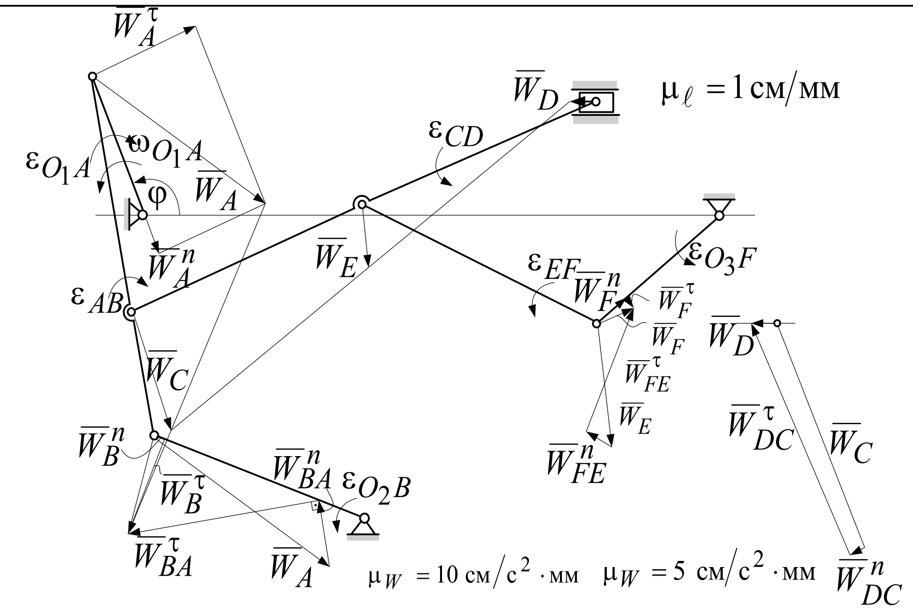
Выполнил студент
гр. ЗТ-2002
И.И. Иванов

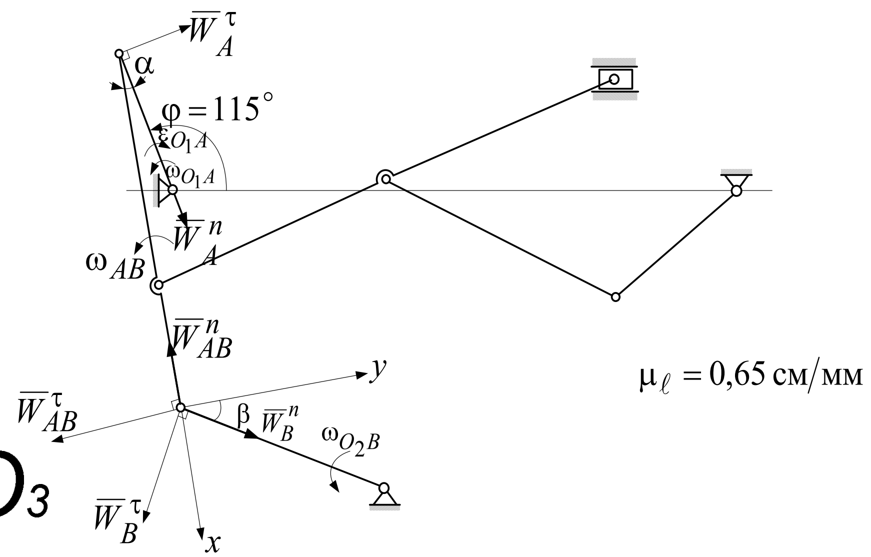
Принял преподаватель
И.П. Сидоров

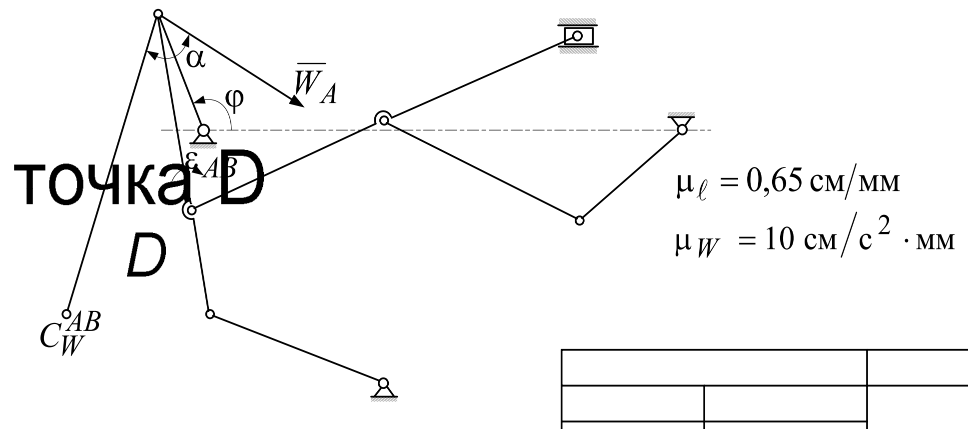
Владимир 2003

Образец выполнения чертежа (ватман, формат А-3)




$\overline{W}_A^{\tau}$
ε_{O_1A}
ω_{O_1A}
φ
$\overline{W}_A$
$\overline{W}_A^n$
ε_{AB}
$\overline{W}_C$
$\overline{W}_B^n$
$\overline{W}_B^{\tau}$
$\overline{W}_{BA}^{\tau}$
$\overline{W}_{BA}^n$
ε_{O_2B}
$\overline{W}_A$
$\overline{W}_D$
ε_{CD}
$\overline{W}_E$
$\mu_{\ell} = 1$ см/мм
ε_{EF}
$\overline{W}_F^n$
ε_{O_3F}
$\overline{W}_F^{\tau}$
$\overline{W}_F$
$\overline{W}_{FE}^{\tau}$
$\overline{W}_E$
$\overline{W}_{FE}^n$
$\overline{W}_D$
$\overline{W}_{DC}^{\tau}$
$\overline{W}_C$
$\overline{W}_{DC}^n$
$\mu_W = 10$ см/с$^2 \cdot$мм
$\mu_W = 5$ см/с$^2 \cdot$мм


$\overline{W}_A^{\tau}$
α
$\varphi = 115°$
ε_{O_1A}
ω_{O_1A}
$\overline{W}_A^n$
ω_{AB}
$\overline{W}_{AB}^n$
y
$\overline{W}_{AB}^{\tau}$
β
$\overline{W}_B^n$
ω_{O_2B}
O3
$\overline{W}_B^{\tau}$
x
$\mu_{\ell} = 0{,}65$ см/мм


α
$\overline{W}_A$
φ
ε_{AB}
точка D
D
C_W^{AB}
$\mu_{\ell} = 0{,}65$ см/мм
$\mu_W = 10$ см/с$^2 \cdot$мм

Рекомендательный библиографический список

1. *Яблонский А.А., Никифорова В.М.* Курс теоретической механики: В 2 ч. – М.: Высш. шк., 1971. – Ч.1. – 424 с.
2. *Бать М.И., Джамелидзе Г.Ю., Кельсон А.С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. – М., 1971. – 147 с.
3. Теоретическая механика: Метод. указания и контрольные задания / Сост.: Л.И. Котова, Р.И. Надеева, С.М. Тарг и др. – М.: Высш. шк., 1989. – 26 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

КИНЕМАТИКА ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Методические указания к курсовой работе по теоретической механике

Составители
ШЕВЧЕНКО Александра Петровна
АРХИПОВА Елена Александровна

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой профессор В.В. Козырев

Редактор Е.А. Амирсейидова
Корректор Е.В. Афанасьева
Компьютерная верстка Е.Г. Радченко

ЛР № 020275. Подписано в печать 14.11.03.
Формат 60×84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Таймс.
Печать на ризографе. Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,79. Тираж 300 экз.
Заказ
Редакционно-издательский комплекс
Владимирского государственного университета.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.