

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

В. П. УМНОВ Ю. Е. МИШУЛИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ  
МЕХАНИЗМОВ И УПРАВЛЯЕМОГО  
ДВИЖЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ  
УСТРОЙСТВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ  
РОБОТОВ

Учебное пособие



Владимир 2019

УДК 621.865  
ББК 32.816  
У54

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент  
доцент кафедры вычислительной техники и систем управления  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых  
*С. И. Лиходеев*

Кандидат технических наук, доцент  
начальник проектно-конструкторского отдела АО НПО «Магнетон»  
*И. Е. Голованов*

**Умнов, В. П.**

У54 Моделирование динамики механизмов и управляемого движения исполнительных устройств манипуляционных роботов : учеб. пособие / В. П. Умнов, Ю. Е. Мишулин ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2019. – 152 с. – ISBN 978-5-9984-0937-0.

Изложены основные сведения по построению динамических моделей механических систем и содержанию библиотеки моделирования SimMechanics. Рассмотрены вопросы построения моделей механизмов преобразования движения и исполнительных кинематических цепей манипуляционных роботов. Представлены модели и решаемые задачи моделирования исполнительных систем манипуляционных роботов при цикловом, позиционном и контурном управлении. Приведены компьютерные модели исполнительных систем технологических манипуляционных роботов.

Предназначено для студентов направлений 15.03.06 и 15.04.04 «Мехатроника и робототехника»

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 9. Ил. 138. Библиогр.: 20 назв.

УДК 621.865  
ББК 32.816

ISBN 978-5-9984-0937-0

© ВлГУ, 2019

© Умнов В. П., Мишулин Ю. Е.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
Глава 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....	7
1.1. Динамическая модель – основа моделирования механизмов и исполнительных устройств робототехнических систем .....	7
1.2. Среда моделирования MATLAB (Simulink / SimMechanics).....	8
Глава 2. СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ КОМПОНЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ В SIMULINK / SIMMECHANICS .....	15
2.1. Основные положения .....	15
2.2. Простейшие механические системы .....	17
2.3. Моделирование механизмов преобразования движения ....	23
2.4. Определение инерционных, упругих и диссипативных параметров компонентов механических систем .....	29
Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ .....	31
3.1. Обобщенная математическая модель динамики исполнительной системы манипуляционных роботов .....	31
3.2. Компьютерное моделирование исполнительной кинематической цепи манипуляционного робота с использованием пакета SimMechanics first generation.....	40
3.3. Моделирование исполнительной кинематической цепи и схвата манипуляционного робота с использованием библиотеки SimMechanics second generation.....	43
Глава 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ .....	49
4.1. Модель движения робота с цикловым управлением .....	49
4.2. Моделирование движения манипуляционного робота с позиционным управлением. Настройка регулятора приводов .....	54
4.3. Моделирование движения робота с контурным управлением .....	62

Глава 5. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РОБОТОВ .....	74
5.1. Моделирование робота станка РОСТ 300 .....	74
5.2. Моделирование исполнительной системы робота с активным и пассивным манипуляторами .....	97
5.3. Моделирование движения робота для лазерного упрочнения .....	110
5.4. Моделирование исполнительной системы робота для лазерной резки .....	124
 ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	 138
 БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	 139
 ПРИЛОЖЕНИЕ .....	 141

## ВВЕДЕНИЕ

Моделирование процессов в мехатронных и робототехнических системах – важный этап их проектирования, позволяющий определить их динамические свойства и выбрать необходимое соотношение параметров. При решении задач моделирования возможно использование различных прикладных программ, пакетов и библиотек моделирования: Maple, Matlab, Pro Mechanic, Auto Cad и др. Достаточно хорошие результаты при моделировании технических систем достигаются с помощью пакета Matlab. Библиотека Simulink, входящая в состав пакета Matlab, позволяет достаточно оперативно составлять исследуемые модели, изменять их структуру и регистрировать результаты моделирования, не прибегая к сложным программным процедурам. В последние версии пакета Simulink включена библиотека Sim Mechanics second generation, позволяющая выполнять анимацию моделирования движения различных механических систем в трехмерном пространстве в векторно-матричном виде, не прибегая к составлению сложных дифференциальных уравнений, а также библиотека Math Operations.

Базовой основой исследования динамики различных механизмов являются дифференциальные уравнения, записанные на основе законов физики и механики. Поэтому использование современных компьютерных технологий в изучении технической дисциплины студентом и проектировании технической системы инженером требует прежде всего хорошего знания физики, протекающих в системе процессов и математических методов исследования этих процессов. Только при достаточном знании физики процессов можно разработать модель, адекватную реальной системе, и осуществить модельный эксперимент, который даст необходимые результаты.

Дифференциальные уравнения записаны в структурной модели SimMechanics с использованием блоков, то есть механическая система представляется связанной блочной диаграммой. Блоки пакета являются моделями механических устройств, положение которых в пространстве и относительно друг друга может меняться в соответствии с законами механики. Модели SimMechanics изображают физическую структуру механизмов, геометрические и кинематические от-

ношения их компонентов. SimMechanics автоматически преобразует эти структурные изображения во внутреннюю, эквивалентную математическую модель.

SimMechanics оперирует не с сигналами, а с механическими усилиями. Входы блоков задают «посадочные места» соответствующих механизмов. В силу третьего закона Ньютона связи между «входами» и «выходами» нельзя рассматривать как однонаправленные. Эти связи служат для передачи силовых воздействий, которыми обмениваются части механизма или механизмы между собой. В связи с этим для обозначения входов и выходов в SimMechanics не используются стрелки.

Основная цель моделирования исполнительных систем с помощью библиотеки SimMechanics и пакета Simulink – анализ характера движения различных частей механизмов и машин (как в плоскости, так и пространстве) относительно друг друга в той или иной системе координат. При этом учитываются связи между отдельными объектами и различные их движения в соответствии с теми или иными ограничениями.

## Глава 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

### 1.1. Динамическая модель – основа моделирования механизмов и исполнительных устройств робототехнических систем

Достоверность и полнота результатов исследования динамических процессов в значительной мере определяются уровнем, используемых *динамических моделей*. Под динамической моделью понимается совокупность дифференциальных (а также алгебро-дифференциальных, интегро-дифференциальных, дифференциально-разностных) уравнений при необходимости с элементами логических операций, описывающих поведение исследуемой системы на заданном временном интервале.

Динамические модели строятся на основе *иерархического принципа*, начиная от *моделей низшего уровня* (построенных обычно с использованием большого числа допущений) *до моделей высокого уровня*, построенных с минимальным числом допущений и соответствующих упрощений. Наиболее существенными для механических систем являются допущения о числе учитываемых степеней подвижности, линейности динамических характеристик звеньев, использовании так называемых квазистатических характеристик некоторых процессов (например, трения), представлений сил технологического сопротивления в виде известных функций времени (при фактической зависимости их от координат, иногда и скоростей, исполнительных устройств) и др.

Поскольку переход от модели низшего уровня к модели более высокого уровня связан с усложнениями математического описания и возрастающими трудностями исследования, естественным является стремление к использованию в практических расчетах более простых моделей, что далеко не всегда оправдано с точки зрения достоверности получаемых результатов. Поэтому актуальной является постановка задачи оптимизации построения модели привода. Под *оптимальной* понимается динамическая модель минимальной сложности в данном структурном классе, с необходимой полнотой отображающая исследуемые динамические процессы в системе. Такая модель может

быть построена, естественно, на основе некоторой схемы разумного компромисса.

Применительно к приводам и механизмам мехатронных и робототехнических систем наиболее распространенным допущением является представление о *дискретности модели* механической системы. Это связано с преимущественным влиянием сосредоточенных масс системы на ее динамические свойства. Исключения составляют некоторые частные случаи. Анализ колебаний, возникающих в механических системах приводов, показывает, что эти колебания связаны практически со всеми известными деформациями упругих элементов: крутильными, изгибными, продольными и другими. Однако в действительности, вследствие податливости опор и изгиба валов, одновременно осуществляется совокупность сложных колебаний, которые должны рассматриваться совместно. Однако, если пренебречь, при определенных условиях, кинетической энергией сосредоточенных масс при поступательных и изгибных перемещениях сравнительно с кинетической энергией крутильных движений, то моделью нижнего уровня можно считать *крутильную модель*. Некоторые уточнения параметров упругости такой модели можно осуществить, воспользовавшись соответствующей корректировкой коэффициентов жесткости модели в рамках метода эквивалентных структурных преобразований механических систем.

## **1.2. Среда моделирования MATLAB (Simulink / SimMechanics)**

Среда моделирования MATLAB – универсальный инструмент для моделирования технических систем, обладающий достаточным набором средств для решения различных задач. Библиотека Simulink, входящая в состав пакета Matlab, позволяет достаточно оперативно составлять исследуемые модели исполнительных систем, приводов и систем управления различными машинами. Пакет SimMechanics first generation предназначен для моделирования различных механических устройств в трехмерном пространстве, изменять их параметры и структуру и регистрировать результаты моделирования, не прибегая к сложным программным процедурам. В последние версии пакета

Simulink включена библиотека SimMechanics second generation, позволяющая выполнять анимацию моделирования движения различных механических систем в трехмерном пространстве в векторно-матричном виде, не прибегая к составлению сложных дифференциальных уравнений, а также библиотека Math Operations. Идеология составления блок - схем в библиотеке Sim Mechanics существенно отличается от идеологии составления функциональных блок-схем библиотеки Simulink. В блок-схеме Sim Mechanics отдельные блоки следует рассматривать как модели, имитирующие механическое движение одной части моделируемого механизма относительно другой. Входы и выходы блока фактически таковыми не являются, а имитируют «посадочное место» соответствующей части механизма. Линии соединения «входов» и «выходов» блоков имитируют жесткие соединения выходной части одного механизма с входной частью другого. Можно утверждать, что это соединение моделирует передачу силового воздействия между частями разных механизмов. Но поскольку в соответствии с третьим законом Ньютона сила действия равна силе противодействия, такую передачу силы нельзя рассматривать как одностороннее воздействие. Поэтому в блок-схемах Sim Mechanics на линиях соединений механических блоков нельзя встретить изображений стрелок, указывающих направление воздействия. По той же причине графические изображения «входов» и «выходов» механических блоков имеют вид не стрелок, а квадратов с диагоналями.

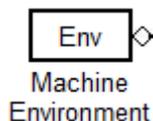
«Входы» и «выходы» механических блоков нельзя рассматривать в качестве источников и приёмников каких бы то ни было сигналов. К их соединительным линиям нельзя подсоединить обычные S-блоки, а потому нельзя и сформировать с помощью последних заданные воздействия или вывести информацию о получаемых в результате движениях механизмов (например, в обзорные окна или непосредственно в среду MATLAB). Но так как любое моделирование механизмов невозможно осуществить без указания нужных исследователю воздействий и без вывода результатов моделирования в среду MATLAB, такая идеология построения блок-схем механизмов требует включения в библиотеку блоков, осуществляющих прямую и обратную связь S-блоков с механическими блоками.

В состав библиотеки SimMechanics first generation входит шесть разделов:

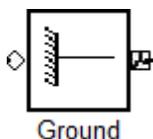
- Body elements (Тела) – содержит блоки, моделирующие твердые тела;
- Joints (Сочленения) – включает блоки имитации механических сочленений, обеспечивающих требуемые степени свободы одной части механизма относительно другой;
- Constraints (Связи) – состоит из блоков имитации ограничений на степени свободы механической системы;
- Frames and Transforms (система координат) – состоит из блоков систем координат;
- Utilities (Утилиты) – включает вспомогательные блоки, которые могут использоваться при создании модели механизма;
- Demos (Демонстрационные программы) – позволяет вызвать на исполнение демонстрационные модели.

При построении моделей механических систем и манипуляторов перемещения изделия и инструмента используются следующие основные блоки: Machine Environment, Ground, Revolute, Body, JointInitial Condition, JointActuator, JointSensor.

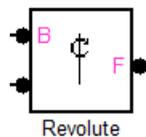
Machine Environment – блок машинной окружающей среды.



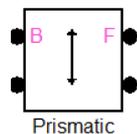
Ground – (основание) является обязательным при построении модели любого механизма. Он представляет неизменные точки основания (земли), неподвижные в абсолютном (инерциальном) пространстве. Движение отдельных частей механизма задается или определяется по отношению к системе координат, воплощаемой именно этим блоком. В окне настройки блока Ground устанавливается лишь один параметр – вектор смещения начала системы координат, связанной с неподвижной частью механизма относительно начала инерциальной системы координат.



Revolute (цилиндрический шарнир) – блок, относящийся к разделу Joints (сочленения), позволяющий обеспечить возможность относительных движений тел, представленных отдельными блоками Body, то есть необходимых степеней свободы. Блок имеет два обязательных порта, с помощью которых он подсоединяется к двум блокам из раздела Bodies. Порт, отмеченный индексом В (base – основной), предназначен для соединения с блоком Body, представляющим первое (основное) тело, порт с индексом F (follower – следующий) служит для подсоединения к следующему телу в связанной цепи тел, составляющих механизм. В окне настройки блока Revolute устанавливается направление оси вращения тела Follower относительно тела Base.

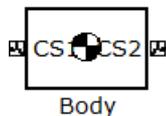


Prismatic (поступательная кинематическая пара) – блок, относящийся к разделу Joints (сочленения), позволяющий обеспечить возможность относительных движений тел, представленных отдельными блоками Body аналогично блоку Revolute



Body – представляет отдельную часть механизма, рассматриваемую как твердое тело, движение которого моделируется. В окне настройки блока задаются масса и матрица инерции этого твердого тела, его начальное положение и ориентация (то есть положение и ориентация систем координат CS, жестко связанных с ним). В число систем координат, жестко связанных с телом, обязательно входит система CG (Center of Gravity), начало которой совмещено с центром тяжести тела. Именно относительно осей этой системы координат задается матрица моментов инерции тела. В поле Mass (Масса) указывается величина массы той части механизма, которая представлена как твердое тело. В поле Inertia (Моменты инерции) задается квадратная матрица (3x3) моментов инерции тела относительно ортого-

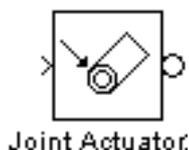
нальных осей, жестко связанных с телом и проходящих через его центр тяжести.



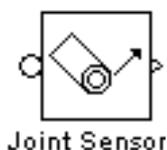
Joint Initial Condition (начальные условия сочленения) – позволяет задать начальное относительное положение и начальную относительную скорость двух частей того элементарного сочленения, к которому он подсоединен.



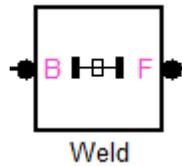
Joint Actuator – блок, позволяющий задать (как функцию времени) либо силовое взаимодействие между элементами примитива, имя которого указывается в верхнем поле ввода, либо относительное движение элементов этого примитива. Установка вида возбуждения осуществляется путем активизации соответствующего переключателя – GeneralizedForces (обобщенные силы) или Motion (движение). Относительное движение частей примитива задается в виде векторного сигнала из трех элементов, первый из которых определяет относительное перемещение, второй – относительную скорость, а третий – относительное ускорение частей указанного элементарного сочленения.



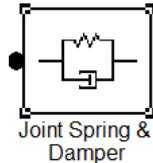
Joint Sensor – блок, позволяющий измерить следующие характеристики относительного движения частей примитива, имя которого устанавливается в верхнем поле ввода окна настройки блока



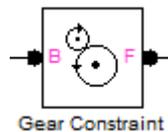
Weld – блок, моделирующий жесткую связь между двумя телами



Joint Spring & Damper – блок, моделирующий упруго- диссипативную связь между двумя телами



Gear Constraint – блок, установки значения передаточного числа механической передачи



- Angle (Угол) – угол поворота выходной части примитива (Follower) относительно его части, соединенной со входом (Base);
- Angularvelocity (Угловая скорость) – относительная угловая скорость;
- Angularacceleration (Угловое ускорение) – относительное угловое ускорение;
- Computedtorque (Вычисленный момент) – полный момент сил, вызывающий относительное угловое ускорение;
- Reactiontorque (Момент реакции) – момент реакции относительно оси примитива;
- Reactionforce (Сила реакции) – сила реакции по оси примитива

При составлении блок-схем механизмов следует принимать во внимание следующие особенности.

Основу блок-схемы любого механизма составляет цепь типа Ground-Joint – Body – Joint –...– Body с открытой или закрытой топологией, где по крайней мере одно из тел представлено блоком Ground. Блоки Body могут быть соединены более чем с двумя блоками Joint с фиксацией разветвления указанной последовательности. Но каждое сочленение (блок Joint) должно быть подсоединено к двум и только двум телам. Блоки Body могут быть соединены и с помощью блоков Driver или Constraint, имитирующих связи.

Блоки Actuator и Sensor могут быть подсоединены к любому из блоков Body, Joint или Driver, но только через дополнительные порты, которые устанавливаются в окнах настройки этих блоков. Задать желаемый закон изменения во времени параметров движения можно только с помощью блоков Actuator, а вывод результатов в рабочее пространство MATLAB – посредством блоков Sensor, которые связывают блоки библиотеки SimMechanics со средой Simulink.

Работа любого блока раздела Joints основана на векторном методе, который применяется в кинематическом исследовании механических систем. Он позволяет определить положения, скорости и ускорения звеньев механизма. При этом положение тела относительно базовой и связанной систем координат осуществляются в трехмерном декартовом пространстве правой системы координат с использованием преобразований Эйлера, приведенных во многих учебных материалах по робототехнике.

#### *Вопросы для самопроверки к главе 1*

1. Какая модель называется динамической?
2. В чем отличие динамической и статической моделей?
3. Основные допущения при построении динамических моделей.
4. Достоинства и ограничения компьютерного моделирования.
5. Какую модель можно считать оптимальной?
6. Какие основные блоки входят в состав библиотеки SimMechanics?

## Глава 2. СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ КОМПОНЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ В SIMULINK / SIMMECHANICS

### 2.1. Основные положения

Для успешного составления уравнений динамики механических систем и их компонентов требуется определенная практика, хотя схема этого процесса достаточно проста. Уравнения динамики можно составлять, используя механику Ньютона – Эйлера и принцип Даламбера или механику Лагранжа. Представляется, что для простоты восприятия на первом начальном этапе изобретения навыков моделирования целесообразно воспользоваться первой из механик.

Прежде всего, необходимо отметить следующие положения:

#### 1. Выражения для определения сил:

- силы упругости деформируемого элемента

$$F_c = -cx ; \quad (2.1)$$

- силы сопротивления движению при деформации за счет внутреннего трения в материале ( следствие теоремы Релея)

$$F_\beta = -\beta\dot{x} ; \quad (2.2)$$

- силы инерции (следствие второго закона Ньютона)

$$F_u = -m\ddot{x} . \quad (2.3)$$

(Силы внешнего трения пока из рассмотрения исключим). В выражениях (2.1) – (2.3)  $c$  – коэффициент жесткости упругого элемента;  $\beta$  – коэффициент внутреннего трения в материале;  $m$  – масса тела;  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  – перемещение и его производные. (Для вращательного движения соответствующие выражения для моментов сил будут иметь вид:

$M_c = -c\varphi ; M_\beta = -\beta\dot{\varphi} ; M_u = -J\ddot{\varphi} ; J$  – момент инерции тела относительно оси поворота ;  $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$  - угол поворота и его производные).

#### 2. Принцип Даламбера и его следствие

Сумма всех сил (моментов всех сил), действующих на тело вдоль оси или координаты (вокруг оси) равна нулю.

### 3. Правило сечений из теории упругих деформаций

Любое твердое тело, находящееся в равновесии под действием внешних сил, можно условно рассечь на произвольное количество элементов. При этом каждый элемент будет находиться в равновесии под действием внешних сил, приложенных к нему, и внутренних сил, проявляющихся в сечениях.

Поскольку в дальнейшем моделирование динамических процессов будет производиться с использованием библиотеки MATLAB и его приложения SIMULINK, приведем некоторые положения из теории автоматического регулирования:

#### Передаточная функция компонента системы

- Отношение изображения по Лапласу выходной величины к изображению по Лапласу входной величины.

Понятие передаточной функции в терминах теории управления справедливо только для линейной системы (системы, описываемой линейными уравнениями).

Передаточные функции представляем следующим образом:

$$y_{вых}(S) = W(S) \cdot y_{вх}(S) \text{ или } W(S) = \frac{y_{вых}(S)}{y_{вх}(S)}. \quad (2.4)$$

Здесь  $y_{вых}(S)$ ,  $y_{вх}(S)$  - изображения по Лапласу входных и выходных величин;  $W(S)$  – изображение по Лапласу зависимости между ними;  $S$  – оператор преобразования Лапласа

Графическое изображение выражений (2.4) имеет вид



Для механических систем, как правило, входными величинами (воздействиями) являются силы или множество сил, а выходными перемещения или их производные.

Структурная схема системы – графическое изображение уравнений, описывающих движение в системе в той или иной форме. Из рассмотрения дальнейших простейших примеров приведенные положения понятны даже читателю никогда не знакомившемуся с основами теории управления.

Рассмотрим простейшие примеры механического движения; их описание и представление.

## 2.2. Простейшие механические системы

### Системы с одной степенью подвижности

Движение груза массой  $m$ , скрепленного пружиной с основанием, под действием движущей силы  $F_{\partial}$  при некоторой силе сопротивления  $F_{\epsilon}$ . На рис. 2.1, а приведена принципиальная схема системы.

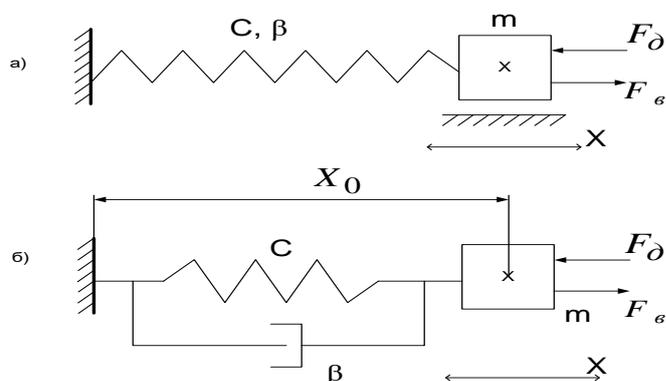


Рис. 2.1. Принципиальная (а) и расчетная (б) схема механической системы с одной поступательной степенью подвижности

Здесь  $c$  и  $\beta$  коэффициенты жесткости и внутреннего трения (демпфирования) пружины;  $x$  - координата перемещения.

На рис. 2.1, б приведена расчетная схема, на которой отражаются только те компоненты, которые будут представлены в описании системы. Из рассмотрения рис.2.1, б видно, что мы пренебрегли по тем или иным соображениям силой трения перемещаемой массы об основание за счет силы тяжести предмета.

В соответствии с приведенными выше положениями и рис.2.1 уравнение равновесия тела будет иметь вид

$$F_u + F_c + F_y + F_{\epsilon} - F_{\partial} = 0; \quad (2.5)$$

или

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = F_{\partial} - F_{\epsilon} \quad (2.6)$$

Введем в рассмотрение оператор дифференцирования  $p = \frac{d}{dt}$ .

Тогда

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = px; \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = p^2x \quad (2.7)$$

С учетом (2.6) выражение (2.5) будет иметь вид

$$mp^2x + \beta px + cx = F_{\partial} - F_{\epsilon} . \quad (2.8)$$

Неоднородное линейное дифференциальное уравнение (2.8) может быть решено относительно переменной  $x$  путем двукратного интегрирования при соответствующих начальных условиях.

Процесс решения уравнения (2.8) можно изобразить на структурной схеме, приведенной на рис.2.2.

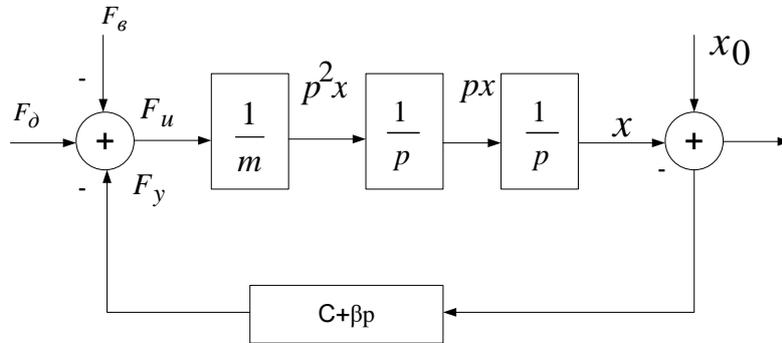


Рис. 2.2. Структурная схема механической системы с одной поступательной степенью подвижности

Здесь  $x_0$  – начальное положение объекта;  $x_0 - x$  – упругая деформация;  $1/p$  – интегратор.

Знак суммирования  $\oplus$  со входами и выходом отражает соотношение

$$F_u = F_\delta - F_y - F_e, \quad (2.9)$$

соответствующее выражению (2.5).

$$\text{В выражении (2.9) } F_y = (x_0 - x) \cdot (c + \beta p) = F_c + F_\beta .$$

Передаточная функция системы всегда записывается только между одним входным сигналом и одним выходным сигналом даже при наличии в системе нескольких входных и выходных сигналов (принцип суперпозиции). Исходя из этого для написания передаточной функции системы, структурная схема которой приведена на рис. 2.2, например, между входным воздействием и выходной координатой  $x$  следует положить  $F_e = x_0 = 0$ . Тогда передаточная функция этой системы будет иметь вид

$$W(S) = \frac{X(s)}{F_d(s)} = \frac{W_n}{1 + W_n W_{oc}} = \frac{\frac{1}{mS^2}}{1 + \frac{c + \beta S}{mS^2}} = \frac{1}{mS^2 + \beta S + c}$$

$$= \frac{k}{T_1^2 S^2 + 2\xi T_1 S + 1} \quad (2.10)$$

В выражениях (2.10)  $W_n$ - передаточная функция прямой цепи системы;  $W_{oc}$ - передаточная функция цепи обратной связи;  $T_1$ - постоянная времени системы определяемая соотношением  $T_1 = \sqrt{mc^{-1}}$ . (Величина  $f = T_1^{-1}$  – собственная частота колебаний массы  $m$  на пружине жесткостью  $c$ );  $\xi$  – показатель затухания колебаний, вызванного рассеиванием энергии вследствие внутреннего трения ( $\xi = 0.5\beta\sqrt{c \cdot m^{-1}}$ );  $S$  - оператор преобразования Лапласа, переводящего систему из области оригиналов(временной области) в область изображений. В рассматриваемых случаях  $S \equiv P$ ;  $k_1 = c^{-1}$ ;

При исследовании реакции системы на внешние возмущения (усилие  $F_d$ ) следует положить  $F_d=0$ . Полученная передаточная функция будет аналогична выражению (2.10).

На рис. 2.3 приведена модель рассмотренной механической системы в Simulink / SimMechanics.

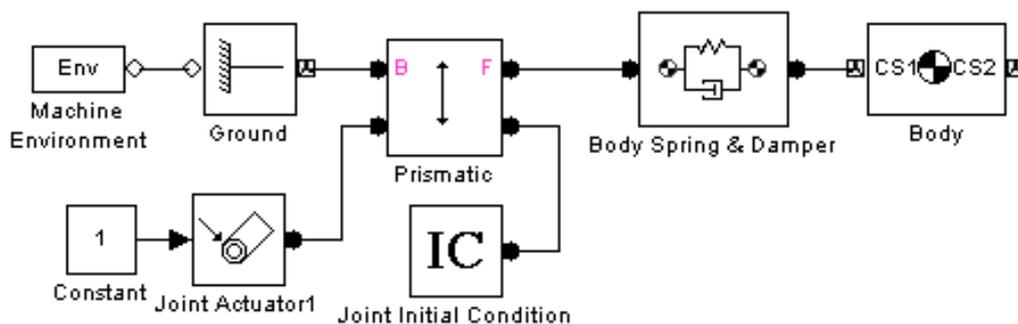


Рис. 2.3. Модель поступательного перемещения механической системы с одной степенью подвижности в Simulink / SimMechanics

На рис. 2.4 приведены принципиальная (а) и расчетная (б) схемы системы с одной вращательной степенью подвижности.

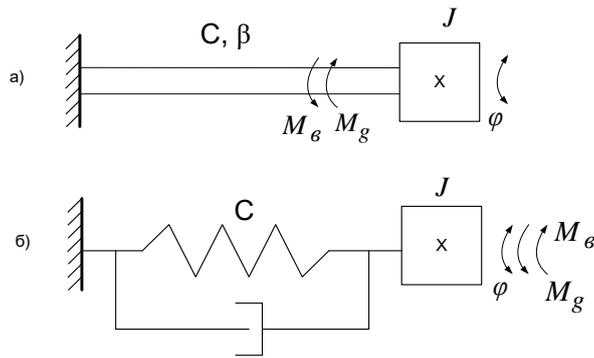


Рис. 2.4. Принципиальная (а) и расчетная (б) схема системы с одной вращательной степенью подвижности (крутильное колебание вала с инерционной нагрузкой на его конце)

Методика составления уравнений движения для такой системы аналогична приведенному выше примеру; также совпадает и структурная схема, приведенная на рис. 2.5. Передаточная функция данной системы будет иметь вид:

$$W(s) = \frac{k_2}{T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 s + 1}. \quad (2.11)$$

Здесь  $k_2 = c^{-1}$ ;  $T_2 = \sqrt{J \cdot c^{-1}}$ ;  $\xi_2 = 0,5\beta \sqrt{c \cdot J^{-1}}$ .

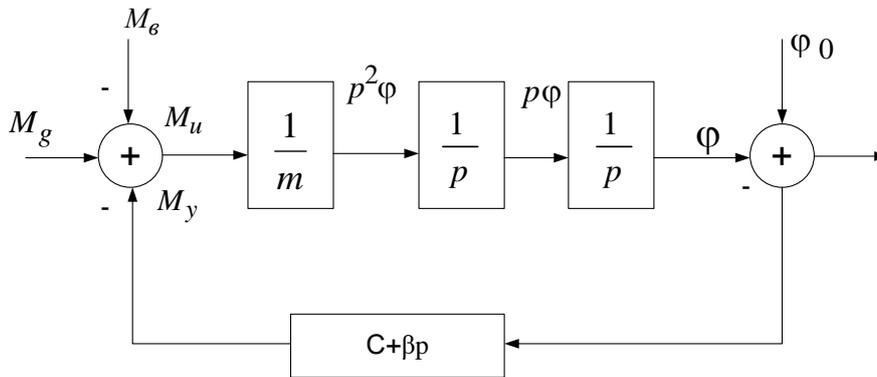


Рис. 2.5. Структурная схема механической системы с одной вращательной степенью подвижности

На рис. 2.6 приведена модель рассмотренной механической системы в Simulink / SimMechanics.

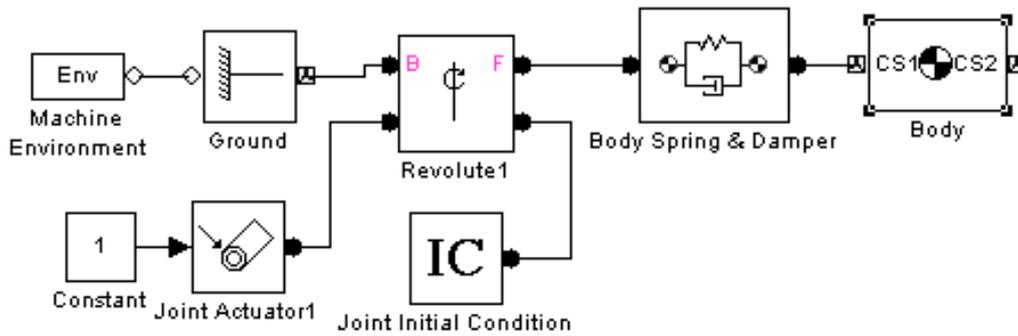


Рис. 2.6. Модель вращательного движения механической системы с одной степенью подвижности в Simulink / SimMechanics

Рассмотрим механизм, имеющий две степени подвижности, например, две инерционные разгрузки с моментами инерции, соединенные упругим валом с коэффициентами жесткости  $c$  и демпфированием  $\beta$ , приведенный на рис. 2.7.

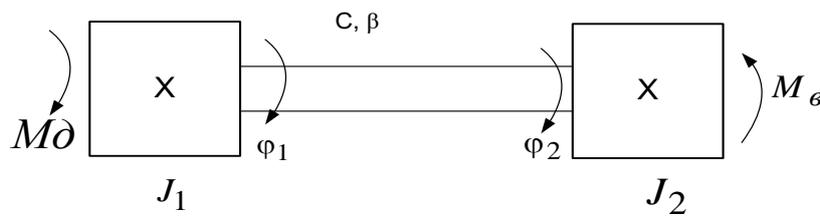


Рис. 2.7. Принципиальная схема механической системы с двумя вращательными степенями подвижности

К концам вала приложены движущий момент  $M_d$  и внешний момент нагрузки  $M_b$ .

На рис. 2.8 приведена расчетная схема данной механической системы.

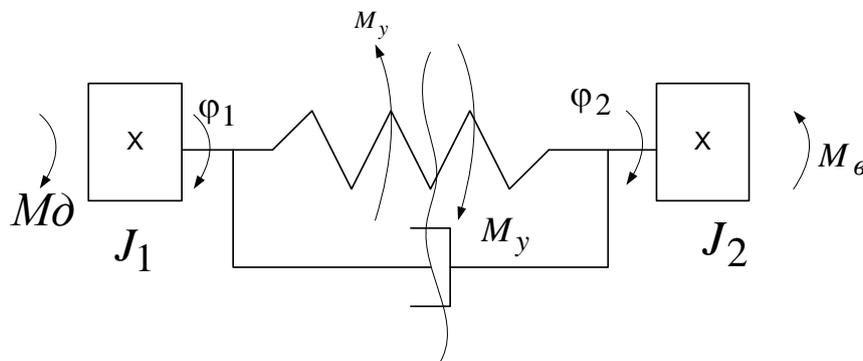


Рис. 2.8. Расчетная схема механической системы с двумя вращательными степенями подвижности

Для составления уравнений движения необходимо условно рас-сечь данную систему на две подсистемы (воспользоваться правилом сечений) в месте упругого соединения инерционностей, заменив дей-ствие подсистем друг на друга моментом упругих сил  $M_y$ . Уравнения движения такой системы будут иметь вид

$$\begin{cases} M_\partial = J_1 p^2 \varphi_1 + M_y ; \\ M_y = J_2 p^2 \varphi_2 + M_e ; \\ M_y = (c + \beta p)(\varphi_1 - \varphi_2). \end{cases} \quad (2.11)$$

В соответствии с уравнениями (2.11) на рис. 2.9 приведена структурная схема механизма с двумя вращательными степенями по-движности.

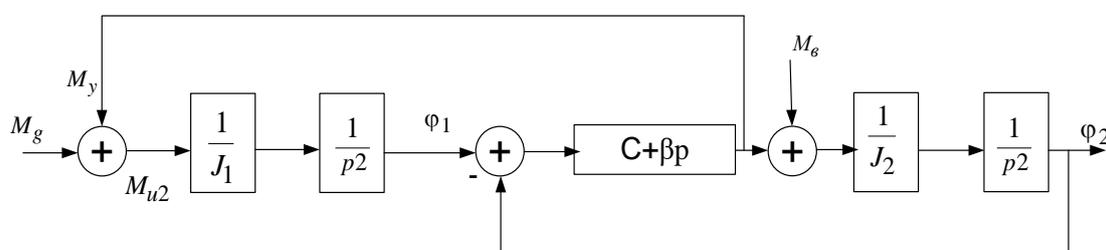


Рис. 2.9. Структурная схема механической системы с двумя степенями подвижности

Поскольку пакет моделирования SIMULINK ориентирован на представление систем в виде структурных схем, передаточную функцию для системы описанной вами приводить не будем, хотя ее со-ставление не представляет трудностей. На рис. 2.10 приведена модель двухмассовой системы в Simulink / SimMechanics.

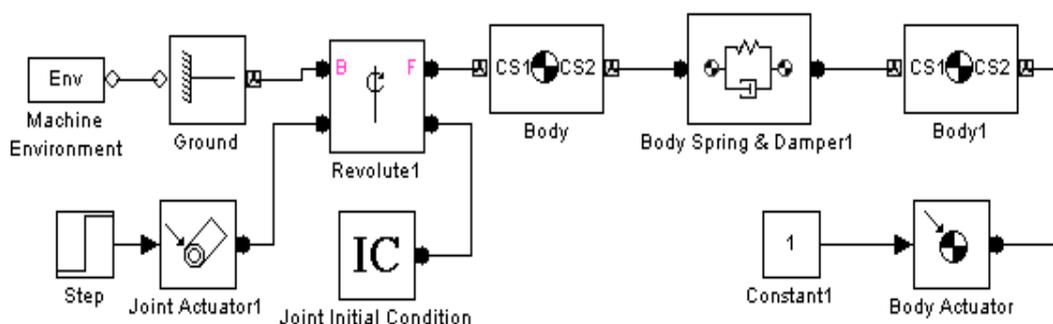


Рис. 2.10. Модель двухмассовой системы в Simulink / SimMechanics

### 2.3. Моделирование механизмов преобразования движения

Несколько усложним задачу. На рис. 2.11 представлена схема механизма перемещения (подъема) груза.

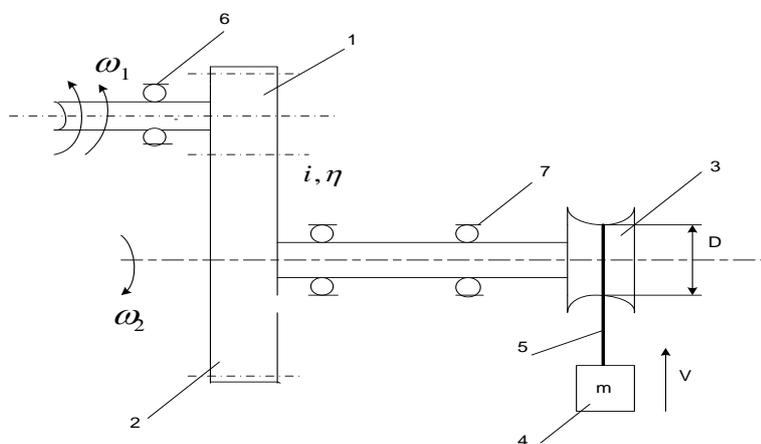


Рис. 2.11. Схема механизма перемещения груза

Механизм состоит из входного вала – шестерни 1 и выходного вала-шестерни 2, на свободный конец которого насажен шкив 3. На шкиве закреплен трос 5 с помощью которого поднимается груз 4, имеющий массу  $m$ , со скоростью  $V$ . Валы установлены в подшипниках 6 и 7, и вращаются с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . К входному валу приложен движущий момент  $M_0$ .

Прежде чем составлять математическую модель любого механизма, необходимо изучить все его особенности; определить величины коэффициентов жесткости и демпфирования конструктивных элементов, их массы или моменты инерции; рассчитать величины внешних силовых воздействий. После этого следует обосновать пренебрежения (возможность не учета) тех или иных факторов и на этом основании составить расчетную схему механизма.

Предположим, что в механизме на рис. 2.11 наибольшая деформация имеет место в зубчатом зацеплении, а деформацией других конструктивных элементов можно пренебречь. Тогда расчетную схему механизма можно представить в виде «двухмассовой» модели с двумя степенями подвижности, приведенной на рис. 2.12.

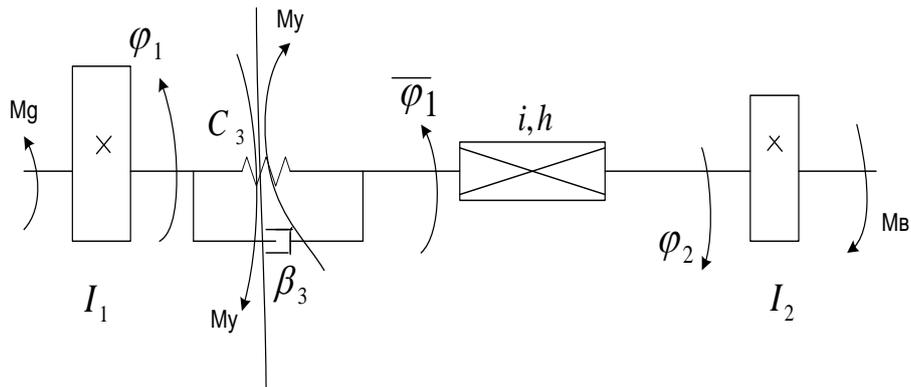


Рис. 2.12. Расчетная схема механизма перемещения груза

Здесь перекрещенным прямоугольником условно обозначена редукция угловой скорости вращения валов с передаточным числом  $i$  и коэффициентом полезного действия  $\eta$ .

Инерционность выходного вала – шестерни, шкива и груза приведена к инерционности  $J_2$ :

$$J_2 = J_{\text{в}_2} + J_{\text{шк}} + 0.25 mD^2,$$

а момент внешних сил равен

$$M_e = 0.5mgD,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Воспользуемся правилом сечений и условно разобьем рассматриваемую систему на две подсистемы как показано на рис. 2.12.

Тогда уравнение движение механизма будут иметь вид

$$\begin{cases} M_g = J_1 p^2 \varphi_1 + M_y; \\ \frac{M_y \cdot i}{\eta} = J_2 p^2 \varphi_2 + M_e; \\ M_y = (c_3 + \beta_3 p)(\varphi_1 - \bar{\varphi}_1); \\ \bar{\varphi}_1 = i \cdot \varphi_2. \end{cases} \quad (2.12)$$

Здесь  $c_3$  и  $\beta_3$  – коэффициенты жесткости и демпфирования в зацеплении.

На рис. 2.13 приведена структурная схема механизма.

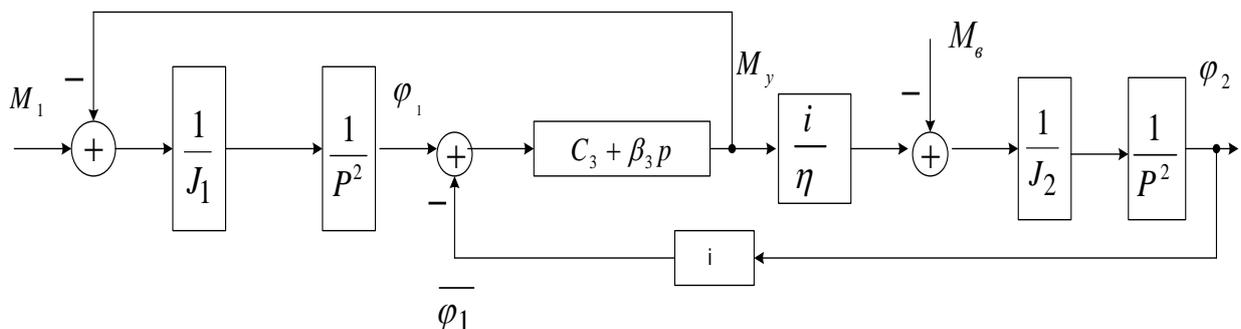


Рис. 2.13. Структурная схема механизма перемещения груза

На рис. 2.14 приведена схема модели механизма

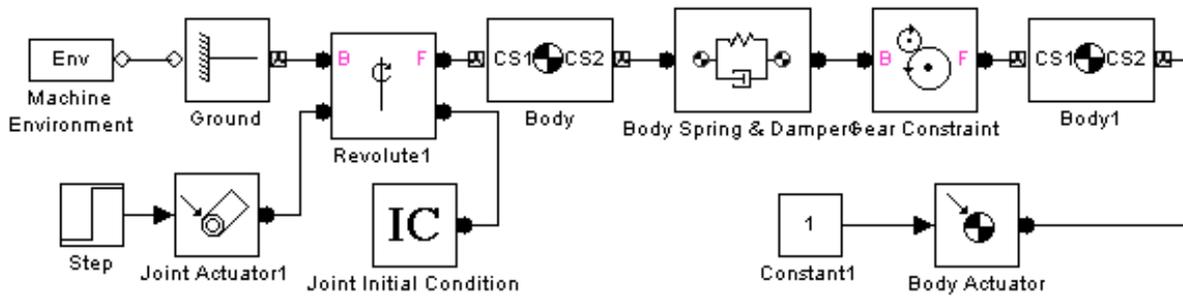


Рис. 2.14. Схема модели механизма

При составлении математической модели какого-либо механизма естественно стремление учесть, как можно большее количество факторов, влияющих на его динамику (в особенности на первой стадии накопления опыта моделирования). Разумное (обоснованное) упрощение модели – ключевая задача моделирования как искусства. Важно выявить основные, наиболее существенные стороны объекта и абстрагироваться от несущественных. В то же время существует определенное правило упрощения, заключающееся в следующем. Если вы представили исследуемую систему в виде многомассовой модели, например,  $n$ -массовой на рис. 2.15,

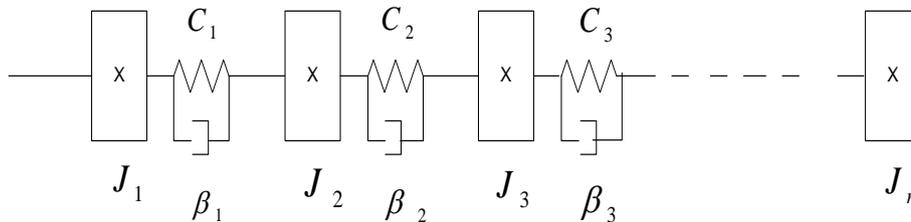


Рис. 2.15. Расчетная схема многомассовой системы

то следует проанализировать парциальные (собственные) частоты колебаний отдельных упруго – соединенных масс по выражению

$$f_{ci} = \sqrt{c_i \cdot J_{i+1}^{-1}}; \quad i = \overline{1, n}, \quad (2.13)$$

где  $f_{ci}$  - собственная частота  $i$  – й парциальной системы.

Если в результате расчета собственные частоты некоторых подсистем будут на порядок и более выше частот других подсистем, то упругостью связей таких подсистем можно пренебречь.

Например, если  $f_{c1} = 2$  Гц, а  $f_{c2} = 30$  Гц, то упругостью  $c_2$  можно пренебречь, а инерционности  $J_1$  и  $J_2$  объединим в одну инерци-

онность их суммированием. (Если объединение инерционностей осуществляется через редукцию скорости с передаточным числом  $i$ , то приведение инерционности к входному валу от выходного следует выполнять по выражению  $J_{пр} = J \cdot i^2$ , а в обратном направлении -  $J_{пр} = J \cdot i^2$ ).

Как показывает опыт моделирования, приведений произвольной системы к 2 – 3-массовой вполне оправдано, поскольку много массовость приводит к значительному возрастанию порядка решаемых дифференциальных уравнений и как следствие снижению точности расчетов.

В различных механизмах зачастую значительно проявляются силы трения. Силы жидкостного трения, пропорциональные скорости движения, как правило, имеют небольшую величину и их можно не учитывать (учет указанных сил тривиален и сводится к изменению величины коэффициента  $\beta$  в уравнениях). Силы сухого трения могут достигать значительных величин в направляющих скольжения, подшипниках скольжения, узлах перемещения рабочих органов. В общем случае сила трения зависит от многих факторов (температура, качество поверхностей, твердости материала и других), но в практических расчетах ее можно представить в виде нелинейной зависимости от знака скорости (рис. 2.16).

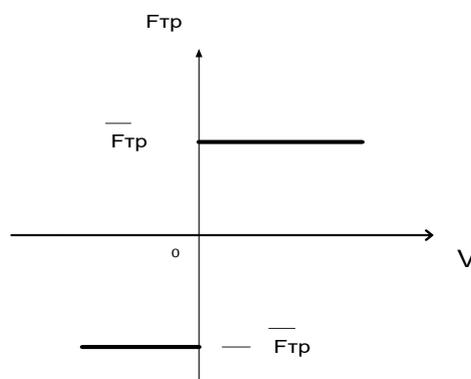
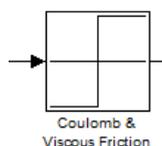


Рис. 2.16. График зависимости  $F_{тр} = f(V)$

Характеристика трения, приведенная на рис. 2.16 описывается следующими уравнениями:

$$F_{тр} = \begin{cases} \overline{F_{тр}} \operatorname{Sgn} V \quad \forall |V| \neq 0; \\ F_e \equiv V = 0. \end{cases} \quad (2.14)$$

Здесь Sgn – оператор Signum (лат.) знак;  $\forall$  - квантор общности (для всех значений);  $F_e$  – сумма всех сил, действующих на механизм при  $V=0$ . В Simulink характеристика сухого трения моделируется блоком Coulomb & Viscous Friction.



Если исследуется движение механизма на малых скоростях, то характеристику сухого трения следует представить в виде рис. 2.17.

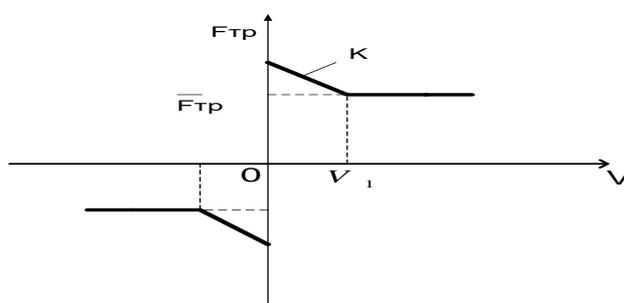


Рис. 2.17. График зависимости силы трения от скорости при исследовании движения на малых скоростях

Отрицательный наклон в кусочно линейной характеристике отражает тот факт, что при скорости движения близкой к нулю величина силы трения возрастает. Характеристика силы трения на рис.2.17 описывается выражением

$$F_{mp} = \begin{cases} F_{mp} Sgn V \quad \forall |V| \geq V_1 ; \\ [\overline{F_{mp}} + k|V_1 - V|] Sgn V \quad \forall 0 < V < V_1 ; \\ F_e \equiv V = 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

Здесь  $k$  – коэффициент наклона характеристики трения.

Другим нелинейным эффектом, имеющим место в механизмах, является люфт. Предположим, что в механизме перемещения груза, приведенном на рис. 2.11, в зубчатом зацеплении имеется люфт. Расчетная схема механизма с наличием люфта приведена на рис. 2.18. В отличие от схемы механизма на рис. 2.12, схема на рис. 2.18 содержит элемент (вилку), условно обозначающий наличие в передаче люфта величиной  $\Delta$ .

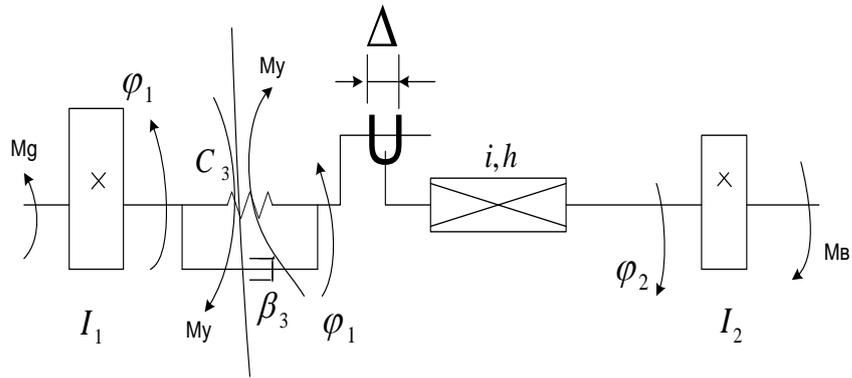


Рис. 2.18. Расчетная схема механизма с учетом люфта

На рис. 2.19 представлена структурная схема механизма с учетом люфта и сухого трения на выходном звене (например, трение перемещаемого груза по направляющим) в виде (2.14).

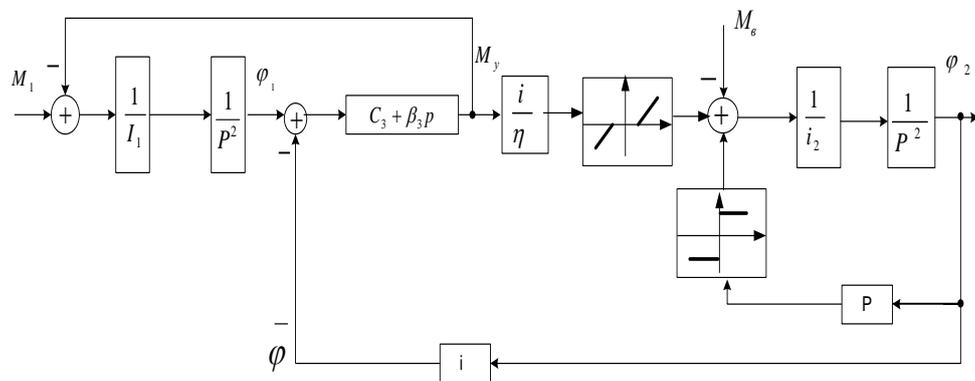


Рис. 2.19. Структурная схема с учетом люфта и сухого трения

На рис. 2.20 приведена схема модели механизма с учетом люфта и сухого трения на выходном звене.

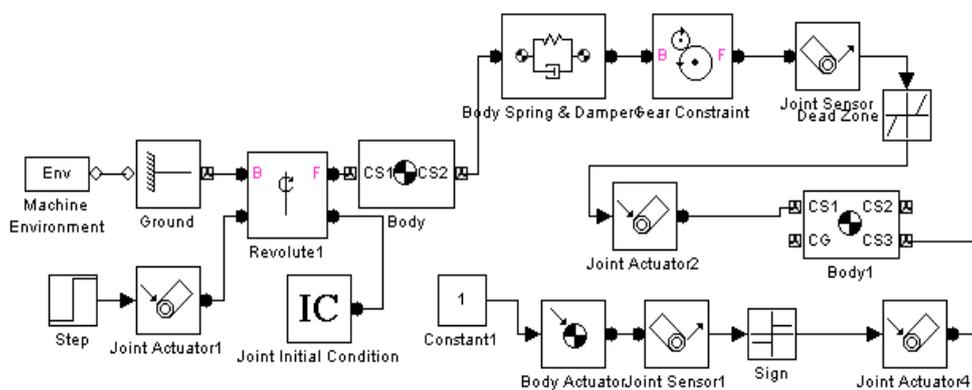


Рис. 2.20. Схема модели механизма с учетом люфта и сухого трения на выходном звене

## 2.4. Определение инерционных, упругих и диссипативных параметров компонентов механических систем

### *Инерционные характеристики*

Инерционные характеристики механических систем представлены массовыми моментами инерции звеньев относительно соответствующих осей вращения. *Моментом инерции*  $J_{zz}$  твердого тела относительно оси  $z - z$  называется величина

$$J_{zz} = \int_{(M)} h^2 dm, \quad (2.16)$$

где  $h$  – расстояние элементарных масс от оси;  $M$  – масса тела.

Для большинства деталей механических систем с достаточной для практических расчетов точностью можно считать материал однородным. Тогда момент инерции звена относительно произвольной оси  $z - z$  определяется по формуле

$$J_{zz} = (i_{zc}^2 + d^2)M, \text{ кг} \times \text{м}^2, \quad (2.17)$$

где  $i_{zc}$  – радиус инерции относительно центральной оси, параллельности оси  $z-z'$ ,  $d$  – кратчайшее расстояние между осями.

В справочных руководствах и каталогах электродвигателей для якоря - ротора обычно указывается так называемый *маховый момент*  $GD^2$ , имеющий в системе единиц МКГСС размерность  $\text{кгс} \cdot \text{м}^2$ . Тогда для перевода в систему единиц СИ можно воспользоваться зависимостью

$$J_{zz} = 0,25[GD^2]^* = 2,55 \cdot GD^2, \quad (2.18)$$

где  $[GD^2]^*$  – маховый момент,  $\text{кгс} \cdot \text{м}^2$ ;  $GD^2$  – то же,  $\text{Н} \cdot \text{м}^2$ .

Момент инерции полого кругового цилиндра относительно продольной центральной оси определяется по формуле,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ,

$$J_{zz} = 0,77 \cdot 10^3 c_M (1 - a^4) d^4 L, \quad (2.19)$$

где  $c_M = 1$ ; для стали (плотность  $7,82 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ );  $c_M = 0,92$  – для чугуна (в среднем);  $a = d_0/d$ ;  $d_0, d$  – соответственно внутренний и наружный диаметры цилиндра, м.

В приводах используются, в основном, детали вращения. Необходимые формулы для определения моментов инерции деталей сложного очертания обычно, определяются путем разбиения их на простейшие составляющие с последующим суммированием их моментов инерции.

### *Упругие и диссипативные характеристики звеньев*

Реальные деформируемые звенья механических систем обладают как упругими, так и диссипативными свойствами, причем под последними понимается способность рассеивать энергию при колебаниях. Однако при модельном представлении механических систем с сосредоточенными параметрами, особенно в линеаризованной постановке задачи, упругие и диссипативные свойства деформируемых звеньев рассматриваются отдельно. Что касается упругих характеристик линейных (линеаризованных) звеньев, то они отображаются *коэффициентами жесткости* для конкретных видов деформаций. Для этой цели используются методы прикладной теории упругости в сочетании с обобщенными данными инженерных экспериментов. Данные для определения коэффициентов жесткости различных звеньев широко представлены в монографиях и справочниках. В приложении приведены сведения о величинах жесткости для некоторые конструктивных элементов и передач.

### *Вопросы для самопроверки к главе 2*

1. Какие силы рассматриваются при моделировании механических систем?
2. Какие допущения принимаются при моделировании механических систем?
3. В чем суть правила сечений при моделировании механических систем?
4. Чем определяется число степеней подвижности механической системы?
5. Как влияют упруго-диссипативные свойства на параметры движения механической системы?
6. Как следует упрощать модель многомассовой системы?
7. Как влияет люфт на параметры движения?
8. Как влияет сухое трение на параметры движения?

## Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ

### 3.1. Обобщенная математическая модель динамики исполнительской системы манипуляционных роботов

Исполнительская система манипуляционного робота включает в себя звенья исполнительской кинематической цепи и приводы перемещения этих звеньев. Составим обобщенную математическую модель исполнительской системы манипуляционного робота с учетом фундаментальных ограничений на управление движением.

В работах, посвященных синтезу систем управления рассматривается влияние на процесс управления таких фундаментальных ограничений как насыщение, ограничение скорости нарастания входного сигнала, ограниченность полосы пропускания и других. Техника синтеза систем с подобными ограничениями хорошо известна и не является предметом рассмотрения в настоящей работе. В тоже время требование обеспечения высокой плавности и точности, то есть качества движения при выполнении операций резки или сварки накладывает технологические ограничения на величину скорости и ускорения движения рабочего инструмента в особенности при перемещении по криволинейным траекториям. Несмотря на то, что контурная скорость движения задается программно, целесообразно ввести в структуру привода жесткое ограничение её величины, настраиваемое для каждой операции, ввиду требования гарантированного качества выполнения операции, а также величины ускорения при желательном монотонном характере переходных процессов в манипуляционной системе. Учитывая, что ограничение ускорения является (при постоянных инерционных параметрах) по существу ограничением динамической силы или момента, примем в качестве фундаментальных ограничений на механическую характеристику движения звеньев манипулятора, приведенные на рис. 3.1. На рис. 3.1 обозначено: 1 – ограничение максимальной контурной скорости; 2 – ограничение максимального усилия; 3 – кривая максимальной мощности; 4 – рабочая область;  $V_k$  и  $F$  – контурная скорость и усилие, развиваемое в приводе перемещения звена манипулятора.

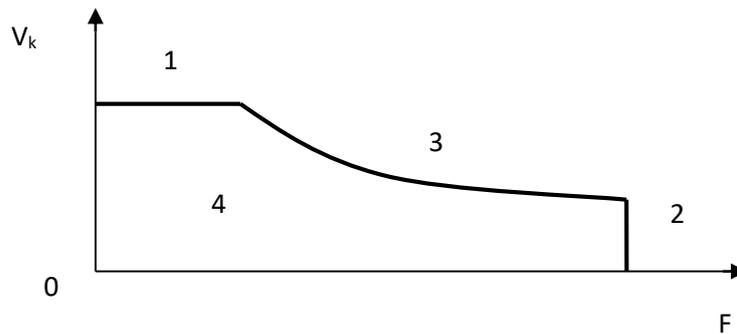


Рис. 3.1. Фундаментальные технологические ограничения

Математическое описание манипулятора, составляемое при решении различных задач робототехники, содержит описание его исполнительной цепи и, в зависимости от задачи, приводов перемещения звеньев. При этом звенья исполнительной кинематической цепи принимаются жесткими либо упруго-деформируемыми.

В общем случае механическая система манипулятора описывается системой двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x &= f(q), \\ q &= Am(Fg, Fb) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Здесь первая зависимость – уравнение положения звеньев исполнительной кинематической цепи, выражающее абсолютные координаты точек и звеньев в базовой системе координат через обобщенные координаты  $q$ , а вторая – уравнение динамики, в котором  $Fg$  – усилия двигателей, действующие по соответствующим координатам,  $Fb$  – возмущающие и противодействующие усилия,  $Am$  – оператор механической системы манипулятора.

В зависимости от решаемой задачи уравнение динамики может быть получено в различной форме из числа известных в теоретической механике – в форме Лагранжа, Ньютона, Гаусса, Даламбера и их модификаций. При любой форме составления выражение динамики исполнительной кинематической цепи относительно абсолютных координат будет иметь следующий векторно-матричный вид:

$$A(q)\ddot{q} + B(\dot{q}, q) + C(q) = F. \quad (3.2)$$

Здесь  $A(q)$  – симметрическая матрица размером  $n \times n$  ( $n$  – число степеней подвижности исполнительной кинематической цепи), опи-

сывающая инерционные свойства системы;  $B(\dot{q}, q)$ - вектор скоростных сил размерности  $n$ ;  $C(q)$  – вектор статических сил размерности  $n$ ;  $F = Fq - Fb$ .

При описании манипулятора в целом к уравнениям движения механической системы (3.1) добавляется уравнение движения приводов, которое имеет вид

$$F_q = A_{\Pi} (U_{\Pi}), \quad (3.3)$$

где  $A_{\Pi}$  – оператор системы приводов, а  $U_{\Pi}$  – вектор управляющих воздействий на входа приводов.

Отметим, однако, важное обстоятельство. Исполнительная кинематическая цепь, как правило, представляется в виде разомкнутой или замкнутой совокупности звеньев, соединенных между собой поступательными или вращательными кинематическими парами пятого класса. Во время движения, имеющего относительную и переносную составляющие от одного звена к другому трансформируются относительные, центробежные, кориолисовы, гравитационные и другие составляющие сил и моментов сил. Если механизмы преобразования движения и двигатели расположены непосредственно на звеньях исполнительной кинематической цепи, то указанная трансформация осуществляется как через конструктивные элементы (кинематические пары), соединяющие эти звенья, так через указанные механизмы и двигатели, закрепленные на звеньях. То есть происходит распараллеливание потока энергии. При пренебрежении эффектами упругости и вязкого трения в сочленениях рекуррентные уравнения динамики для  $i$ -го звена исполнительной кинематической цепи манипулятора в форме Даламбера имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} m_i a_i &= F_{i-1,i} - F_{i,i+1} + m_i g \\ p(J_i \omega_i) &= M_{i-1,i} - M_{i,i+1} + (\rho_{i-1} - \bar{\tau}_i) \times F_{i-1,i} - (\rho_i - \bar{\tau}_i) \times F_{i,i+1} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь  $m_i$  и  $J_i$  – масса и момент инерции  $i$ -го звена;  $a_i$  и  $\omega_i$  – линейное ускорение и угловая скорость движения  $i$ -го звена, являющиеся функциями обобщенных координат;  $F_{i-1,i}$ ,  $F_{i,i+1}$ ,  $M_{i-1,i}$ ,  $M_{i,i+1}$  – силы и моменты сил, действующие на  $i$ -е звено со стороны соседних звеньев;

$\rho_{i-1}, \rho_i, \tau_i$  - конструктивные параметры;  $g$  и  $p$  – ускорение свободного падения и оператор дифференцирования.

Во время движения и под действием внешних нагрузок  $F_B$  конструктивные элементы манипулятора упруго деформируются. При построении моделей упругого манипулятора рассматривают [3,4] два вида упругости сосредоточенную и распределяемую. Сосредоточенная упругость может иметь место в механизмах преобразования движения, а распределенная обусловлена изгибом или кручением звеньев исполнительной кинематической цепи. На практике имеет место деформация всех элементов, но, как правило, в моделях ограничиваются рассмотрением только одного из видов упругости. Поскольку исследователя интересует, прежде всего, положение конечных точек звеньев исполнительной кинематической цепи, раскручиваемую податливость с известной степенью точности можно свести к сосредоточенной.

Уравнение Лагранжа, описывающее движение упругого манипулятора с сосредоточенной упругостью, имеет вид

$$P \left[ \frac{\partial 0,5(q^T A q)}{\partial q} \right] = F - \frac{\partial 0,5(q^T C q)}{\partial q} - \frac{\partial 0,5[\dot{q}^T R \dot{q}]}{\partial \dot{q}}, \quad (3.5)$$

где  $C$  и  $R$  –  $(3n \times 3n)$  матрицы упругости и внутреннего вязкого трения. Уравнение (3.5) сводится к  $3n$ -мерной линейной системе дифференциальных уравнений второго порядка, которые совместно с выражением (3.3) формируют следующую математическую модель упругой механической системы манипулятора:

$$A_c \ddot{q}_c + B_c(\dot{q}_c, q_c) + C_c(q_c) + K(q_y, \dot{q}_y) = F_c. \quad (3.6)$$

Здесь  $q_c = |q, q_y|^T$ ;  $\dot{q}_c = |\dot{q}, \dot{q}_y|^T$ ;  $\ddot{q}_c = |\ddot{q}, \ddot{q}_y|^T$ ;

$$A_c = |A_{ij}(q, q_y)|_{2 \times 2}^T; B_c = |B_1(\dot{q}_c, q_c), B_2(\dot{q}_c, q_c)|^T;$$

$$C_c = |C_1(q_c), C_2(q_c)|^T; K = |0, R q_y + C q_y|^T; F_c = |F, 0|^T;$$

$q_y$  – координата упругого движения.

Для обеспечения траекторного движения манипулятора требуется регулируемый электропривод, построенный на базе двигателя постоянного или переменного тока. Учитывая, что в современных технических системах отдается предпочтение переменному току, остановимся на приводе переменного тока, хотя в данном случае этот вопрос не носит принципиальный характер.

Современные электроприводы переменного тока, построенные на базе асинхронных или синхронных двигателей и снабженные быстродействующими контроллерами, обладают высоким быстродействием, хорошими регулировочными свойствами и широкими возможностями настройки большого числа параметров.

Для асинхронных двигателей используют фазовое частотное или векторное (датчиковое или бездатчиковое) токовое управление, при этом последнее обеспечивает постоянство потокосцепления и наилучшие технические характеристики привода. На рис. 3.2 приведена упрощенная функциональная схема асинхронного электропривода с векторным управлением и датчиком скорости.

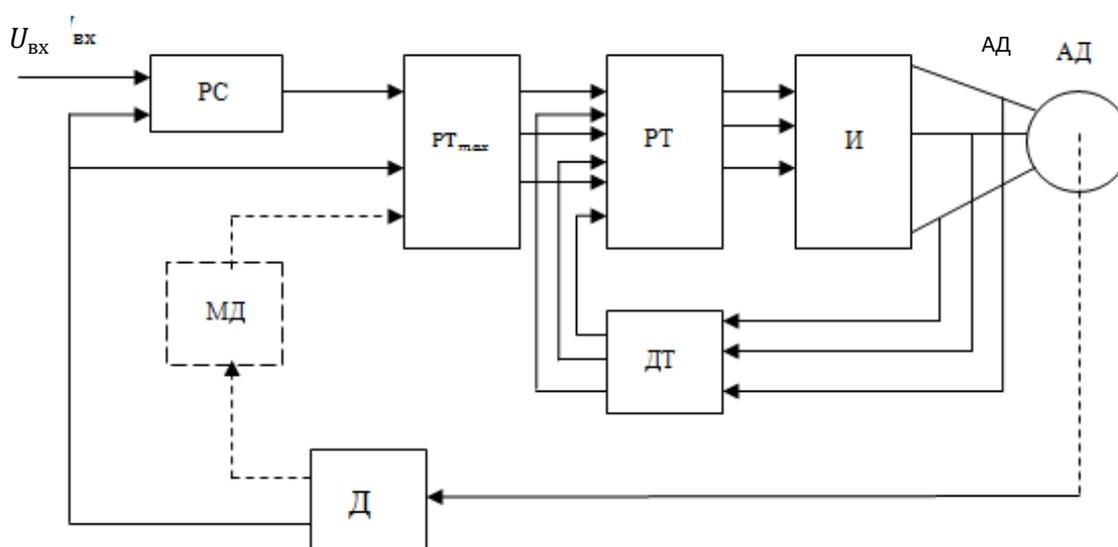


Рис. 3.2. Функциональная схема асинхронного электропривода с векторным управлением

На рис. 3.2 обозначено: РС – регулятор скорости;  $PT_{max}$  – регулятор максимального тока; РТ – регулятор тока; И – инвертор; АД – асинхронный двигатель; ДТ – датчик фазных токов; ДС – датчик скорости, сигнал о которой часто формируется как производная сигнала энкодера; МД – модель двигателя, служащая для компенсации изменения потокосцепления в функции угла поворота вала двигателя и насыщения магнитной системы. При бездатчиковом управлении сигнал о скорости вращения вала двигателя формируется контроллером в функции скольжения вычисляемого по измеренным значениям фазных токов и напряжений.

Близкую к приведенной на рис. 3.2 структуре имеет и электропривод с синхронным двигателем, в котором отсутствует МД и обязательно присутствует датчик угла поворота (энкодер) ротора синхронного двигателя чаще всего с возбуждением от постоянных магнитов и трехфазной статорной обмоткой. Приводы снабжаются системами защиты от перегрева и перегрузок, а исполнительные двигатели (по желанию заказчика) – встроенными вентиляторами и электромагнитными фрикционными тормозами, служащими для фиксации вала в положениях статического равновесия и аварийном исчезновении питания.

Динамическую модель безлюфтового механизма преобразования движения (МПД) можно с достаточной степенью точности представить в виде двухмассовой модели, изображенной на рис. 3.3.

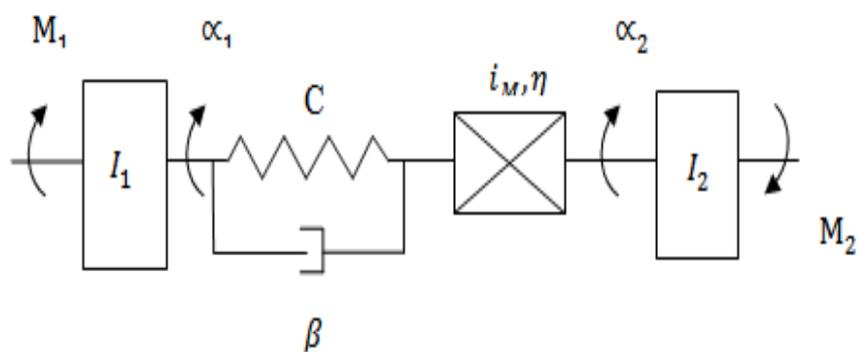


Рис. 3.3. Двухмассовая модель механизма преобразования движения

На рис. 3.3 обозначено:  $I_1$  и  $I_2$  - моменты инерции;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  - углы поворота на входе и выходе преобразователя;  $C$  и  $\beta$  – коэффициенты жесткости и внутреннего трения конструктивных элементов,  $M_1$  и  $M_2$  - приложенные внешние моменты;  $i_{M,\eta}$  - передаточное отношение и к.п.д. механизма. Математическая модель движения механизма, представленного на рис. 3.3 имеет вид

$$\left. \begin{aligned} I_1 p^2 \alpha_1 &= M_1 - (\beta p + c)(\alpha_1 - \alpha_2); \\ I_2 p^2 \alpha_2 &= i_{M,\eta}^{-1} (\beta p + c)(\alpha_1 - \alpha_2) - M_2 \end{aligned} \right\} (3.7)$$

Здесь  $p$  – оператор дифференцирования.

Отметим, что механизм преобразования движения может обладать свойством самоторможения, оказывающим существенное влияние на его динамические свойства.

На основании изложенного модель привода перемещения жесткого звена манипулятора с механизмом преобразования движения можно представить в виде структурной схемы на рис. 3.4.

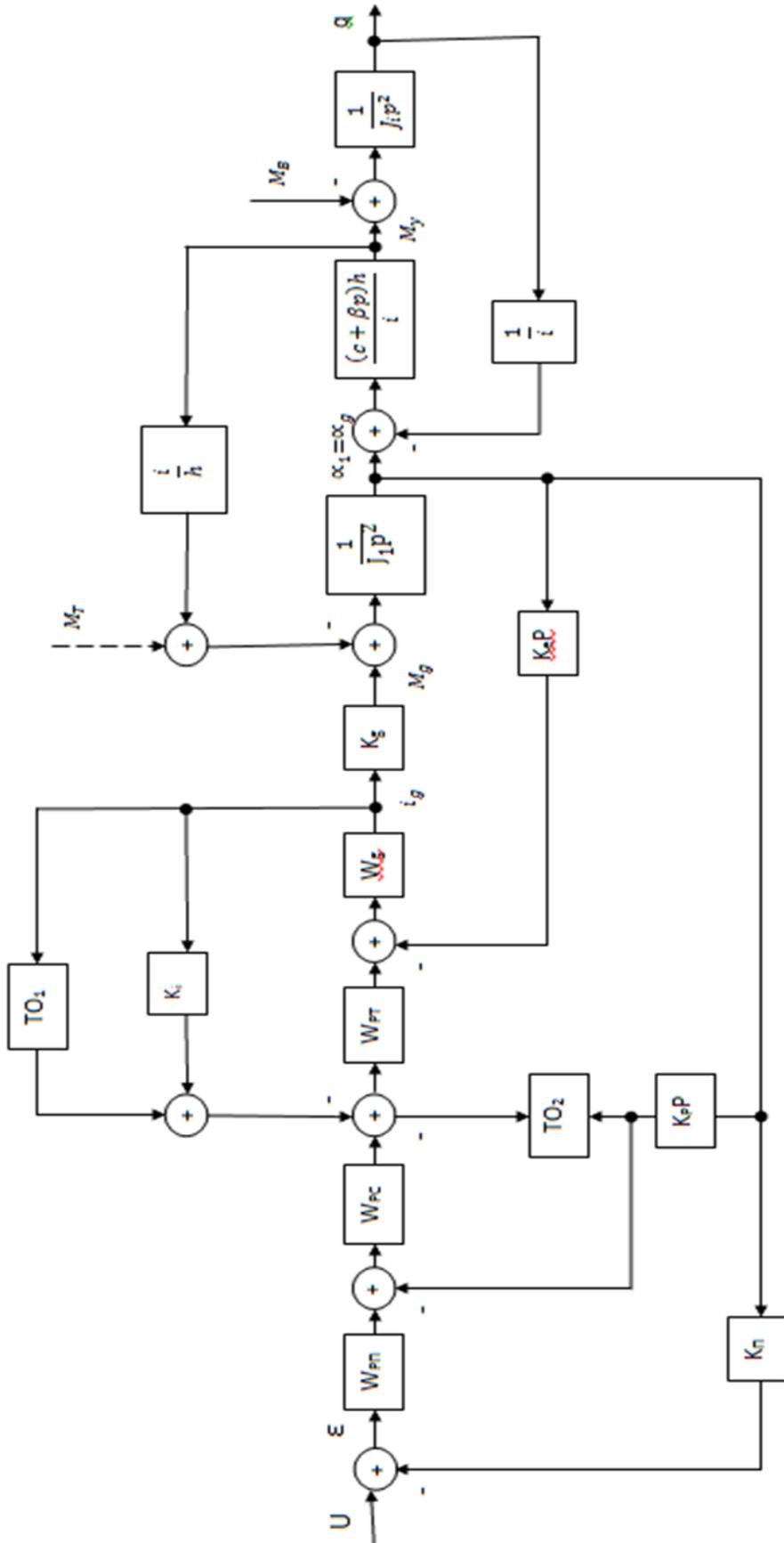


Рис. 3.4. Структурная схема привода перемещения звена транспортного манипулятора

Здесь  $W_{рп}$ ,  $W_{рс}$ , и  $W_{рт}$  - передаточные функции регуляторов положения скорости и тока (с инвертором).  $W_d$  - передаточная функция двигателя, отражающая его электромагнитную инерционность;  $TO_1$  и  $TO_2$  – настраиваемые токоограничения, реализующие механическую характеристику движения звена с ограничениями, приведенными на рис. 3.1;  $M_B$  и  $M_T$  - внешний момент и момент при наличии встроенного тормоза. Структура регуляторов скорости и тока может быть П, ПИ или ПИД. Она может выбираться и устанавливаться программно и меняться в процессе работы в зависимости от решаемой задачи.

В приведенной модели привода двигатель описывается линейным звеном, что допустимо в виду программной компенсации его нелинейных характеристик. Нелинейные токоограничения  $TO_1$  и  $TO_2$  имеют вид, представленный на рис. 3.5, а, б, и реализуются программно:

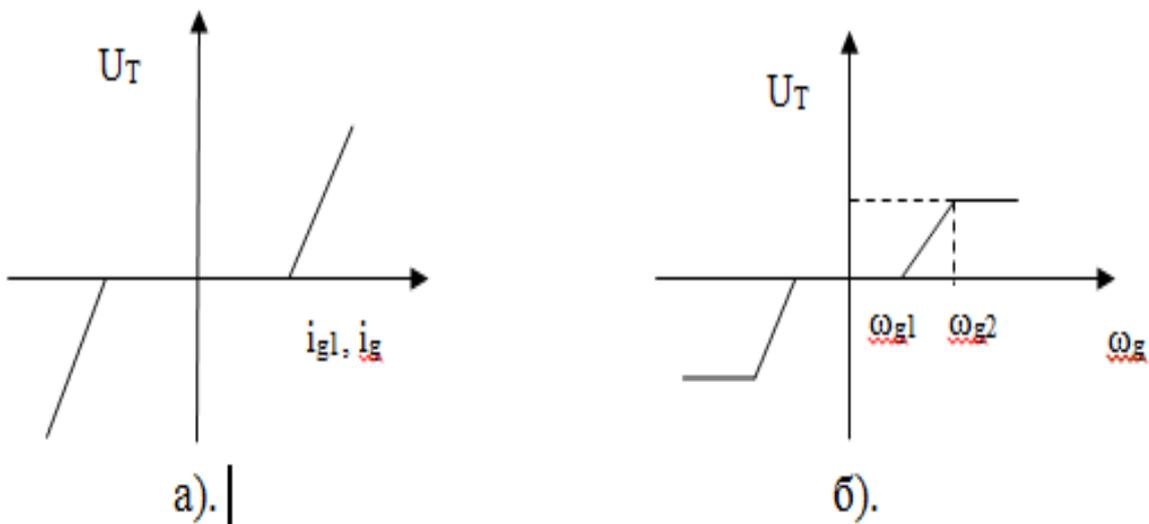


Рис. 3.5. Нелинейные характеристики токоограничений  $TO_1$  (а) и  $TO_2$  (б)

При необходимости учета свойство самоторможения механизма преобразования движения можно формально представить в виде модели на рис. 3.6.

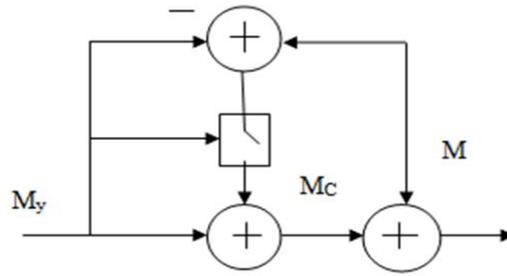


Рис. 3.6. Модель свойства самоторможения

Считая, что свойства самоторможения проявляется только в статике, выражение для  $M_{CT}$  имеет вид

$$M_{CT} = \begin{cases} M_B \text{ при } M_y = 0 \\ 0 \forall M_y \geq M_B \\ M_B - M_y \forall 0 < M_y \leq M_B \end{cases} \quad (3.8)$$

Представим соотношение между  $M_d$  и  $U$  с помощью нелинейного оператора  $V_4$ :

$$M_d = V_4 U. \quad (3.9)$$

Тогда на основании рис. 3.2, 3.4 и выражений 3.2 – 3.9 получим следующую математическую модель манипулятора:

$$\left. \begin{aligned} A(q)p^2q + B(pq, q) + C(q) &= F_y - F_b; \\ F_y &= W_y(W_1 F_g - W_3 q)(1 - W_1 W_2)^{-1}; \\ F_g &= V_4[W_{K1}(q_3 - q) - W_{K2}pq]. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Здесь  $F_y$  и  $F_b$  – векторы упругих и внешних силовых воздействий;  $F_g$  – вектор сил (моментов), развиваемых двигателями;  $W_1, W_2, W_3$  – передаточные диагональные матрицы параметров механической системы;  $W_{K1}, W_{K2}$  – передаточные матрицы последовательных и параллельных корректирующих звеньев;  $q$  – вектор управляющих воздействий.

Для “жесткого” манипулятора выражения 3.10 упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} A(q)p^2q + B(pq) + C(q) &= (F_g - W_5 p^2 q - W_2 F_B)W_4^{-1}; \\ F_g &= V_4[W_{K1}(q_3 - q) - W_{K2}pq]. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Здесь  $W_4$  – диагональная матрица передаточных отношений и к.п.д. механизмов преобразования движения;  $W_5$  – диагональная матрица приведенных инерционных характеристик двигателей и механизмов.

### 3.2. Компьютерное моделирование исполнительный кинематической цепи манипуляционного робота с использованием пакета SimMechanics first generation

На рис. 3.7 приведена схема исполнительный кинематической цепи (ИКЦ) манипуляционного робота, имеющего три степени подвижности. Исполнительный кинематическая цепь имеет вращательную степень подвижности  $q_1$  поворота звена 1 вокруг оси  $z$ , и параллельные степени подвижности  $q_2$  и  $q_3$  поворота звеньев 2 и 3 вокруг оси  $y$ .

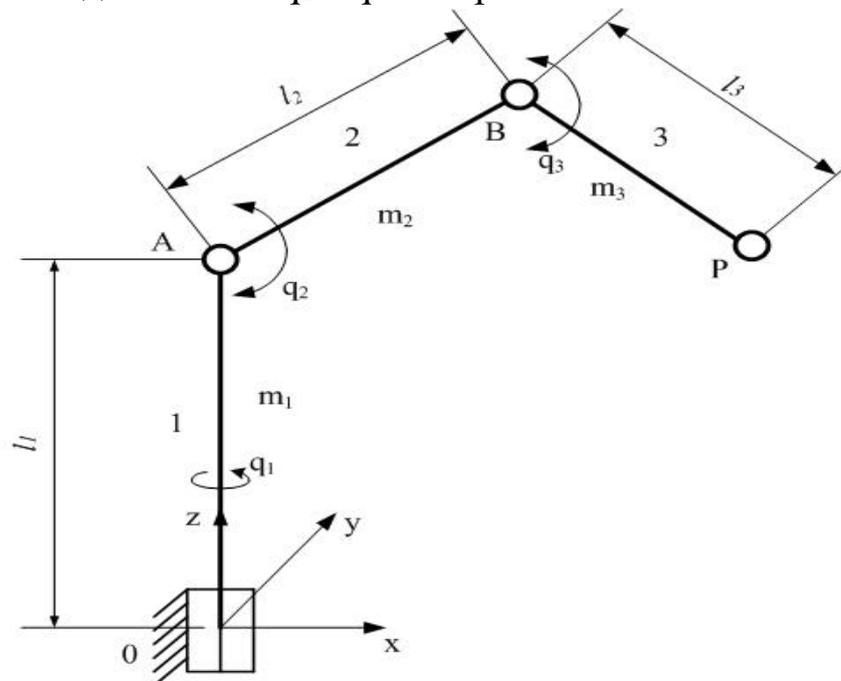


Рис. 3.7. Схема исполнительный кинематической цепи манипуляционного робота

В табл. 3.1 приведены параметры звеньев исполнительный кинематической цепи (ИКЦ).

Таблица 3.1. Параметры звеньев ИКЦ

$l_1$	$l_2$	$l_3$	$m_1$	$m_2$	$m_3$
0,7 м	0,6 м	0,5 м	80 кг	25 кг	10 кг

При построении модели ИКЦ, кинематическая схема которой приведена на рис. 3.7, с параметрами табл. 3.1 использованы следующие блоки пакета SimMechanics: Machine Environment, Ground, Revolute, Body, Joint Initial Condition, Joint Actuator, Joint Sensor.

Построение модели манипулятора производится в пространстве координат хуз. В состав этой модели входит 3 звена и 3 цилиндрических шарнира (рис. 3.8). Первый цилиндрический шарнир связан с основанием при помощи блока Ground.

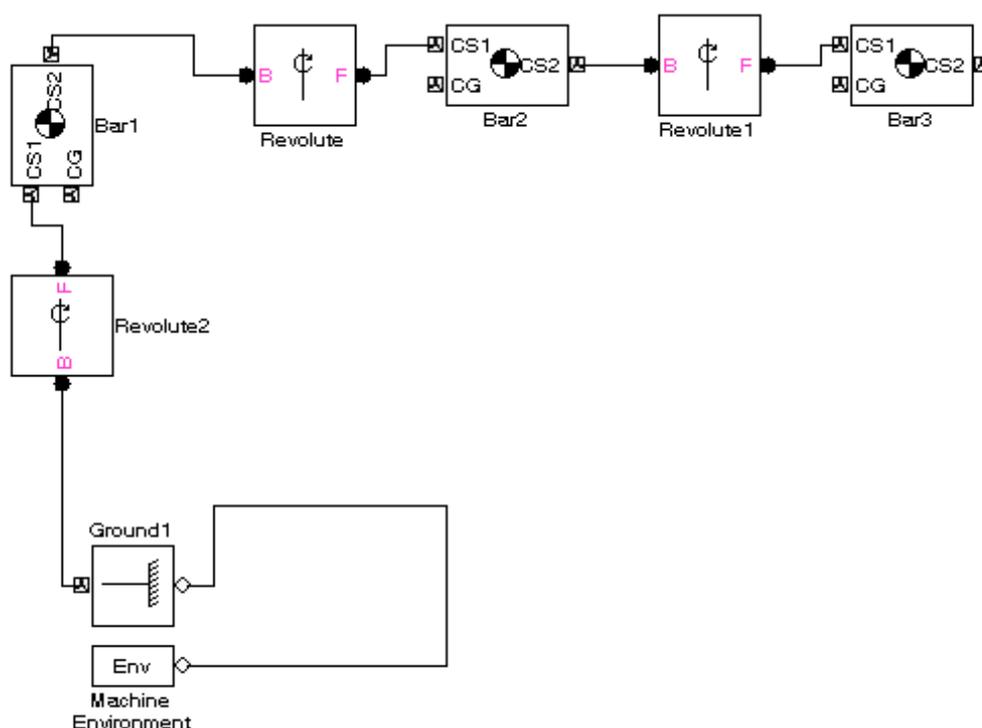


Рис. 3.8. Базовая модель манипулятора в SimMechanics first generation

В блоке Machine Environment указывается направление действия (вдоль оси z) и величину силы тяжести ( $g=-9,81\text{м/с}^2$ ). В блоках Revolute указывается направление оси вращения (вокруг оси Z).

Далее необходимо произвести настройку блоков Body в соответствии с размерами и массами звеньев и сочленений (см. табл. 3.1). Массу цилиндрических шарниров с установленными в них датчиками и двигателями необходимо привести к телам, так как в настройке блока Revolute (цилиндрический шарнир) ее величину указать невозможно.

Для задания движения механизма добавляются блоки Joint Actuator в местах расположения приводных двигателей, а для снятия характеристик в шарнирах – Joint Sensor. В окне настройки блока Joint Actuator устанавливается вид возбуждения Generalized forces (обобщенные силы) – Apply torque (момент), в окне настройки Joint Sensor производится выбор тех характеристик относительного движения частей примитива, которые необходимо снять. Для вывода на экран снятых характеристик используется блок Scope (осциллограф для наблюдения временных зависимостей).

На рис. 3.9 приведен вид анимационной модели ИКЦ в исходном положении.

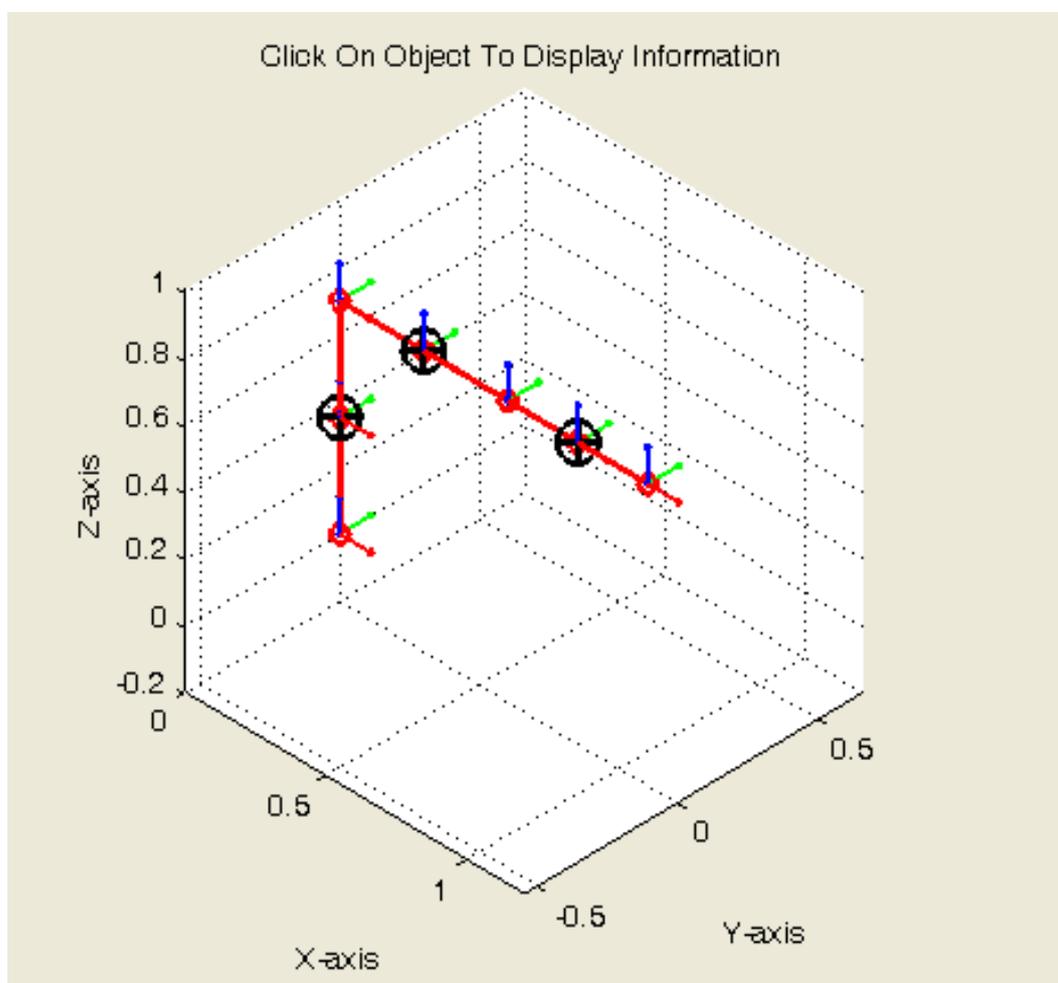


Рис. 3.9. Вид анимационной модели ИКЦ в исходном положении

Для задания движения к блокам Joint Actuator необходимо добавить модели приводов, построенные с использованием пакета Simulink.



Таблица 3.2. Параметры ИКЦ

Номер звена	1	2	3	4	Масса нагрузки, кг
Масса звена, кг	2,5(момент инерции кг*м <sup>2</sup> )	210	140	80	40
Длина звена, м	0.5	3.2	3.0	0.4	

При построении модели используем следующие блоки: World Frame, Solver Configuration, Mechanism Configuration, Solid, Revolute, Rigid Transform, Prismatic Joint, Transform Sensor, World Frame, Solver Configuration, Mechanism Configuration, которые являются обязательными при построении модели любого механизма. Они представляют собой неизменные точки основания (земли), неподвижные в абсолютном (инерциальном) пространстве. Движение отдельных частей механизма задаётся или определяется по отношению к системе координат, реализуемой этими блоками. На рис. 3.11 представлен вид подсистемы «Начало координат». Блоки Revolute, Prismatic Joint, относящиеся к разделу Joints (сочленения), позволяют обеспечить возможность моделирования относительных движений тел, представленных отдельными блоками Solid, то есть необходимых степеней подвижности.

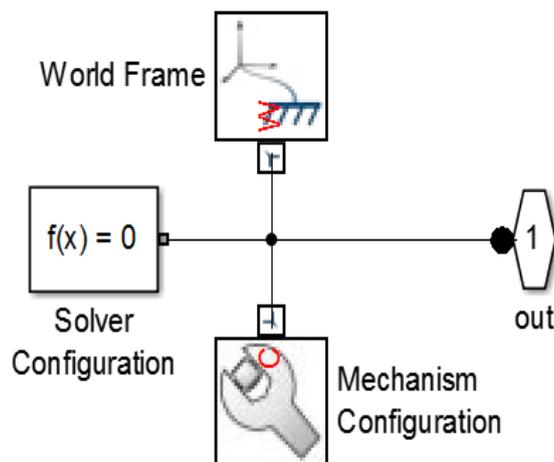


Рис. 3.11. Подсистема «Начало координат»

Блок имеет два обязательных порта, с помощью которых он подсоединяется к двум блокам из раздела Body Elements. Порт, отмеченный индексом В (base – основной), предназначен для соединения с блоком Body, представляющим первое (основное) тело, порт с индексом F (follower – следующий) служит для подсоединения к следующему телу в связанной цепи тел, составляющих механизм. Solid – представляет отдельную часть механизма, рассматриваемую как твердое тело, движение которого моделируется. В окне настройки блока задаются масса, инерция, форма, размер и цвет объекта. Модель объекта можно импортировать из другой программы (например, «Компас»).

На рис. 3.12 представлен фрагмент построения модели из вышеперечисленных блоков.

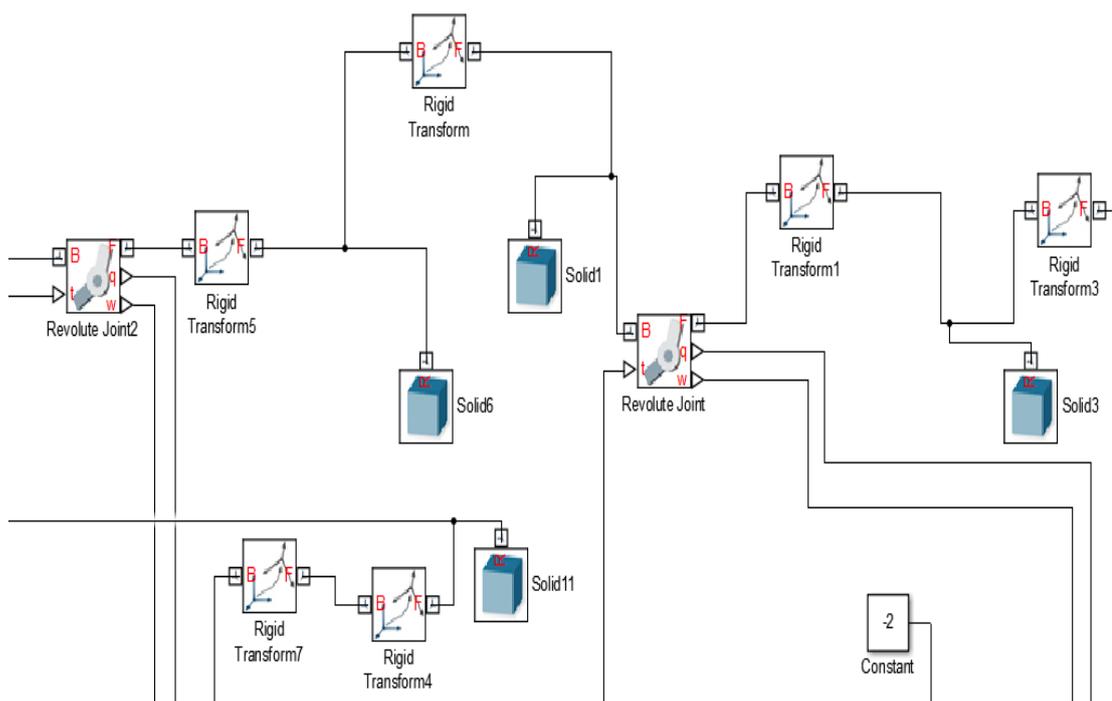


Рис. 3.12. Фрагмент построения модели

Построение модели исполнительной кинематической цепи манипулятора производится в пространстве правой инерциальной системы координат XYZ. На рис. 3.13 приведена модель исполнительной кинематической цепи манипулятора, построенная в соответствии с изложенным выше.

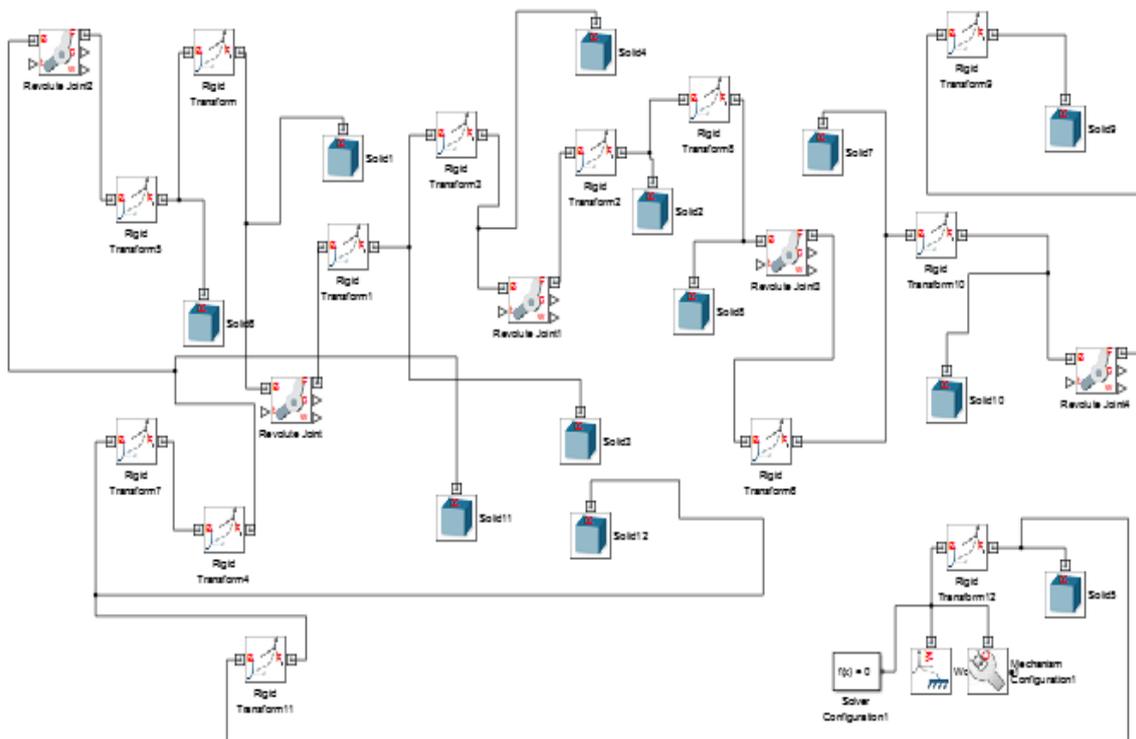


Рис. 3.13. Модель исполнительной кинематической цепи манипулятора

На рис. 3.14 представлена анимация модели обобщенной исполнительной кинематической цепи манипулятора

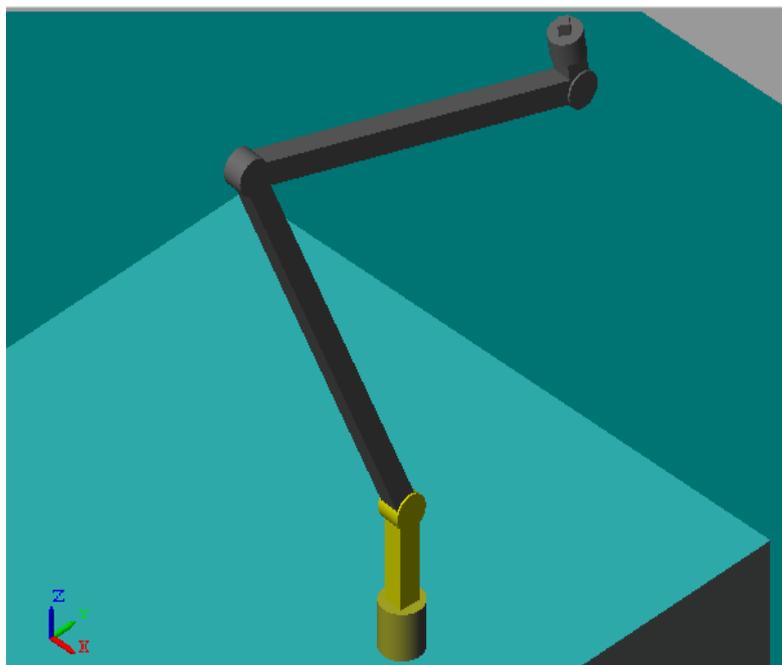


Рис. 3.14. Анимация модели исполнительной кинематической цепи манипулятора

В качестве рабочего органа манипуляторов выберем схват с плоско-параллельным движением губок, схема которого приведена на рис. 3.15.

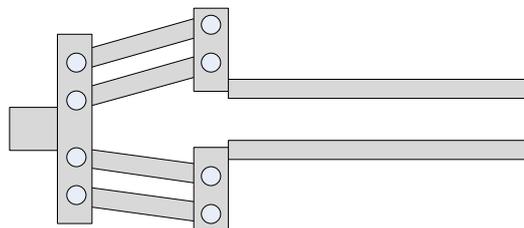


Рис. 3.15. Схема схвата

На рис. 3.16 представлена компьютерная модель механизма схвата, а на рис. 3.17 – ее анимация.

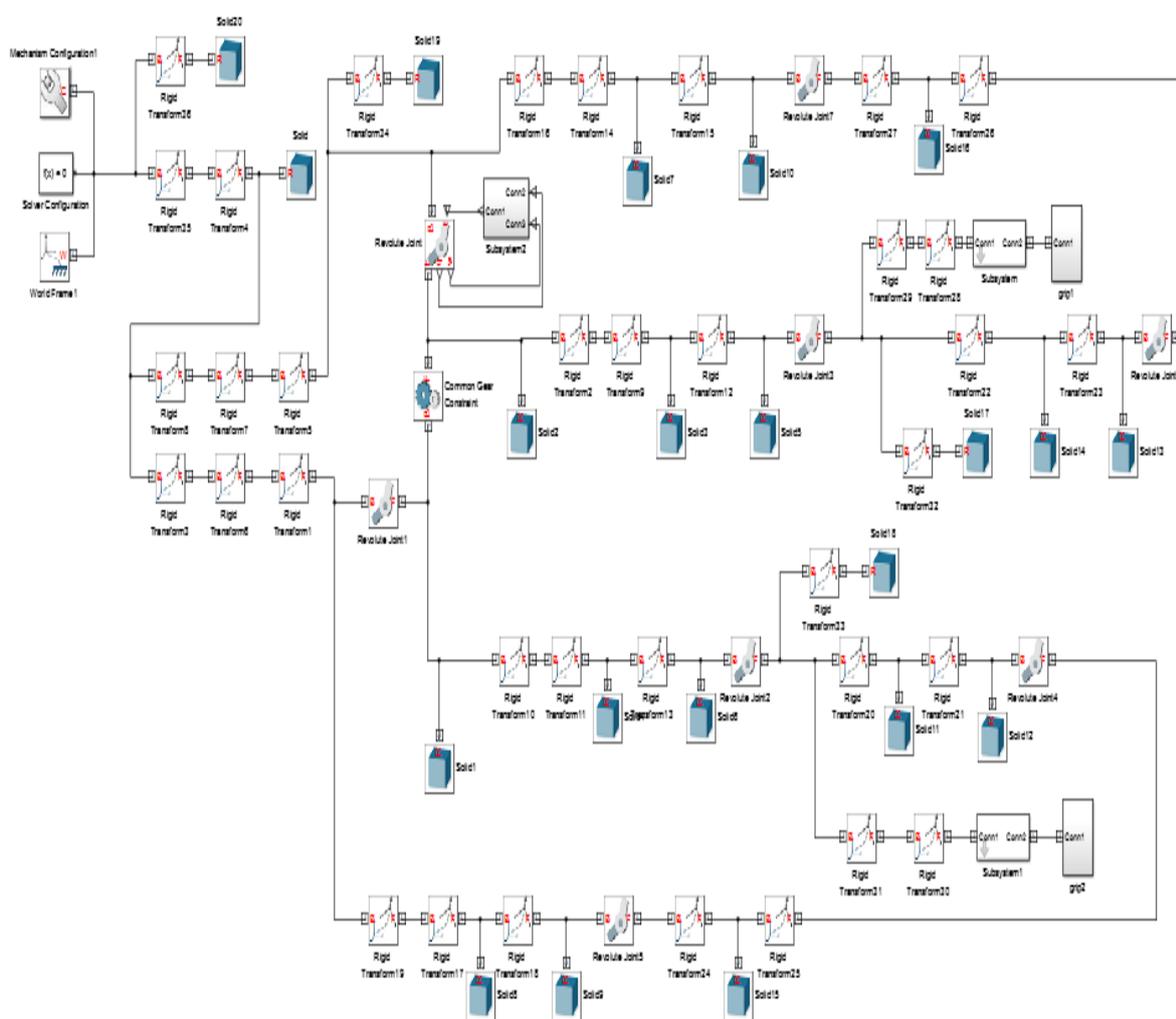


Рис. 3.16. Компьютерная модель механизма схвата

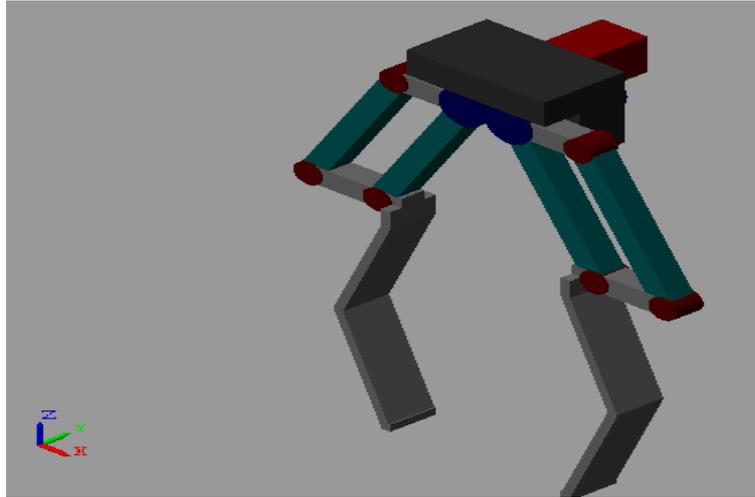


Рис. 3.17. Анимация модели механизма схвата

*Вопросы для самопроверки к главе 3*

1. Какие компоненты входят в состав исполнительной кинематической цепи (ИКЦ) манипуляционного робота?
2. Какие слагаемые содержит модель ИКЦ в форме Даламбера?
3. Какие основные блоки используются при построении модели ИКЦ с использованием библиотеки SimMechanics first generation?
4. Какие основные блоки используются при построении модели ИКЦ с использованием библиотеки SimMechanics second generation?
5. В чем разница между блоками Joint Sensor Joint и Actuator?
6. Каким блоками формируется начало координат в SimMechanics?
7. Как согласуются пакет Simulink и библиотека SimMechanics при моделировании?
8. Как расставлять оси координат при моделировании в SimMechanics?
9. Какие координаты являются базовыми, а какие связанными?
10. Как назначаются параметры блока Body?

## **Глава 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ**

### **4.1. Модель движения робота с цикловым управлением**

Цикловое управление манипуляционным роботом осуществляется по алгоритму программирования последовательностью выполнения его движения. При цикловой системе управления относительные перемещения звеньев ограничиваются передвижными упорами и конечными выключателями. Блоки, на которых собираются цикловые системы управления, обычно компактны и могут быть размещены в конструкции самого робота.

Возможны три основных типа циклов работы: последовательный, совмещенный и комбинированный.

Последовательный цикл характеризуется тем, что в нем все движения механизмов средств автоматизации и основные движения машины – орудия происходят последовательно. Машины в этом случае работают в режиме одиночных ходов, в перерыве между которыми совершают последовательно (друг за другом) необходимые движения средств автоматизации.

Совместный цикл работы характеризуется тем, что в нем все основные движения вспомогательных механизмов совмещены по времени с основными рабочими движениями главного рабочего органа механизма. Машина в этом случае работает на непрерывном автоматическом ходе.

Комбинированный цикл представляет собой усовершенствованную разновидность последовательного цикла и отличается тем, что в этом случае часть движения, выполненных средствами автоматизации, совмещены с движениями основных органов машины и самих средств автоматизации.

Также известны конструкции цикловых систем управления, в которых наборное штекерное поле заменено наборным полем на декадных переключателях.

При построении цикловых систем выполняется построение диаграммы движения. Цикловые системы управления могут быть выполнены и во взрывоопасном исполнении. В этом случае наиболее целесообразным является их построение на базе пневматических логических элементов.

Время одного такта в системе управления задается генератором. При цикловом управлении приводы перемещения звеньев робота имеют достаточно простую структуру, которую можно представить в виде рис. 4.1.

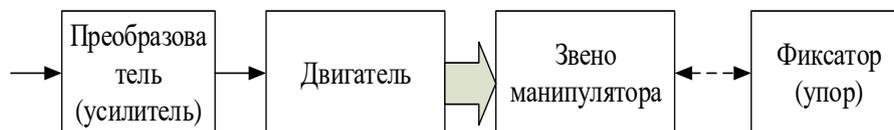


Рис. 4.1. Структура привода звена робота при цикловом управлении

В структуре привода отсутствуют обратные связи и регуляторы. Преобразователь, чаще всего релейного типа, выполняет роль коммутатора двигателя с силовой цепью или с источником давления в гидроприводе или пневмоприводе. Фиксатором (упором) задается величина перемещения.

На рис. 4.2 приведена модель привода звена робота, выполненная с использованием пакета Simulink. Выходом модели является момент, развиваемый двигателем, а входом – включение преобразователя. Величина перемещения задается с помощью блока Step1, а наличие упора-ключевым элементом Switch1.

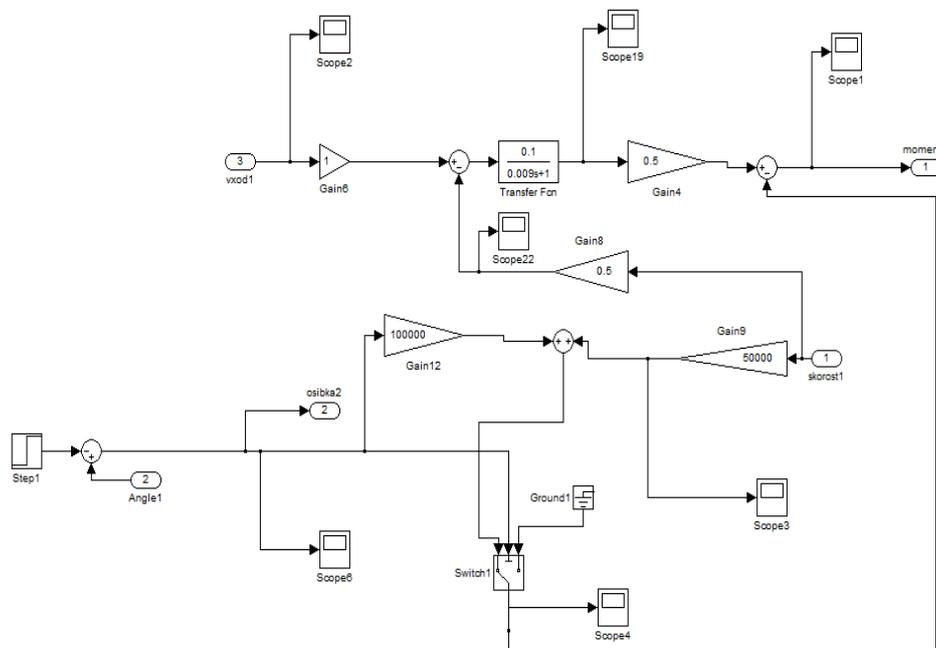


Рис. 4.2. Модель привода робота с цикловым управлением

Для исследования движения при цикловом управлении достаточно к модели исполнительной кинематической цепи манипулятора, добавим модели приводов, а также выходы для снятия характеристик и входы для задания параметров движения. В результате получим окончательную модель исследуемой системы, приведенную на рис. 4.3. Здесь с помощью ключей Switch1 и Switch2 смоделирован последовательный цикл переключения приводов звеньев 1, 2 и 3. В качестве модели исполнительной кинематической цепи манипулятора использована модель, приведенная на рис. 3.8. Модели приводов расположены в подсистемах Motor1, Motor2, Motor3. Величины перемещения звеньев задаются блоками Constant1, Constant2, Constant3. Для связи компонентов пакета Simulink с компонентами библиотеки SimMechanics first generation использованы блоки Joint Sensor и Joint Actuator. Нелинейный блок Dead Zone синхронизирует передачу движения между приводами при определенной величине погрешности позиционирования.

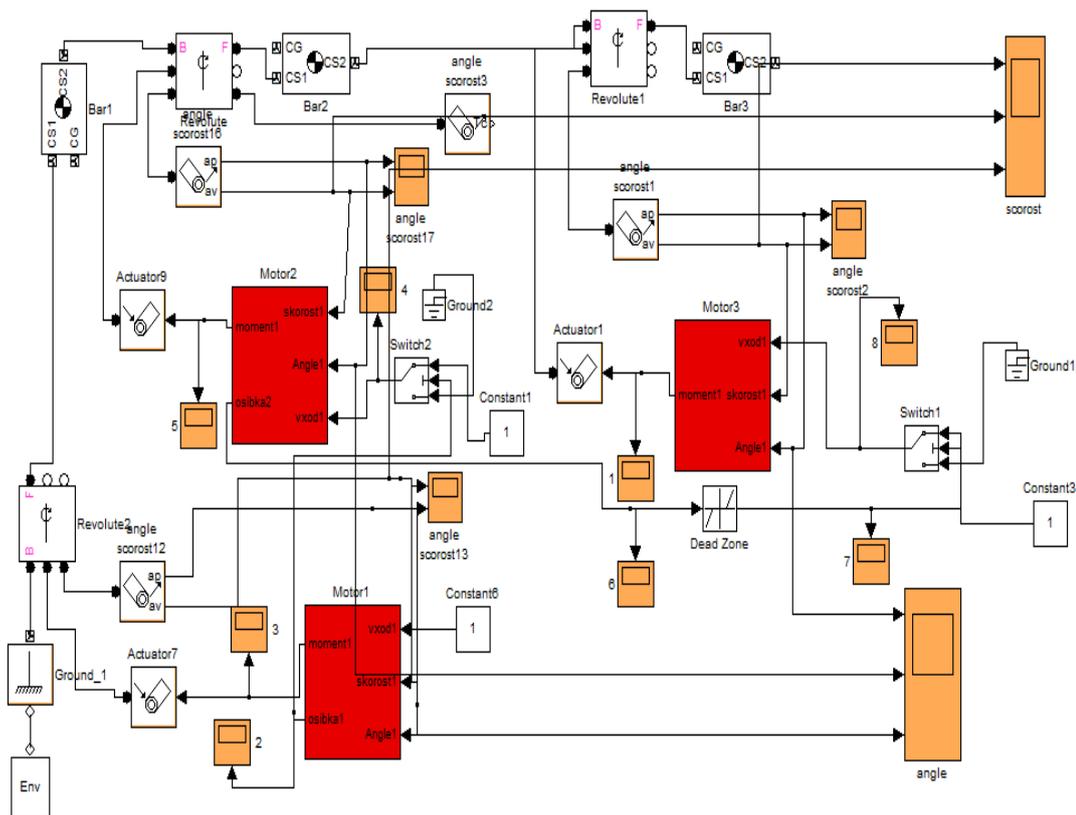


Рис. 4.3. Модель исследуемой системы

На рис. 4.4 приведен анимационный вид манипулятора по окончании отработки цикла движения.

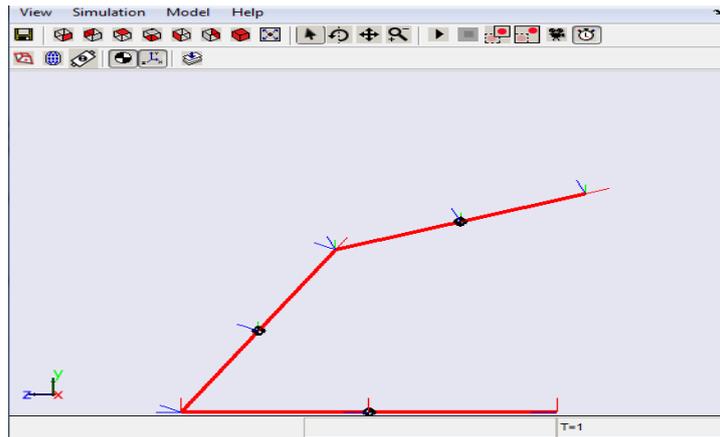


Рис. 4.4. Анимационный вид манипулятора

На рис. 4.5 представлены графики перемещений звеньев манипулятора по координатам  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$  на углы 1, 0.5 и 0.7 радиан соответственно.

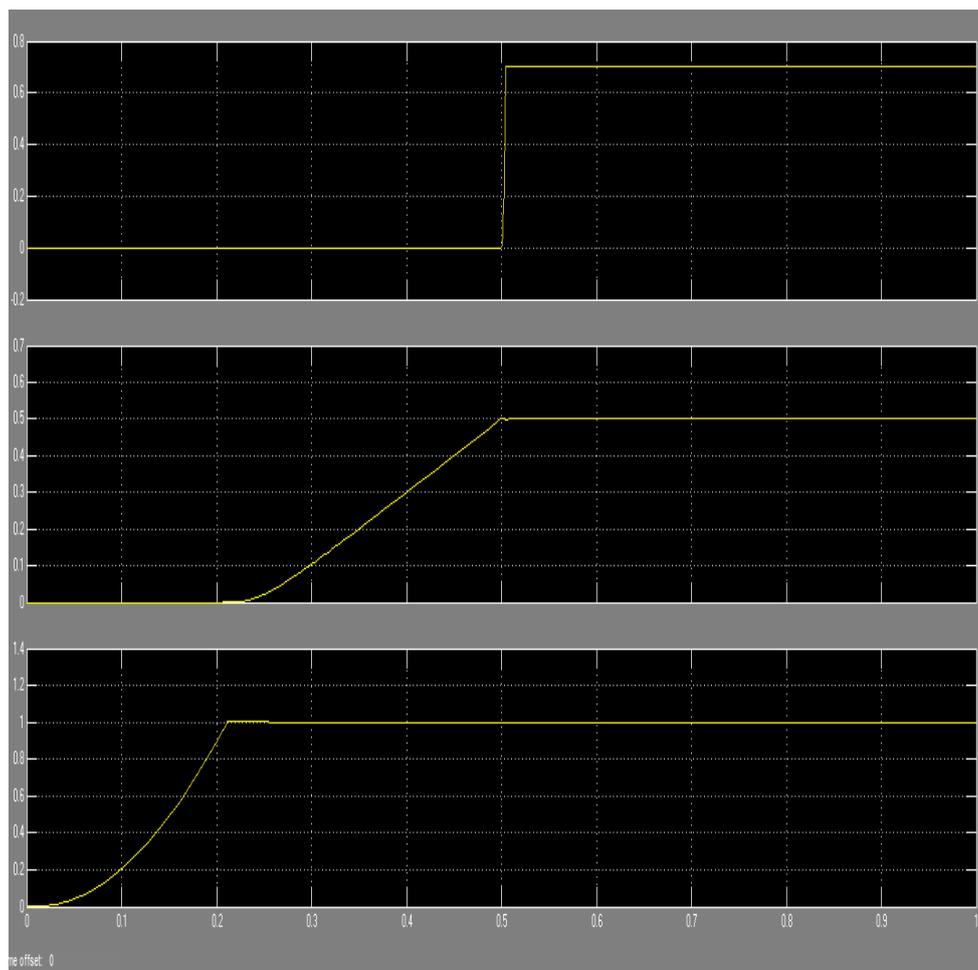


Рис. 4.5. Графики перемещений звеньев манипулятора по координатам  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$

Из анализа рис. 4.5 следует, что звенья перемещаются последовательно в соответствии с принятым алгоритмом последовательности движений.

На рис. 4.6 приведены графики скорости перемещения звеньев.

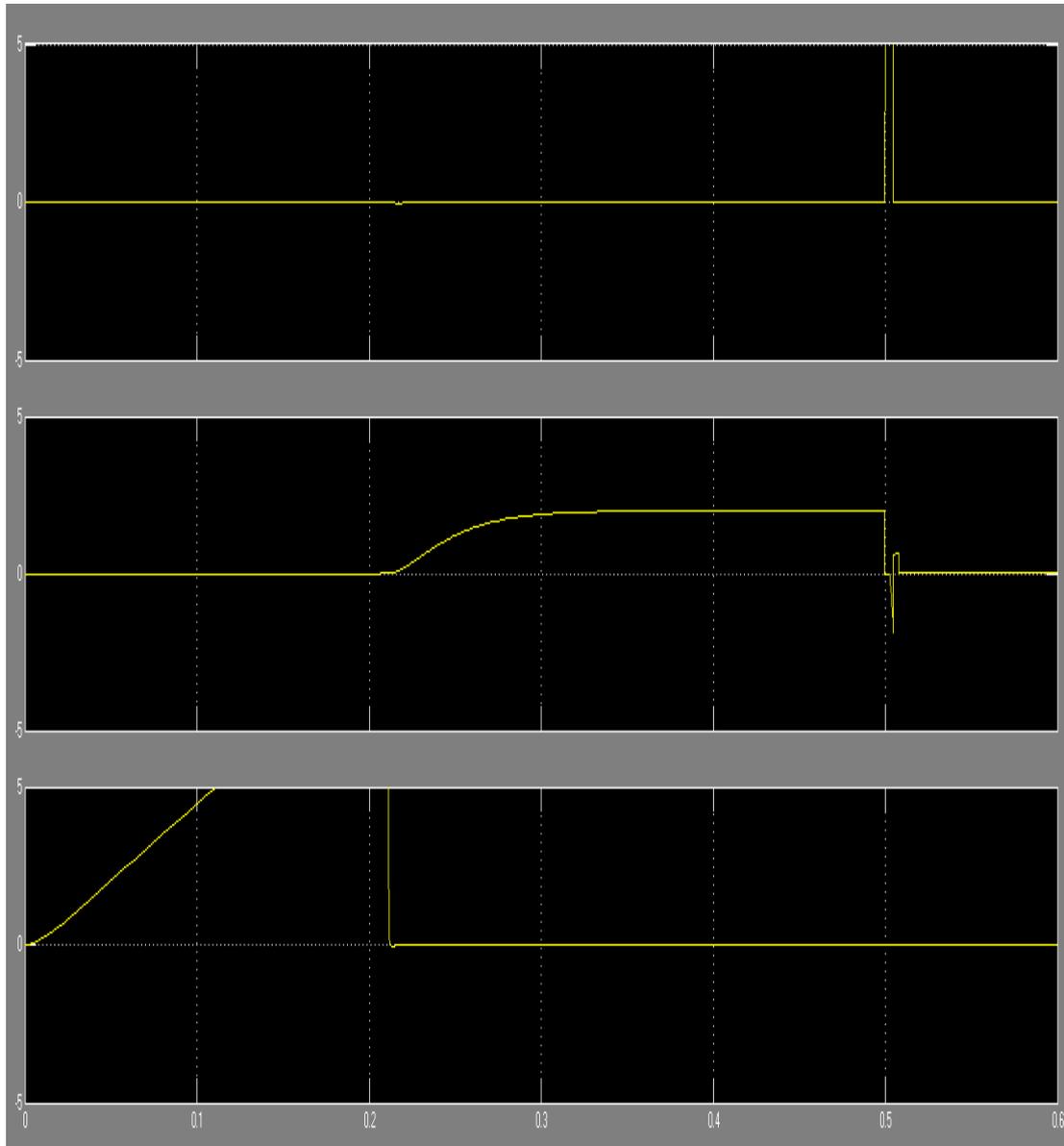


Рис. 4.6. Графики скорости перемещения звеньев манипулятора

Анализируя рис. 4.6, можно сказать, что наибольшим быстродействием обладает привод по координате  $q_3$  вследствие малой величины момента инерции звена. На графике скорости по координате  $q_2$  видны колебательные процессы, обусловленные взаимовлиянием при движении звена 3.

## 4.2. Моделирование движения манипуляционного робота с позиционным управлением. Настройка регулятора приводов

Позиционная система управления роботом в отличие от цикловой задает не только последовательность команд, но и текущее положение всех звеньев робота. Ее используют для обеспечения сложных манипуляций с большим количеством точек позиционирования. При этом траектория инструмента между отдельными точками 1 и 2 (рис. 4.7, а) не контролируется и может отклоняться от прямой, соединяющей эти точки. Однако завершение перемещения в точке 2 обеспечивается с заданной точностью. Систему называют однопозиционной, если она предусматривает останов инструмента в конце каждого отдельного перемещения и используют в промышленных роботах, предназначенных для контактной сварки, а также для сборочных или транспортных операций.

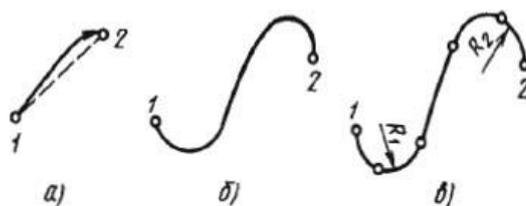


Рис. 4.7. Приемы введения программы при обучении робота в зависимости от системы управления роботом: а – позиционная ; б – многопозиционная; в – контурная

На рис. 4.8 приведена типовая структурная схема привода включая двигатель, на которой обозначено: РС – регулятор скорости; РТ – регулятор тока;  $k_u$  – коэффициент передачи инвертора;  $k_u, k_e, T_\varepsilon, k_m, J_{пр}$  – параметры двигателя;  $k_{дт}$  – коэффициент передачи датчика тока;  $k_{рп}$  – коэффициент передачи регулятора перемещения. В современных промышленных роботах в качестве исполнительных двигателей используются, главным образом, синхронные и асинхронные двигатели переменного тока, динамика которых описывается сложными существенно нелинейными уравнениями. В то же время современные блоки управления (преобразователи) содержат математические модели двигателей, на базе которых в реальном масштабе времени осуществляется линеаризация их нелинейных характеристик и указанные выше двигатели в целях аналитически с успехом описываются линейными зависимостями аналогично двигателям постоянного тока. Важным этапом при построении позиционного управления является синтез привода по заданным показателям качества.



В связи с этим при создании модели необходимо выполнить настройку регуляторов привода с использованием пакета Simulink.

Типовой преобразователь в управляемом приводе содержит регуляторы скорости, тока, датчик тока. Регуляторы скорости и тока являются ПИД – регуляторами с изменяемой структурой, а обратная связь по скорости организуется путем подсчета числа импульсов с датчика угла поворота ротора в единицу времени.

Связь структурной схемы системы управления и её математической модели в виде дифференциальных уравнений или передаточных функций является вполне очевидной. Исходя из этого ограничимся представлением математической модели привода в виде структурной схемы, приведенной на рис. 4.8. Тем более, что синтез системы будет производиться с использованием пакета Simulink ориентированного на представление исследуемой системы в виде структурной схемы.

В качестве регулятора тока, как правило выбирается ПИ – регулятор. Передаточная функция контура тока без учета токоограничений будет иметь вид апериодического звена, а коэффициент передачи и постоянную времени выбирают из условия обеспечения минимальной постоянной времени контура.

Динамические свойства системы во многом определяются качеством контура скорости. Поэтому необходимо и достаточно осуществить параметрический синтез регулятора скорости. Для этого можно воспользоваться процедурой синтеза NCD-Blockset, разработанной программистами фирмы Math и имеющейся в библиотеке MatLab (рис. 4.9).

Инструментальный пакет Nonlinear Control Design Blockset (NCD-Blockset) предоставляет в распоряжение пользователя графический интерфейс для настройки параметров динамических объектов, обеспечивающих желаемое качество переходных процессов. В качестве средства для достижения указанной цели принимается оптимизационный подход, обеспечивающий минимизацию функции штрафа за нарушение динамических ограничений. При помощи данного инструмента можно настраивать параметры нелинейной Simulink-модели, в качестве которых может быть заявлено любое количество переменных, включая скаляры, векторы и матрицы. Особую значимость имеет то обстоятельство, что в процессе настройки могут учитываться неопределенности параметрического типа математической модели.

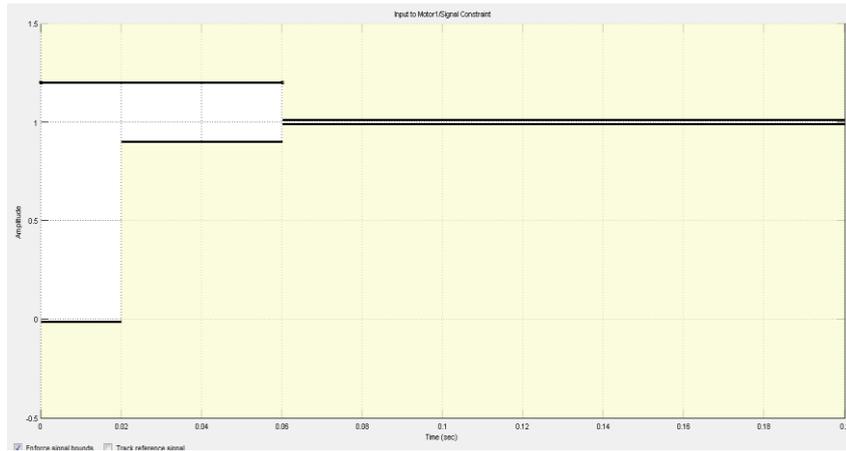


Рис. 4.9. Окно программы NCD-Blockset

На базе этих ограничений NCD-Blockset автоматически генерирует задачу конечномерной оптимизации так, чтобы точка экстремума в пространстве настраиваемых параметров соответствовала выполнению всех требований, предъявляемых к качеству процесса. Эта задача решается с привлечением специализированной процедуры квадратичного программирования из пакета Optimization Toolbox. Ход оптимизации контролируется на экране с помощью отображения графика контролируемого процесса и текущих значений минимизируемой функции. По завершении процесса его результат фиксируется в рабочем пространстве. В ходе настройки блока NCD-Blockset возможно установить требуемые значения перерегулирования, магнитуды, времени переходного процесса. На рис. 4.10 представлена модель привода в среде MatLab.

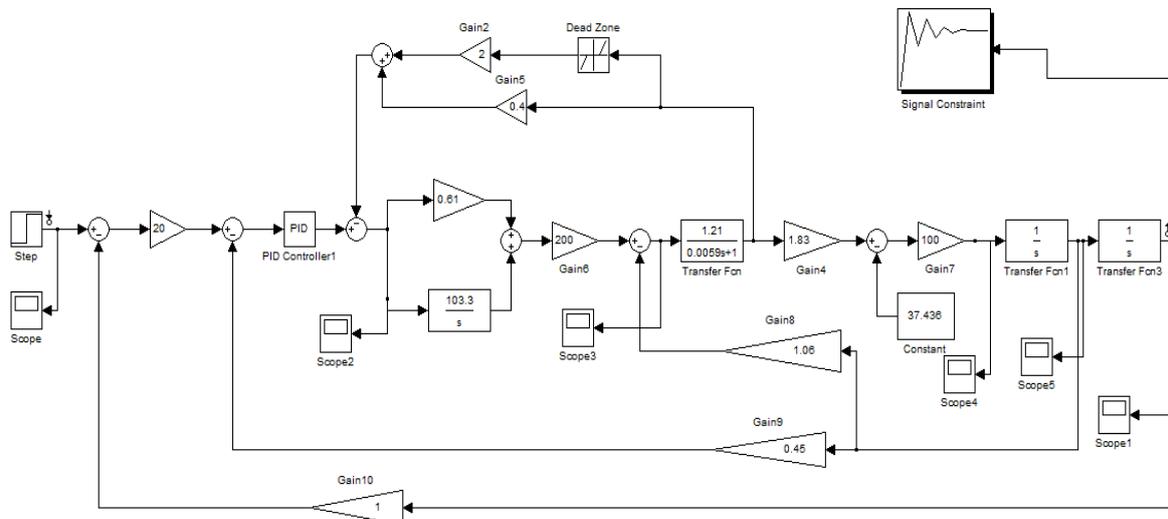


Рис. 4.10. Модель привода в среде MatLab

Окна настройки NCD-Blockset в ходе синтеза контура скорости приводов для всех трёх приводов манипуляционной системы показаны на рис. 4.11, 4.12 и 4.13.

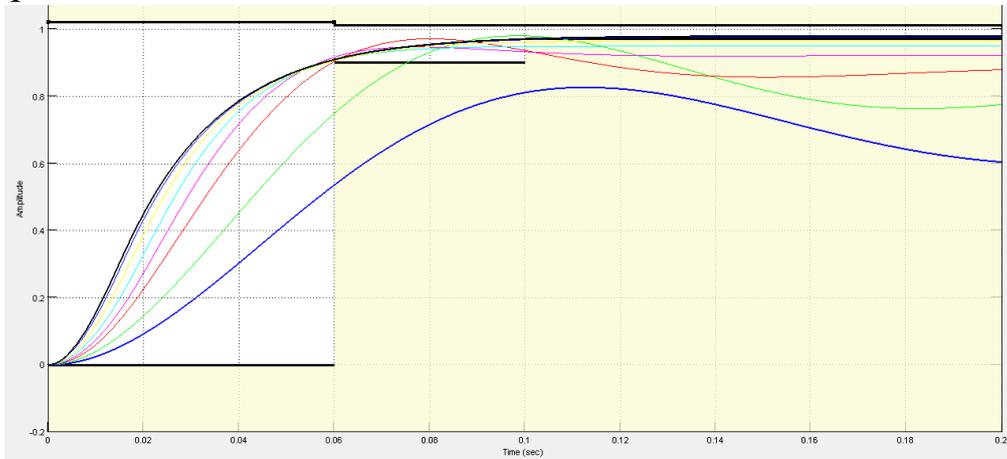


Рис. 4.11. Окно настройки NCD-Blockset для привода 1

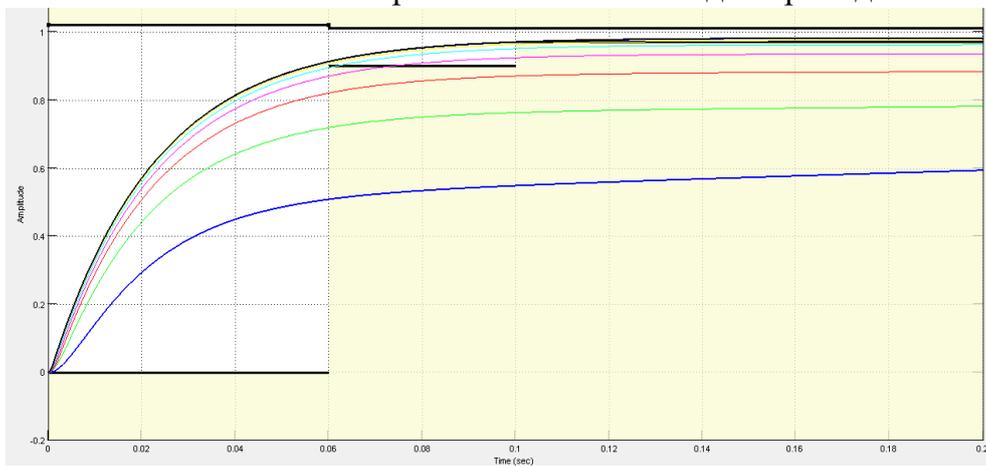


Рис. 4.12. Окно настройки NCD-Blockset для привода 2

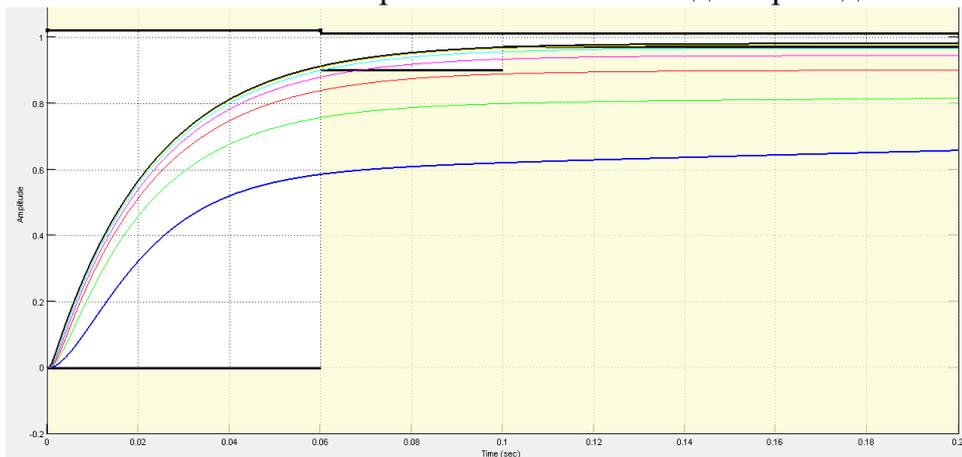


Рис. 4.13 Окно настройки NCD-Blockset для привода 3

Удобным инструментом настройки коэффициентов ПИД регулятора, входящим в комплект последних версий Matlab, является инструментальный пакет «PID tuner». Для вызова процедуры настройки

необходимо дважды кликнуть на блоке ПИД регулятора и нажать в появившемся окне кнопку «Tune».

Инструментальный пакет «PID tuner» предоставляет в распоряжение пользователя графический интерфейс для настройки коэффициентов ПИД регулятора, обеспечивающих желаемое качество переходных процессов. В качестве средства для достижения указанной цели принимается оптимизационный подход, обеспечивающий минимизацию функции штрафа за нарушение динамических ограничений. Особую значимость имеет то обстоятельство, что весь процесс настройки проходит в графическом режиме без необходимости проведения каких-либо вычислений. Окно пакета «PID tuner» представлено на рис. 4.14.

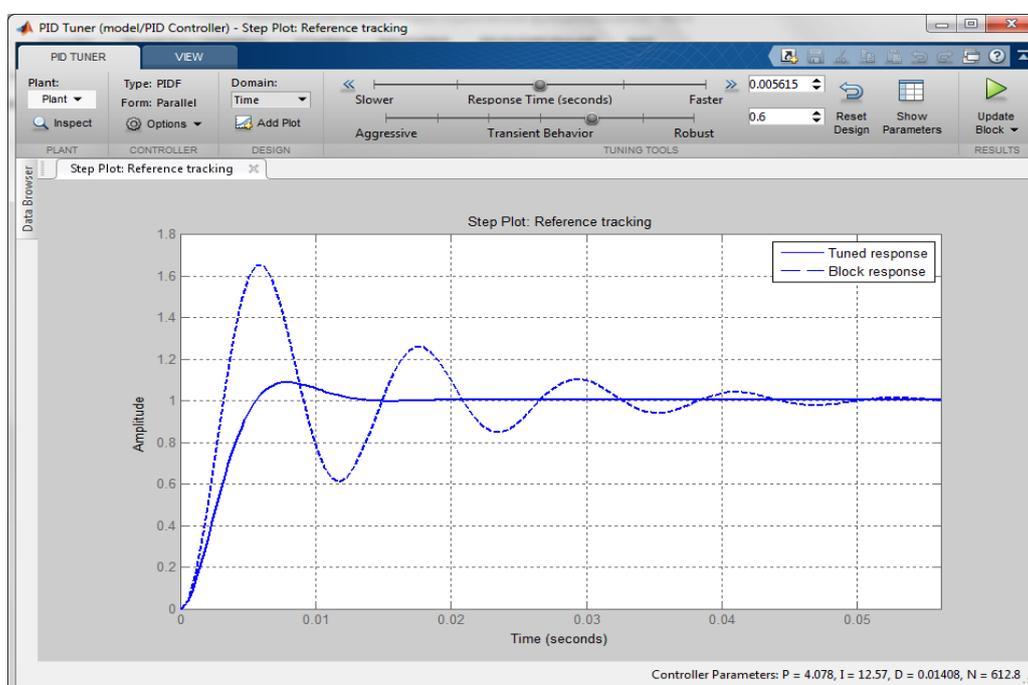


Рис. 4.14. Окно пакета «PID tuner»

Здесь пунктирной линией показан переходный процесс не настроенной системы, сплошной линией – результат настройки. При помощи ползунков «response time» (время отклика) и «transient behavior» (переходный режим) убираем колебательность и перерегулирование с сохранением оптимального быстродействия системы.

Вид настроенного переходного процесса показан на рис. 4.15.

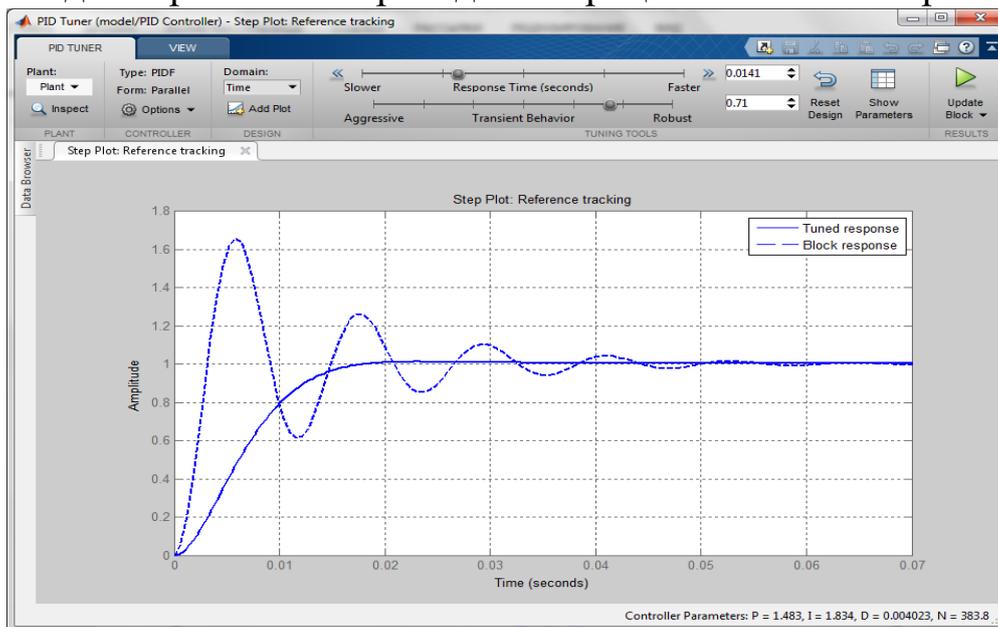


Рис. 4.15. Переходный процесс после настройки коэффициентов

Результаты настройки представлены на рис. 4.16. Таблица с результатами выводится по нажатию на кнопку «Show parameters».

Controller Parameters		
	Tuned	Block
P	1.4827	1.4827
I	1.8336	1.8336
D	0.0040228	0.0040228
N	383.7963	383.7963

Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	0.0103 seconds	0.0103 seconds
Settling time	0.0158 seconds	0.0158 seconds
Overshoot	1.28 %	1.28 %
Peak	1.01	1.01
Gain margin	-Inf dB @ 0 rad/s	-Inf dB @ 0 rad/s
Phase margin	71 deg @ 142 rad/s	71 deg @ 142 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

Рис. 4.16. Результаты настройки коэффициентов ПИД регулятора

В завершении процесса настройки необходимо подтвердить результаты, нажав на кнопку «Update block».

Модель манипулятора с ИКЦ (см. рис. 3.8) и приводами при позиционном управлении приведена на рис. 4.17.

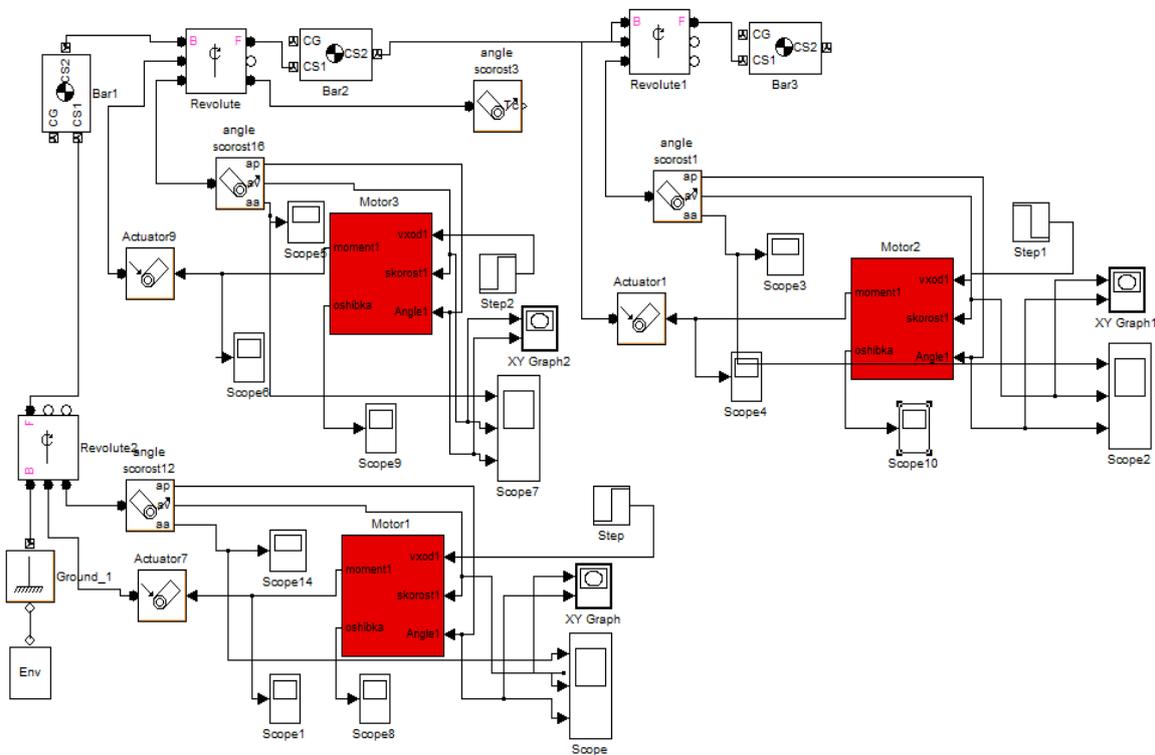


Рис. 4.17. Общая схема модели движения при позиционном управлении

При моделировании на вход приводов одновременно подавались ступенчатые входные воздействия блоками Step. На рис. 4.18 – 4.20 приведены фазовые траектории обобщенных координат  $q_1, q_2, q_3$  на плоскости XY при обработке входных воздействий.

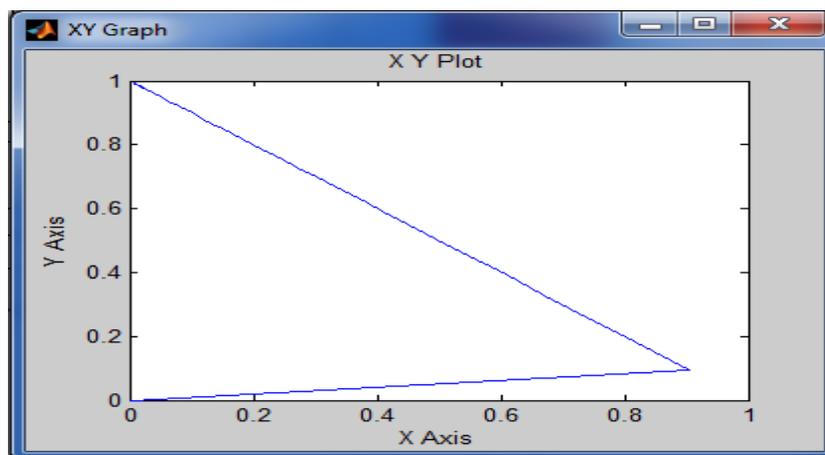


Рис. 4.18 Фазовая траектория  $q_1=1$ рад

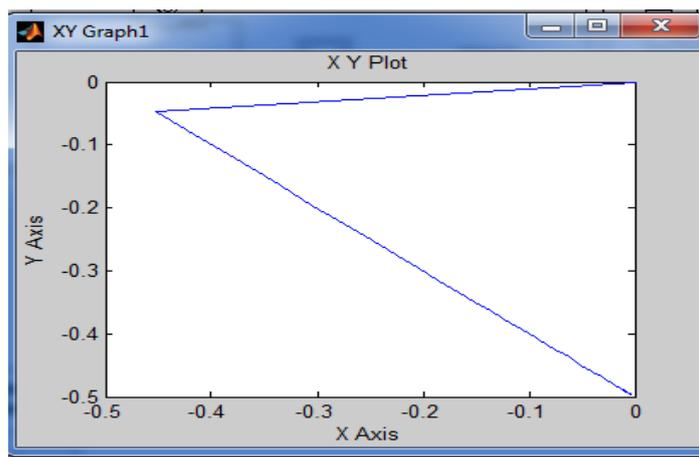


Рис. 4.19. Фазовая траектория  $q_2=0.5$ рад

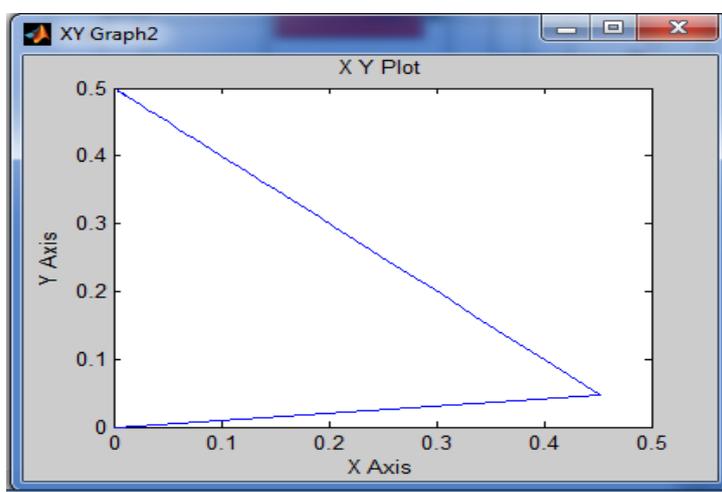


Рис. 4.20. Фазовая траектория  $q_3=-0.5$ рад

### 4.3. Моделирование движения робота с контурным управлением

Контурная система управления роботом задает движение в виде непрерывной траектории, причем в каждый момент времени определяет не только положение звеньев механизма, но и вектор скорости движения инструмента. Поэтому движение инструмента по прямой линии или по окружности требует задания всего двух крайних точек в первом случае и трех точек (двух крайних и любой промежуточной) во втором. Это позволяет интерполировать отдельные участки траектории отрезками прямых и дугами окружности, что существенно сокращает время обучения робота. Поэтому, как правило, применяют контурную систему управления в промышленных роботах для дуговой сварки, хотя она сложнее и дороже позиционной. Программа выполнения операций дуговой сварки обычно вводится в память про-



зации различных алгоритмов управления движением манипуляторов в процессе выполнения рабочих операций.

Для формирования векторов входных воздействий при управлении движением манипулятора по траектории необходимо решить обратную задачу кинематики. Обратная задача кинематики состоит в определении обобщенных координат и скоростей при заданных в некоторой базовой системе координатах рабочей точки или рабочего органа и контурной скорости перемещения. Часто обратная задача не имеет единственного решения, и прибегают к замораживанию обобщенных координат или введению конструктивных ограничений. Для упрощения решения задачи, что допустимо на данном этапе, будем считать, что ориентирующие движения осуществляются после захвата объекта при неподвижных транспортных звеньях и ориентируют объект и выходные звенья вдоль оси выходного звена. Тогда траекторное движение может быть организовано только с помощью транспортных степеней подвижности. Исходя из этого для исполнительной кинематической цепи на рис. 3.7 можно записать матрицы преобразования координат Денавита – Хартенберга, описывающие расположение звеньев:

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

$$A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & l_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & l_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & l_3 \cos q_3 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & l_3 \sin q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Уравнение обратной задачи кинематики теперь имеет вид

$$T_0^3 = A_0^1 A_1^2 A_2^3, \quad (4.4)$$

где матрица  $T_0^3$  известна и равна

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

где  $n$  – вектор нормали,  $o$  – вектор ориентации,  $a$  – вектор подхода,  $p$  – вектор положения.

Теперь задача заключается в том, чтобы выразить три неизвестных  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$  через элементы матрицы положения  $T_0^3$  и другие параметры конструкции. Обратную задачу кинематики можно решить, просто расписав поэлементно уравнение (4.4). Тогда получим следующие соотношения:

$$n_x = \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) + \sin q_1, \quad (4.6)$$

$$o_x = -\cos q_1 \cos(q_2 + q_3) + \sin q_1, \quad (4.7)$$

$$a_x = -\cos q_1 \sin(q_2 + q_3), \quad (4.8)$$

$$p_x = l_3 \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \cos q_1 \cos q_2, \quad (4.9)$$

$$n_y = \sin q_1 \cos(q_2 + q_3) - \cos q_1, \quad (4.10)$$

$$o_y = -\sin q_1 \cos(q_2 + q_3) - \cos q_1, \quad (4.11)$$

$$a_y = q_1 \sin(q_2 + q_3) \quad (4.12)$$

$$p_y = l_3 \sin q_1 \cos(q_2 + q_3) + l_2 \sin q_1 \cos q_2, \quad (4.13)$$

$$n_z = -\sin(q_2 + q_3), \quad (4.14)$$

$$o_z = \sin(q_2 + q_3), \quad (4.15)$$

$$a_z = -\cos(q_2 + q_3), \quad (4.16)$$

$$p_z = -l_3 \sin(q_2 + q_3) - l_2 \sin q_2 + l_1. \quad (4.17)$$

Из формулы (4.17) следует

$$q_2 + q_3 = \arccos(-a_z). \quad (4.18)$$

Умножив выражение (17) на  $\sin q_1$  и (4.18) на  $\cos q_1$ , а затем из первого полученного выражения вычтем второе. При этом получим

$$\sin q_1 p_x = \cos q_1 p_y = 0 \text{ при } q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right). \quad (4.19)$$

Из формул (4.13) и (4.17) можно показать, что

$$\cos q_1 p_x + \sin q_1 p_y = l_2 \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3), \quad (4.20)$$

а из формул (4.17) и (4.20) можно увидеть, что

$$l_2 \sin q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3) = l_1 - p_z = \alpha, \quad (4.21)$$

$$l_2 \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3) = \cos q_1 p_x + \sin q_1 p_y = \beta, \quad (4.22)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  являются известными величинами, тогда как сумма  $q_2 + q_3$  уже известна. Из формул (4.21) и (4.22) можно показать, что

$$\alpha^2 + \beta^2 = l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3\cos q_3, \text{ т.е.} \quad (4.23)$$

$$q_3 = \arccos\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2 + l_2^2 + l_3^2}{2l_2l_3}\right). \quad (4.24)$$

Решение с использованием функции арккосинуса в данном случае приемлемо, так как легко показать, что аргумент не превосходит  $\pm 1$ . В общем случае решения с использованием арктангенса предпочтительнее, так как в этом случае аргумент охватывает всю область от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Расписав подробнее соотношения (4.23) и (4.24), получим

$$l_3(\sin q_2 \cos q_3 + \cos q_2 \sin q_3) + l_2 \sin q_2 = \alpha, \quad (4.25)$$

$$l_3(\cos q_2 \cos q_3 - \sin q_2 \sin q_3) + l_2 \cos q_2 = \beta, \quad (4.26)$$

Умножим выражение (4.25) на  $\sin q_2$  и (4.26) на  $\cos q_2$ , а затем сложим:

$$l_3 \cos q_3 + l_2 = \alpha \sin q_2 + \beta \cos q_2. \quad (4.27)$$

Теперь умножим выражение (4.25) на  $\cos q_2$  и (4.26) на  $\sin q_2$ , а затем из первого полученного выражения вычтем второе, что даст

$$l_3 \sin q_3 = \alpha \cos q_2 - \beta \sin q_2. \quad (4.28)$$

Умножив (4.27) на  $\beta$  и (4.28) на  $\alpha$  и сложив полученные выражения, найдем

$$\beta(l_3 \cos q_3 + l_2) + \alpha l_3 \sin q_3 = (\alpha^2 + \beta^2) \cos q_2. \quad (4.29)$$

Умножив выражение (4.27) на  $\alpha$  и (4.28) на  $\beta$ , а затем из первого полученного выражения вычтем второе, что даст

$$\alpha(l_3 \cos q_3 + l_2) - \beta l_3 \sin q_3 = (\alpha^2 + \beta^2) \sin q_2. \quad (4.30)$$

Теперь из формул (4.29) и (4.30) находим

$$q_2 = \arctg\left(\frac{\alpha(l_3 \cos q_3 + l_2) - \beta l_3 \sin q_3}{\beta(l_3 \cos q_3 + l_2) + \alpha l_3 \sin q_3}\right). \quad (4.31)$$

В таблице приведены соотношения для решения обратной задачи кинематики, а также указаны области допустимых значений углов для любых движений в сочленениях робота.

Соотношения для решения обратной задачи кинематики манипулятора

Сочленения	Решения	Допустимые значения углов
1	$q_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$	$-180^\circ \leq q_1 \leq 180^\circ$
2	$q_2 = \arctg\left(\frac{\alpha(l_3 \cos q_3 + l_2) - \beta l_3 \sin q_3}{\beta(l_3 \cos q_3 + l_2) + \alpha l_3 \sin q_3}\right)$	$-90^\circ \leq q_2 \leq 90^\circ$
3	$q_3 = \arccos\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2 + l_2^2 + l_3^2}{2l_2 l_3}\right)$	$0^\circ \leq q_3 \leq 180^\circ$

Для решения обратной задачи относительно линейных скоростей воспользуемся соотношениями (4.8), (4.12), (4.16), связывающими координаты положения точки обработки  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  с обобщёнными координатами  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ . Дифференцируя эти соотношения по времени, получаем

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = J(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}, \quad (4.32)$$

где  $J(q)$  – матрица Якоби для преобразования скоростей

$$J(q) = \begin{bmatrix} -\sin q_1 [\cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)] & \cos q_1 [-l_2 \sin q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)] & \cos q_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) \\ \cos q_1 [\cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)] & \sin q_1 [-l_2 \sin q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)] & \sin q_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) \\ 0 & -l_2 \cos q_2 - l_3 \sin(q_2 + q_3) & -l_3 \sin(q_2 + q_3) \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Исходя из выражения (4.32), получим:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = J^{-1}(q) \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \quad (4.34)$$

$$J^{-1}(q) = \frac{1}{|J(q)|} \begin{bmatrix} J(q)_{11} & J(q)_{21} & J(q)_{31} \\ J(q)_{12} & J(q)_{22} & J(q)_{32} \\ J(q)_{13} & J(q)_{23} & J(q)_{33} \end{bmatrix}, \quad (4.35)$$

$$|J(q)| = -l_2 l_3 \cos q_3 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)], \quad (4.36)$$

$$J(q)_{11} = l_2 l_3 \sin q_1 [\cos q_2 \cos(q_2 + q_3) - \sin q_2 \sin(q_2 + q_3)], \quad (4.37)$$

$$J(q)_{12} = \cos q_1 [l_2 l_3 \cos q_2 \sin(q_2 + q_3) + l_3^2 \sin^2(q_2 + q_3)], \quad (4.38)$$

$$J(q)_{13} = -\cos q_1 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)]^2, \quad (4.39)$$

$$J(q)_{21} = l_3 [-\cos q_1 l_2 \sin q_2 \sin(q_2 + q_3) + l_3 \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) + l_2 \cos q_2 \cos(q_2 + q_3) + l_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3)], \quad (4.40)$$

$$J(q)_{22} = \sin q_1 [(l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)) l_3 \sin(q_2 + q_3)], \quad (4.41)$$

$$J(q)_{23} = -\sin q_1 [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)]^2, \quad (4.42)$$

$$J(q)_{31} = 0, \quad (4.43)$$

$$J(q)_{32} = l_3 \cos(q_2 + q_3) [l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)], \quad (4.44)$$

$$J(q)_{33} = -[l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)] [l_3 \cos(q_2 + q_3) - l_2 \sin q_2], \quad (4.45)$$

Подставляя выражения (4.36) – (4.44) в выражение (4.45), а последнее в формулу (4.44), получим:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 = [l_2 l_3 \sin q_1 [\cos q_2 \cos(q_2 + q_3) - \sin q_2 \sin(q_2 + q_3)] v_x + [-\cos q_1 l_2 \sin q_2 \sin(q_2 + q_3) + \cos q_1 l_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_2 + q_3) + \cos q_2 l_2 \cos(q_2 + q_3) + l_3 \sin(q_2 + q_3) \cos(q_2 + q_3)] v_y] / -l_2 \cos q_3 A, \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{\sin(q_2 + q_3) [v_x \cos q_1 + v_y \sin q_1] + v_z \cos(q_2 + q_3)}{-l_2 \cos q_3}, \quad (4.47)$$

$$\dot{q}_3 = \frac{A [-v_x \cos q_1 - v_y \sin q_1] - v_z [l_3 \cos(q_2 + q_3) - l_2 \sin q_2]}{-l_2 l_3 \cos q_3}, \quad (4.48)$$

где 
$$A = l_2 \cos q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3). \quad (4.49)$$

Полученные выражения используются при построении Simulink – модели виртуального контроллера для управления движением рабочего органа по заданной траектории.

Задание траектории движения рабочего органа в модели системы управления целесообразно осуществлять классическими методами с помощью программируемых контроллеров при использовании стандартных методов интерполяции и аппроксимации.

Зададим на некоторой произвольной кривой координаты нескольких опорных точек. Для создания задатчика траектории применим метод интерполяции кубическими сплайнами выбранных опорных точек.

Задание кривой в пространстве осуществляется в два этапа:

1. Кривая проецируется на плоскость  $xu$  и по базовым точкам с помощью пакета `sftool` производится интерполяция плоской кривой кубическими сплайнами в функции  $y=f(x)$ .

2. По базовым точкам с помощью пакета `sftool` применяется метод интерполяции кубическими сплайнами в функции  $z=f(x,y)$ .

Рассмотрим метод интерполяции кубическими сплайнами спроецированной на плоскость  $xu$  плоской кривой. Для задания базовых точек кривой и вызова окна пакета `sftool` следует ввести в рабочей области Matlab программу:

```
x=[0.5,0.55,0.6,0.65,0.7,0.75]; y=[0,0.1,0.25,0.35,0.45,0.5];
cftool.
```

В результате интерполяции получено уравнение задаваемой кривой в виде кубического сплайна

$$y = P_1x^3 + P_2x^2 + P_3x + P_4, \quad (4.50)$$

где  $P_1 = -33,33$ ;  $P_2 = 60$ ;  $P_3 = -33,42$ ;  $P_4 = 5,875$ .

Компьютерная модель выведенного уравнения, представлена на рис. 4.22.

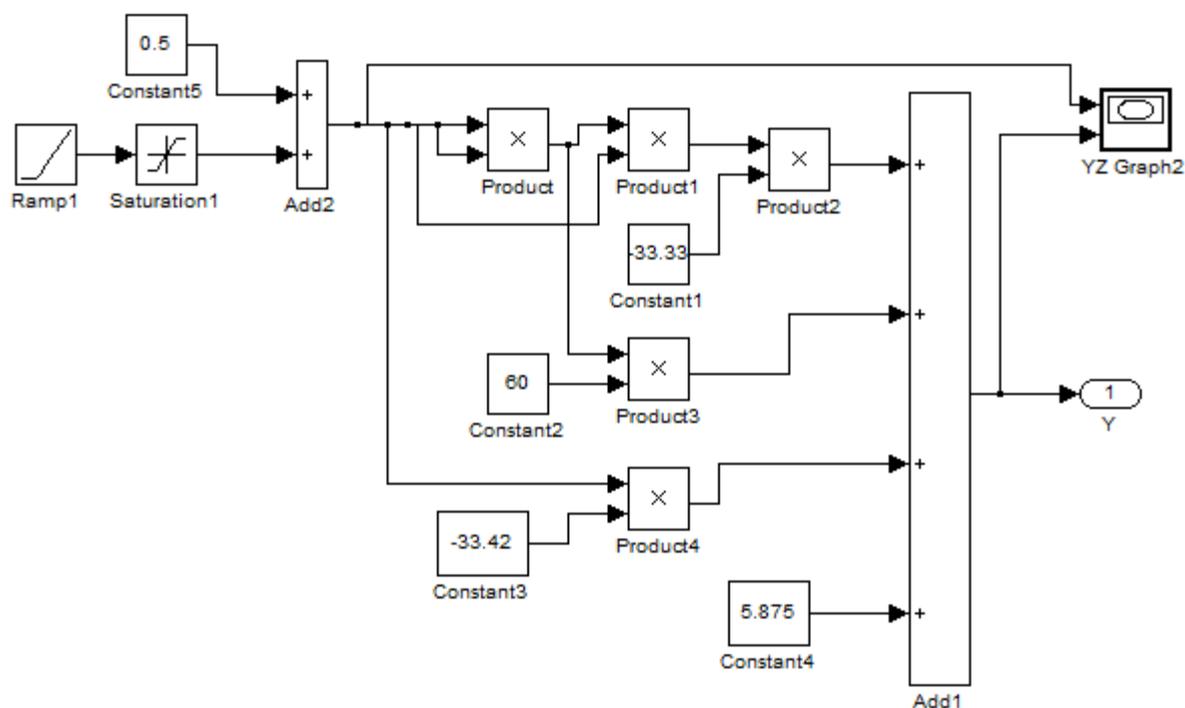


Рис. 4.22. Компьютерная модель задатчика траектории в проекции на плоскость  $xu$

На рис. 4.23 представлена траектория движения в проекции на плоскость  $xu$ , формируемая компьютерной моделью.

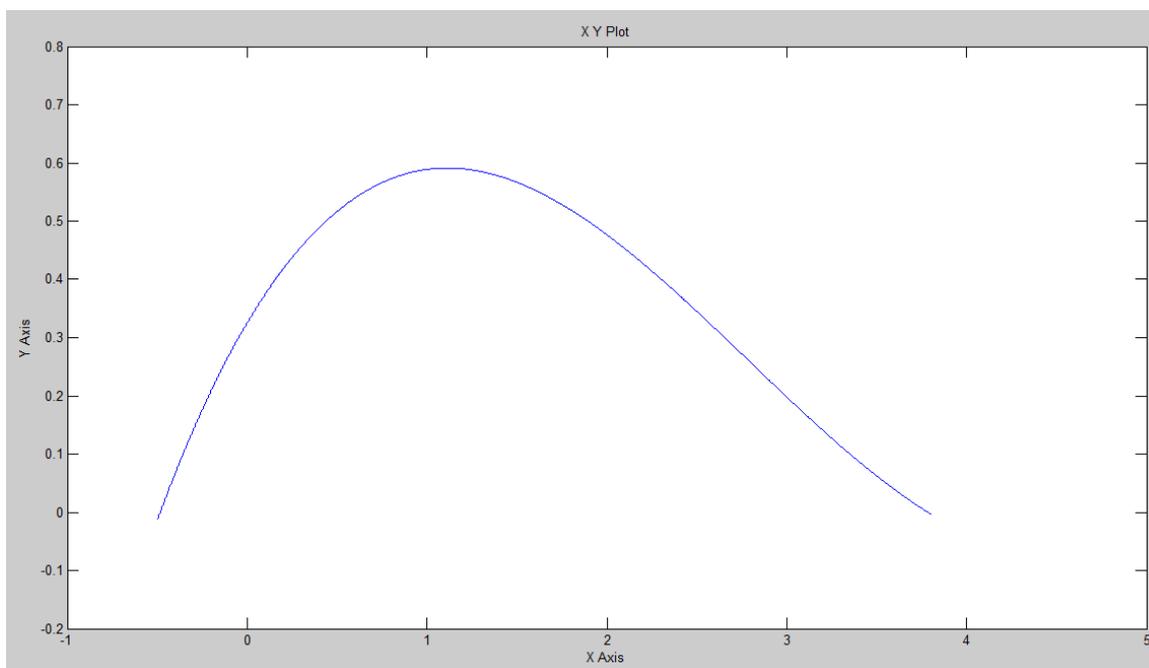


Рис. 4.23. Траектория движения на плоскости  $xu$

Далее формируем траекторию в пространстве  $xuz$ . Для проведения интерполяции кубическими сплайнами с помощью пакета `sftool` введём в рабочей области Matlab следующие команды:

```
x=[0.5,0.55,0.6,0.65,0.7,0.75];
y=[0,0.1,0.25,0.35,0.45,0.5];
z=[1.3,1.25,1.2,1.17,1.2,1.23];
sftool.
```

В результате интерполяции получено уравнение задаваемой кривой в пространстве:

$$z = P_{00} + P_{10}x + P_{10}y + P_{20}x^2 + P_{11}xy, \quad (4.51)$$

где  $P_{00} = 1,676$ ;  $P_{10} = -1,213$ ;  $P_{01} = -1,327$ ;  $P_{20} = 0,9346$ ;  $P_{11} = 1,607$ .

Компьютерная модель полученного уравнения, представлена на рис. 4.25.



На рис 4.26 представлены кривые обобщенных координат в пространстве задания, определенные виртуальным контроллером в функции времени.

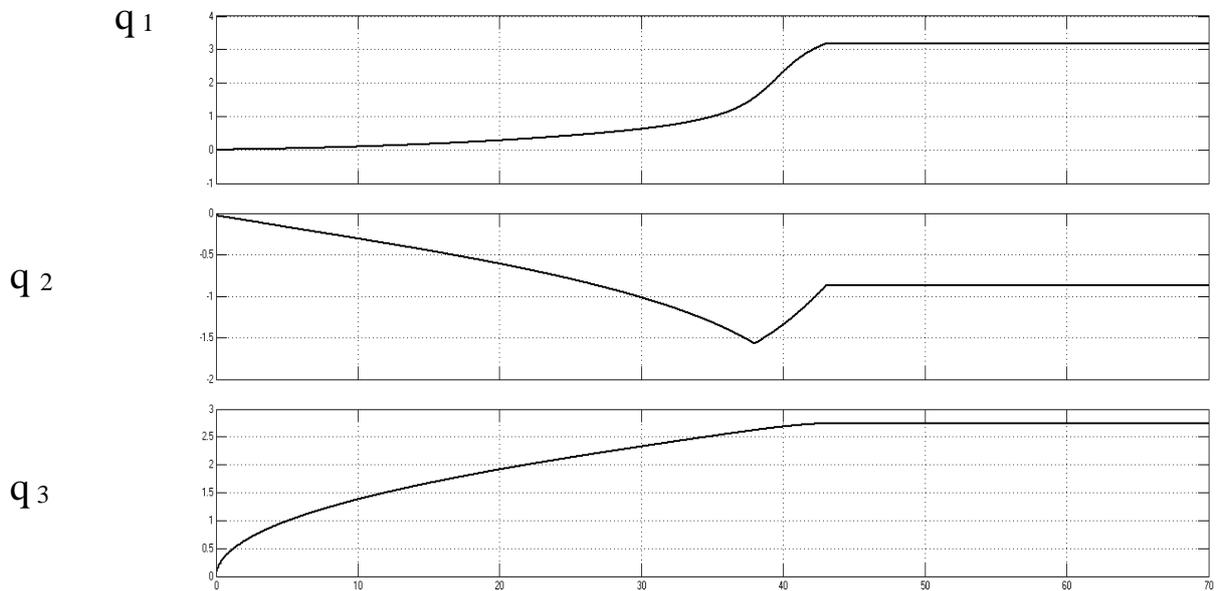


Рис. 4.26. Кривые обобщенных координат в пространстве задания

На рис. 4.27 приведены проекции траектории движения рабочего органа на координатные оси базовой системы, полученные в результате моделирования.

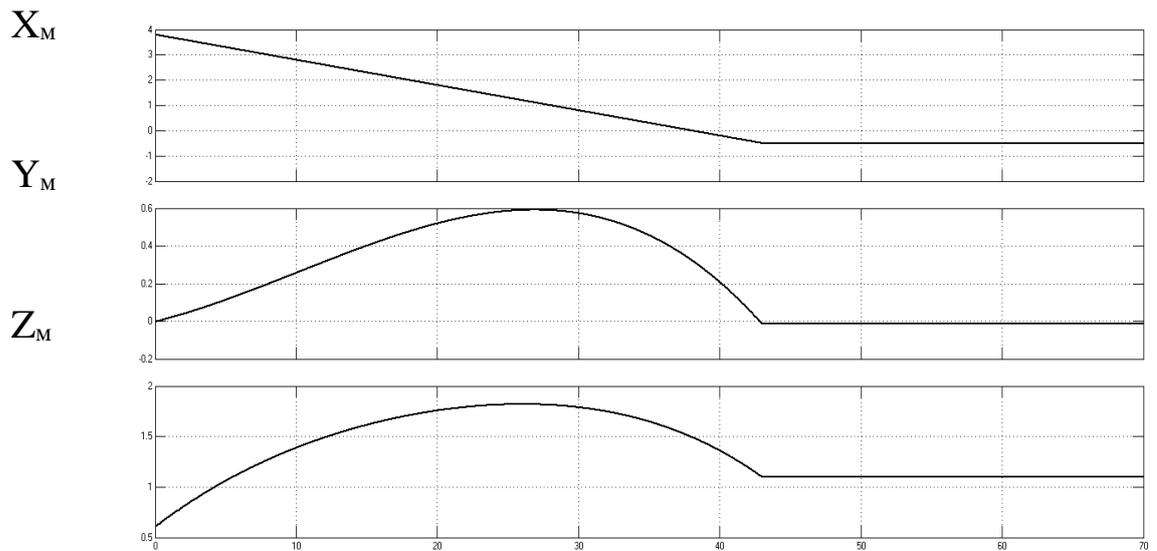


Рис. 4.27. Проекция траектории движения рабочего органа на координатные оси базовой системы

В процессе моделирования максимальные отклонения программных и реальных величин переменных составили:  $\Delta q_1 = 0,000285$  градуса,  $\Delta q_2 = 0,000342$  градуса,  $\Delta q_3 = 0,0057$  градуса  $\Delta x = 1,7$  мм,  $\Delta y = 0,8$  мм,  $\Delta z = 2,5$  мм.

Максимальное отклонение контурной скорости составило 2 мм/с, или 3 процента от заданного значения.

*Вопросы для самопроверки к главе 4*

1. Как задается движение ИКЦ при цикловом управлении?
2. Структура привода робота при цикловом управлении.
3. Какими блоками пакета Simulink можно сформировать модель движения ИКЦ при цикловом управлении?
4. Особенности позиционного управления роботами.
5. Структура привода робота при позиционном управлении.
6. Какими блоками пакета Simulink можно сформировать модель движения ИКЦ при позиционном управлении?
7. Какие блоки настройки моделей приводов имеются в пакете Simulink?
8. Особенности контурных систем управления роботами.
9. Для чего необходимо решать обратную задачу о положении для ИКЦ манипуляционного робота?
10. Для чего необходимо решать обратную задачу о скоростях для ИКЦ манипуляционного робота?
11. Какие матричные преобразования используются при решении обратных задач?
12. Как построить виртуальный контроллер задания траектории движения точки?

## Глава 5. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РОБОТОВ

### 5.1. Моделирование робота станка РОСТ-300

Робот-станок РОСТ-300 (рис. 5.1) предназначен для финишной обработки пера лопаток газовых и паровых турбин, энергетических стационарных и передвижных установок, газоперекачивающих станций, газотурбинных двигателей, лопастей водяных турбин, гребных винтов различного назначения.



Рис. 5.1. Вид Робота-станка РОСТ-300

Робот-станок РОСТ-300 имеет нетрадиционную компоновку, характерным отличием которой является отсутствие прямолинейных направляющих. Все формообразующие движения, необходимые для обработки пера лопатки, реализуются круговыми движениями приводных звеньев манипулятора изделия поз. 1 и манипулятора инструмента поз. 2, изображенных на рис. 5.2. Приводы D6 и D7 обеспечивают транспортное перемещение звеньев манипулятора изделия в пределах рабочей зоны. Приводы D5 и D4 осуществляют ориентацию объекта обработки относительно рабочего инструмента. Приводы D1,

D2 и D8 служат для перемещения звеньев манипулятора инструмента. Привод D3 – привод главного движения. Конструкция станка позволяет полностью реализовать первый принцип мехатроники - прямой привод (direct drive) благодаря использованию высокомоментных бескорпусных (встраиваемых) двигателей. Отсутствие в станке редукторов, ШВП, ремней и пр. полностью исключает люфты механических приводов координатных перемещений, уменьшает металлоемкость и энергетические затраты на единицу продукции, сводит к минимуму износ механических частей станка.

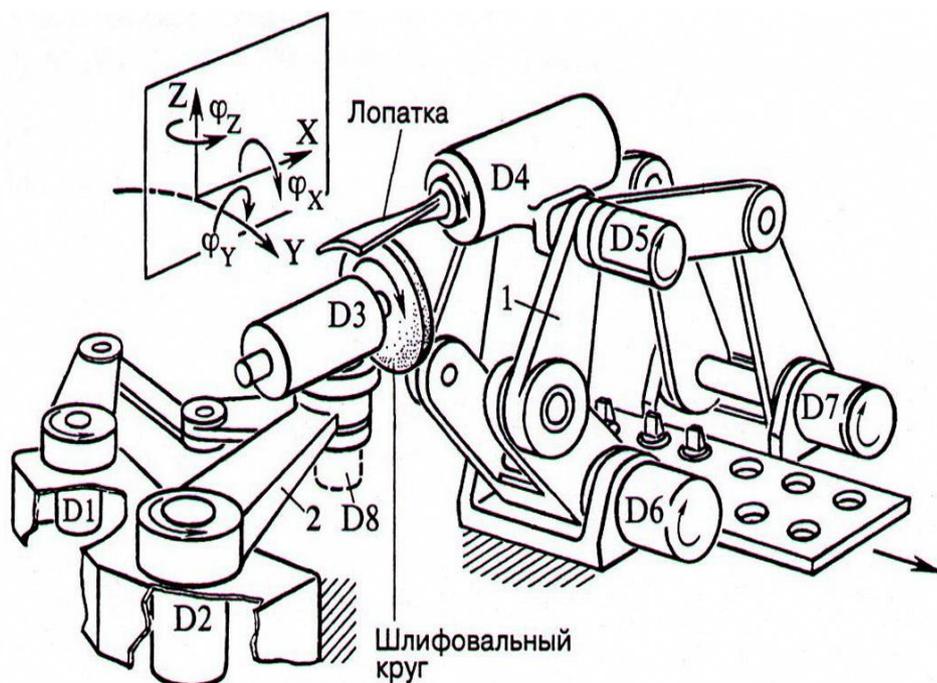


Рис. 5.2. Структура робота-станка

Из анализа рис. 5.2 следует, что транспортные перемещения звеньев в манипуляторе изделия осуществляются: в плоскости действия сил гравитации, а в манипуляторе инструмента – в плоскости, ортогональной плоскости гравитации. Поэтому в манипуляторе перемещения изделия в случае безредукторного привода могут иметь место значительные статические моменты, обусловленные действием сил тяжести звеньев.

Упрощенные кинематические схемы исполнительной системы манипулятора изделия и манипулятора инструмента приведены на

рис. 5.3, а в табл. 5.1 представлены их основные геометрические размеры, а так же массы звеньев и шарниров (массы ориентирующих степеней подвижности D5 и D4 приведены к массе шарнира F).

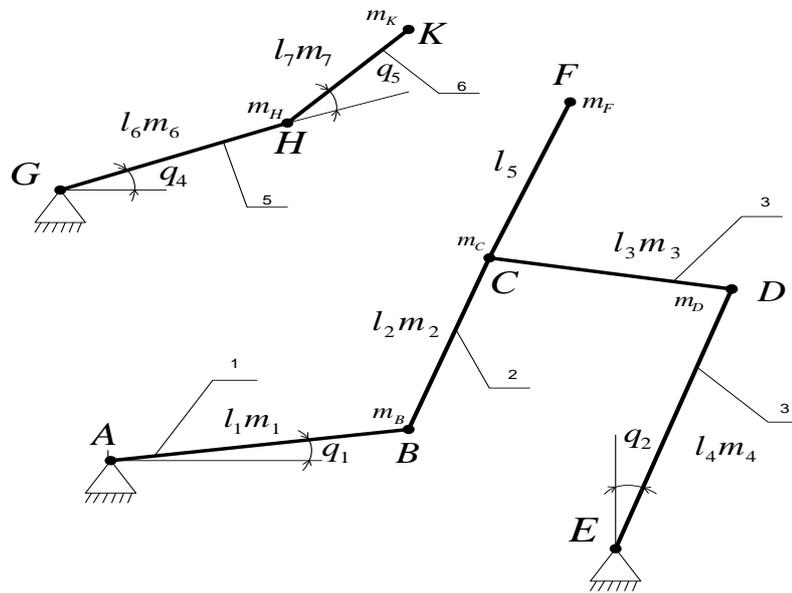


Рис. 5.3. Упрощенные кинематические схемы исполнительного манипулятора изделия и манипулятора инструмента

Таблица 5.1. Геометрические размеры и масса компонентов манипуляционной системы

№ п/п	Параметр	Обозначение	Единица измерения	Величина
1	Обобщенные координаты	q1	рад	-0,349 ÷ +0,262
		q2	рад	-0,262 ÷ +0,349
2	Длина звена	l1	м	0,3
		l2	м	0,45
		l3	м	0,3
		l4	м	0,4
		l5	м	0,3
		l6	м	0,2

№ п/п	Параметр	Обозначение	Единица измерения	Величина
3	Масса звена	$m_1$	кг	33,21
		$m_2$	кг	63,4
		$m_3$	кг	33,25
		$m_4$	кг	43,55
		$m_6$	кг	33,25
		$m_7$	кг	21,25
4	Масса шарнира	$m_B$	кг	12,5
		$m_C$	кг	12,5
		$m_D$	кг	12,5
		$m_F$	кг	94,5
		$m_H$	кг	12,5
		$m_K$	кг	94,5

Построение модели манипулятора перемещения изделия робота – станка РОСТ-300 производится в плоскости XY. В состав этой модели входит 4 звена и 5 цилиндрических шарниров (рис. 5.4). Два цилиндрических шарнира связаны с землей при помощи блока Ground.

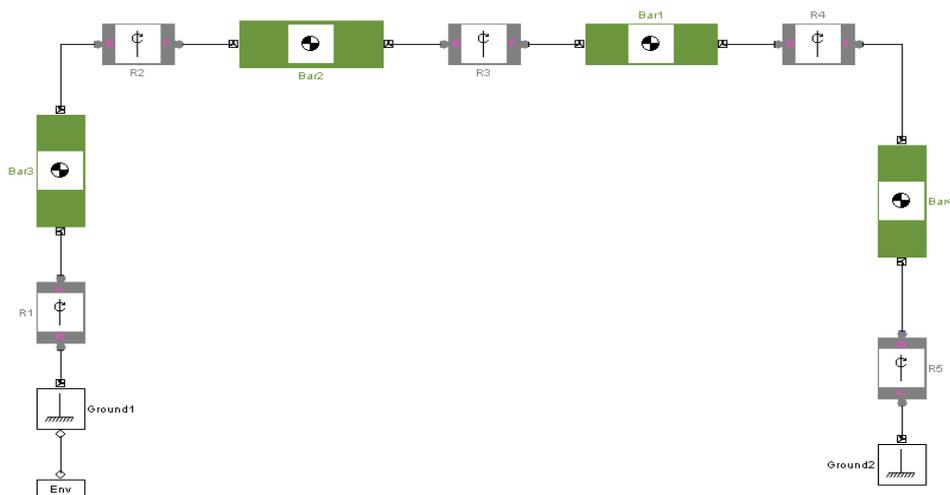


Рис. 5.4. Базовая модель манипулятора перемещения изделия в SimMechanics

В блоке Mashine Environment указывается направление действия (вдоль оси Y) и величина ускорения силы тяжести ( $g = -9.8 \text{ м/с}^2$ ). В блоках Revolute указываем направление оси вращения (вокруг оси Z). Далее необходимо произвести настройку блоков Body в соответствии с размерами и массами звеньев и сочленений (см. табл. 5.1). Массу цилиндрических шарниров с установленными в них датчиками и двигателями необходимо привести к телам, так как в настройке блока Revolute (цилиндрический шарнир) ее величину указать невозможно. Рассчитаем положения центров приведенных масс для каждого из звеньев манипулятора.

На рис. 5.5 представлены параметры звено 1 манипулятора изделия с необходимыми размерами и величинами масс.

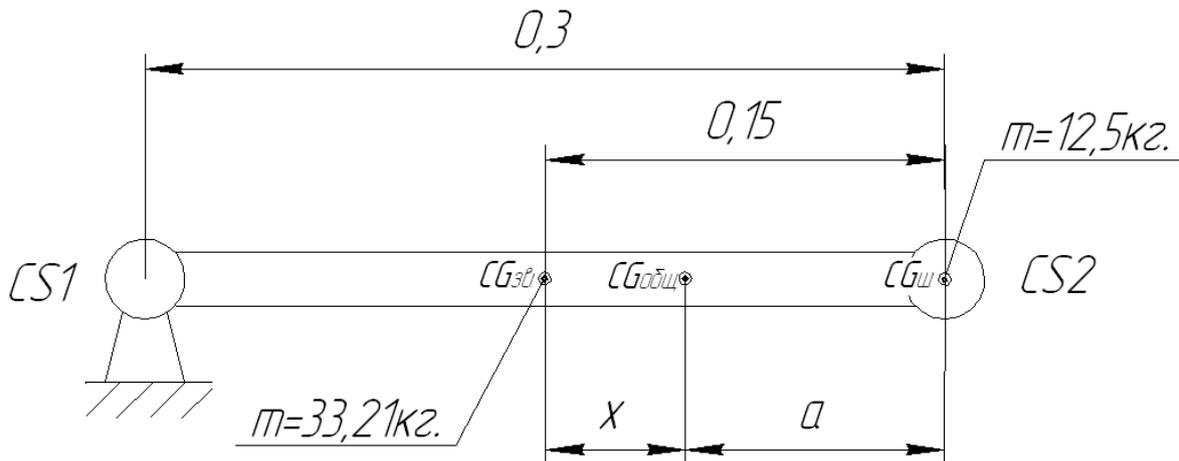


Рис. 5.5. Параметры звена 1 манипулятора изделия

Положение приведенного центра масс первого звена определим по выражению

$$m_1(0.15 - a)^2 = m_2 a^2, \quad (5.1)$$

где  $a$  – расстояние от центра шарнира CS2 до приведенного центра масс. Подставляя числовые значения в выражение (3.1) получим квадратное уравнение:

$$20.71a^2 - 9.963a + 0.747 = 0. \quad (5.2)$$

Решая это уравнение относительно  $a$ , получим следующие величины корней:

$$a_{1,2} = \left( 9.963 \pm \sqrt{(-9.963)^2 - 4 \cdot 20.71 \cdot 0.747} \right) / 2 \cdot 20.71 = \\ = (9.963 \pm 6.11) / 41.42;$$

$$a_1 = 0.093; a_2 = 0.388.$$

Из условия физической реализуемости принимаем,  $a = a_1$ .

Положение приведенного центра масс будет находиться от центра масс звена 1 на расстоянии  $x = 0.15 - 0.093 = 0.057$  м. Для звена 1 приведенный центр масс будет находиться на расстоянии  $l = 0.15 + 0.057 = 0.207$  м от шарнира CS1. Аналогичным образом можно найти положения центров масс остальных звеньев. Результаты расчета приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2. Положения центров масс звеньев манипулятора изделия

Номер звена манипулятора изделия	1	2	3	4
Расстояние до центра масс от оси входного шарнира, м	0,207	0,124	0,093	0,130

Для задания движения механизма добавляем блоки Joint Actuator в местах расположения приводных двигателей, а для снятия характеристик в шарнирах блоки Joint Sensor. В окне настройки блока Joint Actuator устанавливаем вид возбуждения Generalized forces (обобщенные силы) – Apply torque (момент), в окне настройки Joint Sensor производим выбор тех характеристик относительного движения частей примитива, которые необходимо снять. Для вывода на экран снятых характеристик используем блок Scope (осциллограф для наблюдения временных зависимостей). После этого модель манипулятора примет вид, изображенный на рис. 5.6.

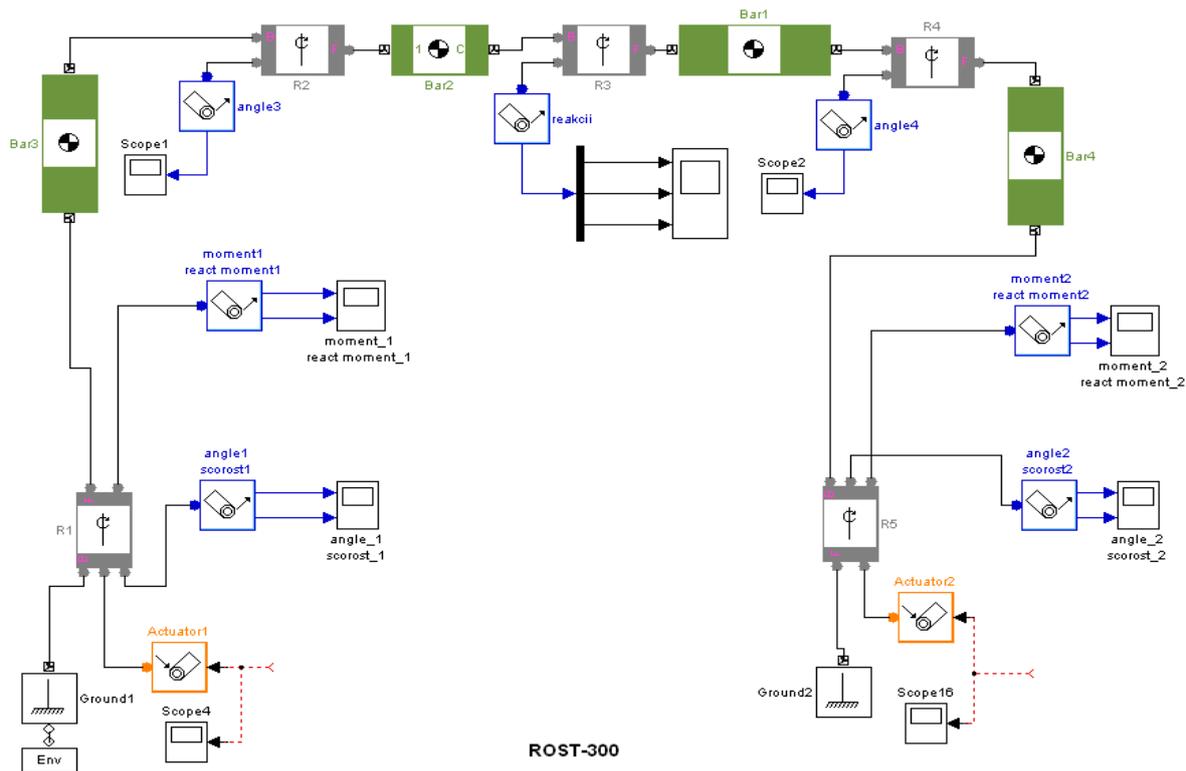


Рис. 5.6. Промежуточная модель манипулятора перемещения изделия

Для задания движения к блокам Joint Actuator добавляем компьютерную модель привода, приведенную на рис. 5.7.

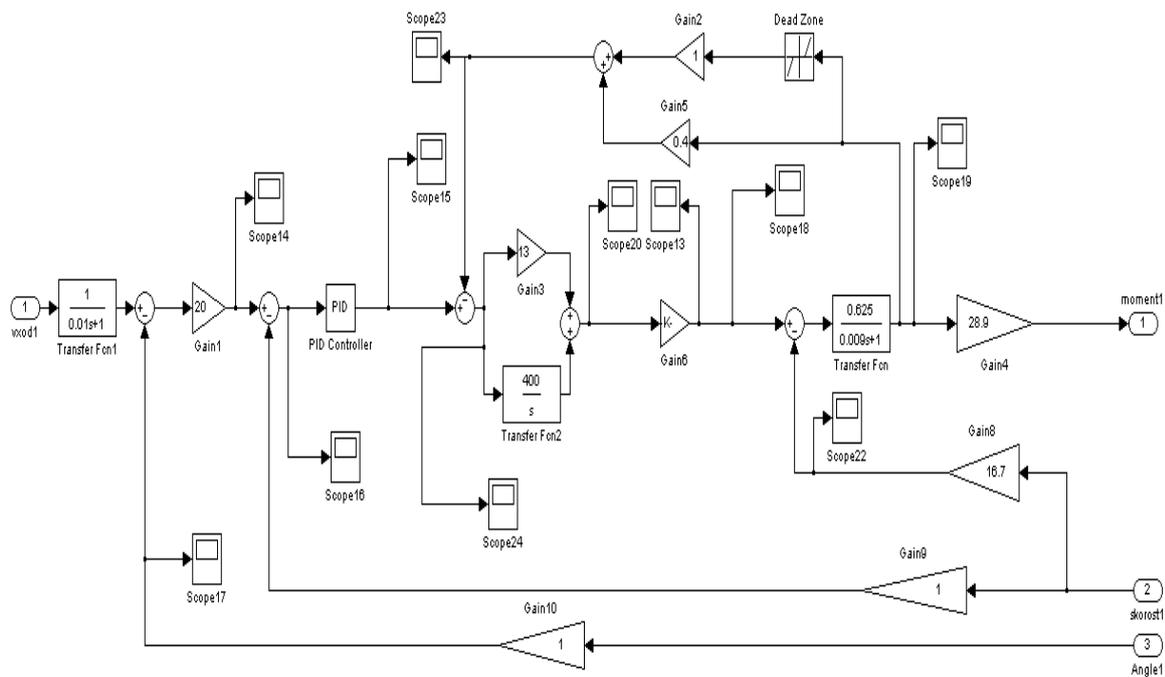


Рис. 5.7. Компьютерная модель привода

Привод имеет контур регулирования положения, скорости и тока. При моделировании использованы параметры реальных двигателей и контура тока. Параметры регулятора скорости настраивались по модели привода для средних значений нагрузки с помощью блока NCD, осуществляющего автоматизированный поиск коэффициентов ПИД регулятора по заданной кривой переходного процесса корневыми методами. К модели на схеме (см. рис. 5.6) добавим модели приводов, а также выходы для снятия характеристик и входы для задания параметров движения. В результате получим окончательную модель манипулятора изделия, приведенную на рис. 5.8.

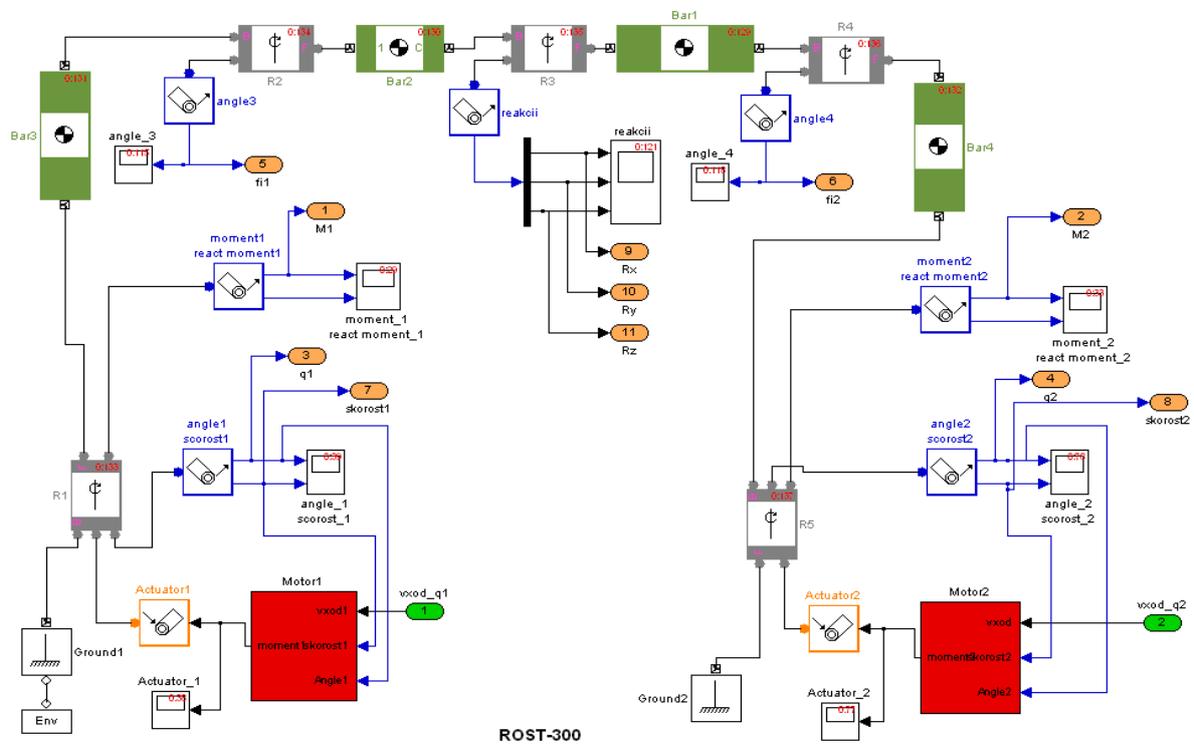


Рис. 5.8. Компьютерная модель манипулятора перемещения изделия

Аналогичным образом получена компьютерная модель манипулятора инструмента, приведенная на рис. 5.9.

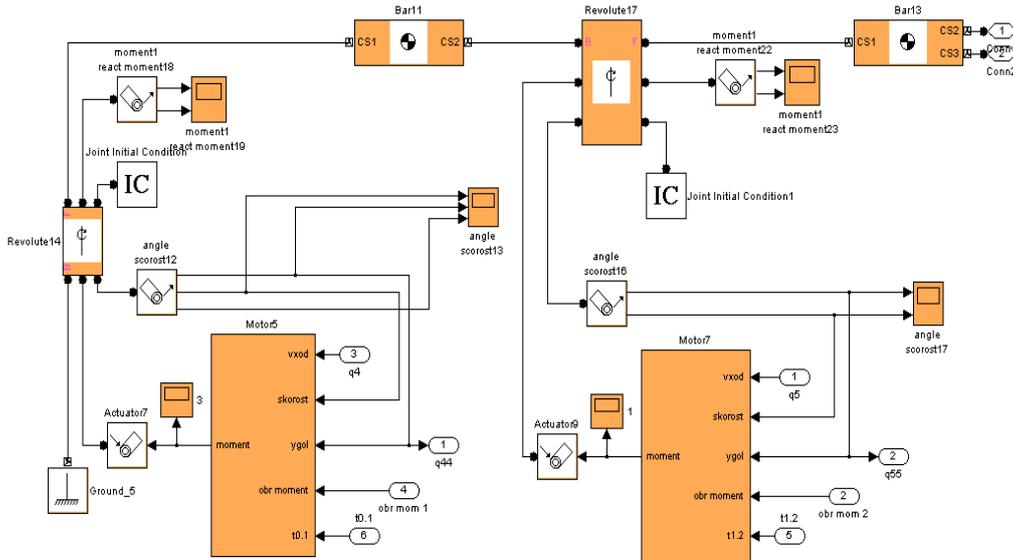


Рис. 5.9. Компьютерная модель манипулятора инструмента

Объединим построенную модель в subsystem. В результате получим полную модель исследуемой системы, представленную на рис. 5.10.

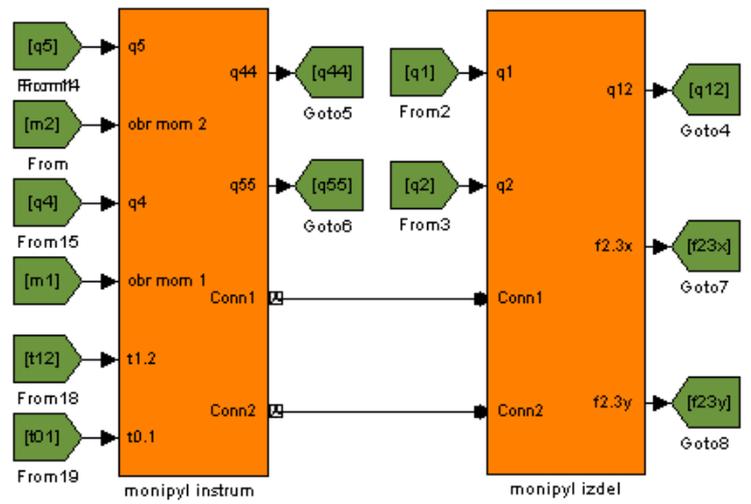


Рис. 5.10. Модель манипулятора перемещения изделия и инструмента

Работоспособность модели проверена путем задания одновременного перемещения по обобщенным координатам  $q_1 = 0.174$  рад,  $q_2 = 0.174$  рад,  $q_4 = 0.174$  рад,  $q_5 = 0.174$  рад. На рис. 5.11 приведено окно анимации после отработки манипулятором заданного перемещения.

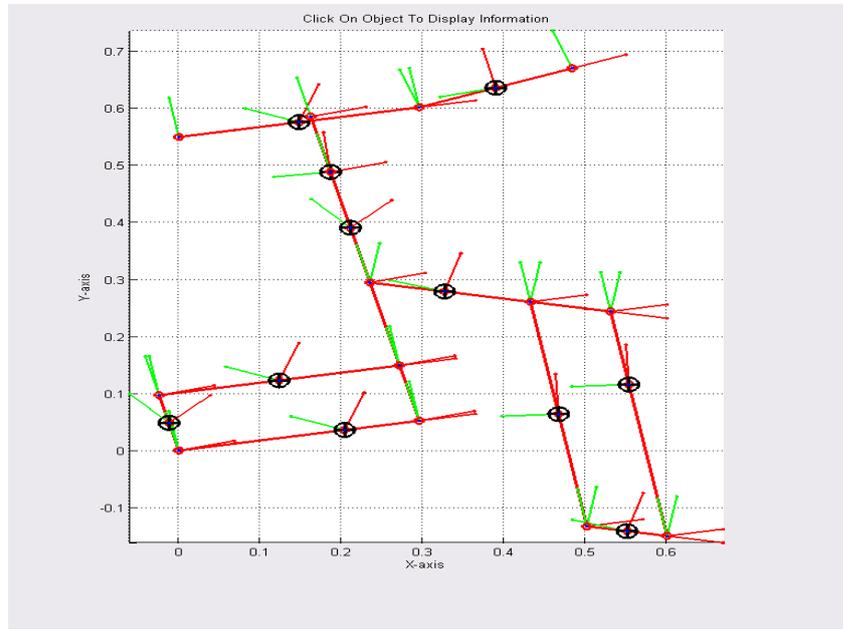


Рис. 5.11. Окно анимации модели манипулятора перемещения заготовки и инструмента

На рис. 5.12 и 5.13 приведены переходные характеристики для обобщенных координат  $q_1, q_2, q_4$  и  $q_5$ .

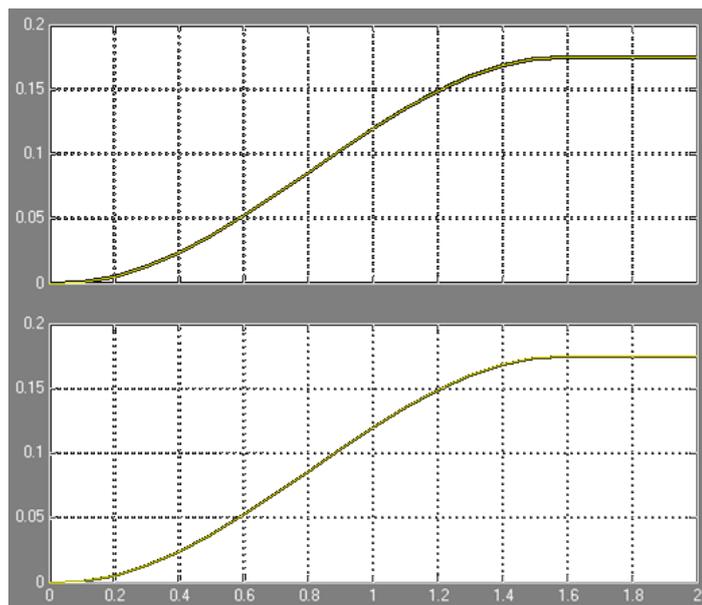


Рис. 5.12. Переходные характеристики обобщенных координат  $q_1$  и  $q_2$

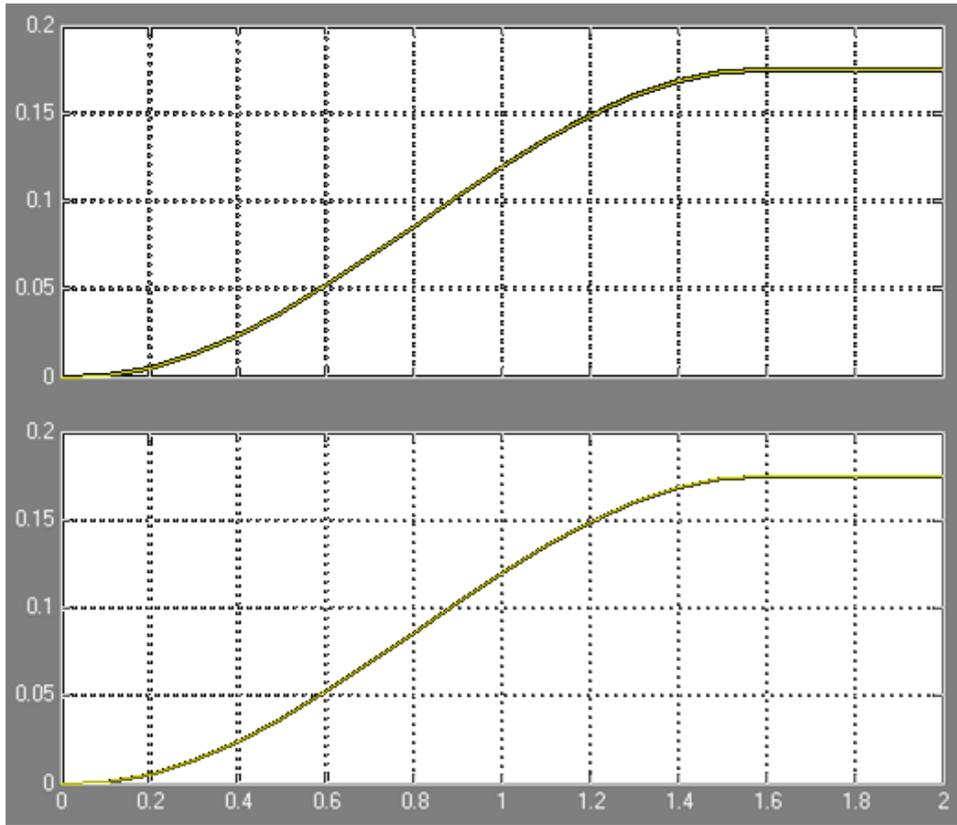


Рис. 5.13. Переходные характеристики обобщенных координат  $q_4$  и  $q_5$

Построим модель управляемого движения манипуляционной системы по заданной траектории. Для этого необходимо решить обратные задачи кинематики для манипуляторов и сформировать модель задатчика траектории движения. Обратная задача кинематики состоит в определении обобщенных координат при заданных в некоторой базовой координатной системе декартовых координат некоторой рабочей точки или рабочего органа. При этом приходится вычислять промежуточные координаты для кинематических цепей, что также аналогично определению координат для разомкнутых манипуляционных систем. Дополнительное определение промежуточных координат усложняет процедуру вычислений, но позволяет применять универсальный аппарат матричных преобразований.

Расчетная схема для составления уравнения при определении координаты  $q_1$  приведена на рис. 5.14.

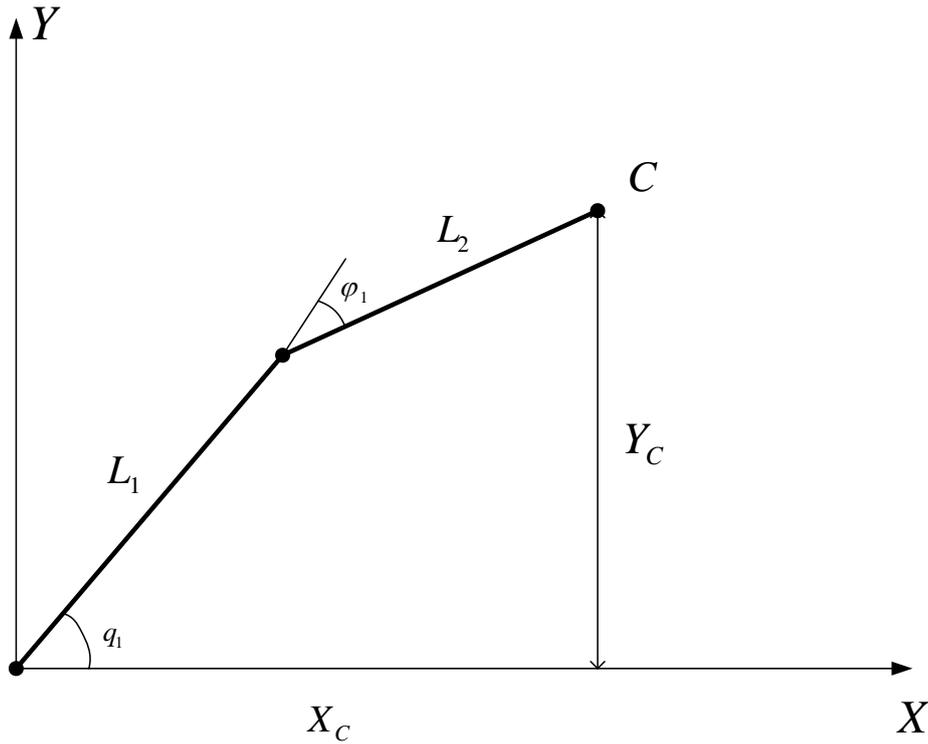


Рис. 5.14. Расчетная схема для управляемой координаты  $q_1$

По заданным значениям  $x_{\text{п}}$  и  $y_{\text{п}}$  определим управляемую координату  $q_1$  из решения систем уравнений

$$\begin{cases} l_1 \cos q_1 - l_2 \cos(\varphi_1 + q_1) = x_c, \\ l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(\varphi_1 + q_1) = y_c, \end{cases} \quad (5.1)$$

Из системы (5.1) определяем угол  $q_1$ . Как было отмечено выше, при решении системы уравнений, если это необходимо, можно вычислить и промежуточную координату  $\varphi_1$ . Но чаще всего в этом нет необходимости, поэтому промежуточные переменные исключаются и определяется только управляемая координата  $q_1$

Управляемая координата  $q_1$  вычисляется из квадратного уравнения. Перенесем выражения  $l_2 \cos(\varphi_1 + q_1)$  и  $l_2 \sin(\varphi_1 + q_1)$  в правую часть и возведем в квадрат левую и правую части

$$\begin{cases} (l_1 \cos q_1 - x_c)^2 = (l_2 \cos(\varphi_1 + q_1))^2 \\ (l_1 \sin q_1 - y_c)^2 = (l_2 \sin(\varphi_1 + q_1))^2 \end{cases} \quad (5.2)$$

После сложения уравнений системы и преобразования получим уравнение относительно одной переменной  $q_1$

$$\frac{y_c^2 + x_c^2 + l_1^2 + l_2^2}{2l_1} = x_c \cos q_1 + y_c \sin q_1 \quad (5.3)$$

Полученное уравнение решается также переносом переменных и возведением в квадрат

$$x_c^2 \cos^2 q_1 = y_c^2 \sin^2 q_1 - 2B_1 y_c \sin q_1 + B_1^2, \quad (5.4)$$

где

$$B_1 = \frac{y_c^2 + x_c^2 + l_1^2 + l_2^2}{2l_1} \quad (5.5)$$

После замены  $\cos^2 q_1 = 1 - \sin^2 q_1$  получим квадратное уравнение относительно  $\sin q_1$

$$(y_c^2 + x_c^2) \sin^2 q_1 - 2B_1 y_c \sin q_1 + B_1^2 - x_c^2 = 0 \quad (5.6)$$

После решения которого получим

$$q_1 = \text{Arcsin} \left( \frac{B_1 y_c \pm x_c \sqrt{y_c^2 + x_c^2 - B_1^2}}{y_c^2 + x_c^2} \right) \quad (5.7)$$

При двойном возведении в квадрат мы приобретаем дополнительные корни, поэтому для угла  $q_1$  необходимо выбрать то его значение, которое соответствует конструктивному исполнению механизма и реально возможной зоне перемещения выходного звена.

С использованием библиотеки Math Operations, пакета Simulink получена компьютерная модель уравнения (5.7), для управления углом поворота  $q_1$  (рис. 5.15).

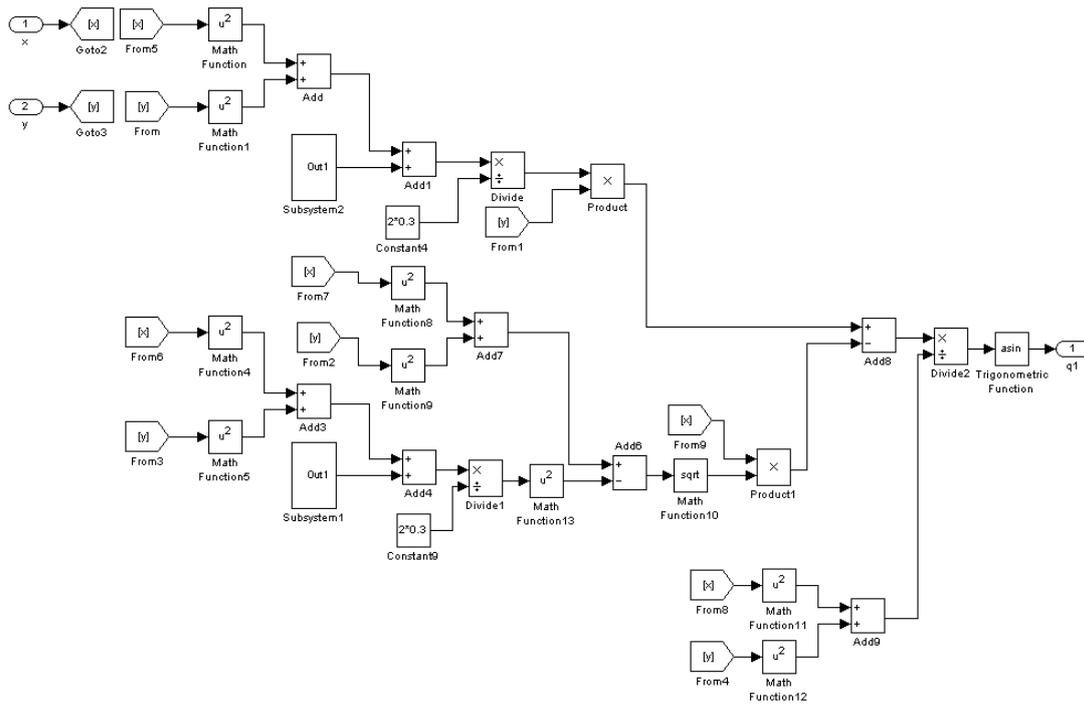


Рис. 5.15. Компьютерная модель решения обратной задачи кинематики для обобщенной координаты  $q_1$

Расчетная схема для определения управляемой координаты  $q_2$  представлена на рис. 5.16.

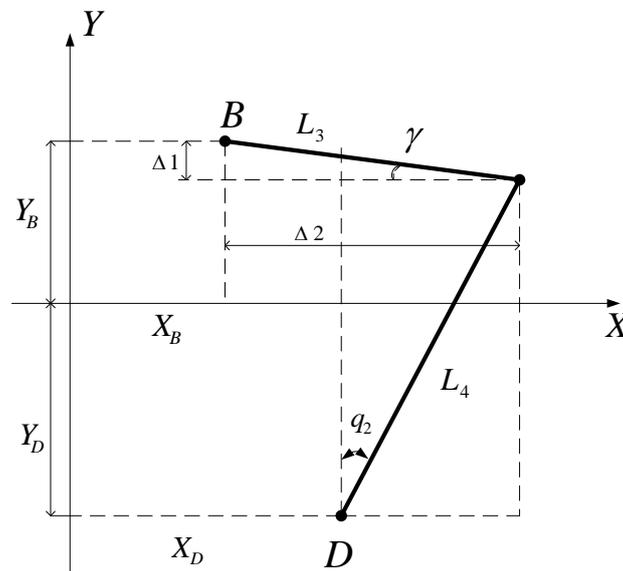


Рис. 5.16. Расчетная схема для управляемой координаты  $q_2$

По заданным значениям  $x_{п}$  и  $y_{п}$  определяется управляемая координата  $q_2$  из решения систем уравнений

$$\left. \begin{aligned} \Delta 1 &= Y_B + |Y_D| - l_4 \cos q_2 \\ \Delta 2 &= X_D - X_B + l_4 \sin q_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

Представим  $Y_B + |Y_D| = A$ , а  $X_D - X_B = B$ , подставляя данные в выражение, получим

$$\begin{aligned} \Delta 1 &= A - l_4 \cos q_2 \\ \Delta 2 &= B + l_4 \sin q_2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta 1 &= A - l_4 \cos q_2 \\ \Delta 2 &= B + l_4 \sin q_2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} l_3 \sin \gamma &= A - l_4 \cos q_2 \\ l_3 \cos \gamma &= B + l_4 \sin q_2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \Delta 1 &= l_3 \sin \gamma \\ \Delta 2 &= l_3 \cos \gamma \end{aligned}$$

Выражая угол  $\gamma$  из системы уравнений, получим

$$\gamma = \arcsin \frac{A - l_4 \cos q_2}{l_3} \quad (5.10)$$

$$\gamma = \arccos \frac{B + l_4 \sin q_2}{l_3} \quad (5.11)$$

Приравняв два выражения, получим

$$\arcsin \frac{A - l_4 \cos q_2}{l_3} = \arccos \frac{B + l_4 \sin q_2}{l_3} \quad (5.12)$$

Возведем в квадрат  $\Delta 1$  и  $\Delta 2$

$$\begin{aligned} \Delta 1^2 &= (A - l_4 \cos q_2)^2 \\ &+ \\ \Delta 2^2 &= (B + l_4 \sin q_2)^2 \end{aligned} \quad (5.13)$$

После возведения в квадрат получим выражение

$$l_3^2 = (A - l_4 \cos q_2)^2 + (B + l_4 \sin q_2)^2 \quad (5.14)$$

Преобразовав выражение, имеем

$$\begin{aligned} l_3^2 &= A^2 + B^2 + l_4^2 + 2l_4(B\sin q_2 - A\cos q_2) \\ &= A^2 + B^2 + l_4^2 + \frac{2l_4B \sin(q_2 - \varphi)}{\cos \varphi} \end{aligned} \quad (5.15)$$

После переноса из правой части в левую выражение примет вид

$$l_3^2 = A^2 + B^2 + l_4^2 + \frac{2l_4B \sin(q_2 - \varphi)}{\cos \varphi} \quad (5.16)$$

Заменяем угол  $\varphi$  на  $\arctg \frac{A}{B}$ , получим

$$l_3^2 = A^2 + B^2 + l_4^2 + \frac{2l_4B \sin\left(q_2 - \arctg \frac{A}{B}\right)}{\cos\left(\arctg \frac{A}{B}\right)} \quad (5.17)$$

Перенесем выражение  $\frac{2l_4B \sin\left(q_2 - \arctg \frac{A}{B}\right)}{\cos\left(\arctg \frac{A}{B}\right)}$  влево, а  $l_3^2 - A^2 - B^2 - l_4^2$

вправо

$$\frac{2l_4B \sin\left(q_2 - \arctg \frac{A}{B}\right)}{\cos\left(\arctg \frac{A}{B}\right)} = (l_3^2 - A^2 - B^2 - l_4^2) \quad (5.18)$$

Умножим правую часть на  $\cos\left(\arctg \frac{A}{B}\right)$  и разделим на  $2l_4B$ , преобразовав уравнение, получим

$$\sin\left(q_2 - \arctg \frac{A}{B}\right) = \frac{(l_3^2 - A^2 - B^2 - l_4^2)\cos\left(\arctg \frac{A}{B}\right)}{2l_4B} \quad (5.19)$$

Выразим из равенства  $q_2$  и получим

$$q_2 = \text{Arcsin} \left[ \frac{(l_3^2 - A^2 - B^2 - l_4^2)\cos\left(\arctg \frac{A}{B}\right)}{2l_4B} \right] + \arctg \frac{A}{B} \quad (5.20)$$

Компьютерная модель решения обратной задачи кинематики для обобщенной координаты  $q_2$  по уравнению (5.20), представлена на рис. 5.17.

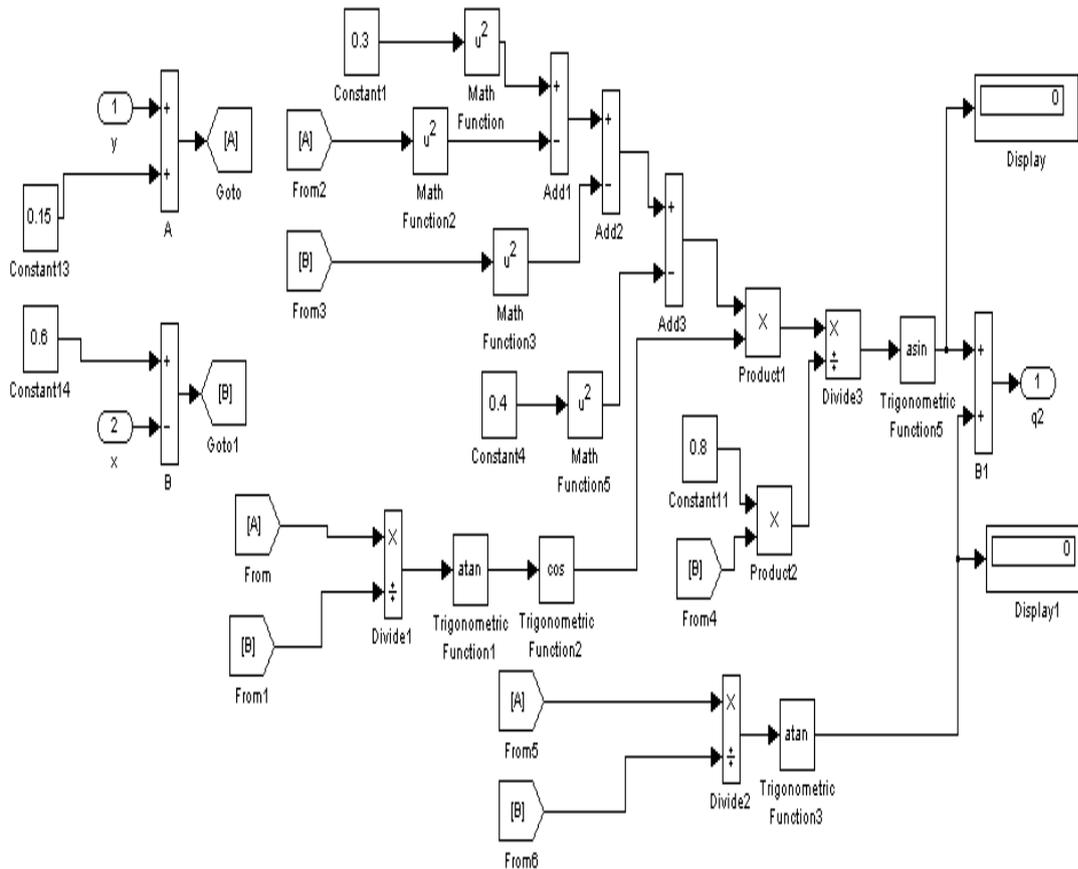


Рис. 5.17. Компьютерная модель решения обратной задачи кинематики для обобщенной координаты  $q_2$

Позиционное управление манипулятором инструмента аналогично позиционному управлению манипулятором изделия. Для управления перемещением координаты  $q_4$  справедливо выражение

$$q_4 = \text{Arcsin} \left( \frac{B_1 y_c \pm x_c \sqrt{y_c^2 + x_c^2 - B_1^2}}{y_c^2 + x_c^2} \right). \quad (5.21)$$

Компьютерная модель уравнения для управления углом поворота  $q_4$  представлена на рис. 5.18.



Для управления координатой  $q_5$  получим

$$l_6 \cos q_4 - l_7 \cos(q_5 + q_4) = x_c . \quad (5.22)$$

$$q_5 = \arccos \left[ \frac{l_6 \cos q_4 - x_c}{l_7} \right] - q_4 \quad (5.23)$$

Компьютерная модель уравнения для управления углом поворота  $q_5$  представлена на рис. 5.19.

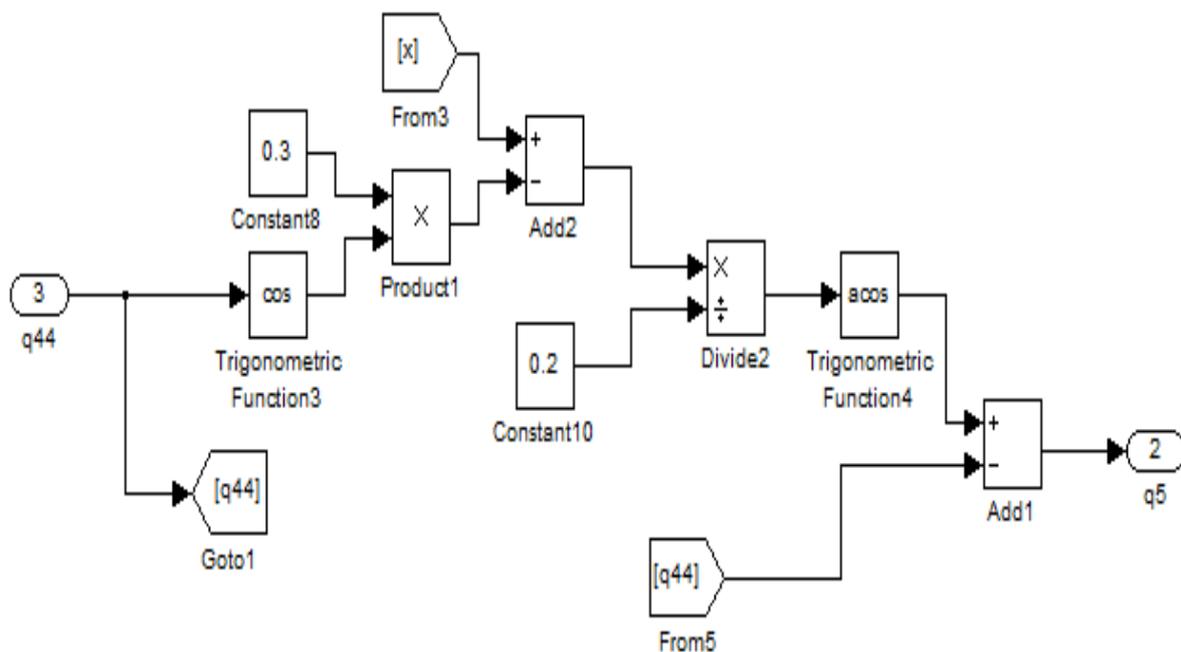


Рис. 5.19. Компьютерная модель решения обратной задачи кинематики для обобщенной координаты  $q_5$

Зададим на некоторой произвольной кривой на плоскости XY координаты нескольких опорных точек (в рассматриваемом ниже примере число точек равно пяти). Для создания модели задатчика траектории применим метод интерполяции кубическими сплайнами выбранных опорных точек. Программа интерполяции указанным методом с использованием пакета Matlab приведена ниже:

```

x=[0.3,0.34,0.36,0.39,0.42];y=[0.55,0.52,0.48,0.44,0.4];
xi=0.3:0.001:0.42;
yi=interp1(x,y,xi,'spline');
plot(x,y,'x',xi,yi,'g'),grid,holdon;
p=polyfit(x,y,3)

```

В результате интерполяции получено уравнение задаваемой кривой в виде кубического сплайна

$$y = P_4x^3 + P_3x^2 + P_2x^2 + P_1 \quad (5.24)$$

Компьютерная модель полученного уравнения представлена на рис. 5.20.

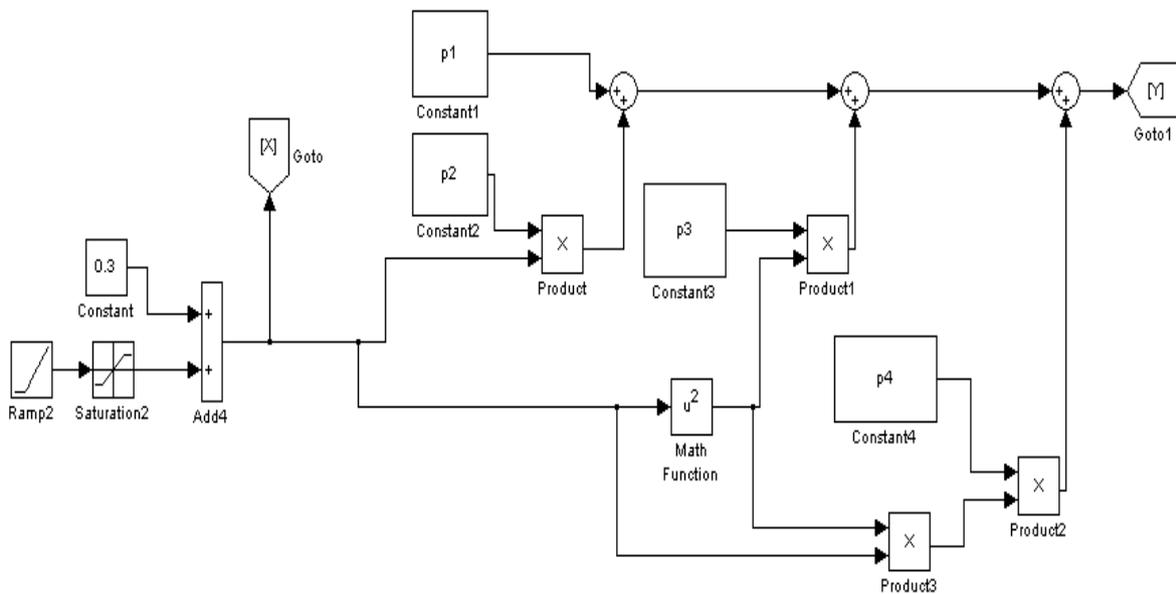


Рис. 5.20. Компьютерная модель уравнения задатчика траектории

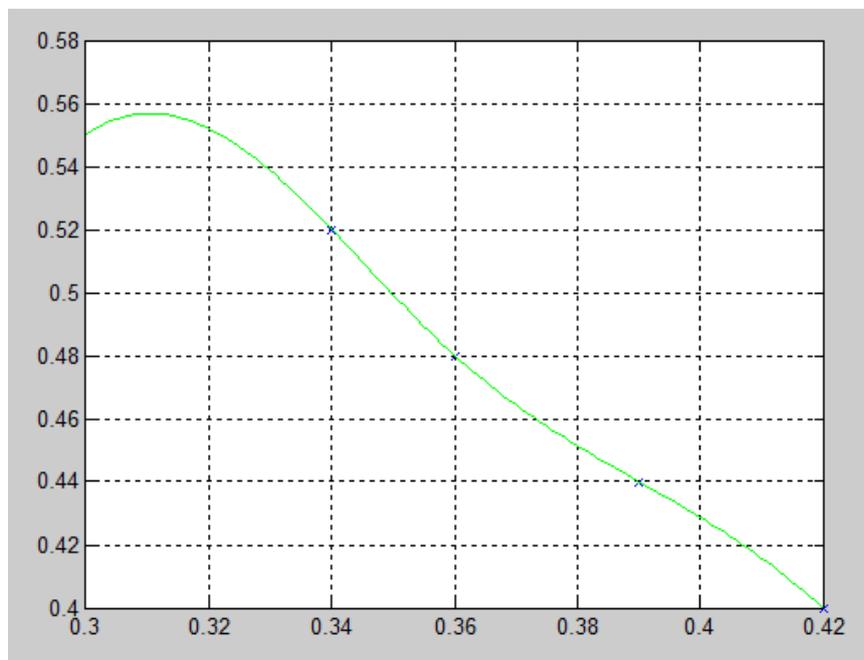
На основании уравнения (5.24) построена модель позиционного контроллера, вид окна исходных данных которого представлен на рис 5.21.



Рис. 5.21. Вид окна исходных данных позиционного контроллера

В результате решения уравнения (5.24) получены следующие значения коэффициентов полинома:  $P1 = -4.2482$ ,  $P2 = 41.7101$ ,  $P3 = -17.6144$ ,  $P4 = 106.3308$ . Эти значения заносятся в окно исходных данных позиционного контроллера. После инициации контроллера рабочий орган манипулятора должен двигаться по траектории задаваемой уравнением с заданными параметрами опорных точек. Работоспособность контроллера проверена на его модели и отражена на рис. 5.22.

Y



X

Рис. 5.22. Заданная траектория движения рабочей точки манипуляторов (в метрах)

На рис. 5.23 приведена интегральная компьютерная модель манипуляционной системы синтезированная из отдельных субблоков. С помощью этой модели осуществлена проверка качества предложенного позиционного управления.

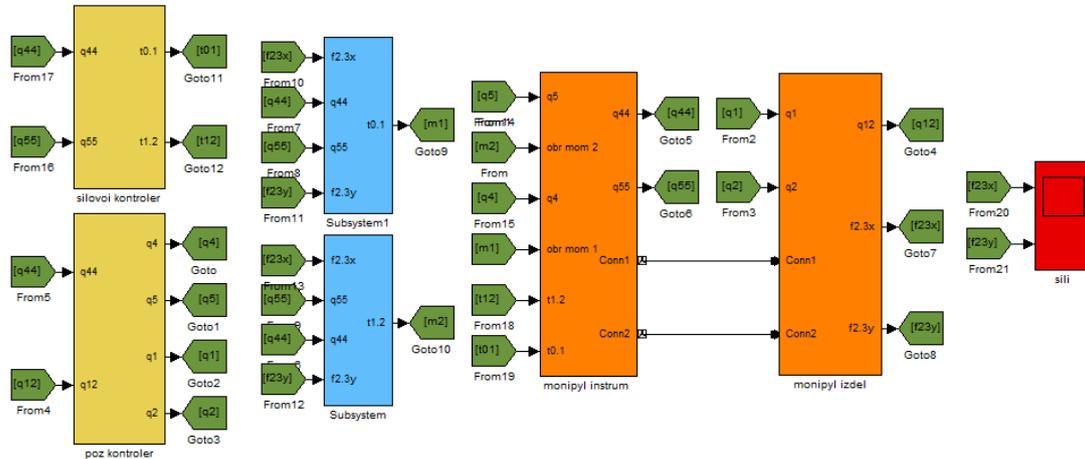


Рис. 5.23. Интегральная компьютерная модель манипуляционной системы

На входе системы управления манипулятором перемещения изделия задаем произвольную траекторию движения, представленную на рис. 5.22, а на вход системы управления манипулятором перемещения инструмента задаем гармоническое силовое воздействие амплитудой 200 Н и частотой 1 Гц в пространстве задания для оценки влияния силовых факторов в процессе обработки.

На рис. 5.24 показана реальная траектория модели движения рабочей точки манипуляторов (в миллиметрах).

Y

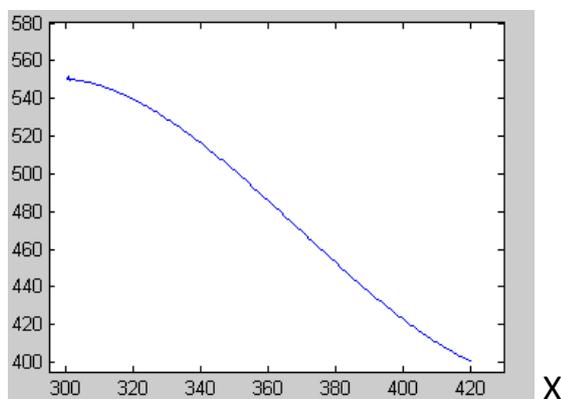


Рис. 5.24. Траектория модели движения рабочей точки манипуляторов

На рис. 5.25 приведены графики отклонений реальной траектории движения от заданной по координатам X и Y в пространстве задания.

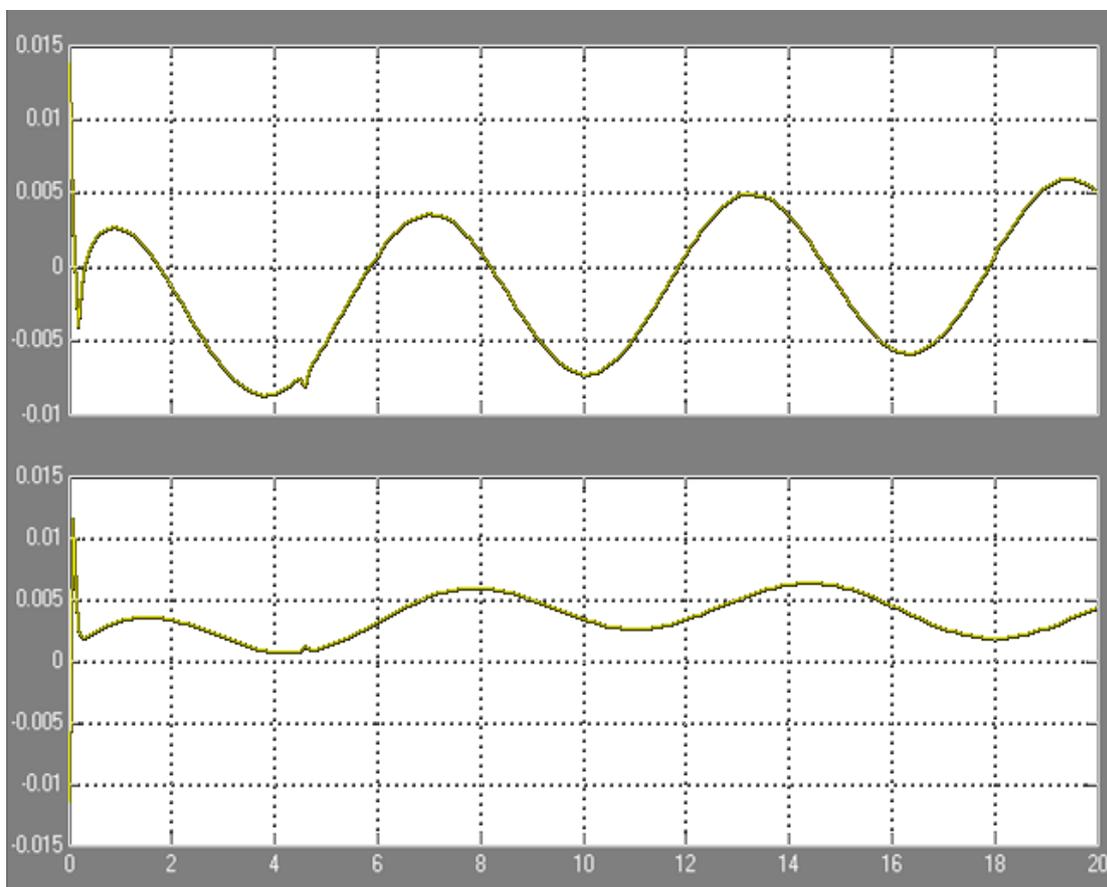


Рис. 5.25. Отклонение реальной траектории движения от заданной программно по координатам X и Y

Из рассмотрения рис. 5.25 следует, что манипулятор перемещения детали является чувствительным к силовому воздействию, и гармонические воздействия проявляются на реальной траектории движения, однако их амплитудные значения не превышают 0.01 мм. Это допустимо для операций переноса объектов или механической обработки, не требующей высокой точности. Для более точных механических операций требуется дополнительная динамическая коррекция.

## 5.2. Моделирование исполнительной системы робота с активным и пассивным манипуляторами

На рис. 5.26 приведена кинематическая схема манипуляционной системы, состоящей из транспортного манипулятора М1 и манипулятора оптики М2 для лазер-робота, имеющих по три степени подвижности и соединенных между собой шаровым шарниром в точке Р. Манипулятор М1 имеет вращательную степень подвижности  $q_1$  поворота звена 1 вокруг оси Z, и параллельные степени подвижности  $q_2$  и  $q_3$  поворота звеньев 2 и 3 вокруг оси X.

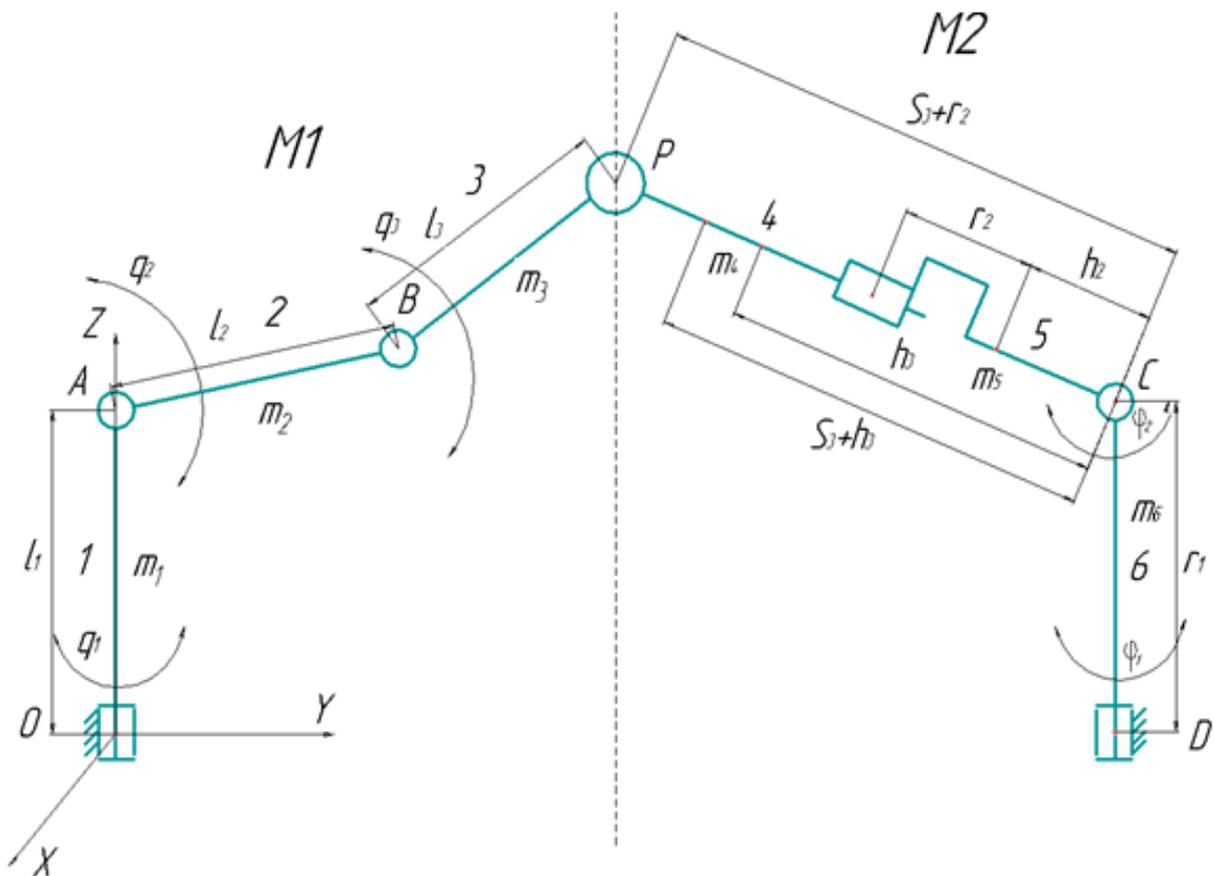


Рис. 5.26. Кинематическая схема манипуляционной системы

В точке О располагаем базовую систему координат X,Y,Z. Звенья 1,2,3 транспортного манипулятора имеют длины  $l_1, l_2, l_3$  и массы  $m_1, m_2, m_3$  соответственно. Через шаровой шарнир в точке Р осуществляется взаимодействие между транспортным манипулятором М1 и манипулятором оптики М2. В состав манипулятора оптики входит три звена 4,5,6, с массами звеньев  $m_4, m_5, m_6$  соответственно.

Звенья 4 и 5 совершают поступательное движение друг относительно друга, длину звена 6 обозначим  $r_1$ , звенья 5 и 6 связаны цилиндрическим шарниром. При движении манипулятора M2 в точке C осуществляется поворот вокруг оси X на некоторый угол  $\varphi_1$ , в точке D вокруг оси Z на угол  $\varphi_2$ .

В табл. 5.3 и 5.4 приведены параметры звеньев манипулятора M1 и M2.

Таблица 5.3. Параметры звеньев транспортного манипулятора M1

$L_1$	$l_2$	$l_3$	$m_1$	$m_2$	$m_3$
0,8м	0,5м	0,5м	80кг	25кг	10кг

Таблица 5.4. Параметры звеньев манипулятора оптики M2

$r_1$	$r_2$	$h_2$	$m_4$	$m_5$	$m_6$
0,8м	0,25м	0,25м	30кг	45кг	180кг

Для разработки модели системы лазер-робота прежде всего необходимо создать алгоритм его функционирования. При этом будем учитывать следующие факторы:

- лазер-робот при выполнении технологической операции обеспечивает пространственное перемещение луча, то есть обладает контурной системой программного управления;
- лучепровод, шарнирно соединенный с транспортным манипулятором, является пассивной нагрузкой для него и своими массо-инерционными характеристиками оказывает влияние на параметры движения;
- перемещения манипулятора оптики являются координатно-взаимо-связанными;
- скорости перемещения звеньев во время выполнения операций являются незначительными (до нескольких метров в минуту), поэтому инерционностью манипуляционной системы при построении системы управления можно пренебречь.

При решении поставленной задачи моделирования ограничимся рассмотрением частного случая движения манипуляционной системы в плоскости  $ZOY$ . Прямая задача кинематического анализа для пространственного трехстепенного манипулятора состоит в определении положения выходного звена механизма при известных параметрах приводных звеньев. Для данного манипулятора  $M$  известными параметрами приводных звеньев будут являться обобщенные координаты  $q_2$  и  $q_3$  и длины звеньев  $l_1, l_2$  и  $l_3$ .

Для решения этой задачи выберем базовую правую инерциальную систему координат  $X_0Y_0Z_0$ , являющуюся неподвижной, расположив ее начало в точке  $O$ . Ось  $Z_0$  направим вдоль оси звена 1, как показано на рис. 5.27.

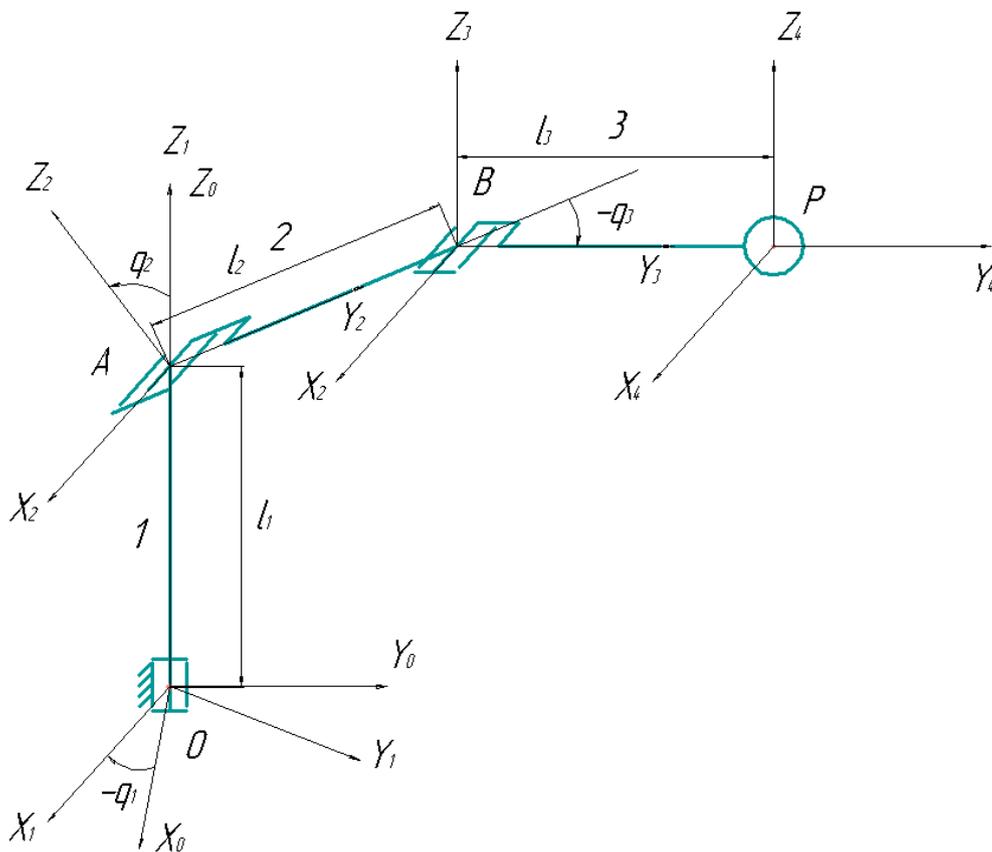


Рис. 5.27. Координатные системы транспортного манипулятора

В точках  $A, B$  и  $P$  расположим подвижные системы координат, связанные с соответствующими звеньями, как показано на рис. 5.27. Решение прямой задачи о положении механизма сводится к последовательному преобразованию координат, начиная с нулевой

системы в координаты точки Р. Для этого используем матрицы однородных преобразований размером [4×4].

Тогда матричное преобразование для рассматриваемого случая будет иметь вид

$$T_{14} = A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4. \quad (5.24)$$

Здесь  $A_1, A_2, A_3, A_4$  – матрицы последовательного преобразования координат.

Выражения для матриц  $A_1, A_2, A_3, A_4$  имеют следующий вид:

$$A_1 = \begin{vmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & 0 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Cq_2 & -Sq_2 & 0 \\ 0 & Sq_2 & Cq_2 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (5.25)$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Cq_3 & -Sq_3 & l_2 \\ 0 & Sq_3 & Cq_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad A_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Подставляя выражения (5.25) в (5.24), получим

$$T_{14} = \begin{vmatrix} Cq_1 - Sq_1 * C(q_2 + q_3) & Sq_1 * S(q_2 + q_3) & -l_3 * Sq_1 * C(q_2 + q_3) - l_2 * Sq_1 * Cq_2 \\ Sq_1 * Cq_1 * C(q_2 + q_3) & -Cq_1 * S(q_2 + q_3) & l_3 * Cq_1 * C(q_2 + q_3) + l_2 * Cq_1 * Cq_2 \\ 0 & S(q_2 + q_3) & C(q_2 + q_3) & l_3 * S(q_2 + q_3) + l_2 * Sq_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.26)$$

В приведенных выше выражениях обозначено: S – синус; C – косинус. Таким образом, получено выражение для координат точки Р в базовой системе координат, определяемых четвертым столбцом матрицы (5.26), и ориентации выходного звена.

Дальнейшим шагом является решение обратной задачи о положении манипулятора М2.

На рис. 5.28 приведена кинематическая схема манипулятора М2 с необходимыми параметрами

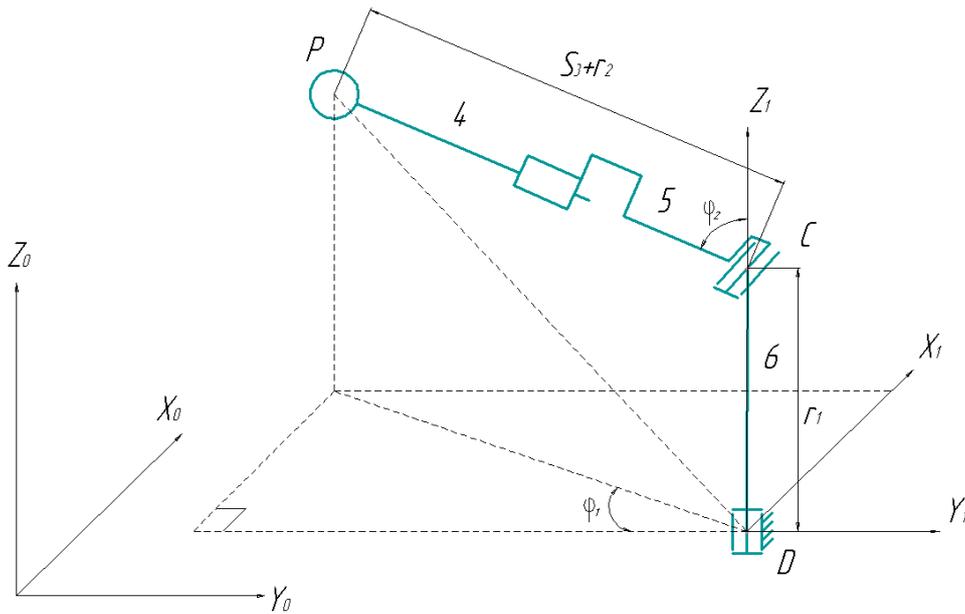


Рис. 5.28. Кинематическая схема манипулятора M2

Координаты  $X_{P_1}, Y_{P_1}, Z_{P_1}$  известны, а координаты  $U_3, \varphi_1, \varphi_2$  неизвестны. Для их определения составляем систему уравнений и решаем ее:

$$\begin{cases} X_{P_1} = (U_3 + r_2) * S\varphi_2 * S\varphi_1 \\ Y_{P_1} = (U_3 + r_2) * S\varphi_2 * C\varphi_1 \\ Z_{P_1} = r_1 + (U_3 + r_2) * C\varphi_2 \end{cases} \quad (5.27)$$

Возведем в квадрат  $X_{P_1}$  и  $Y_{P_1}$  и сложим результаты:

$$X_{P_1}^2 + Y_{P_1}^2 = (U_3 + r_2)^2 * S^2\varphi_2 * S^2\varphi_1 + (U_3 + r_2)^2 * S^2\varphi_2 * C^2\varphi_1 = (U_3 + r_2)^2 * S^2\varphi_2,$$

отсюда выразим:

$$(U_3 + r_2) = \sqrt{(X_{P_1}^2 + Y_{P_1}^2) * S^2\varphi_2^{-1}} = 1 * S\varphi_2^{-1} * \sqrt{X_{P_1}^2 + Y_{P_1}^2}. \quad (5.28)$$

Подставив выражение (5.28) в третье уравнение системы (5.27), получим

$$Z_{P_1} = r_1 + \sqrt{(X_{P_1}^2 + Y_{P_1}^2) * C\varphi_2 * S\varphi_2^{-1}} = r_1 + \sqrt{(X_{P_1}^2 + Y_{P_1}^2) * 1 * tg\varphi_2^{-1}},$$

отсюда

$$\varphi_2 = \arctg \left( \sqrt{(X_{P_1}^2 + Y_{P_1}^2)} * (Z_{P_1} - r_1)^{-1} \right). \quad (5.29)$$

Выразив из третьего уравнения системы (5.27) перемещение  $U_3$ , получим

$$p_1 = r_1 + (U_3 + r_2) * C\varphi_2; \quad U_3 = (Z_{P_1} - r_1) * C\varphi_2^{-1} - r_2. \quad (5.30)$$

Таким образом, получены величины обобщенных координат для манипулятора М2 по найденным ранее координатам точки Р.

Далее необходимо по обобщенным координатам найти величины статических нагрузок, действующих в степенях подвижности М2.

Для этого рассмотрим условие статического равновесия манипулятора. Для начала рассмотрим статическое равновесие звеньев 4 и 5 совместно (рис. 5.29), где  $R_E$  – реакция в поступательной паре,  $R_{PZ}$  и  $R_{PY}$  – реакции в шаровом шарнире,  $G_3$  – центр тяжести звена 4,  $M_E$  – изгибающий момент,  $r_2$  – длина звена 5,  $\varphi_2$  – угол между звеном 5 и нормалью.

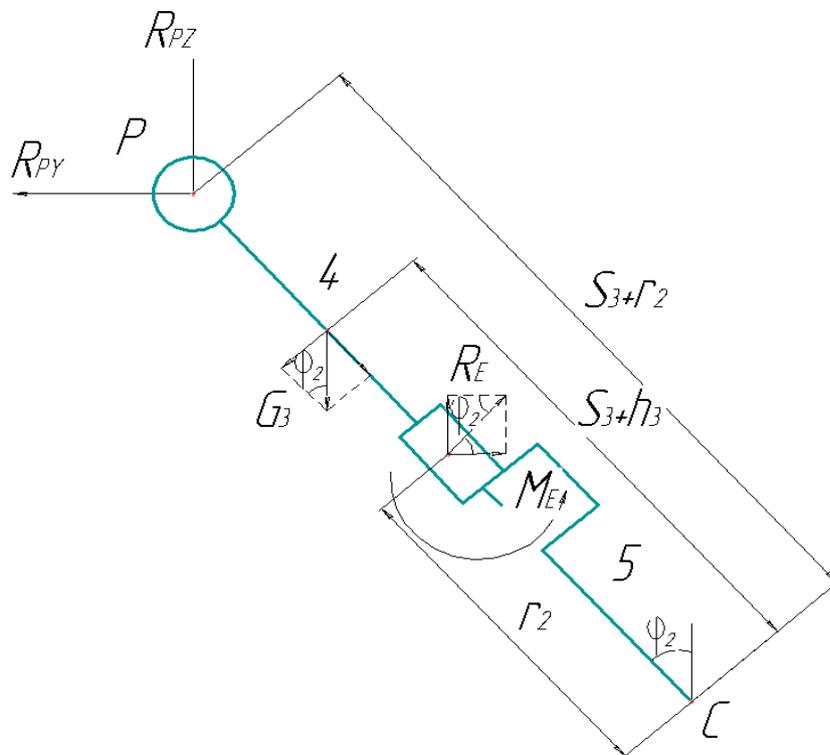


Рис. 5.29. Кинематическая схема звеньев 4 и 5 совместно

Составим уравнения проекций сил, действующих по осям Y и Z в точке P, а также суммарного момента  $\sum M_P$  относительно этой точки:

$$\sum F_Y: -R_{PY} + R_E * C\varphi_2 = 0 \quad (5.31)$$

$$\sum F_Z: R_{PZ} - G_3 + R_E * S\varphi_2 = 0 \quad (5.32)$$

$$\sum M_P = 0: R_E * U_3 - G_3 * S\varphi_2 * (r_2 - h_3) + M_E = 0 \quad (5.33)$$

Выразим из уравнения (5.11) реакцию  $R_E$ , получим

$$R_E = (G_3 * S\varphi_2 * (r_2 - h_3) - M_E) . \quad (5.34)$$

Далее рассмотрим отдельно звено 5 (рис. 5.30) и составим уравнение суммарного момента  $\sum M_C$  относительно точки C, где  $G_2$  – центр тяжести звена 5.

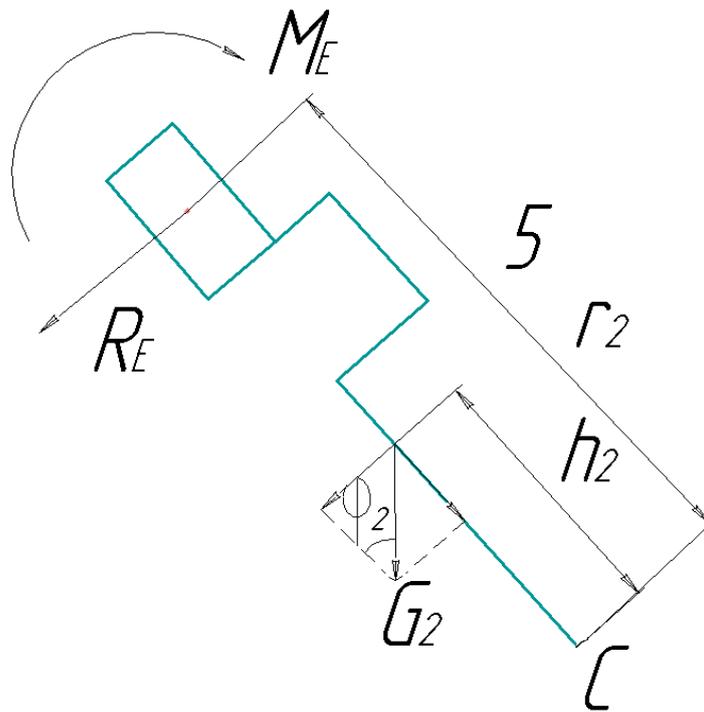


Рис. 5.30. Кинематическая схема звена 5

$$\sum M_C = 0; G_2 * S\varphi_2 * h_2 + R_E * r_2 - M_E = 0 \quad (5.35)$$

Из уравнения (5.35) выразим реакцию  $R_E$  и получим

$$R_E = (-G_2 * S\varphi_2 * h_2 + M_E) * r_2^{-1} \quad (5.36)$$

Выразим из формул (5.35) и (5.36) изгибающие моменты  $M_E$  и получим

$$M_E = -R_E * U_3 + G_3 * S\varphi_2 * (r_2 - h_3)$$

$$M_E = G_2 * S\varphi_2 * h_2 + R_E * r_2$$

Для определения реакции  $R_E$  приравняем полученные изгибающие моменты:

$$-R_E * U_3 + G_3 * S\varphi_2 * (r_2 - h_3) = G_2 * S\varphi_2 * h_2 + R_E * r_2;$$

$$R_E * U_3 + R_E * r_2 = G_3 * S\varphi_2 * (r_2 - h_3) - G_2 * S\varphi_2 * h_2;$$

$$R_E = (G_3 * S\varphi_2 * (r_2 - h_3) - G_2 * S\varphi_2 * h_2) * (U_3 + r_2)^{-1};$$

$$R_E = (S\varphi_2 * (G_3 * (r_2 - h_3) - G_2 * h_2)) * (U_3 + r_2)^{-1}. \quad (5.37)$$

Подставив полученное выражение  $R_E$  в (5.31) и (5.32), получим уравнения реакций по осям  $Z$  и  $Y$  в точке  $P$  шарового шарнира:

$$R_{PY} = (S\varphi_2 * C\varphi_2 * (G_3 * (r_2 - h_3) - G_2 * h_2)) * (U_3 + r_2)^{-1} \quad (5.38)$$

$$R_{PZ} = G_3 - (S^2\varphi_2 * (G_3 * (r_2 - h_3) - G_2 * h_2)) * (U_3 + r_2)^{-1} \quad (5.39)$$

Полученные выражения позволяют определить моменты статической нагрузки, действующие на приводы манипулятора  $M1$ .

Для этого воспользуемся соотношением

$$\tau = J^T F, \quad (5.40)$$

связывающим моменты сочленений  $\tau$  с обобщенной силой в точке соединения манипуляторов  $F$ .  $J^T$  – транспонированный якобиан преобразования.

Для трехзвенного плоского манипулятора требуется найти эквивалентные моменты в сочленениях через силы и моменты в точке  $P$  (обратная задача статики).

Расположение точки Р характеризуется с помощью  $y$  и  $z$  так, что

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}. \quad (5.41)$$

Дифференцирование этого выражения по времени приводит к следующему соотношению:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Заметим, что обобщенная скорость точки р  $V = [\dot{y} \quad \dot{z}]^T = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2$  и  $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2]^T$  так, что якобиан преобразования определен полностью. Следовательно, согласно уравнению (5.42) вектор моментов сочленений  $\tau_{0,1}$  и  $\tau_{1,2}$  можно выразить следующим образом:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{0,1} \\ \tau_{1,2} \end{bmatrix} = J^T F = J^T \begin{bmatrix} f_{2.3y} \\ f_{2.3z} \end{bmatrix} \text{ или} \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \tau_{0,1} = & -[l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] f_{2.3y} + \\ & + [l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)] f_{2.3z} \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\tau_{1,2} = -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) f_{2.3y} + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) f_{2.3z} \quad (5.45)$$

$$J^T = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & 1 \\ -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Полученное выражение моментов может быть для формирования компенсирующих сигналов в систему управления.

При наличии датчика, измеряющего силомоментное взаимодействие в точке Р, процесс формирования корректирующих воздействий сведется к измерению усилий  $f_{2.3y}$  и  $f_{2.3z}$  и вычисления моментов  $\tau_{0,1}$  и  $\tau_{1,2}$ .

На рис. 5.31 и рис. 5.32 приведены компьютерные модели транспортного манипулятора и манипулятора оптики.

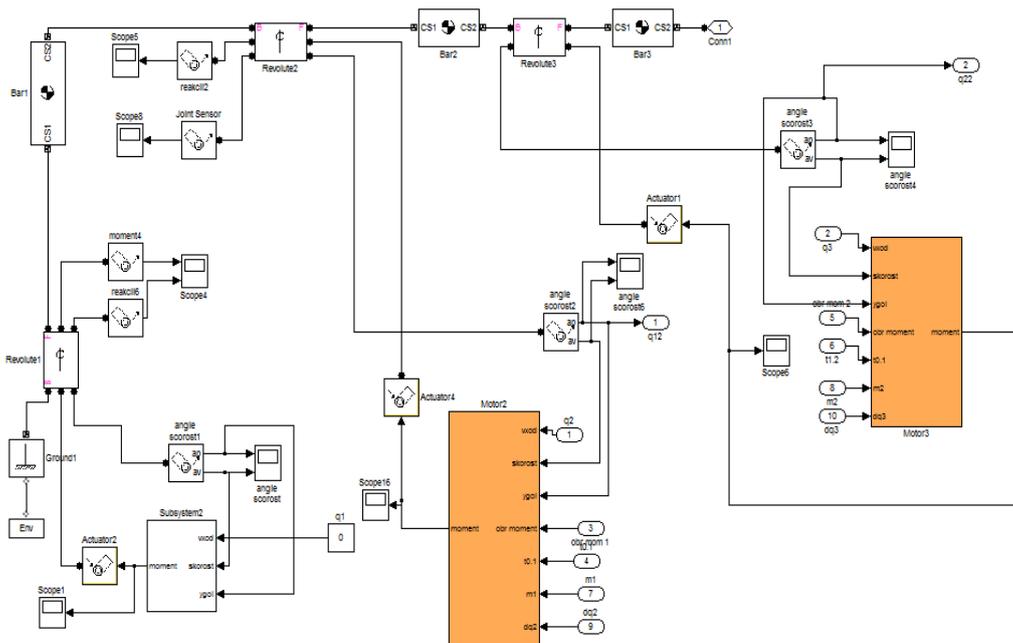


Рис. 5.31. Компьютерная модель транспортного манипулятора

При моделировании использовались параметры реальных двигателей и контура тока. Параметры регулятора скорости настраивались по модели привода для средних значений нагрузки с помощью блока NCD, осуществляющего автоматизированный поиск коэффициентов ПИД регулятора по заданной кривой переходного процесса корневыми методами.

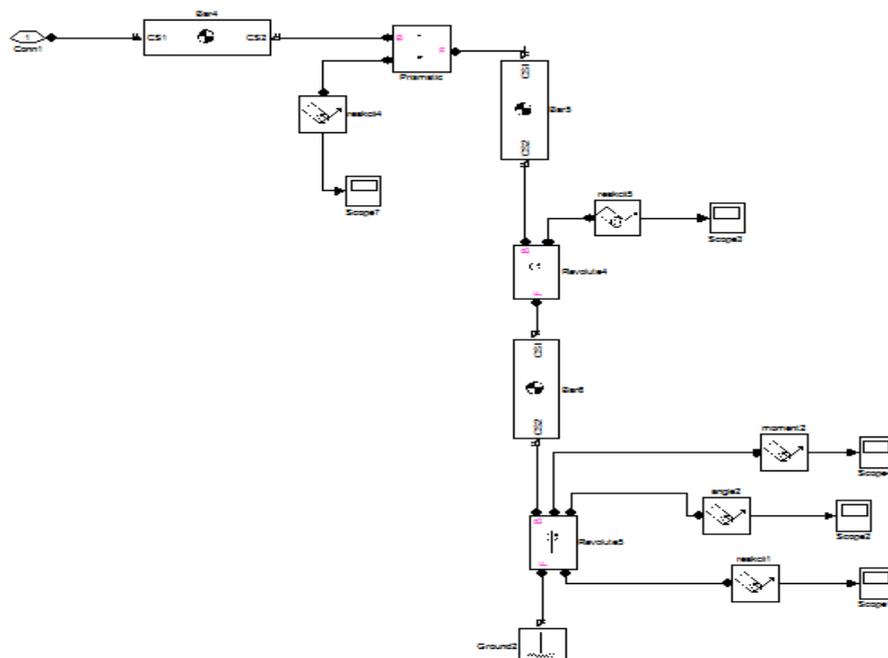


Рис. 5.32. Компьютерная модель манипулятора оптики

Объединим построенные модели манипуляторов в subsystemу. В результате получим полную модель исполнительного системы лазер – работа, представленную на рис. 5.33.

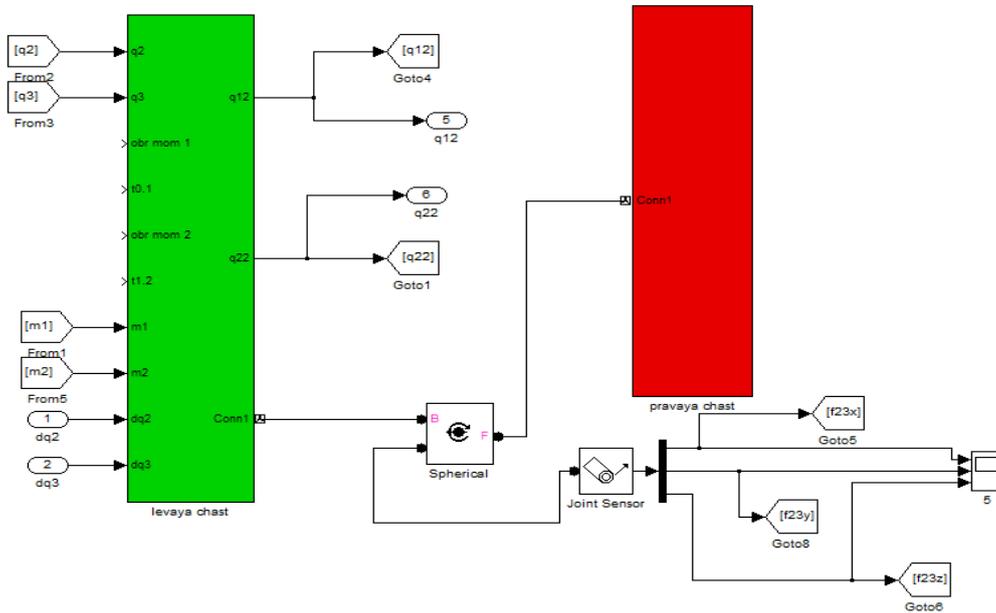


Рис. 5.33. Полная модель исполнительного системы лазер-робота

Работоспособность модели проверена путем задания одновременного перемещения по обобщенным координатам  $q_1 = 0.1$  рад,  $q_2 = 0.174$  рад,  $q_3 = 0.15$  рад. На рис. 5.34 приведено окно анимации после отработки манипулятором заданного перемещения.

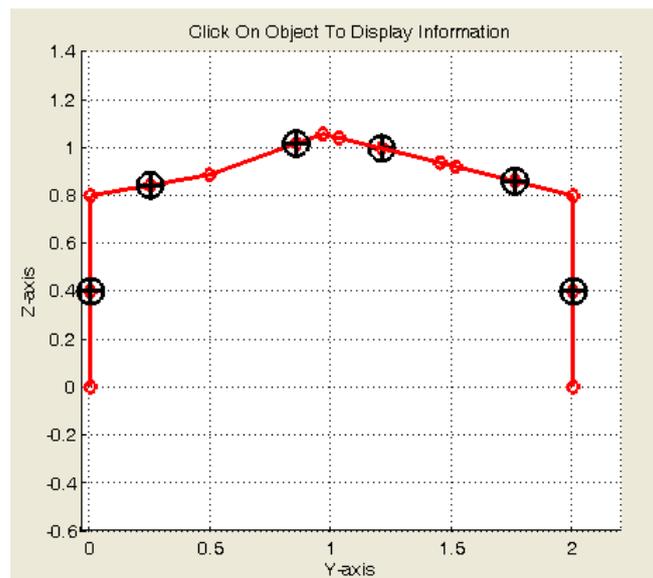


Рис. 5.34. Анимация модели после отработки манипулятором заданного перемещения

С помощью задатчика траектории движения, аналогичного приведенному в предыдущем разделе, сформирована программная траектория перемещения точки Р на плоскости ХУ (рис. 5.35).

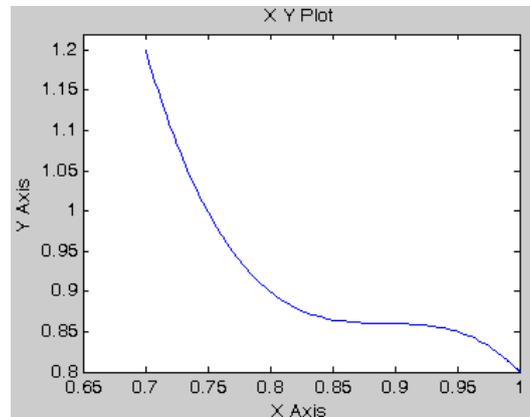


Рис. 5.35. Программная траектория перемещения точки Р на плоскости ХУ

На основе составленных выше уравнений вектора для моментов в сочленениях  $\tau_{0,1}$  и  $\tau_{1,2}$  создадим их компьютерные модели с использованием пакета Matlab. Модели вычисления моментов представлены на рис. 5.36 и 5.37.

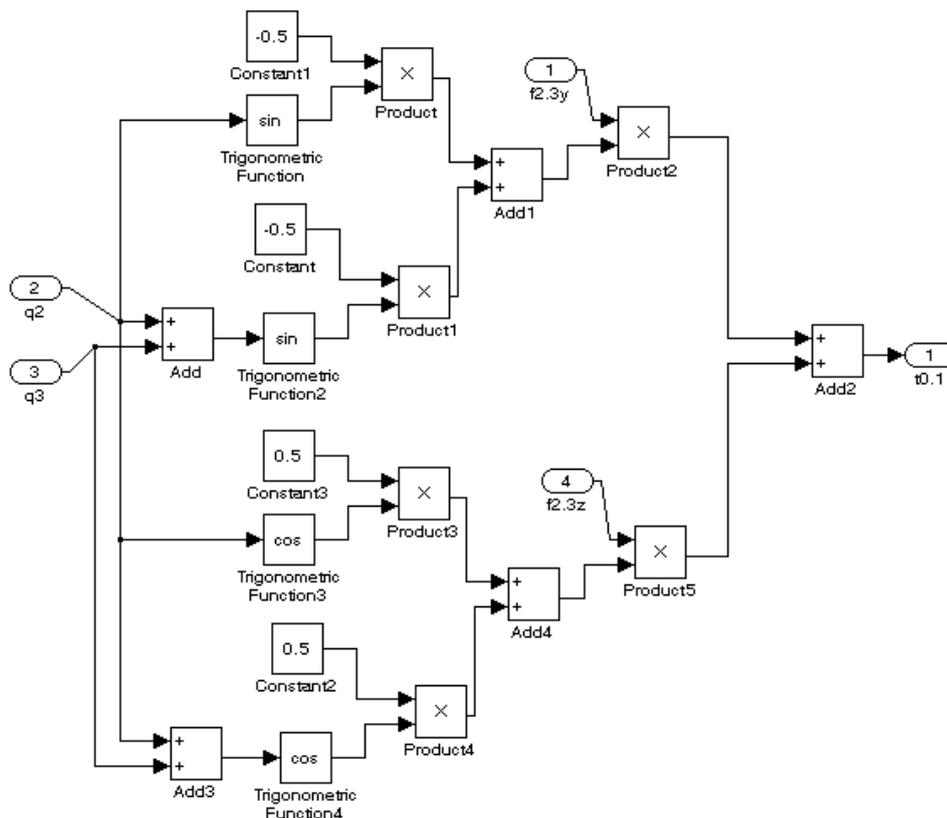


Рис. 5.36. Компьютерная модель вычисления момента  $\tau_{0,1}$

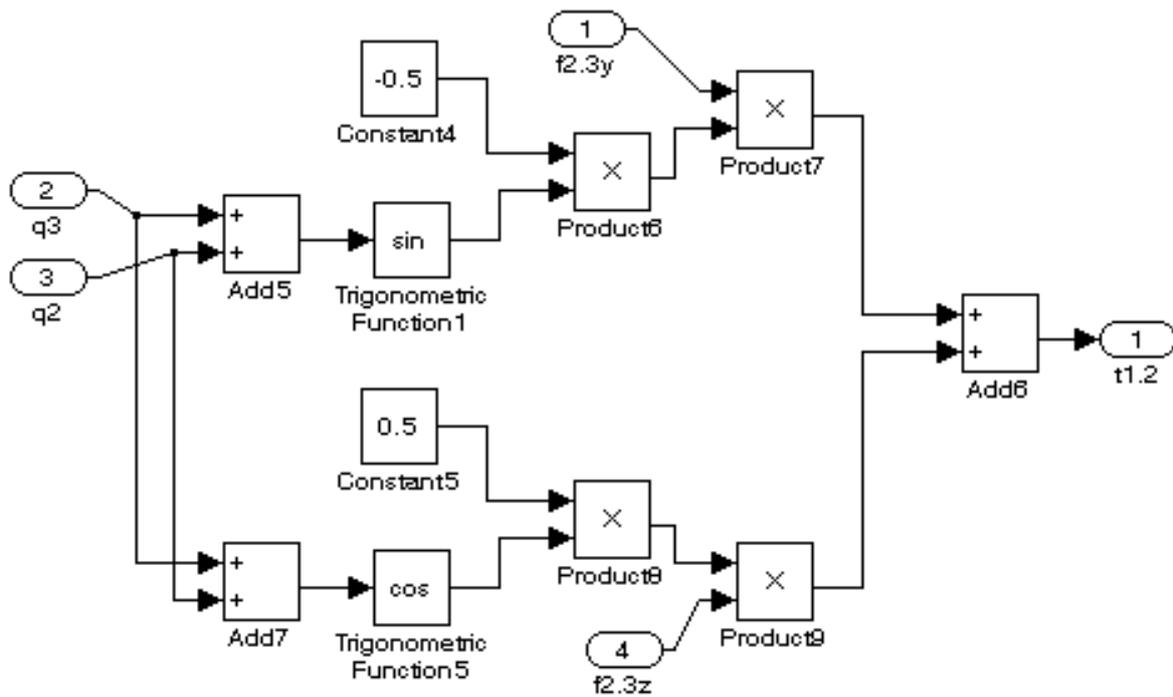


Рис. 5.37. Компьютерная модель вычисления момента  $\tau_{1,2}$

Разработанные модели вычислителей моментов в шарнирах 2 и 3 введены в структуру модели исполнительной системы в виде корректирующих воздействий на ПИД регуляторы приводов. Модель одного привода с коррекцией статической нагрузки приведена на рис. 5.38.

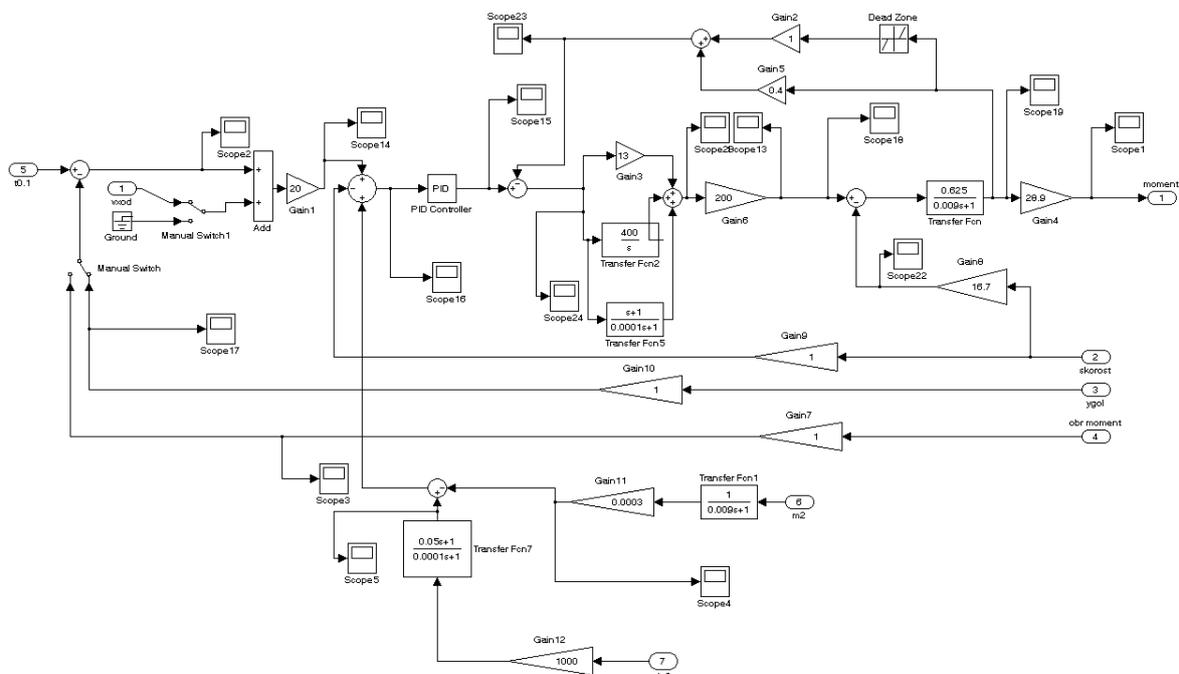


Рис. 5.38. Модель привода с коррекцией статической нагрузки

На рис. 5.39 приведена траектория движения точки Р как результат обработки заданной на рис. 5.35 траектории.

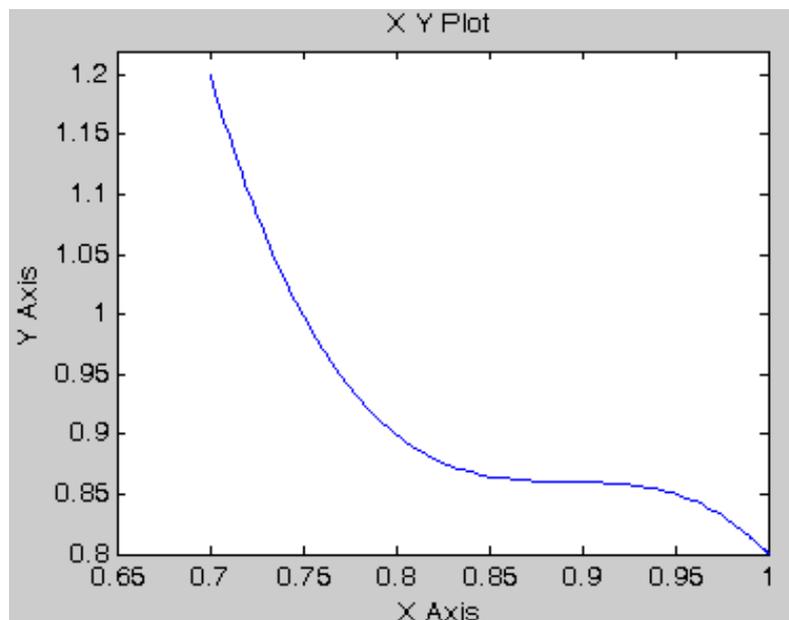


Рис. 5.39. Траектория движения точки Р при перемещении манипуляционной системы

При моделировании системы с сигнальной компенсацией статических нагрузок получено, что максимальные отклонения программных и реальных величин переменных составляют:  $\Delta q_2 = 0,04$  градуса,  $\Delta q_3 = 0,09$  градуса,  $\Delta Y = 0,07$  мм,  $\Delta Z = 0,19$  мм.

При использовании датчика силомоментного очувствления получено, что максимальные отклонения программных и реальных величин переменных составляют:  $\Delta q_2 = 0,06$  градусов,  $\Delta q_3 = 0,11$  градуса,  $\Delta Y = 0,08$  мм,  $\Delta Z = 0,13$  мм.

### 5.3. Моделирование движения робота для лазерного упрочнения

Робот, входящий в состав автоматизированного лазерного технологического комплекса, осуществляет перемещение пятна лазерного излучения по трём линейным и двум круговым координатам.

Комплекс выполнен на современной элементной базе, что позволяет достичь высокой точности, высоких динамических показателей, и обеспечивает надежность и долговечность работы. Скорости быстрых перемещений 30 м/мин и ускорения  $5 \text{ м/с}^2$  обеспечивают обработку с минимальным машинно-вспомогательным временем.

Станина, выполненная из цемент-бетона, гарантирует высокую статическую и динамическую жесткость. Она устанавливается на фундаменте на семи виброизолирующих выравнивающих элементах клинового типа.

С целью уменьшения металлоёмкости при сохранении заданной жесткости и с целью уменьшения пути лазерного луча, выбрана компоновка с конечным исполнительным органом (двухкоординатной головкой) установленным на суппорте, перемещающимся по оси Y.

По станине перемещается стойка (ось X). На стойке установлен вертикальный суппорт (ось Z), на вертикальном суппорте – поперечный суппорт (ось Y). На поперечном суппорте установлена двухкоординатная головка.

Стойка и суппорты установлены на прецизионных предварительно натянутых роликовых линейных направляющих, которые обеспечивают точные перемещения и низкое сопротивление при движении.

Перемещение по линейным осям Y и Z осуществляется динамичными и компактными двигателями серии 1FK7 (Siemens). Прямое измерение по осям производится датчиками, встроенными в двигатели, с разрешающей способностью 0,001 мм.

В табл. 5.5 приведены параметры звеньев манипуляционной системы.

Таблица 5.5 Параметры звеньев манипуляционной системы

$l_1$	$l_2$	$l_3$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$
2,5 м	0,5 м	0,5 м	865,1кг	298,0кг	189,7кг	33,7кг	1,5кг

Все приводы снабжены аварийными путевыми выключателями BNS 819 и референтными индуктивными выключателями BES 516 фирмы «Balluff». Предусмотрено механическое ограничение хода упругими упорами.

Подвод энергоносителей (электроэнергия, воздух, гидравлика, охлаждение) и сигнальных кабелей к подвижным исполнительным органам станка осуществляется через систему гибких кабель-каналов прямоугольного сечения.

Кинематическая схема работа представлена на рис. 5.40.

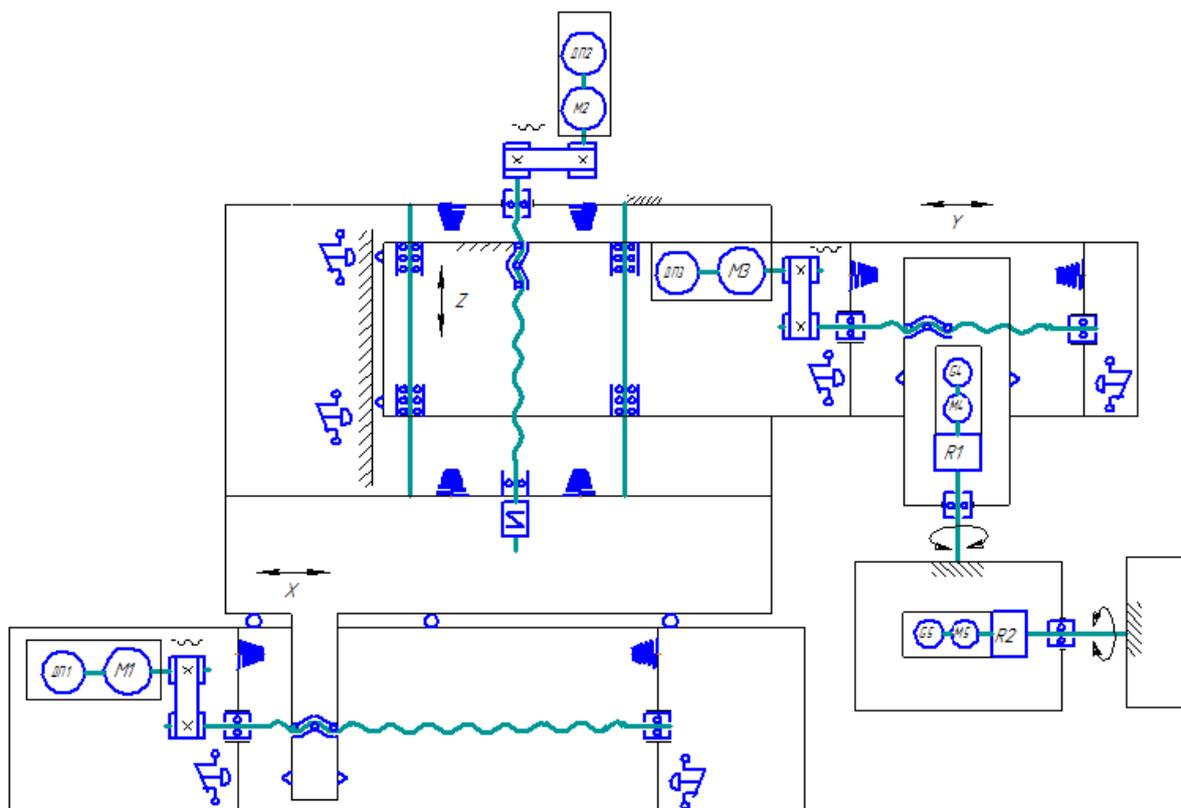


Рис. 5.40. Кинематическая схема робота

*Станина-стойка.* Приводом по оси X является синхронный трехфазный двигатель фирмы «Siemens» серии 1FK7, соединенный с планетарным двухступенчатым редуктором фирмы «Alpha», на выходном валу которого установлена косозубая шестерня, находящаяся в зацеплении с зубчатой рейкой фирмы «Atlanta».

Стойка перемещается на роликовых линейных направляющих 35-го типоразмера фирмы «Bosch Rexroth AG».

*Стойка-вертикальный суппорт.* Стойка представляет собой сварную деталь коробчатой формы. На левой стороне стойки установлены роликовые линейных направляющие 35-го типоразмера фирмы «Bosch Rexroth AG», по которым перемещается вертикальный суппорт, имеющий форму стальной плиты.

Вращение от двигателя 1FK7063 (Siemens) через соединительную муфту ROVA-ES фирмы «Maur» передается на винт ВГК ( $\text{Ø} = 32 \text{ мм}$ ;  $t = 10 \text{ мм}$ ). Гайка ВГК закреплена на вертикальном суппорте. Двигатель имеет встроенный тормоз.

*Вертикальный суппорт – поперечный суппорт.* Ввиду значительного хода исполнительного органа в направлении оси координат Y (500 мм), привод перемещения выполнен с вращающейся гайкой и не вращающимся винтом ВГК ( $\varnothing = 32$  мм;  $t = 10$  мм). Вращение от двигателя 1FK7063 поз. 21 (Siemens) через зубчато-ременную передачу передается на вращающуюся гайку, установленную на вертикальном суппорте поз. 5. Неподвижный винт установлен на поперечном суппорте поз.4. Двигатель имеет встроенный тормоз.

*Двухкоординатная головка.* Двухкоординатная головка представляет собой механизм транспортирования лазерного потока и его поворота вокруг двух взаимно перпендикулярных осей В и С.

Построение модели робота для лазерной закалки производится в пространстве хуз. В состав этой модели входит 6 тел, 3 блока поступательного движения и 2 цилиндрических шарнира (рис. 5.41). Первый модуль поступательного движения связан с землей при помощи блока Ground.

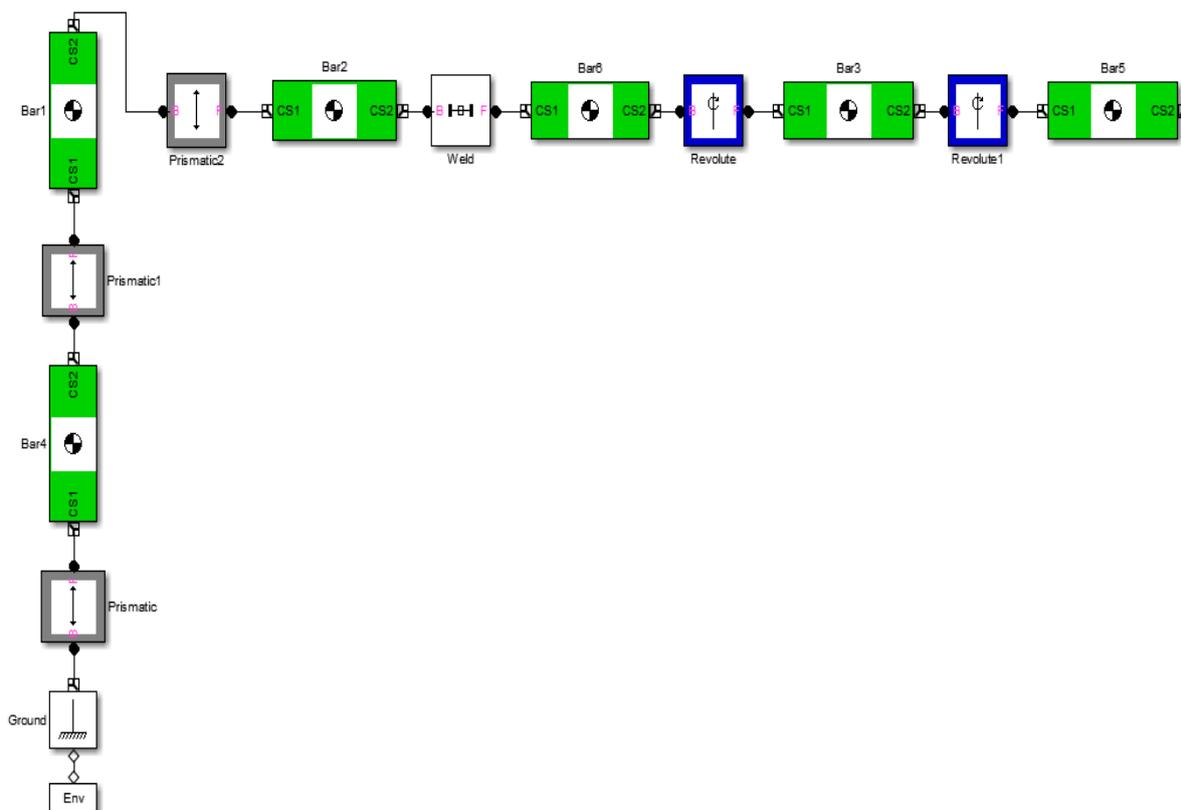


Рис. 5.41. Базовая модель исполнительной кинематической цепи лазер-робота в SimMechanics

В блоке Mashine Environment указываем направление действия (вдоль оси  $y$ ) и величину силы тяжести ( $g = -9.81 \text{ м/с}^2$ ). В блоках Prismatic указываем направления оси перемещения (вдоль  $X, Y, Z$ ). В блоках Revolute указываем направление оси вращения (вокруг оси  $X$  и  $Y$ ). Далее необходимо произвести настройку блоков Body в соответствии с размерами и массами звеньев и сочленений (см. табл. 5.5).

Массу цилиндрических шарниров с установленными в них датчиками и двигателями необходимо привести к телам, так как в настройке блока Revolute (цилиндрический шарнир) ее величину указать невозможно. Для задания движения механизма добавляем блоки Joint Actuator в местах расположения приводных двигателей, а для снятия характеристик в шарнирах – Joint Sensor. В окне настройки блока Joint Actuator устанавливаем вид возбуждения Generalized forces (обобщенные силы) – Apply torque (момент), в окне настройки Joint Sensor производим выбор тех характеристик относительного движения частей примитива, которые необходимо снять. Для вывода на экран снятых характеристик используем блок Scope (осциллограф для наблюдения временных зависимостей). После этого модель манипулятора примет вид, представленный на рис. 5.42.

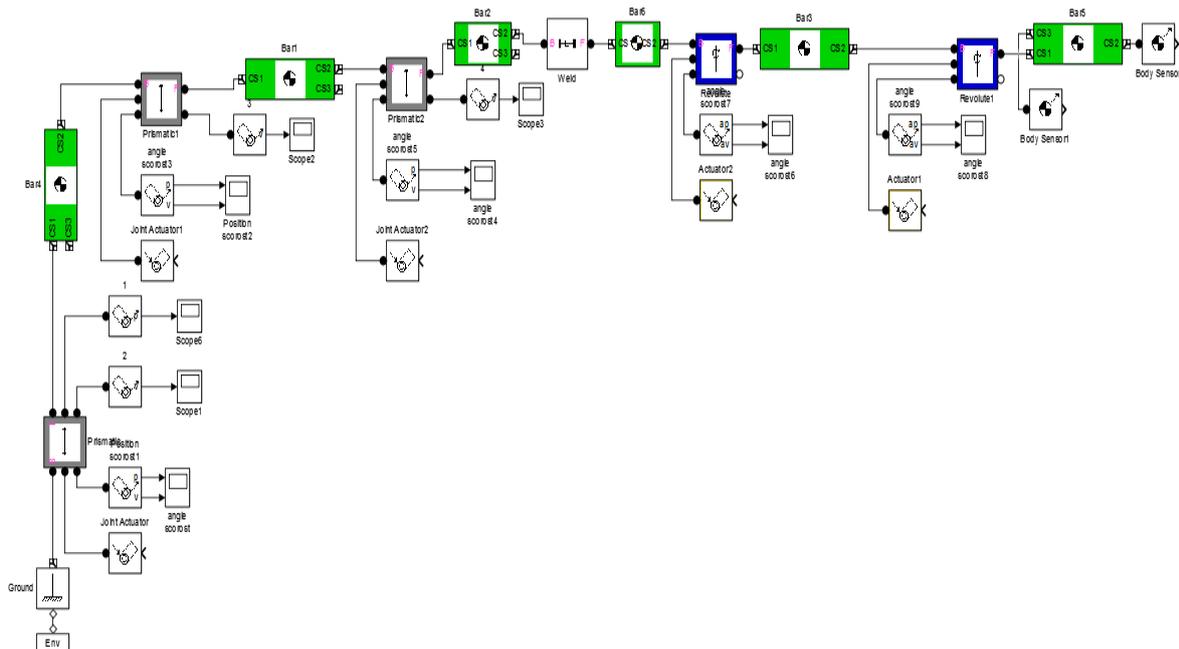


Рис. 5.42. Промежуточная модель механики лазер-робота

Для задания движения к блокам Joint Actuator добавляем модели приводов, компьютерная модель привода одного сочленения приведена на рис. 5.43. Она содержит модель механизма преобразования движения с учетом его упруго-диссипативных свойств.

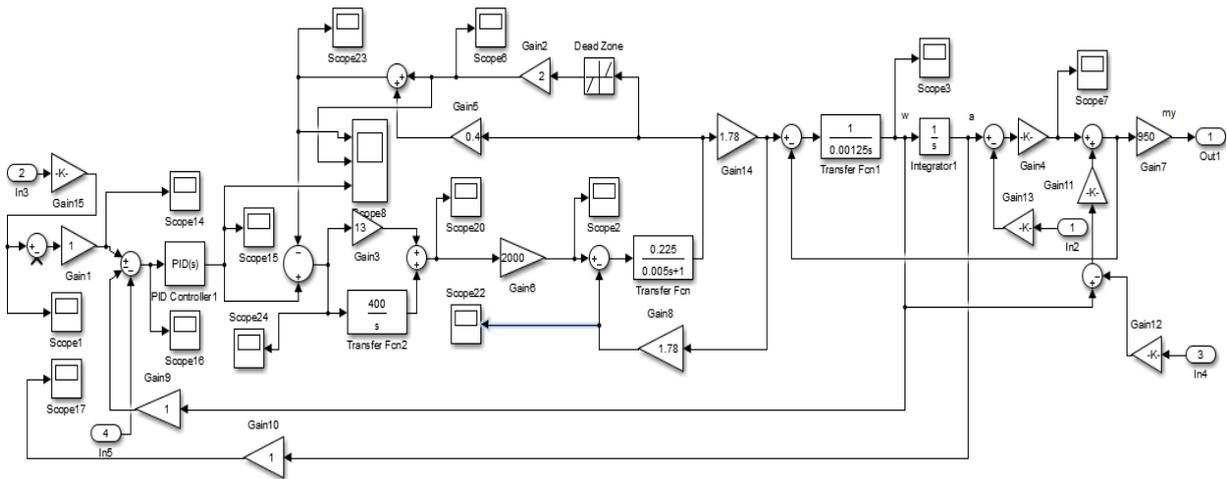


Рис. 5.43. Модель привода

Привод имеет контур регулирования положения, скорости и тока.

При моделировании использовались параметры реальных двигателей и контура тока. Параметры регулятора скорости настраивались по модели привода для средних значений нагрузки с помощью блока NCD, осуществляющего автоматизированный поиск коэффициентов ПИД регулятора по заданной кривой переходного процесса корневыми методами. К промежуточной модели манипулятора (рис. 5.43) добавим модели приводов, а также выходы для снятия характеристик и входы для задания параметров движения. В результате получим окончательную модель исследуемой системы, приведенную на рис. 5.44.

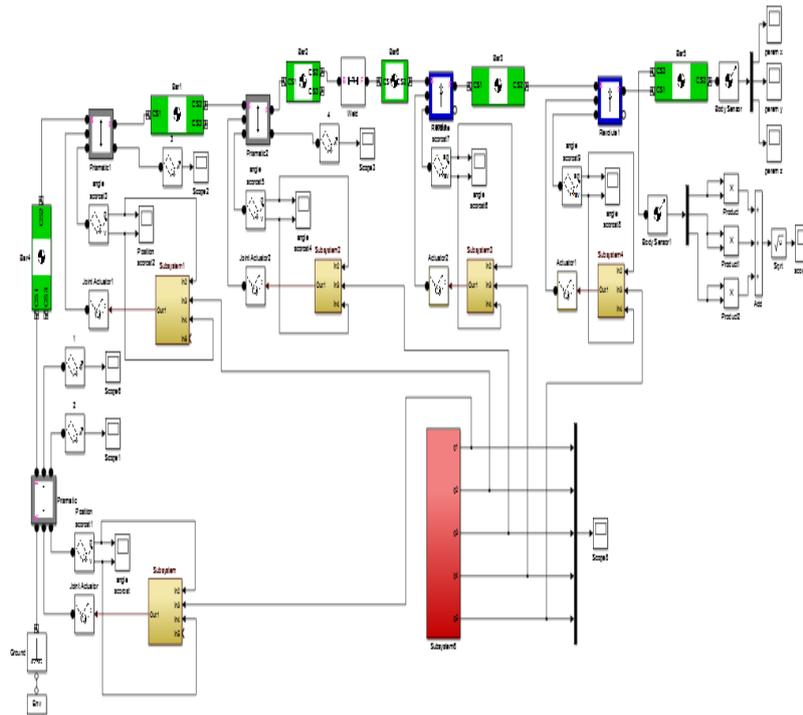


Рис. 5.44. Модель манипулятора лазер-робота

В системе управления предусмотрен контроллер задания параметров упрочняемого слоя задает управляющее воздействие на контроллер формирования технологических параметров обработки. Задание формируется на основе физических свойств обрабатываемого материала и соответствующей модели нагрева. Контроллер формирования технологических параметров обработки управляет регулятором мощности источника лазерного излучения (если он предусмотрен конструкцией) и регуляторами скорости. Регуляторы скорости задают управляющие сигналы на приводы перемещения звеньев лучепровода. Помимо этого, в регуляторах производится корректировка скорости на основе нейроконтроллера формирования технологической обратной связи.

Информация о процессе лазерной обработки снимается с помощью датчика спектра теплового излучения. Плотность спектра теплового излучения имеет функциональную связь со скоростью обработки. В нейроконтроллере происходит преобразование информации о плотности спектра теплового излучения в сигнал скорости обработки. Ошибка по скорости, полученная в результате преобразований, подаётся на блок регулятора скорости. Для создания и обучения нейроконтроллера нужно создать модель процесса и получить массив ис-

ходных данных для обучения. (Для этой цели можно воспользоваться программой Comsol 4.4). График зависимости средней температуры пятна от скорости обработки имеет нелинейный характер и приведен на рис. 5.45.

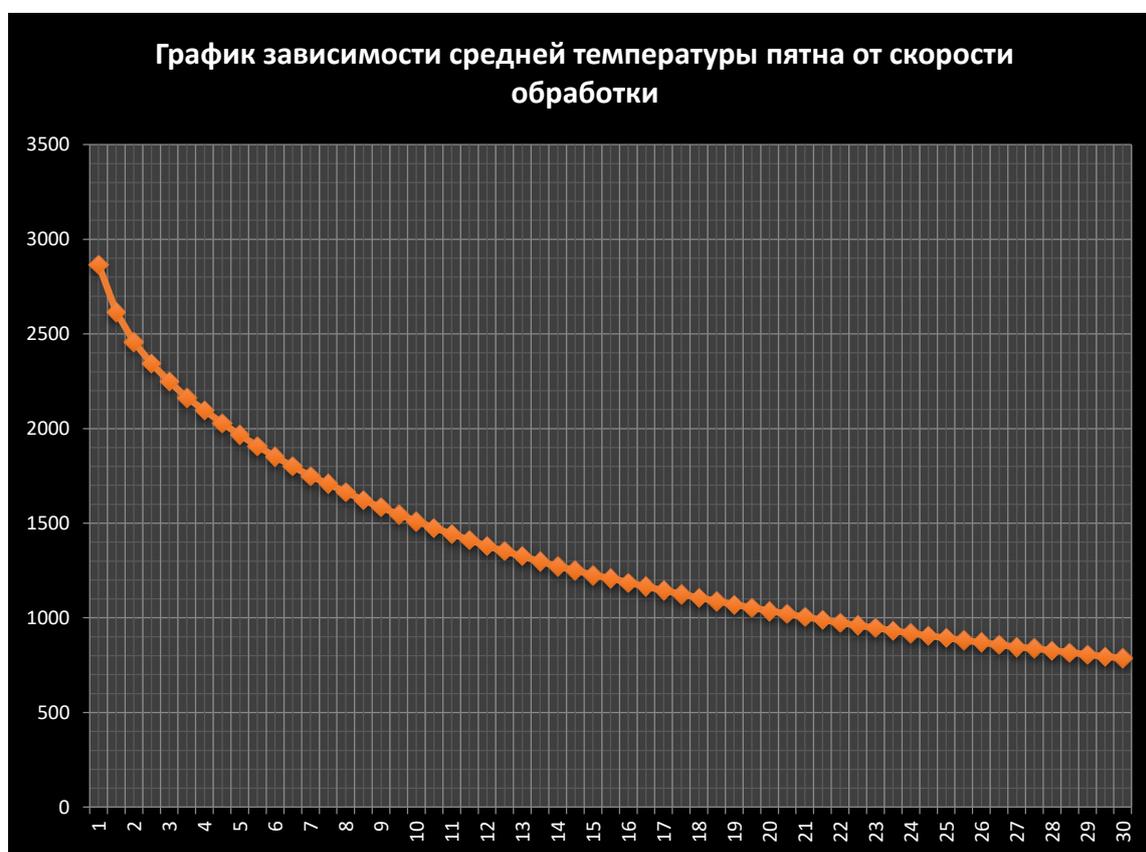


Рис. 5.45. График зависимости средней температуры пятна от скорости обработки

Для построения модели контроллера выбираем двухслойную архитектуру нейронной сети Элмана с массивом входов с диапазоном значений  $[\min \max(P)]$ , имеющую 70 нейронов с функцией активации  $\text{tansig}$  в слое 1 и 1 нейрон с функцией активации  $\text{purelin}$  в слое 2, с прямой передачей сигнала. При этом в качестве обучающего алгоритма выбран алгоритм Levenberg-Marquardt ( $\text{trainlm}$ ). Этот алгоритм обеспечивает быстрое обучение, но требует много ресурсов. В случае, если для реализации этого алгоритма не хватит оперативной памяти, можно использовать другие алгоритмы ( $\text{trainbfg}$ ,  $\text{trainrp}$ ,  $\text{trainscg}$ ,  $\text{traincgb}$ ,  $\text{traincgf}$ ,  $\text{traincgp}$ ,  $\text{trainoss}$ ,  $\text{traingdx}$ ). По умолчанию используется  $\text{trainlm}$ . Указанная сеть формируется с помощью процедуры:

```
net=newff([minmax(P)],[70 1],{'tansig','purelin'},'trainlm');
```

Первый аргумент - матрица  $M \times 2$  минимальных и максимальных значений компонент входных векторов вычисляется с помощью процедуры `minmax`.

Результатом выполнения процедуры `newff` является объект – нейронная сеть `net` заданной конфигурации. Сеть можно сохранить на диске в виде `mat.` файла с помощью команды `save` и загрузить снова с помощью команды `load`.

Обработка тестового массива:

```
Y = sim (net, P);
```

Задаем максимальное количество циклов обучения. После того, как будет выполнено это количество циклов, обучение будет завершено:

```
net.trainParam.epochs=500;
```

Задаем интервал вывода информации, измеренный в циклах:

```
net.trainParam.show=100;
```

Выполним процедуру обучения:

```
net=train(net,P,T);
```

Для проверки качества обучения промоделируем спроектированную сеть:

```
Y = sim(net,P);
```

Построим графики исследуемой функции:

```
figure(1); plot(P,T,'y'); hold on; grid on; plot(P,Y,'r');
```

Формирование S-модели нейронной сети с именем `net` для ее запуска в среде системы `Simulink`.

```
gensim(net).
```

Перед открытием окна с S-моделью, открывается окно обучения сети `Neural Network Training` (рис. 5.46), в котором виден отсчет эпох обучения.

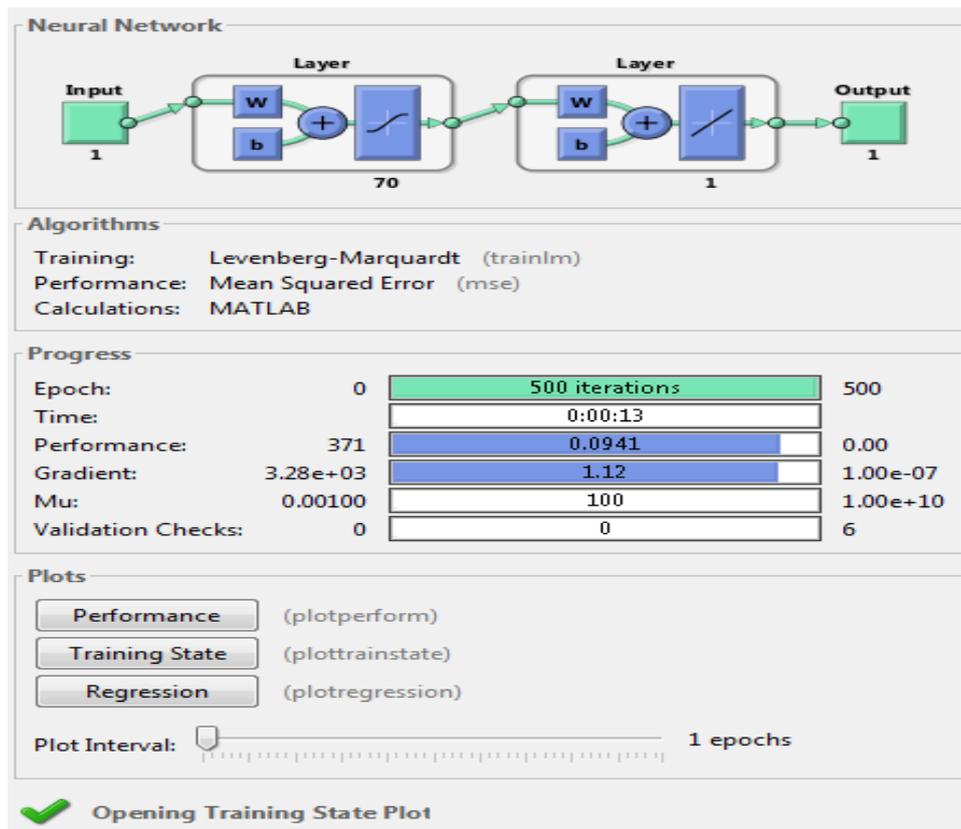


Рис. 5.46. Отчет обучения контроллера

График обучения сети показан на рис. 5.47.

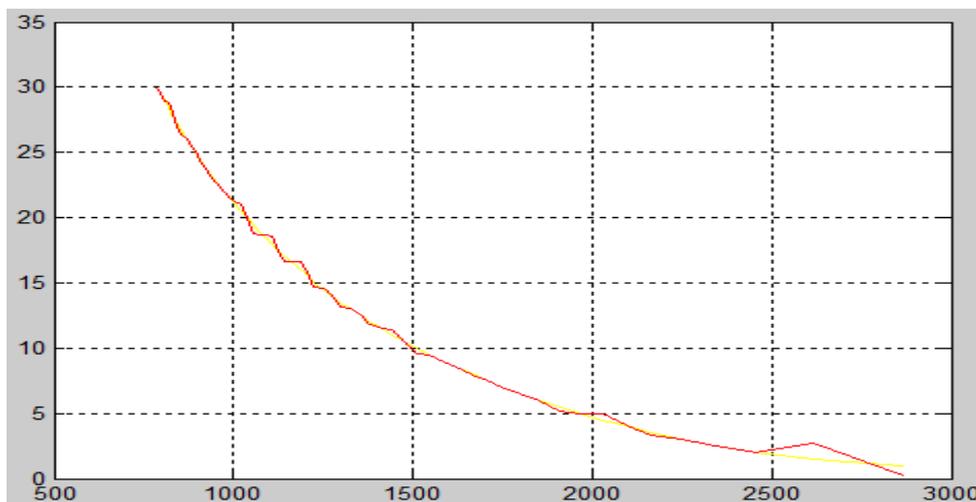


Рис. 5.47. График обучения нейросети

Из графика можно сделать вывод, что обучение прошло с большой ошибкой, поэтому необходимо изменить число эпох обучения

или увеличить число нейронов в первом слое. После этого следует повторить процесс обучения. Оптимальные результаты обучения были достигнуты при увеличении числа нейронов на входе до 90 и числа эпох обучения до 2000.

На рис. 5.48 представлена визуализированная структура двухслойной нейронной сети, структуры двух слоев из-за громоздкости опущены.

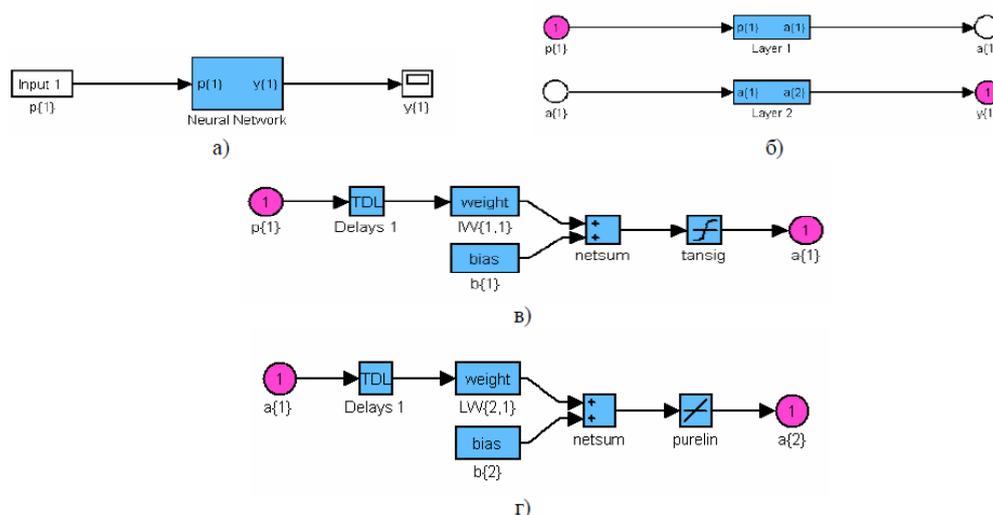


Рис. 5.48. Структура двухслойной нейронной сети: а) нейронная сеть; б) два слоя с последовательным соединением; в) схема слоя 1; г) схема слоя 2

Законченный и обученный контроллер в среде Simulink имеет вид, представленный на рис. 5.49.

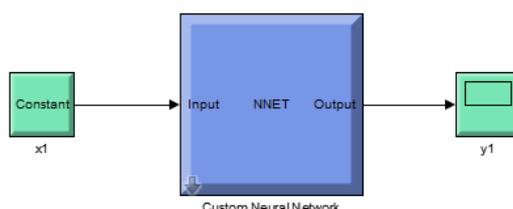


Рис. 5.49. Вид контроллера в среде Simulink

При построении котроллера выполнены все необходимые процедуры, связанные с его обучением и анализом входных и выходных данных, полученных по исходной модели нагрева.

На рис. 5.50 приведена программная пространственная траектория для перемещения лазерного луча, построенная с помощью задатчика, аналогично изложенному в разд. 5.1.

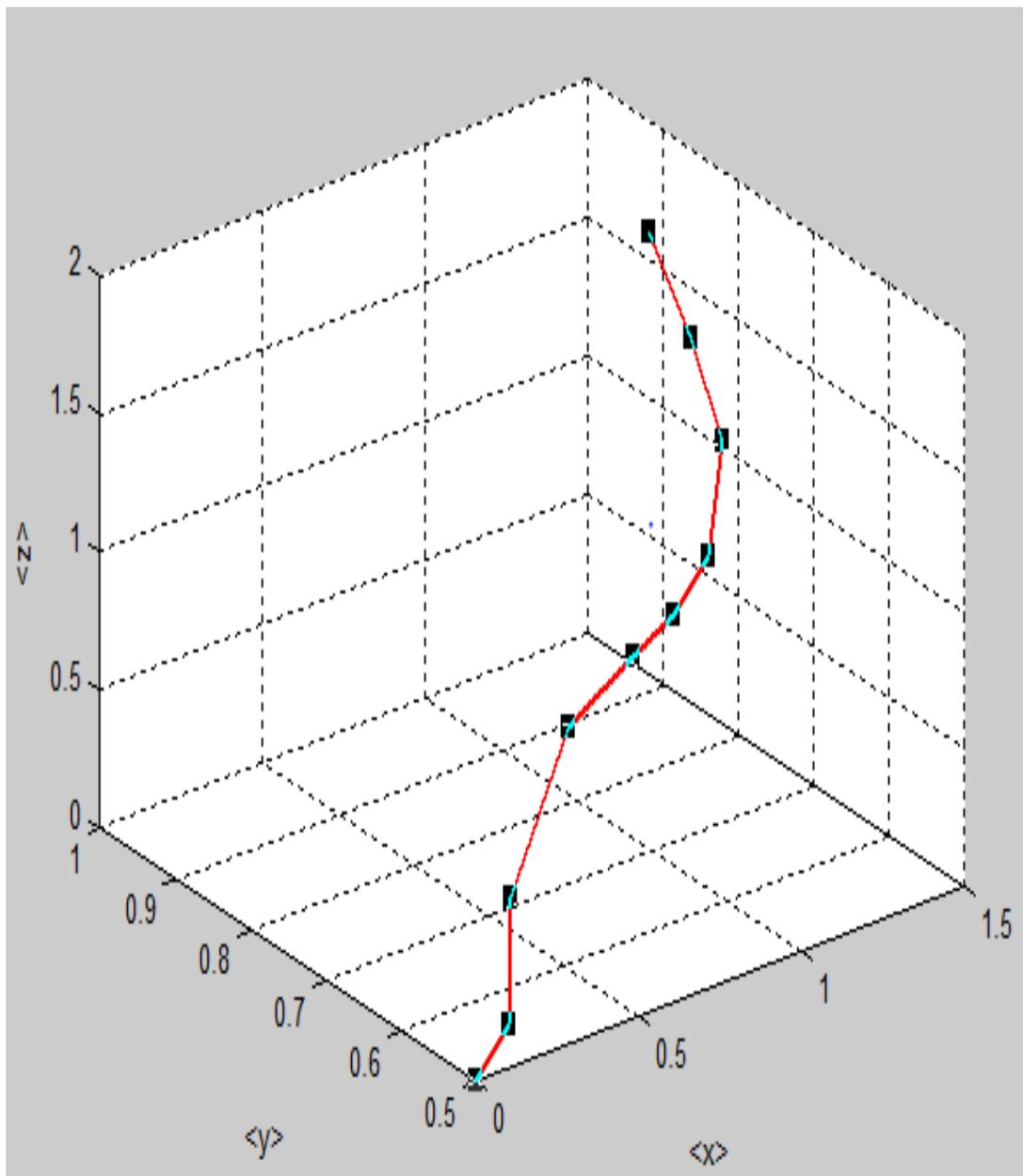


Рис. 5.50. Программная пространственная траектория для перемещения лазерного луча

Для анализа работы идентификатора теплового нагрева необходимо создать условия изменения температуры в зоне обработки. Для этого в модели предусмотрен модуль эмулятора изменения толщины обрабатываемого материала. (При увеличении толщины металла температура нагрева уменьшается). Блок эмулятора представлен на рис. 5.51.

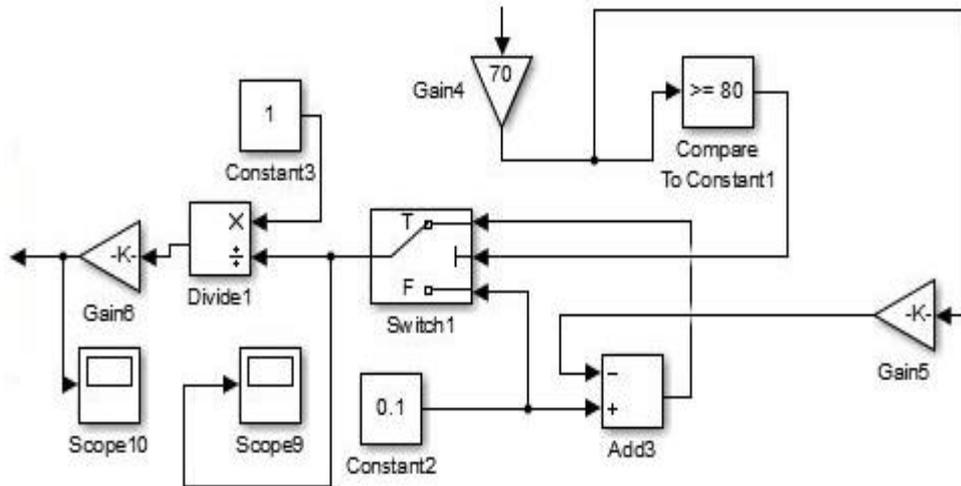


Рис. 5.51. Эмулятор изменения толщины материала

Модель исполнительной системы лазер-робота, содержащая все рассмотренные выше компоненты включая эмулятор изменения толщины металла и нейроконтроллер, приведена на рис. 5.52.

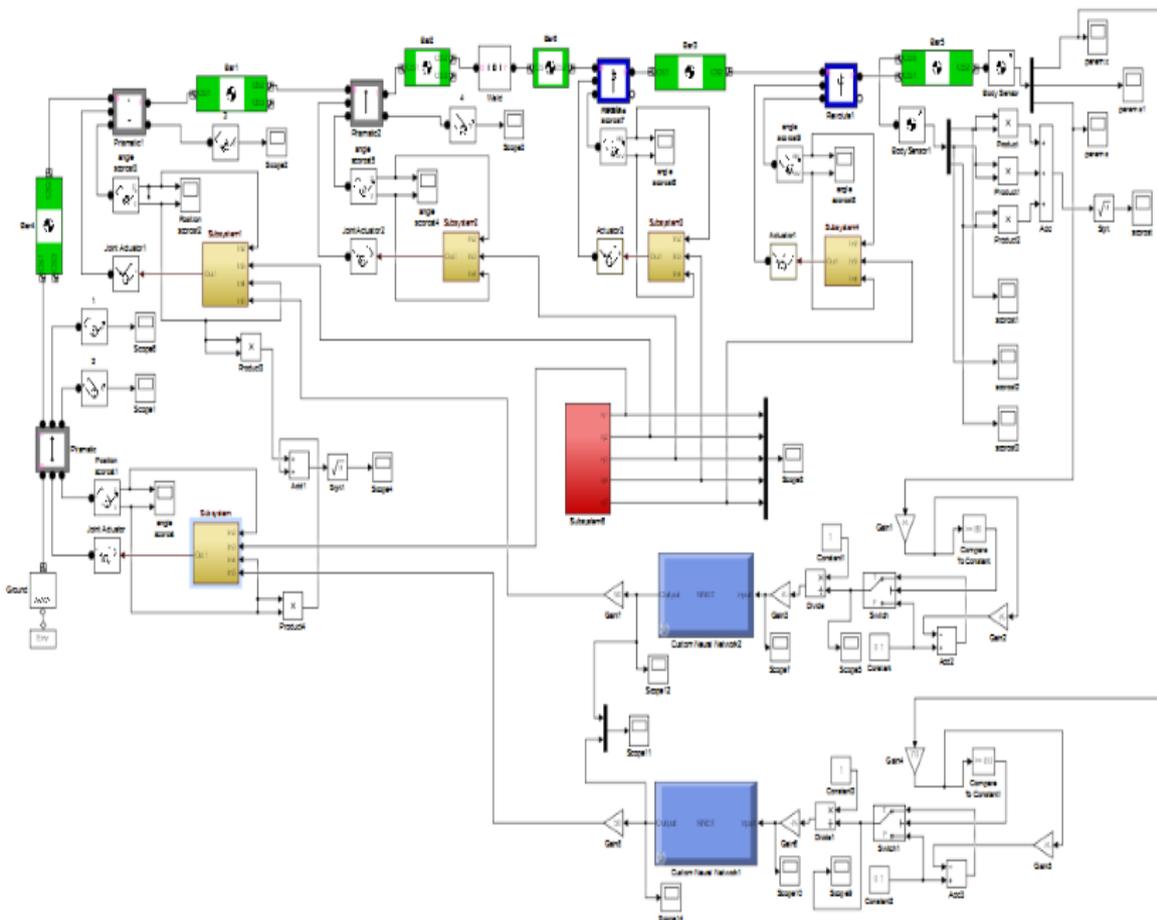


Рис. 5.52. Модель исполнительной системы лазер-робота

На рис. 5.53 приведена модель нелинейного увеличения температуры упрочняемого металла (скачкообразного в сочетании с линейным).

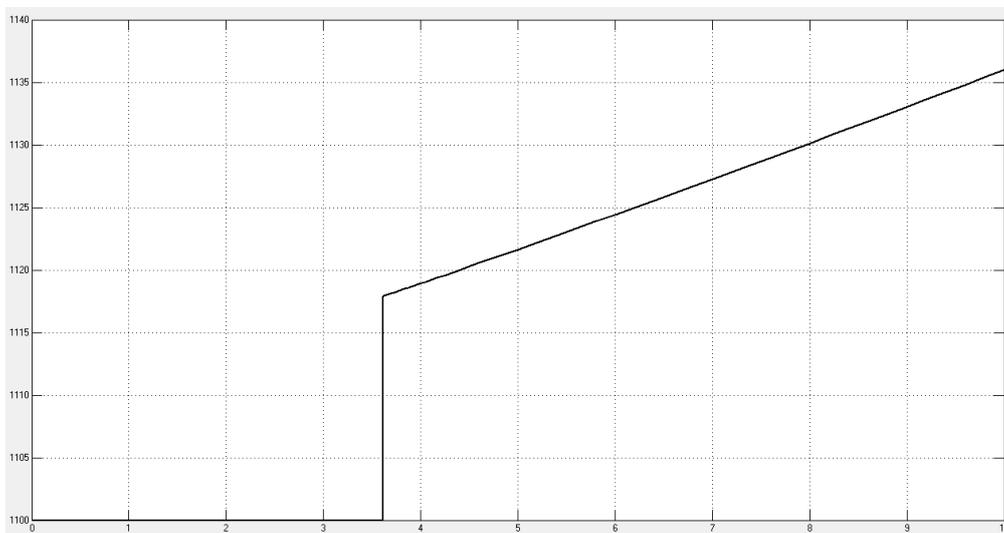


Рис. 5.53. Модель нелинейного увеличения температуры упрочняемого металла

Регулятор с нейроконтроллером в модели работает следующим образом. При достижении перемещения 1,14 метра срабатывает ключевой элемент (Switch2) и на входе нейроконтроллера происходит скачкообразное изменение входного сигнала на заданное значение (рис. 5.54). При этом сигнал с контроллера поступает на вход регулятора скорости и корректирует сигнал задания.

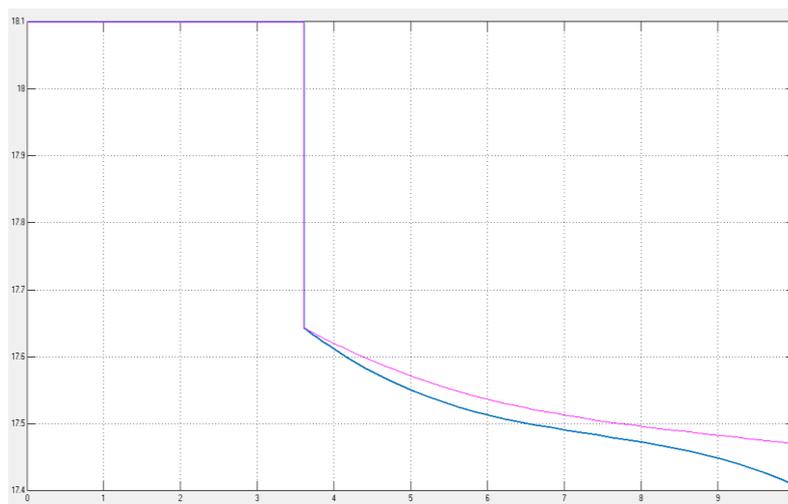


Рис. 5.54. Сигнал на выходе нейроконтроллера

На рис. 5.55 приведена кривая изменения скорости движения лазерного пятна.

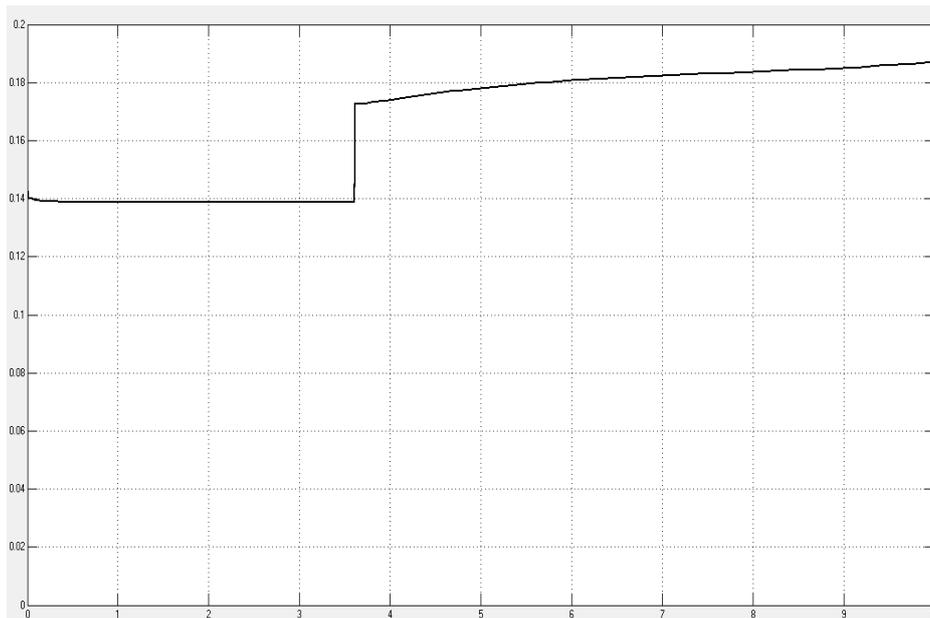


Рис. 5.55. График скорости перемещения лазерного пятна

#### **5.4. Моделирование исполнительной системы робота для лазерной резки**

Манипуляционная система состоит из совокупности двух манипуляторов: транспортного, технологического и дополнительного. Транспортный манипулятор имеет три степени подвижности, является носителем для технологического и работает в режиме перестановки. Технологический манипулятор перемещает рабочий инструмент – оптическую головку для лазерной резки при неподвижном транспортном и является основным манипулятором. Выполнение манипуляторов по такой схеме позволит реализовать манипулятор с совокупной длиной звеньев до 12 метров. Структурная схема исполнительной кинематической цепи робота приведена на рис. 5.56. Лазер-робот имеет 9 степеней подвижности, позволяющих реализовать движение в пространстве.

Во всех степенях подвижности имеются механизмы преобразования движения и двигатели, оснащенные встроенными датчиками, которые отслеживают угол поворота вала двигателя, сигнал которого заводится в стойку программного управления.

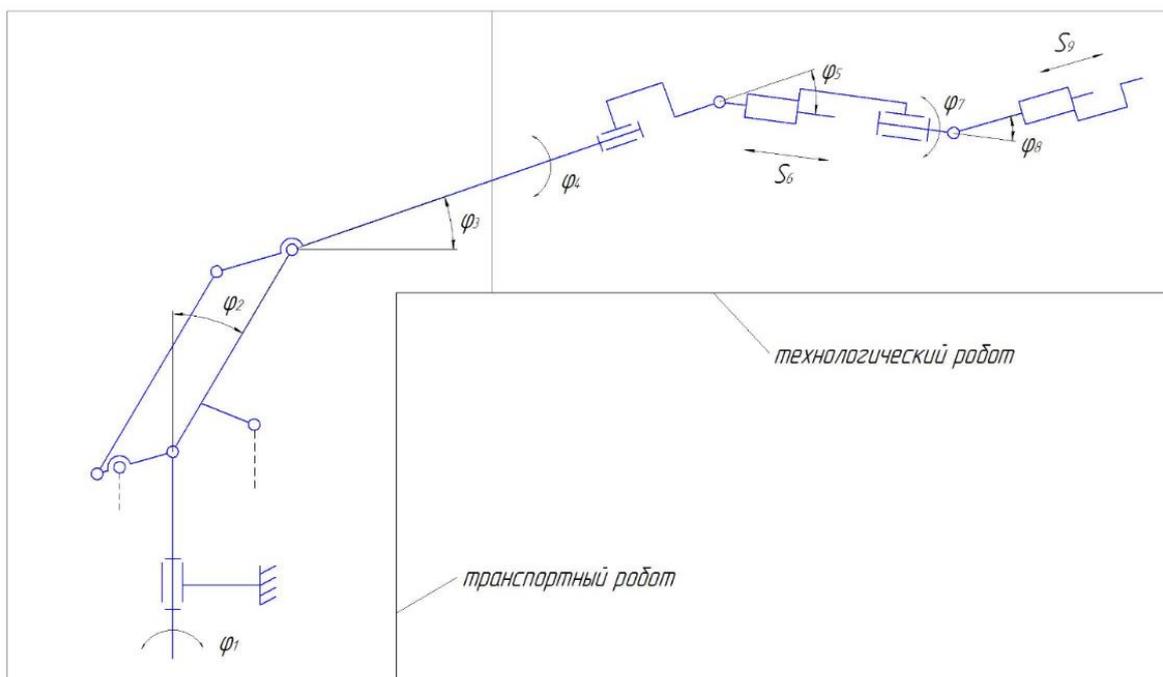


Рис. 5.56. Структурная схема робота

Технические характеристики двигателей приведены в табл. 5.6.

Таблица 5.6. Технические характеристики двигателей

Обозначение	Марка двигателя	Максимальная мощность, кВт	Номинальный момент, Н·м	Номинальное число оборотов, мин <sup>-1</sup>
M1	1FT6 082 1AF7	3,2	10,3	3000
M2	1FT6 082 1AF7	3,2	10,3	3000
M3	1FT6 082 1AF7	3,2	10,3	3000
M4	1FT6 062 1AH7	1,7	3,6	4500
M5	1FT6 062 1AH7	1,7	3,6	4500
M6	1FT6 034 1AK7	0,88	1,4	6000

M7	1FT6 034 1AK7	0,88	1,4	6000
M8	1FT6 062 1AH7	1,7	3,6	4500
M9	1FT6 034 1AK7	0,88	1,4	6000

При построении модели манипулятора лазер-робота использованы следующие блоки: World Frame, Solver Configuration, Mechanism Configuration, Solid, Revolute, Rigid Transform, Prismatic Joint, Transform Sensor.

World Frame, Solver Configuration, Mechanism Configuration - являются обязательными при построении модели любого механизма. Они представляют неизменные точки основания (земли), неподвижные в абсолютном (инерциальном) пространстве. Движение отдельных частей механизма задаётся или определяется по отношению к системе координат, воплощаемой именно этими блоками. На рис. 5.57 представлена подсистема «Начало координат».

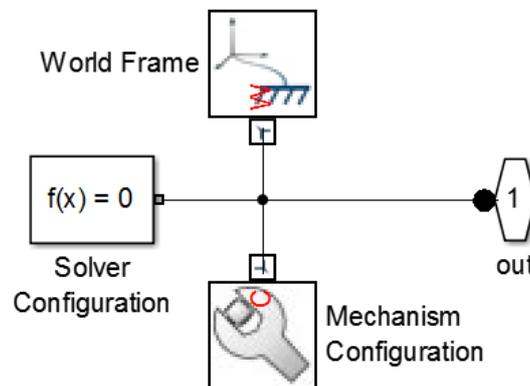
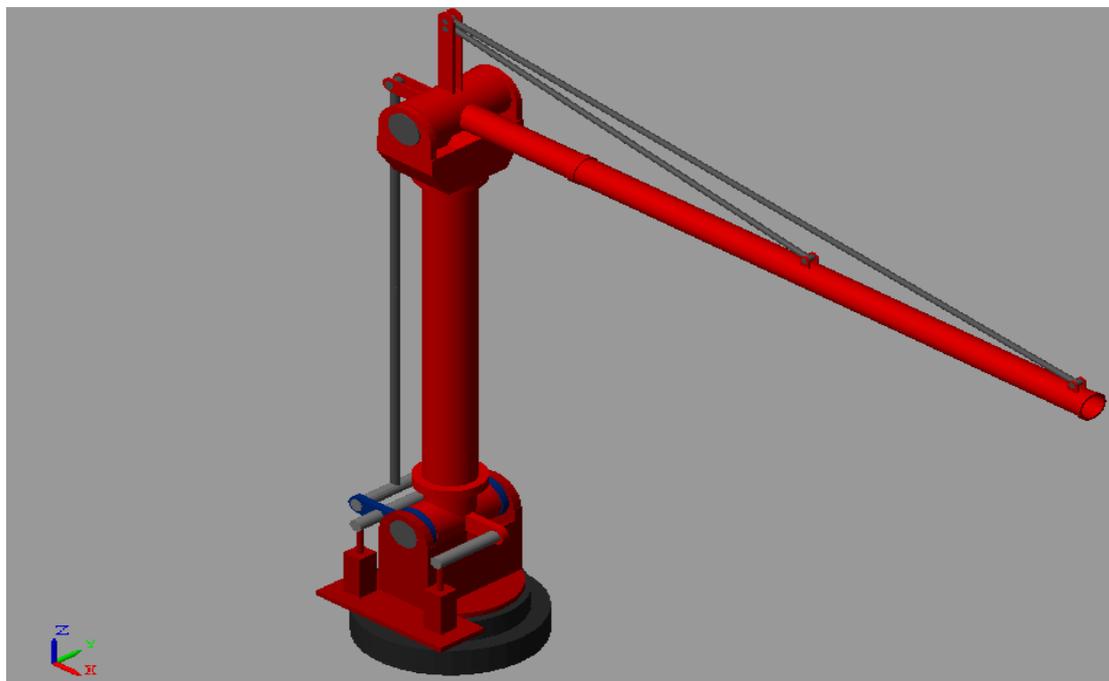


Рис. 5.57. Подсистема «Начало координат»

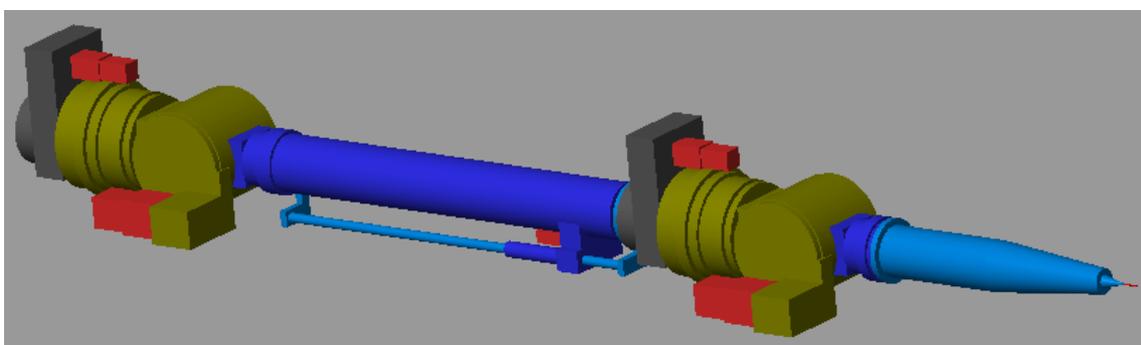
Revolute, Prismatic Joint – блоки, относящиеся к разделу Joints (сочленения), позволяющие обеспечить возможность относительных движений тел, представленных отдельными блоками Solid, то есть необходимых степеней свободы. Блок имеет два обязательных порта, с помощью которых он подсоединяется к двум блокам из раздела Body Elements. Порт, отмеченный индексом В (base – основной),



3D-симуляции моделей транспортного и технологического манипуляторов приведены на рис. 5.61.



а)



б)

Рис. 5.61. 3D-симуляции модели транспортного (а) и технологического (б) манипуляторов

Для реализации движения исполнительной кинематической цепи в модель добавляем приводы. После этого фрагмент модели манипулятора примет вид, изображенный на рис. 5.62.



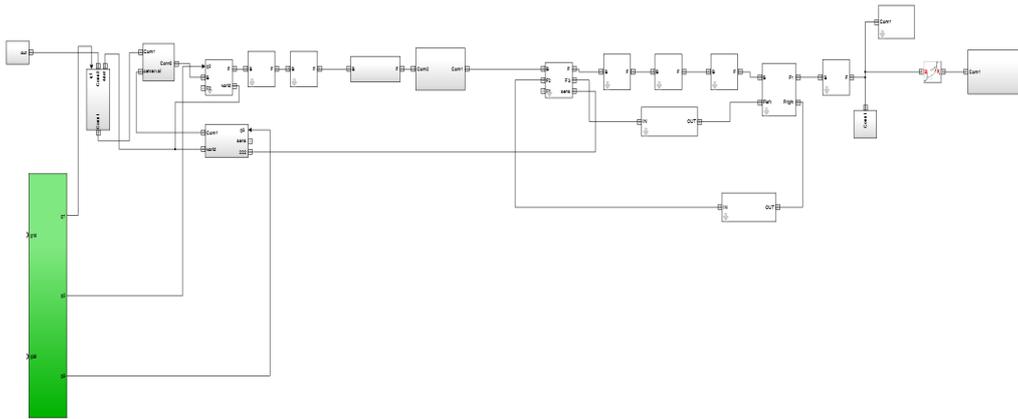


Рис. 5.64. Компьютерная модель лазер-робота

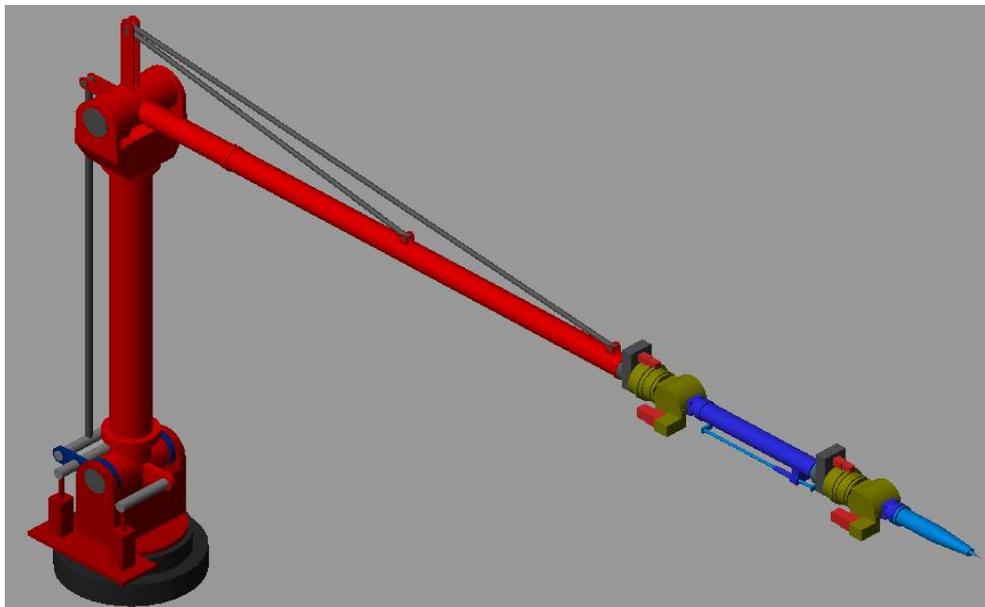


Рис. 5.65. 3D-анимация модели лазер-робота

На основании экспериментальных данных известно о зависимости скорости движения лазерной резки ( $v$ ) от толщины металла ( $h$ ). Эта зависимость описывается выражением

$$v = -6.41 \cdot 10^{-11}h^5 + 2.448 \cdot 10^{-8}h^4 - 4.024 \cdot 10^{-6}h^3 + 0.0003809h^2 - 0.02252h + 0.71. \quad (5.47)$$

Решение этого уравнения в Simulink представлено на рис. 5.66, а на рис. 5.67 показан график зависимости скорости обработки от толщины металла.

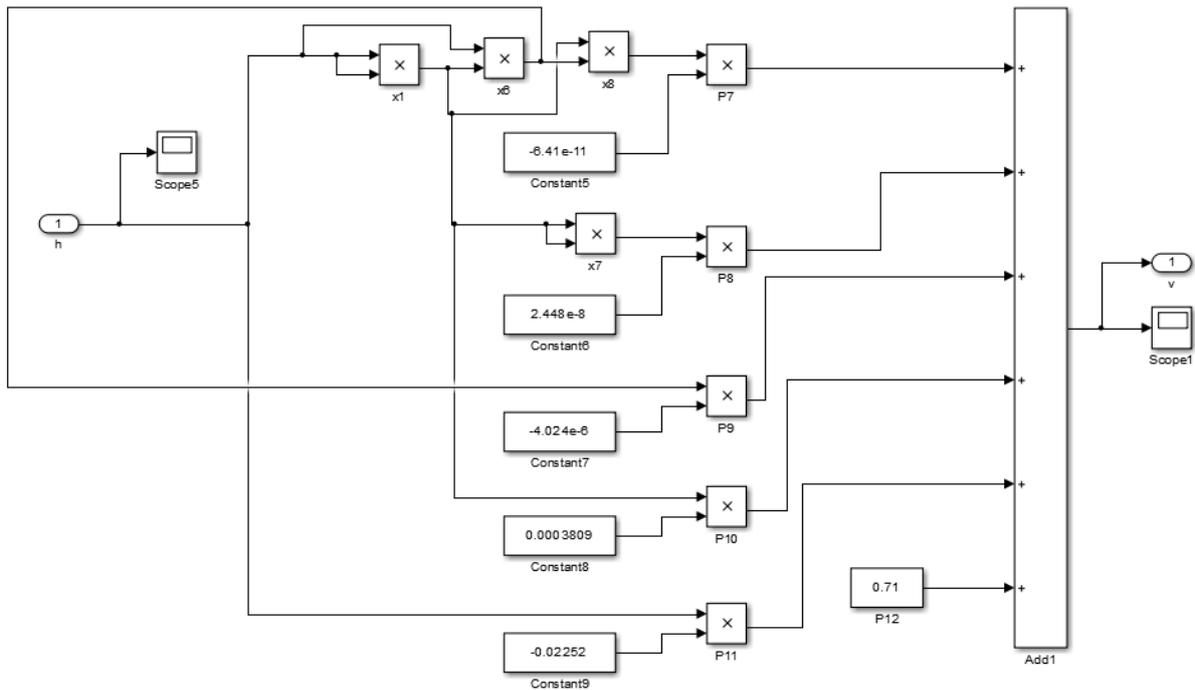


Рис. 5.66. Компьютерная модель решения уравнения зависимости скорости от толщины металла

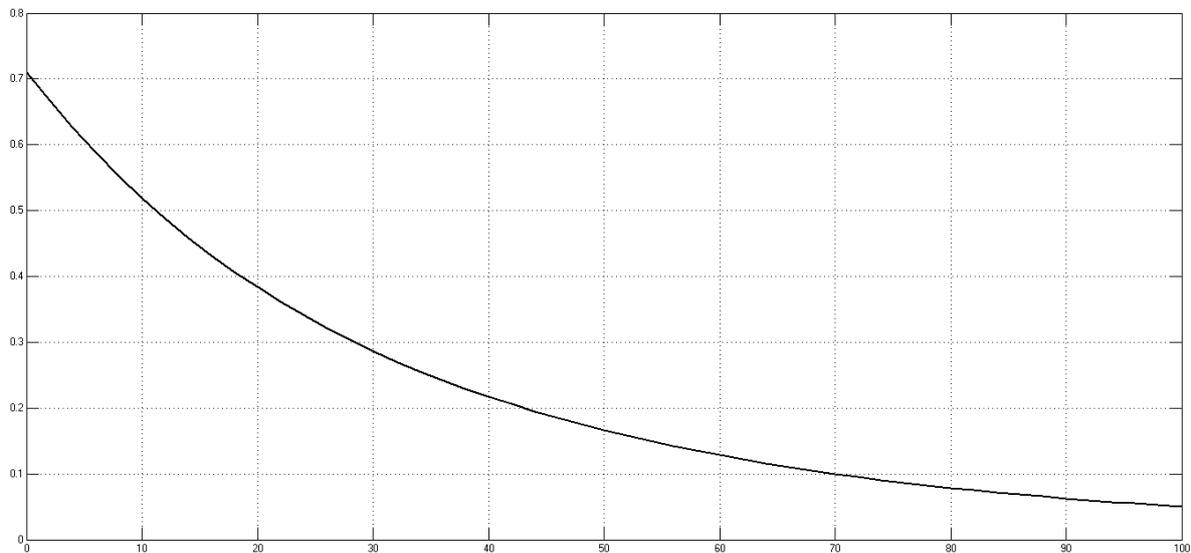


Рис. 5.67. График зависимости скорости от толщины

Симуляция процесса прорезания моделируем следующим образом (рис. 5.68).

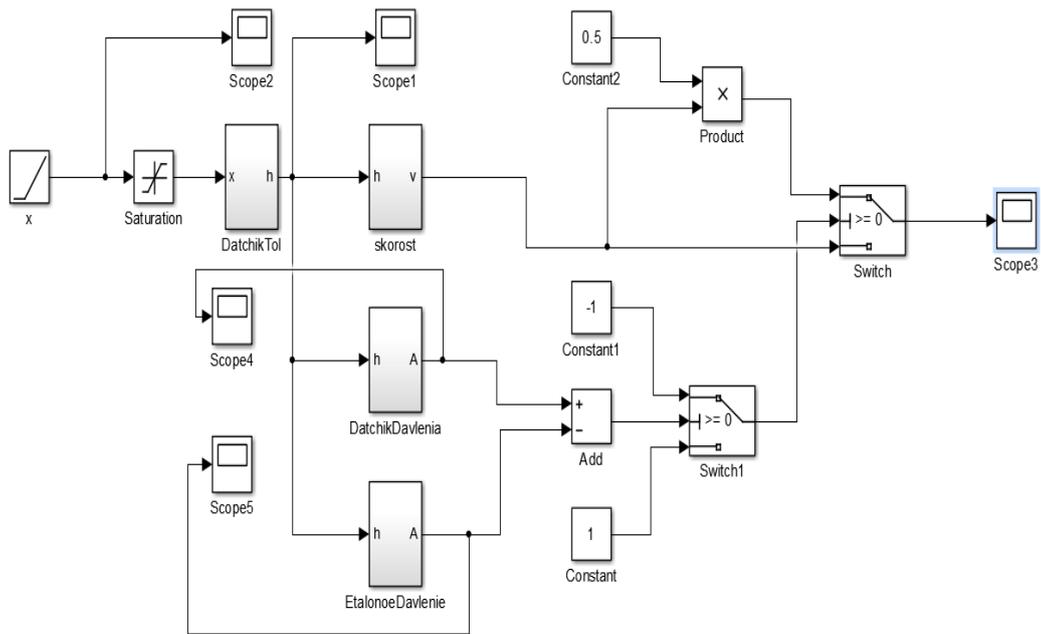


Рис. 5.68. Модель прорезания в Matlab

В процессе резки измеряется давления струйного датчика, направленного на рез и сравнивается с эталонным давлением для определения прорезания объекта в данном моменте. В случае непрорезания скорость резки уменьшается в два раза.

На рис. 5.69 представлен пример в случае не прорезания в диапазоне времени  $2300 \leq t \leq 2600$ .

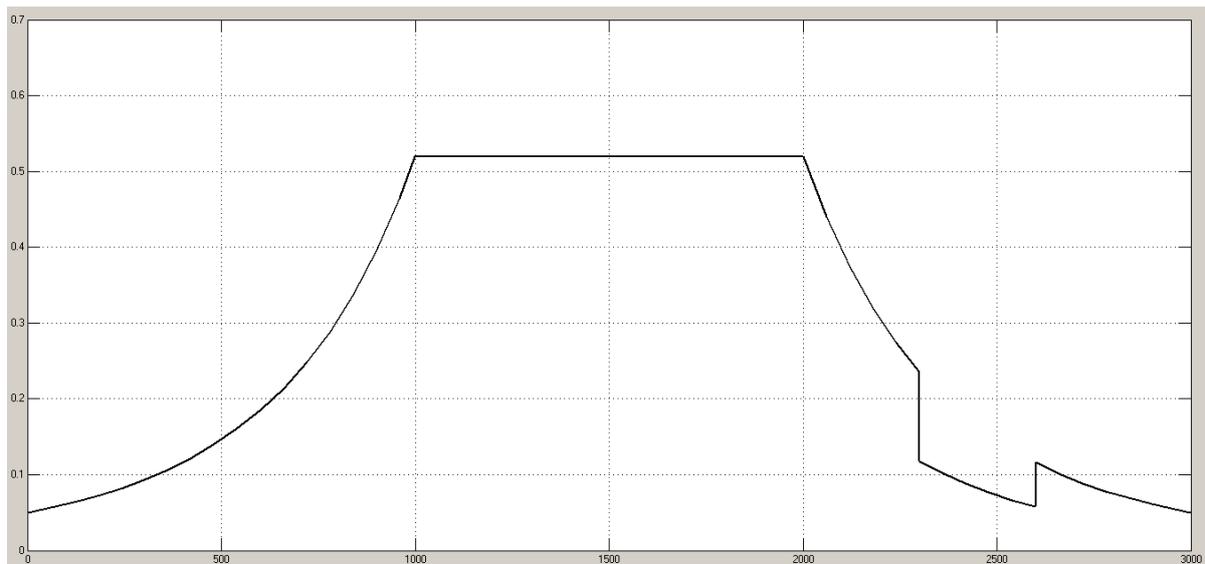


Рис. 5.69. Симуляция изменения скорости в определенном моменте времени  $2300 \leq t \leq 2600$

Для исследования разработанной модели построена плоскость переменной толщины с определенной формой и размерами (рис. 5.70).

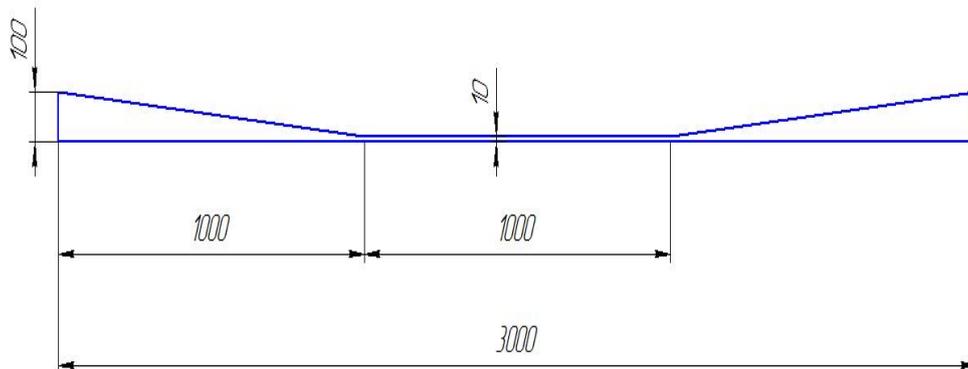


Рис. 5.70. Размеры плоскости

Экспортируем плоскость в модель исполнительной манипуляционной системы (рис. 5.71) и теперь 3D-анимация модели имеет вид представленный на рис. 5.71.

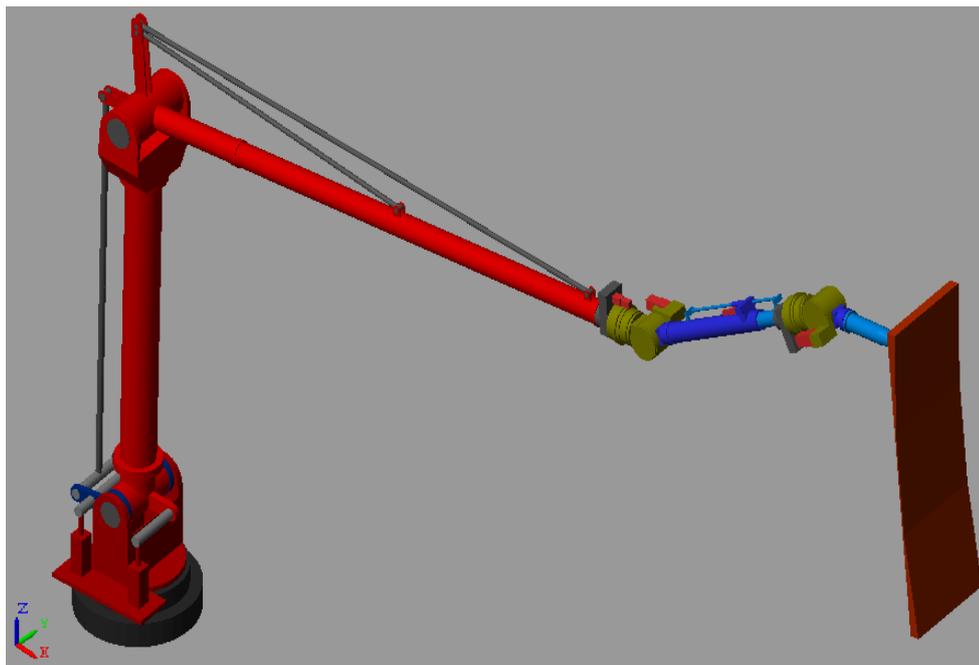
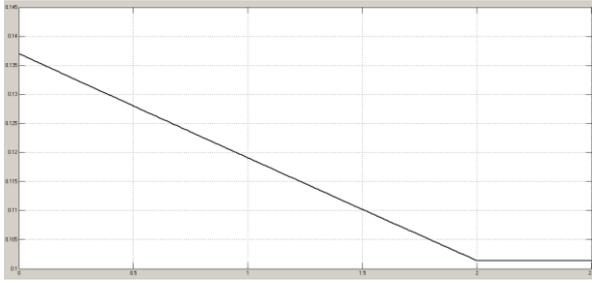


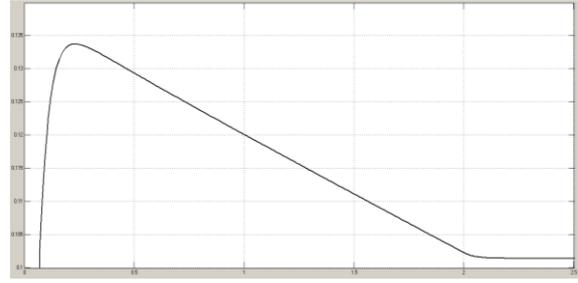
Рис. 5.71. 3D-анимация модели лазер-робота с плоскостью

В результате моделирования получены графики входных воздействий на приводы перемещения и перемещений в манипуляционной системе (рис. 5.72):

Угол  $\varphi_1$

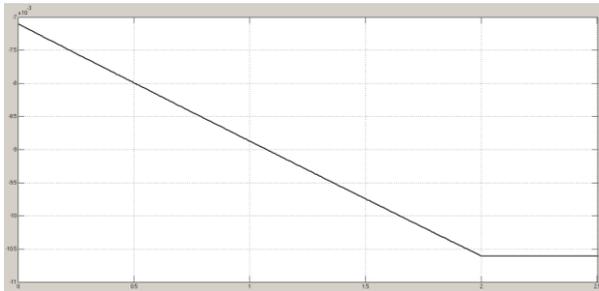


Входное воздействие

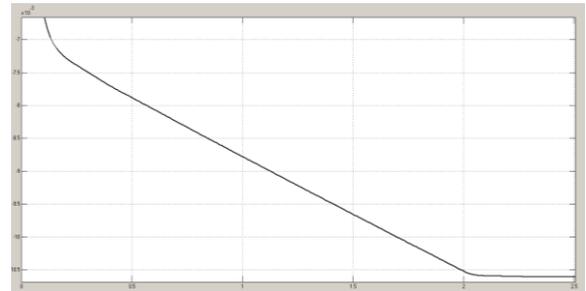


Перемещение координаты

Угол  $\varphi_2$



Входное воздействие



Перемещение координаты

Угол  $\varphi_3$

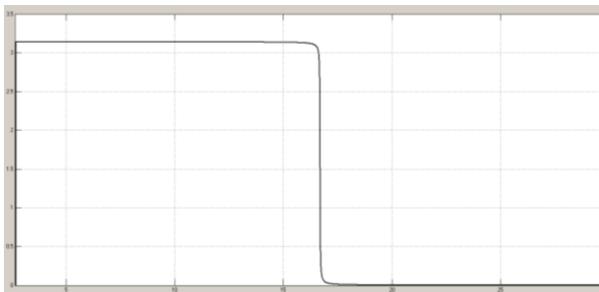


Входное воздействие

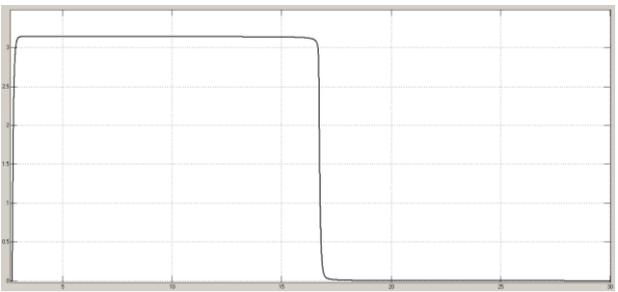


Перемещение координаты

Угол  $\varphi_4$



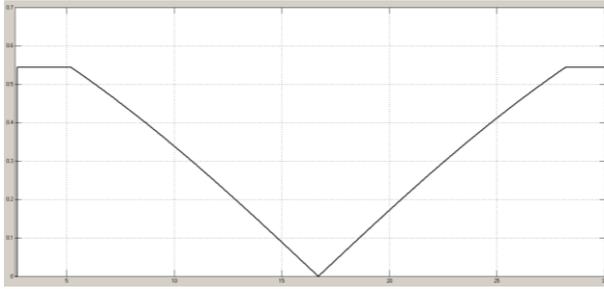
Входное воздействие



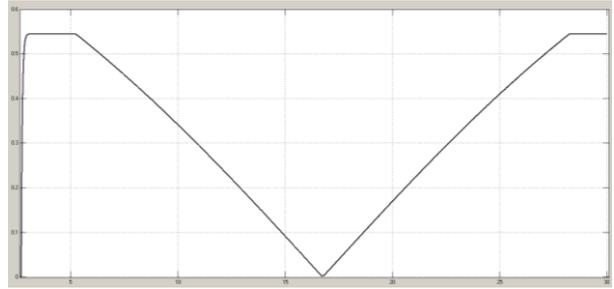
Перемещение координаты

Рис. 5.72. Результаты моделирование движения лазер-робота (Начало)

Угол  $\varphi_5$

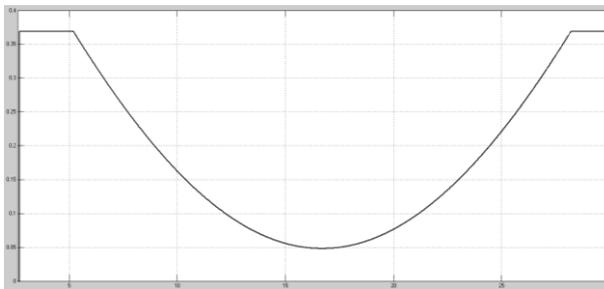


Входное воздействие

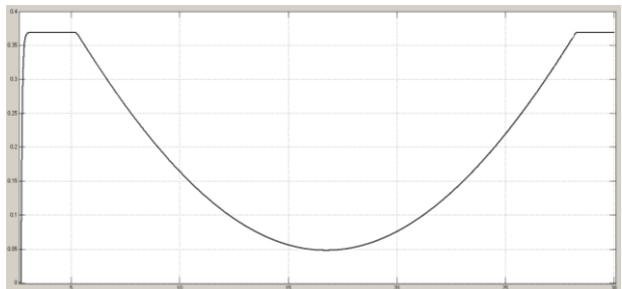


Перемещение координаты

Перемещение  $S_6$

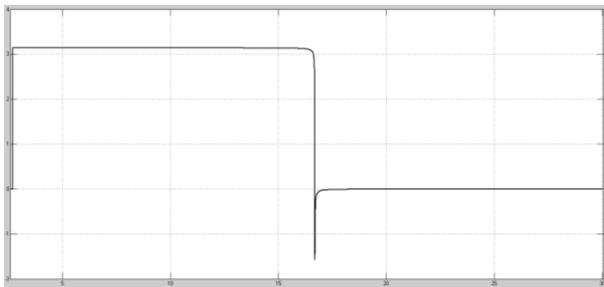


Входное воздействие

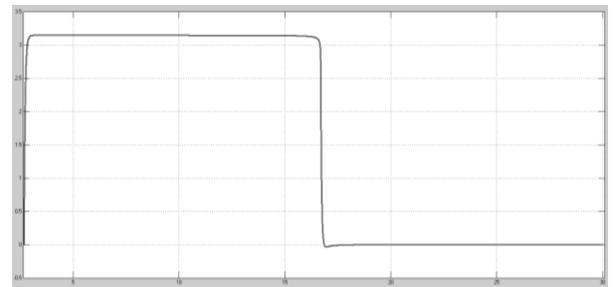


Перемещение координаты

Угол  $\varphi_7$

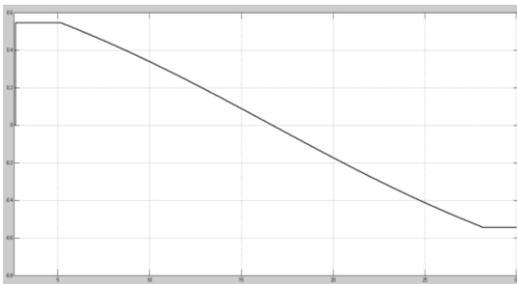


Входное воздействие

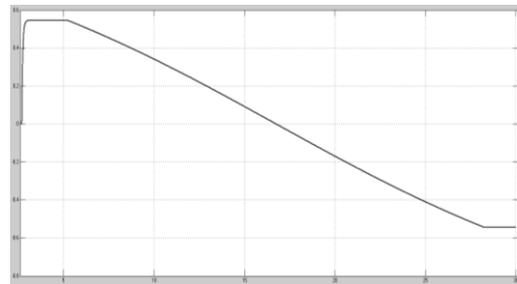


Перемещение координаты

Угол  $\varphi_8$



Входное воздействие



Перемещение координаты

Рис. 5.72. Результаты моделирование движения лазер-робота (Окончание)

Результат моделирования работы датчика измерения толщины разрезаемого металла представлен на рис. 5.73

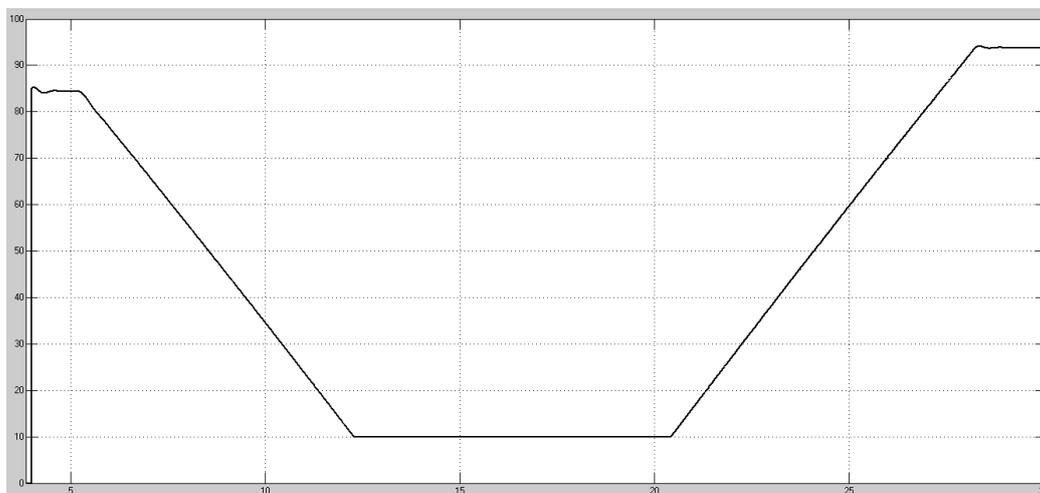


Рис. 5.73. Модель измерения датчиком толщины металла

График изменения скорости резки моделируемой манипуляционной системы в зависимости от измеренной толщины металла представлен на рис. 5.74.

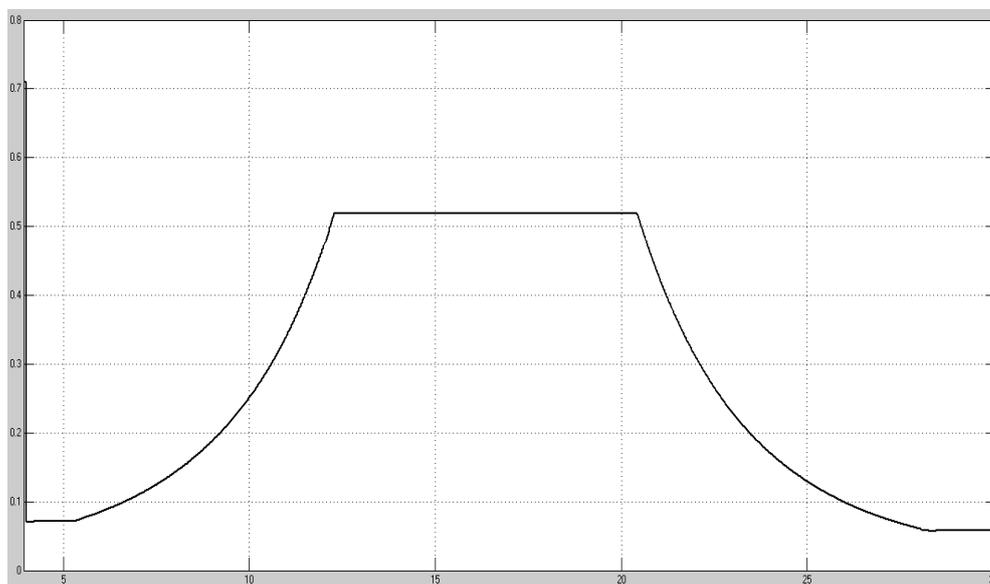


Рис. 5.74. График изменения скорости резки

Согласно полученным результатам моделирования можно прийти к выводу, что разработанная модель лазер-робота для резки металлических материалов полностью работоспособна и проект может быть реализован.

*Вопросы для самопроверки к главе 5*

1. С какой целью создается модель робота-станка?
2. Как определяются приведенные моменты инерции звеньев робота-станка?
3. Как определяются центры масс звеньев робота-станка?
4. С помощью какого блока объединяются модели манипулятора изделия и манипулятора инструмента в модели робота-станка?
5. С помощью каких блоков Simulink можно решать обратную задачу для ИКЦ манипуляторов?
6. Как формируется виртуальный позиционный контроллер?
7. Как расставляются системы координат при моделировании ИКЦ манипуляторов?
8. Для чего определяются силы и моменты в точке соединения манипуляторов в разд. 5.2?
9. В чем заключается обратная задача статики?
10. Какая задача решается при моделировании исполнительной системы для лазерного термоупрочнения?
11. С какой целью используется модель нейроконтроллера в разд. 5.3?
12. С использованием какой библиотеки смоделирована ИКЦ робота для лазерной резки?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии изложен последовательный подход построения моделей механических систем, начиная с расчетных схем и динамических моделей и заканчивая компьютерной моделью. Приведены основные сведения о содержании библиотеки компьютерного моделирования механических систем SimMechanics и построении аналитических и компьютерных моделей механизмов преобразования движения и исполнительных кинематических цепей манипуляционных роботов, включая системы приводов.

Представлены модели и решаемые задачи моделирования исполнительных систем, содержащих управляющие устройства и приводы перемещения звеньев манипуляционных роботов при цикловом, позиционном и контурном управлении. Существенную долю пособия занимают вопросы построения математических и компьютерных моделей компонентов конкретных робототехнических систем производственного назначения с использованием пакетов прикладного моделирования системы Matlab (Simulink, Sim Mechanics first generation и Sim Mechanics second generation). Основную сложность при построении моделей составляют оптимизация их размерности и правильный учет нелинейных характеристик объекта моделирования.

Дальнейшим шагом в освоении техники моделирования является освоение блочного подхода к построению моделей.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматизированный электропривод / под общ. ред. Н. Ф. Ильинского, М. Г. Юнькова. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 544 с.
2. Бутенин Н. В. Введение в аналитическую механику. – М. : Наука, 1971. – 264 с.
3. Вейц В. Л. Динамика управляемых машинных агрегатов. – М. : Наука, 1984. – 352 с.
4. Герман-Галкин С. Г. Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК. – СПб. : КОРОНА-Век, 2008. – 368 с.
5. Дьяконов В. П. Simulink 5/6/7 : самоучитель. – М. : ДМК-Пресс, 2008. – 784 с.
6. Дьяконов В. П. MATLAB 6.5 SP1 + Simulink 5 и MATLAB 7 + Simulink 6 в математике и математическом моделировании. – М. : СОЛОН-Пресс, 2005.
7. Дунаев П. Ф. Конструирование узлов и деталей машин : учеб. пособие для машиностроительных вузов / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов. – М. : Высш. шк., 1985. – 416 с.
8. Кинематические схемы роботов, их описание и анализ [Электронный ресурс] // Официальный сайт МГТУ им. Баумана, кафедра РК-2, Учебно-методический комплекс по теории машин и механизмов 2005. – Режим доступа: [http://tmm-umk.bmstu.ru/lectures/lect\\_20.htm](http://tmm-umk.bmstu.ru/lectures/lect_20.htm), свободный
9. Корендясев А. И. и др. Манипуляционные системы роботов. Производственное издание. – М. : Машиностроение, 1989. – 470 с.
10. Лазарев Ю. Ф. Моделирование процессов и систем в MATLAB. Учебный курс. – СПб. : Питер ; Киев : Изд. гр. ВНУ, 2005. – 512 с.
11. Механика промышленных роботов : учеб. пособие для вузов : в 3 кн. / под ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. Кн. 2: Расчет и проектирование механизмов / Е. И. Воробьев, О. Д. Егоров, С. А. Попов. – М. : Высш. шк., 1988. – 367с.
12. Моделирование мехатронных систем в среде MATLAB (Simulink / SimMechanics) : учеб. пособие для высш. учеб. заведений / В. М. Мусалимов [и др.]. – СПб. : НИУ ИТМО, 2013. – 114 с.

13. Подураев Ю. В. Принципы построения и современные тенденции развития мехатронных систем / Ю. В. Подураев, В. С. Кулешов // Мехатроника. – 2000. – № 1. – С. 5 – 15.
14. Потемкин, В. Г. Система Matlab : справ. пособие / В. Г. Потемкин. – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 1997. – 350 с.
15. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием : учеб. для вузов. – М. : Академия, 2007.
16. Умнов В. П. Построение и моделирование манипуляционных исполнительных систем многофункциональных роботизированных технологических центров : учеб. пособие. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 120 с.
17. Умнов, В. П. Управление и моделирование движения многокоординатного комплексированного исполнительного устройства лазер-робота / В. П. Умнов, И. Н. Егоров, С. В. Молостов // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6.
18. Умнов В. П. Взаимосвязь компонентов и структурная модель манипулятора оптики лазер-робота // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2011. – № 3. – С. 46 – 52.
19. Черных И. В. SIMULINK среда создания инженерных приложений. – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2004. – 496 с.
20. Фу, К. Робототехника / К. Фу, Р. Гонсалес, К. Ли. – М. : Мир, 1989. – 624 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Величины жесткости для некоторых конструктивных элементов и передач

Для цилиндрического вала произвольного поперечного сечения коэффициент жесткости при кручении  $c_k$  определяется по формуле

$$c_k = GI_k / (k_\phi I), \text{ Н} \cdot \text{мм/рад}, \quad (\text{П1})$$

где  $G$  - модуль сдвига, МПа;  $I_k$  - геометрический фактор кручения, мм<sup>4</sup>;  $I$  - длина участка вала, мм;  $k_\phi$  - коэффициент формы сечения.

Для круглого сплошного сечения вала (рис. П1, а)  $k_\phi = 1$ ;  $I_k = I_p = \pi d^4 / 32$  ( $I_p$  - полярный момент инерции сечения). Для круглого цилиндрического вала с центральным цилиндрическим отверстием (рис. П1, б)  $k_\phi = 1 / (1 - a^4)$ , где  $a = d_0 / d$ .

Для стальных валов круглого сечения при  $G = 8 \cdot 10^5$  МПа коэффициент жесткости  $c_k$  определяется по формуле

$$0,785 \cdot 10^4 d^4 / (k_\phi I), \text{ Н} \cdot \text{м/рад}, \quad (\text{П2})$$

В случае цилиндрического вала с эксцентричным цилиндрическим отверстием (рис. П1, в) имеем

$$k_\phi = 1 / [\lambda(1 - a^4)]; \quad a = d_1 / d, \quad (\text{П3})$$

где  $\lambda$  - коэффициент, определяемый по графику рис. П1, е в зависимости от

$$\alpha \text{ и } \beta = 2e / [d(1 - a)].$$

Для цилиндрического сплошного вала с лыской (рис. П1, з) коэффициент формы определяется по формуле

$$k_\phi = 0,5\pi(2,57\beta - 1); \quad 0,5 \leq \beta \leq \frac{H}{d} < 1,0. \quad (\text{П4})$$

В случае цилиндрического вала с круговым вырезом (рис. П1, д) значения коэффициента формы составляют ( $\beta = 2r/d$ ):

$\beta$	0	0,05	0,10	0,20	0,40	0,60
$k_\phi$	1	1,006	1,007	1,079	1,287	1,707

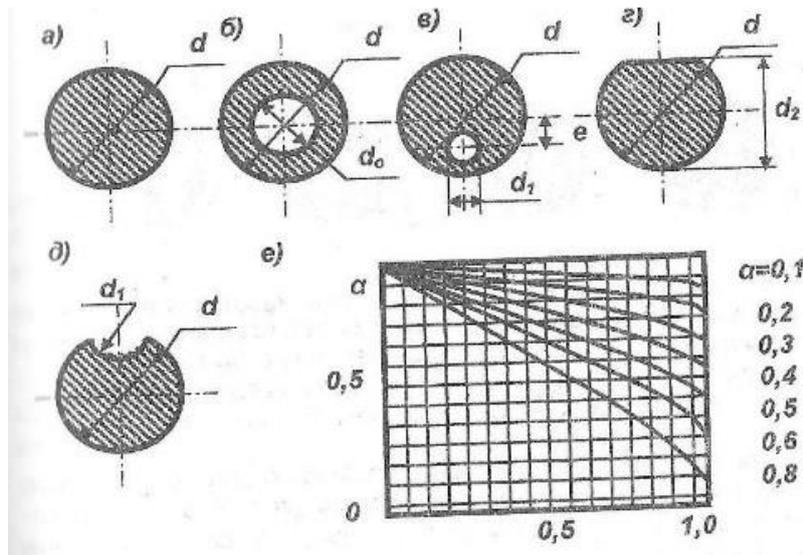


Рис. П1. К определению коэффициента  $k_f$  для цилиндрического круглого вала: *a* - сплошного сечения; *б* - полого вала с центральным цилиндрическим отверстием; *в* - полого вала с эксцентричным цилиндрическим отверстием; *г* - вала с лыской; *д* - вала с круговым вырезом; *е* - график для определения коэффициента  $\lambda$

Коэффициенты формы  $k_f$  для цилиндрического шпоночными канавками (рис. 2.16, а - в) приближенно определяются по формуле

$$k_f \approx 1/[(1 - \xi\beta)^4 - a^4]; \quad a = d_1/d, \quad \beta = h/d. \quad (\text{П4})$$

Коэффициент  $\xi=0,5$  - для вала с одним шпоночным пазом (рис. П2, а);  $\xi=1,0$  - для вала с двумя шпоночными пазами, расположенными под углом  $90^\circ$  (рис. П2, б);  $\xi = 1,2$  - то же под углом  $180^\circ$  (рис. П2, в). Для шлицевых валов (рис. П2, г) значения  $k_f$  определяются по тем же формулам, что и для валов со шпоночными канавками, причем принимается  $\xi = 1,8$  - для шлицевых валов с прямоугольными шлицами.

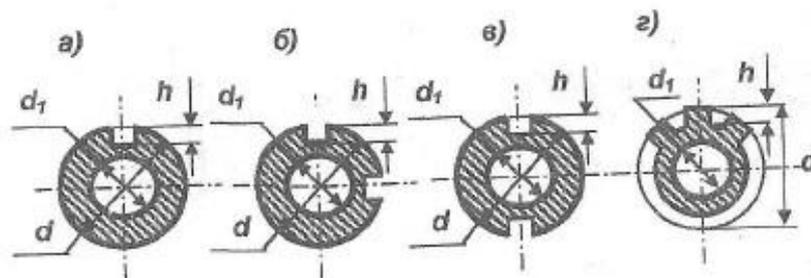


Рис. П2. К определению коэффициента  $k_f$  для цилиндрического вала с призматическими шпонками и шлицами, *a* - с одной шпонкой; *б* - с двумя ортогонально расположенными шпонками; *в* - с двумя противоположно расположенными шпонками; *г* - с прямоугольными шлицами

Для участка конического вала сплошного (рис. П3, а) ил и с цилиндрическим центральным отверстием (рис. П3, б) коэффициент жесткости  $c_k$  приближенно определяется по формуле (П4), в которой  $d$  - диаметр большего основания. Коэффициенты формы  $k_\phi$  вычисляются по формулам

а) для сплошного вала (рис. П3, а)

$$k_\phi = \beta[1 + \beta(1 + \beta)]/3; \beta = d_1/d \quad (\text{П5})$$

б) для вала с центральным отверстием (рис. П.3, б)

$$k_\phi = \beta[1 + \beta(1 + \beta)]/[3(1 - \alpha^4)]; \alpha = d_0/d_1. \quad (\text{П6})$$

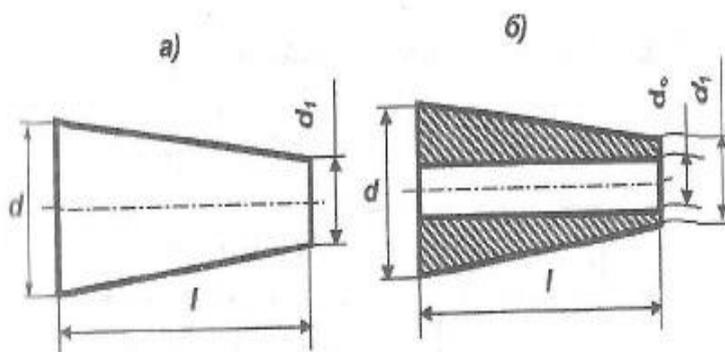


Рис. П.3 К определению коэффициента  $k_\phi$  для конического вала: а - сплошного; б - с центральным цилиндрический отверстием

Коэффициент жесткости ступенчатого перехода круглого цилиндрического вала с диаметрами  $d_1$  и  $d_2$ , согласно рис. П4, б определяется по формуле (П6), в которой вместо  $d$  принимается величина  $d_1$  (меньший диаметр), и вместо  $l$  - величина  $l_\phi$ , определяемая по графику рис. П4, б. При вычислении коэффициента жесткости участка со ступенчатым переходом по формуле  $c_k = c_{k1}c_{k2}/(c_{k1} + c_{k2})$  определяются по формуле (П6), причем длина участка меньшего диаметра увеличившись на величину  $l_\phi$ , а длина участка большего диаметра уменьшается на ту же величину.

Участки валопровода механических систем приводов связываются друг с другом фланцевыми соединениями, различными муфтами. Коэффициенты жесткости таких соединений определяются в основном эмпирическими зависимостями, полученными в определенных условиях и не допускающими широкой экстраполяции.

Коэффициенты жесткости *фланцевых соединений* (рис. П5, а - в) вычисляются по формуле (П6), в которой следует положить  $I = I_1$ ,  $d = d_1$ . Коэффициенты формы определяются по формулам:

а) для соединения согласно рис. П5, а -б-

$$k_{\phi} = 1 + (I_2/I_1) (d_1/d_2)^4 [1 - d_1/(4l_2)] + d_1(4l_1);$$

б) для соединения согласно рис. П5, в

$$k_{\phi} = 1 + (I_2/I_1) (d_1/d_2)^4 + 0,23d_1^3/(l_1d_0^2).$$

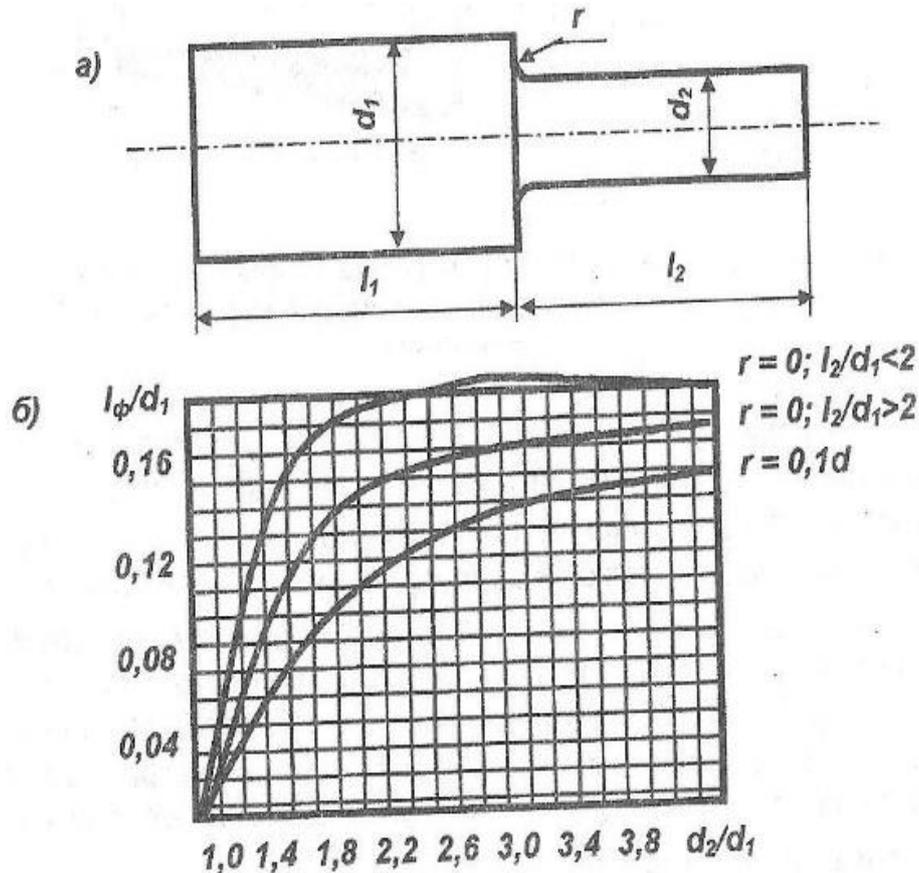


Рис. П4. К определению коэффициента жесткости при кручении ступенчатого перехода (а); график для определения  $I_{\phi}$  (б).

Для соединения, представленного на рис. П5, в, при определении величины  $s_k$  по формуле (2.21) коэффициент формы  $k_{\phi}$  вычисляется по формуле

$$k_{\phi} = 1/[\alpha (0,5a^2 + n\beta^2)],$$

где  $\alpha = D/d$ ;  $D$  – диаметр окружности, по которой расположены болты;  $\beta = d_0/d$ ;  $n$  – число болтов.

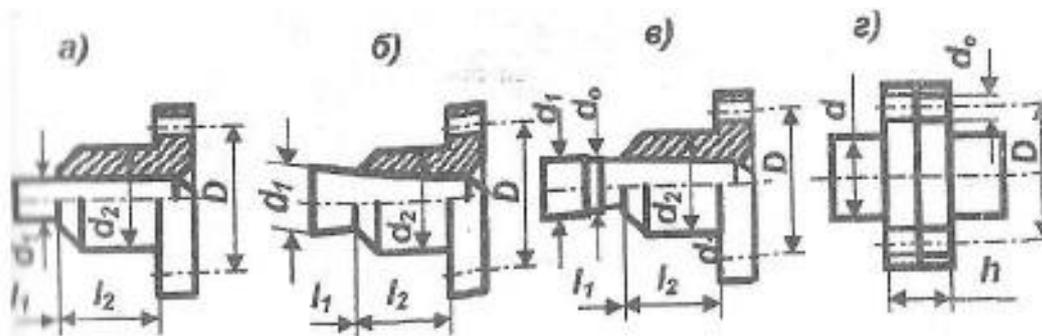


Рис. П.5. К определению коэффициента  $k_\phi$  для фланцевых соединений

Коэффициент жёсткости при кручении для *шлицевых* и *шпоночных* соединений. При средних значениях давлений на контактирующих поверхностях, соответствующих половине номинальной величины моментов (по величине которого проектируется соединение), вычисляется по формуле

$$c_k = c_{\text{ш}} d^2 l h z, \text{ Н} \cdot \text{м/рад}, \quad (\text{П7})$$

где  $c_{\text{ш}}$  - коэффициент удельной жёсткости соединений, принимаемый равным:

$c_{\text{ш}} = 1,59 \cdot 10^2$  МПа/мм – для соединений с призматической шпонкой;  $c_{\text{ш}} = 0,75 \cdot 10^2$  МПа/мм – для соединений с сегментной шпонкой;  $c_{\text{ш}} = 2,55 \cdot 10^2$  МПа/мм – для шлицевых соединений и зубчатых муфт;  $d$  – диаметр соединения (для шлицевого соединения – средний диаметр), мм;  $l$  – длина соединения, мм;  $h$  – активная высота шпонки (шлица), мм;  $z$  – число шлицев (шпонок).

Коэффициент  $c_{\text{ш}}$  удельной жёсткости шлицевого соединения с эвольвентным или треугольным профилем зубьев определяется с учетом деформации соединяемых деталей (рис. П6).

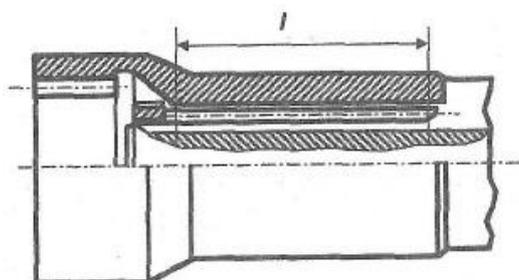


Рис. П6. К определению коэффициента жесткости при кручении шлицевого соединения

$$c_{ш} = 1/(4\lambda), \text{ МПа/мм}, \quad (\text{П8})$$

$$\text{где } \lambda = \left[ \frac{d}{E_1} \left( \frac{1+\beta_e^2}{1-\beta_e^2} - \nu_1 \right) + \frac{D}{E_2} \left( \frac{1+\beta_H^2}{1-\beta_H^2} - \nu_2 \right) \right] \frac{htg^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2s_0} + \frac{2s_0 k_\phi}{E}.$$

Здесь  $d, D$  - внутренний и наружный диаметры зубьев;  $d_e, D_H$  - внутренний и наружный диаметры соединения ( $d_e$  - для охватываемой,  $D_H$  - для охватывающей деталей);  $E_1, E_2$  - модули упругости материалов охватываемой и охватывающей деталей соответственно;  $\nu_1, \nu_2$  - коэффициенты Пуассона материалов соответствующих деталей;  $\alpha$  - угол профиля зуба;  $s_0$  - ширина зуба у основания;  $k_\phi$  - коэффициент, характеризующий податливость зуба при изгибе и сдвиге для различной формы ( $k_\phi = 0,5$ - для эвольвентных и треугольных зубьев при  $\alpha = 30^\circ$ ;  $k_\phi = 0,65$ - для эвольвентных зубьев при  $\alpha = 20^\circ$ ).

Поскольку нормальные давления распределяются по длине шпонок и шлицев неравномерно, то расчетную длину вала при определении коэффициента жесткости при кручении по формуле (2.21) необходимо корректировать, принимая ее как расстояния между центрами тяжести эпюр крутящих моментов по длине соединений (рис. П7).

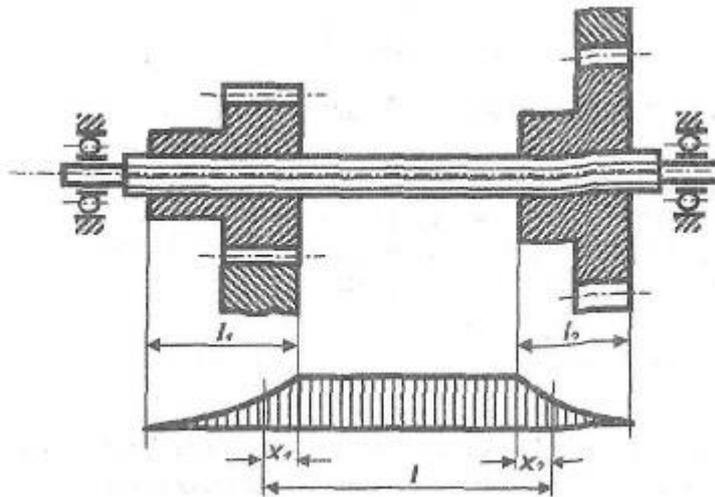


Рис. П.7. К определению эффективной длины вала при кручении для шлицевых соединений

Для нормальных шлицевых валов диаметром  $d = 25 \dots 90$  мм при  $l_1, l_2 / d < 1 \dots 3$  величины  $x_1/l, x_2/l = 0,25 \dots 0,3$ . Меньшие значения принимаются для малых диаметров и больших отношений  $l_1, l_2 / d$ . Для шпоночных соединений с учетом их высокой контактной подат-

ливости рекомендуется принимать  $x_1/l, x_2/l = 0,5$ . Расчетная длина вала при определении коэффициента жесткости  $c_k$  по формуле (П8) принимается

$$l = l_0 + \xi_{ш}(l_1 + l_2), \quad (\text{П9})$$

где  $l_0$  – расстояние между торцами колес;  $\xi_{ш} = 0,25$  – для двух шлицевых соединений на валу;  $\xi_{ш} = 0,5$  – для двух шпоночных соединений на валу.

*Зубчатые муфты* выполняются переключаемыми (рис. П8, а) и не переключаемыми (рис. П8, б). Коэффициент крутильной жесткости зубчатых муфт, имеющих модули зубьев  $m = 4...6$  мм при длине зубьев  $b = (2...4)h$ , где  $h$  – высота зубьев, определяется по методике, предложенной в работе.

$$c_k = M_k d / (2w_s), \quad (\text{П10})$$

где  $M_k$  – крутящий момент, передаваемый муфтой, Н·мм;  $d$  – диаметр делительной окружности зубьев, мм;  $w_s$  – суммарное перемещение точки контакта пары сопряженных зубьев в пределах упругости при учете перекося осей и радиальном смещении с учетом накопленной погрешности шагов, мм. Экстремальные значения  $w_s$  определяются по формулам:

$$w_{s \min} = F_m \delta_s / \cos \alpha_w + v\psi / 2 ;$$

$$w_{s \max} = F_m \delta_s / \cos \alpha_w + (F_s + 2\Delta_{см}) / 2 + R\psi^2 / 4,$$

где  $F_m = 2M_k / (mz)^2$  – среднее значение нагрузки, действующей на один зуб, Н;  $z$  – число зубьев;  $\delta_s$  – суммарная изгибно-контактная податливость зубьев:  $\delta_s = (2,5...3,5) \cdot 10^{-6}$  мм/Н – при отсутствии перекося;  $\delta_s = (6,0...8,0) \cdot 10^{-6}$  мм/Н – при умеренных перекосях;  $\psi$  – угол перекося, рад (допустимые значения  $\psi = 15 \cdot 10^{-3}$  рад для бочкообразных зубьев втулки и обоймы;  $\psi = 5 \cdot 10^{-3}$  рад – для обычных зубьев);  $R$  – радиус бочкообразных зубьев на развертке сечения по делительному цилиндру в нормальном направлении к эвольвентному профилю зуба, мм;  $F_s$  – суммарная накопленная погрешность шага зубьев, мм;  $v$  – длина зуба по образующей, мм;  $\Delta_{см} = 0,02...0,04$  мм – смещение зуба втулки в радиальном направлении относительно обоймы.

По данным  $c_k = (3...10) \cdot 10^8$  Н·мм/рад.

Для цепных муфт по коэффициент крутильной жесткости  $c_k$  определяется (для наиболее часто применяемых муфт с однорядной роликовой цепью, МЦО) по формуле

$$c_k = 0,25c_0p/[(tgy + f_1)\sin(0,5t)], \text{ Н}\cdot\text{мм /рад}, \quad (\text{П11})$$

где  $c_0$  - средняя относительная жесткость Н/рад ;  $p$  - шаг цепи мм;  $y$  - половина угла впадины зуба;  $t$  – угловой шаг зубьев звёздочки;  $f_1 = 0,04 \dots 0,07$  - приведенный коэффициент трения между роликом цепи и зубом звёздочки.

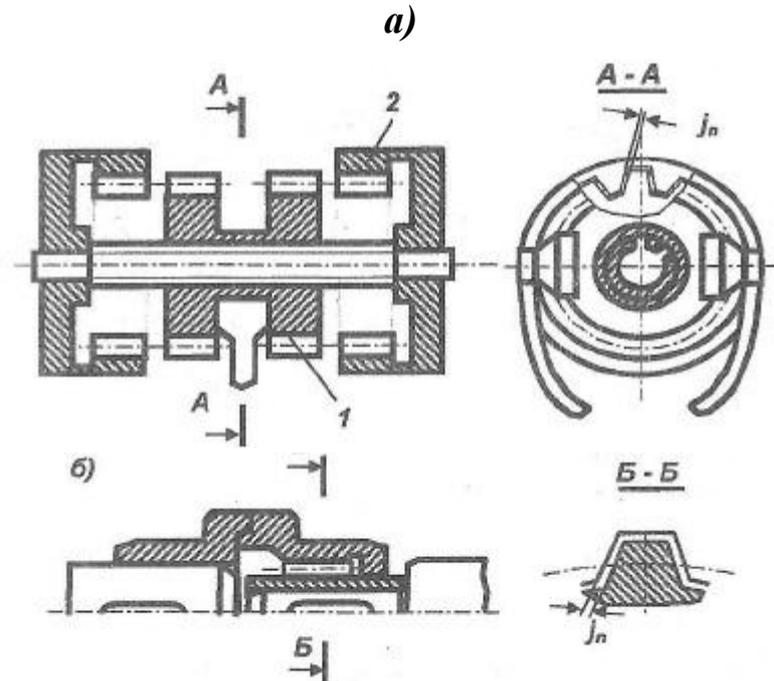


Рис. П8. Зубчатые муфты: а – переключаемые; б – неперключаемые

Для муфт МЦО с числом зубьев звёздочки  $z = 24$ , углом профиля  $a=25^0$  и различными шагами  $p$  получены следующие значения  $c_0/c_k$ .

$p, \text{ мм}$	15,875	19,05	25,4
$c_0, \frac{\text{Н}}{\text{рад}}$	$15,0 \cdot 10^5$	$16,0 \cdot 10^5$	$28,9 \cdot 10^5$
$c_k, \frac{\text{Н}\cdot\text{мм}}{\text{рад}}$	$4,2 \cdot 10^7$	$4,5 \cdot 10^7$	$8,1 \cdot 10^7$

Для косозубых цилиндрических передач рекомендуются следующие значения коэффициентов  $c_3$ :  $c_3 = 2,0 \cdot 10^4$  МПа – для передач с углами наклона зубьев  $8^0 \leq \beta \leq 20^0$ ;  $c_1 = 1,5 \cdot 10^4$  МПа -для передач с углами наклона зубьев  $\beta > 20^0$ .

*Цепные передачи* (рис. П9) в приводах современных металлорежущих станков находят ограниченное применение. Коэффициент крутильной жесткости цепной передачи определяется по формуле

$$c_k = k_{\text{ц}} R F p / l, \text{ Н}\cdot\text{мм/рад}, \quad (\text{П12})$$

где  $k_{\text{ц}}$   $(1 \dots 1.25) \cdot 10^3$  МПа/мм - удельный коэффициент жесткости для втулочно-роликовых цепей;  $k_{\text{ц}} = (4,0 \dots 5,0) \cdot 10^3$  МПа/мм - для зубчатых цепей;  $R$  - радиус начальной окружности звёздочки, к валу которой осуществляется приведение крутильной жесткости, мм;  $F = l_{\text{ц}} d$  - проекция площади опорной поверхности шарнира, мм<sup>2</sup>;  $l_{\text{ц}}$  - ширина цепи, мм;  $d$  - диаметр валика, мм;  $p$  - шаг цепи, мм.

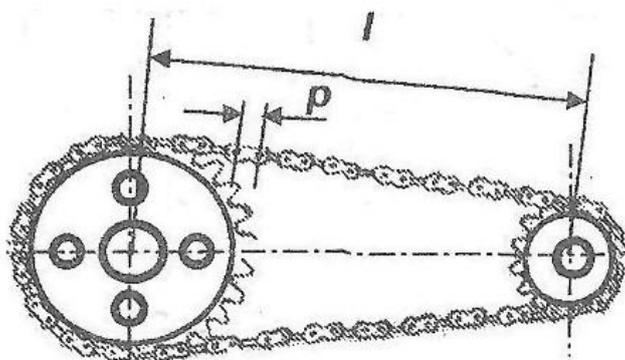


Рис. П9. Цепная передача

Из *передач гибкой связью* в приводах главного движения станков достаточно широко применяются ременные передачи (рис. П10). При схематизации ременных передач в виде дискретных моделей с безинерционной гибкой связью коэффициент крутильной жесткости для плоскоремennых и клиноремennых передач определяется по формуле

$$c_k = k_{\text{вв}} E F R_1^2 / l_{\text{эф}}, \text{ Н}\cdot\text{мм/рад}, \quad (\text{П13})$$

где  $E$  - модуль упругости ремней, МПа;  $F$  - площадь поперечно-го сечения ремня, мм<sup>2</sup>;  $R_1$  - радиус малого шкива, мм;  $k_{\text{вв}}$  - коэффициент учитывающий участие ведомой ветви в передаче окружного усилия:  $k_{\text{вв}} = 2$  - для нормального режима при  $P < 2P_0$ , где  $P$  - окружное усилие

лие;  $P_0$ , - усилие предварительного натяжения;  $k_{\text{ВВ}} \approx 1,5$  при  $P \approx 2P_0$ ;  $k_{\text{ВВ}} = 1$  при  $P > 2P_0$ ;

$l_{\text{эф}} \approx [A^2 - (R_2 - R_1)^2]^{1/2} + 0,3v(R_1 + R_2)$ ;  $A$  - расстояние между шкивами, мм;  $R_2$  - радиус большего шкива, мм;  $v$  - скорость ремня, м/с.

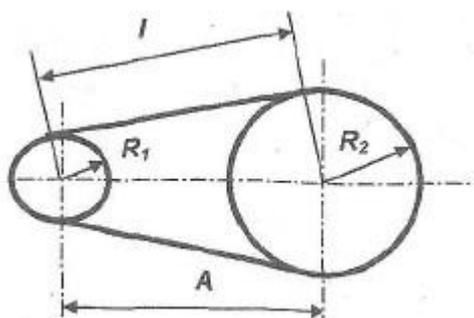


Рис. П10. Ременная передача

Модуль упругости ремней  $E \cdot 10^{-2}$  МПа имеет значения:

а) клиновые ремни: 4,..6 - профиль 0; 2,5...4 - профили А и В; 6...8 - ремни со шнуровым хлопчатобумажным кордом; 2- для шнурового корда из амидных волокон.

б) плоские ремни: 1.4 - кожаные; 2,5 - хлопчатобумажные; 2,0 - тканые шерстяные; 2,1 - прорезиненные; 23...38 - быстроходные из полимерные материалов.

Для получающих широкое распространение в приводах ременных передач с зубчатыми ремнями коэффициент крутильной жесткости определяется по формуле

$$c_k = R_1^2 \mu, \text{ Н} \cdot \text{мм/рад}, \quad (\text{П14})$$

где  $R_1$  - радиус меньшего шкива,  $\mu$  - приведенный коэффициент жесткости ремня, Н/мм,

$$\mu = B(\alpha k_b/2 + c_3/z)^{-1}; \quad (\text{П15})$$

$\alpha$  - коэффициент удельной податливости каркаса ремня, 1/МПа;  $B$  - ширина каркаса ремня, мм;  $c_3 \approx 0,1$  1/МПа – коэффициент удельной податливости зуба ремня;  $k_b = (z_p - z_{1p} - z_{2p})/2$ ;

$z_p$  - число зубьев ремня;  $z_{1p}$ ,  $z_{2p}$  - числа зубьев ремня, находящиеся в зацеплении с ведущим (меньшим) и ведомым (большим) шкивами;

$$z = z_{1p}z_{2p}(z_{1p} + z_{2p}); z_{1p} = z_1/2 + (z_1/\pi)\arcsin(\Delta z/A_0)$$

$$z_{2p} = z_2/2 + (z_2/\pi)\arcsin(\Delta z/A_0); \Delta z = (z_2 - z_1)/2;$$

$z_1, z_2$  - числа зубьев ведущего и ведомого шкивов соответственно.  $A_0$  определяется по формуле:

$$A_0 = (\pi/4)[z_p - (z_1 + z_2)/2] + \left\{ (\pi/4)^2 [z_p - (z_1 + z_2)/2]^2 - \Delta z^2/2 \right\}^{1/2}.$$

Приведенные некоторые сведения об упругих характеристиках звеньев механических систем станочных приводов, естественно, не охватывают всего многообразия звеньев и элементов конструкций. В случае необходимости можно воспользоваться указанными выше достаточно полными источниками.

*Учебное издание*

УМНОВ Владимир Павлович  
МИШУЛИН Юрий Евгеньевич

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МЕХАНИЗМОВ  
И УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ  
МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ

Учебное пособие

*Издается в авторской редакции*

Подписано в печать 16.05.19.  
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 8,84. Тираж 50 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.