

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

А. П. ШЕВЧЕНКО Б. А. БЕЛЯЕВ

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Под редакцией профессора А. П. Шевченко

Рекомендовано федеральным государственным автономным учреждением «Федеральный институт развития образования» (ФГАУ «ФИРО») в качестве учебного пособия для использования в образовательном процессе образовательных организаций, реализующих программы высшего образования по направлениям подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств (уровень бакалавриата)



Владимир 2018

УДК 621.01
ББК 22.2
ШЗ7

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент
зам. директора по производству предприятия ООО «Вектор» г. Владимира
С. О. Худяков

Доктор технических наук, профессор
профессор кафедры биомедицинских и электронных средств и технологий
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Л. М. Самсонов

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Шевченко, А. П.

ШЗ7 Теория механизмов и машин : учеб. пособие / А. П. Шевченко, Б. А. Беляев ; под ред. проф. А. П. Шевченко ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2018. – 192 с. – ISBN 978-5-9984-0848-9.

Написано на основе курса лекций по дисциплине «Теория механизмов и машин». Содержит целостное, системное и компактное изложение материала по основным разделам дисциплины, таким как структурный, кинематический, силовой и динамический анализы механизмов и машин; синтез планетарных зубчатых и кулачковых механизмов; трение в кинематических парах; виброзащита механизмов и машин; манипуляционные механизмы.

Предназначено для студентов 1 – 3-го курсов очной и заочной форм обучения с элементами дистанционных образовательных технологий по техническим направлениям 15.03.05 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.04 – Автоматизация технологических процессов и производств.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 4. Ил. 101. Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.01
ББК 22.2

ISBN 978-5-9984-0848-9

© ВлГУ, 2018

ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) – наука, изучающая строение, кинематику и динамику механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

Теория механизмов и машин базируется на общенаучных и общетехнических дисциплинах, таких как высшая математика, физика, теоретическая механика, вычислительная техника, сопротивление материалов, начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика.

«Теория механизмов и машин» считается базовым курсом как для общепрофессиональных дисциплин (детали машин и основы конструирования, технология машиностроения, взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения, основы автоматизированного проектирования и пр.), так и для специальных.

Курс «Теория механизмов и машин» состоит из разделов:

– кинематический анализ. Основная задача кинематики механизмов – изучение движения звеньев механизма без учёта влияния сил, действующих на эти звенья, т. е. определение перемещений, скоростей и ускорений отдельных звеньев. Также проводится синтез механизмов, в результате которого находят размеры звеньев по заданным условиям, например, положению входного звена, закону его движения и т. д.;

– структурный анализ занимается проблемами образования механизмов и машин, изучением звеньев, кинематических пар и цепей, из которых состоят механизмы, определением числа степеней подвижности;

– динамический анализ рассматривает две основные задачи:

1) *силовое исследование* – это методы определения движения звеньев механизма под действием внешних движущих сил и сил сопротивления, тяжести, инерции, сил трения и установление способов, обеспечивающих уменьшение динамических нагрузок, возникающих при движении;

2) *анализ движения* изучает режим движения механизма, определение КПД, рассматривает вопросы регулирования движения, уравнивания сил инерции, неравномерность движения, методы виброзащиты механизмов и др.;

– проблемы синтеза механизмов изучаются по видам механизмов, так как задача синтеза заключается в проектировании механизмов выбранной структуры по заданным кинематическим и динамическим условиям.

Работать с предлагаемыми разделами ТММ рекомендуется в такой последовательности:

- ознакомиться с содержанием данной темы по программе;
- изучить материал темы. Если тема имеет большой объём, надо разбить её на отдельные части;
- рассмотреть узловые вопросы темы, записать основные определения, доказательства, правила, формулы, если необходимо, снабдить их схемами или рисунками.

Раздел 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Развитие современной науки и техники неразрывно связано с созданием новых машин, повышающих производительность и облегчающих труд людей. Целью создания машины является увеличение производительности и облегчение физического труда человека путем замены человека машиной.

Ведущей отраслью современной техники можно назвать машиностроение. По уровню развития машиностроения судят о развитии производительных сил в целом. Прогресс машиностроения, в свою очередь, определяется созданием новых высокопроизводительных и надежных машин. Решение этой важной проблемы основывается на использовании результатов многих научных дисциплин и в первую очередь теории механизмов и машин.

Теория механизмов и машин – наука, изучающая строение, кинематику и динамику механизмов в связи с их анализом и синтезом.

Существуют две группы проблем:

1. Анализ механизмов, т. е. исследование структурных, кинематических и динамических свойств механизмов (наиболее развит).
2. Синтез механизмов, т. е. проектирование механизмов с заданными структурными, кинематическими и динамическими свойствами для осуществления требуемых движений (отработанный синтез отдельных механизмов – зубчатых, кулачковых, стержневых и т. д.).

1.1. Краткая историческая справка

Как самостоятельная научная дисциплина ТММ подобно другим прикладным разделам науки возникла в результате промышленной революции, начало которой относится к 30-м годам XVIII века. Однако машины существовали задолго до этой даты.

Остановимся кратко на истории создания механизмов и машин и формирования ТММ как науки об общих методах исследования и проектирования механизмов.

Науке о машинах больше 200 лет. Ее развитие шло параллельно с созданием новых машин и совершенствованием старых.

Простейшие механизмы использовались человеком с древнейших времён. Уже в те далёкие времена при постройке различных, нередко грандиозных сооружений, например, египетских пирамид, дамб,

храмов строители пользовались некоторыми эмпирически полученными знаниями по механике и для подъёма и перемещения тяжёлых грузов применяли простейшие механические приспособления (рычаг, блок, наклонная плоскость). Использовались на известной ступени развития земледелия насосы для поднимания воды с целью орошения, катапульти и другие осадные орудия в военном деле. Значительный вклад в развитие механики внёс древнегреческий математик, физик и инженер Архимед (287 г. до н. э. – 212 г. до н. э.). В своих работах по механике Архимед подытожил знания древних и заложил её научные основы, был выдающимся изобретателем своего времени. Ему принадлежит много различных технических изобретений и, в частности, относящихся к военной технике того времени.

В эпоху Возрождения (со второй половины XV века) в связи с развитием торгового капитала, ремесла, мореплавания, военного дела начинает быстро развиваться и механика. Здесь следует назвать знаменитого итальянского художника, механика и инженера Леонардо да Винчи (1452 – 1519). Он придавал большое значение опыту и применению математики при решении механических задач. В области механики Леонардо да Винчи занимался исследованиями движения тела по наклонной плоскости и трения скольжения. Исследуя равновесие сил, приложенных к блоку, он ввёл в механику понятие момента силы. Ему принадлежит множество изобретений в области механики.

В 1765 году русским механиком Иваном Ивановичем Ползуновым (1728 – 1766) была разработана первая универсальная паровая машина. В это же время был создан универсальный промышленный двигатель английского изобретателя Джеймса Уатта (1736 – 1819). Конец XVIII века назвали эпохой промышленной революции – возникло производство машин с помощью самих же машин. Одновременно закладываются и основы теории: теорема об изменении кинетической энергии и механической работы, «золотое правило механики», законы трения, понятие о передаточном отношении, основы геометрической теории зубчатого зацепления (Никола Леонар Сади Карно, Шарль Огюстен де Кулон, Гийом Амонтон, Джироламо Кардано, Леонард Эйлер).

В начале XIX века стала формироваться как наука теория механизмов и машин – прикладная механика. В это время разрабатываются такие разделы, как кинематическая геометрия механизмов (Жак Савари, Теодор Оливье), кинетостатика (Гюстав Гаспар Кариолис), классификация

механизмов по функции преобразования движения (Гаспар Монж, Франческо Лана) и другие. Пишутся первые научные монографии по механике машин (Роберт Виллис), читаются первые курсы лекций по ТММ и издаются первые учебники (Августин Бетанкур, Д. С. Чижов, Юлиус Вейсбах).

Основателем русской школы теории механизмов и машин можно назвать знаменитого русского математика и механика, академика Пафнутия Львовича Чебышева (1821 – 1894), который разработал основы структурной теории механизмов. В этот же период профессор Иван Алексеевич Вышнеградский (1831 – 1895) заложил основы теории автоматического регулирования машин. «Отец русской авиации» Николай Егорович Жуковский (1847 – 1921) предложил способ, позволяющий задачи динамики механизмов любой сложности свести к задаче о равновесии рычага.

Коренное изменение в методах исследования механизмов произвёл русский профессор Леонид Владимирович Ассур (1876 – 1920). Он открыл общую закономерность в структуре многозвенных плоских механизмов, показал возможность разделения механизмов на отдельные более простые части – группы Ассура.

Основы графоаналитической динамики заложили австрийский учёный Фердинанд Виттенбауэр (1857 – 1922) и ученик Николая Егоровича Жуковского русский учёный Николай Иванович Мерцалов (1866 – 1949).

Имя академика Ивана Ивановича Артоболевского (1905 – 1977) известно не только в нашей стране, но и за её пределами. Его по праву считают организатором и руководителем советской школы теории механизмов и машин. Им написаны многочисленные труды по структуре, кинематике и синтезу механизмов, динамике машин, теории машин-автоматов, робототехнике, а также классический учебник по теории механизмов и машин для студентов высшей школы.

Изучение дисциплины начнём с общих определений.

1.2. Машины и их классификация

Машина – техническое устройство, выполняющее преобразование энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека, повышения качества и производительности труда.

Существуют следующие виды машин:

1. *Энергетическая машина*, преобразующая энергию одного вида в энергию другого вида. Эти машины бывают двух разновидностей:

– двигатель, который преобразует любой вид энергии в механическую (например, электродвигатели преобразуют электрическую энергию, двигатели внутреннего сгорания преобразуют энергию расширения газов при сгорании в цилиндре);

– генератор, преобразующий механическую энергию в энергию другого вида (например, электрогенератор преобразует механическую энергию гидравлической турбины в электрическую).

2. *Рабочая машина* использует механическую энергию для совершения работы по перемещению и преобразованию материалов. Эти машины тоже имеют две разновидности:

– транспортная машина, которая использует механическую энергию для изменения положения объекта (его координат), например, автомобили, самолёты, подъёмные краны;

– технологическая машина использует механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объекта, например, металлорежущие станки.

3. *Информационная машина* предназначена для обработки и преобразования информации. Они подразделяются:

– на *математические машины*, преобразующие входную информацию в математическую модель исследуемого объекта, например, современные вычислительные машины, персональные компьютеры;

– *контрольно-управляющие машины*, преобразующие входную информацию (программу) в сигналы управления рабочей или энергетической машиной.

4. *Кибернетическая машина* управляет рабочими или энергетическими машинами и способна изменять программу своих действий в зависимости от состояния окружающей среды (т. е. машины, обладающие элементами искусственного интеллекта).

Кроме этих существуют *машины-автоматы* – устройства, в которых преобразование энергии, материалов или информации осуществляется без участия человека-оператора.

Техническое объединение двигателя и технологической (рабочей) машины представляет собой *машинный агрегат* (МА), например, металлорежущий станок получает энергию от электродвигателя.

1.3. Механизм и его элементы

В учебной литературе используются несколько определений механизма:

Первое: механизмом называется система твердых тел, предназначенная для передачи и преобразования заданного движения одного или нескольких тел в требуемые движения других твердых тел.

Второе: механизм – кинематическая цепь, в состав которой входит неподвижное звено (стойка), число степеней свободы которой равно числу обобщенных координат, характеризующих положение цепи относительно стойки.

Третье: механизмом называется устройство для передачи и преобразования движений и энергий любого рода.

Четвертое: механизм – система твердых тел, подвижно связанных путем соприкосновения и движущихся определенным, требуемым образом относительно одного из них, принятого за неподвижное.

Из теоретической механики: несвободные системы материальных тел (точек) – системы, положения и движения которых подчинены некоторым геометрическим или кинематическим ограничениям, заданным наперед и не зависящим от начальных условий и заданных сил. Эти ограничения, наложенные на систему и делающие ее несвободной, называются *связями*. Положения точек системы, допускаемые наложенными на нее связями, называются *возможными*. Независимые друг от друга величины q_1, q_2, \dots, q_n , вполне и однозначно определяющие возможные положения системы в произвольный момент времени, называются *обобщенными координатами системы*.

Недостатки этих определений: первое не отражает способности механизма преобразовывать не только движение, но и силы; второе не содержит условий выполняемой механизмом функции. Оба определения входят в противоречия с определением технической системы. Учитывая сказанное, дадим следующую формулировку понятия «механизм».

Механизмом называется система, состоящая из звеньев и кинематических пар, образующих замкнутые или разомкнутые цепи, которая предназначена для передачи и преобразования перемещений входных звеньев и приложенных к ним сил в требуемые перемещения и силы на выходных звеньях.

Основным признаком механизма является преобразование механического движения. Механизм входит в состав многих машин, так как

для преобразования энергии, материалов и информации требуется обычно преобразование движения, получаемого от двигателя. Нельзя отождествлять понятия «машина» и «механизм». Во-первых, кроме механизмов в машине всегда имеются дополнительные устройства, связанные с управлением механизмами. Во-вторых, есть машины, в которых нет механизмов. Например, в последние годы созданы технологические машины, где каждый исполнительный орган приводится в движение от индивидуального электро- или гидродвигателя.

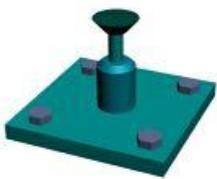
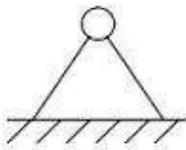
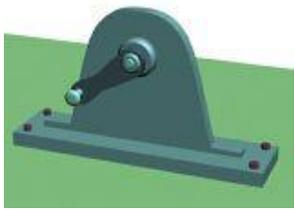
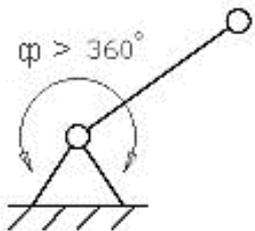
При описании механизмы были разделены на отдельные группы по признаку их конструктивного оформления (рычажные, кулачковые, фрикционные, зубчатые и др.).

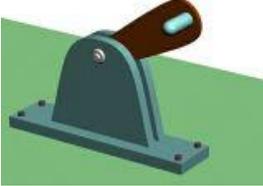
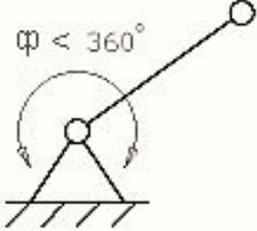
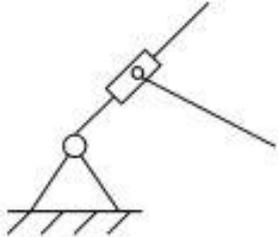
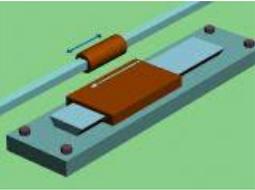
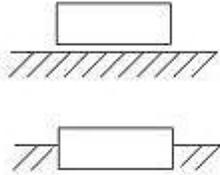
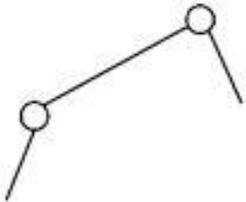
Если при рассмотрении структуры машины для её элементов не принимаются во внимание их форма и внутреннее строение, а рассматриваются только выполняемые ими функции, то такие элементы называются *функциональными*. *Звено* – твердое тело или система жестко связанных твердых тел (может состоять из одной или нескольких деталей), входящее в состав механизма и совершающее относительное движение по отношению к другим телам.

Для механической системы основные виды звеньев приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Основные виды звеньев

Наименование звена	Вид / определение	Условное обозначение на кинематической схеме
Стойка	 Неподвижное звено	
Кривошип	 Вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси	

Наименование звена	Вид / определение	Условное обозначение на кинематической схеме
Коромысло	 <p>Вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси</p>	
Кулиса	 <p>Звено рычажного механизма, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару</p>	
Ползун	 <p>Звено рычажного механизма, образующее поступательную пару со стойкой</p>	
Шатун	 <p>Звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями</p>	

В качестве рабочей машины наиболее часто используют *рычажные* механизмы – механизмы, звенья которых образуют только вращательные, поступательные, цилиндрические и сферические пары.

Достоинства:

- надежность;
- технологичность;

- передают большие усилия;
- возможна точная обработка на обыкновенных металлорежущих станках.

Эти механизмы преобразуют равномерное вращение *кривошипа* в неравномерное вращательное; возвратно-поступательное; сложное плоское движения.

Наиболее распространены:

1. Кривошипно-ползунный механизм (рис. 1.1).

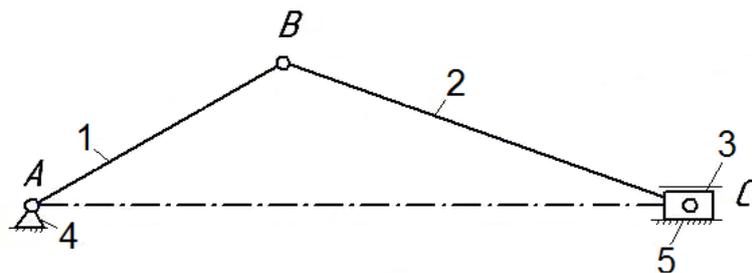


Рис. 1.1. Кривошипно-ползунный механизм:
1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун; 4 – стойка;
5 – станина (направляющая)

2. Четырехшарнирный механизм (механизм Чебышева) (рис. 1.2).

3. Кулисный механизм (рис. 1.3).

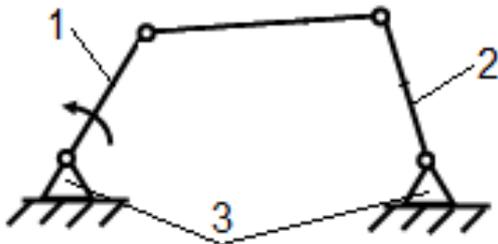


Рис. 1.2. Четырёхшарнирный механизм: если звенья 1, 2 – кривошипы, то механизм двухкривошипный. Если звено 1 – кривошип (совершает полный оборот), а звено 2 – коромысло (совершает неполный оборот), то механизм кривошипно-коромысловый. Если звенья 1, 2 – коромысла, то механизм двухкоромысловый; 3 – стойка

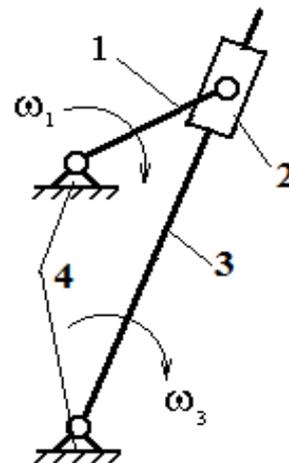


Рис. 1.3. Кулисный механизм: 1 – кривошип; 2 – камень кулисы (втулка) вместе со звеном 1 совершает полный оборот, а также движется вдоль звена 3, приводя его во вращение; 3 – коромысло (кулиса); 4 – стойка

Главное или основное отличие ТММ от учебных дисциплин, изучающих методы проектирования специальных машин, в том, что ТММ основное внимание уделяет изучению методов синтеза и анализа, общих для данного вида механизма, не зависящих от его конкретного функционального назначения. Специальные дисциплины изучают проектирование механизмов только данного конкретного назначения, уделяя основное внимание специфическим требованиям. При этом широко используются и общие методы синтеза и анализа, которые изучаются в курсе «Теория механизмов и машин».

1.4. Виды и классификация кинематических пар

Фундаментальным понятием ТММ является понятие «*кинематическая пара*». Теорию механизмов иногда даже называют теорией кинематических пар.

Кинематической парой (англ. *kinematic pair*) называется соединение двух звеньев, допускающее их относительное движение. Следует подчеркнуть, что кинематическая пара – это не два звена, как воспринимается это в тривиальном смысле, а одно соединение. В этом источник многих ошибок при структурном анализе механизмов. Точки, линии, поверхности, по которым происходит соприкосновение звеньев в кинематической паре, называются *элементами кинематической пары*.

Для всех кинематических пар необходим постоянный контакт между их элементами, что достигается либо с помощью определённых усилий, либо приданием элементам определённой геометрической формы.

Классификация:

1. По числу связей на относительное движение: от *одного* до *пяти* связей. Это зависит от *степеней свободы*, которых для материального тела *шесть*, исключая (связывая) по *одной*, и получается *пять* вариантов связей.

2. По контакту между звеньями:

а) высшие (контакт по точке или линии);

б) низшие (контакт по поверхности).

Из теоретической механики известно, что свободное твердое тело, находящееся в трехмерном пространстве, обладает шестью степенями свободы, т. е. может совершать шесть независимых движений: три поступательных вдоль выбранных осей и три вращательных вокруг

этих же осей (рис. 1.4). Величины соответствующих перемещений называют *обобщенными координатами тела*. Если такое тело (звено) связать с другим телом (звеном) посредством кинематической пары, то это уменьшит его число степеней свободы на число связей (запрещений), налагаемых другим телом. Число связей определяется видом кинематической пары. Если тело (звено) образует с другим телом (звеном) кинематическую пару, то оно теряет одну или несколько из этих шести степеней свободы.

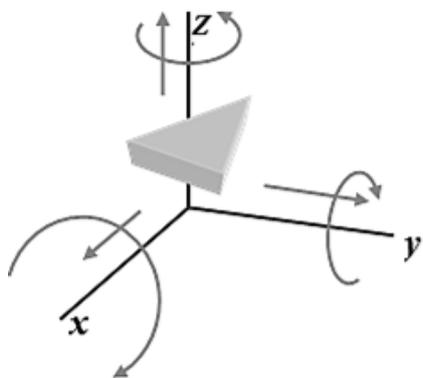


Рис. 1.4. Пример тела, не ограниченного кинематической связью. Несвязанное тело имеет шесть степеней свободы – вращение вокруг каждой из трёх осей и перемещение вдоль каждой из трёх осей

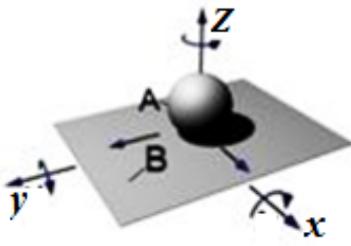
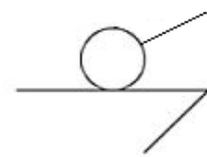
В соответствии с решаемой ТММ задачей кинематические пары делятся на пять классов в зависимости от числа налагаемых связей на подвижность каждого из звеньев. Например, если телами (звеньями), образовавшими кинематическую пару, утрачено по пять степеней свободы каждым, эту пару называют кинематической парой 5-го класса. Если утрачено четыре степени свободы – 4-го класса и т. д. Число степеней подвижности обозначается H . Число налагаемых связей – S . При этом число степеней подвижности можно определить по формуле $H = 6 - S$.

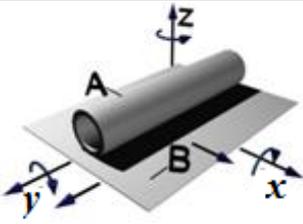
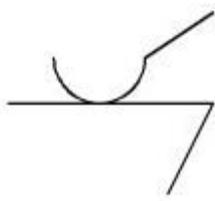
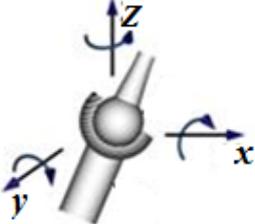
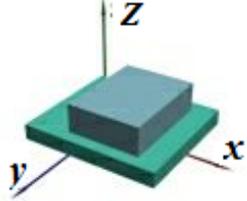
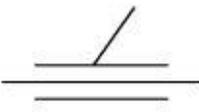
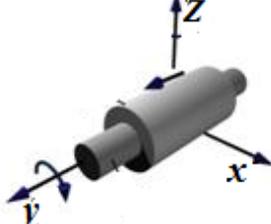
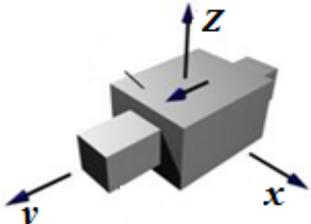
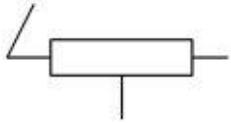
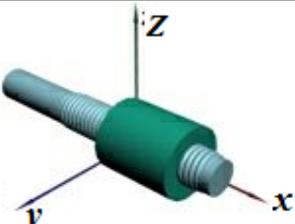
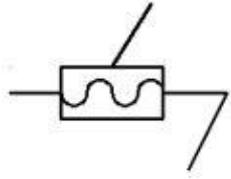
В табл. 1.2 приведены условные обозначения кинематических пар, число степеней свободы и их класс.

В табл. 1.2 приведены условные обозначения кинематических пар, число степеней свободы и их класс.

Таблица 1.2

Условные обозначения кинематических пар

Число степеней подвижности H	Класс пары S	Изображение/название	Условное обозначение
Пара пяти-подвижная (5)	1	 Точечная. Шар А – плоскость В	

Число степеней подвижности H	Класс пары S	Изображение / название	Условное обозначение
Пара четырёх-подвижная (4)	2	 <p>Линейная. Цилиндр А – плоскость В</p>	
Пара трёхподвижная (3)	3	 <p>Сферическая</p>	
Пара трёхподвижная (3)	3	 <p>Плоскостная</p>	
Пара двухподвижная (2)	4	 <p>Цилиндрическая</p>	
Пара одноподвижная (1)	5	 <p>Поступательная</p>	
Пара одноподвижная (1)	5	 <p>Винтовая</p>	

Последовательное соединение кинематических пар называется *кинематической цепью* (англ. *kinematic chain*).

Кинематические цепи имеют такую классификацию (рис. 1.5):

1. Простые и сложные. В простой кинематической цепи каждое из ее звеньев входит в состав одной или двух кинематических пар, а в сложной кинематической цепи имеются звенья, входящие в состав трех и более кинематических пар.

2. Открытые и замкнутые. В открытой (незамкнутой) кинематической цепи имеются звенья, входящие в состав одной кинематической пары, а в замкнутой цепи каждое звено входит в состав двух и более кинематических пар.

3. Плоские и пространственные. Если точки всех звеньев кинематической цепи двигаются в одной или параллельных плоскостях, то такая кинематическая цепь называется *плоской*, в противном случае кинематическая цепь – *пространственная*, так как точки её звеньев описывают плоские кривые в непараллельных плоскостях или пространственные кривые.

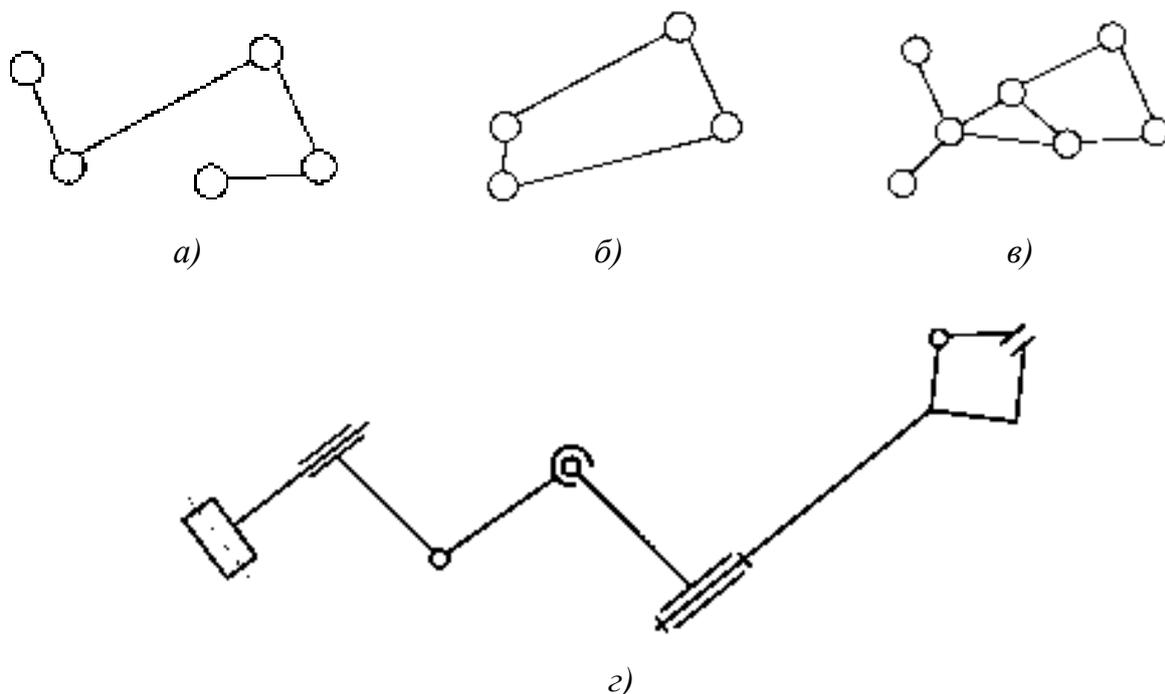


Рис. 1.5. Кинематические цепи: а – простая, открытая, незамкнутая, плоская; б – сложная, замкнутая, плоская; в – сложная, разветвлённая, плоская; г – сложная, пространственная

Раздел 2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Понятие о структурном анализе и синтезе

Задачей структурного анализа является определение параметров структуры заданного механизма – числа звеньев и структурных групп, числа и вида кинематических пар (КП), числа подвижностей (основных и местных), числа контуров и избыточных связей.

Задачей структурного синтеза считается синтез структуры нового механизма, обладающего заданными свойствами: числом подвижностей, отсутствием местных подвижностей и избыточных связей, минимумом числа звеньев с парами определенного вида (например, только вращательными как наиболее технологичными) и т. п.

2.2. Основные структурные формулы

Подвижность механизма – число независимых обобщенных координат, однозначно определяющее положение звеньев механизма на плоскости или в пространстве.

Связь – ограничение, наложенное на перемещение тела по данной координате.

Основные структурные формулы были составлены для плоских механизмов Пафнутием Львовичем Чебышевым, для пространственных – Павлом Осиповичем Сомовым в 1887 году и в 1923 году усовершенствованы Александром Петровичем Малышевым.

Так как принципы, заложенные в построение всех этих формул, одинаковы, то их можно записать в обобщенном виде

$$W = Nn + \sum_{i=1}^{N-1} (N - i)p_i,$$

где N – число степеней подвижности твёрдого тела (соответственно при рассмотрении механизма в пространстве $N = 6$, на плоскости $N = 3$); $n = k - 1$ – число подвижных звеньев в механизме, здесь k – общее число звеньев механизма (включая и неподвижное звено – стойку); S – число налагаемых связей; i – число подвижностей в кинематической паре; p_i – число кинематических пар с i подвижностями.

Структурные формулы получены из предположения, что все уравнения связи независимы. Но не во всех механизмах это условие выполняется.

В общем число наложенных связей может войти q избыточных связей, которые не уменьшают подвижности механизма, обращая его в статически неопределимую систему. Тогда формула П. Л. Чебышева принимает вид

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 + q,$$

а формула Сомова – Малышева

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 + q.$$

Отсюда получаем

$$q = W - 3n + 2p_1 + p_2;$$

$$q = W - 6n + 5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5.$$

При $q = 0$ механизм представляет собой статически определимую систему и сборка его происходит без деформации звеньев, а при $q > 0$ представляет статически неопределимую систему. Сборка и движение такого механизма происходят при деформации его звеньев.

Таким образом, при проектировании механизмов следует выполнять два основных требования. Во-первых, точность изготовления деталей и монтажа опорных и корпусных деталей должна быть определена из условия отсутствия защемления элементов кинематических пар. Во-вторых, жесткость корпусных деталей должна быть достаточно высокой, чтобы исключить возможность перекоса осей вращения кинематических пар и параллельного смещения осей шарниров или направляющих, обусловленных деформацией корпуса. В противном случае появляется возможность защемления элементов кинематических пар и усиленного изнашивания пар трения.

Все механизмы, в том числе и плоские, при анализе и синтезе структуры должны рассматриваться как пространственные.

Рассмотрим рычажный четырехзвенный механизм (рис. 2.1, а).

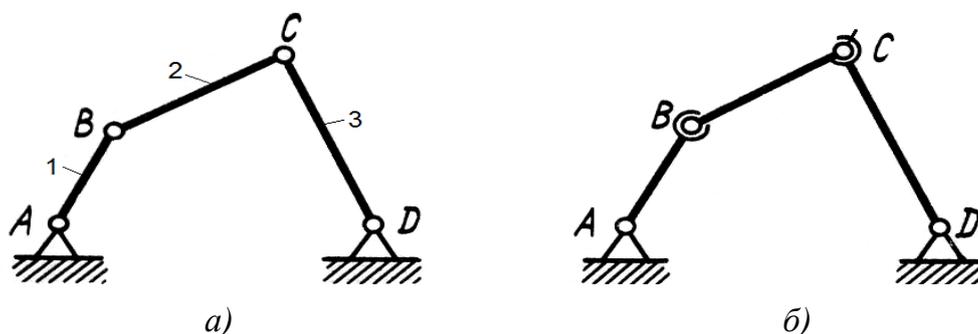


Рис. 2.1. Схемы к определению избыточных связей:
 а – четырехзвенный механизм с неподвижными парами;
 б – четырехзвенный механизм с устраненными избыточными связями

В состав механизма входят три звена, образующие четыре одно-подвижные вращательные пары: $n = 3$; $p_1 = 4$.

Рассматривая механизм как плоский, определим по формуле П. Л. Чебышева число степеней свободы

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 - 0 = 1.$$

Если механизм рассматривать как пространственный, то

$$W = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 4 = 18 - 20 = -2.$$

Принимая требуемое значение подвижности механизма $W = 1$, определяем число избыточных связей

$$q = 1 - 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 1 - 18 + 20 = 3,$$

т. е. в механизме имеются три избыточные связи. Устранение их достигается изменением подвижностей отдельных кинематических пар. Например, если вращательную пару B заменить трехподвижной сферической парой, а вращательную пару C – сферической парой с пальцем (рис. 2.1, б), то избыточные связи в механизме будут отсутствовать и степень подвижности механизма станет равной

$$W = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 18 - 10 - 4 - 3 = 1.$$

Устранение избыточных связей снижает требования к точности изготовления кинематических пар, способствует адаптации основания механизма к деформациям и погрешностям монтажа.

В ряде случаев избыточные связи вводят специально для повышения жесткости механизма или устранения неопределенности движения звеньев механизма в некоторых его положениях. Примером этому может служить механизм сдвоенного параллелограмма (рис. 2.2).

Для получения значения $W = 1$ необходимо строгое соблюдение геометрических соотношений $AC = DF$, $CD = BE$, $AB = FE$ и высокой точности изготовления механизма. При этих

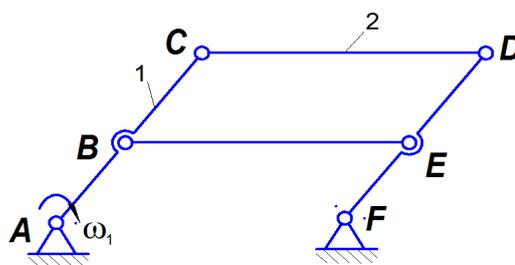


Рис. 2.2. Механизм с избыточной связью

условиях введение дополнительного звена BE не вносит новых геометрических связей. Звено BE введено для увеличения жесткости механизма и не дает возможности во время его работы из механизма параллелограмма получить механизм антипараллелограмма.

Если в качестве ведущего взять звено 1 (AC), то за пассивное можно принять звено BE , которое дублирует звено 2 (CD). При структурном анализе механизма такие избыточные связи необходимо удалить.

2.3. Замена в плоских механизмах высших кинематических пар низшими

Замена высших кинематических пар низшими применяется в плоских механизмах для удобства изучения их структуры и кинематики. Основным условием замены является сохранение первоначальной степени подвижности и относительных движений всех его звеньев, совершающихся в рассматриваемом положении.

Рассмотрим случай, когда одним элементом будет прямая O_1A , а другим – точка C (рис. 2.3, а). Замена сводится к постановке в точке C условного звена (кулисный камень), входящего в одну поступательную и одну вращательную пары. Получаем мгновенный заменяющий механизм O_1CO_2 (рис. 2.3, б).

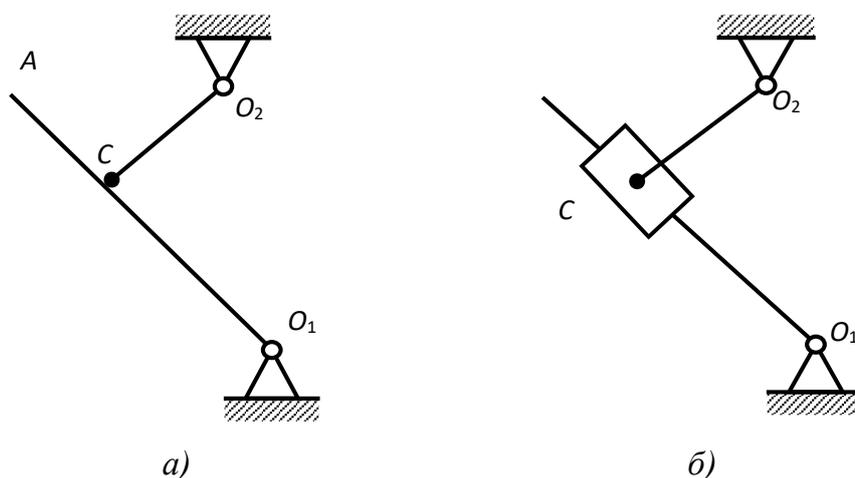


Рис. 2.3. Замена высшей пары: а – исходный механизм; б – мгновенный заменяющий механизм

Таким образом, любой плоский механизм с высшими парами может быть заменен механизмом, в который входят только низшие пары.

2.4. Структурная классификация механизмов по Л. В. Ассур

Для решения задач синтеза и анализа сложных рычажных механизмов профессором Петербургского университета Леонидом Владимировичем Ассуром в 1914 году была предложена оригинальная структурная классификация. По этой классификации механизмы, не имеющие избыточных связей и местных подвижностей, состоят из первичных

механизмов и структурных групп (рис. 2.4). При структурном синтезе механизма по Л. В. Ассуру к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью W_0 последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью.

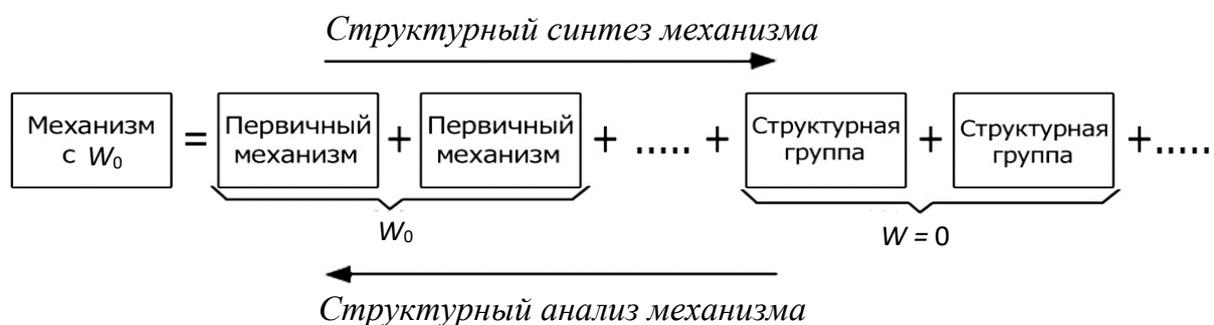


Рис. 2.4. Классификация по Л. В. Ассуру

Под *первичным механизмом* понимают механизм, состоящий из двух звеньев (одно из которых неподвижное), образующих кинематическую пару. Примеры даны на рис. 2.5.

Структурной группой Ассура (или группой нулевой подвижности) называется кинематическая цепь, образованная только подвижными звеньями механизма, подвижность которой (на плоскости и в пространстве) равна нулю $W_{гр} = 0$.

Конечные звенья групп Ассура, входящие в две кинематические пары, из которых одна имеет свободный элемент звена, называются *поводками* (см. таблицу – пунктирные линии).

Структурные группы Ассура делятся на *классы* в зависимости от числа звеньев, образующих группу, числа поводков в группе, числа замкнутых контуров внутри группы. Зачем конструктору надо знать класс механизма? Класс механизма определяет уровень его сложности в смысле сложности методов расчета, применяемых при проектировании механизма. Методы синтеза механизмов, кинематического исследования, силового и динамического расчётов признаны общими для групп одного класса.

В пределах класса (по Ассуру) группы подразделяются по числу поводков на *порядки* (порядок группы (ПГ) равен числу ее поводков).

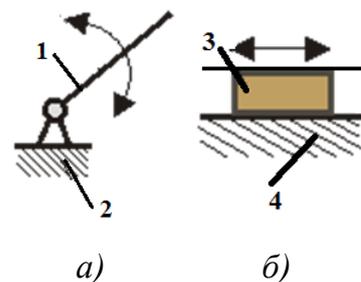


Рис. 2.5. Первичные механизмы: а – кривошип 1 со стойкой 2; б – ползун 3 с направляющей 4

Особенность структурных групп Ассура заключается в их статической определимости. Используя группы Ассура, удобно проводить структурный анализ механизмов. Наиболее широко применяются простые рычажные механизмы, состоящие из групп Ассура 1-го класса 2-го порядка. Число разновидностей таких групп для плоских механизмов с низшими кинематическими парами невелико, их всего пять (см. таблицу).

Разновидности групп Ассура

2ПГ Ассура 1-го вида	2ПГ Ассура 2-го вида	2ПГ Ассура 3-го вида	2ПГ Ассура 4-го вида	2ПГ Ассура 5-го вида

При структурном анализе механизма по Ассуру к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью W_0 последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью. Полученный таким образом механизм обладает рациональной структурой, т. е. не содержит избыточных связей и подвижностей. Поэтому перед проведением структурного анализа необходимо устранить избыточные связи и выявить местные подвижности. Затем необходимо выбрать первичные механизмы и, начиная со звеньев, наиболее удаленных от первичных, выделять из состава механизма структурные группы нулевой подвижности.

В процессе решения задачи структурного анализа механизма определяются следующие параметры:

- 1) число звеньев механизма;
- 2) число кинематических пар, дается их классификация;
- 3) число степеней свободы механизма;
- 4) выявляются избыточные связи и местные степени свободы;
- 5) механизм разбивается на структурные группы из звеньев в соответствии с принципом Л. В. Ассура.

В качестве примера рассмотрим кривошипно-ползунный механизм, кинематическая схема которого представлена на рис. 2.6.

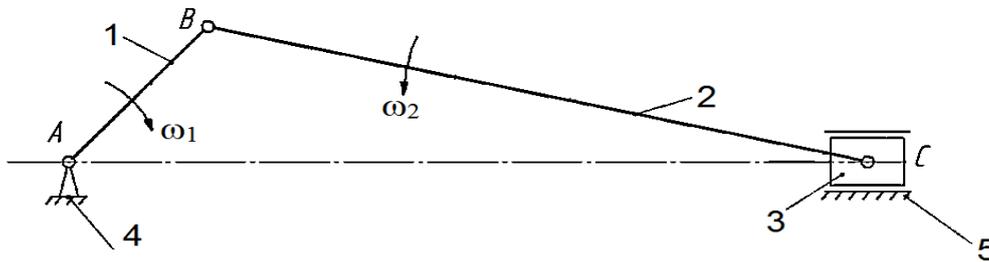


Рис. 2.6. Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма

Исследуемый механизм считается плоским, так как все звенья движутся в параллельных плоскостях. Степень подвижности плоского механизма определим по формуле П. Л. Чебышева

$$W = 3n - 2p_H - p_4,$$

где n – число подвижных звеньев; p_H – число кинематических пар 5-го класса; p_4 – число кинематических пар 4-го класса.

Кривошипно-ползунный механизм имеет неподвижное звено-стойку 4; три подвижных звена: кривошип 1, шатун 2, ползун 3; четыре низшие кинематические пары: три вращательные – кривошип 1 со стойкой 4, кривошип 1 с шатуном 2, шатун 2 с ползуном 3 и одну поступательную пару – ползун 3 с направляющей 5. Высшие пары отсутствуют, т. е. $p_4 = 0$. Следовательно, степень подвижности механизма

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 - 0 = 1.$$

Чтобы определить класс механизма, расчленим механизм на структурные группы Ассур (рис. 2.7 и 2.8): звенья 2 и 3 образуют группу второго класса, остаётся ведущее звено 1, которое образует механизм первого класса. Порядок заданного механизма – второй, вид – второй.

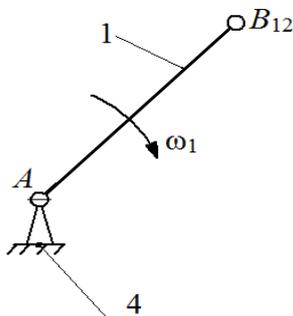


Рис. 2.7. Структурная группа Ассур, состоящая из кривошипа 1 и стойки 4

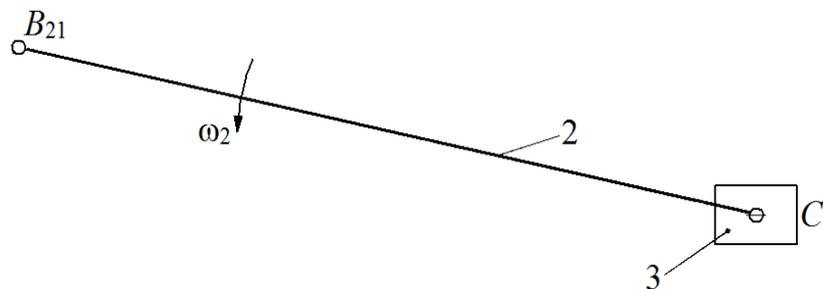


Рис. 2.8. Структурная группа Ассур, состоящая из шатуна 2 и ползуна 3

Составим формулу строения механизма: $I(4 - 1) \rightarrow II(2 - 3)$. Так как класс присоединяемой группы $(2 - 3)$ – второй, поэтому рассматриваемый кривошипно-ползунный механизм называется механизмом второго класса.

2.5. Общие выводы по использованию структурных формул П. Л. Чебышева и Сомова – Малышева

Формула П. Л. Чебышева в плоском механизме иногда позволяет проще определить степень подвижности механизма W . Как известно, это число соответствует числу механизмов первого класса, числу двигателей, запитывающих механизм, числу обобщенных координат, определяющих положение всех звеньев механизма, числу уравнений динамики, описывающих движения механизма. Степень подвижности механизма очень важна для конструктора и, когда выброшены из рассмотрения нормальные связи, иногда бывает проще найти эту величину по формуле П. Л. Чебышева.

Формула Сомова – Малышева также позволяет найти W . Ей можно пользоваться и для плоского механизма, но уже рассматривая его как пространственный. Вместе с методом структурной сборки эти формулы позволяют найти W , избыточные лишние связи q .

Избыточные лишние связи, как следует из примеров, важны для конструктора, так как показывают, где и в каком направлении возникнут натяги при сборке или дополнительные, неучтенные в расчете нагрузки из-за деформации корпуса. Эти нагрузки часто приводят к поломкам. С лишними связями надо бороться либо понижая класс пары, допуская подвижность в данном направлении без изменения W механизма, либо оставляя их, но ужесточая допуски на изготовления в этом направлении. Все лишние связи можно определить только методом сборки и по формуле Сомова – Малышева. Эта формула гораздо более информативна, чем формула П. Л. Чебышева.

Избыточные местные связи также очень важны для конструктора, поскольку позволяют обнаружить в механизме движения звеньев, которые не влияют на контурную подвижность механизма, а следовательно, и на работу машины, основу которой и составляет этот механизм. Вместе с тем конструктор должен решить, полезна ли данная местная избыточная связь или ее надо устранить, повысив класс какой-либо пары. Иногда местную избыточную связь вводят специально,

чтобы уменьшить трение, обеспечить самоустановку звена при работе и других целей.

Работу по анализу и устранению избыточных лишних связей можно назвать одной из основных при разработке схемы механизма. Поиск и оптимальный подбор класса кинематических пар, улучшающих работоспособность механизма, становится важной, но вместе с тем и сложной задачей для конструктора.

Первоочередным для конструктора является умение разбивать механизм на группы Ассура или составлять его из механизма первого класса и групп Ассура для получения требуемого движения. Необходимо знать, что кинематический анализ, силовой расчет, составление уравнения движения при динамическом анализе механизма проводятся погруппно. Это требует правильного составления при синтезе или разбиения при анализе механизма на группы Ассура согласно принципу Ассура –Артоболевского.

Формула строения механизма позволяет определить уровень сложности механизма и способствует выбору методов расчета механизма.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое машина и механизм?
2. Что такое звено?
3. Дайте понятие кинематической пары.
4. Что можно считать кинематической цепью?
5. Что такое кинематическая схема?
6. Что называется структурной схемой?
7. По каким признакам делятся кинематические пары на классы и виды: низшие, высшие?
8. Чем отличаются плоские механизмы от пространственных?
9. Как влияют пассивные связи на степень подвижности механизма?
10. Какие звенья образуют механизм 1-го класса?
11. Как может быть образован механизм?
12. Что такое группа Ассура?
13. Что характеризует число «степень подвижности механизма»?
14. Каков принцип построения новых механизмов?
15. По каким признакам классифицируются механизмы?

16. По каким признакам классифицируются группы Ассура?
17. Как определить класс группы Ассура, ее порядок и вид?
18. Какие группы Ассура находят наибольшее распространение?
19. Как определить класс всего механизма?
20. В какой последовательности механизм разбивается на группы Ассура?
21. Как составляется структурная формула механизма?

Раздел 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ

Кинематический анализ механизма проводят без учёта сил, вызывающих его движение.

Цели:

1. Определение кинематических характеристик звеньев: перемещение, скорость, ускорение, траектория движения, функция положения при известных законах движения входных (ведущих) звеньев.
2. Оценка кинематических условий работы рабочего (выходного) звена.
3. Определение необходимых численных данных для проведения силового, динамического, энергетического и других расчётов механизма.

Основные три задачи состоят в определении:

- 1) перемещений звеньев механизма и траекторий заданных точек;
- 2) скоростей точек звеньев и угловых скоростей звеньев механизма;
- 3) ускорений точек звеньев и угловых ускорений звеньев.

Для решения задач кинематического анализа может быть использован один из следующих методов:

- аналитический;
- графоаналитический (метод планов);
- графический (метод кинематических диаграмм).

Первый метод позволяет получить кинематические параметры с любой точностью, но трудоёмкость его в большинстве случаев весьма высока. В настоящее время этот метод получает все большее распространение благодаря внедрению в практику персональных компьютеров.

Второй метод позволяет определить кинематические параметры с любой точностью, которая во многих случаях вполне достаточна, однако трудоёмкость его несколько выше, чем третьего.

Третий метод является наименее трудоёмким, но точность его невысока, он может быть использован для предварительной оценки кинематических параметров.

Таким образом, выбор метода кинематического анализа зависит от требуемой точности результатов. При решении задач кинематического анализа в качестве исходных данных должны быть известны размеры всех элементов кинематической схемы механизма, а для определения скоростей и ускорений также законы движения входных звеньев, в частности кривошипа.

3.1. Основные понятия и определения

В механизме с одной степенью свободы – одно начальное звено и за обобщенную координату обычно принимается или угловая координата φ_1 вращающегося звена-кривошипа (рис. 3.1, а), или линейная координата S_C поступательного звена-ползуна (рис. 3.1, б) из механизма, представленного на рис. 2.6.

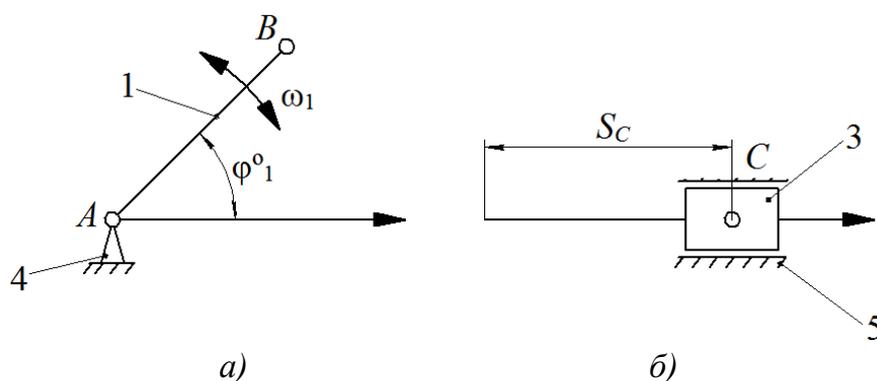


Рис. 3.1. Выбор обобщённой координаты: а – угловая координата φ_1 для кривошипа 1 (4 – стойка); б – линейная координата S_C для ползуна 3 (5 – станина или направляющая)

Зависимость угловой координаты какого-либо звена механизма от обобщенной координаты – угловая функция положения кривошипа $\varphi_1 = f(\varphi)$ (см. рис. 3.1, а).

Зависимость линейных координат в какой-либо точке C ползуна от обобщенной координаты – линейная функция положения данной точки в проекциях на соответствующие оси координат $X_C = f(\varphi)$ (см. рис. 3.1, б).

Первая производная линейной функции положения точки по обобщенной координате – линейная передаточная функция данной точки в проекциях на соответствующие оси координат (иногда называют «аналог линейной скорости...»)

$$dx_c/d\varphi_1 = V_{qcx}; \quad dy_c/d\varphi_1 = V_{qcy}; \quad dx_c/dt \cdot dt/d\varphi_1 = V_{qcx}; \quad dx_c/dt = V_{cx}; \\ dt/d\varphi_1 = 1/\omega_1; \quad V_{cx}/\omega_1 = V_{qcx}; \quad V_{cx} = \omega_1 \cdot V_{qcx}; \quad V_{cy} = \omega_1 \cdot V_{qcy}.$$

$$\text{Полная скорость т. С (ползуна)} \quad V_c = \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cy}^2}.$$

Вторая производная линейной функции положения по обобщенной координате – аналог линейного ускорения точки в проекциях на соответствующие оси:

$$\frac{d^2 x_c}{d\varphi_1^2} = a_{qcx}; \quad \frac{d^2 y_c}{d\varphi_1^2} = a_{qcy}.$$

Вторая производная угловой функции положения звена по обобщенной координате – аналог углового ускорения звена.

3.2. Аналитический метод кинематического исследования механизмов

В настоящее время разработаны общие методы, которые позволяют аналитически определить все кинематические параметры как плоских, так и пространственных механизмов. Так, для решения задач о положениях звеньев всегда может быть использован метод преобразования координат, предложенный Ю. Ф. Морошкиным.

Задачи об определении скоростей и ускорений точек и звеньев механизма всегда могут быть приведены к решению системы линейных уравнений, полученных после дифференцирования уравнений перемещения по времени. Метод преобразования координат позволяет для любых механизмов при определении кинематических параметров автоматизировать процесс, применяя стандартные программы преобразования координат звеньев, входящих в наиболее распространенные кинематические пары.

При исследовании плоских механизмов во многих случаях оказывается целесообразным использование метода замкнутых контуров, предложенного В. А. Зиновьевым. По этому методу положение каждого звена определяется связанным с ним вектором так, что последовательность этих векторов образует один или несколько замкнутых контуров. Условия замкнутости векторных контуров в плоских механизмах дают достаточное число уравнений для определения положений звеньев.

Аналитический метод определения положений звеньев сводится к отысканию функции положения механизма. Функцией положения механизма называется зависимость координат выходного звена от обобщенных координат механизма. При необходимости исследовать положение какого-нибудь промежуточного звена его следует условно считать выходным. Функция положения может быть записана как в явной форме

$$q_n = q_n(q_1, q_2, \dots, q_5, q_n), \quad (3.1)$$

так и в неявной

$$\Phi_n(q_1, \dots, q_5, q_n) = 0, \quad (3.2)$$

где n – индекс (номер) выходного звена; q_1, \dots, q_5 – обобщенные координаты механизма.

Для определения функции положения не обязательно знать законы движения начальных звеньев, т. е. зависимости обобщенных координат от времени. Функция положения вполне определяется значениями каждой из обобщенных координат. Таким образом, функция положения является основной кинематической характеристикой механизма, и именно она определяет закон преобразования перемещения начального звена, реализуемый механизмом.

Если требуется найти закон движения выходного звена по заданным законам изменения обобщенных координат от времени, то сначала находят функцию положения в явном (3.1) или неявном (3.2) виде. Затем подставляют в соотношения (3.1) или (3.2) заданные зависимости обобщенных координат от времени и находят искомую зависимость перемещения выходного звена в явном виде

$$q_n = q_n(q_1, \dots, q_5, t) \quad (3.3)$$

или неявном виде

$$\Phi_n(q_1, \dots, q_5, q_n, t) = 0. \quad (3.4)$$

Скорость и ускорение выходного звена могут быть найдены дифференцированием уравнений (3.3) или (3.4) по времени. Но, как показано ниже, для этой цели можно использовать и уравнения (3.1) и (3.2), рассматривая их как сложные функции.

При определении кинематических характеристик механизма не обязательно, чтобы начальные звенья совпадали с входными, часто удобно за начальные принимать те звенья, при которых наивысший класс структурных групп, входящих в структуру механизма, оказывался минимальным.

Например, в механизме, схема которого показана на рис. 3.2, при начальном звене 1 (или звене 3) имеются две структурные группы второго класса 2 – 3 и 4 – 5 (или 1 – 2 и 4 – 5); а при начальном звене 5 одна структурная группа третьего класса. С повышением класса группы увеличивается трудоемкость вычислений или построений, необходимых для определения положений звеньев группы. Поэтому для механизма на рис. 3.2 за начальные звенья целесообразно выбирать звено 1 или звено 3.

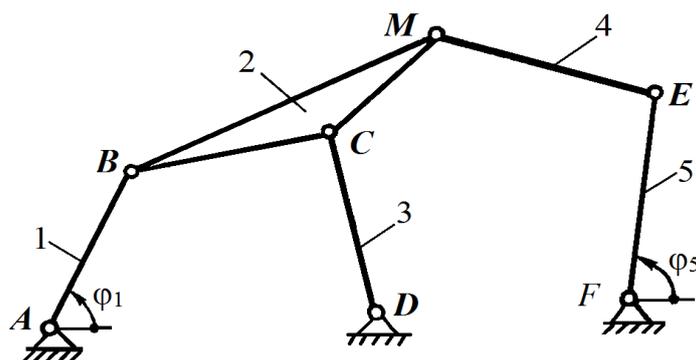


Рис. 3.2. Кинематическая схема механизма

Пусть звено 1 является входным звеном, а звено 5 – выходным. Тогда при заданном законе движения звена 1 для определения закона движения звена 5 сначала находим функцию положения механизма $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_1)$. Затем путём подстановки заданного закона движения начального звена $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ в найденную функцию положения получаем искомый закон движения звена 5

$$\varphi_5 = \varphi_5(t) \text{ или } \Phi(\varphi_5, t) = 0.$$

Также следует поступать и при входном звене 5. Если же входным звеном будет звено 5, а звено 1 – выходным, то для определения искомого закона движения звена 1 сначала следует найти функцию положения механизма, условно считая звено 5 выходным. Эта функция находится из решения задачи о положениях звеньев механизма при заданных значениях обобщенной координаты звена 1. Подстановка заданного закона движения $\varphi_5 = \varphi_5(t)$ в функцию положения, представленную в неявном виде $\Phi(\varphi_1, \varphi_5) = 0$, дает искомый закон движения в неявном виде $\Phi(\varphi_1, t) = 0$. Если же функция положения найдена в явном виде $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_1)$, то ее следует привести к виду $\varphi_1 = \varphi_1(\varphi_5)$, и тогда подстановка заданного закона движения $\varphi_5 = \varphi_5(t)$ дает непосредственно искомый закон движения выходного звена $\varphi_1 = \varphi_1(t)$.

3.3. Определение скорости звеньев. Аналоги скоростей

Методику определения скорости выходного звена рассмотрим применительно к механизмам, функция положения которых может быть записана в явном виде. Подвижность этих механизмов равна единице, и уравнение (3.1) принимает вид $q_n = q_n(q_1)$.

Продифференцировав эту функцию по времени, получим скорость выходного звена

$$dq_n/dt = dq_n(q_1)/dt = (dq_n/dq_1)(dq_1/dt), \quad (3.5)$$

где dq_n/dq_1 – первая производная перемещения выходного звена по обобщенной координате, называемая *аналогом скорости*; dq_1/dt – первая производная обобщенной координаты по времени, т. е. скорость начального звена.

Из уравнения (3.5) видно, что аналог скорости dq_n/dq_1 , как и функция положения, является одной из основных характеристик механизма, поскольку именно он определяет закон преобразования скорости начального звена, реализуемый механизмом.

Рассмотрим зависимость между скоростями начального и выходного звеньев для различных случаев преобразования движения. При преобразовании вращательного движения начального звена во вращательное движение выходного функция положения имеет вид

$$\varphi_n = \varphi_n(\varphi_1), \quad (3.6)$$

где φ_n и φ_1 – углы поворота соответственно начального и выходного звеньев.

Тогда угловая скорость ω_n выходного звена

$$\omega_n = d\varphi_n/dt = (d\varphi_n/d\varphi_1)(d\varphi_1/dt) = \omega_1(d\varphi_n/d\varphi_1). \quad (3.7)$$

В уравнении (3.7) ω_1 – угловая скорость начального звена; $d\varphi_n/d\varphi_1$ – аналог угловой скорости, являющийся безразмерной величиной и эквивалентен передаточному отношению i_{n1} от выходного звена к начальному

$$d\varphi_n/d\varphi_1 = \omega_n/\omega_1 = i_{n1}. \quad (3.8)$$

Если преобразуется вращательное движение в поступательное, то функция положения принимает вид

$$S_n = S_n(\varphi_1), \quad (3.9)$$

где S_n – перемещение выходного звена.

Линейная скорость V_n выходного звена

$$V_n = dS_n/dt = (dS_n/d\varphi_1)(d\varphi_1/dt) = \omega_1(dS_n/d\varphi_1). \quad (3.10)$$

Аналог линейной скорости $dS_n/d\varphi_1$ в уравнении (3.10) имеет размерность длины и может быть выражен $dS_n/d\varphi_1 = V_n/\omega_1$.

При преобразовании поступательного движения во вращательное функция положения

$$\varphi_n = \Phi_n(S_1), \quad (3.11)$$

где S_1 – перемещение начального звена.

Угловая скорость ω_n выходного звена в этом случае

$$\omega_n = d\varphi_n/dt = (d\varphi_n/dS_1)(dS_1/dt) = V_1(d\varphi_n/dS_1), \quad (3.12)$$

где V_1 – скорость поступательного перемещения начального звена.

Аналог угловой скорости $d\varphi_n/dS_1$ здесь имеет размерность, обратную длине, и равен $d\varphi_n/dS_1 = \omega_n/V_1$.

И, наконец, при преобразовании поступательного движения в поступательное, функция положения примет вид

$$S_n = S_n(S_1). \quad (3.13)$$

Линейная скорость V_n выходного звена

$$V_n = dS_n/dt = (dS_n/dS_1)(dS_1/dt) = V_1(dS_n/dS_1). \quad (3.14)$$

Аналог линейной скорости является безразмерным.

3.4. Определение ускорений звеньев. Аналоги ускорений

Для определения ускорений звеньев механизмов, скорости которых были найдены выше, продифференцируем уравнение (3.5) по времени

$$d^2q_n/dt^2 = (d^2q_n/dq_1^2)\{(dq_1/dt)^2 + (dq_n/dq_1)(d^2q_1/dt^2)\}, \quad (3.15)$$

где d^2q_n/dq_1^2 – вторая производная перемещений выходного звена по обобщенной координате, называемая *аналогом ускорения*; d^2q_1/dt^2 – вторая производная перемещения начального звена по времени, т. е. *ускорение начального звена*.

Кроме этого правая часть уравнения (3.15) содержит также аналог скорости выходного звена dq_n/dq_1 и скорость dq_1/dt начального звена.

Таким образом, для определения ускорения выходного звена, кроме скорости и ускорения начального звена, должны быть известны аналоги скорости и ускорения выходного звена, и последний также относится к числу основных кинематических характеристик механизма.

В частном случае, когда угловая скорость начального звена постоянна, уравнение (3.15) принимает вид

$$d^2q_n/dt^2 = (d^2q_n/dq_1^2)(dq_1/dt)^2. \quad (3.16)$$

Напишем уравнение (3.15) для различных случаев преобразования движения. При преобразовании вращательного движения во вращательное угловое ускорение ε_n выходного звена

$$\varepsilon_n = d^2\varphi_n/dt^2 = \omega_1^2(d^2\varphi_n/d\varphi_1^2) + \varepsilon_1(d\varphi_n/d\varphi_1), \quad (3.17)$$

где ε_1 – угловое ускорение начального звена.

Аналог углового ускорения $d^2\varphi_n/d\varphi_1^2$, как и аналог угловой скорости, является безразмерной величиной.

При преобразовании вращательного движения в поступательное линейное ускорение a_n выходного звена

$$a_n = d^2S_n/dt^2 = \omega_1^2(d^2S_n/d\varphi_1^2) + \varepsilon_1(dS_n/d\varphi_1). \quad (3.18)$$

В этом случае аналог линейного ускорения $d^2S_n/d\varphi_1^2$, как и аналог линейной скорости, имеет размерность длины.

При преобразовании поступательного движения во вращательное ускорение ε_n выходного звена

$$\varepsilon_n = d^2\varphi_n/dt^2 = V_1^2(d^2\varphi_n/dS_1^2) + a_1(d\varphi_n/dS_1), \quad (3.19)$$

где a_1 – линейное ускорение начального звена.

Аналог углового ускорения $d^2\varphi_n/dS_1^2$ имеет размерность обратную квадрату длины.

При преобразовании поступательного движения в поступательное линейное ускорение a_n выходного звена

$$a_n = d^2S_n/dt^2 = V_1(d^2S_n/dS_1^2) + a_1(dS_n/dS_1). \quad (3.20)$$

Аналог линейного ускорения d^2S_n/dS_1^2 имеет размерность обратную длине.

3.5. Порядок и примеры кинематического анализа механизмов

Из уравнений (3.5) и (3.15) видно, что скорости и ускорения звеньев механизма могут быть найдены лишь после того, как станет известным закон изменения скорости начального звена. Но для определения последнего требуется проведение динамического анализа механизма. Поэтому задача определения скоростей и ускорений звеньев может быть решена только в два этапа.

На первом этапе, который предшествует динамическому анализу, определяются основные кинематические характеристики, зависящие только от структуры механизма и геометрических размеров его звеньев, т. е. функции положения звеньев, аналогов скорости и ускорения. Как только основные кинематические характеристики механизма найдены, возможно проведение динамического анализа механизма, в ходе которого определяются законы движения начальных звеньев. После того как законы начальных звеньев определены, выполняется второй этап кинематического анализа – определяются скорости и ускорения звеньев.

Таким образом, основная работа при кинематическом анализе механизма приходится на решение задач первого этапа.

Рассмотрим несколько примеров определения основных кинематических характеристик механизма.

Пример 3.1. Найти основные кинематические характеристики кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.3), предназначенного для преобразования вращательного движения кривошипа AB в возвратно-поступательное движение ползуна C .

Пусть заданы длины звеньев механизма $l_{AB} = r$ и $l_{BC} = l$ и угловая скорость кривошипа AB $\omega = \text{const}$.

Решение. Для получения основных кинематических характеристик выберем систему координат A_{xy} с началом в т. A , совместив ось x с осью направляющей ползуна C , а в качестве начального звена примем кривошип AB и его угол поворота φ , отсчитываемый от направления оси x , в качестве обобщенной координаты. Независимым параметром будет угол поворота кривошипа AB $\varphi = \omega \cdot t$.

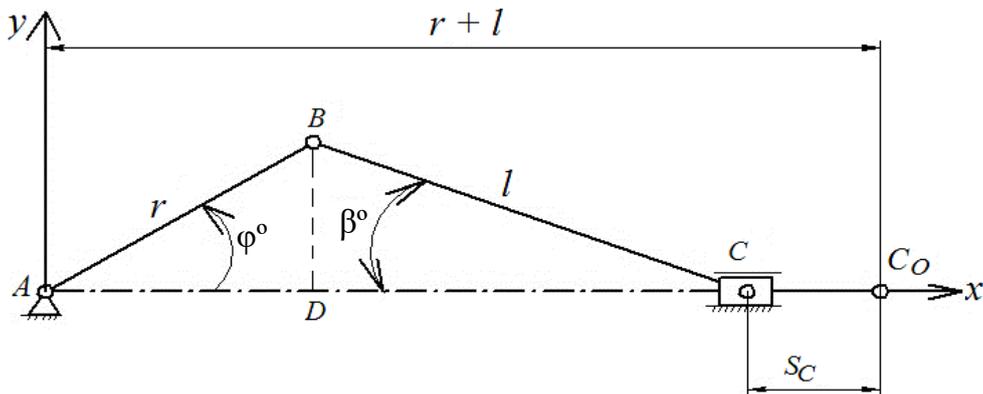


Рис. 3.3. Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма

Выведем формулы для определения скорости и ускорения ползуна. За время поворота кривошипа AB на угол φ перемещение т. C будет равно $S_C = AC_0 - AC = (r + l) - (r \cdot \cos \varphi + l \cdot \cos \beta) = r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \cos \beta)$.

По теореме синусов можно написать $BD = r \cdot \sin \varphi = l \cdot \sin \beta$, откуда $r/l = \sin \beta / \sin \varphi$; $r/l = \lambda$ – коэффициент шатуна BC $\sin \beta = r/l \cdot \sin \varphi = \lambda \cdot \sin \varphi$, а $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - (r/l \cdot \sin \varphi)^2} = \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi} = (1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2}$.

Разложим двучлен в ряд по формуле Бинома Ньютона $\cos \beta = (1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2} \approx 1 - 1/2 \cdot \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi - 1/8 \cdot \lambda^4 \cdot \sin^4 \varphi - \dots$, тогда $\cos \beta = 1 - (1/2)(r/l \cdot \sin \varphi)^2$.

Пренебрегаем всеми членами, начиная с третьего, ввиду их малости. Подставляем значение $\cos \beta$ в формулу для перемещения S_C

$$S_C = r(1 - \cos \varphi) + r^2/2l \cdot \sin^2 \varphi = r[1 - \cos \varphi + \lambda/2 \cdot \sin^2 \varphi].$$

Последовательно дифференцируя, получим скорость ползуна $V_C = dS/dt = dS/d\varphi \cdot d\varphi/dt = \omega_1 \cdot r[\sin \varphi + \lambda/2 \cdot 2\sin \varphi \cdot \cos \varphi] = \omega \cdot r[\sin \varphi + \lambda/2 \cdot 2\sin \varphi]$.

Линейное ускорение ползуна

$$a_C = dV/dt = dV/d\varphi \cdot d\varphi/dt = r \cdot \omega^2[\cos \varphi + \lambda \cdot \cos 2\varphi].$$

Угловая скорость и угловое ускорение шатуна BC

$$\omega_{BC} = d\beta/dt; \varepsilon_{BC} = d^2\gamma/dt^2.$$

Пример 3.2. Найти основные кинематические характеристики для кривошипно-кулисного механизма (рис. 3.4), если известны длины звеньев $l_{AB} = l_1$; $l_{CD} = l_3$ и расстояние между стойками A и C $l_{AC} = l_6$.

Решение. Для получения основных кинематических характеристик выберем систему координат C_{xy} с началом в точке C , совместив ось x с осью суппорта 5, в качестве начального звена примем кривошип 1, а его угол поворота φ_1 , отсчитываемый от направления оси x , – в качестве обобщенной координаты. Ось y совместим с осью стоек A и C .

Найдем сначала функцию положения $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1)$ звена 3, для этого напишем условия замкнутости контура $CABC$ по методу В. А. Зиновьева

$$l_{CA} + l_{AB} = l_{CB}. \quad (3.21)$$

Уравнения проекций на осях x и y запишутся так:

$$l_1 \cdot \cos \varphi_1 = l_{CB} \cdot \cos \varphi_3; \quad (3.22)$$

$$l_6 + l_1 \cdot \sin \varphi_1 = l_{CB} \cdot \sin \varphi_3. \quad (3.23)$$

Определив из (3.22) значение l_{CB} и поставив его в (3.23), получим после преобразований

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = (\sin \varphi_1 + \lambda)/\cos \varphi_1, \quad (3.24)$$

где $\lambda = l_6/l_1$ – коэффициент кулисы 3.

Уравнение (3.24) представляет собой функцию положения кулисы.

Рассмотрим теперь замкнутый контур $CEDC$. Условие его замкнутости $l_{CE} + l_{ED} = l_{CD}$

или в проекциях на ось x

$$S_5 = l_5 \cdot \cos \varphi_3, \quad (3.25)$$

где S_5 – расстояние точки D суппорта 5 от оси y .

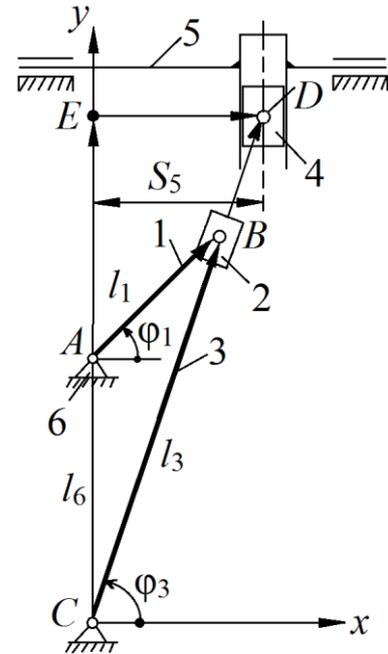


Рис. 3.4. Кинематическая схема механизма

Подставим в (3.25) значение φ_3 из (3.24)

$$S_5 = \frac{l_3 \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + 2\lambda \sin \varphi_1 + \lambda^2}}. \quad (3.26)$$

Дифференцируя уравнение (3.26) по обобщенной координате φ_1 , получим аналог линейной скорости суппорта 5

$$\frac{dS_5}{d\varphi_1} = -l_3 \left[\frac{\sin \varphi_1 (1 + 2\lambda \sin \varphi_1 + \lambda^2) + \lambda \cos^2 \varphi_1}{\sqrt{(1 + 2\lambda \sin \varphi_1 + \lambda^2)^3}} \right].$$

После повторного дифференцирования получаем аналог углового ускорения суппорта 5

$$\frac{d^2 S_5}{d\varphi_1^2} = l \cos \varphi_1 \left[\frac{(3\lambda \sin \varphi_1 - 1)(1 + 2\lambda \sin \varphi_1 + \lambda^2) + 3\lambda^3 \cos \varphi_1}{\sqrt{(1 + 2\lambda \sin \varphi_1 + \lambda^2)^5}} \right].$$

3.6. Графоаналитический метод кинематического исследования механизмов (метод планов)

Этот метод более простой, его основателем считают О. Mohr в 1870 г. Основан на непосредственном геометрическом построении совмещённых положений (от 6 до 24) механизма. Он позволяет наглядно представить движение его звеньев и заданных точек. При этом на чертеже отображаются действительная форма этих траекторий, действительные значения углов, составляемых звеньями, а следовательно, и действительная конфигурация механизма в соответствующие мгновения времени. Всё это даёт возможность наглядного суждения о движении звеньев механизма и заданных точек. При решении задачи этим способом различные параметры движения и схемы механизмов изображаются на чертежах условно при помощи масштабов. Графически может быть отображена любая величина (длина звена, скорость, ускорение и т. д.). Применяется так называемый *масштабный коэффициент* какой-либо физической величины, под которым следует понимать отношение значения этой физической величины к длине отрезка в миллиметрах, которым эта физическая величина изображается. Масштабный коэффициент показывает цену одного миллиметра

$$\mu_{\text{физ.вел}} = \text{физ.вел.} / \text{длина в миллиметрах},$$

тогда размерности масштабных коэффициентов будут

$\mu_l = \dots [м/мм]$ – масштаб длин; $\mu_v = \dots [(м/с)/мм]$ – масштаб скоростей;

$\mu_a = \dots[(\text{м}/\text{с}^2)/\text{мм}]$ – масштаб ускорений. Недостаток метода – невысокая точность, которая зависит от точности графических построений.

Рассмотрим несколько примеров графоаналитического метода исследования механизмов. Как уже отмечалось, при определении скоростей и ускорений звеньев механизма должны быть известны законы движения входных звеньев, например, звено 1 (рис. 3.5). Тогда, используя известные из курса теоретической механики соотношения, можно последовательно найти скорости и ускорения всех присоединённых структурных групп.

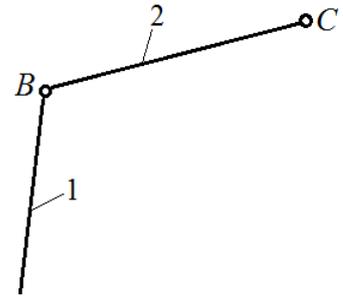


Рис. 3.5. Кинематическая пара

Напомним те положения курса теоретической механики, которые могут быть использованы при построении планов скоростей и ускорений. Плоскопараллельное движение звена как твёрдого тела может быть представлено состоящим из поступательного движения со скоростью какой-либо точки этого звена, принятой за полюс, и вращательного движения вокруг полюса. Если точки B и C принадлежат одному звену (на рис. 3.5 звену 2), то скорости этих точек V_B и V_C связаны векторным уравнением

$$V_C = V_B + V_{CB}, \quad (3.27)$$

где V_{CB} – скорость точки C относительно точки B , вектор которой направлен перпендикулярно линии BC в сторону, соответствующую направлению угловой скорости ω_2 звена 2.

Величина относительной скорости V_{CB} и угловая скорость ω_2 связаны соотношением

$$V_{CB} = \omega_2 \cdot l_{BC},$$

где l_{BC} – расстояние между точками B и C .

Соотношение между ускорениями a_B и a_C

$$a_C = a_B + a_{CB}, \quad (3.28)$$

где a_{CB} – ускорение точки C относительно точки B .

Поскольку относительное движение точки C криволинейно, ускорение a_{CB} раскладывается на нормальную a_{CB}^n и тангенциальную a_{CB}^τ составляющие $a_{CB} = a_{CB}^n + a_{CB}^\tau$.

Вектор a_{CB}^n имеет направление по линии BC от точки C к точке B и величина его $a_{CB}^n = V_{CB}/l_{BC} = \omega_2^2 \cdot l_{BC}$.

Вектор a_{CB}^τ направлен перпендикулярно линии CB в соответствии с направлением углового ускорения ε_2 и величина $a_{CB}^\tau = \varepsilon_2 \cdot l_{BC}$.

После разложения вектора a_{CB} на составляющие a_{CB}^n и a_{CB}^t уравнение (3.28) имеет вид

$$a_C = a_B + a_{CB}^n + a_{CB}^t. \quad (3.29)$$

При необходимости установить зависимость между скоростями и ускорениями двух точек, принадлежащих различным звеньям плоского механизма, следует учитывать вид связей, накладываемых на эти звенья соединяющими их кинематическими парами. Так, если два звена механизма образуют низшую вращательную кинематическую пару (см. рис. 3.5), то они имеют одну общую точку – ось вращения, скорость которой может рассматриваться одновременно принадлежащей как одному, так и другому звену. Для схемы на рис. 3.5, например, $a_{B1} = a_{B2}$. То же можно сказать и об ускорениях оси вращательной кинематической пары $a_{B1} = a_{B2}$.

Если два звена образуют поступательную кинематическую пару

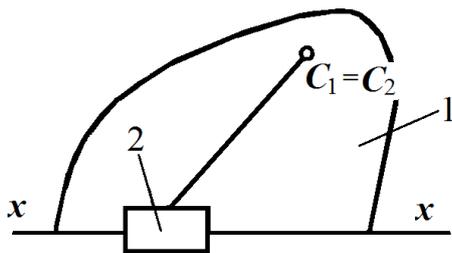


Рис. 3.6. Поступательная кинематическая пара

(рис. 3.6), то необходимые зависимости можно установить на основе закономерности сложного движения точки. Движение точки C_2 звена 2 можно рассматривать как сложное, состоящее из переносного движения вместе с точкой C_1 звена 1, которая совмещена с точкой C_2 , и движения относительно этой точки.

Тогда в соответствии с теоремой о сложении скоростей можно написать такое уравнение, связывающее скорости точек C_2 и C_1 :

$$V_{C2} = V_{C1} + V_{C2C1}, \quad (3.30)$$

где V_{C2C1} – скорость движения звена 2 относительно звена 1, направленная параллельно направляющей $x - x$. Ускорение a_{C2} точки C_2 в соответствии с теоремой Кориолиса можно выразить равенством

$$a_{C2} = a_{C1} + a_{C2C1} + a_{C2C1}^k, \quad (3.31)$$

где a_{C1} – ускорение точки C_1 в переносном движении; a_{C2C1} – ускорение точки C_2 относительно точки C_1 ; a_{C2C1}^k – ускорение Кориолиса.

В общем случае криволинейного движения относительное ускорение a_{C2C1} состоит из двух составляющих: нормальной a_{C2C1}^n и танген-

циальной $a_{C_2C_1}^{\tau}$. Но в случае, показанном на рис. 3.6, относительное движение прямолинейно, и, следовательно, составляющая $a_{C_2C_1}^n = 0$. Таким образом, уравнение (3.31) принимает вид

$$a_{C_2} = a_{C_1} + a_{C_2C_1}^{\tau} + a_{C_2C_1}^k. \quad (3.32)$$

Составляющая $a_{C_2C_1}^{\tau}$ имеет направление, параллельное $x - x$. Величина составляющей Кориолиса равна $a_{C_2C_1}^k = 2\omega_1 \cdot V_{C_2C_1}$, где ω_1 – угловая скорость звена 1.

Чтобы определить направление вектора Кориолисовой составляющей, необходимо вектор относительной скорости $V_{C_2C_1}$ повернуть на 90° в направлении угловой скорости ω_1 . Направление вектора $a_{C_2C_1}^k$ совпадает с направлением перевёрнутого таким образом вектора $V_{C_2C_1}$. Используя перечисленные соотношения, можно связать неизвестные величины скоростей и ускорений с известными и определить искомые параметры. Графическое построение для решения векторных уравнений называется планом.

При построении планов скоростей и ускорений необходимо учитывать следующие их особенности и свойства:

1. Векторы, исходящие из полюса, изображают в одинаковом масштабе абсолютные скорости (ускорения) соответствующих точек звеньев механизма. Точки планов скоростей и ускорений, соответствующие неподвижным точкам механизма, находятся в полюсе.

2. Векторы, соединяющие концы векторов абсолютных скоростей (ускорений), изображают величины и направления соответствующих относительных скоростей (ускорений).

3. Векторы относительных скоростей (ускорений) каких-либо точек одного звена образуют на плане скоростей (ускорений) фигуру, подобную той, которую эти точки образуют на звене.

При этом на планах скоростей стороны подобных фигур повёрнуты на 90° , а на планах ускорений – на угол α , равный $\alpha = \arctg(\varepsilon/\omega^2)$, где ω – угловая скорость звена; ε – угловое ускорение звена. Вершины подобных фигур на планах скоростей и ускорений должны быть расположены сходственно с фигурой на звене, т. е. при обходе фигур в каком-либо определённом направлении (например, по направлению движения часовой стрелки) вершины должны встречаться в одном и том же порядке.

Пример 3.3. Построить план скоростей для звеньев структурной группы II класса первого вида в положении, показанном на рис. 3.7, в масштабе $\mu_l = 0,01$ м/мм, если известны скорости V_B и V_D внешних кинематических пар B и D $V_B = 4,6$ м/с, $V_D = 3,7$ м/с.

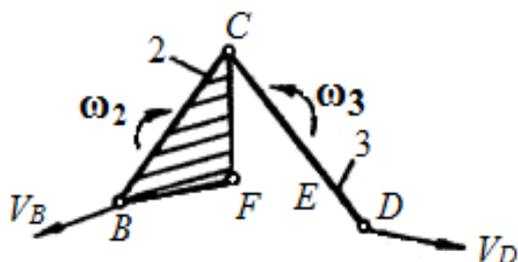


Рис. 3.7. Структурная группа

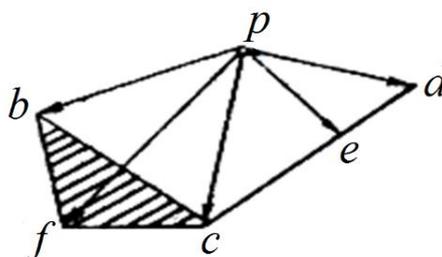


Рис. 3.8. План скоростей

Решение. Определим сначала скорость V_C внутренней кинематической пары C . Эта скорость может быть выражена через известные скорости V_B и V_D при помощи уравнений

$$V_C = V_B + V_{CB}, \quad (3.33)$$

$$V_C = V_D + V_{CD}. \quad (3.34)$$

Приравняв правые части уравнения (3.33) и (3.34), получим

$$V_B + V_{CB} = V_D + V_{CD}. \quad (3.35)$$

В векторном уравнении (3.35) неизвестны только величины (модули) относительных скоростей V_{CB} и V_{CD} , которые определим из плана скоростей. Задавшись масштабом плана скоростей $\mu_v = 0,2$ мс⁻¹/мм, определим длины векторов pb и pd , которые изображают на плане скоростей V_B и V_D ; $pb = V_B / \mu_v = 4,6 / 0,2 = 23$ мм; $pd = V_D / \mu_v = 3,7 / 0,2 = 18,6$ мм.

Найденные длины векторов pb и pd отложим от полюса p плана скоростей (рис. 3.8) по заданным на рис. 3.7 направлениям векторов V_B и V_{CD} .

В соответствии с уравнением (3.35) через точку b плана проведём направление относительной скорости V_{CB} , перпендикулярное линии CB на рис. 3.7, а через точку d – направление относительной скорости V_{CD} , перпендикулярное линии CD . Точка C пересечения этих двух направлений определит длину векторов bc и dc , изображающих в выбранном масштабе μ_v плана относительные скорости V_{CB} и V_{CD} . Соединив точку C с полюсом p плана, находим величину скорости точки C

$$V_C = \mu_v (pc) = 0,2 \cdot 23 = 4,6 \text{ м/с.}$$

Аналогично определяются величины относительных скоростей V_{CB} и V_{CD} , м/с,

$$V_{CB} = \mu_V(cb) = 0,2 \cdot 23 = 4,6,$$

$$V_{CD} = \mu_V(cd) = 0,2 \cdot 29 = 5,8.$$

Стрелки на векторах cb и cd следует поставить в соответствии с векторным уравнением (3.35). При принятой форме обозначения относительных скоростей вектор относительной скорости направлен к той точке, которая стоит первой в индексе скорости.

Найденные значения относительных скоростей V_{CB} и V_{CD} могут быть использованы для определения угловых скоростей звеньев 2 и 3 (см. рис. 3.7), c^{-1} ,

$$\omega_2 = V_{CB}/l_{CB} = V_{CB}/\mu_l(BC) = 4,6/0,01 \cdot 20 = 23,1,$$

$$\omega_3 = V_{CD}/l_{CD} = V_{CD}/\mu_l(CD) = 5,8/0,01 \cdot 24 = 24,2.$$

Для определения угловых скоростей надо условно перенести векторы V_{CB} и V_{CD} в точку C и тогда станет очевидным, что звено 2 вращается по направлению вращения часовой стрелки, а звено 3 в противоположном направлении.

После того как для каждого звена рассматриваемой схемы на плане скоростей получены векторы скоростей каких-либо двух точек, задача построения плана может считаться решённой, поскольку, если потребуется найти ещё скорость какой-либо третьей точки, то это легко может быть сделано методом подобия. Чтобы найти на плане скоростей скорость V_F точки F звена 2 (см. рис. 3.7), надо на векторе bc плана скоростей (см. рис. 3.8) построить треугольник bcf , подобный треугольнику BCF и сходственно расположенный. Тогда скорость V_F будет определяться на плане скоростей вектором pf

$$V_F = \mu_V(pf) = 0,2 \cdot 2,9 = 5,8 \text{ м/с.}$$

Определим теперь скорость V_E точки E звена 3 (см. рис. 3.7). Поскольку точки C, E, D лежат на одной линии CD , концы векторов абсолютных скоростей этих точек на плане скоростей также должны лежать на одной линии cd плана (см. рис. 3.8). Положение точки e на плане скоростей определится из пропорции

$$de/dc = DE/DC \rightarrow de = (dc)DE/DC = 29 \cdot 9/24 = 11 \text{ мм.}$$

Соединив точку e с полюсом p плана скоростей, находим направление и величину скорости точки E $V_E = \mu_V(pe) = 0,2 \cdot 15 = 3 \text{ м/с.}$

Пример 3.4. Для звеньев структурной группы, рассмотренной в предыдущем примере, построить план ускорений, если известны ускорения $a_B = 160 \text{ м/с}^2$ и $a_D = 220 \text{ м/с}^2$ внешних кинематических пар B и D , направления которых показаны на рис. 3.9.

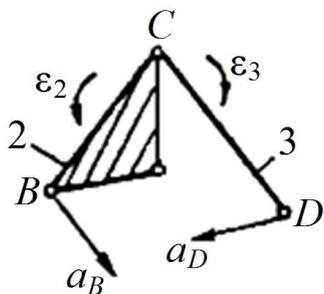


Рис. 3.9. Кинематические пары

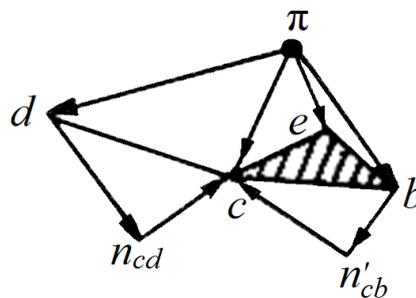


Рис. 3.10. План ускорений

Решение. Определим сначала ускорение a_C точки C . По аналогии с уравнением (3.29), это ускорение может быть выражено так:

$$a_C = a_B + a_{CB}^n + a_{CB}^\tau, \quad (3.36)$$

$$a_C = a_D + a_{CD}^n + a_{CD}^\tau, \quad (3.37)$$

где a_{CB}^n – вектор нормальной составляющей точки C относительно точки B , направленный параллельно BC ; a_{CD}^n – вектор нормальной составляющей точки C относительно точки D , направленный параллельно DC .

Используя найденные в предыдущем примере значения V_{CB} и l_{CB} , найдём числовое значение a_{CB}^n

$$a_{CB}^n = V_{CB}^2 / l_{CB} = V_{CB}^2 / \mu_l(BC) = 4,6^2 / 0,01 \cdot 20 = 106 \text{ м/с}^2$$

и, учитывая найденные значения V_{CD} и l_{CD} , определим

$$a_{CD}^n = V_{CD}^2 / l_{CD} = V_{CD}^2 / \mu_l(CD) = 5,8^2 / 0,01 \cdot 24 = 140 \text{ м/с}^2.$$

Значения a_{CB}^n и a_{CD}^n можно найти также и через угловые скорости звеньев $a_{CB}^n = \omega_2^2 \cdot l_{CB}$, $a_{CD}^n = \omega_2^2 \cdot l_{CD}$.

Тангенциальные составляющие a_{CB}^τ и a_{CD}^τ ускорений точки C относительно точек B и D в уравнениях (3.36) и (3.37) известны только по направлениям: первая из них перпендикулярна CB , а вторая перпендикулярна CD .

Выбрав на плоскости положение полюса π плана ускорений (рис. 3.10), отложим от него в соответствии с уравнением (3.36) век-

торы πb и bn_{CB} , изображающие в масштабе $\mu_a = 8,8 \text{ мс}^{-2}/\text{мм}$ векторы a_B и a_{CB} , тогда можно определить числовые значения, мм,

$$\pi b = a_B / \mu_a = 160/8,8 = 18,$$

$$bn_{CB} = a_{CB}^n / \mu_a = 106/8,8 = 12.$$

Величина вектора a_{CB}^{τ} пока неизвестна, поэтому через конец вектора bn_{CB} на плане ускорений (см. рис. 3.10) проведём известное направление этой составляющей. Аналогично отложим от полюса π векторы πd и dn_{CD} , изображающие в выбранном масштабе μ_a векторы a_{CD}^n и a_D уравнения (3.37), мм,

$$\pi d = a_D / \mu_a = 220/8,8 = 25,$$

$$dn_{CD} = a_{CD}^n / \mu_a = 140/8,8 = 16.$$

Далее через точку n_{CD} проведём известное направление тангенциальной составляющей a_{CD}^{τ} . Так как правые части уравнений (3.36) и (3.37) равны, а начала векторов πb и πd совпадают, должны совпадать и концы векторов, изображающих на плане ускорений величины тангенциальных составляющих a_{CB}^{τ} и a_{CD}^{τ} .

Следовательно, точка C пересечения направления этих составляющих и определит их величины, м/с^2 ,

$$a_{CB}^{\tau} = \mu_a (n_{CB}C) = 8,8 \cdot 14 = 123,2,$$

$$a_{CD}^{\tau} = \mu_a (n_{CD}C) = 8,8 \cdot 11 = 96,8.$$

Соединив точку C с полюсом π , находим её ускорение

$$a_C = \mu_a (\pi C) = 8,8 \cdot 14 = 123,2 \text{ м/с}^2.$$

Если соединить точку C с точками b и d , получим векторы cb и cd , изображающие в масштабе μ_a векторы полных относительных ускорений a_{CB} и a_{CD} , м/с^2 ,

$$a_{CB} = \mu_a (cb) = 8,8 \cdot 16 = 140,8,$$

$$a_{CD} = \mu_a (cd) = 8,8 \cdot 20 = 176.$$

После определения величин a_{CB}^{τ} и a_{CD}^{τ} можно найти угловые ускорения ε_2 и ε_3 звеньев 2 и 3, с^{-2} ,

$$\varepsilon_2 = a_{CB}^{\tau} / l_{CB} = a_{CB}^{\tau} / \mu_l (BC) = 123,2/0,01 \cdot 20 = 616,$$

$$\varepsilon_3 = a_{CD}^{\tau} / l_{CB} = a_{CD}^{\tau} / \mu_l (CD) = 96,8/0,01 \cdot 24 = 403.$$

Для определения направлений угловых ускорений надо условно перенести направления тангенциальных составляющих a_{CB}^{τ} и a_{CD}^{τ} в

точку C , тогда очевидно, что на рис. 3.9 угловое ускорение ε_2 направлено против хода часовой стрелки, а ускорение ε_3 – по ходу.

Методом подобия определим ускорение точки E звена 2. Для этого на отрезке bc плана ускорений построим треугольник bce , подобный треугольнику BCE (см. рис. 3.9). Величины отрезков недостающих сторон треугольника bce на рис. 3.10 определяют из пропорций, мм,

$$be/bc = BE/BC \Rightarrow be = (bc)BE/DC = 23 \cdot 13/21 = 14,$$

$$ce/bc = CE/BC \Rightarrow ce = (bc)CE/BC = 23 \cdot 14/21 = 15.$$

Сделав из точек b и c засечки радиусами be и ce с учётом обеспечения сходственности расположения вершин подобных треугольников, найдём положение точки e , соединив её с полюсом π , находим направление и величину ускорения a_E $a_E = \mu_a(\pi l) = 8,8 \cdot 9 = 79,2 \text{ м/с}^2$.

Пример 3.5. Для кривошипно-шатунного механизма заданы кинематическая схема и размеры его звеньев l_{AB} и l_{BC} , а также угловая скорость кривошипа $\omega_1 = \text{const}$ (рис. 3.11, а).

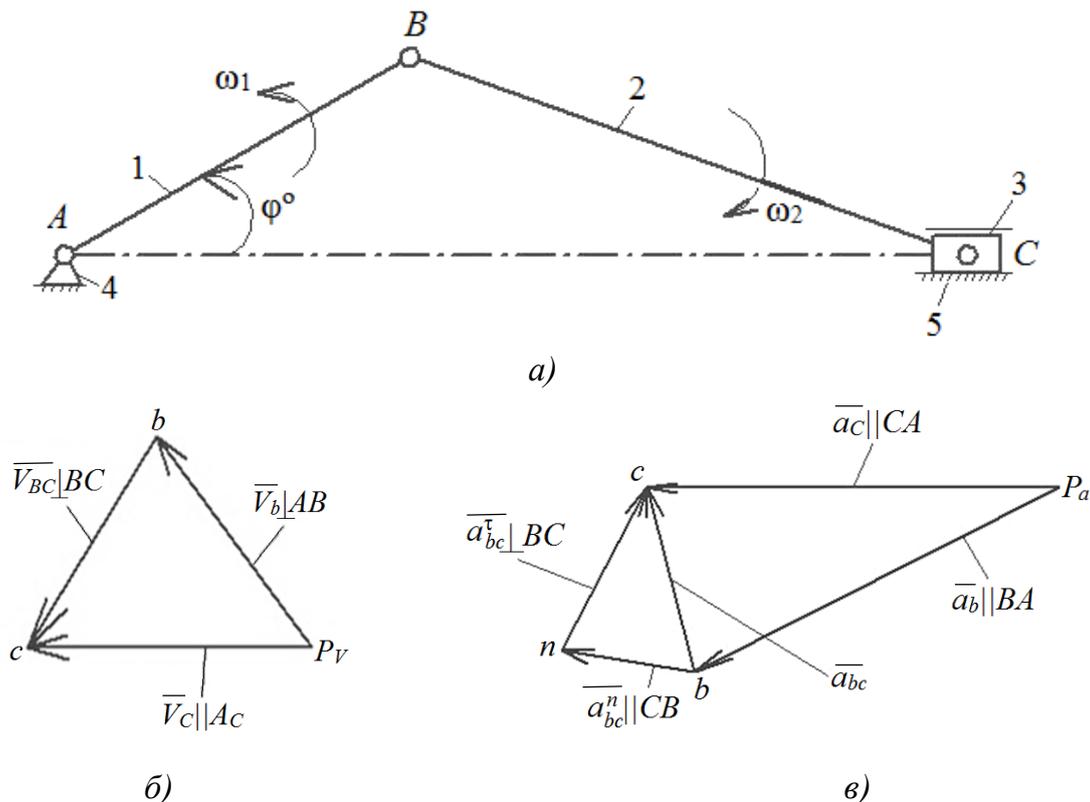


Рис. 3.11. Построение планов скоростей и ускорений кривошипно-шатунного механизма: а – кинематическая схема механизма (1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун; 4 – стойка; 5 – направляющая); б – план скоростей; в – план ускорений

План скоростей кривошипно-ползунного механизма начинают строить после построения плана механизма в заданном положении в выбранном масштабе длин μ_l . Планом скоростей называется фигура, образованная векторами скоростей различных точек механизма, проведёнными из одной точки, называемой полюсом, которая обозначается латинской буквой P с индексом V и изображается в любом месте чертежа. Существенным в этом определении является то, что из полюса проводятся абсолютные векторы скоростей, т. е. векторы скоростей точек относительно неподвижной системы координат, связанной со стойкой. Если на плане скоростей требуется отложить вектор абсолютной скорости, то его надо проводить из полюса. Если на плане скоростей найдена какая-то точка, то, чтобы найти вектор её абсолютной скорости, следует этот вектор провести из полюса в эту точку. Векторы относительных скоростей могут соединять концы векторов абсолютных скоростей.

Масштаб плана скоростей для заданного механизма определяют по формуле

$$\mu_v = V_B / P_v b, \text{ (м/с)/мм,}$$

где $V_B = \omega_1 \cdot l_{AB}$ – скорость точки B , м/с; $P_v b$ – вектор скорости точки B , длина которого выбирается произвольно.

На рис. 3.11, б показано построение плана скоростей для заданного положения механизма.

Скорость точки C (ползуна) находят из векторного уравнения

$$V_C = V_B + V_{BC},$$

где V_C – вектор полной (абсолютной) скорости ползуна 3 должен быть параллельным направлению его поступательного движения; V_B – вектор скорости точки B направлен перпендикулярно прямой AB кривошипа 1 в сторону вращения кривошипа на плане механизма; V_{BC} – вектор скорости точки C при вращении вокруг B имеет направление, перпендикулярное прямой BC на плане механизма.

Для построения плана скоростей сначала из полюса P_v (рис. 3.11, б) проводят вектор скорости точки B перпендикулярно звену AB , т. е. векторный отрезок $P_v b$. Затем через точку b проводят перпендикуляр к прямой BC плана механизма и через полюс P_v – прямую, параллельную движению ползуна 3. На пересечении этих двух прямых получается точка c . Направления векторов скоростей обозначают стрелками. Действительная скорость ползуна $V_C = (P_v c)\mu_v$, м/с. Действительные значения линейной скорости V_{BC} и угловой скорости шатуна BC $V_{BC} = (bc)\mu_v$, м/с; $\omega_2 = V_{BC}/l_{BC}$, с⁻¹.

Направление угловой скорости ω_2 шатуна BC определяют следующим образом. Вектор скорости V_{BC} условно переносится в точку C плана механизма. Куда он будет вращать шатун относительно точки B , в ту сторону и направлена угловая скорость ω_2 шатуна.

Построение плана ускорений кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.11, в). Планом ускорений механизма называется фигура, образованная векторами ускорений различных точек механизма, проведёнными из одной точки, называемой полюсом. Обычно полюс обозначают латинской буквой P с индексом a . Из полюса проводят абсолютные векторы ускорений, т. е. векторы ускорений точек относительно неподвижной системы координат и системы координат, связанной со стойкой. Векторы относительных ускорений могут соединять концы векторов абсолютных ускорений.

Свойства планов ускорений:

1. Отрезки планов ускорений, проходящие через полюс, изображают абсолютные ускорения. Направление абсолютных ускорений всегда получается от полюса. В конце векторов абсолютных ускорений принято ставить малую букву той буквы, которой обозначена соответствующая точка на плане механизма.

2. Отрезки плана ускорений, соединяющие концы векторов абсолютных ускорений, обозначают относительные ускорения.

3. Концы векторов абсолютных ускорений точек механизма, жестко связанных между собой, на плане ускорений образуют фигуры, подобные, сходственно расположенные и повернутые на угол $180^\circ - \varphi$ относительно расположения их на плане механизма.

4. Постоянные неподвижные точки механизма имеют соответствующие им точки плана ускорений, расположенные в полюсе.

План ускорений строят после того, как будет составлено векторное уравнение ускорения точки C

$$a_C = a_B + a_{BC}^n + a_{BC}^\tau,$$

где a_B – ускорение точки B , его величину и направление можно определить, используя векторное уравнение ускорения точки B относительно оси A вращения кривошипа: $a_B = a_A + a_{BA}$, причём ускорение точки B относительно A можно разложить на две составляющие – нормальное ускорение a_{AB}^n и касательное ускорение a_{AB}^τ , т. е. $a_{AB} = a_{AB}^n + a_{AB}^\tau$.

Уравнение ускорения точки B можно записать в виде $\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_{AB}^n$. Величину нормальной составляющей ускорения (нормальное ускорение) рассчитывают по формуле $a_{AB}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AB}$ (его вектор направлен от точки B к точке A).

Затем вычисляют нормальное ускорение точки C относительно B по формуле $a_{BC}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BC}$ (его вектор направлен от C к B). Касательное ускорение точки C относительно точки B по величине неизвестно, а его вектор направлен перпендикулярно звену BC .

Масштаб плана ускорений выбирается по формуле

$$\mu_a = a_{AB}^n / P_a b, (\text{м/с}^2)/\text{мм},$$

где $P_a b$ – вектор ускорения точки B на плане ускорений, величина которого выбирается произвольно.

Величину нормального ускорения a_{BC}^n переводят масштабом μ_a в векторный отрезок длиной $\mathbf{an}_2 = a_{BC}^n / \mu_a$, мм.

Затем строят план ускорений (см. рис. 3.11, в). Из произвольно выбранного полюса P_a параллельно кривошипу AB механизма проводят вектор ускорения \mathbf{a}_{AB}^n , длина которого $P_a b$ была выбрана произвольно при расчёте масштаба μ_a . Из конца этого вектора (точки b) проводят вектор ускорения \mathbf{a}_{BC}^n длиной \mathbf{an}_2 , который должен быть параллелен отрезку BC плана механизма и направлен от точки C к B . Перпендикулярно ему через точку n_2 проводят вектор \mathbf{a}_{BC}^{τ} , неизвестный по величине, до пересечения с прямой, проведённой через полюс P_a параллельно линии движения ползуна 3. Полученная точка c их пересечения определяет величину и направление векторов ускорений \mathbf{a}_{BC}^{τ} и \mathbf{a}_C

$$\mathbf{a}_{BC}^{\tau} = (n_2 c) \mu_a \text{ и } \mathbf{a}_C = (bc) \mu_a, \text{ м/с}^2.$$

Угловую скорость шатуна можно определить по формуле

$$\omega_2 = V_{BC} / l_{BC}, \text{ с}^{-1}.$$

Угловое ускорение шатуна

$$\varepsilon_2 = a_{BC}^{\tau} / l_{BC} = (n_2 c) \mu_a / l_{BC}, \text{ с}^{-2},$$

где $n_2 c$ – длина вектора на плане ускорений, изображающего касательное ускорение \mathbf{a}_{BC}^{τ} .

Для определения направления вектора углового ускорения шатуна ε_2 необходимо вектор касательного ускорения \mathbf{a}_{BC}^{τ} условно перенести в точку C плана механизма. Куда он будет вращать шатун относительно точки B , в ту сторону и направлено ускорение ε_2 шатуна.

Рассмотрим кулисный механизм, кинематическая схема которого изображена на рис. 3.12, а. Чтобы построить *план скоростей*, необходимо составить векторное уравнение скоростей. При этом следует иметь в виду, что точка A_1 (рис. 3.12, б), принадлежащая кривошипу 1, и точка A_2 , принадлежащая ползуну 2 и совпадающая на плане механизма с точкой A_1 , вращаются вокруг оси O с одинаковыми линейными и угловыми скоростями $V_{A1} = V_{A2}$ и $\omega_1 = \omega_2$. Если задана величина ω_1 , то величину линейной скорости можно рассчитать по формуле $V_{A1} = V_{A2} = \omega_1 \cdot l_{OA}$, м/с.

Векторы скоростей V_{A1} и V_{A2} направлены перпендикулярно радиусу OA_1 . Скорость точки A_3 , принадлежащей кулисе 3, можно найти по векторному уравнению скоростей:

$$V_{A3} = V_{A2} + V_{A3A2},$$

где V_{A3A2} – вектор скорости точки A_3 кулисы относительно точки A_2 ползуна, параллельный прямой A_1B плана механизма.

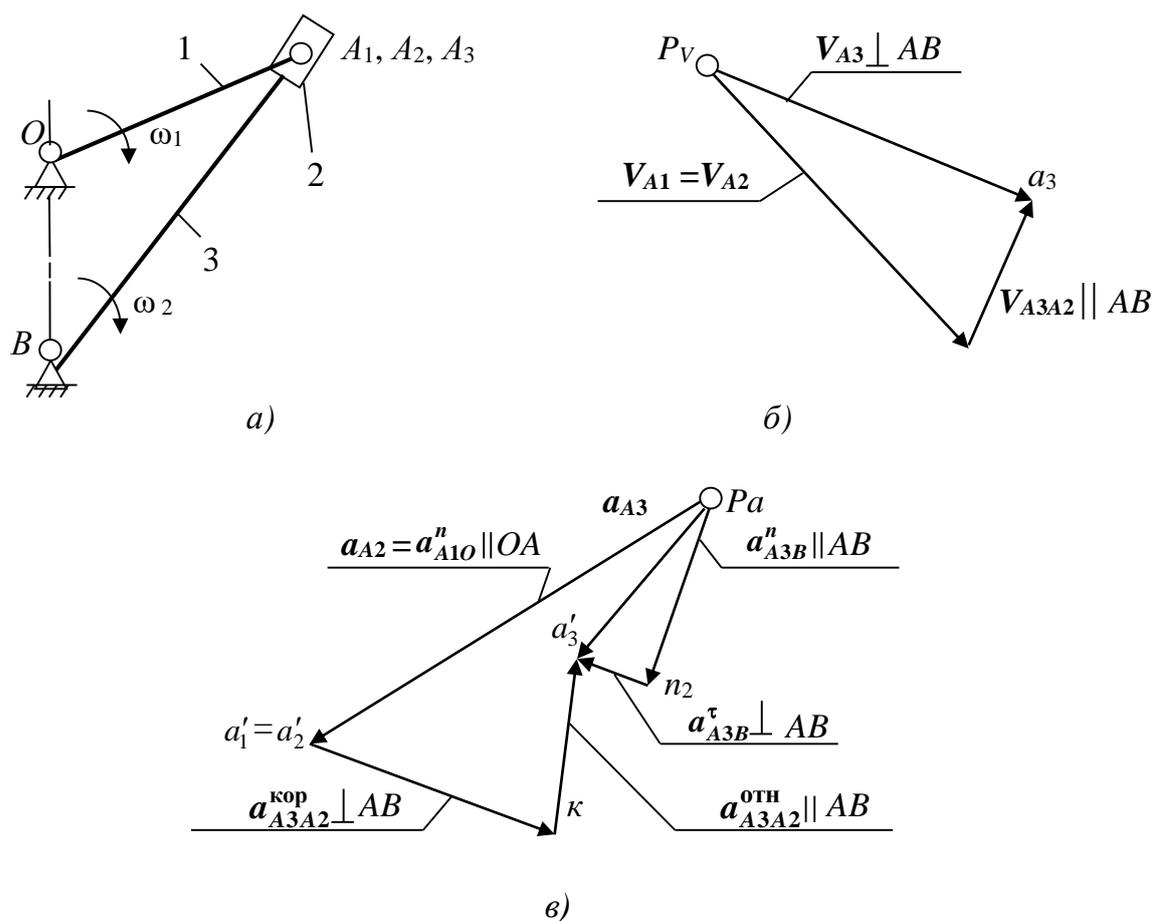


Рис. 3.12. Построение планов скоростей и ускорений кулисного механизма:
а – кинематическая схема; б – план скоростей; в – план ускорений

После выбора масштаба плана скоростей μ_v (см. предыдущие примеры механизмов) строят план скоростей. Из полюса P_V (см. рис. 3.12, б) перпендикулярно звену OA плана механизма проводят вектор скорости V_{A1} , совпадающий с вектором скорости V_{A2} (см. рис. 3.12, б, вектор $pv a_1$). Через точку a_1 проводят прямую, параллельную прямой A_1B , а через полюс P_V – прямую, перпендикулярную A_1B . На их пересечении получают точку a_3 и наносят направление векторов (стрелки), руководствуясь векторным уравнением скоростей.

Вычисляем величины скоростей, м/с,

$$V_{A3} = (pv a_3)\mu_v,$$

$$V_{A3A2} = (a_1 a_3)\mu_v,$$

где $pv a_3$ и $a_1 a_3$ – длины векторов, измеренные на плане скоростей.

Угловую скорость кулисы 3 вычисляют по формуле $\omega_3 = V_{A3}/l_{A1B}$, c^{-1} .

Для построения плана ускорений составляют векторные уравнения:

$$\mathbf{a}_{A3} = \mathbf{a}_{A2} + \mathbf{a}_{A3A2}^{\text{кор}} + \mathbf{a}_{A3A2}^{\text{отн}},$$

$$\mathbf{a}_{A3} = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{A3B}^n + \mathbf{a}_{A3B}^{\tau},$$

где \mathbf{a}_{A2} – ускорение ползуна; $\mathbf{a}_{A3A2}^{\text{кор}}$ – ускорение Кориолиса точки A_3 относительно A_2 (возникает тогда, когда есть относительное движение двух точек с одновременным вращением их вокруг какой-либо оси; в данном случае точка A_3 движется относительно A_2 , вместе они вращаются вокруг неподвижной точки B ; направление вектора $\mathbf{a}_{A3A2}^{\text{кор}}$ определяется так: необходимо условно повернуть вектор скорости V_{A3A2} по направлению вращения кулисы 3 – это и будет направление ускорения Кориолиса); $\mathbf{a}_{A3A2}^{\text{отн}}$ – относительное ускорение точки A_3 относительно A_2 (его вектор параллелен A_3B); \mathbf{a}_B – ускорение точки B ($a_B = 0$, так как точка B неподвижна); \mathbf{a}_{A3B}^n – нормальное ускорение точки A_3 относительно B (направление вектора от A_3 к точке B); \mathbf{a}_{A3B}^{τ} – тангенциальное ускорение точки A_3 относительно B (вектор направлен перпендикулярно A_3B).

Ускорение Кориолиса и нормальные ускорения, m/c^2 ,

$$\mathbf{a}_{A3A2}^{\text{кор}} = 2\omega_3 \cdot V_{A3A2},$$

$$\mathbf{a}_{A2} = \mathbf{a}_{A1O}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA},$$

$$\mathbf{a}_{A3B}^n = \omega_1^2 \cdot l_{A3B}.$$

Масштаб плана ускорений

$$\mu_a = \mathbf{a}_{A2}/pv a'_2, (m/c^2)/mm,$$

где pa_2' – длина вектора, изображающего ускорение a_{A2} на плане ускорений; она выбирается произвольно с таким расчётом, чтобы будущий план ускорений разместился на отведённом месте чертежа и масштаб был удобен для использования в дальнейших расчётах.

Остальные известные величины ускорений переводятся масштабом в векторные отрезки соответствующих длин

$$a_2'k = a_{A3A2}^{\text{кор}}/\mu_a, \quad pa_2n_2 = a_{A3A2}^n/\mu_a, \text{ мм.}$$

Затем строим *план ускорений* (см. рис. 3.12, в). Из произвольно выбранного полюса – точки P_a – проводят вектор ускорения a_{A10}^n с длиной Pa_2' , из точки a_2' перпендикулярно A_2B – вектор ускорения $a_{A3A2}^{\text{кор}}$ с длиной $a_2'k$. Через точку k проводят прямую, перпендикулярную этому вектору. Таким образом, будет выполнено графическое изображение первого векторного уравнения ускорений из двух ранее составленных. Затем приступают к построению второго векторного уравнения. Из полюса pa параллельно прямой A_3B проводят вектор ускорения a_{A3B}^n длиной pa_2n_2 , а через точку n_2 – перпендикулярную ему прямую до пересечения с прямой, проведённой ранее через точку k . На пересечении этих прямых получается точка a_3' . Вектор, соединяющий точки P_a и a_3' , – полное ускорение a_{A3} точки A_3 .

Угловое ускорение кулисы 3

$$\varepsilon_3 = a_{A3B}^{\tau}/l_{A3B} = (n_2a_3')\mu_a/l_{A3B} \cdot \mu_1, \text{ с}^{-1},$$

где n_2a_3' – длина вектора, изображающего на плане ускорений тангенциальное ускорение точки A_3 .

Направление углового ускорения определяется, как и в предыдущем примере (для кривошипно-ползунного механизма), по направлению условного вращения кулисы 3 вектором ускорения a_{A3B}^{τ} : условно перенести этот вектор в точку A_3 плана механизма и посмотреть, в каком направлении он будет «вращать» кулису 3.

С помощью планов скоростей и ускорений, перенеся векторы на план механизма, конструктор может «почувствовать» движение звеньев механизма, например когда звенья движутся с максимальной скоростью, максимальным ускорением; когда скорости и ускорения становятся равными нулю и происходит смена направления движения и другие моменты. Всё это необходимо для правильного понимания работы механизма.

3.7. Графический метод кинематического анализа механизмов (метод кинематических диаграмм)

Этот метод отличается наглядностью результатов. Итогом метода являются диаграммы перемещений и скоростей в зависимости от времени или угла поворота начального звена (кривошипа). Такие диаграммы получили название *кинематических диаграмм*.

На рис. 3.13 показан план положений кривошипно-шатунного механизма, исследование которого проведено в восьми равноотстоящих положениях начального (ведущего) звена 1 – кривошипа.

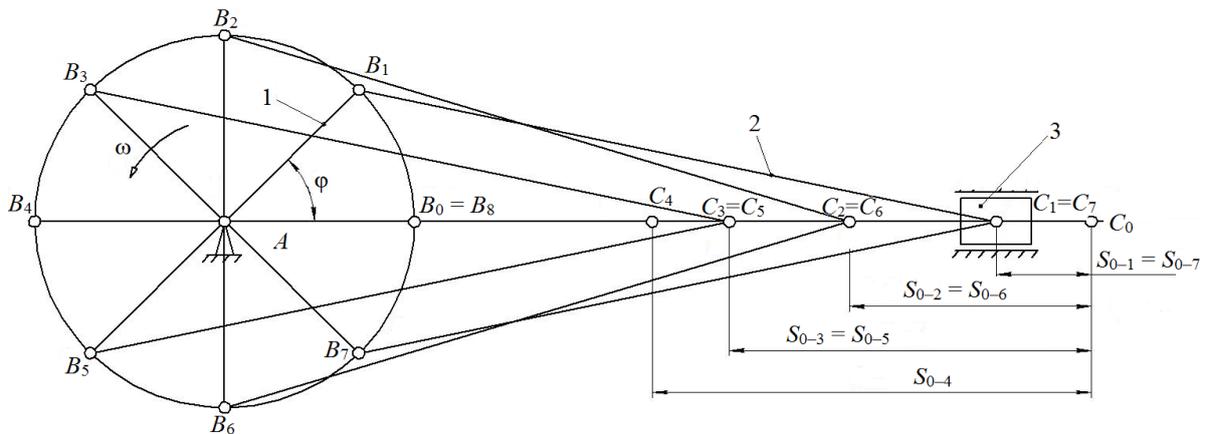


Рис. 3.13. Восемь совмещённых положений кривошипно-шатунного механизма

За нулевое принято крайнее правое положение $AC_0 = AB + BC$. Построение механизма выполняется в соответствующем масштабе μ_l . Диаграммы строят в прямоугольной системе координат (рис. 3.14). По оси абсцисс откладывают отрезок L , выбранную длину которого принимают в масштабе $\mu_\varphi = 2\pi/L$ (мм^{-1}) за угол поворота начального звена, равный 2π . Отрезок L делят на равные части, соответствующие числу положений механизма, если угловая скорость начального звена постоянная.

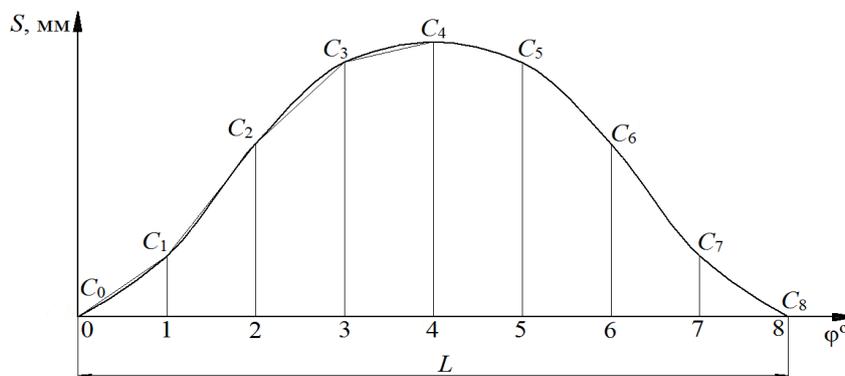


Рис. 3.14. График перемещений точки C (ползуна)

На плане положений механизма (см. рис. 3.13) перемещения точки C ползуна от крайнего правого положения $S_{0-1} = (C_0C_1)\mu_l$; $S_{0-2} = (C_0C_2)\mu_l$; $S_{0-3} = (C_0C_3)\mu_l$; $S_{0-4} = (C_0C_4)\mu_l$. От положения 4 точки C_i приближаются к точке C_0 . Тогда $S_{0-5} = (C_0C_5)\mu_l$; ...; $S_{0-7} = (C_0C_7)\mu_l$, мм. Для построения диаграммы перемещений $S_i = f(\varphi)$ через точки деления проводят ординаты (см. рис. 3.14), $y_0 = 0$, $y_1 = S_{0-1}$ и т. д. Плавная кривая, соединяющая концы этих отрезков, называется графиком *перемещений* точки C (ползуна).

Для построения диаграммы скоростей $V_i = f(\varphi)$ используют метод графического дифференцирования графика перемещений. Применяют три метода графического дифференцирования: метод хорд, метод касательных и метод приращений.

Рассмотрим метод хорд для кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.15). График строят в прямоугольной системе координат (V, φ) . Влево от начала координат 0 откладывают отрезок p_10 произвольной длины, называемый *полюсным расстоянием*, или *базой дифференцирования*. Длина отрезка $p_10 = H_1$ мм. На графике перемещений соединяют хордами концы ординат в точках 0 – 1, 1 – 2, 2 – 3 и т. д., которые по отношению к оси φ образуют острые углы (от положения 0 до 4) или тупые углы (от положения 4 до 8). Через полюс проводят лучи, параллельные проведённым хордам на интервалах 0 – 1, 1 – 2, ... до пересечения с осью ординат в точках 1', 2', ... (см. рис. 3.15). Скорость V_{cp} определяет среднее значение скорости в середине интервалов деления оси абсцисс (0,5; 1,5; 2,5; ...).

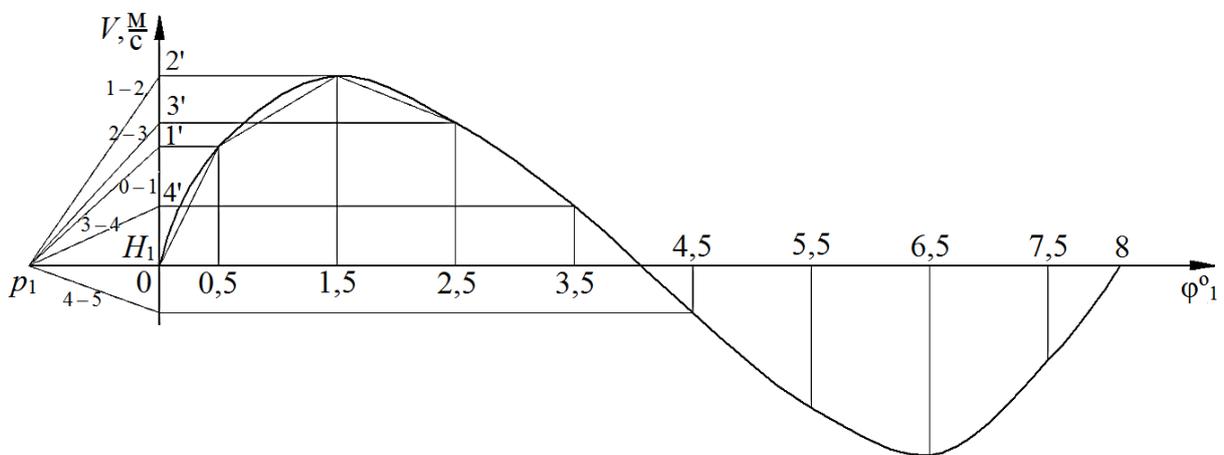


Рис. 3.15. Диаграмма скоростей точки C (ползуна)

Метод графического дифференцирования даёт средние значения скоростей в рассматриваемом промежутке времени. Полученные на оси ординат точки $1'$, $2'$, ... проектируют на средние ординаты рассматриваемых интервалов графика скорости. Хорды, имеющие острые углы наклона, дают положительные значения скорости, а с тупыми углами – отрицательные значения. Проверка правильности построения диаграммы скорости: площади между осью абсцисс и кривой графика на положительных и отрицательных значениях скоростей должны быть равновеликими. Плавная кривая, проведённая от начала координат через концы средних ординат, определяет *диаграмму скоростей* точки C (ползуна).

При графическом дифференцировании следует обращать внимание на характерные точки кривых, соответствующие экстремальным значениям функций и точкам перегиба.

Метод графического дифференцирования считается приближённым, поэтому его применяют для предварительной оценки результатов. Кинематические диаграммы отражают только изменения величин и не дают представления о направлении векторов скоростей исследуемых точек звеньев механизма.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется звеном? Какое звено считается входным, выходным, ведомым?
2. Назовите звенья рычажных механизмов в зависимости от характера их движения относительно стойки или других звеньев.
3. Что называется кинематической парой, элементом кинематической пары?
4. Дайте понятие кинематической цепи.
5. Что называется механизмом, машиной? Привести примеры.
6. Что в ТММ является масштабным коэффициентом (масштабом)?
7. Что такое план скоростей звена, механизма?
8. Когда применяется теорема о подобии и как она используется при определении скоростей точек звена?
9. Как определить действительные величины скорости какой-либо точки звена механизма, пользуясь планами скоростей?

Раздел 4. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

При конструировании звеньев и кинематических пар механизмов машин необходимо решать задачи обеспечения необходимой прочности, жёсткости и долговечности. Для этого нужно знать силовую нагрузку звеньев и кинематических пар. Кроме того, своим действием силы, приложенные к механизму, сообщают ему тот или иной закон движения.

4.1. Классификация сил, действующих на механизм

Среди сил, действующих на механизм, различают:

а) движущие силы F_d и моменты M_d , ускоряющие движение ведущих (начальных) звеньев и совершающие положительную работу за всё время своего действия;

б) силы F_c и моменты M_c сопротивления, которые стремятся замедлить движение механизма и совершают отрицательную работу за время своего действия.

В свою очередь, они делятся на силы:

– технологического или полезного сопротивления $F_{пс}$ и моменты $M_{пс}$. Полезные сопротивления – это усилия, для преодоления которых и построен данный механизм или машина. В рабочих машинах это основные силы, на преодоление которых затрачивается работа, необходимая для осуществления заданного технологического процесса;

– вредного сопротивления: трение в кинематических парах, сопротивление среды, внутреннее сопротивление (например, силы упругости звеньев механизма).

Кроме этого существуют:

– силы веса (тяжести) подвижных звеньев $G = m_i \cdot g$, где m_i – масса звена механизма, кг; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. Силы тяжести в течение расчётного цикла могут быть как движущими, так и силами полезного сопротивления, поэтому работа этих сил за цикл равна нулю, так как точки их приложения движутся циклически. Эти силы считаются внешними;

– силы инерции $F_{ин}$ и моменты сил инерции $M_{ин}$ возникают при переменном движении звеньев механизма и могут быть как движущими, так и силами сопротивления (в зависимости от их направления относительно направления движения звеньев). Фактически эти силы

действуют на тело, вызывающее ускорение другого тела. Силы инерции относятся к категории распределенных или так называемых массовых сил, которые, как и другие аналогичные силы, могут быть приведены к главному вектору и главному моменту сил инерции.

На закон движения механизма наибольшее влияние оказывают движущие силы F_d и моменты M_d , а также силы F_c и моменты M_c сопротивления. В большинстве случаев они не являются постоянными, а изменяют свою величину при изменении положений звеньев механизма и их скорости. Эти функциональные зависимости обычно представляются графически, или массивом сил, или аналитически и ещё их называют механическими характеристиками.

4.2. Задача силового исследования механизма

Силовой анализ механизма основывается на решении прямой (или первой) задачи динамики – по заданному движению определить движущие силы. Поэтому закон движения ведущего звена считается заданным. Внешние силы, приложенные к каждому отдельному звену механизма, как правило, тоже считаются заданными. Силы трения в кинематических парах не учитываются, так как они невелики по сравнению с другими силами. Следовательно, подлежат определению только реакции в кинематических парах.

При работе механизма отдельные его звенья в общем случае совершают движение с ускорением, однако условное приложение сил инерции к ускоряемому телу позволяет рассматривать его в равновесии. Этот принцип основан на принципе Даламбера, который применительно к механизмам можно сформулировать так: *если ко всем внешним силам, действующим на систему звеньев, добавить приведенные силы инерции, тогда под действием всех этих сил система звеньев может условно считаться находящейся в равновесии*. Этот приём упрощает решение задач силового исследования, так как позволяет использовать уравнения равновесия, называемые уравнениями *кинетостатики*, чтобы отличить их от обычных уравнений статики – уравнений равновесия без учёта сил инерции.

Силовой расчёт производят в определённой последовательности:

1. Определяют все внешние силы, приложенные к звеньям механизма, от действия которых требуется найти реакции в кинематических парах механизма.

2. Выбирают ведущее звено (в плоских рычажных механизмах это, как правило, кривошип), к которому должна быть приложена уравновешивающая сила P_y или уравновешивающий момент M_y , для того чтобы обеспечить заданный закон движения ведущего звена.

3. Проводят расчленение ведомой кинематической цепи механизма на группы Ассура.

4. Осуществляют силовой расчёт каждой группы Ассура в отдельности, так как группа Ассура является *статически определимой* системой. При этом расчёт начинают с группы Ассура, присоединённой к механизму при его образовании в последнюю очередь, затем переходят к следующей группе и так до тех пор, пока не будет произведён силовой расчёт всех групп, образовавших ведомую часть механизма.

5. В последнюю очередь выполняют силовой расчёт ведущего звена.

Задачи решают графоаналитическим методом, используя уравнение равновесия всей группы или отдельных её звеньев в форме

$$\Sigma F_i = 0, \Sigma M_o(F_i) = 0.$$

В число этих сил или моментов включают реакции и моменты реакций в кинематических парах группы. На основании полученных уравнений строят многоугольник сил, который называют *планом сил группы*, причём в первую очередь находят реакции во внешних кинематических парах группы, а затем во внутренних парах по условиям равновесия звеньев группы, взятых порознь.

Для реакций, возникающих между элементами кинематических пар, приняты следующие обозначения: реакция со стороны звена 1 на звено 2 обозначается R_{21} , реакция же со стороны звена 2 на звено 1 соответственно обозначается R_{12} , причём $R_{12} = -R_{21}$.

Реакция характеризуется величиной (модулем), направлением и точкой приложения.

Зная активные силы, действующие на звенья механизма, и силы инерции этих звеньев, можно выполнить его кинетостатический расчёт, т. е. определить реакции в кинематических парах и уравновешивающую силу (момент) на входном звене, причём эта сила (момент) является движущей при совпадении ее направления с направлением движения входного звена или силой (моментом) сопротивления, если ее направление противоположно этому движению.

При кинетостатическом расчёте реакции в кинематических парах определяются путем статического расчета, который базируется на результатах кинематического анализа, включая ускорения, необходимые для определения сил (моментов) инерции.

Принимаемые допущения:

- а) расчет ведётся без учета трения и упругости звеньев;
- б) реакции в кинематических парах представляют собой сосредоточенные силы. При этом в поступательной паре известно направление реакций и подлежат определению величины и точки приложения, во вращательной паре при принятых допущениях известна точка приложения и подлежат определению величина и направление, в высшей паре – известны точка приложения и направления, неизвестна лишь величина реакции.

На рис. 4.1 показана замена реальных, распределенных по контактам нагрузок равнодействующими.

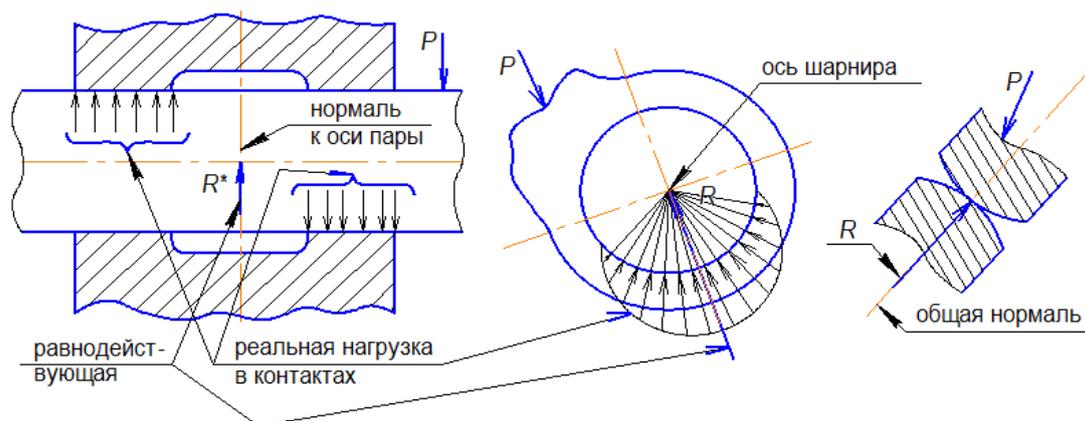


Рис. 4.1. Определение равнодействующих нагрузок

Таким образом, с учетом принятых допущений можно констатировать, что каждая низшая пара при силовом расчете вносит два неизвестных, а высшая – одну неизвестную.

В структурных группах число независимых уравнений равновесия соответствует числу неизвестных, т. е. эти группы статически определимы:

- если система содержит n звеньев, то для плоской схемы можно составить $3n$ независимых уравнений равновесия;
- если система содержит p_n низших передач, то это означает, что подлежат определению $2p_n$ параметров;

– условие статической определимости – их равенство $3n = 2p_n$ или $3n - 2p_n = 0$. Этому условию соответствуют структурные группы (группа Ассур), что показано в структурном анализе.

Проведём силовой расчет на примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 4.2, а). Расчёт проводим от группы шатун – ползун (структурная группа 2 – 3) к начальному звену (кривошип AB). Вначале определяют силы, прикладываемые к звеньям механизма как внешние. Это силы тяжести, инерции, полезных сопротивлений.

Силы тяжести звеньев рассчитывают по формулам

$$G_1 = m_1 \cdot g, \quad G_2 = m_2 \cdot g, \quad G_3 = m_3 \cdot g,$$

где m_1, m_2, m_3 – массы соответственно кривошипа AB , шатуна BC и ползуна C ; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Направлены силы тяжести всегда вертикально вниз. Точки их приложения – центры масс звеньев: кривошипа S_1 , шатуна S_2 и ползуна S_3 . Сила полезного сопротивления F_3 приложена к звену 3 – ползуну. Ведущим звеном считается звено 1 – кривошип AB , к которому приложен уравновешивающий момент M_1 (см. рис. 4.2, а).

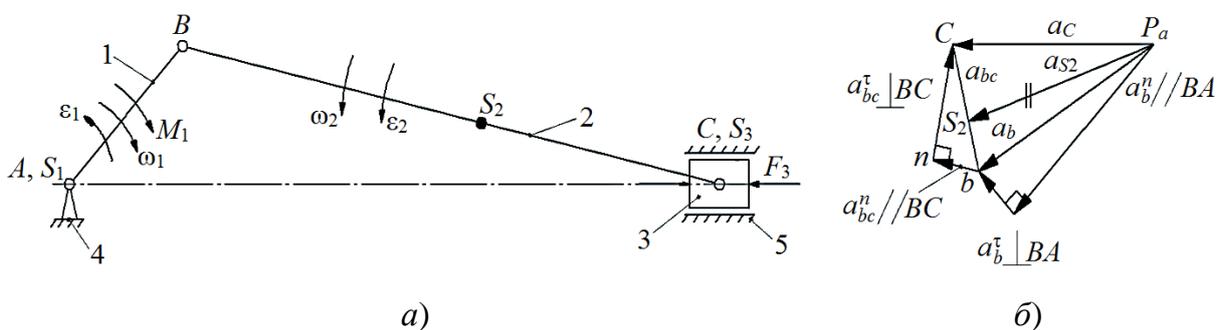


Рис. 4.2. Силовой расчёт механизма: а – кинематическая схема механизма; б – план ускорений механизма

Считаем, что звено 1 совершает вращательное движение с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = \text{const}$.

Направления сил инерции определим используя план ускорений (рис. 4.2, б).

В общем случае для любого i -го звена:

1. Главный вектор сил инерции $F_{инi} = -m_i \cdot a_{Si}$, приложен в центре масс и направлен противоположно его ускорению, тогда для 1-го звена $F_{ин1} = 0$ – его центр масс находится на оси вращения (точка A), для которого $a_{Si} = 0$;

для 2-го звена

$$F_{ин2} = -m_2 \cdot a_{S2}; \quad (4.1)$$

для 3-го звена

$$F_{ин3} = -m_3 \cdot a_C. \quad (4.2)$$

2. Главный момент сил инерции $M_{инi} = J_{Si} \cdot \varepsilon_i$ направлен противоположно угловому ускорению этого звена (J_{Si} – момент инерции масс соответствующего звена), тогда

для 1-го звена $M_{ин1} = J_{S1} \cdot \varepsilon_1 = 0$;

для 2-го звена $M_{ин2} = J_{S2} \cdot \varepsilon_2$, так как это звено совершает плоско-параллельное движение;

для 3-го звена $M_{ин3} = J_{S3} \cdot \varepsilon_3 = 0$, так как это звено (ползун) совершает возвратно-поступательное движение ($\varepsilon_3 = 0$).

Реакции в кинематических парах определяем исходя из условия статического равновесия структурных групп.

Расчет начинаем со структурной группы из звеньев 2 и 3. Отделяем её от механизма (рис. 4.3, а).

К звеньям группы в точках приложения соответствующих сил прикладываем силы тяжести G_2 и G_3 , главные векторы сил инерции $F_{ин2}$ и $F_{ин3}$, главный момент сил инерции $M_{ин2}$ и силу полезного сопротивления F_3 . Удалённые связи заменяем реакциями: в шарнире B – R_{21} , а в паре ползун 3 и направляющая 5 – R_{53} . Неизвестную по величине и направлению реакцию R_{21} раскладываем на составляющие: нормальную R_{21}^n , линия действия которой параллельна шатуну BC , и касательную R_{21}^t , линия действия которой перпендикулярна BC . Линия действия реакции R_{53} перпендикулярна направляющей. Знак направления векторов реакций (т. е. в какую сторону они направлены) указываем произвольно и уточняем при последующих расчётах.

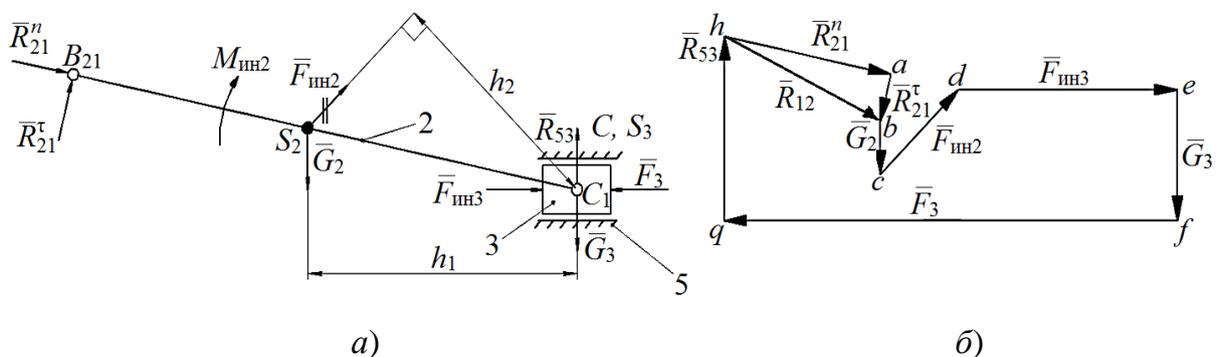


Рис. 4.3. Силовой анализ структурной группы из звеньев 2 и 3:

а – расчётная схема; б – план сил

Составим уравнение сил

$$\Sigma F_i = 0; R_{21}^n + R_{21}^c + G_2 + F_{ин2} + F_{ин3} + G_3 + F_3 + R_{53} = 0.$$

В уравнении три неизвестных: величины реакций R_{21}^n , R_{21}^c и R_{53} . Поскольку одно векторное уравнение может быть решено графически при наличии лишь двух неизвестных, то предварительно определяем величину R_{21}^c , составим уравнение моментов сил относительно точки C

$$-R_{21}^c \cdot l_{BC} + G_2 \cdot h_1 - F_{ин2} \cdot h_2 - M_{ин2} = 0.$$

Отсюда $R_{21}^c = (G_2 \cdot h_1 - F_{ин2} \cdot h_2 - M_{ин2}) / l_{BC}$.

Примечание: 1) плечи h_1 и h_2 замерить на расчётной схеме в миллиметрах; 2) если R_{21}^c получится отрицательной величиной, то в дальнейших построениях направить её противоположно.

Теперь векторное уравнение равновесия структурной группы звеньев 2 и 3 будет содержать два неизвестных R_{21}^c и R_{53} , которые определяем построением плана сил (рис. 4.3, б).

Для построения плана сил этой структурной группы выбираем масштабный коэффициент $\mu_F = F_3 / \text{длина вектора этой силы на плане сил}$, Н/мм. Затем вычисляем длины векторов известных сил векторного уравнения: $ab = R_{21}^c / \mu_F$, $bc = G_2 / \mu_F$, $cd = F_{ин2} / \mu_F$, $de = F_{ин3} / \mu_F$, $ef = G_3 / \mu_F$, $fq = F_3 / \mu_F$.

От произвольной точки a – полюса плана сил (см. рис. 4.3, б) откладываем вектор ab , изображающий силу R_{21}^c , сохраняя её направление. Из конца вектора ab (точки b) по направлению силы G_2 откладываем вектор bc , изображающий эту силу. Далее последовательно откладываем векторы cd силы $F_{ин2}$, de силы $F_{ин3}$, ef силы G_3 и fq силы F_3 . Проведя через точку a линию действия неизвестной силы R_{21}^n , а через точку q – линию действия силы R_{53} , получим точку пересечения h , которая и определяет векторы ha силы R_{21}^n и qh силы R_{53} .

Величины искомых сил определим через масштабный коэффициент сил

$$R_{21}^n = (ha)\mu_F, R_{53} = (qh)\mu_F.$$

Вектор hb – это геометрическая сумма векторов ha и ab и представляет в масштабе μ_F полную реакцию R_{21}

$$R_{21} = (hb)\mu_F.$$

Проведём силовой расчёт кривошипа AB (рис. 4.4, a). Отделяем его от механизма и прикладываем силу тяжести G_1 , реакции связей и уравнивающий момент M_1 .

В шарнире B_{12} удалённую связь (шатун) заменяем реакцией R_{12} , равной по величине, но противоположной по направлению реакции R_{21}^n , найденной при силовом расчёте структурной группы шатун – ползун (см. рис. 4.4, b). В шарнире A удалённую связь (станину) заменяем реакцией R_{14} , которую предварительно можно направить произвольно.

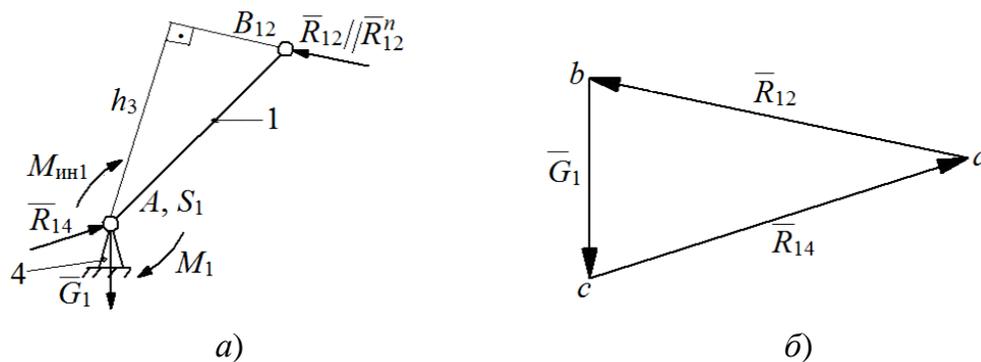


Рис. 4.4. Силовой анализ кривошипа AB :
 a – расчётная схема; b – план сил

Составим уравнение равновесия моментов относительно точки A $R_{12} \cdot h_3 - M_1 - M_{ин1} = 0$, отсюда $M_{ин1} = R_{12} \cdot h_3 - M_1$.

Уравнение равновесия сил, действующих на кривошип AB , $R_{12} + G_1 + R_{14} = 0$.

В полученном уравнении неизвестны величина и направление реакции R_{14} , которую определяем графически построением плана сил (см. рис. 4.4, b). Примем масштабный коэффициент плана сил

$$\mu_F = G_1 / \text{длина вектора этой силы на плане сил, Н/мм,}$$

вычисляем длины векторов известных сил из уравнения равновесия и строим план сил согласно примеру построения плана сил для структурной группы из звеньев 2 и 3 (см. рис. 4.3, a).

Пример 4.1. Силовой расчёт шестизвенного механизма гайковырубного автомата при непрерывном вращении начального звена

Задание. Определить реакции в кинематических парах исполнительного механизма автомата при заданном положении кривошипа 1, определяемом углом φ . Кинематическая схема механизма представлена на рис. 4.5, a .

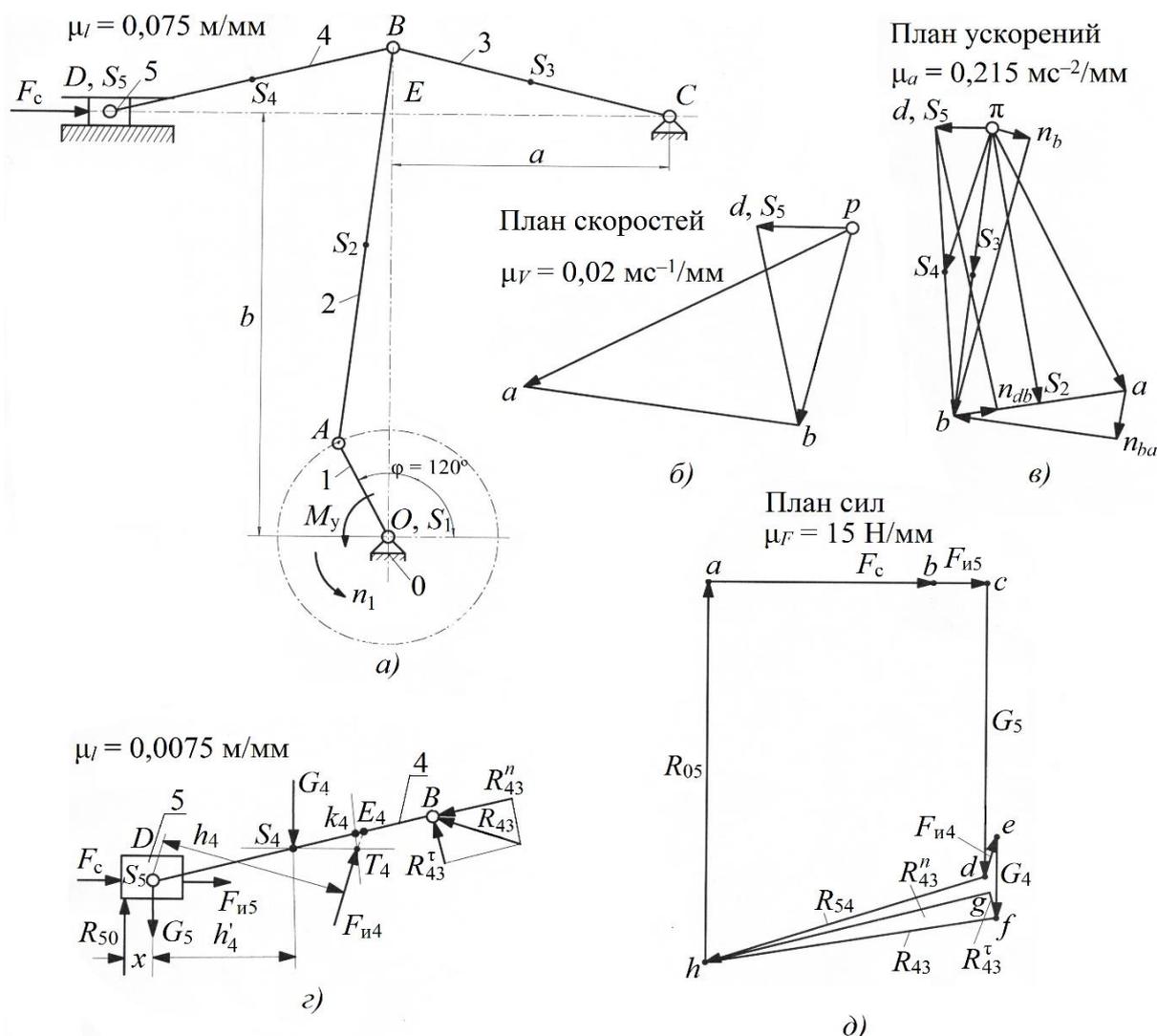


Рис. 4.5. Силовой анализ плоского механизма: а – кинематическая схема; б – план скоростей; в – план ускорений; г – силовой анализ структурной группы 4 – 5; д – план сил структурной группы 4 – 5

Исходные данные. Значение обобщенной координаты $\varphi = 180^\circ$; размеры механизма $l_{OA} = 0,12$ м, $l_{AB} = 0,44$ м, $l_{BC} = l_{BD} = 0,31$ м, $l_{AS_2} = 0,5 \cdot l_{AB}$, $l_{BS_3} = l_{BS_4} = 0,5 \cdot l_{BC} = 0,5 \cdot l_{BD}$, $a = 0,3$ м, $b = 0,47$ м; частота вращения кривошипа $n_1 = 85$ с⁻¹, вращение равномерное ($\varepsilon_1 = 0$); массы звеньев $m_1 = 60$ кг, $m_2 = 11$ кг, $m_3 = m_4 = 19$ кг, $m_5 = 67$ кг; моменты инерции звеньев $J_{S_2} = 0,21$ кг·м², $J_{S_3} = J_{S_4} = 0,18$ кг·м²; усилие сопротивления в заданном положении $F_c = 500$ Н; движущее усилие приложено к кривошипу 1 в виде вращающего момента M_y . Предполагается, что для заданного положения механизма построены план скоростей в масштабе $\mu_V = 0,02$ мс⁻¹/мм (рис. 4.5, б) и план ускорений в масштабе $\mu_a = 0,215$ мс⁻²/мм (рис. 4.5, в).

Выполнение задания

1. Построение схемы механизма в заданном положении

Учитывая размер площади, отведенной для построения схемы механизма, выбираем масштаб размеров $\mu_l = 0,0075$ м/мм и определяем длины отрезков, изображающих заданные размеры (см. рис. 4.5, а), мм,
 $OA = l_{OA}/\mu_l = 0,12/0,0075 = 16$, $OE = b/\mu_l = 0,47/0,0075 = 63$,
 $EC = a/\mu_l = 0,3/0,0075 = 40$, $AB = l_{AB}/\mu_l = 0,44/0,0075 = 59$,
 $BC = BD = l_{BC}/\mu_l = l_{BD}/\mu_l = 0,31/0,0075 = 41$.

Проводим окружность $\emptyset OA$ и по заданному углу $\varphi = 120^\circ$ строим положение кривошипа, а затем и остальных звеньев. По заданным размерам l_{AS_2} , l_{BS_3} и l_{BS_4} отмечаем положение центров масс звеньев S_2 , S_3 и S_4 .

2. Выделение структурных групп и начального механизма

Выделяем из механизма (см. рис. 4.5, а) сначала структурную группу II класса 2-го вида, состоящую из звеньев 4 и 5, затем структурную группу II класса 1-го вида, состоящую из звеньев 2 и 3, и, наконец, начальный механизм, состоящий из кривошипа 1 и стойки 0. Структурные группы и начальный механизм вычерчиваем в масштабе $\mu_l = 0,0075$ м/мм (рис. 4.5, з, 4.6, а, з) сохраняя заданное положение звеньев относительно некоторой неподвижной системы координат.

3. Определение сил тяжести звеньев

Силы тяжести определяем по известной формуле $G = m \cdot g$, где m – масса звена и g – ускорение свободного падения. $G_1 = m_1 \cdot g = 60 \cdot 9,81 = 589$ Н. Аналогично находим $G_2 = 108$ Н, $G_3 = G_4 = 188$ Н, $G_5 = 657$ Н.

4. Определение величин результирующих сил инерции

Модули результирующих сил инерции рассчитываем по формуле (4.1), Н

$$F_{и2} = m_2 \cdot a_{S_2} = m_2 \cdot \mu_a (\pi s_2) = 11 \cdot 0,215 \cdot 42,5 = 100,$$

$$F_{и3} = m_3 \cdot a_{S_3} = m_3 \cdot \mu_a (\pi s_3) = 19 \cdot 0,215 \cdot 21,5 = 87.$$

Аналогично находим $F_{и4} = 90$ Н, $F_{и5} = 115$ Н.

Сила инерции кривошипа 1 равна нулю, так как его центр масс S_1 совпадает с неподвижной осью вращения O . Величины инерционных моментов $M_{и2}$, $M_{и3}$ и $M_{и4}$ не определяем, поскольку предполагаем заменить их действие параллельным смещением сил инерции $\bar{F}_{и2}$, $\bar{F}_{и3}$ и $\bar{F}_{и4}$ относительно центров масс.

5. Определение точек приложения сил инерции

Звено 2 совершает плоскопараллельное движение. Если принять, что это движение состоит из поступательного с ускорением \bar{a}_A точки A и вращательного вокруг точки A , то с учетом действия инерционного

момента $M_{и2}$ равнодействующая сил инерции $\bar{F}_{и2}$ (рис. 4.6, а) должна быть приложена в точке T_2 пересечения направления ускорения \bar{a}_A (или вектора \bar{pa} на плане ускорений), проведенного через центр масс S_2 звена, и направления относительно ускорения \bar{a}_{S_2A} (или вектора \bar{as}_2 на плане ускорений), проведенного через центр качания K_2 . Расстояние l_{AK_2} в соответствии с формулой (4.3) определяется так:

$$l_{AK_2} = l_{AS_2} + J_{S_2} / (m_2 \cdot l_{AS_2}) = 0,22 + 0,21 / (11 \cdot 0,22) = 0,306 \text{ м.} \quad (4.3)$$

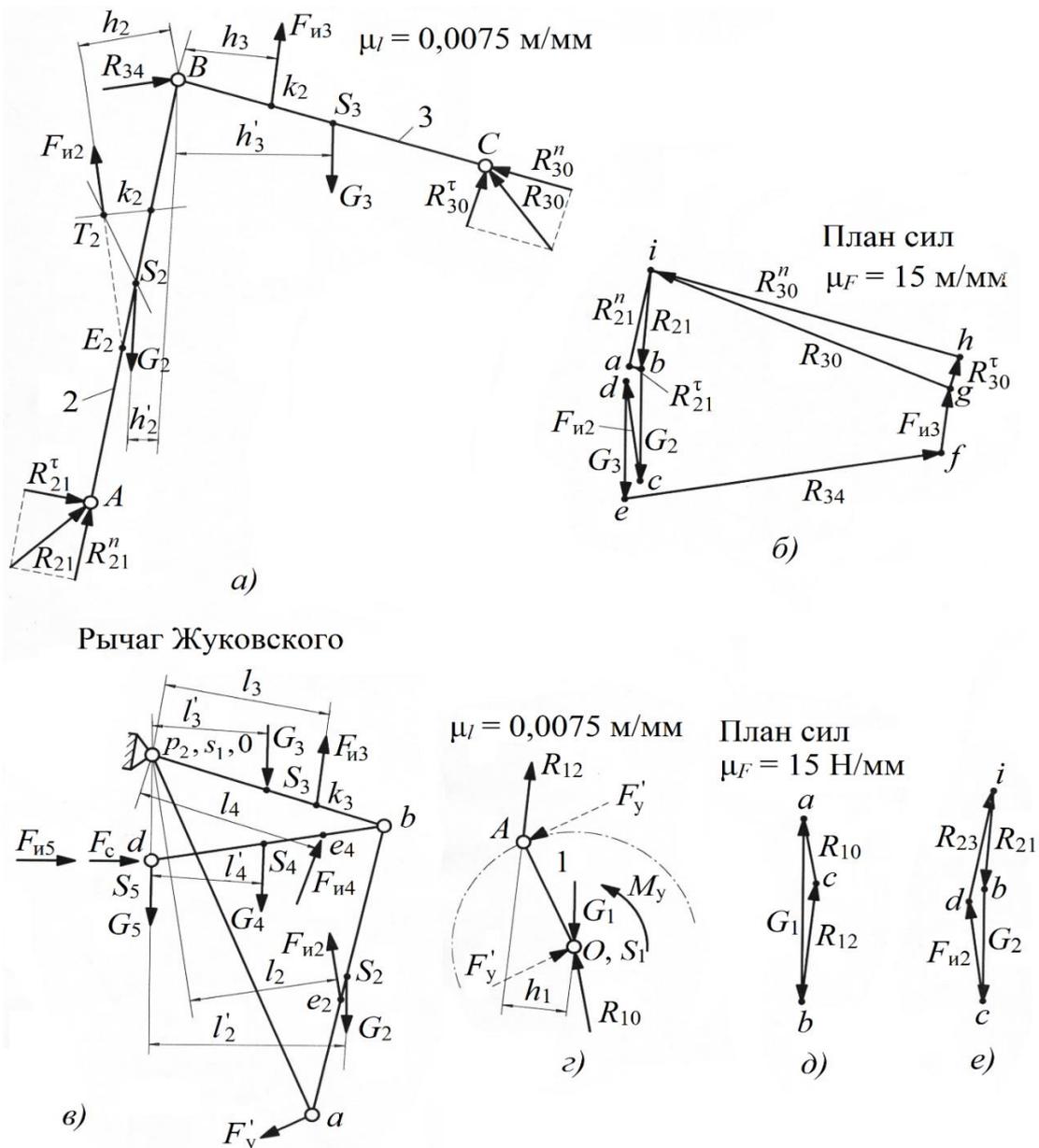


Рис. 4.6. Силовой анализ структурной группы 2 – 3: а – структурная группа 2 – 3; б – план сил структурной группы 2 – 3; в – рычаг Жуковского; г – начальное звено; д – планы сил начального звена

Длина отрезка AK_2 на рис. 4.6, *a*

$$AK_2 = l_{AK_2} / \mu_l = 0,306 / 0,0075 = 41 \text{ мм.}$$

Звено 3 совершает вращательное движение вокруг точки C . В этом случае равнодействующая $\bar{F}_{и3}$ сил инерции с учетом инерционного момента $M_{и3}$ должна быть приложена в центре качания K_3 , находящегося от точки C на расстоянии

$$l_{CK_3} = l_{CS_3} + J_{S_3} / (m_3 \cdot l_{CS_3}) = 0,155 + 0,18 / (19 \cdot 0,155) = 0,216 \text{ м.}$$

Длина отрезка CK_3 на рис. 4.6, *a*

$$CK_3 = l_{CK_3} / \mu_l = 0,216 / 0,0075 = 29 \text{ мм.}$$

Примем, что плоскопараллельное движение звена 4 состоит из поступательного с ускорением \bar{a}_D точки D и вращательного относительно точки D . Тогда с учетом действия инерционного момента $M_{и4}$ равнодействующая $\bar{F}_{и4}$ сил инерции (рис. 4.5, *z*) должна быть приложена в точке T_4 пересечения направления ускорения \bar{a}_D (или вектора \overline{pd} на плане ускорений), проведенного через центр масс S_4 звена, и направления относительного ускорения \bar{a}_{S_4D} (или вектора $\overline{ds_4}$ на плане ускорений), проведенного через центр качания K_4 . Расстояние l_{DK_4} от точки D до центра качания K равно

$$l_{DK_4} = l_{DS_4} + J_{S_4} / (m_4 \cdot l_{DS_4}) = 0,155 + 0,18 / (19 \cdot 0,155) = 0,216 \text{ м.}$$

Длина отрезка DK_4 на рис. 4.5, *z*

$$DK_4 = l_{DK_4} / \mu_l = 0,216 / 0,0075 = 29 \text{ мм.}$$

6. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 4 – 5

Прежде всего приложим к звеньям структурной группы на рис. 4.5, *z* действующие на них внешние силы и силу инерции. Силу сопротивлений F_c прикладываем в соответствии с заданной схемой механизма к звену 5 по горизонтальной оси, проходящей через точку D . Найденные ранее силы тяжести G_4 и G_5 прикладываем соответственно в центрах масс звеньев S_4 и S_5 . Силу инерции $\bar{F}_{и4}$ прикладываем в найденной выше точке T_4 и направляем в сторону, противоположную ускорению \bar{a}_{S_4} центра масс S_4 звена 4 (или вектору $\overline{ps_4}$ на плане ускорений). Звено 5 совершает поступательное движение, поэтому силу

инерции $\bar{F}_{и5}$ прикладываем в центре масс S_5 звена 5 и направляем в сторону, противоположную ускорению \bar{a}_{S_5} этого центра (или вектору $\bar{\pi}_{S_5}$ на плане ускорений).

Далее действие отсоединенных от группы звеньев заменим реакциями. В точке B механизма соединяются три звена – 2, 3 и 4. Для определенности примем, что звено 2 соединено со звеном 3, а звено 3 со звеном 4. Тогда действие звена 3, отсоединенного от звена 4, заменяем реакцией \bar{R}_{43} , направление которой пока показываем произвольно. Отсоединенную стойку 0 заменяем реакцией \bar{R}_{50} , направление линии действия которой известно (перпендикулярно направлению скорости звена 5), а расстояние x от точки приложения до шарнира D еще предстоит определить.

В соответствии с принципом Даламбера система сил, примененная к структурной группе на рис. 4.5, z , уравновешена. Напишем векторное уравнение равновесия группы

$$\bar{R}_{50} + \bar{F}_c + \bar{F}_{и5} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{и4} + \bar{G}_4 + \bar{R}_{43} = 0. \quad (4.4)$$

В этом уравнении три неизвестных: величины реакций \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43} и направление реакции \bar{R}_{43} . Поскольку одно векторное уравнение может быть решено лишь при наличии двух неизвестных, написанного уравнения недостаточно для определения реакций. Представим реакцию \bar{R}_{43} двумя ее составляющими, одну из которых \bar{R}_{43}^n направим по линии BD , а другую \bar{R}_{43}^r – перпендикулярно

$$\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^r. \quad (4.5)$$

Составляющую \bar{R}_{43}^r можно определить из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 4 относительно точки D :

$$G_4 \cdot h'_4 - F_{и4} \cdot h_4 - R_{43}^r (DB) = 0,$$

откуда $R_{43}^r = (G_4 \cdot h'_4 - F_{и4} \cdot h_4) / (DB) = (186 \cdot 20 - 90 \cdot 26) / 41 = 34$ Н.

Длины отрезков h'_4 , h_4 , и DB взяты в миллиметрах со схемы группы на рис. 4.5, z . Подставим в уравнение (4.4) значение R_{43} из (4.5)

$$\bar{R}_{50} + \bar{F}_c + \bar{F}_{и5} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{и4} + \bar{G}_4 + \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^r = 0. \quad (4.6)$$

В уравнении (4.6) неизвестны лишь величины векторов \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43}^n , которые могут быть найдены графически при помощи плана сил. Для

построения плана сил задаемся масштабом $\mu_F = 15 \text{ Н/мм}$ и вычисляем длины векторов, изображающих известные силы уравнения (4.6), мм,

$$ab = F_c / \mu_F = 500 / 15 = 33, \quad bc = F_{и5} / \mu_F = 115 / 15 = 8, \quad cd = G_5 / \mu_F = 44, \\ de = F_{и4} / \mu_F = 6, \quad ef = G_4 / \mu_F = 12,5, \quad fg = R_{43}^r / \mu_F = 2.$$

От произвольной точки a – полюса плана сил (рис. 4.5, δ) параллельно силе \bar{F}_c откладываем в том же направлении вектор \overline{ab} , изображающий эту силу. Из конца вектора \overline{ab} (точки b) параллельно силе $\bar{F}_{и5}$, сохраняя ее направление, откладываем вектор \overline{bc} . Далее аналогично и последовательно откладываем векторы \overline{cd} силы \bar{G}_5 , \overline{de} силы $\bar{F}_{и4}$, \overline{ef} силы \bar{G}_4 , \overline{fg} силы \bar{R}_{43}^r . Поскольку сумма векторов, входящих в уравнение (4.6), равна нулю, их изображения на плане сил, отложенные указанным способом, должны образовать замкнутый многоугольник. Чтобы получить такой многоугольник, проведем через точку a плана известное направление реакции \bar{R}_{50} , а через конец вектора \overline{fg} (точку g) – известное направление составляющей \bar{R}_{43}^n . Точка h , пересечение этих направлений, определит векторы \overline{fh} силы \bar{R}_{43} и \overline{ha} силы \bar{R}_{50}

$$R_{43} = (fh)\mu_F = 42 \cdot 15 = 630 \text{ Н}, \quad R_{50} = (ha)\mu_F = 57 \cdot 15 = 855 \text{ Н}.$$

Чтобы найти расстояние x точки приложения силы \bar{R}_{50} от точки D , необходимо в общем случае составить уравнение моментов всех сил, действующих на звено 5 относительно точки D . Однако в рассматриваемом случае и без такого уравнения видно, что поскольку все силы, действующие на звено 5, проходят через точку D , то и реакция \bar{R}_{50} должна проходить через нее, т. е. расстояние x равно нулю. Вектор \overline{fh} , являясь геометрической суммой векторов \overline{fg} и \overline{gh} , представляет в принятом масштабе μ_F полную реакцию \bar{R}_{43} .

Чтобы определить реакции в кинематической паре D , напишем уравнение равновесия сил, действующих на звено 5:

$$\bar{R}_{50} + \bar{F}_c + \bar{F}_{и5} + \bar{G}_5 + \bar{R}_{54} = 0. \quad (4.7)$$

Векторы \bar{R}_{50} , \bar{F}_c , $\bar{F}_{и5}$ и \bar{G}_5 уже отложены в нужной последовательности от точки h плана на рис. 4.5, δ . Поэтому искомая реакция \bar{R}_{54} будет представлена на этом плане замыкающим вектором \overline{dh}

$$R_{54} = (dh)\mu_F = 42 \cdot 15 = 630 \text{ Н}.$$

7. Определение реакции в кинематических парах структурной группы 2 – 3

Сначала приложим к звеньям структурной группы 2 – 3 внешние силы и силы инерции (см. рис. 4.6, *a*). Найденные ранее силы тяжести \bar{G}_2 и \bar{G}_3 прикладываем в центрах масс звеньев S_2 и S_3 . Силу инерции $\bar{F}_{и2}$ прикладываем в найденной точке T_2 и направляем в сторону, противоположную ускорению \bar{a}_{S_2} центра масс звена 2 (или вектору $\overline{\pi_{S_2}}$ на плане ускорений). Силу инерции $\bar{F}_{и3}$ прикладываем в центре качания K_3 звена 3 и направляем противоположно ускорению \bar{a}_{S_3} центра масс S_3 звена 3 (или вектору $\overline{\pi_{S_3}}$ на плане ускорений). Действие отсоединенных от группы звеньев заменяем реакциями. В точке B от звена 3 отсоединено звено 4, его действие заменяем реакцией \bar{R}_{34} , величина которой равна уже найденной выше реакции \bar{R}_{43} , но направление противоположно. Отсоединенное от звена 2 звено 1 заменяем реакцией \bar{R}_{21} , а отсоединенную от звена 3 стойку 0 – реакцией \bar{R}_{30} , направляя эти силы произвольно. Напишем уравнение равновесия полученной системы сил

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и2} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{и3} + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30} = 0. \quad (4.8)$$

Это уравнение содержит четыре неизвестных: величины и направления реакций \bar{R}_{21} и \bar{R}_{30} . Чтобы уменьшить число неизвестных в уравнении (4.8) до двух, представим каждую из неизвестных реакций двумя составляющими аналогично тому, как это было сделано выше с реакцией \bar{R}_{43}

$$\bar{R}_{21} = \bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^t, \quad (4.9)$$

$$\bar{R}_{30} = \bar{R}_{30}^n + \bar{R}_{30}^t, \quad (4.10)$$

направляя нормальные составляющие по звену, а касательные – перпендикулярно.

Составляющую \bar{R}_{21}^t найдем из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 2 относительно точки B $F_{и2} \cdot h_2 - G_2 \cdot h'_2 - R_{21}^t(AB) = 0$, откуда $R_{21}^t = (F_{и2} \cdot h_2 - G_2 \cdot h'_2) / (AB) = (100 \cdot 12 - 108 \cdot 4) / 59 = 13$ Н. Длины отрезков h_2 , h'_2 и AB взяты в миллиметрах со схемы группы на рис. 4.6, *a*.

Составляющую \bar{R}_{30}^{τ} найдем из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 3 относительно точки B , $R_{30}^{\tau}(BC) + F_{и3} \cdot h_3 - G_3 \cdot h'_3 = 0$, откуда $R_{30}^{\tau} = (-F_{и3} \cdot h_3 + G_3 \cdot h'_3)/(BC) = (-87 \cdot 12 + 186 \cdot 20)/41 = 65$ Н. Здесь длины отрезков h_3 , h'_3 , BC также взяты со схемы рис. 4.6, a .

Подставим в уравнение (4.8) значения \bar{R}_{21} и \bar{R}_{30} из (4.9) и (4.10).

$$\bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^{\tau} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и2} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{и3} + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30}^{\tau} + \bar{R}_{30}^n = 0. \quad (4.11)$$

В уравнении (4.11) неизвестны лишь величины векторов \bar{R}_{21}^n и \bar{R}_{30}^n , которые определим графически из плана сил. Для построения плана примем масштаб $\mu_F = 15$ Н/мм и вычислим длины векторов, изображающих известные силы, мм,

$$ab = F_{21}^{\tau}/\mu_F = 13/15 = 1,$$

$$bc = G_2/\mu_F = 108/15 = 7,$$

$$cd = F_{и2}/\mu_F = 100/15 = 7,$$

$$de = G_3/\mu_F = 186/15 = 12,5,$$

$$ef = R_{34}/\mu_F = 630/15 = 42,$$

$$fg = F_{и3}/\mu_F = 87/15 = 6,$$

$$gh = F_{30}^{\tau}/\mu_F = 65/15 = 4.$$

От произвольной точки a – полюса плана сил (рис. 4.6, b) откладываем вектор \bar{ab} , изображающий силу \bar{R}_{21}^{τ} , сохраняя ее направление. Из конца вектора \bar{ab} (точки b) по направлению силы \bar{G}_2 откладываем вектор \bar{bc} , изображающий эту силу. Далее последовательно откладываем векторы \bar{cd} силы $\bar{F}_{и2}$, \bar{de} силы \bar{G}_3 , \bar{ef} силы \bar{R}_{34} , \bar{fg} силы $\bar{F}_{и3}$ и \bar{gh} силы \bar{R}_{30}^{τ} . Проведя через точку a плана линию действия силы \bar{R}_{21}^n , а через точку h – линию действия силы \bar{R}_{30}^n , получим точку пересечения i , которая и определяет векторы \bar{ia} силы \bar{R}_{21}^n и \bar{hi} силы \bar{R}_{30}^n , Н,

$$\bar{R}_{21}^n = (ia)\mu_F = 13,5 \cdot 15 = 200,$$

$$\bar{R}_{30}^n = (hi)\mu_F = 41 \cdot 15 = 615.$$

Вектор \bar{ib} , являясь геометрической суммой векторов \bar{ia} и \bar{ab} , представляет в масштабе μ_F плана полную реакцию \bar{R}_{21}

$$R_{21} = (ib)\mu_F = 14 \cdot 15 = 210 \text{ Н.}$$

Аналогично вектор \overline{gi} представляет на плане полную реакцию \overline{R}_{30}
 $R_{30} = (gi)\mu_F = 41,5 \cdot 15 = 620 \text{ Н}$.

Для определения реакций в кинематической паре B напишем уравнение равновесия сил, действующих на звено 2:

$$\overline{R}_{21} + \overline{G}_2 + \overline{F}_{и2} + \overline{R}_{23} = 0. \quad (4.12)$$

Векторы \overline{R}_{21} , \overline{G}_2 и $\overline{F}_{и2}$ уже отложены на плане от точки i в нужной последовательности (см. рис. 4.6, б), поэтому искомая реакция \overline{R}_{23} на этом плане должна быть представлена замыкающим вектором \overline{di} . Чтобы исключить на рис. 4.6, б совпадение линий, затрудняющее рассмотрение чертежа, план сил, соответствующий уравнению (4.12), построен отдельно на рис. 4.6, в $R_{23} = (di)\mu_F = 15 \cdot 15 = 225 \text{ Н}$.

8. Определение реакции в опоре начального звена

К начальному звену (рис. 4.6, г) прикладываем в центре масс S_1 силу тяжести \overline{G}_1 , а действие отсоединенных звеньев 2 и 0 заменяем реакциями \overline{R}_{12} и \overline{R}_{10} , из которых первая равна уже найденной реакции \overline{R}_{21} , но имеет противоположное направление. Кроме этого к начальному звену прикладываем уравнивающий момент M_y , величина которого может быть найдена из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 1 относительно точки O ;

$$R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l - M_y = 0, \quad (4.13)$$

откуда $M_y = R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l = 210 \cdot 8 \cdot 0,0075 = 12,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Поскольку в уравнение (4.13) входит момент M_y , плечо h_1 силы \overline{R}_{12} на рис. 4.6, г взято с учетом масштаба μ_F этого рисунка.

Чтобы найти реакцию \overline{R}_{10} в опоре звена 1, напишем уравнение равновесия сил, действующих на это звено:

$$\overline{G}_1 + \overline{R}_{12} + \overline{R}_{10} = 0. \quad (4.14)$$

В уравнении (4.14) неизвестны величина и направление реакции \overline{R}_{10} , которые определим при помощи плана сил. Примем масштаб плана $\mu_F = 15 \text{ Н/мм}$ и вычислим длины векторов сил \overline{G}_1 и \overline{R}_{12}

$$ab = G_1/\mu_F = 589/15 = 39 \text{ мм}, \quad bc = R_{12}/\mu_F = 210/15 = 14 \text{ мм}.$$

Отложив от полюса a плана сил (рис. 4.6, д) векторы \overline{ab} и \overline{bc} , находим замыкающий вектор \overline{ca} , который представляет на плане искомую реакцию \overline{R}_{10} : $R_{10} = (ca)\mu_F = 27 \cdot 15 = 405 \text{ Н}$.

9. Определение уравновешивающего момента при помощи рычага Жуковского

Чтобы получить рычаг Жуковского, поворачиваем план скоростей на 90° (рис. 4.6, в) и делаем полюс плана p опорной точкой. Далее параллельно самим себе переносим на рычаг все силы инерции и внешние силы, действующие на звенья механизма, заменив предварительно уравновешивающий момент M_y , приложенный к звену 1, парой сил F'_y , одна из которых приложена в точке A звена 1 перпендикулярно линии OA , а другая – в точке O . Тогда $F'_y = M_y / l_{OA}$.

Действующую на звено 1 в точке A силу \bar{F}'_y переносим соответственно в точку a рычага силы тяжести $\bar{G}_2, \bar{G}_3, \bar{G}_4$ и \bar{G}_5 и аналогично переносим в соответствующие точки рычага s_2, s_3, s_4 и s_5 . Чтобы найти на рычаге Жуковского точку e_2 приложения силы $\bar{F}_{и2}$, продлим линию ее действия на рис. 4.6, а до пересечения с линией AB в точке E_2 . После этого делим отрезок ab рычага в том же отношении, в котором точка E_2 делит линию AB , и получим точку e_2 , в которую переносим силу $\bar{F}_{и2}$. Аналогично находим точку k_3 на отрезке pb , в которую переносим силу $\bar{F}_{и3}$, и точку e_4 на отрезке bd , в которую переносим силу $\bar{F}_{и4}$. Силы \bar{F}_c и $\bar{F}_{и5}$, приложенные к звену 5, переносим в точку d рычага. Внешние силы, приложенные к неподвижным точкам механизма (в данном примере это силы \bar{G}_1 и \bar{F}'_y), на рычаг переносить не следует. Составляем уравнение моментов всех приложенных к рычагу Жуковского сил относительно опорной точки p

$$F'_y(pa) - F_{и2} \cdot l_2 + G_2 \cdot l'_2 - F_{и3} \cdot l_3 + G_3 \cdot l'_3 - F_{и4} \cdot l_4 + G_4 \cdot l'_4 - (F_c + F_{и5})(pd) = 0,$$

откуда

$$F'_y = \frac{1}{pa} [F_{и2} \cdot l_2 - G_2 \cdot l'_2 + F_{и3} \cdot l_3 - G_3 \cdot l'_3 + F_{и4} \cdot l_4 - G_4 \cdot l'_4 + (F_c + F_{и5})(pd)] = \\ = \frac{1}{53} [100 \cdot 19 - 108 \cdot 27 + 87 \cdot 22 - 186 \cdot 15 + 90 \cdot 24 - 186 \cdot 15 + (500 + 115)14] = 115 \text{ Н}$$

Плечи всех сил взяты со схемы на рис. 4.6, е. Уравновешивающий момент, найденный при помощи рычага Жуковского, равен

$$M'_y = F'_y \cdot l_{OA} = 115 \cdot 0,12 = 13,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Сравниваем величины уравновешивающих моментов, полученных при силовом расчете механизма $M_y = 12,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и с помощью рычага Н. Е. Жуковского $M'_y = 13,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$, и вычисляем относительную

погрешность, приняв за основу результат, полученный с помощью рычага Н. Е. Жуковского,

$$\Delta M_y = \left((M'_y - M_y) / M'_y \right) 100 \% = \left((13,8 - 12,6) / 13,8 \right) 100 \% = 8,7 \ \% .$$

Относительная погрешность в вычислениях уравнивающего момента не превышает допустимой при использовании графических методов расчета ($\pm 10 \%$).

Примечание. С помощью рычага Жуковского можно проверить лишь правильность составления и решения уравнений равновесия. Для полной проверки правильности силового расчета нужно величину M_y сравнить с величиной движущего момента M_d , полученной при исследовании движения механизма под действием заданных сил. При этом в идеальном случае должно получиться равенство $M_y = M_d$. Если равенства нет, то разность $M_y - M_d$ не должна превышать $\pm 10 \%$ от M_d .

В случае, если погрешность окажется большей, следует учесть инерционный момент звена приведения, т. е. найти M_y из уравнения $\sum M_O = 0$, включив в него $M_{и1} = J_1 \cdot \varepsilon_1$. Если и после этого погрешность превысит 10% , то это будет свидетельствовать о допущенных серьезных ошибках в расчетах.

Пример 4.2. Силовой расчет шестизвенного кулисного механизма строгального станка с учетом неравномерности вращения начального звена

Задание. Определить реакции в кинематических парах строгального станка при заданном положении кривошипа 1, определяемом углом φ (рис. 4.7, а).

Исходные данные: $\varphi = 45^\circ$; $l_{OA} = 0,125$ м; $l_{OC} = 0,25$ м; $a = 0,5$ м; $l_{BC} = 0,5$ м; $l_{ED} = 0,5$ м; $l_{CS_3} = 0,5 \cdot l_{BC}$; $l_{BS_5} = 0,12$ м; $y = 0,05$ м; угловая скорость и угловое ускорение кривошипа $\omega_1 = 5,2$ с⁻¹, $\varepsilon_1 = -3,1$ с⁻² (берутся по результатам исследования движения механизма под действием сил); массы звеньев $m_1 = 45$ кг, $m_3 = 22$ кг, $m_5 = 52$ кг; момент инерции звена 1 с приведенными к нему массами звеньев привода $J_1 = 15,4$ кг · м²; момент инерции звена 3 $J_{S_3} = 0,9$ кг · м²; усилие сопротивления резанию в заданном положении $P_C = 1000$ Н. Движущее усилие передается кривошипу 1 при помощи зубчатой передачи с углом

зацепления $\alpha_w = 24^\circ$ и начальными радиусами $r_{wш} = 0,05$ м, $r_{wk} = 0,15$ м. Расположение зубчатых колес показано на рис. 4.7, а. Предполагается, что для заданного положения механизма построены план скоростей в масштабе $\mu_v = 0,016$ м · с⁻¹/мм (рис. 4.7, б) и план ускорений в масштабе $\mu_a = 0,064$ м · с⁻²/мм (рис. 4.7, в) с учетом ускорения ε_1 кривошипа.

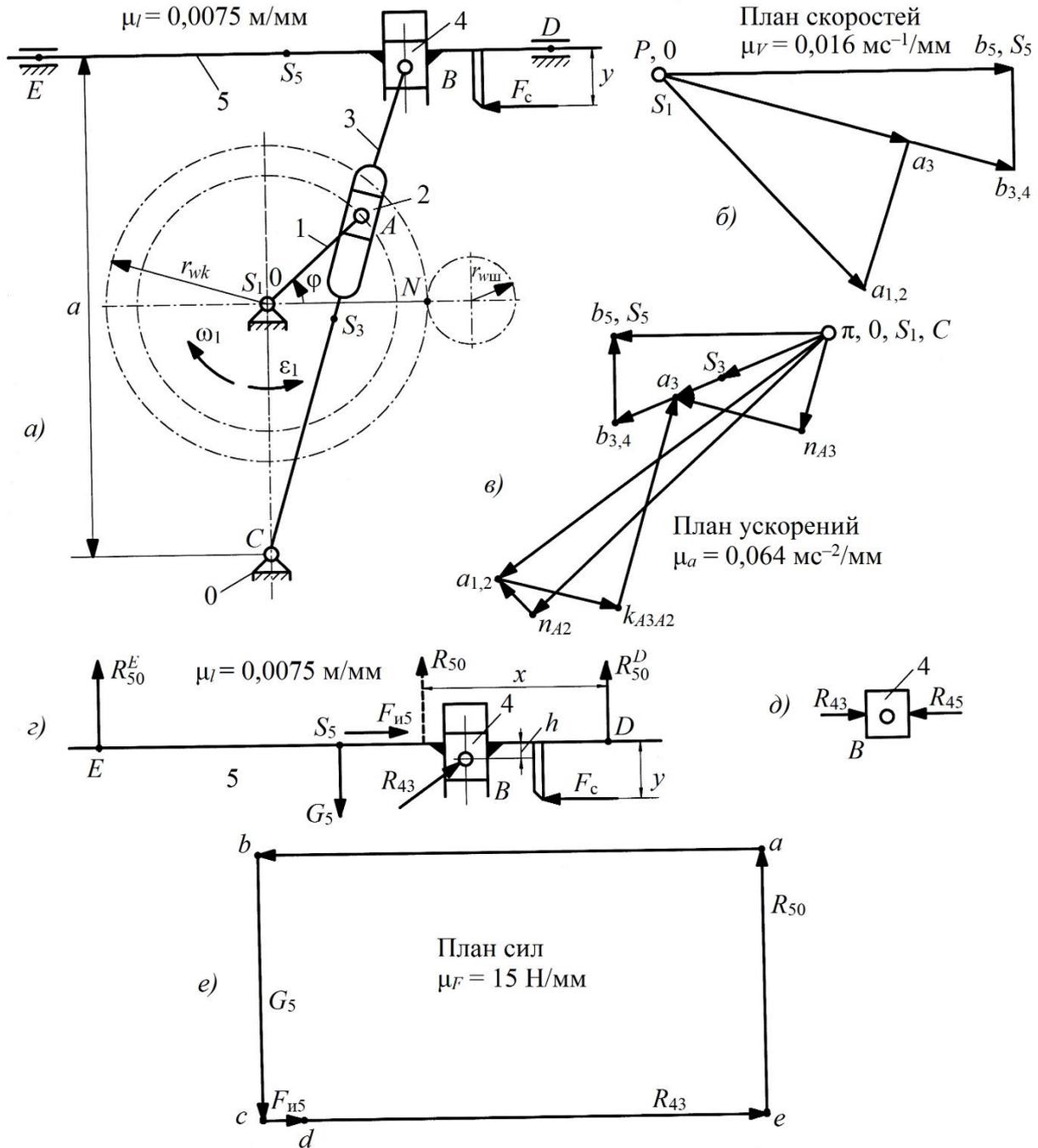


Рис. 4.7. Силовой анализ структурной группы 4 – 5: а – кинематическая схема плоского механизма; б – план скоростей; в – план ускорений; г – структурная группа 4 – 5; д – ползун 4; е – план сил

Выполнение задания

1. Построение схемы механизма в заданном положении

Выбрав масштаб линейных размеров $\mu_l = 0,0075$ м/мм, определяем длины отрезков на рис. 4.7, а, изображающих заданные размеры, мм,

$$OA = l_{OA} / \mu_l = 0,125 / 0,0075 = 16,5, \quad OC = l_{OC} / \mu_l = 0,25 / 0,0075 = 33,5.$$

Расстояние от точки С до оси перемещения суппорта 5, мм,

$$a / \mu_l = 0,5 / 0,0075 = 67, \quad BC = l_{BC} / \mu_l = 0,5 / 0,0075 = 67,$$

$$ED = l_{ED} / \mu_l = 0,5 / 0,0075 = 67, \quad CS_3 = 0,5 \cdot BC = 0,5 \cdot 67 = 33,5,$$

$$BS_5 = l_{BS_5} / \mu_l = 0,12 / 0,0075 = 16.$$

Расстояние от оси перемещения суппорта до режущей кромки резца $y / \mu_l = 0,05 / 0,0075 = 6,5$ мм, размеры начальных радиусов колес на схеме $r_{вш} / \mu_l = 0,05 / 0,0075 = 6,5$ мм, $r_{wk} / \mu_l = 0,15 / 0,0075 = 20$ мм.

Примечание. Полученные значения длин округляются с точностью до 0,5 мм.

Вычерчиваем схему механизма, для чего от произвольной точки O – оси вращения кривошипа откладываем в заданном положении отрезок OA , а затем используем остальные размеры.

2. Выделение структурных групп и начального механизма

Выделяем из механизма на рис. 4.7, а сначала наиболее удаленную структурную группу II класса 5-го вида, состоящую из звеньев 4 и 5, затем структурную группу II класса 3-го вида, состоящую из звеньев 2 и 3 и, наконец, начальный механизм, состоящий из кривошипа 1 и стойки 0. Выделенные структурные группы и начальный механизм вычерчиваем в масштабе $\mu_l = 0,0075$ м/мм, как показано на рис. 4.7, з, 4.8, а и 4.8, з, сохраняя заданное положение звеньев относительно некоторой неподвижной системы координат.

3. Определение сил тяжести звеньев

Силы тяжести звеньев, Н, $G_1 = m_1 \cdot g = 45 \cdot 9,81 = 441$, $G_3 = m_3 \cdot g = 22 \cdot 9,81 = 216$, $G_5 = m_5 \cdot g = 52 \cdot 9,81 = 510$.

4. Определение величин результирующих сил инерции

Результирующие силы инерции рассчитываем по формуле (4.1), находя значения ускорений при помощи плана ускорений на рис. 4.7, в.

$$F_{и1} = m_1 \cdot a_{S1} = m_1 (\pi s_1) \mu_a = 45 \cdot 0 \cdot 0,064 = 0,$$

$$M_{и1} = J_1 \cdot |\varepsilon_1| = 15,4 \cdot 3,1 = 47,7 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$F_{и3} = m_3 \cdot a_{S_3} = m_3(\pi s_3)\mu_a = 22 \cdot 15 \cdot 0,064 = 21 \text{ Н},$$

$$F_{и5} = m_5 \cdot a_{S_5} = m_5(\pi s_5)\mu_a = 52 \cdot 27 \cdot 0,064 = 90 \text{ Н}.$$

Величину инерционного момента $M_{и3}$ не определяем, поскольку его действие предполагаем компенсировать перемещением силы инерции $\bar{F}_{и3}$ из центра масс звена в центр качания.

5. Определение точек приложения сил инерции

Звено 3 совершает вращательное движение вокруг точки C . С учетом действия инерционного момента $M_{и3}$ равнодействующая $\bar{F}_{и3}$ должна быть приложена в центре качания K_3 , расстояние до которого от точки C в соответствии с уравнением (4.3) равно

$$l_{CK_3} = l_{CS_3} + J_{S_3} / (m_3 \cdot l_{CS_3}) = 0,25 + 0,9 / (22 \cdot 0,25) = 0,414 \text{ м}.$$

Длина отрезка CK_3 на рис. 4.8, a равна $CK_3 = l_{CK_3} / \mu_l = 0,414 / 0,0075 = 55 \text{ мм}$. Звено 5 совершает поступательное движение, поэтому силу $\bar{F}_{и5}$ прикладываем в центре масс S_5 звена 5.

6. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 4 – 5

Сначала приложим к звену 5 на схеме рис. 4.7, z силу \bar{F}_c сопротивления резанию на заданном расстоянии y от оси перемещения суппорта. Затем в центре масс S_5 прикладываем найденные выше силу тяжести \bar{G}_5 и силу инерции $\bar{F}_{и5}$. Действие отсоединенного звена 3 заменим реакцией \bar{R}_{43} , а действие стойки – реакцией \bar{R}_{50} . Из заданной схемы механизма видно, что реакция \bar{R}_{50} является равнодействующей усилий \bar{R}_{50}^E и \bar{R}_{50}^D , возникающих в опорах E и D суппорта.

Напишем векторное уравнение равновесия группы 4 – 5

$$\bar{R}_{50} + \bar{F}_c + \bar{G}_5 + \bar{F}_{и5} + \bar{R}_{43} = 0. \quad (4.15)$$

В уравнении (4.15) три неизвестных: величины векторов \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43} и направление последнего. Направление вектора \bar{R}_{43} можно определить, если рассмотреть схему равновесия звена 4 (рис. 4.7, d). Из этой схемы видно, что на звено 4 действуют только реакции \bar{R}_{43} и \bar{R}_{45} отсоединенных звеньев 3 и 5, которые из условий равновесия звена должны быть равны по величине, но противоположны по направлению

$$\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{45}. \quad (4.16)$$

Линия действия реакций \bar{R}_{45} известна – она перпендикулярна вертикальной оси направляющих, по которым перемещается звено 4. Таким образом, оказывается известным и направление реакции \bar{R}_{43} .

Теперь величины векторов \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43} в уравнении (4.15) могут быть найдены при помощи плана сил. Приняв масштаб плана $\mu_F = 15$ Н/мм, вычислим длины векторов, изображающих известные силы уравнения (4.15), мм,

$$ab = F_c / \mu_F = 1000 / 15 = 67, \quad bc = G_5 / \mu_F = 510 / 15 = 34,$$

$$cd = F_{и5} / \mu_F = 90 / 15 = 6.$$

От произвольной точки a – полюса плана сил (рис. 4.7, e) в соответствии с направлением вектора \bar{R}_c откладываем вектор \overline{ab} . Затем из его конца – вектор \overline{bc} , изображающий силу \bar{G}_5 , а за ним – вектор \overline{cd} , изображающий силу $\bar{F}_{и5}$. Проведя через точку a плана известную линию действия вектора \bar{R}_{50} , а через точку d – линию действия реакции \bar{R}_{43} , получим точку e пересечения этих линий, которая и определяет значения векторов \overline{ea} силы \bar{R}_{50} и \overline{de} силы \bar{R}_{43} :

$$R_{50} = (ea)\mu_F = 34 \cdot 15 = 510 \text{ Н}, \quad R_{43} = (de)\mu_F = 61 \cdot 15 = 920 \text{ Н}.$$

Из уравнения (4.16) следует, что величина реакции \bar{R}_{45} равна $R_{45} = R_{43} = 920$ Н. Чтобы найти положение линии действия результирующей \bar{R}_{50} , составим уравнение моментов сил, действующих на звено 5 относительно точки D :

$$R_{50} \cdot x + F_c \cdot y - G_5(DS_5)\mu_l - R_{54} \cdot h \cdot \mu_l = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} x &= (G_5(DS_5)\mu_l + R_{54} \cdot h \cdot \mu_l - F_c \cdot y) / R_{50} = \\ &= (510 \cdot 34,5 \cdot 0,0075 + 920 \cdot 2 \cdot 0,0075 - 1000 \cdot 0,05) / 510 = 0,19 \text{ м}. \end{aligned}$$

Длины отрезков DS_5 и h_5 взяты в миллиметрах со схемы рис. 4.7, z . Составляющие \bar{R}_{50}^E и \bar{R}_{50}^D результирующей \bar{R}_{50} можно найти из очевидных соотношений

$$R_{50}^E / R_{50}^D = x / (l_{ED} - x) = 0,19 / (0,5 - 0,19) = 0,613; \quad R_{50}^E + R_{50}^D = R_{50} = 510 \text{ Н},$$

откуда $R_{50}^E = 194$ Н, $R_{50}^D = 316$ Н.

7. *Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2 – 3*

К звеньям группы 2 – 3 на рис. 4.8, *а* приложим внешние силы и силы инерции. Найденную выше силу тяжести \bar{G}_3 прикладываем в центре масс S_3 звена 3, а силу инерции $\bar{F}_{и3}$ – в центре качания K_3 и направляем последнюю в сторону, противоположенную ускорению \bar{a}_{S_3} центра масс S_3 (или вектору $\bar{\pi}_{S_3}$ на плане ускорений).

Действие звеньев, отсоединенных от группы, заменяем реакциями. В точке B от звена 3 отсоединено звено 4 (см. рис. 4.7, *а*); его действие заменяем реакцией \bar{R}_{34} , величина которой равна найденной выше реакции \bar{R}_{43} , а направление противоположно. Отсоединенное от звена 2 звено 1 заменяем реакцией \bar{R}_{21} , а отсоединенную от звена 3 стойку 0 – реакцией \bar{R}_{30} .

Напишем уравнение равновесия системы сил, действующих на звенья структурной группы 2 – 3:

$$\bar{R}_{21} + \bar{F}_{и3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30} = 0. \quad (4.17)$$

Здесь неизвестны величины и направления реакций \bar{R}_{21} и \bar{R}_{30} . Направление реакции \bar{R}_{21} можно определить из схемы сил, действующих на звено 2 (рис. 4.8, *б*). Из этой схемы видно, что на ползун 2 действуют всего две силы – реакции \bar{R}_{21} и \bar{R}_{23} , которые, следовательно, должны быть равны по величине и противоположены по направлению $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{23}$. Поскольку направление линий действия \bar{R}_{23} известно (оно перпендикулярно направляющей кулисы 3), становится известной и линия действия реакции \bar{R}_{21} . Теперь можно найти её величину и направление из уравнения моментов всех сил, действующих на группу 2 – 3 относительно точки C :

$$R_{21}(AC) + F_{и3} \cdot h_3'' + G_3 \cdot h_3' - R_{34} \cdot h_3 = 0,$$

откуда

$$R_{21} = \frac{1}{AC} (R_{34} \cdot h_3 - F_{и3} \cdot h_3'' - G_3 \cdot h_3') = \frac{1}{45} (920 \cdot 64 - 21 \cdot 43 - 216 \cdot 8,5) = 1220 \text{ Н.}$$

Положительное значение реакции \bar{R}_{21} указывает на то, что ее направление на схеме рис. 4.8, *а* было выбрано правильно. Длины отрезков AC , h_3 , h_3' и h_3'' при определении \bar{R}_{21} были взяты со схемы рис. 4.8, *а*.

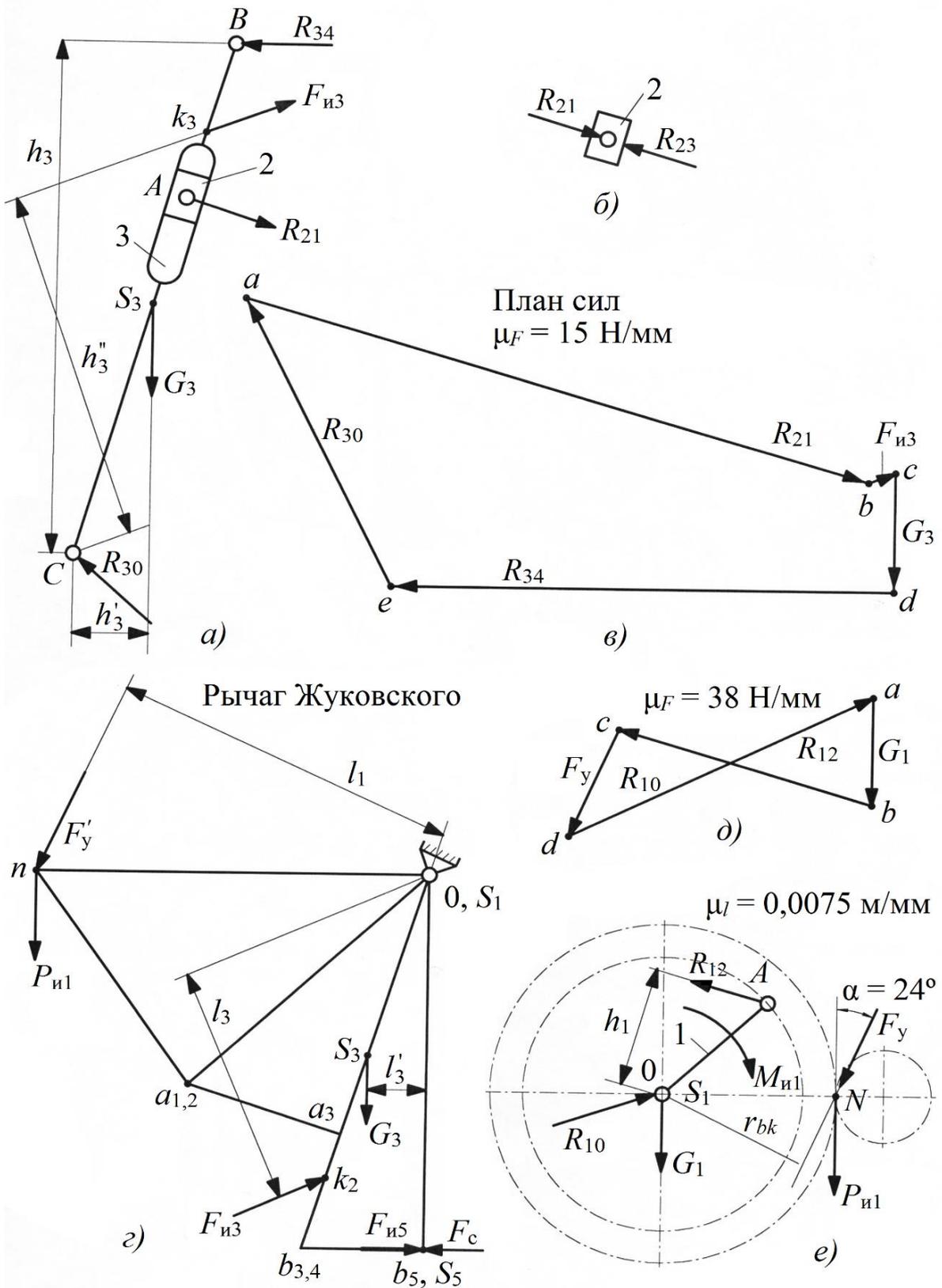


Рис. 4.8. Силовой анализ структурной группы 2 – 3 и начального звена: а – структурная группа 2 – 3; б – ползун 2; в, г – план сил и рычаг Жуковского структурной группы 2 – 3; д – план сил начального звена; е – начальное звено

После определения реакции \bar{R}_{21} найдем реакцию \bar{R}_{30} из уравнения (4.17), решая его графически путем построения плана сил. Принимаем масштаб плана $\mu_F = 15$ Н/мм и вычисляем длины векторов, изображающих известные силы, мм,

$$ab = R_{21}/\mu_F = 1220/15 = 81,5, \quad bc = F_{и2}/\mu_F = 21/15 = 1,5, \\ cd = G_3/\mu_F = 215/15 = 14,3, \quad de = R_{34}/\mu_F = 920/15 = 61,3.$$

Отложив от полюса a плана сил (рис. 4.8, в) последовательно векторы \bar{ab} , \bar{bc} , \bar{cd} и \bar{de} , проводим замыкающий вектор \bar{ea} , который определяет величину и направление реакции \bar{R}_{30} : $R_{30} = (ea) \mu_F = 39 \cdot 15 = 585$ Н. Что касается реакций \bar{R}_{23} и \bar{R}_{32} , то они по величине равны реакции \bar{R}_{21} $R_{23} = R_{32} = 1220$ Н.

8. Определение реакции в опоре начального звена

Прикладываем к начальному звену на рис. 4.8, е силу тяжести \bar{G}_1 в центре масс S_1 и заменяем действие отсоединенных звеньев реакциями \bar{R}_{12} и \bar{R}_{10} . Действие шестерни на колесо, которое является частью начального звена 1, заменяем уравновешивающей силой \bar{F}_y . Эту силу направляем по линии зацепления зубчатой передачи, т. е. по нормали к рабочему профилю зуба на колесе. Добавляем к действующим силам инерционный момент $M_{и1}$ звена 1. Определяем уравновешивающую силу из уравнения моментов относительно точки O

$$F_y \cdot r_{bk} + M_{и1} - R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l = 0,$$

где $r_{bk} = r_{wk} \cdot \cos(\alpha_w)$,

$$\text{отсюда } F_y = (R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l - M_{и1}) / (r_{wk} \cdot \cos(\alpha_w)) = \\ = (1220 \cdot 14 \cdot 0,0075 - 47,7) / (0,15 \cdot 0,9135) = 587 \text{ Н.}$$

Длина отрезка h_1 здесь взята со схемы рис. 4.8, е.

Для определения реакции \bar{R}_{10} в опоре звена 1 напишем уравнение равновесия сил, действующих на это звено, $\bar{G}_1 + \bar{R}_{12} + \bar{F}_y + \bar{R}_{10} = 0$. В этом уравнении неизвестны только величина и направление реакции \bar{R}_{10} , для определения которых построим план сил в масштабе $\mu_F = 38$ Н/мм. Длины векторов известных сил в этом масштабе будут, мм,

$$ab = G_1/\mu_F = 441/38 = 11,5, \quad bc = R_{12}/\mu_F = 1220/38 = 32, \\ cd = F_y/\mu_F = 587/38 = 15,5.$$

Отложив от полюса a плана сил на рис. 4.8, d векторы \overline{ab} , \overline{bc} и \overline{cd} , проводим замыкающий вектор \overline{da} , который определит величину и направление искомой реакции \overline{R}_{10} : $R_{10} = (da)\mu_F = 41 \cdot 38 = 1560 \text{ Н}$.

9. *Определение уравновешивающей силы при помощи рычага Жуковского*

Повернув план скоростей на 90° и рассматривая его как жесткий рычаг (рис. 4.8, z), перенесем на него параллельно самим себе все внешние силы, действующие на звенья механизма, а также силы инерции и инерционный момент $M_{и1}$. Силу тяжести \overline{G}_3 переносим в точку S_3 рычага; силы тяжести \overline{G}_1 и \overline{G}_5 на рычаге не показаны, так как они пройдут через опорную точку p рычага, и их моменты относительно этой точки будут равны нулю.

Чтобы найти на рычаге Жуковского точку K_3 приложения силы $\overline{F}_{и3}$, разделим отрезок pb_3 рычага в том же отношении, в котором точка K_3 делит звено BC . Силы \overline{F}_c и $\overline{F}_{и5}$, приложенные к звену 5 (см. рис. 4.7, z), переносим в точку b_5 . Для определения на рычаге точки n приложения уравновешивающей силы \overline{F}'_y построим на отрезке $pa_{1,2}$ треугольник $pa_{1,2}n$, подобный треугольнику OAN на схеме рис. 4.8, z . При этом стороны подобных треугольников должны быть расположены сходственно. Момент $M_{и1}$ представим силой $\overline{P}_{и1}$, приложенной к точке N перпендикулярно ON и равной $\overline{P}_{и1} = M_{и1}/r_{wk} = 47,7/0,15 = 318 \text{ Н}$.

Составим уравнение моментов всех сил на рычаге Жуковского относительно точки p

$$(F_c - F_{и5})(pb_5) - F_{и3} \cdot l_3 - G_3 \cdot l'_3 - F'_y \cdot l_1 - P_{и1}(pn) = 0,$$

откуда

$$F'_y = \left[(F_c - F_{и5})(pb_5) - F_{и3} \cdot l_3 - G_3 \cdot l'_3 - P_{и1}(pn) \right] / l_1 = \\ = \left[(1000 - 90)46,5 - 21 \cdot 30 - 216 \cdot 6 - 318 \cdot 48 \right] / 44 = 565 \text{ Н}.$$

Расстояния pb_5 , l_3 , l'_3 , l_1 и pn здесь были взяты с чертежа рис. 4.8, e .

Сравниваем величины уравновешивающих сил, полученные при силовом расчете механизма $F_y = 587 \text{ Н}$ и с помощью рычага Жуковского $F'_y = 565 \text{ Н}$ и вычисляем относительную погрешность ΔF_y , приняв за основу результат, полученный с помощью рычага Жуковского:

$$\Delta F_y = \left((F_y - F'_y) / F'_y \right) 100 \% = \left((587 - 565) / 565 \right) 100 \% = 3,9 \%$$

Относительная погрешность не превышает допустимой ($\pm 10 \%$).

Для более полной проверки результатов силового расчета следует величину момента силы F_y сравнить с величиной движущего момента M_d , полученной при исследовании движения механизма (см. примечание в примере 4.1).

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется силовым анализом механизма?
2. Каковы задачи силового анализа механизма?
3. Какие силы и моменты приложены к звеньям механизма во время его работы?
4. В чём заключается метод кинетостатики?
5. Зачем нужно разделять механизм на группы Ассур при его силовом анализе?
6. Что такое движущие силы?
7. Чем отличаются силы полезного сопротивления от сил вредного сопротивления?
8. Что такое реакции в кинематической паре?

Раздел 5. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

5.1. Динамическая модель механизма (звено приведения)

При решении задач кинематики и кинетостатики механизма в первом приближении полагают, что закон движения ведущего звена известен, и обычно принимают угловую скорость ω его постоянной. В действительности кинематические параметры являются функцией действующих внешних сил и масс подвижных звеньев механизма, поэтому для определения истинного закона движения необходимо провести специальный расчёт или исследование. Определение истинного закона движения многозвенного механизма – задача сложная, но она может быть упрощена, если массы подвижных звеньев, перемещающихся каждое по своему закону, заменить динамически эквивалентной массой одного условного звена (звена приведения).

Динамическая модель механизма (машины) представляет собой уравнение движения звена привода, к которому приведены все силы и массы звеньев.

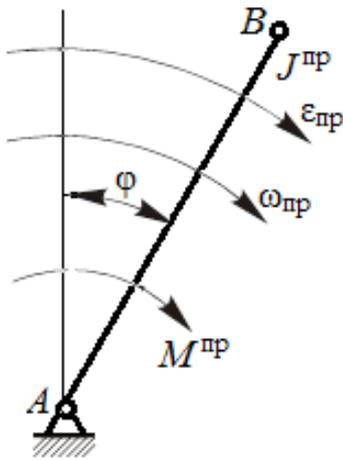


Рис. 5.1. Вращательное движение звена привода (кривошип)

Если звено привода совершает вращательное движение (рис. 5.1), тогда вся система может быть представлена в виде звена, вращающегося с угловой скоростью $\omega_{пр}$ с угловым ускорением $\epsilon_{пр}$ под действием момента $M^{пр}$ и имеющего момент инерции $J^{пр}$

$$M^{пр} = M(\varphi, \omega, t) \text{ и } J^{пр} = J(\varphi, \omega, t),$$

где $M^{пр}$ – приведенный момент сил, приложенный к звену привода и развивающий мощность, равную сумме мощностей всех сил и моментов сил, приложенных к звеньям механизма; $J^{пр}$ – приведенный момент инерции представляет собой момент инерции звена привода, обладающий кинетической энергией, равной сумме

кинетических энергий всех движущихся звеньев механизма.

Уравнение движения звена привода

$$M^{пр} \cdot \omega_{пр} = d(J^{пр} \cdot \omega_{пр}^2 / 2) / dt.$$

Преобразуя это уравнение, получим

$$d\{(J^{пр} \cdot \omega_{пр}^2) / 2\} / dt = (dJ^{пр} / dt) \omega_{пр}^2 / 2 + 2 J^{пр} \cdot \omega_{пр} / 2 \cdot d\omega_{пр} / dt,$$

где $d\omega_{пр} / dt = \epsilon_{пр}$ – угловое ускорение звена привода, отсюда

$$d\{(J^{пр} \cdot \omega_{пр}^2) / 2\} / dt = dJ^{пр} / dt \cdot d\varphi_{пр} / d\varphi_{пр} \cdot \omega_{пр}^2 + J^{пр} \cdot \omega_{пр} \cdot \epsilon_{пр},$$

где $d\omega_{пр} / dt = \omega_{пр}$ – угловая скорость звена привода, тогда

$$M^{пр} \cdot \omega_{пр} = dJ^{пр} / d\varphi_{пр} \cdot \omega_{пр}^2 / 2 \cdot \omega_{пр} + J^{пр} \cdot \omega_{пр} \cdot \epsilon_{пр},$$

откуда

$$M^{пр} = dJ^{пр} / d\varphi_{пр} \cdot \omega_{пр}^2 / 2 + J^{пр} \cdot \epsilon_{пр}.$$

Это и есть дифференциальное уравнение движения машины в общем виде в случае вращательного движения звена привода.

Для случая $J^{пр} = \text{const}$ уравнение движения звена привода, совершающего вращательное движение (если все звенья механизма, вращающиеся и имеют постоянные массовые характеристики), принимает вид $M^{пр} = J^{пр} \cdot \epsilon_{пр}$.

Задача динамики машины чаще сводится к нахождению момента двигателя по заданному закону движения ведущего звена и некоторым силам, действующим на звенья машины.

Рассмотрим другой случай поступательно движущегося звена привода (рис. 5.2).

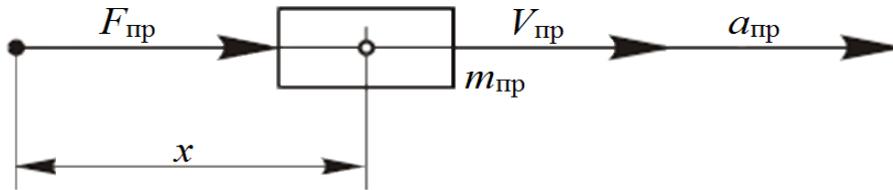


Рис. 5.2. Поступательное движение звена привода (ползун)

В этом случае вся система может быть представлена материальной точкой, движущейся со скоростью $V_{пр}$ и ускорением $a_{пр}$ под действием силы $F_{пр}$ и имеющей массу $m_{пр}$. Тогда уравнение движения машины может быть записано в следующем виде:

$$F_{пр} \cdot V_{пр} = d\{(m_{пр} \cdot V_{пр}^2)/2\}/dt.$$

В правой части уравнения находится производная от произведения двух переменных величин $m_{пр} = m(x, V, t)$ и $V_{пр} = V(x, t)$. Как правило, $m_{пр} = f_1(t)$, $F_{пр} = f_2(t)$ и $V_{пр} = f_3(t)$. Производная от произведения двух переменных величин $m_{пр}$ и $V_{пр}$ по времени t

$$d\{(m_{пр} \cdot V_{пр}^2)/2\}/dt = dm_{пр}/dt \cdot V_{пр}^2/2 + m_{пр}/2 \cdot 2V_{пр} \cdot dV_{пр}/dt,$$

где $dV_{пр}/dt = a_{пр}$ – ускорение материальной точки.

Разделив и умножив первый член правой части полученного равенства на бесконечно малую величину $dS_{пр}$ – перемещение материальной точки привода, получим уравнение

$$d\{(m_{пр} \cdot V_{пр}^2)/2\}/dt = V_{пр}^2/2 \cdot dm_{пр}/dt \cdot dS_{пр}/dt + m_{пр} \cdot V_{пр} \cdot a_{пр},$$

где $dS_{пр}/dt = V_{пр}$ – скорость материальной точки привода.

Подставив полученное выражение в исходное уравнение, получаем

$$F_{пр} \cdot V_{пр} = V_{пр}^2/2 \cdot dm_{пр}/dS_{пр} \cdot V_{пр} + m_{пр} \cdot V_{пр} \cdot a_{пр}$$

и сократив левую и правую части уравнения на $V_{пр}$, получим дифференциальное уравнение движения машины в общем виде

$$F_{пр} = V_{пр}^2/2 \cdot dm_{пр}/dS_{пр} + m_{пр} \cdot a_{пр}.$$

Это уравнение применяется, когда силы и массы приводятся к поступательно движущемуся звену или точке машины.

Если $m_{пр} = \text{const}$, т. е. приведённая масса точки привода не зависит от времени t или положения механизма, тогда это уравнение принимает вид (закон Ньютона)

$$F_{пр} = m_{пр} \cdot a_{пр}.$$

Таким образом, уравнение движения машины приводится к тому или иному конкретному виду и решается графическим и графоаналитическим методами, а учитываемые силы и моменты сил, а также приведенные массы и моменты инерции могут быть как постоянными, так и переменными величинами, зависящими от того или иного фактора.

5.2. Процесс движения машины

Процесс движения машины в общем случае состоит из трёх периодов (рис. 5.3): пуска (разбега), установившегося движения, остановки (выбега).

Полным временем движения машины называется промежуток времени от момента начала движения до конца её движения. Закон движения машины определяется законом движения ведущего звена.

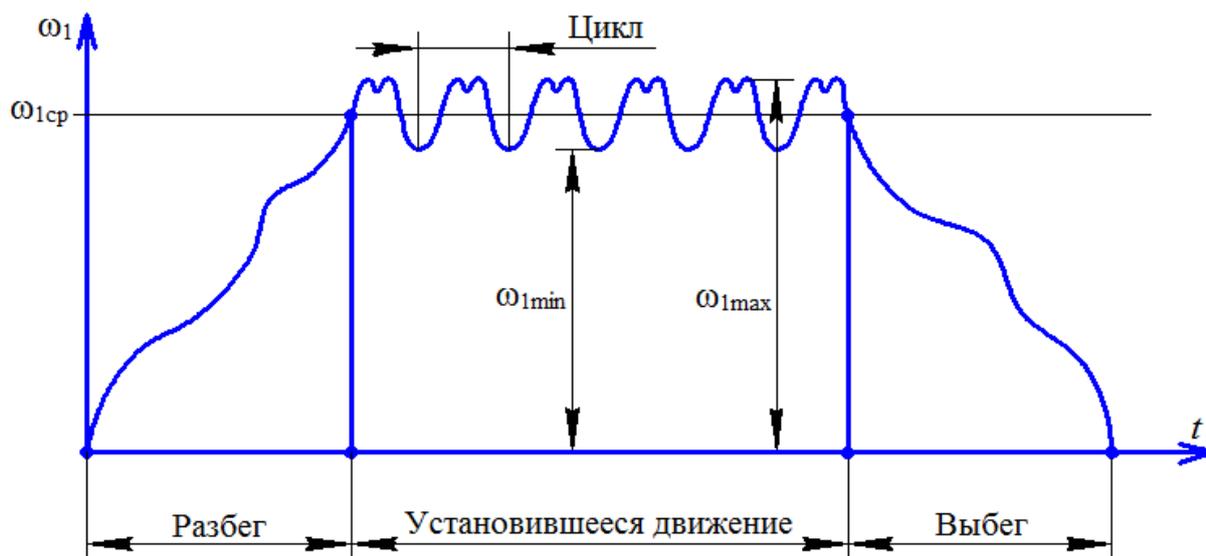


Рис. 5.3. Тахограмма движения машины

Установившимся движением машины (механизма) называется такое движение, при котором обобщённая скорость (производная обобщённой координаты по времени) есть *периодическая функция времени*. Период изменения обобщённой скорости как функции времени называется циклом установившегося движения.

При установившемся движении угловая скорость начального звена колеблется около среднего значения ω_{1cp} в пределах от ω_{1max} до ω_{1min} , численно этот диапазон оценивается коэффициентом неравномерности хода $\delta = (\omega_{1max} - \omega_{1min})/\omega_{1cp}$, который характеризует качество работы

агрегата (точность и качество работы станка, устойчивость работы ДВС и т. д.). Поэтому проектировщик должен располагать методикой, которая позволяет получать требуемое значение этого параметра.

Аналитическая зависимость между действующими на звенья силами и кинематическими параметрами движения называется *уравнением движения*. Это уравнение в общем случае имеет вид

$$\Delta T = A_d - A_c,$$

где $\Delta T = T - T_0$ – изменение кинетической энергии на рассматриваемом промежутке времени (T и T_0 – величина кинетической энергии в конце и начале промежутка); $A_d - A_c$ – суммарная работа действующих сил за рассматриваемый промежуток (A_d, A_c – работа движущих сил и сил сопротивления).

В период пуска $A_d - A_c = \Delta T > 0$, т. е. происходит ускорение движения звеньев, являющееся неустановившимся. В период установившегося движения $A_d - A_c = \Delta T = 0$, т. е. скорости звеньев в конечный и начальный моменты цикла равны и вся работа движущихся сил расходуется на преодоление сопротивлений. В период остановки $A_d - A_c = \Delta T < 0$ движение продолжается некоторое время за счет накопления кинетической энергии, поглощаемой за счет сопротивления движению.

Уравнение движения может быть выражено в интегральной и дифференциальной формах, а для упрощения его решения исследование машины заменяют исследованием звена приведения, в котором изменение кинетической энергии равно $\Delta T^{пр} = A_d^{пр} - A_c^{пр}$, где суммарная работа действующих на звено приведения сил может быть выражена:

а) в интегральной форме

$$A_d^{пр} - A_c^{пр} = \int F_{\Sigma}^{пр} ds \text{ или } A_d^{пр} - A_c^{пр} = \int M_{\Sigma}^{пр} d\varphi;$$

б) в дифференциальной форме

$$dT^{пр} = M_{\Sigma}^{пр} d\varphi \text{ или } dT^{пр}/d\varphi = M_{\Sigma}^{пр},$$

т. е. при $dT^{пр} = 1/2 dJ^{пр} \cdot \omega^2$ получим

$$M_{\Sigma}^{пр} = (dJ^{пр}/d\varphi)(\omega^2/2) + J^{пр}\omega(d\omega/d\varphi)(d\varphi/d\varphi) = (dJ^{пр}/d\varphi)(\omega^2/2) + \varepsilon \cdot J^{пр}.$$

5.3. Графоаналитический метод решения уравнения движения машины

Данный метод позволяет наглядно иллюстрировать связь между динамическими и кинематическими параметрами движения, а также решать практические задачи синтеза, например, задачу уменьшения неравномерности вращения звеньев.

В качестве примера рассмотрим построение так называемой *диаграммы энергомасс* (диаграммы Виттенбауэра), которая строится на основе графиков $(\varphi) = T^{\text{пр}}(\varphi) - T_0^{\text{пр}}(\varphi)$ и $J^{\text{пр}}(\varphi)$, причем график $\Delta T^{\text{пр}}(\varphi)$ может быть получен путем графического интегрирования графика $M^{\text{пр}}(\varphi)$.

На рис. 5.4 показана последовательность построения диаграммы энергомасс в координатах $\Delta T^{\text{пр}}(\varphi)$ и $J^{\text{пр}}(\varphi)$ путем исключения параметра φ (φ – угол поворота звена привода). Если известна скорость вращения привода в начале цикла, то можно определить начальную кинетическую энергию $T_0^{\text{пр}} = 1/2 J_0^{\text{пр}} \cdot \omega_0^2$.

Тогда диаграмму энергомасс рассмотрим в координатах $T^{\text{пр}}(J_1^{\text{пр}})$, где ось $J_1^{\text{пр}}$ отстоит от первоначальной оси $J^{\text{пр}}$ на величину $T_0^{\text{пр}}$. Так как $T^{\text{пр}} = 1/2 J^{\text{пр}} \cdot \omega^2$, $\omega^2 = 2T^{\text{пр}}/J^{\text{пр}} = 2\mu_T / \mu_J \cdot \text{tg } \psi$, где μ_T и μ_J – масштабные коэффициенты, используемые для построения диаграмм.

Таким образом, диаграмма энергомасс позволяет при установившемся движении определить угловую скорость ω звена привода в любой момент времени

$$\omega = \sqrt{2\mu_T \cdot \mu_J} \cdot \text{tg } \psi, \text{ где } \text{tg } \psi = \mu_J / \mu_T \cdot \omega^2 / 2.$$

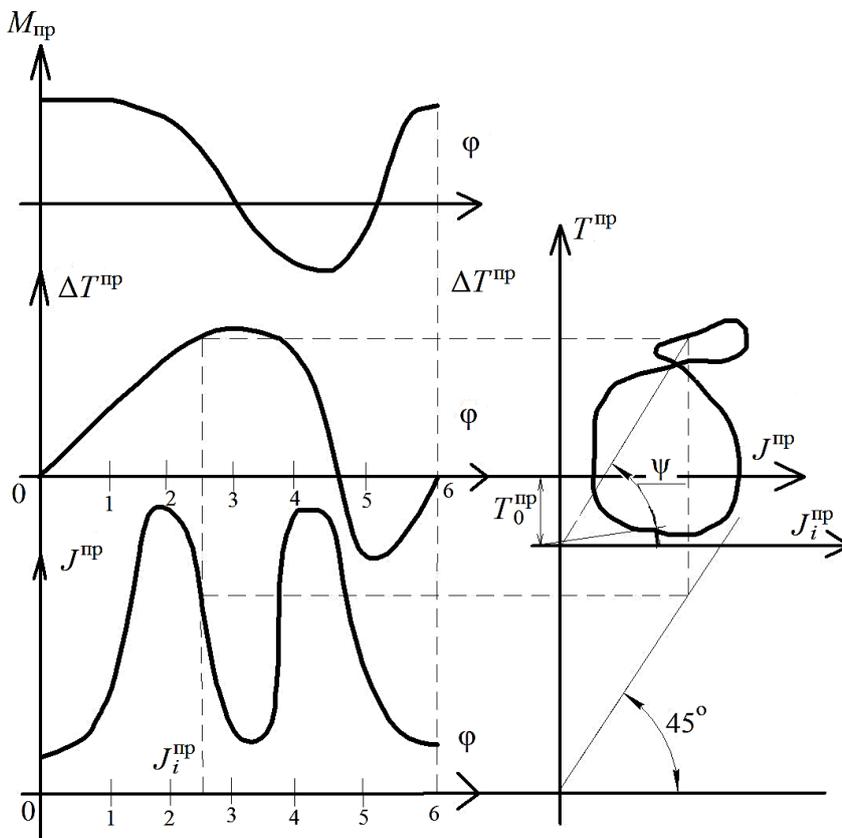


Рис. 5.4. Диаграмма энергомасс

5.4. Подбор момента инерции маховика

Обычно требуется определить параметры маховика при заданных значениях $\omega_{\text{ср}}$ и δ (коэффициент неравномерности). Существуют два наиболее распространенных метода определения момента инерции маховика J_M – метод Н. И. Мерцалова и метод Ф. Виттенбауэра. Рассмотрим метод Ф. Виттенбауэра, при котором предварительно строится диаграмма энергомасс $\Delta T^{\text{пр}}(J^{\text{пр}})$.

Согласно диаграмме (рис. 5.5) $\omega_{\text{max, min}} = 2\mu_T / \mu_J \cdot \text{tg } \psi_{\text{max, min}}$, $\text{tg } \psi_{\text{max, min}} = \mu_J / \mu_T \cdot \omega_{\text{max, min}}^2 / 2$. С другой стороны, из уравнения $\omega_{\text{max, min}} = \omega_c (1 + (-) \delta/2)$.

Таким образом, найдя и проведя касательные к диаграмме энергомасс под этими углами к горизонтали, получим в точке их пересечения начало новой системы координат с осями $T^{\text{пр}}$ и $J_1^{\text{пр}}$, отстоящими от старых осей на искомую величину J_M и $T_0^{\text{пр}}$.

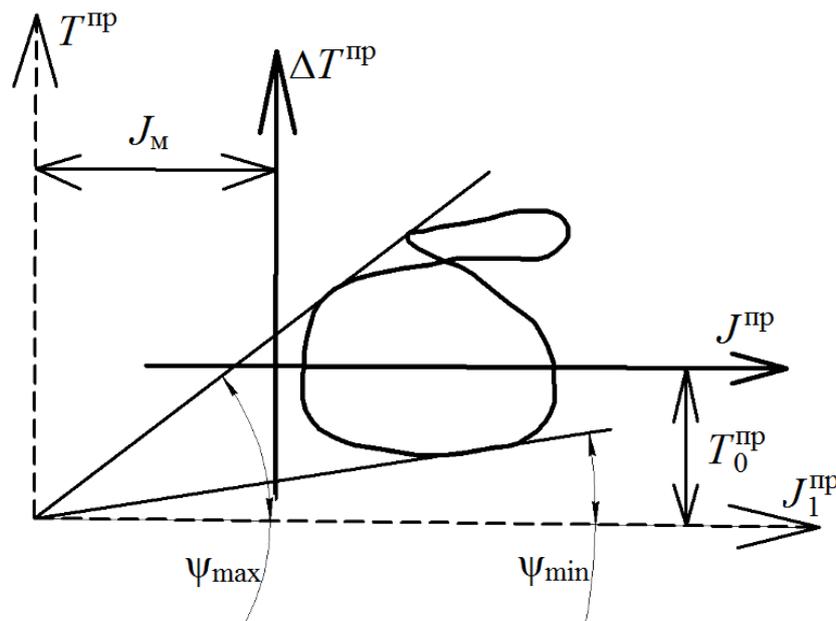


Рис. 5.5. Метод Ф. Виттенбауэра

- В целом порядок определения J_M включает следующие операции:
1. Строят диаграмму для установившегося движения механизма.
 2. Строят диаграмму $\Delta T^{\text{пр}}(\varphi)$ путем графического интегрирования диаграммы $M^{\text{пр}}$.
 3. Строят график $J^{\text{пр}}(\varphi)$ и диаграмму энергомасс путем исключения параметра φ из графиков $\Delta T^{\text{пр}}(\varphi)$ и $J^{\text{пр}}(\varphi)$.

4. Определяют углы ψ_{\max} и ψ_{\min} , после чего находят J_M в новой системе координат с осями $T^{\text{пр}}$ и $J_1^{\text{пр}}$.

5.5. Расчёт механического коэффициента полезного действия (КПД) машинного агрегата

Напомним, что машинный агрегат – это совокупность двигателя, передаточного механизма и механизмов рабочей машины.

Механическим коэффициентом полезного действия называется отношение абсолютной величины работы сил производственных сопротивлений к работе всех движущих сил за цикл установившегося движения $\eta = A_{\text{пс}}/A_{\text{д}}$, где $A_{\text{пс}}$ – работа сил производственных сопротивлений; $A_{\text{д}}$ – работа движущих сил.

Отношение работы A_T непроизводственных сопротивлений к работе движущих сил обозначим через Ψ и назовём *коэффициентом механических потерь*, тогда $\eta = A_T/A_{\text{д}} = 1 - \Psi$.

Чем меньше в механизме работ непроизводственных сопротивлений, тем меньше его коэффициент потерь и тем совершеннее механизм в энергетическом отношении.

Из уравнения следует: так как ни в одном механизме работа A_T непроизводственных сил сопротивлений, сил трения (трения качения, трения скольжения, сухого, полусухого, жидкостного, полужидкостного), практически не может равняться нулю, то и КПД не может равняться нулю.

Но КПД может быть равен нулю, если $A_T = A_{\text{д}}$.

Значит, КПД равен нулю, если работа движущих сил равна работе всех сил непроизводственных сопротивлений, которые имеются в механизме. В этом случае движение будет возможным, но без совершения какой-либо работы. Такое движение механизма называют движением *вхолостую*.

КПД не может быть меньше нуля, так как для этого необходимо, чтобы отношение работ $A_T/A_{\text{д}}$ было больше единицы $A_T/A_{\text{д}} > 1$ или $A_T > A_{\text{д}}$.

Из этих неравенств следует, что если механизм, удовлетворяющий указанному условию, находится в покое, то действительного движения произойти не может, это явление носит название *самоторможения механизма*. Если же механизм находится в движении, то под действием сил непроизводственных сопротивлений он постепенно будет

замедлять свой ход, пока не остановится (затормозится). Следовательно, получение при теоретических расчётах отрицательного значения КПД служит признаком самоторможения механизма или невозможности движения в заданном направлении.

Таким образом, КПД механизма может изменяться в пределах $0 \leq \eta < 1$.

5.6. Взаимосвязь машин в машинном агрегате

Каждая машина представляет собой комплекс соединенных определенным образом механизмов, а некоторые сложные могут быть расчленены на более простые, тогда, имея возможность вычислить КПД простых механизмов или имея в своем распоряжении определенные значения КПД простых механизмов, можно найти полный КПД машины, составленный из простых элементов в любой их комбинации.

Все возможные моменты передачи движения и силы можно разделить на случаи последовательного, параллельного и смешанного соединения. При расчете КПД соединений возьмём агрегат, состоящий из четырёх механизмов, у которого

$$N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N_{\text{вых}}, \quad \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = 0,9.$$

Примем движущую силу $A_d = 1,0$.

1. Рассмотрим КПД последовательного соединения (рис. 5.6).

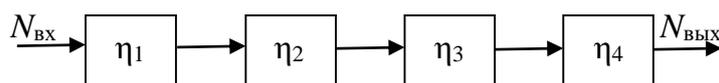


Рис. 5.6. Последовательное соединение

Первый механизм приводится в движение движущими силами, которые совершают работу A_d . Так как полезная работа каждого предыдущего механизма затрачивается на производственные сопротивления, является работой движущих сил для каждого последующего, то КПД первого механизма – $\eta_1 = A_1/A_d$, второго – $\eta_2 = A_2/A_1$, третьего – $\eta_3 = A_3/A_2$, четвертого – $\eta_4 = A_4/A_3$.

Значение КПД для этого соединения может быть получено, если перемножить все отдельные коэффициенты полезного действия

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 = (A_1/A_d) (A_2/A_1) (A_3/A_2) (A_4/A_3) = A_{\text{пс}}/A_d.$$

Вывод: общий механический коэффициент полезного действия последовательного соединения механизмов равняется произведению механических коэффициентов полезного действия отдельных механизмов, составляющих одну общую систему (рис. 5.7)

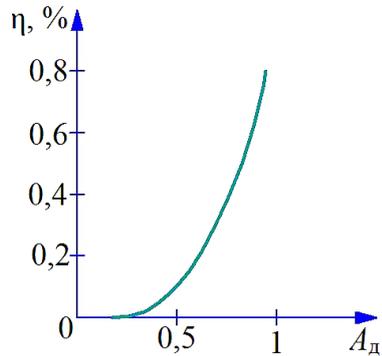


Рис. 5.7. Изменение КПД при последовательном соединении

$$\eta = 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,6561 = A_{\text{пс.}}$$

Рассмотренный случай часто встречается в технике, например, в многоступенчатом редукторе, в котором КПД равен произведению отдельных ступеней.

2. Рассмотрим КПД параллельного соединения (рис. 5.8).

При параллельном соединении механизмов может быть два случая: 1) от одного источника двигательной силы мощность передаётся нескольким потребителям; 2) несколько источников параллельно питают одного потребителя.

Рассмотрим первый вариант. При таком соединении $A_{\text{пс}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$.

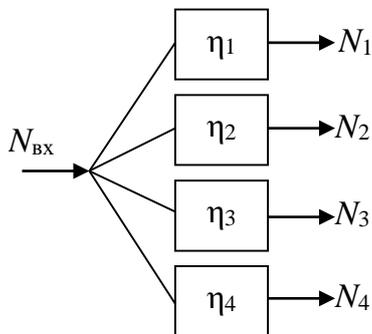


Рис. 5.8. Параллельное соединение

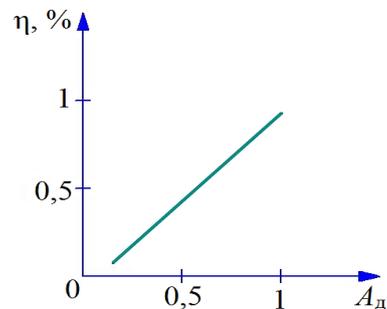


Рис. 5.9. Изменение КПД при параллельном соединении

Если КПД у каждого механизма одинаковый, то и мощность будет распределяться на каждый механизм одинаково

$$\sum N_i = 1, \text{ то } \Rightarrow N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 0,25.$$

$$\text{Тогда } \eta = \sum N_i \cdot \eta_i = 4(0,25 \cdot 0,90) = 0,90 \text{ (рис. 5.9).}$$

Таким образом, общий КПД параллельного соединения определяется как сумма произведений каждого отдельного участка цепи агрегата.

Рассмотренный случай может встречаться в разветвлённых приводах, в частности, для двухступенчатого редуктора с раздвоенной второй ступенью при предположении, что они практически одинаковые и тогда его КПД $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 (\eta_{\text{п}})^3$, где $\eta_1 \cdot \eta_2$ – КПД зацепления первой и второй ступени; $\eta_{\text{п}}$ – КПД пары подшипников качения.

3. Рассмотрим КПД смешанного соединения (рис. 5.10).

В этом случае есть и последовательное, и параллельное соединение механизмов. При этом $A_{\text{д}}$ передаётся на два механизма 1 и 3, а от них на 2 и 4, так как $\eta_1 \cdot \eta_2 = A_2$ и $\eta_3 \cdot \eta_4 = A_4$, а $N_{\text{ВЫХ1}} = N_{\text{ВЫХ2}} = 0,5$.

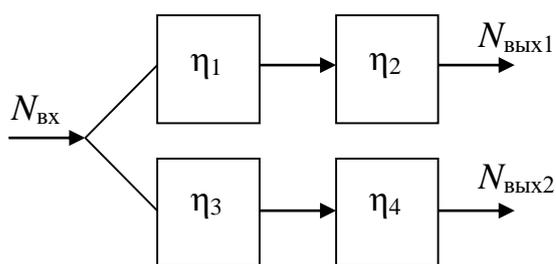


Рис. 5.10. Смешанное соединение

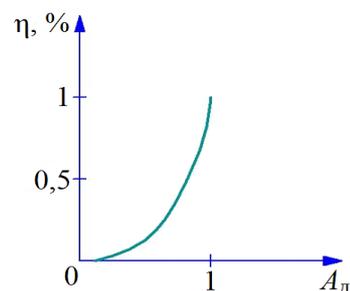


Рис. 5.11. Изменение КПД при смешанном соединении

Сумма A_2 и A_4 равна $A_{\text{пс}}$, то можно найти и КПД всей системы (рис. 5.11)

$$\eta = N_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 + N_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 = 0,5 \cdot 0,9 \cdot 0,9 + 0,5 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,405 + 0,405 = 0,81.$$

Вывод: общий КПД смешанного соединения равняется сумме произведений механических коэффициентов, соединенных последовательно, умноженное на часть движущей силы.

Пути повышения КПД

Сейчас основные усилия механиков направлены на повышение КПД двигателей за счет уменьшения трения их частей, потерь топлива вследствие его неполного сгорания и т. д. Реальные возможности для повышения КПД здесь все ещё остаются большими, действительное же значение КПД из-за различного рода энергетических потерь приблизительно равно 40 %. Максимальный КПД около 44 % имеют двигатели внутреннего сгорания. КПД любого теплового двигателя не может превышать максимально возможного значения 40 – 44 %.

Вывод: при рассмотрении каждого соединения механизмов в отдельности можно сказать, что наибольший КПД у параллельного соединения, который равен 0,9. Следовательно, в агрегатах нужно стараться использовать параллельное соединение или максимально приближенное к нему.

5.7. КПД винтовой кинематической пары

Основное назначение винтовых механизмов – это преобразование вращательного движения в поступательное. Примером использования могут служить механизмы в домкратах (впервые показал принцип работы Архимед), прессах, металлорежущих станках, грузоподъёмных машинах. В домкратах и прессах гайка обычно неподвижна, а винт совершает вращательное и поступательное движения. Встречаются домкраты с вращающейся гайкой, где винт совершает только поступательное движение. В передачах винт – гайка применяют в основном трапецеидальные и квадратные резьбы.

В этих механизмах различают прямой и обратный ход. Прямым ходом в винтовых механизмах (винтовой домкрат) считается движение выходного звена в направлении, противоположном приложенной к нему осевой нагрузке, а момент, приложенный к выходному, направлен по его вращению. В червячных передачах при прямом ходе червячное колесо вращается противоположно приложенному к нему моменту.

На рис. 5.12 показан один виток прямоугольной резьбы. Согласно третьему закону трения гайку можно заменить небольшим элементом, нагруженным теми же силами, что и гайка. В таком случае возникает аналогия с ползуном, перемещающимся по наклонной плоскости.

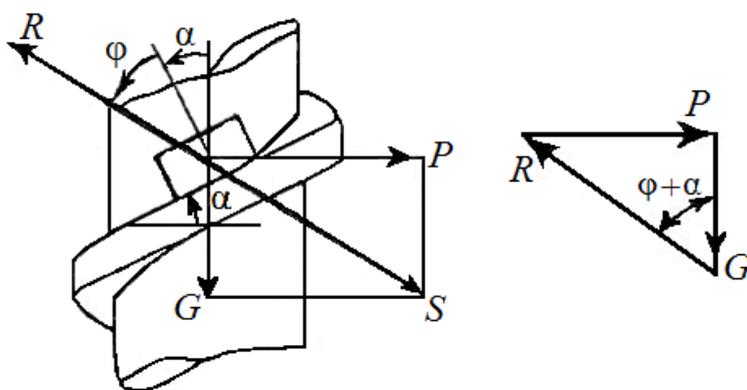


Рис. 5.12. Силы в винтовой паре

Теоретически КПД винтового механизма определяется следующим образом: $\eta = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} (\alpha + \varphi)$, где $\alpha = \operatorname{arctg} \{S / (\pi \cdot d_{\text{ср}})\}$ – угол подъема винтовой линии на среднем диаметре винта; $S = z \cdot t$ – ход винта, z – число заходов резьбы, t – шаг резьбы; $\varphi = \operatorname{arctg} f \approx 6 - 8^\circ$ – угол трения винтовой пары винт – гайка при малых скоростях скольжения (небольшой угол обеспечивает самоторможение гайки), f – коэффициент трения скольжения винтовой пары (для сочетания сталь по стали принимают 0,15).

КПД винтового механизма возрастает с увеличением угла подъема и уменьшением угла трения.

5.8. КПД при движении тела (ползуна) по наклонной плоскости

На тело действуют две внешние силы: одна из них направлена параллельно основанию (сила P – движущая сила), другая – вертикально вниз (сила G – сила тяжести тела). В зависимости от их состояния тело может двигаться либо вверх, либо вниз.

Поскольку КПД является характеристикой установившегося движения, то рассмотрим движение тела с постоянной скоростью. Такое движение тела можно рассматривать как подъем или опускание ползуна по наклонной плоскости:

а) движение ползуна вверх (рис. 5.13, а).

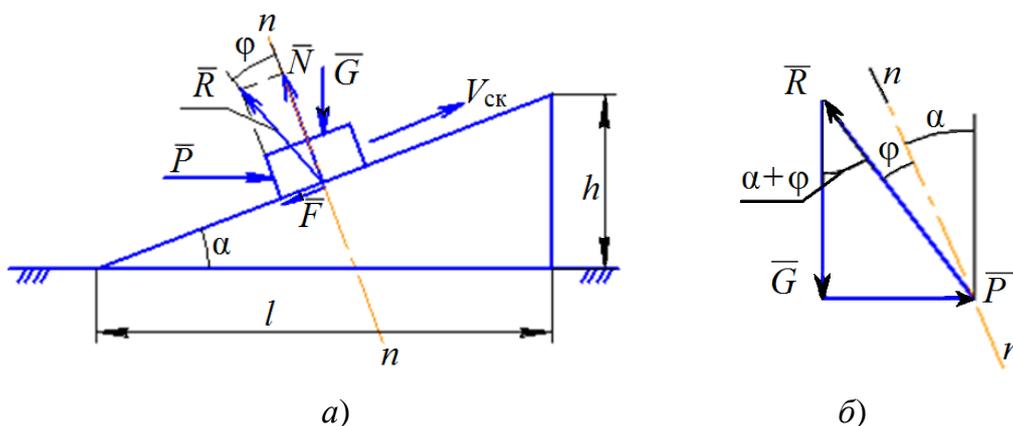


Рис. 5.13. Движение ползуна вверх: а – силы, приложенные к ползуну; б – план сил

Из теоретической механики известно, что сила взаимодействия R между наклонной плоскостью и ползунком, возникающая при движении

его по наклонной плоскости, представляет собой равнодействующую нормальной силы N (реакция опоры) и силы трения F между ними и наклонена к нормали $n-n$ поверхности их соприкосновения под углом трения φ .

Условие равномерного движения $\bar{G} + \bar{P} + \bar{R} = 0$

На рис. 5.13, б дано графическое решение этого уравнения, из которого получаем соотношение сил при равномерном движении ползуна вверх $P = G \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$. Сила \bar{P} является движущей. Её работа при подъеме на высоту h $A_{\text{дв}} = P \cdot l = G \cdot l \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$.

Сила \bar{G} – сила полезного сопротивления. Её работа за то же время $A_{\text{п}} = G \cdot h$.

Тогда КПД при подъёме ползуна определяется уравнением $\eta = A_{\text{п}}/A_{\text{дв}} = (G \cdot h)/G \cdot l \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) = (h/l)/\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$.

б) движение ползуна вниз (рис. 5.14, а).

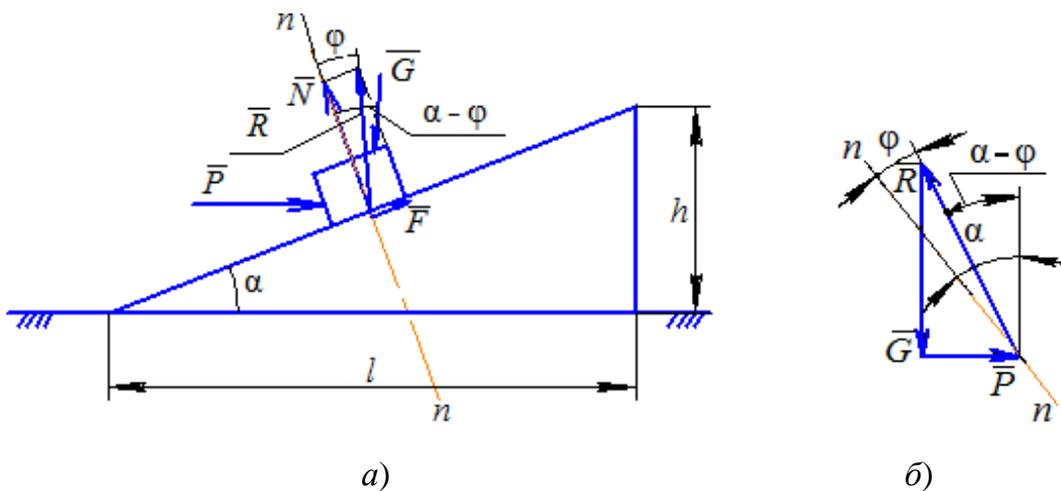


Рис. 5.14. Движение ползуна вниз: а – силы, приложенные к ползуну; б – план сил

Решение уравнения равновесия для этого случая.

Из построения (рис. 5.14, б) $P = G \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)$. Сила G в этом случае будет движущей и её работа при спускании ползуна с высоты h $A_{\text{дв}} = G \cdot h$.

Сила P играет роль силы полезного сопротивления и её работа (по модулю) за то же время $A_{\text{п}} = P \cdot l = G \cdot l \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)$.

Тогда КПД при опускании тела определяется уравнением

$$\eta_i = A_{\text{п}}/A_{\text{дв}} = G \cdot l \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)/G \cdot l = \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)/(h/l) = \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)/\operatorname{tg} \alpha.$$

Полученным уравнениям соответствуют приведённые ниже графики (рис. 5.15).

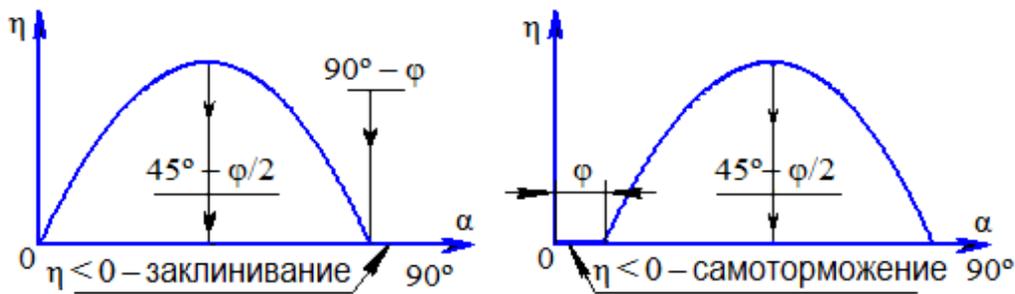


Рис. 5.15. Зависимость КПД от угла наклона площадки

Рассмотрим определение КПД на примере кривошипно-ползунного механизма, кинематическая схема которого приведена на рис. 5.16.

При работе механизма его мощность полезного сопротивления

$$P_{\text{пл}} = F_c \cdot V_c,$$

где F_c – сила сопротивления; V_c – скорость передвижения ползуна, а мощность, затраченная на трение в кинематических парах механизма,

$$P_{\text{зт}} = P_{\text{пл}} + \sum P_i^{\text{тр}},$$

где $\sum P_i^{\text{тр}} = P_A^{\text{тр}} + P_B^{\text{тр}} + P_{\text{вр}}^{\text{тр}} + P_{\text{спост}}^{\text{тр}}$:

$P_A^{\text{тр}} = F_{0-1} \cdot f_A \cdot \omega_1 \cdot d_A/2$ – мощность, затраченная на трение в шарнире A ;

$P_B^{\text{тр}} = F_{1-2} \cdot f_B (\omega_1 \pm \omega_2) d_B/2$ – мощность, затраченная на трение в шарнире B ;

$P_{\text{вр}}^{\text{тр}} = F_{2-3} \cdot f_{\text{свр}} \cdot \omega_2 \cdot d_C/2$ – мощность, затраченная на трение в шарнире C ;

$P_{\text{спост}}^{\text{тр}} = F_{3-0} \cdot f_{\text{спост}} \cdot V_C$ – мощность, затраченная на преодоление трения ползуна в направляющей,

где f – коэффициенты трения в кинематических парах; d – диаметры шарниров во вращательных кинематических парах.

Мгновенный КПД механизма, который представляет собой функцию положения звена 1, равен $\eta_{\Sigma} = P_{\text{пл}}/P_{\text{зт}}$.

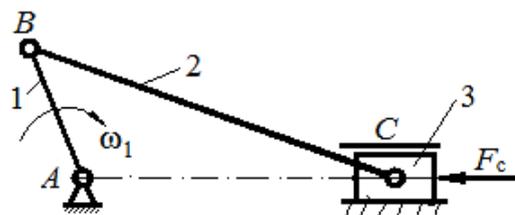


Рис. 5.16. Кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма:
1 – кривошип; 2 – шатун;
3 – ползун

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется приведённым моментом сил?
2. Дайте определение приведённого момента инерции.
3. Что называется приведённой массой?
4. Как определяется кинетическая энергия звена в общем случае плоскопараллельного движения?
5. Как находится кинетическая энергия звена в общем случае при поступательном движении?
6. Как определяется кинетическая энергия звена в общем случае при вращательном движении?
7. Дайте определение механической характеристики.
8. Как вычисляется работа силы?
9. Как вычисляется работа момента?
10. Какова энергетическая характеристика режимов работы машины: разбега, установившегося движения и выбега?
11. Сформулируйте закон передачи работы при установившемся движении.
12. Что называется циклом установившегося движения?
13. Какова роль маховика при работе механизма?
14. Что называется коэффициентом неравномерности движения машины?
15. В чём заключается основное приближение при определении момента инерции маховика по методу Ф. Виттенбауэра?

Раздел 6. ТРЕНИЕ В МЕХАНИЗМАХ

6.1. Виды трения

Общее сопротивление, возникающее на поверхности двух соприкасающихся тел при их относительном движении под действием внешней силы, называется *силой трения*. Основной причиной трения считается шероховатость тел, находящихся в соприкосновении. При движении одного тела относительно другого в зонах фактического контакта происходит сцепление, возникают упругие, вязкие или пластические

деформации соприкасающихся элементов, развиваются силы молекулярного взаимодействия. Появляющееся в результате этого суммарное сопротивление движению одного тела по другому и представляет силу трения. В большинстве случаев силы трения относятся к силам сопротивления, но иногда движение передаётся благодаря силам трения, и в этом случае они относятся к движущим силам.

Установлено, что трение представляет сложный комплекс механических, химических и других явлений. Однако количественный учет этих явлений в настоящее время произвести не представляется возможным. опыты показывают, что величина силы трения чрезвычайно изменчива. Помимо материала, чистоты обработки поверхности, смазки, удельного давления и относительной скорости передвижения трущихся тел на величину силы трения оказывают влияние такие, казалось бы, малозначимые факторы, как наличие или отсутствие оксидной плёнки, влажность, температура и т. п. Всё это приводит к тому, что наука до сих пор еще не имеет до конца разработанной теории трения и износа.

Вопросами трения учёные занимались ещё со времён Леонардо да Винчи, который в 1518 году сформулировал известную формулу для определения силы трения скольжения, подтвержденную затем Кулоном в 1785 году

$$F_{\text{тр}} = f \cdot N,$$

где f – коэффициент трения, зависящий от физико-механических свойств соприкасающихся поверхностей, N – нормальная составляющая реакции в кинематической паре.

Этой приближённой формулой пользуются при инженерных расчётах.

Трение бывает внешнее и внутреннее. При расчёте звеньев из металла внутреннее трение обычно не учитывают. В зависимости от кинематического признака различают следующие виды трения:

- трение скольжения, которое возникает, когда поверхность одного тела скользит по поверхности другого (как правило, оно возникает в простых кинематических парах);
- трение качения (или качение со скольжением), возникающее в высших кинематических парах.

В зависимости от состояния трущихся поверхностей различают два основных вида трения:

1. Сухое трение, при котором поверхности соприкасаются непосредственно при отсутствии смазки и загрязнений между ними (рис. 6.1, а).

Основные законы сухого трения:

- в определённом диапазоне скоростей и нагрузок коэффициент трения скольжения можно считать постоянным;

- коэффициент трения скольжения зависит от материала и состояния трущихся поверхностей;

- силы трения всегда направлены в сторону, противоположную относительным скоростям;

- коэффициент трения покоя несколько больше коэффициента трения при движении;

- с увеличением скорости движения сила трения в большинстве случаев уменьшается, приближаясь к некоторому постоянному значению; при малых скоростях коэффициент трения почти не зависит от скорости;

- с возрастанием удельного давления коэффициент трения в большинстве случаев увеличивается. При малых удельных давлениях коэффициент трения почти не зависит от величины удельного давления и площади соприкосновения;

- с увеличением времени предварительного контакта сила трения возрастает.

2. Жидкостное трение. При сухом трении происходят большая затрата работы, превращающейся в теплоту, и износ трущихся поверхностей. Для устранения этих явлений между трущимися поверхностями вводится слой смазки. В этом случае при соблюдении определённых условий слой смазки может полностью разделить трущиеся поверхности (рис. 6.1, б).

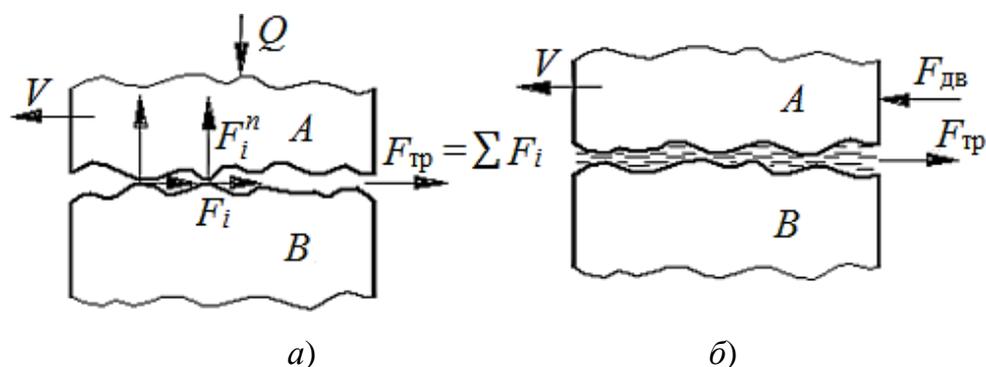


Рис. 6.1. Основные виды трения: а – сухое; б – жидкостное

Кроме того, существуют промежуточные виды трения: чистое, полусухое, граничное, полужидкостное, полусухое и трение с воздушной смазкой.

По своей природе силы сухого и жидкостного трения различны, поэтому различны и методы их учёта. При сухом трении сила трения представляет собой сумму элементарных составляющих реакций в точках контакта поверхностей, и величина её определяется законом Кулона.

Величину жидкостного трения рассчитывают по формуле

$$F_{\text{тр}} = \beta' \cdot V,$$

где β' – диссипативный коэффициент, зависящий от свойства смазки и толщины слоя смазки; V – скорость тела.

6.2. Угол трения и коэффициент трения

В поступательной паре (рис. 6.2) сила \bar{F} воздействия звена 2 (направляющей) на звено 1 (ползун) отклоняется от нормали $n-n$ на угол трения φ . При этом вектор силы \bar{F} составляет тупой угол ($90^\circ + \varphi$) с вектором скорости \bar{V}_{12} , с которой ползун движется относительно направляющей. Силу \bar{F} можно разложить на нормальную силу N_{12} и силу трения $F_{\text{тр}}$, которая направлена против относительной скорости. В этом проявляется тормозящее действие трения. Координата h точки приложения силы \bar{F} неизвестна и определяется в процессе силового расчёта.

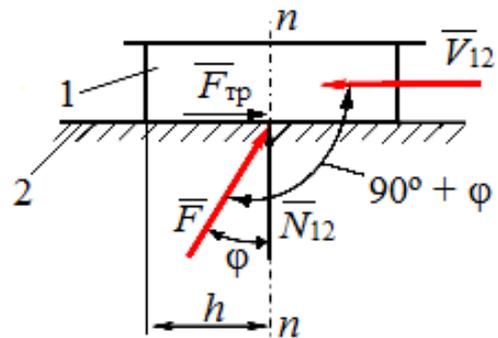


Рис. 6.2. Учёт трения в поступательной паре

Из рис. 6.2 следует условие равновесия ползуна

$$F_{\text{тр}} = N_{12} \cdot f = N_{12} \cdot \text{tg } \varphi.$$

Если ползун находится в состоянии равновесия, то коэффициент f в этом случае называют коэффициентом статического трения (*трения покоя*). Если соприкасающиеся звенья механизма находятся в состоянии относительного движения, то между ними возникает трение движения, которое в отличие от трения покоя производит работу.

На основании экспериментальных исследований Кулон установил, что трение движения связано с величиной нормального давления

$$F_{\text{тр}} = A + f_c \cdot F^n,$$

где A – постоянная, зависящая от способности поверхностей к сцеплению; f_c – коэффициент трения скольжения.

Кулон также сделал вывод, что трение движения (скольжения) меньше трения покоя

$$f_c = f - A/F^n.$$

В технических расчётах предварительным сцеплением пренебрегают и пользуются простейшей зависимостью

$$F_{\text{тр}} = f_c \cdot F^n.$$

Для наглядности анализа движения систем с трением введены понятия *угла трения* и *конуса трения* (рис. 6.3, а).

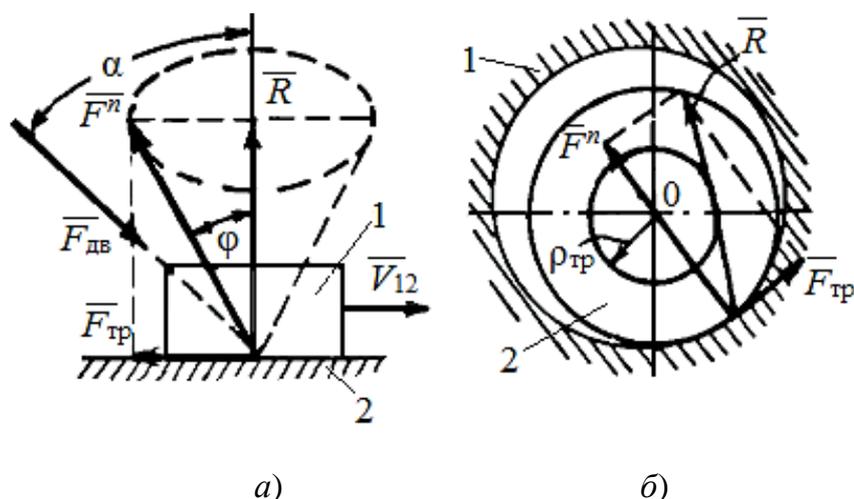


Рис. 6.3. Трение между элементами кинематических пар:
а – угол и конус; б – круг трения

Трение между элементами кинематических пар изменяет величину и положение реакции в этих парах. Полная реакция \mathbf{R} со стороны звена 2 (направляющей) на звено 1 (ползуна) (рис. 6.3, а) отклоняется на *угол трения* ϕ в сторону, противоположную относительной скорости V_{12} звена 1 по отношению к звену 2. При перемещении звена 1 по звену 2 в различных направлениях полная реакция \mathbf{R} опишет конус с углом при вершине, равным 2ϕ , называемым *конусом трения*.

В кинематической паре под действием внешней движущей силы $F_{\text{дв}}$ звено 1 будет двигаться относительно звена 2, только если горизонтальная проекция внешней силы будет больше силы трения $F_{\text{дв}} \cdot \sin \alpha \geq F_{\text{тр}}$, где α – угол между вектором внешней силы и нормалью к поверхности трения.

Полная реакция \mathbf{R} находится как векторная сумма силы трения $F_{\text{тр}}$ и нормальной реакции $\mathbf{F}^{\text{н}}$.

Рис. 6.3, *а* наглядно показывает, что внешняя сила $F_{\text{дв}}$ может сдвинуть тело, только если находится вне конуса трения. И наоборот – никакая сила, приложенная внутри конуса трения, не сможет преодолеть силу трения и сдвинуть тело.

Аналогично выглядит ситуация при вращении круглой детали типа вала или цапфы в отверстии (вращательная кинематическая пара V -го класса первого вида), показанная на рис. 6.3, *б*. При наличии трения полная реакция R направлена не по нормали к поверхности 1, а по касательной к некоторой окружности. Круг внутри этой окружности называется *кругом трения*. Радиус круга трения равен $\rho_{\text{тр}} = f' \cdot r$, где f' – приведённый коэффициент трения, учитывающий и скольжение, и качение; r – радиус цапфы. Здесь также невозможно провернуть цапфу, если внешняя сила приложена внутри круга трения.

Помимо трения в контакте поверхностей существует ещё и трение в материале деталей, обусловленное контактом частиц и молекул материала. При этом также расходуется работа внешних сил и выделяется теплота.

У конструкционных металлов внутреннее трение очень мало и при расчёте металлических деталей его не учитывают. Однако у высокомолекулярных материалов (резины, пластмасс) внутреннее трение почти на два порядка выше, поэтому оно должно учитываться при их расчёте. Внутреннее трение в материале деталей используется в основном для снижения шумов и вибрации путём замены металлических деталей пластмассовыми и композитными, где велико трение между частицами структуры материала.

6.3. Трение качения

Сопротивление, возникающее при качении одного тела по другому, называется *трением качения*.

Определение условия перекатывания одного звена по другому рассмотрим на примере цилиндра, лежащего на плоскости (рис. 6.4). В зоне контакта ν под действием силы G цилиндр с плоскостью будет упруго деформироваться (рис. 6.4, *а*).

Если приложить к цилиндру пару сил, момент которой $M_{\text{дв}}$, чтобы цилиндр катился с постоянной скоростью, то сопротивление перекатыванию определяется этим моментом. При этом эпюра напряжений смятия

будет несимметричной вследствие упругого гистерезиса, и равнодействующая напряжений будет смещена в сторону движения на величину k (рис. 6.4, б).

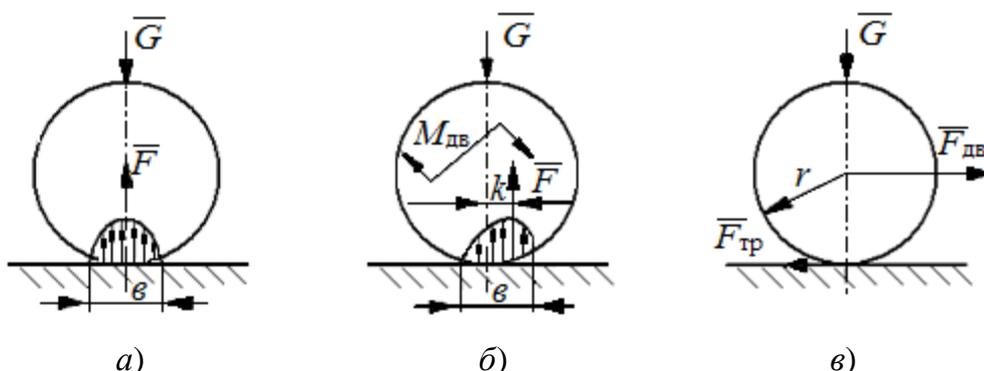


Рис. 6.4. К определению трения качения: а – упругая деформация цилиндра; б – смятие цилиндра; в – движение без скольжения

Из условия равномерного движения следует $M_{\text{дв}} = k \cdot F = k \cdot Q$.

Если заменить момент парой сил на плече r , то $F_{\text{дв}} \cdot r = k \cdot G$, где r – радиус цилиндра (тела качения); k – коэффициент трения качения, определяющий сопротивление перекатыванию; G – действующая сила. Из рис. 6.4, б видно, что k – это одновременно и плечо реакции F , поэтому коэффициент трения качения имеет размерность длины.

Можно определить движущую силу $F_{\text{дв}} = k \cdot G/r$.

Качение цилиндра будет происходить при условии $F_{\text{дв}} > F_{\text{тр}}$ (см. рис. 6.4, в), в противном случае цилиндр будет скользить по плоскости. Учитывая трение скольжения $F_{\text{тр}} = f \cdot G$ и движущую силу $F_{\text{дв}} = k \cdot G/r$, можно записать условие отсутствия скольжения цилиндра по плоскости $k/r < f$.

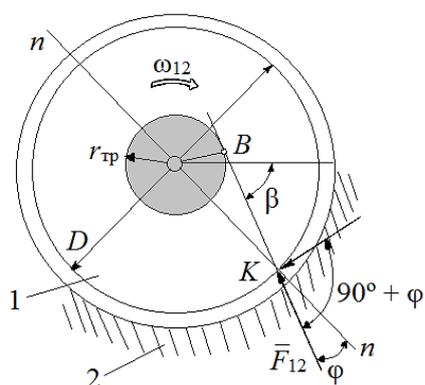


Рис. 6.5. Трение во вращательной кинематической паре

6.4. Трение во вращательной кинематической паре

Во вращательной кинематической паре (рис. 6.5) действительная реакция F_{12} отклоняется от нормали $n-n$, поэтому проходит не через центр шарнира, а по касательной к окружности, центр которой совпадает с центром шарнира. Круг, ограниченный этой окружностью, называется *кругом трения*.

Радиус круга трения $r_{\text{тр}} = (D/2)\sin \varphi$, где D – диаметр оси шарнира.

Так как угол трения φ обычно не превышает $6 - 7^\circ$, то можно принять $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = f$.

Поэтому приближенно принимают $r_{\text{тр}} = (D/2) f$.

При силовом расчете вращательной пары с учетом сил трения учитывается момент сил трения $M_{\text{тр}21} = F_{21} \cdot r_{\text{тр}}$.

Момент $M_{\text{тр}21}$ направляется противоположно угловой скорости ω_{12} .

В высшей кинематической паре в плоском механизме (рис. 6.6) имеется два относительных движения: скольжение и качение звеньев. Поэтому и трение в такой паре складывается из трения скольжения F_{21} и трения качения $M_{\text{кач}}$. Тормозящее действие трения качения в большинстве случаев очень мало, поэтому его не учитывают. Трение скольжения в высших кинематических парах определяется так же, как и в низших.

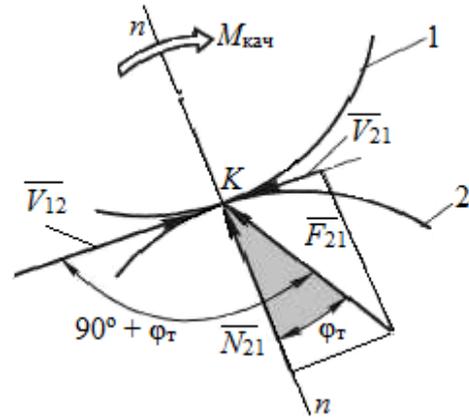


Рис. 6.6. Трение в высшей кинематической паре

Трение не изменяет числа неизвестных в кинематических парах, следовательно, структурные группы Ассур при учете сил трения сохраняют свою статическую определенность. Поэтому силовой расчет проводится по группам Ассур с использованием уравнений кинестатики, в которые включаются силы трения и моменты трения.

Для упрощения вычислений И. И. Артоболевский предложил метод последовательных приближений. В состав исходных данных вводятся коэффициенты трения f в кинематических парах механизма и диаметры шарниров (D_A, D_B и т. д.), по которым определяются радиусы кругов трения.

Первый приближенный расчет производится без учета сил трения, в результате которого находятся значения сил взаимодействия во всех кинематических парах (F_{21}, F_{32} и т. д.). Затем выполняется силовой расчет во втором приближении: определяются радиусы кругов трения ($r_{\text{т}A}, r_{\text{т}B}$ и т. д.), моменты трения ($M_{\text{т}14} = r_{\text{т}A} \cdot F_{41}, M_{\text{т}21} = r_{\text{т}B} \cdot F_{21}$ и т. д.); находятся силы трения в поступательных парах ($F_{\text{т}43} = f_{43} \cdot N_{43}$ и т. д.). Нормальная реакция N_{43} найдена при расчете в первом приближении.

Расчет во втором приближении проводят в том же порядке, что и в первом приближении, то есть начинают с наиболее удаленной от начального звена группы Ассур.

В результате силового расчёта, выполненного во втором приближении, получают уточненные значения реакций в кинематических парах (F_{41} , F_{21} и т. д.), по которым можно определить моменты трения в шарнирах и силу трения в поступательных парах. Для получения более точных значений реакций в кинематических парах можно осуществить расчет в третьем приближении и далее, но опытами доказано, что достаточно второго приближения.

Вопросы для самоконтроля

1. Какая физическая зависимость используется при определении сил трения в кинематических парах?
2. Для чего используется наклонная плоскость?
3. Каково соотношение движущих сил и сил сопротивления при движении тела вверх или вниз по наклонной плоскости?
4. Что такое приведенный коэффициент трения?
5. Какие гипотезы рассматриваются при определении сил (моментов) трения во вращательных парах?
6. Каков физический смысл коэффициента трения качения?
7. Как записывается условие чистого качения?
8. Как определить потери на трение (мощность трения) в кинематических парах (во вращательной паре 5-го класса, в поступательной паре 5-го класса, в высшей кинематической паре 4-го класса)?
9. Как определить угол и конус трения?

Раздел 7. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ ВРАЩЕНИЯ

7.1. Основные понятия

Зубчатые механизмы вращения относятся к наиболее распространенным в машиностроении и приборостроении видам механических передач. Их применяют для передачи вращательного движения с одного вала на другой или преобразования вращательного движения в поступательное и изменения угловой скорости вращения валов.

Зубчатые передачи можно классифицировать по различным признакам. По характеру расположения валов: с параллельными, пересекающимися и скрещивающимися осями; по форме профилей зубьев: эвольвентные, циклоидальные, круговые и другие; передачи с внешним

и внутренним зацеплением. В зависимости от назначения передачи зубья могут быть прямыми, косыми, шевронными, криволинейными (рис. 7.1).

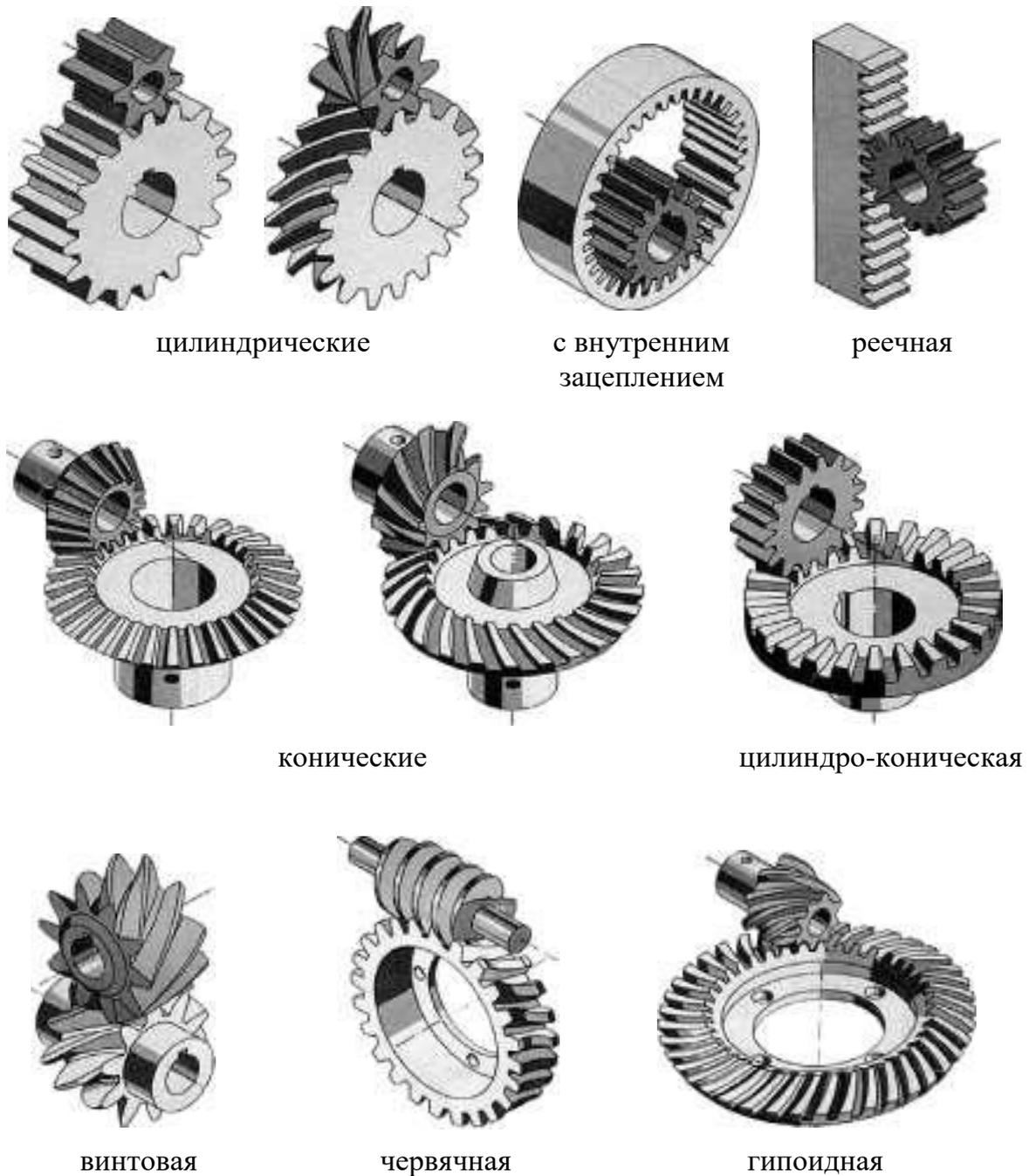


Рис. 7.1. Виды зубчатых передач

Отношение угловых скоростей вращения обоих валов передачи называется *передаточным отношением* i , которое характеризует процесс преобразования движения количественно.

Отношение угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого называется *передаточным числом i* , которое определяет направление передачи энергии. Величины i и u могут меняться или оставаться постоянными за время одного оборота ведущего вала.

Любую зубчатую передачу (рис. 7.2) можно схематично представить в виде двух начальных поверхностей (рис. 7.3), контактирующих между собой, а плоскую передачу – в виде двух начальных окружностей, перекатывающихся друг по другу без скольжения и контактирующих в полюсе p . Тогда $V_p = r_{w1} \cdot \omega_1 = r_{w2} \cdot \omega_2$, т. е. $\omega_1/\omega_2 = r_{w2}/r_{w1} = i_{1,2}$.



Рис. 7.2. Общий вид зубчатой передачи

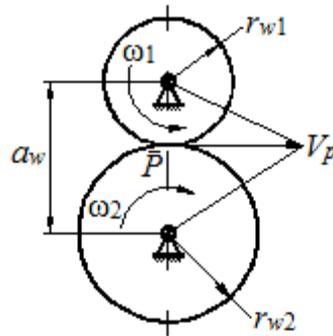


Рис. 7.3. Схема зубчатой передачи

7.2. Основная теорема зацепления (теорема Виллиса)

Эта теорема, сформулированная Виллисом в 1841 году, определяет основной закон зацепления профилей, которые не могут быть произвольными, а должны быть специально подобранными.

Основную теорему зацепления рассмотрим на примере двух зубчатых цилиндрических колёс (рис. 7.4). Профили зубьев двух колёс соприкасаются в точке K . Колёса вращаются вокруг точек O_1 и O_2 в направлениях, указанных стрелками. Скорость точки K в системе первого колеса $V_{K1} = \omega_1 \cdot O_1K$. Скорость точки K в системе второго колеса $V_{K2} = \omega_2 \cdot O_2K$.

Скорости различны по величине и направлению. Давление между двумя твёрдыми телами передаётся по общей нормали $N - N$, следовательно, непрерывная передача движения возможна лишь только в том случае, если проекции скоростей точек контакта обеих профилей на общую нормаль будут одинаковы по величине и направлению.

При $V_{K2} > V_{K1}$ будет происходить размыкание зацепления, чего допускать нельзя; при $V_{K1} > V_{K2}$ происходит внедрение зуба одного колеса в зуб другого (тем более нельзя допускать), следовательно, скорости должны быть равны $V_{K1} = V_{K2}$

$$V_{K1}^n = V_{K1} \cdot \cos \alpha_1; V_{K2}^n = V_{K2} \cdot \cos \alpha_2,$$

$$\text{отсюда } \omega_1 \cdot O_1K \cdot \cos \alpha_1 = \omega_2 \cdot O_2K \cdot \cos \alpha_2.$$

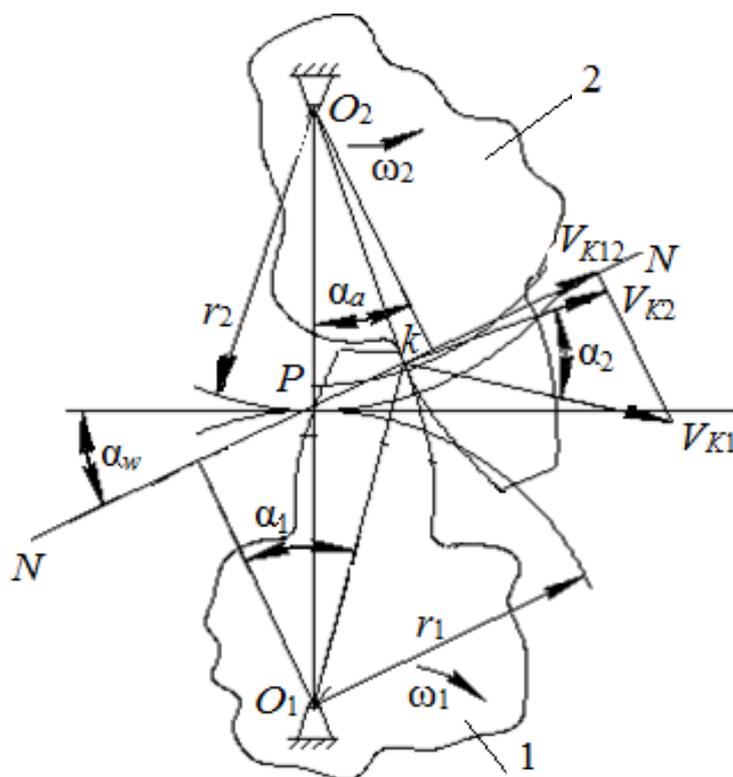


Рис. 7.4. Теорема Виллиса – основная теорема зацепления

Если точка P неподвижна, то передаточное отношение звеньев будет постоянно. Точка P называется *полюсом зацепления*. Она является мгновенным центром относительного вращения звеньев 1 и 2. Окружности с центрами O_1 и O_2 , проходящие через полюс, называются *начальными*. При работе колёс они катятся одна по другой без скольжения и представляют собой центроиды колёс.

Угол α_w , составленный общей нормалью $N-N$ к профилям зубьев (линией зацепления) и общей касательной к начальным окружностям, называется *углом зацепления (углом давления)*.

По теореме зацепления всегда можно проверить, являются ли два профиля, находящихся в зацеплении зубьев, сопряженными. *Сопря-*

жённые поверхности – поверхности, которые постоянно или с определённой периодичностью входят в зацепление. По отношению к начальным окружностям сопряжённые поверхности могут занимать различные положения. Правильным положением считается то, которое удовлетворяет основной теореме зацепления, теореме о мгновенном передаточном отношении, которая формулируется так: общая нормаль $N - N$, проведённая в точке контакта сопряжённых поверхностей, проходит через линию центров O_1O_2 и делит эту линию на части, обратно пропорциональные отношению угловых скоростей.

Передаточное отношение зубчатого зацепления $U_{12} = \pm \omega_1/\omega_2 = O_2P/O_1P$, если зацепление внутреннее, то знак плюс, если зацепление внешнее, то знак минус.

Сопряжённые профили должны удовлетворять следующим требованиям: быть простыми в изготовлении (технологичными) и иметь высокий КПД.

Таким требованиям удовлетворяют эвольвентные профили.

7.3. Теория эвольвенты

Леонард Эйлер в 1754 году предложил эвольвентный профиль для зубчатых передач. Преимуществом этого профиля является простота изготовления, достаточно высокая нагрузочная способность, малая чувствительность к неточностям межцентрового расстояния.

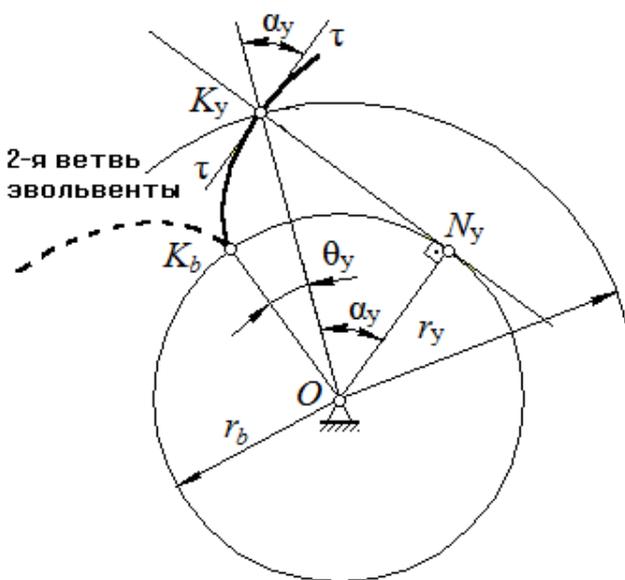


Рис. 7.5. Образование эвольвенты

Рассмотрим образование эвольвенты (рис. 7.5). Эвольвентой окружности называется кривая, описываемая любой точкой прямой линии при перекачивании её без скольжения по окружности. При этом прямая линия называется *производящей прямой*, а окружность – *основной окружностью*.

Рассмотрим образование эвольвенты (рис. 7.5). Эвольвентой окружности называется кривая, описываемая любой точкой прямой линии при перекачивании её без скольжения по окружности. При этом прямая линия называется *производящей прямой*, а окружность – *основной окружностью*.

Пусть производящая прямая $K_y N_y$ показана в положении, когда она касается основной окружности с начальным радиусом r_b в точке N_y

и требуется построить эвольвенту, описываемую точкой K_b . Текущий радиус точки K_y эвольвенты обозначим через r_y . Угол α_y называется *углом профиля*. Угол, образованный начальным радиусом OK_b и её текущим радиусом OK_y называется *углом развёрнутости* эвольвенты, или *эвольвентным углом* θ_y . Из треугольника ON_yK_y можно определить радиус произвольной окружности $r_y = r_b / \cos \alpha_y$.

Так как производящая прямая K_yN_y перекачивается без скольжения по основной окружности, то $r_b(\theta_y + \alpha_y) = r_b \cdot \text{tg } \alpha_y$, отсюда $\theta_y = \text{tg } \alpha_y - \alpha_y$ – уравнение эвольвенты в параметрической форме.

Функция $\text{tg } \alpha_y - \alpha_y$ называется и обозначается «*inv*», тогда можно записать $\theta_y = \text{inv } \alpha_y$. Для геометрической теории зацепления важное значение имеют свойства эвольвенты:

1. Эвольвента – симметричная кривая с двумя ветвями, сходящимися в точке K_b , которая лежит на основной окружности.
2. Эвольвента не имеет точек внутри основной окружности.
3. Форма эвольвенты зависит только от радиуса основной окружности. При стремлении начального радиуса $r_b \rightarrow \infty$ эвольвента превращается в прямую линию.
4. Нормаль к любой точке эвольвенты направлена по касательной к основной окружности.
5. Центр кривизны эвольвенты лежит в точке касания нормали с основной окружностью.
6. Положение любой точки на эвольвенте может быть однозначно охарактеризовано радиусом окружности, на которой она расположена.

7.4. Основы теории эвольвентного зацепления и его свойства

В зубчатой передаче контактирующие элементы двух профилей выполняются по эвольвентам окружности и образуют так называемое эвольвентное зацепление (рис. 7.6). Это зацепление обладает рядом полезных свойств, которые и определяют широкое распространение эвольвентных зубчатых передач в современном машиностроении. Рассмотрим эти свойства.

Пусть профиль зуба звена 1 очерчен по эвольвенте основной окружности радиусом r_{b1} , а профиль зуба звена 2 – по эвольвенте окружности радиусом r_{b2} . Центры вращения этих окружностей O_1 и O_2 . Приведём в соприкосновение эвольвенты \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 в точке K . Нормаль к \mathcal{E}_1 будет касательной к окружности радиусом r_{b1} , нормаль к \mathcal{E}_2 – касательной к

окружности радиусом r_{b2} . Так как в точке K эвольвенты касаются друг друга, то и линии N_1K и KN_2 , а следовательно, и N_1N_2 будут общей нормалью к эвольвентам \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , так как профили являются сопряжёнными.

Рассматривая новое положение эвольвент \mathcal{E}'_1 и \mathcal{E}'_2 приходим к аналогичному выводу. Таким образом, линию N_1N_2 называют рабочей (активной) частью линии зацепления и можно рассматривать как геометрическое место точек касания сопряженных профилей.

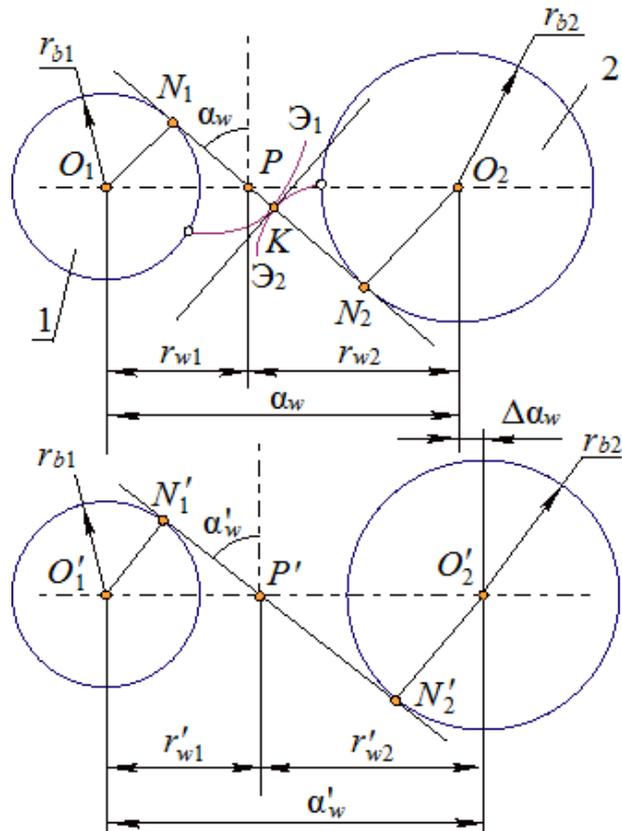


Рис. 7.6. Эвольвентное зацепление

Эвольвентное зацепление обеспечивает постоянство передаточного отношения в процессе зацепления: точка пересечения общей нормали к эквивалентам с межосевой линией (полус зацепления P и P') занимает неизменное положение. Центроиды в относительном движении звеньев представляют собой окружности. Эти окружности называются *поллоидными*, или для плоского зацепления *начальными*. По свойству центроид начальные окружности радиусами r_{w1} и r_{w2} перекатываются без скольжения. Угол α_w – угол между линией зацепления и прямой, перпендикулярной межосевой линии, называется *углом зацепле-*

ния. Из рис. 7.6, видно, что изменение межосевого расстояния $a'_w = r'_{w1} + r'_{w2} = a_w + \Delta a_w$ не влияет на величину передаточного отношения вследствие неизменности размеров основных окружностей.

Свойство 1. Передаточное отношение эвольвентного зацепления определяется только отношением радиусов основных окружностей и является величиной постоянной

$$u_{12} = r_{w2}/r_{w1} = (r_{b2} \cdot \cos \alpha_w)/(r_{b1} \cdot \cos \alpha_w) = r_{b2}/r_{b1} = \text{const.}$$

Свойство 2. При изменении межосевого расстояния в эвольвентном зацеплении его передаточное отношение не изменяется

$$u'_{12} = r'_{w2}/r'_{w2} = (r_{b2} \cdot \cos \alpha'_w)/(r_{b1} \cdot \cos \alpha'_w) = r_{b2}/r_{b1} = \text{const.},$$

$$u'_{12} = u_{12} = r_{b2}/r_{b1} = \text{const.}$$

Свойство 3. При изменении межосевого расстояния в эвольвентном зацеплении величина произведения межосевого расстояния на косинус угла зацепления не изменяется

$$r_{b2} + r_{b1} = r_{w1} \cdot \cos \alpha_w + r_{w2} \cdot \cos \alpha_w = a_w \cdot \cos \alpha_w,$$

$$r_{b2} + r_{b1} = r'_{w1} \cdot \cos \alpha'_w + r'_{w2} \cdot \cos \alpha'_w = a'_w \cdot \cos \alpha'_w,$$

$$a_w \cdot \cos \alpha_w = a'_w \cdot \cos \alpha'_w = \text{const.}$$

Свойство 4. За пределами отрезка линии зацепления N_1N_2 рассматриваемые ветви эвольвент не имеют общей нормали, т. е. профили, выполненные по этим кривым, будут не касаться, а пересекаться. Это явление называется интерференцией эвольвент, или заклиниванием.

7.5. Основные параметры эвольвентных зубчатых колёс

На рис. 7.7 показано зубчатое колесо с эвольвентным профилем.

Рассмотрим основные размеры зубчатых колёс с эвольвентным профилем (рис. 7.8).

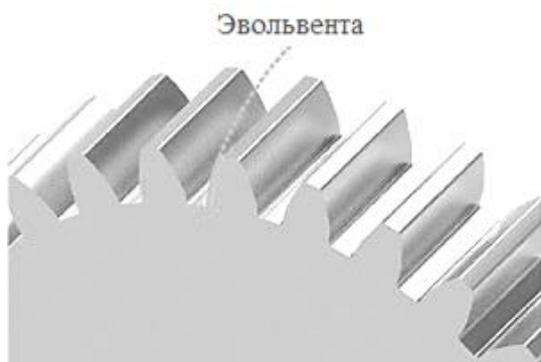


Рис. 7.7. Зубчатое колесо с эвольвентным профилем

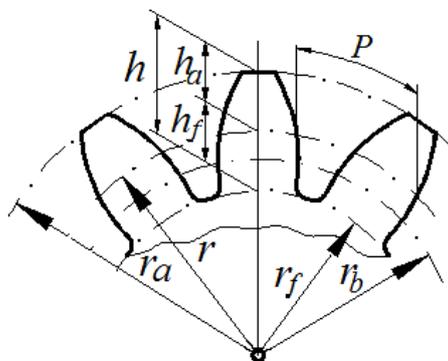


Рис. 7.8. Профиль зубчатого колеса

Эвольвентные профили удовлетворяют условию синтеза зубчатого зацепления – получению заданного u_{12} . Выполнение дополнительного условия синтеза зависит от размеров зубьев. Эти размеры удобно задавать в долях какой-либо одной линейной величины. Выразим длину некоторой окружности, имеющей диаметр d , через число зубьев z $\pi \cdot d = P \cdot z$, где P – окружной шаг, т. е. расстояние, измеренное по дуге делительной окружности диаметром d между двумя соответствующими точками соседних зубьев $d = (P/\pi)z$ или $d = m \cdot z$, откуда $m = P/\pi = d/z$, где m – модуль зуба, равный отношению окружного шага P к числу π , или доля делительного диаметра d , приходящаяся на один зуб. Модуль зуба выбирается из ряда рациональных чисел от 0,05 до 100.

Делительная окружность r – есть характеристика одного зубчатого колеса, а начальные окружности r_f дают характеристику зацепления двух зубчатых колес, и диаметры этих окружностей зависят от межосевого расстояния.

Делительная окружность делит зуб на две части: головку и ножку. *Делительной головкой* зуба h_a называется часть зуба, расположенная между делительной окружностью r и окружностью вершин r_a . *Ножкой* зуба h_f называется часть зуба, расположенная между делительной окружностью r и окружностью впадин r_f . Общая высота зуба $h = h_a + h_f$. Причём $h_f > h_a$, так как между окружностями вершин одного зуба и окружностями впадин другого зуба должен быть зазор, называемый *радиальным зазором* ($c = 0,25m$).

Каждый зуб очерчен двумя симметрично расположенными профилями – эвольвентами. Расстояние между этими профилями, измеренное по какой-либо окружности, называется *толщиной* зуба S .

Так, например: $h_a = h_a^* \cdot m$, где $h_a^* = 1$ – коэффициент высоты головки зуба; $h_f = (h_a^* + c^*)m$, где $c^* = 0,25$ – коэффициент радиального зазора; $r = 0,5m \cdot z$; $p = \pi \cdot m$; $r_b = r \cdot \cos \alpha = 0,5m \cdot z \cdot \cos \alpha$, где $\alpha = 20^\circ$ – угол зацепления, угол исходного контура режущего инструмента.

7.6. Способы нарезания зубчатых колёс

Методы образования зубьев можно разделить на две основные группы: накатывание и нарезание.

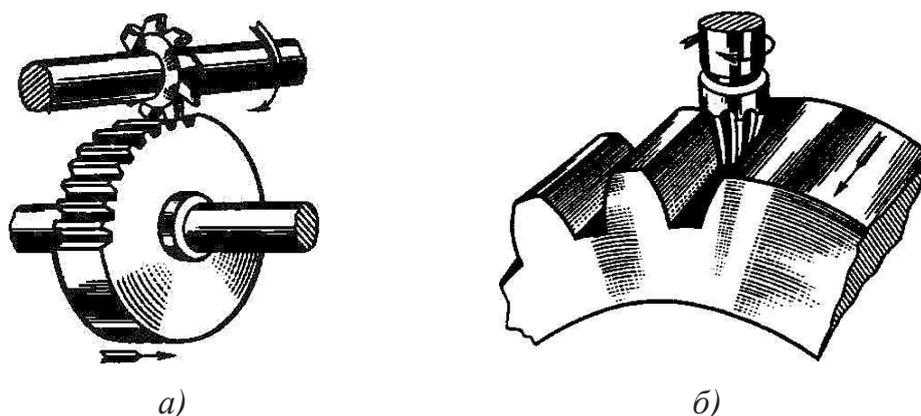
Накатывание зубьев стальных колес производится накатным инструментом путем пластической деформации венца колеса. Накатывание зубьев с модулем до 1мм производится в холодном состоянии; при большем модуле венец нагревается токами высокой частоты.

Зубонакатывание применяется в массовом производстве и является высокопроизводительным методом, обеспечивающим минимальные отходы металла в стружку и повышение прочности зубьев, так как волокна металла в заготовке не перерезаются, а изгибаются. Нарезание зубьев выполняют методами копирования и обкатки.

Метод копирования

Исторически это первая категория методов, которые стали применять для изготовления «правильных» зубчатых колёс, т. е. таких, зацепление которых отвечает основной теореме зацепления.

Суть метода заключается в том, что изготавливают инструмент, рабочая поверхность которого имеет форму зуба нарезаемого колеса. На рис. 7.9 показано фрезерование зубьев цилиндрического колеса дисковой (рис. 7.9, а) и пальцевой фрезами (рис. 7.9, б). После прорезания одной впадины заготовка возвращается в исходное положение, поворачивается на величину углового шага, и процесс повторяется.



*Рис. 7.9. Методы копирования:
а – дисковой фрезой; б – пальцевой фрезой*

Но этот метод нарезания колёс обладает и существенными недостатками:

- 1) относительно низкой производительностью;
- 2) необходимостью иметь большое количество типоразмеров инструмента для нарезания различных колёс, отсюда и относительно высокая стоимость;
- 3) рабочая поверхность инструмента должна иметь очень высокую твёрдость, следовательно, для обработки такой поверхности требуется инструмент ещё более высокой твёрдости, и оснастка получается весьма дорогостоящей.

Таким образом, применяется этот метод копирования главным образом для изготовления колёс не с эвольвентным профилем зубьев.

К методу копирования можно отнести также способы образования зубьев колес протягиванием, холодной или горячей штамповкой, а также прессованием и литьем под давлением.

Метод обкатки (огибания)

Этот метод считается весьма точным, высокопроизводительным, универсальным, наиболее распространенным способом образования зубьев.

Процесс нарезания зубьев на зубообрабатывающих станках уподобляется процессу зацепления пары зубчатых колес или колеса с рейкой, когда одно из колес или рейка снабжены режущими элементами и превращены таким образом в режущий инструмент, называемый *производящим колесом*. Зубчатое зацепление производящего колеса с обрабатываемым зубчатым колесом называется *станочным зацеплением*.

На рис. 7.10 показаны основные виды станочных зацеплений и соответствующие движения инструмента и заготовки: рис. 7.10, а – нарезание зубьев инструментальной рейкой (зуборезной гребенкой) на зубодолбежном станке; рис. 7.10, б – нарезание зубьев зуборезным долбяком на зубодолбежном станке; рис. 7.10, в – нарезание зубьев червячной модульной фрезой на зубофрезерном станке (червячная модульная фреза в осевом сечении имеет профиль инструментальной рейки).

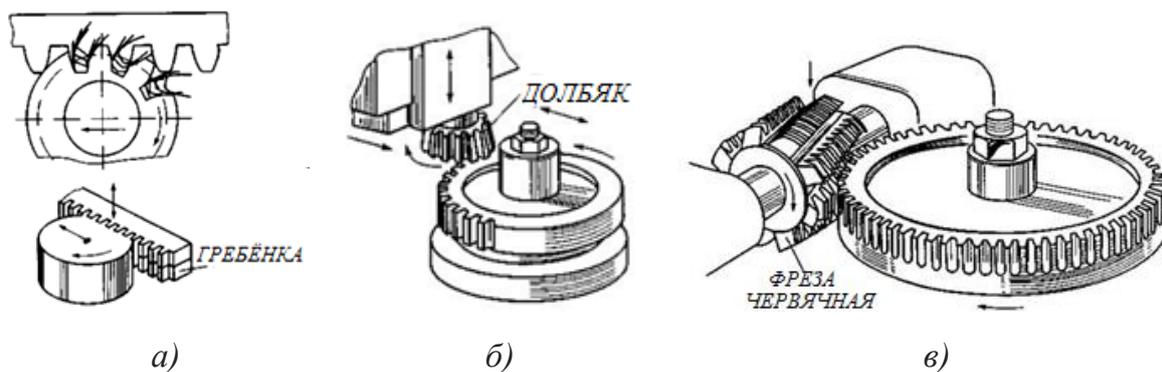


Рис. 7.10. Основные виды станочных зацеплений

Одним и тем же инструментом можно нарезать колеса с модулями более 1 мм с разным числом зубьев, что можно назвать весьма существенным достоинством метода обкатки. На зубодолбежных станках долбяком обрабатывают колеса как с внешними, так и внутренними зубьями. Червячными фрезами на зубофрезерных станках можно наре-

зять прямозубые, косозубые и шевронные колеса с дорожкой посередине (для выхода режущего инструмента); шевронные колеса без дорожки нарезают специальными косозубыми долбяками или гребенками. Наиболее производительный способ нарезания зубьев – фрезерование червячной фрезой. Как правило, зуборезные станки – полуавтоматы.

При необходимости получения весьма точных и чистых поверхностей зубьев применяют отделочные операции: шевингование, обкатку (для зубьев невысокой твердости) или шлифование, притирку (для закаленных зубьев).

Как отмечалось, раньше при увеличении радиуса основной окружности до бесконечности радиус кривизны эвольвенты в любой её точке становится бесконечно большим, т. е. основная окружность и эвольвента превращаются в прямую линию. Эвольвентное зубчатое колесо превращается в зубчатую рейку 2 с прямолинейным профилем (рис. 7.11). Таким образом, стандартная рейка с прямолинейным профилем зуба представляет собой частный случай эвольвентного зубчатого колеса и обладает всеми его свойствами, т. е. может работать с любым эвольвентным колесом (при одном и том же модуле зацепления) без нарушения основного закона зацепления. При этом поступательное движение рейки со скоростью v_2 преобразуется во вращательное движение заготовки 1 с угловой скоростью ω_1 и с соблюдением постоянства передаточного отношения. В этом случае на нарезаемом колесе автоматически формируется нужное число зубьев с эвольвентным профилем. При этом профиль зуба формируется не как копия профиля рейки, а как огибающая ко многим положениям профиля зуба рейки в его движении относительно нарезаемого колеса.

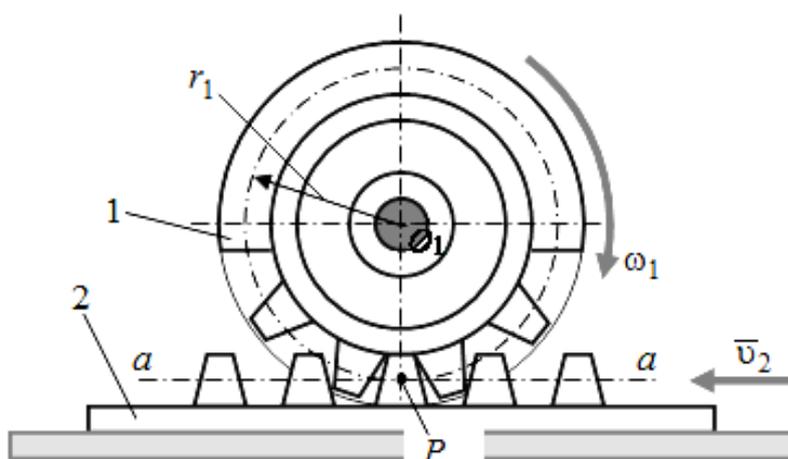


Рис. 7.11. Реечное зацепление

Заготовка имеет начальную (делительную) окружность радиусом r_1 , а рейка – начальную прямую $a - a$. Точка P служит мгновенным центром вращения в относительном движении звеньев. Скорости ω_1 и v_2 связаны условием $v_2 = \omega_1(O_1P) = \omega_1 \cdot r_1$.

Стандартная зубчатая рейка называется производящим *исходным контуром*

7.7. Корригирование зубчатых колёс

Еще одним значительным преимуществом метода обката можно отметить то, что одной и той же рейкой, на одном и том же станке (без дополнительных затрат) можно у колес с одинаковым числом зубьев для формирования профиля использовать различные участки эвольвенты, значительно изменяя форму зубьев и свойства колес и передач.

Корригирование (исправление) колёс даёт возможность улучшить зубчатое зацепление по сравнению с обычным нормальным зацеплением в отношении трения, износа и прочности зубьев, уменьшить вероятность подрезания зубьев при малом их числе и др.

Из известных методов корригирования на практике наибольшее применение нашло высотное корригирование, выполняемое путём смещения начальной прямой зубчатой рейки относительно начальной окружности нарезаемого колеса (рис. 7.12). Поэтому при зацеплении со стандартной рейкой в качестве начальной окружности всегда выступает делительная окружность колеса, а угол зацепления равен стандартному углу профиля исходного контура $\alpha_0 = 20^\circ$.

При положительном смещении высота головки зуба нарезаемого колеса увеличивается на величину $x_0 \cdot m$, а высота ножки уменьшается на ту же величину. При отрицательном смещении, наоборот, высота головки зуба уменьшается, а высота ножки увеличивается. Полная высота зуба колеса в обоих случаях остается неизменной.

Так как при этом положение делительной и основной окружностей колеса постоянно и не зависит от величины смещения, то неизбежно изменение толщины зуба нарезаемого колеса по делительной окружности из-за смещения делительной прямой рейки относительно

начального положения на величину $\pm x_0 \cdot m$. Как видно из рис. 7.13, толщина зуба по делительной окружности у корригированного колеса при смещении рейки

$$S'_1 = \pm 2x_0 \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha_0,$$

где $x_0 \cdot m$ – величина смещения, x_0 – коэффициент смещения.

Знак плюс берется при положительном, а знак минус – при отрицательном смещении.

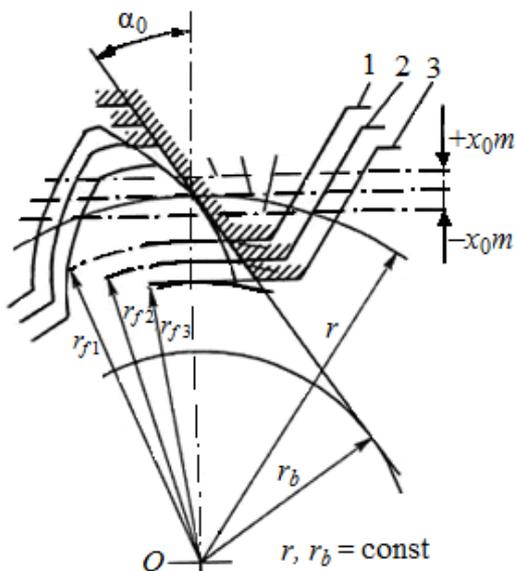


Рис. 7.12. Схема высотного корригирования зубчатого колеса:
1 – положительное смещение;
2 – нулевое смещение; 3 – отрицательное смещение

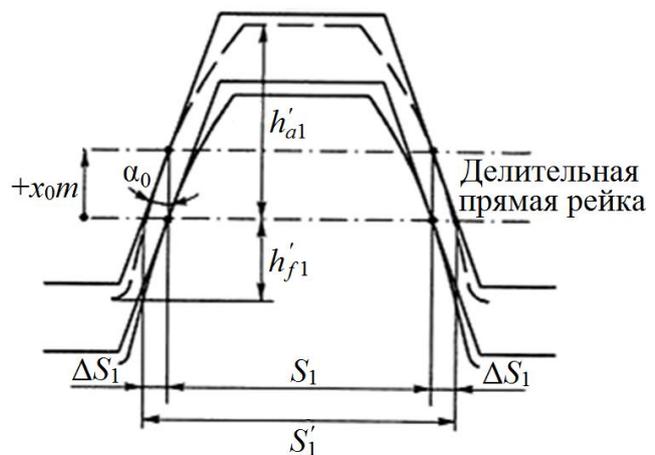
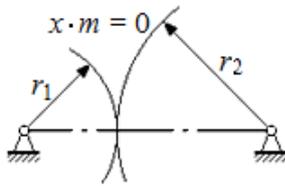


Рис. 7.13. Изменение толщины зуба на делительной окружности при положительном смещении инструментальной рейки

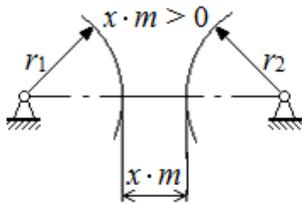
Из рис. 7.13 видно, что во всех случаях формируется одна и та же эвольвента. При изменении положения рейки изменяется используемый для профиля зуба участок этой эвольвенты. С увеличением коэффициента смещения зуб становится более толстым, жестким, наиболее прочным на изгиб.

Увеличение радиусов кривизны эвольвенты на более высоких участках приводит также к увеличению контактной прочности зубьев. Применение отрицательного смещения позволяет уменьшить габаритные размеры нарезаемых колес.

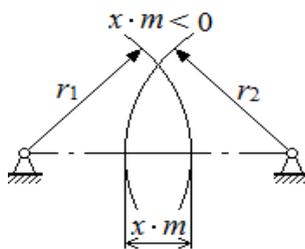
В зависимости от изменения коэффициента смещения различают зубчатые передачи:



1) $x = 0$; $x \cdot m = 0$ – нулевая зубчатая передача



2) $x > 0$; $x \cdot m > 0$ – положительная зубчатая передача



3) $x < 0$; $x \cdot m < 0$ – отрицательная зубчатая передача

Здесь r_1 и r_2 – радиусы делительных окружностей зубчатых колёс; x – коэффициент воспринимаемого смещения; расстояние между делительными окружностями $x \cdot m$ – это воспринимаемое смещение.

7.8. Геометрические показатели качества зацепления

При проектировании зубчатой передачи необходимо проверить геометрические показатели, которые могут привести к неудовлетворительной ее работе.

К ним относятся:

1. *Коэффициент перекрытия* – отношение дуги зацепления к шагу зацепления на той же окружности (*дуга зацепления* – это путь, проходимый точкой зуба по дуге окружности за время работы данной пары).

Если дуга зацепления окажется меньше шага, то при выходе из зацепления одной пары зубьев следующая не вступит в зацепление. Нарушается преемственность в работе пар, передача работает с ударами и быстро выходит из строя. Поэтому коэффициент перекрытия должен быть больше или в крайнем случае равен единице.

Чем больше коэффициент перекрытия, тем более плавной будет работа передачи. При нарезании колес стандартным инструментом ре-ечного типа коэффициент перекрытия в цилиндрической передаче не может превышать значения 1,88. То есть в реальных передачах значения коэффициента перекрытия располагаются в интервале 1,05 – 1,8. Это означает, что какую-то часть времени работают две пары зубьев одновременно, какую-то – одна пара зубьев.

2. *Интерференция зубьев зубчатых колес.* Профиль зуба состоит из двух характерных частей – из эвольвентной и переходной кривой, плавно сопрягающей эвольвентную часть с окружностью впадин (рис. 7.14, а).

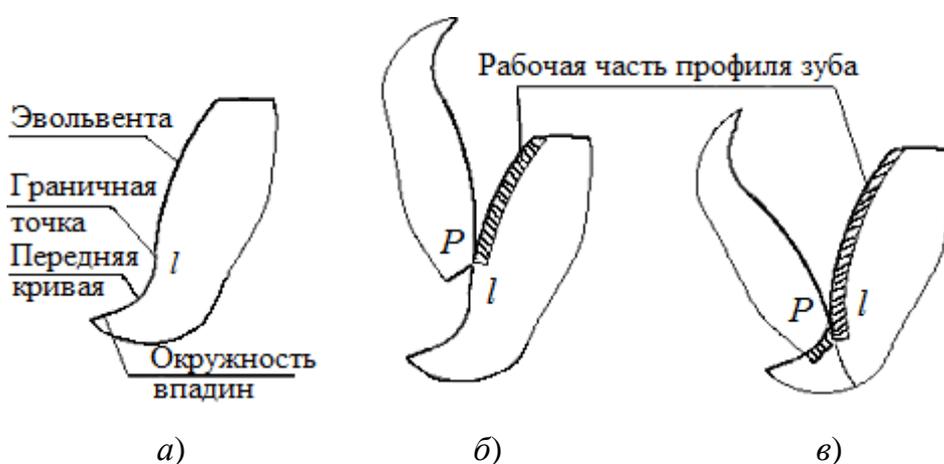


Рис. 7.14. Интерференция зубьев: а – сопряжение эвольвенты с окружностью впадин; б – нормальная работа зубьев; в – внедрение зубьев

Если рабочая часть профиля располагается целиком на его эвольвентной части, то происходит нормальная работа зубьев без нарушения основного закона зацепления (рис. 7.14, б). Если же нижняя точка P рабочего участка окажется ближе к основной окружности, чем граничная точка l сопряжения эвольвенты с переходной кривой, то вершина зуба одного колеса будет стремиться к внедрению в переходную кривую второго (рис. 7.14, в).

Вершина зуба одного колеса накладывается на переходную кривую второго (как отмечалось выше, это явление называется интерференцией профилей). Нарушается основной закон зацепления, происходит заклинивание или поломка передачи. Интерференция отсутствует, если нижняя точка рабочего участка профиля зуба P располагается на профиле выше граничной точки l .

3. *Заострение зубьев.* Если расчетный диаметр вершин окажется больше диаметра окружности, на которой происходит пересечение встречных эвольвент, формирующих зуб, то фактический диаметр вершин окажется меньше расчетного (значит, уменьшится коэффициент перекрытия), а зуб будет иметь острую вершину (рис. 7.15, а).

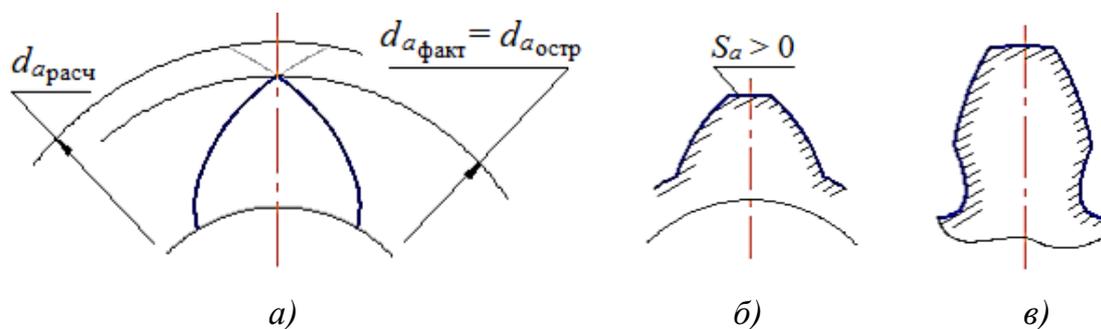


Рис. 7.15. Варианты формы зубьев: а – острая форма; б – плоская вершина; в – подрезание зуба

При приложении нагрузки к вершине будут возникать большие напряжения (теоретически площадь равна нулю), что приведет к смятию пластичного материала или к разрушению хрупкого материала у этой вершины. Поэтому при проектировании передачи необходимо обеспечить у зуба некоторую толщину на окружности вершин $S_a > 0$ (рис. 7.15, б).

4. *Подрезание (подрез) зубьев.* При определенных условиях инструмент начинает пересекать им же сформированную эвольвенту у основания зуба. Формируемая им переходная кривая в этом случае пересекает эвольвенту изнутри (а не плавно с ней сопрягается), а зуб становится более тонким (ослабленным) у основания. Это явление носит название *подрезания*, или *подреза*, зубьев (рис. 7.15, в).

Зубья с подрезом можно применять для несилловых передач, если оставшийся участок эвольвенты обеспечивает необходимый коэффициент перекрытия. Для силовых передач применять зубья с подрезом не рекомендуется. При применении стандартного инструмента реечного типа подрез зубьев происходит в том случае, когда верхняя точка прямолинейного участка профиля зуба рейки заходит за точку линии зацепления.

Вероятность подреза повышается с уменьшением числа зубьев колеса. Если изготавливать колеса стандартным инструментом реечного типа без применения смещения, то подрез будет наблюдаться у колес с числом зубьев меньше 17 ($z_{\min} = 17$), и чем меньше число зубьев, тем более значительным будет подрез. Однако если правильно подобрать коэффициент смещения, то колесо с любым числом зубьев можно нарезать без подреза. Подрез у колеса с заданным числом зубьев отсутствует, если коэффициент смещения будет не меньше минимального.

Влиять на все указанные геометрические показатели качества зацепления можно правильным выбором коэффициентов смещения. Для рационального выбора коэффициентов смещения при проектировании передачи разработаны так называемые *блокирующие контуры*.

7.9. Понятие о блокирующем контуре

При проектировании зубчатой передачи необходимо решить несколько задач:

- 1) выбрать тип зубчатого механизма, его передаточное отношение и числа зубьев колес;
- 2) провести проектный прочностной расчет механизма и определить величину межосевого расстояния или модуль зубчатых колес (модуль зубчатых колес округляется до ближайшей величины из стандартного ряда модулей);
- 3) провести геометрический расчет зубчатой передачи для выбранных коэффициентов смещения исходного контура, которые обеспечивают исключение подрезания, срезания и заострения зубьев колес и благоприятное или оптимальное сочетание качественных показателей зубчатой передачи.

Для эвольвентных зубчатых передач область сочетаний коэффициентов смещений зубчатых колес x_1 и x_2 , удовлетворяющих ограничениям по срезанию в станочном зацеплении, заострению, заклиниванию в зацеплении эвольвент и на переходных кривых, по допустимым минимальным или максимальным значениям качественных показателей называют *блокирующим контуром* (рис. 7.16). Он позволяет конструктору спроектировать бесчисленное количество работоспособных передач с одинаковыми числами зубьев колес, но с различными свойствами.

При выборе коэффициентов смещения по блокирующим контурам обеспечивается условие правильности зацепления колес, т. е. коэффициент торцевого перекрытия остается больше единицы, отсутствует подрезание и срезание зубьев, не происходит заклинивания передачи, интерференции зубьев, когда часть пространства оказывается одновременно занятой двумя взаимодействующими зубьями.

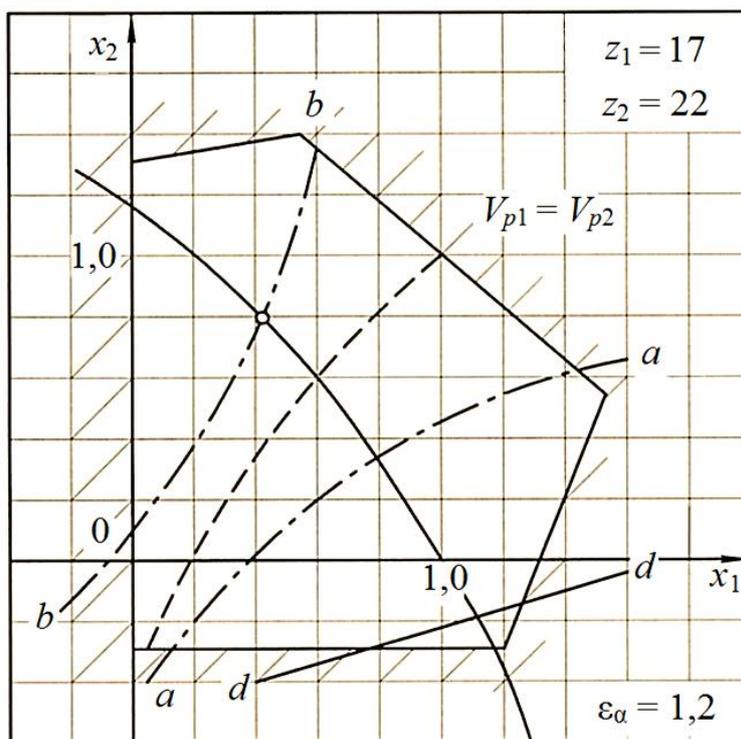


Рис. 7.16. Пример блокирующего контура для $z_1 = 17$ и $z_2 = 22$ с ведущим колесом

Каждой точке, взятой внутри блокирующего контура, соответствует некоторая работоспособная передача, изготовленная со смещениями исходной рейки x_1 и x_2 . Если провести любую прямую линию, образующую с осями координат углы 45° , то уравнением этой прямой будет $x_1 + x_2 = x_\Sigma = \text{const}$.

При $x_\Sigma = \text{const}$ имеем $\alpha_w = \text{const}$, т. е. точки такой линии определяют все передачи с одинаковым углом зацепления. Если прямая проходит через начало координат, то $x_\Sigma = 0$ и $\alpha_w = 20^\circ$; если выше начала координат, то $x_\Sigma > 0$ и $\alpha_w > 20^\circ$, если ниже, то $x_\Sigma < 0$ и $\alpha_w < 20^\circ$. Внутри блокирующего контура могут быть нанесены линии, характеризующие качество зацепления. Так, на контуре, данном на рис. 7.16, показаны следующие линии:

– линия коэффициента торцевого перекрытия $\varepsilon_\alpha = 1,2$, ограничивающая для большинства силовых передач зону выбора коэффициентов смещений, так как передачи с $\varepsilon_\alpha < 1,2$ использовать не рекомендуется;

– линия одинаковых удельных скольжений $V_{p1} = V_{p2}$ в нижних точках активных профилей зубьев шестерни и колеса;

– линии, характеризующие равнопрочность зубьев шестерни и колеса при ведущей шестерне (линия $a - a$) и при ведущем колесе (линия $b - b$).

Идея использования блокирующих контуров, их разработка и внедрение в инженерную практику – заслуга российских учёных и специалистов. При отсутствии нужного блокирующего контура можно использовать ближайший с меньшими числами зубьев. Коэффициенты смещения с помощью блокирующих контуров выбирают следующим образом:

1. *Получение наибольшей контактной прочности зубчатой передачи (НК)*. Проводим в зоне положительных значений коэффициентов x_1 и x_2 касательную к линии $\varepsilon_\alpha = 1,2$ под углом 45° к осям координат. Координаты точки касания определяют наивыгоднейшие коэффициенты смещения при данном требовании, так как получим максимально возможное значение x_Σ .

2. *Получение наибольшей прочности передачи по излому зубьев (НИ)*. Находим верхнюю точку пересечения линии $\varepsilon_\alpha = 1,2$ блокирующего контура с линией $a - a$, если ведущей является шестерня, и с линией $b - b$, если ведущим будет колесо. Координаты точки пересечения определяют наивыгоднейшие коэффициенты смещения при данном требовании, так как получим максимально возможное значение x_Σ при равенстве прочности зубьев обоих колёс.

3. *Получение наибольшей износостойкости или сопротивляемости заеданию зубьев (НЗ)*. Наивыгоднейшие коэффициенты смещения определяются верхней точкой пересечения линии $v_{p1} = v_{p2}$ с линией $\varepsilon_\alpha = 1,2$ блокирующего контура.

4. *Получение наибольшего коэффициента торцевого перекрытия (НР)*. При этом требовании коэффициенты смещения определяются точкой, выбираемой в нижнем левом углу блокирующего контура. Часто

требуется улучшить зацепление в том или ином отношении без изменения межосевого расстояния и угла зацепления передачи. Такая задача решается с помощью применения передачи, у которой коэффициент суммы смещений $x_{\Sigma} = 0$.

5. *Повышение контактной прочности передачи (ПК)*. У передачи с коэффициентом $x_{\Sigma} = 0$ угол зацепления равен $\alpha = 20^\circ$, поэтому коэффициент повышения контактной прочности $\varphi_k = \operatorname{tg} \alpha_w / \operatorname{tg} \alpha = 1$, однако при этом все же можно увеличить контактную прочность передачи и весьма значительно (на 30 – 50 %). Не рассматривая вопрос подробно, укажем, что этот эффект может быть достигнут тогда, когда полюс зацепления попадает в зону дугарного зацепления. Для выбора коэффициента смещения нужно провести через начало координат блокирующего контура прямую под углом 45° к осям координат, соответствующую значению $x_{\Sigma} = 0$. Затем взять на этой прямой какую-либо точку, лежащую правее линии $d - d$. Координаты точки и будут искомыми коэффициентами смещения, необходимыми для получения передачи с полюсом зацепления, который помещён в зону дугарного зацепления.

6. *Повышение износостойкости передачи (ПЗ)*. В этом случае коэффициенты смещения определяются точкой пересечения линии $x_{\Sigma} = 0$ с линией одинаковых удельных скольжений $V_{p1} = V_{p2}$ в нижних точках активных профилей зубьев.

7. *Повышение изгибной прочности передачи (ПИ)*. Коэффициенты смещения определяются точкой пересечения линии $x_{\Sigma} = 0$ с линией $a - a$, если ведущей является шестерня, и с линией $b - b$, если ведущим будет колесо.

Для приведённого примера зубчатого зацепления коэффициенты смещения $x_1 = 0,4$ и $x_2 = 0,8$. При этих коэффициентах смещения эвольвентная зубчатая передача будет работоспособной.

7.10. Элементы эвольвентного зубчатого зацепления

На рис. 7.17 показаны эвольвентная зубчатая передача внешнего зацепления α_w (угол зацепления), полюс зацепления P , межосевое расстояние a_w , начальные окружности радиусами r_{w1} и r_{w2} . Эти элементы были рассмотрены ранее при знакомстве со свойствами эвольвентного зацепления.

В точках B' и B'' линия зацепления пересекается окружностями вершин зубьев колес; в точке B' сопряженные профили входят в зацепление, а в точке B'' – выходят из зацепления. Процесс взаимодействия главных поверхностей сопряженных зубьев происходит на участке $B'B''$ линии зацепления; эта часть линии зацепления называется *активной линией зацепления*. Зубчатая передача должна быть спроектирована так, чтобы участок $B'B''$ укладывался в пределах линии зацепления N_1N_2 . Если точки B' и B'' выйдут за эти пределы, то в зубчатой передаче произойдет заклинивание.

При заданном направлении вращения только одна сторона зуба будет передавать и воспринимать усилие; ее называют рабочей стороной (профилем) зуба. В зацеплении участвуют активные профили зубьев, расположенные на рабочих сторонах зубьев, которые соответствуют активной линии зацепления (см. рис. 7.17), – активные профили заштрихованы.

Между окружностью вершин одного колеса и окружностью впадин другого имеется расстояние, которое называется *радиальным зазором*, его величина выражается произведением коэффициента $c^* = 0,25$ на модуль зацепления $c = c^* \cdot m = 0,25m$.

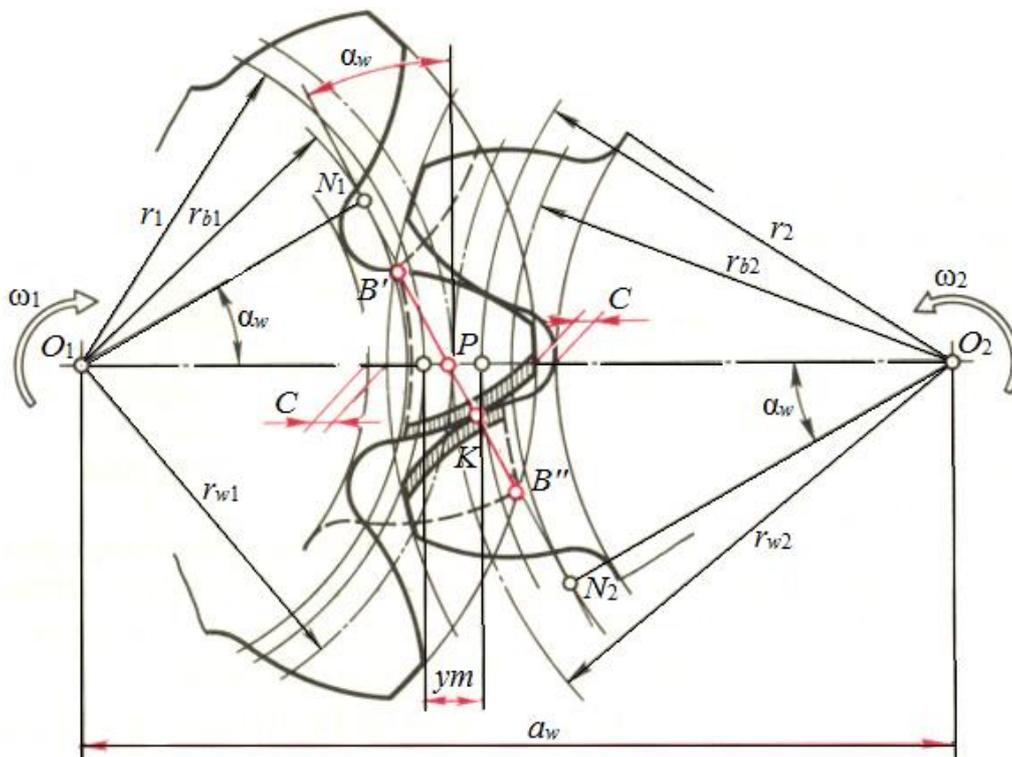


Рис. 7.17. Эвольвентное зубчатое зацепление

При составлении уравнений для определения угла зацепления α_w и межосевого расстояния a_w следует иметь в виду, что номинальные значения этих величин подсчитывают при условии, что зубья одного колеса входят во впадины другого плотно, без бокового зазора. Учитываем также, что начальные окружности катятся друг по другу без скольжения $s_{w1} = e_{w2}$ и $s_{w2} = e_{w1}$, где s_{w1} и s_{w2} – толщина зубьев, а e_{w1} и e_{w2} – ширина впадин по начальным окружностям колес зубчатой передачи.

Поскольку начальные окружности перекатываются без скольжения, то шаги p_{w1} и p_{w2} по этим окружностям равны друг другу $p_{w1} = p_{w2} = p_w$. Шаг $p_w = s_{w1} + e_{w1}$ или, поскольку $s_{w2} = e_{w1}$, $p_w = s_{w1} + s_{w2}$.

С другой стороны, шаг по начальной окружности

$$p_w = \pi \cdot m / (\cos \alpha / \cos \alpha_w).$$

Уравнение для определения угла зацепления

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{inv} \alpha + 2 \operatorname{tg} \alpha (x_1 + x_2) / (z_1 + z_2).$$

После подсчета инволюты угла зацепления угол α_w следует определить по таблице инволютной функции. Межосевое расстояние зубчатой передачи

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} \text{ или } a_w = [m(z_1 + z_2)/2](\cos \alpha / \cos \alpha_w).$$

Межосевое расстояние может быть выражено также следующим образом

$$a_w = r_1 + r_2 + y \cdot m,$$

где $y \cdot m$ – расстояние между делительными окружностями (воспринимаемое смещение), а величина y – коэффициент воспринимаемого смещения.

Формула для определения коэффициента воспринимаемого смещения

$$y = (z_1 + z_2)/2(\cos \alpha / \cos \alpha_w).$$

При геометрическом проектировании зубчатой передачи должны быть выполнены два условия:

1) зубья колес должны зацепляться друг с другом теоретически без бокового зазора;

2) между окружностями вершин и впадин зубчатых колес должен быть стандартный радиальный зазор $c = 0,25m$.

Выполнение первого условия обеспечивается тем, что межосевое расстояние выражается через воспринимаемое смещение y . Второе условие требует, чтобы

$$a_w = r_{a1} + 0,25m + r_{f2}.$$

Если зубчатая передача составлена из колес без смещений ($x_1 = 0$, $x_2 = 0$), то такая передача будет характеризоваться следующими параметрами: угол зацепления $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$, коэффициент воспринимаемого смещения $y = 0$, межосевое расстояние $a_w = r_1 + r_2 = m(z_1 + z_2)/2$, т. е. равно сумме радиусов делительных окружностей. При указанных условиях радиусы начальных окружностей $r_{w1} = mz_1/2 = r_1$, $r_{w2} = mz_2/2 = r_2$, т. е. начальные окружности колес совпадают с их делительными окружностями.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие механизмы называются передачами?
2. Какие виды зубчатых передач вы знаете?
3. Как формулируется основная теорема зацепления?
4. Что такое передаточное отношение?
5. Что такое межосевое расстояние?
6. Что называют эвольвентой окружности?
7. Какие основные свойства эвольвенты вы знаете?
8. Какую окружность зубчатого колеса называют начальной?
9. Какую окружность зубчатого колеса называют делительной?
10. Какую окружность зубчатого колеса называют основной?
11. Что называется высотой головки зуба колеса?
12. Что называют высотой ножки зуба колеса?
13. Что такое шаг зубчатого колеса?
14. Что такое модуль зубчатого колеса?
15. В чем измеряется модуль зубчатого колеса?
16. Что называют радиальным зазором цилиндрической зубчатой передачи?
17. Какие способы изготовления зубчатых колес вы можете назвать?
18. Что такое станочное зацепление?
19. Охарактеризуйте зубчатую рейку.
20. Какие зубчатые колёса называются нулевыми?
21. Что такое блокирующий контур? Как с помощью его определить коэффициент смещения колёс передачи?
22. Что такое линия зацепления?
23. Какой угол называется углом зацепления?

Раздел 8. ПЛАНЕТАРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

8.1. Общие сведения

Планетарным механизмом называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся в пространстве осью вращения хотя бы одного из них. Основными звеньями являются зубчатые колеса (рис. 8.1) :

1) центральное колесо 1 с внешними зубьями называется солнечной шестернёй, или солнцем;

2) колёса с внешними зубьями 2, оси которых подвижны – сателлиты (от лат. «satellitum» – спутник). Количество сателлитов обычно составляет от двух до шести (чаще всего три, так как только при трёх сателлитах нет нужды в специальных уравновешивающих механизмах) и точного значения для функциональности данного механизма не имеет. В различных механизмах применяются сателлиты одновенцовые (одно простое зубчатое колесо), двухвенцовые (два соосных зубчатых колеса с общей ступицей), трёхвенцовые и т. д. Также сателлиты могут быть парными, т. е. располагающимися на осях одного водила и зацепленными в паре;

3) большое центральное (опорное) колесо с внутренними зубьями – «корона», или «эпицикл» 3;

4) водило *H* (от заглавной буквы слова *Hedel* – рычаг) является основой механизма – это неотъемлемая деталь абсолютно любого планетарного механизма – это неотъемлемая деталь абсолютно любого механизма и краеугольный камень всей идеи передачи вращения через планетарную систему. Водило представляет собой рычажный механизм – обычно такую пространственную вилку, ось «основания» которой совпадает с осью самого планетарного механизма, а оси «зубцов» с установленными на них сателлитами концентрически вращаются вокруг неё в плоскости/плоскостях расположения центральных зубчатых колёс. Оси «зубцов» – это и есть так называемые подвижные оси, или оси сателлитов.

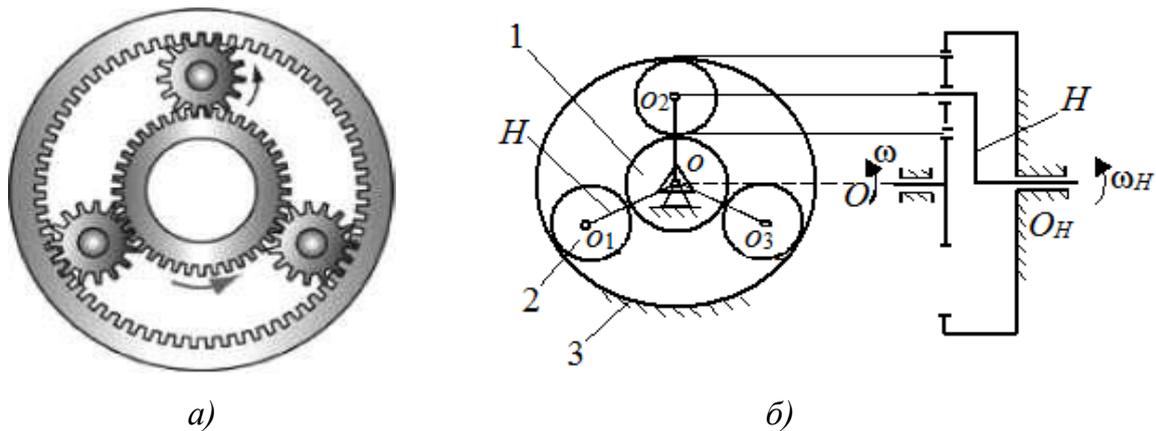


Рис. 8.1. Общий вид (а) и схема (б) планетарного механизма

Достоинства планетарных механизмов:

1. Малые габаритные размеры и масса вследствие передачи мощности по нескольким потокам, число которых равно числу сателлитов, при этом нагрузка в каждом зацеплении уменьшена в несколько раз.

2. Удобство компоновки в машинах благодаря соосности ведущего и ведомого валов.

3. Работа с меньшим шумом по сравнению с обычными зубчатыми передачами, что связано с меньшими размерами колес и замыканием сил в механизме. При симметричном расположении сателлитов силы в передаче взаимно уравниваются.

4. Возможность осуществлять большие передаточные отношения при сравнительно малом количестве колёс. Диапазон передаточных отношений теоретически безграничен.

5. Высокий КПД – в среднем 0,99.

Недостатки:

1. Повышенные требования к точности изготовления и монтажа механизма.

2. Для нарезания колес с внутренними зубьями требуются зубодолбежные, а не зубофрезерные станки.

Планетарный механизм применяют как редуктор (при степени подвижности механизма $W = 1$) в силовых передачах; коробку передач, передаточное отношение в которой изменяют поочередным торможением различных звеньев (например, водила или одного из колес); диф-

ференциал (при степени подвижности $W \geq 2$) в транспортных машинах, автомобилях, авиации, станках, в разнообразных приборах.

Часто применяют планетарную передачу, совмещенную с электродвигателем (мотор – редуктор, мотор – колесо).

Простейшие кинематические схемы планетарных механизмов показаны на рис. 8.2. Рассматриваемые планетарные механизмы передают вращение между своими подвижными центральными звеньями: от подвижного центрального колеса (входное звено) к водилу (выходное звено) или, наоборот, – от водила к центральному подвижному колесу.

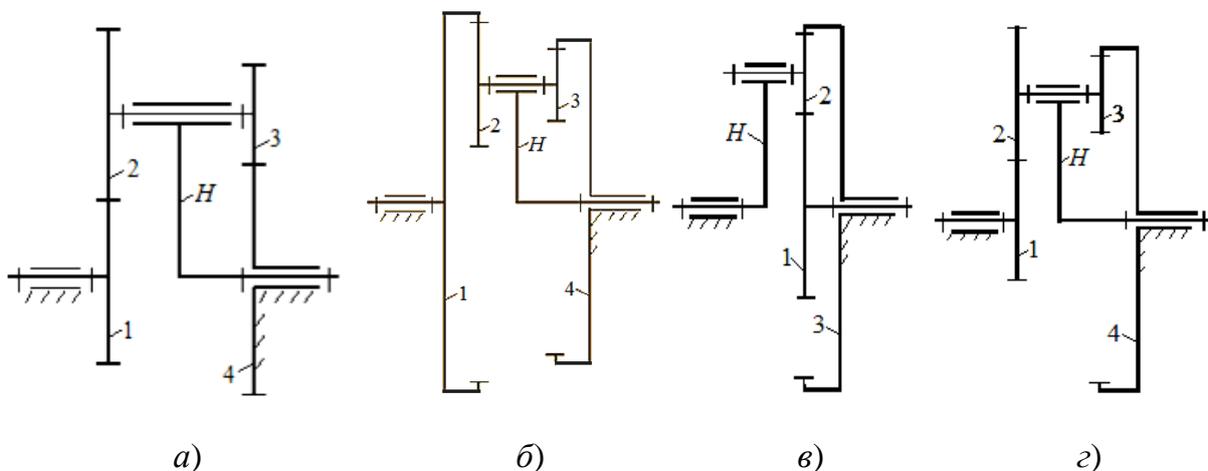


Рис. 8.2. Кинематические схемы планетарных механизмов: а – механизм с двумя внешними зацеплениями (редуктор Давида); б – механизм со сдвоенными сателлитами и двумя внутренними зацеплениями; в – механизм Джеймса; г – механизм со сдвоенными сателлитами

При кинематическом синтезе (проектировании) для выбранной схемы планетарного механизма при заданном числе сателлитов и заданном передаточном отношении $U_{пл}$ необходимо подобрать числа зубьев колес, которые обеспечат выполнение ряда условий:

1. Числа зубьев z_1, z_2, \dots, z_n должны быть целыми числами.
2. Сочетание чисел зубьев колес должно обеспечивать требуемое передаточное отношение с допустимой точностью $\pm 3\%$.

3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче нулевые колеса. Это ограничение записывают в форме отсутствия подреза зубьев: для колес с внешними зубьями, нарезанными стандартным инструментом, $z_i \geq z_{\min} = 17$; для колес с внутренними зубьями – $z_i \geq z_{\min} = 85$.

4. Оси центральных колес и водила планетарной передачи должны лежать на одной прямой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности).

5. При расположении сателлитов в одной плоскости, т. е. без смещения в осевом направлении, соседние сателлиты должны быть расположены так, чтобы между окружностями вершин обеспечивался гарантированный зазор (условие соседства) $(z_1 + z_2) \sin(\pi/k) > z_2 + 2$, где k – число сателлитов.

6. Сборка нескольких сателлитов должна осуществляться без натягов так, чтобы зубья всех сателлитов одновременно вошли во впадины солнечного и корончатого колес $((z_1 \cdot U_{1H})/k)(1 + k \cdot p) = C_0$, где z_1 – число зубьев центрального колеса; k – число сателлитов; p – число оборотов водила; C_0 – целое число.

8.2. Метод обращенного движения

Определение передаточного отношения планетарных механизмов по известным зависимостям, используемым для рядовых механизмов, не представляется возможным, так как планетарные механизмы содержат неподвижное колесо и колёса с перемещающейся осью. Решить эту задачу позволяет *метод обращенного движения*. Рассмотрим на примере редуктора Давида (рис. 8.3, а).

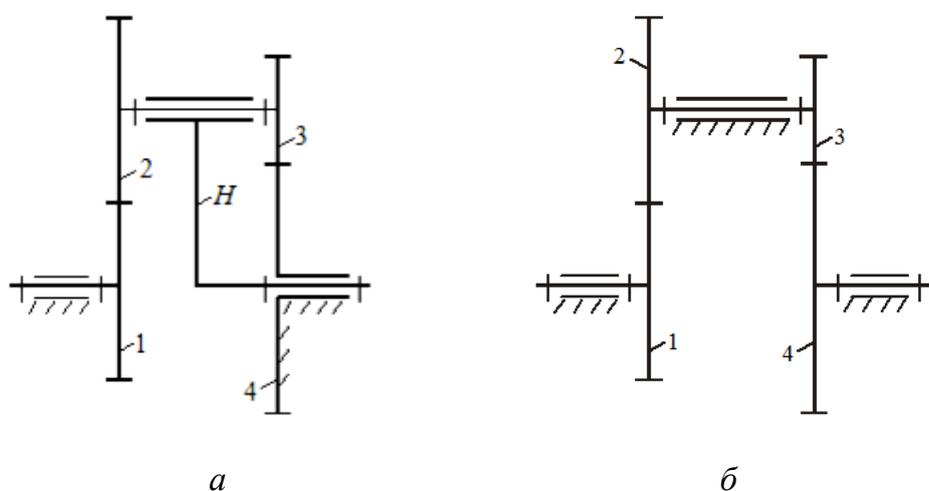


Рис. 8.3. Метод обращенного движения: а – исходный планетарный механизм (редуктор Давида); б – соответствующий ему рядовой обращенный механизм

Метод обращённого движения для планетарных механизмов состоит в следующем: всем звеньям механизма условно сообщают дополнительное вращение вокруг центральной оси с частотой вращения водила, но противоположного направления ($n = -n_H$). Относительное движение звеньев при этом не нарушится, но водило остановится, а колесо 4 станет подвижным, т. е. механизм превратится в рядовой, который называют *обращённым* (рис. 8.3, б).

Чтобы различать, к какому из механизмов (исходному планетарному или соответствующему ему обращённому) относятся соответствующие параметры, принято приписывать им верхний индекс, равный номеру или обозначению неподвижного звена. Для исходных планетарных механизмов указанные индексы часто опускают.

Частоты вращения планетарного и обращённого механизмов указаны в таблице. Передаточное отношение обращённого механизма (см. рис. 8.3, б) можно определить по теореме Виллиса для зубчатых передач

$$U_{14}^{(H)} = n_1^{(H)} / n_4^{(H)} = (n_1 - n_H) / (n_4 - n_H).$$

У рассматриваемого планетарного механизма $n_4 = 0$. При этом

$$n_{14}^{(H)} = n_1^{(H)} / n_4^{(H)} = (n_1 - n_H) / -n_H = 1 - n_1/n_H = 1 - U_{1H}^{(4)},$$

$$U_{1H}^{(H)} = U_{1H} = n_1/n_H = 1 - U_{14}^{(H)}.$$

Частоты вращения планетарного и обращённого механизмов

Звено механизма	Частота вращения звена планетарного механизма	Частота вращения обращённого механизма
1	n_1	$n_1 - n_H$
2, 3	$n_2 = n_3$	$n_2 - n_H = n_3 - n_H$
4	n_4	$n_4 - n_H$
H	n_H	$n_H - n_H = 0$

Отсюда правило: *передаточное отношение планетарного механизма от подвижного центрального колеса к водилу равно единице минус передаточное отношение соответствующего обращённого механизма от этого же центрального колеса к тому колесу, которое в планетарном механизме было неподвижным.*

Если входным звеном планетарного механизма служит водило, то для нахождения U_{H1} вначале нужно найти U_{1H} (в предположении, что входным является подвижное центральное колесо, а выходным – водило), а затем найти величину, обратную U_{1H}

$$U_{1H} = n_H / n_1 = 1 / U_{H1}.$$

Выбор схемы планетарного механизма определяется передаточными отношениями, которые могут быть им осуществлены, а также его коэффициентом полезного действия.

8.3. Условия работоспособности планетарных механизмов

Планетарный механизм будет работоспособным только при выполнении следующих общих условий синтеза: соосности, соседства, сборки и заклинивания. Это относится только к механизмам, все колёса которых нарезаны без смещения режущего инструмента (нулевые) и имеют одинаковый модуль. Сателлиты механизма расположены равномерно по окружности. При этом начальные окружности колёс зубчатых пар совпадают с делительными. Указанные условия рассмотрим на примере однорядного планетарного механизма (рис. 8.4).

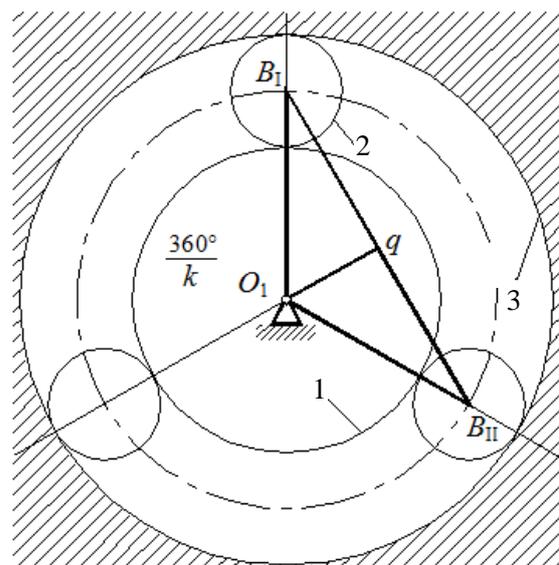


Рис. 8.4. Схема однорядного планетарного механизма

Дано: $U_{1H}^{(4)} = 6$, $m = 1$ мм – модуль зубчатых колёс, $k = 3$ – количество сателлитов.

Определить: z_1, z_2, z_3 – ? при минимальном радиальном габарите.

$$U_{1H}^{(3)} = 1 + z_3/z_1, z_3/z_1 = u_{1-H}^{(3)} - 1 = 6 - 1 = 5.$$

Зададимся числом зубьев $z_1 = 18$, $z_3 = 5 \cdot 18 = 90 \geq 85$.

Условие соосности механизма заключается в том, что геометрические оси центральных колёс и водила должны совпадать, для чего должны быть равны межосевые расстояния обеих ступеней механизма.

$$O_1B = O_2B,$$

$$m \cdot z_1 / 2 + m \cdot z_2 / 2 = m \cdot z_3 / 2 - m \cdot z_2 / 2,$$

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2, \text{ отсюда } z_2 = (z_3 - z_1) / 2 = (90 - 18) / 2 = 36.$$

Условие соседства механизма: расстояние между осями соседних сателлитов $B_1B_{II} > 2 \cdot r_{a2}$, где r_{a2} – радиус окружности выступов сателлитов 2.

Рассмотрим треугольник O_1B_1q :

$$B_1 \cdot q = O_1B_1 \cdot \sin (180/k),$$

$$2B_1 \cdot q = B_1B_{II} = m (z_1 + z_2),$$

для нулевых колёс $r_{a2} = m (z_2 + 2h_a)$ и $\sin (180/k) > (z_2 + 2h_a)/(z_1 + z_2)$.

Уравнение соседства справедливо.

Условие сборки механизма заключается в возможности собрать механизм (чтобы при сборке зуб не попал на зуб) и обеспечить при равномерном расположении сателлитов по окружности их одновременное зацепление с центральными колёсами.

Будем считать, что каждый последующий блок сателлитов устанавливается в позиции B_1 (рис. 8.5). Чтобы освободить место, нужно повернуть водило на угол $360^\circ/k$ (см. рис. 8.4). При установке 1-го сателлита зубья центральных колёс ориентированы относительно оси симметрии.

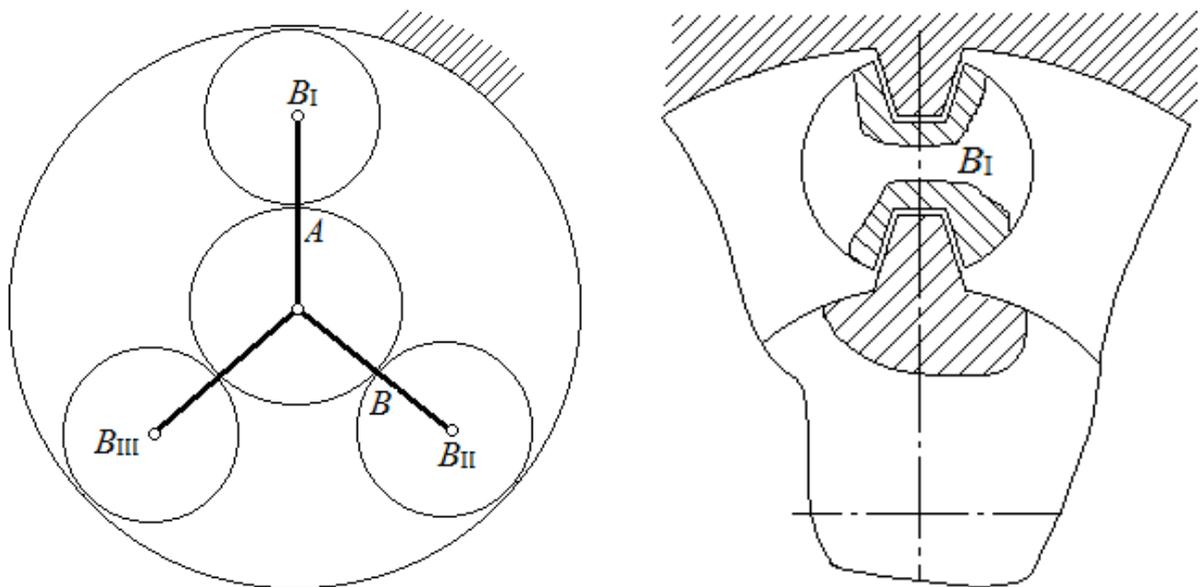


Рис. 8.5. Схема для условия сборки механизма

Если на дуге AB укладывается целое число шагов, то при повороте водила на угол $360^\circ/k$ зубья центральных колес будут ориентированы относительно оси симметрии точно так же, как и при установке первого сателлита.

Если на указанной дуге не укладывается целое число шагов, то при повороте водила на угол $360^\circ/k$ зуб 1-го колеса не встанет на то же место и тогда, чтобы установить следующий сателлит, нужно от позиции B_{II} сделать p дополнительных оборотов водила, чтобы за счёт выборки углового шага правильно ориентировать зубья центральных колес.

Уравнение сборки имеет вид $(z_1 \cdot U_{IH}^{(4)})/k = 1 + k \cdot p = \gamma$, где γ – произвольное целое число.

Для данного механизма $18 \cdot 6(1 + 3p)/3 = 36(1 + 3p)$. Условие сборки выполняется при $p = 0$. После подбора чисел зубьев определяют радиусы делительных окружностей колес, мм,

$$r_1 = mz_1/2 = 1 \cdot 18/2 = 9,$$

$$r_2 = mz_2/2 = 1 \cdot 36/2 = 18,$$

$$r_3 = mz_3/2 = 1 \cdot 90/2 = 45.$$

Условие отсутствия заклинивания механизма – это непроворачиваемость головок зубьев одного из колёс зубчатой пары нулевых колёс во впадинах второго.

По полученным данным строят схему механизма в масштабе и проверяют выполнение передаточного отношения. Если хотя бы одно из условий не выполняется, то необходимо рассмотреть следующий вариант разложения на простые множители. Если, перебрав все возможные варианты разложения, не удалось подобрать числа зубьев, то допускается изменить заданное передаточное отношение в пределах 5 %.

8.4. Подбор чисел зубьев по методу сомножителей

Согласно этому методу подбор чисел зубьев ведётся только по двум условиям: передаточному отношению и условию соосности, а проверка по условиям сборки, соседства и отсутствия заклинивания не проводится.

Сущность метода сомножителей рассмотрим на примере редуктора Давида (см. рис. 8.2, *a*). При неподвижном солнечном колесе

с числом зубьев z_1 и ведущем водиле передаточное отношение определяют по формуле

$$U_{1H}^{(4)} = (z_1 \cdot z_3) / (z_1 \cdot z_3 - z_2 \cdot z_4).$$

Наибольшему передаточному отношению соответствует наименьшая разность $z_1 \cdot z_3 - z_2 \cdot z_4$. Это возможно при $z_4 = z_1 - 1$ и $z_2 = z_3 - 1$.

Принимая $z_3 = z_1$ и $z_2 = z_4$, получим

$$U_{H4}^{(1)} = z_1 / (2 - (1/z_1)).$$

Отсюда видно, что $z_1 \equiv 2 \cdot U_{H4}^{(1)}$, т. е. оптимальное число зубьев солнечного колеса z_1 для рассматриваемой схемы равно удвоенному передаточному отношению.

Значение минимального числа зубьев солнечного колеса

$$z_1 = U_{H4}^{(1)} + \sqrt{U_{H4}^{(1)}(U_{H4}^{(1)} - 1)}.$$

Числа зубьев колес 2, 3 и 4 определяют следующим образом

$$z_4 = z_1 - 1; z_3 = z_1; z_2 = z_3 - 1.$$

Найдём диапазон возможных значений $U_{H4}^{(1)}$. При $z_1 = z_{\min} = 17$ величина $U_{H4_{\min}}^{(1)} = 8,76$. При $z_1 = 100$ величина $U_{H4}^{(1)} = 50,25$, но при этом радиальные размеры передачи становятся слишком большими, а КПД низким. Максимальное число сателлитов в этом случае $k_{\max} = 5$ при любом значении $U_{H4}^{(1)}$.

8.5. Графический способ определения передаточного отношения планетарного механизма

Рассмотрим на примере редуктора Давида (рис. 8.6).

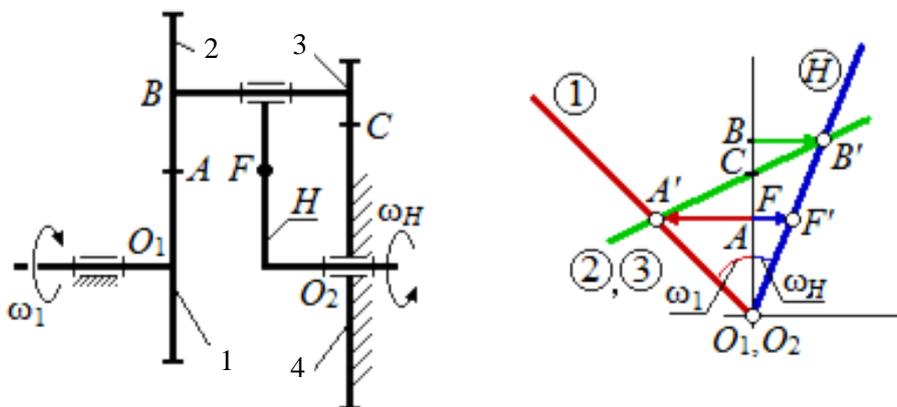


Рис. 8.6. Редуктор Давида: 1, 2 – внешняя зубчатая пара, 3 – колесо, 4 – коронная шестерня, H – водило

Водило – входное звено, первое колесо – выходное. Выберем на водиле точку F так, чтобы $O_2F = O_1A$ (валы O_1 и O_2 соосны и вращаются в разные стороны). Точка C может быть выше или ниже точки A . FF' – произвольный отрезок (линейная скорость точки F'). Для колёс 2 и 3 точка C – МЦС. Передаточное отношение $u_{H-1}^{(4)} = \omega_H/\omega_1 = = (V_B/O_2B)/(V_F/O_1F) = (BB'/O_2B)/(FF'/O_1F) = \operatorname{tg} \psi_H / \operatorname{tg} \psi_1 = = BB'/FF'$.

Вопросы для самоконтроля

1. Из каких звеньев состоят планетарные зубчатые передачи?
2. Что такое сателлит в планетарной передаче?
3. Какое звено планетарной передачи называют водилом?
4. Какое звено планетарной передачи называют солнечным зубчатым колесом?
5. По какой формуле вычисляют общее передаточное отношение планетарной зубчатой передачи?
6. Какие звенья планетарного зубчатого механизма называют центральными?
7. Какие достоинства имеют планетарные зубчатые передачи по сравнению с простыми зубчатыми передачами?
8. Какие вы знаете примеры применения планетарных зубчатых передач в машинах?
9. Чем отличается планетарный зубчатый механизм от дифференциального зубчатого механизма?
10. Чем отличаются планетарные зубчатые передачи-редукторы от планетарных зубчатых передач-мультипликаторов?
11. В чём состоит условие соосности для планетарных зубчатых передач?
12. Почему при проектировании планетарных зубчатых передач требуется выполнять условие сборки?
13. Для чего необходимо при проектировании планетарных зубчатых передач выполнение условия соседства сателлитов?

Раздел 9. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

9.1. Назначение, устройство и классификация кулачковых механизмов

Рабочий процесс многих машин вызывает необходимость иметь в их составе механизмы, движение выходных звеньев которых должно быть выполнено строго по заданному закону. Для выполнения такой задачи наиболее простыми и надёжными считаются *кулачковые механизмы*, которые, как правило, используются в машинах автоматического или полуавтоматического действия, а также широко применяются в двигателях внутреннего сгорания (система газораспределения), а также обеспечивают временные остановки ведомого звена при непрерывном движении ведущего.

Кулачковый механизм представляет собой трёхзвенный механизм, состоящий из звеньев (рис. 9.1): кулачка 1 – ведущее звено механизма; толкателя 2, как правило, с пружиной; стойки (опоры) 3, которая поддерживает в пространстве звенья механизма и обеспечивает каждому звену соответствующие степени свободы. Кулачок и толкатель образуют высшую кинематическую пару. Кулачок может совершать как вращательное движение, так и поступательное. Движение ведомого звена – толкателя – может быть поступательным и вращательным.

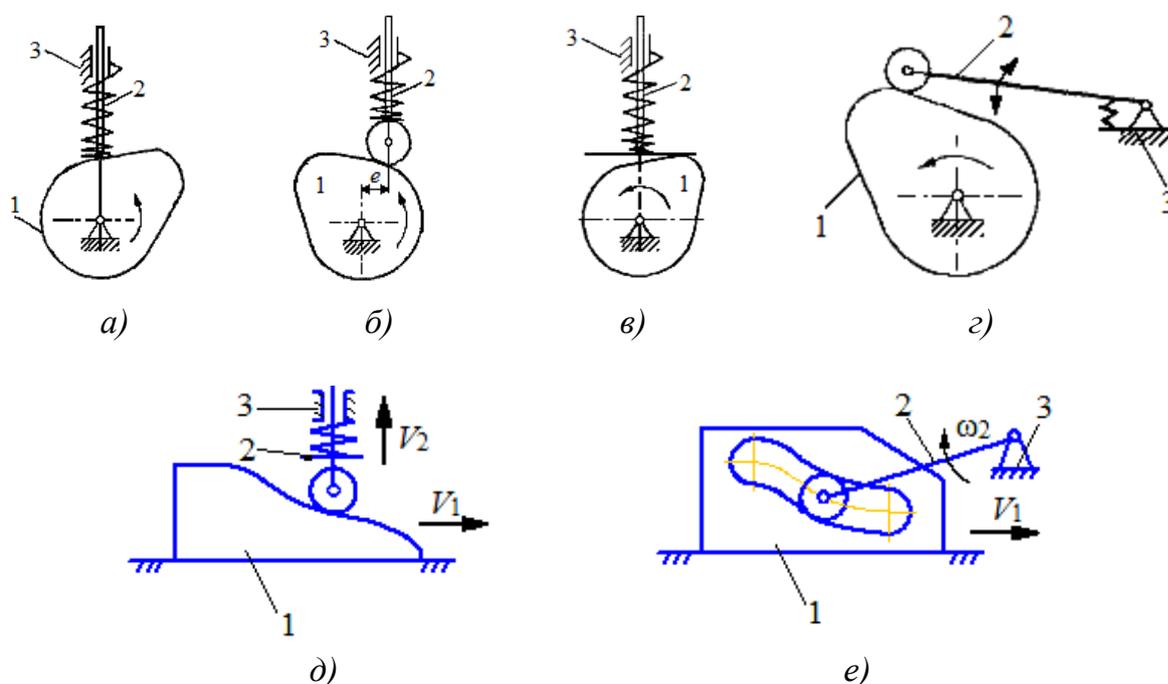


Рис. 9.1. Кулачковые механизмы

Недостатки кулачковых механизмов:

– высокие удельные давления в точке контакта кулачка с толкателем, что не позволяет применять их в главных кинематических цепях для передачи большой мощности. Поэтому, как правило, их используют во вспомогательных цепях, выполняющих функции управления, где передаваемые мощности невелики;

– сложность получения технологической формы профиля кулачка.

Например, степень подвижности кулачкового механизма с заострённым толкателем (рис. 9.1, а) можно определить по формуле П. Л. Чебышева

$$W = 3n - 2p_H - p_B = 6 - 4 - 1 = 1.$$

Такая степень подвижности называется основной, т. е. независимое движение (вращение), которое задаётся кулачку, преобразуется в требуемое движение толкателя.

Как и все механизмы, кулачковые подразделяются на плоские (см. рис. 9.1) и пространственные (рис. 9.2). Наиболее распространёнными пространственными кулачковыми механизмами являются механизмы барабанного типа. Цилиндрический кулачок 1 с профильным пазом, обеспечивающим кинематическое замыкание высшей пары, вращается с постоянной угловой скоростью и через ролик сообщает качательное движение толкателю 2, который установлен в стойке 3.

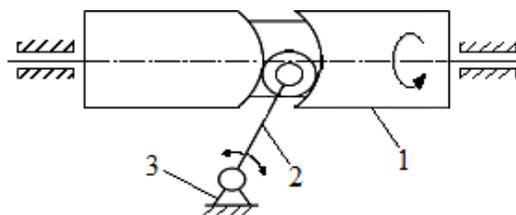


Рис. 9.2. Пространственный кулачковый механизм

При выборе типа кулачкового механизма стараются остановиться на применении плоских механизмов, имеющих значительно меньшую стоимость по сравнению с пространственными.

Кулачковые механизмы подразделяют:

1. По типу толкателя:

- с игольчатым (см. рис. 9.1, а);
- с роликовым (рис. 9.1, б);
- с плоским толкателем (рис. 9.1, в).

2. По характеру движения толкателя:

- возвратно-поступательное (рис. 9.1, а, б, в);
- возвратно-вращательное относительно стойки (толкатель ещё называют коромыслом) (рис. 9.1, г).

3. По характеру движения кулачка:
 - вращающееся (рис. 9.1, а, б, в, г);
 - возвратно-поступательное (рис. 9.1, д, е).
4. Кулачковые механизмы с роликовым толкателем бывают:
 - дезаксиальные, когда ось кулачка не под толкателем (рис. 9.1, б);
 - центральные (ось кулачка под толкателем).
5. По способу замыкания кулачка и толкателя:
 - с силовым замыканием за счёт пружины (см. рис. 9.1, а, б, в, д);
 - с кинематическим замыканием (см. рис. 9.2).

9.2. Основные параметры кулачковых механизмов

В первой фазе подъёма толкателя (толкатель взаимодействует с участком 0 – 1) на профиле кулачка соответствует профильный угол удаления $\psi_{уд}$; в фазе выстоя (толкатель находится в крайнем верхнем положении и контактирует с участком 1 – 2) – угол профиля дальнего выстоя $\psi_{в}$; в фазе сближения (толкатель опускается и контактирует с участком 2 – 3) – угол профиля сближения $\psi_{сб}$; под действием участка 3 – 0 толкатель выстает в нулевое положение (рис. 9.3). Сумма профильных углов равна 360° . Рабочий профильный угол равен сумме $\psi_{уд} + \psi_{в} + \psi_{сб}$.

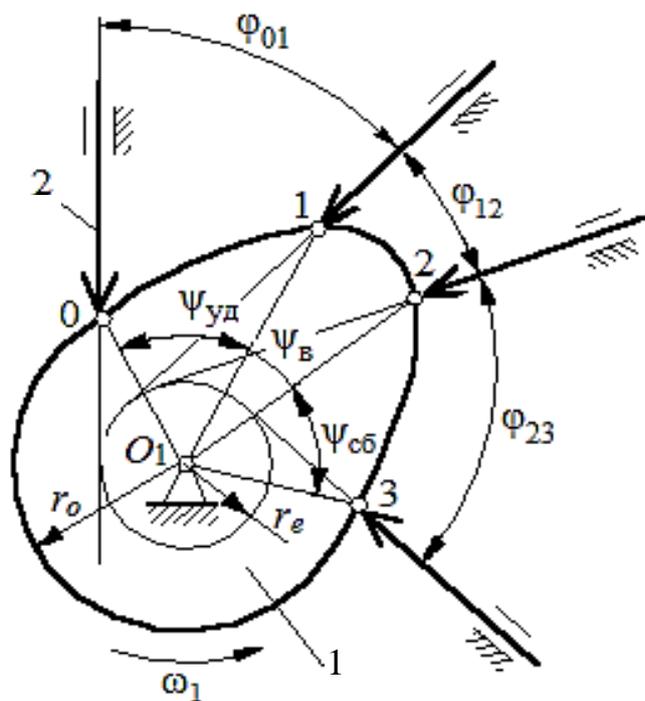


Рис. 9.3. Углы кулачка

Угол поворота кулачка φ , соответствующий вышеуказанным фазам перемещения толкателя, определяют используя метод обращения движения, в соответствии с которым всей системе, включая стойку, мысленно сообщают движение с угловой скоростью ω_1 .

Тогда в обращённом движении кулачок становится неподвижным $\omega_1^* = \omega_1 + (-\omega_1) = 0$,

а ось толкателя вместе со стойкой будут перемещаться в направлении $(-\omega_1)$. И угол поворота кулачка, соответствующий той или иной фазе движения, определяется по углу поворота оси толкателя в обратённом движении на соответствующем участке. Ось толкателя в обратённом движении в любом положении будет касаться окружности радиусом r_e .

Поворот кулачка на участках $0 - 1 - \varphi_{01}$; $1 - 2 - \varphi_{12}$; $2 - 3 - \varphi_{23}$.

Рабочий угол поворота кулачка $\varphi_{\text{раб}} = \varphi_{01} + \varphi_{12} + \varphi_{23}$.

Всегда независимо от схемы механизма $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$, а $\varphi_{\text{уд}} \neq \psi_{\text{уд}}$, $\varphi_{\text{выс}} \neq \psi_{\text{выс}}$, $\varphi_{\text{сб}} \neq \psi_{\text{сб}}$ для всех схем, кроме кулачкового механизма с центральным толкателем. Сумма поворотных углов толкателя, так же как и профильных углов, равна 360° .

9.3. Построение графика перемещений толкателя при заданном профиле кулачка

Перемещения отсчитываются от начальной окружности радиусом r_o (рис. 9.4). Точка B принадлежит толкателю, который поворачивается вокруг оси C , т. е. точка B перемещается по дуге окружности радиусом $r = l_T$. Из точки 1 проводим окружность $r = l_T$ до пересечения с окружностью, радиус которой равен расстоянию между точками O_1 и C : $r = a_w$.

Точка пересечения C_1 – положение оси вращения толкателя в обратённом движении, когда толкатель контактирует с поверхностью кулачка в точке 1. Из точки C_1 проводим дугу окружности $r = l_T$ до пресечения с начальной окружностью. Тогда перемещение точки B будет равным длине дуги $0 - 1^*$.

На участке $1 - 2$ толкатель не перемещается. На участке $2 - 3$ перемещение точки B ищется аналогично перемещению на участке $0 - 1$ (рис. 9.5).

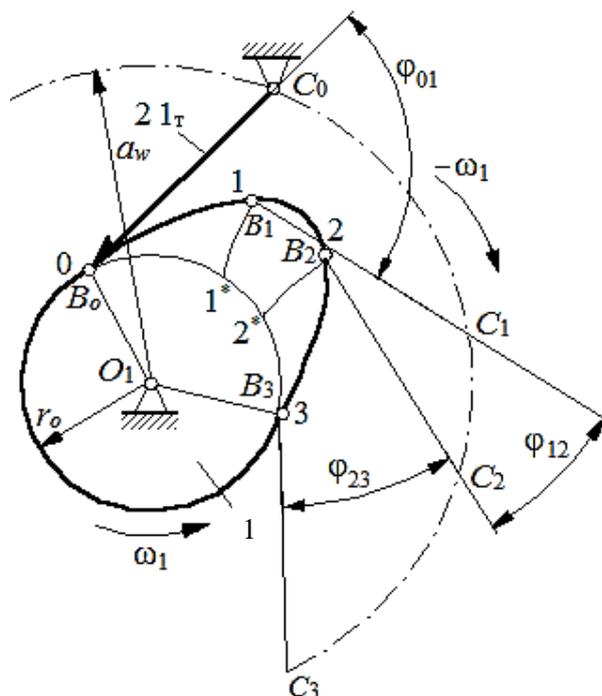


Рис. 9.4. Перемещения толкателя

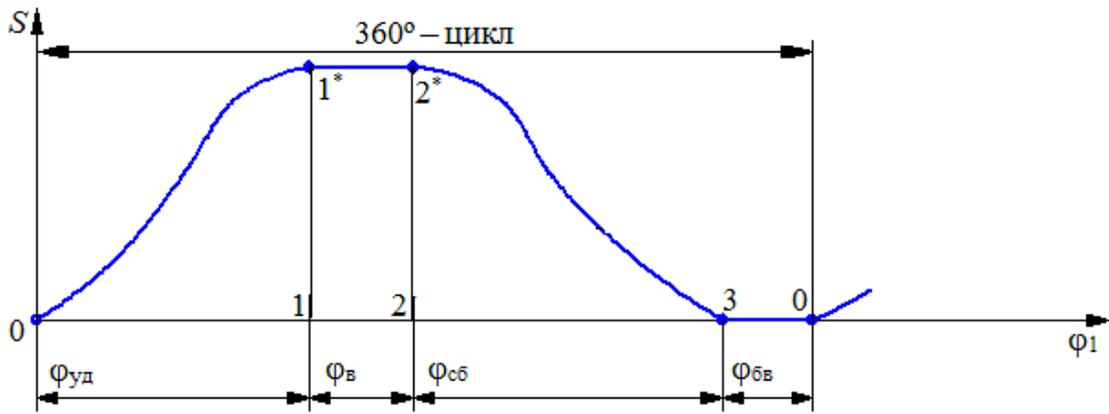


Рис. 9.5. График перемещения толкателя

9.4. Определение угла давления кулачкового механизма

Углом давления называется угол, образованный направлением силы, действующей со стороны кулачка на толкатель, и направлением перемещения толкателя (рис. 9.6). Для уменьшения трения в механизмах часто устанавливают толкатели с роликами.

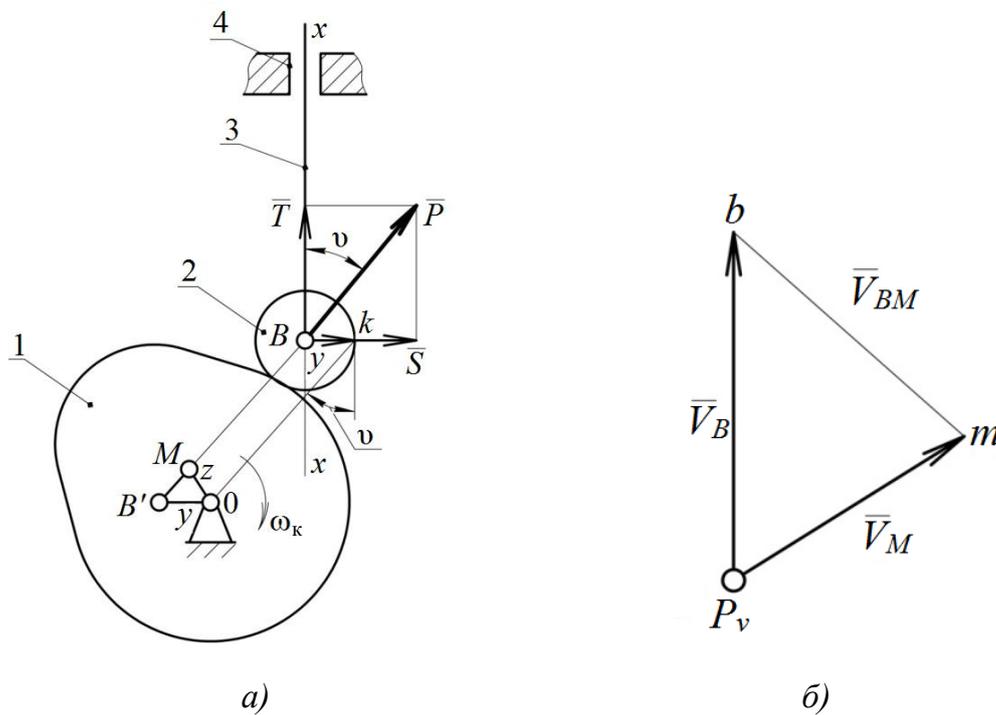


Рис. 9.6. Угол давления: а – схема кулачка; б – план скоростей

Силу P можно разложить на две составляющие: нормальную T , которая направлена параллельно движению толкателя, и касательную

S , направленную перпендикулярно движению толкателя. Полезной для подъёма толкателя будет только сила T . Сила S вызывает перекося толкателя и появление сил трения в направляющей, которые могут достигнуть такой величины, что механизм при подъёме толкателя может заклинить. Для увеличения силы T и уменьшения силы S угол давления желательно иметь по возможности малым. На практике для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем принимают при подъёме 30° , а для механизмов с коромыслом можно применять 45° . Желательные значения угла давления можно обеспечить правильным выбором положения центра O кулачка.

Рассмотрим, как, зная положение центра O и закон движения толкателя, можно определить величину угла давления в любом положении механизма. На чертеже механизма (рис. 9.6, *a*) нанесём схему заменяющего механизма OMB и построим для него план скоростей (рис. 9.6, *б*) по уравнению

$$V_B = V_M + V_{BM},$$

где $V_M = \omega_k \cdot l_{OM}$ и зададимся ей произвольно.

Если провести через центр O прямую, перпендикулярную к оси $x - x$ и найти пресечение этой прямой с линией BM в точке B' , то треугольники P_{vbm} и $OB'M$ окажутся подобными, так как их стороны взаимно перпендикулярны. Из их подобия можно найти

$$y/r = V_B / V_M = (dS/dt)/r \cdot \omega_k = dS/r \cdot \omega_k \cdot dt = dS/r d\varphi,$$

отсюда $y = dS/d\varphi$. В данном выражении S представляет собой координату положения толкателя (точка B), отсчитываемую от нижнего положения толкателя B_0 . Величина y может быть определена для любого угла φ , если известна зависимость S от φ .

Величина $dS/d\varphi$ в данном случае называется аналогом скорости. Далее отложим отрезок y от точки B по перпендикуляру к оси $x - x$ и обозначим конец этого отрезка точкой k (см. рис. 9.6, *a*). Если соединить точки O и k , то можно сделать вывод: в любом положении механизма луч Ok составляет с перпендикуляром к соответствующему отрезку y в точке k угол давления.

Чтобы охватить все положения механизма, надо для каждого положения точки B найти соответствующий отрезок y и отложить его, как

показано на рис. 9.7. Для направления вращения кулачка, указанного на этом рисунке, отрезки y откладывают при подъёме толкателя вправо, при опускании – влево. Объединив эти отрезки, получим некоторую кривую, представляющую собой диаграмму $[S, y]$.

Рассмотрим, как определить положение центра вращения O кулачка при заданном значении наибольшего угла давления. Для этого надо построить кривую $[S, y]$ (см. рис. 9.7). Затем к этой кривой провести касательные 1 – 1 и 2 – 2 под углами давления к вертикали. Точка пересечения O касательных определяет положение центра вращения кулачка, при котором получатся наименьшие габаритные размеры механизма.

Одновременно определяют величину внеосности e (эксцентриситет) и величину наименьшего радиуса вектора $r_0 = OB_0$. Если центр кулачка невозможно поместить в точке O , то его можно расположить в любом месте заштрихованной области, так как при этом расположении угол давления никогда не превысит своего максимального значения. При необходимости центр кулачка можно поместить в точке O' .

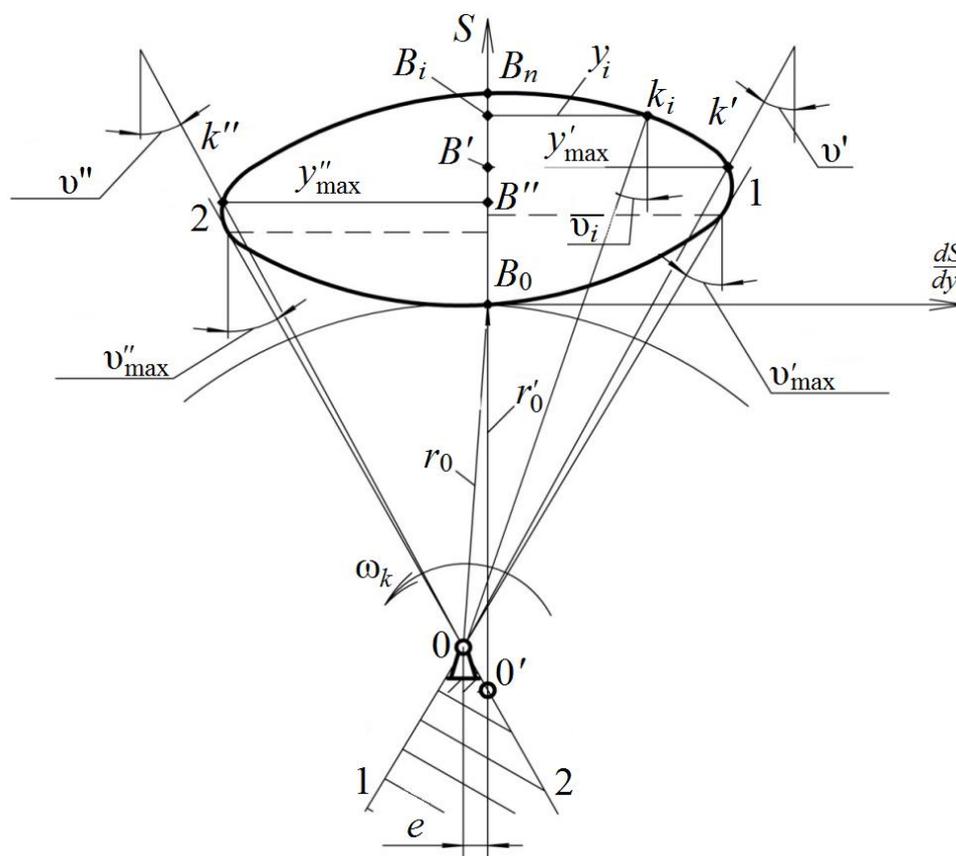


Рис. 9.7. Определение положения центра вращения O кулачка

При этом получается $e = 0$ и новое значение $r'_o = O'B_o$, т. е. это механизм с центральным расположением толкателя. Можно сделать небольшой вывод: назначать очень малые максимально допустимые значения угла давления невыгодно, так как при уменьшении угла центр O удаляется и габаритные размеры кулачка возрастают.

9.5. Построение кинематических диаграмм движения толкателя

Для построения профиля кулачка нужно иметь зависимости $S = S(\varphi)$ или $\psi = \psi(\varphi)$, которые можно получить, дважды интегрируя заданные зависимости $d^2S/d\varphi^2 = d^2S/d\varphi^2(\varphi)$ при поступательном движении толкателя и $d^2\psi/d\varphi^2 = d^2\psi/d\varphi^2(\varphi)$ – при коромысле.

На рис. 9.8, *a* представлена зависимость $d^2S/d\varphi^2 = d^2S/d\varphi^2(\varphi)$. Площади F_1 и F_2 должны быть равны между собой, так как скорость толкателя в начале и конце периодов подъёма и опускания равна нулю. Интегрируем графически данную зависимость:

1) на оси абсцисс в интервале интегрирования производной функции отложим частные интервалы и отметим точки деления 0, 1, 2, 3, ..., 12;

2) построим ординаты ab, cd, ef, \dots , соответствующие серединам частных интервалов 0 – 1, 1 – 2, 2 – 3, ...;

3) из точек b, d, f, \dots проводим горизонтальные прямые до пересечения с осью ординат. В данном случае это будет прямая, пересекающаяся с осью ординат в точке a ;

4) соединим точку P_1 , взятую произвольно на продолжении оси φ , с точкой a ;

5) из точки O (рис. 9.8, *б*) проводим отрезок Of'' в интервале 0 – 3 параллельно лучу P_1a . Из точки f' проводим отрезок $f'n'$ в интервале 3 – 6 и т. д. Полученная ломаная в графической форме представляет собой первый интервал заданной зависимости, т. е. кривую $dS/d\varphi = dS/d\varphi(\varphi)$.

Аналогично интегрируем кривую $dS/d\varphi = dS/d\varphi(\varphi)$:

1) построим ординаты ab, cd, ef, \dots , соответствующие серединам частичных интервалов 0 – 1, 1 – 2, 2 – 3, ... и т. д. Из точек b, d, f, \dots проводим горизонтальные прямые до пересечения с осью ординат в точках 1, 2, 3, ...;

2) соединим точку P_2 , взятую произвольно на продолжении оси φ , с точками 1', 2', 3', ...;

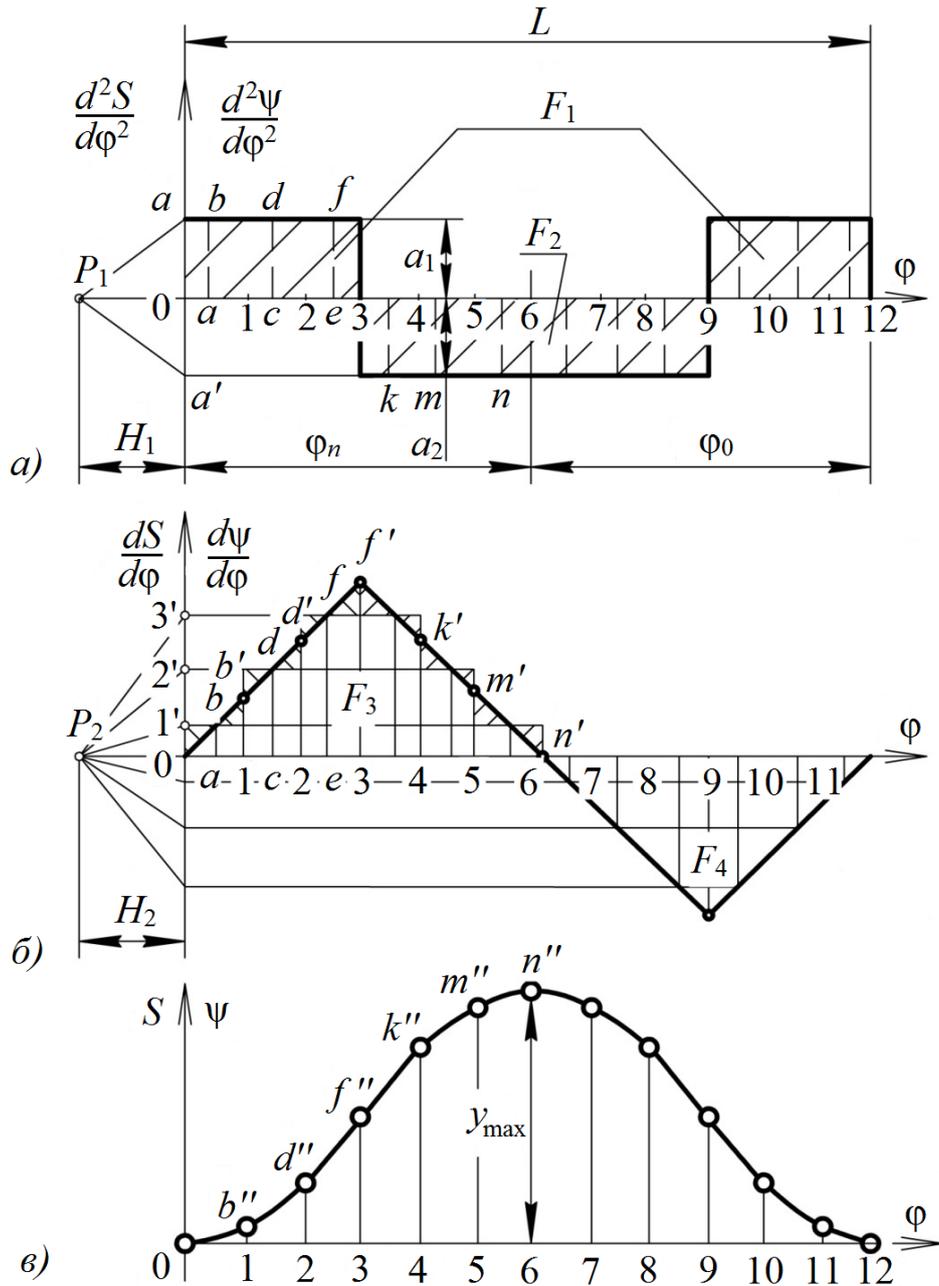


Рис. 9.8. Кинематические диаграммы движения толкателя: а – графики ускорений при поступательном и вращательном движении толкателя; б – графики скоростей при поступательном и вращательном движении толкателя; в – графики поступательного и вращательного движения толкателя

3) из точки 0 (рис. 9.8, в) проводим отрезок $0b''$ в интервале 0 – 1 параллельно лучу P_21' ; из точки b'' проводим отрезок $b''d''$ в интервале 1 – 2 параллельно лучу P_22' ; из точки d'' проводим отрезок $d''f''$ в интервале 2 – 3 параллельно лучу P_23' и т. д. Получаем вторую интегральную кривую $S = S(\varphi)$.

Начальная шайба – окружность с наименьшим радиусом профиля кулачка, проведенная из его центра вращения.

Рассмотрим синтез профиля кулачка для нецентрального кулачкового механизма с роликовым толкателем (см. рис. 9.9). Для этого используем некоторые входные данные: R_0 – радиус начальной шайбы практического профиля; $r_{\text{рол}}$ – радиус ролика; r_0 – радиус начальной шайбы теоретического профиля; e – внеосность левая (эксцентриситет).

В обращённом движении кулачок вращается с угловой скоростью $\omega_1 + (-\omega_1) = 0$.

На окружности радиусом $r = r_0$, проведенной в масштабе μ_1 , с левой стороны от оси O_1 на расстоянии e выбирают точку B_0 (пересечение оси толкателя, отстоящей на величину e от точки O_1 , с окружностью $r_{0 \text{ min}}$).

Точку B_0 соединяют с центром O_1 . От полученного луча B_0O_1 в направлении $(-\omega_1)$ откладывают угол $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$ и проводят луч O_1B_{10} . Полученную дугу B_0B_{10} делят на 10 равных частей. В каждой из позиций 1, 2, ... проводят положение оси толкателя в обратном движении, при этом ось толкателя, перемещаясь в направлении $(-\omega_1)$, будет все время касаться окружности радиусом e , проведенной из центра O_1 с учетом масштаба μ_1 . В каждой из позиций от точек 1, 2, 3, ... откладывают перемещения точки B толкателя вдоль оси толкателя, взятые с графика перемещений с учетом соотношения масштабов μ_1 и μ_s . Полученные точки 1*, 2*, 3*, ... соединяют плавной кривой и получают центральной, или теоретический, профиль. Для построения рабочего профиля необходимо знать радиус ролика толкателя. Если он не задан, его выбирают из конструктивных соображений $r_{\text{рол}} = (1/4 \dots 1/16)r_{0 \text{ min}}$.

Кроме того, радиус ролика должен быть таким, чтобы при построении профиля кулачка не было заострения в вершине кулачка. Выбрав радиус ролика, из любых точек теоретического профиля кулачка (чем чаще, тем лучше) проводят дуги окружности $r = r_{\text{рол}}$ внутренним образом. Проведя огибающую к дугам, получают рабочий профиль кулачка. Если требуется построить профиль кулачка с поступательно движущимся толкателем и внеосностью $e = 0$, то порядок построения профиля такой же, только ось толкателя будет проходить через центр вращения кулачка O_1 .

Вопросы для самоконтроля

1. Каковы особенности кулачковых механизмов, обусловившие их широкое применение в различных машинах и приборах?
2. Каковы недостатки кулачковых механизмов?
3. Какие разновидности кулачковых механизмов вы знаете?
4. Как определить основные фазы движения толкателя кулачкового механизма?
5. Какие законы движения толкателя рационально применять в быстроходных кулачковых механизмах и почему?
6. Как определить положение центра вращения кулачка в механизме с поступательнодвигающимся толкателем при заданном допустимом угле давления?
7. Как определить положение центра вращения кулачка в механизме с качающимся толкателем при заданном допустимом угле давления?
8. Как по теоретическому (центровому) профилю кулачка построить действительный (конструктивный) профиль?

Раздел 10. ВИБРАЦИИ И КОЛЕБАНИЯ В МЕХАНИЗМАХ И МАШИНАХ. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

10.1. Основные понятия

При движении механической системы под действием внешних сил в ней могут возникать механические колебания, или вибрации. Причинами возникновения вибраций могут быть периодические изменения сил (силовое возмущение), перемещений (кинематическое возмущение) или инерционных характеристик (параметрическое возмущение).

Вибрация (от лат. *vibratio* – колебание) – это механические колебания в механизмах и машинах.

Колебание – это движение или изменение состояния, обладающие той или иной степенью повторяемости, или периодичностью.

Если источник возникновения вибраций определяется внутренними свойствами механизма или машины, то говорят о его виброактивности. Чтобы вибрации механизма не распространялись на окружающие его системы или чтобы защитить механизм от вибраций, воздействующих на него со стороны внешних систем, применяют различные методы виброзащиты.

Различают внутреннюю и внешнюю виброактивность.

1. Под внутренней виброактивностью понимают колебания, возникающие внутри механизма или машины, которые происходят по его подвижностям или обобщенным координатам. Эти колебания не оказывают непосредственного влияния на окружающую среду.

2. При внешней виброактивности изменение положения механизма приводит к изменению реакций в опорах (т. е. связях механизма с окружающей средой) и непосредственному вибрационному воздействию на связанные с ним системы. Одна из основных причин внешней виброактивности – неуравновешенность его звеньев и механизма в целом.

10.2. Понятие о неуравновешенности механизма (звена)

Неуравновешенный – это такой механизм (или его звено), в котором при движении центр масс механизма (или звена) движется с ускорением.

Ускоренное движение системы возникает только в случае, если равнодействующая внешних силовых воздействий не равна нулю. Из теоретической механики согласно принципу Даламбера известно, что для уравновешивания внешних сил к системе добавляются расчетные силы – силы и моменты сил инерции. Механизм будет находиться в состоянии кинетостатического равновесия, если сумма действующих на него внешних сил и моментов сил (включая силы и моменты сил инерции) будет равна нулю, а неуравновешенный механизм тот, в котором эти силы не равны нулю.

Уравновешенность является свойством или характеристикой механизма и не должна зависеть от действующих на него внешних сил. Если исключить из рассмотрения все внешние силы, то в уравнении равновесия останутся только инерционные составляющие, которые определяются инерционными параметрами механизма – массами, моментами инерции и законом движения (например, центра масс системы).

Различают неуравновешенность:

- 1) статическую F_{SM} не равно 0;
- 2) моментную $M_{им}$ не равно 0;
- 3) динамическую F_{SM} не равно 0 и $M_{им}$ не равно 0.

При статическом уравнивании механизма необходимо обеспечить $F_{SM} = 0$ и $a_{SM} = 0$ при $t \neq 0$. Это условие можно выполнить, если скорость центра масс механизма равна нулю $V_{SM} = 0$ или она постоянна по величине и направлению $V_{SM} = \text{const}$. Обеспечить выполнение условия $V_{SM} = \text{const}$ в механизме практически невозможно. Поэтому при статическом уравнивании обеспечивают выполнение условия $V_{SM} = 0$. Это возможно, когда центр масс системы подвижных звеньев механизма становится неподвижным.

На практике наиболее часто статическое уравнивание проводится тремя способами:

1. Выбор симметричных кинематических схем механизма. Примером такого механизма служит сдвоенный кривошипно-ползунный механизм (рис. 10.1);

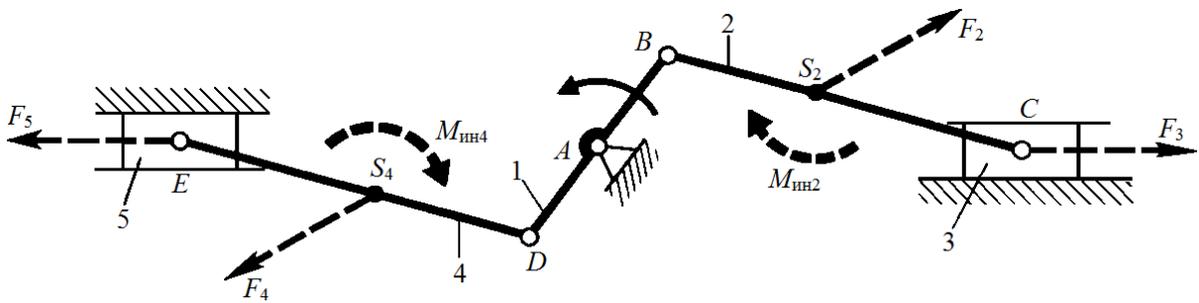


Рис. 10.1. Симметричная кинематическая схема механизма

Механизм выполнен кососимметричным, правая и левая шатунно-поршневые группы 2 – 3 и 4 – 5 абсолютно одинаковы, центр масс коленчатого вала находится на оси вращения в точке A ($F_1 = 0$). $\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = 0$, что и свидетельствует о полной статической уравниваемости механизма.

Однако $\Sigma M_{ин} = M_{ин2} + M_{ин4} + M_A(F_2) + M_A(F_4) \neq 0$, т. е. моментной уравниваемостью механизм не обладает.

2. Установка на звеньях механизма противовесов (или корректирующих масс).

3. Размещение противовесов на дополнительных звеньях или кинематических цепях.

Наиболее наглядным и простым методом уравнивания механизмов можно назвать метод замещающих масс.

10.3. Метод замещающих масс

При использовании метода замещающих масс звено механизма с распределенной массой заменяется расчетной моделью, которая состоит из точечных масс (рис. 10.2).

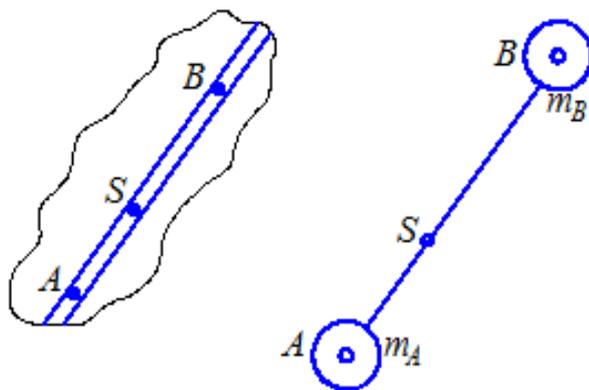


Рис. 10.2. Метод замещающих масс

Точки приведения масс можно выбирать произвольно, но обычно замещающие массы располагают в шарнирах механизма.

На рис. 10.2 S – центр масс звена механизма; m – масса звена механизма (распределена по всему его объёму); m_A – сосредоточенная масса в точке A ; m_B – сосредоточенная масса в точке B .

Причём $m_A + m_B = m$ и общий центр масс S замещающей системы совпадает с центром масс S заданного звена механизма

$$m_A \cdot l_{AS} = m_B \cdot l_{BS},$$

отсюда можно получить сосредоточенные массы

$$m_A = m (l_{BS} / l_{AB}) \text{ и } m_B = m (l_{AS} / l_{AB}).$$

Условия перехода от звена с распределенной массой к модели с точечными массами:

1. Сохранение массы звена

$$m_{iA} \cdot l_{ASi}^2 + m_{iB}(l_{AB} - l_{ASi})^2 = I_{Si}.$$

2. Сохранение положения центра масс

$$l_{ASi} = \text{const}, m_{iA} \cdot l_{ASi} = m_{iB}(l_{AB} - l_{ASi}).$$

3. Сохранение момента инерции

$$m_B = m_{B1} + m_{B2}, m_C = m_3 + m_{C2}, m_A = m_{A1}.$$

Очевидно, что выполнить три условия системой с двумя массами невозможно, поэтому при статическом уравнивании механизмов ограничиваются выполнением только двух первых условий. Чтобы обеспечить выполнение всех трех условий, необходимо ввести третью массу m_{iSi} .

Рассмотрим применение метода замещающих масс при полном и частичном статическом уравнивании кривошипно-ползунного механизма.

10.4. Полное статическое уравнивание кривошипно-ползунного механизма

Распределим массы звеньев по методу замещающих масс и сосредоточим их в центрах шарниров A , B , C (рис. 10.3). Тогда

$$m_B = m_{B1} + m_{B2}, m_C = m_3 + m_{C2}, m_A = m_{A1},$$

где $m_1 = m_{A1} + m_{B1}$ – масса первого звена, распределенная между массами, сосредоточенными в точках A и B ; $m_2 = m_{B2} + m$ – масса второго звена, распределенная между массами, сосредоточенными в точках B и C .

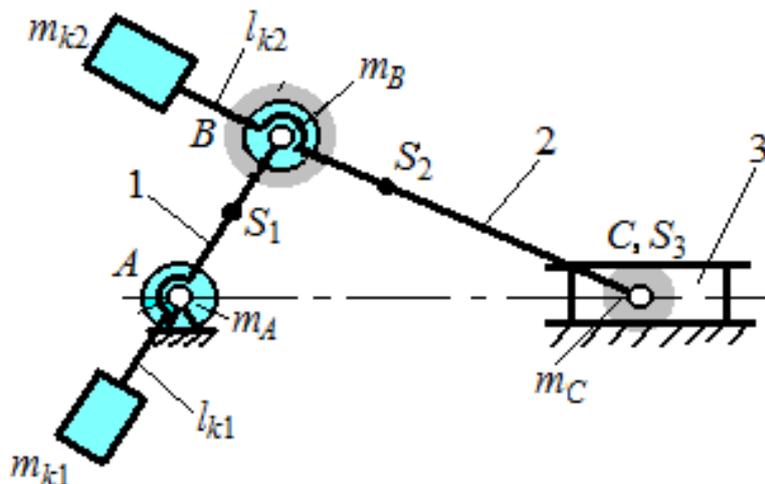


Рис. 10.3. Полное статическое уравнивание кривошипно-ползунного механизма

Вначале проведем уравнивание массы m_C корректирующей массой m_{k2} . Составим уравнение статических моментов относительно точки B для звеньев 2 и 3 $m_{k2} \cdot l_{k2} = m_C \cdot l_{BC}$.

Если задаться величиной l_{k2} , то можно получить корректирующую массу

$$m_{k2} = m_C (l_{BC} / l_{k2}).$$

Затем можно уравновесить массы, центр которых после установки корректирующей массы расположился в точке B

$$m_B = m_2 + m_{k2} + m_3 + m_{B1}.$$

Уравнение статических моментов относительно точки A

$$m_{k1} \cdot l_{k1} = m_B \cdot l_{AB}.$$

Если задаться величиной l_{k1} , то можно получить корректирующую массу

$$m_{k1} = m_B (l_{AB} / l_{k1}).$$

Окончательно величины корректирующих масс для полного уравновешивания кривошипно-ползунного механизма

$$m_{k2} = m_C (l_{BC} / l_{k2}) = (m_{C2} + m_3)(l_{BC} / l_{k2});$$

$$m_{k1} = m_B (l_{AB} / l_{k1}) = (m_2 + m_{k2} + m_3 + m_{B1})(l_{AB} / l_{k1}).$$

10.5. Частичное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма

1. Уравновешивание вертикальной составляющей главного вектора сил инерции (рис. 10.4).

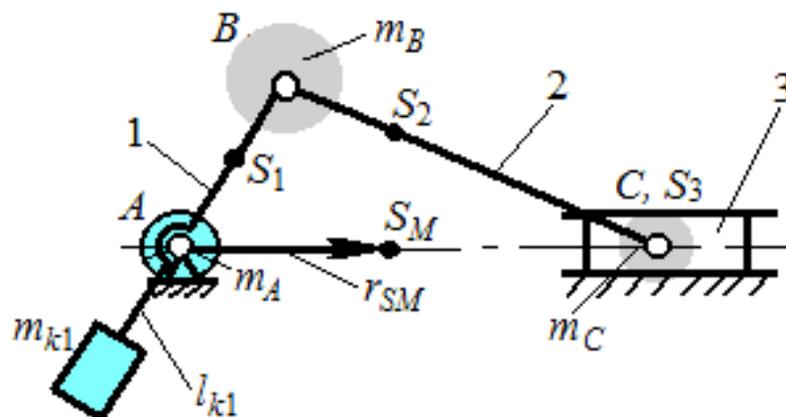


Рис. 10.4. Уравновешивание вертикальной составляющей главного вектора сил инерции

В этом случае необходимо добиться, чтобы центр масс механизма при движении перемещался вдоль направляющей ползуна (для схемы на рис. 10.4 по горизонтали). Для этого достаточно уравновесить только шарнир B массой m_B противовесом массой m_{k1} .

Уравнение статических моментов относительно точки A

$$m_{k1} \cdot l_{k1} = m_B \cdot l_{AB}.$$

Если задаться величиной l_{k1} , то можно получить величину корректирующей массы для уравнивания вертикальной составляющей главного вектора сил инерции кривошипно-ползунного механизма

$$m_{k1} = (m_B \cdot l_{AB}) / l_{k1}.$$

В этом случае уравнивается только вращающаяся часть заменяющих масс. Такое уравнивание применяют для кривошипно-ползунного механизма с вертикальным расположением ползуна или с горизонтальным расположением ползуна при низком фундаменте.

2. Уравнивание горизонтальной составляющей главного вектора сил инерции.

В этом случае необходимо добиться, чтобы центр масс механизма при движении перемещался по дуге окружности радиусом r_{SM}^{**} (рис. 10.5).

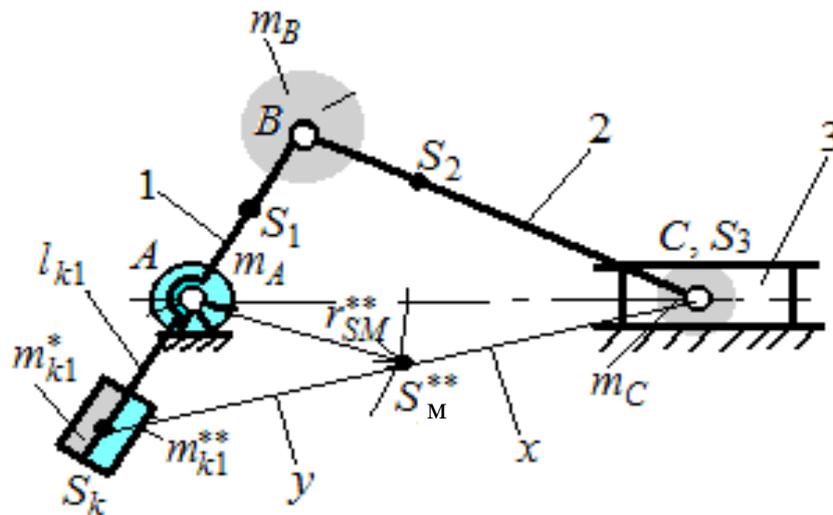


Рис. 10.5. Уравнивание горизонтальной составляющей главного вектора сил инерции

Расчет корректирующей массы ведется в два этапа.

1. В начале первой составляющей корректирующей массы m_{k1}^* уравнивается масса m_B шарнира B . Составляют уравнение статических моментов относительно точки A

$$m_{k1}^* \cdot l_{k1} = m_B \cdot l_{AB}.$$

Задают величину l_{k1} и рассчитывают корректирующую массу

$$m_{k1}^* = (m_B \cdot l_{AB}) / l_{k1}.$$

2. Затем с помощью второй составляющей корректирующей массы m_{k1}^{**} центр массы m_C перемещают в точку S_M^{**} . Величину m_{k1}^{**} определяют так: центр шарнира C соединяют прямой с концом отрезка l_{k1} . Радиус r_{SM}^{**} проводят параллельно звену механизма BC . Тогда треугольники $S_k BC$ и $S_k A S_M^{**}$ подобны и $x/y = l_{k1}/l_{AB}$.

Статический момент относительно точки S_M^{**}

$$m_{k1}^{**} \cdot x = m_C \cdot y, \text{ отсюда } m_{k1}^{**} = m_C \cdot y/x = m_C (l_{AB}/l_{k1}).$$

Радиус-вектор r_{SM}^{**} определяют из подобия треугольников из пропорций

$$x/r_{SM}^{**} = (x + y)/l_{BC}, \quad x/(x + y) = l_{k1}/(l_{k1} + l_{AB}), \text{ откуда}$$

$$r_{SM}^{**} = l_{BC} [l_{k1}/(l_{k1} + l_{AB})] = \text{const.}$$

Корректирующая масса, обеспечивающая уравнивание горизонтальной составляющей главного вектора сил инерции кривошипно-ползунного механизма, размещается на первом звене механизма и равна сумме составляющих

$$m_{k1} = m_{k1}^* + m_{k1}^{**} = (m_A + m_C + m_B) (l_{AB}/l_{k1}).$$

Такое уравнивание применяется для механизмов, которые устанавливаются на высоких фундаментах.

10.6. Виброзащита механизмов и машин

При движении механической системы под действием внешних сил в ней возникают механические колебания, или вибрации. Эти вибрации оказывают влияние на функционирование механизма и часто ухудшают его эксплуатационные характеристики: снижают точность и прочность, уменьшают КПД и долговечность машины, увеличивают нагрев деталей, оказывают вредное воздействие на человека-оператора.

Целью виброзащиты является уменьшение интенсивности колебаний объекта виброзащиты, что достигается снижением виброактивности источника колебаний; уменьшением потока вибрационной энергии в связи источника и объекта; подавлением колебаний самого объекта.

Для снижения влияния вибраций используют различные методы борьбы с вибрацией. Классификация методов виброзащиты в соответствии с этим подразделением приведена на рис. 10.6.

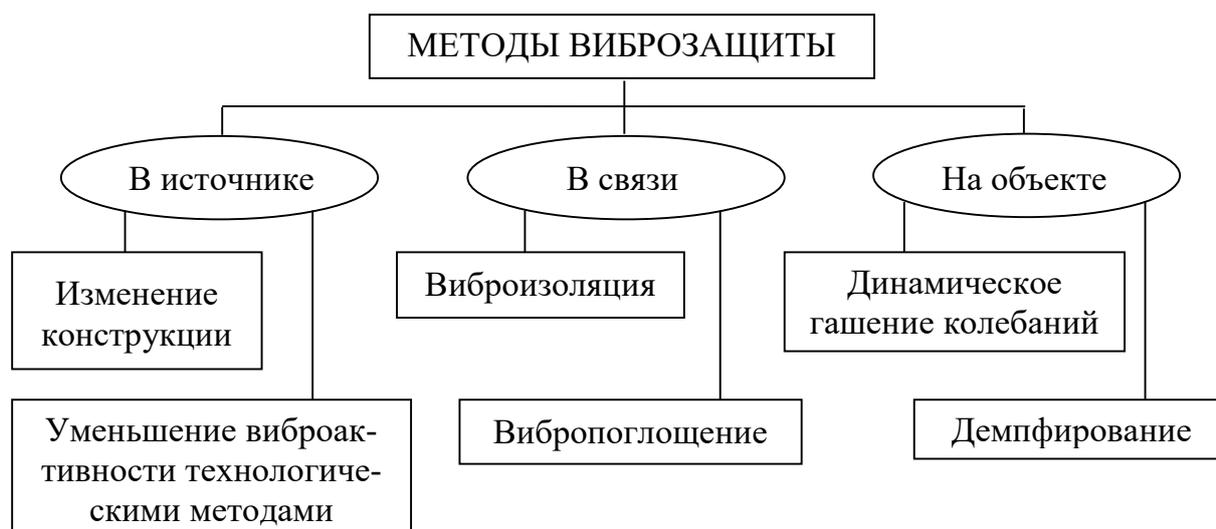


Рис. 10.6. Методы виброзащиты

Изменение конструкции машин ориентировано на исключение из механизмов и процессов активно генерирующих вибраций, отдельных элементов и структуры в целом. При этом стараются избегать механизмов возвратно-поступательного действия, заменять механизмы ударного действия на безударного действия, быстроходные кулачковые механизмы рычажными. Особое внимание уделяется исключению резонансов на рабочих режимах.

Уменьшение виброактивности технологическими методами достигается облегчением звеньев (за счет изготовления из легких сплавов и пластмасс); динамической балансировкой роторов; повышением точности изготовления подвижных соединений и применением смазок, уменьшающих трение.

Виброизоляция – классический метод виброзащиты – осуществляется путем установки связей между источником и объектом *виброизоляторов* – упругих элементов, обычно заключенных в корпус. Таким образом, достигается ослабление этих связей и уменьшение потока притекающей к объекту энергии за счет изменения амплитудно-частотных характеристик системы.

Вибропоглощение колебаний в связях, осуществляемое в целях демпфирования колебательной энергии, позволяет существенно уменьшать поток энергии вибровозбуждения на частотах, близких к резонансным. В этой области частот амплитудно-частотные характеристики

имеют наивысшие значения, и при увеличении коэффициента затухания колебаний γ их значения существенно изменяются, что обеспечивает значительное снижение вибрационного возбуждения объекта.

Динамическое гашение колебаний осуществляется путем присоединения к объекту специального устройства (*антивибратора*), поглощающего вибрационную энергию за счет действия на объект динамической нагрузки в противофазе с вибрационным возбуждением.

Демпфирование заключается в присоединении к объекту демпфера (поглотителя колебаний) с вязким или сухим трением, в которых вибрационная энергия присоединенного объекта преобразуется в работу силы трения.

Таким образом, применяемые виброзащитные (динамические гасители колебаний) устройства по методу снижения вибрации можно разделить на две группы:

1. Инерционные динамические гасители, или антивибраторы, в которых опасные резонансные колебания устраняются изменением со-

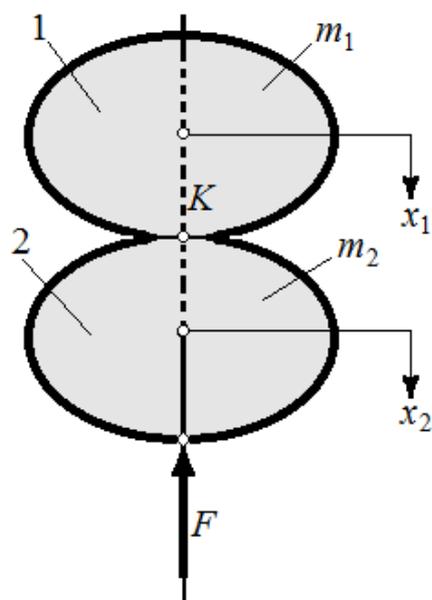


Рис. 10.7. Механическая система

отношения между собственными частотами системы и частотами возмущающих сил.

2. Поглотители колебаний, или виброизоляторы (*динамические гасители диссипативного типа*), в которых за счет упругих или демпфирующих свойств (диссипативных сил) уменьшается амплитуда колебаний как на резонансных, так и нерезонансных режимах.

На рис. 10.7 представлена механическая система, состоящая из двух подвижных звеньев, образующих между собой кинематическую пару. Для упрощения можно предположить, что движение звеньев возможно только по одной координате x . Масса первого звена m_1 , второго – m_2 . На звено 2 действует периодическая внешняя сила F , действием сил веса можно пренебречь.

Уравнения движения звеньев

$$m_1 \ddot{x}_1 + F_{12} = 0; \quad m_2 \ddot{x}_2 + F_{21} + F_2 = 0.$$

Если считать, что контакт между звеньями в процессе движения не нарушается и тела абсолютно жесткие, то $x = x_1 = x_2$.

С учетом $F_{21} = -F_{12}$ определим реакцию в точке K контакта между звеньями

$$F_{21} = -m_2\ddot{x} - F_2 = m_1\ddot{x}.$$

Откуда

$$\ddot{x} = -F_{12} / m_1 = -(F_{21} + F_2) / m_2,$$

и после преобразований

$$F_{21}(m_1 + m_2)/(m_1 + m_2) = -F_2/m_2,$$

$$F_{21} = -F_2 \cdot m_1/(m_1 + m_2).$$

Проанализируем эту зависимость:

если $m_1 \Rightarrow 0$, то $F_{21} \Rightarrow 0$; если $m_2 \Rightarrow 0$, то $F_{21} \Rightarrow F_2$;

если $m_2 = m_1 = m$, то $F_{21} \Rightarrow -0,5F_2$;

если $m_2 \Rightarrow \infty$, то $F_{21} \Rightarrow 0$;

если $m_1 \Rightarrow \infty$, то $F_{21} \Rightarrow -F_2$.

Анализ показывает, что реакция взаимодействия между звеньями зависит от соотношения их масс и величины внешней силы.

10.7. Подрессоривание или виброизоляция

При виброизоляции между рассматриваемыми звеньями устанавливают линейный или нелинейный виброизолятор, который обычно состоит из упругого и демпфирующего элементов (рис. 10.8).

В этой системе (предположим, что $x_2 > x_1$) только часть работы внешней силы F расходуется на изменение кинетической энергии. Часть этой работы переходит в потенциальную энергию упругого элемента c , а часть рассеивается демпфером k (переходит в тепло и рассеивается в окружающей среде).

На рис. 10.9 построена амплитудно-частотная характеристика в относительных координатах $\Delta x_{отн} = x/x_{ст}$, где $x_{ст}$ — статическая деформация упругого элемента k .

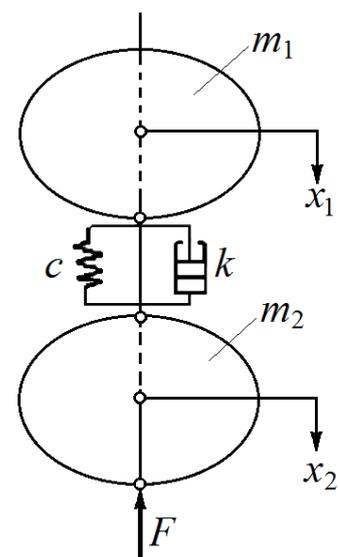


Рис. 10.8. Механическая система с виброизолятором

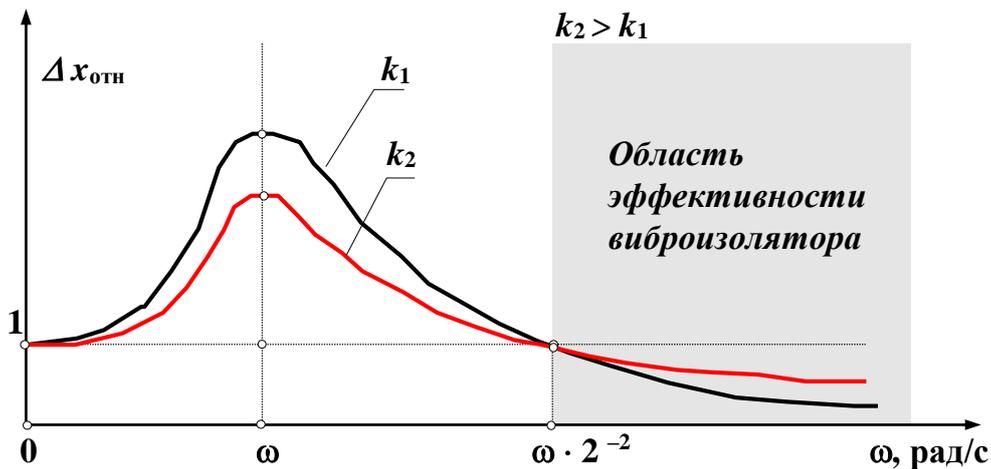


Рис. 10.9. Амплитудно-частотная характеристика механической системы

10.8. Динамическое гашение колебаний

Динамические гасители, или антивибраторы, широко применяются в машинах, работающих в установившихся режимах для отстройки от резонансных частот (например, в судовых двигателях внутреннего сгорания). Динамические гасители могут быть выполнены в виде упругого или физического маятника.

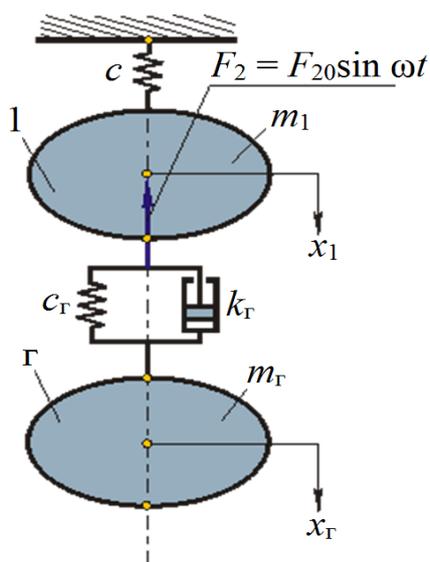


Рис. 10.10. Механическая система с динамическим гасителем: 1 – механизм, амплитуду которого необходимо погасить во время его работы; Γ – динамический гаситель

Динамические гасители могут быть выполнены в виде упругого или физического маятника.

На рис. 10.10 представлен простейший линейный упругий динамический гаситель. Принцип действия динамического гасителя заключается в создании гасителем силы, направленной противоположно возмущающей силе. Настройка динамического гасителя заключается в подборе его собственной частоты: собственная частота гасителя должна быть равна частоте тех колебаний, амплитуду которых необходимо уменьшить («погасить») $\omega_{0\Gamma} = \sqrt{c_\Gamma / m_\Gamma}$, где $\omega_{0\Gamma}$ – собственная частота гасителя; m_Γ – масса гасителя; c_Γ – жёсткость пружины гасителя.

Уравнения движения системы с динамическим гасителем

$$m\ddot{x} + cx + c_\Gamma \Delta x + k_\Gamma \Delta \dot{x} = F,$$

$$m_T \ddot{x}_T - c_T \Delta x - k_T \Delta \dot{x} = 0,$$

где $\Delta x = x - x_T$ – деформация пружины гасителя.

При установке динамического гасителя амплитуда на частоте настройки резко снижается, однако в системе вместо одной собственной частоты возникает две. Поэтому динамические гасители эффективны только в узком диапазоне частот вблизи частоты настройки гасителя.

Рассмотрим одно из конструктивных решений динамических виброгасителей для токарных и расточных станков (рис. 10.11).

На вибрирующем узле станка жёстко закрепляется стержень 1 (вкручивается в резец или в боршлангу). На стержень упруго закрепляется между пакетами тарельчатых пружин (тарельчатых шайб) 2 дополнительная масса 3. Демпфирование создаётся трением тарельчатых пружин и груза о стержень. Гайка 4 служит для регулирования жёсткости пружин.

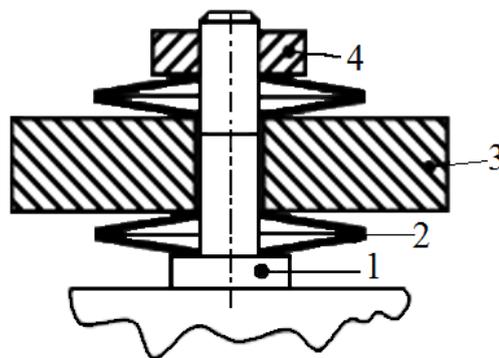


Рис. 10.11. Виброгаситель для станков

Вопросы для самоконтроля

1. Что в механических системах называется вибрациями?
2. Какую виброактивность механизма или машины называют внешней, а какую внутренней?
3. Какая механическая система или звено считаются неуравновешенными?
4. В чём заключаются основные положения метода замещающих масс?
5. Как осуществить полное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма?
6. Как осуществить статическое уравновешивание вертикальной составляющей сил инерции в кривошипно-ползунном механизме?
7. Какие существуют методы виброзащиты механизма?
8. Что такое подпрессоривание?
9. В чём заключается динамическое гашение колебаний механической системы?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная учебная дисциплина рассматривает общетехнические вопросы структуры, кинематики и динамики механизмов современной техники. Обучение происходит на лекционных занятиях, где изучаются теоретические основы дисциплины, и на лабораторных занятиях, позволяющих закрепить полученные теоретические знания и приобрести практические умения и навыки.

При освоении теоретического материала особое внимание следует обратить на формирование устойчивых знаний и понимание основных понятий дисциплины, без которых невозможны успешное изучение последующих тем и выполнение лабораторно-практических работ. В ходе изучения теоретического материала обучающиеся должны усвоить методы поиска и оценки информации, этапы проектной деятельности, основные методы поиска оптимальных решений технических задач. Лекционный курс основан на последовательном усложнении учебных вопросов и сопровождается списком соответствующих информационных ресурсов, что позволяет обучающимся учиться работать с печатными и электронными источниками информации. Это поможет им приобрести навыки творческой самостоятельности в рамках своей предметной области.

СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ

Автооператор – автоматическая машина, состоящая из исполнительного устройства в виде манипулятора или совокупности манипулятора и устройства передвижения и неперепрограммируемого устройства управления.

Аксонидные поверхности колес передачи – поверхности, описываемые мгновенной осью относительного движения колес передачи в системе координат каждого из колес.

Активная линия зацепления зубчатой передачи – часть линии зацепления зубчатой передачи, по которой происходит взаимодействие одного зуба с другим.

Амортизатор – элемент виброзащитной системы, наиболее существенная часть которого – упругий элемент.

Анализ механизма (машины) – исследование структурных, кинематических и динамических свойств механизма (машины).

Аналог скорости точки – производная радиус-вектора точки по обобщенной координате.

Аналог угловой скорости – первая производная угла поворота звена по обобщенной координате.

Аналог углового ускорения звена – вторая производная угла поворота звена по обобщенной координате.

Аналог ускорения точки – вторая производная радиус-вектора точки по обобщенной координате.

Анкерный механизм – устройство, содержащее качающееся звено, которое взаимодействует своими зубьями с выступами вращающегося звена и обеспечивает его прерывистое вращательное движение.

Блокирующий контур – область допустимых коэффициентов смещения зубчатых колёс передачи.

Вариатор – механизм для бесступенчатого регулирования передаточного отношения.

Ведомое звено – звено, для которого элементарная работа приложенных к нему внешних сил отрицательна или равна нулю. Обычно ведомое звено совпадает с выходным звеном, но в процессе движения

одно и то же выходное звено может быть ведомым или ведущим, например, колесо электровоза при разгоне – ведомое звено, а при замедлении на ровном участке – ведущее (двигатель, соединенный с колесом через редуктор превращается в генератор и отдает энергию в сеть).

Ведущее звено – звено, для которого элементарная работа приложенных к нему внешних сил положительна. Обычно ведущее звено совпадает с входным звеном, но в процессе движения одно и то же входное звено может быть ведущим или ведомым. Например, поршень в двигателе внутреннего сгорания при сгорании смеси – ведущее звено, но при всасывании и сжатии смеси, а также при выпуске отработанных газов – ведомое звено.

Виллиса теорема (теорема зацепления) – общая нормаль в точке контакта сопряженных профилей в любой момент зацепления должна проходить через полюс зацепления, положение которого на межосевой линии определяется заданным относительным движением звеньев.

Винтовая пара – одноподвижная пара, допускающая винтовое движение одного звена относительно другого.

Винтовая зубчатая передача – гиперболоидная передача первого рода, у зубчатых колес которой делительные поверхности цилиндрические.

Внешнее зацепление – зубчатое зацепление, при котором аксоидные поверхности зубчатых колес 1 и 2 расположены одна вне другой.

Внутреннее зацепление – зубчатое зацепление, при котором аксоидные поверхности зубчатых колес 1 и 2 расположены одна внутри другой.

Водило – звено планетарного механизма, которое несёт на себе ось сателлита(ов).

Вращательная пара – одноподвижная пара, допускающая вращательное движение одного звена относительно другого.

Входное звено – звено механизма, которому сообщается движение, преобразуемое в требуемое движение других звеньев. Входное звено соединено с двигателем либо с выходным звеном другого механизма.

Входные параметры синтеза механизма – независимые между собой постоянные параметры механизма, установленные заданием на его синтез.

Выходные параметры синтеза механизма – независимые между собой постоянные параметры механизма, которые определяются в процессе его синтеза.

Выстой – длительная остановка выходного звена механизма при непрерывном движении входного звена.

Высшая пара – кинематическая пара, в которой требуемое относительное движение звеньев может быть получено только соприкасанием её элементов по линиям или в точках.

Выходное звено – звено механизма, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм. Выходное звено соединено с исполнительным устройством (рабочим органом, указателем прибора), либо со входным звеном другого механизма.

Вычислительный масштаб (только для ТММ) – отношение действительного значения физической величины к длине отрезка, которым эта величина изображается на чертеже.

Геометрическое скольжение – относительное перемещение соприкасающихся точек во фрикционных механизмах, зависящее от формы взаимодействующих тел в зоне контакта.

Группа Ассура (структурная группа) – плоская кинематическая цепь, присоединение которой к другой кинематической цепи не изменяет числа степеней свободы последней, т. е. группа Ассура имеет нулевую степень свободы.

Класс группы Ассура определяется числом внутренних кинематических пар, образующих наиболее сложный замкнутый профиль.

Порядок группы Ассура определяется числом внешних кинематических пар, которыми она может быть присоединена к другой кинематической цепи.

Двигатель – техническое устройство, преобразующее один вид энергии в другой. Например, ДВС.

Двухкривошипный механизм – шарнирный четырёхзвенник, в состав которого входят два кривошипа.

Двухкоромысловый механизм – шарнирный четырёхзвенник, в состав которого входят два коромысла.

Двухподвижная пара – кинематическая пара с двумя степенями свободы в относительном движении звеньев.

Двухподвижная сферическая пара – кинематическая пара, допускающая сферическое движение одного звена относительно другого.

Делительная поверхность зубчатого колеса – соосная поверхность зубчатого колеса, которая является базовой для определения элементов зубьев и их размеров.

Деталь – элементарная часть механизма и машин, изготовленная без применения сборочных операций.

Динамика машин – раздел, изучающий методы определения сил, действующих на элементы механизма и машин в процессе их движения, а также устанавливает взаимосвязь между движением элементов и силами, действующими на них.

Динамический анализ механизма – определение движения звеньев механизма по приложенным к ним силам или определение сил по заданному движению при известных размерах, массах и моментах инерции звеньев.

Динамическая неуравновешенность – неуравновешенность центробежных сил инерции, возникающая оттого, что вращающиеся массы распределены неравномерно вдоль оси вращения (хотя центр тяжести всех масс может лежать на оси).

Динамическая модель механизма представляет собой уравнение движения звена приведения, к которому приведены все силы и массы звеньев.

Динамическая схема механизма – графическое изображение механизма с применением условных обозначений звеньев и кинематических пар и с указанием размеров и других характеристик звеньев, необходимых для динамического анализа.

Динамический синтез механизма – определение параметров схемы механизма по заданным динамическим свойствам. Целью динамического синтеза являются проектирование кинематической схемы механизма и выбор инерционных параметров с учетом его динамических свойств.

Дифференциальный механизм – эпициклический механизм, имеющий степень подвижности больше единицы.

Долбяк – инструмент для нарезания зубчатых колес методом обкатки (огибания) как внутреннего, так и внешнего зацепления.

Заменяющий механизм – механизм с низшей кинематической парой, имеющий в определенном положении скорости и ускорения те же, что и соответствующий ему механизм с высшей кинематической парой.

Замкнутая кинематическая цепь – кинематическая цепь, звенья которой образуют один или несколько замкнутых контуров.

Замыкание геометрическое – соприкосновение элементов звеньев обеспечивается их формами (цилиндрический шарнир, шаровой шарнир, ползун и кулиса). Характерно для низших кинематических пар.

Замыкание силовое – соприкосновение обеспечивается силой веса, силой сжатия пружины и т. д. Характерно для высших кинематических пар, потому что они изнашиваются сильнее, чем низшие, так как чем больше поверхности, тем меньше удельное давление (давление на единицу площади).

Заострение зубьев цилиндрического эвольвентного зубчатого колеса с внешними зубьями – пересечение эвольвент, образующих профили зубьев, на или внутри окружности вершин зубчатого колеса.

Зацепление зубчатое – высшая кинематическая пара с последовательно взаимодействующими элементами двух звеньев.

Звено механизма – одно или несколько жестко соединенных между собой твердых тел, входящих в состав механизма и движущихся как единое целое. Звенья различают входные (ведущие), выходные (ведомые) и промежуточные. Звенья бывают жесткие. Звено может представлять собой деталь (зубчатое колесо) или сборочную единицу (рычаг), состоящую из деталей, не имеющих между собой относительного движения. Основные виды звеньев: стойка, кривошип, коромысло, ползун, кулиса, кулачок, зубчатое колесо.

Зуб – выступ на звене для передачи движения посредством взаимодействия с соответствующим выступом другого звена.

Зуба ножка – часть зуба, заключенная между делительной окружностью и окружностью впадин зубчатого колеса.

Зуба головка – часть зуба, заключенная между делительной окружностью и окружностью выступов зубчатого колеса.

Зуба высота – расстояние между окружностью вершин и окружностью впадин зубчатого колеса.

Зубчатая передача – передаточный механизм, в котором подвижными звеньями являются зубчатые колеса, образующие со стойкой или водилом вращательные и поступательные пары.

Зубчатое зацепление – высшая кинематическая пара с последовательно взаимодействующими элементами двух звеньев.

Зубчатое колесо – звено механизма, имеющее замкнутую систему зубьев, обеспечивающее непрерывное движение другого звена. Меньшее из зубчатых колёс (обычно ведущее) называется шестернёй, ведомое (обычно большее) – колесом.

Зубчатый механизм эпициклический (планетарный) – зубчатый механизм, в составе которого имеются подвижные оси зубчатых колес.

Интерполяционный синтез механизма – синтез механизма по методу интерполирования.

Информационная машина – машина для получения и преобразования информации.

Исполнительный орган (звено) машины – твердое тело, выполняющее в технологической машине заданные перемещения с целью изменения или контроля формы, размеров и свойств обрабатываемого предмета.

Квазиплоский механизм – пространственный механизм, по своей структуре не имеющий избыточных контурных связей, однако элементы кинематических пар имеют такое расположение в пространстве, при котором звенья совершают сложное движение, достаточно близкое к плоскому движению, параллельному одной и той же неподвижной плоскости. Это позволяет при расчете кинематических и кинетостатических параметров характеристик механизма пользоваться с некоторыми допущениями двухмерными системами отсчета взамен трехмерной системы отсчета.

Квадратичный синтез механизма – синтез механизма по методу квадратичного приближения функций.

Кинематический анализ механизма – определение параметров движения звеньев по заданному движению входных звеньев.

Кинематический синтез механизма – проектирование кинематической схемы механизма.

Кинематическая диаграмма – кривая в прямоугольной системе координат, представляющая зависимость какого-либо параметра движения звена от времени или угла поворота ведущего звена.

Кинематическая пара – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение (или подвижное соединение двух звеньев).

Кинематическая пара начальная – кинематическая пара, звеньям которой приписывается одна или несколько обобщенных координат механизма.

Кинематическая пара одноподвижная – кинематическая пара с одной степенью свободы в относительном движении ее звеньев.

Кинематическая пара приводная – кинематическая пара, в которой звенья перемещаются принудительно посредством привода, смонтированного на них.

Кинематическая пара высшая – кинематическая пара, в которой элементом соприкосновения двух звеньев являются точка или линия.

Кинематическая пара низшая – кинематическая пара, в которой элементом соприкосновения двух звеньев служит поверхность.

Кинематическая поступательная пара винтовая – одноподвижная пара, допускающая винтовое движение одного звена относительно другого.

Кинематическая поступательная пара вращательная – одноподвижная пара, допускающая вращательное движение одного звена относительно другого.

Кинематическая пара плоскостная – трехподвижная пара, допускающая плоское движение одного звена относительно другого.

Кинематическая пара поступательная – одноподвижная пара, допускающая прямолинейно-поступательное движение одного звена относительно другого.

Кинематическая пара сферическая – трехподвижная пара, допускающая сферическое движение одного звена относительно другого.

Кинематическая пара сферическая с пальцем – двухподвижная пара, допускающая сферическое движение одного звена относительно другого.

Кинематическая пара цилиндрическая – двухподвижная пара, допускающая вращательное и поступательное (вдоль оси вращения) движения одного звена относительно другого.

Кинематической пары класс – число связей, наложенных на относительное движение звеньев кинематической пары. В плоских механизмах подвижность пары не связана однозначно с ее классом.

Кинематической пары элемент – совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару.

Кинематическая схема механизма – графическое изображение механизма с применением условных обозначений звеньев и кинематических пар и с указанием размеров, необходимых для кинематического анализа.

Кинематическая цепь – система звеньев, соединенных между собой кинематическими парами.

Кинематическая цепь открытая – кинематическая цепь, звенья которой входят только в одну кинематическую пару.

Кинематическая цепь замкнутая – кинематическая цепь, каждое звено которой входит не менее чем в две кинематические пары.

Кинематическая цепь простая – кинематическая цепь, в которой все звенья входят не более чем в две кинематические пары.

Кинематическая цепь сложная – кинематическая цепь, звенья которой входят в три и более кинематические пары.

Кинематическая цепь определенная – закон движения ведомых звеньев можно определить по закону движения ведущих.

Кинематическая цепь неопределенная – закон движения ведомых звеньев нельзя определить по закону движения ведущих.

Кинематическая цепь плоская – точки звеньев описывают траектории, лежащие в параллельных плоскостях.

Кинематическая цепь пространственная – точки звеньев описывают неплоские траектории или траектории, лежащие в пересекающихся плоскостях.

Кинематическое соединение – кинематическая цепь с числом звеньев более двух, эквивалентная заменяющей кинематической паре, но отличающаяся по своей конструкции.

Кинетическая энергия механизма – сумма кинетических энергий его звеньев.

Кинестатика – раздел механики, изучающий движение с помощью уравнений движения, записанных в форме уравнений статики с использованием принципа Даламбера.

Кинестатический расчет – силовой расчет механизма, основанный на применении принципа Даламбера.

Класс кинематической пары – число связей, наложенных на относительное движение звеньев.

Контур – линия, очерчивающая расположение звеньев в механизме. Механизм может содержать один или несколько замкнутых или незамкнутых контуров.

Контур механизма векторный – контур, составленный из геометрических векторов, связанных со звеньями механизма.

Коромысло (редко: *рычаг*) – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси.

Коромысло-ползунный механизм – рычажный четырёхзвенник, в состав которого входят коромысло и ползун.

Коронная шестерня – центральное колесо в планетарном механизме, имеющее внутренние зубья.

Коэффициент динамичности по ускорениям – отношение максимального модуля ускорения выходного звена с учетом упругости звеньев к максимальному модулю ускорения этого же звена без учёта упругости звеньев.

Коэффициент изменения средней скорости выходного звена – отношение средних скоростей выходного звена за время его движения в прямом и обратном направлениях.

Коэффициент неравномерности – отклонения угловой скорости от среднего уровня.

Коэффициент удельного давления – величина контактных напряжений, возникающих в местах соприкосновения зубьев зубчатого механизма.

Коэффициент неравномерности движения механизма – отношение разности максимального и минимального значений обобщенной скорости механизма к ее среднему значению за один цикл установившегося движения механизма.

Коэффициент перекрытия – непрерывность и плавность зацепления в зубчатой передаче.

Коэффициент полезного действия механизма – отношение полезной работы к работе движущих сил.

Коэффициент скольжения – величина проскальзывания сопряженных профилей зубчатых колес в процессе зацепления.

Коэффициент установившегося движения машины – отношение разности максимального и минимального значений обобщенной скорости механизма к её среднему значению за один цикл установившегося движения.

Крайнее положение звена – положение звена, из которого оно может двигаться только в одном направлении, независимо от направления движения входного звена.

Крайнее положение механизма – положение механизма, при котором выходное звено механизма занимает крайнее положение.

Кривошип (иногда: *коленчатый вал*) – вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси.

Кривошипно-кулисный механизм – рычажный четырёхзвенный механизм, в состав которого входят кривошип и кулиса. Кривошипно-кулисный механизм служит для передачи и преобразования вращательного движения кривошипа во вращательное или качательное движение кулисы или, наоборот, движение кулисы во вращательное движение кривошипа.

Кривошипно-ползунный механизм – рычажный четырёхзвенный механизм, в состав которого входят кривошип и ползун. Кривошипно-ползунный механизм служит для преобразования вращательного движения кривошипа в возвратно-поступательное движение ползуна или, наоборот, возвратно-поступательного движения ползуна во вращательное движение кривошипа.

Кулачок – звено, имеющее элемент высшей кинематической пары, выполненный в виде поверхности переменного радиуса-вектора.

Кулачковый механизм – трехзвенный механизм с высшей кинематической парой, в состав которого входят кулачок (входное звено, рабочая поверхность которого имеет переменную кривизну) и толкатель (коромысло, выходное звено).

Кулиса – подвижное звено механизма, имеющее направляющие, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару.

Кулисный камень – ползун, скользящий по кулисе.

Линия зацепления – траектория точки контакта профилей в ее абсолютном движении (т. е. в движении по отношению к неподвижному звену зубчатой передачи).

Мальшева формула – формула определения степени подвижности пространственной кинематической цепи.

Манипулятор – устройство, дистанционно управляемое оператором и программным устройством, содержащее рабочий орган, который предназначен для имитации перемещений и рабочих функций кисти руки человека.

Масштабный коэффициент (в ТММ) – отношение истинной величины, измеренной в соответствующих единицах, к длине отрезка линии, изображающего эту величину на чертеже, измеренного в миллиметрах.

Маховик – вращающееся тело, характеризующееся добавочным моментом инерции и предназначенное для уменьшения коэффициента неравномерности движения механизма. Маховик выполняют в виде массивного сплошного диска или шкива с тяжелым ободом и спицами. Маховик аккумулирует энергию при увеличении угловой скорости и отдает ее при уменьшении скорости.

Машина (от лат. *machina*) – устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека.

Машина-автомат – машина, в которой все преобразования энергии, материалов и информации выполняются без непосредственного участия человека-оператора.

Машина-генератор – энергетическая машина, предназначенная для преобразования механической энергии твердого тела в энергию любого вида.

Машина-двигатель – энергетическая машина, предназначенная для преобразования энергии любого вида в механическую энергию твердого тела.

Машина информационная – машина для получения и преобразования информации.

Машина технологическая – машина, предназначенная для преобразования обрабатываемого предмета, состоящего в изменении его размеров, формы, свойств или состояния.

Машина транспортная – машина, предназначенная для перемещения людей и грузов.

Машина энергетическая – машина, предназначенная для преобразования энергии.

Машинный агрегат – техническое объединение двигателя и технологической (рабочей) машины.

Метод обращения движения – метод проектирования и исследования механизма, при котором одно подвижное звено условно (мысленно) считается неподвижным при сохранении относительных движений всех других звеньев, входящих в состав механизма, включая и стойку, которая становится подвижным звеном.

Механизм – искусственно созданная замкнутая кинематическая цепь, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев относительно любого из них все остальные звенья совершают однозначные движения, или система тел, предназначенная для преобразования движения одних тел (одного или нескольких) в требуемое движение других.

Механизм 1-го класса – простой механизм, состоящий из одного подвижного звена, образующего с неподвижным звеном низшую кинематическую пару.

Механизм передаточный – механизм, обеспечивающий воспроизведение заданной функциональной зависимости между перемещениями входных и выходных звеньев. Например, передаточный механизм (зубчатый и планетарный).

Механизм точный направляющий – механизм, в котором траектория некоторой точки звена, образующего кинематические пары только с подвижными звеньями, точно совпадает с заданной кривой на отдельном участке или на всем ее протяжении.

Механизм приближенный направляющий – механизм, в котором траектория некоторой точки звена, образующего кинематические пары только с подвижными звеньями, мало отличается от заданной кривой на отдельном участке или на всем ее протяжении.

Модуль зубьев – линейная величина в π раз меньше шага зубьев зубчатого колеса.

Момент инерции звена – мера инертности звена во вращательном движении, равная сумме произведений масс частиц тела на квадраты их расстояний до плоскости, оси или точки.

Мультипликатор – повышающая передача, включающая в себя систему взаимодействующих колес, заключенных в единый корпус.

Направляющий механизм – механизм для воспроизведения заданной траектории точки звена, образующего кинематические пары только с подвижными звеньями.

Направляющая – звено, образующее поступательную пару с ползуном.

Начальный механизм (механизм 1-го класса) – группа звеньев, состоящая из входного звена и стойки. Начальный механизм обладает одной степенью подвижности и дальнейшее наложение кинематических цепей не должно изменять степени подвижности всего механизма.

Начальный радиус кулачка – минимальный радиус-вектор центрального профиля кулачка.

Начальное звено – звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат. Обычно за начальные принимаются входные звенья механизма, которым сообщается заданное движение.

Незамкнутая кинематическая цепь – кинематическая цепь, звенья которой не образуют замкнутых контуров.

Низшая пара – кинематическая пара, в которой требуемое относительное движение звеньев может быть получено постоянным соприкосновением её элементов по поверхности.

Обобщенная скорость механизма – первая производная от обобщенной координаты механизма.

Обобщенные координаты – совокупность координат, не зависящих друг от друга и полностью определяющих положение всех звеньев механизма в любой момент времени. Число обобщенных координат равно числу подвижностей механизма. В качестве обобщенных координат могут служить любые переменные координаты, определяющие положение звеньев.

Огибания способ (нарезание зубчатых колес) – способ формообразования зубьев зубчатых колес, при котором боковые поверхности зубьев образуются как огибающие последовательных положений режущей кромки зуборезного инструмента (червячной фрезы, долбяка, зуборезной гребенки).

Одноподвижная пара – кинематическая пара с одной степенью свободы в относительном движении ее звеньев. Одноподвижными называются поступательная, вращательная и винтовая пары.

Однопарное соединение – зубчатое зацепление, в котором одновременно находится в контакте одна пара зубьев.

Окружность вершин – окружность наибольшего диаметра зубчатого колеса (проходит через вершины зубьев).

Окружность впадин – окружность, ограничивающая тело зубчатого колеса от стороны его зубьев.

Окружность делительная – окружность, которая делит зуб на две части.

Оптимизационный синтез механизма – синтез механизма по методу оптимизации.

Отклонение от заданной функции – разность между функцией, производимой механизмом, и заданной функцией.

Передачное отношение – отношение угловой скорости ведущего звена к угловой скорости ведомого звена (i).

Передаточный механизм – механизм для воспроизведения функциональной зависимости между перемещениями звеньев, образующих кинематические пары со стойкой.

Перемещающий механизм – механизм для воспроизведения функциональной зависимости между положениями звеньев.

План положений механизма – графическое изображение взаимного расположения звеньев механизма в определенный момент времени.

План скоростей звена – графическое построение, представляющее собой плоский пучок, лучи которого изображают абсолютные скорости точек звена плоского механизма, а отрезки, соединяющие концы лучей, – относительные скорости соответствующих точек при данном положении звена.

План скоростей механизма – совокупность планов скоростей звеньев механизма с одним общим полюсом.

Плана скоростей свойства – фигура на плане скоростей, образованная векторами относительных скоростей, подобна фигуре на звене, образованной отрезками, соединяющими соответствующие точки.

План ускорений звена – графическое построение, представляющее собой плоский пучок, лучи которого изображают абсолютные ускорения точек звена плоского механизма, а отрезки, соединяющие концы лучей, – относительные ускорения соответствующих точек при данном положении звена.

План ускорений механизма – совокупность планов ускорений звеньев механизма с одним общим полюсом.

Плана ускорений свойства – фигура на плане ускорений, образованная векторами относительных ускорений, подобна фигуре на звене, образованной отрезками, соединяющими соответствующие точки.

Планетарный механизм – эпициклический механизм, имеющий в своем составе хотя бы одно звено с подвижной геометрической осью в пространстве и степень подвижности равную 1.

Плоский механизм – механизм, подвижные звенья которого совершают плоское движение, параллельное одной и той же плоскости.

Плоскостная пара – трёхподвижная пара, допускающая плоское движение одного звена относительно другого.

Поверхность зуба боковая – поверхность, ограничивающая зуб со стороны впадины.

Поводок – звено, входящее в группе в две кинематические пары, одна из которых свободная и служит для присоединения к одному из подвижных звеньев механизма или к стойке.

Подвижность кинематической пары – число степеней свободы в относительном движении ее звеньев. Различают одно-, двух-, трех-, четырех- пятиподвижные кинематические пары.

Подвижности механизма – это независимые возможные перемещения его звеньев. Число подвижностей механизма и число степеней свободы механизма – синонимы. Подвижность разомкнутой кинематической цепи равна сумме подвижностей, допускаемых ее кинематическими парами.

Подвижность механизма местная – подвижность одного звена, не влияющая на перемещения других звеньев.

Подрезание ножки зуба – срезание части номинальной поверхности у основания зуба обрабатываемого зубчатого колеса в результате интерференции зубьев при станочном зацеплении.

Понижающая передача (редуктор) – передача, в которой угловая скорость ведомого звена меньше угловой скорости ведущего звена.

Полезная работа машины – работа движущих сил за вычетом работы, затраченной на преодоление сил вредного сопротивления в машине.

Ползун – звено рычажного механизма, образующее поступательную пару с неподвижным звеном-направляющей.

Полное уравнивание – распределение масс вращающегося звена, устраняющее давление от сил инерции этого звена на стойку.

Полюс зацепления (зубчатой передачи) – точка или одна из точек касания начальных поверхностей зубчатых колес передачи.

Поступательная пара – одноподвижная пара, допускающая прямолинейно-поступательное движение одного звена относительно другого.

Приближенный синтез механизма – синтез механизма с приближенным выполнением заданных условий.

Приведенная масса механизма – масса, которую надо сосредоточить в данной точке механизма (точке приведения), чтобы кинетическая энергия этой материальной точки равнялась сумме кинетических энергий всех звеньев механизма.

Приведенная пара сил – пара сил, условно приложенная к одному из звеньев механизма (звену приведения) и определяемая из равенства элементарной работы этой пары сил сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма.

Приведенная сила – сила, условно приложенная к одной из точек механизма (точке приложения) и определяемая из равенства элементарной работы этой силы сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма. Различают «приведенную пару движущих сил», «приведенную пару сил сопротивления», «приведенную пару сил инерции» и др.

Привод машины – система, состоящая из двигателя и связанных с ним устройств для приведения в движение одного или нескольких твердых тел, входящих в состав машины.

Принцип Даламбера – при движении механической системы активные силы, реакции связей и силы инерции образуют равновесную систему сил в любой момент движения.

Принцип освобожденности от связей – замена действия связей реакциями связей при составлении кинетостатических уравнений движения механизма.

Программа машины – совокупность предписаний, обеспечивающих выполнение технологического процесса в машине.

Производящий исходный контур – проекция режущей грани инструмента на плоскость, перпендикулярную оси вращения заготовки.

Промежуточное звено (звенья) – звено (звенья), находящееся между входным и выходным звеньями.

Промышленный робот – манипулятор с изменяемой программой, представляющий собой автономно функционирующую машину-автомат, предназначенную для воспроизведения некоторых двигательных и умственных функций человека при выполнении вспомогательных и основных производственных операций.

Пространственный механизм – механизм, точки звеньев которого описывают пространственные траектории или траектории, лежащие в пересекающихся плоскостях.

Профили сопряженные – профили, обеспечивающие заданное угловое передаточное отношение.

Профиль зуба – линия пересечения боковой поверхности зуба с плоскостью, перпендикулярной к оси вращения колеса.

Пятиподвижная пара – кинематическая пара с пятью степенями свободы в относительном движении звеньев.

Расстояние межосевое (передачи) – кратчайшее расстояние между осями вращения колес.

Расчет кулачка – расчет координат центрального или конструктивного профиля кулачка по заданному закону движения толкателя с учетом ограничений, накладываемых на параметры механизма, например, конструктивные ограничения, ограничения величины углов давления и др.

Реакции связей – силы, учитывающие эффект действия связей и действующие на материальные точки механической системы со стороны материальных тел, осуществляющих связи, наложенные на эту систему.

Реверсирование – изменение направления рабочего движения машины.

Редуктор зубчатый – понижающая передача, обычно включающая в себя систему взаимосвязанных звеньев, заключенных в единый корпус. При использовании в редукторе зубчатых передач называется зубчатым редуктором.

Режим разбега механизма – переходное движение между покоем и установившимся движением механизма.

Режим выбега механизма – переходное движение между установившимся движением механизма и покоем.

Режим установившегося движения механизма – движение, при котором кинетическая энергия механизма постоянна или является периодической функцией времени.

Рейка – зубчатое колесо с теоретически бесконечно большим количеством зубьев. Как правило, их бывает восемь.

Робот – машина с антропоморфным (человекоподобным) поведением, которая частично или полностью выполняет функции человека при взаимодействии с окружающим миром.

Рычажный механизм – механизм, звенья которого образуют только низшие (поступательные, вращательные, цилиндрические и сферические) кинематические пары.

Самоторможение – явление, при котором из-за сил трения относительное движение звеньев не может начаться как бы ни велики были движущие силы.

Сателлит – зубчатое колесо планетарной передачи с подвижной осью вращения. Сателлит одновременно вращается вокруг своей оси и совершает движение вместе с водилом.

Связи – ограничения, налагаемые на положения и скорости твёрдого тела или материальной точки, которые должны выполняться при любых действующих на механическую систему силах. Всякую связь можно отбросить и заменить силой-реакцией связи или системой сил в общем случае. Связи в механизмах осуществляются с помощью элементов контактирующих звеньев в кинематической паре, гибких элементов, магнитного поля и т. д.

Связи избыточные – это связи, устранение которых не изменяет подвижность механизма. Отклонения в расположении связей компенсируются деформациями звеньев, износом контактирующих поверхностей, зазорами между элементами пар, повышенной точностью изготовления и сборки звеньев, кромочным контактом элементов пар. Структурная схема механизма без избыточных связей называется *основной схемой*.

Солнечное (центральное) зубчатое колесо планетарного механизма – зубчатое колесо, вокруг оси которого вращается сателлит.

Сила приведенная – сила, условно приложенная к одной из точек механизма, работа которой на ее элементарном перемещении равна сумме работ всех реальных сил на их элементарных перемещениях.

Сила уравновешивающая – сила, равная приведенной, но противоположно направленная.

Силы движущие – силы, приложенные к ведущему звену механизма и совершающие механическую работу.

Силы инерции – силы обратного воздействия ускоряемого тела на тела, вызывающие его ускорение.

Силы вредного сопротивления – силы, приложенные к звеньям механизма и совершающие отрицательную работу (не являющуюся работой полезных сопротивлений, которая также отрицательна). Силы вредных сопротивлений делятся на *силы трения* и *силы сопротивления среды*.

Силы полезного сопротивления – силы, совершающие работу, требуемую от механизма.

Силы сопротивления – силы из числа приложенных к звеньям механизма, которые стремятся замедлить движение ведущего звена, их элементарная работа отрицательна. Различают силы *полезного и вредного сопротивления*.

Силы реактивные (реакции) – силы, возникающие в кинематических парах и представляющие собой давление звеньев друг на друга.

Силы тяжести – вес самой машины и вес ее звеньев.

Силы трения – силы сопротивления, возникающие на поверхности двух соприкасающихся тел при относительном их движении. Сопротивление возникает в результате шероховатости соприкасающихся тел, в зоне фактического контакта происходит сцепление, возникают упругие, вязкие и пластические деформации, развиваются силы молекулярного взаимодействия. По видам относительного движения различают: *трение скольжения* (в высших и низших кинематических парах) и *трение качения* (в высших парах).

Силовой анализ механизма – определение реактивных и движущих сил.

Синтез механизма – проектирование схемы механизма по заданным его свойствам. Синтез включает в себя выбор структурной схемы и определение постоянных параметров выбранной схемы механизма по заданным его свойствам. Различают структурный синтез механизмов – выбор его схемы; метрический синтез – нахождение размеров звеньев и динамический синтез – распределение масс звеньев.

Синтез механизма по Чебышеву – синтез механизма по методу наилучшего равномерного приближения функций.

Синтез рычажных механизмов – последовательное присоединение групп Ассур к начальному механизму.

Синтез динамический – проектирование кинематической схемы механизма с учётом его динамических свойств, в том числе и распределения масс звеньев.

Синтез кинематический – проектирование кинематической схемы механизма.

Синтез структурный – проектирование структурной схемы механизма.

Система управления машины – система, обеспечивающая согласованность перемещений всех исполнительных органов в соответствии с заданной программой машины.

Смещение исходного контура – это кратчайшее расстояние между средней линией рейки и делительной окружностью нарезаемого колеса.

Солнечное колесо – центральное колесо в планетарном механизме, имеющее внешние зубья.

Сопряженные поверхности – поверхности постоянно или с определенной периодичностью входят в зацепление друг с другом.

Станочное зацепление – зацепление заготовки и инструмента.

Статическое уравнивание вращающегося звена – распределение масс вращающегося звена, переводящее его центр масс на ось вращения.

Статическое уравнивание масс механизма – распределение масс звеньев, переводящее его центр масс в точку, неподвижную относительно стойки.

Степень подвижности механизма – целое число (W), показывающее, сколько независимых движений нужно подвести к механизму, чтобы на выходе получить одно или наоборот.

Степень подвижности кинематической пары – целое число, показывающее сколько независимых движений позволяет делать данная пара одному звену относительно другого.

Стойка – звено, принимаемое за неподвижное.

Структурная схема механизма – схема механизма, указывающая стойку, подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение.

Может изображаться графически, либо цифровой, либо буквенно-цифровой записью.

Структурный анализ механизма – это определение количества звеньев и кинематических пар, классификация кинематических пар, определение степени подвижности механизма, а также установление класса и порядка механизма.

Структурный синтез механизма – проектирование структурной схемы механизма.

Сферический механизм – механизм, в котором все постоянные и мгновенные оси вращения звеньев пересекаются в одной точке.

Такт движения – промежуток времени, в течение которого не меняется состояние (наличие или отсутствие движений) ни одного из исполнительных органов.

Тактограмма машины – схема согласованности перемещений исполнительных органов в зависимости от их положения.

Теорема плоского зацепления (теорема Виллиса) – общая нормаль в точке контакта сопряженных профилей в любой момент зацепления должна проходить через полюс зацепления, положение которого на межосевой линии определяется заданным передаточным относительным движением звеньев. *(Для обеспечения заданного углового передаточного отношения общая нормаль к профилям в точке их зацепления должна делить линию межосевого расстояния на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям колес).*

Теорема подобия – концы векторов абсолютных скоростей (ускорений) точек звена образуют на плане скоростей (плане ускорений) фигуру подобную фигуре, образованной одноименными точками звена.

Теория машин и механизмов (ТММ) – наука, изучающая строение, кинематику и динамику механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

Технологическая машина – машина, предназначенная для преобразования обрабатываемого предмета, состоящего в изменении его размеров, формы, свойств или состояния.

Толкатель – звено кулачкового механизма, взаимодействующее с рабочей поверхностью кулачка своим наконечником (башмаком), который может быть острым (точечным или линейным), плоским, грибовидным и роликовым, и совершающее поступательное или вращательное движение.

Точный синтез механизма – синтез механизма с точным выполнением заданных условий.

Траектория точки – кривая, по которой перемещается точка звена во время работы механизма.

Транспортная машина – машина, предназначенная для перемещения людей и грузов.

Трансформирующая машина – техническое устройство, потребляющее энергию извне и совершающее полезную работу. Например, насосы, станки, прессы.

Трение внешнее – противодействие относительному перемещению соприкасающихся тел в направлении, лежащем в плоскости их соприкосновения.

Трение полужидкостное – внешнее трение, при котором между трущимися поверхностями соприкасающихся тел есть тонкий (порядка 0,1 мкм и менее) слой смазки, обладающий свойствами, отличными от ее обычных свойств.

Трение сухое – внешнее трение, при котором трущиеся поверхности соприкасающихся тел покрыты пленками окислов и адсорбированными молекулами газов или жидкостей, а смазка отсутствует.

Трёхподвижная пара – кинематическая пара с тремя степенями свободы в относительном движении звеньев.

Трёхподвижная сферическая пара – трёхподвижная пара, допускающая сферическое движение одного звена относительно другого.

Угол давления толкателя кулачкового механизма – угол между направлением силы и направлением перемещения, вызванного этой силой. Значения его не должны превосходить допускаемых значений, устанавливаемых в зависимости от типа механизма и условий его работы.

Угол профиля кулачка – угол между касательной к эвольвенте в данной точке и радиус-вектором данной точки.

Уравнительное смещение инструмента – расстояние между граничной прямой инструмента и окружностью вершин заготовки.

Уравновешенный механизм – механизм, для которого главный вектор и главный момент сил давления стойки на фундамент (или опору стойки) остаются постоянными при заданном движении начальных звеньев.

Уравновешивание масс механизма – распределение масс звеньев, устраняющее давление стойки на фундамент (или опору стойки) от сил инерции звеньев.

Уравновешивание механизма – распределение масс звеньев или подбор внешних сил, действующих на звенья механизма, при которых механизм становится уравновешенным.

Условия связи – ограничения, накладываемые на независимые движения звеньев, образующих кинематическую пару.

Установившееся движение механизма – движение механизма, при котором его кинетическая энергия является периодической функцией времени.

Фазы движения толкателя кулачкового механизма – удаление, выстой при максимальном удалении, сближение, выстой при минимальном сближении к оси вращения кулачка.

Формула Сомова – Малышева – формула, которая производит расчет степени свободы пространственных механизмов.

Формула Чебышева – формула, которая производит расчет степени свободы плоских механизмов.

Функция положения механизма – зависимость координаты выходного звена от обобщенных координат механизма.

Центровой профиль кулачка – траектория центра ролика на толкателе относительно конструктивного профиля кулачка.

Центроида – геометрическое место мгновенных центров скоростей звеньев, движущихся относительно друг друга.

Центр тяжести механизма – общий центр тяжести всех его подвижных звеньев без стойки.

Центральные зубчатые колеса планетарного механизма – зубчатые колеса, имеющие неподвижную геометрическую ось в пространстве.

Цикл – промежуток времени, по истечении которого все кинематические параметры принимают первоначальное значение, а технологический процесс, происходящий в рабочей машине, начинает повторяться.

Циклограмма машины – схема согласованности перемещений исполнительных органов в зависимости от времени.

Цикл установившегося движения машины – период изменения кинетической энергии.

Цилиндрическая пара – двухподвижная пара, допускающая вращательное и поступательное (вдоль оси вращения) движение одного звена относительно другого.

Цилиндрические зубчатые передачи – передачи с параллельными осями колес.

Червячная фреза – инструмент для нарезания зубчатых колес методом обкатки (огибания).

Четырёхподвижная пара – кинематическая пара с четырьмя степенями свободы в относительном движении звеньев.

Число степеней подвижности механизма – число независимых возможных перемещений механизма.

Число степеней свободы материальной точки или тела (звена) – число независимых координат (перемещений), которым обладает материальная точка или тело (звено).

Число степеней свободы механизма – число независимых вариаций обобщённых координат (возможных перемещений) механизма. Структурные степени свободы механизма определяются геометрическими связями. Параметрические степени свободы зависят от массы, жёсткости звеньев и параметров режима движения.

Шаг делительный зубьев – расстояние между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по делительной окружности.

Шаг зацепления – расстояние между одинаково расположенными точками двух соседних зубьев, измеренное по делительной окружности.

Шарнирный механизм – механизм, звенья которого образуют только вращательные пары.

Шарнирный четырёхзвенник – шарнирный механизм, содержащий три подвижных звена и стойку.

Шатун – звено рычажного механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями (совершает сложноплоское движение относительно стойки).

Шатунная кривая – траектория, описываемая какой-либо точкой шатуна.

Эвольвента кривая – геометрическое место центров кривизны, которой является другая кривая, называемая эволютой.

Элемент звена – поверхности, линии, точки, по которым оно может соприкоснуться с другим звеном, образуя кинематическую пару.

Элемент кинематической пары – совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно может соприкоснуться с другим звеном, образуя кинематическую пару.

Энергетическая машина – машина, предназначенная для преобразования энергии в механическую работу.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Артоболевский, И. И.* Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / И. И. Артоболевский. – 6-е изд., стер. – М. : Альянс, 2011. – 640 с. – ISBN 978-5-91872-001-1.

2. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / К. В. Фролов [и др.]. – 6-е изд., испр. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 688 с. – (Серия «Механика в техническом университете». Т. 5). – ISBN 978-5-7038-3274-5.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Раздел 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	5
1.1. Краткая историческая справка	5
1.2. Машины и их классификация	7
1.3. Механизм и его элементы	9
1.4. Виды и классификация кинематических пар	13
Раздел 2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ.....	17
2.1. Понятие о структурном анализе и синтезе	17
2.2. Основные структурные формулы	17
2.3. Замена в плоских механизмах высших кинематических пар низшими	20
2.4. Структурная классификация механизмов по Л. В. Ассуру	20
2.5. Общие выводы по использованию структурных формул П. Л. Чебышева и Сомова – Малышева	24
Вопросы для самоконтроля	25
Раздел 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ	26
3.1. Основные понятия и определения	27
3.2. Аналитический метод кинематического исследования механизмов	28
3.3. Определение скорости звеньев. Аналогии скоростей	31
3.4. Определение ускорений звеньев. Аналогии ускорений	32
3.5. Порядок и примеры кинематического анализа механизмов	33
3.6. Графоаналитический метод кинематического исследования механизмов (метод планов)	36
3.7. Графический метод кинематического анализа механизмов (метод кинематических диаграмм)	51
Вопросы для самоконтроля	53

Раздел 4. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ	54
4.1. Классификация сил, действующих на механизм	54
4.2. Задача силового исследования механизма	55
Вопросы для самоконтроля	81
Раздел 5. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ	81
5.1. Динамическая модель механизма (звено приведения)	81
5.2. Процесс движения машины	84
5.3. Графоаналитический метод решения уравнения движения машины	85
5.4. Подбор момента инерции маховика	87
5.5. Расчёт механического коэффициента полезного действия (КПД) машинного агрегата	88
5.6. Взаимосвязь машин в машинном агрегате	89
5.7. КПД винтовой кинематической пары	92
5.8. КПД при движении тела (ползуна) по наклонной плоскости	93
Вопросы для самоконтроля	96
Раздел 6. ТРЕНИЕ В МЕХАНИЗМАХ	96
6.1. Виды трения	96
6.2. Угол трения и коэффициент трения	99
6.3. Трение качения	101
6.4. Трение во вращательной кинематической паре	102
Вопросы для самоконтроля	104
Раздел 7. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ ВРАЩЕНИЯ	104
7.1. Основные понятия	104
7.2. Основная теорема зацепления (теорема Виллиса)	106
7.3. Теория эвольвенты	108
7.4. Основы теории эвольвентного зацепления и его свойства	109
7.5. Основные параметры эвольвентных зубчатых колёс	111
7.6. Способы нарезания зубчатых колёс	112
7.7. Корректирование зубчатых колёс	116
7.8. Геометрические показатели качества зацепления	118
7.9. Понятие о блокирующем контуре	121
7.10. Элементы эвольвентного зубчатого зацепления	124
Вопросы для самоконтроля	127

Раздел 8. ПЛАНЕТАРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ	128
8.1. Общие сведения.....	128
8.2. Метод обращенного движения	131
8.3. Условия работоспособности планетарных механизмов	133
8.4. Подбор чисел зубьев по методу сомножителей.....	135
8.5. Графический способ определения передаточного отношения планетарного механизма	136
Вопросы для самоконтроля	137
Раздел 9. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ	138
9.1. Назначение, устройство и классификация кулачковых механизмов	138
9.2. Основные параметры кулачковых механизмов	140
9.3. Построение графика перемещений толкателя при заданном профиле кулачка	141
9.4. Определение угла давления кулачкового механизма	142
9.5. Построение кинематических диаграмм движения толкателя	145
9.6. Синтез (построение) профиля кулачка	147
Вопросы для самоконтроля	149
Раздел 10. ВИБРАЦИИ И КОЛЕБАНИЯ В МЕХАНИЗМАХ И МАШИНАХ. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН ...	149
10.1. Основные понятия.....	149
10.2. Понятие о неуравновешенности механизма (звена)	150
10.3. Метод замещающих масс	152
10.4. Полное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма.....	153
10.5. Частичное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма	154
10.6. Виброзащита механизмов и машин	156
10.7. Подрессоривание или виброизоляция	159
10.8. Динамическое гашение колебаний	160
Вопросы для самоконтроля	161
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	162
СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ	163
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	188

Учебное издание

ШЕВЧЕНКО Александра Петровна
БЕЛЯЕВ Борис Александрович

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Редактор А. П. Володина
Технический редактор А. В. Родина
Корректор О. В. Балашова
Компьютерная верстка Е. А. Герасиной
Выпускающий редактор А. А. Амирсейидова

Подписано в печать 06.09.18.
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 11,16. Тираж 50 экз.
Заказ

Издательство
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.