

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

# БИОФИЗИКА

## ИОНИЗИРУЮЩИХ И НЕИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Сборник задач и контрольных заданий  
для практических и самостоятельных  
расчетно-графических работ студентов



Владимир 2018

УДК 577.35  
ББК 28.071  
Б63

**Автор-составитель А. А. Кузнецов**

Рецензенты:

Доктор медицинских наук, профессор  
зав. кафедрой нормальной физиологии  
Южно-Уральского государственного медицинского университета  
*С. Л. Сашенков*

Доктор технических наук, профессор  
зав. кафедрой биомедицинских и электронных средств и технологий  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых  
*Л. Т. Сушкова*

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**Биофизика** ионизирующих и неионизирующих излучений : сб.  
Б63 задач и контрольных заданий для практических и самостоятельных  
расчетно-графических работ студентов / автор-сост. А. А. Кузнецов ;  
Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во  
ВлГУ, 2018. – 119 с.  
ISBN 978-5-9984-0853-3

Составлен по известным сборникам задач, имеющим высокий статус рекомендаций, с авторскими стилевыми, методическими и предметными изменениями в соответствии с рабочими программами учебных курсов «Биофизика ионизирующих и неионизирующих излучений», «Биофизические основы живых систем» и «Физические основы биомедицинских технологий» по направлениям обучения «Биомедицинские и электронные средства и технологии» и «Медицинская физика». Соответствующие курсы лекций читались и читаются автором в 3, 4 и 9-м семестрах обучения для студентов инженерно-медицинских и физических направлений подготовки.

Предназначен для студентов очной и заочной форм обучения с элементами дистанционных образовательных технологий инженерно-медицинских и физических направлений подготовки 12.03.04 – Биотехнические системы и технологии.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 15. Табл. 2. Библиогр.: 13 назв.

УДК 577.35  
ББК 28.071

ISBN 978-5-9984-0853-3

©ВлГУ, 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	5
<b>Введение</b> .....	6
<b>Часть I. Биофизика ионизирующих излучений</b> .....	7
<b>I.1. Рентгеновское излучение. Радиоактивность</b> .....	7
Тормозное рентгеновское излучение. Характеристическое излучение. Радиоактивность. Счетчик Гейгера – Мюллера. Поглощение рентгеновских лучей и $\gamma$ -лучей.	
<b>I.2. Элементы дозиметрии ионизирующих излучений</b> .....	12
Поглощенная и экспозиционная дозы излучения. Эквивалентная доза.	
Примеры решения задач .....	13
Задачи для практических и семинарских занятий .....	20
Расчетно-графическая работа I .....	23
<b>Часть II. Биофизика неионизирующих излучений</b> .....	34
<b>II.1. Акустические излучения</b> .....	34
Эффект Доплера. Характеристики излучения и восприятия звуковых волн.	
Примеры решения задач .....	37
Задачи для практических и семинарских занятий .....	42
<b>II.2. Биоэлектричество. Влияние электрических и магнитных полей</b> .....	44
Электрические поля на клеточном уровне. Биоэлектрогенез.	
Примеры решения задач .....	46
Задачи для практических и семинарских занятий .....	50
<b>II.3. Электростатика и постоянный ток</b> .....	51
Электрические характеристики биообъектов. Постоянный ток. Гальванизация.	
Примеры решения задач .....	52
Задачи для практических и семинарских занятий .....	55
<b>II.4. Переменный ток</b> .....	55
Пороговый ток. Диатермия. Дарсонвализация. Переменный ток высокой частоты. УВЧ-терапия. Переменное магнитное поле. Индуктотермия.	
Примеры решения задач .....	57
Задачи для практических и семинарских занятий .....	61
Расчетно-графическая работа II.....	62

<b>II.5. Электрические характеристики сердца, нервной системы и головного мозга. Моделирование ...</b>	<b>74</b>
Электрография. Электрический диполь. Токовый диполь. Электрокардиограмма. Треугольник Эйнтховена. Электрические характеристики нервной системы и головного мозга.	
Примеры решения задач .....	78
Задачи для практических и семинарских занятий .....	82
<b>II.6. Взаимодействие света с биологическим веществом ...</b>	<b>83</b>
Фотометрия. Фотобиология.	
Примеры решения задач .....	86
Задачи для практических и семинарских занятий .....	92
<b>II.7. Тепловое излучение тел.....</b>	<b>94</b>
Термография.	
Примеры решения задач .....	94
Задачи для практических и семинарских занятий .....	96
Расчетно-графическая работа III.....	96
<b>Заключение .....</b>	<b>105</b>
<b>Приложения. Справочные материалы .....</b>	<b>106</b>
<b>Ответы к задачам для практических и семинарских занятий ...</b>	<b>117</b>
<b>Библиографический список .....</b>	<b>118</b>

## ***ПРЕДИСЛОВИЕ***

Термин «физика живого» ввел в научный обиход *H. Fröhlich* (1925 г.). Биофизика изучает живые системы с помощью физико-математических методов исследования и моделирования. Используя достижения нормальной физиологии, биофизика в основе своей опирается на физические закономерности в рамках классической физики для «неживой природы», оперируя понятием «живой материи».

Данный сборник задач – это практическое дополнение к теоретическому материалу, изложенному в учебном пособии автора «Биофизика ионизирующих и неионизирующих излучений», изданном в 2016 году.

Автор-составитель не преследовал цель создания авторского оригинального сборника задач по биофизике, поэтому почти все задачи представлены по известным сборникам задач по медицинской и биологической физике и биофизике, имеющим высокий статус рекомендаций и проверенным самим автором без нареканий на практических занятиях.

Актуальность нового сборника задач задана резким сокращением времени преподавания и объема курса биофизики в вузах в 4 – 8 раз до 0,5 семестра обучения с сохранением высоты требований к качеству обучения. Это привело к сокращению университетского курса «Биофизика» и его замене на «Биофизические основы живых систем» с ростом требований к самостоятельной работе студентов. Курс биофизики практически приближен по указанным признакам к соответствующему курсу для студентов заочной формы обучения 1985 – 1987 гг. инженерно-медицинских специальностей высших учебных заведений. С одной стороны, сборник задач должен быть уменьшен по объему, с другой – методически соответствовать учебному пособию для самостоятельной работы студентов, а с третьей – соответствовать новым современным курсам обучения, например «Физическим основам биомедицинских технологий».

Сборник выполнен на основе известной методической структуры расчетно-графических работ, успешно используемой в учебном процессе автором-составителем на протяжении 30 лет преподавания. Он включает в себя задачи известных авторов (см. Библиографический список) с адаптацией содержания под авторские методики, стиль изложения материала и уровень преподавания медицинской физики и основ биофизики по инженерно-медицинским направлениям обучения во Владимирском государственном университете имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.

## ВВЕДЕНИЕ

Сборник задач содержит расчетно-графические работы (РГР) для самостоятельного решения с примерами решений типовых задач и контрольными заданиями по двум последовательным курсам: биофизика ионизирующих излучений и биофизика неионизирующих излучений. Расчетно-графические работы представлены двумя тематическими разделами и разбиты на десять вариантов, соответствующих этим курсам. Для их выполнения приведены сопроводительные методические указания и справочный материал в приложении в конце сборника.

Практическая часть обоих курсов представлена в двух разделах. Общие требования к выполнению и оформлению РГР не отличаются от требований при выполнении РГР по общей физике на первом курсе обучения.

*Общие требования к выбору, оформлению и представлению РГР:*

1. За время изучения курсов студент должен представить три РГР: биофизика ионизирующих излучений (1) и биофизика неионизирующих излучений (2).

2. Номера задач РГР определяют по таблицам вариантов каждого из двух разделов (курсов). Вариант определяется по последней цифре номера в списке студентов группы, поданном старостой группы в электронном формате в начале семестра.

3. РГР выполнять в простой тонкой (12 – 18 листов) школьной тетради, на обложке которой привести сведения:

Иванова В. В.      Группа БТС116      РГР 1      Вариант 8

4. Условия задач в распечатанном виде аккуратно вклеить в размер листа перед решениями задач соответствующего варианта в тетради.

5. В части «Дано» все данные должны быть переведены в СИ. Рисунки (если они необходимы) выполнять карандашом по линейке.

6. Все РГР должны быть сданы и приняты (зачтены) преподавателем за месяц до конца учебного семестра.

7. Если работа при рецензировании не зачтена, студент представляет ее на повторную рецензию с исправленными решениями в разделе «Работа над ошибками». Без зачета студент до экзамена не допускается.

8. Все задачи РГР являются экзаменационными. Зачтенные работы предъявляются экзаменатору на экзамене.

# Часть I. БИОФИЗИКА ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

## I.1. Рентгеновское излучение. Радиоактивность

**Тормозное рентгеновское излучение.** Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра тормозного рентгеновского излучения определяется из соотношения  $h\nu_{\max} = q_e U$ , или с учетом  $\lambda_{\min} = c/\nu_{\max}$ :  $\lambda_{\min} = \frac{hc}{q_e U}$ , или  $\lambda_{\min} = \frac{1,23 \cdot 10^4}{U}$ , Å, где  $q_e$  – величина заряда электрона;  $U$  – напряжение, приложенное к рентгеновской трубке;  $h$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света в вакууме.

Поток рентгеновского излучения  $\Phi = kIU^2Z$ , где  $I$  и  $U$  – сила тока и напряжение в рентгеновской трубке,  $Z$  – порядковый номер элемента вещества анода, коэффициент пропорциональности  $k = 10^{-9}$ , В<sup>-1</sup>.

**Характеристическое излучение.** При бомбардировке металлической поверхности экрана быстрыми электронами возникает рентгеновское излучение с линейчатым спектром. Быстрые электроны проникают в электронные оболочки атома и выбивают электроны, принадлежащие электронным слоям. Если один из этих электронов оказывается выбитым за пределы атома, то на освободившееся место переходит электрон из вышележащих слоев ( $L$ ,  $M$ ,  $N$ ) с излучением кванта с частотой, определяемой законом Мозли в общем виде:  $\omega = CR(Z - \sigma)^2$ , где  $\omega$  – частота линий рентгеновского спектра;  $Z$  – атомный номер элемента антикатада, излучающего этот спектр; постоянная Ридберга  $R = 2,07 \cdot 10^{16}$  с<sup>-1</sup>;  $\sigma$  – постоянная экранирования;  $C = (1/k^2 - 1/n^2)$ ,  $k$  и  $n$  – номера орбит.

Рождение фотона характеристического излучения  $K_\alpha$ -линии показано на рис. 1. Ближайший к ядру электронный  $K$ -слой содержит два электрона. Если один из них (2) оказывается выбитым из  $K$ -слоя за пределы атома быстрым электроном 1, то его место занимает электрон из вышележащих слоев. При этом возникает соответствующая линия  $K$ -серии (прил. 1, табл. П1.1).

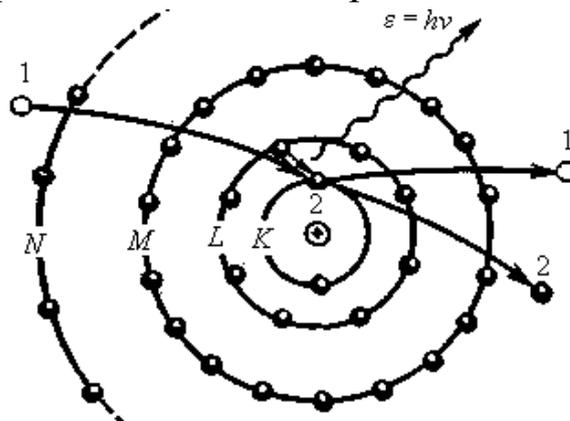


Рис. 1

Для  $K$ -серии постоянная экранирования равна единице. Для  $K_{\alpha}$ -линий наибольшей длины волны ( $\sigma = 1, k = 1, n = 2, C = 3/4$ )  $\omega_{K_{\alpha}} = \frac{3}{4}R(Z-1)^2$  и  $\frac{1}{\lambda_{K_{\alpha}}} = \frac{3}{4}R'(Z-1)^2$ , где штрихованная постоянная Ридберга  $R' = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ ;  $1/\lambda = \omega/(2\pi c)$  (прил. 1, табл. П1.2).

Энергия фотона  $K_{\alpha}$ -линии  $\varepsilon_{K_{\alpha}} = \frac{3}{4}E_i(Z-1)^2$ , где  $E_i$  – энергия ионизации атома водорода.

**Радиоактивность.** В радиоактивном изотопе массой  $m$  и молярной массой  $M$  число атомов  $N = \frac{m}{M}N_A$ , где  $N_A$  – постоянная Авогадро.

Основной закон радиоактивного распада в интегральной форме  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ , где  $N_0$  – начальное число радиоактивных ядер,  $N$  – число не распавшихся атомов к моменту времени  $t$ , постоянная распада  $\lambda = \ln 2/T$ ,  $T$  – период полураспада – интервал времени, за который число не распавшихся атомов уменьшается в два раза. Среднее время жизни  $\tau = 1/\lambda$  радиоактивного ядра – интервал времени, за который число не распавшихся ядер уменьшается в  $e$  раз.

Основной закон радиоактивного распада в дифференциальной форме  $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ , т. е. скорость убыли атомов радиоактивного вещества при распаде пропорциональна числу наличных атомов. Здесь  $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$  – активность нуклида в радиоактивном веществе (источнике). Для активности основной закон радиоактивного распада примет вид  $A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ . Обозначив активность изотопа  $A_0 = \lambda N_0$  в начальный момент времени ( $t = 0$ ), получаем  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ , активность изотопа изменяется со временем по тому же закону, что и число не распавшихся ядер (см. выше).

Удельная (массовая) активность радиоактивного препарата равна скорости актов распада в единице массы вещества:  $a = A/m$ .

При распаде радиоактивного препарата  $A$  в закрытом сосуде образуется по истечении времени  $t$  радиоактивный препарат  $B$  с числом атомов

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}),$$

где  $N_{0A}$  – число атомов препарата  $A$  при  $t = 0$ ,  $\lambda_A$  и  $\lambda_B$  – постоянные распада препаратов  $A$  и  $B$  соответственно.

Если период полураспада препарата  $A$  значительно больше периода полураспада препарата  $B$ , то формула примет вид

$$N_B = N_{0A} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} (1 - e^{-\lambda_B t}).$$

Если в смеси ряда радиоактивных изотопов, образующихся один из другого, постоянная распада  $\lambda$  первого члена ряда много меньше постоянных всех остальных членов ряда, то в смеси устанавливается состояние радиоактивного равновесия, при котором активности всех членов ряда равны между собой:  $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_k N_k$ .

**Счетчик Гейгера – Мюллера.** Фоновая радиация (космическая, солнечная, скального грунта, искусственных радиоизотопов) существует всегда и везде. Для измерения радиации служит счетчик Гейгера – Мюллера. Схема его принимающей части (детектора) представлена проводом в металлической трубке. Один торец трубки закрыт тонкой слюдяной пластиной или пропускающей тончайшей фольгой (при регистрации  $\alpha$ -частиц). Герметичная трубка наполнена аргоном с малой примесью брома под давлением  $1/7$  атмосферного (рис. 2). Радиоактивная частица, проходящая через слюдяное окно, попадает в сильное электрическое поле. Между трубкой и проводом происходит электрический разряд. Электрический импульс создает падение напряжения на резисторе  $R$ , которое усиливается и фиксируется на шкале счетчика.

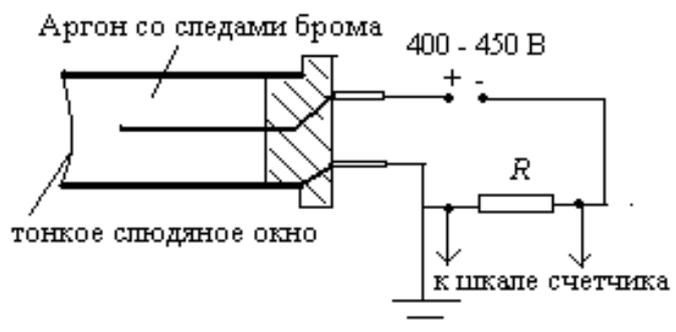


Рис. 2

Импульсы фиксируются по числу ионизирующих частиц. Этот прибор, как и сцинтилляционный счетчик (прил. 2), регистрирует прохождение через него отдельных частиц.

В лабораторных исследованиях в качестве радиоактивных источников рекомендуются (прил. 2, табл. П2.1): плутоний-239 и америций-241 (для  $\alpha$ -частиц), кобальт-60 (для  $\gamma$ -лучей), стронций-90 (для  $\beta$ -частиц) и радий-226 (одновременно для  $\alpha$ -,  $\beta$ -частиц и  $\gamma$ -лучей).

Перед и после проведения эксперимента с радиоактивным источником определяют средний фоновый счет как среднее для обоих случаев число импульсов в минуту за десятиминутный интервал регистрации.

Проанализируем возможные причины изменения числа импульсов в минуту на разных примерах. Пусть регистрируются 1500 импульсов в минуту при нормальных условиях с размещением плутония-239 в непосредственной близости от окна трубки. Проставим лист бумаги между источником и окном и зафиксируем резкий спад числа импульсов до фонового счета. Уберем лист бумаги и, постепенно отводя держатель источника от окна, зафиксируем тот же резкий спад на расстоянии около 4 см. И лист бумаги, и слой воздуха толщиной ~ 4 см при атмосферном давлении полностью поглощают  $\alpha$ -частицы. Пробег  $\alpha$ -частиц в воздухе – около 4 см. При превышении этого расстояния между источником и окном трубки детектора исследование теряет смысл из-за отсутствия  $\alpha$ -частиц.

При отведении кобальта-60 от окна детектора скорость счета спадает не потому, что  $\gamma$ -лучи поглощаются, а потому, что интенсивность излучения (и скорость счета) линейно падает с ростом квадрата расстояния. Скорость счета практически не меняется при простановках листов бумаги или алюминия, но убывает экспоненциально в зависимости от толщины свинца между источником и окном трубки (прил. 2, табл. П2.2).

При исследовании характеристик  $\beta$ -частиц ( $\beta^-$ ) дополнительно используется коллиматорная трубка – металлическая трубка с узкой прорезью, для уменьшения расхождения и формирования относительно параллельного пучка. Поместим стронций-90 со стороны прорези. Увеличивая расстояние между коллиматорной трубкой и окном счетчика, обнаруживаем лишь слабое падение скорости счета, указывающее на значительный пробег  $\beta$ -частиц в воздухе. Пусть указанное расстояние достигло 15 см. Проставим последовательно разные поглотители между источником и окном. Листы бумаги практически не оказывают влияния на скорость счета, листы алюминия значительно его уменьшают, доводя до фонового при суммарной толщине листов около 4 мм. Такой же эффект создает и более тонкая свинцовая пластина.

При установке радия-226 на расстоянии менее 4 см от окна детектора фиксируется очень большая скорость счета. При отделении

источника и детектора листом бумаги скорость счета резко падает, оставаясь значительно больше фонового. Значит, кроме  $\alpha$ -частиц источник испускает и иные виды излучения. Замена листа бумаги листом алюминия толщиной 4 мм резко уменьшает скорость счета, но опять оставляя его выше фонового. Следовательно, кроме  $\beta$ -частиц, поглощаемых алюминием, излучение содержит и  $\gamma$ -лучи, которые может поглотить лишь свинцовая пластина толщиной более 5 см.

**Поглощение рентгеновских лучей и  $\gamma$ -лучей.** При прохождении через слой вещества  $\gamma$ -излучение поглощается за счет фотоэффекта, эффекта Комптона и образования электрон-позитронных пар. Интенсивность  $I$  узкого параллельного пучка рентгеновских лучей и  $\gamma$ -излучения при прохождении их через вещество непрерывно падает за счет поглощения и рассеяния. Убыль интенсивности  $dI$  при прохождении слоя вещества пропорциональна толщине слоя  $dx$  и интенсивности падающего пучка:  $-dI = \mu I dx$ . Интенсивность пучка, прошедшего сквозь пластину толщиной  $x$ , определяется расчетной формулой  $I = I_0 e^{-\mu x}$ , где  $I_0$  – интенсивность падающего на пластинку моноэнергетического пучка,  $\mu$  – линейный коэффициент поглощения (рис. 3, прил. 2, табл. П2.3):  $\mu = \mu_m \rho = k \lambda^3 Z^3 \rho$ , где  $\mu_m = k \lambda^3 Z^3$  – массовый коэффициент ослабления,  $\lambda$  – длина волны рентгеновских лучей или  $\gamma$ -излучения,  $\rho$  – плотность вещества,  $k$  – коэффициент пропорциональности,  $Z$  – порядковый номер элемента вещества-поглотителя.

На рис. 3. приведены графические зависимости коэффициента линейного поглощения разных сред от энергии  $\gamma$ -фотонов. Поглощение рентгеновских лучей и  $\gamma$ -излучения

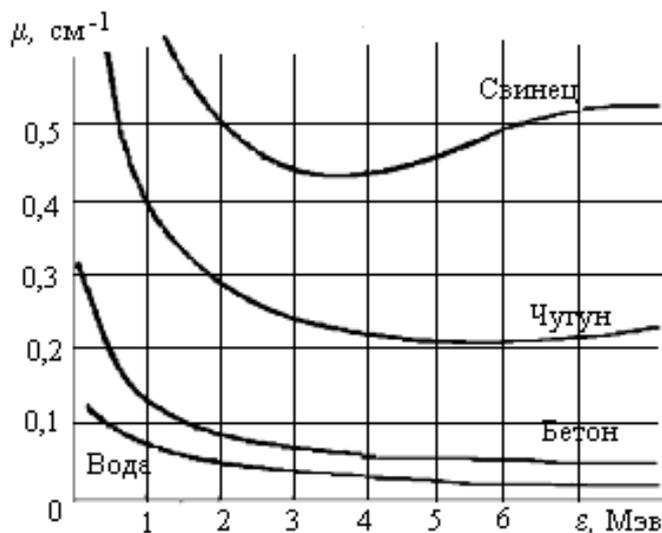


Рис. 3

веществами характеризуют «слоем половинного ослабления», равным толщине  $x_{1/2}$  пластины, уменьшающей вдвое интенсивность падающих лучей, или

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = 0,693 / \mu.$$

В однородном веществе коэффициент ослабления  $\gamma$ -лучей обязан быть пропорционален числу встречаемых атомов на единице длины пути пучка. При числе  $n$  атомов вещества в единице объема получим

$$-\frac{dI}{I} = \mu dx = \frac{\mu}{n} ndx = \sigma ndx,$$

где  $\sigma = \mu / n$  – величина *эффективного сечения* суммарного поглощения  $\gamma$ -лучей имеет размерность площади.

## 1.2. Элементы дозиметрии ионизирующих излучений

**Поглощенная и экспозиционная дозы излучения.** Поглощенная доза излучения  $D_{\text{п}} = \Delta W / \Delta m$ , Дж/кг, где  $\Delta W$  – энергия ионизирующего излучения, переданная элементу облучаемого вещества массой  $\Delta m$ . Единица измерения 1 Гр = 1 Дж/кг. Мощность поглощенной дозы излучения  $P_{\text{п}} = D_{\text{п}} / \Delta t$ , Гр/с, где  $\Delta t$  – время, в течение которого элементом была поглощена доза  $D_{\text{п}}$  (прил. 3, табл. ПЗ.1).

Экспозиционная доза ( $D_{\text{экс}}$ , или  $X$ ) гамма- и рентгеновского излучения  $D_{\text{экс}} = Q / m$ , Кл/кг, где  $Q$  – суммарный электрический заряд ионов одного знака к массе  $m$  этого воздуха. На практике применяют единицу измерения 1 рентген (Р). При  $X = 1$  Р в 0,001293 г воздуха при нормальных условиях образуется  $2,08 \cdot 10^9$  пар ионов. На образование одной пары в среднем требуется энергия 34 эВ (см. прил. 3, табл. ПЗ.1).

Мощность экспозиционной дозы излучения  $P_{\text{экс}} = D_{\text{экс}} / \Delta t$ , или в иных обозначениях  $\dot{X} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$ , А/кг, где  $\Delta t$  – интервал времени облучения.

Экспозиционная доза рентгеновского и  $\gamma$ -излучения, падающего на объект, экранированный защитным слоем толщиной  $x$ :  $X = X_0 e^{-\mu x}$ , где  $X_0$  – экспозиционная доза при отсутствии защитного слоя.

Экспозиционная доза  $\gamma$ -излучения, падающего за время  $t$  на объект, находящийся в воздухе на расстоянии  $r$  от точечного источника,  $X = \dot{X} t / r^2$ , где  $\dot{X}$  – мощность экспозиционной дозы на расстоянии  $r = 1$  м. Поглощением  $\gamma$ -излучения в воздухе обычно пренебрегают.

Связь поглощенной  $D_{\text{п}}$  и экспозиционной дозы  $X$ :  $D_{\text{п}} = fX$ , где  $f$  – переходный коэффициент (для воды и мягких тканей человека  $f = 1$ ).

**Эквивалентная доза.** Эквивалентная доза облучения  $D_{\text{экр}} = KD_{\text{п}}$ , где  $K$  – коэффициент качества излучения (прил. 3, табл. ПЗ.2).

Эффективная эквивалентная доза  $H_{эфф} = \sum W_i H_i$ ,  $\sum W_i$ , где  $H_i$  – среднее значение эквивалентной дозы в органе или ткани;  $W_i$  – отношение ущерба облучения  $i$ -го органа (ткани) к ущербу облучения всего тела.

Коэффициенты радиационного риска (прил. 3, табл. ПЗ.3): яичники или семенники – 0,25; красный костный мозг – 0,12, легкие – 0,12; молочная железа – 0,05; костная ткань – 0,03; щитовидная железа – 0,03; прочие ткани – 0,3.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Определить напряжение  $U$ , под которым работает рентгеновская трубка, если в спектре тормозного рентгеновского излучения коротковолновая граница  $\lambda_{\min} = 15,5$  пм.

**Решение.** В рентгеновской трубке электрон приобретает кинетическую энергию  $T = |q_e|U$ . Тормозное рентгеновское излучение возникает за счет энергии, теряемой электроном при торможении.

В соответствии с законом сохранения максимальная энергия фотона определится равенством  $\hbar\omega_{\max} = T = |q_e|U$ . Так как  $\lambda_{\min} = 2\pi c/\omega_{\max}$ , то

$$U = \frac{2\pi\hbar c}{|q_e|\lambda_{\min}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,55 \cdot 10^{-11}} = 7,98 \cdot 10^4 \text{ В} = 79,8 \text{ кВ}.$$

**Пример 2.** Определить длину волны  $\lambda_{K\alpha}$  и энергию  $\epsilon_{K\alpha}$  фотона  $K_{\alpha}$ -линии рентгеновского спектра, излучаемого вольфрамом при его бомбардировке быстрыми электронами.

**Решение.** При бомбардировке вольфрама ( $Z = 74$ ) быстрыми электронами возникает рентгеновское излучение с линейчатым спектром. Если один из двух электронов из ближайшего к ядру  $K$ -слоя оказывается выбитым за пределы атома, то на его место переходит электрон из слоя  $L$ ,  $M$  или  $N$ . При переходе электрона с  $L$ -слоя на  $K$ -слой излучается наиболее интенсивная  $K_{\alpha}$ -линия рентгеновского спектра с определяемой законом Мозли длиной волны  $\lambda_{K\alpha} = \frac{4}{3R'(Z-1)^2} =$

$$= 22,8 \text{ пм}. \text{ Энергия фотона } \epsilon_{K\alpha} = hc/\lambda = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 22,8 \cdot 10^{-12} = 0,87 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 54,4 \text{ кэВ}.$$

**Пример 3.** С учетом фонового счета исходная скорость счета равна  $4000 \text{ мин}^{-1}$ , а через 20 мин –  $125 \text{ мин}^{-1}$ . Определить период полураспада  $T$  радиоактивного элемента источника.

Решение. Определим число периодов полураспада в 20 мин с учетом уменьшения скорости счета наполовину в течение каждого периода. В первый период скорость падает с 4000 до 2000, во второй – с 2000 до 1000, в третий – с 1000 до 500, в четвертый – с 500 до 250, в пятый – с 250 до 125. Активность уменьшалась наполовину 5 раз за 20-минутный интервал, и период полураспада  $T$  составит  $20/5 = 4$  мин.

Оформим эту логику математически, обозначив исходную скорость счета  $A_0 = 4000 \text{ мин}^{-1}$ , предполагаемое число периодов полураспада  $n$ , конечную скорость счета  $A_n = 125 \text{ мин}^{-1}$ . Тогда  $A_0/A_n = 2^n$  и  $4000/125 = 2^n$ . Отсюда:  $n = 5$ ,  $T = 20/5 = 4$  мин.

**Пример 4.** Счетчик импульсов за одну минуту в начале наблюдения ( $t = 0$ ) насчитал 250 импульсов в минуту, а через час – 92 импульса в минуту. Определить постоянную радиоактивного распада  $\lambda$  и период полураспада  $T$  радиоактивного изотопа.

Решение. Число импульсов  $\Delta n$ , регистрируемых счетчиком за интервал времени  $\Delta t$ , пропорционально числу распавшихся атомов  $\Delta N$ . При первом измерении  $\Delta n_1 = k\Delta N_1 = kN_1(1 - e^{-\lambda\Delta t})$ , где  $N_1$  – количество радиоактивных атомов к моменту начала отсчета;  $k$  – коэффициент пропорциональности, постоянный для данного прибора и заданного относительного расположения прибора и радиоактивного изотопа.

При повторном измерении с неизменным взаимным расположением прибора и изотопа  $\Delta n_2 = k\Delta N_2 = kN_2(1 - e^{-\lambda\Delta t})$ , где  $N_2$  – количество радиоактивных атомов к моменту начала второго измерения.

В обоих случаях  $\Delta t$  одинаков,  $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$  и  $\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}$ , где  $t$  – интервал времени между первым и вторым измерениями.

$$\text{Тогда } \lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = \frac{1}{1} \ln \frac{250}{92} = 1 \text{ ч}^{-1}.$$

$$\text{Период полураспада } T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{1} = 0,693 \text{ ч, или } 41,5 \text{ мин.}$$

**Пример 5.** Определить, сколько атомов эманации радия (радоны) распадается за сутки из 1 млн атомов.

Решение. Скорость распада атомов радиоактивного вещества равна скорости убыли его атомов:  $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ . Применять эту формулу

для конечного промежутка времени  $\Delta t$  можно в качестве оценки, но лишь при  $\Delta t \ll T$ . Период полураспада  $T$  радона равен 3,8 сут (см. прил. 2, табл. П2.1) и соизмерим с заданным интервалом времени 1 сут. Поэтому для определения числа распадающихся за сутки атомов радона следует использовать интегральную формулу  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ .

Искомое число  $\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}) = 10^6(1 - 0,833) = 16,7 \cdot 10^4 \text{ сут}^{-1}$ .

Используя оценочную формулу, получим  $\Delta N = N_0 \ln 2 (\Delta t / T) = 10^6 \cdot 0,693 / 3,8 = 18,2 \cdot 10^4 \text{ сут}^{-1}$ , допуская погрешность более 10 %.

**Пример 6.** Определить активность радона, образовавшегося из 1 г радия  $^{226}_{88}\text{Ra}$  за 2 ч.

Решение. Радон – продукт радиоактивного распада радия. Для определения его активности необходимо знать постоянные радиоактивного распада исходного и конечного продукта и начальное число атомов радона, равное числу атомов распавшегося радия.

Постоянные распада радия и радона (см. прил. 2, табл. П2.1):

$$\lambda_{\text{Ra}} = 0,693 / (1620 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600) = 1,356 \cdot 10^{-11} \text{ с}^{-1},$$

$$\lambda_{\text{Rn}} = 0,693 / (3,8 \cdot 24 \cdot 3600) = 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}.$$

Число распавшихся атомов радия:  $N_{\text{Ra}} = N_0(1 - e^{-\lambda t}) = m N_A (1 - e^{-\lambda t}) / M = 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23} [1 - \exp(-1,356 \cdot 10^{-11} \cdot 7200)] / 226 \cdot 10^{-3} = 2,6 \cdot 10^{14}$ .

А так как  $N_{\text{Ra}} = N_{\text{Rn}}$ , то  $A = \lambda_{\text{Rn}} N_{\text{Rn}} = 2,11 \cdot 10^{-6} \cdot 2,6 \cdot 10^{14} = 5,5 \cdot 10^8 \text{ расп/с}$ .

**Пример 7.** В предположении, что все атомы радиоактивного изотопа магния  $^{27}_{12}\text{Mg}$  массой  $m = 0,2$  мкг радиоактивны, определить начальную активность  $A_0$  и активность  $A$  по истечении времени  $t = 1$  ч.

Решение. Начальная активность изотопа  $A_0 = \lambda N_0$ . Если учесть, что  $\lambda = \ln 2 / T$ ,  $N_0 = \frac{m}{M} N_A$ , то формула примет вид  $A_0 = \frac{m}{MT} N_A \ln 2$ . Проведем вычисления (см. прил. 3, табл. П3.1):  $A_0 = 5,15 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,15 \text{ ТБк}$ .

Активность изотопа уменьшается со временем по закону  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ , или  $A = A_0 (e^{\ln 2})^{-t/T} = A_0 2^{-\frac{t}{T}}$  при  $\lambda = \ln 2 / T$ . Подставим числовые значения суток (см. прил. 2, табл. П2.1) и получим  $A = 80,5 \cdot 10^9 \text{ Бк} = 80,5 \text{ ГБк}$ .

**Пример 8.** При прохождении через слой костной ткани толщиной 20 мм поток рентгеновского излучения спал в два раза. Определить линейный коэффициент ослабления.

Решение. Линейный коэффициент ослабления  $\mu = 0,693 / x_{1/2} = 0,693 / 0,02 = 34,7 \text{ м}^{-1}$ .

**Пример 9.** Вычислить толщину слоя половинного ослабления  $x_{1/2}$  параллельного пучка  $\gamma$ -излучения для воды. Линейный коэффициент ослабления  $\mu = 4,7 \text{ м}^{-1}$ .

Решение. При прохождении  $\gamma$ -излучения через слой вещества в результате действия фотоэффекта, эффекта Комптона и образования электрон-позитронных пар интенсивность  $\gamma$ -излучения экспоненциально убывает в зависимости от толщины слоя:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

Пройдя поглощающий слой толщиной, равной толщине слоя половинного ослабления  $x_{1/2}$ , пучок  $\gamma$ -излучения будет иметь интенсивность  $I = I_0 / 2 = I_0 e^{-\mu x_{1/2}}$ , или  $1 / 2 = e^{-\mu x_{1/2}}$  и  $x_{1/2} = \ln 2 / \mu = 0,693 / 0,047 = 0,147 \text{ м}$ .

Слой воды толщиной 14,7 см снижает вдвое интенсивность  $\gamma$ -излучения.

**Пример 10.** Природный уран – смесь трех изотопов:  ${}_{92}^{234}\text{U}$ ,  ${}_{92}^{235}\text{U}$ ,  ${}_{92}^{238}\text{U}$ . Содержание урана  ${}_{92}^{234}\text{U}$  ничтожно (0,006 %), на долю  ${}_{92}^{235}\text{U}$  приходится 0,71 %, а остальную массу (99,28 %) составляет уран  ${}_{92}^{238}\text{U}$ . Вычислить относительный вклад радиоактивности, вносимый каждым изотопом в общую радиоактивность природного урана.

Решение. Процентная доля радиоактивности, вносимая каждым из изотопов в общую радиоактивность природного урана, определится отношением числа распадов за 1 с каждого изотопа к общему числу распадов природного урана за эту же единицу времени. Массы изотопов равны соответственно  $m_1 = 6 \cdot 10^{-5}m$ ,  $m_2 = 7,1 \cdot 10^{-3}m$ ,  $m_3 = 0,9928m$ , где  $m$  – масса природного урана. Так как для каждого изотопа принятый интервал времени  $\Delta t \ll T$ , то воспользуемся приближенной формой оценки числа распадов за 1 с:

$$\Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T_1} N_1 \Delta t = \frac{\ln 2 N_A m_1 \Delta t}{T_1 A_1}, \quad \Delta N_2 = \frac{\ln 2 N_A m_2 \Delta t}{T_2 A_2}, \quad \Delta N_3 = \frac{\ln 2 N_A m_3 \Delta t}{T_3 A_3},$$

где  $N_A$  – число Авогадро,  $T_i$  – период полураспада  $i$ -го изотопа (см. прил. 2, табл. П2.1),  $A_i$  – атомный вес  $i$ -го изотопа определяется по заданному в условии массовому числу.

Искомое отношение  $x_i$  для каждого изотопа определится формулой

$$x_i = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3} = \frac{\frac{m_i}{A_i T_i}}{\frac{m_1}{A_1 T_1} + \frac{m_2}{A_2 T_2} + \frac{m_3}{A_3 T_3}}; \quad x_1 = \frac{\frac{m_1}{A_1 T_1}}{\frac{m_1}{A_1 T_1} + \frac{m_2}{A_2 T_2} + \frac{m_3}{A_3 T_3}} =$$

$$= \frac{6 \cdot 10^{-5}}{234 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^5 + \frac{7,1 \cdot 10^{-3}}{235 \cdot 10^{-3} \cdot 7,1 \cdot 10^8} + \frac{0,9928}{238 \cdot 10^{-3} \cdot 4,5 \cdot 10^9}} =$$

$$= \frac{1,026 \cdot 10^{-9}}{1,026 \cdot 10^{-9} + 0,0426 \cdot 10^{-9} + 0,927 \cdot 10^{-9}} = \frac{1,026}{1,026 + 0,0426 + 0,927}$$

$$= 0,514;$$

$$x_2 = \frac{\frac{m_2}{A_2 T_2}}{\frac{m_1}{A_1 T_1} + \frac{m_2}{A_2 T_2} + \frac{m_3}{A_3 T_3}} = \frac{0,0426}{1,026 + 0,0426 + 0,927} = 0,0213;$$

$$x_3 = \frac{\frac{m_3}{A_3 T_3}}{\frac{m_1}{A_1 T_1} + \frac{m_2}{A_2 T_2} + \frac{m_3}{A_3 T_3}} = \frac{0,927}{1,026 + 0,0426 + 0,927} = 0,464.$$

**Пример 11.** Точечный радиоактивный источник  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  находится в центре свинцового сферического контейнера с толщиной стенок  $x = 1$  см и наружным радиусом  $R = 0,2$  м. Определить максимальную активность  $A_{\max}$  источника, который можно хранить в контейнере, если допустимая плотность потока  $\gamma$ -фотонов при выходе из контейнера  $J_{\text{доп}} = 8 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$ . Принять, что при каждом акте распада ядра  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  испускается  $n = 2\gamma$ -фотона, средняя энергия которых  $\langle \varepsilon \rangle = 1,25$  МэВ.

**Решение.** Активность радиоактивного источника связана с потоком излучения  $\gamma$ -фотонов соотношением  $\Phi = An$ , где  $n$  – число  $\gamma$ -фотонов, испускаемых при одном акте распада. Тогда  $A = \Phi/n$ . Поток  $\Phi$ , входящий в эту формулу, выразим через плотность потока. Плотность потока на расстоянии  $R$  от точечного источника излучений  $J_1 = \Phi / (4\pi R^2)$ .

После прохождения излучений через свинцовую стенку контейнера плотность потока уменьшится и выразится соотношением  $J_2 = J_1 e^{-\mu x}$ . Объединив обе формулы, найдем  $J_1 e^{\mu x} = \Phi / (4\pi R^2)$  и  $\Phi = 4\pi R^2 J_1 e^{\mu x}$ .

Тогда  $A = \Phi/n = 4\pi R^2 J_1 e^{\mu x} / n$ .

При  $J_2 = J_{\text{доп}}$  формула выражает максимальную активность, допустимую для хранения источника в контейнере:  $A_{\text{max}} = 4\pi R^2 J_{\text{доп}} e^{\mu x} / n = 3,8$  МБк. Здесь линейный коэффициент ослабления  $\mu$  для  $\gamma$ -фотонов с энергией  $\langle \varepsilon \rangle = 1,25$  МэВ принят равным  $0,64 \text{ см}^{-1}$  (см. рис. 3).

**Пример 12.** Тело массой 30 кг в течение 2 ч поглотило энергию 3 Дж ионизирующего излучения. Определить поглощенную дозу и мощность поглощенной дозы в единицах СИ и во внесистемных единицах.

Решение.  $D_{\text{п}} = \Delta W / \Delta m = 3/30 = 0,1$  Дж/кг = 0,1 Гр, или 10 рад;

Мощность поглощенной дозы

$P_{\text{п}} = D_{\text{п}} / \Delta t = 0,1 / (2 \cdot 3600) = 1,39 \cdot 10^{-5}$  Вт/кг =  $1,39 \cdot 10^{-5}$  Гр/с, или  $1,39 \cdot 10^{-3}$  рад/с.

**Пример 13.** Воздух, находящийся при нормальных условиях, облучается рентгеновскими лучами. Доза излучения равна одному рентгену. Найти число пар ионов, образованных излучением в объеме  $V = 1 \text{ см}^3$ .

Решение. Ионы, образованные в массе  $m$  воздуха экспозиционной дозой  $X$ , рентгеновского излучения переносят заряд  $q = X m$ . Масса  $m$  воздуха  $m = \frac{pVM}{RT}$ , где  $p$  – давление воздуха,  $T$  – температура воздуха,  $M$  – масса одного моля,  $R$  – газовая постоянная.

Искомое число пар ионов равно  $N = q/q_e$ , где  $q_e$  – величина элементарного электрического заряда, равная заряду каждого иона.

Тогда  $N = X \frac{pVM}{q_e RT} = 2,1 \cdot 10^9$  пар ионов.

При расчете принято:  $X = 1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4}$  Кл/кг сут (см. прил. 3, табл. ПЗ.1),  $p = 10^5 \text{ Н/м}^2$ ,  $M = 29,1 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ ,  $T = 273 \text{ К}$ ,  $V = 10^{-6} \text{ м}^3$ .

**Пример 14.** Космическое излучение на экваторе на уровне моря образует в среднем  $N = 24$  пары ионов в воздухе объемом  $V = 1 \text{ см}^3$  за время  $t_1 = 10$  с. Определить экспозиционную дозу  $X$ , получаемую человеком за время  $t_2 = 1$  г.

Решение. Получаемая человеком экспозиционная доза  $X = \dot{X}t_2$ , где  $\dot{X} = Q/(mt_1)$  – мощность экспозиционной дозы,  $Q$  – заряд ионов одного знака, образуемых излучением за время  $t_1$  в воздухе массой  $m = \rho V$ ,  $\rho$  – плотность воздуха,  $V$  – объем воздуха. Заряд всех ионов одного знака найдем, помножив элементарный заряд на число ионов  $Q = q_e N$ . С подстановкой данных формула экспозиционной дозы переписывается в виде  $X = \dot{X}t_2 = Qt_2/(mt_1) = q_e N t_2 / (\rho V t_1)$ . Подставив значения величин (в СИ) и выполнив вычисления, получим  $X = 9,41$  мкКл/кг.

**Пример 15.** Воздух в объеме  $V$  облучается рентгеновскими лучами. Доза излучения равна 4,5 Р. Какая доля атомов, находящихся в данном объеме, будет ионизована этим излучением?

Решение. Ионы, образованные в массе  $m$  воздуха экспозиционной дозой  $X$ , рентгеновского излучения переносят заряд  $q = Xm$ . Масса  $m$  воздуха  $m = \frac{pVM}{RT}$ , где  $p$  – давление воздуха,  $T$  – температура воздуха,  $M$  – масса одного моля,  $R$  – газовая постоянная.

Число пар ионов равно  $N_1 = q/q_e$ , где  $q_e$  – величина элементарного электрического заряда, равная заряду каждого иона.

$$\text{Тогда } N_1 = \frac{Xm}{q_e} = \frac{XpVM}{RTq_e}; \quad N = \frac{pVN_A}{RT}.$$

Искомая доля ионизованных атомов:

$$\frac{N_1}{N} = \frac{XM}{N_A q_e} = \frac{4,5 \cdot 29,1 \cdot 10^{-3}}{3876 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,52 \cdot 10^{-10}.$$

**Пример 16.** Воздух, находящийся при нормальных условиях в ионизационной камере объемом 6 см<sup>3</sup>, облучается рентгеновскими лучами. Мощность дозы рентгеновских лучей равна 0,48 мР/ч. Определить ионизационный ток насыщения.

Решение. Искомое число пар ионов  $N = \frac{Xm}{q_e} = \frac{XpVM}{RTq_e}$ .

Ионизационный ток насыщения в камере

$$I_{\text{нас}} = \frac{Nq_e}{\Delta t} = \frac{XpVM}{RT\Delta t} = \frac{0,48 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 29,1 \cdot 10^{-3}}{3876 \cdot 8,31 \cdot 300 \cdot 3600} = 2,65 \text{ мкА.}$$

**Пример 17.** На расстоянии  $r_1 = 40$  см от точечного источника мощность экспозиционной дозы  $\gamma$ -излучения  $P_{\text{экс}} = 4,30$  мкА/кг. Определить интервал времени  $t$ , в котором можно находиться на расстоянии  $r_2 = 6$  м от источника при предельно допустимой экспозиционной дозе  $X = 5,16$  мкКл/кг. Поглощением  $\gamma$ -излучения в воздухе пренебречь.

**Решение.** Так как поглощением  $\gamma$ -излучения в воздухе пренебрегаем, то потери мощности экспозиционной дозы могут быть из-за геометрического расхождения:  $P_2 = P_1(r_1/r_2)^2 = 4,3 \cdot 10^{-6} \cdot (0,4/6)^2 = 0,0191$  мкА/кг. Искомое время  $t = X_{\text{пред}}/P_2 = 5,16 \cdot 10^{-6}/(0,0191 \cdot 10^{-6}) = 270,16$  с, или 4,5 мин.

**Пример 18.** Определить в единицах СИ и внесистемных единицах эквивалентную дозу и мощность эквивалентной дозы для костной ткани человека, если при 1,5-минутном рентгеновском обследовании мощность экспозиционной дозы  $6,1$  пКл/(кг  $\cdot$  с). Переходный коэффициент  $f = 4$ .

**Решение.** Экспозиционная доза  $X = P_{\text{экс}} \cdot \Delta t = 6,1 \cdot 10^{-12} \cdot 90 = 5,5 \cdot 10^{-10}$  Кл/кг, или  $2,13 \cdot 10^{-6}$  Р = 2,13 мкР. Эквивалентная доза  $H = DK = fKX = 4 \cdot 1 \cdot X = 22 \cdot 10^{-10}$  Кл/кг, или  $2,2 \cdot 10^{-9}$  Зв, или  $2,2 \cdot 10^{-7}$  бэр. Коэффициент качества для рентгеновского излучения  $K = 1$ .

Мощность  $P_{\text{экв}} = H/\Delta t = 22 \cdot 10^{-10}/90 = 0,24 \cdot 10^{-10}$  Зв/с, или  $0,24 \cdot 10^{-8}$  бэр/с.

### Задачи для практических и семинарских занятий

1. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра для случаев, когда к рентгеновской трубке приложена разность потенциалов: 30, 40 и 50 кВ.

2. Определить материал анодного зеркала рентгеновской трубки, если при напряжении 90 кВ анодом и катодом КПД трубки составил 0,1 %. Коэффициент пропорциональности  $k = 1,5 \cdot 10^{-10}$  В<sup>-1</sup>.

3. Как можно увеличить силу тока в рентгеновской трубке, не меняя напряжения в ней?

4. Какое наименьшее напряжение надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить все линии  $K$ -серии, если в качестве ма-

териала антикатада использовать: 1) медь, 2) серебро, 3) вольфрам, 4) платину? Данные взять в прил. 1, табл. П1.2.

5. Найти наибольшую длину волны  $K$ -серии рентгеновских лучей в трубке с антикатодом из молибдена, тантала, вольфрама, платины. Данные взять в прил. 1, табл. П1.2.

6. Счетчик детектора альфа-, бета- и гамма-излучения фиксирует большую скорость счета. При вставке листа бумаги между радиоактивным источником и детектором скорость счета резко падает, оставаясь выше фонового. При вставке листа алюминия скорость счета практически не меняется. Определить с разьяснением вид излучения.

7. Счетчик детектора радиоактивного излучения последовательно за каждую из трех минут показывает: 11, 9 и 16 импульсов в минуту. При размещении радиоактивного источника вблизи окна трубки счетчик за три последовательные минуты показывает значения 1310, 1270 и 1296 импульсов в минуту. При вставке листа бумаги между источником и окном скорости счета за три последовательные минуты составляют 1250, 1242 и 1236 импульсов в минуту. При замене листа бумаги листом алюминия толщиной 2 см счетчик за три последовательные минуты показывает 13, 12 и 11 импульсов в минуту. Почему показания счетчика не равны нулю при отсутствии источника? Почему показания в каждой группе измерений отличаются? Определить вид радиоактивного излучения.

8. Определить массу радона с активностью 1 Ки.

9. При нормальных условиях средний свободный пробег вылетающей из радона  $\alpha$ -частицы равен 3,5 см (см. прил. 2, табл. П2.2). Какое количество тепла выделяет 1 Ки радона в час и за среднее время жизни?

10. Активность радона в закрытом сосуде 500 мКи. Определить изотоп радона и время, через которое активность радона в сосуде станет равной  $3 \cdot 10^9$  Бк. Постоянная распада  $\lambda = 0,181 \text{ сут}^{-1}$ .

11. Вычислить удельные активности йода  $^{131}_{53}\text{I}$  и цезия  $^{137}_{55}\text{Cs}$ .

12. Постоянная распада  $\lambda$  радиоактивного изотопа натрия, входящего в состав тканей организма человека, равна  $1,28 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ . Чему равны среднее время жизни и процент распада изотопа за это время?

13. Найти число распавшихся ядер  $^{130}_{53}\text{I}$  за сутки. Начальное число ядер  $N_0 = 10^{22}$ .

14. Сколько ядер из одного моля радиоактивного кобальта  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  распадается за первый, второй и третий месяцы?

15. Количество  $N_0$  радона  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$  помещено в пустой сосуд. Построить график зависимости относительного изменения количества радона  $N/N_0$  в сосуде от времени в интервале  $0 \leq t \leq 10$  сут через каждые двое сут. По кривой графика определить период  $T$  полураспада радона.

16. В закрытой ампуле находится препарат с 1,5 г радия  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ . Определить массу  $m$  радона  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ , который накопится по истечении полупериода ( $T/2$ ) полураспада радона?

17. Некоторое количество радия помещено в замкнутый сосуд. Через сколько времени количество атомов радона  $N$  в этом сосуде будет отличаться на 10 % от того количества атомов радона  $N'$ , которое соответствует радиоактивному равновесию радия с радоном в этом сосуде? Построить кривую, дающую зависимость  $N/N'$  от времени в интервале  $0 \leq t \leq 6T$ . На оси абсцисс за единицу времени принять период полураспада радона  $T$ .

18. Возраст древнего деревянного предмета приближенно определяется по удельной массовой активности изотопа  ${}^{14}_6\text{C}$  в нем. Сколько лет тому назад было срублено дерево, которое пошло на изготовление предмета, если удельная массовая активность углерода в нем составляет 75 % от удельной массовой активности растущего дерева?

19. Определить изменение интенсивности рентгеновских лучей с длиной волны  $0,2 \text{ \AA}$  при прохождении слоя железа толщиной  $0,15 \text{ мм}$ . Массовый коэффициент поглощения железом этой длины волны  $\mu_m = 1,1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг}^{-1}$ . Найти толщину слоя половинного ослабления для железа.

20. Определить величину поглощенной дозы  $D_{\text{п}}$  излучения воздухом при нормальных условиях и энергетически эквивалентную экспозиционной дозе  $X = 1 \text{ Р}$ .

21. Тело массой  $36 \text{ кг}$  в течение  $1,5 \text{ ч}$  поглотило энергию  $7,2 \text{ Дж}$  ионизирующего излучения. Определить поглощенную дозу и мощность поглощенной дозы в единицах СИ и во внесистемных единицах.

22. У карманного дозиметра с электроемкостью  $C = 2 \text{ пФ}$  эффективная вместимость  $V$  ионизационной камеры равна  $1 \text{ см}^3$ . Камера содержит воздух при нормальных условиях. Дозиметр заряжен до потенциала  $\varphi_1 = 150 \text{ В}$ . Под действием излучения потенциал снизился до  $\varphi_2 = 110 \text{ В}$ . Определить экспозиционную дозу  $X$  излучения.

23. Под действием космических лучей за промежуток времени  $\Delta t = 1$  мин в воздухе объемом  $V = 1 \text{ см}^3$  при нормальных условиях образуется в среднем  $N = 120$  пар ионов. Определить экспозиционную дозу  $X$  излучения, действию которого подвергается человек за  $t = 1$  сут.

24. На расстоянии  $r = 1$  м от точечного источника мощность  $P_{\text{экс}}$  экспозиционной дозы  $\gamma$ -излучения равна 50 мР/мин. Определить минимальное расстояние от источника, на котором можно ежедневно работать по 6 ч без защиты. Предельно допустимой эквивалентной дозой при профессиональном облучении считать 5 бэр в течение года. Поглощение  $\gamma$ -излучения воздухом не учитывать.

25. Определить эквивалентную дозу для костной ткани человека, поглощающей  $\alpha$ -частицы. Экспозиционная доза составила при этом величину  $3 \cdot 10^{-13}$  Кл/кг. Ответ дать в единицах СИ и внесистемных единицах. Переходный коэффициент  $f = 3$ .

26. Выразить величину мощности  $P_{\text{экс}} = 4000$  мкЗв/г. эквивалентной дозы для рентгеновского и  $\gamma$ -излучений в единицах мощности экспозиционной дозы во внесистемных единицах мкР/ч, принимая переходный коэффициент  $f = 2$ .

27. Провести анализ данных предельно допустимых доз облучения (см. прил. 3, табл. П.3.3), ответив на следующие вопросы: 1. Как соотносятся данные соседних столбцов (недели – годы) в строках? 2. Как меняются ограничения по предельно допустимым дозам облучения (по строкам и столбцам) и какой категории соответствуют наибольшие ограничения? 3. Сопоставить данные с коэффициентами радиационного риска (см. с. 13).

## Расчетно-графическая работа I

Таблица вариантов РГР I

Вариант	Номер задачи									
	01	11	21	31	41	51	61	71	81	91
1	01	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	02	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	03	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	04	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	05	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	06	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	07	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	08	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	09	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

*Рабочие параметры рентгеновской трубки. Тормозное излучение*

01. Определить скорость  $v$  падающих на антикатод рентгеновской трубки электронов, если в сплошном спектре рентгеновского излучения минимальная длина волны  $\lambda_{\min} = 1$  нм.

02. Определить коротковолновую границу  $\lambda_{\min}$  сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением  $U = 30$  кВ.

03. Рентгеновская трубка работает под напряжением  $U = 1$  МВ. Определить наименьшую длину волны  $\lambda_{\min}$  рентгеновского излучения.

04. Определить КПД рентгеновской трубки с анодным зеркалом из вольфрама. Напряжение между анодом и катодом 60 кВ, ( $k = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ В}^{-1}$ ).

05. Определить материал анодного зеркала рентгеновской трубки, если при напряжении между анодом и катодом 91,32 кВ. КПД трубки равен 0,1 % ( $k = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ В}^{-1}$ ).

06. Найти граничную длину волны тормозного рентгеновского излучения для напряжений  $U_1 = 2$  кВ и  $U_2 = 20$  кВ. Во сколько раз энергия фотонов этих излучений больше энергии фотона с длиной волны  $\lambda = 760$  нм, соответствующего красному цвету?

07. В каком случае поток рентгеновского излучения будет больше: при увеличении вдвое силы тока и сохранении напряжения или при увеличении вдвое напряжения и сохранении величины тока?

08. Определить поток рентгеновского излучения при  $U = 10$  кВ,  $I = 1$  мА. Анод изготовлен из вольфрама. Скольким фотонам в секунду соответствует этот поток при допущении излучения электромагнитной волны длиной  $3/2$  от длины волны, соответствующей границе спектра тормозного рентгеновского излучения ( $k = 10^{-9} \text{ В}^{-1}$ )?

09. Определить коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в 2 раза.

10. Определить напряжение  $U$ , приложенное к рентгеновской трубке, чтобы получить рентгеновские лучи длиной волны  $0,016 \text{ \AA}$ ?

*Характеристическое излучение*

11. Вычислить наибольшую длину волны  $\lambda_{\max}$  в  $K$ -серии характеристического рентгеновского спектра скандия.

12. При исследовании линейчатого рентгеновского спектра некоторого элемента было найдено, что длина волны  $\lambda$  линии  $K_\alpha$  равна 76 пм. Определить элемент анодного зеркала.

13. На рентгеновской трубке антикатод покрыт ванадием. Определить наименьшее напряжение  $U_{\min}$ , обеспечивающее в спектре излучения все линии  $K$ -серии. Граница  $K$ -серии ванадия  $\lambda = 2,26 \text{ \AA}$ .

14. Определить энергию  $\varepsilon$  фотона, соответствующего линии  $K_\alpha$  в характеристическом спектре марганца ( $Z = 25$ ).

15. В атоме вольфрама электрон перешел с  $M$ -слоя на  $L$ -слой. Определить длину волны испущенного фотона. Постоянная экранирования  $\sigma = 5,5$ .

16. Вычислить длину волны  $\lambda$  и энергию  $\varepsilon$  фотона  $K_\alpha$ -линии в спектре характеристического рентгеновского излучения платины.

17. При каком наименьшем напряжении  $U_{\min}$  на рентгеновской трубке начинают появляться линии серии  $K_\alpha$  меди?

18. Найти наибольшую длину волны  $K$ -серии рентгеновских лучей, в трубке с антикатодом из железа, меди и серебра (см. прил. 1, табл. П1.2).

19. При переходе электрона в атоме вольфрама с  $M$ -слоя на  $L$ -слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны  $\lambda = 1,4 \text{ \AA}$ . Определить постоянную экранирования  $\sigma$  для  $L$ -серии рентгеновских лучей.

20. При переходе электрона в атоме с  $L$ -слоя на  $K$ -слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны  $0,788 \text{ \AA}$ . Определить элемент.

### *Ионизационные счетчики*

21. Установленный вблизи препарата радиоактивного изотопа серебра счетчик Гейгера регистрирует поток  $\beta$ -частиц. При первом измерении поток частиц  $\Phi_1 = 87 \text{ с}^{-1}$ , а по истечении суток поток  $\Phi_2 = 22 \text{ с}^{-1}$ . Определить период  $T$  полураспада изотопа.

22. Счетчик детектора альфа-, бета- и гамма-излучения, размещенного на расстоянии 15 см от радиоактивного источника, фиксирует скорость счета выше фонового. При вставке листа бумаги и листа алюминия между источником и детектором скорость счета практически не меняется. Определить с объяснением вид излучения.

23. Счетчик детектора альфа-, бета- и гамма-излучения, расположенного на расстоянии  $d = 1$  см от радиоактивного источника, фикс-

сирует скорость счета значительно выше фонового. При удалении источника от детектора скорость счета монотонно падает обратно пропорционально  $d^2$ . Определить с объяснением вид излучения.

24. Счетчик детектора альфа-, бета- и гамма-излучения, расположенного в непосредственной близости от радиоактивного источника, фиксирует большую скорость счета. При вставке листа бумаги между источником и детектором скорость счета практически не меняется. При вставке листа алюминия толщиной 1 мм скорость счета заметно снижается. При увеличении толщины алюминия до пяти листов скорость счета упала до фонового. Определить с объяснением вид излучения.

25. Счетчик детектора альфа-, бета- и гамма-излучения, расположенного в непосредственной близости от радиоактивного источника, фиксирует большую скорость счета. При вставке листа бумаги между источником и детектором скорость счета практически не меняется. При вставке листа алюминия толщиной 5 мм скорость счета заметно снижается. Увеличение толщины вставки за счет листа свинца толщиной 5 см привело к снижению скорости счета до фонового. Объяснить вид излучения.

26. Определяющий альфа-, бета- и гамма-излучения детектор и радиоактивный источник помещены в герметичную камеру на расстоянии 5 см друг от друга и при атмосферном давлении. На счетчике детектора наблюдается скорость счета на уровне фонового. По мере выкачивания воздуха из камеры скорость счета растет и достигает максимального значения  $2000 \text{ с}^{-1}$ . Определить с объяснением вид излучения.

27. Эксперимент предыдущей задачи (№ 26) был повторен через шесть часов. Максимальная скорость счета составила  $250 \text{ с}^{-1}$ . Определить период  $T$  полураспада радиоактивного изотопа источника.

28. Счетчик, соединенный с трубкой Гейгера – Мюллера, последовательно за каждую минуту показывает 10, 8, 15, 13, 19, 12, 10, 13, 8, 17 импульсов в минуту. После экспериментов с радиоактивным источником при измерении фоновой радиации счетчик последовательно каждую минуту показывает 20, 15, 13, 8, 12, 6, 9, 11, 12, 9 импульсов в минуту. Определить средний фоновый счет.

29. Ионизационные счетчики Гейгера – Мюллера регистрируют в отсутствие радиоактивного препарата радиационный фон. Какое количество радона создает фон, дающий один импульс счетчика за 5 с?

30. При помощи ионизационного счетчика исследуется скорость распада радиоактивного препарата с периодом полураспада  $T \gg 10$  с. В начальный момент времени счетчик дает 75 импульсов за 10 с. Определить, какое число импульсов за 10 с даст счетчик по истечении половины полупериода распада.

### *Радиоактивность радона*

31. Определить активность радона, образовавшегося из 1 г радия за 1 ч.

32. Активность радона в закрытом сосуде 650 мКи. Определить время, через которое активность радона в сосуде станет  $45 \cdot 10^8$  Бк. Постоянную распада радона принять равной  $0,181 \text{ сут}^{-1}$ .

33. Активность радона в закрытом сосуде 470 мКи. Через какой интервал времени его активность станет  $23 \cdot 10^8$  Бк?

34. Определить массу  $m_2$  радона  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ , находящегося в радиоактивном равновесии с радием  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$  массой  $m_1 = 1$  г.

35. За сутки из  $2 \cdot 10^6$  атомов изотопа радона распадается десятая часть. Определить период полураспада  $T$ .

36. Число атомов радона уменьшается за сутки на 16,6 %. Определить постоянную распада  $\lambda$  радона.

37. Если кинетическая энергия вылетающей из радона  $\alpha$ -частицы равна 5,5 МэВ, то какое количество тепла выделяет 1 Ки радона в час и за среднее время жизни?

38. Определить часть не распавшегося количества ядер радиоактивного изотопа по истечении интервала времени, равного двум средним временам жизни радиоактивного ядра.

39. Некоторое количество радия  $N_{\text{Ra}}$  помещено в замкнутый сосуд. Через сколько времени количество атомов радона  $N_{\text{Rn}}$  в этом сосуде будет отличаться на 50 % от того количества атомов радона  $N'_{\text{Rn}}$ , которое соответствует радиоактивному равновесию радия с радоном в этом сосуде?

40. В ампулу помещен радон активностью 400 мКи. Через какой интервал времени радон обретет активность  $2,22 \cdot 10^9$  расп/с?

*Радиоактивные изотопы элементов*

41. Определить активности 1 мг фосфора  $^{32}_{15}\text{P}$  и радия  $^{228}_{88}\text{Ra}$ .
42. Определить удельную активность изотопов урана  $^{235}_{92}\text{U}$  и  $^{238}_{92}\text{U}$ .
43. Вычислить удельную активность радона  $^{222}_{86}\text{Rn}$  и кобальта  $^{60}_{27}\text{Co}$ .
44. Определить отношение массовой активности  $a_1$  стронция  $^{90}_{38}\text{Sr}$  к массовой активности  $a_2$  радия  $^{226}_{88}\text{Ra}$ .
45. Скольким периодам  $T$  полураспада равен промежуток времени уменьшения активности  $A$  препарата в  $k = 250$  раз?
46. Определить промежуток времени  $\tau$ , в течение которого активность  $A$  изотопа стронция  $^{90}_{38}\text{Sr}$  уменьшится в 10 раз? в 100 раз?
47. Найти активность и число частиц радиоактивных газов в атмосфере, если за 1 мин произошло  $3,2 \cdot 10^4$  распадов. Постоянную распада  $\lambda$  принять равной  $1,28 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ .
48. Найти активность 1 мкг радиоактивного изотопа лития  $^8_3\text{Li}$ .
49. Период полураспада одного из радиоактивных изотопов радона равен 3,825 дня. Чему равна активность 1 мкг этого изотопа?
50. Приведены результаты измерений зависимости активности радиоактивного элемента от времени. Определить период полураспада элемента.

$t, \text{ ч}$	0	3	6	9	12	15
$A, \text{ мКи}$	21,6	12,6	7,6	4,2	2,4	1,8

*Смеси радиоактивных изотопов элементов*

51. Найти массу  $m_2$  урана  $^{238}_{92}\text{U}$ , имеющего такую же активность  $A$ , как масса  $m_1 = 1$  мг стронция  $^{90}_{38}\text{Sr}$ .
52. Уран  $^{234}_{92}\text{U}$  – продукт распада наиболее распространенного изотопа урана  $^{238}_{92}\text{U}$ . Определить период полураспада  $T$  урана  $^{234}_{92}\text{U}$ , если его массовая доля  $w$  в естественном уране  $^{238}_{92}\text{U}$  равна  $6 \cdot 10^{-5}$ .
53. Природный уран – смесь трех изотопов:  $^{234}_{92}\text{U}$ ,  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{238}_{92}\text{U}$ . Содержание урана  $^{234}_{92}\text{U}$  ничтожно (0,006 %), на долю  $^{235}_{92}\text{U}$  приходит-

ся 0,71 %, а остальную массу (99,28 %) составляет уран  $^{238}_{92}\text{U}$ . Вычислить процентную долю радиоактивности, вносимую изотопом  $^{235}_{92}\text{U}$  в общую радиоактивность природного урана.

54. Определить объем гелия, образующийся в результате распада 1 г радия за год при нормальных условиях.

55. Свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, поэтому из соотношения количеств урана и свинца в руде можно определить возраст руды. Определить возраст урановой руды, если известно, что на 1 кг урана  $^{238}_{92}\text{U}$  в руде приходится 320 г свинца  $^{206}_{82}\text{Pb}$ .

56. Зная периоды полураспада радия и урана, найти, сколько атомов урана приходится на один атом радия в природной урановой руде.

Примечание: радиоактивность природного урана обусловлена в основном изотопом  $^{238}_{92}\text{U}$ .

57. Из какого наименьшего количества руды, содержащей 42 % чистого урана, можно получить 1 г радия?

58. К 10 мг радиоактивного изотопа  $^{45}_{20}\text{Ca}$  примешано 30 мг нерадиоактивного изотопа  $^{40}_{20}\text{Ca}$ . Насколько уменьшилась удельная активность препарата?

59. Определить массу добавки радиоактивного изотопа  $^{210}_{83}\text{Bi}$  к 5 мг нерадиоактивного изотопа  $^{209}_{83}\text{Bi}$ , чтобы через 10 сут число распавшихся атомов равнялось числу всех не распавшихся.

60. Определить массу  $m_2$  урана  $^{238}_{92}\text{U}$  с активностью  $A$ , равной активности массы  $m_1 = 1$  мг цезия  $^{137}_{55}\text{Cs}$ .

### *Мощность и энергия излучений*

61. Определить энергию  $W$  гамма-излучения, излучаемую за время  $t = 5$  мин радиоактивным изотопом  $^{22}_{11}\text{Na}$  массой  $m = 5$  г. При каждом акте распада излучается один  $\gamma$ -фотон с энергией  $\varepsilon = 1,28$  МэВ.

62. Определить активность  $A$  точечного изотропного радиоактивного источника, создающего на расстоянии  $r = 1$  м интенсивность  $I = 1,6$  мВт/м<sup>2</sup> гамма-излучения. При каждом акте распада ядра излучается один ( $n = 1$ )  $\gamma$ -фотон с энергией  $\varepsilon = 1,33$  МэВ.

63. Определить интенсивность  $I$  гамма-излучения на расстоянии  $r = 5$  см от точечного изотропного радиоактивного источника, имеющего активность  $A = 148$  ГБк. Считать, что при каждом акте распада излучается в среднем  $n = 1,8$   $\gamma$ -фотонов с энергией  $\varepsilon = 0,51$  МэВ каждый.

64. Определить количество тепла, выделяемое одним грамм-атомом урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  за среднюю продолжительность жизни атомов, если 1 г урана в равновесии с продуктами распада выделяет мощность 0,107 мкВт.

65. Из препарата радия вылетают  $\alpha$ -частицы со скоростью  $1,5 \cdot 10^4$  км/с и ударяются о флуоресцирующий экран. Считая, что экран потребляет 0,25 Вт на 1 кд, оценить силу света экрана, если на него падают все  $\alpha$ -частицы, испускаемые 1 мкг радия.

66. При радиоактивном распаде ядра атома радия кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы  $T = 4,78$  МэВ. Найти ее скорость и полную энергию.

67. При радиоактивном распаде ядра атома полония  ${}^{214}_{84}\text{Po}$  кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы  $T = 7,68$  МэВ. Найти скорость и полную энергию.

68. При радиоактивном распаде ядра атома полония  ${}^{214}_{84}\text{Po}$  кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы  $T = 7,68$  МэВ. Принимая, что на образование одной пары ионов в воздухе требуется энергия  $W_0 = 34$  эВ, определить число пар ионов, образуемых  $\alpha$ -частицей, и ток насыщения в ионизационной камере от всех  $\alpha$ -частиц, испускаемых 1 мкКи полония.

69. На образование одной пары ионов в сухом воздухе в среднем требуется энергия 34 эВ. При радиоактивном распаде ядра атома радия кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы  $T = 4,78$  МэВ. Определить ток насыщения в ионизационной камере от всех  $\alpha$ -частиц, испускаемых 1 мкКи радия.

70. Определить энергию  $\beta$ -излучения и число  $\beta$ -частиц при точном радиоактивном распаде 1 г углерода  ${}^{14}_6\text{C}$ . При каждом акте распада излучается  $\beta$ -частица с энергией 0,155 МэВ.

### *Поглощение гамма-излучений*

71. Определить число  $N$  слоев половинного ослабления, уменьшающих интенсивность  $I$  узкого пучка  $\gamma$ -излучения в  $k = 128$  раз.

72. Определить для бетона толщину слоя  $x_{1/2}$  половинного ослабления узкого пучка  $\gamma$ -излучения с энергией фотонов  $\varepsilon = 0,65$  МэВ. При решении использовать данные рис. 3.

73. На какую глубину нужно погрузить в воду источник узкого пучка  $\gamma$ -излучения (энергия гамма-фотонов  $\varepsilon = 1,6$  МэВ), чтобы интенсивность  $I$  пучка, выходящего из воды, была уменьшена в  $k = 1000$  раз? При решении использовать данные рис. 3.

74. Интенсивность  $I$  узкого пучка  $\gamma$ -излучения после прохождения через слой свинца толщиной  $x = 42$  мм уменьшилась в  $k = 8$  раз. Определить энергию  $\varepsilon$  фотонов и толщину  $x_{1/2}$  слоя половинного ослабления. При решении использовать данные рис. 3.

75. Определить максимальную толщину  $x_{1/2, \max}$  слоя половинного ослабления для свинца и ее задающее значение энергии  $\varepsilon$  фотонов узкого пучка  $\gamma$ -излучения. При решении использовать данные рис. 3.

76. Узкий пучок  $\gamma$ -фотонов с энергией  $\varepsilon = 2,4$  МэВ проходит через бетонную плиту толщиной  $x_1 = 1$  м. Какой толщины  $x_2$  плита из чугуна даст такое же ослабление этого пучка?

77. Чугунная плита уменьшает интенсивность  $I$  узкого пучка  $\gamma$ -излучения (энергия фотонов  $\varepsilon = 2,8$  МэВ) в  $k = 10$  раз. Во сколько раз уменьшит интенсивность этого пучка свинцовая плита такой же толщины? Линейный коэффициент ослабления определить по графику рис. 3.

78. Определить толщину  $x_{1/2}$  слоя половинного ослабления алюминия для рентгеновских лучей, если известно, что массовый коэффициент поглощения алюминия для используемой длины волны равен  $63 \text{ см}^2/\text{кг}$ .

79. Для какой длины волны получены табличные данные значений толщины  $x_{1/2}$  слоя половинного ослабления рентгеновских лучей, энергия которых равна 1 МэВ? Определить линейный и массовый коэффициенты поглощения этих материалов для данной энергии рентгеновских лучей.

Вещество	Вода	Алюминий	Железо	Свинец
$x_{1/2}, \text{ см}$	10,2	4,5	1,56	0,87

80. Сколько слоев половинного ослабления необходимо для уменьшения интенсивности рентгеновских лучей в 80 раз?

*Поглощенная и экспозиционная дозы излучения*

81. Тело массой 70 кг в течение суток поглотило энергию 10 Дж ионизирующего излучения. Определить поглощенную дозу и мощность поглощенной дозы в единицах СИ и во внесистемных единицах.

82. Тело массой 60 кг в течение 6 ч поглотило энергию 1 Дж ионизирующего излучения. Определить поглощенную дозу и мощность поглощенной дозы в единицах СИ и во внесистемных единицах.

83. Определить в единицах СИ и внесистемных единицах поглощенную дозу и ее мощность в мягких тканях человека, если мощность экспозиционной дозы при рентгеновской томографии составила 5,8 пКл/(кг · с). Обследование длится 2 мин. Переходный коэффициент  $f = 0,9$ .

84. Определить в единицах СИ и внесистемных единицах поглощенную дозу и ее мощность в костной ткани ( $f = 4$ ) человека, если мощность экспозиционной дозы при рентгеновской томографии оказалась равной 6,1 пКл/(кг · с), а процедура обследования длилась 1,5 мин.

85. Какая доля молекул воздуха при нормальных условиях ионизируется рентгеновским излучением с экспозиционной дозой  $X = 258$  мкКл/кг?

86. Определить энергию  $W$ , поглощаемую воздухом массой  $m = 5$  г при нормальных условиях с экспозиционной дозой  $\gamma$ -излучения  $X = 258$  мкКл/кг.

87. Создаваемая удаленным источником  $\gamma$ -излучения с энергией фотонов  $\varepsilon = 2$  МэВ мощность  $\dot{X}$  экспозиционной дозы равна 0,86 мкА/кг. Определить толщину  $x$  свинцового экрана, снижающего мощность экспозиционной дозы до предельно допустимого уровня  $X = 0,86$  нА/кг.

88. На расстоянии  $l = 10$  см от точечного источника  $\gamma$ -излучения мощность экспозиционной дозы  $P_{\text{экс}} = 0,86$  мкА/кг. Определить наименьшее расстояние  $l_{\text{min}}$  от этого источника, на котором экспозиционная доза не превысит предельно допустимую  $X_{\text{пд}} = 5,16$  мкКл/кг за 6 ч. Поглощением  $\gamma$ -излучения в воздухе пренебречь.

89. Рентгеновская трубка создает на некотором расстоянии мощность дозы в 258 мкА/кг. Определить скорость образования пар ионов в одном грамме воздуха на данном расстоянии.

90. При получении организмом летальной дозы 10 Гр ионизирующей радиации тепловой эквивалент поглощенной энергии позволил бы нагреть 1 г живой ткани на  $2 \cdot 10^{-3}$  градуса. Определить среднюю удельную теплоемкость живой ткани.

*Эквивалентная доза излучения. Коэффициент качества излучения*

91. Определить поглощенную дозу веществом А, если эффективная эквивалентная доза  $\gamma$ -облучения составила 3 Зв.

Вещество А:

1. Красный костный мозг. 2. Щитовидная железа. 3. Молочная железа. 4. Легкие. 5. Яичники и семенники.

92. Экспериментально доказано, что лучевые катаракты у кроликов развиваются при действии  $\gamma$ -излучения дозой 200 рад. Определить эквивалентные дозы  $\beta$ -излучения, протонов, нейтронов и  $\alpha$ -частиц.

93. Массой 10 г живой ткани поглощается  $10^9$   $\alpha$ -частиц с энергией до  $E = 5$  МэВ. Определить поглощенную и эквивалентную дозы.

94. Определить поглощенную и эквивалентную дозы, если тканью массой 2 кг поглощается  $\alpha$ -частица с энергией 0,5 МэВ.

95. Определить поглощенную и эквивалентную дозы, если мягкой тканью массой 0,5 кг поглощается рентгеновское излучение с энергией 0,1 МэВ.

96. Определить поглощенную и эквивалентную дозы, их мощности и мощность экспозиционной дозы, полученные костной тканью человека ( $f = 2$ ), если при четырехчасовом облучении величина экспозиционной дозы  $\gamma$ -излучения составила 46 нКл/кг.

97. Определить поглощенную и эквивалентную дозы, их мощности и мощность экспозиционной дозы в мягких тканях человека ( $f = 0,9$ ), если известно, что при трехчасовом облучении экспозиционная доза  $\gamma$ -излучения составила 39 нКл/кг.

98. Определить в СИ и внесистемных единицах эквивалентную дозу в мягких тканях ( $f = 1$ ) человека, если они поглощают  $\alpha$ -излучение. При этом экспозиционная доза составила 0,04 пКл/кг.

99. Определить в СИ и внесистемных единицах эквивалентную дозу и ее мощность в мягких тканях ( $f = 0,9$ ) человека, если мощность экспозиционной дозы в ходе двухминутной процедуры рентгеновского обследования составила 5,9 пКл/(кг · с).

100. Мощность экспозиционной дозы рентгеновского и  $\gamma$ -излучений составляет 20 мкР/ч для мягких тканей. Представить величину этой мощности в единицах мощности эквивалентной дозы – мкЗв/г.

## Часть II. БИОФИЗИКА НЕИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

### II.1. Акустические излучения

**Эффект Доплера.** Наблюдатель воспринимает частоту  $\nu'$ :

1. При приближении со скоростью  $\nu_n$  к неподвижному относительно среды источнику волны частотой  $\nu$ :  $\nu'_1 = \frac{\nu + \nu_n}{\nu} \nu$ .

2. При приближении со скоростью  $\nu_n$  источника к неподвижному относительно среды наблюдателю  $\nu'_2 = \nu/\lambda'_2 = \nu\nu/(\nu - \nu_n)$ .

3. При одновременном сближении наблюдателя и источника волны  $\nu' = \nu(\nu + \nu_n)/(\nu - \nu_n)$ .

При совместном удалении источника и наблюдателя знаки у  $\nu_n$  и  $\nu_n$  в уравнениях меняются. В общем виде  $\nu' = \frac{\nu \pm \nu_n}{\nu \pm \nu_n} \nu$ , где «верхние»

знаки в формуле работают при сближении источника и приемника волн, а «нижние» – при их удалении. Здесь  $\nu$  – скорость распространения звуковой волны в среде.

Пусть генератор ультразвука совмещен с приемником в одной технической системе, неподвижной относительно среды. В среде со скоростью  $\nu_0$  движется объект. Генератор излучает ультразвук с частотой  $\nu_r$ . Движущимся объектом (как наблюдателем) воспринимается частота  $\nu_1 = \nu_r(\nu + \nu_n)/\nu$ . Ультразвуковая волна с частотой  $\nu_1$  отражается движущимся объектом в сторону технической системы. Неподвижный приемник воспринимает другую частоту  $\nu_{пр} = \nu/\lambda'_2 = \nu\nu_1/(\nu - \nu_n)$ , или  $\nu_{пр} = \nu_r(\nu + \nu_n)/(\nu - \nu_n)$ .

Разность частот  $\nu_d = \nu_{пр} - \nu_r = 2\nu_0\nu_r/(\nu - \nu_0)$  называют *доплеровским сдвигом частоты*. При  $\nu \gg \nu_0$  выполняется  $\nu_d = 2\nu_0\nu_r/\nu$ .

**Характеристики излучения и восприятия звуковых волн.** Интенсивность (плотность потока энергии) звуковой волны  $I = \omega_p \nu$ , где  $\omega_p = \rho A^2 \omega_0^2 / 2$  – объемная плотность энергии колебательного движения,  $\nu$  – скорость звуковой волны в среде плотностью  $\rho$ .

Связь интенсивности  $I$  и звукового давления  $p$  для плоской волны  $I = p^2 / 2\rho\nu$ , где  $\rho\nu$  – удельное акустическое сопротивление вещества среды (прил. 4, табл. П4.1).

Коэффициент отражения звука на границе двух сред (*формула Рэлея*)

$$r = \left( \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} \right)^2.$$

Коэффициент проникновения звука из среды 1 в среду 2 на границе раздела  $\tau = 1 - r$ .

Уровень (*Level*) интенсивности звука  $I$  относительно порога слышимости  $I_0$  (начальный уровень логарифмической шкалы) в белах (Б):

$$L_B = \lg(I / I_0), \quad I = 10^{L_B} \cdot I_0,$$

или в децибелах (дБ):  $L_{дБ} = 10 \lg(I / I_0), \quad I = 10^{L_{дБ}/10} \cdot I_0.$

$$\text{Откуда следует } \lg \frac{I}{I_0} = \lg \frac{p^2}{p_0^2} = 2 \lg \frac{p}{p_0}.$$

Психофизический закон Вебера – Фехнера  $E = k \lg \left( \frac{I}{I_0} \right)$ , фон,

где  $k$  – коэффициент, зависящий от частоты и интенсивности звуковой волны.

При частоте гармонической волны 1 кГц шкалы численные значения громкости (в единицах «фон») и уровня интенсивности звука, дБ, полагаются совпадающими, и  $k = 10$  и  $E_{\text{Ф}} = L_{\text{дБ}} = 10 \lg(I / I_0)$ .

Соответствие между громкостью и интенсивностью звука на разных частотах задается кривыми одинаковой громкости (рис. 4), построенными по средним данным людей с нормальным слухом. Чувствительность человеческого уха растет при приближении слева и справа к частотному интервалу 2500 – 3000 Гц.

Каждая промежуточная кривая отвечает одинаковой громкости, но разной интенсивности звука для разных частот. По отдельной кривой равной громкости определяют интенсивности, вызывающие при определенных частотах ощущение этой громкости. Используя совокупность кривых равной громкости, можно найти для разных частот громкости, соответствующие определенной интенсивности. Например, пусть интенсивность звука частотой 100 Гц равна 60 дБ. Какова громкость этого звука? На рис. 4 находим точку с координатами (100 Гц, 60 дБ). Она оказывается принадлежащей кривой уровня громкости 30 фон.

Нижняя кривая соответствует порогу слышимости: для всех частот  $E_{\phi} = 0$ , для 1 кГц интенсивность звука  $I_0 = 1$  пВт/м<sup>2</sup>; верхняя кривая соответствует порогу болевого ощущения (прил. 4, табл. П4.2).

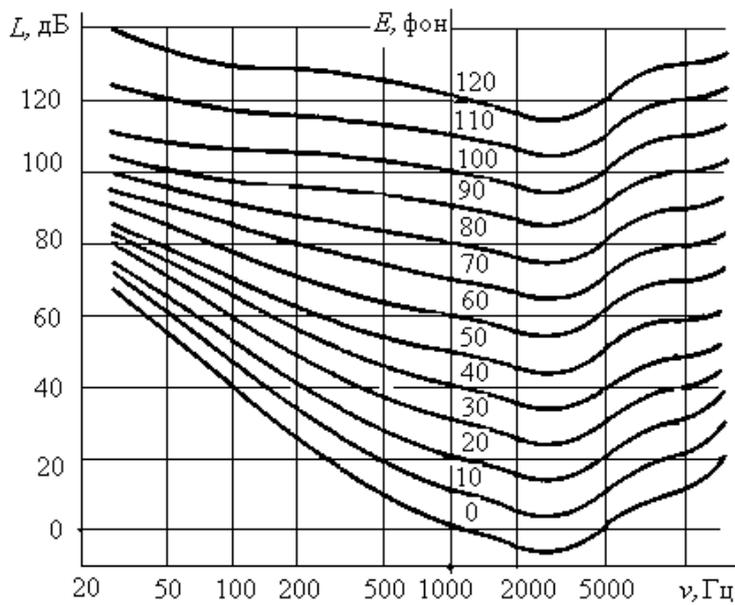


Рис. 4

Скорость звука в газах и жидкостях

$$v_0 = (k_s \rho_0)^{-1/2},$$

где  $\rho_0$  – невозмущенная плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;  $k_s$  – адиабатный коэффициент сжатия, Па<sup>-1</sup>. В газах  $k_s = (\gamma p_0)^{-1}$ ; в жидкостях  $k_s$  определяется эмпирически.

Скорость распространения акустических колебаний в газах

$$v = \sqrt{\frac{1}{k_s \rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}},$$

где  $M$  – молярная масса газа,  $T$  – абсолютная температура газа,  $R$  – газовая постоянная,  $\gamma = c_p / c_v$ ,  $c_p$  – теплоемкость газа при постоянном давлении,  $c_v$  – теплоемкость газа при постоянном объеме. Экспериментальные величины плотности среды и скорости звука при нормальных условиях в разных веществах приведены в табл. П4.3 и П4.4 (см. прил. 4) соответственно.

Скорость распространения акустических колебаний в упругой среде

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  – плотность среды (см. прил. 4, табл. П4.4).

Частота основного тона струны

$$v = \frac{\sqrt{F}}{2l\sqrt{\rho S}},$$

где  $l$  – длина струны,  $F$  – сила натяжения струны,  $S$  – площадь поперечного сечения струны,  $\rho$  – плотность материала струны.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Оценить величину скорости звука при температурах 0 и 27 °С для разных приближений состава воздушной среды: а) одноатомного азота, б) двухатомного азота, в) смеси двух атомных газов ( $N_2 - 80\%$ ,  $O_2 - 20\%$ ), г) реального влажного воздуха (приближение трехатомного газа). Составить таблицу. Провести параметрический анализ.

**Решение.** Скорость распространения акустических колебаний в газах  $v = \sqrt{\frac{1}{k_s \rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ , где  $M$  – молярная масса газа,  $T$  – абсолютная температура газа,  $R$  – газовая постоянная,  $\gamma = c_p/c_v$ ,  $c_p$  – теплоемкость газа при постоянном давлении,  $c_v$  – теплоемкость газа при постоянном объеме.

а)  $i = 3$ ,  $\gamma = (i + 2)/2 = 1,66$ ,  $A_N = 14 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $T = 273$  К.

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{A}} = \sqrt{\frac{1,66 \cdot 8,31 \cdot 273}{14 \cdot 10^{-3}}} \approx 519 \text{ м/с}, \quad v = \sqrt{\frac{1,66 \cdot 8,31 \cdot 300}{14 \cdot 10^{-3}}} \approx 544 \text{ м/с}.$$

Аналогично оцениваются величины скоростей других заданных приближений. Результаты занесены в табл. 1.

Табл. 1. Результаты расчета

№	$T$ К	$A$ (М), г/моль	$i$	$\gamma$	$v$ , м/с
а)	273	14	3	1,66	519
	300	14	3	1,66	544
б)	273	28	5	1,4	337
	300	28	5	1,4	353
в)	273	29,1	5	1,4	330
	300	29,1	5	1,4	346
г)	273	29,1	6	1,33	322
	300	29,1	6	1,33	338

Для заданной газовой системы скорость звука зависит только от температуры и растет с ее ростом. С ростом числа атомов и усложнением молекул газовой среды скорость звука в ней падает.

**Пример 2.** Человеческое ухо воспринимает звуковые волны в интервале частот от  $\nu_1 = 20$  Гц до  $\nu_2 = 20$  кГц (см. рис. 4). Определить соответствующий диапазон длин волн в воздухе и воде. Скорости звука в воздухе и воде равны  $v_1 = 340$  м/с и  $v_2 = 1400$  м/с соответственно.

Решение. В принятом частотном интервале границы длинноволнового диапазона в воздухе

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{\nu_1} = \frac{340}{20} = 17 \text{ м}, \quad \lambda_2 = \frac{v_2}{\nu_2} = \frac{340}{20 \cdot 10^3} = 17 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Диапазон длин волн  $\lambda_2 \div \lambda_1 \cong (0,017 \div 17) \text{ м}$ .

Для воды  $\lambda_1 = v_1/\nu_1 = 1400/20 = 70 \text{ м}$ ,  $\lambda_2 = v_2/\nu_2 = 1400 / 20 \cdot 10^3 = 0,07 \text{ м}$ .

**Пример 3.** Частота и скорость звуковой волны от камертона равны 200 Гц и 330 м/с соответственно. Определить разность фаз  $\Delta\varphi$  колебаний в точках, находящихся на одной прямой с камертоном, на расстояниях 15 и 20 м.

Решение

$$\Delta\varphi = \omega t - \varphi_1 - (\omega t - \varphi_2) = \frac{2\pi\nu}{v} (x_2 - x_1) = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 200}{330} (20 - 15) = 19 \text{ рад}.$$

**Пример 4.** Определить разность фаз в пульсовой волне между двумя точками артерии, расположенными на расстоянии  $\Delta x = 20 \text{ см}$ . Скорость пульсовой волны принять равной  $v = 10 \text{ м/с}$ , а колебания сердца – гармоническими с частотой  $\nu = 1,2 \text{ Гц}$ .

Решение

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega t - \frac{\omega x_1}{v} - \omega t + \frac{\omega x_2}{v} = \frac{\omega \Delta x}{v} = \frac{2\pi\nu \Delta x}{v} = \frac{2\pi \cdot 1,2 \cdot 0,2}{10} = 0,048 \pi.$$

**Пример 5.** Звуковая волна проходит через слуховой проход и частично отражается от барабанной перепонки. В результате интерференции падающей и отраженной волн может возникнуть акустический резонанс. Это возникает тогда, когда длина волны в четыре раза больше длины наружного слухового прохода. При длине слухового прохода у человека  $l = 2,3 \text{ см}$  определить частоту акустического резонанса.

Решение. По определению частота, скорость и длина волны свя-

$$\text{заны соотношением } \nu = \frac{v}{\lambda}. \text{ Тогда } \nu_p = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4l} = \frac{3,3 \cdot 10^2}{4 \cdot 2,3 \cdot 10^{-2}} = 3,6 \text{ кГц}.$$

**Пример 6.** Система косточек на одном конце молоточком связана с барабанной перепонкой площадью  $S_1 = 64 \text{ мм}^2$ , на другом – стремечком с овальным окном внутреннего уха площадью  $S_2 = 3 \text{ мм}^2$ . Она согласует волновые сопротивления воздуха и жидкости внутреннего уха, работая как рычаг с выигрышем в силе со стороны внутреннего уха в 1,3 раза у человека (рис. 5). Во сколько раз и на каком уровне среднее ухо увеличивает передачу наружного звукового давления внутреннему уху?

**Решение.** Слуховые косточки: молоточек, наковальня и стремечко с соответствующими мышцами и связками осуществляют передачу механических колебаний воздушной среды наружного уха к жидкой среде внутреннего уха, которая имеет волновое сопротивление, приблизительно равное волновому сопротивлению воды. При прямом переходе звуковой волны из воздуха в воду передается лишь тысячная

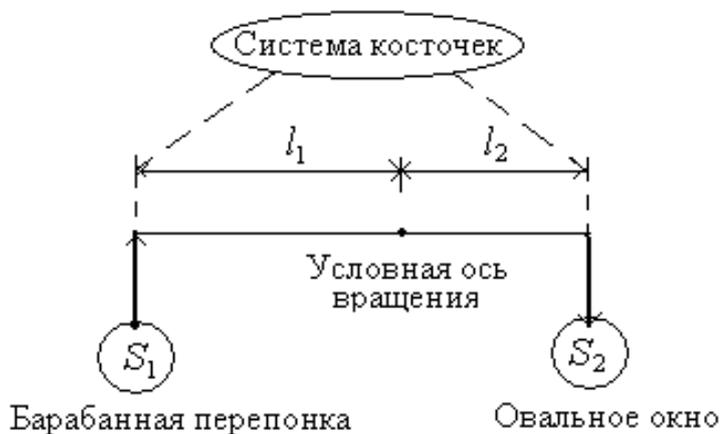


Рис. 5

доля падающей интенсивности. При таких потерях основным назначением среднего уха становится усиление интенсивности звукового сигнала при его передаче внутреннему уху.

На барабанную перепонку действует звуковое давление  $p_1$ , обуславливающее силу  $F_1 = p_1 S_1$ . На овальное окно внутреннего уха при этом действует сила  $F_2 = p_2 S_2$ , создающая звуковое давление  $p_2$  в жидкой среде. Поэтому можно записать  $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ . Используя эти формулы, получаем

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{p_1 S_1}{p_2 S_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad \text{и} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{l_1 S_1}{l_2 S_2} \approx 1,3 \cdot 21,3 = 27,7,$$

или в логарифмических единицах, дБ

$$L = 20 \lg(p_2 / p_1) = 20 \lg 27,7 = 20 \cdot 1,442 = 28,8 \text{ дБ.}$$

На этом уровне среднее ухо увеличивает передачу наружного звукового давления внутреннему уху.

**Пример 7.** В лаборатории уровень интенсивности шума достигал 80 дБ. Для уменьшения шума стены обили звукопоглощающим материалом, уменьшающим интенсивность звука в 1500 раз. Оценить уровень интенсивности шума в лаборатории после обивки.

Решение. Уровень интенсивности звука в децибелах определяется соотношением  $L = 10 \lg(I/I_0)$ , где  $I_0 = 1$  пВт/м<sup>2</sup> – условный нулевой уровень интенсивности.

При изменении интенсивности звука изменение уровня интенсивности звука  $\Delta L = L_2 - L_1 = 10 \lg \frac{I_2}{I_0} - 10 \lg \frac{I_1}{I_0} = 10 \left( \lg \frac{I_2}{I_0} - \lg \frac{I_1}{I_0} \right) =$   
 $= 10(\lg I_2 - \lg I_0 - \lg I_1 + \lg I_0) = 10(\lg I_2 - \lg I_1) = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}.$

Отсюда  $L_2 = L_1 + 10 \lg \frac{I_2}{I_1}$ . Подставим числовые значения

$$L_2 = 80 + 10 \lg \frac{1}{1500} = 80 - 10 \lg 1500 = 80 - 10(\lg 1,5 + 3) = 80 - 10 \cdot 3,176 =$$

$$= 48,24 \text{ дБ.}$$

**Пример 8.** Два звука частотой  $\nu = 1$  кГц отличаются по громкости на 1 фон. Во сколько раз отличаются их интенсивности?

Решение. Уровень интенсивности звука в децибелах определяется соотношением  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ . Для гармонической волны с частотой

1 кГц по величине  $L$  и  $E$  совпадают, тогда  $E = 10 \lg(I/I_0)$  и для двух случаев:

$$\begin{cases} E_1 = 10 \lg(I_1 / I_0) \\ E_2 = 10 \lg(I_2 / I_0) \end{cases}, \text{ и решая } \Delta E = 10 \lg[I_1/I_2], \text{ откуда } I_1/I_2 = 10^{0,1} = 1,25.$$

**Пример 9.** Уровень громкости звука частоты  $\nu = 5000$  Гц равен  $E = 50$  фон. Найти интенсивность этого звука.

Решение. По кривым одинаковой громкости (см. рис. 4)  $L = 50$  дБ. Тогда  $L = 10 \lg(I/I_0)$ ;  $50 = 10 \lg(I/I_0)$ ;  $I/I_0 = 10^5$ ,  $I = 10^5 \cdot 10^{-12} = 10^{-7}$  Вт/м<sup>2</sup>.

**Пример 10.** Определить величину громкости и амплитуду звукового давления, если интенсивность звуковой волны в воздухе была равна  $10^{-6}$  Вт/м<sup>2</sup>. Волну считать гармонической с частотой 1 кГц.

Решение. Так как интенсивность звуковой волны  $I = p^2 / 2\rho v$ , то  $p = \sqrt{2I\rho v} = \sqrt{2 \cdot 10^{-6} \cdot 427} = 0,029 \text{ Н/м}^2 = 29 \text{ мПа}$ ;

А для гармонической волны с частотой 1 кГц по величине  $L$  и  $E$  совпадают, тогда  $E = 10\lg(I_1/I_0) = 10\lg(10^{-6}/10^{-12}) = 60 \text{ фон}$ .

**Пример 11.** На границу раздела между водой 1 и воздухом 2 падает плоская звуковая волна с интенсивностью  $0,5 \text{ Вт/м}^2$ . Определить интенсивность прошедшего в воду звука.

Решение. Интенсивность звука в воде равна интенсивности звука в воздухе, умноженной на коэффициент  $\tau$  проникновения звука из воздуха в воду, равный  $\tau = 1 - r$ , где  $r$  – коэффициент отражения на границе раздела двух сред, вычисляемый по формуле Рэлея:

$$r = \left( \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} \right)^2 = \left( \frac{1 - \frac{\rho_1 v_1}{\rho_2 v_2}}{1 + \frac{\rho_1 v_1}{\rho_2 v_2}} \right)^2,$$

где  $\rho$  и  $v$  – соответственно плотность среды и скорость звука в этой среде, а произведение  $\rho v$  – акустическое сопротивление среды.

Подставим числовые значения:

$$r = \left( \frac{1 - \frac{1,29 \cdot 331}{1497 \cdot 10^3}}{1 + \frac{1,29 \cdot 331}{1497 \cdot 10^3}} \right)^2 = \left( \frac{1 - 0,285 \cdot 10^{-3}}{1 + 0,285 \cdot 10^{-3}} \right)^2.$$

При  $x = 0,285 \cdot 10^{-3} \ll 1$  воспользуемся правилом приближенных вычислений:  $\frac{1}{1+x} \cong 1-x$  и  $\frac{1-x}{1+x} \cong (1-x)^2 \cong 1-2x$ ;  $\left( \frac{1-x}{1+x} \right)^2 \cong (1-2x)^2 \cong 1-4x$ .

Коэффициент отражения  $r = 0,998$ . При коэффициенте проникновения  $\tau = 1 - r = 1,14 \cdot 10^{-3}$ , а интенсивность звука, прошедшего в воду:  $I_2 = I_1 \tau = 0,5 \cdot 1,14 \cdot 10^{-3} = 0,57 \text{ мВт/м}^2$ .

**Пример 12.** Определить скорость распространения звука в алюминии.

Решение. Скорость распространения звука в алюминии определяется соотношением  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ .

Данные по плотности и модулю Юнга для алюминия взяты из табл. П4.3 и П4.4 (см. прил. 4) и равны 70 ГПа и  $2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> соответственно. Подставив эти данные в указанное соотношение, вычислим величину скорости распространения звука в алюминии:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{70 \cdot 10^9}{2,7 \cdot 10^3}} = 5,06 \text{ км/с.}$$

### Задачи для практических и семинарских занятий

1. При разности фаз  $\Delta\phi = 180^\circ$  оценить частоту  $\nu$  бинаурального эффекта при максимальной длине волны.

2. Одинаковой ли высоты будет казаться звук в случаях: а) источник звука движется навстречу неподвижному наблюдателю со скоростью  $v_{\text{и}} = 40$  м/с; б) наблюдатель движется навстречу неподвижному источнику с той же скоростью? в) в каком случае при  $v_{\text{и}} = v_{\text{н}}$  они могут быть одинаковыми? г) для какого значения  $v_{\text{и}}$  они станут одинаковыми, если  $v_{\text{н}} = 40$  м/с? Частота источника звука  $\nu = 600$  Гц. Скорость звука в среде 331 м/с.

3. Две машины движутся навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 20$  м/с и  $v_2 = 10$  м/с. Первая машина подает сигнал с частотой  $\nu_1 = 800$  Гц. Какой частоты сигнал услышит водитель второй машины: а) до встречи машин; б) после встречи машин? Температура воздуха 15 °С.

4. Навстречу друг другу с одинаковыми скоростями движутся два поезда. Определить, чему должна быть равна скорость поездов, чтобы высота тона свистка одного из них, слышимого на другом, увеличилась в 10 раз. Скорость звука равна 330 м/с.

5. Ультразвуковая волна с частотой колебаний 1 МГц отражается от поверхности клапана сердца, движущегося навстречу распространению волны со скоростью 6 см/с. Определить изменение частоты колебаний в отраженной волне, вызванное эффектом Доплера.

6. Определить скорость эритроцитов, движущихся с потоком крови в сонной артерии, если доплеровская частота при отражении ультразвука от эритроцитов оказалась 2,997 МГц. Частота ультразвука, падающего под углом  $60^\circ$  к оси артерии, равна 3 МГц. Необходимые данные взять в прил. 4, табл. П4.4.

7. Определить скорость движения стенки артерии, если частота ультразвука 1,2 МГц, а сдвиг частоты за счет Доплер-эффекта составил 3,0 Гц. (Скорость распространения ультразвука принять равной 1500 м/с.)

8. Для лечения локализованного воспаления мышечной ткани применяют ультразвук с интенсивностью  $0,6 \text{ Вт/м}^2$ . Какая энергия ультразвука пройдет внутрь ткани, если время процедуры 10 мин и площадь головки излучателя  $4,5 \text{ см}^2$ ? Коэффициент проникновения ультразвука в ткань 0,9.

9. Полагая скорости колебания барабанной перепонки и смещения молекул воздуха при распространении плоской волны сопоставимыми величинами, оценить среднюю силу, действующую на барабанную перепонку человека площадью  $S = 66 \text{ мм}^2$  и амплитуду колебания участков барабанной перепонки на частоте  $\nu = 1 \text{ кГц}$ : а) для порога слышимости; б) для порога болевого ощущения.

10. Разрыв барабанной перепонки наступает при уровне интенсивности звука в  $L_0 = 150 \text{ дБ}$ . Определить интенсивность, амплитудное значение звукового давления и амплитуду смещения частиц в волне для звука с частотой  $\nu = 1 \text{ кГц}$ , при которых может наступить разрыв барабанной перепонки.

11. Ушные протекторы беруши снижают уровень интенсивности шума на 20 дБ. Определить интенсивность шума в помещении, если через барабанную перепонку человека, надевшего беруши, за 10 мин прошла энергия  $0,4 \text{ мкДж}$ . Площадь барабанной перепонки  $66 \text{ мм}^2$ .

12. Уровни интенсивности звуков с частотами  $\nu_1 = 100 \text{ Гц}$  и  $\nu_2 = 3000 \text{ Гц}$  равны  $L = 50 \text{ дБ}$ . Определить уровни громкости этих звуков.

13. Определить интенсивности звуков с частотами  $\nu_1 = 100 \text{ Гц}$ ,  $\nu_2 = 500 \text{ Гц}$ ,  $\nu_3 = 1000 \text{ Гц}$ , если уровень громкости звуков одинаков и равен  $E = 40 \text{ фон}$ .

14. На сколько увеличилась громкость звука, если его интенсивность увеличилась от порога слышимости в 1000 раз. Задачу решить для звука частотой: а) 100 Гц; б) 1 кГц. Пользоваться кривыми равной громкости.

15. Разговор одной студентки создает уровень интенсивности шума 50 дБ. Какой уровень интенсивности шума создает одновременный разговор 8 студенток?

16. Шуму на оживленной улице соответствует уровень громкости звука  $E_1 = 70 \text{ фон}$ , крику  $E_2 = 80 \text{ фон}$ . Какой будет уровень гром-

кости звука, полученного в результате сложения крика и шума улицы при частоте, равной  $\nu = 1$  кГц.

17. Уличный шум громкостью 60 фон слышен в помещении, как шум громкостью 30 фон и интенсивностью  $10 \text{ нВт/м}^2$ . Найти интенсивность звука на улице и оценить изменение коэффициента  $k$  в формуле психофизического закона Вебера – Фехнера.

18. При терапии воспаления синовиальной оболочки сустава ультразвук доходит до костной ткани, проходя через кожу толщиной 1 мм и мышечную ткань толщиной 5 мм. Во сколько раз интенсивность ультразвука, дошедшего до сустава, меньше его интенсивности на поверхности кожи? Показатели поглощения ультразвука с частотой 1 МГц в коже и в мышечной ткани соответственно равны  $0,4 \text{ см}^{-1}$  и  $0,15 \text{ см}^{-1}$ .

## II.2. Биоэлектричество. Влияние электрических и магнитных полей

**Электрические поля на клеточном уровне. Биоэлектрогенез.** Плотность потока массы диффундирующего вещества (уравнение Фика для одномерного движения)

$$J = -D \frac{dc}{dx}, \quad D = -u_m RT \quad \text{и} \quad J = -u_m c \frac{d\mu}{dx},$$

где  $D$  – коэффициент диффузии;  $c$  – массовая концентрация вещества;  $u_m = u/N_A$  – подвижность диффундирующих молекул (частиц), выраженная для одного моля;  $u$  – подвижность диффундирующей частицы (молекулы, атома, иона, электрона);  $N_A$  – число Авогадро.

При линейном распределении частиц в веществе мембраны и одинаковыми коэффициентами распределения частиц с ее наружной и внутренней сторон имеем плотность диффузионного потока вещества через мембрану:  $J = P(c_i - c_0)$ , где коэффициент проницаемости  $P = Dk/l$ ;  $k$  – коэффициент распределения вещества;  $l$  – толщина мембраны;  $D$  – коэффициент диффузии;  $c_0$  и  $c_i$  – концентрации ионов снаружи и внутри клетки.

Уравнение Нернста – Планка:

$$J = -D \frac{dc}{dx} - u_m ZFc \frac{d\phi}{dx},$$

где  $D$  – коэффициент диффузии;  $dc/dx$  – градиент концентрации;  $u_m$  – подвижность диффундирующих молекул (частиц), выраженная для моля;  $F$  – постоянная Фарадея ( $F = |e|N_A$ , где  $N_A$  – число Авогадро);  $d\phi/dx$  – градиент потенциала;  $c$  – молярная концентрация ионов;  $Z$  – заряд иона в единицах элементарных зарядов.

Электрохимический потенциал

$$\Delta\tilde{\mu} = \Delta\mu + A_{\text{эл}} = \Delta\mu + ZF\Delta\phi,$$

где  $\Delta\mu$  – химический потенциал;  $A_{\text{эл}}$  – электрическая работа по переносу ионов через мембрану;  $\Delta\phi$  – электрический потенциал на мембране (относительно внеклеточной среды).

Величина мембранного потенциала клетки (уравнение Нернста)

$$\Delta\phi_m = \frac{RT}{zF} \ln \frac{[c]_i}{[c]_0},$$

где  $[c]_0$  и  $[c]_i$  – концентрации ионов снаружи (0) и внутри (i) клетки соответственно;  $T$  – абсолютная температура.

Уравнение Гольдмана – Ходжкина – Катца:

$$\phi_m = \frac{RT}{F} \ln \frac{P_{\text{Na}} [Na]_0 + P_{\text{K}} [K]_0 + P_{\text{Cl}} [Cl]_i}{P_{\text{Na}} [Na]_i + P_{\text{K}} [K]_i + P_{\text{Cl}} [Cl]_0},$$

где  $P_{\text{K}}$ ,  $P_{\text{Na}}$ ,  $P_{\text{Cl}}$  – проницаемости мембраны для соответствующих ионов;  $[K^+]_0$ ,  $[Na^+]_0$ ,  $[Cl^-]_0$  – концентрации ионов снаружи клетки;  $[K^+]_i$ ,  $[Na^+]_i$ ,  $[Cl^-]_i$  – концентрации ионов внутри клетки;  $F$  – постоянная Фарадея;  $T$  – абсолютная температура.

В состоянии покоя клетки при физиологических условиях соотношение коэффициентов проницаемости для разных сортов ионов через мембрану составляет  $P_{\text{K}} : P_{\text{Na}} : P_{\text{Cl}} = 1 : 0,04 : 0,45$ .

При повреждении и последующем отмирании клетки простые ионы свободно проходят через поры цитоплазматической мембраны, а белковые молекулы задерживаются внутри клетки. Такая система получила название «доннановской» при выполнении условий электронеutrальности в доннановской системе, т. е. равенства суммарной концентрации анионов (в основном  $Cl^-$  и макромолекул  $P^-$ ) и катионов  $K^+$ :

$$\begin{aligned} \text{внутри клетки } [K^+]_i &= [Cl^-]_i + n[P^-]_i; \\ \text{снаружи клетки } [K^+]_0 &= [Cl^-]_0 + n[P^-]_0, \end{aligned}$$

где  $n$  – электрический заряд белковых молекул (в единицах заряда электрона);  $[P^-]$  – концентрация отрицательно заряженных белковых молекул.

Так как в межклеточной жидкости содержание катионов значительно выше, чем макромолекул  $P^-$ , то можно принять  $[K^+]_0 = [Cl^-]_0 = c_0$ , где  $c_0$  – молярная концентрация электролитов во внеклеточной среде.

В поврежденной мембране клетки выполняется отношение Доннана:

$$\frac{[K^+]_i}{[K^+]_0} = \frac{[Cl^-]_0}{[Cl^-]_i} = e^\psi = r,$$

где  $[K^+]_0$ ,  $[Cl^-]_0$  – концентрации ионов снаружи клетки;  $[K^+]_i$ ,  $[Cl^-]_i$  – концентрации ионов внутри клетки;  $\psi$  – безразмерный потенциал:

$$\psi = \frac{F}{RT} \phi = -\frac{n[P^-]_i}{2c_0}.$$

Потенциал мембраны поврежденной отмирающей клетки (потенциал Доннана)  $\phi = -\frac{RT}{F} \cdot \frac{n[P^-]_i}{2c_0}$ , где  $c_0$  – концентрация простых ионов, свободно проходящих через мембрану.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Подвижность диффундирующих частиц через мембрану толщиной 10 нм при температуре 37 °С равна  $5 \cdot 10^{-16}$  Моль · с/кг. Концентрация частиц в веществе мембраны с наружной стороны составляет 1 мМ, а концентрация их снаружи вне мембраны составила 10 мкМ. Определить коэффициент проницаемости мембраны. Коэффициенты распределения частиц с наружной и внутренней сторон мембраны одинаковы.

**Решение.** Принимая распределение частиц в веществе мембраны линейным, используем формулы связи проницаемости мембран, коэффициента диффузии и подвижности ионов:

$$P = \frac{Dk}{l} \text{ и } D = u_m RT.$$

Получаем расчетную формулу  $P = \frac{u_m RTk}{l}$ .

Коэффициенты распределения  $k$  одинаковы по обе стороны мембраны и в ней. В принятом обозначении ( $M = \text{моль/л}$ )  $k = c_0 / c_i = 100$ .

Подставляем все данные в расчетную формулу и получаем

$$P = \frac{u_m RTk}{l} = \frac{5 \cdot 10^{-16} \cdot 8,31 \cdot 310 \cdot 10^2}{10^{-8}} \approx 0,013 \text{ м/с.}$$

**Пример 2.** При работе калий-натриевого насоса происходит перенос вещества (ионов калия  $K^+$ ) по направлению градиента, т. е. из области меньшей концентрации в область с большей концентрацией. Определить работу, совершаемую насосом при таком переносе одного моля вещества, если концентрация ионов  $K^+$  внутри клетки в 20 раз больше, чем снаружи при температуре  $37^\circ\text{C}$ .

Решение. Работа, совершаемая насосом при переносе одного моля вещества (ионов калия  $K^+$ ) по направлению градиента, т. е. из области меньшей концентрации в область с большей концентрацией, определяется равной изменению химического потенциала:

$$A = \Delta\mu = RT \ln \frac{[K^+]_i}{[K^+]_0} = 8,31 \cdot 310 \cdot 3 = 7,73 \cdot 10^3 \text{ Дж/моль,}$$

или  $7,73 \text{ кДж/моль}$ .

**Пример 3.** Определить, чему равна работа электрического поля при переносе ионов калия в гигантском аксоне каракатицы, если изменение электрохимического потенциала составляет  $2809 \text{ Дж/моль}$ , а температура равна  $23^\circ\text{C}$ . Необходимые данные взять из табл. П4.5. (см. прил. 4).

Решение. Из табл. П4.5. (см. прил. 4) определяем

$$\frac{[K^+]_0}{[K^+]_i} = \frac{340}{10,4} = 32,69.$$

$$A_{\text{эл}} = \Delta\mu - RT \cdot \ln \frac{[K^+]_0}{[K^+]_i} = 2809 - 8,31 \cdot 296 \cdot \ln 32,69 = -5768,5 \text{ Дж/моль.}$$

Знак работы определяет направление переноса ионов, поэтому величина работы  $A_{\text{эл}} = 5800 \text{ Дж/моль}$ .

**Пример 4.** На модели мембраны создана разность концентраций ионов хлора. Ионы, проходя со стороны 1 на сторону 2, вступали в химическую реакцию. Определить изменение химического потенциала в результате этой реакции, если разность электрохимических потенциалов между второй и первой сторонами мембраны была равна 14500 Дж/моль, разность электрических потенциалов – 80 мВ, а концентрации ионов хлора 114 мМ и 592 мМ соответственно. Температуру среды взять равной 27 °С.

**Решение.** Химический потенциал до совершения химических реакций, но с учетом электрической работы по переносу ионов хлора через мембрану

$$\Delta\mu_1 = \Delta\tilde{\mu} - A_{эл} = \Delta\tilde{\mu} + ZF\Delta\varphi = 14500 - 7720 = 6780 \text{ Дж/моль.}$$

Равновесный химический потенциал

$$\Delta\mu_2 = RT \ln \frac{[Cl^-]_0}{[Cl^-]_i} = 8,31 \cdot 300 \cdot \ln \frac{592}{114} = 4107 \text{ Дж/моль.}$$

Изменение химического потенциала в результате химических реакций в мембране  $\Delta(\Delta\mu) = \Delta\mu_1 - \Delta\mu_2 = 6780 - 4107 = 2673 \text{ Дж/моль.}$

**Пример 5.** Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны гигантского аксона каракатицы для ионов хлора. Температура среды 29 °С. Данные взять из табл. П4.5. (см. прил. 4).

**Решение.** Равновесный потенциал цитоплазматической мембраны определяется применением уравнения Нернста:

$$\Delta\varphi = -\frac{RT}{ZF} \ln \frac{[Cl^-]_0}{[Cl^-]_i} = \frac{8,31 \cdot 302}{1 \cdot 96500} \ln \frac{592}{114} = -0,0428 \text{ В, или } -42,8 \text{ мВ.}$$

**Пример 6.** Определить потенциал покоя цитоплазматической мембраны гигантского аксона каракатицы при температуре 33 °С. Коэффициенты проницаемости мембраны для ионов принять стандартными. Необходимые для решения задачи данные взять из прил. 4, табл. П4.5.

**Решение.** Потенциал покоя цитоплазматической мембраны гигантского аксона каракатицы с учетом вкладов трех основных сортов ионов определяется по уравнению Гольдмана – Ходжкина – Катца с последующим вычислением подстановкой данных из прил. 4, табл. П4.5:

$$\begin{aligned}\varphi_m &= \frac{RT}{F} \ln \frac{P_K [K^+]_0 + P_{Na} [Na^+]_0 + P_{Cl} [Cl^-]_i}{P_K [K^+]_i + P_{Na} [Na^+]_i + P_{Cl} [Cl^-]_0} = \\ &= \frac{8,31 \cdot 306}{96500} \ln \frac{10,4 + 0,04 \cdot 463 + 0,45 \cdot 114}{340 + 0,04 \cdot 49 + 0,45 \cdot 592} = -53,4 \text{ мВ.}\end{aligned}$$

**Пример 7.** Найти изменение потенциала покоя цитоплазматической мембраны гигантского аксона каракатицы при уменьшении температуры от 37 до 27 °С и увеличении концентрации ионов натрия внутри клетки в 5 раз по отношению к норме. Коэффициенты проницаемости ионов принять стандартными (см. прил. 4, табл. П4.5).

Решение. Применим уравнение Гольдмана – Ходжкина – Каца для расчета мембранного потенциала с учетом трех сортов ионов:

$$\varphi_m = \frac{RT}{F} \ln \frac{P_K [K^+]_0 + P_{Na} [Na^+]_0 + P_{Cl} [Cl^-]_i}{P_K [K^+]_i + P_{Na} [Na^+]_i + P_{Cl} [Cl^-]_0}.$$

С учетом  $P_K : P_{Na} : P_{Cl} = 1 : 0,4 : 0,45$  при  $t_1 = 37$  °С и по данным табл. П4.4 (см. прил. 4)

$$\varphi_{m1} = \frac{8,31 \cdot 310}{96500} \ln \frac{10,4 + 0,04 \cdot 463 + 0,45 \cdot 114}{340 + 0,04 \cdot 49 + 0,45 \cdot 592} = -54 \text{ мВ.}$$

При измененных условиях

$$\varphi_{m2} = \frac{8,31 \cdot 300}{96500} \ln \frac{10,4 + 0,04 \cdot 463 + 0,45 \cdot 114}{340 + 5 \cdot 0,04 \cdot 49 + 0,45 \cdot 592} = -52,6 \text{ мВ.}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{m2} - \varphi_{m1} = -52,6 + 54 = 1,4 \text{ мВ.}$$

Потенциал покоя цитоплазматической мембраны увеличился на 1,4 мВ.

**Пример 8.** В поврежденной мембране отмирающей биологической клетки доннановский потенциал равен –1,5 мВ при температуре 39 °С. Определить концентрацию белка в клетке и безразмерный потенциал  $\psi$ , если заряд белковых ионов (в единицах заряда электрона) равен 16, а концентрация ионов во внеклеточной жидкости 140 мМ.

Решение. Безразмерный потенциал  $\psi = \frac{F}{RT} \varphi = -\frac{n[P^-]_i}{2c_0}$ ,

где  $n$  – электрический заряд белковых молекул (в единицах заряда электрона);  $[P^-]$  – концентрация отрицательно заряженных белковых молекул;  $c_0$  – концентрация простых ионов, свободно проходящих через мембрану.

Решаем (в СИ) первое равенство, определяя безразмерный потенциал:

$$\psi = \frac{F}{RT} \phi = -\frac{96500}{8,31 \cdot 312} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,0558 .$$

Решаем в предложенных единицах измерения ( $M = \text{моль/л}$ ) второе равенство, определяя концентрацию отрицательно заряженных белковых молекул внутри клетки:

$$[P^-] = \frac{\psi \cdot 2 \cdot c_0}{n} = \frac{0,0558 \cdot 2 \cdot 140}{16} = 0,977 \text{ мМ}.$$

### **Задачи для практических и семинарских занятий**

1. Определить подвижность диффундирующих ионов хлора в цитоплазматической мембране мышечного волокна лягушки, считая градиент концентрации равным нулю, если плотность потока заряженных частиц через мембрану  $0,51 \cdot 10 \text{ мг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ , молярная концентрация ионов  $0,01 \text{ М}$ , а напряженность электрического поля  $3,7 \text{ кВ/м}$ .

2. Определить равновесный нернстовский потенциал мембраны моторного нейрона кошки для ионов калия при температуре  $38 \text{ }^\circ\text{С}$ . (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

3. Сравнить потенциалы покоя клеток гигантского аксона кальмара в верхних слоях океана, где температура  $20 \text{ }^\circ\text{С}$ , и в глубине, где температура  $6 \text{ }^\circ\text{С}$ . Задачу решить для двух случаев: 1. Концентрации ионов калия, натрия и хлора внутри и вне аксона принять стандартными (см. прил. 4, табл. П4.5). 2. Вкладами ионов натрия и хлора в величину потенциала покоя пренебречь. Предоставить анализ результатов.

4. Определить потенциал мембраны поврежденной и отмирающей биологической клетки при температуре  $27 \text{ }^\circ\text{С}$ , если концентрация катионов во внеклеточной жидкости составила  $150 \text{ мМ}$ , концентрация белка внутри клетки  $1,5 \text{ мМ}$ , а заряд белковых ионов (в единицах заряда электрона) равен 14. Результаты сравнить с потенциалом покоя в норме.

### II.3. Электростатика и постоянный ток

**Электрические характеристики биообъектов.** Модуль момента силы, действующего на диполь в электрическом поле напряженностью  $E$ :  $M = pE \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{E}$ .

В неоднородном электрическом поле на диполь действует сила, составляющая которой равна  $F_x = p_x \frac{dE_x}{dx}$ , где  $p_x$ ,  $E_x$  – проекции соответствующих векторов на ось  $Ox$ , задающую выбранное направление исследования.

Вектор поляризации зависит от напряженности электрического поля и относительной диэлектрической проницаемости вещества

$$P_e = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E.$$

Емкость плоского конденсатора  $C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$ , где  $S$  – площадь пластин,  $d$  – расстояние между пластинами конденсатора.

Энергия заряженного конденсатора  $W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$ . Объемная плотность энергии электрического поля  $\omega_{эл} = \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 / 2$ .

**Постоянный ток. Гальванизация.** Плотность тока  $\vec{j} = qn \langle \vec{v} \rangle$ ,  $j = \frac{I}{S}$ , где  $q$ ,  $n$ ,  $\langle \vec{v} \rangle$  – электрический заряд, концентрация и средняя скорость направленного движения носителей тока,  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$  – сила тока.

Закон Ома в электролитах:  $I = (U - \mathcal{E}_{пл})/R$ , где  $\mathcal{E}_{пл}$  – ЭДС поляризации.

Закон электролиза (закон Фарадея):  $m = \frac{1}{F} \frac{A}{z} It$ , где  $m$  – масса выделенного вещества на электроде,  $z$  – валентность,  $A$  – атомная масса вещества.

Плотность тока в электролите  $\vec{j} = qn(b_+ + b_-)\vec{E}$ , где  $b_+$  и  $b_-$  – подвижности ионов соответствующих знаков;  $E$  – напряженность электрического поля.

Закон Ома для участка цепи постоянного тока  $I = \frac{U}{R}$ .

Мощность постоянного тока  $N = JU = J^2 R = \frac{U^2}{R}$ .

Закон Джоуля – Ленца  $Q = J^2 R t$ .

Зависимость термоэлектродвижущей силы от разности температур спаев:  $\mathcal{E}_T = \beta \Delta T$ , где  $\beta$  – коэффициент, численно равный термо-ЭДС, соответствующей  $\Delta T = 1$  К.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Между внутренней частью клетки и наружным раствором существует разность потенциалов (мембранный потенциал покоя)  $\Delta\phi = 80$  мВ. Полагая, что электрическое поле внутри мембраны толщиной  $l = 8$  нм однородно, определить напряженность поля в ней, а также по формуле плоского конденсатора оценить ее емкость на участке с площадью поверхности  $S = 10$  мкм<sup>2</sup> и относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 6$ .

Решение. Напряженность поля по толщине мембраны

$$E_l = \frac{\Delta\phi}{l} = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-9}} = 10 \text{ МВ/м.}$$

В приближении участка мембраны с площадью поверхности 10 мкм<sup>2</sup> формой плоского конденсатора определяем его емкость

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l} = \frac{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 10^{-12}}{8 \cdot 10^{-9}} = 66,4 \cdot 10^{-15} \text{ Ф, или } 0,0664 \text{ пФ.}$$

**Пример 2.** Напряжение на плоском воздушном конденсаторе  $U = 24$  В. Человек, стоя на изолирующей подставке, касается руками противоположных обкладок конденсатора и при этом их общее напряжение  $U_\Sigma$  становится 21,4 В. Определить емкость  $C_2$  человека, если площадь пластин конденсатора  $S = 1130$  см<sup>2</sup> и расстояние между ними  $d = 10$  мм.

Решение.  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1130 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}} = 100 \text{ пФ, } q = CU =$   
 $= 10^{-10} \cdot 24 = 2,4 \text{ нКл, } C_\Sigma = \frac{q}{U_2} = \frac{24 \cdot 10^{-10}}{21,4} = 112 \text{ пФ, } C_2 = C_\Sigma - C =$   
 $= 112 - 100 = 12 \text{ пФ.}$

**Пример 3.** Аппарат для гальванизации создает плотность тока  $j = 0,12$  мА/см<sup>2</sup>. Определить количество электричества, проходящее через объемный участок тела, если наложенные на поверхность кожи электроды имеют площадь  $S = 1,5$  дм<sup>2</sup> и процедура гальванизации длится  $\Delta t = 20$  мин. Определить сопротивление участка тела, если к электродам приложено напряжение  $U = 45$  В?

Решение. Заданная аппаратом плотность тока  $j = I / S = q / (S\Delta t)$ , тогда количество электричества, или полный электрический заряд, проходящий через объемный участок тела:

$$q = jS\Delta t = 0,12 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 20 \cdot 60 = 21,6 \text{ Кл.}$$

Активное сопротивление этого участка с учетом заданного на электродах напряжения  $R = \frac{U}{jS} = \frac{45}{1,2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 2,5$  кОм.

**Пример 4.** При некоторых заболеваниях крупного рогатого скота применяют электрофорез ионов кальция. Рассчитать интервал времени процедуры лечебного электрофореза, если через активный электрод площадью 350 см<sup>2</sup> вводят 7 мг кальция при плотности тока 0,2 мА/см<sup>2</sup>.

Решение. Атомарная масса кальция  $A_{Ca} = 40$  г/моль, но по условию задачи дано лишь 7 мг, т. е.  $0,175 \cdot 10^{-3}$  моль. При условии полной ионизации число зарядов в одном моле  $F \cdot 2 = 96500 \cdot 2 = 193 \cdot 10^3$  Кл/моль. Тогда  $0,175 \cdot 10^{-3}$  моль содержит полный электрический заряд  $q = 193 \cdot 10^3 \cdot 0,175 \cdot 10^{-3} = 33,8$  Кл. Если вводятся ионы кальция, то вводится электрический заряд и течет ток. Время ввода заряда соответствует времени процедуры лечебного электрофореза и  $\Delta t = q / (jS) = 33,8 / (0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 \cdot 350 \cdot 10^{-4}) = 483$  с, или 8 мин.

**Пример 5.** В цилиндрическом образце живой ткани поперечного сечения  $s = 10,5$  см<sup>2</sup> и длиной  $L = 2l = 6$  см последовательно соединены одинаковые по длине  $l$  участки мышечной и жировой ткани. Если к торцам образца приложить напряжение  $U = 25$  В, то при ЭДС поляризации  $E_{п} = 16$  В в образце возникает сила тока  $I = 9$  мА. Проверить данные прил. 4, табл. П4.4 в столбце значений удельных сопротивлений, задавая удельное сопротивление жировой ткани  $\rho_1 = 33$  Ом · м и вычисляя удельное сопротивление  $\rho_2$  мышечной ткани, сопоставляя его расчетное значение с табличным.

**Решение.** Падение напряжения на последовательно соединенных участках и с учетом поляризации ткани  $(U - E_n) = I(R_1 + R_2) = I(\rho_1 l/s + \rho_2 l/s) = Il/s(\rho_1 + \rho_2)$ . Откуда  $\rho_2 = (U - E_n)s/Il - \rho_1 = (25 - 16) \cdot 10,5 \times 10^{-4} / (9 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-2}) - 33,3 = 1,7 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Расчетное значение снижено по сравнению с табличным на 15 % (см. прил. 4, табл. П4.4).

**Пример 6.** Оценить плотность тока в электролите с концентрацией ионов  $n = 10^5 \text{ см}^{-3}$ , подвижностью  $b_+ = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ ,  $b_- = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  и напряженностью электрического поля  $E = 10 \text{ В/см}$ . Считая плотность тока одинаковой, найти силу тока, если площадь каждого электрода  $S = 1 \text{ дм}^2$ . Принять заряд иона равным заряду электрона.

**Решение.** Плотность тока в электролите  $\vec{j} = qn(b_+ + b_-)\vec{E}$ , где  $b_+$  и  $b_-$  – подвижности ионов соответствующих знаков;  $E$  – напряженность электрического поля.

В проекции на заданное однородным полем направление  $j = qn(b_+ + b_-)E = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 \cdot 10^6 (4,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4}) \cdot 10^3 = 17,6 \cdot 10^{-13} \text{ А/м}^2$ ,

Сила тока  $I = j \cdot S = 17,6 \cdot 10^{-13} \cdot 10^{-2} = 17,6 \cdot 10^{-15} \text{ А}$ .

**Пример 7.** Между двумя электродами, к которым приложено постоянное напряжение  $U = 36 \text{ В}$ , помещен участок живой ткани.

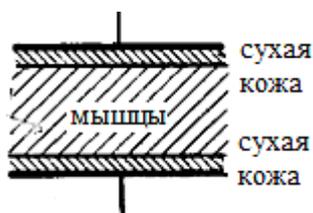


Рис. 6

Условно можно считать, что ткань состоит из двух слоев сухой кожи (рис. 6) и мышц с сосудами крови. Толщина каждого слоя кожи  $l_1 = 0,3 \text{ мм}$ , толщина внутренней ткани  $l_2 = 9,4 \text{ мм}$ . Найти плотность тока  $j$  и падение напряжения в коже ( $U_1$ ) и в мышечной (сосудистой) ткани ( $U_2$ ), рассматривая их как проводники.

**Решение.** При принятых условиях плотность тока в трехслойном участке живой ткани

$$j = \frac{U_\Sigma}{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2 + \rho_1 l_1} = \frac{U_\Sigma}{2\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2} = \frac{36}{2 \cdot 10^6 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 9,4 \cdot 10^{-3}} = 0,06 \text{ А/м}^2.$$

Падение напряжения в двух слоях кожи и слое мышечной ткани соответственно:  $U_1 = j2\rho_1 l_1 = 36 \text{ В}$ ,  $U_2 = j\rho_2 l_2 = 1,1 \text{ мВ}$ .

Величины удельных сопротивлений кожи  $\rho_1 = 10^6 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  и мышечной ткани  $\rho_2 = 2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  определены по данным прил. 4, табл. П4.4.

## Задачи для практических и семинарских занятий

1. Какая сила действует на диполь, электрический момент которого  $p = 10^{-10}$  Кл · м, если он расположен в вакууме на расстоянии  $x = 50$  см от точечного заряда  $q = 1,5 \cdot 10^{-4}$  Кл вдоль силовой линии?

2. По формуле плоского конденсатора оценить величину емкости миелиновой оболочки участка цилиндрического нервного волокна диаметром 16 мкм и длиной 5 мм, если относительная диэлектрическая проницаемость миелина равна 45, а толщина миелинового слоя 1,5 мкм.

3. Средняя мощность разряда электрического сома 8 Вт при напряжении 360 В. Время разряда 0,13 мс. Определить емкость электрических органов сома.

4. Термопара из Pb – Ag создает термоэлектродвижущую силу 3 мкВ при разности температур спаев в 1 К. Можно ли такой термопарой уверенно установить повышение температуры тела человека от 36,5 до 37,0 °С, если потенциометр позволяет измерить напряжение с точностью до 1 мкВ?

## II.4. Переменный ток

**Пороговый ток. Диатермия. Дарсонвализация.** Сила порогового тока (закон Вейсса)  $I_{\text{п}} = \frac{a}{t} + b$ .

Мощность тока, расходуемая на нагревание тканей:

$$P = I^2 R = \frac{j^2 S^2 \rho l}{S} = j^2 \rho V,$$

где  $I$  – сила тока;  $R$  – сопротивление;  $S$  – площадь электрода;  $j$  – плотность тока;  $V = Sl$  – объем ткани;  $\rho$  – удельное сопротивление ткани.

Количество теплоты, выделяющееся за 1 с в 1 м<sup>3</sup> проводника с удельным сопротивлением  $\rho$  при протекании тока плотностью  $j$ :  $q = j^2 \rho$ .

Скважность  $Q = T/\tau_{\text{и}}$ , где  $T$  – период следования прерывистых периодических сигналов,  $\tau_{\text{и}}$  – длительность импульса сигнала.

**Переменный ток высокой частоты. УВЧ-терапия.** Полное сопротивление резистора для синусоидального переменного тока: активное омическое сопротивление  $R = U_{\text{maxR}}/I_{\text{max}}$ ,  $U_{\text{maxR}}$  – амплитудное значение напряжения,  $I_{\text{max}}$  – амплитудное значение тока.

Для индуктивной компоненты цепи:

емкостное сопротивление в цепи переменного тока  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ,

индуктивное сопротивление в цепи переменного тока  $X_L = \omega L$ ,

где  $L$  – индуктивность цепи, Гн,  $C$  – емкость конденсатора, Ф;  $\omega$  – круговая частота,  $\text{с}^{-1}$ .

Полное сопротивление  $Z$  последовательной цепи переменного тока

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

Тангенс угла сдвига фазы между током и напряжением при последовательном соединении элементов цепи переменного тока, состоящей из емкости и активного сопротивления:  $\text{tg}\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega CR}$ .

Количество теплоты, выделяющейся в  $1 \text{ м}^3$  объема ткани за  $1 \text{ с}$  при воздействии электрической компоненты УВЧ электромагнитного поля (УВЧ-терапия):  $q_v = \frac{E^2}{\rho}$ ,  $\text{Вт/м}^3$ , где  $E$  – эффективное значение

амплитуды напряженности электрического поля,  $\text{В/м}$ ;  $\rho$  – удельное сопротивление электролита,  $\text{Ом} \cdot \text{м}$ .

Количество теплоты, выделенное в диэлектрике при воздействии электрической компоненты УВЧ электромагнитного поля:

$$q = \omega E^2 \varepsilon \varepsilon_0 \text{tg}\delta, \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}),$$

где  $\omega$  – круговая частота колебаний,  $\text{с}^{-1}$ ;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная,  $\text{Ф/м}$ ;  $E$  – амплитуда напряженности электрической компоненты электромагнитного поля УВЧ,  $\text{В/м}$ ;  $\delta$  – угол диэлектрических потерь.

**Переменное магнитное поле. Индуктотермия.** Количество теплоты, выделяющееся при индуктотермии за  $1 \text{ с}$  в  $1 \text{ м}^3$  объема электропроводной ткани:

$$q = k \left( \frac{\omega^2}{\rho} \right) B_{\max}^2 \sin^2 \omega t, \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}),$$

где  $B_{\max}$  – амплитудное значение индукции магнитного поля, Тл,  $k$  – постоянная геометрических размеров образца,  $\text{м}^2$ ;  $\omega$  – круговая частота колебаний,  $\text{с}^{-1}$ ;  $\rho$  – удельное сопротивление биологической ткани,  $\text{Ом} \cdot \text{м}$ .

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Электроды, наложенные на середину холки коровы, соединены с генератором прямоугольных импульсов. Исследование пороговых реакций показало, что величина хронаксии равна 0,82 мс и соответствующее ей значение раздражающего тока равно 21 мА. Записать уравнение порогового тока (уравнение Вейсса).

Решение. Зависимость величины порогового тока от времени его действия дается законом Вейсса:  $I_n = \frac{a}{t} + b$ , где  $b$  – реобазы, т. е. минимальная сила порогового тока при длительном его действии. Время, необходимое для раздражения при силе тока, равной двум реобазам, называют хронаксией. Отсюда следует, что сила тока при хронаксии  $I_x = 2b$ . Это дает возможность вычислить значение константы:

$$b = I_x / 2 = 21 / 2 = 10,5 \text{ мА.}$$

Для нахождения константы Вейсса  $a$  подставим в уравнение Вейсса значения  $I_x$  и  $b$ :  $21 \cdot 10^{-3} = \frac{a}{0,82 \cdot 10^{-3}} + 10,5 \cdot 10^{-3}$ .

Таким образом, зависимость порогового тока от времени его действия, или уравнение Вейсса

$$I_n = \frac{8,61 \cdot 10^{-6}}{t} + 10,5 \cdot 10^{-3}, \text{ А.}$$

**Пример 2.** Определить мощность тока и количество теплоты, выделяемой при дарсонвализации, считая, что электрическая мощность выделяется в слое кожи и подкожной клетчатки глубиной 2 мм. Сила тока 5 мА, а падение напряжения в слое 0,1 кВ. Площадь соприкосновения разряда с тканью 0,4 см<sup>2</sup>.

Решение. Мощность тока  $P = IU = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^3 = 0,5 \text{ Вт}$ .

Количество теплоты, выделяющееся за 1 с в 1 м<sup>3</sup>

$$q = P / V = \frac{P}{Sl} = \frac{0,5}{0,4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0,625 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^3, \text{ или } 6,25 \text{ МВт/м}^3,$$

или для характерных размеров количество теплоты равно 6,25 Дж/см<sup>3</sup>.

**Пример 3.** В эксперименте на лягушках использовали тетанизирующий ток (импульсы треугольной формы). Длительность импуль-

сов  $\tau_{и}$  составляет 1 мс, а частота следования 80 Гц. Чему равны скважность следования импульсов  $Q$ , период  $T$  их повторения и длительность паузы? Нарисовать форму сигналов.

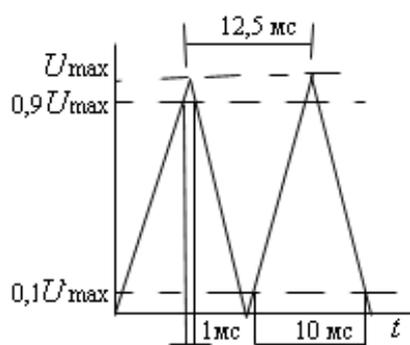


Рис. 7

**Решение.** Период:  $T = 1/\nu = 1/80 = 0,0125 \text{ с} = 12,5 \text{ мс}$ . Скважность:  $Q = T/\tau_{и} = 0,0125/10^{-3} = 12,5$ .

Длительность, или интервал паузы  $\tau_{п} = T - \tau_{и} = 11,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , или 11,5 мс.

Так как моменты начала и конца импульсов сильно размыты в опытах, то принимаем напряжение переменным и непрерывистым (рис. 7).

**Пример 4.** Для регистрации переменных импульсных сигналов, создаваемых некоторыми аквариумными рыбами, измерительный прибор соединяют через емкость конденсатора с водой аквариума. Ток, создаваемый рыбой, проходит через активное сопротивление воды и последовательно соединенные с ней конденсатор и измерительный прибор. Определить величину тока в цепи, создаваемого рыбой африканский слоник (*Gnathonemuss petersii*), если напряжение между головой и хвостом рыбы достигает максимального значения 4 В, сопротивление воды 1 кОм, емкость конденсатора 0,05 мкФ. Частота импульсов 3 кГц. Колебания напряжения, создаваемого рыбой, считать гармоническими. Сопротивлением тела рыбы пренебречь.

**Решение.** Активное ( $R$ ) и емкостное ( $X_C = 1/(\omega C)$ ) сопротивления в цепи соединены последовательно.

Обобщенный закон Ома для цепи переменного тока может быть записан в виде  $I = \frac{U}{Z}$ , где  $Z$  — полное сопротивление цепи (прил. 4, табл. П4.6):

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}, \text{ а так как } \omega = 2\pi\nu, \text{ то } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C^2}}}.$$

Проведем вычисления:

$$I = \frac{4}{\sqrt{10^6 + 1/8,9 \cdot 10^{-7}}} = \frac{4}{1,46 \cdot 10^3} = 2,74 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Сила тока в цепи  $I = 2,74 \text{ мА}$

**Пример 5.** Оценить количество теплоты, выделяющееся в мышечном слое с относительной диэлектрической проницаемостью 47,4 при УВЧ-терапии, если угол диэлектрических потерь  $17^\circ$ , амплитуда напряженности электрической компоненты УВЧ электромагнитного поля равна 2,5 кВ/м. Использовать принятую в России частоту для УВЧ-аппаратов.

**Решение.** В России в аппаратах УВЧ используют частоту  $\nu = 40,58$  МГц. В случае токов такой частоты диэлектрические ткани организма нагреваются интенсивнее проводящих.

Расчетная формула объемной плотности тепловыделения

$$q = \frac{P}{Sl} = \omega E^2 \varepsilon_r \varepsilon_0 \operatorname{tg} \delta = 2\pi\nu E^2 \varepsilon_r \varepsilon_0 \operatorname{tg} \delta = 2 \cdot 3,14 \cdot 40,58 \cdot 10^6 (2,5 \cdot 10^3)^2 \times \\ \times 47,4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,3057 = 20,7 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с}).$$

**Пример 6.** Определить количество теплоты, выделяющееся при индуктотермии через 15 мин в жировой ткани и мышцах. Частота прибора, используемого в стационаре 13,56 МГц, амплитудное значение магнитной индукции равно 0,01 Тл, коэффициент  $k$  взять равным  $2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$ . Полученные результаты сравнить друг с другом и сделать вывод. Расчет проводить по формуле  $q = (1/2\rho)tk\omega^2 B_{\max}^2$ .

**Решение.** Количество теплоты, выделяющееся при индуктотермии в  $1 \text{ м}^3$  объема электропроводной ткани рекомендовано рассчитывать по формуле  $q = (1/2\rho)tk\omega^2 B_{\max}^2$ .

В жировой ткани с принятым удельным сопротивлением  $\rho_1 = 33,3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  (см. прил. 4, табл. П4.4):

$$q_1 = \frac{1}{2\rho_1} t \cdot k (2\pi\nu)^2 B_{\max}^2 = \frac{1}{2 \cdot 33,3} 15 \cdot 60 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \times \\ \times 4 \cdot (3,14)^2 \cdot (13,56)^2 \cdot (10^6)^2 \cdot (10^{-2})^2 = 1,96 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{м}^3.$$

В мышцах (мягких сосудистых тканях) с принятым удельным сопротивлением  $\rho_2 = 2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  (см. прил. 4, табл. П4.4):

$$q_2 = \frac{1}{2\rho_2} t \cdot k (2\pi\nu)^2 B_{\max}^2 = \frac{1}{2 \cdot 2} 15 \cdot 60 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \times \\ \times 4 \cdot (3,14)^2 \cdot (13,56)^2 \cdot (10^6)^2 \cdot (10^{-2})^2 = 3,24 \cdot 10^7 \text{ Дж}/\text{м}^3.$$

При одинаковых условиях и режимах на порядок сильнее нагреваются ткани богатые сосудами – мышцы по сравнению с жировыми тканями.

**Пример 7.** Медицинский аппарат подключен к сети с напряжением  $U = 220$  В. Стоящий на полу (на земле) человек касается корпуса аппарата. Сопротивление тела человека  $R_1 = 1$  кОм. Сопротивление между изолированным проводником и телом человека (через землю)  $R_2 = 5$  кОм

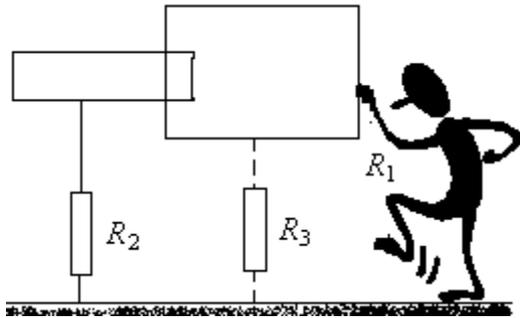


Рис. 8

(рис. 8). При повреждении изоляции проводника с контактом на корпус произошел «пробой на корпус». Определить напряжение на теле человека и протекающий через тело ток для двух случаев: 1. Аппарат не заземлен; 2. Аппарат заземлен с сопротивлением заземления  $R_3 = 4$  Ом. Сопоставить полученные значения тока с принятыми значениями порогов ощутимого (1 мА) и неотпускающего (15 мА) токов при сетевой частоте 50 Гц.

Определить напряжение на теле человека и протекающий через тело ток для двух случаев: 1. Аппарат не заземлен; 2. Аппарат заземлен с сопротивлением заземления  $R_3 = 4$  Ом. Сопоставить полученные значения тока с принятыми значениями порогов ощутимого (1 мА) и неотпускающего (15 мА) токов при сетевой частоте 50 Гц.

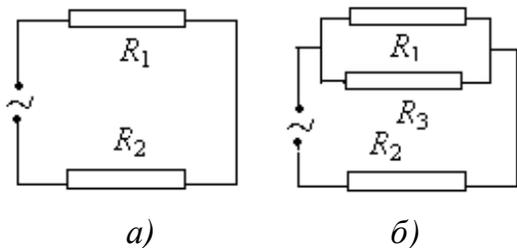


Рис. 9

**Решение.** На рис. 8 представлена общая схема заземления с заземленным (или незаземленным) корпусом аппарата. На рис. 9 представлены принципиальные схемы: без заземления (рис. 9, а) и с заземлением (рис. 9, б).

1. Аппарат не заземлен (см. рис. 9, а). Ток, протекающий через тело человека:  $I = U / (R_1 + R_2) = 220 / 6 \cdot 10^3 = 36,7$  мА, что почти в 2,5 раза превышает порог неотпускающего тока.

Напряжение на теле человека

$$U_1 = IR_1 = 36,7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 = 36,7 \text{ В.}$$

2. Аппарат заземлен (см. рис. 9, б).

С одной стороны, суммарная сила тока в цепи

$$I = U / [R_1 R_3 / (R_1 + R_3) + R_2] = 220 / [10^3 \cdot 4 / (10^3 + 4) + 5 \cdot 10^3] = 44 \text{ мА.}$$

С другой стороны,  $I = I_2 = I_1 + I_3$ .

Падение напряжения на участке параллельного соединения сопротивлений задано  $U_{13} = I_1 R_1 = I_3 R_3$ .

Решаем совместно и получаем уравнение для решения

$$I_1 R_1 = (I - I_1) R_3.$$

Откуда сила тока  $I_1$ , протекающего через тело человека:

$I_1 = IR_3 / (R_1 + R_3) = 44 \cdot 10^{-3} \cdot 4 / (10^3 + 4) = 0,175$  мА, что значительно меньше даже порога ощутимого тока (1 мА).

Падение напряжения при этом на теле человека пренебрежимо мало:

$$U_1 = IR_1 = 0,175 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 = 0,175 \text{ В.}$$

### **Задачи для практических и семинарских занятий**

1. При какой частоте переменного тока полное сопротивление мышечной ткани электроемкостью  $0,02 \text{ мкФ}$  будет в 2 раза больше величины ее активного сопротивления, равного  $1 \text{ кОм}$ ?

2. В качестве регистраторов часто использовали конденсаторные датчики – конденсаторы с переменным расстоянием между пластинами. Определить отношение изменения частоты к частоте собственных колебаний в контуре с таким конденсатором, если расстояние между пластинами уменьшилось от  $1 \text{ см}$  до  $9 \text{ мм}$ .

3. Определить активное сопротивление катушки индуктивностью  $150 \text{ Гн}$  электромагнитного реле в схеме рентгеновского аппарата при стандартной сетевой частоте, напряжении  $220 \text{ В}$ , токе  $2,5 \text{ мА}$ .

4. Частота генератора аппарата терапевтической диатермии равна  $1 \text{ МГц}$ . Колебательный контур генератора состоит из катушки индуктивности и конденсатора емкостью  $30 \text{ пФ}$ . Определить индуктивность катушки.

5. Угол сдвига фаз между током и напряжением для ламинарии равен  $78^\circ$  при частоте переменного тока  $1 \text{ кГц}$ . Рассчитать электроемкость ламинарии, если ее активное сопротивление  $850 \text{ Ом}$ . Активное сопротивление и электроемкость соединены последовательно (см. прил. 4, табл. П4.6).

6. Определить импеданс и сдвиг фаз, происходящий в здоровой ткани десны, если суммарная емкость  $C = 9,7 \text{ нФ}$ , электрическое сопротивление  $R = 50,8 \text{ кОм}$ , а частота  $\nu = 2000 \text{ Гц}$ . Активное сопротивление и емкость соединены параллельно (см. прил. 4, табл. П4.6).

7. Оценить количество теплоты, выделяющееся за  $1 \text{ с}$  в  $1 \text{ дм}^3$  костной ткани. Амплитуда напряженности электрической составляющей при УВЧ-терапии равна  $2000 \text{ В/м}$ . Электроемкость и индуктивность терапевтического контура  $C = 2 \text{ мкФ}$ ,  $L = 3,125 \text{ пГн}$ . Относительная диэлектрическая проницаемость костных тканей  $\epsilon = 7,6$ , угол диэлектрических потерь  $\delta = 30^\circ$ .

8. Сопротивление между ладонями рук с сухой кожей может достигать значения  $R_1 = 0,1$  МОм, а с влажных –  $R_2 = 1$  кОм. Определить силу тока через тело человека при его контакте с электросетью напряжением  $U = 220$  В и частотой 50 Гц. Сравнить значения тока со стандартными значениями порогов осязаемого (1 мА) и неотпускающего (15 мА) токов.

## Расчетно-графическая работа II

*Таблица вариантов РГР II*

Вариант	Номер задачи									
1	101	111	121	201	211	221	231	301	401	411
2	102	112	122	202	212	222	232	302	402	412
3	103	113	123	203	213	223	233	303	403	413
4	104	114	124	204	214	224	234	304	404	414
5	105	115	125	205	215	225	235	305	405	415
6	106	116	126	206	216	226	236	306	406	416
7	107	117	127	207	217	227	237	307	407	417
8	108	118	128	208	218	228	238	308	408	418
9	109	119	129	209	219	229	239	309	409	419
10	110	120	130	210	220	230	240	310	410	420

### *Акустика. Эффект Доплера*

101. Первый поезд идет со скоростью 20 м/с. Навстречу ему идет второй поезд со скоростью 15 м/с. Второй поезд дает свисток с частотой 300 Гц. Определить частоты колебаний звука, воспринимаемых наблюдателем, находящимся в первом поезде, перед встречей (а) и после встречи (б).

102. Динамик, испускающий звук с частотой 1000 Гц, находится на автомобиле, движущемся со скоростью 54 км/ч. Чему будет равна частота этого звука, измеренная прибором, находящимся на движущемся навстречу со скоростью 36 км/ч автомобиле?

103. Два наблюдателя движутся навстречу друг другу со скоростями 7,2 и 5,4 км/ч соответственно. Первый держит динамик, который испускает звук с частотой 120 Гц. Определить зарегистрированные вторым наблюдателем частоты колебаний: а) перед встречей, б) после нее.

104. Два наблюдателя движутся в противоположных направлениях со скоростями 4,8 и 3,6 км/ч. Первый включает источник излучения гармонической волны с частотой 80 Гц. Определить частоту колебаний звука, которую воспринимает второй наблюдатель. Скорость звука 330 м/с.

105. Ультразвуковая волна, с частотой колебаний 1,1 МГц отражается от поверхности клапана сердца, движущегося навстречу распространению волны со скоростью 6,2 см/с. Определить изменение частоты колебаний в отраженной волне, вызванное эффектом Доплера.

106. Определить скорость движения стенки артерии, если частота ультразвука 1 МГц, а сдвиг частоты за счет Доплер-эффекта составил 2,7 Гц. (Скорость распространения ультразвука 1500 м/с).

107. Ультразвуковая волна с частотой колебаний 1 МГц отражается от поверхности клапана сердца, движущегося навстречу распространению волны со скоростью 6 см/с. Определить изменение частоты колебаний в отраженной волне, вызванное эффектом Доплера.

108. Скорость движения клапана сердца составляет 1,3 мм/с. Определить частоту ультразвуковой волны, распространяющейся со скоростью 1520 м/с, если сдвиг частоты за счет Доплер-эффекта составил 5 Гц?

109. Ультразвуковая волна с частотой колебаний 1,2 МГц отражается от поверхности клапана сердца, движущегося навстречу распространению волны со скоростью 5,8 см/с. Определить изменение частоты колебаний в отраженной волне, вызванное эффектом Доплера.

110. Определить доплеровский сдвиг частоты движения стенки артерии, движущейся со скоростью 1,5 мм/с, если частота ультразвука 0,88 МГц, а скорость его распространения 1500 м/с.

#### *Акустика. Характеристики звуковых волн*

111. Интенсивность звука, создаваемого криком, равна  $100 \text{ мкВт/м}^2$ . Вычислить величину акустического давления, создаваемого в воздухе.

112. Интенсивность плоской волны в воздухе равна  $I = 100 \text{ пВт/м}^2$ . Определить амплитуду колебаний частиц (молекул) воздуха при нормальных условиях и объемную плотность энергии колебательного движения для частот:  $\nu_1 = 20 \text{ Гц}$ ,  $\nu_2 = 1000 \text{ Гц}$ ,  $\nu_3 = 20\,000 \text{ Гц}$ .

113. Согласно санитарным нормам нахождение человека в помещении с уровнем интенсивности шума 100 дБ не должно превышать 30 мин. Какая энергия проходит за это время через барабанную перепонку человека, площадь которой  $66 \text{ мм}^2$ ?

114. Для уменьшения отражения ультразвука при переходе его от излучателя в облучаемый орган между ними помещают контактное вещество. Каково должно быть акустическое сопротивление такого вещества, чтобы коэффициент отражения на границе между ним и кварцевым излучателем был 0,05? Плотность кварца  $2,65 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  и скорость ультразвука в нем 5,97 км/с.

115. Разность хода звуковых волн, приходящих со скоростью 340 м/с в левое и правое ухо человека, составляет 1 см. Определить сдвиг фаз между обоими звуковыми ощущениями для тона с частотой  $\nu = 1000 \text{ Гц}$ .

116. Вычислить коэффициент отражения ультразвука на границе между костью черепа и мозгом. Плотности мозга и кости черепа соответственно равны  $1,05 \cdot 10^3$  и  $1,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Скорости ультразвука в этих тканях соответственно 1,52 и 3,66 км/с.

117. Оценить скорость распространения звука в серебре.

118. Оценить скорость распространения звука в костной ткани.

119. Рассчитать длину стальной струны радиусом 0,3 мм, если при натяжении силой 6 Н она издает тон частотой 350 Гц.

120. Определить силу натяжения стальной струны длиной 0,5 м диаметром 0,4 мм, необходимую для генерации звука с частотой 130,5 Гц.

#### *Акустика. Характеристики восприятия звуковых волн*

121. Шум на улице, которому соответствует уровень интенсивности звука в  $L_1 = 50 \text{ дБ}$ , слышен в комнате так, как шум в  $L_2 = 30 \text{ дБ}$ . Найти отношение интенсивностей звука на улице и в комнате.

122. Шум в поезде метро составляет 95 дБ, а на улице – 70 дБ. Во сколько раз различаются интенсивности шума в этих местах?

123. Два звука одинаковой частоты отличаются по интенсивности на  $\Delta L = 30 \text{ дБ}$ . Найти отношение амплитуд звукового давления.

124. На производстве определен допустимый предел уровня шума  $E = 70 \text{ фон}$ . Принимая соответствие шума звуку с частотой  $\nu = 1 \text{ кГц}$ , определить максимально допустимую интенсивность звука.

125. При прохождении в поглощающей среде интенсивность звука частотой  $\nu = 200 \text{ Гц}$  уменьшается с  $I_1 = 100 \text{ мкВт/м}^2$  до  $I_2 = 0,01 \text{ мкВт/м}^2$ . Определить уменьшение уровня громкости.

126. Два звука одинаковой частоты  $\nu = 1$  кГц отличаются по громкости на  $\Delta E = 20$  фон. Во сколько раз отличаются их интенсивности?

127. Определить величину громкости, амплитуду звукового давления и амплитуду смещения частиц в волне, если интенсивность гармонической звуковой волны частотой 1 кГц в воздухе составила  $0,1$  мВт/м<sup>2</sup>.

128. Нормальный разговор человека оценивается уровнем громкости звука в  $E = 50$  фон (для частоты  $\nu = 1$  кГц). Определить уровень громкости звука, соответствующего трем одновременно говорящим людям.

129. Кудактанье курицы создает уровень интенсивности шума 90 дБ. Какой уровень интенсивности шума создает одновременное кудактанье 20 куриц в птичнике?

130. Уличный шум интенсивностью  $10^{-6}$  Вт/м<sup>2</sup> и громкостью 80 фон слышен в помещении как шум громкостью 40 фон. Найти интенсивность звука в помещении и оценить изменение коэффициента  $k$  в формуле психофизического закона Вебера – Фехнера

### *Электрические поля на клеточном уровне. Биоэлектрогенез*

201. Во сколько раз изменится проницаемость мембраны, если температура ее увеличилась от 36,6 до 39,6 °С?

202. Чему равен коэффициент проницаемости цитоплазматической мембраны толщиной 9 нм, если коэффициент диффузии  $3,6 \cdot 10^{-14}$  м<sup>2</sup>/с, а коэффициент распределения вещества внутри и снаружи мембраны 3?

203. Определить толщину цитоплазматической мембраны, если коэффициент диффузии  $5,6 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/с, коэффициент распределения вещества внутри и снаружи мембраны 2, а коэффициент проницаемости 1,4 мм/с.

204. Найти концентрацию ионов натрия с наружной стороны цитоплазматической мембраны, если концентрация этих ионов с внутренней стороны 18 мМ/л, плотность потока вещества  $2,1 \cdot 10^{-7}$  Моль/(с · м<sup>2</sup>), а коэффициент проницаемости равен 0,9 мкм/с.

205. С наружной стороны цитоплазматической мембраны толщиной 10 нм концентрация ионов калия составила величину 7 мМ/л, концентрация калия в веществе мембраны с внутренней ее стороны

оказалась равной 13 мМ/л. Определить коэффициент диффузии, если плотность потока вещества через мембрану равна  $1,8 \cdot 10^{-6}$  Моль/( $\text{м}^2 \cdot \text{с}$ ). (Считать распределение частиц в веществе мембраны линейным).

206. Определить, чему равна плотность потока ионов натрия через цитоплазматическую мембрану моторного нейрона кошки, если коэффициент диффузии равен  $1,2 \cdot 10^{-12}$   $\text{м}^2/\text{с}$ , а напряженность электрического поля в веществе мембраны составляет 4,5 МВ/м. Считать градиент концентрации ионов равным нулю, а массовую концентрацию равной  $0,15 \text{ кг}/\text{м}^3$ . Перенос ионов происходит при температуре  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ .

207. Считая градиент концентрации ионов равным нулю, рассчитать плотность потока ионов калия через цитоплазматическую мембрану аксона кальмара при температуре  $28 \text{ }^\circ\text{C}$ , если коэффициент диффузии равен  $0,8 \cdot 10^{-10}$   $\text{м}^2/\text{с}$ , а напряженность электрического поля в веществе мембраны составляет 4,1 кВ/м. Массовую концентрацию взять равной  $0,39 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

208. Определить заряд белковых ионов (в единицах заряда электрона) и безразмерный потенциал  $\psi$  мембраны отмирающей клетки при температуре  $18 \text{ }^\circ\text{C}$ , если ее доннановский потенциал равен  $-2,0$  мВ, концентрация электролитов в окружающей среде 332 мМ, а концентрация отрицательно заряженных белковых молекул внутри клетки 1 мМ.

209. При температуре  $33 \text{ }^\circ\text{C}$  доннановский потенциал отмирающей клетки составил  $-3,2$  мВ. Определить концентрации ионов во внеклеточной жидкости, если концентрация белка в клетке 1,07 мМ, а заряд белковых ионов (в единицах заряда электрона) равен 16.

210. Доннановский потенциал покоя поврежденной клетки при температуре  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  равен  $-2,0$  мВ, концентрация ионов во внеклеточной жидкости 160 мМ. Определить валентность белковых ионов, если концентрация белка в клетке 1,6 мМ.

### *Электрохимический потенциал*

211. Определить изменение величины электрохимического потенциала при переносе ионов натрия в мышечном волокне лягушки при температуре  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ . (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

212. Чему равно изменение величины электрохимического потенциала при температуре  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  при переносе ионов хлора в мышечном волокне лягушки? (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

213. При переносе ионов калия в мышечном волокне лягушки определить изменение величины электрохимического потенциала, если температура его  $33\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

214. Определить изменение величины электрохимического потенциала при переносе ионов натрия в моторном нейроне кошки при температуре  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

215. Чему равно изменение величины электрохимического потенциала при температуре  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  при переносе ионов хлора в моторном нейроне кошки? (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

216. При переносе ионов калия в моторном нейроне кошки определить изменение величины электрохимического потенциала, если температура его  $33\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

217. Найти изменение разности электрохимических потенциалов ионов при переносе ионов натрия через цитоплазматическую мембрану гигантского аксона кальмара, если температура среды повысилась от  $18$  до  $32\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а потенциал покоя мембраны остался постоянным. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

218. На модели мембраны создана разность концентраций ионов натрия. Ионы натрия, проходя со стороны 1 на сторону 2, вступали в химическую реакцию с присоединением гидроксильной группы; изменение химического потенциала при этом составило  $1,2\text{ кДж/моль}$ . Определить изменение электрохимического потенциала, если разность потенциалов между второй и первой сторонами мембраны была равна  $-70\text{ мВ}$ , температура среды  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а концентрации ионов натрия  $20$  и  $220\text{ мМ}$  соответственно.

219. В эксперименте, проведённом на модели мембраны, была создана разность концентраций ионов калия. Ионы калия, проходя со стороны 1 на сторону 2, вступали в химическую реакцию с присоединением гидроксильной группы; изменение химического потенциала при этом составило  $1,3\text{ кДж/моль}$ . Определить изменение электрохимического потенциала, если разность потенциалов между второй и первой сторонами мембраны была равна  $-70\text{ мВ}$ , температура среды  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а концентрации ионов калия  $180$  и  $21\text{ мМ}$  соответственно.

220. Рассчитать работу электрического поля, затраченную на перенос ионов натрия в гигантском аксоне каракатицы при температуре  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ , если изменение электрохимического потенциала составило  $11,41\text{ кДж/моль}$ . (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

*Равновесный мембранный потенциал (уравнение Нернста)*

221. Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны гигантского аксона каракатицы для ионов калия. Температура среды 28 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

222. Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны гигантского аксона каракатицы для ионов натрия. Температура среды 34 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

223. Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны гигантского аксона кальмара для ионов калия. Температура среды 32 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

224. Определить равновесный нернстовский потенциал для ионов натрия, диффундирующих через цитоплазматическую мембрану гигантского аксона кальмара при температуре 24 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

225. Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны гигантского аксона кальмара для ионов хлора. Температура среды 31 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

226. Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны мышечного волокна лягушки для ионов калия. Температура среды 26 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

227. Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны мышечного волокна лягушки для ионов натрия. Температура среды 33 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

228. Определить равновесный нернстовский потенциал цитоплазматической мембраны мышечного волокна лягушки для ионов хлора. Температура среды 30 °С. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

229. Концентрация ионов хлора внутри моторного нейрона кошки равна 9 мМ, а концентрация этих же ионов во внеклеточной среде равна 125 мМ. Определить величину мембранного потенциала нейрона, если температура тела кошки 38 °С.

230. При одинаковой температуре внешней среды отношение концентрации ионов калия внутри клетки к концентрации их во внеклеточной среде для гигантского аксона каракатицы равно  $340/10,4$ , а для мышечного волокна лягушки оно равно  $140/2,5$  (концентрации в мМ). Во сколько раз мембранный потенциал клетки лягушки больше, чем у каракатицы?

*Потенциал покоя мембраны клетки*

231. Найти потенциал покоя цитоплазматической мембраны мышечного волокна лягушки. Температура среды  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Коэффициенты проницаемости мембраны и концентрации ионов принять стандартными. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

232. Чему равен потенциал покоя цитоплазматической мембраны аксона кальмара при температуре  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Коэффициенты проницаемости мембраны и концентрации ионов взять стандартными. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

233. Определить потенциал покоя цитоплазматической мембраны моторного нейрона кошки при температуре  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Коэффициенты проницаемости мембраны принять стандартными. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

234. В эксперименте, проводимом при  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$  на мышечном волокне лягушки, концентрация ионов калия во внеклеточной жидкости увеличилась в 2 раза. Определить изменение потенциала покоя мембраны. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

235. Концентрация ионов натрия внутри живой клетки в эксперименте на моторном нейроне кошки уменьшилась в 3 раза. Как изменился потенциал покоя мембраны? Температура среды  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

236. В опыте на гигантском аксоне каракатицы концентрация ионов хлора внутри клетки увеличилась в 2 раза. Чему равен потенциал покоя мембраны, если эксперимент проводился при  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

237. Как изменился потенциал покоя моторного нейрона кошки при увеличении температуры от  $27$  до  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Коэффициенты проницаемости ионов принять стандартными. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

238. Как изменится по сравнению с нормой потенциал покоя цитоплазматической мембраны аксона кальмара при увеличении температуры среды от 27 до 37 °С и увеличении концентрации ионов калия во внеклеточной жидкости в 7 раз? Коэффициенты проницаемости ионов принять стандартными. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

239. Определить изменение потенциала покоя цитоплазматической мембраны мышечного волокна лягушки по сравнению с нормой при увеличении температуры среды от 27 до 37 °С и увеличении концентрации ионов хлора внутри клетки в 2 раза. Коэффициенты проницаемости ионов принять стандартными. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5.)

240. Оценить потенциалы покоя клеток гигантского аксона кальмара в верхних слоях океана, прогретых до температуры 20 °С, и в глубине, где температура 10 °С. Коэффициенты проницаемости ионов принять стандартными. Вкладами ионов натрия и хлора в величину потенциала покоя пренебречь. (Необходимые данные см. в прил. 4, табл. П4.5).

### *Электростатика и постоянный ток*

301. Толщина искусственной фосфолипидной мембраны, состоящей из бимолекулярного слоя фосфолипидов, достигает около  $l = 6$  нм. Найти емкость  $1 \text{ см}^2$  такой мембраны, считая ее относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon = 3$ . Сравните полученную емкость с аналогичной характеристикой конденсатора с расстоянием между пластинами  $l = 1$  мм.

302. Разность потенциалов между внутренней и внешней поверхностями мембраны митохондрии внутри клетки печени крысы составляет 200 мВ. Полагая, что электрическое поле внутри мембраны однородно, и считая толщину мембраны  $l = 8$  нм, определить напряженность электрического поля в мембране и по формуле емкости плоскости плоского конденсатора оценить емкость внешней мембраны митохондрии с площадью поверхности  $13 \text{ мкм}^2$  и относительной диэлектрической проницаемостью 5.

303. Величина мембранного потенциала покоя для клетки икроножной мышцы лягушки равна 65 мВ. Емкость мембраны толщиной 10 нм и в расчете на  $1 \text{ см}^2$  ее поверхности равна 0,48 мкФ. Определить величины напряженности электрического поля в мембране и относительной диэлектрической проницаемости мембраны.

304. Какой максимальный момент силы действует в электрическом поле напряженностью  $E = 20$  кВ/м на молекулу воды ( $p = 3,7 \cdot 10^{-20}$  Кл · м)?

305. В воде при заданных условиях 3 % молекул ориентированы упорядоченно вдоль линий напряженности приложенного электрического поля, остальные молекулы ориентированы хаотически. Оценить величину вектора поляризации. Дипольный момент молекул воды  $p = 3,7 \cdot 10^{-20}$  Кл · м.

306. На пластины плоского конденсатора, расстояние между которыми  $l = 3$  см, подано напряжение  $U = 1$  кВ. Пространство между пластинами заполнено кровью. Найти поверхностную плотность связанных зарядов и поляризованность.

307. Оценить эквивалентную емкость тела человека, считая ее равной емкости электропроводящего шара того же объема. Среднюю плотность тела принять равной  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>; масса человека  $m = 60$  кг.

308. При гальванизации через участок тела лошади за время лечебной процедуры (20 мин) проходит электрический заряд 90 Кл. Определить среднюю плотность тока, если площадь электродов 350 см<sup>2</sup>.

309. При лечении невралгии на плечевой сустав накладывают электроды и используют аппарат для гальванизации. Эффективная плотность тока должна быть 0,4 мА на 1 см<sup>2</sup> площади активного электрода, а суммарный ток не должен превышать 200 мА. Определить: 1. Необходимую к использованию площадь активного электрода; 2. Величину полного заряда прошедшего через тело при времени процедуры 25 мин.

310. Одна часть плоского конденсатора заполнена кровью, другая – водой. Во сколько раз поверхностная плотность связанных зарядов одного диэлектрика больше, чем другого? Рассмотреть два случая расположения крови и воды (рис. 10, а, б).

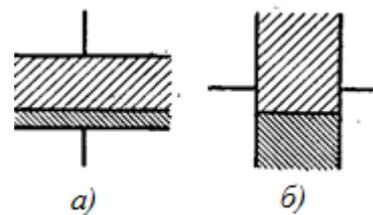


Рис. 10

*Переменный ток. Диатермия. Дарсонвализация. Индуктотермия*

401. Чему равна мощность тока, расходуемая на нагревание мягких тканей площадью 10 см<sup>2</sup>, находящихся на глубине 5 см, если удельное сопротивление тканей равно 2 Ом · м, а плотность тока 10 мА/мм<sup>2</sup>?

402. Определить плотность тока, необходимую для электрохирургического воздействия с рассечением жировых тканей с удельным сопротивлением  $33,3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , площадью  $2 \text{ мм}^2$ . Глубина разреза  $5 \text{ мм}$ . Мощность тока, расходуемая на тепловом действии высокочастотных электрических токов на проводящие ткани и их нагревание равна  $436 \text{ Вт}$ .

403. При диатермии печени крупного рогатого скота один электрод площадью  $12 \cdot 20 \text{ см}^2$  накладывают спереди на область печени, а второй – сзади напротив первого электрода. Процедуру проводят  $15 \text{ мин}$  при силе тока между электродами  $1,1 \text{ А}$ . Какое количество теплоты выделится в объеме печени толщиной  $5 \text{ см}$ ? Удельное сопротивление печени  $10 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

404. При раздражении плечевого сустава коровы длительными прямоугольными импульсами электрического тока порог раздражения наступает при  $12 \text{ мА}$  (реобазис). При длительности импульса  $3 \text{ мс}$  порог раздражения наступает при  $14,5 \text{ мА}$ . Оценить порог раздражения при длительности импульса  $0,5 \text{ мс}$ .

405. В физиологическом эксперименте на кошках использовали ток экспоненциальной формы. Длительность импульсов  $\tau_{\text{и}} = 20 \text{ мс}$ , а частота следования  $50 \text{ Гц}$ . Определить форму сигналов, скважность следования импульсов  $Q$  и период их повторения.

406. Нарисовать форму сигналов диадинамических токов Бернара и определить скважность импульсов  $Q$ , период их следования и длительность паузы для частот следования  $100 \text{ Гц}$  и  $50 \text{ Гц}$ . Длительность импульсов в обоих случаях  $\tau_{\text{и}} = 10 \text{ мс}$ .

407. Определить количество теплоты, выделяющееся при индуктотермии через  $15 \text{ мин}$  в сухой коже с удельным сопротивлением  $0,1 \text{ МОм} \cdot \text{м}$  и в крови с удельным сопротивлением  $1,66 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Частота прибора, используемого в стационаре  $13,56 \text{ МГц}$ , амплитудное значение магнитной индукции равно  $0,01 \text{ Тл}$ , коэффициент  $k$  взять равным  $0,332 \text{ мм}^2$ . Полученные результаты сравнить друг с другом и проанализировать.

408. Аппарат для индуктотермии генерирует переменное напряжение частотой  $13,56 \text{ МГц}$ . Во сколько раз снизится тепловой эффект, если индуктотермическую катушку подсоединить к аппарату для диатермии, работающему на частоте  $1,625 \text{ МГц}$ ?

409. Чему равна мощность тока, расходуемая на нагревание жировых тканей, площадью  $20 \text{ см}^2$ , находящихся на глубине  $3 \text{ см}$ , если их удельное сопротивление равно  $33,3 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , а плотность тока  $2 \text{ мА/мм}^2$ ?

410. Определить плотность тока, необходимую для сваривания кожных тканей с удельным сопротивлением  $1 \text{ МОм} \cdot \text{м}$ , площадью  $10 \text{ мм}^2$  глубиной  $1 \text{ мм}$ . Мощность тока, расходуемая на нагревание, равна  $250 \text{ Вт}$ .

*Переменный ток. УВЧ-терапия*

411. Сопротивление образца мышечной ткани измеряется при пропускании через него сначала постоянного, а затем переменного тока. При какой частоте переменного тока полное сопротивление ткани будет в 3 раза больше величины ее активного, омического сопротивления, равного  $850 \text{ Ом}$ ? Емкость ткани равна  $0,01 \text{ мкФ}$ .

412. Отношение индуктивного сопротивления тела к его емкостному сопротивлению равно  $0,4$ . При какой частоте переменного тока проводились измерения, если индуктивность тела  $4 \text{ мГн}$ , а его электроемкость  $30 \text{ мкФ}$ ?

413. При воспалительных процессах в тканях структура клеточных мембран изменяется и соответственно меняется их электроемкость. Измерения емкостного сопротивления ткани в норме проводились при частоте переменного тока  $1,3 \text{ кГц}$ . Измерения емкостного сопротивления той же ткани при воспалении проводились при тех же условиях, но частота переменного тока была  $6,2 \text{ кГц}$ . Величина емкостного сопротивления во втором случае оказалась в  $3,5$  раза меньше, чем в первом. Во сколько раз уменьшилась электроемкость ткани при воспалении?

414. Во сколько раз изменится полное сопротивление образца мышечной ткани при измерении его в цепях переменного тока с частотами  $10 \text{ кГц}$  и  $100 \text{ кГц}$ ? Активное сопротивление ткани  $R = 80 \text{ Ом}$ , ее электроемкость  $C = 0,5 \text{ мкФ}$ .

415. Оценить количество теплоты, выделяющееся в жировом слое с относительной диэлектрической проницаемостью  $5,55$  при УВЧ-терапии, если угол диэлектрических потерь  $20^\circ$ , амплитуда напряженности электрической компоненты УВЧ электромагнитного поля равна  $3000 \text{ В/м}$ . Использовать принятую в России стандартную частоту для УВЧ-аппаратов.

416. Определить импеданс и сдвиг фаз, происходящий в здоровой ткани десны, если суммарная емкость  $C = 9,7 \text{ нФ}$ , электрическое сопротивление  $R = 50,8 \text{ кОм}$ , а циклическая частота  $\omega = 2000 \text{ с}^{-1}$ . Активное сопротивление и емкость включены последовательно (см. прил. 4, табл. П4.6).

417. Вычислить импеданс и сдвиг фаз в ткани десны при воспалительном процессе, если суммарная емкость  $C = 11,1$  нФ, электрическое сопротивление  $R = 110$  кОм, а частота  $\nu = 3000$  Гц. Активное сопротивление и емкость включены последовательно (см. прил. 4, табл. П4.6).

418. Какое количество теплоты выделится за 10 мин в  $0,5$  дм<sup>3</sup> при УВЧ-терапии, если эффективная напряженность электрического поля между электродами  $350$  В/м? Удельное сопротивление ткани  $8$  Ом · м.

419. Объем жировой ткани, подвергающейся УВЧ-терапии, имеет площадь  $8$  см<sup>2</sup> и толщину  $3$  см. Каково его активное сопротивление? Вычислить полное сопротивление участка ткани, если его емкость  $85$  пФ и частота электрического поля, генерируемого аппаратом УВЧ-терапии, равна  $40,58$  МГц. Удельное сопротивление жировой ткани  $35$  Ом · м.

420. Вычислить угол сдвига фаз между током и напряжением для кожи лягушки при частоте переменного тока  $2$  кГц, если ее активное сопротивление  $2,5$  кОм и емкость  $0,022$  мкФ. Считать активное сопротивление и емкость соединенными последовательно (см. прил. 4, табл. П4.6).

## **П.5. Электрические характеристики сердца, нервной системы и головного мозга. Моделирование**

**Электрография.** Живые ткани – источники электрических потенциалов. В медицинской практике регистрацию потенциалов тканей и органов представляют следующие методы электрографии (табл. 2):

- ЭКГ – электрокардиография – регистрация биопотенциалов, возникающих в сердечной мышце при ее возбуждении;
- ЭРГ – электроретинография – регистрация биопотенциалов сетчатки глаза, возникающих в результате воздействия на глаз;
- ЭЭГ – электроэнцефалография – регистрация биоэлектрической активности головного мозга;
- ЭМГ – электромиография – регистрация биоэлектрической активности мышц.

Таблица 2. Характеристики биопотенциалов сердца, мышц и мозга

Биопотенциал	Интервал частот, Гц	Амплитуда, мкВ	
		максимальная	минимальная
ЭКГ	0,2 – 120	1500 – 2000	100 – 300
ЭМГ	3 – 600	1000 – 1500	30 – 40
ЭЭГ	1 – 300	200 – 300	5 – 10

**Электрический диполь.** Электрический момент диполя  $\vec{p} = q\vec{l}$ , где  $q$  – электрический заряд,  $\vec{l}$  – вектор плеча диполя направлен от «минуса» к «плюсу» и по модулю равен расстоянию между отрицательным и положительным зарядом  $q$ .

Модуль момента силы, действующего на диполь в электрическом поле напряженностью  $E$ :  $M = pE\sin\alpha$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{E}$ .

Потенциал электрического поля, созданного диполем в некоторой точке  $A$  на расстоянии  $r$  ( $r \gg l$ ):  $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{p\cos\alpha}{r^2}$ , где  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{p}$  и направлением на точку  $A$ ;  $\epsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Разность потенциалов двух точек, равноудаленных от диполя (источника поля):  $\varphi_B - \varphi_A = \frac{\sin(\gamma/2)}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0r^2} p\cos\beta$ , где  $\gamma$  – угол, под которым видны точки  $A$  и  $B$  от диполя,  $\beta$  – угол между  $\vec{p}$  и прямой  $AB$ .

В непроводящей среде электрический диполь сохраняется сколь угодно долго. В проводящей среде под действием электрического поля диполя возникает смещение свободных зарядов, диполь экранируется и перестает существовать. Для сохранения диполя в проводящей среде необходима электродвижущая сила. Только в этом случае на электродах будут поддерживаться электрические заряды противоположных знаков, а в среде между электродами возникнет электрический ток.

**Токовый диполь.** Для объяснения возникновения потенциалов при регистрации электрокардиограмм и моделирования электрической активности сердца применяется теория токового диполя.

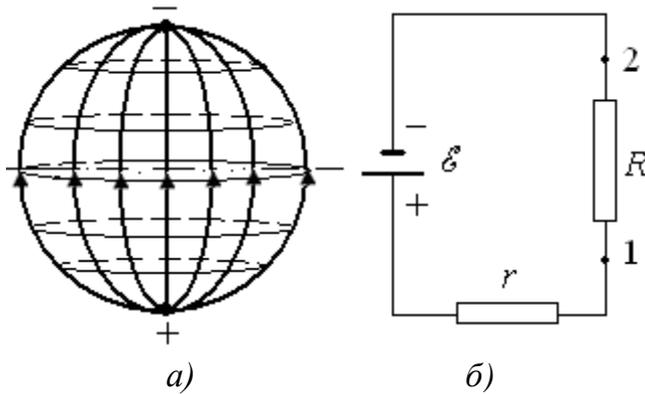


Рис. 11

Двухполюсную систему в проводящей среде, состоящую из истока и стока тока, называют дипольным электрическим генератором – токовым диполем. На рис. 11, а изображен дипольный электрический генератор: сплошными линиями со стрелками показаны линии тока, а пунктирными – эквипотенциальные поверхности. На рис. 11, б показана его эквивалентная электрическая схема:  $R$  – сопротивление проводящей среды между электродами;  $r$  – внутреннее сопротивление источника,  $\mathcal{E}$  – ЭДС; положительный электрод (1) – исток тока; отрицательный электрод (2) – сток тока.

Дипольный момент токового диполя  $\vec{p}_T = I \cdot \vec{l}$ , где  $I$  – сила тока, протекающего между истоком и стоком,  $\vec{l}$  – вектор плеча диполя.

Электрический потенциал токового диполя для однородной проводящей среды неограниченных размеров  $\varphi = \frac{p_T \cos \alpha}{4\pi \cdot \gamma \cdot r^2}$ , где  $\gamma = 1/\rho$  – удельная электрическая проводимость,  $p_T$  – дипольный момент токового диполя (прил. 5, таблица),  $\alpha$  – угол между направлением вектора  $\vec{p}$  и направлением регистрации потенциала  $\varphi$ .

**Электрокардиограмма. Треугольник Эйнтховена.** В равностороннем треугольнике Эйнтховена сердце как токовый диполь располагается в центре, а обозначения  $A$ ,  $B$ ,  $C$  соответствуют местам подключения электродов: правая рука ( $Rh$ ), левая рука ( $Lh$ ), левая нога ( $Lf$ ). Организуемые при этом направления с выделенными полярностями называют отведениями:  $AB$  – I отведение,  $BC$  – II отведение,  $AC$  – III отведение (рис. 12). Каждый зубец электрокардиограммы (ЭКГ) является проекцией результирующего моментного вектора на ось отведения, поэтому амплитуда зубца будет максимальной в том отведении, которое проходит параллельно результирующему момент-

ному вектору и, наоборот, минимальной (до нуля), если результирующий вектор перпендикулярен оси отведения. Направление зубца зависит от направления вектора. Если вектор обращен в сторону положительного полюса электрического поля, то зубец направлен кверху (+) и, наоборот, при направлении вектора в сторону отрицательного полюса зубец направлен книзу (-). В то же время электрод, помещенный на противоположном участке электрического поля и испытывающий влияние противоположного компонента диполя, регистрирует зеркальное отображение зубца. На рис. 12 цифрами отмечены 6 векторов одного и того же результирующего моментного вектора во фронтальной плоскости. Из шести соответствующих проекций этого вектора максимальной в I отведении является проекция вектора 2, направленного почти параллельно оси I отведения. Вектор 4 направлен почти перпендикулярно оси I отведения, образуя минимальную проекцию. Таким образом, наличие максимального зубца в соответствующем отведении во фронтальной плоскости указывает на то, что в этом случае вектор направлен параллельно оси отведения. Если стрелка вектора обращена к положительному электроду, то на электрокардиограмме выявляется положительный зубец (вектор 2); если вектор обращен к отрицательному электроду, то зубец направлен вниз, т. е. отрицателен (вектор 6).

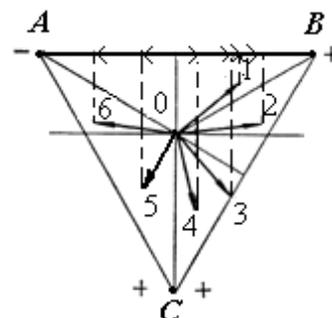


Рис. 12

Из шести соответствующих проекций этого вектора максимальной в I отведении является проекция вектора 2, направленного почти параллельно оси I отведения. Вектор 4 направлен почти перпендикулярно оси I отведения, образуя минимальную проекцию. Таким образом, наличие максимального зубца в соответствующем отведении во фронтальной плоскости указывает на то, что в этом случае вектор направлен параллельно оси отведения. Если стрелка вектора обращена к положительному электроду, то на электрокардиограмме выявляется положительный зубец (вектор 2); если вектор обращен к отрицательному электроду, то зубец направлен вниз, т. е. отрицателен (вектор 6).

Электрическая ось сердца выражается в градусах в декартовой системе (см. рис. 12), где направление по горизонтали от точки 0 на III отведение соответствует  $0^\circ$ , направление вниз (0C) – значению  $+90^\circ$  и т. д. Как показано, электрическая ось, расположенная в левом нижнем квадранте (со стороны левой руки – точки B), считается нормальной и положение анатомической и электрической осей сердца совпадают.

Отклонение оси влево происходит, когда электрическая ось попадает в верхний левый квадрант и может отражать физическое смещение сердца влево, гипертрофию левого желудочка или утрату электрической активности правого желудочка. Отклонение оси вправо происходит, когда электрическая ось приходится на нижний правый квадрант и это может указывать на физическое смещение сердца вправо, гипертрофию правого желудочка или потерю электрической активности левого желудочка.

Отклонение оси влево происходит, когда электрическая ось попадает в верхний левый квадрант и может отражать физическое смещение сердца влево, гипертрофию левого желудочка или утрату электрической активности правого желудочка. Отклонение оси вправо происходит, когда электрическая ось приходится на нижний правый квадрант и это может указывать на физическое смещение сердца вправо, гипертрофию правого желудочка или потерю электрической активности левого желудочка.

Для оценки ориентации электрической оси сердца необходимо записи ЭКГ по трем отведениям сопоставить по величине зубца R. Электрическая ось должна располагаться практически параллельно отведению с максимальной величиной зубца R. Например, на рис. 12 самый большой зубец 4 регистрируется во II отведении. Отведение II имеет ориентацию  $+60^\circ$ , что очень близко соответствует реальному расположению электрической оси в этом примере.

Определяют электрическую ось по ЭКГ в двух отведениях в следующей последовательности: 1. Измерение величин зубца R в двух отведениях. 2. Отложение векторов этих величин на соответствующие стороны равностороннего треугольника Эйнтховена с учетом полярности. 3. Построение перпендикуляров от начала и конца этих векторов внутрь треугольника с определением положения начала и конца вектора сердечного диполя. 4. Определение угла ориентации диполя.

**Электрические характеристики нервной системы и головного мозга.** Потенциал действия  $\varphi$  в аксоне на расстоянии  $x$  от места

возбуждения  $\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$ , где  $\lambda = \sqrt{\frac{r\rho_m l_m}{2\rho_a}} = \sqrt{\frac{d \cdot R_m}{4\rho_a}}$  – константа затухания

потенциала действия,  $\rho_a$  – удельное сопротивление аксоплазмы,  $R_m = \rho_m \cdot l$  – поверхностное сопротивление мембраны аксона;  $\rho_m$  – удельное сопротивление мембранного комплекса;  $l$  – толщина мембраны;  $r, d$  – радиус и диаметр аксона.

Стандартное отклонение амплитуд зубцов ЭЭГ, отводимой от твердой мозговой оболочки:  $\sigma = kh\sigma_n\rho\sqrt{R_n}$ , где  $k$  – коэффициент, численно равный средней плотности пирамидных нейронов в коре;  $h$  – толщина коры;  $\sigma_n$  – среднее стандартное отклонение изменения во времени дипольного момента нейронов;  $\rho$  – удельное сопротивление коры;  $R_n$  – средний парный коэффициент корреляции электрической активности нейронов.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Определить: число сердечных сокращений в 1 мин, если средний RR интервал равен 1,2 с; сердечный (систолический) индекс, если интервал QRST кардиограммы одного из трёх стандартных отведений равен 0,4 с.

Решение. По условию задачи  $\langle RR \rangle = 1,2$  с и равен интервалу времени одного кардиоцикла. Поэтому число сердечных сокращений в минуту (60 с) составит  $N = 60/1,2 = 50$  уд/мин.

Сердечный систолический индекс, определяющий комплекс QRST по отношению к величине  $\langle RR \rangle$  интервала, равен ССИ =  $= QRST/\langle RR \rangle = 0,4/1,2 = 0,33(3)$  или 33,(3) %.

**Пример 2.** В одном из отведений наибольшая разность биопотенциала на электрокардиограмме равна 2 мВ (рис. 13). Полагая, что электрический момент сердца параллелен стороне треугольника Эйнтховена, оценить величину электрического момента сердца. Известны  $\epsilon_r = 80$ ,  $r = 1$  м.

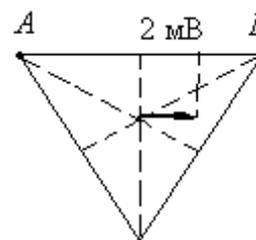


Рис. 13

Решение. Разность потенциалов двух точек, равноудаленных от диполя – источника поля:

$$\varphi_B - \varphi_A = \frac{\sin(\gamma/2)}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} p \cos\beta.$$

По условию задачи точки  $A$  и  $B$  видны от начала вектора дипольного момента под углом  $\gamma = 120^\circ$ . Между  $\vec{p}$  и прямой  $AB$  угол  $\beta = 0$ .

$$p = \frac{\Delta\varphi \cdot 2\pi \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}{\sin(120/2) \cdot \cos 0} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 80 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1^2}{0,866 \cdot 1} = 10^{-11} \text{ Кл} \cdot \text{ м}.$$

**Пример 3.** Нарисовать треугольник Эйнтховена и показать направление электрической оси сердца, предварительно определив угол, образованный диполем с линией I отведения, если амплитуда R зубца во втором отведении 1,4 мВ, а в третьем отведении 0,4 мВ.

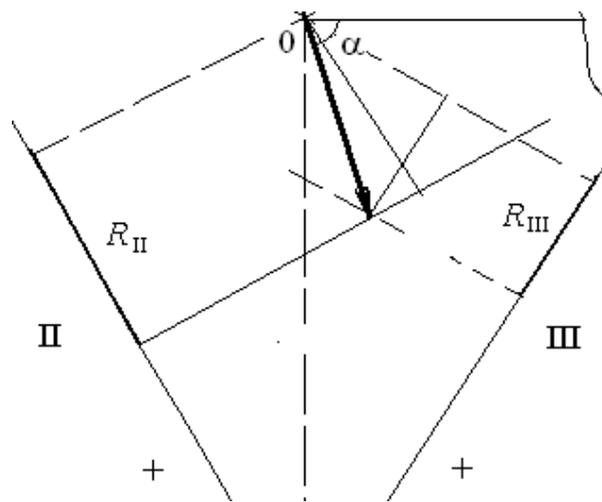


Рис. 14

Решение. На рис. 14 представлены проекции R зубцов на соответствующие стороны треугольника Эйнтховена. Как видно, в пересечении нормалей и проекций образуются два прямоугольных треугольника с общей гипотенузой – линией оси сердца. Также видно, что углы при вершинах треугольников в сумме равны  $30^\circ$ .

Также видно, что углы при вершинах треугольников в сумме равны  $30^\circ$ .

Обозначим длину гипотенузы за  $x$  и получим систему уравнений:

$$R_{II} = x \cos(\alpha - 60); \quad R_{III} = x \sin \theta_2,$$

где угол катета  $R_{III}$ :  $\theta_2 = \alpha - 30^\circ$ .

Перепишем уравнения относительно неизвестного  $\theta_2$ :

$$R_{II} = x \cos(\theta_2 - 30); \quad R_{III} = x \sin \theta_2.$$

В первом уравнении разложим косинус разности углов:

$$R_{II} = x \cos(\theta_2 - 30) = x[\cos(\theta_2) \cdot \cos(30) + \sin(\theta_2) \cdot \sin(30)].$$

Поделим это уравнение на второе и получим формулу связи отношения величин зубцов  $R$  в двух отведениях с ориентацией вектора дипольного момента:

$$\frac{R_{II}}{R_{III}} = \cos 30 \cdot \operatorname{ctg} \theta_2 + \sin 30.$$

Нетрудно получить универсальную формулу определения угла  $\alpha$  ориентации дипольного момента по данным  $R$  зубцов второго и третьего отведений с использованием треугольника Эйнтховена:

$$\alpha = 30 + \theta_2 = 30 + \operatorname{arctg} \left( \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{R_{II}}{R_{III}} - 1}{1} \right) = 30 + 16 \approx 46^\circ.$$

Далее можно найти величину  $x$  как ЭДС сердца, например, по второму уравнению из приведенной системы уравнений. Далее можно найти величину зубца  $R_I = x \cos \alpha$ .

**Пример 4.** Нарисовать треугольник Эйнтховена и электрокардиограммы II и III отведений. Согласно теории Эйнтховена восстановить форму вектор-электрокардиограммы и электрокардиограмму третьего отведения. Определить электрическую ось сердца.

**Решение.** Векторкардиография – метод анализа, основанный на постоянном определении величины и ориентации диполя сердца на протяжении всего сердечного цикла. Представляя электрический диполь сердца в виде вектора с началом (0) в центре треугольника Эйнтховена (см. рис. 12 – 14), получаем полную запись последовательных положений конца этого вектора (рис. 15).

Непрерывная линия, очерчиваемая концом вектора диполя на протяжении одного сердечного цикла, является векторкардиограммой (ВКГ).

Проекции изоэлектрических линий обоих отведений (II, III) пересекутся в центральной точке треугольника. В этой диастолической изоэлектрической точке начинается ВКГ, состоящая из трех замкнутых петель на протяжении любого и каждого сердечного цикла.

Проводим электрическую ось сердца через точку 0 и под углом  $60^\circ$  к горизонтали. Из точки 0 проводим линии, перпендикулярные и пересекающие стороны треугольника, соответствующие отведениям II и III. Эти линии становятся изоэлектрическими для графиков кардиоциклов.

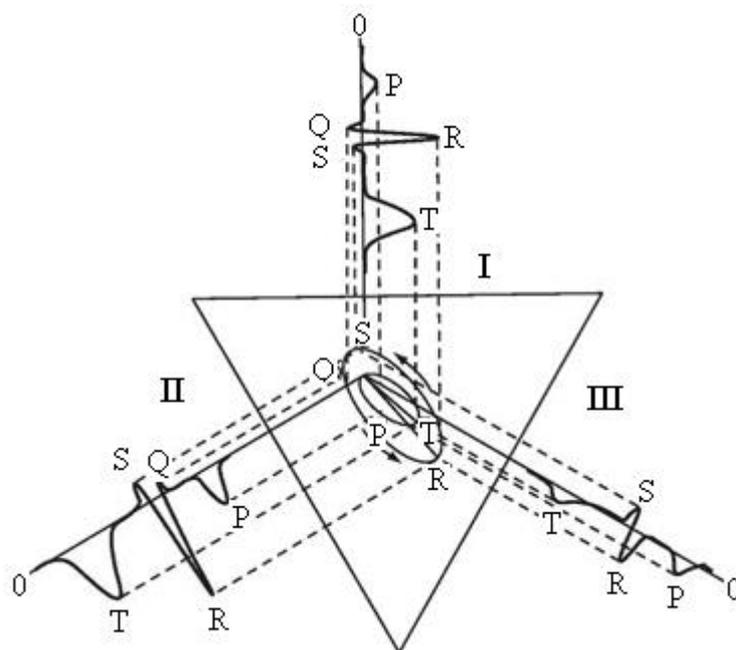


Рис. 15

В принятом и одинаковом для обоих отведений масштабе откладываем на них участки ЭКГ по отведениям II и III с учетом знака деполяризации – R зубцы должны быть направлены к «плюсу», т. е. к нижней вершине треугольника (см. рис. 12). Проецируем вершины R зубцов на соответствующие стороны треугольника и продлеваем линии проекций до пересечения. Точка пересечения определяет местоположение в принятых координатах конца вектора ЭДС сердца, а линия, проведенная через эту точку и исходную точку 0, является электрической осью сердца (ЭОС). В данном случае ЭОС определена  $60^\circ$ . В едином времени последовательные проекции других зубцов дают последовательное формирование непрерывной линии ВКГ. Комплекс QRS, зубцы P и T дадут три петли (см. рис. 15).

Из полученных точек построения строятся перпендикуляры к линии отведения I. В системе единого времени выстраивается ЭКГ отведения I, как это показано выше (см. рис. 15).

**Пример 5.** Известна модель, рассматривающая поверхность некоторого живого организма как поверхность простого геометрического тела, например шара, в центре которого расположен эквивалентный токовый диполь сердца. При этом потенциал  $\varphi$  на поверхности такого шара будет задан известной формулой. Найти этот потенциал, считая радиус шара равным 20 см и дипольный момент максимальным. Угол  $\alpha$  между направлением дипольного момента  $p_T$  и направлением регистрации потенциала равен  $45^\circ$ . Удельное сопротивление  $\rho$  взять равным 2 Ом · м. Необходимые данные взять из таблицы прил. 5 для человека.

**Решение.** Электрический потенциал токового диполя для однородной проводящей среды неограниченных размеров  $\varphi = \frac{p_T \cos \alpha}{4\pi \cdot \gamma \cdot r^2}$ , где  $\gamma = 1/\rho$  – удельная электрическая проводимость;  $p_T$  – дипольный момент токового диполя (см. прил. 5);  $\alpha$  – угол между направлением вектора  $\vec{p}$  и направлением регистрации  $\varphi$ .

$$\varphi = \frac{3\rho p_T \cos \alpha}{4\pi r_{ш}^2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2,32 \cdot 10^{-5} \cdot 0,707}{4 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = 0,196 \text{ мВ.}$$

**Пример 6.** Вычислить стандартное отклонение ЭЭГ у крысы, принимая толщину коры больших полушарий головного мозга  $h = 1$  мм; среднюю плотность пирамидных нейронов в коре  $k = 15 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ , среднее стандартное отклонение изменения во времени дипольного момента нейронов  $\sigma_n = 4,0 \cdot 10^{-15} \text{ А} \cdot \text{м}$ , удельное сопротивление коры  $\rho = 3,0 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , а средний парный коэффициент корреляции активности нейронов  $R_n = 0,002$ .

**Решение.** Стандартное отклонение  $\sigma$  амплитуд зубцов ЭЭГ, отводимое от твердой мозговой оболочки, вычисляется по формуле  $\sigma = kh\sigma_n\rho\sqrt{R_n}$  с последующей подстановкой данных условия задачи:

$$\sigma = kh\sigma_n\rho\sqrt{R_n} = 15 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-15} \cdot 3\sqrt{0,2 \cdot 10^{-2}} = 80,5 \text{ мкВ.}$$

### **Задачи для практических и семинарских занятий**

1. Определить число сердечных сокращений в 1 мин, если средний RR интервал равен 0,6 с, и сердечный (систолический) индекс, если интервал QRST кардиограммы одного из трёх стандартных отведений равен 0,49 с.

2. Определить число сердечных сокращений в минуту, если средний RR интервал равен 1,5 с, а также и сердечный (систолический) индекс (ССИ), если интервал QRST кардиограммы одного из трёх стандартных отведений равен 0,3 с.

3. Определить потенциал электрического поля сердца на расстоянии  $r = 10$  см от сердца. Считать, что сердце представлено моделью эквивалентного токового диполя с дипольным моментом  $p_T$ . Направление регистрации потенциала имеет угол  $30^\circ$  по отношению к направлению дипольного момента. Удельная электрическая проводимость среды  $\gamma = 0,3$  См, а модуль дипольного момента эквивалентного токового диполя  $p_T = 2,32$  мА · см.

4. В аксоне кальмара генерируется потенциал действия 75 мВ. Оценить величину потенциала после прохождения его по немиелинизированному аксону диаметром 0,12 мм на расстояние 10 мм. Удельное сопротивление аксоплазмы 0,85 Ом · м, поверхностное сопротивление мембраны 0,09 Ом/м<sup>2</sup>.

## II.6. Взаимодействие света с биологическим веществом

**Фотометрия.** *Сила света  $J$*  – характеристика источника света. Единица силы света, кандела (кд) – сила света, испускаемого с поверхности площадью  $1/600000$  м<sup>2</sup> полного излучателя в перпендикулярном направлении при температуре излучателя, равной температуре затвердевания платины при давлении 101 325 Па.

*Световой поток  $\Phi$*  – средняя мощность энергии излучения, оцениваемая по световому ощущению, которое она производит. Единица светового потока люмен (лм) – световой поток, излучаемый точечным источником силой света 1 кд в телесном угле  $4\pi$  ср.

*Светимость  $R$*  – величина, равная отношению светового потока, испускаемого светящейся поверхностью, к площади этой поверхности:

$$R = \frac{\Phi_{\text{изл}}}{S}.$$

Единица светимости люкс (лк) – освещенность поверхности площадью 1 м<sup>2</sup> при световом потоке падающего на нее излучения, равном 1 лм.

*Яркость  $L$*  – световая величина, предназначенная для оценки излучения или отражения света в заданном направлении. Яркость опре-

деляют отношением силы света  $dJ$  элементарной поверхности  $dS$  в заданном направлении к проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную этому направлению:  $L = \frac{dJ}{dS_0} = \frac{dJ}{dS \cdot \cos\alpha}$ ,

где  $\alpha$  – угол между перпендикуляром к светящейся поверхности и заданным направлением. Единица яркости  $[L] = \text{кд/м}^2$ . Световой эталон соответствует яркости  $6 \cdot 10^5 \text{ кд/м}^2$ .

Источники, для которых условия позволяют принять яркость, одинаковую по всем направлениям, называют *ламбертовскими*. (Строго говоря, таким источником является только черное тело). Такие источники удовлетворяют закону Ламберта  $R = \pi L$ .

*Освещенность*  $E$  – величина, равная отношению потока, падающего на данную поверхность, к площади  $S_{\text{обл}}$  облучаемой поверхности:

$$E = \Phi/S_{\text{обл}}.$$

Освещенность  $E$ , создаваемая точечным источником света на расстоянии  $R$  от него и при угле падения световых лучей  $i$ :  $E = I \cos i / R^2$ .

Фотометрические величины для ультрафиолетовой части спектра:

- поток излучения  $\Phi = 4\pi J$  (эр или бакт);
- сила излучения  $J = \Phi/4\pi$ , эр/ср или бакт/ср;
- облученность  $E = \Phi/S_{\text{обл}}$ , эр/м<sup>2</sup> или бакт/м<sup>2</sup>;
- облученность от точечного источника  $E = J \cos i / R^2$ .

Линейное увеличение микроскопа  $N = n_1 n_2$ , где  $n_1$  – линейное увеличение объектива;  $n_2$  – линейное увеличение окуляра.

Линейное увеличение микроскопа по теории Аббе  $N = \frac{L\delta}{F_1 F_2}$ ,

где  $L = 25 \text{ см}$  – расстояние наилучшего зрения,  $\delta$  – оптическая длина тубуса (расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра),  $F_1$  и  $F_2$  – фокусные расстояния объектива и окуляра.

Разрешающая способность микроскопа

$$z = \frac{A}{0,5\lambda} = \frac{n \sin\left(\frac{u}{2}\right)}{0,5\lambda},$$

где  $A$  – числовая апертура:  $A = n \sin(u/2)$ ;  $u/2$  – апертурный угол объектива,  $u$  – угол раскрытия объектива,  $\lambda$  – длина волны света,  $n$  – показатель преломления.

$$\text{Предел разрешения микроскопа } D = \frac{1}{z} = \frac{0,5\lambda}{n \sin\left(\frac{u}{2}\right)}.$$

Импульс электрона, разогнанного электрическим полем

$$p = \sqrt{2meU},$$

где  $m$  – масса электрона,  $e$  – величина заряда электрона,  $U$  – ускоряющее напряжение электрического поля, в котором движется электрон.

Длина волны электрона, разогнанного электрическим полем

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}},$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $m$  – масса электрона;  $e$  – заряд электрона,  $U$  – ускоряющее напряжение электрического поля.

**Фотобиология.** Интенсивность света, вышедшего из слоя вещества толщиной  $l$  после поглощения (*закон Бугера*):

$$I_l = I_0 e^{-\chi l},$$

где  $I_0$  – интенсивность света, падающего на слой прозрачной, оптически однородной поглощающей среды;  $\chi$  – натуральный показатель поглощения. Для монохроматического света:  $\chi$  – монохроматический натуральный показатель поглощения.

Закон Бугера можно записать через показательную функцию с основанием 10:  $I_l = I_0 \cdot 10^{-\chi' l}$ , где  $\chi'$  – показатель поглощения:  $\chi' \approx 0,43 \chi$ .

Для поглощения света в растворах выполняется *закон Бугера – Ламберта – Бэра*:

$$I_l = I_0 e^{-\chi_1 c l}, \text{ или } I_l = I_0 \cdot 10^{-\chi_1' c l},$$

где  $\chi_1$  и  $\chi_1'$  – натуральный (или монохроматический натуральный) показатель поглощения и показатель поглощения света на единицу концентрации вещества,  $c$  – концентрация растворенного вещества.

Коэффициент пропускания  $\tau$  равен отношению интенсивностей света, прошедшего сквозь данную среду и падающего на эту среду:

$$\tau = I_l / I_0.$$

$$\text{Оптическая плотность раствора } D = \lg\left(\frac{1}{\tau}\right) = \lg\left(\frac{I_0}{I_l}\right) = \chi_1' c l,$$

где  $c$  – концентрация растворенного вещества,  $\chi_1'$  – монохроматический натуральный показатель поглощения света на единицу концентрации вещества;  $l$  – толщина слоя.

Уменьшение интенсивности света вследствие рассеяния

$$I_l = I_0 \cdot 10^{-k'l},$$

где  $k'$  – показатель рассеяния,  $l$  – толщина слоя,  $I_l$  – интенсивность света, прошедшего через слой данной рассеивающей среды,  $I_0$  – интенсивность света, падающего на рассеивающую среду.

Совместное действие поглощения и рассеяния света приводит к изменению интенсивности света по закону

$$I_l = I_0 \cdot 10^{-\mu'l},$$

где показатель ослабления  $\mu' = \chi' + k'$ .

Интенсивность света, вышедшего из анализатора (*закон Малюса*):

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где  $I_0$  – интенсивность плоско поляризованного света, падающего на анализатор,  $\varphi$  – угол между плоскостью поляризации поляризованного света и главной плоскостью анализатора.

*Закон Брюстера*  $\operatorname{tg} \theta_B = n$ ,

где  $n$  – относительный показатель преломления двух сред;  $\theta_B$  – угол полной поляризации, т. е. угол падения, при котором отраженный от границы двух диэлектриков свет полностью поляризован.

Угол поворота плоскости поляризации:

- в оптически активном веществе  $\alpha = \alpha_0 l$ ,
- в растворе (*закон Био*)  $\alpha = [\alpha_0] c l$ ,

где  $\alpha_0$  – постоянная вращения (вращательная способность),  $[\alpha_0]$  – удельное вращение,  $c$  – концентрация раствора оптически активного вещества,  $l$  – толщина слоя оптически активного вещества.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Ультрафиолетовая лампа ЛЭ-30 создает световой поток 110 лм, эритемный поток 750 эр и бактерицидный поток 125 бакт. Определить световую, эритемную и бактерицидную отдачу лампы, если ее мощность 30 Вт. Вычислить силу света и силу эритемного и бактерицидного излучений лампы. Какую облученность и освещенность создает эта лампа на расстоянии 3 м от нее при нормальном падении света? Считать лампу точечным источником.

Решение. Все отдачи определяются одинаково – как отношение соответствующего потока к мощности источника света:

$$K = \frac{\Phi}{N} = \frac{110}{30} = 3,67 \text{ лм/Вт.}$$

$$K_{\text{э}} = \frac{0,75}{30} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ эр/Вт.}$$

$$K_{\text{б}} = \frac{0,125}{30} = 4,17 \cdot 10^{-3} \text{ бакт/Вт.}$$

Аналогично определяются соответствующие силы излучения:

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{110}{4\pi} = 8,76 \text{ кд.} \quad I_{\text{э}} = \frac{0,75}{4\pi} = 5,97 \cdot 10^{-2} \text{ эр/ср.}$$

$$I_{\text{б}} = \frac{0,125}{4\pi} = 9,95 \cdot 10^{-3} \text{ бакт/ср.}$$

Освещенность, создаваемая точечным источником света:

$$E = \frac{I}{R^2} = \frac{8,76}{9} = 0,973 \text{ лк.}$$

$$\text{Аналогично: } E_{\text{э}} = \frac{5,97 \cdot 10^{-2}}{9} = 6,63 \cdot 10^{-3} \text{ эр/м}^2 = 6,63 \text{ мэр/м}^2.$$

$$E_{\text{б}} = \frac{9,95 \cdot 10^{-3}}{9} = 1,10 \cdot 10^{-3} \text{ бакт/м}^2 = 1,10 \text{ мбакт/м}^2.$$

**Пример 2.** Окно в виварии имеет площадь  $S = 2,5 \times 3,5 \text{ м}^2$ , и на него в полдень падает световой поток 0,11 Млм. Считая коэффициент отражения света от каждой поверхности оконного стекла по 4 %, определить освещенность окна с наружной его стороны, а также яркость и светимость окна внутри вивария. Поглощением света внутри стекла пренебречь.

Решение. Вычислим освещенность окна:

$$E = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,11 \cdot 10^6}{8,75} = 1,26 \cdot 10^4 \text{ лк.}$$

Часть светового потока, отраженная от внешней поверхности стекла, равна  $\rho\Phi$ . Поэтому световой поток  $\Phi_1$ , прошедший в стекло

$$\Phi_1 = \Phi - \rho\Phi = (1 - \rho)\Phi.$$

Точно так же можно написать, что световой поток  $\Phi_2$ , вышедший из стекла после отражения на внутренней поверхности

$$\Phi_2 = (1 - \rho)\Phi, \quad \Phi_1 = (1 - \rho)^2 E.$$

Таким образом, светимость  $R$  стекла внутри вивария создается тем световым потоком, который прошел через стекло:

$$R = \frac{\Phi_2}{S} = \frac{(1-\rho)^2 \Phi}{S} = (1-\rho)^2 E.$$

Яркость и светимость связаны соотношением  $R = \pi L$ , или  $L = R / \pi$ .

Произведем вычисления:  $R = (1-0,04)^2 1,26 \cdot 10^4 = 1,16 \cdot 10^4$  лк.

$$L = 1,16 \cdot 10^4 / 3,14 = 3,68 \cdot 10^3 \text{ кд/м}^2.$$

**Пример 3.** В микроскопе фокусное расстояние объектива равно  $F_{об} = 5,4$  мм, окуляра  $F_{ок} = 20$  мм. Определить увеличение микроскопа при оптической длине тубуса  $\delta = 17$  см.

Решение. По теории Аббе и при расстоянии наилучшего зрения  $L = 25$  см линейное увеличение  $N$  микроскопа

$$N = \frac{(L\delta)}{F_{об} F_{ок}} = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 17 \cdot 10^{-2}}{5,4 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 394.$$

**Пример 4.** Определить, изменение разрешающей способности микроскопа в обычном биологическом микроскопе с сухим объективом по сравнению с иммерсионным микроскопом. В качестве иммерсионной среды используется бромнафталин с  $n = 1,65$ .

Решение. Изменение разрешающей способности  $z$  микроскопа определим в форме отношения

$$z_2/z_1 = \frac{0,5 \cdot \lambda_1 \cdot n_2 \cdot \sin(u/2)}{n_1 \cdot \sin(u/2) 0,5 \cdot \lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,65}{1} = 1,65.$$

**Пример 5.** Объект наблюдают в микроскоп с красным светофильтром, пропускающим длину волны 645 нм, а затем с зеленым светофильтром при длине волны 490 нм. Во втором случае была использована иммерсионная жидкость – монобромнафталин с показателем преломления 1,66. Апертурный угол объектива микроскопа  $65^\circ$ . Вычислить в обоих случаях предел разрешения микроскопа.

Решение. Предел разрешения микроскопа  $D = \frac{1}{z} = \frac{0,5\lambda}{n \sin(u/2)}$ .

Рассчитаем для обоих случаев:

$$D_1 = \frac{0,5\lambda}{n_1 \sin(u/2)} = \frac{0,5 \cdot 6,45 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot \sin 65} = 0,356 \text{ мкм},$$

$$D_2 = \frac{0,5\lambda}{n_2 \sin(u/2)} = \frac{0,5 \cdot 4,9 \cdot 10^{-7}}{1,66 \cdot \sin 65} = 0,164 \text{ мкм}.$$

**Пример 6.** Определить предел разрешения электронного микроскопа  $D$  и длину волны электрона  $\lambda$ , если скорость движения электронов  $v = 10^6$  м/с, апертурный угол  $u/2 = 70^\circ$ .

Решение. Для расчета длины волны воспользуемся формулой де Бройля:  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6} = 0,73 \text{ нм}.$

С учетом определенного значения  $\lambda$  предел разрешения микроскопа

$$D = \frac{0,5\lambda}{n \sin(u/2)} = \frac{0,5 \cdot 0,73 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot \sin 70} = 0,39 \text{ нм}.$$

**Пример 7.** Коротковолновое УФ-излучение длиной волны 200 нм оказывает наиболее выраженное бактерицидное действие, обусловленное изменением структуры белков, входящих в состав бактерий. Вычислить энергию, необходимую для изменения структуры этих белков. Ответ выразить в эВ. Культура бактерий находится в чашке Петри диаметром 100 мм. Какое количество фотонов УФ-излучения попадает на поверхность культуры бактерий за 10 мин, если интенсивность облучения 0,3 мВт/см<sup>2</sup>?

Решение. Энергия кванта  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7}} = 9,95 \cdot 10^{-19} \text{ Дж},$

и при  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$   $\varepsilon = \frac{9,95 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,22 \text{ эВ}.$

Интенсивность потока излучения равна энергии, падающей на единицу площади поверхности за единицу времени. Энергия потока равна произведению энергии одного фотона на число фотонов, т. е.  $W = n\varepsilon.$

Таким образом  $I = \frac{n\varepsilon}{St}$ , и  $n = \frac{ISt}{\varepsilon}$ , а с учетом площади круглой

чашки Петри  $S = \frac{\pi d^2}{2}$  получаем  $n = \frac{I\pi d^2 t}{4\varepsilon}$ .

Подставим числовые значения:

$$n = \frac{3 \cdot 3,14 \cdot 0,01 \cdot 600}{4 \cdot 9,95 \cdot 10^{-19}} = 1,42 \cdot 10^{19}.$$

Энергия одного фотона 6,22 эВ. На поверхность чашки Петри попадает  $1,42 \cdot 10^{19}$  фотонов.

Энергия, необходимая для изменения структуры белков, равна  $8,83 \cdot 10^{19}$  эВ, или 14 Дж.

**Пример 8.** При прохождении толщины слоя  $d = 8$  см окрашенного раствора лекарственного вещества в кювете интенсивность света уменьшилась на 18 %. Определить показатель поглощения  $\chi$  раствора. Во сколько раз уменьшится интенсивность света по сравнению с первым раствором, если концентрацию раствора увеличить в 5 раз?

Решение. В соответствии с законом Бугера интенсивность света, прошедшего через слой вещества толщиной  $d$ , уменьшается по экспоненциальному закону  $I_1 = I_0 e^{-\chi d}$ , где  $\chi$  – показатель поглощения вещества.

$$\text{Логарифмируя, получим } \lg \frac{I_0}{I} = \chi d \lg e = 0,43 \chi d.$$

$$\text{Отсюда } \chi = \frac{\lg \frac{I_0}{I}}{0,43d}. \text{ По условию задачи } \frac{I_0 - I_1}{I_0} = 0,18.$$

$$\text{Преобразуя, получим } \frac{I_1}{I_0} = 1 - 0,18 = 0,82, \text{ или } \frac{I_0}{I_1} = \frac{1}{0,82} = 1,22.$$

$$\chi = \frac{\lg 1,22}{0,43 \cdot 0,08} = \frac{\lg 1,22}{0,0344} = 2,51 \text{ м}^{-1}.$$

Поглощение монохроматического света окрашенными растворами подчиняется закону Бэра, согласно которому показатель поглощения прямо пропорционален концентрации вещества в растворе, т. е.  $\chi = \alpha c$ , где  $\alpha$  – показатель поглощения для раствора единичной концентрации.

Для растворов двух концентраций можно написать закон Бугера – Бэра  $I_1 = I_0 e^{-\alpha c_1 d}$ ;  $I_2 = I_0 e^{-\alpha c_2 d}$ .

Логарифмируя, получим  $\lg \frac{I_0}{I_1} = \alpha c_1 d \lg e$ ;  $\lg \frac{I_0}{I_2} = \alpha c_2 d \lg e$ .

Отсюда  $\frac{c_1}{c_2} = \frac{\lg \frac{I_0}{I_1}}{\lg \frac{I_0}{I_2}}$  и  $\lg \frac{I_0}{I_2} = \frac{c_2}{c_1} \lg \frac{I_0}{I_1} = 5 \lg \frac{1}{0,82} = 5 \lg 1,22 = 0,431$ .

Находим  $\frac{I_0}{I_2} = 2,698$ .

Таким образом,  $I_2 = \frac{I_0}{2,698}$ , а по условию задачи  $I_1 = 0,82 I_0$ .

Поэтому  $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{2,698 \cdot 0,82} = 0,452$ .

Интенсивность света во втором растворе уменьшится и будет равна  $I_2 = 0,452 I_1$ .

**Пример 9.** При освещении ультрамалой частицы объемом  $21,5 \text{ мкм}^3$  светом неизвестной длины волны интенсивность его была в 2 раза выше, чем при освещении оранжевым светом с длиной волны  $\lambda = 620 \text{ нм}$  частицы объемом  $40 \text{ мкм}^3$ . Определить длину волны неизвестного света и определить ее место в цветовом спектре.

Решение. При определении объема частицы предложенным методом характерный размер частицы должен превышать величину длины волны света. Принимаем частицу кубиком с характерным размером грани  $l$ . Для второго случая характерный размер  $l = (40)^{2/3} = 11,7 \text{ мкм}$ , что почти в двадцать раз больше длины волны  $\lambda_2 = 620 \text{ нм}$ .

Интенсивность света по определению обратно пропорциональна длине волны и площади нормальной площадки, поэтому отношение

интенсивностей  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{\lambda_2 l_2^2}{\lambda_1 l_1^2}$ .

Подставляем данные условия задачи:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\lambda_2 l_2^2}{\lambda_1 l_1^2} = 2, \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_2 l_2^2}{2 l_1^2} = \frac{620 \cdot 10^{-9} \cdot 11,7}{7,73} = 469 \text{ нм}.$$

## Задачи для практических и семинарских занятий

1. Определить частоту электромагнитных колебаний и частотный диапазон согласно медицинской классификации (прил. 6, табл. Пб.1.) для трех длин волн в вакууме, измеренных с помощью высокочастотного генератора равна: 2 м, 12 см, 6 мм.

2. Оценить мощность излучения Солнца и расход солнечной массы, если энергетическая освещенность, создаваемая Солнцем на границе земной атмосферы, равна  $1,37 \text{ кВт/м}^2$  (солнечная постоянная), а среднее расстояние от поверхности Солнца до границы земной атмосферы принять равным 150 млн км.

3. Над центром круглой клетки диаметром 2,5 м на высоте 3 м от пола подвешена лампа, создающая силу эритемного облучения 19,9 мэр/ср. Определить эритемную облученность в центре и на краю пола клетки.

4. В ультрафиолетовом микроскопе используют лучи с длиной волны 0,2 мкм. Можно ли обнаружить этим микроскопом внутри клетки рибосомы диаметром 30 нм? Апертурный угол объектива микроскопа  $65^\circ$ .

5. Определить предел разрешения микроскопа при освещении исследуемого предмета светом с длиной волны 555 нм, если в качестве иммерсионной среды используется глицерин с показателем преломления  $n = 1,45$ . Апертурный угол считать максимальным.

6. Полагая полный угол раскрытия равным  $130^\circ$ , определить разрешающую способность микроскопа при освещении предмета светом с длиной волны 600 нм. В качестве иммерсионной среды используется кедровое масло с показателем преломления  $n = 1,5$ .

7. Определить ускоряющее напряжение  $U$  в электронном микроскопе на длинах волны электрона:  $\lambda_1 = 1 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2 = 0,8 \text{ \AA}$ .

8. В реакции фотосинтеза на образование одной молекулы кислорода расходуется 8 фотонов. Определить количество световой энергии, необходимое при фотосинтезе для образования 1 моля кислорода. Длину световой волны принять равной граничной между зеленым и желтым цветовыми диапазонами (прил. 6, табл. Пб.2). Коэффициент использования световой энергии 0,34.

9. Фотоактивирование семян производят излучением гелий-неонового лазера мощностью 25 мВт и длиной волны 630 нм. Определить количество фотонов, падающих на поверхность семени в минуту.

10. Лазерное излучение мощностью 2 мВт может вызвать ожог сетчатки глаза за время 2 с при площади пятна  $1,2 \text{ мм}^2$ . Вычислить интенсивность потока лазерного излучения. Определить количество фотонов, падающих за это время на сетчатку, если длина волны излучения 632,8 нм.

11. При прохождении света через жировую ткань толщиной 3 мм интенсивность света уменьшилась на 94 %. Вычислить показатель поглощения.

12. На основании того, что солнечный свет регулирует развитие растений, действуя на фитохром в узле кущения, определить коэффициент поглощения света в стеблях растений, если на пути 8 см свет ослабляется в 20 раз.

13. При прохождении монохроматического света через слой вещества толщиной  $l = 15 \text{ см}$  его интенсивность убывает в 4 раза. Определить показатель рассеяния, если показатель поглощения  $\chi = 0,025 \text{ см}^{-1}$ .

14. Для определения показателя поглощения сыворотки крови ее наливают в кювету и с помощью фотометра определяют, что интенсивность света, прошедшего через столбик сыворотки, уменьшается на 14 % по сравнению с интенсивностью падающего света. При прохождении через такую же толщину воды интенсивность света уменьшается на 3 %. Вычислить показатель поглощения сыворотки, если известно, что показатель поглощения воды равен  $0,2 \text{ м}^{-1}$ .

15. Определить угол поворота плоскости колебания светового луча для мочи больного диабетом при концентрации сахара  $c = 0,05 \text{ г/см}^3$ . Длина трубки  $l = 20 \text{ см}$ , удельное вращение сахара для используемого света  $[\alpha_0] = 66,7 \text{ град} \cdot \text{см}^3/(\text{г} \cdot \text{дм})$ .

16. При прохождении света через слой раствора поглощается треть первоначальной световой энергии. Определить коэффициент пропускания и оптическую плотность раствора.

17. Угол полной поляризации (угол Брюстера) для сыворотки крови здорового человека равен  $53,3^\circ$ . Вычислить для сыворотки предельный угол полного внутреннего отражения.

18. Определить оптическую плотность и коэффициент пропускания вещества, имеющего молярную концентрацию 0,2 М и толщину 1,5 см, если интенсивность света, прошедшего через это вещество  $I = 20 \text{ Вт/м}^2$ , молярный показатель поглощения  $\chi' = 325 \text{ М}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ .

## II.7. Тепловое излучение тел

### Термография. Закон Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где  $R_e$  – энергетическая светимость абсолютно черного тела,  $T$  – абсолютная температура этого тела, постоянная Стефана – Больцмана  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>). Для серого тела  $R_e = \delta T^4$ , где  $\delta = \alpha\sigma$  – приведенный коэффициент излучения.

### Закон смещения Вина

$$\lambda_m = b/T,$$

где  $\lambda_m$  – длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного (серого) тела, постоянная Вина  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  м · К.

### Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu, \text{ или } \varepsilon = \hbar\omega,$$

где постоянная Планка  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж · с,  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж · с.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Какое количество теплоты затрачивает человек на парообразование, если за сутки он выделяет 0,5 кг пота? Каково полное количество теплоты  $Q_\Sigma$ , выделяемое человеком за сутки, если его масса 70 кг и теплопродукция взрослого человека 1,6 Дж/(кг · с)? Удельная теплота парообразования пота 2,45 МДж/кг.

Решение. Скрытая теплота парообразования:

$$\Delta Q = rm = 2,45 \cdot 10^6 \cdot 0,5 = 1,23 \text{ МДж},$$

$$Q_\Sigma = mq' \Delta t = 70 \cdot 1,6 \cdot 24 \cdot 3,6 \cdot 10^3 = 9,7 \text{ МДж}.$$

**Пример 2.** Какое количество теплоты излучает 1 м<sup>2</sup> поверхности тела лошади за час, если температура воздуха 15 °С, а температура кожи лошади 37 °С. Приведенный коэффициент излучения кожи  $\delta = 4,9 \cdot 10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>.

Решение. Согласно закону Стефана – Больцмана тепловой поток, излучаемый нагретым телом:  $\Phi_{\text{и}} = R_e St$ . Теплообменом между двумя телами с разными температурами заключается в том, что тело 1 с более высокой температурой излучает сильнее и передает телу 2 с более низкой температурой больше энергии в единицу времени, чем само оно получает от тела 2. Таким образом, от тела 1 к телу 2 передается тепловой поток

$$\Phi_{\text{и}} = \Phi_1 - \Phi_2 = \delta St(T_1^4 - T_2^4),$$

где  $\delta$  – приведенный коэффициент излучения, зависящий от природы тела, его температуры и в значительной степени от состояния его поверхности.

Подставим в это выражение числовые значения заданных величин

$$\Phi_{\text{и}} = 4,9 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 3,6 \cdot 10^3 (310^4 - 288^4) = 4,15 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

**Пример 3.** Считая Солнце абсолютно черным телом с температурой поверхности  $T = 5800$  К, определить солнечную постоянную. Радиус Солнца  $R = 6,95 \cdot 10^8$  м, расстояние от Земли до Солнца  $l = 1,5 \cdot 10^{11}$  м. Определить расход энергии и массы Солнцем при излучении.

Решение. Солнечная постоянная  $a$  равна потоку солнечной радиации, приходящейся на  $1 \text{ м}^2$  площади границы земной атмосферы.

$$a = \left( \frac{R}{l} \right)^2 \sigma T^4 = \left( \frac{6,95 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}} \right)^2 5,67 \cdot 10^{-8} (5800)^4 \approx 1369 \text{ Вт/м}^2.$$

Расход энергии Солнцем при излучении  $\frac{dE}{dt} = \pi R^2 \sigma T^4 \approx 9,73 \times 10^{25} \text{ Дж/с.}$

Расход массы Солнцем при излучении  $\frac{dm}{dt} \approx 1,08 \cdot 10^9 \text{ кг/с.}$

**Пример 4.** Найти связь между относительным изменением температуры излучающего серого тела ( $dT/T$ ) и соответствующим относительным изменением его энергетической светимости ( $dR/R$ ). Считать  $dT \ll T$ .

Решение. Условие  $dT \ll T$  позволяет продифференцировать уравнение Стефана – Больцмана с приведенным коэффициентом излучения  $dR_e = 4\delta T^3 dT$ . Разделив это выражение на указанное исходное уравнение, получим  $dR_e/R_e = 4dT/T$ . Это означает, что относительное изменение энергетической светимости больше относительного изменения температуры излучающей поверхности в четыре раза.

**Пример 5.** Оценить температуру пламени ночного костра (цвет пламени оранжевый) (см. прил. 6, табл. П6.2).

Решение. Из цветового интервала  $\lambda_{\text{max}} = 590 - 620$  нм принимаем  $\lambda_{\text{max}} = 600$  нм. По наиболее вероятной длине волны оцениваем значение температуры пламени

$$T = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-7}} = 0,483 \cdot 10^4 = 483 \text{ К.}$$

## Задачи для практических и семинарских занятий

1. Вычислить энергию, теряемую человеком ежесекундно при теплообмене лучеиспусканием (и поглощением) с окружающей средой. Рассмотреть два случая: *а)* раздетый человек; *б)* человек, одетый в костюм из шерстяной ткани. Принять коэффициент поглощения кожи человека  $\alpha_1 = 0,9$ , шерстяной ткани  $\alpha_2 = 0,76$ ; температуры поверхности кожи  $t_1 = 30$  °С, поверхности ткани  $t_2 = 20$  °С и окружающего воздуха  $t_3 = 18$  °С. Площадь поверхности, через которую осуществляется теплообмен лучистой энергией с окружающей средой, принять равной  $S = 1,2$  м<sup>2</sup>.

2. Определить длину волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости следующих источников теплового излучения: *а)* тело человека с температурой поверхности кожи  $t = 30$  °С; *б)* спираль электрической лампочки ( $T = 2000$  К); *в)* поверхность Солнца ( $T = 5800$  К); *г)* атомная бомба, имеющая в момент взрыва температуру  $T = 10^7$  К. Излучающие тела считать абсолютно черными или серыми.

3. На сколько сместится максимум спектральной плотности энергетической светимости при изменении температуры поверхности тела человека от  $t_1 = 36,6$  °С до  $t_2 = 38,6$  °С. Тело человека считать серым. Вывести расчетную формулу.

## Расчетно-графическая работа III

### Таблица вариантов РГР III

Вариант	Номер задачи				
1	501	511	601	611	701
2	502	512	602	612	702
3	503	513	603	613	703
4	504	514	604	614	704
5	505	515	605	615	705
6	506	516	606	616	706
7	507	517	607	617	707
8	508	518	608	618	708
9	509	519	609	619	709
10	510	520	610	620	710

### *Эквивалентный токовый диполь сердца*

501. Определить потенциал электрического диполя в точке ( $A$ ), если угол между направлением дипольного момента и радиус-вектором от диполя до точки  $A$  равен  $30^\circ$ . Длина радиус-вектора, проведенного от середины плеча диполя до точки ( $A$ ) равна  $0,10$  м. Модуль радиус-вектора много больше величины плеча диполя. Электрический момент диполя  $p = 0,2$  пКл  $\cdot$  м, относительная диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon_r = 85$ .

502. Определить потенциал электрического поля сердца, если он измерялся на расстоянии  $r = 14$  см от сердца. Считать, что сердце представлено моделью эквивалентного токового диполя с дипольным моментом  $p_T$ . Направление регистрации потенциала имеет угол  $60^\circ$  по отношению к направлению дипольного момента. Удельная электрическая проводимость среды  $\gamma = 0,3$  Ом $^{-1}$   $\cdot$  м $^{-1}$ , а модуль дипольного момента эквивалентного токового диполя равен  $2,32$  мА  $\cdot$  см.

503. Известна модель, рассматривающая поверхность некоторого живого организма как поверхность простого геометрического тела, например шара, в центре которого расположен эквивалентный токовый диполь сердца. При этом потенциал  $\phi$  на поверхности такого шара будет задан известной формулой. Найти этот потенциал, считая радиус шара  $r_{ш} = 11$  см и дипольный момент максимальным. Угол  $\alpha$  между направлением модуля-вектора  $p_T$  и направлением регистрации потенциала равен  $30^\circ$ . Удельное сопротивление  $\rho = 2$  Ом  $\cdot$  м. Необходимые данные взять из таблицы прил. 5 для человека.

504. Известна модель, рассматривающая поверхность некоторого живого организма как поверхность простого геометрического тела, например шара, в центре которого расположен эквивалентный токовый диполь сердца. При этом потенциал  $\phi$  на поверхности такого шара будет задан известной формулой. Найти этот потенциал, считая радиус шара  $r_{ш} = 3$  см и дипольный момент максимальным. Угол  $\alpha$  между направлением модуля-вектора  $p_T$  и направлением регистрации потенциала равен  $30^\circ$ . Удельное сопротивление  $\rho = 2$  Ом  $\cdot$  м. Необходимые данные взять из таблицы прил. 5 для крысы.

505. Известна модель, рассматривающая поверхность некоторого живого организма как поверхность простого геометрического тела, например шара, в центре которого расположен эквивалентный токовый диполь сердца. При этом потенциал  $\varphi$  на поверхности такого шара будет задан известной формулой. Найти этот потенциал, считая радиус шара  $r_{ш} = 0,5$  см и дипольный момент максимальным. Угол  $\alpha$  между направлением модуля-вектора  $p_T$  и направлением регистрации потенциала равен  $45^\circ$ . Удельное сопротивление  $\rho = 2$  Ом  $\cdot$  м. Необходимые данные взять из таблицы прил. 5 для лягушки.

506. Известна модель, рассматривающая поверхность некоторого живого организма как поверхность простого геометрического тела, например шара, в центре которого расположен эквивалентный токовый диполь сердца. При этом потенциал  $\varphi$  на поверхности такого шара будет задан известной формулой. Найти этот потенциал, считая радиус шара  $r_{ш} = 15$  см и дипольный момент максимальным. Угол  $\alpha$  между направлением модуля-вектора  $p_T$  и направлением регистрации потенциала равен  $60^\circ$ . Удельное сопротивление  $\rho = 2$  Ом  $\cdot$  м. Необходимые данные взять из таблицы прил. 5 для собаки.

507. Известна модель, рассматривающая поверхность некоторого живого организма как поверхность простого геометрического тела, например шара, в центре которого расположен эквивалентный токовый диполь сердца. При этом потенциал  $\varphi$  на поверхности такого шара будет задан известной формулой. Найти этот потенциал, считая радиус шара  $r_{ш} = 70$  см и дипольный момент максимальным. Угол между направлением дипольного момента и направлением регистрации потенциала равен  $30^\circ$ . Удельное сопротивление  $\rho$  взять равным  $2$  Ом  $\cdot$  м. Данные взять из таблицы прил. 5 для лошади.

508. Известна модель, рассматривающая поверхность некоторого живого организма как поверхность простого геометрического тела, например шара, в центре которого расположен эквивалентный токовый диполь сердца. При этом потенциал  $\varphi$  на поверхности такого шара будет задан известной формулой. Найти этот потенциал, считая радиус шара равным  $90$  см, равным расстоянию  $r$  до точки измерения потенциала. Угол между направлением дипольного момента  $p_T$  и направлением регистрации потенциала равен  $60^\circ$ . Удельное сопротивление  $\rho$  взять равным  $2$  Ом  $\cdot$  м. Данные взять из таблицы прил. 5 для лошади.

509. Определить потенциал поля токового диполя в точке  $A$ , находящейся в безграничной проводящей среде на расстоянии 10 см от диполя, если удельная электрическая проводимость этой среды равна  $0,5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ . Угол между направлением от диполя на точку  $A$  и направлением дипольного момента равен  $60^\circ$ , а дипольный момент  $5 \text{ мкА} \cdot \text{м}$ .

510. Рассмотрев в качестве электрической модели сердца токовый диполь, определить дипольный момент сердца, считая расстояние между истоком и стоком равным 5 см, а силу тока взять равной 0,1 мА.

### *Модельные характеристики ЭКГ, ЭЭГ и проведения ПД*

511. Согласно представлениям Эйнтховена, сердце подобно электрическому диполю. Электрический момент сердца – диполя периодически изменяется как по величине, так и по направлению. Биопотенциалы (электрокардиограммы) регистрируются между вершинами равностороннего треугольника, который образуется двумя руками и одной ногой. Какой вид имели бы электрокардиограммы, снятые в трех возможных отведениях, если бы электрический момент сердца равномерно вращался во фронтальной плоскости. Указать общие формулы и построить три «электрокардиограммы», откладывая по оси абсцисс время, а по оси ординат – разность биопотенциалов.

512. Какой вид имели бы электрокардиограммы, снятые в трех возможных отведениях, если бы электрический момент сердца – диполя изменялся по закону  $p = p_0 \cos \omega t$  во фронтальной плоскости, сохраняя ориентацию в пространстве параллельно одной из сторон треугольника Эйнтховена. Указать общие формулы и построить графики.

513. Используя треугольник Эйнтховена, вычислить угол, образованный токовым диполем с линией I отведения, если амплитуда R зубца во II отведении равна 1,5 мВ, а в III отведении 0,8 мВ.

514. Используя треугольник Эйнтховена, определить угол, образованный диполем с линией I отведения, если амплитуда R зубца во втором отведении 1,2 мВ, в третьем отведении 0,3 мВ. Нарисовать треугольник и показать направление электрической оси сердца.

515. Определить угол, образованный диполем с линией I отведения в треугольнике Эйнтховена, если амплитуда  $R$  зубца во втором отведении 1,0 мВ, в третьем отведении 0,3 мВ. Нарисовать треугольник Эйнтховена и показать направление электрической оси.

516. Чему равен потенциал электрического поля сердца, если он измерялся на расстоянии  $r = 30$  см от сердца. Считать, что сердце представлено моделью эквивалентного токового диполя с дипольным моментом  $p_T$ , а направление регистрации потенциала имеет угол  $30^\circ$  по отношению к направлению дипольного момента. Удельное сопротивление среды  $\rho$  взять равным  $2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , а модуль эквивалентного дипольного момента считать равным  $1,63 \text{ мА} \cdot \text{см}$ .

517. На каком расстоянии от места раздражения немиелинизированного аксона кальмара потенциал действия уменьшится в 1000 раз, если константа затухания сигнала и аксоне 1,68 мм? Вычислить удельное сопротивление аксоплазмы, если диаметр аксона 0,1 мм и поверхностное сопротивление мембраны  $0,1 \text{ Ом}$  на  $1 \text{ м}^2$ .

518. Чему равно стандартное отклонение ЭЭГ у кошки, имеющей толщину коры больших полушарий головного мозга  $h = 2$  мм? Для расчета использовать следующие значения: средняя плотность пирамидных нейронов в коре  $k$  равна  $5 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ , среднее стандартное отклонение изменения во времени дипольного момента нейронов  $\sigma_n = 5,8 \cdot 10^{-15} \text{ А} \cdot \text{м}$ , удельное сопротивление коры  $\rho$  равно  $3,1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , а средний парный коэффициент корреляции активности нейронов  $R_n = 0,001$ .

519. Нарисовать треугольник Эйнтховена и электрокардиограммы I и II отведений. Восстановить формы векторэлектрокардиограммы и электрокардиограммы отведения III. Электрическую ось сердца считать расположенной под углом  $30^\circ$ . Использовать все поле тетрадной страницы.

520. Нарисовать треугольник Эйнтховена и электрокардиограммы II и III отведений. Восстановить формы векторэлектрокардиограммы и электрокардиограммы отведения I. Электрическую ось сердца считать расположенной под углом  $45^\circ$ . Использовать все поле тетрадной страницы.

## Фотометрия

601. Ультрафиолетовая лампа создает на расстоянии 3,5 м эритемную облученность в  $30 \text{ мэр/м}^2$  при нормальном падении лучей. Принимая лампу точечным источником, вычислить величину созданного ею эритемного потока и ее эритемную отдачу, если она потребляет мощность 400 Вт.

602. Для обезвреживания бактериального токсина необходимо создать бактериальную облученность  $156 \text{ мбакт/м}^2$ . Токсин в чашке Петри помещают под поток  $4,5 \text{ бакт}$  от УФ-источника. На каком расстоянии от чашки надо поместить источник, принимая его точечным?

603. Можно ли рассмотреть эритроцит диаметром 5 мкм в микроскопе с апертурным углом  $70^\circ$  с красным светофильтром, пропускающим свет с длиной волны 655 нм?

604. Определить толщину эритроцита, рассматриваемого под микроскопом, если линейное увеличение микроскопа  $N = 450$ , а полученное изображение  $A_2B_2$  имеет размер 0,99 мм.

605. Определить линейное увеличение микроскопа  $N$ , если диаметр рассматриваемого эритроцита 7,5 мкм, а размер полученного изображения этого эритроцита 4,1 мм.

606. Определить увеличение микроскопа. Фокусное расстояние объектива  $F_{об} = 3 \text{ мм}$ , фокусное расстояние окуляра  $F_{ок} = 25 \text{ мм}$ , а расстояние между передним фокусом объектива и задним фокусом окуляра 20 см?

607. Как изменится разрешающая способность биологического микроскопа, если исследуемый объект освещали сначала светом с длиной волны 555 нм, а затем – с длиной волны 400 нм?

608. Линейный размер промежуточного изображения эритроцита  $A_1B_1 = 10,8 \text{ мкм}$ . Определить размер полученного изображения эритроцита  $A_2B_2$  и линейное увеличение окуляра, если увеличение микроскопа  $N = 500$ , а изучаемый эритроцит имеет размер 7,2 мкм.

609. Диаметр рассматриваемого эритроцита, находящегося на расстоянии наилучшего зрения, равен 2,2 мкм. Каким должно быть фокусное расстояние объектива  $F_{об}$ , если размер полученного изображения эритроцита 1 мм, оптическая длина тубуса 16 см, а фокусное расстояние окуляра  $F_{ок} = 21 \text{ мм}$ .

610. Определить числовую апертуру  $A$  электронного микроскопа, если предел разрешения  $z = 50 \text{ \AA}$ . Скорость электрона  $v = 12 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ .

## Фотобиология

611. При прохождении толщины слоя  $d = 5$  см раствора окрашенного раствора лекарственного вещества в кювете интенсивность света уменьшилась на 13 %. Определить показатель поглощения раствора.

612. Порог зрительного ощущения глаза человека в области максимальной чувствительности при длине световой волны 555 нм составляет  $3 \cdot 10^{-17}$  Вт. Какое количество фотонов попадает при этом в глаз за минуту?

613. В 4%-ном растворе вещества в прозрачном растворителе интенсивность света на глубине  $l_1 = 20$  мм уменьшается в 2 раза. Во сколько раз уменьшится интенсивность света на глубине  $l_2 = 30$  мм в 8%-ном растворе того же вещества.

614. Определить концентрацию раствора, если одинаковая освещенность фотометрических полей была получена при толщине  $l = 8$  мм у эталонного 3%-го раствора и  $l_2 = 24$  мм – у исследуемого раствора.

615. Предельный угол полного внутреннего отражения для роговицы глаза равен  $46^\circ$ . Вычислить для роговицы угол полной поляризации.

616. Определить концентрацию сахара в моче человека больного диабетом, если в трубке сахариметра длиной 20 см плоскость поляризации света повернулась на  $40^\circ$ . Удельное вращение сахара  $[\alpha_0] = 66,5$  град  $\cdot$  см<sup>3</sup>/(г  $\cdot$  дм).

617. Определить угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность падающего на поляризатор света  $I = 168$  Вт/м<sup>2</sup>, а интенсивность света, вышедшего из анализатора, равна 21 Вт/м<sup>2</sup>.

618. Определить объем ультрамалой частицы, освещенной голубым светом с длиной волны  $\lambda = 500$  нм, если при облучении частицы с объемом  $2 \cdot 10^3$  мкм<sup>3</sup> красным светом с длиной волны  $\lambda = 700$  нм, интенсивность была в два раза меньше.

619. Интенсивность света, прошедшего через анализатор-поляризатор,  $I = 27$  Вт/м<sup>2</sup>. Определить интенсивность света, падающего на поляризатор. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора  $\varphi = 30^\circ$ .

620. Определить коэффициент пропускания и оптическую плотность вещества, которое освещается светом с интенсивностью  $I_0 = 85 \text{ Вт/м}^2$ . Вещество толщиной 2 см имеет концентрацию 0,1 М, а молярный показатель поглощения  $\chi' = 450 \text{ М}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ .

### *Термография*

701. Какое количество эфира при температуре кипения должно испариться, чтобы энтропия увеличилась на 200 Дж/кг? Температура кипения эфира 34,8 °С, удельная теплота парообразования эфира  $r = 0,355 \text{ МДж/кг}$ .

702. Лечение хронического синовита у коровы проводили отдельно: наложением озокеритовой аппликации массой 5 кг и аппликации из горячей глины массой 6,5 кг. Температура озокерита и глины соответственно 68 и 60 °С. Удельные теплоемкости озокерита и глины соответственно 3,35 и 2,09 кДж/(кг · К) Температура тела коровы 38 °С. Во сколько раз теплота, переданная телу озокеритом, больше, чем глиной?

703. Определить энергетическую светимость тела человека при температуре  $t = 36 \text{ °С}$ , принимая для тела коэффициент поглощения  $\alpha = 0,9$ .

704. Определить температуру поверхности Солнца как абсолютно черного тела. Радиус Солнца  $6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$ , расстояние от Земли до Солнца 150 млн км. Солнечная постоянная (энергетическая освещенность, создаваемая Солнцем на границе земной атмосферы) равна  $1,37 \text{ кВт/м}^2$ .

705. Метод термографии основан на регистрации различия теплового излучения здоровых и больных органов из-за небольшой разницы температур. Вычислить, во сколько раз отличаются абсолютные температуры и энергетические светимости участков поверхности тела человека, имеющих температуры 30,5 и 30,0 °С соответственно.

706. Оценить изменение максимума спектральной плотности энергетической светимости при изменении температуры поверхности тела человека от  $t_1 = 30 \text{ °С}$  до  $t_2 = 31 \text{ °С}$ ? Тело человека считать серым.

707. Как изменится максимум спектральной плотности энергетической светимости при изменении температуры тела человека на 1 %.

708. Из закона Вина получить зависимости: а) между изменением температуры  $dT$  тела и изменением длины волны  $d\lambda_{\max}$  соответствующей максимуму спектральной плотности энергетической светимости; б) между относительным изменением температур тела ( $dT/T$ ) и относительным изменением длины волны, соответствующей максимуму спектральной плотности энергетической светимости ( $d\lambda_{\max}/\lambda_{\max}$ ). Считать  $dT \ll T$ .

709. Во сколько раз теплоотдача (т. е. количество теплоты излучаемой с  $1 \text{ м}^2$  поверхности тела в секунду) лошади меньше, чем теплоотдача тела птицы при температуре окружающего воздуха  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ? Средние температуры кожи лошади и птицы соответственно принять равными  $25$  и  $33 \text{ }^\circ\text{C}$  при одинаковом коэффициенте поглощения. На какие длины волн приходятся максимумы излучения тел лошади и птицы?

710. Во сколько раз изменится теплоотдача с поверхности тела коровы при понижении температуры воздуха в коровнике от  $23$  до  $12 \text{ }^\circ\text{C}$ ? Среднюю температуру кожи коровы принять равной  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ . На какую длину волны приходится максимум излучения тела коровы?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сборник задач создан на основе конспектов лекций автора, апробирован на практических занятиях группы специальности «Медицинская физика» (2012 г.) и группы бакалавриата по направлению обучения «Биомедицинская инженерия». По содержанию сборник задач полностью соответствует требованиям государственного образовательного стандарта по курсам «Биофизика ионизирующих излучений» (9 лекций) и «Биофизика неионизирующих излучений» (9 лекций), а также в избранных частях и компетенциях «Биофизическим основам живых систем» и «Физическим основам биомедицинских технологий». В качестве учебного пособия он содержит практический материал, дополнительный к теоретическому в рамках указанных курсов и предназначен для практических и семинарских занятий, а также и в значительной степени для самостоятельной работы студентов.

Материал сборника составлен и представлен таким образом, что по содержанию он может удовлетворять указанным курсам в практической их части, поэтому потребовался большой объем справочного материала, который вынесен в приложения. Приложения большей частью представлены в форматах цифровых таблиц. Разный масштаб табличных параметров по разным курсам приводит к необходимости использования степенных множителей, а малый формат издания сборника заставляет использовать вместо цифровых степеней множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц (прил. 7, табл. П7.1).

В части медицинских терминов и подходов использована обширная библиография в опубликованных учебных пособиях автора, позволяющая найти необходимые первоисточники и обширный словарь используемых физических, биологических и медицинских терминов и определений с переводными и толковыми значениями. Общепринятое в физике, биофизике и особенно в медицине использование букв греческого алфавита заставило поместить таблицу с обозначением и названием букв (прил. 7, табл. П7.2). Отдельно без обозначений, как это иногда принято, в конце сборника помещена периодическая система элементов Д. И. Менделеева, необходимая для решения задач по обеим частям сборника.

Автор-составитель благодарит методические комиссии кафедр «Общая и прикладная физика» и «Биотехнические и электронные системы и технологии» за ценные замечания и рекомендации в процессе работы над учебным пособием.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Справочный материал

#### Приложение 1

Табл. П1.1. Линии К-серии рентгеновского характеристического спектра элементов

Элемент	Длина волны, Å			Элемент	Длина волны, Å		
	$\alpha_2$	$\alpha_1$	$\beta$		$\alpha_2$	$\alpha_1$	$\beta$
Алюминий	9,89		9,56	Цинк	1,439	1,435	1,295
Кремний	7,128	7,125	6,768	Германий	1,258	1,254	1,129
Хром	2,294	2,290	2,085	Селен	1,109	1,105	0,992
Марганец	2,106	2,102	1,910	Вольфрам	0,214	0,209	0,184
Железо	1,940	1,936	1,757	Золото	0,185	0,180	0,159
Кобальт	1,793	1,789	1,621	Свинец	0,170	0,165	0,146
Никель	1,662	1,658	1,500	Уран	0,131	0,126	0,111
Медь	1,544	1,541	1,392				

Табл. П1.2. Граница К-серии рентгеновских лучей для разных материалов антикатаода

Элемент	Длина волны, Å	Элемент	Длина волны, Å
Вольфрам	0,178	Платина	0,158
Золото	0,153	Серебро	0,484
Медь	1,38		

#### Приложение 2

**Регистраторы излучений.** Частицы больших энергий космических лучей или создаваемые на мощных ускорителях могут воздействовать на фотопластинку, ионизовать молекулы, вызывать свечение и т. п. По этим и иным проявлениям их можно наблюдать, считать, измерять и различать в следующих основных регистраторах (счетчиках):

1. *Сцинтилляционные счетчики.* В начале исследований радиоактивности при счете частиц применялось утомительное визуальное наблюдение слабых сцинтилляций. В настоящее время применяют фотоэлектронные умножители (ФЭУ) с регистрацией создаваемых частицами электрических импульсов (рис. П2.1). Частица *A* большой энергии, пролетая через прозрачный кристалл *K* из сцинтиллирующе-

го вещества (например, йодистого натрия), создает в нем слабую вспышку света, вырывающую из катода ФЭУ электроны. Фотоэлектроны быстро «размножаются» при вторичной электронной эмиссии с промежуточных катодов, формируя импульс тока на электромеханический счетчик импульсов С.

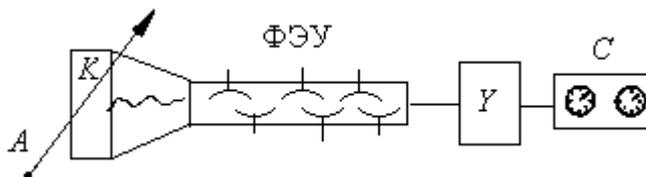


Рис. П2.1

2. *Ионизационная камера.* Интенсивные потоки частиц больших энергий исследуют, измеряя ионизацию газа в ионизационных камерах – сосудах с газом и двумя электродами, на которые подается постоянное напряжение (рис. П2.2). Частицы, проникающие через стенки, создают внутри постоянную ионизацию.

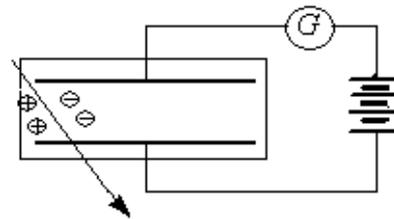


Рис. П2.2

Из теории несамостоятельного разряда в газе известно, что в не слишком сильных полях стационарная концентрация образующихся ионов  $n$  и сила тока  $I$ , текущего через камеру, пропорциональны интенсивности ионизации, т. е. числу и энергии быстрых частиц  $N$ , попадающих в камеру в единицу времени. При небольших постоянных напряжениях сила тока пропорциональна  $N$  (пропорциональный счетчик). При изучении ионизации, создаваемой  $\alpha$ -частицами, излучатель помещают внутрь ионизационной камеры из-за малой пробивной способности  $\alpha$ -частиц.

3. *Счетчик Гейгера.* Счетчик  $\beta$ -частиц представляет собой металлическую тонкостенную трубку, вдоль оси которой протянута металлическая нить. Между нитью и стенками трубки приложена разность потенциалов до 1000 В. Давление в трубке понижено для увеличения длины свободного пробега и облегчения ударной ионизации газа. Ионизация и режим работы в счетных трубках зависят от приложенного напряжения.

Проникающие внутрь трубки быстрые  $\beta$ -частицы на своем пути ионизуют атомы газа. Возникающие свободные электроны, ускоряясь электрическим полем между нитью и стенками, проводят дальнейшую ионизацию, приводящую к электрическому разряду. Прошедший импульс тока после усиления регистрируется электромеханическим счетчиком. После гашения разряда происходит рекомбинация ионов и счетчик вновь готов к действию, позволяя отсчитывать до нескольких тысяч частиц в секунду.

Трубка регистрации  $\gamma$ -лучей имеет стеклянные стенки, покрытые изнутри металлом. Проходящие фотоны могут выбивать из его стенок быстрые электроны, создающие регистрируемую ионизацию газа.

4. *Камера Вильсона.* Камера Вильсона позволяет наблюдать и фотографировать путь, проходимый заряженной частицей в газе. Простейшая камера представляет собой цилиндр с подвижным дном (поршнем), закрытый стеклянной крышкой. Цилиндр наполнен воздухом при атмосферном давлении или аргоном, насыщенным парами воды или спирта. При резком опускании поршня происходит адиабатное расширение и охлаждение газа, пары переходят в пересыщенное состояние и легко конденсируются на ионах. Если сквозь камеру пролетит быстрая заряженная частица, то на цепочке ионов, образовавшейся на ее пути, осядут капельки жидкости, образующие вдоль пути тонкую ниточку тумана, хорошо видимую и легко фотографируемую. По характеру следа определяют сорт частицы: тяжелая  $\alpha$ -частица оставляет сплошной жирный след, быстрая  $\beta$ -частица – тонкий, а при малой скорости – извилистый след. По искривлению траектории в магнитном поле судят о знаке заряда, а если известен сорт частицы (заряд и масса), то определяют скорость и энергию частицы.

5. *Пузырьковая камера Глезера.* Если заполнить камеру каким-либо веществом (пропан, водород и др.) при давлении  $p$ , превышающем упругость насыщенного пара  $p_{\text{нас}}$  при данной температуре  $T$ , то все вещество будет находиться в жидком состоянии (если температура ниже критической). При резком сбросе давления ( $p < p_{\text{нас}}$ ) жидкость закипает – в ней появляются пузырьки пара, и в первую очередь на ионах, образовавшихся вдоль траектории частицы большой энергии.

Плотность жидкости в пузырьковой камере в тысячи раз больше плотности газа в камере Вильсона и торможение происходит в тысячи раз быстрее, так что след в пузырьковой камере эквивалентен следу в камере Вильсона, увеличенному в тысячи раз.

6. *Толстослойные фотоэмульсии.* Быстрые заряженные частицы производят на зерна фотоэмульсии такое же действие, как и кванты света. В силу того что плотность вещества эмульсии в тысячи раз превышает плотность воздуха, след быстрой частицы в эмульсии в тысячи раз короче следа в воздухе и при энергии последней до 10 МэВ имеет длину, не превышающую обычно десятые доли миллиметра. Если сделать слой фотоэмульсии достаточно толстым (0,10 – 1 мм), то в такой эмульсии можно наблюдать весь след быстрой частицы целиком.

При исследовании частиц большой энергии применяют стопки листов эмульсии объемом в несколько кубических дециметров. Путь частицы отслеживают последовательно от слоя к слою через всю стопку.

Табл. П2.1. Некоторые радиоактивные изотопы и их характеристики

Элемент	Нуклид	Период полураспада	Энергия излучения, МэВ	
			$\alpha$ -, $\beta$ -частицы	$\gamma$ -лучи
Тритий	${}^3_1\text{H}$	12,33 года	$\beta^-$ 0,0186	–
Гелий	${}^6_2\text{He}$	0,808 с	$\beta^-$ 3,508	–
Литий	${}^8_3\text{Li}$	0,842 с	$\beta^-$ 13	–
Углерод	${}^{14}_6\text{C}$	5730 лет	$\beta^-$ 0,156	–
Натрий	${}^{22}_{11}\text{Na}$	2,6 лет	$\beta^+$ 0,545	1,275
	${}^{24}_{11}\text{Na}$	15,02 ч	$\beta^-$ 1,39	1,37; 2,75
Магний	${}^{27}_{12}\text{Mg}$	9,46 мин	$\beta^-$ 1,75	0,18; 0,84; 1,013
Фосфор	${}^{32}_{15}\text{P}$	14,36 сут	$\beta^-$ 1,71	–
Кальций	${}^{45}_{20}\text{Ca}$	163,8 сут	$\beta^-$ 0,252	–
Скандий	${}^{46}_{21}\text{Sc}$	83,83 сут	$\beta^-$ 0,36	0,89; 1,12
Кобальт	${}^{60}_{27}\text{Co}$	5,27 года	$\beta^-$ 0,314	1,17; 1,33
Стронций	${}^{89}_{38}\text{Sr}$	50,55 сут	$\beta^-$ 1,46	–
	${}^{90}_{38}\text{Sr}$	28,6 лет	$\beta^-$ 0,546	–
Иод	${}^{130}_{53}\text{I}$	12,36 ч	$\beta^-$ 1,7; 1,04	0,419; 0,538
	${}^{131}_{53}\text{I}$	8,04 сут	$\beta^-$ 0,806; 0,606	0,284; 0,364; 0,637
Цезий	${}^{137}_{55}\text{Cs}$	30 лет	$\beta^-$ 0,514; 1,176	0,66
Висмут	${}^{210}_{83}\text{Bi}$	5 сут	$\beta^-$ 1,16	–
Полоний	${}^{214}_{84}\text{Po}$	0,164 мс	$\alpha$ 7,69	–
Радон	${}^{222}_{86}\text{Rn}$	3,82 сут	$\alpha$ 5,49	–
Радий	${}^{226}_{88}\text{Ra}$	1600 лет	$\alpha$ 4,78	0,186
	${}^{228}_{88}\text{Ra}$	5,75 года	$\beta^-$ 0,04	–
Уран	${}^{234}_{92}\text{U}$	$2,45 \cdot 10^5$ лет	$\alpha$ 4,77	–
	${}^{235}_{92}\text{U}$	$7,04 \cdot 10^8$ лет	$\alpha$ 4,22 – 4,58	0,185
	${}^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет	$\alpha$ 4,15 – 4,22	–

Табл. П2.2. Пробег  $\alpha$ -частиц в воздухе, биологической ткани и алюминии

Энергия, МэВ	Воздух, см	Био-ткань, мкм	Алюминий, мкм	Энергия, МэВ	Воздух, см	Био-ткань, мкм	Алюминий, мкм
4,0	2,5	31	16	8,0	7,4	91	48
5,0	3,5	43	23	9,0	8,9	110	58
6,0	4,6	56	30	10,0	10,6	130	69
7,0	5,9	72	38				

Табл. П2.3. Массовые коэффициенты поглощения рентгеновских лучей, см<sup>2</sup>/г

Длина волны, нм	Элементы							
	C	N	O	Al	Fe	Cu	Ag	Pb
0,02	0,167	0,177	0,183	0,27	1,06	1,45	5,4	4,6
0,04	0,243	0,34	0,336	1,05	7,1	10	37	33
0,06	0,40	0,73	0,730	3,3	23,5	32	17	77
0,08	0,80	1,51	1,53	7,3	50,7	71	39	147
0,10	1,40	2,6	–	14,0	95	134	71	77
0,12	2,5	–	–	24	170	218	120	128
0,14	3,9	–	–	36	270	42	174	180
0,16	5,8	–	–	55	390	60	250	258
0,18	7,9	–	–	79	61	85	354	360
0,20	10,0	–	–	106	78	119	436	–

## Приложение 3

Табл. П3.1. Основные дозиметрические единицы и их соотношение

Физическая величина, обозначение	Единицы измерения		Соотношение единиц
	СИ	Внесистемные	
Активность радиоактивного источника, $A$	Бк	Ки	1 Бк = $2,7 \cdot 10^{-11}$ Ки
Экспозиционная доза излучения, $D_{\text{экс}}$	Кл/кг	Р	1 Кл/кг = 3876 Р
Мощность экспозиционной дозы, $P_{\text{экс}}$	А/кг	Р/с	1 А/кг = 3876 Р/с
Поглощенная доза, $D_{\text{п}}$	Гр	рад	1 Гр = 100 рад
Мощность поглощенной дозы, $P_{\text{п}}$	Гр/с	рад/с	1 Гр/с = 100 рад/с
Эквивалентная доза, $D_{\text{эква}}$	Зв	бэр	1 Зв = 100 бэр
Мощность эквивалентной дозы, $P_{\text{эква}}$	Зв/с	бэр/с	1 Зв/с = 100 бэр/с

Табл. ПЗ.2. Коэффициент качества  $K$  для некоторых излучений

Ионизирующее излучение	$K$
Рентгеновское, $\gamma$ - и $\beta$ -излучения	1
Тепловые нейтроны (0,01 эВ)	2
Нейтроны (5 эВ)	7
Нейтроны (0,5 МэВ), протоны	10
$\alpha$ -излучение	20

Санитарными правилами установлены три группы критических органов, в которых накопление радиоактивного изотопа поражает весь организм в наибольшей степени:

- I группа – гонады, хрусталик и кроветворные органы;
- II группа – мышцы, жировая ткань, печень, почки, поджелудочная железа и предстательная железа, желудочно-кишечный тракт и легкие;
- III группа – кожа, щитовидная железа, кости.

Табл. ПЗ.3. Предельно допустимые дозы облучения

Категория облучения	Внешнее облучение		Внутреннее облучение					
			I группа		II группа		III группа	
	$\frac{\text{мДж}}{\text{кг} \cdot \text{нед}}$	$\frac{\text{мДж}}{\text{кг} \cdot \text{г}}$						
А – профессиональное	1	50	1	50	3	150	6	300
Б – в смежных помещениях	0,1	5	0,1	5	0,3	15	0,6	30
В – облучение всего населения	0,01	0,5	0,01	0,5	0,1	5	0,2	10

*Примечание.* Во всех случаях к 30 годам суммарная доза не должна превышать 0,6 Дж/кг. Естественное облучение за счет космической радиации и радиоактивных изотопов – 1 мДж/г.

#### Приложение 4

Табл. П4.1. Волновые сопротивления  $\rho_v$  некоторых веществ при 20 °С

Вещество	$\rho_v, \text{кг} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	Вещество	$\rho_v, \text{кг} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$
Железо	40 000 000	Резина	60000
Бетон	4 800 000	Воздух	440
Вода	1 440 000	Масло	1 350000

Табл. П4.2. Физические характеристики звуковых волн

Характер звука	Интенсивность, Вт/м <sup>2</sup>	Звуковое давление, Па	Уровень интенсивности относительно порога слышимости, дБ
Порог слышимости	10 <sup>-12</sup>	2 · 10 <sup>-5</sup>	0
Сердечные тоны через стетоскоп	10 <sup>-11</sup>	6,4 · 10 <sup>-5</sup>	10
Шепот	10 <sup>-10</sup>	2 · 10 <sup>-4</sup>	20
Шелест бумаги	10 <sup>-9</sup>	6,4 · 10 <sup>-4</sup>	30
<i>Разговор:</i>			
тихий	10 <sup>-8</sup>	2 · 10 <sup>-3</sup>	40
нормальный	10 <sup>-7</sup>	6,4 · 10 <sup>-3</sup>	50
громкий	10 <sup>-6</sup>	2 · 10 <sup>-2</sup>	60
Шум на оживленной улице	10 <sup>-5</sup>	6,4 · 10 <sup>-2</sup>	80
Крик	10 <sup>-4</sup>	0,2	80
<i>Шум:</i>			
в поезде метро	10 <sup>-3</sup>	0,64	90
мотоцикла (максимальный)	10 <sup>-2</sup>	2	100
двигателя самолета	10 <sup>-1</sup>	6,4	110
То же вблизи	1	20	120
Порог болевого ощущения	10	64	130

Табл. П4.3. Плотность твердых тел, жидкостей и газов,  $\rho$ , кг/дм<sup>3</sup>  
(при нормальных условиях:  $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$  Па и  $T = 273$  К)

Твердое тело		Жидкость		Газ	
Алюминий	2,70	Вода:		Водород	0,09 · 10 <sup>-6</sup>
Ванадий	6,02	дистиллированная (4 °С)	1,00	Воздух	1,29 · 10 <sup>-6</sup>
Висмут	9,80	морская	1,03	Гелий	0,18 · 10 <sup>-6</sup>
Железо	7,88	Глицерин	1,26	Кислород	1,43 · 10 <sup>-6</sup>
Литий	0,53	Керосин	0,80		
Медь	8,93	Кровь	1,05		
Никель	8,90	Мозг	1,05		
Свинец	11,3	Масло (касторовое)	0,90		
Серебро	10,5	Масло			
Сталь	7,80	(трансформаторное)	1,5		
Цезий	1,90	Ртуть	13,6		
Цинк	7,15	Сероуглерод	1,26		
Кожа сухая	0,86	Спирт	0,79		
Ткань костная	1,7 – 2,4				

Табл. П4.4. Экспериментальные величины скорости звука ( $\nu$ ), модуля продольной упругости ( $E$ ), относительной диэлектрической проницаемости ( $\epsilon$ ) и удельного электрического сопротивления ( $\rho$ ) при нормальных условиях

Вещество	$\nu$ , м/с	$E$ , ГПа	$\epsilon$	$\rho$ , Ом · м
Алюминий	–	70	–	–
Вода при 20 °С	1482	–	81	$10^3 - 10^4$
Воздух	331	–	1,00058	–
Кровь	1500	–	85	1,66
Жидкость спинномозговая	–	–	–	0,55
Глицерин	–	–	43	–
Масло касторовое	–	–	4,5 – 4,8	–
Спирт	–	–	26	–
Парафин	–	–	2	–
Слюда	–	–	7,5	–
Серебро	–	74	–	–
Сталь	–	220	–	–
Кожа сухая	–	–	–	$10^6$
Ткани:				
костная (без надкостницы)	3660	10	–	–
жировая	–	–	–	33,3
мозговая и нервная	1520	–	–	14,3
мышечная (мягкие ткани)	1500	–	–	2
сердце	1520	–	–	2

Табл. П4.5. Содержание ионов  $K^+$ ,  $Na^+$  и  $Cl^-$ . Равновесные потенциалы, потенциалы покоя и действия некоторых биологических клеток

Клетки	Отношение концентраций: внутренней к наружной, мМ			Нернстовский потенциал, мВ			Потенциал покоя, мВ
	$\frac{[K^+]_в}{[K^+]_н}$	$\frac{[Na^+]_в}{[Na^+]_н}$	$\frac{[Cl^-]_в}{[Cl^-]_н}$	$[K^+]$	$[Na^+]$	$[Cl^-]$	
Гигантский аксон каракатицы	340/10,4	49/463	114/592	–88	+57	–42	–60
Аксон кальмара	360/10,0	69/425	157/496	–90	+46	–29	–60
Мышечное волокно лягушки	48/1	1/7	1/64	–98	+49	–105	–88
Моторный нейрон кошки	150/5,5	15/150	9/125	–90	+60	–70	–70

Величины концентраций ионов даны в единицах мМ, где М = моль/л.

Табл. П4.6. Формулы для полного сопротивления цепи  $Z$  и сдвига фаз  $\text{tg}\varphi$  между напряжением и током при разных способах включения активного сопротивления  $R$ , емкости  $C$  и индуктивности  $L$

Способ включения	$Z$	$\text{tg}\varphi$
$R$ и $C$ включены последовательно	$\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$	$\frac{1}{R\omega C}$
$R$ и $C$ включены параллельно	$\frac{R}{\sqrt{R^2\omega^2 C^2 + 1}}$	$-R\omega C$
$R$ и $L$ включены последовательно	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{\omega L}{R}$
$R$ и $L$ включены параллельно	$\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$	$\frac{R}{\omega L}$
$R$ , $L$ и $C$ включены последовательно	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

### Приложение 5

#### Максимальные значения токового дипольного момента

Объект	Масса сердца, г	Масса тела, кг	$p_T$ , $\text{mA} \cdot \text{cm}$
Лягушка	0,16	0,036	0,005
Крыса	1,1	0,28	0,107
Собака	100	14	1,63
Человек	300	70	2,32
Лошадь	3000	400	13,0

### Приложение 6

Табл. П6.1. Классификация (в медицине) частотных интервалов

Низкие (НЧ)	до 20 Гц
Звуковые (ЗЧ)	20 Гц – 20 кГц
Ультразвуковые (надтональные) (УЗЧ)	20 кГц – 200 кГц
Высокие (ВЧ)	200 кГц – 30 МГц
Ультравысокие (УВЧ)	30 МГц – 300 МГц
Сверхвысокие (СВЧ)	300 МГц – 300 ГГц
Крайне-высокие (КВЧ)	свыше 300 ГГц

Табл. П6.2. Интервалы длин волн видимого спектра

Цвет	Интервал длин волн, нм
Красный	760 – 620
Оранжевый	620 – 590
Желтый	590 – 560
Зеленый	560 – 500
Голубой	500 – 480
Синий	480 – 450
Фиолетовый	450 – 380

## Приложение 7

Табл. П7.1. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

Приставка			Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	$10^{18}$	деци	д	$10^{-1}$
пэта	П	$10^{15}$	санتي	с	$10^{-2}$
тера	Т	$10^{12}$	милли	м	$10^{-3}$
гига	Г	$10^9$	микро	мк	$10^{-6}$
мега	М	$10^6$	нано	н	$10^{-9}$
кило	к	$10^3$	пико	п	$10^{-12}$
гекто	г	$10^2$	фемто	ф	$10^{-15}$
дека	да	$10^1$	атто	а	$10^{-18}$

Табл. П7.2. Греческий алфавит с обозначением и названием букв

Обозначение	Название	Обозначение	Название	Обозначение	Название
Α, α	альфа	Ι, ι	йота	Ρ, ρ	ро
Β, β	бета	Κ, κ	каппа	Σ, σ	сигма
Γ, γ	гамма	Λ, λ	ламбда	Τ, τ	тау
Δ, δ	дельта	Μ, μ	ми	Υ, υ	ипсилон
Ε, ε	эпсилон	Ν, ν	ню	Φ, φ	фи
Ζ, ζ	дзета	Ξ, ξ	кси	Χ, χ	хи
Η, η	эта	Ο, ο	омикрон	Ψ, ψ	пси
Θ, θ	тэта	Π, π	пи	Ω, ω	омега



# ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

## Часть I. Биофизика ионизирующих излучений

**Рентгеновское излучение. Радиоактивность. Элементы дозиметрии ионизирующих излучений**

1. 0,413 Å, 0,310 Å, 0,248 Å; 2.  $Z = 74$ , вольфрам; 3. Увеличить силу тока накала катода или напылить на поверхность вещество с меньшей работой выхода; 4. 9 кВ, 25,3 кВ, 69 кВ, 79 кВ; 5. 0,72 Å, 0,234 Å, 0,228 Å, 0,205 Å; 6. Сочетание альфа- и гамма-излучения; 7. 1. Фоновое излучение; 2. Статистический характер составляющих процессов; 3. Бета-излучение; 8.  $6,5 \cdot 10^{-9}$  кг; 9.  $7,9 \cdot 10^7$  расп/(с · кг),  $5,7 \cdot 10^{18}$  расп/(с · кг); 10. 10,11 сут; 11.  $4,6 \cdot 10^{18}$  расп/(с · кг),  $3,6 \cdot 10^{15}$  расп/(с · кг); 12. 78125 с, 63 %; 13.  $8,15 \cdot 10^{20}$ ; 14.  $6,3 \cdot 10^{21}$ ; 15. График обратной экспоненты  $N/N' = e^{-\lambda t}$ . Период полураспада – по координате точки с  $N/N_0 = 0,5$ , задающей  $T = 3,8$  сут; 16.  $m = 2,8 \cdot 10^{-9}$  кг; 17. Через 12,6 сут; 18. 2379 лет; 19. В 3,7 раза,  $x = 0,08$  мм; 20. 8,8 Дж/кг; 21. 0,2 Гр, или 20 рад,  $3,7 \cdot 10^{-5}$  Вт/кг =  $3,7 \cdot 10^{-5}$  Гр/с, и  $3,7 \cdot 10^{-3}$  рад/с; 22. 62,4 мкКл/кг; 23. 21,5 нКл/кг; 24. 1,84 м; 25.  $18 \cdot 10^{-12}$  Кл/кг, или  $7 \cdot 10^{-8}$  Зв, или  $7 \cdot 10^{-6}$  бэр; 26. 883,7 мкР/час.

## Часть II. Биофизика неионизирующих излучений

**Акустические излучения**

1. 1,1 кГц; 2. а) 683 Гц, б) 672 Гц, в)  $v_{и} = v_{н} = 0$ ; г)  $v_{и} = 35,7$  м/с; 3. а) 877 Гц, б) 732 Гц; 4. 270 м/с; 5.  $\Delta v = 39$  Гц; 6. 0,75 м/с; 7.  $v_{ст} = 1,9$  мм/с; 8. 1,46 Дж; 9. а) 1,93 нН, 0,011 нм, б) 6,1 мН, 34,5 мкм; 10. 1 кВт/м<sup>2</sup>, 924 Па, 0,345 мм; 11. 1 мВт/м<sup>2</sup>; 12. По кривым одинаковой громкости: 15 фон, 55 фон; 13.  $3,2 \cdot 10^{-6}$  Вт/м<sup>2</sup>,  $3,2 \cdot 10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup>,  $10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup>; 14. 45 фон, 30 фон; 15. 59 дБ; 16. 80,4 фон; 17.  $10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>,  $k_{ул}/k_{пом} = 8/7$ ; 18. 1,3.

**Биоэлектричество. Влияние электрических и магнитных полей**

1.  $1,4 \cdot 10^{-16}$  (кг · м<sup>2</sup>)/(Дж · с); 2. – 88,5 мВ; 3. –45,2 мВ, –43,0 мВ, 2,2 мВ, –90,3 мВ, –85,9 мВ, 4,4 мВ; 4. –1,8 мВ.

**Электростатика и постоянный ток**

1. 2,16 мН; 2. 145 пФ; 3. 16 нФ; 4. Можно установить повышение температуры тела человека.

**Переменный ток**

1. 4,6 кГц; 2. 0,051; 3. 74,3 кОм; 4. 0,845 мГн; 5. 40 нФ; 6. 8,1 кОм, –80°50'; 7. 62 Дж/с · дм<sup>3</sup>; 8. 2,2 мА, 220 мА.

**Электрические характеристики сердца, нервной системы и головного мозга.**

**Моделирование**

1. 100 уд/мин, 81,(6) %; 2. 40 уд/мин, 20 %; 3. 0,533 мВ; 4. 42,9 мВ.

**Взаимодействие света с биологическим веществом**

1.  $1,5 \cdot 10^8$  Гц (УВЧ),  $2,5 \cdot 10^9$  Гц (СВЧ),  $5 \cdot 10^{10}$  Гц (СВЧ); 2.  $38,4 \cdot 10^{25}$  Вт,  $0,63 \cdot 10^{10}$  кг; 3. 2,21 мэВ/м<sup>2</sup>, 1,9 мэВ/м<sup>2</sup>; 4. нельзя, так как  $d_p < D = 111$  нм; 5. 191 нм; 6.  $4,5 \cdot 10^6$  м<sup>-1</sup>; 7. 150 В, 233 В; 8. 87,4 кДж; 9.  $4,76 \cdot 10^{18}$ ; 10. 1,7 кВт/м<sup>2</sup>,  $1,28 \cdot 10^{16}$ ; 11. 410 м<sup>-1</sup>; 12. 16,25 м<sup>-1</sup>; 13. 1,5 м<sup>-1</sup>; 14. 0,992 м<sup>-1</sup>; 15. 6,7 град; 16. 0,176; 17. 48,2 град; 18. 0,106, 0,975.

**Тепловое излучение тел**

1. 74 Дж/с, 8,8 Дж/с; 2. 9,57 мкм, 1,45 мкм, 0,5 мкм, 0,29 нм; 3. Максимум сместится на 0,06 мкм в сторону более коротких волн.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В. С. Волькенштейн. – Изд. восьмое, стереотип. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. – 464 с.
2. *Биофизика* : учебник / под общ. ред. акад. АН СССР П. Г. Костюка. – Киев : Выща шк., 1988. – 504 с.
3. *Кошкин, Н. И.* Справочник по элементарной физике / Н. И. Кошкин, М. Г. Ширкевич. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. – 208 с.
4. *Кузнецов, А. А.* Биофизические основы живых систем : учеб. пособие / А. А. Кузнецов. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2015. – 112 с. – ISBN 978-5-9984-0621-8.
5. *Кузнецов, А. А.* Биофизика ионизирующих и неионизирующих излучений : учеб. пособие / А. А. Кузнецов. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 143 с. – ISBN 978-5-9984-0668-3.
6. *Монич, В. А.* Задачник по медицинской физике и биофизике : метод. пособие / В. А. Монич, С. Л. Малиновская. – Н. Новгород : Изд-во Нижегородской государственной медицинской академии, 2004. – 76 с.
7. *Ремизов, А. Н.* Сборник задач по медицинской и биологической физике : учеб. пособие для мед. вузов / А. Н. Ремизов, Н. Х. Исакова, А. Г. Максина. – М. : Высш. шк., 1987. – 159 с.
8. *Ремизов, А. Н.* Медицинская и биологическая физика : учеб. для мед. спец. вузов. – 2-е изд. испр. / А. Н. Ремизов. – М. : Высш. шк., 1996. – 608 с.
9. *Ремизов, А. Н.* Сборник задач по медицинской и биологической физике : учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. / А. Н. Ремизов, А. Г. Максина. – М. : Дрофа, 2001. – 192 с.
10. *Роуэл, Г.* Физика / Г. Роуэл, С. Герберт ; под ред. В. Г. Разумовского ; пер. с англ. И. Е. Каткова. – М. : Просвещение, 1994. – 576 с.
11. *Физические величины* : справочник / А. П. Бабичев [и др.] ; под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М. : Энергоиздат, 1991. – 1232 с.
12. *Физический энциклопедический словарь* / под ред. А. М. Прохорова. – М. : Советская энциклопедия, 1983. – 928 с.
13. *Чертов, А. Г.* Задачник по физике : учеб. пособие для студентов вузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 527 с.

*Учебное издание*

Автор-составитель  
КУЗНЕЦОВ Артемий Артемьевич

БИОФИЗИКА  
ИОНИЗИРУЮЩИХ И НЕИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Сборник задач и контрольных заданий для практических  
и самостоятельных расчетно-графических работ студентов

Редактор Е. В. Невская  
Технический редактор А. В. Родина  
Корректор О. В. Балашова  
Компьютерная верстка Л. В. Макаровой  
Выпускающий редактор А. А. Амирсейидова

Подписано в печать 03.08.18.  
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 6,98. Тираж 50 экз.  
Заказ

Издательство  
Владимирского государственного университета.  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.