**Министерство образования и науки Российской федерации**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

Высшего профессионального образования

**Владимирский государственный университет**

**Имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых**

 **Учебно-методическое пособие**

**ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

(электронный ресурс)

Владимир 2018

 Составители: А. Ф. Галкин, В. В. Дорожков, Д. А. Малышева

Элементы теории погрешностей физических измерений (электронный ресурс) – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2018.- 11 с.

В учебно-методическом пособии кратко излагаются классификация измерений и погрешностей, элементы теории погрешностей и ее приложение для обработки результатов лабораторных работ.

Предназначено для студентов 1 – 2 курсов, изучающих физику в ВлГУ.

ISBN 5-8114-0643-6

Рецензент – Доцент кафедры общей и теоретической физики педагогического института ВлГУ, к.ф-м.н. А.В. Гончаров

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Классификация измерений и погрешностей………………………4
2. Алгоритм обработки результатов измерений. ……………………7
3. Приложение. Нормальное (гауссово) распределение……………..8
4. Контрольные вопросы……………………………………………….9
5. Библиографический список…………………………………………10
6. Классификация измерений и погрешностей

Прямые и косвенные измерения.

 При прямом измерении результат считывается непосредственно со шкалы прибора или инструмента. Например, измерение длины какого-либо предмета по линейке, время –секундомером.

 При косвенном измерении значение измеряемой величины находится как функция других величин по формуле, связывающей значение косвенно измеряемой величины с прямыми измерениями. Например, объем цилиндра

V=H, где D – диаметр цилиндра и H – его высота, измеряемые непосредственно штангенциркулем или микрометром.

Результат измерений всегда содержит некоторую ошибку - погрешность. Она связана как с инструментом, имеющим всегда определённую точность, так и с неидеальностью измеряемого объекта.

Погрешности делятся на:

- систематические;

- cлучайные;

- абсолютные;

- относительные;

- cреднеквадратичные;

- погрешности констант;

- погрешности косвенных измерений и др.

Рассмотрим их по отдельности

Систематическая погрешность не изменяется в процессе измерений от опыта к опыту.

Как правило, это погрешность, определяемая точностью измерений, даваемых прибором (инструментом). Погрешность прибора либо рассчитывается по его точности, указанной на приборе, либо равна половине цены деления его шкалы. Эта погрешность называется приборной. Для штангенциркуля за приборную принимается точность, даваемая нониусом. Погрешность секундомера равна его цене деления.

Существуют и другие источники систематической погрешности, связанные, например, с неправильной градуировкой прибора, недостатками выбранного метода и др.

Случайная погрешность - может изменяться от опыта к опыту даже при использовании одних и тех же приборов и инструментов, одной и той же методики измерений.(о расчёте случайной погрешности ниже)

Абсолютная погрешность измерения *∆xi* - разность между измеренной величиной *xi*и ее средним значением*<x>.*

Если не сопоставить величину погрешности с самой измеряемой величиной, то просто указание абсолютной погрешности мало говорит о действительной точности.

Относительная погрешность измерения - отношение абсолютной погрешности к среднему значению.

Стандартный доверительный интервал(среднеквадратичная погрешность среднего) вычисляется как

Здесь - числовое значение величины, полученное при *i*-ом измерении, - среднее арифметическое измеряемой величины, *n*- количество измерений.

Как показывает соответствующий анализ, бесконечное увеличение числа измерений не даёт заметного увеличения точности.

Существуют специальные таблицы (таблицы коэффициентов Cтьюдента), по которым можно определить, во сколько раз надо увеличить стандартный доверительный интервал[±], чтобы при определенном числе измерений получить требуемую надежность*P*.

Надежность *P* - здесь вероятность попадания в доверительный интервал. Мы будем пользоваться значением *P*=0,95.(Смысл этого значения таков: в 95 случаев из 100 значения измеряемой величины попадают в доверительный интервал, а в 5 случаях могут попасть, а могут и не попасть.) Коэффициент Стьюдента обычно обозначают *tn,p*.

Случайная погрешность(величина доверительного интервала с заданной надежностью) вычисляется как

*tn,p·*

 Поскольку систематическая и случайная погрешность не зависят друг от друга, то полная погрешность, учитывающая обе эти погрешности определяется как

Погрешность косвенных измерений

Допустим, некоторая величина *f* является функцией переменных *x,y,z...*, т.е. *f*=*f(x,y,z…).* Доверительный интервал оценивается

*,* где частные производные функции *f(x,y,z,…)*, а ,,…- полные погрешности величин *x, y, z…*

Если функцию *f(x,y,z,…)*можно представить в виде *f(x,y,z,…)=xaybzc…(*наиболее часто используемые в физике), то относительную погрешность можно рассчитать более просто по формуле *.*

Например, для объема цилиндра

*,* отсюда абсолютная погрешность объема цилиндра.

В формулу длявходит погрешность константы. Наиболее часто используемое значение . Более точное значение. Округляя отбрасываемые 0,0016 получим , что и будет погрешностью числа .

Если нам неизвестно более точное значение константы, то в таком случае в качестве погрешности берется половина единицы последнего разряда. Например, ускорение свободного падения g=9,8 м/с2, то.

Округление результатов

Поясним принцип округления на примере. Допустим, получили объем цилиндра с погрешностью

*V=<V>±*=(13422 *± 544)мм3*. Округляем погрешность *544 мм3* до одной значащей цифры (всегда в сторону увеличения),т.е.  *=544 ≈ 600мм3.* В расчетном значении =*13422мм3* оставляем тот разряд, который дает погрешность, т.е. сотни *мм3*, *13422≈13400мм3*(округление по обычным правилам). Окончательно ответ записываем в виде *V=<V>±*=(13400*± 600)мм3=*(13,4*± 0,6)·103 мм3.*

Примечание: В случае промежуточных вычислений округления полученных величин производят до того разряда, который соответствует точности измерений.

2. Алгоритм обработки результатов измерений (на примере измерения объема цилиндра)

1. Находим среднее арифметическое измеряемой величины (например<*D>, <H*>)

2. Определяем абсолютную погрешность каждого измерения (

3. Определяем квадрат абсолютной погрешности каждого измерения

4. Находим среднеквадратичной погрешности измеряемых величин (*SD, SH*)

5. Подбираем по таблице коэффициент Стьюдента для надежности *P*=0,95 и определенного числа измерений *n* (*tn,p=…).*

6. Вычисляем случайную погрешность (, )

7. Определяем систематические погрешности(, )

8. Вычисляем полные погрешности ( *, )*

9. Находим относительную погрешность результирующей измеряемой величины (

10. Определяем искомую результирующую величину ()

11. Находим абсолютную погрешность искомой величины (

12. Записываем результат *V=<V>±*и производим необходимые округления.

3. Нормальное распределение случайных погрешностей (Закон Гаусса)

Вероятность, с какой некоторая величина *xо* окажется в интервале *a<xо<b* определяется функцией плотности распределения

и равна p(*a<xо<b)=*, где σ - среднеквадратичное отклонение ,

*f(x)*называется гауссовой кривой и имеет вид



х

Кривая симметрична относительно среднего значения <х>. Точки перегиба соответствуют отклонению от <х> на оси абсцисс. Чем меньше б , тем уже гауссова кривая и, следовательно, точнее проведены измерения.

Величина б2 называется дисперсией.

При небольшом числе измерений пользуются так называемый эмпирической или стандартной дисперсией , где

 называется стандартным доверительным интервалом. Стандартный доверительный интервал увеличивается в t раз (t – коэффициент Стьюдента), чтобы получить требуемую надежность Р. Например, вероятность того, что погрешности не выходят за пределы ±2б , то есть х-<x> <2б , равна Р =0,95

(Заметим, что при х-<x> <б, Р=0,683; а при х-<x> <3б, Р=0,997)

 С учётом коэффициента Стьюдента наиболее строгой для доверительного интервала является формула
 х=<x>±

При этом <x> является наиболее вероятным значением измеряемой физической величины х.

Приведем значения коэффициента Стьюдента для надежности 0,95 (1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| t | 12,7 | 4,3 | 3,2 | 2,8 | 2,6 | 2,4 | 2,4 | 2,3 | 2,3 |

4. Контрольные вопросы

1.Какие измерения называются прямыми? Косвенными?

 2. Что такое погрешность?

3.Какие виды погрешностей вы знаете?

4.Чем определяется систематическая погрешность? Каково свойство систематической погрешности?

5.Каково свойство случайной погрешности? Её источники? Как она вычисляется?

6. Смысл коэффициента Стьюдента, надежности?

7.Что такое абсолютная погрешность? Относительная?

8. Как вычисляется полная погрешность?

9.Каковы способы вычисления погрешности при косвенных измерениях?

10.Как производится округление полученных результатов?

11. Каков вид гауссовой кривой и смысл нормального распределения случайных погрешностей?

12.Чему равно среднеквадратичное отклонение? Дисперсия?

5. Библиографический список:

1. Зайдель А. Н. Ошибки измерений физических величин. Учебное пособие. 2-е издание, стер. СПб.: Изд-во «Лань» 2005.-112 с (Учебники для вузов. Специальная литература)- ISBN 5-8114-0643-6.

2. Климов А. Н. Обработка результатов реакторного эксперимента. Учебное пособие.-М.: Изд. МИФИ 1987-60 с.-УДК 53.088:519.254

3. Погрешности измерений: Учебное пособие /О. Я. Бутковский, О. Д. Бухарова, А. А. Кузнецов, Л. В. Фуров; Под ред. А. А. Кузнецова. Владим. гос. ун-т – Владимир, 1998-75с. П 43 УДК 53.088 (0758)

4. Лабораторные занятия по физике: пособие / Гольдин Л. Л., Игошин Ф. Ф., Козел С. М. и др. Под ред. Гольдина Л. Л. –М.: «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1983-704 с.-22.3 Л12 УДК 53

5. Лабораторный практикум по физике; Учеб. пособие для студентов втузов./ Ахматов А. С., Андреевский В. М., Кулаков А. И. и др.; Под ред. А. С. Ахматова. М.: Высшая школа, 1980.-360 с.-Л 12 УДК 53

6. Физика: метод. указания к лаб. работам по механике и молекулярной физике/ Владим. гос. ун-т. сост.: О. Я. Бутковский (и др.); под ред. А. А. Кулиша.- Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007-128 с.-УДК 531/534+539.19

7. Математическая обработка результатов измерений в лабораторном практикуме по курсу общей физики . Сост. Голицына О. М., Меремьянин А. В., Рисин В. Е. В авторской редакции.-Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2015-20с.(электронн.)

8. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика/ В. Е. Гмурман.-М.: Высш. шк., 2005-478 с.-517.8 Г11 УДК 519.2 (075.8)