Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ

Владимир 2017

УДК 53
ББК 22.3
У91

Авторы-составители: А. А. Кулиш, Л. В. Фуров

Рецензенты:
Доктор физико-математических наук, профессор
зав. лабораторией математического моделирования
физических процессов
Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова
А. И. Григорьев

Доктор технических наук, доцент
профессор кафедры физики и прикладной математики,
директор Института прикладной математики, физики и информатики
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Н. Н. Давыдов

Кандидат физико-математических наук
профессор кафедры математики и информатики
Московского университета им. С. Ю. Витте
О. В. Крисько

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

У91 **Учебное** пособие для самостоятельной работы по физике / авт.-сост.: А. А. Кулиш, Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2017. – 128 с.
ISBN 978-5-9984-0822-9

Основная цель пособия – формирование навыков самостоятельной работы студентов по овладению методами решения задач. Дана классификация теоретического материала и задач для всех разделов курса физики: механики, молекулярной физики и термодинамики, электричества и магнетизма, колебаний и волн, оптики, элементов квантовой механики и атомной физики, физики твёрдого тела. Приведены примеры решения типичных задач и вопросов, позволяющие проконтролировать усвоение теоретического материала, необходимого для решения задач по каждому из разделов.

Предназначено для студентов технических специальностей очной, заочной и дистанционной форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 20. Библиогр.: 30 назв.

УДК 53
ББК 22.3

ISBN 978-5-9984-0822-9

ВВЕДЕНИЕ

Основная цель освоения дисциплины «Физика» – обеспечение будущего специалиста научной базой, на которой в высшей технической школе строится общеинженерная и специальная подготовка. Последовательное изучение физики вырабатывает специфический метод мышления, физическую интуицию, которые оказываются весьма востребованы и в других науках. Специалисты, получившие физико-математическое образование, могут самостоятельно осваивать новые технические направления, успешно работать в них, легко переходить от решения одних задач к другим, искать нестандартные и нетрадиционные пути, что особенно важно для профессиональной мобильности специалистов в условиях ускоренного развития техники.

В процессе освоения данной дисциплины студенты получают фундаментальную подготовку по основам профессиональных знаний. Также формируются следующие общекультурные и профессиональные компетенции:; определение общих форм, закономерностей, инструментальных средств физики; умение понять поставленную задачу; умение получить правильный результат и оценить степень его достоверности; умение грамотно пользоваться языком предметной области; знание корректных постановок классических задач; способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления.

Задачи дисциплины:

- теоретическая подготовка в области физики, позволяющая будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающая им возможность использования новых физических принципов в тех областях, в которых они специализируются;
- формирование научного мышления, в частности правильного понимания границ применимости различных физических понятий, законов, теорий и умения оценивать степень достоверности результатов, полученных с помощью экспериментальных или математических методов исследования;

• выработка приемов и навыков решения конкретных задач из разных областей физики, помогающих студентам в дальнейшем решать инженерные задачи;

• ознакомление студентов с современной научной аппаратурой и выработка у них начальных навыков проведения экспериментальных научных исследований различных физических явлений и оценки погрешностей измерений.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

• *знать:* физические основы механики, молекулярной физики, электричества и магнетизма, колебаний и волн, оптики, квантовой механики и ядерной физики, корректные постановки классических задач;

• *уметь:* определять общие формы, закономерности, инструментальные средства физики, понимать поставленную задачу, формировать результат и самостоятельно видеть следствия сформулированного результата;

• *владеть:* языком предметной области; полученными данными проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучаемого явления.

Раздел 1
МЕХАНИКА

Кинематика

Теоретический материал

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Материальная точка. Системы отсчёта. Инерциальные системы отсчёта. Радиус-вектор. Принцип относительности Галилея. Траектория. Радиус кривизны траектории. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Связь между линейными и угловыми кинематическими величинами. Поступательное движение твёрдого тела.

Вопросы для самоконтроля

1. Каков основной метод изучения физики?
2. Какие единицы в системе СИ являются основными?
3. Что такое радиус-вектор?
4. Какое движение называется поступательным?
5. В чём заключается принцип Галилея? Что устанавливают преобразования Галилея?
6. Что такое скорость? Как найти модуль скорости?
7. Как определяются векторы тангенциального и нормального ускорений?
8. Дайте определение вектора и скаляра. Приведите примеры векторных и скалярных величин.
9. Что такое система отсчёта?
10. Какие физические величины характеризуют поступательное и вращательное движение в кинематике?
11. Что такое мгновенная скорость?
12. Запишите формулы, связывающие линейные и угловые характеристики движения.

Динамика поступательного движения

Теоретический материал

Динамика как раздел механики. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона и понятия силы, массы и импульса. Уравнение движения. Третий закон Ньютона и предел его применимости. Неинерциальные системы отсчета. Абсолютные и относительные скорость и ускорение. Силы инерции. Система материальных точек. Центр инерции (центр масс). Теорема о движении центра инерции.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте первый закон Ньютона.
2. Сформулируйте второй закон Ньютона. Приведите примеры его использования.
3. Сформулируйте третий закон Ньютона. Каковы границы его применимости?
4. Силы трения. В чём физический смысл сил трения?
5. От каких величин зависит величина сил трения?
6. Дайте определения силы и массы. Назовите их единицы измерения.
7. Дайте определения импульса тела и импульса системы тел.
8. Какую систему называют инерциальной? Приведите примеры.
9. Чему равна сила упругости? Укажите направление этой силы.
10. Какую роль играют силы трения в жизни и технике?
11. Изменяется ли величина g при удалении тела от Земли?

Вращательное движение твёрдого тела

Теоретический материал

Понятие абсолютно твердого тела. Момент силы. Момент импульса. Момент инерции. Теорема Штейнера. Основной закон динамики вращательного движения. Уравнение вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси (уравнение моментов). Кинетическая энергия вращающегося твердого тела. Гироскопический эффект. Свободные оси.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте понятия абсолютно твёрдого тела, центра масс (центра инерции).
2. Какое движение называется вращательным? Назовите основные характеристики вращательного движения.
3. Дайте определение момента инерции абсолютно твёрдого тела.
4. Сформулируйте теорему Штейнера.
5. Дайте определения момента силы и момента импульса материальной точки относительно некоторой оси.
6. Что такое силы инерции?
7. Когда возникает центробежная сила инерции? Как её рассчитывают?
8. При каких условиях возникает сила Кориолиса? Как она определяется?
9. Какую роль может играть сила Кориолиса в технике?
10. Сформулируйте основной закон динамики для неинерциальной системы отсчёта.
11. Как связаны момент импульса тела относительно оси и угловая скорость его вращения?
12. Как определяются моменты инерции однородного шара, диска, стержня относительно осей, проходящих через центр тяжести этих тел?
13. Чему равны единицы измерения в системе СИ момента инерции, момента силы, момента импульса?

Законы сохранения

Теоретический материал

Значение и содержание законов сохранения в механике. Закон сохранения импульса. Однородность пространства. Реактивное движение. Закон сохранения момента импульса. Изотропия пространства. Работа, энергия, мощность. Связь между потенциальной энергией и силой. Понятие силового поля. Связь между кинетическими энергиями в различных системах отсчета. Консервативные и неконсервативные силы. Закон сохранения энергии в механике. Однородность времени. Консервативная и диссипативная системы.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определения консервативных и неконсервативных сил.

2. Дайте определение потенциальной энергии. Приведите примеры.

3. В чём суть закона сохранения энергии?

4. Сформулируйте закон сохранения импульса и закон сохранения момента импульса.

5. Как связана потенциальная энергия частицы с силой поля, действующего на частицу, в данной точке? Дайте определение градиента скалярной функции координат. Как направлен градиент?

6. Что называется механической мощностью? Чему равна средняя и мгновенная мощности при неравномерном движении?

7. В чём отличие кинетической и потенциальной энергий?

8. Приведите примеры определения потенциальной энергии.

9. Как определяется кинетическая энергия катящегося тела?

10. Что такое полная механическая энергия?

11. В каких единицах измеряются импульс и момент импульса в системе СИ?

12. Зависит ли полная механическая энергия от выбора системы отсчёта?

Элементы механики жидкостей и газов

Теоретический материал

Жидкости и газы. Уравнение Эйлера. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли. Системы уравнений газодинамики. Ламинарный и турбулентный режимы течения. Циркуляция скорости. Потенциальное и вихревое движения. Движение тел в жидкостях и газах. Теорема Жуковского.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение давления. Чему равна единица давления в системе СИ?

2. Чем отличаются упругие свойства жидкостей и газов от упругих свойств твёрдого тела?

3. Что называют линией тока, трубкой тока?

4. Сформулируйте уравнение течения в форме Эйлера.

5. Запишите уравнение неразрывности. К каким средам оно применимо?

6. Запишите уравнение Бернулли.

7. Запишите уравнение Бернулли для частных случаев:

а) жидкость неподвижна;

б) трубка расположена горизонтально.

8. Какие режимы течения вы знаете?

9. Понятие циркуляции. Применение понятия циркуляции в теореме Жуковского.

10. Применение теоремы Жуковского в технике.

Элементы специальной теории относительности

Теоретический материал

Принцип относительности Эйнштейна. Роль скорости света. Постулат постоянства скорости света. Преобразование Лоренца. Пространство и время в специальной теории относительности. Инварианты преобразования. Лоренцево сокращение длины и замедление времени. Релятивистский импульс. Взаимосвязь массы и энергии. Столкновение и распад частиц. Дефект масс. Энергия связи. Соотношение между полной энергией и импульсом частицы. Понятие об общей теории относительности. Границы применимости классической (ньютоновской) механики. Философское толкование пространственно-временных отношений.

Вопросы для самоконтроля

1. При каких скоростях движения тел справедлива ньютоновская механика?

2. Сформулируйте принцип относительности Эйнштейна.

3. Сформулируйте принцип постоянства скорости света.

4. Запишите преобразования Лоренца.

5. В чём заключается дефект масс?

6. Как определяется энергия связи?

Примеры решения задач

1.1. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону $\vec{r} = at\vec{e}_x - bt^2\vec{e}_y$, где a и b – положительные постоянные. Найдите: а) скорость $\vec{V}$ и ускорение $\vec{W}$, а также их модули; б) зависимость от времени угла α между векторами $\vec{V}$ и $\vec{W}$.

Дано:	Решение:
$\vec{r} = at\vec{e}_x - bt^2\vec{e}_y$ $a > 0,\ b > 0$	а) Как известно, для определения скорости частицы необходимо взять первую производную по времени от ее радиус-вектора. Поэтому
а) $\vec{V}, \vec{W}, V, W$ – ? б) $\alpha(t)$ –? в) $y(x)$ – ?	$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = a\vec{e}_x - 2bt\vec{e}_y. \quad (1.1)$$ Для определения ускорения частицы необходимо взять вторую производную по времени от ее радиус-вектора. Поэтому $$\vec{W} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -2b\vec{e}_y. \quad (1.2)$$

Из выражения (1.1) модуль скорости определяется по известным компонентам вектора скорости $V_x = a$; $V_y = -2bt$, $V_z = 0$.

Отсюда $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{a^2 + 4b^2t^2}.$

Из выражения (1.2) модуль ускорения определяется по известным компонентам вектора ускорения $W_x = 0$, $W_y = -2b$, $W_z = 0$.

Отсюда $W = |W_y| = 2b.$

б) Для определения зависимости от времени угла $\alpha(t)$ между векторами $\vec{V}$ и $\vec{W}$ выразим скалярное произведение этих векторов двояким образом:

$$\left(\vec{V} \cdot \vec{W}\right) = VW\cos\alpha(t) = (\sqrt{a^2 + 4b^2t^2})2b\cos\alpha(t), \quad (1.3)$$

$$\left(\vec{V} \cdot \vec{W}\right) = V_xW_x + V_yW_y + V_zW_z = (-2bt)(-2b) = 4b^2t. \quad (1.4)$$

Из выражений (1.3) и (1.4) для зависимости $\alpha(t)$ получим $\alpha(t) = \arccos\dfrac{2bt}{\sqrt{a^2 + 4b^2t^2}}$.

в) Из выражения для радиус-вектора следует

$$x(t) = at, \qquad (1.5)$$

$$y(t) = -bt, \qquad (1.6)$$

$$z = 0. \qquad (1.7)$$

Отсюда, исключая время t из выражений (1.1) и (1.2), получим уравнение траектории частицы $y(x) = -\frac{b}{a^2}x^2$ в плоскости $z = 0$.

Ответ: $\vec{V} = a\vec{e}_x - 2bt\vec{e}_y$; $\vec{W} = -2b\vec{e}_y$; $V = \sqrt{a^2 + 4b^2t^2}$; $W = 2b$;

$\alpha(t) = \arccos\frac{2bt}{\sqrt{a^2 + 4b^2t^2}}$; $y(x) = -\frac{b}{a^2}x^2$.

1.2. Частица движется по окружности радиусом $R = 2$ м, и путь изменяется со временем по закону $S = At^3$, где $A = 2$ м/с³. Найдите: а) момент времени t_0, при котором нормальное ускорение W_n будет равно тангенциальному W_τ; б) полное ускорение в этот момент времени.

Дано:	Решение:
$R = 2$ м $S = At^3$ $A = 2$ м/с³ $W_n = W_\tau$	а) Выражения для нормального ускорения, тангенциального ускорения и полного ускорения имеют вид $W_n = \frac{V^2}{R} = \left(\frac{dS}{dt}\right)^2\frac{1}{R}$, $W_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$, $W = \sqrt{W_n^2 + W_\tau^2}$.
а) $t_0 - ?$ б) $W - ?$	Из условия задачи получим уравнение относительно t_0: $\left(\frac{dS}{dt}\right)^2\frac{1}{R} = \frac{d^2S}{dt^2}$ или $\left(3At_0^2\right)^2\frac{1}{R} = 6At_0$. Отсюда $t_0 = \left(\frac{2}{3}\frac{R}{A}\right)^{1/3} = 0{,}873$ с.

б) Для полного ускорения из условия задачи

$$W = \sqrt{2W_\tau^2} = \sqrt{2\left(\frac{d^2S}{dt^2}\right)^2} = \sqrt{2}\cdot 6At_0 = 14{,}8 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $t_0 = 0{,}873$ с; $W = 14{,}8$ м/с².

1.3. Тело брошено с вышки в горизонтальном направлении со скоростью V_0 = 30 м/с. Найдите значения следующих величин через 2 с (τ = 2 с): а) скорости V, тангенциального ускорения W_τ, нормального ускорения W_n; б) радиуса кривизны траектории R.

Дано:
V_0 = 30 м/с
τ = 2 с

а) V, W_τ, W_n – ?
б) R – ?

Решение:

а) Траектория движения тела показана на рис. 1.1. Направления векторов $\vec{V}$, $\vec{W}_n$, $\vec{W}_\tau$, $\vec{g}$ через время τ также показаны на рис. 1.1.

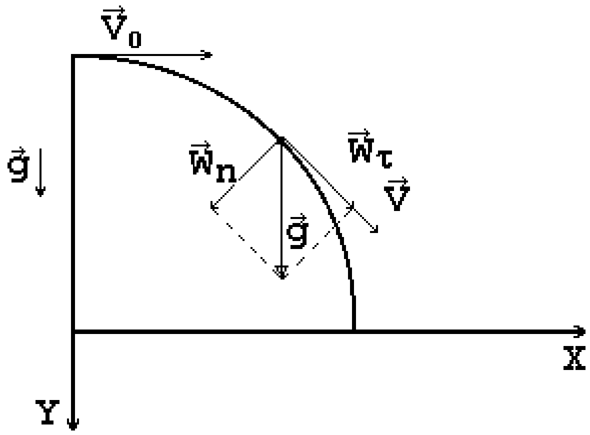


Рис. 1.1

Введем систему координат XOY, как показано на рис. 1.1, чтобы учесть независимость движений тела по горизонтали и вертикали. Проекция вектора скорости на ось OX V_x остается всегда постоянной и равной V_0. Проекция вектора скорости на ось OY V_y растет со временем по закону $V_y = gt$, так как вдоль оси OY тело движется равноускоренно с ускорением свободного падения g. Поэтому для модуля скорости тела получим

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 + g^2t^2}, \tag{1.8}$$

$$V = \sqrt{V_0^2 + g^2t^2} = \sqrt{900 + 385} = 35{,}8 \text{ м/с}.$$

Для вычисления тангенциальной составляющей ускорения W_τ воспользуемся формулой, полученной с учетом (1.8):

$$W_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{g^2t}{\sqrt{V_0^2 + g^2t^2}}.$$

Следовательно, через 2 с значение W_τ будет

$$W_\tau = \frac{g^2 t}{\sqrt{V_0^2 + g^2 t^2}} = \frac{(9,81)^2 2}{35,8} = 5,38 \text{ м/с}^2.$$

Из рисунка к задаче видно, что нормальную составляющую ускорения W_n можно вычислить по теореме Пифагора, так как полное ускорение равно $\vec{g}$.

Следовательно, $W_n = \sqrt{g^2 - W_\tau^2} = \sqrt{(9,81)^2 - (5,38)^2} = 8,2$ м/с².

б) Радиус кривизны траектории в рассматриваемой точке движения найдем из формулы $W_n = \dfrac{V^2}{R}$. Отсюда $R = \dfrac{V^2}{W_n} = \dfrac{(35,8)^2}{8,2} = 156$ м.

Ответ: V = 35,8 м/с; W_τ = 5,38 м/с²; W_n = 8,2 м/с²; R = 156 м.

1.4. Система состоит из частицы 1 массой 1,0 г, расположенной в точке с координатами (1, 1, 1) м, частицы 2 массой 2,0 г, расположенной в точке с координатами (–2, 2, 2) м, частицы 3 массой 3,0 г, расположенной в точке с координатами (–1, 3, –2) м, частицы 4 массой 4,0 г, расположенной в точке с координатами (3, –3, 3) м. Найдите радиус-вектор $\vec{r}_\text{c}$ центра масс системы и его модуль.

Дано:	Решение:
m_1 = 1,0 г m_2 = 2,0 г m_3 = 3,0 г m_4 = 4,0 г $\vec{r}_1 = 1\vec{e}_x + 1\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$, м $\vec{r}_2 = -2\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$, м $\vec{r}_3 = -1\vec{e}_x + 3\vec{e}_y - 2\vec{e}_z$, м $\vec{r}_4 = 3\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$, м	а) Положение центра масс системы определяется выражением $\vec{r}_\text{c} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$, где m_i – масса i-й частицы системы; $\vec{r}_i$ – радиус-вектор i-й частицы системы.
а) $\vec{r}_\text{c}$ – ? б) $\lvert\vec{r}_\text{c}\rvert$ – ?	

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + ... + m_4\vec{r}_4}{m_1 + ... + m_4} = \frac{1,0(1\vec{e}_x + 1\vec{e}_y + 1\vec{e}_z) + 2,0(-2\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z)}{1,0 + 2,0 + 3,0 + 4,0} +$$

$$+\frac{3,0(-1\vec{e}_x + 3\vec{e}_y - 2\vec{e}_z) + 4,0(3\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 3\vec{e}_z)}{1,0 + 2,0 + 3,0 + 4,0} = \frac{6\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 11\vec{e}_z}{10} =$$

$$= 0,6\vec{e}_x + 0,2\vec{e}_y + 1,1\vec{e}_z, \text{ м.}$$

б) Для модуля центра масс системы следует, что

$$|\vec{r}_c| = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2} = \sqrt{0,6^2 + 0,2^2 + 1,1^2} = 1,27 \text{ м.}$$

Ответ: $\vec{r}_c = 0,6\vec{e}_x + 0,2\vec{e}_y + 1,1\vec{e}_z$, м; $|\vec{r}_c| = 1,27$ м.

1.5. На горизонтальной плоскости лежит доска массой $m_1 = 1$ кг, а на доске – брусок массой $m_2 = 2$ кг. Коэффициент трения между бруском и доской $\mu_1 = 0,25$, между доской и горизонтальной плоскостью – $\mu_2 = 0,5$. С каким минимальным ускорением должна двигаться доска, чтобы брусок начал с нее соскальзывать? Какую горизонтальную силу F_0 следует при этом приложить к доске?

Дано:
$m_1 = 1$ кг
$m_2 = 2$ кг
$\mu_1 = 0,25$
$\mu_2 = 0,5$

а) a_m – ?
б) F_0 – ?

Решение:

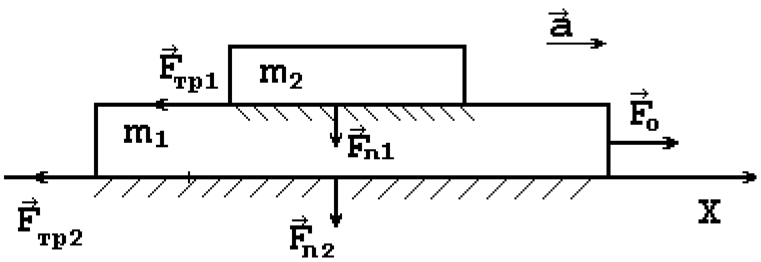


Рис. 1.2

а) Движение доски и бруска одномерное и происходит вдоль оси OX, как показано на рис. 1.2. Поэтому для решения задачи достаточно воспользоваться проекцией уравнения 2-го закона Ньютона на ось OX (как для бруска, так и для доски). Брусок в горизонтальном направлении вынуждает двигаться с ускорением без проскальзывания сила трения покоя со стороны поверхности доски. По мере роста ускорения доски растет и величина силы трения покоя. Когда она достигает предельной величины, равной силе трения скольжения $F_{тр1}$, то брусок начинает соскальзывать с доски. В этом случае из 2-го закона Ньютона получим

$$m_2 a_m = F_{тр1} = \mu_1 F_{n1}, \quad (1.9)$$

где F_{n1} – сила нормального давления бруска на поверхность доски.

Третий закон Ньютона дает

$$F_{n1} = m_2 g. \tag{1.10}$$

Из выражений (1.9) и (1.10) следует $a_m = \mu_1 g = 0{,}25 \cdot 9{,}81 =$ $= 2{,}45$ м/с².

б) На доску действуют в горизонтальной плоскости силы $\vec{F}_0, \vec{F}_{\text{тр}1}$ и $\vec{F}_{\text{тр}2}$ (как показано на рис. 1.2). Уравнение движения доски в этом случае имеет вид

$$m_1 a_m = F_0 - F_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}2}, \tag{1.11}$$

где $F_{\text{тр}2}$ – сила трения скольжения между доской и горизонтальной плоскостью, $F_{\text{тр}2} = \mu_2 F_{n2}$; F_{n2} – сила нормального давления доски с брусом на горизонтальную плоскость. Третий закон Ньютона в этом случае дает

$$F_{n2} = (m_1 + m_2)g. \tag{1.12}$$

Из выражений (1.11) и (1.12)

$F_0 = m_1\mu_1 g + m_2\mu_1 g + \mu_2(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)(\mu_1 + \mu_2)g = 22$ Н.

Ответ: $a_m = 2{,}45$ м/с²; $F_0 = 22$ Н.

1.6. Сила с компонентами (2, –1, 4), Н, приложена к точке с координатами (–3, 2, 1), м. Найдите: а) момент силы $\vec{M}$ относительно начала системы координат; б) модуль момента силы M; в) проекцию M_z момента силы $\vec{M}$ на ось Z.

Дано:

$\vec{F} = 2\vec{e}_x - 1\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$, Н

$\vec{r} = -3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$, м

а) $\vec{M}$ – ?

б) M – ?

в) M_z – ?

Решение:

а) По определению момент силы относительно начала системы координат – векторное произведение радиус-вектора $\vec{r}$ и силы $\vec{F}$. Следовательно,

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$= (yF_x - zF_y)\vec{e}_x + (zF_x - xF_z)\vec{e}_y + \tag{1.13}$$

$$+ (xF_y - yF_x)\vec{e}_z = 10\vec{e}_x + 14\vec{e}_y - 1\vec{e}_z, \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

б) Модуль момента силы $\vec{M}$ получится из выражения (1.13):

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{100 + 196 + 1} = 17{,}2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

в) Компонента вектора $\vec{M}$ и есть проекция M_z момента силы на ось Z. Следовательно, $M_z = -1$ Н · м.

Ответ: $\vec{M} = 10\vec{e}_x + 14\vec{e}_y - 1\vec{e}_z$, Н · м; $M = 17{,}2$ Н · м; $M_z = -1$ Н · м.

1.7. Во сколько раз уменьшится момент инерции однородного сплошного диска относительно оси, проходящей через его центр инерции (точка О) и перпендикулярной к плоскости диска, если сделать круглый дисковый вырез, как показано на рис. 1.3.

Дано:

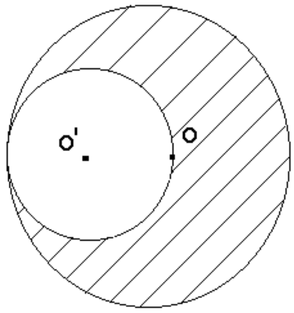


Рис. 1.3

m
R

$\dfrac{I_1(\mathrm{O})}{I_3}$ – ?

Решение:

Момент инерции – величина аддитивная. Поэтому момент инерции I_3 диска с вырезом относительно точки О равен разности момента инерции диска $I_1(\mathrm{O})$ относительно точки О и момента инерции малого диска $I_2(\mathrm{O})$, соответствующего вырезанной части, также относительно точки О, т. е. $I_3 = I_1(\mathrm{O}) - I_2(\mathrm{O})$. В задаче необходимо найти отношение $\dfrac{I_1(\mathrm{O})}{I_3}$. Обозначим массу диска через m, а радиус диска через R. Тогда масса вырезанной части $\dfrac{m}{4}$, а радиус $\dfrac{R}{2}$.

Как известно, момент инерции диска $I_1(\mathrm{O})$ относительно оси симметрии равен $I_1(\mathrm{O}) = \dfrac{mR^2}{2}$. Для вычисления момента инерции $I_2(\mathrm{O})$ используем теорему Штейнера: $I_2(\mathrm{O}) = I_2(\mathrm{O}') + \dfrac{mR^2}{4 \cdot 4}$, где $I_2(\mathrm{O}')$ – момент инерции малого диска, соответствующего вырезанной части, относительно оси симметрии этого диска, проходящей через точку О′. Поэтому $I_2(\mathrm{O}) = \dfrac{mR^2}{4 \cdot 4}\dfrac{1}{2} + \dfrac{mR^2}{4 \cdot 4} = \dfrac{3}{32}mR^2$. Таким образом, искомое отношение $\dfrac{I_1(\mathrm{O})}{I_3} = \dfrac{I_1(\mathrm{O})}{I_1(\mathrm{O}) - I_2(\mathrm{O})} = \dfrac{16}{13}$.

Ответ: момент инерции диска после сделанного выреза уменьшается в $\dfrac{16}{13}$ раз.

1.8. Тонкий однородный обруч массой $m = 2$ кг и радиусом $R = 1$ м вращается вокруг оси симметрии, перпендикулярной к плоскости обруча, делая $n_0 = 120$ об/мин. Под действием постоянной касательной к поверхности обруча силы $F_т = 4$ Н обруч тормозится и останавливается. Определите время торможения $t_т$ и число оборотов $N_т$, которое сделает обруч от начала торможения до остановки.

Дано:	Решение:
$m = 2$ кг $R = 1$ м $n_0 = 120$ об/мин $F_т = 4$ Н	а) Для вращающегося обруча, на который действует тормозящий момент сил $M_т = F_т R$, уравнение вращательного движения имеет вид
а) $t_т$ – ? б) $N_т$ – ?	$$I\lvert\varepsilon\rvert = M_т = F_т R, \qquad (1.14)$$ где I – момент инерции обруча; ε – угловое ускорение.

Момент инерции тонкого однородного обруча $I = mR^2$. Угловое ускорение постоянно, так как тормозящий момент сил не изменяется. Следовательно, угловая скорость ω связана с угловым ускорением формулой

$$\omega = \omega_0 - \lvert\varepsilon\rvert t, \qquad (1.15)$$

где ω_0 – начальная угловая скорость обруча. Знак минус в выражении (1.15) учитывает, что угловое ускорение отрицательно, т. е. вращение равнозамедленное. Число оборотов N связано с углом поворота обруча φ и угловым ускорением соотношением

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\omega_0 t}{2\pi} - \frac{\lvert\varepsilon\rvert t^2}{2\cdot 2\pi}. \qquad (1.16)$$

В конце времени торможения угловая скорость обруча равна нулю. Из формул (1.14) и (1.15) получим

$$t_т = \frac{\omega_0}{\lvert\varepsilon\rvert} = \frac{2\pi n_0}{\lvert\varepsilon\rvert} = \frac{2\pi n_0 mR}{F_т} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 120\cdot 2\cdot 1}{60\cdot 4} = 6{,}28 \text{ с}.$$

б) Для числа оборотов $N_т$ за время торможения из выражения (1.16)

$$N_т = \frac{\lvert\varepsilon\rvert\, t_т^2}{2\cdot 2\pi} = \frac{2(6{,}28)^2}{2\cdot 2\cdot 3{,}14} = 12{,}56 \text{ об}.$$

Ответ: $t_т = 6{,}28$ с; $N_т = 12{,}56$ об.

1.9. Небольшое тело массой m = 200 г брошено под углом α = 60° к горизонту со скоростью V_0 = 10 м/с. Выразите зависимость момента импульса тела $\vec{L}$ от времени в системе координат, изображенной на рисунке, относительно точки О. Определите модуль изменения момента импульса $|\Delta\vec{L}|$ для положения тела в точке наивысшего подъема О′ и точке падения на землю А.

Дано:
m = 200 г
α = 60°
V_0 = 10 м/с

а) $\vec{L}(t)$ – ?
б) $|\Delta\vec{L}|$ – ?

Решение:

а) Введем правостороннюю систему координат OXYZ, как показано на рис. 1.4.

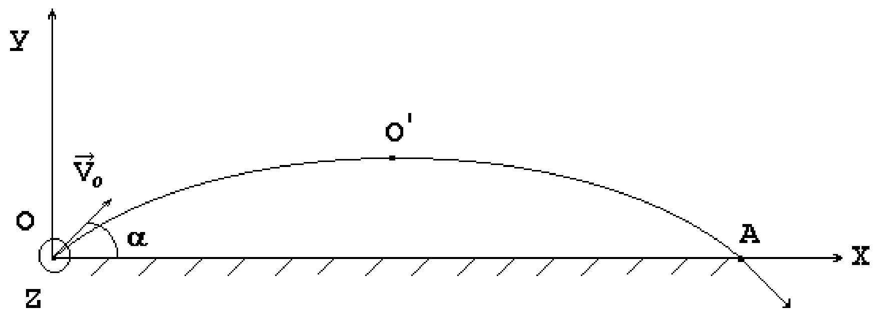


Рис. 1.4

По определению момент импульса тела $\vec{L}$ относительно точки О $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор тела; $\vec{p}$ – импульс тела. С использованием единичных ортов $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ выражение момента импульса для тела, брошенного под углом к горизонту, имеет вид

$$\vec{L}(t) = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ x & y & z \\ mV_x & mV_y & mV_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ x & y & 0 \\ mV_x & mV_y & 0 \end{vmatrix} = m(xV_y - mV_x)\vec{e}_z. \quad (1.17)$$

Как известно, движение тела, брошенного под углом к горизонту, – это «сумма» двух независимых движений: равномерного прямолинейного вдоль оси OX со скоростью $V_x = V_0 \cos\alpha$ и движения с ускорением g вдоль оси OY с начальной скоростью $V_{y0} = V_0 \sin\alpha$. Поэтому выражение (1.17) принимает вид

$$\vec{L}(t) = m\left\{V_0 \cos\alpha \cdot t(V_0 \sin\alpha - gt) - (V_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2})V_0 \cos\alpha \right\}\vec{e}_z =$$

$$= -\frac{1}{2}mV_0 \cos\alpha \cdot gt^2\vec{e}_z = -0{,}5 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}81t^2\vec{e}_z = -4{,}9t^2\vec{e}_z \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

б) Время достижения телом точки А в два раза больше времени $t_п$ достижения телом точки наивысшего подъема O′. Поэтому разность моментов импульсов в этих точках

$$\Delta\vec{L} = \vec{L}_A - \vec{L}_{O'} = -4,9\cdot 4t_п^2\vec{e}_z + 4,9t_п^2\vec{e}_z = -14,7t_п^2\vec{e}_z. \qquad (1.18)$$

Ответ: $\vec{L}(t) = -4,9t^2\vec{e}_z$ кг · м²/с; $\left|\Delta\vec{L}\right| = -14,7t_п^2\vec{e}_z$.

1.10. Однородный цилиндр массой m = 10 кг и радиусом r = 5 см свободно скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости высотой h = 1,0 м. Определите угловую скорость движения цилиндра и момент импульса цилиндра при переходе цилиндра с наклонной плоскости на горизонтальную плоскость. Начальная скорость цилиндра равна нулю.

Дано:
m = 10 кг
r = 5 см
h = 1,0 м

а) ω – ?
б) L – ?

Решение:

а) В начальный момент движения скорость цилиндра равна нулю и его полная механическая энергия равна потенциальной $W_п$. При переходе на горизонтальную плоскость полная механическая энергия цилиндра равна сумме кинетической энергии $W_к$ и потенциальной энергии $W_п^{'}$ цилиндра. По закону сохранения полной механической энергии

$$W_п = W_к + W_п^{'}. \qquad (1.19)$$

Потенциальная энергия цилиндра определяется положением центра масс цилиндра над горизонтальной плоскостью. Поэтому $W_п = mg(h + r), W_п^{'} = mgr,$ где g – ускорение свободного падения.

Как известно, качение цилиндра по плоской поверхности можно рассматривать как поворот с угловой скоростью ω вокруг мгновенной оси вращения, проходящей по линии соприкосновения цилиндрической поверхности и плоскости. На рис. 1.5 мгновенная ось вращения проходит через точку М перпендикулярно плоскости рисунка.

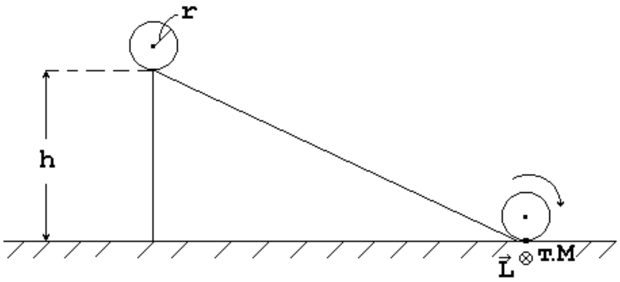


Рис. 1.5

Следовательно, кинетическая энергия определяется выражением

$$W_к = \frac{I\omega^2}{2}, \tag{1.20}$$

где I – момент инерции цилиндра относительно мгновенной оси вращения. Из известного выражения для момента инерции цилиндра относительно оси симметрии и теоремы Штейнера

$$I = \frac{mr^2}{2} + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2. \tag{1.21}$$

Выражение (1.19) с учетом формул (1.20) и (1.21) принимает следующий вид:

$$mg(h+r) = \frac{3}{4}mr^2\omega^2 + mgr. \tag{1.22}$$

Из уравнения (1.22) для угловой скорости

$$\omega = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{4gh}{3}} = \frac{1}{5\cdot 10^{-2}}\sqrt{\frac{4\cdot 9,81\cdot 1,0}{3}} = 72\,с^{-1}.$$

б) Момент импульса $\vec{L}$ при переходе цилиндра на горизонтальную плоскость направлен вдоль мгновенной оси вращения, как показано на рис. 1.5. Модуль момента импульса

$$L = I\omega = \frac{3}{2}mr^2\omega = \frac{3\cdot 10\cdot 25\cdot 10^{-4}\cdot 72}{2} = 2,7 \quad кг\cdot м^2/с.$$

Ответ: $\omega = 72$ $с^{-1}$; $L = 2,7$ кг · м²/с.

1.11. Два шара, один массой $m_1 = 2$ кг, второй $m_2 = 3$ кг, на горизонтальной плоскости движутся навстречу во взаимноперпендикулярных направлениях и сталкиваются абсолютно неупруго. Найдите после соударения скорость шаров V_3, направление скорости и часть механической энергии шаров, перешедшей во внутреннюю энергию шаров. До соударения скорость первого шара $V_1 = 5$ м/с, второго – $V_2 = 3$ м/с.

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 3$ кг
$V_1 = 5$ м/с
$V_2 = 3$ м/с

а) V_3 – ?
б) α – ?
в) ΔW – ?

Решение:

а) На горизонтальной плоскости введем систему координат XOY, как показано на рис. 1.6. Соударение шаров происходит в начале системы координат. Соударение абсолютно неупругое, поэтому шары «слипаются» и движутся вместе со скоростью $\vec{V}_3$, как показано на рис. 1.6.

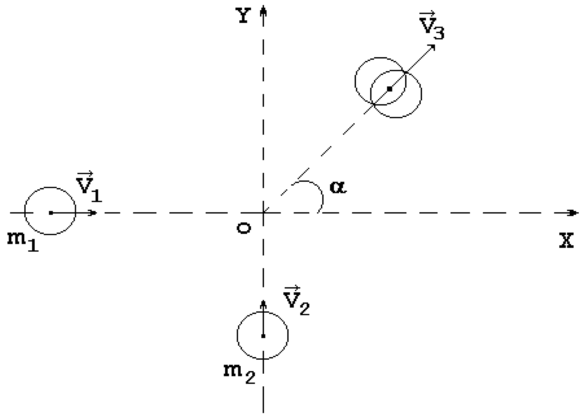


Рис. 1.6

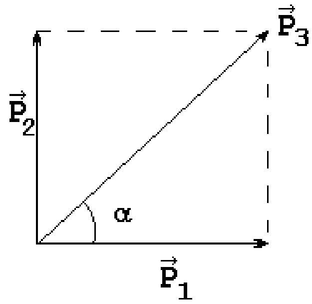


Рис. 1.7

Внешняя сила (сила тяжести), действующая на шары, перпендикулярна к горизонтальной плоскости, и, следовательно, выполняется закон сохранения импульса

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_3, \qquad (1.23)$$

где $\vec{P}_1$ – импульс первого шара до соударения; $\vec{P}_2$ – импульс второго шара до соударения; $\vec{P}_3$ – импульс шаров после соударения. Из характера движения шаров и закона сохранения импульса следует, что направления векторов $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ должны соответствовать рис. 1.7, а модули векторов связаны соотношением

$$P_3^2 = P_1^2 + P_2^2, \text{ или } ((m_1 + m_2)V_3)^2 = (m_1V_1)^2 + (m_2V_2)^2. \qquad (1.24)$$

Из уравнения (1.24) для скорости V_3 получаем

$$V_3 = \frac{1}{m_1 + m_2}\sqrt{(m_1V_1)^2 + (m_2V_2)^2} = \frac{1}{5}\sqrt{100 + 81} = 2,7 \text{ м/с}.$$

б) Угол α, характеризующий направление скорости V_3, может быть найден из рис. 1.7 по формуле $\alpha = \mathrm{arctg}\dfrac{P_2}{P_1} = \mathrm{arctg}\,0,9 = 42^\circ$.

в) При абсолютно неупругом соударении механическая энергия тел уменьшается на величину ΔW, перешедшую во внутреннюю энергию шаров. Движение происходит на горизонтальной плоскости, поэтому механическая энергия системы обусловлена кинетической энергией шаров. Окончательно

$$\Delta W = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)V_3^2}{2} = \frac{2\cdot 25}{2} + \frac{3\cdot 9}{2} - \frac{5\cdot 7,3}{2} = 20,25 \text{ Дж}.$$

Ответ: V_3 = 2,7 м/с; α = 42º; ΔW = 20,25 Дж.

1.12. На дистанционной скамье Жуковского вращается с частотой n_1 = 1 об/с человек, держащий в центре горизонтально расположенный металлический стержень массой m = 5 кг и длиной l = 1,5 м. Определите частоту вращения человека n_2 и совершенную работу A, если он повернет стержень в вертикальное положение. Момент инерции человека и скамьи I_0 = 5 кг · м².

Дано:	Решение:
n_1 = 1 об/с m = 5 кг l = 1,5 м I_0 = 5 кг · м^2	
а) n_2 – ? б) A – ?	

а) Вращение человека со стержнем происходит вокруг вертикальной оси, момент внешних сил относительно которой равен нулю. Поэтому величина момента импульса L относительно вертикальной оси остается неизменной при повороте стержня, т. е.

$$L_1 = L_2, \text{ или } I_1\omega_1 = I_2\omega_2, \tag{1.25}$$

где I_1 и ω_1 – момент инерции и угловая скорость человека со стержнем, горизонтально расположенным; I_2 и ω_2 – момент инерции и угловая скорость человека со стержнем, расположенным вертикально. Угловая скорость ω и число оборотов в единицу времени связаны соотношением

$$\omega = 2\pi n. \tag{1.26}$$

Момент инерции стержня I_c относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его центр масс, $I_c = \frac{1}{12}ml^2$. Поэтому

$$I_1 = I_0 + I_c = I_0 + \frac{1}{12}ml^2. \tag{1.27}$$

При повороте стержня в вертикальное положение его момент инерции становится равным нулю. Следовательно,

$$I_2 = I_0. \tag{1.28}$$

Подставляя соотношения (1.26) – (1.28) в формулу (1.25), получим $(I_0 + \frac{1}{12}ml^2)2\pi n_1 = I_0 2\pi n_2$. Отсюда

$$n_2 = (1 + \frac{ml^2}{12I_0})n_1 = (1 + \frac{5 \cdot 2,25}{12 \cdot 5})1 = 1,19 \text{ об/с}.$$

б) Работа A, совершенная человеком при повороте стержня, равна изменению кинетической энергии. Поэтому $A = \dfrac{I_2\omega_2^2}{2} - \dfrac{I_1\omega_1^2}{2} =$

$$= \frac{4\pi^2}{2}\left\{I_0 n_2^2 - (I_0 + \frac{ml^2}{12})n_1\right\} = 2(3{,}14)^2\left\{5(1{,}19)^2 - (5 + \frac{5\cdot 2{,}25}{12})1^2\right\} = 22{,}5\,\text{Дж}.$$

Ответ: n_2 = 1,19 об/с; A = 22,5 Дж.

1.13. Плотность покоящегося в системе отсчета K однородного тела в движущейся K′-системе отсчета возрастает на 10 %. Определите скорость движения тела ϑ и изменение массы тела $\dfrac{m - m_0}{m_0}$ относительно K′-системы отсчета.

Дано:

$\dfrac{\rho}{\rho_0} = 1{,}1$

а) ϑ – ?

б) $\dfrac{m - m_0}{m_0}$ – ?

Решение:

а) Плотность ρ_0 однородного тела в K-системе отсчета имеет вид

$$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}, \tag{1.29}$$

где m_0 – масса покоя тела; V_0 – объем тела в K-системе отсчета.

Как известно, в движущейся K′-системе отсчета масса m того же тела определяется выражением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}}, \tag{1.30}$$

где ϑ – скорость тела относительно K′-системы отсчета; c – скорость света в вакууме. Явление лоренцева сокращения для объема V тела в K′-системе отсчета дает выражение

$$V = V_0\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}. \tag{1.31}$$

Из соотношений (1.29) – (1.31) и условия задачи для скорости тела в K′-системе отсчета следует уравнение

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0}{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}. \tag{1.32}$$

Отсюда для скорости тела

$$\vartheta = c\sqrt{\frac{\frac{\rho}{\rho_0}-1}{\frac{\rho}{\rho_0}}} = 3\cdot10^8\left(\frac{0{,}1}{1{,}1}\right)^{1/2} = 0{,}9\cdot10^8 \text{ м/с}.$$

б) Из выражения (1.30) для изменения массы тела

$$\frac{m-m_0}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}-1 = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}-1 = 0{,}049 = 4{,}9\ \%.$$

Ответ: ϑ = 0,9 · 10^8 м/с; $\frac{m-m_0}{m_0}$ = 0,049.

1.14. Шприц, используемый для промывки и смазки шарнирных соединений автомобиля, заполнен керосином плотностью ρ = 0,8 г/см^3. Радиус поршня шприца R = 2 см, ход поршня l = 25 см, радиус выходного отверстия r = 2 мм. Определите скорость вытекания керосина ϑ_2 из шприца, время τ, за которое будет выдавлен весь керосин из шприца, если давить на поршень с постоянной силой F = 5 Н. Вязкостью керосина, трением поршня о стенки пренебречь.

Дано:
ρ = 0,8 г/см^3
R = 2 см
l = 25 см
r = 2 мм
F = 5 Н

а) ϑ_2 – ?
б) τ – ?

Решение:

а) Движение керосина по шприцу соответствует течению идеальной жидкости по двум соединенным цилиндрическим сосудам. В первом, площадью поперечного сечения

$$S_1 = \pi R^2, \tag{1.33}$$

керосин движется со скоростью ϑ_1, во втором, площадью поперечного сечения

$$S_2 = \pi r^2, \tag{1.34}$$

керосин вытекает со скоростью ϑ_2. Давление P_1 в первом сосуде, обусловившее движение жидкости, создается поршнем и равно

$$P_1 = \frac{F}{S_1}. \tag{1.35}$$

Для нахождения искомых величин используем уравнения неразрывности и уравнение Бернулли в сечениях S_1 и S_2:

$$\begin{cases} \vartheta_1 S_1 = \vartheta_2 S_2 \\ \dfrac{\rho\vartheta_1^2}{2} + P_1 = \dfrac{\rho\vartheta_2^2}{2} \end{cases}. \tag{1.36}$$

Из системы уравнений (1.36) с учетом формул (1.33) – (1.35) для скорости вытекания керосина ϑ_2

$$\vartheta_2 = \left(\frac{2F}{\pi R^2 \rho \left(\dfrac{R^4}{r^4} - 1 \right)} \right)^{1/2} \frac{R^2}{r^2} = \frac{1}{2\cdot 10^{-2}} \left(\frac{2\cdot 5}{3{,}14\cdot 0{,}8\cdot 10^3\cdot 10^4} \right)^{1/2} 10^2 = 3{,}15 \text{ м/с.}$$

б) Скорость движения керосина в шприце ϑ_1 и скорость движения поршня равны. Поэтому время, за которое будет выдавлен весь керосин из шприца, следует из соотношения

$$\tau = \frac{l}{\vartheta_1} = \frac{lR^2}{\vartheta_2 r^2} = \frac{0{,}25\cdot 10^2}{3{,}15} = 7{,}9 \text{ с.}$$

Ответ: ϑ_2 = 3,15 м/с; τ = 7,9 с.

Задачи для самостоятельного решения

1.1. Выразите тангенциальную W_τ и нормальную W_n составляющие ускорения через скорость $\vec{V}$ частицы и её полное ускорение W.

1.2. Точка движется по окружности радиусом R = 4 м. Закон её движения выражается уравнением $S = A + Bt^2$, где A = 8 м, B = –2 м/с^2. Определите момент времени t, когда нормальное ускорение W_n точки равно 9 м/с^2. Найдите скорость v, тангенциальное W_τ и полное W ускорения точки в тот же момент времени t.

1.3. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3$, где A_1 = 4 м/с, B_1 = 8 м/с^2, C_1 = –16 м/с^3, A_2 = 2 м/с, B_2 = –4 м/с^2, C_2 = 1 м/с^3. В какой момент времени t ускорение этих точек будет одинаково? Найдите скорости v_1 и v_2 точек в этот момент.

1.4. Шар массой m_1 = 10 кг сталкивается с шаром массой m_2 = 4 кг. Скорость первого шара v_1 = 4 м/с, второго – v_2 = 12 м/с. Найдите общую скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу. Считать удар прямым, центральным, неупругим.

1.5. В лодке массой M = 240 кг стоит человек массой m = 60 кг. Лодка плывёт со скоростью v = 2 м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью u = 4 м/с (относительно лодки). Найдите скорость лодки после прыжка человека: 1) вперёд по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки.

1.6. Человек, стоящий в лодке, сделал шесть шагов вдоль неё и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если ее масса в два раза больше (меньше) массы человека?

1.7. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой m = 5 г. Жёсткость пружины k =1,25 кН/м. Пружина была сжата на Δl = 8 см. Определите скорость пульки при вылете её из пистолета.

1.8. Шар массой m_1 = 200 г, движущийся со скоростью v_1 = 10 м/с, сталкивается с неподвижным шаром массой m_2 = 800 г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определите скорости шаров после столкновения.

1.9. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64 % своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

1.10. Прыгун в воду совершает с вышки сложный прыжок, состоящий из вращений и поворотов. Как при этом движется его центр масс?

1.11. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра m_1 = 12 кг. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирю массой m_2 = 1 кг. С каким ускорением будет опускаться гиря? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

1.12. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами m_1 = 100 г и m_2 = 300 г. Массу обода колеса M = 200 г считать равномерно распределённой по ободу, массой спиц пренебречь. Определите ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силы натяжения нити по обе стороны блока.

1.13. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость ω = 63 рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до полной остановки N = 360 оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?

1.14. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой h = 90 см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости?

1.15. Тело брошено под углом к горизонту. Сохраняется ли: а) импульс тела; б) проекция импульса на какое-либо направление? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.16. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проложены по окружности радиусом r = 50 см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска M = 10 кг, его радиус R = 60 см. На рельсы неподвижного диска был поставлен заводной паровозик массой m = 1 кг и выпущен из рук. Он начал двигаться относительно рельсов со скоростью v = 0,8 м/с. С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

1.17. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой n_1 = 14 мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешёл в центр платформы, частота возросла до n_2 = 25 мин$^{-1}$. Масса человека m = 70 кг. Определите массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.18. Во сколько раз замедляется ход времени при скорости движения часов 240 000 км/с?

1.19. Ракета летит от Земли со скоростью $3 \cdot 10^4$ км/ч к ближайшей звезде, находящейся на расстоянии 4,3 световых года. Достигнув звезды, ракета возвращается обратно. На сколько отстанут от земных часы, установленные на ракете, за время полёта?

1.20. Каким импульсом обладает электрон, движущийся со скоростью, равной 4/5 скорости света?

Контрольное задание № 1

Таблица вариантов задач по разделу «Механика»

Вариант	Номер задачи				
1	1.1	1.11	1.21	1.6	1.16
2	1.2	1.12	1.22	1.7	1.17
3	1.3	1.13	1.23	1.8	1.18
4	1.4	1.14	1.24	1.9	1.19
5	1.5	1.15	1.25	1.10	1.20
6	1.6	1.16	1.1	1.11	1.8
7	1.7	1.17	1.2	1.12	1.9
8	1.8	1.18	1.3	1.13	1.10
9	1.9	1.19	1.4	1.14	1.11
10	1.10	1.20	1.5	1.15	1.12
11	1.1	1.11	1.21	1.6	1.16
12	1.2	1.12	1.22	1.7	1.17
13	1.3	1.13	1.23	1.8	1.18
14	1.4	1.14	1.24	1.9	1.19
15	1.5	1.15	1.25	1.10	1.20
16	1.6	1.16	1.1	1.11	1.7
17	1.7	1.17	1.2	1.12	1.8
18	1.8	1.18	1.3	1.13	1.9
19	1.9	1.19	1.4	1.14	1.10
20	1.10	1.20	1.5	1.15	1.11

Раздел 2

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Теоретический материал

Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ) вещества. Микро- и макросостояния системы. Макроскопические параметры. Понятие идеального газа. Молекулярно-кинетическое толкование температуры. Число степеней свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа. Закон равнораспределения энергии. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева).

Вопросы для самоконтроля

1. Какой газ называется идеальным? Опишите модель идеального газа.
2. В чём заключается молекулярно-кинетическое толкование температуры?
3. Что называется числом степеней свободы механической системы?
4. Из каких частей состоит внутренняя энергия?
5. Что утверждает закон равнораспределения?
6. Как объясняют давление газа в МКТ?
7. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории.
8. Что такое средняя кинетическая энергия молекул?
9. Что называется числом степеней свободы механической системы?
10. Каковы границы применимости МКТ?
11. Что такое число Лошмидта? Что оно показывает?

Элементы классической статистики

Теоретический материал

Динамические и статистические закономерности в физике. Статистический метод исследования системы. Фазовое пространство, фазовая точка, фазовая ячейка. Понятие о функции распределения. Статистическое усреднение. Флуктуация и вероятность. Распределение Максвелла. Распределение молекул по абсолютным значениям скорости. Средние скорости молекул. Эффузия газа и молекулярные пучки. Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Распределение Максвелла – Больцмана.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение вероятности.
2. Дайте определение плотности вероятности.
3. В чём физический смысл фазового пространства и фазовой точки?
4. Сформулируйте эргодическую гипотезу.
5. Что такое функция распределения Максвелла? Каков её физический смысл?
6. Постройте график функции распределения Максвелла и укажите её характерные особенности.
7. Сформулируйте распределение Больцмана.
8. Что определяет барометрическая формула?
9. В чём суть барометрической формулы? Каково её применение?
10. Объясните физический смысл распределения Максвелла – Больцмана.
11. Нарисуйте график функции распределения Больцмана.
12. Запишите закон распределения Максвелла – Больцмана.

Реальные газы

Теоретический материал

Силы межмолекулярного взаимодействия в газах. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы реального газа. Метастабильные состояния. Критическое состояние. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля – Томсона. Сжижение газов и получение низких температур.

Вопросы для самоконтроля

1. В чём физический смысл сил притяжения и сил отталкивания?
2. Запишите уравнение Ван-дер-Ваальса. Какой смысл имеют константы Ван-дер-Ваальса, входящие в это уравнение?
3. Что такое метастабильное состояние?
4. Чем отличается уравнение Ван-дер-Ваальса от уравнения реального газа?
5. В чём заключается эффект Джоуля – Томсона?
6. Каков принцип сжижения газов?
7. Согласуются ли опытные изотермы реального газа с уравнением Ван-дер-Ваальса?
8. Что такое критическое состояние?
9. Что такое критическая температура?
10. Что такое пересыщенный пар?
11. Что такое перегретая жидкость?

Свойства твёрдых тел

Теоретический материал

Аморфные и кристаллические тела. Упругая и пластическая деформации. Закон Гука. Кристаллическая решетка. Дальний порядок. Дефекты в кристаллах. Фазы вещества. Условия равновесия фаз. Испарение и конденсация. Плавление и кристаллизация. Уравнение Клапейрона – Клаузиуса. Фазовая диаграмма (диаграмма состояния). Тройная точка. Полиморфизм. Фазовые переходы первого и второго рода.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте сравнительную характеристику аморфных и кристаллических тел.
2. В чём заключается деформация твёрдого тела?
3. Что называется фазой? Какие виды фазовых переходов вы знаете?
4. Запишите уравнение Клапейрона – Клаузиуса.
5. В чём физический смысл испарения и конденсации?
6. В чём физический смысл плавления и кристаллизации?

7. Чем обусловлено тепловое расширение тел?

8. Что характерно для процесса плавления?

9. Что показывают кривые солидуса и ликвидуса?

10. Что характерно для процесса кристаллизации?

11. Нарисуйте диаграмму состояния вещества. Что такое тройная точка? Где она находится на диаграмме?

Свойства жидкостей

Теоретический материал

Характеристика жидкого состояния. Объёмные свойства жидкостей. Строение жидкостей. Ближний порядок. Поверхностное натяжение. Силы, возникающие на кривой поверхности жидкости. Формула Лапласа. Условия равновесия на границе двух сред. Краевой угол. Смачивание. Капиллярные явления.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое дальний и ближний порядок?

2. Что такое коэффициент поверхностного натяжения?

3. В каких единицах измеряется коэффициент поверхностного натяжения в системе СИ?

4. Какой порядок величины имеет коэффициент поверхностного натяжения при температуре 20 ºС?

5. Какие качественные зависимости радиальной функции распределения имеют жидкости и твёрдые тела?

6. Напишите формулу Лапласа и поясните её.

7. Что такое капилляры?

8. В чём смысл капиллярных явлений?

9. В чём физический смысл испарения и конденсации?

10. Как влияют силы притяжения между молекулами на процессы испарения и конденсации?

11. Что является центром конденсации?

12. Изобразите на диаграмме (p, T) кривые испарения, плавления и сублимации. Покажите области однофазных состояний вещества.

Элементы физической кинетики

Теоретический материал

Понятие о физической кинетике. Неравновесные системы. Время релаксации. Явления переноса. Диффузия. Коэффициент диффузии. Теплопроводность. Коэффициент теплопроводности. Вязкость (внутреннее трение). Коэффициент вязкости. Динамическая и кинематическая вязкость.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие процессы называются явлениями переноса?
2. Что такое время релаксации?
3. Запишите закон Фурье. Что переносится в процессе теплопроводности?
4. Запишите закон внутреннего трения. Что переносится в процессе внутреннего трения?
5. Как определяется коэффициент динамической вязкости?
6. Сформулируйте закон Фика. Что переносится в процессе диффузии?
7. Укажите общие признаки процессов переноса.
8. Дайте определение явлению эффузии. Приведите примеры её применения.
9. Каков физический смысл коэффициента диффузии?
10. Каков физический смысл коэффициента теплопроводности?
11. Каков физический смысл коэффициента внутреннего трения?
12. Какова размерность в системе СИ коэффициентов диффузии, теплопроводности и внутреннего трения?
13. Определите характер зависимости от температуры T и давления p газа его коэффициента диффузии D, вязкости η и теплопроводности λ.

Начала термодинамики

Теоретический материал

Статистический и термодинамический методы. Термодинамическая система. Термодинамический процесс. Основные термодинамические понятия: внутренняя энергия, работа, теплота. Формулировки первого начала термодинамики. Уравнение первого начала термодинамики. Теплоёмкость. Зависимость теплоёмкости идеального газа от вида процесса. Формула Майера. Работа, совершаемая газом при изопроцессах. Энтальпия (тепловая функция). Адиабатический процесс. Теплоёмкость твердых тел. Недостаточность классической теории теплоёмкостей газов. Равновесные и неравновесные состояния системы. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Формулировки второго начала термодинамики. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Тепловые двигатели и холодильные машины. Максимальный КПД теплового двигателя. Энтропия. Статистический вес (термодинамическая вероятность). Закон возрастания энтропии. Термодинамические потенциалы и условия равновесия. Статистическое толкование второго начала термодинамики.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте основные термодинамические понятия.
2. Как определяется работа, совершаемая газом при изопроцессах?
3. Сформулируйте первое начало термодинамики.
4. Сформулируйте второе начало термодинамики.
5. Из каких процессов состоит цикл Карно?
6. Чему равен КПД идеальной машины Карно? Что характеризуют температуры T_1 и T_2 в формуле для идеальной машины Карно?
7. Сформулируйте третье начало термодинамики.
8. Дайте понятие энтропии. В чём выражается закон возрастания энтропии?
9. Что называется количеством теплоты?
10. В каких единицах СИ измеряются работа, количество теплоты, внутренняя энергия?
11. Что такое теплоёмкость тела?
12. Чем различаются удельная и молярная теплоёмкости?
13. Как физически объяснить тот факт, что $C_p > C_V$?
14. Какой процесс называется адиабатным? Что отражает показатель адиабаты?
15. Может ли тепловая машина, использующая цикл Карно, быть необратимой? Сформулируйте достаточные условия обратимости такой машины.

16. Можно ли сделать обратимую тепловую машину, использующую цикл, отличный от цикла Карно? Что для этого необходимо?

17. Является ли цикл Карно единственным, чей КПД зависит только от минимальной T_2 и максимальной T_1 температур рабочего тела?

18. Покажите эквивалентность формулировок второго начала термодинамики Кельвина и Клаузиуса и утверждения $dS \geq 0$, где S – энтропия изолированной системы.

Примеры решения задач

2.1. Удельные теплоемкости некоторого газа равны c_p = = 912 Дж/(кг · К) и c_V = 649 Дж/(кг · К). Определите молярную массу μ этого газа, число степеней свободы i его молекул.

Дано:

c_p = 912 Дж/(кг · К)
c_V = 649 Дж/(кг · К)

а) μ – ?

б) i – ?

Решение:

а) Как известно, молярные теплоемкости C_p и C_V при постоянном давлении и постоянном объеме связаны соотношением

$$C_p = C_V + R, \tag{2.1}$$

где R – универсальная газовая постоянная. Отсюда, для связи соответствующих удельных теплоемкостей,

$$c_p = c_V + \frac{R}{\mu}. \tag{2.2}$$

Из выражения (2.2) найдем молярную массу газа

$$\mu = \frac{R}{c_p - c_V} = \frac{8,314}{912 - 649} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

б) Удельная теплоемкость при постоянном объеме связана с числом степеней свободы молекул газа i выражением

$$c_V = \frac{iR}{2\mu}. \tag{2.3}$$

Из формулы (2.3) значение числа степеней свободы молекул газа

$$i = \frac{2C_V\mu}{R} = \frac{2 \cdot 649 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8,314} = 5.$$

Ответ: μ = 32 · 10^{-3} кг/моль; i = 5.

2.2. На рис. 2.1 приведен график функции распределения некоторой случайной величины x. Считая известной величину a, определите константу A из условия нормировки функции распределения. Вычислите средние значения $\langle x\rangle$ и $\langle x^2\rangle$.

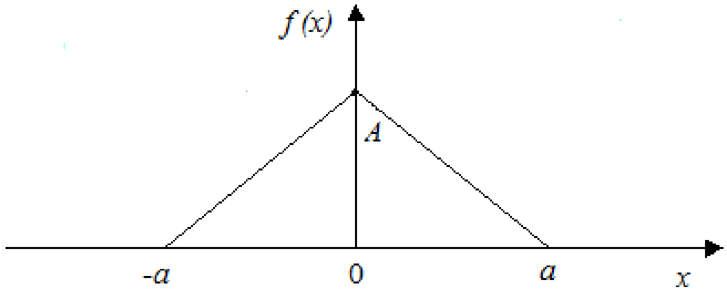


Рис. 2.1

Дано:
$F(x)$
a

а) A – ?
б) $\langle x\rangle$, $\langle x^2\rangle$ – ?

Решение:

а) Значение функции распределения $f(x)$ позволяет найти среднее любой функции $\langle\Phi(x)\rangle$ по формуле

$$<\Phi(x)> = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x) f(x) dx. \tag{2.4}$$

Для определения вида функции распределения необходимо найти константу A. Это можно сделать из условия нормировки функции распределения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \tag{2.5}$$

Из геометрической интерпретации этого интеграла следует, что выражение (2.5) равно площади под кривой графика функции распределения, т. е. $Aa = 1$. Отсюда для константы A получается $A = \dfrac{1}{a}$.

б) По известной величине A и по графику можно установить аналитический вид функции распределения $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < -a \\ \dfrac{x}{a^2} + \dfrac{1}{a} & -a \le x < 0 \\ -\dfrac{x}{a^2} + \dfrac{1}{a} & 0 \le x \le a \\ 0 & 0 < x < +\infty \end{cases} \tag{2.6}$$

Из формул (2.4) и (2.6) для средних значений <x> и <x^2>

$$<x>=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f(x)dx=\int_{-\infty}^{-a}0\cdot dx+\int_{-a}^{0}x(\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a})dx+\int_{0}^{a}x(-\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a})dx+\int_{a}^{\infty}0\cdot dx=0,$$

$$<x^2>=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2\cdot f(x)dx=\int_{-\infty}^{-a}0\cdot dx+\int_{-a}^{0}x^2(\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a})dx+\int_{0}^{a}x^2(-\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a})dx+\int_{a}^{\infty}0\cdot dx=\frac{a^2}{6}.$$

Ответ: $A=\dfrac{1}{a}$; $<x>=0$; $<x^2>=\dfrac{a^2}{6}$.

2.3. На какой высоте h давление воздуха вдвое меньше, чем на уровне моря? Температура воздуха T = 290 К.

Дано:

$\dfrac{P(h)}{P_0}=0{,}5$

T = 290 К

μ = 29 · 10^{-3} кг/моль

h – ?

Решение:

Зависимость давления $P(h)$ атмосферы от высоты выражается барометрической формулой

$$P(h)=P_0\cdot\exp(-\frac{\mu gh}{RT}), \qquad (2.7)$$

где P_0 – давление на уровне моря; μ – молярная масса воздуха; g – ускорение свободного падения; R − универсальная газовая постоянная.

Логарифмирование выражения (2.7) дает

$$\ln\frac{P(h)}{P_0}=-\frac{\mu gh}{RT}. \qquad (2.8)$$

Из соотношения (2.8) находим высоту h:

$$h=-\ln\frac{P(h)}{P_0}\frac{RT}{\mu g},$$

$$h=\frac{0,693\cdot 8,314\cdot 290}{29\cdot 10^{-3}\cdot 9,81}=5,87 \text{ км}.$$

Ответ: h = 5,87 км.

2.4. Определите среднюю длину свободного пробега <λ>, среднее число столкновений в единицу времени <z>, среднюю продолжительность свободного пробега молекул водорода <τ> в сосуде при температуре T = 290 К и плотности ρ = 1 г/м^3. Эффективный диаметр молекулы водорода d = 2,3 · 10^{-10} м.

Дано:	Решение:
T = 290 К ρ = 1 г/м^3 μ = 2 г/моль $d = 2{,}3 \cdot 10^{-10}$ м	а) Средняя длина свободного пробега молекул определяется концентрацией n по формуле
а) $<\lambda>$ – ? б) $<z>$ – ? в) $<\tau>$ – ?	

$$<\lambda> = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \qquad (2.9)$$

Среднее число столкновений в единицу времени выражается соотношением, в которое входит средняя скорость молекул:

$$<\vartheta> : <z> = \sqrt{2}\pi d^2 n <\vartheta>. \qquad (2.10)$$

Средняя продолжительность свободного пробега молекул $<\tau>$ имеет вид

$$<\tau> = \frac{<\lambda>}{<\vartheta>} = \frac{1}{<z>}. \qquad (2.11)$$

По известной плотности газа ρ концентрация молекул n

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_A, \qquad (2.12)$$

где N_A – число Авогадро.

Средняя скорость молекул газа

$$<\vartheta> = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \qquad (2.13)$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Из соотношений (2.9) и (2.12)

$$<\lambda> = \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi d^2 \rho N_A} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{1{,}41 \cdot 3{,}14 (2{,}3)^2 10^{-2} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}} = 1{,}4 \cdot 10^{-8} \text{ м}.$$

б) Из формул (2.9), (2.10) и (2.13)

$$<z> = \frac{<\vartheta>}{<\lambda>} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{1}{<\lambda>} = \left(\frac{8 \cdot 8{,}31 \cdot 290}{3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}\right)^{1/2} \frac{1}{1{,}4 \cdot 10^{-8}} = 1{,}3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}.$$

в) По известному значению $<z>$ из выражения (2.11) для $<\tau>$

$$<\tau> = \frac{1}{<z>} = \frac{1}{1{,}3 \cdot 10^{11}} = 7{,}7 \cdot 10^{-12} \text{ с}.$$

Ответ: $<\lambda> = 1{,}4 \cdot 10^{-8}$ м; $<z> = 1{,}3 \cdot 10^{11}$ с$^{-1}$; $<\tau> = 7{,}7 \cdot 10^{-12}$ с.

2.5. Азот массой $m = 30$ г занимает объем $V_1 = 10$ л и находится под давлением $P_1 = 0{,}1$ МПа. Сначала этот газ нагревается при неизменном давлении до объема $V_2 = 30$ л, а затем при постоянном объеме до давления $P_2 = 0{,}2$ МПа. Найдите: а) совершенную системой работу A; б) изменения ΔU внутренней энергии газа; в) количество теплоты Q, переданной газу; г) конечную температуру T_3.

Постройте график зависимости на P–V-диаграмме.

Дано:

$m = 30$ г

$V_1 = 10$ л

$P_1 = 0{,}1$ МПа

$V_2 = 30$ л

$P_2 = 0{,}2$ МПа

$\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

а) A – ?

б) ΔU – ?

в) Q – ?

г) T_3 – ?

Решение:

а) Анализ условия задачи начнём с построения графика процесса на P–V-диаграмме, учитывая соотношения величин P_1, P_2, V_1, V_2.

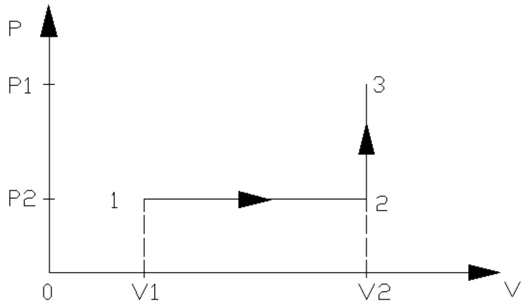


Рис. 2.2

Как видно из рисунка, система из состояния *1* переходит в конечное состояние *3* сначала по изобаре *1 – 2*, а затем по изохоре *2 – 3*. Из графика следует, что работа A, совершенная газом в этом процессе, равна площади прямоугольника под изобарой *1 – 2*, т. е.

$$A = P_1(V_2 - V_1) = 0{,}1 \cdot 10^6 (30 - 10)10^{-3} = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

б) Для определения изменения внутренней энергии газа в рассматриваемом процессе $\Delta U = U_3 - U_1$ используем уравнение Клапейрона – Менделеева

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \qquad (2.14)$$

и калорическое уравнение состояния двухатомного идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu}\frac{5}{2} RT. \qquad (2.15)$$

Из уравнений (2.14) и (2.15)

$$\Delta U = U_3 - U_1 = \frac{m}{\mu}\frac{5}{2}RT_3 - \frac{m}{\mu}\frac{5}{2}RT_1 = \frac{5}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) =$$

$$= \frac{5(0,2\cdot10^6\cdot30\cdot10^{-3} - 0,1\cdot10^6\cdot10\cdot10^{-3})}{2} = 12,5\cdot10^3 \text{ Дж.}$$

в) Из первого закона термодинамики для количества теплоты Q, переданного газу,

$$Q = \Delta U + A = 14,5\cdot10^3 \text{ Дж.}$$

г) Из уравнения Клапейрона – Менделеева (2.14) для конечной температуры газа T_3

$$T_3 = \frac{P_2V_2\mu}{mR} = \frac{0,2\cdot10^6\cdot30\cdot10^{-3}\cdot28\cdot10^{-3}}{30\cdot10^{-3}\cdot8,314} = 674 \text{ К.}$$

Ответ: $A = 2\cdot10^3$ Дж; $\Delta U = 12,5\cdot10^3$ Дж; $Q = 14,5\cdot10^3$ Дж; $T_3 = 674$ К.

2.6. Одноатомный газ, имевший при давлении $P_1 = 100$ кПа объем $V_1 = 5$ м^3, сжимался изобарически до объема $V_2 = 1$ м^3, затем – адиабатически и на последнем участке цикла расширялся при постоянной температуре до начального объема и давления. Найдите теплоту Q_1, полученную газом от нагревателя, теплоту Q_2, переданную газом холодильнику, работу A, совершенную газом за весь цикл, КПД цикла η. Изобразите цикл на P–V-диаграмме.

Дано:
$i = 3$
$P_1 = 100$ кПа
$V_1 = 5$ м^3
$V_2 = 1$ м^3

а) Q_2 – ?
б) Q_1 – ?
в) A – ?
г) η – ?

Решение:

а) Анализ условия задачи начнём с построения графика цикла на P–V-диаграмме, учитывая соотношения величин P_1, P_3, V_1, V_2, V_3.

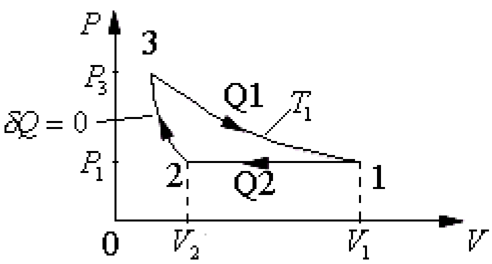


Рис. 2.3

Как видно из рисунка, на первом участке цикла *1 – 2* газ сжимался изобарически, отдавая холодильнику количество теплоты Q_2 и совершая работу A_{12}. По первому закону термодинамики для перехода из состояния *1* в состояние *2* можно записать

$$Q_2 = U_2 - U_1 + A_{12}, \qquad (2.16)$$

где $U_2 - U_1$ – изменения внутренней энергии газа. Калорическое уравнение состояния одноатомного газа имеет вид

$$U = \nu \frac{3}{2} RT, \qquad (2.17)$$

где ν – количество вещества.

Уравнение Клапейрона – Менделеева

$$PV = \nu \cdot RT. \qquad (2.18)$$

Для определения теплоты, переданной газом холодильнику, используются уравнения (2.17), (2.18) и тот факт, что работа газа на участке *1 – 2* равна площади прямоугольника (с обратным знаком) под изобарой *1 – 2*, для количества теплоты Q_2 из соотношения (2.16) получим

$$Q_2 = \frac{3}{2} P_1(V_2 - V_1) + P_1(V_2 - V_1) = \frac{5}{2} \cdot P_1(V_2 - V_1) = -\frac{5}{2} \cdot 10^5 \cdot 4 = -1 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

б) Знак «минус» показывает, что количество теплоты Q_2 отдаётся газом холодильнику.

Количество теплоты Q_1, которое получает газ от нагревателя на изотерме *3 – 1* при температуре T_1, по первому закону термодинамики

$$Q_1 = A_{31}, \qquad (2.19)$$

где A_{31} – работа, совершённая газом на участке *3 – 1*.

Как известно, работа газа при изотермическом процессе определяется формулой

$$A_{31} = \nu R T_1 \ln(\frac{V_1}{V_3}). \qquad (2.20)$$

Состояния *3* и *1* находятся на одной изотерме, поэтому

$$P_3 V_3 = P_1 V_1. \qquad (2.21)$$

В то же время состояния *3* и *2*, как видно из рис. 2.3, соответствуют одной адиабате, поэтому из уравнения Пуассона

$$P_3 V_3^{\gamma} = P_1 V_2^{\gamma}, \qquad (2.22)$$

где γ – показатель адиабаты одноатомного идеального газа. Исключая из уравнений (2.21) и (2.22) величины давления P_3 и P_1, получим

$$\frac{V_1}{V_3} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}. \qquad (2.23)$$

Используя формулы (2.18), (2.20) и (2.23), для количества теплоты Q_1 из соотношения (2.19) имеем

$$Q_1 = A_{31} = \nu R T_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) =$$

$$= \frac{5}{2} 10^5 \cdot 5 \cdot \ln 5 = 2 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

в) Работа A, совершённая газом за цикл, как вытекает из первого закона термодинамики, равна $A = Q_1 - |Q_2| = 1 \cdot 10^6$ Дж.

г) Для КПД цикла $\eta = \dfrac{A}{Q_1} = 0{,}5 = 50$ %.

Ответ: $Q_2 = -1 \cdot 10^6$ Дж; $Q_1 = 2 \cdot 10^6$ Дж; $A = 1 \cdot 10^6$ Дж; $\eta = 50$ %.

2.7. Найдите приращение энтропии ΔS при расширении 0,20 г водорода от объёма 1,5 л до объёма 4,5 л, если процесс расширения происходит: а) при постоянном давлении; б) при постоянной температуре.

Дано:	Решение:
$m = 0{,}20$ г $\mu = 2$ г/моль $\iota = 5$ $V_1 = 1{,}5$ л $V_2 = 4{,}5$ л	а) Для решения задачи будем опираться на выражение энтропии S идеального газа в переменных V, P и в переменных V, T. Как известно, в переменных V, P энтропия $S(V,\ P)$ идеального газа определяется формулой
а) ΔS_P – ? б) ΔS_T – ?	

$$S(V, P) = \frac{m}{\mu} C_P \ln V + \frac{m}{\mu} C_V \ln P + S_0, \qquad (2.24)$$

где C_P – молярная теплоёмкость при постоянном давлении идеального газа, $C_P = (\frac{\iota}{2} + 1)R$; C_V – молярная теплоёмкость при постоянном объёме идеального газа, $C_V = \frac{\iota}{2} R$; ι – число степеней свободы молекулы газа; S_0 – постоянная величина.

Из формулы (2.24) для приращения энтропии ΔS_P при переходе из состояния *1* в состояние *2* при постоянном давлении получим

$$\Delta S_P = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_P \ln V_2 - \frac{m}{\mu} C_P \ln V_1 = \frac{m}{\mu} \frac{(\iota + 2)}{2} R \ln \frac{V_2}{V_1} =$$

$$= \frac{0,20}{2} \frac{7}{2} 8,314 \cdot \ln 3 = 3,2 \text{ Дж/К}.$$

б) В переменных $V,\ T$ энтропия $S(V,\ T)$ идеального газа определяется выражением

$$S(V,\ T) = \frac{m}{\mu} R \ln V + \frac{m}{\mu} C_V \ln T + S_0^{'}, \qquad (2.25)$$

где $S_0^{'}$ – постоянная величина.

Из формулы (2.25) приращение энтропии ΔS_T при переходе из состояния *1* в состояние *2* при постоянной температуре

$$\Delta S_T = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} R \ln V_2 - \frac{m}{\mu} R \ln V_1 = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} =$$

$$= \frac{0,2}{2} 8,314 \ln 3 = 0,91 \text{ Дж/К}.$$

Ответ: $\Delta S_P = 3,2$ Дж/К; $\Delta S_T = 0,91$ Дж/К.

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Вычислите массу m атома азота.

2.2. Вычислите концентрацию молекул: а) идеального газа при нормальных условиях; б) воды; в) жидкого азота; г) алюминия. Плотности воды, жидкого азота и алюминия равны соответственно 1,0; 0,80; 2,7 г/см^3.

2.3. Плотность газа ρ при давлении p = 96 кПа и температуре t = 0 °С равна 1,35 г/л. Найдите молярную массу M газа.

2.4. Определите давления p_1 и p_2 газа, содержащего $N = 10^9$ молекул и имеющего объём V = 1 см^3, при температурах T_1 = 3 К и T_2 = 1000 К.

2.5. При температуре t = 35 ºС и давлении p = 708 кПа плотность некоторого газа ρ = 12,2 кг/м^3. Определите относительную молекулярную массу M_r газа.

2.6. Какой объём V занимает смесь азота массой m_1 = 1 кг и гелия массой m_2 = 1 кг при нормальных условиях?

2.7. В баллоне вместимостью V = 15 л находится смесь, содержащая m_1 = 10 г водорода, m_2 = 54 г водяного пара и m_3 = 60 г оксида углерода. Температура смеси t = 27 ºС. Определите давление.

2.8. Найдите полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре t = 27 ºС.

2.9. Определите удельные теплоёмкости c_p и c_v газообразного оксида углерода СО.

2.10. Смесь газа состоит из кислорода O_2 с массовой долей w_1 = 85 % и озона O_3 с массовой долей w_2 = 15 %. Определите удельные теплоёмкости c_p и c_v газовой смеси.

2.11. Газовая смесь состоит из азота массой m_1 = 3 кг и водяного пара массой m_2 = 1 кг. Принимая эти газы за идеальные, определите удельные теплоёмкости c_p и c_v газовой смеси.

2.12. Молекула газа состоит из двух атомов; разность удельных теплоёмкостей газа при постоянном давлении и постоянном объёме равна 260 Дж/(кг · К). Найдите молекулярную массу газа и его удельные теплоёмкости c_p и c_v.

2.13. Водород занимает объём V = 10 м^3 при давлении p_1 = 0,1 МПа. Его нагрели при постоянном объёме до давления p_2 = 0,3 МПа. Определите изменение ΔU внутренней энергии газа, работу A, совершённую им, и теплоту Q, сообщённую газу.

2.14. Кислород при неизменном давлении p = 80 кПа нагревается. Его объём увеличивается от V_1 = 1 м^3 до V_2 = 3 м^3. Определите изменение ΔU внутренней энергии кислорода, работу A, совершённую им при расширении, а также теплоту Q, сообщённую газу.

2.15. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу $m = 0{,}6$ кг и занимающий объём $V_1 = 1{,}2$ м^3 при температуре $T_1 = 560$ К. В результате нагревания газ расширился и занял объём $V_2 = 4{,}2$ м^3, причём температура осталась неизменной. Найдите изменение ΔU внутренней энергии газа, совершённую им работу A и теплоту Q, сообщённую газу.

2.16. В бензиновом автомобильном двигателе степень сжатия горючей смеси равна 6,2. Смесь засасывается в цилиндр при температуре $t_1 = 15$ ºС. Найдите температуру t_2 горючей смеси в конце такта сжатия. Горючую смесь рассматривать как двухатомный идеальный газ; процесс считать адиабатным.

2.17. Газ совершает цикл Карно. Температура теплоотдатчика в три раза выше температуры теплоприёмника. Теплоотдатчик передал газу $Q_1 = 41{,}9$ кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

2.18. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d = 12$ см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря?

2.19. На нижнем конце трубки диаметром $d = 0{,}2$ см повисла шарообразная капля воды. Найдите диаметр этой капли.

2.20. В сосуд с ртутью частично погружены две вертикально расположенные и параллельные друг другу стеклянные пластинки. Расстояние между пластинками $d = 1$ мм. Определите разность Δh уровней ртути в сосуде и между пластинками, краевой угол принять равным 138º.

2.21. Определите для равновесного газа: а) $\langle v_x \rangle$; б) $V_{x\text{ наив}}$; в) долю молекул с $v_x \geq 0$; г) долю молекул с $v_x \leq 0$, $v_y \leq 0$, $v_z \geq 0$. Здесь v_x, v_y и v_z – компоненты скорости молекул вдоль осей x, y и z соответственно; $V_{x\text{ наив}}$ – наиболее вероятное значение v_x.

2.22. Что происходит с максимумом функции $f(v)$ при: а) увеличении температуры газа T; б) увеличении массы молекул газа m? Как меняется при этом относительное число «быстрых» ($v \geq v_0$) и «медленных» ($v \leq v_0$) молекул, $v_0 = \sqrt{2kT/m}$?

Контрольное задание № 2

Таблица вариантов задач по разделу «Молекулярная физика и термодинамика»

Вариант	Номер задачи				
1	2.1	2.11	2.21	2.6	2.16
2	2.2	2.12	2.22	2.7	2.17
3	2.3	2.13	2.2	2.8	2.18
4	2.4	2.14	2.3	2.9	2.19
5	2.5	2.15	2.4	2.10	2.20
6	2.6	2.16	2.1	2.11	2.12
7	2.7	2.17	2.2	2.12	2.13
8	2.8	2.18	2.3	2.13	2.14
9	2.9	2.19	2.4	2.14	2.15
10	2.10	2.20	2.5	2.15	2.16
11	2.1	2.11	2.21	2.6	2.17
12	2.2	2.12	2.22	2.7	2.17
13	2.3	2.13	2.2	2.8	2.18
14	2.4	2.14	2.3	2.9	2.19
15	2.5	2.15	2.4	2.10	2.20
16	2.6	2.16	2.1	2.11	2.12
17	2.7	2.17	2.2	2.12	2.13
18	2.8	2.18	2.3	2.13	2.14
19	2.9	2.19	2.4	2.14	2.15
20	2.10	2.20	2.5	2.15	2.16

Раздел 3

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Напряжённость электрического поля в вакууме

Теоретический материал

Электрический заряд. Сохранение заряда. Дискретность заряда. Закон Кулона. Понятие электростатического поля. Силовые линии (линии напряженности). Концепции близко- и дальнодействия. Принцип суперпозиции электростатических полей. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме и её связь с законом Кулона. Дифференциальная форма теоремы Гаусса. Применение теоремы Гаусса для расчета полей.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте закон Кулона.
2. В чём заключается физический смысл закона сохранения заряда?
3. Как было определено значение элементарного заряда? Какое значение это имело для развития науки?
4. Что такое напряжённость электрического поля?
5. Какова размерность напряжённости поля в системе СИ?
6. В чём физический смысл напряжённости поля?
7. В чём заключается принцип суперпозиции электрических полей?
8. Сформулируйте теорему Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме.
9. Приведите примеры применения теоремы Остроградского – Гаусса. Поясните их.
10. Напишите уравнение Пуассона.
11. Что такое электрическое смещение?
12. Изобразите качественно линии поля $\vec{E}$: а) точечного заряда; б) однородного электрического поля; в) диполя. Для случаев «а» и «б» изобразите также эквипотенциальные поверхности.

Диэлектрики в электрическом поле

Теоретический материал

Свободные и связанные заряды в веществе. Сторонние заряды. Полярные и неполярные молекулы. Типы диэлектриков. Ионная, электронная и ориентационная поляризации. Поляризуемость молекулы. Поляризованность (вектор поляризации). Однородная и неоднородная поляризации. Связь поляризованности с поверхностной плотностью поляризационного заряда. Диэлектрическая восприимчивость вещества и её зависимость от температуры. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике. Электрическое смещение (электрическая индукция) в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость среды. Вычисление напряженности электрического поля в диэлектрике. Граничные условия для электрического поля на границе раздела «диэлектрик – диэлектрик». Сегнетоэлектрики.

Вопросы для самоконтроля

1. В чём состоит различие в поляризации полярных и неполярных диэлектриков?

2. Как определяется поляризованность вещества? Каков её физический смысл?

3. Как влияет поляризация на поле в диэлектрике? Почему?

4. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля в диэлектрике.

5. Каков физический смысл диэлектрической проницаемости вещества?

6. Как диэлектрическая проницаемость диэлектриков зависит от температуры?

7. Какие виды поляризации вещества существуют?

8. В чём физический смысл электрического смещения?

9. Что такое свободные и связанные заряды? В чём их различие?

10. Сформулируйте граничные условия для векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$.

11. Дайте определение сегнетоэлектрикам.

12. Плоский воздушный конденсатор подключили к источнику напряжения, затем, не отключая его от источника, сдвинули пластины, уменьшив зазор в два раза. Как изменятся: а) энергия, запасённая конденсатором; б) заряд на обкладках конденсатора; в) плотность энергии поля в конденсаторе?

Постоянный электрический ток

Теоретический материал

Характеристики электрического тока: плотность тока, сила тока. Условие существования электрического тока. Сторонние силы. Разность потенциалов, напряжение, электродвижущая сила (ЭДС). ЭДС гальванического элемента. Классическая электронная теория электропроводности металлов. Законы Ома и Джоуля – Ленца в дифференциальной и интегральной формах. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Правила Кирхгофа. Электрический ток в сплошной среде. Заземление линий электропередач. Квазистационарные токи. Разрядка и зарядка конденсатора. Недостаточность классической электронной теории электропроводимости. Границы применимости закона Ома.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется электрическим током и каковы условия существования тока проводимости?
2. Назовите характеристики электрического тока.
3. Дайте определение единице силы тока 1 А.
4. В чём физический смысл плотности тока? В каких единицах в системе СИ он измеряется?
5. Сформулируйте законы Ома и Джоуля – Ленца в локальной форме.
6. Приведите примеры применения закона Джоуля – Ленца в технике.
7. Сформулируйте обобщённый закон Ома для участка цепи с ЭДС.
8. Поясните физическую природу сторонних сил.
9. Каков смысл ЭДС, напряжения и разности потенциалов?
10. Дайте определение единице напряжения 1 В.
11. Какие спорные моменты имеет классическая теория металлов?
12. Сформулируйте правила Кирхгофа.

Элементы физической электроники

Теоретический материал

Электрический ток в вакууме. Электронная эмиссия. Работа выхода электронов из металла. Электрический ток в газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Работа ионизации. Потенциал ионизации. Ударная ионизация. Несамостоятельный газовый разряд. Самостоятельный газовый разряд. Вольт-амперная характеристика газового разряда. Виды разрядов.

Вопросы для самоконтроля

1. Как происходит ударная ионизация?
2. Что такое работа и потенциал ионизации?
3. По какой формуле определяется концентрация электронов на электроде (катоде)?
4. Как определяется коэффициент ионизации?
5. Что называется газовым разрядом?
6. Нарисуйте вольт-амперную характеристику разряда.
7. Какие виды разрядов вы знаете?
8. Как возникает дуговой разряд?
9. Что такое термоэлектронная эмиссия?
10. Какое применение в технике нашел дуговой разряд?

Магнитное поле в вакууме

Теоретический материал

Закон Ампера. Магнитная индукция. Закон Био и Савара (закон Био – Савара – Лапласа). Понятие магнитного поля. Принцип суперпозиции магнитных полей. Сила Лоренца и сила Ампера. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока (теорема о циркуляции магнитного поля) в вакууме. Применение закона полного тока для расчета магнитных полей. Магнитное поле длинного соленоида и тороида. Определение единицы силы тока – ампера. Вихревое поле движущегося заряда. Инвариантность электрического заряда. Виток с током в магнитном поле. Магнитный момент. Потенциальная энергия витка с током во внешнем магнитном поле. Момент сил, действующий на рамку с током во внешнем магнитном поле.

Вопросы для самоконтроля

1. Запишите закон Ампера в векторной форме.
2. Дайте определение единице силы тока в системе СИ.
3. Где применяется закон Ампера?
4. Сформулируйте закон Био – Савара – Лапласа.
5. Поясните закон Био – Савара – Лапласа с помощью рисунка.
6. В каких единицах в системе СИ измеряется магнитная индукция?
7. Сформулируйте закон полного тока.
8. Как определяется магнитное поле тороида и соленоида?
9. Что такое дипольный магнитный момент?

Магнитное поле в веществе

Теоретический материал

Понятие магнитного момента атома. Микро- и макротоки. Молекулярные токи. Намагниченность (вектор намагничивания). Однородное и неоднородное намагничивание. Связь намагниченности с линейной плотностью поверхностного молекулярного тока. Магнитная восприимчивость вещества и её зависимость от температуры. Закон полного тока (теорема о циркуляции магнитного поля) в веществе. Напряжённость магнитного поля в веществе. Магнитная проницаемость среды. Индукция магнитного поля в веществе. Граничные условия для магнитного поля на границе раздела двух сред. Типы магнетиков. Точка Кюри. Домены. Кривая намагничивания.

Вопросы для самоконтроля

1. Чем обусловлен магнитный момент атома?
2. Как определяется намагниченность вещества? Каков её физический смысл?
3. Сформулируйте закон полного тока для магнитного поля в веществе.
4. В чём физический смысл намагниченности?
5. Поясните закон Кюри – Вейсса.
6. Каков физический смысл магнитной проницаемости среды?
7. Чем различаются магнитные свойства диа- и парамагнетиков? Каковы особенности магнитных свойств ферромагнетиков?

8. Что такое коэрцитивная сила?

9. Нарисуйте качественную зависимость $\vec{B}$ от $\vec{H}$ для ферромагнетиков.

10. Поясните физический смысл магнитной восприимчивости.

11. Приведите примеры применения ферромагнетиков.

Электромагнитная индукция

Теоретический материал

Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции. Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея). Вывод основного закона электромагнитной индукции из закона сохранения энергии, а также на основе электронной теории. Правило Ленца (закон Ленца). Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность длинного соленоида. Токи замыкания и размыкания цепи. Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность. Энергия магнитного поля. Объёмная плотность энергии магнитного поля.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое магнитный поток? Как он определяется?

2. Назовите единицы измерения в системе СИ магнитного потока.

3. Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея и запишите его.

4. Приведите примеры закона электромагнитной индукции Фарадея.

5. Что выражает правило Ленца?

6. Какое явление называется самоиндукцией? взаимоиндукцией?

7. В чём физический смысл индуктивности контура?

8. От каких параметров зависит индуктивность контура?

9. Какую роль играет индуктивность для токов размыкания и замыкания?

10. Приведите примеры применения экстратоков замыкания и размыкания в технике.

11. Напишите выражение для магнитной энергии тока и объёмной плотности энергии магнитного поля.

12. Назовите сферы применения магнитной энергии.

13. Число витков катушки уменьшили в два раза, но сохранили её геометрические размеры и ток в обмотке. Как при этом изменятся: а) индуктивность катушки; б) энергия магнитного поля катушки; в) средняя плотность энергии магнитного поля внутри катушки?

Примеры решения задач

3.1. Плоское тонкое кольцо с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 равномерно заряжено с поверхностной плотностью заряда σ.

а) Приняв ось плоского кольца за ось X, найдите напряженность электрического поля $\vec{E}(x)$ и электрический потенциал $\varphi(x)$ на оси кольца как функцию x.

б) Найдите выражение для $E(x)$ и $\varphi(x)$ при $x = 0$ и $|x| >> R_2$.

Дано:	Решение:
$R_1 < R_2$ σ	а) Для решения задачи обратимся к рис. 3.1, на котором изображены равномерно заряженное кольцо и ось OX. Для определения напряжённости $\vec{E}$ и потенциала φ в некоторой точке A на оси OX, координата которой X, разобьём кольцо конечной ширины на бесконечно тонкие кольца ширины dr и радиусы r, как показано на рис. 3.1 (вначале рассмотрим случай $\sigma > 0$).
а) $\vec{E}(x) - ?$ $\varphi(x) - ?$ б) $E(x) - ?$ $\varphi(x) - ?$ при $x = 0$ при $\lvert x \rvert >> R_2$	

Бесконечно тонкое кольцо радиуса r можно представить как совокупность точечных противоположно лежащих зарядов (элементов кольца) равной величины: $dg_1 = dg_2 = dg$ (как показано на рис. 3.2). Эти точечные заряды создают напряженности $d\vec{E}_1$ и $d\vec{E}_2$ в точке A, направленные по линиям, соединяющим заряды с точкой A.

Для детального анализа проведём через точку A ось Y перпендикулярно оси OX. Как видно из рис. 3.2, проекции $d\vec{E}_1$, $d\vec{E}_2$ векторов $d\vec{E}_1$ и $d\vec{E}_2$ равны, но имеют разные знаки. Следовательно, элементы бесконечно тонкого кольца dg_1 и dg_2 создают в точке A вектор напряжённости $d\vec{E}_3$, направленный по оси OX. По принципу суперпозиции проекция вектора $d\vec{E}_3$ на ось OX

$$d\vec{E}_3 = d\vec{E}_{1X} = d\vec{E}_{2X} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dg}{(r^2+x^2)}\cos\alpha \cdot 2 = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dg \cdot x}{(r^2+x^2)^{3/2}}, \quad (3.1)$$

где α – угол между векторами $d\vec{E}_1$, $d\vec{E}_2$ и осью OX, $\cos\alpha = \dfrac{x}{\sqrt{r^2+x^2}}$.

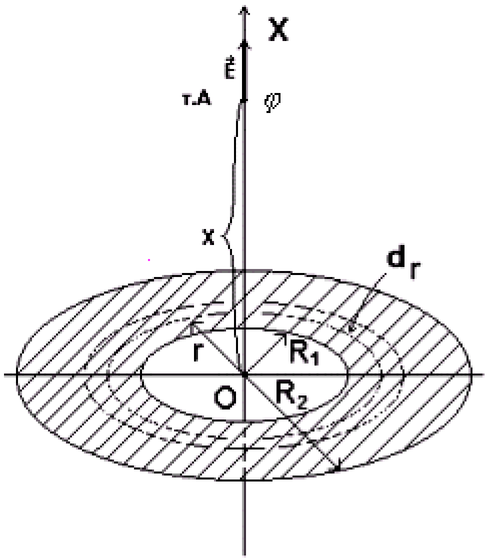


Рис. 3.1

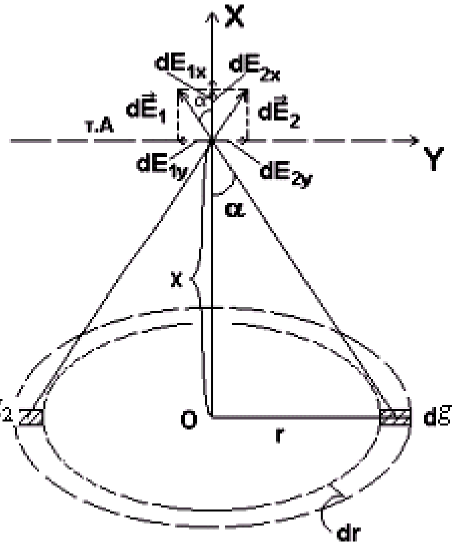


Рис. 3.2

Вектор напряженности $d\vec{E}$ от всего бесконечно тонкого кольца будет направлен в точке А вдоль оси OX. По принципу суперпозиции проекция вектора $d\vec{E}$ на ось OX определяется выражением

$$dE = \int_0^{g_0/2} dE_3 = \int_0^{g_0/2} \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(r^2+x^2)^{3/2}}dg = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xg_0}{(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{2\pi\sigma \cdot rx \cdot dr}{4\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)^{3/2}}, \quad (3.2)$$

где $g_0 = 2\pi r \cdot dr \cdot \sigma$ – заряд бесконечно тонкого кольца радиуса *r*.

Кольцо конечной ширины из рис. 3.1 можно представить как совокупность бесконечно тонких колец, радиусы которых лежат в пределах от R_1 до R_2. По принципу суперпозиции значение напряжённости электростатического поля в точке на оси OX с координатой X получается интегрированием выражения (3.2):

$$E(x) = \int_{R_1}^{R_2} dE = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2\pi\sigma \cdot rx \cdot dr}{4\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x\left\{\frac{1}{(R_1^2+x^2)^{1/2}} - \frac{1}{(R_2^2+x^2)^{1/2}}\right\}. \quad (3.3)$$

Вектор напряженности направлен вдоль оси ОХ, если $\sigma > 0$ $(x > 0)$, и против оси, если $\sigma < 0$ $(x > 0)$.

Последовательность расчетов при определении потенциала в точке А аналогична последовательности выкладок при нахождении напряженности $E(x)$. Как следует из рис. 3.2, потенциал в точке А $d\varphi_3$ от элементов бесконечно тонкого кольца dg_1 и dg_2 по принципу суперпозиции

$$d\varphi_3 = d\varphi_1 + d\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dg}{(r^2+x^2)^{1/2}}2, \tag{3.4}$$

где $d\varphi_1$ – потенциал в точке А от элемента dg_1; $d\varphi_2$ – потенциал в точке А от элемента dg_2.

По принципу суперпозиции потенциал $d\varphi$ в точке А от всего бесконечно тонкого кольца определяется выражением

$$d\varphi = \int_0^{g_0/2} d\varphi = \int_0^{g_0/2} \frac{1\cdot 2dg}{4\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)^{1/2}} = \frac{\sigma\cdot r\cdot dr}{2\varepsilon_0(r^2+x^2)^{1/2}}. \tag{3.5}$$

Значение потенциала $\varphi(x)$ в точке с координатой x на оси ОХ от кольца конечной ширины из рис. 3.1 получается интегрированием соотношения (3.5):

$$\varphi(x) = \int_{R_1}^{R_2} d\varphi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma r\cdot dr}{2\varepsilon_0(r^2+x^2)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left\{(R_2^2+x^2)^{1/2} - (R_1^2+x^2)^{1/2}\right\}. \tag{3.6}$$

б) В точке в центре кольца значения напряженности $E(0)$ и потенциала $\varphi(0)$ получаются простой подстановкой $x = 0$ в формулы (3.3) и (3.6): $E(0) = 0$; $\varphi(0) = \dfrac{\sigma(R_2 - R_1)}{2\varepsilon_0}$.

Для точек на оси ОХ, далеко расположенных от кольца $(|x| >> R_2)$, выражения для $E(x)$ и $\varphi(x)$ могут быть получены в результате разложения формул (3.3) и (3.6) по малым параметрам $\dfrac{R_2}{x}$ и $\dfrac{R_1}{x}$ (стремящимся к нулю) в ряд. В этих преобразованиях ввиду малости $\dfrac{R_2}{x}$ и $\dfrac{R_1}{x}$ можно ограничиться первыми членами ряда. Окончательно

$$E(x)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x\left\{\frac{1}{(R_1^2+x^2)^{1/2}}-\frac{1}{(R_2^2+x^2)^{1/2}}\right\}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0 x}\left\{\frac{1}{(1+(\frac{R_1}{x})^2)^{1/2}}-\frac{1}{(1+(\frac{R_2}{x})^2)^{1/2}}\right\}=$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left\{1-\frac{1}{2}(\frac{R_1}{x})^2-1+\frac{1}{2}(\frac{R_2}{x})^2\right\}=\frac{\sigma(R_2^2-R_1^2)}{4\varepsilon_0 x^2}; \qquad (3.7)$$

$$\varphi(x)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left\{(R_2^2+x^2)^{1/2}-(R_1^2+x^2)^{1/2}\right\}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left\{(1+(\frac{R_2}{x})^2)^{1/2}-(1+(\frac{R_1}{x})^2)^{1/2}\right\}=$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left\{1+\frac{1}{2}\frac{R_2^2}{x^2}-1-\frac{1}{2}\frac{R_1^2}{x^2}\right\}=\frac{\sigma(R_2^2-R_1^2)}{4\varepsilon_0|x|}. \qquad (3.8)$$

Вид формул (3.7) и (3.8) согласуется с представлением, что на больших расстояниях электростатическое поле заряженного кольца должно совпадать с полем точечного заряда такой же величины.

Ответ: а) $E(x)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}x\left\{\frac{1}{(R_1^2+x^2)^{1/2}}-\frac{1}{(R_2^2+x^2)^{1/2}}\right\}$;

$\varphi(x)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left\{(R_2^2+x^2)^{1/2}-(R_1^2+x^2)^{1/2}\right\}$; б) $E(0)=0$; $\varphi(0)=\frac{\sigma(R_2-R_1)}{2\varepsilon_0}$;

$E(x)=\frac{\sigma(R_2^2-R_1^2)}{4\varepsilon_0 x^2}$ при $|x|>>R_2$; $\varphi(x)=\frac{\sigma(R_2^2-R_1^2)}{4\varepsilon_0|x|}$ при $|x|>>R_2$.

3.2. Заряд шарового слоя с внутренним радиусом R_1, внешним радиусом R_2 распределен с объемной плотностью ρ по закону $\rho=\frac{\alpha}{r^2}$. Найдите: а) величину заряда Q шарового слоя; б) зависимость напряженности электростатического поля $\vec{E}(r)$ и потенциала $\varphi(r)$ от расстояния r от центра шарового слоя до рассматриваемой точки пространства.

Дано:

$R_1 < R_2$

$\rho = \dfrac{\alpha}{r^2}$

а) Q – ?

б) $\vec{E}(r)$ – ?

$\varphi(r)$ – ?

Решение:

а) Из условия задачи следует, что распределение заряда в пространстве обладает сферической симметрией. Поэтому и электрическое поле сферически симметрично, т. е. напряженность электрического поля $\vec{E}(r)$ и потенциал $\varphi(r)$ зависят только от расстояния до центра симметрии точки O.

Силовые линии направлены по радиальным прямым, эквипотенциальные поверхности – сферы.

Для определения величины заряда Q шарового слоя выделим шаровой слой радиуса r бесконечно малой толщины dr, как показано на рис. 3.3

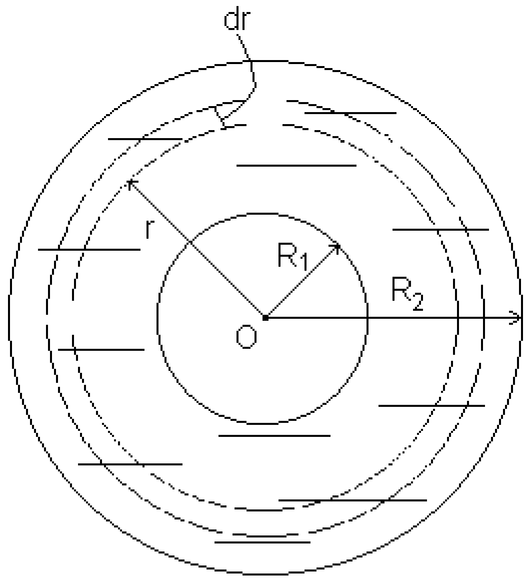


Рис. 3.3

Объем бесконечно тонкого шарового слоя $dV = 4\pi r^2 \cdot dr$. Ввиду сферической симметрии и бесконечно малой толщины dr плотность заряда $\rho(r) = \dfrac{\alpha}{r^2}$ в этом шаровом слое можно считать постоянной. Поэтому заряд бесконечно тонкого шарового слоя

$$dQ = \rho(r)dV = \frac{\alpha}{r^2}4\pi r^2 dr = 4\pi\alpha dr. \qquad (3.9)$$

Величину полного заряда Q шарового слоя получим интегрированием выражения (3.9):

$$Q = \int_{R_1}^{R_2} dQ = \int_{R_1}^{R_2} 4\pi\alpha \cdot dr = 4\pi\alpha(R_2 - R_1). \qquad (3.10)$$

б) Для определения напряженности электрического поля $E(r)$ (вектор $\vec{E}$ направлен по радиальным прямым или против, в зависимости от знака коэффициента α) и потенциала $\varphi(r)$ будем опираться на теорему Гаусса и формулу, связывающую напряженность и потенциал в случае сферической симметрии:

$$E(r) = -\frac{d\varphi(r)}{dr}. \qquad (3.11)$$

Используя форму шарового слоя, разобьем все пространство на три области и проведем гауссовы поверхности (пунктирные линии), как показано на рис. 3.4.

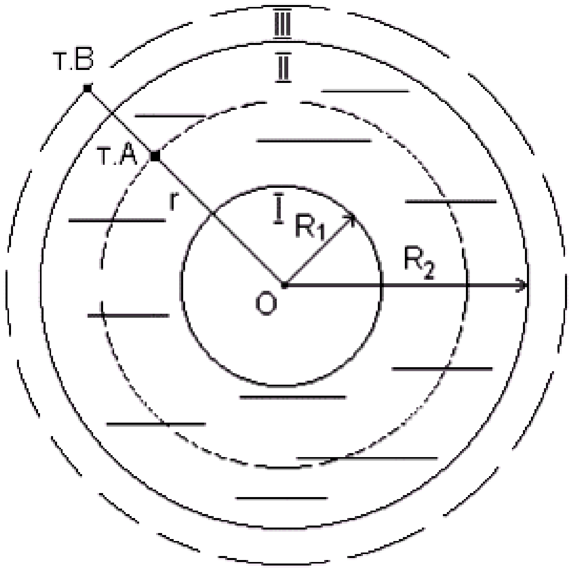


Рис. 3.4

В области I при $0 \le r < R_1$ нет зарядов. Поэтому из теоремы Гаусса следует, что напряжённость электростатического поля $E_1 = 0$. Из выражения (3.11) для потенциала φ_1 в этой области получим

$$\varphi_1 = C_1, \qquad (3.12)$$

где C_1 – постоянная величина.

В области II при $R_1 \le r < R_2$ на гауссовой поверхности (пунктирная линия) во всех точках напряженность $E(r)$ – величина постоянная, и вектор напряжённости $\vec{E}(r)$ направлен перпендикулярно к поверхности. Поэтому поток напряженности $\vec{E}(r)$ через гауссову поверхность равен $E(r)4\pi r^2$. Заряд внутри гауссовой поверхности $g(r)$ может быть найден по формуле аналогично формуле (3.10), но с другими пределами интегрирования. Исходя из этих соображений, по теореме Гаусса

$$E(r)4\pi r^2 = \frac{g(r)}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{R_1}^{r} dQ = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{R_1}^{r} 4\pi\alpha \cdot dr = \frac{4\pi\alpha}{\varepsilon_0}(r - R_1). \quad (3.13)$$

Из выражения (3.13) для напряженности в области II получим

$$E_2 = \frac{\alpha}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{R_1}{r_2}\right). \quad (3.14)$$

Из уравнения (3.11) и соотношения (3.14) для потенциала в области II получим

$$\varphi_2 = -\int E_2 dr = -\int \frac{\alpha}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{R_1}{r^2}\right)dr = -\frac{\alpha}{\varepsilon_0}\ln r - \frac{\alpha}{\varepsilon_0}\frac{R_1}{r} + C_2, \quad (3.15)$$

где C_2 – постоянная величина.

В области III при $R_2 \le r < \infty$ внутри гауссовой поверхности (пунктирная линия) сосредоточен весь заряд Q. Теорема Гаусса, в применении к этой поверхности, имеет вид

$$E(r)4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{4\pi\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0}. \quad (3.16)$$

Из выражения (3.16) для напряженности в области III

$$E_3 = \frac{\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0 r^2}. \quad (3.17)$$

Из уравнения (3.11) и соотношения (3.17) для потенциала в области III

$$\varphi_3 = -\int E_3 dr = -\int \frac{\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0}\frac{1}{r} + C_3, \quad (3.18)$$

где C_3 – постоянная величина.

Значение констант C_1, C_2, C_3 можно получить из условий:

1) при $r \to \infty$ $\varphi_3 \to 0$;

2) при $r = R_2$ $\varphi_3(R_2) = \varphi_2(R_2)$;

3) при $r = R_1$ $\varphi_2(R_1) = \varphi_1(R_1)$.

Подставляя в указанные условия выражения для потенциалов (3.12), (3.15), (3.18), получим: $C_3 = 0$; $C_2 = \dfrac{\alpha}{\varepsilon_0}(1 + \ln R_2)$; $C_1 = \dfrac{\alpha}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$.

Таким образом, в области I $E_1 = 0$, $\varphi_1 = \dfrac{\alpha}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$; в области II $E_2 = \dfrac{\alpha}{\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r} - \dfrac{R_1}{r^2})$, $\varphi_2 = \dfrac{\alpha}{\varepsilon_0}(1 - \dfrac{R_1}{r} - \ln\dfrac{r}{R_2})$; в области III $E_3 = \dfrac{\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0 r^2}$, $\varphi_3 = \dfrac{\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0 r}$.

Ответ: а) $Q = 4\pi\alpha(R_2 - R_1)$; б) $E_1 = 0$, $\varphi_1 = \dfrac{\alpha}{\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$ при $0 \le r < R_1$;

$$E_2 = \frac{\alpha}{\varepsilon_0}(\frac{1}{r} - \frac{R_1}{r^2}),\ \varphi_2 = \frac{\alpha}{\varepsilon_0}(1 - \frac{R_1}{r} - \ln\frac{r}{R_2}) \text{ при } R_1 \le r < R_2;$$

$$E_3 = \frac{\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0 r^2},\ \varphi_3 = \frac{\alpha(R_2 - R_1)}{\varepsilon_0 r} \text{ при } R_2 \le r < \infty.$$

3.3. Плоская широкая пластина пьезодиэлектрика толщиной $2d$ вследствие неоднородной деформации поляризована так, что модуль вектора поляризации $\vec{P}$ изменяется в направлении, перпендикулярном к плоскости пластины по закону $P = P_0(1 - \dfrac{x^2}{d^2})$, где P_0 – модуль вектора поляризации середины пластины (как показано на рис. 3.5). Вектор поляризации всегда направлен вдоль оси OX. Найдите, пренебрегая краевыми эффектами: а) объемную плотность связанных зарядов $\rho_{св}$ как функцию x; б) напряженность электрического поля внутри пластины E_1 и вне пластины E_2; в) разность потенциалов $\Delta\varphi$ между боковыми поверхностями пластин.

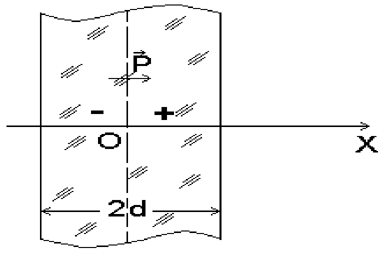


Рис. 3.5

Дано:	Решение:
$P = P_0(1 - \frac{x^2}{d^2})$	а) У рассматриваемого пьезодиэлектрика наблюдается пьезоэлектрический эффект. Его суть заключается в том, что в определенных твердых веществах, пьезоэлектриках, при деформировании возникает поляризация даже в отсутствии сторонних зарядов.
а) $\rho_{св}(x)$ – ? б) $E_1(x)$ – ? $E_2(x)$ – ? в) $\Delta\varphi$ – ?	В случае пренебрежения краевыми эффектами плотность связанных зарядов, напряженность электрического поля зависят только от координаты x.

Как известно, связь между вектором поляризации $\vec{P}$ и объемной плотностью связанных зарядов $\rho_{св}$ выражается соотношением

$$div\vec{P} = -\rho_{св}. \tag{3.19}$$

В случае зависимости только от одной координаты x для $\rho_{св}(x)$

$$\rho_{св}(x) = -\frac{dP}{dx} = \frac{2P_0}{d^2}x. \tag{3.20}$$

б) Как видно из формулы (3.20), левая часть пластины заряжена отрицательно, а правая – положительно. Пренебрегая краевыми эффектами, можно считать, что пластина состоит из бесконечно тонких равномерно заряженных плоскостей, перпендикулярных оси X, причем одинаково заряженные плоскости, но с зарядом разного знака, располагаются симметрично относительно плоскости X = 0. Вне пластины такие заряженные плоскости создают напряженности, равные по модулю, но противоположно направленные. Поэтому напряженность электрического поля вне пластин равна нулю, т. е. $E_2 = 0$.

Плотность сторонних зарядов равна нулю, следовательно, по теореме Гаусса, в дифференциальной форме для точек внутри пластин

$$div\vec{E_1} = \frac{\rho_{св}}{\varepsilon_0}. \tag{3.21}$$

Из сравнения формул (3.19) и (3.21) следует

$$E_1(x) = -\frac{P(x)}{\varepsilon_0} = -\frac{P_0(1 - \frac{x^2}{d^2})}{\varepsilon_0}. \tag{3.22}$$

Отрицательное значение $E_1(x)$ показывает, что вектор $\vec{E_1}$ направлен против оси OX.

в) Опираясь на связь между потенциалом $\varphi(x)$ и напряженностью $E_1(x)$ в данном случае $E_1(x) = -\frac{d\varphi}{dx}$, для разности потенциалов $\Delta\varphi$ между боковыми поверхностями пластин получим

$$\Delta\varphi = -\int_{-d}^{d} E_1(x)dx = \int_{-d}^{d} \frac{P_0}{\varepsilon_0}(1-\frac{x^2}{d^2})dx = \frac{4}{3\varepsilon_0}P_0 d.$$

Ответ: $\rho_{св}(x) = \frac{2P_0}{d^2}x$; $E_1(x) = -\frac{P_0}{\varepsilon_0}(1-\frac{x^2}{d^2})$; $E_2 = 0$; $\Delta\varphi = \frac{4}{3\varepsilon_0}P_0 d$.

3.4. Пластину из стекла с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$, толщиной $d = 2$ мм, площадью $S = 300$ см^2 поместили в однородное электрическое поле с напряженностью $E_0 = 1$ кВ/м перпендикулярно силовым линиям. Найдите: а) плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на поверхности пластины; б) энергию электрического поля W в области пластин.

Дано:	Решение:
$\varepsilon = 7$ $d = 2$ мм $S = 300$ см^2 $E_0 = 1$ кВ/м	а) Как известно, поверхностная плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ определяется нормальной составляющей вектора поляризации P_n на поверхности диэлектрика простым соотношением
а) $\sigma_{св}$ – ? б) W – ?	$$\sigma_{св} = P_n. \quad (3.23)$$

В силу симметрии задачи и однородности диэлектрика направление силовых линий внешнего электрического поля $\vec{E_0}$, электрического поля внутри диэлектрика $\vec{E}$, направление вектора поляризации $\vec{P}$ совпадают. Поэтому выполняются известные соотношения для модулей векторов E_0, E, и P:

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad (3.24)$$

$$P = |P_n| = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E. \quad (3.25)$$

Из формул (3.23) – (3.25) для поверхностной плотности заряда на поверхности пластины, из которой силовые линии выходят,

$$\sigma_{св} = \frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon}\varepsilon_0 E_0 = \frac{6}{7}8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1\cdot 10^3 = 7{,}6 \text{ нКл/м}^2.$$

б) Объемная плотность ω энергии электрического поля определяется выражением

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \tag{3.26}$$

Следовательно, в объеме V прямоугольной пластины сосредоточена энергия W:

$$W = \omega V = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = -\frac{0,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{7} 1 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 38 \text{ пДж}.$$

Ответ: $\sigma_{св}$ = 7,6 нКл/м^2; W = 38 пДж.

3.5. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено многослойным диэлектриком, обладающим слабой электропроводностью. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика ε монотонно уменьшается от пластины *1* от значения $\varepsilon_1 = 4$ до значения $\varepsilon_2 = 3$ у пластины *2*. Удельная электропроводность σ монотонно уменьшается от пластины *1* от значения $\sigma_1 = 10^{-7}$ Ом$^{-1}$ · м$^{-1}$ до значения $\sigma_2 = 10^{-10}$ Ом$^{-1}$ · м$^{-1}$ у пластины *2*. Конденсатор включен в цепь с постоянной ЭДС, в нем устанавливается постоянный электрический ток силой $J = 1 \cdot 10^{-7}$ А, текущий через диэлектрик от стороны *1* конденсатора к стороне *2*. Найдите величину свободного заряда Q, возникшего в диэлектрике при протекании тока.

Дано:

$\varepsilon_1 = 4$

$\varepsilon_2 = 3$

$\sigma_1 = 10^{-7}$ Ом$^{-1}$ · м$^{-1}$

$\sigma_2 = 10^{-10}$ Ом$^{-1}$ · м$^{-1}$

$J = 1 \cdot 10^{-7}$ А

$Q - ?$

Решение:

Среда между пластинами конденсатора обладает как электропроводящими, так и диэлектрическими свойствами. Поэтому в решении используется закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \tag{3.27}$$

где $\vec{J}$ – плотность тока; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, а также теорема Гаусса для диэлектрика. Направление линий тока вектора $\vec{J}$ и направления векторов электрического смещения D_1 и D_2 у пластин *1* и *2* показаны на рис. 3.6.

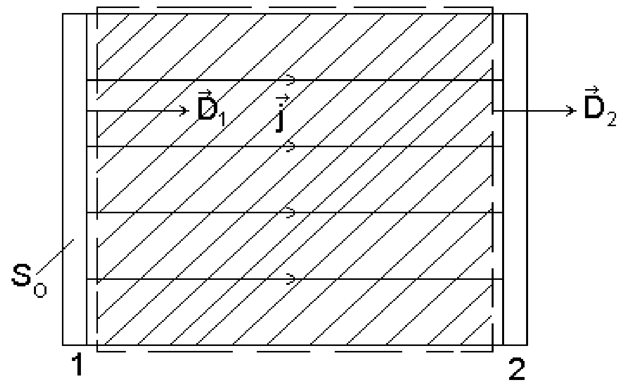


Рис. 3.6

Ток через среду – постоянный, линии тока перпендикулярны к пластинам конденсатора, следовательно, для величин силы тока у пластин *1* и *2* можно записать $J = j_1 S_0 = j_2 S_0$ (S_0 – площадь пластины конденсатора). Это же соотношение с учетом закона Ома (3.27) принимает форму

$$J = \sigma_1 E_1 S_0 = \sigma_2 E_2 S_0. \qquad (3.28)$$

Для использования теоремы Гаусса проведем гауссову поверхность в виде прямоугольного параллелепипеда (пунктирная линия на рис. 3.6) так, чтобы внутри находился диэлектрик. По теореме Гаусса для диэлектрика, учитывая направление векторов $\vec{D}$,

$$Q = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = D_2 S_0 - D_1 S_0. \qquad (3.29)$$

Связь между вектором электрического смещения $\vec{D}$ и напряженностью $\vec{E}$ электрического поля, как известно, имеет вид

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}. \qquad (3.30)$$

Из соотношений (3.28) – (3.30) для величины заряда Q следует

$$Q = D_2 S_0 - D_1 S_0 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_2 S_0 - \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1 S_0 = \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 J}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 J}{\sigma_1}\right) =$$

$$= J\varepsilon_0\left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}\right) = 1 \cdot 10^{-7} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\left(\frac{3}{1 \cdot 10^{-10}} - \frac{4}{1 \cdot 10^{-7}}\right) = 27 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Ответ: $Q = 27$ нКл.

3.6. В схеме, изображенной на рис. 3.7, $\varepsilon_1 = 11$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $\varepsilon_3 = 6$ В, $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 2$ Ом. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало. Определите силы токов I_1, I_2, I_3, текущих через сопротивления.

Дано:	Решение:
$\varepsilon_1 = 11$ В $\varepsilon_2 = 4$ В $\varepsilon_3 = 6$ В $R_1 = 5$ Ом $R_2 = 10$ Ом $R_3 = 2$ Ом	Представленная в задаче схема постоянного тока может быть рассчитана на основе законов Кирхгофа. Для их применения выделим два замкнутых контура ABCD и AFEB. Зададим направление их обхода по часовой стрелке (как показано на рис. 3.7). Также будем рассматривать узел схемы A, в котором сходятся (или вытекают) токи I_1, I_2, I_3.
$I_1 - ?$ $I_2 - ?$ $I_3 - ?$	По первому закону Кирхгофа для токов узла A следует уравнение

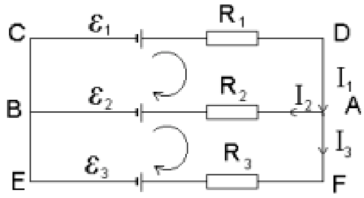


Рис. 3.7

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (3.31)$$

В данном выражении учитывалось правило знаков: ток, втекающий в узел, – положителен, ток, вытекающий из узла, – отрицателен.

По второму закону Кирхгофа для контуров ABCD и AFEB

$$J_1R_1 + J_2R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \quad (3.32)$$

$$-J_2R_2 + J_3R_3 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3. \quad (3.33)$$

В выражениях (3.32) и (3.33) учитывалось правило знаков, определяемое выбранным направлением обхода контура.

Подставляя известные численные значения сопротивлений участков цепи и ЭДС источников тока в уравнения (3.31) – (3.33), получим

$$\begin{cases} 1I_1 - 1I_2 - 1I_3 = 0, \\ 5I_1 + 10I_2 + 0I_3 = 7, \\ 0I_1 - 10I_2 + 2I_3 = -2. \end{cases} \quad (3.34)$$

Таким образом, получается система трех линейных уравнений с тремя искомыми неизвестными I_1, I_2, I_3. Такая система решается с помощью формул Крамера:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta},\ I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \qquad (3.35)$$

где Δ – определитель системы (3.34); Δ_1 – определитель при первом неизвестном I_1; Δ_2 – определитель при втором неизвестном I_2; Δ_3 – определитель при третьем неизвестном I_3.

На основе значений коэффициентов системы уравнений (3.34) следует:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 10 & 0 \\ 0 & -10 & 2 \end{vmatrix} = 80, \qquad (3.36)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 7 & 10 & 0 \\ -2 & -10 & 2 \end{vmatrix} = 64, \qquad (3.37)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 24, \qquad (3.38)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & 10 & 7 \\ 0 & -10 & -2 \end{vmatrix} = 40. \qquad (3.39)$$

Из выражений (3.35) – (3.39) для величин сил токов

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{64}{80} = 0{,}8\ \text{А},\quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{24}{80} = 0{,}3\ \text{А},\quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{40}{80} = 0{,}5\ \text{А}.$$

Ответ: $I_1 = 0{,}8$ А; $I_2 = 0{,}3$ А; $I_3 = 0{,}5$ А.

3.7. Сила тока в проводнике убывает со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$ ($I_0 = 20$ А, $\alpha = 10^2$ с$^{-1}$). Определите заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время $\tau = 10^{-2}$ с.

Дано:	Решение:
$I = I_0 e^{-\alpha t}$ $I_0 = 20$ А $\alpha = 10^2$ с$^{-1}$ $\tau = 10^{-2}$ с	Величина силы тока I связана с зарядом q, проходящим через поперечное сечение проводника, соотношением
q – ?	

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (3.40)$$

Следовательно, за бесконечно малый промежуток времени dt через поперечное сечение проводника пройдет заряд

$$dq = Idt = I_0 e^{-\alpha t} dt. \tag{3.41}$$

Величина заряда q, прошедшего через поперечное сечение проводника за промежуток времени τ, может быть найдена интегрированием выражения (3.41):

$$q = \int_0^\tau I_0 e^{-\alpha t} dt = \frac{I_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha\tau}) = \frac{20}{100}(1 - \frac{1}{e}) = 0{,}13 \text{Кл}.$$

Ответ: $q = 0{,}13$ Кл.

3.8. В медном проводнике объемом $V_0 = 6$ см^3 при прохождении по нему постоянного тока за время $\tau = 1$ мин выделилось количество теплоты $Q = 216$ Дж. Найдите напряжённость E электрического поля в проводнике, плотность тока j, скорость упорядоченного движения электронов u. Считать, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

Дано:
$V_0 = 6$ см^3
$\tau = 1$ мин
$Q = 216$ Дж
$\sigma = 5{,}8 \cdot 10^7$ Ом$^{-1} \cdot$ м$^{-1}$
$\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\mu = 63{,}5$ г/моль

а) E – ?
б) j – ?
в) u – ?

Решение:

а) Для решения используем закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \tag{3.42}$$

закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме:

$$Q_{\text{уд}} = j^2 / \sigma, \tag{3.43}$$

где σ – удельная электропроводность меди; $Q_{\text{уд}}$ – удельная тепловая мощность тока, $Q_{\text{уд}} = \dfrac{Q}{V_0 \tau}$.

Из формул (3.42) и (3.43) для напряженности E электрического поля в проводнике следует

$$E = (\frac{Q_{\text{уд}}}{\sigma})^{1/2} = (\frac{Q}{V_0 \tau \sigma})^{1/2} = (\frac{216}{6 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 5{,}8 \cdot 10^7})^{1/2} = 1{,}0 \cdot 10^{-1} \text{ В/м}.$$

б) Из выражения (3.42) для плотности тока

$$j = \sigma E = 5{,}8 \cdot 10^7 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-1} = 5{,}8 \cdot 10^6 \text{ А} \cdot \text{м}^{-2}.$$

в) Скорость упорядоченного движения электронов $\vec{u}$ и плотность тока $\vec{j}$ связана соотношением

$$\vec{j} = e_0 n \vec{u}, \qquad (3.44)$$

где e_0 – заряд электрона; n – концентрация свободных электронов.

Учитывая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон, для концентрации свободных

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_A, \qquad (3.45)$$

где N_A – число Авогадро.

Из формул (3.44) и (3.45) для скорости упорядоченного движения электронов следует

$$u = \frac{j}{|e_0| n} = \frac{j\mu}{|e_0| N_A \rho} = \frac{5{,}8 \cdot 10^6 \cdot 63{,}5 \cdot 10^{-3}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 8{,}9 \cdot 10^3} = 4{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Ответ: а) $E = 1{,}0 \cdot 10^{-1}$ В/м; б) $j = 5{,}8 \cdot 10^6$ А·м$^{-2}$; в) $u = 4{,}3 \cdot 10^{-4}$ м/с.

3.9. Бесконечно длинный прямой проводник согнут под прямым углом, как показано на рис. 3.8. По проводнику течет ток $I = 10$ А. Найдите магнитную индукцию $\vec{B}$ в точках M и N, если $a = 5$ см.

Дано:	Решение:
$I = 10$	а) Величина магнитной индукции $\vec{B}$ в точках M и N может быть найдена по принципу суперпозиции:
$a = 5$ см	
а) $\vec{B}_M$ – ?	
б) $\vec{B}_N$ – ?	$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \qquad (3.46)$$

где $\vec{B}_1$ – магнитная индукция от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси X; $\vec{B}_2$ – магнитная индукция от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси Y.

Модуль вектора магнитной индукции может быть рассчитан на основе закона Био – Савара – Лапласа. Нас интересует результат расчета для прямолинейного отрезка проводника, представленного на рис. 3.9.

Модуль вектора магнитной индукции в точке A (см. рис. 3.9) на расстоянии от отрезка проводника выражается формулой

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \qquad (3.47)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; α_1 и α_2 – углы между направлениями тока и направлениями радиус-векторов r_1 и r_2 – начала и конца отрезка (см. рис. 3.9).

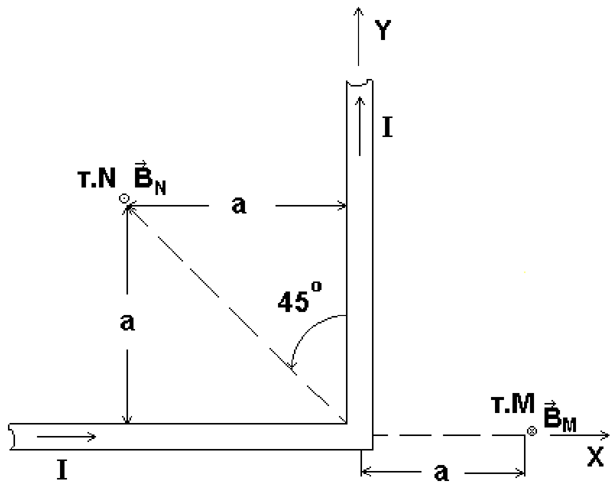


Рис. 3.8

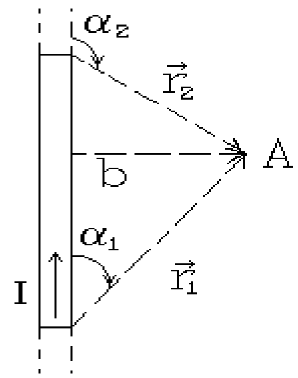


Рис. 3.9

В точке M вклад в величину магнитной индукции от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси X, равен нулю. Вклад в величину магнитной индукции от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси Y, характеризуется углами $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ и $\alpha_2 = \pi$. Поэтому, как это следует из формул (3.46) и (3.47), модуль вектора магнитной индукции B_M в точке M

$$B_M = B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\pi) = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}} = 2\cdot 10^{-5} = 20 \text{ мкТл.}$$

Направление вектора $\vec{B}_M$ определяется правилом правого винта и показано на рис. 3.8.

б) В точке N, как это следует из правила правого винта, векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены вдоль одной линии перпендикулярно плоскости рисунка. Поэтому модуль вектора магнитной индукции в точке N равен сумме модулей векторов B_1 и B_2. Для величины магнитной индукции B_1 (см. рис. 3.8) угол α_1 равен нулю, а угол $\alpha_2 = \frac{3\pi}{4}$. Для величины магнитной индукции B_2 (см. рис. 3.8) угол $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$, а угол $\alpha_2 = \pi$. Поэтому, как это следует из формул (3.46) и (3.47), модуль вектора магнитной индукции B_N в точке N

$$B_N = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 0 - \cos\frac{3\pi}{4}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\frac{\pi}{4} - \cos\pi) =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(1+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+1) = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}}(2+\sqrt{2}) = 6{,}8\cdot 10^{-5}\text{ Тл} = 68\text{ мкТл}.$$

Направление вектора $\vec{B}_N$ определяется правилом правого винта и показано на рис. 3.8.

Ответ: $B_M = 20$ мкТл; $B_N = 68$ мкТл.

3.10. Тонкое кольцо радиусом $r = 10$ см заряжено равномерно с линейной плотностью заряда $\tau = 16$ нКл/м. Кольцо вращается с частотой $n = 10$ об/с относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Определите магнитный момент P_m, обусловленный вращением кольца.

Дано:
$r = 10$ см
$\tau = 16$ нКл/м
$n = 10$ об/с

P_m – ?

Решение:

Вращение заряженного кольца представляет собой круговой ток. Он создает в пространстве магнитный момент, величина модуля которого определяется выражением

$$P_m = IS, \tag{3.48}$$

где I – сила кругового тока; S – площадь контура (кольца).

Сила кругового тока характеризуется количеством заряда, пересекающего площадку, перпендикулярную линии кольца, в единицу времени. Поэтому для силы тока

$$I = gn, \tag{3.49}$$

где g – заряд кольца, $g = \tau\cdot 2\pi r$.

Из выражений (3.48) и (3.49) для величины модуля магнитного момента следует

$$P_m = IS = \tau\cdot 2\pi\cdot rn\cdot\pi r^2 = \tau\cdot 2\pi\cdot r^3 n = 16\cdot 10^{-9}\cdot 2\cdot 9{,}87\cdot 10^{-3}\cdot 10 = 3{,}16\text{ нА/м}^2.$$

Направление вектора $\vec{P}_m$ определяется правилом правого винта. Поэтому вектор $\vec{P}_m$ направлен по оси кольца, и его направление совпадает с направлением вектора угловой скорости вращения кольца.

Ответ: $P_m = 3{,}16$ нА/м^2.

3.11. Длинный прямой соленоид с сердечником намотан из проволоки диаметром $d = 0,5$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Найдите напряженность магнитного поля и магнитную индукцию внутри соленоида при силе тока $I = 4$ А. Магнитную проницаемость μ сердечника соленоида при данной силе тока принять равной 800.

Дано:	Решение:
$d = 0,5$ мм	а) Для длинного прямого соленоида можно пренебречь краевыми эффектами, модуль напряженности H внутри соленоида определяется формулой
$I = 4$ А	$$H = nI, \qquad (3.50)$$
$\mu = 800$	где n – число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины.
а) H – ?	
б) B – ?	

Так как витки плотно прилегают друг к другу, то их число на единицу длины

$$n = \frac{1}{d}. \qquad (3.51)$$

Из формул (3.50) и (3.51) для модуля напряженности

$$H = nI = \frac{I}{d} = \frac{4}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^{3} \text{ А/м.}$$

Вектор $\vec{H}$ направлен параллельно оси соленоида.

б) Как известно, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ связан с вектором напряженности магнитного поля $\vec{H}$ соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \qquad (3.52)$$

Из условия задачи и выражения (3.52) для магнитной индукции внутри соленоида получим

$$B = \mu_0 \mu H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800 \cdot 8 \cdot 10^{3} = 8,0 \text{ Тл.}$$

Вектор $\vec{B}$ направлен параллельно оси соленоида.

Ответ: а) $H = 8 \cdot 10^{3}$ А/м; б) $B = 8,0$ Тл.

3.12. Тороид с сердечником, длина которого по средней линии $l = 1$ м, имеет воздушный зазор шириной $b = 4$ мм. Обмотка тора равномерно распределена по всей его длине, число витков на единицу длины $n = 8$ см$^{-1}$. Найдите силу тока I в обмотке, при которой магнитная индукция в зазоре будет равна $B = 1,0$ Тл. Магнитную проницаемость μ сердечника тороида при данной силе тока принять равной 800.

Дано:	Решение:
$l = 1$ м $b = 4$ мм $n = 8\,\text{см}^{-1}$ $B = 1{,}0$ Тл $\mu = 800$	По теореме о циркуляции вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ можно записать
I – ?	

$$\oint\limits_L \vec{H}\vec{dl} = \sum_{i=1}^{N} I_i, \qquad (3.53)$$

где I_i – макроскопические точки, охватываемые контуром L.

Для тороида по средней линии левая часть формулы (3.53) принимает вид

$$\oint\limits_L \vec{H}\vec{dl} = Hl + H_0 b, \qquad (3.54)$$

где H – напряженность магнитного поля в сердечнике; H_0 – напряженность магнитного поля в воздушном зазоре.

Правая часть выражения (3.53) в случае тороида с обмоткой принимает форму

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = NI = nlI, \qquad (3.55)$$

где N – число витков всей обмотки тора.

Величины напряженностей магнитного поля H и H_0, в случае пренебрежения рассеянием магнитного потока, связаны с магнитной индукцией B известными соотношениями

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu}, \qquad (3.56)$$

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0}. \qquad (3.57)$$

Приравнивая выражения (3.54) и (3.55) с использованием формул (3.56) и (3.57), для силы тока I получим

$$I = \frac{Hl + H_0 b}{nl} = \frac{B}{\mu_0 nl}\left(\frac{l}{\mu} + b\right) = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 10^2 \cdot 1}\left(\frac{1}{800} + 4 \cdot 10^{-3}\right) = 5{,}2\,\text{А}.$$

Ответ: $I = 5{,}2\,\text{А}$.

Задачи для самостоятельного решения

3.1. Два шарика массой $m = 1$ г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити $l = 10$ см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^{\circ}$?

3.2. Расстояние между шариками $Q_1 = 100$ нКл, $Q_2 = -50$ нКл $d = 10$ см. Определите силу F, действующую на заряд $Q_3 = 1$ мкКл, отстоящую на $r_1 = 12$ см от заряда Q_1 и на $r_2 = 10$ см от заряда Q_2.

3.3. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 1,5$ нКл/см. На продолжении оси стержня на расстоянии $d = 12$ см от его конца находится точечный заряд $Q = 0,2$ мКл. Определите силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

3.4. Длинная прямая тонкая проволока несёт равномерно распределённый заряд. Вычислите линейную плотность τ заряда, если напряжённость поля на расстоянии $r = 0,5$ м от проволоки против её середины $E = 2$ В/см.

3.5. С какой силой, приходящейся на единицу площади, отталкиваются две одноимённо заряженные бесконечно протяжённые плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2$ мкКл/м^2?

3.6. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы получить скорость $v = 8$ Мм/с^2?

3.7. Заряд равномерно распределён по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10$ нКл/м^2. Определите разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от неё на расстояние $a = 10$ см.

3.8. В установке Токомак Т-10 мощность импульса электрического разряда равна $3 \cdot 10^5$ кВт, продолжительность импульса 1 с. Какой ёмкостью должна обладать батарея конденсаторов при напряжении 20 кВ, используемая в качестве накопителя энергии?

3.9. Оцените среднюю скорость упорядоченного движения электронов $\langle u \rangle$ в проводнике с концентрацией электронов $n = 10^{29}$ м$^{-3}$ при плотности тока $j = 100$ А/см. Сравните эту скорость со средней скоростью теплового движения $\langle v \rangle$ электронов при комнатной температуре, считая, что распределение электронов по скоростям является максвелловским.

3.10. К батарее с ЭДС $\varepsilon = 300$ В подключены два плоских конденсатора емкостями $C_1 = 2$ пФ и $C_2 = 3$ пФ. Определите заряд Q и напряжение U на пластинках конденсаторов при последовательном и параллельном соединениях.

3.11. На концах медного провода длиной $l = 5$ м поддерживается напряжение $U = 1$ В. Определите плотность тока j в проводе.

3.12. Резистор сопротивлением $R_1 = 5$ Ом, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $U_1 = 10$ В. Если заменить резистор другим с сопротивлением $R_2 = 12$ Ом, то вольтметр покажет напряжение $U_2 = 12$ В. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь.

3.13. Определите электрический заряд, прошедший через поперечное сечение провода сопротивлением $R = 3$ Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_1 = 2$ В до $U_2 = 4$ В в течение времени $t = 20$ с.

3.14. Определите силу тока в цепи, состоящей из двух элементов с ЭДС $\varepsilon_1 = 1{,}6$ В и $\varepsilon_2 = 1{,}2$ В и внутренними сопротивлениями $R_1 = 0{,}6$ Ом и $R_2 = 0{,}4$ Ом, соединённых одноимёнными полюсами.

3.15. Гальванический элемент имеет внешнее сопротивление $R_1 = 0{,}5$ Ом и силу тока $I_1 = 0{,}2$ А. Если внешнее сопротивление заменить на $R_2 = 0{,}5$ Ом, то элемент даёт силу тока $I_2 = 0{,}15$ А. Определите силу тока короткого замыкания.

3.16. К источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 12$ В присоединена нагрузка. При этом напряжение U на клеммах источника стало равно 8 В. Определите КПД источника тока.

3.17. Внешняя цепь источника тока потребляет мощность $P = 0{,}75$ Вт. Определите силу тока в цепи, если ЭДС источника тока $\varepsilon = 2$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом.

3.18. Какая наибольшая полезная мощность $P_{\max}$ может быть получена от источника тока с ЭДС $\varepsilon = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом?

3.19. При выключении источника тока сила тока в цепи убывает по закону $I = I_0\, e^{-\alpha t}$ ($I_0 = 10$ А, $\alpha = 5 \cdot 10^2$ с$^{-1}$). Определите количество теплоты, которое выделится в резисторе сопротивлением $R = 5$ Ом после выключения источника тока.

3.20. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи I_1 = 10 А и I_2 = 15 А. Расстояние между проводами A = 10 см. Определите напряжённость H магнитного поля в точке, удалённой от первого провода на r_1 = 8 см и от второго на r_2 = 6 см.

3.21. По двум параллельным проводам текут в противоположных направлениях токи I_1 = 10 А и I_2 = 15 А. Расстояние между проводами A = 10 см. Определите напряжённость H магнитного поля в точке, удалённой от первого провода на r_1 = 15 см и от второго на r_2 = 10 см.

3.22. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной a = 10 см, идёт ток I = 20 А. Определите магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

3.23. Обмотка соленоида содержит два слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром d = 0,2 мм. Определите магнитную индукцию B на оси соленоида, если по проводнику идёт ток I = 0,5 А.

3.24. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,01 Тл помещён прямой проводник длиной l = 20 см (подводящие провода находятся вне поля). Определите силу F, действующую на проводник, если по нему течёт ток I = 50 А, а угол φ между направлением тока и вектором магнитной индукции равен 30°.

3.25. Рамка с током I = 5 А содержит N = 20 витков тонкого провода. Определите магнитный момент p_m рамки с током, если её площадь S = 10 см^2.

3.26. По витку радиусом R = 10 см течёт ток I = 50 А. Виток помещён в однородное магнитное поле (B = 0,2 Тл). Определите момент силы M, действующей на виток, если плоскость витка составляет угол φ = 60° с линиями индукции.

3.27. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и описал дугу радиусом R = 10 см. Определите скорость v протона, если магнитная индукция B = 1 Тл.

3.28. Определите частоту n обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле (B = 1 Тл).

3.29. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом R = 5 см и шагом h = 20 см. Определите скорость v электрона, если магнитная индуктивность B = 0,1 мТл.

3.30. Кольцо радиусом R = 10 см находится в однородном магнитном поле (B = 0,318 Тл). Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол φ = 30º. Вычислите магнитный поток Ф, пронизывающий кольцо.

3.31. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной a = 10 см, течёт ток I = 20 А. Плоскость квадрата перпендикулярна магнитным силовым линиям поля. Определите работу, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить проводник за пределы поля. Магнитная индукция B = 0,1 Тл. Поле считать однородным.

3.32. Проводник длиной l = 1 м движется со скоростью v = 5 м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определите магнитную индукцию B, если на концах проводника возникает разность потенциалов U = 0,02 В.

3.33. Рамка площадью S = 50 см^2, содержащая N = 100 витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 40 мТл). Определите максимальную ЭДС индукции ε_{max}, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой n = 960 об/мин.

3.34. Кольцо из проволоки сопротивлением R = 1 мОм находится в однородном магнитном поле (B = 0,4 Тл). Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол φ = 90º. Определите заряд Q, который протечёт по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца S = 10 см^2.

3.35. Соленоид содержит N = 4000 витков провода, по которому течёт ток I = 20 А. Определите магнитный поток Ф и потокосцепление Ψ, если индуктивность L = 0,4 Гн.

3.36. На ленточный каркас длиной l = 50 см и площадью сечения S = 4 см^2 намотан в один слой провод диаметром d = 0,2 мм так, что витки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Определите индуктивность L получившегося соленоида.

3.37. Определите силу тока в цепи через время t = 0,01 с после её размыкания. Сопротивление цепи R = 20 Ом, индуктивность L = 0,1 Гн. Сила тока до размыкания цепи I_0 = 50 А.

3.38. По обмотке соленоида индуктивностью L = 0,2 Гн течёт ток I = 10 А. Определите энергию W магнитного поля соленоида.

Контрольное задание № 3

Таблица вариантов задач по разделу «Электричество и магнетизм»

Вариант	Номер задачи				
1	3.1	3.11	3.21	3.31	3.33
2	3.2	3.12	3.22	3.32	3.34
3	3.3	3.13	3.23	3.33	3.35
4	3.4	3.14	3.24	3.34	3.36
5	3.5	3.15	3.25	3.35	3.37
6	3.6	3.16	3.26	3.36	3.38
7	3.7	3.17	3.27	3.37	3.1
8	3.8	3.18	3.28	3.38	3.2
9	3.9	3.19	3.29	3.1	3.3
10	3.10	3.20	3.30	3.2	3.4
11	3.1	3.11	3.21	3.31	3.33
12	3.2	3.12	3.22	3.32	3.34
13	3.3	3.13	3.23	3.33	3.35
14	3.4	3.14	3.24	3.34	3.36
15	3.5	3.15	3.25	3.35	3.37
16	3.6	3.16	3.26	3.36	3.38
17	3.7	3.17	3.27	3.37	3.1
18	3.8	3.18	3.28	3.38	3.2
19	3.9	3.19	3.29	3.1	3.3
20	3.10	3.20	3.30	3.2	3.4

Раздел 4

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Механические колебания

Теоретический материал

Свободные (собственные) и вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение. Характеристики гармонических колебаний. Понятие о гармоническом осцилляторе. Энергия гармонических колебаний. Сложение одинаково направленных (скалярных) гармонических колебаний. Метод векторной диаграммы. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных (векторных) гармонических колебаний. Фигуры Лиссажу. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Апериодический процесс. Частота и коэффициент затухания. Логарифмический декремент затухания и добротность колебательной системы. Изохронность колебаний. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Амплитуда и фаза при вынужденных механических колебаниях. Механический резонанс. Резонансные кривые. Соотношение между фазами вынуждающей силы и скорости при механическом резонансе.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие колебания называются гармоническими?
2. Дайте определение следующих характеристик гармонического колебания: амплитуды, фазы, начальной фазы, периода, частоты, циклической частоты.
3. Как происходит сложение гармонических колебаний?
4. Как образуются биения?
5. Напишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
6. Как изменяются со временем кинетическая и потенциальная энергия гармонического колебания?
7. Что такое затухающие колебания? Приведите примеры.

8. Напишите дифференциальное уравнение, описывающее затухающие колебания, и его решение.

9. В чём физический смысл логарифмического декремента затухания и добротности колебательной системы?

10. Напишите дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания, и его решение.

11. Что такое собственные колебания? Приведите примеры.

12. Что такое резонанс? Приведите примеры.

Механические волны

Теоретический материал

Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение и его решение. Гармонические волны и их характеристики. Ударные волны. Принцип суперпозиции волн и граница его применимости. Фазовая скорость и дисперсия волн. Волновой пакет и групповая скорость. Понятие о когерентности. Интерференция волн. Стоячие волны. Энергия и поток энергии упругой волны. Вектор Умова. Эффект Доплера для звуковых волн. Ультразвук.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие волны называют продольными, какие поперечными? Приведите примеры.

2. Какие волны называют гармоническими? Охарактеризуйте следующие параметры гармонической волны: амплитуда, длина волны, частота.

3. Что такое фазовая скорость? Как фазовая скорость связана с циклической частотой и волновым числом?

4. Что называется волновым пакетом и групповой скоростью?

5. Где применяется эффект волнового пакета?

6. Что такое когерентность? Какие волны называют когерентными?

7. Приведите примеры применения когерентных волн.

8. В чём заключается эффект Доплера?

9. Что такое звук? Назовите его характеристики.

10. Что изучает акустика?

Электромагнитные колебания

Теоретический материал

Дифференциальное уравнение колебаний в колебательном контуре и его решение. Дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний и его решение. Частота и коэффициент затухания электромагнитного колебания. Логарифмический декремент затухания и добротность контура. Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний и его решение. Амплитуда и фаза при вынужденных электромагнитных колебаниях. Резонанс в колебательном контуре. Резонансные кривые для напряжения и силы тока. Переменный ток.

Вопросы для самоконтроля

1. Приведите пример формирования свободных гармонических колебаний.
2. Какие характеристики имеют электромагнитные колебания?
3. Напишите дифференциальное уравнение гармонических незатухающих колебаний в контуре Томсона.
4. Как определяется полная энергия электромагнитных колебаний?
5. Что является аналогом индуктивности и электрического сопротивления в механике?
6. Напишите дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний.
7. Какие характеристики затухающих колебаний вы знаете? Каков их физический смысл?
8. Приведите пример возникновения вынужденных электромагнитных колебаний.
9. В чём отличие резонансной частоты от частоты собственных колебаний?
10. Как определяется резонансная частота?
11. Нарисуйте резонансные кривые для силы тока и напряжения. В чём их различия?
12. Приведите примеры применения вынужденных колебаний.

Электромагнитные волны. Уравнения Максвелла

Теоретический материал

Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции. Ток смещения. Электромагнитное поле. Система уравнений Максвелла. Волновое уравнение для электромагнитного поля и его решение. Скорость распространения электромагнитных волн в средах. Основные свойства электромагнитных волн. Энергия и поток энергии электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля. Излучение диполя. Диаграмма направленности. Эффект Доплера для электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн.

Вопросы для самоконтроля

1. В чём заключается максвелловская трактовка явления электромагнитной индукции?
2. В чём отличие тока смещения от тока проводимости?
3. Напишите систему уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.
4. В чём состоит физический смысл каждого уравнения Максвелла?
5. Напишите волновые уравнения для электромагнитного поля и их решения.
6. При каких условиях скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью света в вакууме?
7. Перечислите основные свойства электромагнитных волн.
8. Что называется вектором Умова – Пойнтинга? Каков его физический смысл?
9. Куда направлен вектор потока плотности электромагнитной энергии?
10. Что такое электрический диполь?
11. Приведите примеры использования электрического диполя.
12. Какие существуют диапазоны волн?

Примеры решения задач

4.1. Вдоль шнура распространяется поперечная волна, уравнение которой имеет вид $y = 0,05\sin(1,4\pi t - 0,5x)$, где y – смещение точек шнура, м; t – время, с; x – координата точек шнура, м.

Найдите: а) период колебания точек шнура T; б) скорость распространения волны V; в) длину волны λ; г) разность фаз колебания $\Delta\varphi$ точек шнура, находящихся на расстоянии $\Delta x = 1$ м; д) амплитуду скорости V_m поперечного движения частиц шнура.

Дано:	Решение:
$y = 0,05\sin(1,4\pi t - 0,5x)$ м $\Delta x = 1$ м	а) Как известно, уравнение поперечной плоской волны, распространяющейся вдоль оси X, имеет вид $$y = A\sin(\omega_0 t - kx + \alpha), \quad (4.1)$$
а) T – ? б) V – ? в) λ – ? г) $\Delta\varphi$ – ? д) V_m – ?	где A – амплитуда смещения; ω_0 – циклическая частота; k – волновое число; α – начальная фаза.

Из сравнения условий задачи и выражения (4.1) можно найти искомые величины.

Период колебания T связан с циклической частотой соотношением $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$. Поэтому $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = \dfrac{2\pi}{1,4\pi} = 1,42$ с.

б) Волновое число определяется выражением $k = \dfrac{\omega_0}{V}$.

Поэтому для скорости распространения волны

$$V = \frac{\omega_0}{k} = 8,8 \text{ м/с}.$$

в) По найденным значениям периода колебаний T и скорости волны V можно определить длину волны из соотношения $\lambda = VT = 12,5$ м.

г) Разность фаз колебаний любых двух точек шнура определяется формулой $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}(\Delta x) = k\Delta x.$

Поэтому для точек шнура из условия задачи

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta x = 0,5 \cdot 1 = 0,5 \text{ рад}.$$

д) Скорость смещения точек шнура в поперечном направлении получается дифференцированием по времени выражения (4.1), т. е.

$$\frac{dy}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t - kx + \alpha). \qquad (4.2)$$

Из условия задачи и формулы (4.2) для максимального значения скорости $\frac{dy}{dt}$ получается $V_m = A\omega_0 = 0{,}05 \cdot 1{,}4\pi = 0{,}22$ м/с.

Ответ: а) $T = 1{,}42$ с; б) $V = 8{,}8$ м/с; в) $\lambda = 12{,}5$ м; г) $\Delta\varphi = 0{,}5$ рад; д) $V_m = 0{,}22$ м/с.

4.2. В колебательном контуре амплитуда колебаний напряжения на обкладках конденсатора за время $\tau = 1 \cdot 10^{-3}$ с уменьшается в $n = 3$ раз. Найдите: а) величину коэффициента затухания B контура; б) величину активного сопротивления R контура; в) добротность Q контура, если электроемкость конденсатора $C = 0{,}2$ мкФ, индуктивность катушки $L = 8$ Гн.

Дано:
$C = 0{,}2$ мкФ
$L = 8$ Гн
$\tau = 1 \cdot 10^{-3}$ с
$n = 3$

а) B – ?
б) R – ?
в) Q – ?

Решение:

а) В колебательном контуре происходят затухающие электрические колебания. Амплитуда колебаний напряжения на обкладках конденсатора U_m со временем t уменьшается по закону

$$U_m(t) = U_0 e^{-Bt}, \qquad (4.3)$$

где U_0 – постоянная величина.

Через промежуток времени τ амплитуда напряжения

$$U_m(t+\tau) = U_0 e^{-B(t+\tau)} \qquad (4.4)$$

и уменьшается в n раз. Поэтому из выражений (4.3) и (4.4) получается

$$\frac{U_m(t)}{U_m(t+\tau)} = e^{B\tau} = n. \qquad (4.5)$$

Прологарифмировав выражение (4.5), для коэффициента затухания имеем $B = \frac{\ln n}{\tau} = \frac{\ln 3}{1 \cdot 10^{-3}} = 1100\,\text{с}^{-1}$.

б) Коэффициент затухания B и активное сопротивление R контура связаны соотношением

$$B = \frac{R}{2L}. \qquad (4.6)$$

Отсюда для величины R следует: $R = 2BL = 2 \cdot 1100 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 17{,}6$ Ом.

в) Как известно, добротность контура определяется формулой

$$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{17,6}\sqrt{\frac{8\cdot10^{-3}}{0,2\cdot10^{-6}}}=11,4.$$

Ответ: а) $B=1100$ с$^{-1}$; б) $R=17,6$ Ом; в) $Q=11,4$.

4.3. Цепь переменного тока с частотой $\nu=50$ Гц и напряжением $U=220$ В состоит из последовательно соединенных конденсатора электроемкостью $C=35,4$ мкФ и катушки с индуктивностью $L=0,7$ Гн и активным сопротивлением $R=100$ Ом. Найдите: а) импеданс Z; б) сдвиг по фазе φ между током и напряжением; в) силу тока I; г) падение напряжения на конденсаторе U_C, на катушке U_L и активное сопротивление U_R.

Дано:
$U=220$ В
$C=35,4$ мкФ
$L=0,7$ Гн
$R=100$ Ом
$\nu=50$ Гц

а) $Z-?$
б) $\varphi-?$
в) $I-?$
г) $U_C-?$
$U_L-?$
$U_R-?$

Решение:

Величины, характеризующие протекание тока циклической частоты $\omega=2\pi\nu$ в цепи, определяются выражениями для индуктивного сопротивления $X_L=\omega L$, емкостного сопротивления $X_C=\frac{1}{\omega C}$, реактивного сопротивления $X=X_L-X_C$. Поэтому для искомых в задаче величин имеем:

$$\text{а) } Z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}=$$

$$=\sqrt{10^4+(2\pi\cdot50\cdot0,7-\frac{1}{2\pi\cdot50\cdot35,4\cdot10^{-6}})^2}=164 \text{ Ом}.$$

$$\text{б) } \operatorname{tg}\varphi=\frac{X}{Z}=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}=\frac{130}{164}=0,793,\ \varphi=38^\circ25';$$

$$\text{в) } I=\frac{U}{Z}=\frac{220}{164}=1,34 \text{ А; г) } U_C=IX_C=120 \text{ В;}$$

$$U_L=IX_L=295 \text{ В; } U_R=IR=134 \text{ В.}$$

Ответ: а) $Z=164$ Ом; б) $\varphi=38^\circ25'$; в) $I=1,34$ А; г) $U_C=120$ В; $U_L=295$ В; $U_R=134$ В.

Задачи для самостоятельного решения

4.1. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5$ см, скорость её $V = 20$ см/с и ускорение $W = -80$ см/с^2. Найдите циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в рассматриваемый момент и амплитуду колебаний.

4.2. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = A\sin\omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 2$ с$^{-1}$. Найдите момент времени (ближайший к началу отсчёта), в который потенциальная энергия точки равна 10^{-4} Дж, а возвращающая сила $F = 5 \cdot 10^{-3}$ Н. Определите также фазу колебаний в этот момент времени.

4.3. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найдите разность фаз складываемых колебаний.

4.4. Два маятника начинают одновременно совершать колебания. За время первых 15 колебаний первого маятника второй совершил только 10 колебаний. Определите отношение длин маятников.

4.5. В какой машине меньше трясёт – в пустой или нагруженной? Почему?

4.6. Почему у камертона две ножки?

4.7. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1\sin\omega_1 t$, $y = A_2\sin\omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см, $\omega_1 = \pi$с$^{-1}$, $A_2 = 8$ см, $\omega_2 = \pi$с$^{-1}$, $\tau = 1$ с. Найдите уравнение траектории и начертите её с соблюдением масштаба.

4.8. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $V = 15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T = 1{,}2$ с. Определите разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20$ м, $x_2 = 30$ м.

4.9. Зависимость от времени t координаты q гармонического осциллятора имеет вид $x = A\sin(\omega_0 t + \alpha)$. Выразите через A и α начальные (в момент времени $t = 0$) значения координаты x_0 и скорости $\dot{x}_0$.

4.10. Энергия одномерного гармонического осциллятора имеет вид $E = m\,x^2/2 + kx^2/2$, где m – масса; k – коэффициент квазиупругой силы. Найдите амплитуду колебаний x_m и амплитуду скорости $\dot{x}_m$.

4.11. Зависимость координаты x от времени t некоторой системы с одной степенью свободы имеет вид $x = a_0\exp(-\beta t)\cos(\omega t + \alpha)$, где a_0, β, ω, α – константы. Какое движение совершает эта система? Перечислите его основные параметры.

4.12. Катушка индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин 0,01 м^2 и расстоянием между ними 0,1 мм. Найдите диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на частоту 400 кГц.

4.13. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 4 Гн и конденсатора ёмкостью 1 мкФ. Амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора равна 100 мкм. Напишите уравнение зависимости $q(t)$, $i(t)$ и $U(t)$.

4.14. Напряжение на обкладках конденсатора ёмкостью 1 мкФ меняется по закону $U = 100\cos 500t$ (В). Найдите: а) максимальное значение напряжения на конденсаторе; б) период, частоту и циклическую частоту колебаний в контуре; в) максимальный заряд конденсатора; г) индуктивность контура; д) максимальную силу тока в контуре.

4.15. На конденсаторе, включённом в колебательный контур, максимальное напряжение равно 100 В. Ёмкость конденсатора 10 пФ. Определите максимальные значения электрической и магнитной энергии в контуре.

4.16. Конденсатор ёмкостью 10 мкФ зарядили до напряжения 400 В и подключили к катушке. После этого возникли затухающие электрические колебания. Какое количество теплоты выделится в контуре за время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшится вдвое?

4.17. В колебательном контуре индуктивность катушки равна 0,2 Гн. Амплитуда силы тока 40 мА. Найдите энергию магнитного поля катушки и энергию электрического поля конденсатора в тот момент, когда мгновенное значение силы тока в два раза меньше амплитудного. Сопротивлением контура пренебречь.

4.18. После того как конденсатору колебательного контура был сообщён заряд 10^{-6} Кл, в контуре возникли затухающие колебания. Какое количество теплоты выделится в контуре к тому моменту времени, когда колебания полностью затухнут? Ёмкость конденсатора равна 0,01 мкФ.

4.19. Контур состоит из катушки индуктивностью 28 мкГн, резистора сопротивлением 1 Ом и конденсатора ёмкостью 2222 пФ. Какую мощность должен потреблять контур, чтобы в нём поддерживались незатухающие колебания, при которых максимальное напряжение на конденсаторе равно 5 В?

4.20. В сеть переменного тока напряжением 120 В последовательно включены проводник с активным сопротивлением 15 Ом и катушка индуктивностью 50 мГн. Найдите частоту тока, если амплитуда тока в сети равна 7 А.

4.21. Катушка индуктивностью 45 мГн и активным сопротивлением 10 Ом включена в сеть переменного тока с частотой 50 Гц. Напряжение в сети 220 В. Определите силу тока в катушке и сдвиг фаз между силой тока и напряжением.

Контрольное задание № 4

Таблица вариантов задач по разделу «Колебания и волны»

Вариант	Номер задачи				
1	4.1	4.11	4.21	4.10	4.20
2	4.2	4.12	4.1	4.11	4.21
3	4.3	4.13	4.2	4.12	4.1
4	4.4	4.14	4.3	4.13	4.2
5	4.5	4.15	4.4	4.14	4.3
6	4.6	4.16	4.5	4.15	4.4
7	4.7	4.17	4.6	4.16	4.5
8	4.8	4.18	4.7	4.17	4.6
9	4.9	4.19	4.8	4.18	4.7
10	4.10	4.20	4.9	4.19	4.8
11	4.1	4.11	4.21	4.10	4.20
12	4.2	4.12	4.1	4.11	4.21
13	4.3	4.13	4.2	4.12	4.1
14	4.4	4.14	4.3	4.13	4.2
15	4.5	4.15	4.4	4.14	4.3
16	4.6	4.16	4.5	4.15	4.4
17	4.7	4.17	4.6	4.16	4.5
18	4.8	4.18	4.7	4.17	4.6
19	4.9	4.19	4.8	4.18	4.7
20	4.10	4.20	4.9	4.19	4.8

Раздел 5

ОПТИКА

Распространение света через границу двух сред

Теоретический материал

Электромагнитная природа света. Принцип Гюйгенса. Закон отражения и преломления. Абсолютный и относительный показатели преломления. Полное внутреннее отражение. Световоды. Геометрическая оптика как предельный случай волновой оптики. Оптические инструменты.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса.
2. Поясните физический смысл законов отражения и преломления.
3. В чём различие абсолютного и относительного показателей преломления?
4. Каков физический принцип работы световода?
5. Поясните границы применимости геометрической оптики.

Интерференция света

Теоретический материал

Монохроматические и немонохроматические волны. Понятие о разложении Фурье. Принцип суперпозиции и интенсивность при сложении световых волн. Когерентность световых волн. Время и длина когерентности. Оптическая длина пути. Оптическая разность хода. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Полосы равной толщины и равного наклона. Многолучевая интерференция. Способы получения когерентных лучей. Интерферометры.

Вопросы для самоконтроля

1. В чём заключается разложение Фурье?
2. Что такое когерентность?
3. В чём состоит временная когерентность? Каков смысл времени и длины когерентности?

4. Поясните понятие пространственной когерентности. Каков смысл радиуса когерентности?

5. Дайте определение оптическому пути и оптической разности хода.

6. Опишите способы получения когерентных лучей.

Дифракция света

Теоретический материал

Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света. Дифракция Френеля. Дифракция Френеля от круглого отверстия и круглого диска. Дифракция Фраунгофера от бесконечно длинной прямой щели. Дифракция от одномерной дифракционной решетки. Разрешающая способность оптических инструментов. Понятие о голографии.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса – Френеля.
2. В чём физический смысл метода зон Френеля?
3. Чем отличается дифракция Френеля от дифракции Фраунгофера?
4. Нарисуйте качественную картину распределения интенсивности света на экране за дифракционной решёткой.
5. Как определяется разрешающая способность оптических приборов?

Поляризация света

Теоретический материал

Естественный и поляризованный свет. Степень поляризации. Поляризация света при преломлении и отражении. Закон Брюстера. Поляризация при двойном лучепреломлении. Обыкновенный и необыкновенный лучи. Оптическая ось кристалла. Поляроиды и поляризационные призмы. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса. Искусственная оптическая анизотропия. Оптическая активность вещества. Эффекты Керра и Фарадея.

Вопросы для самоконтроля

1. Чем отличается поляризованный свет от естественного? Назовите и поясните виды поляризованного света.

2. Как определяется степень поляризации?

3. Сформулируйте закон Брюстера.

4. Дайте определение обыкновенному и необыкновенному лучу.

5. Чем отличается поляризатор от анализатора?

6. Каково техническое применение эффектов Керра и Фарадея?

Дисперсия света

Теоретический материал

Затруднения в электромагнитной теории Максвелла. Нормальная и аномальная дисперсии. Методы наблюдения дисперсии. Призматический и дифракционный спектры. Электронная теория дисперсии света. Поглощение света. Закон Бугера. Цвета тел и спектры поглощения.

Вопросы для самоконтроля

1. Каковы затруднения электромагнитной теории Максвелла?

2. В чём заключается дисперсия света?

3. В чём различие нормальной и аномальной дисперсий?

4. Сформулируйте основные положения электронной дисперсии света.

5. Какие виды спектров вы знаете? В чём их различия?

6. Дайте характеристику спектра поглощения. В чём различие спектра паров веществ и твёрдых тел?

Примеры решения задач

5.1. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ падает по нормали пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине $d_{\min}$ пленка в отраженном свете будет казаться зеленой ($\lambda_0 = 550$ нм)?

Дано:	Решение:
$n = 1,33$ $\lambda_0 = 550$ нм	Падающий на пленку пучок белого света содержит лучи различных длин волн. При отражении происходит интерференция частей волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пленки. Как известно, разность хода Δ интерферирующих лучей
$d_{\min}$ – ?	

определяется выражением

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}, \qquad (5.1)$$

где d – толщина пленки; i – угол падения волны на поверхность пленки; λ – длина волны. Для того чтобы в отраженном свете пленка выглядела зеленой и при этом имела минимальную толщину, разность хода должна равняться λ_0. Поэтому, как это следует из формулы (5.1),

$$2d_{\min}\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = \frac{\lambda_0}{2}. \qquad (5.2)$$

Учитывая, что угол падения $i = 90°$, из соотношения (5.2)

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4n} = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 1,33} = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $d_{\min} = 1,0 \cdot 10^{-7}$ м.

5.2. На прозрачную дифракционную решетку с периодом $d = 1,50$ мкм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 530$ нм. Найдите: а) наибольший порядок m главного дифракционного максимума; б) угол дифракции φ_m главного дифракционного максимума наибольшего порядка.

Дано:	Решение:
$\lambda = 530$ нм $d = 1,50$ мкм	а) Условие главного дифракционного максимума порядка m имеет вид
а) m – ? б) φ_m – ?	$$d \cdot \sin\varphi = \pm m\lambda \;\; (m = 0, 1, 2, ...), \qquad (5.3)$$ где φ – угол дифракции соответствующего главного максимума.

Как следует из формулы (5.3), наибольший порядок дифракционного максимума должен удовлетворять соотношению

$$\frac{m\lambda}{d} = \sin\varphi_m \le 1.$$

Отсюда $m = \frac{d}{\lambda} = \frac{1,5 \cdot 10^{-6}}{530 \cdot 10^{-9}} = 2,83 = 2.$

б) Для соответствующего угла дифракции

$$\varphi_m = \arcsin\frac{m\lambda}{d} = \arcsin\frac{2 \cdot 530 \cdot 10^{-9}}{1,5 \cdot 10^{-6}} = \arcsin 0,7066 = 45^{\circ}.$$

Ответ: $m = 2$; $\varphi_m = 45^{\circ}$.

5.3. Луч света, падающий на поверхность кристалла каменной соли, при отражении максимально поляризуется, если угол падения i равен 57°. Найдите: а) показатель преломления n кристалла каменной соли; б) скорость распространения V света в этом кристалле.

Дано:	Решение:
$i = 57^{\circ}$	а) Согласно закону Брюстера отраженный луч света
а) n – ? б) V – ?	максимально поляризован, если угол падения луча удовлетворяет соотношению $$\mathrm{tg}\, i = n. \quad (5.4)$$

Поэтому абсолютный показатель преломления кристалла

$$n = \mathrm{tg}\, i = \mathrm{tg}\, 57^{\circ} = 1,54.$$

б) Скорость света в кристалле может быть найдена из известного соотношения

$$V = \frac{c}{n}, \quad (5.5)$$

где c – скорость света в вакууме.

Поэтому из формул (5.4) и (5.5)

$$V = \frac{c}{n} = \frac{c}{\mathrm{tg}\, i} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{1,54} = 1,95 \cdot 10^{8}\ \text{м/с}.$$

Ответ: а) $n = 1,54$; б) $V = 1,95 \cdot 10^{8}$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения

5.1. В каком направлении распространяется плоская волна с волновым вектором: а) (k, 0, 0); б) ($-k$, $-k$, 0); в) (k, $-k$, 0); г) (0, 0, $-k$)? Определите частоту ω и длину λ этих волн, если их скорость в среде известна и равна v. Напишите соответствующие волновые уравнения.

5.2. На пути пучка света поставлена стеклянная пластина толщиной d = 1 мм так, что угол падения луча i_1 = 30º. На сколько изменится оптическая длина пути светового пучка?

5.3. На мыльную плёнку с показателем преломления n = 1,33 падает по нормали монохроматический свет с длиной волны λ = 0,66 мкм. Отражённый свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина $d_{\min}$ плёнки?

5.4. Радиус второго тёмного кольца Ньютона в отражённом свете r_2 = 0,4 мм. Определите радиус R кривизны плоско-выпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны λ = 0,64 мкм.

5.5. На пластину с щелью, ширина которой a = 0,05 мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ = 0,7 мкм. Определите угол φ отклонения лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму.

5.6. Дифракционная решётка, освещённая нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол φ_1 = 30º. На какой угол φ_2 отклоняет она спектр четвёртого порядка?

5.7. Угол преломления луча в жидкости i_2 = 35. Определите показатель преломления n жидкости, если известно, что отражённый пучок света максимально поляризован.

5.8. Можно ли наблюдать дифракцию Френеля от отверстия радиусом r ~ 1,0 мм при освещении его солнечным светом?

5.9. На сколько процентов уменьшается интенсивность света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10 %.

5.10. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим параллельно главной оптической оси линзы. Наблюдение ведётся в отражённом свете. Радиусы двух соседних тёмных колец равны 4,0 и 4,38 мм. Радиус кривизны линзы 6,4 м. Найдите порядковые номера колец и длину волны падающего света.

5.11. Пучок света падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Длина волны света 582 нм, угол клина 20°. Какое число тёмных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла 1,5.

5.12. При помощи дифракционной решётки с периодом 0,02 мм получено первое дифракционное изображение на расстоянии 3,6 см от центрального и на расстоянии 1,8 м от решётки. Найдите длину световой волны.

5.13. Дифракционная решётка, постоянная которой равна 0,004 мм, освещается светом с длиной волны 687 нм. Под каким углом к решётке нужно проводить наблюдение, чтобы видеть изображение спектра второго порядка?

5.14. При освещении дифракционной решётки светом с длиной волны 627 нм на экране получились полосы, расстояние между которыми оказалось равным 39,6 см. Зная, что экран расположен на расстоянии 120 см от решётки, найдите постоянную решётки.

5.15. Какое число штрихов на единицу длины имеет дифракционная решётка, если зелёная линия ртути (λ = 546,1 нм) в спектре первого порядка наблюдается под углом 19°8′?

5.16. На дифракционную решётку, имеющую период 2 мкм, падает нормально свет, пропущенный сквозь светофильтр. Фильтр пропускает волны длиной от 500 до 600 нм. Будут ли спектры разных порядков перекрывать друг друга?

5.17. Частично линейно-поляризованный свет рассматривается через николь. При повороте николя на угол 60° от положения, соответствующего максимальной яркости, яркость пучка уменьшается в три раза. Найдите отношение интенсивностей естественного и линейно-поляризованного света, а также степень поляризации пучка.

5.18. Для каких волн видимой части спектра кристаллическая пластинка толщиной 1 мм, вырезанная параллельно оптической оси, служит пластинкой в четверть волны? Разность показателей преломления обыкновенных и необыкновенных лучей в диапазоне видимого излучения $9{,}0 \cdot 10^{-3}$.

5.19. Между двумя параллельными николями помещают кварцевую пластинку толщиной 1 мм, вырезанную параллельно оптической оси. При этом плоскость поляризации монохроматического света, падающего на поляризатор, повернулась на угол 20°. При какой минимальной толщине пластинки свет не пройдёт через анализатор?

5.20. Монохроматический пучок света проходит через ячейку Керра со скрещенными николями. Конденсатор заполнен сероуглеродом, длина пластин конденсатора 10 мм, расстояние между ними 2,2 мм. Если на конденсатор подать напряжение 7,15 кВ, яркость света, выходящего из анализатора, оказывается максимальной. Определите константу Керра для света данной частоты.

Контрольное задание № 5

Таблица вариантов задач по разделу «Оптика»

Вариант	Номер задачи				
1	5.1	5.11	5.15	5.5	5.16
2	5.2	5.12	5.16	5.6	5.17
3	5.3	5.13	5.17	5.7	5.18
4	5.4	5.14	5.18	5.8	5.19
5	5.5	5.15	5.19	5.9	5.20
6	5.6	5.16	5.20	5.10	5.1
7	5.7	5.17	5.1	5.11	5.2
8	5.8	5.18	5.2	5.12	5.3
9	5.9	5.19	5.3	5.13	5.4
10	5.10	5.20	5.4	5.14	5.5
11	5.1	5.11	5.15	5.5	5.16
12	5.2	5.12	5.16	5.6	5.17
13	5.3	5.13	5.17	5.7	5.18
14	5.4	5.14	5.18	5.8	5.19
15	5.5	5.15	5.19	5.9	5.20
16	5.6	5.16	5.20	5.10	5.1
17	5.7	5.17	5.1	5.11	5.2
18	5.8	5.18	5.2	5.12	5.3
19	5.9	5.19	5.3	5.13	5.4
20	5.10	5.20	5.4	5.14	5.5

Раздел 6

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И АТОМНОЙ ФИЗИКИ. ФИЗИКА ТВЁРДОГО ТЕЛА

Корпускулярные свойства волн

Теоретический материал

Внешний фотоэффект и его законы. Фотоны. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Масса и импульс фотона. Опыты Лебедева. Квантовое и волновое объяснения давления света. Эффект Комптона и его теория. Диалектическое единство корпускулярных и волновых свойств электромагнитного излучения.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте законы внешнего фотоэффекта.
2. Как будет изменяться максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона при увеличении частоты падающего излучения?
3. В чём физический смысл эффекта Комптона?
4. В чём различие характера взаимодействия при эффекте Комптона и фотоэффекте?
5. Сформулируйте корпускулярные свойства электромагнитных волн.

Тепловое излучение

Теоретический материал

Равновесное излучение в полости. Абсолютно чёрное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана – Больцмана. Закон смещения Вина. Формула Рэлея – Джинса. Распределение энергии в спектре абсолютно чёрного тела. Ультрафиолетовая катастрофа. Квантовая гипотеза и формула Планка.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое равновесное тепловое излучение?
2. Дайте определение абсолютно чёрному телу.

3. Сформулируйте закон Стефана – Больцмана.

4. В область каких длин волн сместится максимум испускательной способности абсолютно чёрного тела при увеличении термодинамической температуры?

5. В чём заключается квантовая гипотеза?

6. При каких условиях из формулы Планка можно получить формулу Рэлея – Джинса?

Волновые свойства частиц. Уравнение Шредингера

Теоретический материал

Трудности классической электродинамики при объяснении строения атома. Волны де Бройля. Опытное обоснование волновых свойств частиц. Корпускулярно-волновой дуализм свойств материи. Волновая функция и её статистический смысл. Принцип причинности в квантовой механике. Общее уравнение Шредингера для стационарных состояний. Свободная частица. Туннельный эффект. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме». Принцип соответствия Бора. Линейный гармонический осциллятор.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие опыты подтвердили волновые свойства частиц?

2. Сформулируйте принцип неопределённостей.

3. Почему при физической интерпретации волновой функции говорят не о самой функции, а о квадрате её модуля ψ^2?

4. Может ли $|\psi(x)|^2$ быть больше единицы?

5. Запишите стационарное уравнение Шредингера для линейного гармонического осциллятора.

Квантово-механическая теория атома водорода

Теоретический материал

Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода. Главное, орбитальное и магнитное квантовые числа. Квантование энергии электрона в атоме. Спектр атома водорода. Правила отбора. Опыт

Штерна и Герлаха. Спин электрона. Спиновое квантовое число. Магнитное спиновое квантовое число. Квантование момента импульса. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям. Электронные оболочки (слои), подоболочки. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева.

Вопросы для самоконтроля

1. Поясните физический смысл волновой функции для атома водорода.

2. Какими квантовыми числами определяется состояние электрона в центрально-симметричном силовом поле атома? Каков физический смысл этих чисел и какие значения они могут принимать?

3. Чему равна плотность вероятности обнаружения электрона в основном состоянии водорода?

4. Сформулируйте принцип Паули.

5. В чём состоит открытие Д. И. Менделеева?

Элементы квантовой статистики

Теоретический материал

Принцип неразличимости тождественных частиц. Бозоны и фермионы. Невырожденные и вырожденные системы. Элементарная ячейка фазового пространства. Плотность состояний. Понятие о квантовой статистике Бозе – Эйнштейна. Понятие о квантовой статистике Ферми – Дирака.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение бозонам и фермионам.

2. В чём различие между вырожденными и невырожденными системами?

3. Дайте определение плотности состояний.

4. Каковы основные особенности статистики Бозе – Эйнштейна?

5. Сформулируйте определение статистики Ферми – Дирака.

Тепловые свойства твёрдых тел

Теоретический материал

Классическая теория теплоёмкости твёрдых тел. Закон Дюлонга и Пти. Фононы. Распределение фононов по энергиям. Теплоёмкость кристаллической решётки как теплоёмкость фононного газа в твёрдом теле. Распределение фононного газа в твёрдом теле. Распределение электронов проводимости в металле по энергиям при абсолютном нуле температуры. Энергия Ферми. Влияние температуры на распределение электронов проводимости. Уровень Ферми. Внутренняя энергия и теплоёмкость электронного газа в металле.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое фононный газ?
2. Дайте определение электронам проводимости.
3. Сформулируйте распределение Ферми по энергиям электронов в металле.
4. Как определяется уровень Ферми в металле при T = 0 К?
5. Что такое электронный газ?

Зонная теория твёрдых тел

Теоретический материал

Расщепление энергетических уровней атомов при образовании кристалла. Энергетические зоны в кристаллах. Распределение электронов по энергетическим зонам. Валентная зона и зона проводимости. Металлы, диэлектрики, полупроводники. Собственная проводимость полупроводников. Электроны проводимости и дырки. Примесная проводимость полупроводников. Электронный и дырочный полупроводники.

Вопросы для самоконтроля

1. Какова зонная структура проводника, полупроводника и изолятора?
2. Объясните механизм собственной и примесной проводимости полупроводников.

3. Каков физический смысл понятия «уровень Ферми»?

4. Дайте определение p-n-перехода.

5. Объясните физические процессы, происходящие при образовании p-n-перехода.

Атомное ядро. Радиоактивность. Ядерные реакции

Теоретический материал

Заряд, масса и размер атомного ядра. Зарядовое и массовое числа. Момент импульса ядра и его магнитный момент. Состав ядра. Нуклоны. Изотопы. Взаимодействие нуклонов и понятие о свойствах и природе ядерных сил. Дефект массы и энергия связи ядра. Закон радиоактивного распада. Правило смещения. α-распад. β-распад. γ-излучение. Ядерные реакции и законы сохранения. Реакция синтеза атомных ядер.

Вопросы для самоконтроля

1. Опишите модели ядра.
2. Чем различаются изотопы?
3. Опишите природу ядерных сил.
4. Сформулируйте закон радиоактивного распада.
5. Какие виды радиоактивных распадов существуют? Опишите их особенности.

Элементарные частицы

Теоретический материал

Классификация элементарных частиц. Взаимная превращаемость элементарных частиц. Четыре типа фундаментальных взаимодействий: сильные, электромагнитные, слабые и гравитационные.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие частицы относятся к элементарным?
2. Дайте основную систематику элементарных частиц.
3. Что такое аннигиляция?
4. Какие типы фундаментальных взаимодействий вы знаете?
5. Дайте определения фундаментальных взаимодействий.

Примеры решения задач

6.1. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол ϑ = 90º. Энергия рассеянного фотона ε_2 = 0,4 МэВ. Определите энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Дано:	Решение:
ϑ = 90º ε_2 = 0,4 МэВ	Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона
ε_1 – ?	

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\vartheta}{2}, \qquad (6.1)$$

где $\Delta\lambda$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроне, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$; h – постоянная Планка; m_0 – масса покоя электрона; c – скорость света в вакууме; ϑ – угол рассеяния фотона.

Преобразуем формулу (6.1), выразив длины волн λ_1 и λ_2 через энергии ε_1 и ε_2 соответствующих фотонов, воспользовавшись формулой $\varepsilon = hc/\lambda$. Умножим числитель и знаменатель правой части формулы (6.1) на c. Получим

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2} 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}.$$

Сократим на hc и выразим из этой формулы искомую энергию

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2 2\sin^2(\vartheta/2)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_0 \sin^2(\vartheta/2)}, \qquad (6.2)$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя электрона.

Вычисления проведём в мегаэлектронвольтах. Так как для электрона E_0 = 0,511 МэВ, то $\varepsilon_1 = \dfrac{0,4\cdot 0,511}{0,511 - 2\cdot 0,4\sin^2(\vartheta/2)}$ = 1,85 МэВ.

Ответ: ε_1 = 1,85 МэВ.

6.2. Электрон в атоме водорода перешёл с четвёртого энергетического уровня на второй. Определите энергию испущенного при этом фотона.

Дано:	Решение:
Z = 1 n_1 = 2 n_2 = 4	Для определения энергии фотона воспользуемся сериальной формулой для водородоподобных ионов
ε – ?	

$$1/\lambda = RZ^2(1/n_1^2 - 1/n_2^2), \qquad (6.3)$$

где λ – длина волны фотона; R – постоянная Ридберга; Z – заряд ядра в относительных единицах (при $Z = 1$ переходит в сериальную формулу для водорода); n_1 – номер орбиты, на которую перешёл электрон; n_2 – номер орбиты, с которой перешёл электрон (n_1 и n_2 – главные квантовые числа).

Энергия фотона ε выражается формулой $\varepsilon = hc/\lambda$. Умножив обе части равенства (6.3) на hc, получим выражение для энергии фотона

$$\varepsilon = Rhc\,Z^2\,(1/n_1^2 - 1/n_2^2).$$

Так как Rhc есть энергия ионизации E_i атома водорода, то

$$\varepsilon = E_i\,Z^2\,(1/n_1^2 - 1/n_2^2). \qquad (6.4)$$

Для водорода $E_i = 13{,}6$ эВ.

Подставляя исходные данные в (6.4), получим $\varepsilon = 13{,}6\ 1^2\ (1/2^2 - 1/4^2) = 2{,}55$ эВ.

Ответ: $\varepsilon = 2{,}55$ эВ.

6.3. Определите период полураспада радия, если известно, что $m = 1{,}00$ г радия образует в течение года массу гелия, занимающего в нормальных условиях объём $\Delta V = 0{,}043$ см^3.

Дано:	Решение:
$m = 1{,}00$ г	Число атомов радия, распавшихся за некоторый промежуток времени t,
$\Delta V = 0{,}043$ см^3	$\Delta n = n_0 - n,$ (6.5)
T – ?	

где n_0 – число атомов в начальный момент; n – число атомов после промежутка времени t. Количество n атомов радиоактивного вещества, оставшихся из первоначального числа n_0 по истечении промежутка времени t, определяется законом радиоактивного распада

$$n = n_0 e^{-\lambda t}, \qquad (6.6)$$

где λ – постоянная радиоактивного распада, которая связана с периодом полураспада T (временем, в течение которого распадается половина первоначально взятого вещества) соотношением $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$. Выражение $e^{-\lambda t}$ в формуле (6.6) можно преобразовать к виду, более удобному для вычислений:

$$e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{T}t} = (e^{\ln 2})^{-\frac{t}{T}} = 2^{-\frac{t}{T}}.$$

Тогда закон радиоактивного распада можно записать $n = n_0 2^{-\frac{t}{T}}$.

Используя закон радиоактивного распада, получим

$$\Delta n = n_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T}}). \qquad (6.7)$$

Число распавшихся атомов радия Δn равно числу атомов гелия, образовавшихся после ряда достаточно быстрых радиоактивных превращений, а последнее число равно числу киломолей гелия, содержащихся в объёме ΔV, умноженному на число Авогадро N_0: $\Delta n = \frac{\Delta V}{V_0} N_0$, где V_0 – объём одного киломоля любого газа, находящегося в нормальных условиях ($\Delta V_0 = 22{,}4$ м^3/кмоль).

Первоначальное число атомов радия n также равно числу киломолей, содержащихся в массе m радия, умноженному на число Авогадро: $n_0 = \frac{m}{A} N_0$, где A – масса киломоля радия, численно равная его относительной атомной массе.

Подставляя выражения для Δn и n_0 в формулу (6.7), получим

$$\frac{\Delta V}{V_0} N_0 = \frac{m}{A} N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T}}).$$

Отсюда находим $T = -t \dfrac{\lg 2}{\lg(1 - \frac{A\Delta V}{mV_0})}$. Подставляя данные, находим

$$T = -1{,}00 \frac{\lg 2}{\lg(1 - \frac{226\, 4{,}3 \cdot 10^{-8}}{1{,}00 \cdot 10^{-3} \cdot 22{,}4})} = -\frac{0{,}301}{\lg 0{,}99957} = 1{,}6 \cdot 10^3 \text{ лет.}$$

Ответ: $T = 1{,}6 \cdot 10^3$ лет.

6.4. Определите возраст деревянного изделия, если его активность составляет 8,6 распадов в минуту на каждый грамм содержащегося в изделии углерода. Известно, что каждый грамм углерода в живом организме испускает 15,3 β-частиц в минуту.

Дано:	Решение:
$a_0 = 15{,}3$ расп/мин $a = 8{,}6$ расп/мин $T = 5568$ лет	В результате жизнедеятельности живого организма происходит обмен углеродом между организмом и средой. Наряду со стабильными изотопами углерода ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ и ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ в углероде присутствует
t – ?	

β-активный углерод ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$, содержание которого в живом организме поддерживается при обмене углеродом. Когда организм умирает, то обмен углеродом прекращается, и количество атомов β-активного углерода ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ в результате радиоактивного распада убывает.

Известно, что активность радиоактивного препарата измеряется количеством атомов, распадающихся в течение единицы времени:

$$a = \left|\frac{dn}{dt}\right| = \lambda n = \frac{\ln 2}{T} n.$$

Активность препарата уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону $a = a_0 e^{-\lambda t} = a_0 2^{-\frac{t}{T}}$, где a – активность после промежутка времени t; a_0 – активность препарата в начальный момент.

Тогда через промежуток времени t после смерти организма его β-активность убывает по формуле

$$a = a_0 2^{-\frac{t}{T}}. \tag{6.8}$$

Из (6.8) промежуток времени, протекший с момента смерти организма,

$$t = T\,\frac{\lg\frac{a_0}{a}}{\lg 2}. \tag{6.9}$$

Подставляя численные данные в (6.9), получим

$$t = 5{,}57 \cdot 10^3\,\frac{\lg\frac{15{,}3}{8{,}6}}{\lg 2} = 4{,}6 \cdot 10^3 \text{ лет.}$$

Ответ: $t = 4{,}6 \cdot 10^3$ лет.

Задачи для самостоятельного решения

6.1. Определите энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной.

6.2. Определите первый потенциал возбуждения φ_1 атома водорода.

6.3. Вычислите длину волны де Бройля λ для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U = 22,5 В.

6.4. Вычислите длину волны де Бройля λ для протона, движущегося со скоростью V = 0,6c (c – скорость света в вакууме).

6.5. Оцените с помощью соотношения неопределённостей минимальную кинетическую энергию $T_{\min}$ электрона, движущегося внутри сферической области диаметром d = 0,1 нм.

6.6. Определите относительную неопределённость $\Delta p/p$ импульса движущейся частицы, если допустить, что неопределённость её координаты равна длине волны де Бройля.

6.7. Электрон находится в прямоугольном потенциальном ящике с непроницаемыми стенками. Ширина ящика l = 0,2 нм, энергия электрона в ящике E = 37,8 эВ. Определите номер n энергетического уровня и модуль волнового вектора $\vec{k}$.

6.8. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружения частицы: а) в средней трети ящика? б) в крайней трети ящика?

6.9. Вычислите энергию связи $E_{св}$ ядра дейтерия ${}_1^2\mathrm{H}$ и трития ${}_1^3\mathrm{H}$.

6.10. Вычислите энергетический эффект Q реакции ${}_4^9\mathrm{B}e + {}_2^4\mathrm{H}e \rightarrow$
$\rightarrow {}_6^{12}\mathrm{C} + {}_0^1\mathrm{n}$.

6.11. Вычислите энергетический эффект Q реакции ${}_3^6\mathrm{Li} + {}_1^1\mathrm{H} \rightarrow$
$\rightarrow {}_2^3\mathrm{H}e + {}_2^4\mathrm{H}e$.

6.12. Определите число N атомов радиоактивного препарата йода ${}_{53}^{131}\mathrm{I}$ массой m = 0,5 мкг, распавшихся в течение времени: 1) t_1 = 1 мин; 2) t_2 = 7 сут.

6.13. Определите активность A радиоактивного препарата ${}_{38}^{98}\mathrm{Sr}$ массой m = 0,1 мкг.

6.14. Постоянная распада λ рубидия $^{89}\mathrm{Rb}$ равна 0,00077 $с^{-1}$. Определите его период полураспада $T_{1/2}$.

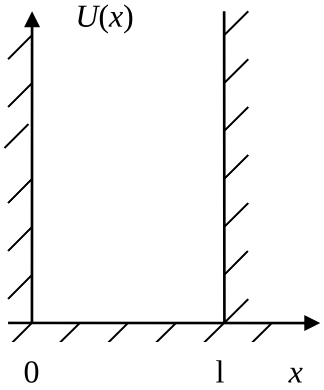
6.15. Какая часть начального количества атомов распадётся за один год в радиоактивном изотопе тория $^{228}\mathrm{Th}$.

6.16. Определите теплоту Q, необходимую для нагревания кристалла меди массой m = 100 г от T_1 = 10 К до T_2 = 20 К. Характеристическая температура Дебая для меди Θ_D = 320 К. Считать условие $T_2 << \Theta_D$ выполненным.

6.17. Выразите среднюю квадратичную скорость $<V_{кв}>$ через максимальную скорость V_{max} электронов в металле при температуре 0 К.

6.18. Металл находится при температуре 0 К. Определите относительное число электронов, энергии которых отличаются от энергии Ферми не более чем на 2 %.

6.19. Сравните длины волн де Бройля для электрона и протона, имеющих одинаковую скорость.



6.20. Частица массой m находится в одномерной, бесконечно глубокой потенциальной яме прямоугольной формы (рисунок). а) Запишите уравнение Шредингера для частицы и его общее решение; б) Запишите граничные условия и выберите систему отвечающих им собственных решений; в) Определите нормировочный коэффициент для найденных функций и покажите, что он не зависит от номера состояния n.

6.21. Запишите обозначения состояний атома водорода, в которых может находиться электрон, имеющий главное квантовое число n = 4.

6.22. Сколько электронов в атоме могут иметь одинаковые квантовые числа: а) n, l, m_l, m_s; б) n, l, m_l; в) n, l ; г) n.

6.23. Какую группу электронов в атоме называют: а) подоболочкой; б) оболочкой? Укажите максимально возможное число электронов в оболочке и подоболочке.

6.24. Какое число электронов в атоме образует замкнутую оболочку с квантовым числом n = 1, 2, 3, 4, 5?

6.25. Оцените собственное время жизни τ нестабильной частицы, если ширина ΔE уровня её собственной энергии составляет: а) 10 кэВ; б) 1 МэВ; в) 100 МэВ.

Контрольное задание № 6

Таблица вариантов задач по разделу
«Элементы квантовой механики и атомной физики.
Физика твёрдого тела»

Вариант	Номер задачи				
1	6.1	6.11	6.21	6.6	6.16
2	6.2	6.12	6.22	6.7	6.17
3	6.3	6.13	6.23	6.8	6.18
4	6.4	6.14	6.24	6.9	6.19
5	6.5	6.15	6.25	6.10	6.20
6	6.6	6.16	6.1	6.11	6.21
7	6.7	6.17	6.2	6.12	6.22
8	6.8	6.18	6.3	6.13	6.23
9	6.9	6.19	6.4	6.14	6.24
10	6.10	6.20	6.5	6.15	6.25
11	6.1	6.11	6.21	6.6	6.16
12	6.2	6.12	6.22	6.7	6.17
13	6.3	6.13	6.23	6.8	6.18
14	6.4	6.14	6.24	6.9	6.19
15	6.5	6.15	6.25	6.10	6.20
16	6.6	6.16	6.1	6.11	6.21
17	6.7	6.17	6.2	6.12	6.22
18	6.8	6.18	6.3	6.13	6.23
19	6.9	6.19	6.4	6.14	6.24
20	6.10	6.20	6.5	6.15	6.25

СПИСОК ПРИМЕРНЫХ ТЕМ РЕФЕРАТОВ

1. Лазеры: их строение и применение.
2. Принцип работы и область применения лазеров.
3. Тепловые двигатели.
4. История развития ядерной физики.
5. Атомное ядро.
6. Электромагнитные волны.
7. Люминесцентные методы измерения температуры.
8. Фазовые равновесия и фазовые переходы.
9. Специальная теория относительности А. Эйнштейна.
10. Физическая природа шаровой молнии.
11. Роль термодинамики в современной физике.
12. Корпускулярно-волновой дуализм.
13. Родоначальники авиации и внедрение реактивной техники.
14. Модель Большого взрыва и хронология Вселенной.
15. Чёрные дыры.
16. История открытия сверхпроводимости.
17. Современное состояние экспериментальной физики.
18. Важнейшие этапы развития физики.
19. Русские учёные – лауреаты Нобелевской премии по физике.
20. История создания атомной бомбы.
21. Периодическая таблица элементов Д. И. Менделеева – важнейший этап в развитии физической науки.
22. Современные измерители нормального ускорения свободного падения.
23. Роль физики в подготовке к полёту человека в космос.
24. Эксперимент как основной элемент познания.
25. Применение законов физики в технике.
26. А. С. Попов – основоположник радио.
27. Атом. История изучения.

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

1.1. $W_\tau = \dfrac{(av)}{v^2}\vec{V}$, $W_n = W - \dfrac{(av)}{v^2}v$.

1.2. 1,5 с; –6 м/с; –4 м/с^2; 9,84 м/с^2.

1.3. 0,235 с; 5,1 м/с; 0,286 м/с.

1.4. 6,28 м/с; –0,572 м/с.

1.5. 1 м/с; 3 м/с.

1.6. 2 шага; 4 шага.

1.7. 40 м/с.

1.8. –6 м/с; 4 м/с.

1.9. В 4 раза.

1.10. Центр масс прыгуна движется по параболической траектории.

1.11. 1,4 м/с^2; 8,4 Н.

1.12. 3,27 м/с^2; 1,31 Н; 1,96 Н.

1.13. У первого больше в 1,2 раза.

1.14. 3,55 м/с.

1.15. а) импульс тела не сохраняется; б) сохраняется проекция импульса на горизонтальное направление.

1.16. 0,195 рад/с.

1.17. 250 кг.

1.18. В 1,7 раза.

1.19. 1,05 ч.

1.20. 3,64 · 10^{-22} кг · м/с.

2.1. 2,33 · 10^{-26} кг.

2.2. 2,69 · 10^{19} см$^{-3}$; 3,35 · 10^{22} см$^{-3}$; 1,72 · 10^{22} см$^{-3}$; 6,02 · 10^{22} см$^{-3}$.

2.3. 32 · 10^{-3} кг/моль.

2.4. 41,4 нПа; 13,8 мкПа.

2.5. 44,1.

2.6. 6, 4 м^3.

2.7. 1,69 МПа.

2.8. 1,24 · 10^{-20} Дж; 6,2 · 10^{-21} Дж.

2.9. 1,04 кДж/(кг · К); 743 Дж/(кг · К).

2.10. 877 Дж/(кг · К); 629 Дж/(кг · К).

2.11. 1,24 кДж/(кг · К); 902 Дж/(кг · К).

2.12. 910 Дж/(кг · К); 650 Дж/(кг · К).
2.13. 5 МДж; 0; 5 МДж.
2.14. 400 кДж; 160 кДж; 560 кДж.
2.15. 0; 126 кДж; 126 кДж.
2.16. 324 °C.
2.17. 28,1 кДж.
2.18. 3,62 мДж; 2,66 Па.
2.19. 4,42 мм.
2.20. –5,57 мм.
2.21. а) 0; б) 0; в) 1/2; г) 1/8.
2.22. а) смещается вправо $\sqrt{T}$, высота максимума убывает $1/\sqrt{T}$; относительное число определённых «быстрых» молекул не меняется; б) смещается влево $1/\sqrt{m}$, высота максимума растёт $\sqrt{m}$, относительное число «быстрых» молекул не меняется (здесь $v_0 = \sqrt{2kT/m}$!).

3.1. 79 нКл.
3.2. 51 мН.
3.3. 2,25 мН.
3.4. 5,55 нКл/м.
3.5. 0,23 Н/м^2.
3.6. 182 В.
3.7. 56,6 В.
3.8. 1,5 Ф.
3.9. 60 мкм/с, 10^5 м/с.
3.10. При последовательном соединении – 0, 36 нКл; 180 В; 120 В; при параллельном соединении – 0,6 нКл; 0,9 кКл; 300 В.
3.11. $1{,}18 \cdot 10^7$ А/м^2.
3.12. 14 В; 2 Ом.
3.13. 20 Кл.
3.14. 0,4 А.
3.15. 0,45 А.
3.16. 68 %.
3.17. 0,5 и 1,5 А.
3.18. 36 Вт.
3.19. 0,5 Дж.
3.20. 44,5 А/м.
3.21. 17,4 А/м.

3.22. 138 мкТл.
3.23. 6,28 мТл.
3.24. 50 мН.
3.25. 0,1 А · м^2.
3.26. 0,157 Н · м.
3.27. 9,57 Мм/с.
3.28. 2,8 · 10^{10} с$^{-1}$.
3.29. 1,04 · 10^6 м/с.
3.30. 5 мВб.
3.31. 0,02 Дж.
3.32. 4 мТл.
3.33. 2,01 В.
3.34. 0,4 Кл.
3.35. 2 мВб; 8 Вб.
3.36. 6,28 мГн.
3.37. 6,75 А.
3.38. 10 Дж.

4.1. 4 с$^{-1}$; 1,57 с; π/4; 7,07 см.
4.2. 2,04 с; 4,07 рад.
4.3. 120° или 240°.
4.4. $l_1 : l_2 = 4 : 9$.
4.5. В нагруженной.
4.7. $2x + y = 0$.
4.8. 200°.
4.9. $x_0 = A\sin\alpha$, $\dot{x}_0 = A\omega_0\cos\alpha$.
4.10. $x_m = \sqrt{2E/k}$, $\dot{x}_m = \sqrt{2E/m}$.
4.11. Свободное затухающее колебание; $x(t) = |a_0|\exp(-\beta t)$ – амплитуда, β – коэффициент затухания, ω′ – частота, 2π/ω′ – период свободных затухающих колебаний, α – начальная фаза.
4.12. ε = 6.
4.13. $q(t) = 10^{-4}\cos(500t)$, Кл; $i(t) = 0{,}05\cos(500t + \pi/2)$, А; $u(t) = 100\cos(500t)$, В.
4.14. $U_{\max} = 100$ В; $\omega = 500$ рад/с; $T = 4\pi$ мс; $\nu = 1/4\pi$ кГц; $q_m = 10^{-4}$ Кл; $L = 4$ Гн.
4.15. 5 · 10^{-8} Дж; 5 · 10^{-8} Дж.

4.16. 0,6 Дж.
4.17. 120 мкДж, 40 мкДж.
4.18. $5 \cdot 10^{-5}$ Дж.
4.19. 10^{-3} Вт.
4.20. 61 Гц.
4.21. 12,7 А; 0,58 рад.

5.1. а) $n = e_x$, $\omega = kv$, $\lambda = 2\pi/k$, $\xi''_{xx} = \ddot{\xi}/v^2$; б) $n = -(e_x + e_y)/\sqrt{2}$, $\omega = \sqrt{2}kv$, $\lambda = \sqrt{2}\pi/k$, $\xi''_{xx} + \xi''_{yy} = \ddot{\xi}/v^2$; в) $n = (e_x - e_y)/\sqrt{2}$, $\omega = \sqrt{2}kv$, $\lambda = \sqrt{2}\pi/k$, $\xi''_{xx} + \xi''_{yy} = \ddot{\xi}/v^2$; г) $n = -e_z$, $\omega = kv$, $\lambda = 2\pi/k$, $\xi''_{zz} = \ddot{\xi}/v^2$.
5.2. 550 мкм.
5.3. 0,113 мкм.
5.4. 125 мм.
5.5. $1^{o}12'$.
5.6. $41^{o}50'$.
5.7. 1,48.
5.9. 55 %.
5.10. 5; 6; 0,5 мкм.
5.11. 5 полос на 1 см.
5.12. 0,4 мкм.
5.13. 20^{o}.
5.14. 0,002 мм.
5.15. 600 $мм^{-1}$.
5.16. $k > 5$, спектры не перекрываются.
5.17. 0,25; 0,80.
5.18. $\lambda = 36(4k + 1)^{-1}$ мкм, где $11 \le k \le 22$.
5.19. 4,5 мм.
5.20. $4{,}75 \cdot 10^{-12}$ м/В^2.

6.1. 12,1 эВ.
6.2. 10,2 В.
6.3. 0,258 нм.
6.4. 1,76 фм.
6.5. 15 эВ.

6.6. 0,16.
6.7. 2; 3, 14 · 10^{10} $м^{-1}$.
6.8. 0,609; 0,195.
6.9. 2,22 МэВ; 8,47 МэВ.
6.10. 5,71 МэВ.
6.11. 4,03 МэВ.
6.12. 1,38 · 10^{11}; 1,04 · 10^{15}.
6.13. 543 кБк.
6.14. 15 мин.
6.15. 10^{-4}.
6.16. 3,48 Дж.
6.17. $\sqrt{3/5}\,V_{max}$.
6.18. 0,03.
6.19. $\lambda_e/\lambda_p = m_p/m_e = 1840$.

6.20. а) $-\dfrac{\hbar^2}{2\,m}\psi^{//} = E\psi\ (0 \le x \le l)$. Общее решение уравнения может быть представлено в виде $\psi(x) = A\cos kx + B\sin kx$, где $k = (2mE)^{1/2}/\hbar$; б) $\psi(0) = \psi(l) = 0$. Решения, удовлетворяющие этим граничным условиям, $\psi_n(x) = B\sin(\dfrac{n\pi}{l}x)$; в) $B = (2/l)^{1/2}$.

6.21. $4^2s_{1/2}$, $4^2p_{1/2,\,3/2}$, $4^2d_{3/2,\,5/2}$, $4^2f_{5/2,\,7/2}$.

6.22. а) один электрон; б) два электрона; в) $2(2l + 1)$; г) $\sum\limits_{l=0}^{n=1} 2(2l+1) = 2n^2$.

6.23. а) подоболочка образуется электронами с одинаковыми числами n и l. Максимально возможное число электронов в подоболочке $2(2l + 1)$; б) оболочка образуется электронами с одинаковым числом n. Максимальное число электронов в оболочке $2\sum\limits_{l=0}^{n=1}(2l+1) = 2\,n^2$.

6.24. Полное число электронов в оболочке с номером n $g_n = 2n^2$, $g_1 = 2$, $g_2 = 8$, $g_3 = 18$, $g_4 = 32$, $g_5 = 50$.

6.25. $\tau \sim \hbar/\Delta E$: а) $\tau \approx 0{,}7 \cdot 10^{-19}$ с; б) $\tau \approx 0{,}7 \cdot 10^{-21}$ с; в) $\tau \approx 0{,}7 \cdot 10^{-23}$ с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Физика как фундаментальная дисциплина позволяет не только объективно оценивать закономерности окружающего мира, но и существенно расширить кругозор студентов. Для воплощения этих задач в учебном пособии рассмотрены методики решения основных типов задач по всем разделам физики. В приложении приведены таблицы физических величин.

Издание позволит самостоятельно осмыслить теоретический материал, провести самоконтроль полученных знаний, разнообразить подготовку студентов к учебным занятиям, научить методике решения задач.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ан, А. Ф.* Основы современной физики : учеб. пособие / А. Ф. Ан, А. В. Самохин. – Муром : Изд.-полигр. центр МИ ВлГУ, 2008. – 165 с. – ISBN 978-5-8439-0149-3.
2. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1979. – 351 с.
3. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 1. Механика / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Ред.-изд. комплекс ВлГУ, 2004. – 68 с. – ISBN 5-89368-473-7.
4. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 2. Молекулярная физика и термодинамика / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Ред.-изд. комплекс ВлГУ, 2005. – 76 с. – ISBN 5-89368-543-1.
5. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 3. Электромагнетизм / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2006. – 104 с. – ISBN 5-89368-658-6.
6. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 4. Колебания, волны, оптика / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2007. – 100 с. – ISBN 5-89368-710-8.
7. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. Квантовая и ядерная физика / А. Ф. Галкин, Н. С. Прокошева ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 87 с. – ISBN 978-5-9984-0654-6.

8. *Детлаф, А. А.* Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1987. – 607 с.

9. *Иродов, И. Е.* Основные законы электромагнетизма / И. Е. Иродов. – М. : Высш. шк., 1983. – 279 с.

10. *Калашников, Э. Г.* Электричество / Э. Г. Калашников. – М. : Наука, 1977. – 590 с.

11. *Кингсеп, А. С.* Курс общей физики. Основы физики. В 2 т. Т. 1. Механика. Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Волновая оптика / А. С. Кингсеп, Г. Р. Локшин, О. А. Ольхов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 704 с. – ISBN 978-5-9221-0753-2.

12. Методические указания для подготовки к проверке остаточных знаний / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин, В. В. Дорожков, Н. С. Прокошева ; под ред. А. Ф. Галкина. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2009. – 60 с.

13. Методические указания для самостоятельной работы студентов по физике / Владим. политехн. ин-т ; сост.: Е. В. Орлик, Э. Д. Корж, В. Г. Прокошев. – Владимир, 1988. – 48 с.

14. Методические указания для самостоятельной работы студентов по физике: электричество и оптика / Владим. политехн. ин-т ; сост. А. Ф. Галкин [и др.]. – Владимир, 1991. – 72 с.

15. Методические указания, программа, вопросы и задачи по физике / Владим. гос. ун-т ; сост.: В. Н. Кунин, А. Ф. Галкин. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 124 с.

16. Погрешности измерений : учеб. пособие / О. Я. Бутковский [и др.] ; под ред. А. А. Кузнецова ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : ВлГУ, 1998. – 68 с. – ISBN 5-89368-064-2.

17. *Савельев, И. В.* Курс общей физики : учебник. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 13-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2017. – 436 с. – ISBN 978-5-8114-0630-2.

18. *Савельев, И. В.* Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1982. – 271 с.

19. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике : учеб. пособие для втузов / Бабаджан Е. И. [и др.]. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 400 с. – ISBN 5-02-014473-8.

20. *Трофимова, Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 470 с.

21. Физика : метод. указания для подготовки к интернет-экзамену (тестовые задания) / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин, В. В. Дорожков ; под ред. А. Ф. Галкина. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2011. – 38 с.

22. Физика : метод. указания и контрол. задания для студентов-заочников инженер.-техн. специальностей вузов / под ред. А. Г. Чертова. − М. : Высш. шк., 1987. − 208 с.

23. Физика. Программа, методические указания и задачи для студентов-заочников (с примерами решения) / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин [и др.] ; под ред. А. А. Кулиша. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2002. – 128 с.

24. *Чертов, А. Г.* Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьёв. – М. : Высш. шк., 1981. – 496 с.

25. *Чертов, А. Г.* Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьёв. – М. : Высш. шк., 1988. – 527 с.

Интернет-ресурсы

26. Электронная библиотека ВлГУ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://e.lib.vlsu.ru/ (дата обращения: 09.10.2017).

27. Консультант студента [Электронный ресурс] : студен. электрон. б-ка. – Режим доступа: www.studentlibrary.ru (дата обращения: 09.10.2017).

28. Библиотех [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://vlsu.bibliotech.ru (дата обращения: 09.10.2017).

29. ЛАНЬ [Электронный ресурс] : электрон.-библ. система. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/ (дата обращения: 09.10.2017).

30. IPRbooks [Электронный ресурс] : электрон.-библ. система. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/ (дата обращения: 09.10.2017).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9{,}81$ м · с$^{-2}$
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ кг$^{-1}$ · м^3 · с$^{-2}$
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00 \cdot 10^8$ м · с$^{-1}$
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8{,}31$ Дж · моль$^{-1}$ · К$^{-1}$
Молярный объём идеального газа при нормальных условиях ($P_0 = 1$ атм, $T_0 = 273$ К)	V_m	$22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3 · моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = R/N_A$	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж · К$^{-1}$
Заряд электрона	e	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постоянная Фарадея	$F = N_A e$	$9{,}65 \cdot 10^7$ Кл · моль$^{-1}$
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн · м$^{-1}$	$1{,}26 \cdot 10^{-6}$ Гн · м$^{-1}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1} =$ $= (4\pi c^2)^{-1} \cdot 10^7$ Ф · м$^{-1}$	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф · м$^{-1}$
Масса покоя протона	m_p	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя α-частицы	m_α	$6{,}64 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт · м$^{-2}$ · К$^{-4}$
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м · К
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	R	$1{,}10 \cdot 10^7$ м$^{-1}$
Радиус Бора	a	$0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнетон Бора	μ_B	$0{,}927 \cdot 10^{-23}$ А · м^2
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)

2. Некоторые астрономические величины

Астрономическая величина	Обозначение	Значение	Единица измерения
Средний радиус Земли	$R_з$	$6{,}37 \cdot 10^6$	м
Масса Земли	$M_з$	$5{,}98 \cdot 10^{24}$	кг
Радиус Солнца	$R_с$	$6{,}96 \cdot 10^8$	м
Масса Солнца	$M_с$	$1{,}99 \cdot 10^{30}$	кг
Радиус Луны	$R_л$	$1{,}\ 74 \cdot 10^6$	м
Масса Луны	$M_л$	$7{,}35 \cdot 10^{22}$	кг
Среднее расстояние между Землёй и Солнцем	1 а. е.	$1{,}49 \cdot 10^{11}$	м
Среднее расстояние между Землёй и Луной	R	$3{,}84 \cdot 10^8$	м

3. Единицы некоторых физических величин

Физическая величина	Значение
Ангстрем	1 Å = 10^{-10} м = 10^{-8} см
Радиан	1 рад = 57º17′44,8′′ = 57,3º
Атмосфера	1 атм = $1{,}0133 \cdot 10^5$ Па
Миллиметр ртутного столба	1 мм рт. ст. = $1{,}3332 \cdot 10^5$ Па
Электронвольт	1 эВ = $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ Дж
Атомная единица массы	1 а. е. м. = $1{,}660 \cdot 10^{-27}$ кг

4. Основные единицы СИ и их связь с внесистемными единицами

Длина

Метр (м, m) представляет собой расстояние, проходимое в вакууме плоской электромагнитной волной за 1/299792458 долю секунды:

1 а. е. (астрономическая единица) = $1{,}49598 \cdot 10^{11}$ м;

1 св. год (световой год) = $9{,}4605 \cdot 10^{15}$ м;

1 пк (парсек) = $3{,}0857 \cdot 10^{16}$ м.

Масса

Килограмм (кг, kg) равен массе международного прототипа килограмма:

1 т (тонна) = 10^3 кг;

1 а. е. м. (атомная единица массы) = $1{,}6605655\ 10^{-27}$ кг.

Время

Секунда (с, с) равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133:

1 мин (минута) = 60 с;

1 ч (час) = 3600 с;

1 сут (сутки) = 86 400 с.

Сила электрического тока

Ампер (А, A) равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Термодинамическая температура

Кельвин (К, K) равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды: $\frac{t}{^\circ\mathrm{C}} = \frac{T}{K} - 273{,}15$.

Количество вещества

Моль (моль, mol) равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.

Сила света

Кандела (кд, kd) равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет (1/683) Вт/ср.

5. Дополнительные единицы

Плоский угол

Радиан (рад, rad) равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу:

1$^\mathrm{o}$ (угл. градус) = (π/180) рад;

1′ (угл. минута) = (π/10 800) рад;

1′′ (угл. секунда) = (π/648 000) рад.

Телесный угол

Стерадиан (ср, sr) равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, по длине равной радиусу сферы.

6. Производные единицы

Величина	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Площадь	квадратный метр	$м^2$	m^2	Квадратный метр равен площади квадрата со сторонами, длины которых равны 1 м
Объём	кубический метр	$м^3$	m^3	Кубический метр равен объёму куба с рёбрами, длины которых равны 1 м
Частота	герц	Гц	Hz	Герц равен частоте периодического процесса, при которой за время 1 с происходит один цикл периодического процесса
Плотность (объёмная масса)	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	kg/m^3	Килограмм на кубический метр равен плотности однородного вещества, масса которого при объёме 1 $м^3$ равна 1 кг
Скорость	метр в секунду	м/с	m/c	Метр в секунду равен скорости прямолинейно и равномерно движущейся точки, при которой точка за время 1 с перемещается на расстояние 1 м
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	rad/s	Радиан в секунду равен угловой скорости равномерно вращающегося тела, при которой за время 1 с совершается поворот тела относительно оси вращения на угол 1 рад
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$м/с^2$	m/s^2	Метр на секунду в квадрате равен ускорению прямолинейно и равноускоренно движущейся точки, при котором за время 1 с скорость точки возрастает на 1 м/с

Продолжение

Величина	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Сила	ньютон	Н	N	Ньютон равен силе, сообщающей телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы
Давление (механическое напряжение)	ньютон на квадратный метр	Н/м^2	N/m^2	Ньютон на квадратный метр равен давлению (механическому напряжению), вызываемому силой 1 Н, равномерно распределённой по нормальной к ней поверхности площадью 1 м^2
Работа, энергия, количество теплоты	джоуль	Дж	J	Джоуль равен работе, совершаемой при перемещении точки приложения силы 1 Н на расстояние 1 м в направлении действия силы
Мощность	ватт	Вт	W	Ватт равен мощности, при которой совершается работа 1 Дж за время 1 с
Количество электричества (электрический заряд)	кулон	К	C	Кулон равен количеству электричества, проходящего через поперечное сечение при токе силой 1 А за время 1 с
Электрическое напряжение, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	вольт	В	V	Вольт равен электрическому напряжению на участке электрической цепи, при котором в участке проходит постоянный ток силой 1 А и затрачивается мощность 1 Вт
Напряжённость электрического поля	вольт на метр	В/м	V/m	Вольт на метр равен напряжённости однородного электрического поля, при которой между двумя точками, находящимися на одной линии напряжённости поля на расстоянии 1 м, создаётся разность потенциалов 1 В

Окончание

Величина	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
Электрическое сопротивление	ом	Ом	Ω	Ом равен электрическому сопротивлению участка электрической цепи, при котором постоянный ток силой 1 А вызывает падение напряжения 1 В
Электрическая ёмкость	фарад	Ф	F	Фарад равен электрической ёмкости конденсатора, при которой заряд 1 Кл создаёт на конденсаторе напряжение 1 В
Поток магнитной индукции	вебер	Вб	Wb	Вебер равен магнитному потоку, при убывании которого до нуля в сцеплённой с ним электрической цепи сопротивлением 1 Ом через поперечное сечение проводника проходит количество электричества 1 Кл
Индуктивность	генри	Гн	H	Генри равен индуктивности электрической цепи, с которой при силе постоянного тока в ней 1 А сцепляется магнитный поток 1 Вб
Магнитная индукция	тесла	Тл	T	Тесла равен магнитной индукции, при которой магнитный поток сквозь поперечное сечение площадью 1 $м^2$ равен 1 Вб
Световой поток	люмен	Лм	lm	Мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению
Яркость	кандела на квадратный метр	$кд/м^2$	Cd/m^2	Яркость, поверхностно-пространственная плотность светового потока, исходящего от поверхности
Освещённость	люкс	лк	lx	Отношение светового потока, падающего на элемент поверхности, к площади этого элемента

7. Плотность твёрдых тел

Твёрдое тело	Плотность · 10^3, кг/м^3	Твёрдое тело	Плотность · 10^3, кг/м^3
Алюминий	2,70	Литий	0,53
Барий	3,50	Марганец	7,40
Ванадий	6,02	Медь	8,93
Вольфрам	19,3	Никель	8,90
Висмут	9,80	Платина	21,4
Железо	7,88	Свинец	11,3
Золото	19,3	Серебро	18,7
Каменная соль	2,20	Цезий	1,90
Латунь	8,55	Цинк	7,15

8. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность · 10^3, г/м^3	Жидкость	Плотность · 10^3, кг/м^3
Вода (при 4 ºС)	1,00	Ртуть	13,60
Глицерин	1,26	Сероуглерод	1,26
Керосин	0,81	Скипидар	0,87
Масло касторовое	0,96	Спирт	0,80
Масло оливковое	0,80	Эфир	0,70

9. Плотность газов

Газ	Плотность · 10^3, кг/м^3	Газ	Плотность · 10^3, кг/м^3
Азот	1,25	Воздух	1,29
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43

10. Упругие постоянные твёрдых тел

Вещество	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	76
Медь	98	44
Серебро	74	27

11. Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр d, нм	Динамическая вязкость η, мкПа · с	Теплопроводность λ, мВт/(м · К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,7	168,0
Воздух	–	17,2	24,1
Гелий	0,22	–	–
Кислород	0,36	19,8	24,4
Пары воды	–	8,3	15,8

12. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент $\cdot 10^{-3}$, Н/м	Жидкость	Коэффициент $\cdot 10^{-3}$, Н/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

13. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр $\cdot 10^{-10}$, м	Газ	Диаметр $\cdot 10^{-10}$, м
Азот	3,0	Гелий	1,9
Водород	2,3	Кислород	2,7

14. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81,0	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

15. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом · м	Металл	Удельное сопротивление, Ом · м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Гелий	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Кислород	$1,6 \cdot 10^{-8}$

16. Энергия ионизации

Вещество	E_i, Дж	E_i, эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

17. Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

18. Работа выхода электронов

Металл	$A \cdot 10^{-19}$, Дж	A, эВ
Калий	3,5	2,2
Литий	3,7	2,3
Платина	10,0	6,3
Рубидий	3,4	2,1
Серебро	7,5	4,7
Цезий	3,2	2,0
Цинк	6,4	4,0

19. Массы атомов лёгких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а. е. м.	Изотоп	Символ	Масса, а. е. м.
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бериллий	${}^{7}_{4}Be$	7,01693
Водород	${}^{1}_{1}H$	1,00783		${}^{9}_{4}Be$	9,01219
	${}^{2}_{1}H$	2,01410	Бор	${}^{10}_{5}B$	10,01294
	${}^{3}_{1}H$	3,01605		${}^{11}_{5}B$	11,00930
Гелий	${}^{3}_{2}He$	3,01603	Углерод	${}^{12}_{6}C$	12,00000
	${}^{4}_{2}He$	4,00260		${}^{13}_{6}C$	13,00335
Литий	${}^{6}_{3}Li$	6,01513		${}^{14}_{6}C$	14,00324
	${}^{7}_{3}Li$	7,01601	Азот	${}^{14}_{7}N$	14,00307
			Кислород	${}^{16}_{8}O$	15,99491
				${}^{17}_{8}O$	16,99913

20. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	Масса покоя, m_0		Энергия покоя, E_0	
	кг	а. е. м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральный π-мезон	$2,41 \cdot 10^{-27}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-10}$	135

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Авторы-составители
КУЛИШ Александр Алексеевич
ФУРОВ Леонид Викторович

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ

Редактор Е. А. Лебедева

Технический редактор С. Ш. Абдуллаева

Корректоры Е. П. Викулова, В. С. Теверовский

Компьютерная верстка Л. В. Макаровой

Выпускающий редактор Е. В. Невская

Подписано в печать 20.12.17.
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 7,44. Тираж 180 экз.
Заказ
Издательство
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.