

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Ф И З И К А

Сборник задач и контрольных заданий
для семинарских и самостоятельных
расчетно-графических работ студентов



Владимир 2017

УДК 53
ББК 22.3
Ф51

Автор-составитель А. А. Кузнецов

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук
профессор кафедры инфокоммуникационных технологий
Южно-Уральского государственного университета
В. И. Тамбовцев

Доктор технических наук, профессор
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
А. Г. Самойлов

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Физика. Сборник задач и контрольных заданий для семинарских и самостоятельных расчетно-графических работ студентов / автор-сост. А. А. Кузнецов ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2017. – 159 с.
ISBN 978-5-9984-0768-0

Составлен по известным сборникам задач, имеющим высокий статус рекомендаций, с авторскими стилевыми, методическими и предметными изменениями в соответствии с рабочей программой курса «Общая физика» и курсом лекций по физике, читаемых автором в первом и во втором семестрах обучения на ФРЭМТ ВлГУ; включает в себя задачи по общей физике полного курса общей физики.

Предназначен для студентов первого курса очной формы обучения инженерно-технических и инженерно-медицинских направлений подготовки: 13.03.02 – Электроэнергетика и электротехника, 12.03.01 – Приборостроение, 11.03.01 – Радиотехника, 12.03.04 – Биотехнические системы и технологии, 11.03.03 – Конструирование и технология электронных систем, 11.03.02 – Инфокоммуникационные технологии и системы связи.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 59. Табл. 6. Библиогр.: 8 назв.

УДК 53
ББК 22.3

ISBN 978-5-9984-0768-0

©ВлГУ, 2017

ПРЕДИСЛОВИЕ

Автор-составитель не преследовал цель создания авторского оригинального сборника задач, поэтому почти все представленные задачи знакомы по сборникам задач известных авторов, имеющих высокий статус рекомендаций: В. С. Волькенштейн, И. В. Савельев, Т. И. Трофимова, А. Г. Чертов. Сборники задач этих авторов адаптированы для инженерно-технических направлений обучения и проверены без нареканий десятками лет в практике семинарских занятий.

Актуальность нового сборника задач определена быстрым переходом вузов от пяти-шестилетнего специалитета к четырехлетнему бакалавриату, сопровождающимся резким и значительным сокращением объема и времени преподавания курса физики с одновременными резко возросшими объемом и требованиями к самостоятельной работе студентов. Курс физики для студентов инженерно-технических направлений обучения сокращен настолько, что практически приближен к курсу физики для студентов заочных отделений тех же специальностей вузов 80-х годов. Поэтому, с одной стороны, сборник задач по физике должен был быть уменьшен по объему, а с другой – методически соответствовать учебному пособию для самостоятельной работы студентов первого курса четырехгодичного обучения.

Сборник задач выполнен на основе учебно-методической структуры, предложенной в 1983, 1987 годах профессором А. Г. Чертовым с соавторами и успешно используемой в учебном процессе автором-составителем на протяжении 30 лет преподавания физики в качестве ассистента, доцента и профессора. После 1987 года этот сборник в указанной форме не переиздавался, а в библиотечном фонде то, что не исчезло, превратилось в прах. Поэтому данный сборник является своего рода авторской реинкарнацией в указанной части сборника под редакцией А. Г. Чертова [3] с адаптацией содержания под авторский стиль изложения материала и уровень преподавания физики на первом курсе ВлГУ для инженерно-технических направлений обучения.

Сборник задач по курсу общей физики содержит разбитые на пять тематических разделов расчетно-графические работы для самостоятельного решения, примеры решений типовых задач с ответами и контрольные задания для семинаров с методическими указаниями к выполнению и необходимым справочным материалом в приложении (табл. 1 – 19).

ВВЕДЕНИЕ. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Физика и математика являются базовыми частями естественно-научного учебного цикла. Изучение математики базируется на абстрактных логических построениях, которые в свою очередь определяются конечным числом математических правил. Изучение физики базируется на бесконечных по количеству сюжетных построениях, в той или иной мере определяемых закономерностями физической природы. Для успешного освоения курса физики студентам необходимо знать соответствующие разделы высшей математики и уметь применить свои знания по алгоритму решения задачи. Алгоритмическая сложность решения задачи заключается в следующем: **1.** Воспринять содержание задачи как сюжет. **2.** Отличить ареальные черты сюжета и ввести самостоятельно соответствующие ограничения. **3.** Создать физическую модель на основе пп. 1 и 2. **4.** Создать математическую модель на базе п. 3. **5.** Решить вычислительную задачу. **6.** Определить заданную условием точность расчетного результата. **7.** Получить и записать единицы измерения.

Общие требования к выбору, оформлению и представлению задач:

1. За время изучения курса общей физики студент должен представить пять расчетно-графических работ (РГР).

2. Номера задач РГР определяются по таблицам вариантов. Вариант определяется по последней цифре номера в списке студентов группы, поданном старостой группы в электронном формате в начале первого семестра.

3. РГР выполнять в простой тонкой (12 – 18 листов) тетради. На обложке дать сведения: Иванов В. В. _Группа РТ116_РГР1_Вариант 8.

4. Условия задач переписывать полностью без сокращений или аккуратно приклеить распечатку условий к листу тетради.

5. В части «Дано» все данные должны быть переведены в СИ. Рисунки выполняются карандашом по линейке.

6. Все РГР должны быть сданы и приняты (зачтены) преподавателем за месяц до конца учебного семестра.

7. Если работа при рецензировании не зачтена, студент представляет ее на повторную рецензию с исправленными решениями в разделе «Работа над ошибками».

8. Все задачи РГР являются экзаменационными. Зачтенные работы предъявляются экзаменатору.

1. МЕХАНИКА

Основные определения, расчетные формулы и пояснения

В системе отсчета с декартовой прямоугольной системой координат положение материальной точки в произвольный момент времени t определяется законом движения: $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$, где $\vec{r}(t)$ – радиус-вектор, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты), направленные по соответствующим осям (OX, OY, OZ).

Вектор скорости и вектор ускорения:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k},$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{dv_x(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z(t)}{dt}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

где v_x, v_y, v_z – проекции мгновенной скорости на оси x, y, z ; a_x, a_y, a_z – проекции мгновенного ускорения на оси x, y, z .

Проекция средней скорости на ось x : $\langle v_x \rangle = \Delta x / \Delta t$, а средняя путевая скорость: $\langle v \rangle = \Delta s / \Delta t$, где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt . Путь Δs в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, т. е. $\Delta s \geq 0$.

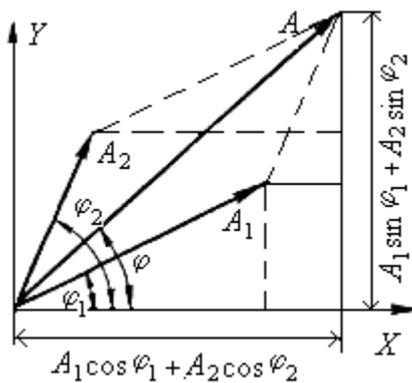
Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности: $\varphi = f(t)$, $r = R = \text{const}$. Модули угловой скорости $\omega = d\varphi/dt$ и углового ускорения $\varepsilon = d\omega/dt$.

Прямая задача кинематики заключается в нахождении параметра движения по известному закону движения. Обратная задача – состоит в определении закона движения по известному параметру движения.

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности: $v = \omega R$, $a_\tau = \varepsilon R$, $a_n = \omega^2 R$, где v – модуль линейной скорости; a_τ и a_n – модули тангенциального и нормального ускорений; ω – модуль угловой скорости; ε – модуль углового ускорения; R – радиус окружности.

$$\text{Модуль полного ускорения } a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \text{ или } a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Кинематическое уравнение гармонического колебания материальной точки $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, где x – смещение; A – амплитуда колебаний; ω – угловая или циклическая частота; φ – начальная фаза. Скорость и ускорение гармонических колебаний материальной точки



Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты с получением амплитуды результирующего колебания (рис. 1):

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi), \quad a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты с получением амплитуды результирующего колебания (рис. 1):

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

начальная фаза результирующего колебания

Рис. 1

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Для точки, участвующей в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях: $x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$, траектория дана разностью фаз:

а) $\varphi = 0$, $y = \frac{A_2}{A_1} x$, б) $\varphi = \pm\pi$, $y = -\frac{A_2}{A_1} x$, в) $\varphi = \pm\pi/2$, $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$.

Уравнение плоской бегущей волны $y = A \cos\left(t - \frac{x}{v}\right)$, где y –

смещение любой из точек среды с координатой x в момент t ; v – скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний: $\Delta\varphi = 2\pi x / \lambda$, где λ – длина волны.

Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью v , $\vec{p} = m\vec{v}$.

Второй закон Ньютона: $d\vec{p} = \vec{F}dt$, где F – результирующая сила, действующая на материальную точку.

Силы в механике:

- сила упругости при продольном растяжении или сжатии: $\vec{F} = -k\vec{x}$, $F = \sigma S = \epsilon E$, где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость); x – абсолютная деформация, σ – нормальное

напряжение, S – площадь сечения, $\varepsilon = x/l$ – относительная деформация, l – начальная длина тела, E – модуль Юнга;

- сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$;
- сила гравитационного взаимодействия $F = Gm_1m_2/r^2$, где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между центрами масс тел;
- сила трения (скольжения) $F = fN$, где f – коэффициент трения; N – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}$ или для двух тел ($i = 2$)

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$, где v_1 и v_2 – скорости тел в начальный момент времени; u_1 и u_2 – скорости тел в конечный момент времени.

Кинетическая энергия поступательно движущегося тела

$$T = mv^2/2, \text{ или } T = p^2/(2m).$$

Потенциальная энергия упругодеформированной пружины $\Pi = kx^2/2$, где k – жесткость пружины; x – абсолютная деформация.

Для растянутого (сжатого) стержня $\Pi = kx^2/2 = \sigma^2V/(2E) = E\varepsilon^2/(2V)$.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия $\Pi = -Gm_1m_2/r$, где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки).

Потенциальная энергия тела в однородном поле силы тяжести $\Pi = mgh$, где g – ускорение свободного падения; h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии: $E = T + \Pi = \text{const}$.

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси z : $M_z = J_z\varepsilon$, где M_z – результирующий момент внешних сил относительно оси z , действующих на тело, ε – угловое ускорение, J_z – момент инерции относительно оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы массой m относительно оси z , проходящей через центр масс:

- тонкого стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню: $J_z = \frac{1}{12}ml^2$;

- обруча (полого тонкостенного цилиндра) радиуса R относительно оси симметрии: $J_z = mR^2$;
- сплошного цилиндра или диска радиуса R относительно оси симметрии: $J_z = \frac{1}{2}mR^2$;
- шара радиуса R : $J_z = \frac{2}{5}mR^2$.

Проекция на ось z момента импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси z : $L_z = J_z\omega$, где ω – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса систем тел, вращающихся вокруг неподвижной оси z : $L_z = J_z\omega = \text{const}$, где J_z – момент инерции системы тел относительно оси z ; ω – угловая скорость вращения тел.

Работа постоянного момента силы M , действующего на вращающееся тело: $A = M\phi$, где ϕ – угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела: $P = M\omega$.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z : $T = J_z\omega^2/2$, или $T = L_z^2/(2J_z)$.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения: $T = T_{\text{пост}} + T_{\text{вращ}} = mv^2/2 + J\omega^2/2$.

Релятивистская масса $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, где $\beta = v/c$, m_0 – масса покоя частицы, v – скорость частицы, c – скорость света в вакууме.

Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы $E = mc^2$, или $E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы.

Полная энергия свободной частицы $E = E_0 + T$. Кинетическая энергия релятивистской частицы $T = (m - m_0)c^2$, или $T = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$.

Импульс релятивистской частицы

$$p = \frac{m_0v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \text{ или } p = m_0c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы $E^2 = E_0^2 + (pc)^2$.

Примеры решения задач

Пример 1. Определить скорость материальной точки в момент времени $t = 2$ с, если она движется по закону $\vec{r} = \alpha t^2 \vec{i} + \beta \sin(\pi t) \vec{j}$, где $\alpha = 2$ м/с², $\beta = 3$ м.

Решение. Находим компоненты радиус-вектора $\vec{r}(t)$:

$$x(t) = \alpha t^2, y(t) = \beta \sin(\pi t), z(t) = 0.$$

Материальная точка движется в плоскости XOY с компонентами вектора скорости $v_x = 2\alpha t$, $v_y = \beta \pi \cos(\pi t)$. Модуль вектора скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4\alpha^2 t^2 + \beta^2 \pi^2 \cos^2(\pi t)} = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 4 + 9 \cdot 9,86 \cdot 1} = 12,36$ м/с.

Пример 2. Уравнение движения материальной точки вдоль оси OX : $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0,5$ м/с³. Найти координату x , скорость v_x и ускорение a_x точки в момент времени $t = 2$ с.

Решение. Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения A , B и C и времени t : $x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) = 0$.

Мгновенная скорость относительно оси x : $v_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2$.

Ускорение материальной точки $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct$.

При $t = 2$ с: $v_x = 1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2 = -5$ м/с, $a_x = 6 \cdot (-0,5) \cdot 2 = -6$ м/с².

Пример 3. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Для точки, находящейся на расстоянии $r = 0,1$ м от оси вращения, найти полное ускорение в момент времени $t = 4$ с.

Решение. Полное ускорение a точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения a_τ , направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения a_n , направленного к центру кривизны траектории (рис. 2): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Так как векторы \vec{a}_τ, \vec{a}_n взаимно перпендикулярны, то $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

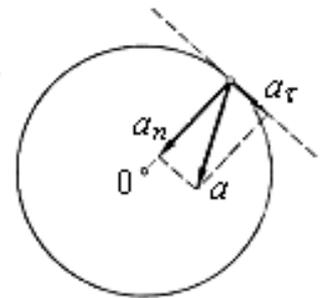


Рис. 2

Модули тангенциального и нормального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами $a_\tau = \varepsilon r$, $a_n = \omega^2 r$, где ω – модуль угловой скорости тела; ε – модуль его углового ускорения.

Подставляем выражения a_τ и a_n в исходную формулу ускорения:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (1)$$

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную угла поворота по времени: $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct$. В момент времени $t = 4$ с модуль угловой скорости $\omega = [20 + 2(-2)4] = 4$ рад/с.

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени: $\varepsilon = d\omega/dt = 2C = -4$ рад/с².

Подставляя значения ω , ε и r в формулу (1), получаем

$$a = 0,1\sqrt{(-4)^2 + 4^2} = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

Пример 4. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой $m = 20$ г поднялась на высоту $h = 5$ м. Определить жесткость k пружины, если она была сжата на $x = 10$ см. Массой пружины и силами трения пренебречь.

Решение. Так как на тела системы «пружина – пуля» действуют только консервативные силы, то для решения задачи можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно ему полная механическая энергия E_1 системы в начальном состоянии (перед выстрелом) равна полной энергии E_2 в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту h), т. е. $E_1 = E_2$, или $T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2$, где T_1 , T_2 , Π_1 и Π_2 – кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях. Так как $T_1 = T_2 = 0$, то $\Pi_1 = \Pi_2$.

Примем потенциальную энергию пули в поле сил тяготения Земли, когда пуля покоится на сжатой пружине, равной нулю, а высоту подъема пули будем отсчитывать от торца сжатой пружины. Тогда энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины, т. е. $\Pi_1 = kx^2/2$, а в конечном состоянии – потенциальной энергии пули на высоте h , т. е. $\Pi_2 = mgh$.

$$\text{Тогда } kx^2/2 = mgh, \text{ откуда } k = 2mgh/x^2 = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 10 \cdot 5}{(0,1)^2} = 200 \text{ Н/м.}$$

Пример 5. Шар массой m_1 , движущийся горизонтально со скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой m_2 . Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение. Долю энергии, переданной первым шаром второму, выразим соотношением $\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{u_2}{v_1} \right)^2$, где T_1 – кинетическая энергия первого шара до удара, u_2 и T_2 – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Согласно условию задачи импульс системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется и механическая энергия шаров в другие виды не переходит, что означает

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \text{ и } m_1 v_1^2 / 2 = m_1 u_1^2 / 2 + m_2 u_2^2 / 2.$$

Из совместного решения этих уравнений получаем: $u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$.

Проведем подстановку данных: $\varepsilon = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{2m_1 v_1}{v_1(m_1 + m_2)} \right)^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$.

Из этого соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров.

Пример 6. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m = 80$ г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

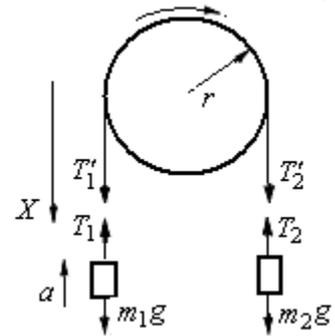


Рис. 3

Решение. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Направим ось x вертикально вниз (рис. 3) и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a, \tag{1}$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a.$$

Под действием моментов сил T'_1 и T'_2 относительно оси z , перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение ε . Согласно основному уравнению динамики вращательного движения,

$$T'_2 r - T'_1 r = J_z \varepsilon, \tag{2}$$

где $\varepsilon = a/r$; $J_z = mr^2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси z .

Согласно третьему закону Ньютона с учетом невесомости нити $T'_1 = T_1$ и $T'_2 = T_2$. Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (2) вместо T'_1 и T'_2 выражения T_1 и T_2 , получив их предварительно из уравнений (1): $(m_2g - m_2a)r - (m_1g + m_1a)r = mr^2a/2r$.

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m/2} g. \quad (3)$$

Формула (3) позволяет массы m_1 , m_2 и m выразить в граммах, получая ускорение в единицах СИ:

$$a = \frac{(200 - 100)}{(200 + 100 + 80/2)} 10 = 2,94 \text{ м/с}^2.$$

Пример 7. Маховик в виде сплошного диска радиусом $R = 0,2$ м и массой $m = 50$ кг раскручен до частоты вращения $n_1 = 480$ мин⁻¹ и предоставлен самому себе. Под действием сил трения маховик остановился через $t = 50$ с. Найти момент сил трения.

Решение. Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$dL_z = M_z dt, \quad (1)$$

где dL_z – изменение проекции на ось z момента импульса маховика, вращающегося относительно оси z , совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt , M_z – момент внешних сил (момент сил трения), действующих на маховик относительно оси z .

Момент сил трения не изменяется с течением времени ($M_z = \text{const}$), поэтому интегрирование уравнения (1) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z \Delta t. \quad (2)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса

$$\Delta L_z = J_z \Delta \omega, \quad (3)$$

где J_z – момент инерции маховика относительно оси z , $\Delta \omega$ – изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим

$$M_z = J_z \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \quad (4)$$

Момент инерции маховика (сплошного диска) $J_z = mR^2 / 2$.

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставив в формулу (4) выражения I_z и $\Delta\omega$, получим

$$M_z = \pi m R^2 (n_2 - n_1) / \Delta t. \quad (5)$$

Подставим в (5) числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что $n_1 = 480 \text{ мин}^{-1} = 480/60 \text{ с}^{-1} = 8 \text{ с}^{-1}$:

$$M_z = \frac{3,14 \cdot 50(0,2)^2(0 - 8)}{50} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Знак минус показывает, что момент сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

Пример 8. Платформа в виде сплошного диска радиусом $R = 1,5 \text{ м}$ и массой $m_1 = 180 \text{ кг}$ вращается около вертикальной оси с частотой $n = 10 \text{ мин}^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой $m_2 = 60 \text{ кг}$. Какую линейную скорость v относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение. Если момент внешних сил относительно оси вращения z , совпадающей с геометрической осью платформы, принять равным нулю, то проекция L_z момента импульса системы платформа – человек остается постоянной:

$$L_z = J_z \omega = \text{const}, \quad (1)$$

где J_z – момент инерции платформы с человеком относительно оси z ; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому в начальном состоянии $J_z = J_1 + J_2$, а в конечном состоянии $J'_z = J'_1 + J'_2$.

С учетом этого равенство (1) примет вид

$$(J_1 + J_2) \omega = (J'_1 + J'_2) \omega', \quad (2)$$

где значения моментов инерции J_1 и J_2 платформы и человека соответственно отнесены к начальному состоянию, J'_1 и J'_2 – к конечному.

Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется: $J_1 = J'_1 = m_1 R^2 / 2$. Момент инерции человека относительно той же оси будет меняться. Если рассматривать челове-

ка как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю; в конечном состоянии (на краю платформы): $J'_2 = m_2 R^2$.

Подставим в формулу (2) выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega = 2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega' = v/R$, где v – скорость человека относительно пола): $\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0\right) 2\pi n = \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2\right) \frac{v}{R}$. Определяем искомую

$$\text{скорость } v = 2\pi n R m_1 / (m_1 + 2m_2) = \frac{2 \cdot 3,14(1/6)1,5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} = 1 \text{ м/с.}$$

Пример 9. Деревянный стержень массой $M = 6$ кг и длиной $l = 2$ м может вращаться в вертикальной плоскости относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O (рис. 4, а). В конец стержня попадает пуля массой $m_0 = 10$ г, летевшая перпендикулярно стержню и оси со скоростью $v_0 = 10^3$ м/с, и застревает в нем. Определить кинетическую энергию стержня после удара. На какой максимальный угол α от вертикали отклонится стержень после удара.

Решение. Так как характер сил в процессе взаимодействия не известен, то применим закон сохранения момента импульса относительно неподвижной оси вращения, которую примем за ось OX .

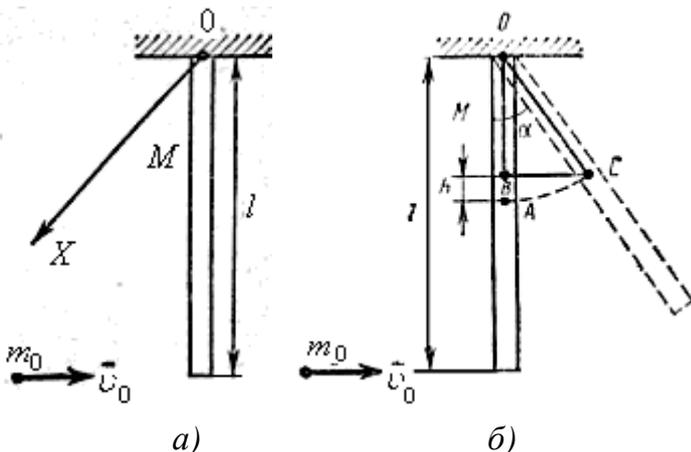


Рис. 4

Момент импульса пули относительно оси вращения до удара равен $m_0 v_0 l$, а стержня – нулю. После удара момент импульса стержня и пули равен $J\omega$, где J – момент инерции стержня и пули относительно оси вращения, а ω – угловая скорость вращения стержня и пули после удара.

Так как момент инерции пули $m_0 l^2$ значительно меньше момента инерции стержня $Ml^2/3$, то можно приближенно считать, что $J = Ml^2/3$. По закону сохранения момента импульса $m_0 v_0 l = J\omega$.

Кинетическая энергия стержня

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{m_0^2 v_0^2 l^2}{2J} = \frac{3m_0^2 v_0^2}{2M} = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 / 2 \cdot 6 = 25 \text{ Дж.}$$

После удара неконсервативных сил в системе уже нет и к дальнейшему процессу движения стержня и пули можно применить закон сохранения энергии в механике: $\frac{3m_0^2 v_0^2}{2M} = Mgh$, где h – высота, на которую поднялся центр масс стержня, находящийся в точке A , после удара (рис. 4, б).

Здесь учтено, что $m_0 \ll M$. Из треугольника OBC (см. рис. 4, б) получаем $\cos \alpha = (l/2 - h)/l/2$. Решение полученной системы уравнений:

$$\alpha = \arccos \left(1 - \frac{3m_0^2 v_0^2}{M^2 gl} \right) \approx 54 \text{ град.}$$

Пример 10. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости v_1 , сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ($R = 6,37 \cdot 10^6$ м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Решение. Со стороны Земли на ракету действует сила тяжести, являющаяся потенциальной силой. При неработающем двигателе под действием потенциальной силы механическая энергия ракеты изменяться не будет. Следовательно,

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

где T_1 , Π_1 и T_2 , Π_2 – кинетическая и потенциальная энергии ракеты после выключения двигателя в начальном (у поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном радиусу Земли) состояниях.

Согласно определению кинетической энергии $T_1 = mv_1^2/2$. Потенциальная энергия ракеты в начальном состоянии $\Pi_1 = -GmM/R$.

По мере удаления ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая – убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия T_2 станет равной нулю, а потенциальная – достигнет максимального значения $\Pi_2 = -GmM/(2R)$.

Подставляя выражения T_1 , Π_1 и T_2 , Π_2 в (1), получаем

$$mv_1^2 / 2 - GmM / R = -GmM / 2R, \text{ откуда } v_1 = \sqrt{GM / R}.$$

Заметив, что $GM/R^2 = g$ (g – ускорение свободного падения у поверхности Земли), перепишем эту формулу в виде $v_1 = \sqrt{gR}$, что совпадает с выражением для первой космической скорости.

Произведем вычисления: $v_1 = \sqrt{10 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 8$ км/с.

Пример 11. Точка совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 10$ Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение: $x_{\max} = 1$ мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

Решение. Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_1), \quad (1)$$

где A – амплитуда колебаний; ω – угловая или циклическая частота; φ_1 – начальная фаза. По определению, амплитуда колебаний $A = x_{\max}$. Циклическая частота $\omega = 2\pi\nu$.

Для момента времени $t = 0$ формула (1) примет вид $x_{\max} = A \sin \varphi_1$, и начальная фаза $\varphi_1 = \arcsin(x_{\max} / A) = \arcsin 1$, или $\varphi_1 = (2k + 1)\pi / 2$ ($k = 0, 1, 2, \dots$). Изменение фазы на 2π не изменяет состояния колеблющейся точки, поэтому принимаем $\varphi_1 = \pi/2$.

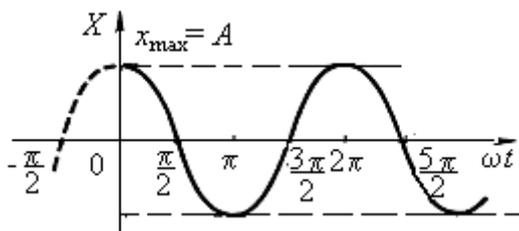


Рис. 5

С учетом приведенных равенств уравнение колебаний примет вид $x = A \sin(2\pi\nu t + \varphi_1)$, или $x = A \cos 2\pi\nu t$, где $A = 1$ мм = 10^{-3} м, $\nu = 10$ Гц, $\varphi = \pi/2$.

График гармонического колебания приведен на рис. 5.

Пример 12. Частица массой $m = 0,01$ кг совершает гармонические колебания с периодом $T = 2$ с. Полная энергия колеблющейся частицы $E = 0,1$ мДж. Определить амплитуду A колебаний и наибольшее значение силы F_{\max} , действующей на частицу.

Решение. Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы: $E = m\omega^2 A^2 / 2$, где $\omega = 2\pi / T$.

Отсюда амплитуда

$$A = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{2E}{m}}. \quad (1)$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой: $\vec{F} = -k\vec{x}$, где k – коэффициент квазиупругой силы, x – смещение колеблющейся точки.

Максимальной сила будет при максимальном смещении x_{\max} , равном амплитуде

$$F_{\max} = kA. \quad (2)$$

Коэффициент k выразим через период колебаний

$$k = m\omega^2 = m4\pi^2/T. \quad (3)$$

Подставив выражения (1) и (3) в (2) и проведя упрощения, получим $F_{\max} = 2\pi\sqrt{2mE}/T$. Проведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} = 0,045 \text{ м, или } 45 \text{ мм.}$$

$$F = \frac{2 \cdot 3,14}{2} \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} = 4,44 \cdot 10^{-3} = 4,44 \text{ мН.}$$

Пример 13. Складываются два колебания одинакового направления, выраженные уравнениями

$$x_1 = A_1 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_1), \quad x_2 = A_2 \cos \frac{2\pi}{T} (t + \tau_2),$$

где $A_1 = 3$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = 1/6$ с, $\tau_2 = 1/3$ с, $T = 2$ с. Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.

Решение. Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо зафиксировать момент времени ($t = 0$). Приведем оба уравнения к форме $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ и получим

$$x_1 = A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{T} \tau_1\right), \quad x_2 = A_2 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{T} \tau_2\right).$$

Начальные фазы колебаний:

$$\varphi_1 = 2\pi\tau_1/T = 2\pi/12 = 30^\circ, \quad \varphi_2 = 2\pi\tau_2/T = 2\pi/6 = 60^\circ.$$

Отложим отрезки длиной $A_1 = 3$ см и $A_2 = 2$ см под углами $\varphi_1 = 30^\circ$ и $\varphi_2 = 60^\circ$ к оси Ox . Результирующее колебание будет происходить с амплитудой A , равной геометрической сумме амплитуд A_1 и A_2 (см. рис. 1): $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$. Согласно теореме косинусов

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2\cos(60 - 30)} = 4,84 \text{ см.}$$

Начальная фаза определяется из векторной диаграммы (см. рис. 1):

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \arctg \frac{3\sin 30^\circ + 2\sin 60^\circ}{3\cos 30^\circ + 2\cos 60^\circ} = \arctg 0,898 = 42^\circ,$$

или $\varphi = 0,735$ рад.

Результирующее колебание является гармоническим и имеет частоту слагаемых колебаний:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi), \text{ где } A = 4,84 \text{ см, } \omega = 3,14 \text{ с}^{-1}, \varphi = 0,735 \text{ рад.}$$

Пример 14. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью $v = 20$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 12$ м и $x_2 = 15$ м от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = 0,75\pi$ и амплитудой $A = 0,1$ м. Найти длину волны λ , написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент $t = 1,2$ с.

Решение. Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ , колеблются с разностью фаз, равной 2π ; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx , колеблются с разностью фаз, равной $\Delta\varphi = \Delta x \cdot 2\pi / \lambda = (x_2 - x_1) 2\pi / \lambda$, или

$$\lambda = 2\pi(x_2 - x_1) / \Delta\varphi. \quad (1)$$

Подставим числовые значения величин: $\lambda = \frac{2\pi(5 - 12)}{0,75\pi} = 8$ м.

Циклическая частота $\omega = 2\pi/T = 2\pi v/\lambda$, или $\omega = \frac{2\pi \cdot 20}{8} = 5\pi \text{ с}^{-1}$.

Зная амплитуду A колебаний, циклическую частоту ω и скорость v распространения волны, можно написать уравнение плоской волны: $y = A \cos \omega(t - x/v)$, где $A = 0,1$ м, $\omega = 5\pi \text{ с}^{-1}$, $v = 20$ м/с. Чтобы найти смещение y указанных точек, достаточно подставить значения t и x : $y_1 = 0,1 \cos 5\pi(1,2 - 12/20) = 0,1 \cos 3\pi = -0,1$ м, $y_2 = 0,1 \cos 5\pi(1,2 - 15/20) = 0,1 \cos 2,25\pi = 0,1 \cos 0,25\pi = 0,071$ м, или 7,1 см.

Пример 15. Определить импульс p и кинетическую энергию T электрона, движущегося со скоростью $v = 0,9c$.

Решение. Скорость электрона близка к скорости света c в вакууме, поэтому следует учесть зависимость массы от скорости:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (1)$$

где m – масса движущейся частицы; m_0 – масса покоящейся частицы; $\beta = v/c$ – скорость частицы, выраженная в долях скорости света.

Заменив в формуле импульса $p = mv$ массу m ее выражением (1) и учитывая, что $v = c\beta$, получим выражение релятивистского импульса

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \beta c = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \beta c = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,81}} 0,9 \cdot 3 \cdot 10^8 = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с.}$$

В релятивистской механике кинетическая энергия частицы

$$T = E - E_0.$$

Так как $E = mc^2$ и $E_0 = m_0c^2$, то, учитывая зависимость массы от скорости, получим $T = m_0c^2 / \sqrt{1-\beta^2} - m_0c^2$, или $T = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$.

Проводим вычисления:

$$T = 9,1 \cdot 10^{-31} (3 \cdot 10^8)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-0,81}} - 1 \right) = 8,18 \cdot 10^{-14} (2,29 - 1) = 1,06 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

Так как во внесистемных единицах $m_0c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$, то вычисления упрощаются: $T = 0,51 \cdot 1,29 \text{ МэВ} = 0,66 \text{ МэВ}$.

Пример 16. Определить релятивистский импульс электрона, обладающего кинетической энергией $T = 5 \text{ МэВ}$.

Решение. Установим связь между релятивистским импульсом и полной энергией частицы. Умножив части формулы $m = m_0 / \sqrt{1-\beta^2}$ на c^2 , получим формулу полной энергии частицы $E = mc^2$ с учетом $m_0c^2 = E_0$, т. е. $E = E_0 / \sqrt{1-\beta^2}$, или $E^2 = E_0^2 / (1-\beta^2)$,

$$\text{или} \quad E^2 - (\beta E)^2 = E_0^2. \quad (1)$$

Ясно, что $\beta E = (v/c)mc^2 = mv = pc$, поэтому равенство (1) можно переписать в виде $E^2 - p^2c^2 = E_0^2$, откуда релятивистский импульс

$$p = (1/c) \sqrt{E^2 - E_0^2} = (1/c) \sqrt{(E - E_0)(E + E_0)}.$$

Разность между полной энергией и энергией покоя есть кинетическая энергия T частицы: $E - E_0 = T + E_0$, или $E + E_0 = T + 2E_0$. Тогда искомая связь между импульсом и кинетической энергией релятивистской частицы выразится формулой $p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2E_0)}$.

Вычисления удобно провести в два приема: сначала найти числовое значение радикала во внесистемных единицах, а затем перейти к вычислению в единицах СИ. Таким образом,

$$p = \frac{\sqrt{T(T + 2E_0)}}{c} = \frac{\sqrt{5(5 + 2 \cdot 0,51)}}{c} = \frac{5,49}{c} \text{ МэВ},$$

$$p = \frac{5,5 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} \text{ Дж} = 2,93 \cdot 10^{-21} \text{ кг} \cdot \text{ м/с}.$$

Задачи для семинарских и практических занятий

1. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Закон ее движения выражается уравнением $s = A + Bt^2$, где $A = 8$ м, $B = 2$ м/с². Определить момент времени t , когда нормальное ускорение a_n точки равно 9 м/с². Найти скорость v , тангенциальное a_n и полное a ускорения точки в тот же момент времени t .

2. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1 = A_1 + B_1 + C_1 t^3$ и $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$, где $A_1 = 4$ м/с, $B_1 = 8$ м/с², $C_1 = -16$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с, $B_2 = -4$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости v_1 и v_2 точек в этот момент.

3. Ракета стартует с Земли ($v_0 = 0$) вертикально с ускорением $a = \alpha t^2$, где $\alpha = 1$ м/с⁴. На высоте $h_0 = 100$ км от Земли двигатели ракеты отключают. Через какое время с момента отключения двигателей ракета упадет на Землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Парашютист массой $m = 100$ кг делает затяжной прыжок с начальной вертикальной скоростью $v_0 = 0$. Найти закон изменения его вертикальной скорости до раскрытия парашюта, если сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения парашютиста: $\vec{F} = -k\vec{v}$, где $k = 20$ кг/с.

5. Шар массой $m_1 = 10$ кг сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг. Скорость первого шара $v_1 = 4$ м/с, второго — $v_2 = 12$ м/с. Найти общую скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

6. Человек, стоящий в лодке, сделал шесть шагов вдоль нее и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если масса лодки в два раза больше (меньше) массы человека?

7. Шар массой $m_1 = 200$ г, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ м/с, сталкивается с неподвижным шаром массой $m_2 = 800$ г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорости шаров после столкновения.

8. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64 % своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

9. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г. Массу колеса $M = 200$ г считать равномерно распределенной по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силы натяжения нити по обеим сторонам блока.

10. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость $\omega = 63$ рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения первый маховик остановился через одну минуту, а второй сделал до полной остановки $N = 360$ оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?

11. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой $h = 90$ см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости?

12. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проложены по окружности радиусом $r = 50$ см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска $M = 10$ кг, его радиус $R = 60$ см. На рельсы неподвижного диска поставлен заводной паровозик массой $m = 1$ кг. Он начал двигаться относительно рельсов со скоростью $v = 0,8$ м/с. С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

13. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n_1 = 14$ мин⁻¹. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до $n_2 = 25$ мин⁻¹. Масса человека $m = 70$ кг. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

14. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте $H = 3200$ км над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника.

15. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5$ см, скорость ее $v = 20$ см/с и ускорение $a = -80$ см/с². Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в этот момент времени и амплитуду колебаний.

16. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \sin \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 2$ с⁻¹. Найти момент времени (ближайший к началу отсчета), в который потенциальная энергия точки $\Pi = 100$ мкДж, а возвращающая сила $F = +5 \cdot 10$ мН. Определить фазу колебаний в этот момент времени.

17. Два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами и периодами, и направленные по одной прямой, складываются в колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

18. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см, $\omega_1 = \pi$ с⁻¹, $A_2 = 8$ см, $\omega_2 = \pi$ с⁻¹, $\tau = 1$ с. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

19. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 15$ м/с. Период колебаний точек шнура $T = 1,2$ с. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20$ м и $x_2 = 30$ м.

20. При какой скорости v релятивистская масса частицы в $k = 3$ раза больше массы покоя этой частицы?

21. Определить скорость v электрона, имеющего кинетическую энергию $T = 1,53$ МэВ.

22. Электрон движется со скоростью $v = 0,6c$, где c – скорость света в вакууме. Определить релятивистский импульс p электрона.

23. Медная проволока сечением $s = 8$ мм² под действием растягивающей силы удлинилась на столько, на сколько она удлинится при нагревании на 30 градусов. Принимая для меди модуль Юнга $E = 118$ ГПа и коэффициент линейного расширения $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, определить числовое значение такой силы.

24. Резиновый шнур длиной 40 см и внутренним диаметром 8 мм при натяжении удлинился на 8 см. Определить внутренний диаметр натянутого шнура. Коэффициент Пуассона резины принять равным 0,5.

25. Определить относительное удлинение алюминиевого стержня длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 мм², если при растяжении затрачена работа 6,9 Дж. Модуль Юнга для алюминия $E = 69$ ГПа.

Расчетно-графическая работа 1

Таблица вариантов РГР 1

Вариант	Номер задачи							
	1	101	111	121	131	141	151	161
2	102	112	122	132	142	152	162	172
3	103	113	123	133	143	153	163	173
4	104	114	124	134	144	154	164	174
5	105	115	125	135	145	155	165	175
6	106	116	126	136	146	156	166	176
7	107	117	127	137	147	157	167	177
8	108	118	128	138	148	158	168	178
9	109	119	129	139	149	159	169	179
10	110	120	130	140	150	160	170	180

101. Материальная точка движется на плоскости по закону $\vec{r} = \alpha \sin(5t)\vec{i} + \beta \cos^2(5t)\vec{j}$, где $\alpha = 2$ м, $\beta = 3$ м. Определить вектор скорости, вектор ускорения и траекторию движения точки.

102. Материальная точка движется из состояния покоя прямолинейно с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$. На сколько путь, пройденный точкой в n -ю секунду, больше пути, пройденного в предыдущую секунду.

103. Материальная точка движется прямолинейно с линейным ростом ускорения, которое за первые 10 с достигает значения 5 м/с^2 . Определить в конце десятой секунды ее скорость и пройденный путь.

104. Материальная точка движется прямолинейно с начальной скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$ и постоянным ускорением $a = -5 \text{ м/с}^2$. Определить, во сколько раз путь Δs , пройденный материальной точкой, будет превышать модуль ее перемещения Δr спустя $t = 4$ с от начала отсчета.

105. Первую треть пути велосипедист проехал со скоростью $v_1 = 18 \text{ км/ч}$; половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2 = 22 \text{ км/ч}$; далее до конечного пункта он шел пешком со скоростью $v_3 = 5 \text{ км/ч}$. Определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ велосипедиста.

106. Поезд движется прямолинейно со скоростью $v_0 = 180 \text{ км/ч}$. С момента включения тормозного механизма скорость поезда изменяется по закону $v = v_0 - \alpha t^2$, где $\alpha = 1 \text{ м/с}^3$. Определить тормозной путь поезда и интервал времени торможения до остановки.

107. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$. Определить для момента времени $t = 1$ с модули скорости и ускорения.

108. Материальная точка движется в плоскости xu согласно уравнениям $x = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $y = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где $B_1 = 7$ м/с, $C_1 = -2$ м/с², $B_2 = -1$ м/с, $C_2 = 0,2$ м/с². Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени $t = 5$ с.

109. Точка движется в плоскости xu из положения с координатами $x_0 = y_0 = 0$ со скоростью $\vec{v} = a\vec{i} + bx\vec{j}$, где a и b – постоянные. Определить уравнение траектории $x(y)$ движения точки и форму траектории.

110. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = 4t^2\vec{i} + 3t\vec{j} + 2\vec{k}$. Определить скорость и ускорение, а также модуль скорости для момента времени $t = 2$ с.

111. При горизонтальном полете со скоростью $v = 250$ м/с снаряд массой $m = 8$ кг разорвался на две части. Большая часть массой $m_1 = 6$ кг получила скорость $u_1 = 400$ м/с в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости u_2 меньшей части снаряда.

112. В противоположную сторону движению тележки, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью $v_1 = 3$ м/с, прыгает человек. Скорость тележки стала равной $u_1 = 4$ м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости u_{2x} человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки $m_1 = 210$ кг, масса человека $m_2 = 70$ кг.

113. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha = 30^\circ$ к линии горизонта. Определить скорость u_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью $u_1 = 480$ м/с. Масса платформы с орудием и снарядами $m_2 = 18$ т, масса снаряда $m_1 = 60$ кг.

114. Человек массой $m_1 = 70$ кг, бегущий со скоростью $v_1 = 9$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2 = 190$ кг, движущуюся со скоростью $v_2 = 3,6$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

115. Конькобежец массой $m_2 = 60$ кг, стоя на коньках на льду, бросает камень массой $m_1 = 2,5$ кг под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v = 10$ м/с. Определить начальную скорость v_0 конькобежца.

116. На одном конце длинной доски, снабженной легкими колесами, стоит человек. Масса его $m_1 = 60$ кг, масса доски $m_2 = 20$ кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться доска, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес и трением пренебречь.

117. Снаряд, летевший со скоростью $v = 400$ м/с, в верхней точке траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок массой 40 % от массы снаряда полетел в противоположном направлении со скоростью $u_1 = 150$ м/с. Определить скорость u_2 большего осколка.

118. Шар массой $m_1 = 5$ кг движется со скоростью $v_1 = 1$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 2$ кг. Определить скорости шаров после удара. Удар – абсолютно упругий, прямой, центральный.

119. На сколько переместится относительно берега лодка длиной $l = 3,5$ м и массой $m_1 = 200$ кг, если стоящий на корме человек массой $m_2 = 80$ кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу.

120. Шар массой $m_1 = 2$ кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы, теряя 40 % кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара. Удар – абсолютно упругий, прямой, центральный.

121. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостями $k_1 = 400$ Н/м и $k_2 = 250$ Н/м, если первая пружина при этом растянулась на $\Delta l = 2$ см.

122. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой $m_1 = 300$ кг, неупруго ударяет молот массой $m_2 = 8$ кг. Определить КПД η удара. Полезной считать энергию деформации железа.

123. Шар массой $m_1 = 1$ кг движется со скоростью $v_1 = 4$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 2$ кг, движущимся навстречу ему со скоростью $v_2 = 3$ м/с. Каковы скорости u_1 и u_2 шаров после удара? Удар – абсолютно упругий, прямой, центральный.

124. Шар массой $m_1 = 3$ кг движется со скоростью $v_1 = 2$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5$ кг. Какая работа совершена при деформации шаров? Удар – неупругий, прямой, центральный.

125. Определить КПД η неупругого удара бойка массой $m_1 = 0,5$ т, падающего на сваю массой $m_2 = 120$ кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

126. Шар массой $m_1 = 4$ кг движется со скоростью $v_1 = 5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $v_2 = 2$ м/с. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар – абсолютно упругий, прямой, центральный.

127. Из ствола пистолета вылетела пуля массой $m_1 = 10$ г со скоростью $v = 300$ м/с. Затвор пистолета массой $m_2 = 200$ г прижимается к стволу пружиной с жесткостью $k = 25$ кН/м. Если пистолет жестко закреплен, то на какое расстояние отойдет затвор после выстрела?

128. Налетев на пружинный буфер, вагон массой $m = 16$ т, двигавшийся со скоростью $v = 0,6$ м/с, остановился, сжав пружину на $\Delta l = 8$ см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

129. Насос мощностью N используют для откачки нефти с глубины h . Определить поднятую за время t массу жидкости, если КПД насоса η .

130. Какая работа A должна быть совершена при поднятии с земли материалов для постройки цилиндрической дымоходной трубы высотой $h = 40$ м, наружным диаметром $D = 3,0$ м и внутренним диаметром $d = 2,0$ м? Плотность материала $\rho = 2,8 \cdot 10^3$ кг/м³.

131. Шарик массой $m = 60$ г, привязанный к нити длиной $l_1 = 1,2$ м, вращается с частотой $n_1 = 2$ с⁻¹, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси до расстояния $l_2 = 0,6$ м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением пренебречь.

132. Из шахты глубиной $h = 600$ м поднимают клеть массой $m_1 = 3000$ кг на канате, каждый метр которого имеет массу $m = 1,5$ кг. Какая работа A совершается при поднятии клетки на поверхность земли? Каков коэффициент полезного действия η подъемного устройства?

133. Пружина жесткостью $k = 500$ Н/м сжата силой $F = 100$ Н. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей пружину еще на 2 см.

134. Две пружины жесткостью $k_1 = 0,5$ кН/м и $k_2 = 1$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию Π данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 4$ см.

135. Какую нужно совершить работу A , чтобы пружину жесткостью $k = 800$ Н/м, сжатую на $x = 6$ см, дополнительно сжать на 8 см?

136. На вертикальную спиральную пружину сверху положили груз – пружина сжалась на $\Delta l = 3$ мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты $h = 8$ см?

137. Гиря массой $m = 10$ кг падает с высоты $h = 0,5$ м на площадку вертикальной пружины жесткостью 30 Н/см. Пренебрегая массой площадки, определить ее смещение при деформации пружины.

138. Блок, имеющий форму диска массой $m = 0,4$ кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,7$ кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 нити по обеим сторонам блока.

139. Через блок, прикрепленный к краю стола, перекинута невесомая и нерастяжимая нить с грузами на концах. Один груз движется по поверхности стола, другой – по вертикали вниз с ускорением $a = 5,6$ м/с². Определить коэффициент f трения между поверхностями груза и стола, если массы грузов и блока одинаковы. Проскальзыванием нити по блоку и силой трения, действующей на блок, пренебречь.

140. К концам легкой и нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены грузы массами $m_1 = 0,2$ кг и $m_2 = 0,3$ кг. Во сколько раз отличаются силы, действующие на нить по обе стороны от блока, если масса блока $m = 0,4$ кг, а его ось движется вертикально вверх с ускорением $a = 2$ м/с²? Силами трения и проскальзывания нити по блоку пренебречь.

141. Деревянный брусок массой $M = 4$ кг и длиной $l = 1$ м может вращаться в вертикальной плоскости относительно горизонтальной оси, проходящей через один конец. В середину стержня попадает пуля массой $m_0 = 9$ г, летевшая перпендикулярно стержню и оси со скоростью $v_0 = 2 \cdot 10^3$ м/с, и застревает в нем. Определить кинетическую энергию стержня и угол α его отклонения от вертикали после удара.

142. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром $D = 75$ см и массой $m = 40$ кг приложена сила $F = 1$ кН. Определить угловое ускорение ε и частоту вращения n маховика через время $t = 10$ с после начала действия силы, если радиус r шкива равен 12 см. Силой трения пренебречь.

143. На обод маховика диаметром $D = 60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Определить момент инерции J маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t = 3$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9$ рад/с.

144. Нить с привязанными к ее концам грузами массами $m_1 = 50$ г и $m_2 = 60$ г перекинута через блок диаметром $D = 4$ см. Определить момент инерции J блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\varepsilon = 1,5$ рад/с². Трением и проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

145. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через середину, согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2$ рад/с, $B = 0,2$ рад/с³. Определить вращающий момент M , действующий на стержень через время $t = 2$ с после начала вращения, если его момент инерции $J = 0,048$ кг · м².

146. По горизонтальной плоскости катится диск со скоростью $v = 8$ м/с. Определить коэффициент сопротивления, если диск до остановки проходит путь $s = 18$ м.

147. Определить момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n = 12$ с⁻¹, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t = 8$ с. Диаметр блока $D = 30$ см. Массу блока $m = 6$ кг считать равномерно распределенной по ободу.

148. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром $D = 0,8$ м и массой $m_1 = 6$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m = 0,5$ кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r = 0,4$ м от оси скамьи. Скорость мяча $v = 5$ м/с.

149. Горизонтальная платформа массой $m_1 = 150$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n = 8$ мин⁻¹. Человек массой $m_2 = 70$ кг стоит на краю платформы. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека – материальной точкой.

150. Однородный стержень длиной $l = 1,0$ м и массой $M = 0,7$ кг подвешен на горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. В точку, отстоящую от оси на $2l/3$, абсолютно упруго ударяет пуля массой $m = 5$ г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. После удара стержень отклонился на угол $\alpha = 60^\circ$. Определить скорость пули.

151. Определить напряженность гравитационного поля на высоте $h = 1000$ км над поверхностью Земли. Считать известными ускорение g свободного падения у поверхности Земли и ее радиус R .

152. На скамье Жуковского, вращающейся с угловой скоростью $\omega_1 = 4$ рад/с, стоит человек и держит вертикально по оси скамьи стержень массой $m = 6$ кг и длиной $l = 1,8$ м. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если стержень повернуть в горизонтальное положение? Центр масс стержня с человеком находится на оси. Суммарный момент инерции человека и скамьи $J = 5$ кг · м².

153. Определить работу A , совершенную силами гравитационного поля Земли, при падении метеорита массой $m = 30$ кг из бесконечности на поверхность.

154. На краю диска массой $m_1 = 280$ кг стоит человек массой $m_2 = 80$ кг. Определить угол φ поворота диска около вертикальной оси, если человек пройдет по его периметру и вернется в исходную точку?

155. На скамье Жуковского стоит человек и держит за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega_1 = 25$ рад/с. Ось колеса совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью ω_2 будет вращаться скамья, если колесо повернуть на угол $\alpha = 90^\circ$ относительно его центра масс? Момент инерции человека и скамьи J равен $2,5$ кг · м², момент инерции колеса $J_0 = 0,5$ кг · м².

156. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять массу Земли в 81 раз больше массы Луны и расстояние между центрами Земли и Луны равным 60 радиусам Земли.

157. На краю платформы-диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин⁻¹, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин⁻¹. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

158. Определить линейную и угловую скорости спутника Земли, обращающегося по круговой орбите на высоте 1000 км.

159. Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно $3,84 \cdot 10^8$ м?

160. Во сколько раз средняя плотность земного вещества отличается от средней плотности лунного? Принять, что радиус R_3 Земли в 3,90 раз больше радиуса $R_л$ Луны и вес тела на Луне в 6 раз меньше веса тела на Земле.

161. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых груза: в середине стержня и на одном из его концов. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T гармонических колебаний физического маятника. Массой стержня пренебречь.

162. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x = A_1 \sin \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 t$, где $A_1 = 8$ см, $A_2 = 4$ см, $\omega_1 = \omega_2 = 2$ с⁻¹. Написать уравнение траектории и построить ее. Показать направление движения точки.

163. Точка совершает простые гармонические колебания, уравнение которых $x = A \sin \omega t$, где $A = 5$ см, $\omega = 2$ с⁻¹. В момент времени, когда точка обладала потенциальной энергией $\Pi = 0,1$ мДж, на нее действовала возвращающая сила $F = 5$ мН. Найти этот момент времени t .

164. Определить частоту ν простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

165. По круговой орбите вокруг Земли обращается спутник с периодом $T = 90$ мин. Определить высоту спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

166. Определить период T колебаний математического маятника, если его модуль максимального перемещения $\Delta r = 18$ см и максимальная скорость $v_{\max} = 16$ см/с.

167. Определить период обращения спутника Земли на круговой орбите высотой $h = 520$ км. Ускорение свободного падения g у поверхности и радиус Земли считать известными.

168. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega_2(t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 3$ см, $\omega_1 = \omega_2 = \pi$ с⁻¹, $\tau = 0,5$ с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

169. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой $M = 200$ г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью $k = 500$ Н/м. Пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $v = 300$ м/с, попадает в шар и застревает в нем. Пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебаний шара.

170. Шарик массой $m = 60$ г колеблется с периодом $T = 2$ с. В начальный момент времени смещение шарика $x_0 = 4,0$ см и энергия $E = 0,02$ Дж. Записать уравнение гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

171. Какую долю энергии покоя составляет кинетическая энергия частицы, движущейся со скоростью $v = c/3$?

172. Протон с кинетической энергией $T = 3$ ГэВ при торможении потерял треть этой энергии. Во сколько раз изменился релятивистский импульс α -частицы?

173. При какой скорости β (в долях скорости света) релятивистская масса любой частицы вещества в $n = 3$ раза больше массы покоя?

174. Найти отношение релятивистского импульса электрона с кинетической энергией $1,53$ МэВ к его комптоновскому импульсу m_0c .

175. Определить (в МэВ) кинетическую энергию T электрона со скоростью $v = 0,8c$.

176. Какую кинетическую энергию необходимо дополнительно сообщить протону с импульсом 469 МэВ/с, чтобы релятивистский импульс вырос вдвое?

177. Во сколько раз релятивистская масса m электрона, обладающего кинетической энергией $T = 1,53$ МэВ, больше массы покоя m_0 ?

178. Какую скорость β (в долях скорости света) нужно сообщить частице, чтобы ее кинетическая энергия достигла удвоенной энергии покоя?

179. Релятивистский электрон имел импульс $p_1 = m_0c$. Определить конечный импульс этого электрона (в единицах m_0c), если его энергия увеличилась в $n = 2$ раза.

180. Релятивистский протон обладал кинетической энергией, равной энергии покоя. Определить, во сколько раз возрастет его кинетическая энергия, если его импульс увеличится в $n = 2$ раза.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

Основные определения, расчетные формулы и пояснения

Количество вещества тела (системы) $\nu = N/N_A$, где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т. п.), составляющих тело (систему), N_A – постоянная Авогадро ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹). Молярная масса вещества $M = m/\nu$, где m – масса однородного тела (системы), ν – количество вещества этого тела.

Относительная молекулярная масса вещества $M_r = \sum n_i A_{r,i}$, где n_i – число атомов i -го химического элемента, входящих в состав молекулы данного вещества; $A_{r,i}$ – относительная атомная масса этого элемента.

Связь молярной массы M с относительной молекулярной массой вещества $M = M_r k$, где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

Количество вещества смеси газов $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = N_1/N_A + N_2/N_A + \dots + N_n/N_A$, или $\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n}$, где ν_i , N_i , m_i , M_i – соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i -го компонента смеси.

Уравнение Менделеева – Клапейрона (уравнение состояния идеального газа) $pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT$, где m – масса газа, M – молярная масса газа, R – молярная газовая постоянная, ν – количество вещества, T – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы для изопроцессов:

- закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$): $pV = \text{const}$, или для двух состояний газа $p_1 V_1 = p_2 V_2$;
- закон Гей – Люссака (изобарный процесс: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$): $V/T = \text{const}$, или для двух состояний $V_1/T_1 = V_2/T_2$;
- закон Шарля (изохорный процесс: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$): $p/T = \text{const}$, или для двух состояний $p_1/T_1 = p_2/T_2$;
- объединенный газовый закон ($m = \text{const}$): $pV/T = \text{const}$, или $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$, где p_1 , V_1 , T_1 – давление, объем и температура газа в начальном состоянии, p_2 , V_2 , T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Давление смеси газов (закон Дальтона) $p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$, где p_i – парциальные давления компонентов смеси; n – число компонентов.

Парциальное давление p_i – давление i -го компонента газа, если убрать иные компоненты из сосуда.

Молярная масса смеси газов $M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{v_1 + v_2 + \dots + v_n}$, где m_i – масса i -го компонента смеси; $v_i = m_i / M_i$ – количество вещества i -го компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Массовая доля i -го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах) $\omega_i = \frac{m_i}{m}$, где m – масса смеси.

Концентрация молекул $n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M}$, где N – число молекул, содержащихся в данной системе, ρ – плотность вещества, V – объем системы. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов $p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle$, где $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = 3kT/2$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы, k – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = ikT/2$, где i – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от температуры и концентрации молекул $p = nkT$.

Средняя длина свободного пробега молекул газа $\langle l \rangle = 1/(\sqrt{2}\pi d^2 n)$, где d – эффективный диаметр молекулы (приложение, табл. 7).

Распределение Максвелла – распределение молекул по скоростям:
 $f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/(2kT)} v^2$, где $f(v)$ – функция распределения молекул по модулям скоростей.

Закон распределения молекул по скоростям (закон Максвелла) позволяет найти число молекул ΔN , относительные скорости которых лежат в интервале от u до $u + \Delta u$: $\Delta N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 \Delta u$, где $u = v/v_B$ –

относительная скорость, v – данная скорость, $v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$ – наиболее вероятная скорость, m_1 – масса одной молекулы. К характерным скоростям молекул относят также:

$$\text{среднюю квадратичную скорость: } \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}};$$

$$\text{среднюю арифметическую скорость: } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Распределение Больцмана – распределение частиц в силовом поле: $n = n_0 e^{-U/(kT)}$, где n – концентрация частиц, U – потенциальная энергия, n_0 – концентрация частиц при $U = 0$.

Барометрическая формула представляет закон убывания давления газа с высотой в поле тяжести в изотермической атмосфере ($T = \text{const}$):

$$p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

где p_h – давление газа на высоте h , давление на высоте $h = 0$.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_v) и постоянном давлении (c_p): $c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$, $c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}$.

Связь между удельной c и молярной C теплоемкостями $c = C/M$.
Уравнение Майера: $C_p - C_v = R$.

$$\text{Внутренняя энергия идеального газа } U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_v T.$$

Первое начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$, где Q – теплота, сообщенная системе (газу); ΔU – изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершенная системой против внешних сил.

Работа расширения газа в общем случае $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$; при изобарном

процессе $A = p (V_2 - V_1)$; при изотермическом процессе $A = \frac{m}{M} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$;

при адиабатном процессе $A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_v \Delta T$, или $A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$,

где $\gamma = C_p / C_v$ – показатель адиабаты.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатном процессе:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}, \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

Термический КПД цикла $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$, где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика, Q_2 – теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

Термический КПД цикла Карно $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, где T_1 и T_2 – термодинамические температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

Коэффициент поверхностного натяжения $\alpha = \frac{F}{l}$, или $\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S}$, где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l , ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади ΔS поверхности этой пленки. Давление сферической поверхности жидкости радиуса R (формула Лапласа) $p = 2\alpha/R$.

Сумма приведенных теплот ($\int_1^2 T^{-1} \delta Q$) для любого обратимого процесса не зависит от вида процесса, а определяется начальным 1 и конечным 2 состоянием системы, за которые отвечает функция состояния – энтропия S . Ее изменение при смене состояний $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$.

Изменение энтропии для трех обратимых изопроцессов:

1. Для изобарного процесса:

$$\Delta S_p = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p dT}{T} = \frac{m}{M} C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} C_p R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

2. Для изохорного процесса:

$$\Delta S_v = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_v dT}{T} = \frac{m}{M} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} C_v R \ln \frac{p_2}{p_1};$$

3. Для изотермического процесса:

$$\Delta S_T = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\delta A}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{pdV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{mRdV}{MV} = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Определить относительную молекулярную массу M_r и молярную массу M серной кислоты.

Решение. Относительная молекулярная масса вещества равна сумме относительных атомных масс элементов, атомы которых входят в состав молекулы вещества: $M_r = \sum n_i A_{r,i}$, где n_i – число атомов i -го элемента, входящих в молекулу; $A_{r,i}$ – относительная атомная масса i -го элемента. В состав молекулы серной кислоты (H_2SO_4) входят атомы трех элементов, поэтому $M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3}$

Из формулы серной кислоты следует, что $n_1 = 2$ (два атома водорода), $n_2 = 1$ (один атом серы) и $n_3 = 4$ (четыре атома кислорода).

Относительные атомные массы водорода, серы и кислорода (приложение, табл. 14): $A_{r,1} = 1$, $A_{r,2} = 32$, $A_{r,3} = 16$.

Подставив значения n_i и $A_{r,i}$ в формулу, найдем относительную молекулярную массу серной кислоты $M_r = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98$.

Молярная масса серной кислоты $M = M_r k = 98 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Пример 2. Определить молярную массу M смеси кислорода массой $m_1 = 25$ г и азота массой $m_2 = 75$ г.

Решение. Масса смеси равна сумме масс компонентов: $m = m_1 + m_2$. Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов: $\nu = \nu_1 + \nu_2 = m_1/M_1 + m_2/M_2$. Молярная масса смеси $M = m/\nu = (m_1 + m_2) / (m_1/M_1 + m_2/M_2)$.

Молярные массы кислорода M_1 и азота M_2 : $M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $M_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. пример 1). Подставим значения величин и вычислим $M = \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 75 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} = 28,9 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Пример 3. Определить число N молекул, содержащихся в объеме $V = 1$ мм³ воды и массу молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр d молекул.

Решение. Число N молекул, содержащихся в системе массой m , равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество ν вещества: $N = \nu N_A$. Так как $\nu = m/M$, где M – молярная масса, то $N = m N_A / M$. Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем V , получим $N = \rho V N_A / M$. При $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. приложение, табл. 14):

$$N = 10^3 \cdot 10^{-9} / 18 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

$$\text{Масса одной молекулы воды } m_1 = \frac{M}{N_A} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка) $V_1 = V_m / N_A = d^3$, где $V_m = M/\rho$ – молярный объем, N_A – число молекул в моле (число Авогадро), d – диаметр молекулы.

$$\text{Тогда } d = \sqrt[3]{V_m / N_A},$$

$$\text{или } d = \sqrt[3]{M / (\rho N_A)} = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 3,11 \cdot 10^{-10} = 311 \text{ пм.}$$

Пример 4. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением $p_1 = 1$ МПа и при температуре $T_1 = 300$ К. После того как из баллона было взято $m = 10$ г гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа: $p_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2$,

$$\text{или } p_2 = m_2 RT_2 / (MV), \quad (1)$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии; M – молярная масса гелия; R – молярная газовая постоянная.

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1 , соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (2)$$

Массу m_1 гелия найдем также из уравнения Менделеева – Клапейрона, применив его к начальному состоянию: $m_1 = Mp_1 V / (RT_1)$.

Подставив выражение массы m_1 в (2), а затем выражение m_2 в (1), найдем $p_2 = \left(\frac{Mp_1 V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{MV}$ или $p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}$.

Проведем вычисления при $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. приложение, табл. 14):

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31}{10^{-2}} 290 \right) = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па} = 0,364 \text{ МПа.}$$

Пример 5. Баллон содержит смесь кислорода $m_1 = 80$ г и аргона $m_2 = 320$ г при давлении $p = 1$ МПа и температуре $T = 300$ К. Определить объем V баллона, принимая идеальными газы.

Решение. По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. По уравнению Менделеева – Клапейрона парциальные давления p_1 кислорода и p_2 аргона выражаются формулами $p_1 = m_1 RT / (M_1 V)$ и $p_2 = m_2 RT / (M_2 V)$.

Следовательно, по закону Дальтона, давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2 = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}, \text{ откуда объем } V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}.$$

Проведем вычисления, учитывая, что $M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $M_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. приложение, табл. 14):

$$V = \left(\frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$$

Пример 6. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 350$ К, а также кинетическую энергию E_k вращательного движения всех молекул кислорода массой $m = 4$ г.

Решение. На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT$, где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы кислорода соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = kT$.

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_k = \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle N. \quad (1)$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A \nu, \quad (2)$$

где N_A – постоянная Авогадро; ν – количество вещества.

Если учесть, что количество вещества $\nu = m/M$, где m – масса газа; M – молярная масса газа, то формула (2) примет вид $N = N_A m/M$. Подставив выражение N в формулу (1), получаем $E_k = N_A m \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle / M$.

Проведем вычисления, учитывая, что для кислорода $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. приложение, табл. 14): $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4,83 \cdot 10^{-21}$ Дж, $E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} = 364$ Дж.

Пример 7. Какая часть молекул кислорода при 0 °С обладает скоростью от 100 до 110 м/с?

Решение. Распределение молекул по скоростям определено формой

$$\Delta N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 \Delta u.$$

По условию задачи $\Delta v = 110 - 100 = 10$ м/с. Наиболее вероятная скорость $v_B = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 273}{32 \cdot 10^{-3}}} = 376,5$ м/с. Относительная ско-

рость $u = v/v_B = 100/376,5 = 0,2656$, $u^2 = 0,0705$, $e^{-u^2} = 0,932$, $\Delta u = \Delta v/v_B = 10/376,5 = 0,02656$. Подставляем все расчетные данные

в формулу распределения $\Delta N / N = \frac{4}{\sqrt{3,14}} 0,932 \cdot 0,0705 \cdot 0,02656 = 3,94 \cdot 10^{-3}$, или 0,4 %. Число молекул, скорости которых лежат в указанном интервале, составляет 0,4 % от общего числа молекул.

Пример 8. Высотная космическая станция расположена на горе Алагез в Армении на высоте 3250 м над уровнем моря. Принимая постоянной температуру воздуха (5 °С), оценить давление воздуха на этой высоте. Массу одного киломоля воздуха принять равной 29 кг. Давление воздуха на уровне моря равно 760 мм рт. ст.

Решение. Давление p газа уменьшается с высотой h в поле тяжести в изотермической атмосфере по закону $p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$, где p_h – давление газа на высоте h , давление на высоте $h = 0$.

$p_h = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} = p_0 e^{-\frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 3250}{8,31 \cdot 278}} = p_0 e^{-0,4} = 0,67 p_0$, что составляет $0,67 \cdot 10^5$ Па, или 510 мм рт. ст.

Пример 9. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p неона и водорода, принимая газы за идеальные.

Решение. Удельные теплоемкости идеальных газов $c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$, $c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}$, где i – число степеней свободы молекулы газа; M – молярная масса. Для неона (одноатомный газ) $i = 3$ и $M = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. приложение, табл. 14).

Проведем вычисления:

$$c_V = \frac{3}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} = 0,624 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \quad c_p = \frac{3+2}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} = 1,04 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для водорода (двухатомный газ) $i = 5$ и $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Тогда

$$c_V = \frac{5}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} = 10,4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \quad c_p = \frac{5+2}{2} \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} = 14,6 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Пример 10. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_p смеси неона и водорода, если их массовые доли составляют $\omega_1 = 80\%$ и $\omega_2 = 20\%$ соответственно. Значения удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

Решение. Выразим теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT , двумя способами:

$$Q = c_V (m_1 + m_2) \Delta T, \quad (1)$$

$$Q = (c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2) \Delta T, \quad (2)$$

где $c_{V,1}$ – удельная теплоемкость неона; $c_{V,2}$ – удельная теплоемкость водорода.

Приравняв правые части (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на ΔT , получим $c_V (m_1 + m_2) = (c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2)$. Отсюда

$$c_V = c_{V,1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{V,2} \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

или $c_V = c_{V,1} \omega_1 + c_{V,2} \omega_2$, где $\omega_1 = m_1/(m_1 + m_2)$, $\omega_2 = m_2/(m_1 + m_2)$.

Аналогично получим формулу $c_p = c_{p,1} \omega_1 + c_{p,2} \omega_2$.

Проведем вычисления: $c_V = (0,624 \cdot 0,8 + 10,4 \cdot 0,2) = 2,58 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$,
 $c_p = (1,04 \cdot 0,8 + 14,6 \cdot 0,2) = 3,75 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Пример 11. Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1 \text{ м}^3$ и находится под давлением $p_1 = 0,2$ МПа. Газ нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме – до давления $p_3 = 0,5$ МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

Решение. Изменение внутренней энергии $\Delta U = m c_V \Delta T = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$,

где i – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных моле-

кул кислорода $i = 5$); $\Delta T = T_3 - T_1$ – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона: $T = pVM/(mR)$. График процесса приведен на рис. 6.

Работа расширения газа при постоянном давлении $A_1 = m_1/(MR\Delta T)$. Работа при постоянном объеме $A_2 = 0$. Полная работа $A = A_1 + A_2 = A_1$.

Согласно первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$.

Вычислим для кислорода $A_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. приложение, табл. 14):

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 385 \text{ К}; \quad T_2 = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 2887 \text{ К};$$

$$A = A_1 = \frac{8,31 \cdot 2(1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{8,31 \cdot 2(2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 3,24 \text{ МДж}, \quad Q = 3,24 + 0,4 = 3,64 \text{ МДж}.$$

Пример 12. В цилиндре под поршнем находится водород массой $m = 0,02$ кг при температуре $T_1 = 300$ К. Водород при адиабатном расширении увеличил свой объем в $n_1 = 5$ раз, а затем при изотермическом сжатии объем газа уменьшился в $n_2 = 5$ раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершаемую газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

Решение. Температура и объем газа при адиабатном процессе связаны соотношением $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$, или $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{1}{n_1}\right)^{\gamma-1}$, где $\gamma = c_p/c_v$, $n_1 = V_2/V_1$. Получаем выражение для конечной температуры: $T_2 = T_1 / n_1^{\gamma-1}$.

Работа A газа: $A_1 = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_1 - T_2)$, где C_v – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Работа A_2 газа при изотермическом процессе: $A = \frac{m}{M} RT_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_2} = \frac{m}{M} RT_2 \cdot \ln \frac{1}{n_2}$, где

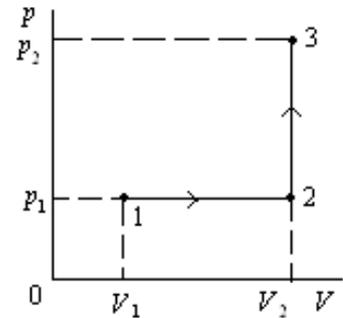


Рис. 6

$n_2 = V_2/V_3$. Для водорода $\gamma = 1,4$, $i = 5$ и $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} = \frac{300}{5^{0,4}} = 157 \text{ К.}$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) = 29,8 \text{ кДж}, A_2 = \frac{0,02 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3}} 157 \ln \frac{1}{5} = -21 \text{ кДж.}$$

При сжатии работа совершается над газом внешними силами ($A_2 < 0$). График процесса приведен на рис. 7.

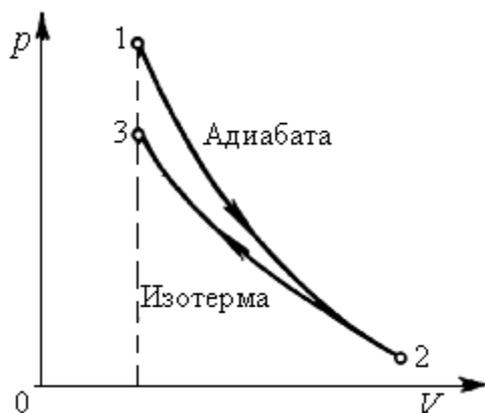


Рис. 7

Пример 13. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика $T_1 = 500$ К. Определить термический КПД η цикла и температуру T_2 теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты от теплоотдатчика машина совершает работу $A = 350$ Дж.

Решение. Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой $\eta = A/Q_1$, где Q_1 – теплота от теплоотдатчика; A – работа рабочего тела.

Зная КПД цикла, можно по формуле $T_2 = (T_1 - \eta) T_1$ определить температуру охладителя $T_2 = T_1(1 - \eta)$. Проведем вычисления: $\eta = 350/1000 = 0,35$; $T_2 = 500(1 - 0,35) = 325$ К.

Пример 14. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром $d = 10$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Решение. Пленка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности: внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки пренебрежимо мала, то диаметры обеих поверхностей одинаковы. Поэтому добавочное давление $p = 2(2\alpha/r)$, где r – радиус пузыря. Так как $r = d/2$, то $p = 8\alpha/d$.

Работа, которую нужно совершить, чтобы, растягивая пленку, увеличить ее поверхность на ΔS , определяется: $A = \alpha \Delta S$, или $A = \alpha(S - S_0)$.

В данном случае S – общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря; S_0 – общая площадь двух поверхностей плоской пленки, затягивавшей отверстие трубки до выдувания пузыря. Пренебрегая S_0 , получаем $A = \alpha S = 2\pi d^2 \alpha$. Проведем вычисления: $p = 8 \cdot 40 \cdot 10^{-3} / 0,1 = 3,2$ Па, $A = 2 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-3} = 2,5$ мДж.

Пример 15. Найти изменение энтропии при превращении 10 г льда при -20°C в пар при 100°C .

Решение. Разность значений энтропии во втором (S_2) и первом (S_1) состояниях $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$. Общее изменение энтропии складывается из ее изменений в последовательных процессах: нагревание и плавление льда, нагревание и испарение воды.

При нагревании льда $dQ = mc_1 dT$ и $\Delta S_1 = mc_1 \ln(T_2/T_1)$.

При плавлении льда при температуре T_2 : $\int dQ = m\lambda$ и $\Delta S_1 = m\lambda/T_2$, где λ – удельная теплота плавления.

При нагревании воды от T_2 до T_3 : $\Delta S_1 = mc_2 \ln(T_3/T_2)$.

При испарении воды при температуре T_3 : $\int dQ = mr$ и $\Delta S_1 = mr/T_3$, где r – удельная теплота парообразования.

Изменение энтропии $\Delta S = m[c_1 \ln(T_2/T_1) + \lambda/T_2 + c_2 \ln(T_3/T_2) + r/T_3] = 10^{-2} [2,1 \cdot 10^3 \ln(273/253) + 3,35 \cdot 10^5/273 + 4,19 \cdot 10^3 \ln(373/273) + 2,26 \cdot 10^6/373] = 87,5$ Дж/град.

Пример 16. Найти изменение энтропии при переходе 8 г кислорода от объема в 10 л при температуре 80°C к объему в 40 л при температуре 300°C .

Решение. Имеем $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$. При этом $dQ = \frac{m}{M} C_v dT + p dV$

и $pV = \frac{m}{M} RT$. Тогда $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{m}{M} \frac{C_v dT}{T} + \int_1^2 \frac{m}{M} \frac{R dV}{V}$,

или $S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{8}{32} \frac{5}{2} 8,31 \ln \frac{573}{353} +$

$+ \frac{8}{32} 8,31 \ln \frac{40}{10} = 5,4$ Дж/град.

Пример 17. Найти изменение энтропии при переходе 6 г водорода от объема в 20 л под давлением $1,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ к объему в 60 л под давлением в 10^3 Н/м^2 .

Решение. Имеем $S_2 - S_1 = \frac{m}{M} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}$ при $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$.

Подставим и получим

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{M} C_v \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{M} C_v \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} C_v \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{M} C_p \ln \frac{V_2}{V_1},$$

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{V_2}{V_1} = 71 \text{ Дж/град.}$$

Задачи для семинарских и практических занятий

1. При давлении $p = 96 \text{ кПа}$ и температуре $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ плотность газа $\rho = 1,35 \text{ г/л}$. Определить газ, молярную массу и массу одного атома.

2. Определить давления p_1 и p_2 газа, содержащего $N = 10^9$ молекул и имеющего объем $V = 1 \text{ см}^3$, при температурах $T_1 = 3 \text{ К}$ и $T_2 = 1000 \text{ К}$.

3. При температуре $t = 35 \text{ }^\circ\text{C}$ и давлении $p = 708 \text{ кПа}$ плотность некоторого газа $\rho = 12,2 \text{ кг/м}^3$. Определить относительную молекулярную массу M_r газа.

4. Какой объем V занимает смесь азота массой $m_2 = 1 \text{ кг}$ и гелия массой $m_1 = 1 \text{ кг}$ при нормальных условиях?

5. В баллоне вместимостью $V = 15 \text{ л}$ находится смесь, содержащая $m_1 = 10 \text{ г}$ водорода, $m_2 = 54 \text{ г}$ водяного пара и $m_3 = 60 \text{ г}$ оксида углерода. Температура смеси $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить давление.

6. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$.

7. Какая часть молекул азота при $150 \text{ }^\circ\text{C}$ обладает скоростями от 300 до 325 м/с?

8. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте 8300 м. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в салоне при помощи компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте 2700 м. Найти разность давлений внутри и снаружи салона. Среднюю температуру наружного воздуха считать равной $0 \text{ }^\circ\text{C}$.

9. Определить удельные теплоемкости c_v и c_p газообразного оксида углерода CO .

10. Газовая смесь состоит из азота массой $m_1 = 3$ кг и водяного пара массой $m_2 = 1$ кг. Принимая газы за идеальные, определить удельные теплоемкости c_v и c_p газовой смеси.

11. Молекула газа состоит из двух атомов; разность удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме равна 260 Дж/(кг · К). Найти молярную массу газа и его удельные теплоемкости c_v и c_p .

12. Найти среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекулы водорода при $p = 133$ мПа и $t = -173$ °С.

13. Один киломоль двухатомного идеального газа совершает замкнутый цикл (рис. 8). Определить: 1) теплоту Q_1 , полученную от теплоотдатчика; 2) теплоту Q_2 , переданную теплоприемнику; 3) работу A , совершаемую газом за один цикл, 4) термический КПД η цикла.

14. Водород при постоянном объеме $V = 10$ м³ и давлении $p_1 = 0,1$ МПа нагрели до давления $p_2 = 0,3$ МПа. Определить изменение внутренней энергии газа, работу, совершенную им, и теплоту, сообщенную газу.

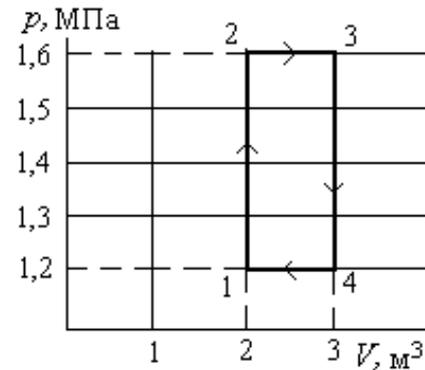


Рис. 8

15. Кислород при неизменном давлении $p = 80$ кПа нагревается с ростом объема от $V_1 = 1$ м³ до $V_2 = 3$ м³. Определить изменение ΔU внутренней энергии кислорода, работу A при расширении, а также теплоту Q , сообщенную газу.

16. Газ совершает цикл Карно. Температура теплоотдатчика в три раза выше температуры теплоприемника. Теплоотдатчик передал газу $Q_1 = 41,9$ кДж теплоты. Определить совершенную газом работу.

17. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d = 12$ см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря?

18. На лед при 0 °С вылили 640 г расплавленного свинца при температуре плавления. Определить массу воды при 0 °С и изменение энтропии в системе вода – свинец.

19. Найти прирост энтропии при изотермическом расширении $10,5$ г азота от объема $V_1 = 2$ л до объема $V_2 = 5$ л.

20. При нагревании 1 киломоля двухатомного газа его абсолютная температура увеличивается в $1,5$ раза. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически и 2) изобарически.

21. Определить коэффициенты диффузии D и теплопроводности λ кислорода при нормальных условиях ($T = 273 \text{ К}$, $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$), если эффективный диаметр его молекул равен $0,36 \text{ нм}$.

22. Углекислый газ массой $6,6 \text{ кг}$ при атмосферном давлении занимает объем $3,75 \text{ м}^3$. Определить температуру газа, если: 1) газ реальный, 2) газ идеальный. Поправки a и b принять равными соответственно $0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{моль}^2$ и $4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Расчетно-графическая работа 2

Таблица вариантов РГР 2

Вариант	Номер задачи							
1	201	211	221	231	241	251	261	271
2	202	212	222	232	242	252	262	272
3	203	213	223	233	243	253	263	273
4	204	214	224	234	244	254	264	274
5	205	215	225	235	245	255	265	275
6	206	216	226	236	246	256	266	276
7	207	217	227	237	247	257	267	277
8	208	218	228	238	248	258	268	278
9	209	219	229	239	249	259	269	279
10	210	220	230	240	250	260	270	280

201. Определить количество вещества ν и число N молекул кислорода массой $m = 0,5 \text{ кг}$.

202. Сколько атомов содержится в ртути: 1) количеством вещества $\nu = 0,2 \text{ моль}$; 2) массой $m = 1 \text{ г}$?

203. Вода при температуре $t = 4 \text{ }^\circ\text{С}$ занимает объем $V = 1 \text{ см}^3$. Определить количество вещества ν и число N молекул воды.

204. Найти молярную массу M и массу m одной молекулы поваренной соли.

205. Определить массу m одной молекулы углекислого газа.

206. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящегося в сосуде вместимостью $V = 2 \text{ л}$. Количество вещества ν кислорода равно $0,2 \text{ моль}$.

207. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объемом $V = 3 \text{ л}$, если концентрация молекул газа в сосуде $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

208. В баллоне вместимостью $V = 3$ л содержится кислород массой $m = 10$ г. Определить концентрацию n молекул газа.

209. Определить относительную молекулярную массу (M_r) воды, углекислого газа, поваренной соли.

210. Определить количество вещества ν и число N молекул азота массой $m = 0,2$ кг.

211. В цилиндр длиной $l = 1,6$ м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0 , начали медленно вдвигать поршень площадью основания $S = 200$ см². Определить силу F , действующую на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1 = 10$ см от дна цилиндра.

212. В баллоне находится газ при температуре $T_1 = 400$ К. До какой температуры T_2 надо нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в 1,5 раза?

213. Баллон вместимостью $V = 20$ л заполнен азотом при температуре $T = 400$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 200$ кПа. Определить массу m израсходованного газа. Процесс считать изотермическим.

214. В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится аргон под давлением $p_1 = 600$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 400$ кПа, а температура установилась $T_2 = 260$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

215. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1 = 2$ МПа и температура $T_1 = 800$ К, в другом $p_2 = 2,5$ МПа, $T_2 = 200$ К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры $T = 200$ К. Определить установившееся в сосудах давление p .

216. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением $p = 2$ МПа и имеющего температуру $T = 400$ К.

217. Определить относительную молекулярную массу M_r газа, если при температуре $T = 154$ К и давлении $p = 2,8$ МПа он имеет плотность $\rho = 6,1$ кг/м³.

218. Найти плотность ρ азота при температуре $T = 400$ К и давлении $p = 2$ МПа.

219. В сосуде вместимостью $V = 40$ л находится кислород при температуре $T = 300$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 100$ кПа. Определить массу m израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

220. Определить плотность ρ водяного пара, находящегося под давлением $p = 2,5$ кПа и имеющего температуру $T = 250$ К.

221. Определить внутреннюю энергию U водорода, а также среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ молекулы этого газа при температуре $T = 300$ К, если количество вещества ν этого газа равно $0,5$ моль.

222. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде вместимостью $V = 3$ л под давлением $p = 540$ кПа.

223. Количество вещества гелия $\nu = 1,5$ моль, температура $T = 120$ К. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул этого газа.

224. Молярная внутренняя энергия U_m некоторого двухатомного газа равна $6,02$ кДж/моль. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

225. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ одной молекулы водяного пара при температуре $T = 500$ К.

226. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle \varepsilon \rangle$ молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью $V = 2$ л под давлением $p = 200$ кПа. Масса газа $m = 0,3$ г.

227. Найти удельные c_p и c_v и молярные C_p и C_v теплоемкости азота и гелия.

228. При какой температуре средняя кинетическая энергия $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступательного движения молекулы газа равна $4,14 \cdot 10^{-21}$ Дж?

229. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки равна $6 \cdot 10^{-10}$ г. Газ находится при температуре $T = 400$ К. Определить средние квадратичные скорости $\langle v_{кв} \rangle$, а также средние кинетические энергии $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступательного движения молекулы азота и пылинки.

230. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем $V = 5$ л. Вычислить теплоемкость C_V этого газа при постоянном объеме.

231. Определить молярную массу M двухатомного газа и удельные теплоемкости, если известно, что разность $c_p - c_v$ удельных теплоемкостей этого газа равна 260 Дж / (кг · К).

232. Найти удельные c_p и c_v , а также молярные C_p и C_V теплоемкости углекислого газа.

233. Определить показатель адиабаты у идеального газа, который при температуре $T = 350$ К и давлении $p = 0,4$ МПа занимает объем $V = 300$ л и имеет теплоемкость $C_V = 857$ Дж/К.

234. В сосуде вместимостью $V = 6$ л находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определить теплоемкость C_V этого газа при постоянном объеме.

235. Определить относительную молекулярную массу M_r и молярную массу M газа, если разность его удельных теплоемкостей $c_p - c_v = 2,08$ кДж/(кг · К).

236. Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости $c_v = 10,4$ кДж/(кг · К) и $c_p = 14,6$ кДж/(кг · К).

237. При каком давлении p средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул азота равна 1 м, если температура газа $t = 10$ °С?

238. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и отношение теплоемкостей $C_p / C_V = 1,67$.

239. Трехатомный газ под давлением $p = 240$ кПа и температуре $t = 20$ °С занимает объем $V = 10$ л. Определить теплоемкость C_p этого газа при постоянном давлении.

240. В сферической колбе вместимостью $V = 3$ л, содержащей азот, создан вакуум с давлением $p = 80$ мкПа. Температура газа $T = 250$ К. Можно ли считать вакуум в колбе высоким? *Примечание.* Вакуум считается высоким, если длина свободного пробега молекул в нем много больше линейных размеров сосуда.

241. Найти среднее число $\langle z \rangle$ столкновений за время $t = 1$ с и длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы гелия, если газ находится под давлением $p = 2$ кПа при температуре $T = 200$ К.

242. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы азота в сосуде вместимостью $V = 5$ л. Масса газа $m = 0,5$ г.

243. Водород находится под давлением $p = 20$ мкПа и имеет температуру $T = 300$ К. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы такого газа.

244. При нормальных условиях длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода равна $0,160$ мкм. Определить диаметр d молекулы водорода.

245. Объем водорода при изотермическом расширении при температуре $T = 300$ К увеличился в $n = 3$ раза. Определить работу A , совершенную газом, и теплоту Q , полученную при этом. Масса m водорода равна 200 г.

246. Кислород находится под давлением $p = 133$ нПа при температуре $T = 200$ К. Вычислить среднее число $\langle z \rangle$ столкновений молекулы кислорода при этих условиях за время 1 с.

247. В сосуде вместимостью $V = 5$ л находится водород массой $m = 0,5$ г. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы водорода в этом сосуде.

248. Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества $\nu = 0,4$ моль при изотермическом расширении, если при этом газ получит количество теплоты $Q = 800$ Дж? Температура водорода $T = 300$ К.

249. Какая доля ω_1 количества теплоты Q , подводимого к идеальному двухатомному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля ω_2 – на работу A расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный.

250. Определить работу A , которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты $Q = 21$ кДж. Найти также изменение ΔU внутренней энергии газа.

251. Определить количество теплоты Q , которое надо сообщить кислороду объемом $V = 50$ л при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на $\Delta p = 0,5$ МПа.

252. При изотермическом расширении азота при температуре $T = 280$ К объем его увеличился в два раза. Определить: 1) совершенную при расширении газа работу A ; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) количество теплоты Q , полученное газом. Масса азота $m = 0,2$ кг.

253. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого $\eta = 0,4$, если работа изотермического расширения равна $A_1 = 8$ Дж.

254. Кислород массой $m = 200$ г занимает объем $V_1 = 100$ л и находится под давлением $p_1 = 200$ кПа. При нагревании газ расширил-

ся при постоянном давлении до объема $V_2 = 300$ л, а затем его давление возросло до $p_2 = 500$ кПа при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную газом работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

255. Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от теплоотдатчика теплоту $Q_1 = 4,38$ кДж и совершил работу $A = 2,4$ кДж. Определить температуру теплоотдатчика, если температура теплоприемника $T_2 = 273$ К.

256. Азот массой $m = 0,1$ кг был изобарно нагрет от температуры $T_1 = 200$ К до температуры $T_2 = 400$ К. Определить работу A , совершенную газом, полученную им теплоту Q и изменение ΔU внутренней энергии азота.

257. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от $T_1 = 380$ до $T'_1 = 560$ К? Температура теплоприемника $T_2 = 280$ К.

258. Какая работа A совершается при изотермическом расширении водорода массой $m = 5$ г, взятого при температуре $T = 290$ К, если объем газа увеличивается в три раза?

259. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту $Q_1 = 84$ кДж. Определить работу A газа, если температура T_1 теплоотдатчика в три раза выше температуры T_2 теплоприемника.

260. В цикле Карно газ получил от теплоотдатчика теплоту $Q_1 = 500$ Дж и совершил работу $A = 100$ Дж. Температура теплоотдатчика $T_1 = 400$ К. Определить температуру T_2 теплоприемника.

261. Какая часть молекул водорода при 0 °С обладает скоростями от 2000 м/с до 2100 м/с?

262. Какая часть молекул водорода при 0 °С обладает скоростями, превышающими наиболее вероятную скорость на 1 %?

263. Какая часть молекул водорода при 0 °С обладает скоростями, превышающими среднеквадратическую скорость на 1 %?

264. Какая часть молекул водорода при 0 °С обладает скоростями в интервале $\pm 0,004v_B$ около наиболее вероятной скорости (v_B).

265. Какая часть молекул водорода при 0 °С обладает скоростями, превышающими среднеарифметическую скорость на 1 %?

266. На какой высоте давление воздуха составляет 75 % от давления на уровне моря? Температура постоянна и равна 0 °С.

267. На какой высоте плотность воздуха составляет 50 % от плотности его на уровне моря? Температура постоянна и равна 0 °С.

268. Определить давление воздуха в шахте на глубине 1 км, если принять: температура постоянна по всей высоте и равна $22\text{ }^\circ\text{C}$, ускорение свободного падения не зависит от высоты, а давление воздуха у поверхности земли равно p_0 .

269. Какую работу A надо совершить при выдувании мыльного пузыря, чтобы увеличить его объем от $V_1 = 8\text{ см}^3$ до $V_2 = 16\text{ см}^3$? Считать процесс изотермическим.

270. Какая энергия E выделится при слиянии двух капель ртути диаметром $d_1 = 0,8$ и $d_2 = 1,2$ мм в одну каплю?

271. Найти прирост энтропии при превращении 1 г воды при $0\text{ }^\circ\text{C}$ в пар при $100\text{ }^\circ\text{C}$.

272. Найти изменение энтропии при плавлении 1 кг льда, находящегося при $0\text{ }^\circ\text{C}$.

273. Лед массой $m_1 = 2$ кг при температуре $t_1 = 0\text{ }^\circ\text{C}$ был превращен в воду той же температуры с помощью пара, имеющего температуру $t_2 = 100\text{ }^\circ\text{C}$. Определить массу m_2 израсходованного пара и изменение энтропии системы лед – пар в этом процессе.

274. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 6,6 г водорода до удвоения объема.

275. Найти изменение энтропии при переходе 10 г углекислого газа под давлением 10^5 Н/м^2 при температуре $20\text{ }^\circ\text{C}$ к состоянию при давлении $2 \cdot 10^5\text{ Н/м}^2$ при температуре $100\text{ }^\circ\text{C}$.

276. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 8 г гелия от объема $V_1 = 10$ л до объема $V_2 = 25$ л.

277. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 6 г водорода от 10^5 до $0,5 \cdot 10^5\text{ Н/м}^2$.

278. Найти изменение энтропии при изохорическом нагревании 10 г кислорода от $t_1 = 50$ до $t_2 = 150\text{ }^\circ\text{C}$.

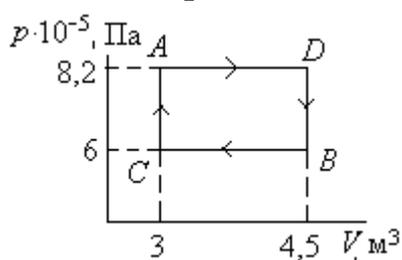


Рис. 9

279. В результате нагревания 22 г азота его абсолютная температура увеличилась в 1,2 раза, а энтропия увеличилась на 4,19 Дж/град. При каких условиях проводилось нагревание: при постоянном объеме или при постоянном давлении?

280. Определить изменение энтропии при переходе газа $A \rightarrow B$ (рис. 9), если переход совершается: 1) по пути ACB и 2) по пути ADB . Кратко пояснить результат.

3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основные определения, расчетные формулы и пояснения

Закон Кулона $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}$, где F – сила взаимодействия точеч-

ных зарядов Q_1 и Q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ – диэлектрическая проницаемость; ϵ_0 – электрическая постоянная.

Напряженность и потенциал электрического поля $\vec{E} = \vec{F} / Q$, $\varphi = \Pi / Q$, где Π – потенциальная энергия точечного положительного заряда Q , находящегося в данной точке поля при условии, что потенциальная энергия удаленного в бесконечность заряда равна нулю.

Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда $\vec{F} = Q\vec{E}$, $\Pi = Q\varphi$.

Принцип суперпозиции электрических полей системы точечных зарядов $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$, $\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i$. Напряженность и потенциал поля, созда-

ваемого точечным зарядом: $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}$, $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}$, где r – расстояние от заряда Q до точки определения.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

- $E = 0$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R}$ (при $r < R$);
- $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R^2}$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R}$ (при $r = R$);
- $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}$; $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}$ (при $r > R$), где Q – заряд сферы.

Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью $\tau = Q/l$, то на линии выделяют малый участок длиной dl с зарядом $dQ = \tau dl$, рассматриваемый как точечный, и применяют

формулы $d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \vec{r}$, $d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$, где \vec{r} – радиус-вектор,

направленный от элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность.

Напряженность E и потенциал φ поля распределенного заряда:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{dl \vec{r}}{r^2}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{dl}{r}.$$

Напряженность поля, создаваемого бесконечной прямой равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}, \text{ где } r \text{ – расстояние от нити или оси цилиндра до точки,}$$

напряженность поля в которой определяется.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}$, где $\sigma = Q/S$ – поверхностная плот-

ность заряда.

Связь потенциала с напряженностью электростатического поля:

- в общем случае $\vec{E} = -grad \varphi$, или $\vec{E} = -\left(\vec{i} \frac{d\varphi}{dx} + \vec{j} \frac{d\varphi}{dy} + \vec{k} \frac{d\varphi}{dz}\right)$;
- для однородного поля $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d$;
- для поля с центральной или осевой симметрией $E = -\frac{d\varphi}{dr}$.

Электрический момент диполя $\vec{p} = |Q|\vec{l}$, где Q – заряд; \vec{l} – плечо диполя (векторная величина, направленная от отрицательного заряда к положительному и равная по модулю расстоянию между зарядами).

Работа сил поля по перемещению заряда Q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 : $A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Емкость $C = Q/\varphi$, или $C = Q/U$, где φ – потенциал проводника (в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); U – разность потенциалов пластин конденсатора.

Емкость плоского конденсатора $C = \epsilon_0\epsilon S/d$, где S – площадь одной пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Емкость батареи N конденсаторов:

- при последовательном соединении $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$;
- при параллельном соединении $C = \sum_{i=1}^N C_i$.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = QU/2, \quad W = CU^2/2, \quad W = Q^2/(2C).$$

Объемная плотность энергии $w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2 = ED/2$, где D – электрическое смещение.

Закон Ома в дифференциальной форме: $\vec{j} = \gamma\vec{E}$, где $j = I/S$ – плотность тока; γ – удельная электропроводимость; E – напряженность электрического поля; $I = Q/t$ – сила постоянного тока; Q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t ; S – площадь поперечного сечения проводника.

Закон Ома в интегральной форме:

- для участка цепи, не содержащего ЭДС: $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$;
- для участка цепи, содержащего ЭДС: $I = (U \pm \mathcal{E})/R$;
- для замкнутой (полной) цепи $I = \mathcal{E}/(R + R_i)$,

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R – полное сопротивление участка, или внешнее сопротивление цепи; R_i – внутреннее сопротивление цепи; \mathcal{E} – ЭДС источника тока.

Законы Кирхгофа: 1. $\sum I_i = 0$; 2. $\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}$, где $\sum I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле; $\sum I_i R_i$ – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления участков; $\sum \mathcal{E}_i$ – алгебраическая сумма ЭДС.

Сопротивление $R = \rho/l$ и проводимость $G = \gamma S/l$ проводника, где ρ – удельное сопротивление; γ – удельная проводимость; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы N проводников:

- при последовательном соединении $R = \sum_{i=1}^N R_i$;
- при параллельном соединении $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$,

где R_i – сопротивление i -го проводника.

Работа тока $A = IUt$, $A = I^2Rt$, $A = U^2t/R$. Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U , последние две – для участка без ЭДС.

Мощность тока $P = IU$, $P = I^2R$, $P = U^2/R$.

Закон Джоуля – Ленца: $Q = I^2Rt$.

Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных заряда $9Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии $l = 50$ см друг от друга. Заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение и знак заряда Q_1 , при котором он будет находиться в устойчивом равновесии.

Решение. Заряд Q_1 находится в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю. Рассмотрим три участка I, II, III (рис. 10), на которых может быть выполнено это условие. Назначим заряд Q_1 – положительным.

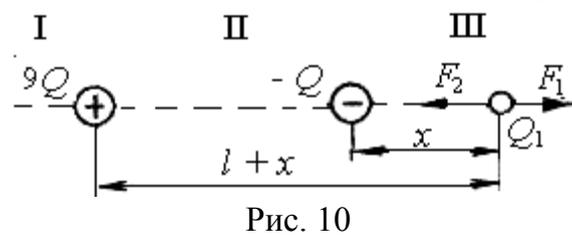


Рис. 10

На участке I на заряд Q_1 действуют противоположно направленные силы. Сила, действующая со стороны заряда $9Q$, в любой точке этого участка больше силы,

действующей со стороны заряда $-Q$, так как больший заряд $9Q$ находится всегда ближе к заряду Q_1 , чем меньший (по модулю) заряд $-Q$. Поэтому равновесие на участке невозможно.

На участке II векторы сил направлены в одну сторону – к заряду $-Q$. Значит, на этом участке равновесие невозможно.

На участке III (см. рис. 10) векторы сил F_1 и F_2 направлены в противоположные стороны, так же как и на участке I, но в отличие от него меньший заряд $-Q$ всегда находится ближе к заряду Q_1 , чем больший заряд $9Q$. Это указывает на существование точки на прямой, где $|F_1| = |F_2|$. Пусть x и $(l+x)$ – расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда Q_1 . Выражая F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим $9QQ_1/(l+x)^2 = QQ_1/x^2$, или $l+x = \pm 3x$, откуда $x_1 = +l/2$, $x_2 = -l/4$.

Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы F_1 и F_2 хотя и равны по модулю, но сонаправлены).

Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда Q_1 в двух случаях: когда его заряд положителен или отрицателен.

Если заряд Q_1 положителен, то при его смещении влево обе силы F_1 и F_2 нарастают. Так как сила F_1 нарастает медленнее, то результирующая сила, действующая на заряд Q_1 , будет направлена в ту же сторону, в которую смещен этот заряд, т. е. влево. Под действием этой силы заряд Q_1 будет удаляться от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда Q_1 вправо. Сила F_2 убывает быстрее, чем F_1 и геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы будет смещаться вправо, удаляясь от положения равновесия. Для положительного заряда равновесие неустойчивое.

Если заряд Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил F_1 и F_2 , но сила F_1 возрастает медленнее, чем F_2 , и $|F_2| > |F_1|$. Результирующая сила будет направлена вправо. Под ее действием заряд Q_1 возвращается к положению равновесия. При смещении Q_1 вправо сила F_2 убывает быстрее, чем F_1 , и $|F_1| > |F_2|$, результирующая сила направлена влево и заряд Q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда Q_1 несущественна.

Пример 2. Три точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?

Решение. Три заряда по вершинам треугольника находятся в одинаковых условиях. Любой из них будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на

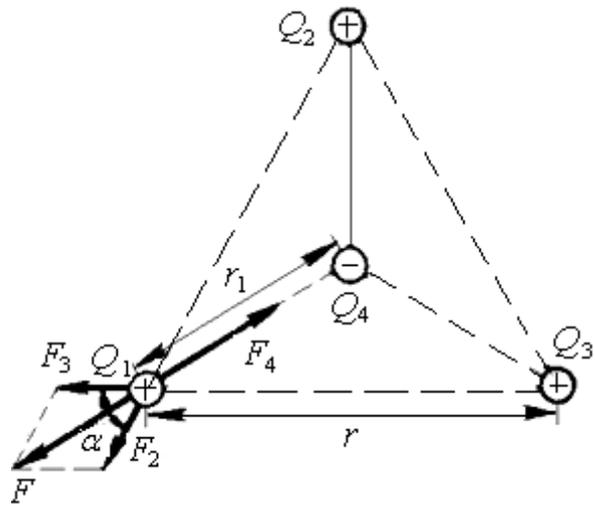


Рис. 11

него сил равна нулю (рис. 11): $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0$, где F_2, F_3, F_4 — силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1 заряды $Q_2,$

$Q_3, Q_4; F$ – равнодействующая сил F_2 и F_3 . Так как векторы сил F и F_4 направлены по одной прямой в противоположные стороны, то $F - F_4 = 0$ и $F_4 = F$. Выразив в последнем равенстве F через F_2 и F_3 и $F_3 = F_2$, получим $F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos\alpha)}$.

Применив закон Кулона, и имея в виду, что $Q_2 = Q_3 = Q_1$, найдем

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{2(1 + \cos\alpha)}, \text{ откуда } Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos\alpha)}.$$

В равностороннем треугольнике

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2\cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}}, \quad \cos\alpha = \cos 60^\circ = 1/2.$$

С учетом этого $Q_4 = Q_1 / \sqrt{3} = 10^{-9} / \sqrt{3} \text{ Кл} = 5,77 \cdot 10^{-10} = 577 \text{ пКл}$.

Равновесие системы зарядов неустойчивое.

Пример 3. На тонком стержне длиной $l = 20$ см находится равномерно распределенный электрический заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $Q = 40$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 6$ мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

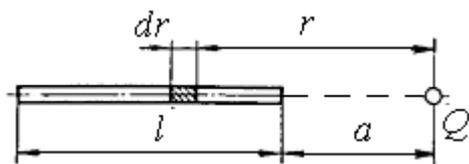


Рис. 12

Решение. Выделим из стержня (рис. 12) малый участок dr с зарядом $dQ = \tau dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда, согласно закону Кулона $dF = \frac{Q\tau dr}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. Интегрируя

это выражение в пределах от a до $a + l$, по-

лучим
$$F = \frac{Q\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+l} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q\tau}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = \frac{Q\tau l}{4\pi\epsilon_0 a(a+l)},$$

откуда
$$\tau = \frac{4\pi\epsilon_0 a(a+l)F}{Ql} = \frac{0,1(0,1+0,2) \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 0,2} = 2,5 \cdot 10^{-9} = 2,5 \text{ нКл/м}.$$

Пример 4. Два точечных электрических заряда $Q_1 = 1$ нКл и $Q_2 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность E и потенциал ϕ поля, создаваемого этими зарядами в точке A , удаленной от заряда Q_1 на расстояние $r_1 = 9$ см и от заряда Q_2 на $r_2 = 7$ см.

Решение. Напряженность электрического поля в искомой точке (рис. 13) определена геометрической суммой напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напряженности электрического поля, создаваемого в воздухе ($\epsilon = 1$) зарядами Q_1 и Q_2 :

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, \quad E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Вектор \vec{E}_1 (см. рис. 13) направлен по силовой линии от положительного заряда Q_1 ; вектор \vec{E}_2 направлен по силовой линии к заряду Q_2 , так как этот заряд отрицателен.

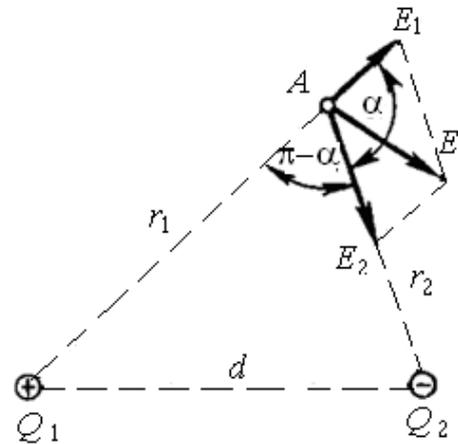


Рис. 13

Модуль вектора E найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}, \quad (1)$$

где α – угол между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 . Значение $\cos\alpha$ определяется из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и d :

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2} = \frac{(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Подставляя выражение E_1 и E_2 в (1) и вынося общий множитель

$$1/(4\pi\epsilon_0) \text{ за знак корня, получаем } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}.$$

$$E = 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{(0,09)^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{(0,07)^4} + 2\frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{(0,09)^2(0,07)^2}(-0,238)} = 3,58 \text{ кВ/м.}$$

Потенциал ϕ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами Q_1 и Q_2 , равен алгебраической сумме потенциалов $\phi = \phi_1 + \phi_2$.

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r , выражается формулой $\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$.

$$\text{Тогда } \phi = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}, \text{ или с подстановкой данных}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right) = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,07} \right) = -157 \text{ В.}$$

Пример 5. По тонкому кольцу распределен заряд $Q = 40$ нКл равномерно с линейной плотностью $\tau = 50$ нКл /м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого этим зарядом на оси кольца в точке A , удаленной от его центра на расстояние половины радиуса.

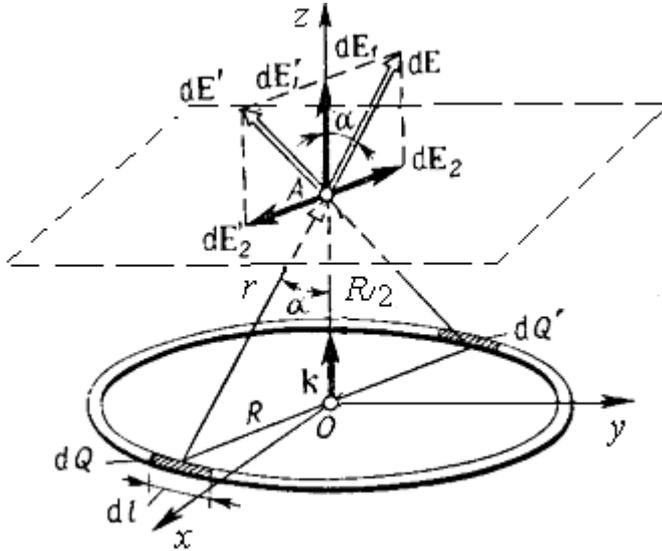


Рис. 14

Решение. Совместим координатную плоскость xOy с плоскостью кольца, а ось Oz — с осью кольца (рис. 14). На кольце выделим малый участок длиной dl . Находящийся на этом участке заряд $dQ = \tau dl$

можно считать точечным. Напряженность dE электрического поля, может быть записана в виде $d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$, где \vec{r} — радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке A .

Разложим вектор $d\vec{E}$ на составляющие: $d\vec{E}_1$, перпендикулярную плоскости кольца (по оси Oz), и $d\vec{E}_2$, параллельную плоскости xOy .

Напряженность \vec{E} электрического поля в точке A найдем интегрированием по всем элементам заряженного кольца $\vec{E} = \int_L d\vec{E}_1 + \int_L d\vec{E}_2$.

Заметим, что для каждой пары симметрично расположенных относительно центра кольца зарядов dQ и dQ' ($dQ = dQ'$), векторы $d\vec{E}_2$ и $d\vec{E}'_2$ в точке A равны по модулю и противоположны по направлению. Поэтому их векторная сумма $\int_L d\vec{E}_2 = 0$. Все составляющие

$d\vec{E}_1$ элементов кольца сонаправлены с осью Oz (единичным вектором \vec{k}), т. е. $d\vec{E}_1 = \vec{k} dE_1$. Тогда $\vec{E} = \vec{k} \int_L dE_1$. При $dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$,

$r = \sqrt{R^2 + (R/2)^2} = \sqrt{5}R/2$, $\cos \alpha = (R/2)/r = 1/\sqrt{5}$, имеем

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\tau}{5R^2\sqrt{5}} dl = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R}.$$

Таким образом $\vec{E} = \vec{k} \int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R^2} = \vec{k} \frac{2\tau}{5\sqrt{5}\epsilon_0 R}.$

Так как $Q = 2\pi R\tau$, то радиус кольца $R = Q/(2\pi\tau)$.

Тогда $\vec{E} = \vec{k} \frac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q} = \vec{k} \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q}$, а модуль напряженности

$$|\vec{E}| = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q} = \frac{4 \cdot 3,14(5 \cdot 10^{-8})^2}{5\sqrt{5} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-8}} = 7,92 \text{ кВ/м.}$$

Пример 6. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см несут соответственно заряды $Q_1 = 1$ нКл и $Q_2 = -0,5$ нКл. Найти напряженность E поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см. Построить график $E(r)$.

Решение. Искомые точки лежат в трех областях: I ($r_1 < R_1$), II ($R_1 < r_2 < R_2$) и III ($r_3 > R_2$) (рис. 15).

1. Для определения напряженности E_1 в области I проведем гауссову поверхность S_1 радиусом r_1 и воспользуемся теоремой Остроградского – Гаусса. Из соображений симметрии $E_n = E_1 = \text{const}$, поэтому $E_1 \oint_{S_1} dS = 0$ и E_1 (напряженность

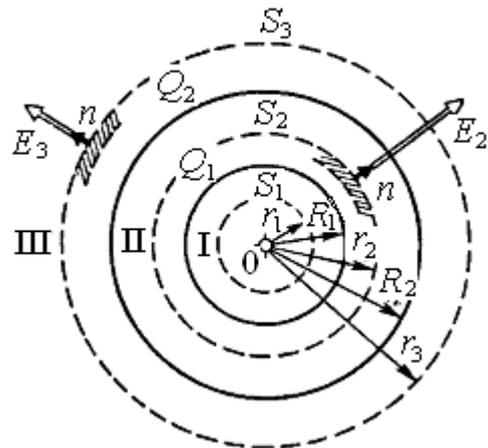


Рис. 15

поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_3 < R_1$, равна нулю.

2. В области II гауссову поверхность проведем радиусом r_2 . Внутри гауссовой поверхности находится заряд Q_1 и $\oint_{S_2} E_n dS = Q_1 / \epsilon_0$.

Так как $E_n = E_2 = \text{const}$, то E можно вынести за знак интеграла: $E_2 \oint_{S_2} dS = Q_1 / \epsilon_0$, или $E_2 S_2 = Q_1 / \epsilon_0$, и $E_2 = Q_1 / (\epsilon_0 S_2)$, где $S_2 = 4\pi r_2^2$ –

площадь гауссовой поверхности. Тогда $E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3 . Обозначим напряженность E области III через E_3 и учтем, что в этом случае гауссова поверхность охватывает суммарный заряд $Q_1 + Q_2$.

Тогда $E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}$, а так как $Q_2 < 0$, то $E_3 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_3^2}$.

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^9}{(0,09)^2} = 1,11 \text{ кВ/м}; \quad E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 - 0,5)10^{-9}}{(0,15)^2} = 200 \text{ В/м}.$$

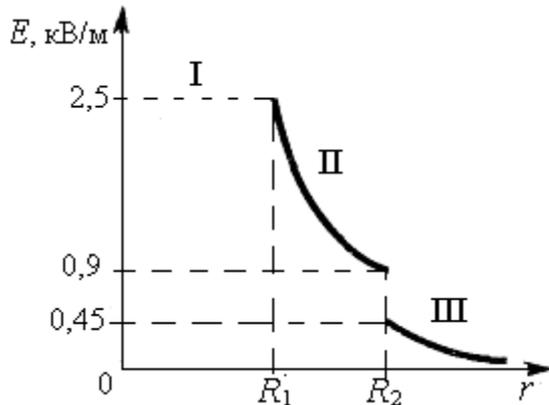


Рис. 16

Построим график $E(r)$ (рис. 16).

В области I ($r_1 < R_1$) $E = 0$. В области II ($R_1 \leq r_2 < R_2$) $E_2(r)$ меняется по закону $1/r^2$. В точке $r = R_1$ напряженность $E_2(R_1) = Q_1/(4\pi\epsilon_0 R_1^2) = 2,5$ кВ/м. В точке $r = R_2$ (r стремится к R_2 слева), $E_2(R_2) = Q_1/(4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 0,9$ кВ/м. В области III ($r > R_2$), $E_3(r)$ меняется по закону $1/r^2$, причем в точке $r = R_2$ (r стремится к R_2 справа),

$E_3(R_2) = (Q_1 - |Q_2|)/(4\pi\epsilon_0 R_2^2) = 0,45$ кВ/м. Функция $E(r)$ в точках $r = R_1$ и $r = R_2$ терпит разрыв.

Пример 7. Точечный заряд $Q = 25$ нКл находится в поле прямого бесконечного цилиндра радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженного с поверхностной плотностью $\sigma = 0,2$ нКл/см². Определить силу F , действующую на заряд, если его расстояние от оси цилиндра $r = 10$ см.

Решение. Значение силы F , действующей на точечный заряд Q в поле: $F = QE$, где E – напряженность поля. Напряженность поля бесконечно длинного равномерно заряженного цилиндра $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$, где

τ – линейная плотность заряда.

Выразим линейную плотность τ через поверхностную плотность σ . Для этого выделим элемент цилиндра длиной l и выразим находящийся на нем заряд Q двумя способами: $Q = \sigma S = \sigma 2\pi R l$, $Q = \tau l$. Приравняв правые части этих формул и сократив полученное равенство на l , найдем $\tau = 2\pi R \sigma$. С учетом этого

$$F = \frac{Q\sigma R}{\epsilon_0 r} = \frac{2,5 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10} = 5,65 \cdot 10^{-4} = 565 \text{ мкН}.$$

Пример 8. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности, равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить напряженность E и потенциал ϕ электрического поля, создаваемого этим зарядом в центре кривизны дуги. Длина l нити составляет $1/3$ длины окружности и равна 15 см.

Решение. Совместим начало координат с центром кривизны дуги, а ось Oy симметрично расположим относительно концов дуги (рис. 17). Заряд $dQ = \tau dl$ на выделенном участке dl нити принимаем точечным.

Напряженность электрического поля заряда dQ в точке O :

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r},$$
 где \vec{r} – радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность.

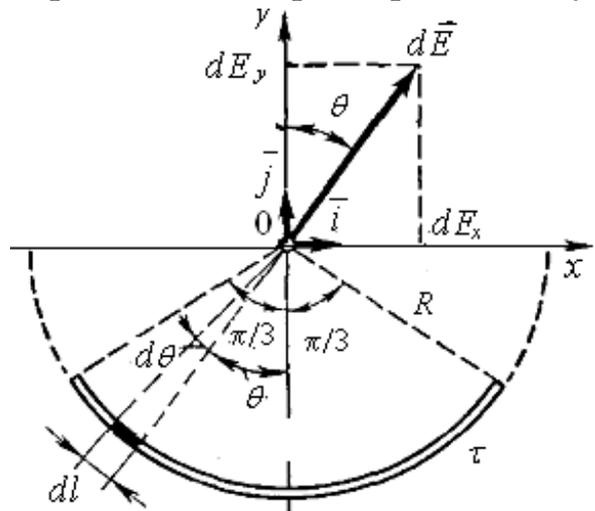


Рис. 17

Выразим вектор $d\vec{E}$ через его проекции dE_x и dE_y на оси: $d\vec{E} = \vec{i} dE_x + \vec{j} dE_y$, где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы направлений (орты). Напряженность найдем интегрированием вдоль дуги длиной l :

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i} \int_l dE_x + \vec{j} \int_l dE_y.$$
 В силу симметрии $\int_l dE_x = 0$ и $\vec{E} = \vec{j} \int_l dE_y$, где $dE_y = dE \cos\theta = \tau dl \cos\theta / (4\pi\epsilon_0 r^2)$. Так как $r = R = \text{const}$, $dt = R d\theta$, то

$$dE_y = \frac{\tau R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta d\theta.$$

При симметричном расположении дуги относительно оси Oy , пределы интегрирования возьмем от 0 до $\pi/3$, а результат удвоим

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos\theta d\theta = \vec{j} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} \sqrt{3}/2.$$

Выразив радиус R через длину l нити ($3l = 2\pi R$), получим

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{\tau}{6\epsilon_0 l} \sqrt{3}. \quad E = \frac{10^{-8} \cdot 1,73}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,15} = 2,18 \text{ кВ/м.}$$

Найдем потенциал $d\varphi$, создаваемый точечным зарядом dQ в точке 0: $d\varphi = \tau dl / (4\pi\epsilon_0 r)$. Заменим r на R и проведем интегрирование:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\epsilon_0 R}. \text{ Так как } l = 2\pi R/3, \text{ то } \varphi = \tau / (6\epsilon_0).$$

Подставим данные и вычислим $\varphi = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 188 \text{ В}.$

Пример 9. На тонком стержне длиной l равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Найти потенциал φ , созданный распределенным зарядом в точке A , расположенной на оси стержня и удаленной от его ближайшего конца на расстояние l .

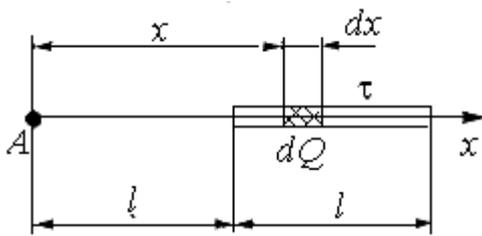


Рис. 18

Решение. На стержне с распределенным зарядом выделим малый участок длиной dx с сосредоточенным зарядом $dQ = \tau dx$. Потенциал $d\varphi$, создаваемый этим точечным зарядом в точке A (рис. 18), определим по формуле

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x}. \text{ Тогда } \varphi = \int_l^{2l} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_l^{2l} \frac{dx}{x}$$

или $\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln x \Big|_l^{2l} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot 0,693 = 62,4 \text{ В}.$

Пример 10. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $Q = 10$ нКл. Площадь S каждой пластины конденсатора равна

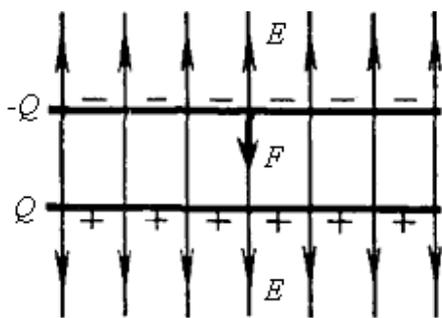


Рис. 19

100 см^2 , диэлектрик – воздух. Определить силу F , с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Решение. Заряд Q одной пластины находится в поле напряженностью E , созданном зарядом другой пластины конденсатора. На этот заряд действует сила

(рис. 19) $F = QE$. Так как $E = \sigma / (2\epsilon_0) = Q / (2\epsilon_0 S)$, где σ – поверх-

ностная плотность заряда, то $F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} = 5,65 \cdot 10^{-4} = 565 \text{ мкН}.$

Пример 11. Одной из пластин плоского конденсатора площадью $S = 0,2 \text{ м}^2$ сообщили заряд $Q = 10 \text{ нКл}$ (другая соединена с землей). Расстояние между пластинами $d = 2 \text{ мм}$. Между пластинами находятся стеклянная и фарфоровая пластинки, толщины которых соответственно равны $d_1 = 0,5 \text{ мм}$ и $d_2 = 1,5 \text{ мм}$. Определить напряженности электрического поля в стекле и фарфоре, а также поверхностные плотности σ' и σ'' связанных зарядов на них (рис. 20).

Решение. На пластинах конденсатора распределены свободные электрические заряды с плотностью $\sigma = Q/S$. На двух диэлектриках возникают связанные электрические заряды с плотностями σ' и σ'' . Необходимо определить напряженности E_1 и E_2 электрического поля и плотности σ' и σ'' связанных зарядов. К решению применим два метода.

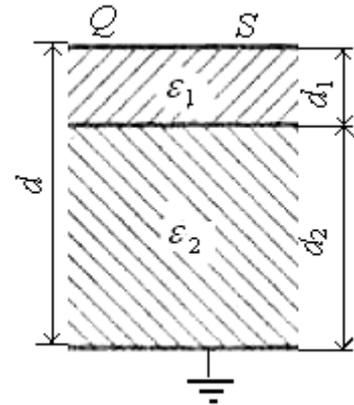


Рис. 20

Метод суперпозиции. Поле в каждом диэлектрике создается свободными зарядами, расположенными на двух параллельных плоскостях, и соответственно связанными зарядами σ' и σ'' , расположенными также на двух плоскостях. Заметим, что связанные заряды создают поле, отличное от нуля, только в «своем» диэлектрике. Напряженности полей этих зарядов:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}; \quad E_1' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}; \quad E_1'' = \frac{\sigma''}{\epsilon_0}.$$

Так как $\sigma' = P_{n1} = \epsilon_0(\epsilon - 1)E_1$; $\sigma'' = P_{n2} = \epsilon_0(\epsilon - 1)E_2$, а по принципу суперпозиции напряженность электрического поля E в диэлектрике является геометрической суммой напряженностей полей свободных E_0 и связанных E' зарядов: $E_1 = E_0 - E_1'$, $E_2 = E_0 - E_2'$, то, решая полученную систему уравнений, находим

$$E_1 = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_1 S}; \quad E_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_2 S}; \quad \sigma' = \frac{(\epsilon_1 - 1)Q}{\epsilon_1 S}; \quad \sigma'' = \frac{(\epsilon_2 - 1)Q}{\epsilon_2 S}.$$

Метод Гаусса. По теореме Гаусса определяем вектор электрического смещения в любом диэлектрике: $D\Delta S = \sigma\Delta S$ и $D = \sigma = Q/S$.

Так как $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$, то напряженности E_1 и E_2 электрического поля в диэлектриках $E_1 = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_1 S}$; $E_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_2 S}$, а плотности связанных за-

рядов $\sigma' = P_{n1} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_1$, $\sigma'' = P_{n2} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E_2$, $\sigma' = \frac{(\varepsilon_1 - 1)Q}{\varepsilon_1 S}$,
 $\sigma'' = \frac{(\varepsilon_2 - 1)Q}{\varepsilon_2 S}$, что совпадает с результатами метода суперпозиции.

Пример 12. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 0,5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности средней части цилиндра.

Решение. Для поля цилиндра, с осевой симметрией соотношение $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ принимает вид $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, или $d\varphi = -E dr$. Разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстояниях r_1 и r_2 от оси цилиндра: $\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr$. С учетом формулы напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром: $E = \tau/(2\pi\varepsilon_0 r)$, получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}, \text{ или } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Величины r_1 и r_2 , входящие в эту формулу в виде отношения, можно выразить в сантиметрах ($r_1 = R + a_1 = 1,5$ см, $r_2 = R + a_2 = 3$ см):
 $\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,8 \cdot 10^{10} \ln(3/1,5) = 3,6 \cdot 10^2 \cdot 2,3 \ln 2 = 250$ В.

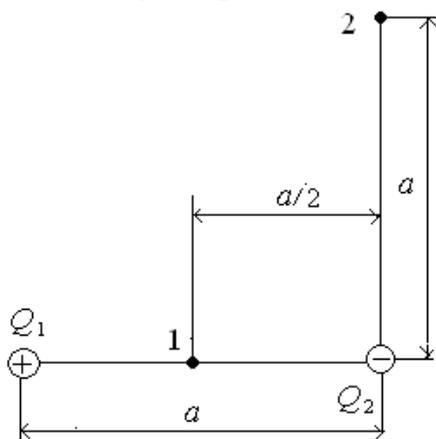


Рис. 21

Пример 13. Электрическое поле создано зарядами $Q_1 = 4$ мкКл и $Q_2 = -2$ мкКл, находящимися на расстоянии $a = 0,1$ м. Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 50$ нКл из точки 1 в точку 2 (рис. 21).

Решение. Для определения работы $A_{1,2}$ сил поля воспользуемся соотношением $A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Потенциалы φ_1 и φ_2 :

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a/2} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a/2} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\varepsilon_0 a},$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

Тогда работа перемещения заряда

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2) \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[Q_1 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + Q_2 \right]$$

$$\cdot A_{1,2} = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,1} \left[4(2 - 1/\sqrt{2}) - 2 \right] 10^{-6} = 14,3 \text{ мДж.}$$

Пример 14. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий начальной скоростью $v_1 = 10^6$ м/с, чтобы его скорость возросла в 2 раза.

Решение. С одной стороны, работа A сил электростатического поля определена произведением элементарного заряда q_e на разность потенциалов U : $A = q_e U$. С другой стороны, работа сил электростатического поля равна приращению кинетической энергии электрона массой m :

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \text{ где } T_1 \text{ и } T_2 \text{ — кинетические энергии электрона}$$

до и после прохождения ускоряющего поля, v_1 и v_2 — начальная и конечная скорости. Приравнявая правые части обоих уравнений, получаем

$$q_e U = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2 v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \text{ где } n = v_2/v_1. \text{ Откуда разность потенциалов } U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2q_e} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} (2^2 - 1) = 8,53 \text{ В.}$$

Пример 15. С поверхности бесконечного равномерно заряженного ($\tau = 50$ нКл/м) прямого цилиндра вылетает α -частица ($v_0 = 0$). Определить ее кинетическую энергию T_2 (кэВ) в точке 2 на расстоянии $8R$ от поверхности цилиндра (рис. 22).

Решение. Для определения кинетической энергии α -частицы в точке 2 воспользуемся законом сохранения энергии для консервативной системы: $E_1 = E_2$, где E_1 и E_2 — полные энергии частицы в точках 1, 2. Так как $E_1 = T_1 + U_1$ и $E_2 = T_2 + U_2$ (T_1, T_2 и U_1, U_2 — кинетические и потенциальные энергии α -частицы) и с учетом $T_1 = 0$ ($v_0 = 0$), можно записать $U_1 = T_2 + U_2$, откуда $T_2 = U_1 - U_2 = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$, где Q — заряд α -частицы, φ_1 и φ_2 — потенциалы точек 1, 2.

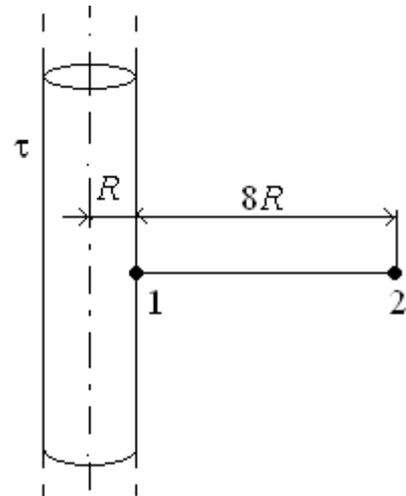


Рис. 22

Используя решение примера 12, запишем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 9. \text{ Тогда } T_2 = \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 9.$$

Проведем вычисления в единицах СИ с использованием коэффициента перевода из Дж в эВ ($1/(1,60 \cdot 10^{-19})$):

$$T_2 = 18 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-8}}{1,60 \cdot 10^{-19}} 2,20 = 3,96 \text{ кэВ.}$$

Пример 16. Конденсатор емкостью $C_1 = 3$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40$ В. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 5$ мкФ. Какая энергия W' израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Решение. Энергия заряженного конденсатора $W = \frac{1}{2}CU^2$, где C – емкость конденсатора или батареи конденсаторов.

Энергия, израсходованная на образование искры $W' = W_1 - W_2$, где W_1 – энергия первого конденсатора до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 – энергия батареи из двух конденсаторов.

Учитывая, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$W' = \frac{1}{2}C_1U_1^2 - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)U_2^2, \quad (1)$$

где U_2 – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Зная, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 : $U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1U_1}{C_1 + C_2}$.

Подставив выражение U_2 в (1), найдем

$$W' = \frac{C_1U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)C_1^2U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}, \text{ или } W' = \frac{1}{2} \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

Проведем вычисления: $W' = \frac{1}{2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-6}} 1600 = 1,5$ мДж.

Пример 17. Потенциометр сопротивлением $R = 100$ Ом подключен к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 150$ В и внутренним сопротивлением $R_i = 50$ Ом. Определить: 1) показание вольтметра сопротивлением $R_V = 500$ Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контак-

том, установленным посередине потенциометра; 2) разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра.

Решение. 1. Показание вольтметра, подключенного к точкам A и B (рис. 23), определим по формуле $U_1 = I_1 R_1$, где R_1 – сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра; I_1 – суммарная сила тока в ветвях этого соединения (равна силе тока в неразветвленной части цепи).

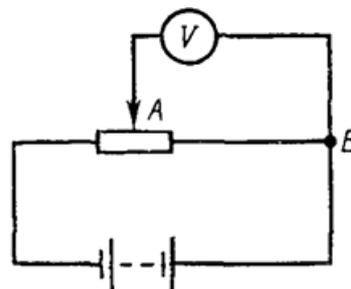


Рис. 23

По закону Ома для полной цепи

$$I_1 = \mathcal{E} / (R_e + R_i), \quad (1)$$

где R_e – сопротивление внешней цепи

$$R_e = R/2 + R_1. \quad (2)$$

Для параллельного соединения проводников $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R/2}$ и

$$R_1 = \frac{RR_v}{R + 2R_v}.$$

Подставим в (1) выражение R_e из (2): $I_1 = \mathcal{E} / (R/2 + R_1 + R_i)$.

Вычислим эти величины отдельно: $R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} = 45,5$ Ом,

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45,5 + 50} = 1,03 \text{ А}, \quad U_1 = 1,03 \cdot 45 \cdot 5 = 46,9 \text{ В}.$$

2. Разность потенциалов между точками A и B при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра: $U_2 = I_2 \cdot R/2$, где $I_2 = \mathcal{E} / (R + R_i)$ – сила тока в цепи при отключенном вольтметре.

$$\text{Вычисляем } U_2 = \mathcal{E} / (R + R_i) \cdot R/2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2} = 50 \text{ В}.$$

Пример 18. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом растет в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6$ А (рис. 24). Определить теплоту Q_1 , выделившуюся в проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2 / Q_1 .

Решение. Сила тока в проводнике меняется, и закон Джоуля – Ленца справедлив для бесконечно малого интервала времени:

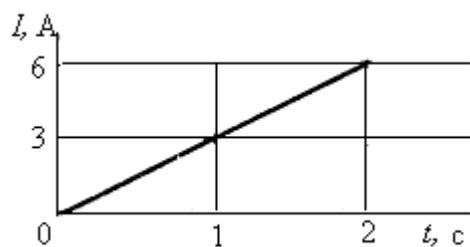


Рис. 24

$$dQ = I^2 R dt.$$

Сила тока $I = kt$, где k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с. Тогда } dQ = k^2 R t^2 dt.$$

За интервал времени от t_1 до t_2 выделится теплота

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3)$$

и $Q_1 = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20(1 - 0) = 60 \text{ Дж}, \quad Q_2 = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20(8 - 1) = 420 \text{ Дж}.$

За вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую: $Q_2/Q_1 = 420/60 = 7$.

Задачи для семинарских и практических занятий

1. Из одной точки два шарика массой $m = 1 \text{ г}$ каждый подвешены на нитях. Длина каждой нити $l = 10 \text{ см}$. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$.

2. Расстояние между зарядами $Q_1 = 100 \text{ нКл}$ и $Q_2 = -50 \text{ нКл}$ равно $d = 10 \text{ см}$. Определить силу F , действующую на заряд $Q_3 = 1 \text{ мкКл}$, отстоящий на $r_1 = 12 \text{ см}$ от заряда Q_1 и на $r_2 = 10 \text{ см}$ от заряда Q_2 .

3. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 1,5 \text{ нКл/см}$. На расстоянии $d = 12 \text{ см}$ от его конца на осевой линии находится точечный заряд $Q = 0,2 \text{ мкКл}$. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

4. Длинная прямая тонкая проволока несет равномерно распределенный заряд. Вычислить линейную плотность τ заряда, если напряженность поля на расстоянии $r = 0,5 \text{ м}$ от проволоки против ее середины $E = 2 \text{ В/см}$.

5. С какой силой (на единицу площади) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2 \text{ мкКл/м}^2$?

6. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$. Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на расстояние $a = 10 \text{ см}$.

7. Электрон со скоростью $v = 3 \text{ Мм/с}$ влетел в однородное электрическое поле напряженностью $E = 150 \text{ В/м}$. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Определить: 1) силу, действующую на электрон; 2) ускорение, приобретаемое электроном; 3) скорость электрона через $t = 0,1 \text{ мкс}$.

8. Определить электрическую емкость C плоского конденсатора с двумя слоями диэлектрика: фарфора толщиной $d_1 = 2 \text{ мм}$ и эбонита толщиной $d_2 = 1,5 \text{ мм}$, если площадь S пластин равна 100 см^2 .

9. К батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 300 \text{ В}$ включены два плоских конденсатора емкостями $C_1 = 2 \text{ пФ}$ и $C_2 = 3 \text{ пФ}$. Определить заряд Q и напряжение U на пластинках конденсаторов при последовательном и параллельном соединениях.

10. Конденсатор емкостью $C_1 = 600 \text{ пФ}$ зарядили до разности потенциалов $U_1 = 1,5 \text{ кВ}$ и отключили от источника напряжения. Затем к нему параллельно присоединили незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 400 \text{ пФ}$. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов.

11. На концах медного провода длиной $l = 5 \text{ м}$ поддерживается напряжение $U = 1 \text{ В}$. Определить плотность тока j .

12. Резистор сопротивлением $R_1 = 5 \text{ Ом}$, вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение $U_1 = 10 \text{ В}$. Если заменить резистор другим с сопротивлением $R_2 = 12 \text{ Ом}$, то вольтметр покажет напряжение $U_2 = 12 \text{ В}$. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь.

13. Определить электрический заряд, прошедший через поперечное сечение провода сопротивлением $R = 3 \text{ Ом}$ при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_1 = 2 \text{ В}$ до $U_2 = 4 \text{ В}$ в течение $t = 20 \text{ с}$.

14. Гальванический элемент дает на внешнее сопротивление $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$ силу тока $I_1 = 0,2 \text{ А}$. Если внешнее сопротивление заменить на $R_2 = 0,8 \text{ Ом}$, то элемент дает силу тока $I_2 = 0,15 \text{ А}$. Определить силу тока короткого замыкания.

15. Даны четыре элемента с ЭДС $\mathcal{E} = 1,5$ В с внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом. Как следует соединить элементы, чтобы получить от собранной батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0,2$ Ом? Определить максимальную силу тока I_{\max} .

16. Внешняя цепь источника тока потребляет мощность $P = 0,75$ Вт. Определить силу тока в цепи, если ЭДС источника тока $\mathcal{E} = 2$ В и внутреннее сопротивление $R = 1$ Ом.

17. Какая наибольшая полезная мощность P_{\max} может быть получена от источника тока с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и внутренним сопротивлением $R = 1$ Ом?

18. При выключении источника тока сила тока в цепи убывает по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$ ($I_0 = 10$ А, $\alpha = 5 \cdot 10^2$ с⁻¹). Определить количество теплоты, которое выделится в резисторе сопротивлением $R = 5$ Ом после выключения источника тока.

Расчетно-графическая работа 3

Таблица вариантов РГР 3

Вариант	Номер задачи							
	1	301	311	321	331	341	351	361
2	302	312	322	332	342	352	362	372
3	303	313	323	333	343	353	363	373
4	304	314	324	334	344	354	364	374
5	305	315	325	335	345	355	365	375
6	306	316	326	336	346	356	366	376
7	307	317	327	337	347	357	367	377
8	308	318	328	338	348	358	368	378
9	309	319	329	339	349	359	369	379
10	310	320	330	340	350	360	370	380

301. Точечные заряды $Q_1 = 20$ мкКл, $Q_2 = -10$ мкКл находятся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Определить силу F , действующую на точечный заряд $Q = 1$ мкКл в точке, удаленной на $r_1 = 3$ см от первого и на $r_2 = 4$ см от второго заряда.

302. Три точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см. Определить силу F , действующую на один из зарядов со стороны двух других.

303. Два положительных точечных заряда Q и $9Q$ закреплены на расстоянии $d = 100$ см друг от друга. В какой точке следует поместить третий заряд, чтобы он находился в равновесии. Какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым.

304. На нитях одинаковой длины из одной точки подвешены два одинаково заряженных шарика. Нити разошлись на угол α . При погружении шариков в трансформаторное масло угол расхождения нитей остался неизменным. Определить плотность ρ масла.

305. Четыре одинаковых заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40$ нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Найти силу F , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

306. Между точечными зарядами $Q_1 = 30$ мкКл и $Q_2 = -20$ мкКл расстояние $d = 20$ см. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $r_1 = 30$ см от первого и на $r_2 = 15$ см от второго заряда.

307. В вершинах правильного треугольника со стороной $a = 10$ см находятся заряды $Q_1 = 10$ мкКл, $Q_2 = 20$ мкКл и $Q_3 = 30$ мкКл. Определить силу, действующую на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

308. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 8 \cdot 10^{-10}$ Кл. Какой отрицательный заряд Q нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

309. На расстоянии $d = 20$ см находятся два точечных заряда: $Q_1 = -50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл. Определить силу F , действующую на заряд $Q_3 = -10$ нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние d .

310. Определить напряженность поля диполя с электрическим моментом $p = 3$ нКл · м на расстоянии $r = 3$ м от центра диполя в направлении, перпендикулярном оси диполя.

311. Тонкий стержень длиной $l = 20$ см несет равномерно распределенный заряд $\tau = 0,1$ мкКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от его конца.

312. По тонкому полукольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

313. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет распределенный заряд $Q = 0,2$ мкКл. Определить напряженность E электрического поля в точке A , равноудаленной от всех точек кольца на расстоянии $r = 20$ см.

314. Треть тонкого кольца радиусом $R = 10$ см несет распределенный заряд $Q = 50$ нКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

315. Ограниченный с одной стороны бесконечный тонкий стержень несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 0,5$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от его начала.

316. По тонкому кольцу радиусом $R = 20$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 0,2$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , находящейся на оси кольца на расстоянии $h = 2R$ от его центра.

317. По тонкому полукольцу равномерно распределен заряд $Q = 20$ мкКл с линейной плотностью $\tau = 0,1$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

318. Четверть тонкого кольца радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q = 0,05$ мкКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

319. По тонкому кольцу равномерно распределен заряд $Q = 10$ нКл с линейной плотностью $\tau = 0,01$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние, равное радиусу кольца.

320. Две трети тонкого кольца радиусом $R = 10$ см несут равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 0,2$ мкКл/м заряд. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

321. На двух concentрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 25). Требуется: 1) используя теорему Остроградского – Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для областей I, II и III. Принять $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma = 30$ нКл/м², $r = 1,5R$; 3) построить график $E(r)$.

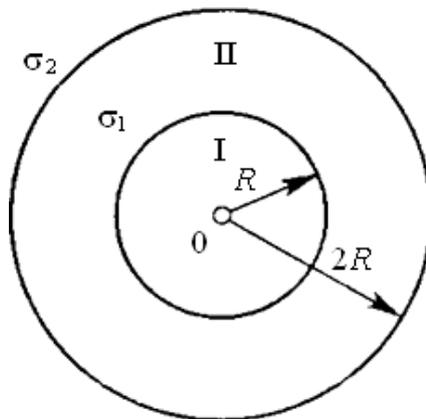


Рис. 25

322. Решить задачу 321 по измененному условию: $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$, $\sigma = 0,1$ мкКл/м², $r = 3R$.

323. Решить задачу 321 по измененному условию: $\sigma_1 = -4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, $\sigma = 50$ нКл/м², $r = 1,5R$.

324. Решить задачу 321 по измененному условию: $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, $\sigma = 0,1$ мкКл/м², $r = 3R$.

325. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 26). Требуется: 1) используя теорему Остроградского – Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в областях: I, II и III. Принять $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной слева от плоскостей, и указать направление вектора E ; 3) построить график $E(x)$.

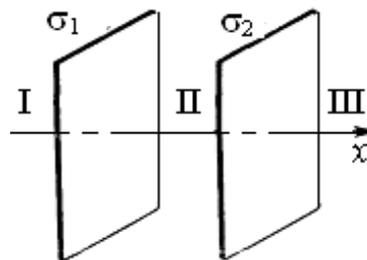


Рис. 26

326. На расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 0,1$ нКл/см² расположена круглая пластина радиусом $r = 15$ см (рис. 27). Определить поток Φ_E вектора напряженности через эту пластину, если ее плоскость составляет с линиями напряженности угол 30° .

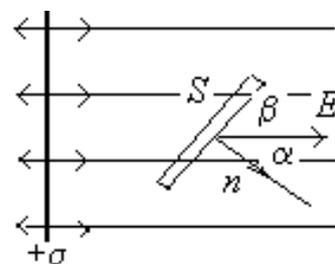


Рис. 27

326. На расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 0,1$ нКл/см² расположена круглая пластина радиусом $r = 15$ см (рис. 27). Определить поток Φ_E вектора напряженности через эту пластину, если ее плоскость составляет с линиями напряженности угол 30° .

327. Шар радиусом $R = 10$ см заряжен равномерно с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м³. Построить график зависимости изменения напряженности поля в радиальном направлении $E(r)$.

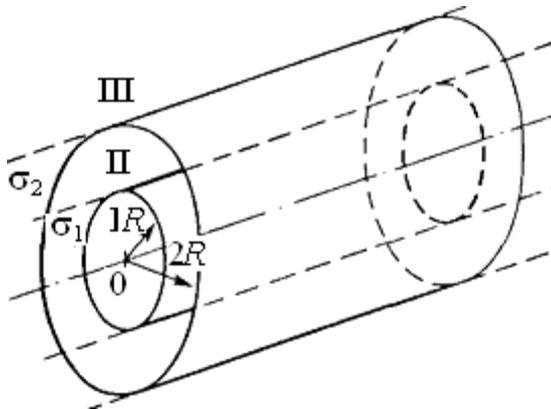


Рис. 28

328. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 28). Требуется: 1) используя теорему Остроградского – Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля для трех областей: I, II и III. Принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma = 50$ нКл/м², $r = 1,5R$; 3) построить график $E(r)$.

329. Решить задачу 328 по измененному условию: $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$, $\sigma = 60$ нКл/м², $r = 3R$.

330. Решить задачу 328 по измененному условию: $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = 4\sigma$, $\sigma = 30$ нКл/м², $r = 4R$.

331. Два точечных заряда $Q_1 = 6$ нКл и $Q_2 = 3$ нКл находятся на расстоянии $d = 60$ см. Какую работу необходимо совершить внешним силам, чтобы уменьшить расстояние между зарядами вдвое?

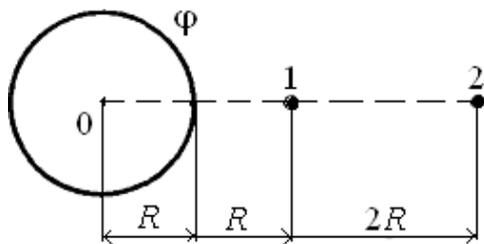


Рис. 29

332. Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром, потенциал ϕ которого 300 В. Определить работу сил поля по перемещению заряда $Q = 0,2$ мкКл из точки 1 в точку 2 (рис. 29).

333. Электрическое поле создано зарядами $Q_1 = 2$ мкКл и $Q_2 = -2$ мкКл, находящимися на расстоянии $a = 10$ см друг от друга.

Определить работу сил поля, совершаемую при перемещении заряда $Q = 0,5$ мкКл из точки 1 в точку 2 (рис. 30).

334. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности заряда которых $\sigma_1 = 2$ мкКл/м² и $\sigma_2 = -0,8$ мкКл/м², находятся на расстоянии $d = 0,6$ см друг от друга. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

335. Диполь с электрическим моментом $p = 100$ пКл · м свободно установился в свободном электрическом поле напряженностью $E = 200$ кВ/м. Определить работу внешних сил, которую необходимо совершить для поворота диполя на угол $\alpha = 180^\circ$.

336. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала $\phi = 10$ В, сливаются в одну. Каков потенциал ϕ_1 образовавшейся капли?

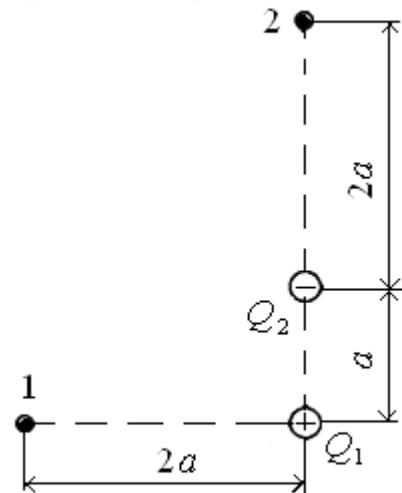


Рис. 30

337. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R = 10$ см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 800$ нКл/м. Определить потенциал ϕ в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии $h = 10$ см от его центра.

338. Шар радиусом $R = 10$ см равномерно заряжен объемной плотностью $\rho = 20$ нКл/м³. Определить разность потенциалов внутри шара между точками на расстоянии $r_1 = 2$ см и $r_2 = 8$ см от его центра.

339. Перпендикулярно однородному электростатическому полю напряженностью $E_0 = 700$ В/м помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ($\epsilon = 7$). Определить напряженность поля и электрическое смещение внутри пластины, поляризованность стекла и поверхностную плотность заряда на стекле.

340. Между пластинами плоского конденсатора с разностью потенциалов $U = 500$ В помещено два слоя диэлектрика: слюдяная пластина ($\epsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 1$ мм и парафин ($\epsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5$ мм. Определить напряженности электростатических полей и электрическое смещение в обоих диэлектриках.

341. Пылинка массой $m = 200$ мкг, несущая на себе заряд $Q = 40$ нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых ли-

ний. После прохождения разности потенциалов $U = 200$ В пылинка имела скорость $v = 10$ м/с. Определить скорость v_0 пылинки до того, как она влетела в поле.

342. Электрон, обладавший кинетической энергией $T = 10$ эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов $U = 8$ В?

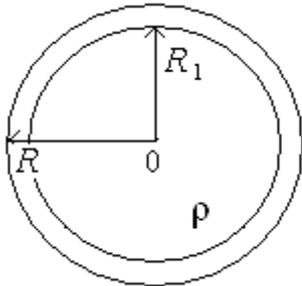


Рис. 31

343. Эбонитовый шар радиусом R равномерно заряжен электричеством с объемной плотностью ρ . Определить радиус R_1 сферы, делящей шар на две части равной энергии (рис. 31)?

344. Электрон с энергией $T = 400$ эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом $R = 10$ см. Определить минимальное расстояние a , на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее $Q = -10$ нКл.

345. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 10^5$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 8$ мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

346. Пылинка массой $m = 5$ нг, несущая на себе $N = 10$ электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ МВ. Определить скорость v и кинетическую энергию T пылинки?

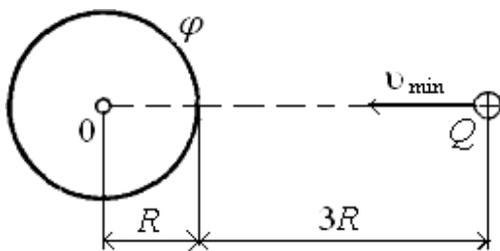


Рис. 32

347. Какой минимальной скоростью v_{\min} должен обладать протон, чтобы достигнуть поверхности металлического шара, заряженного до потенциала $\varphi = 400$ В (рис. 32)?

348. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м влетает вдоль силовой линии электрон со скоростью $v_0 = 2$ Мм/с. На каком расстоянии l электрон потеряет половину начальной скорости?

349. Электрическое поле создано бесконечной заряженной прямой линией с равномерно распределенным зарядом $\tau = 10$ нКл/м.

Определить кинетическую энергию T_2 электрона в точке 2, если в точке 1 его кинетическая энергия $T_1 = 200$ эВ (рис. 33).

350. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100$ В электрон имел скорость $v_1 = 6$ Мм/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, дойдя до которой он потеряет половину своей скорости.

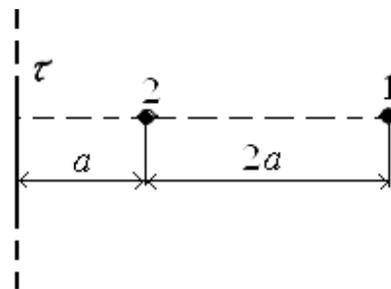


Рис. 33

351. Конденсаторы емкостью $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 10$ мкФ заряжены до напряжений $U_1 = 60$ В и $U_2 = 100$ В соответственно. Определить напряжение на обкладках конденсаторов после их соединения обкладками с одноименными зарядами.

352. Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U = 10$ В. Определить заряд на обкладках этого конденсатора после того, как параллельно был подключен незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 20$ мкФ.

353. Конденсаторы емкостями $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 5$ мкФ и $C_3 = 10$ мкФ соединены последовательно и находятся под напряжением $U = 850$ В. Определить напряжение и заряд на каждом конденсаторе.

354. Два конденсатора емкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 5$ мкФ заряжены до напряжений $U_1 = 100$ В и $U_2 = 150$ В соответственно. Определить напряжение на обкладках конденсаторов после их соединения обкладками с разноименными зарядами.

355. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью $C = 100$ пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, на сколько изменится емкость C батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином.

356. Два конденсатора емкостями $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 8$ мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 80$ В. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

357. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R = 10$ см каждая. Расстояние между пластинами $d = 2$ мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжения $U = 80$ В. Определить заряд Q и напряженность E поля конденсатора в случаях: а) диэлектрик – воздух; б) диэлектрик – стекло.

358. Два металлических шарика радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 10$ см несут заряды $Q_1 = 40$ нКл и $Q_2 = -20$ нКл. Найти энергию W , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

359. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: стекла толщиной $d_1 = 0,2$ см и парафина толщиной $d_2 = 0,3$ см. Разность потенциалов между обкладками $U = 300$ В. Определить напряженность E и падение потенциала в каждом слое.

360. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 200$ см² каждая заряжен до разности потенциалов $U = 2$ кВ. Расстояние между пластинами $d = 2$ см. Диэлектрик – стекло. Определить энергию W и плотность энергии ω поля конденсатора.

361. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением $r = 4$ кОм. Амперметр показывает силу тока $I = 0,3$ А, вольтметр – напряжение $U = 120$ В. Определить сопротивление R катушки. Определить относительную погрешность ε при измерении сопротивления, если пренебречь текущим через вольтметр током.

362. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 80$ В, внутреннее сопротивление $R_i = 5$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 100$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление R .

363. От батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 600$ В требуется передать энергию на расстояние 1 км по медным проводам диаметром $d = 0,5$ см. Найти минимальные потери мощности в сети при потребляемой мощности $P = 5$ кВт.

364. При внешнем сопротивлении $R_1 = 8$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0,8$ А, при сопротивлении $R_2 = 15$ Ом сила тока $I_2 = 0,5$ А. Определить силу тока $I_{к.з}$ короткого замыкания источника ЭДС.

365. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 24$ В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{\max} = 10$ А. Определить максимальную мощность P_{\max} , которая может выделяться во внешней цепи.

366. В плоский конденсатор с расстоянием между пластинами $d = 5$ мм вдвигают стеклянную ($\epsilon = 7$) пластину шириной $b = 4,5$ мм с постоянной скоростью $v = 5$ см/с (рис. 34).

Определить силу тока в цепи батареи с ЭДС $= 220$ В, подключенной к конденсатору.

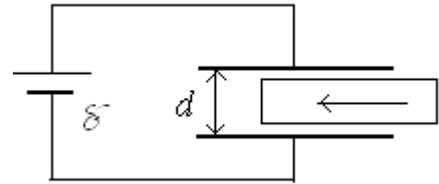


Рис. 34

367. От источника с напряжением $U = 800$ В необходимо передать потребителю мощность $P = 10$ кВт на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10 % от передаваемой мощности?

368. При включении электромотора в сеть с напряжением $U = 220$ В он потребляет ток $I = 5$ А. Определить мощность, потребляемую мотором, и его КПД, если сопротивление R обмотки мотора равно 6 Ом.

369. В сеть с напряжением $U = 100$ В подключили катушку с сопротивлением $R_1 = 2$ кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $U_1 = 80$ В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Определить сопротивление R_2 другой катушки.

370. Даны одиннадцать элементов с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В с внутренним сопротивлением $r = 0,1$ Ом. Как следует соединить элементы, чтобы получить от собранной батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 1$ Ом? Определить максимальную силу тока I_{\max} .

371. За время $t = 20$ с при равномерно нарастающей силе тока от нуля до максимума в проводнике сопротивлением $R = 5$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 4$ кДж. Определить скорость нарастания силы тока, если сопротивление проводника $R = 5$ Ом.

372. Сила тока в проводнике меняется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$, где $I_0 = 20$ А, $\alpha = 10^2$ с⁻¹. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за время $t = 10^2$ с.

373. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время $t = 50$ с равномерно нарастает от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А. Определить количество теплоты Q , выделившееся за это время в проводнике.

374. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном нарастании силы тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

375. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти заряд Q , проходящий через поперечное сечение проводника за время t , равное половине периода T , если начальная сила тока $I_0 = 10$ А, циклическая частота $\omega = 50\pi$ с⁻¹.

376. За время $t = 10$ с при равномерно нарастающей силе тока от нуля до максимума в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 40$ кДж. Определить среднюю силу тока $\langle I \rangle$ в проводнике, если его сопротивление $R = 25$ Ом.

377. За время $t = 8$ с при равномерно нарастающей силе тока в проводнике сопротивлением $R = 8$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 500$ Дж. Определить заряд q , проходящий в проводнике, если сила тока в начальный момент времени равна нулю.

378. Определить количество теплоты Q , выделившееся за время $t = 10$ с в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом, если сила тока в нем равномерно уменьшалась от $I_1 = 10$ А до $I_2 = 0$.

379. Сила тока в цепи изменяется по закону $I_0 \sin \omega t$. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за четверть периода от $t_1 = 0$ до $t_2 = T/4$, где $T = 10$ с.

380. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом за время, в течение которого ток уменьшится в e раз. Коэффициент α принять равным $2 \cdot 10^{-2}$ с⁻¹.

4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Основные определения, расчетные формулы и пояснения

Основная задача теории магнитного поля заключается в расчете характеристик магнитного поля произвольной системы токов и движущихся электрических зарядов, что эквивалентно определению вектора магнитной индукции \vec{B} в произвольной точке поля. Задачу решают применением закона Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad \text{и} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl,$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной dl с током I ; \vec{r} – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе провода.

Магнитная индукция в центре кругового тока радиуса R :

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}.$$

Магнитная индукция на оси кругового тока: $B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$,

где R – расстояние от центра витка до точки определения магнитной индукции.

Магнитная индукция поля прямого тока: $B = \mu\mu_0 I / (2\pi r_0)$, где r_0 – расстояние от оси провода до точки определения магнитной индукции.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током: $B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. Направление вектора магнитной индукции \vec{B} обозначено точкой – вектор \vec{B} направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам (рис. 35, а).

При симметричном расположении концов провода относительно точки определения магнитная индукция (рис. 35, б)

$-\cos\alpha_2 = \cos\alpha_1 = \cos\alpha$, тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r_0} \cos\alpha.$$

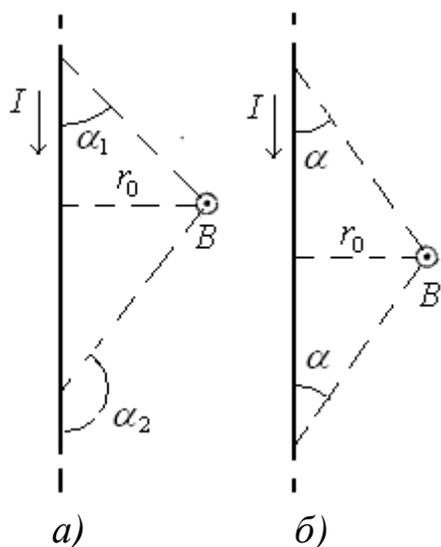


Рис. 35

Связь магнитной индукции B с напряженностью H магнитного поля $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, где μ – магнитная проницаемость изотропной среды; μ_0 – магнитная постоянная. В вакууме $\mu = 1$, и магнитная индукция в вакууме $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$.

Магнитная индукция поля соленоида $B = \mu\mu_0 nI$, где n – отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на прямолинейный провод с током в магнитном поле (закон Ампера) $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$. Модуль силы Ампера $F = IBl\sin\alpha$, где l – длина провода; α – угол между направлением тока в проводе и вектором магнитной индукции B . Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка провода. Если поле неоднородно и провод не является прямым, то закон Ампера применяют к каждому элементу провода в отдельности: $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$.

Магнитный момент плоского контура с током $\vec{p}_m = \vec{n}IS$, где \vec{n} – единичный вектор нормали (положительной) к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током в однородном магнитном поле $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$ и $M = p_m B\sin\alpha$, где α – угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле $\Pi_{\text{мех}} = -p_m B$, или $\Pi_{\text{мех}} = -p_m B\cos\alpha$.

Отношение магнитного момента p_m к механическому L (моменту импульса) движущейся по крутой орбите заряженной частицы:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m}, \text{ где } Q \text{ – заряд частицы; } m \text{ – масса частицы.}$$

Сила Лоренца $\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$ и $F = QvB\sin\alpha$, где v – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Если частица находится одновременно в электрическом и магнитном полях, то сила Лоренца $\vec{F}_L = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$.

Магнитный поток:

- однородного магнитного поля и плоской поверхности: $\Phi = BScos\alpha$, или $\Phi = B_n S$, где S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

- неоднородного поля и произвольной поверхности: $\Phi = \int_S B_n dS$.

Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея): $\mathcal{E}_i = d\Phi/dt$.

Для соленоида и тороида с равномерной намоткой прилегающих друг к другу N витков ЭДС индукции: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}$, где $\Psi = N\Phi$ – потокосцепление (полный поток).

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего контур: $Q = \Delta\Phi / R$, или $Q = N \Delta\Phi / R = \Delta\Psi / R$, где R – сопротивление контура.

Работа перемещения замкнутого контура в магнитном поле $A = I\Delta\Phi$.

Разность потенциалов на концах провода, движущегося со скоростью v в магнитном поле: $U = Blv\sin\alpha$, где l – длина провода; α – угол между векторами v и B .

Индуктивность контура $L = \Phi / I$.

ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}$.

Индуктивность соленоида $L = \mu\mu_0 n^2 V$, где n – отношение числа витков соленоида к его длине; V – объем соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L :

- при замыкании цепи $I = \mathcal{E} \frac{(1 - e^{-Rt/L})}{R}$, где \mathcal{E} – ЭДС источника тока; t – интервал времени с момента замыкания цепи;
- при размыкании цепи $I = I_0 e^{-Rt/L}$, где I_0 – сила тока в цепи при $t = 0$; t – интервал времени с момента размыкания цепи.

$$\text{Энергия магнитного поля } W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (энергия магнитного поля соленоида в единице объема) $\omega = BH/2$, $\omega = B^2/(2\mu\mu_0)$, $\omega = \mu\mu_0 H^2/2$.

При исследовании электромагнитных колебаний в физическую систему включают электромагнитное поле и тела, в которых оно локализовано: проводники с сопротивлением R , катушки индуктивности L , конденсаторы емкостью C и т. д.

В RLC -контуре при условии $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$ и $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ возникают затухающие электромагнитные колебания напряжения на конденсаторе $U = U_0 e^{-\alpha t} \cos \omega t$ с частотой и периодом соответственно:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2}, \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2}},$$

где коэффициент затухания $\alpha = \frac{R}{2L}$, логарифмический декремент затухания $\Theta = \alpha T$, добротность контура $Q = \frac{\omega}{2\alpha} = \frac{\omega L}{R}$.

Если сопротивление контура $R \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ и $\alpha \rightarrow 0$, то полученный LC -контур будет осциллятором без затухания с собственной частотой $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ и периодом $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ собственных колебаний.

При введении в RLC -контур генератора переменного напряжения полное электрическое сопротивление цепи $|Z| = \sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{\omega C}\right]^2}$, где $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление, $X_C = 1/C\omega$ – емкостное сопротивление, $X = X_L - X_C$ – реактивное сопротивление (реактанс).

Закон Ома для переменного тока: $|I||Z| = |U|$.

Зависимость амплитудного значения силы тока I_0 и разность фаз γ между током и внешним напряжением от частоты

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{\omega C}\right]^2}}, \quad \text{tg } \gamma = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Сила тока I достигает максимума $I_0 = \frac{U_0}{R}$ при частоте $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения $I = I_0 / \sqrt{2}$, $U = U_0 / \sqrt{2}$.

Средняя мощность переменного тока $P = UI \cos \gamma$.

При решении задач на вынужденные электромагнитные колебания используют метод векторных диаграмм. В этом методе гармоническое колебание $U = U_0 \sin(\omega t + \alpha)$ представляют в виде вектора \vec{U} : его длина равна амплитуде U_0 , а угол, который этот вектор составляет с некоторой горизонтальной осью (осью токов I или осью напряжений U), в начальный момент времени равен начальной фазе α (рис. 36). Вектор \vec{U} вращается с угловой скоростью ω против часовой стрелки.

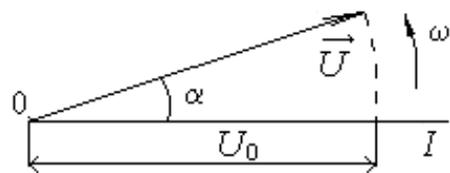


Рис. 36

При последовательном соединении активного сопротивления R , конденсатора емкости C , катушки с индуктивностью L горизонтальной осью назначается ось токов, при параллельном соединении – ось напряжений (см. таблицу).

Расчетные формулы полного сопротивления цепи Z и сдвига фаз $\operatorname{tg}\varphi$ между напряжением и током при разных способах соединения

Способ соединения	Формула расчета Z	Формула расчета $\operatorname{tg}\varphi$
Последовательное: R и C	$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\frac{1}{R\omega C}$
Параллельное: R и C	$\frac{R}{\sqrt{R^2 \omega^2 C^2 + 1}}$	$-R\omega C$
Последовательное: R и L	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{\omega L}{R}$
Параллельное: R и L	$\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$	$\frac{R}{\omega L}$
Последовательное: R, L, C	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

Примеры решения задач

Пример 1. По отрезку прямого провода длиной $l = 80$ см течет ток $I = 50$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в точке A , равноудаленной от концов отрезка провода и находящейся на расстоянии $r_0 = 30$ см от его середины (см. рис. 35, б).

Решение. Закон Био – Савара – Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $d\vec{B}$, создаваемую элементом тока $I d\vec{l}$. Заметим, что вектор $d\vec{B}$ в точке A направлен перпендикулярно плоскости чертежа «от нас». Воспользуемся принципом суперпозиции при интегрировании по длине l провода: $\vec{B} = \int_l d\vec{B}$.

Запишем закон Био – Савара – Лапласа: $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$, где $\mu = 1$.

Заметим, что векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока сонаправлены (см. рис. 35, б), поэтому выражение $\vec{B} = \int_l d\vec{B}$ примет ска-

лярную форму: $B = \int_l dB$, где $dB = \frac{\mu_0 I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl$.

Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin\alpha}{r^2} dl. \quad (1)$$

Преобразуем подинтегральное выражение так, чтобы была одна переменная – угол α между элементом тока $I dl$ и радиусом-вектором r . Для этого выразим длину элемента провода dl через угол $d\alpha$: $dl = r d\alpha / \sin \alpha$ (см. рис. 35, б). Подынтегральное выражение $\frac{\sin \alpha}{r^2} dl$ за-

пишем в виде $\frac{\sin \alpha}{r^2} \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{d\alpha}{r}$. Заметим, что переменная r также зави-

сит от α ($r = r_0 / \sin \alpha$), поэтому $\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin \alpha}{r_0} d\alpha$. С учетом этого выра-

жение (1) переписывается: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha$, где α_1 и α_2 – пределы ин-

тегрирования. Выполним интегрирование:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (2)$$

При симметричном расположении точки A относительно отрезка провода $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$. Формула (2) примет вид $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha_1$, где

$\cos \alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$ (см. рис. 35, б). Тогда окончательно

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} = 26,7 \text{ мкТл.}$$

Пример 2. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C , по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого проводниками с током в точке A (рис. 37), отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см, от другого $r_2 = 12$ см.

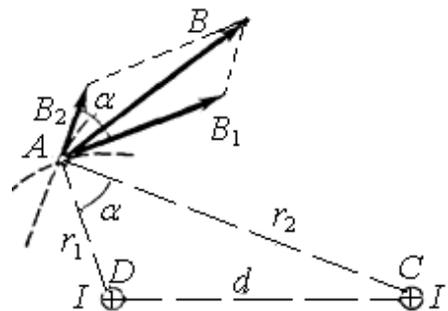


Рис. 37

Решение. Определим направления магнитных индукций B_1 и B_2 полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности в точке A , и, применяя принцип суперпозиции магнитных полей, сло-

жим их геометрически: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Модуль вектора B определяется по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}, \quad (1)$$

где α – угол между векторами \vec{B}_1 и \vec{B}_2 .

Магнитные индукции B_1 и B_2 выражаются через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 до точки A : $B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1)$, $B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2)$.

Подставляем выражения B_1 и B_2 в формулу (1) и получаем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos\alpha}. \quad (2)$$

Угол $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами) по теореме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha$, где d – расстояние между проводами (см. рис. 37). Откуда $\cos\alpha = 23/40$.

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \frac{23}{40}} = 3,08 \cdot 10^{-4} = 308 \text{ мкТл.}$$

Пример 3. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 80$ А. Определить магнитную индукцию B в точке A , равноудаленной от всех точек кольца на расстоянии $r = 20$ см (рис. 38).

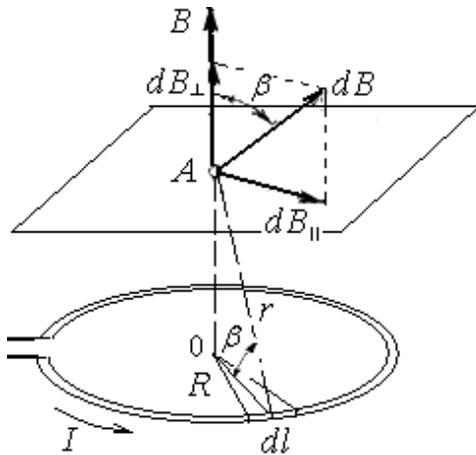


Рис. 38

Решение. Воспользуемся законом

$$\text{Био – Савара – Лапласа: } d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^2},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $Id\vec{l}$ в точке, определяемой радиусом-вектором \vec{r} .

Выделим на кольце элемент $d\vec{l}$ и от него в точку A проведем радиус-вектор \vec{r} . Вектор $d\vec{B}$ направим в соответствии с правилом буравчика. Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция B в точке A определяется интегрированием: $B = \int d\vec{B}$, где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца.

Разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющие: перпендикулярную (dB_{\perp}) и параллельную (dB_{\parallel}) плоскости кольца: $d\vec{B} = d\vec{B}_{\perp} + d\vec{B}_{\parallel}$.

Тогда $\vec{B} = \int_l d\vec{B}_\perp + \int_l d\vec{B}_\parallel$.

Заметим из соображений симметрии, что $\int_l d\vec{B}_\parallel = 0$, а векторы $d\vec{B}_\perp$ от различных элементов dl сонаправлены. Заменяем векторное суммирование (интегрирование) скалярным: $B = \int_l dB_\perp$, где $dB_\perp = dB \cos\beta$ и

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}, \text{ (поскольку } d\vec{l} \text{ перпендикулярен } \vec{r} \text{ и } \sin\alpha = 1).$$

$$\text{Таким образом, } B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cos\beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cos\beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

После сокращений и замены $\cos\beta$ на R/r (см. рис. 38) получим

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{4r^3} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80(0,1)^2}{2(0,2)^3} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ Тл, или } B = 62,8 \text{ мкТл.}$$

Вектор B направлен по оси кольца в соответствии с правилом правого винта.

Пример 4. Длинный провод с током $I = 50$ А изогнут под углом $\alpha = 2\pi/3$. Определить магнитную индукцию B в точке A на расстоянии $d = 5$ см от точки O изгиба (рис. 39).

Решение. Изогнутый провод рассмотрим как два длинных провода, концы которых соединены в точке O . В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей магнитная индукция \vec{B} в точке A будет равна геометрической сумме магнитных индукций \vec{B}_1 и \vec{B}_2 полей, создаваемых отрезками длинных проводов 1 и 2, т. е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Из закона Био – Савара – Лапласа следует, что магнитная индукция $B_2 = 0$, так как в точках, лежащих на оси провода, $dB = 0$ ($d\vec{l} \times d\vec{r} = 0$).

Магнитную индукцию B_1 найдем, воспользовавшись соотношением (2) в

$$\text{примере 1: } B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \text{ где}$$

r_0 – кратчайшее расстояние от провода 1 до точки A (см. рис. 39).

В нашем случае $\alpha_1 \rightarrow 0$ (провод длинный), $\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3$ ($\cos\alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -1/2$). Расстояние $r_0 = d \sin(\pi - \alpha) = d \sin(\pi/3) = d\sqrt{3}/2$.

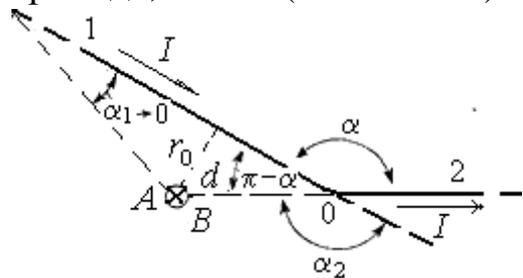


Рис. 39

Тогда магнитная индукция $B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d \sqrt{3}/2} (1 + 1/2)$. Так как $B = B_1$,

$$\text{то } B = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 3,46 \cdot 10^{-5} = 34,6 \text{ мкТл.}$$

Вектор \vec{B} сонаправлен с вектором \vec{B}_1 и определяется правилом правого винта. На рис. 39 это направление отмечено крестиком в кружочке (перпендикулярно плоскости чертежа – «от нас»).

Пример 5. Два бесконечно длинных провода скрещены под прямым углом (рис. 40, а). По проводам текут токи $I_1 = 80 \text{ А}$ и $I_2 = 60 \text{ А}$. Расстояние d между проводами равно 10 см. Определить магнитную индукцию B в точке A , одинаково удаленной от обоих проводов.

Решение. В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей магнитная индукция B поля, создаваемого токами I_1 и I_2 , определяется выражением $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где \vec{B}_1 – магнитная индукция поля, созданного в точке A током I_1 ; \vec{B}_2 – магнитная индукция поля, созданного в точке A током I_2 .

Векторы \vec{B}_1 и \vec{B}_2 взаимно перпендикулярны и изображены в двух проекциях на рис. 40, б. Модуль вектора \vec{B} можно определить по теореме Пифагора: $B = |\vec{B}| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$, где B_1 и B_2 определяются по формулам расчета магнитной индукции для бесконечно длинного прямолинейного провода с током: $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0}$ и $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}$.

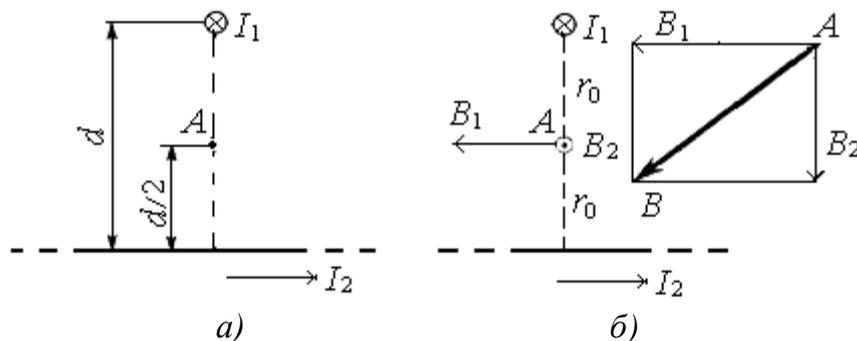


Рис. 40

Проведем подстановку данных с учетом $r_0 = d/2$:

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 10^{-1}} \sqrt{80^2 + 60^2} = 4 \cdot 10^{-4} = 400 \text{ мкТл.}$$

Пример 6. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого в точке O током $I = 80$ А, текущим по бесконечно длинному изогнутому проводу (рис. 41) с радиусом дуги окружности $R = 10$ см.

Решение. Провод условно разбиваем на два прямолинейных провода 1 и 3, одним концом уходящих в бесконечность, и дугу полуокружности 2 радиусом R (рис. 41). В точке O вектор магнитной индукции $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$, т. е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$, где B_1 , B_2 и B_3 – магнитные индукции в точке O , создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем участках провода. Так как точка O лежит на оси провода 1, то $B_1 = 0$ и $\vec{B} = \vec{B}_3 + \vec{B}_2$.

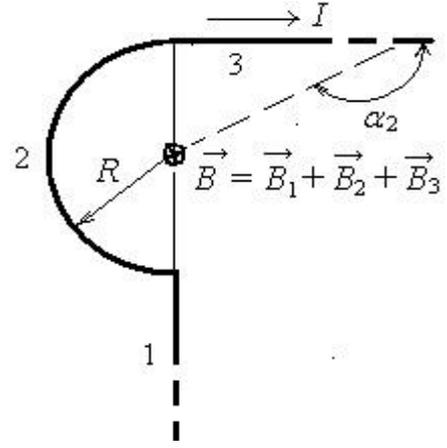


Рис. 41

Векторы \vec{B}_2 и \vec{B}_3 направлены перпендикулярно плоскости чертежа («от нас»), поэтому векторное суммирование заменим алгебраическим: $B = B_2 + B_3$.

Магнитная индукция в центре кругового тока в точке O создается лишь половиной кругового тока, поэтому $B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}$.

Магнитную индукцию B_3 найдем, воспользовавшись соотношением (2) в примере 1: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. В нашем случае

$r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ ($\cos\alpha_1 = 0$), $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ($\cos\alpha_2 = -1$). Тогда $B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$.

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R},$$

или $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\pi + 1) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (\pi + 1) = 3,31 \cdot 10^{-4}$ Тл, или $B = 331$ мкТл.

Пример 7. По двум параллельным прямым проводам длиной $l = 2,5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I = 1$ кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

Решение. Пусть оба тока I_1 и I_2 текут в одном направлении. Ток I_1 создает в месте расположения второго провода с током I_2 магнитное поле. Модуль магнитной индукции B_1 определяется соотношением

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}. \quad (1)$$

На каждый элемент второго провода с током I_2 длиной dl действует в магнитном поле сила Ампера: $dF = I_2 B_1 dl \sin(\widehat{dlB})$. Так как вектор \vec{dl} перпендикулярен вектору \vec{B}_1 , то $\sin(\widehat{dlB}) = 1$ и тогда $dF = I_2 B_1 dl$.

Подставив в это выражение B_1 из (1), получим $dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl$.

Сила F взаимодействия проводов с током $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l$,

или с учетом $I_1 = I_2 = I$: $F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (10^3)^2 2,5}{2\pi \cdot 0,2} = 2,5 \text{ Н}$.

Пример 8. По тонкому стержню длиной $l = 20$ см равномерно распределен заряд $Q = 240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, проходящей через его середину и перпендикулярно стержню. Определить магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого при вращении стержня.

Решение. По определению магнитный момент кругового тока $p_m = IS$. При вращении элементарного участка dr создается элементарный магнитный момент: $dp_m = dQS/T = \tau drS/T = QdrS/IT = Q\pi r^2 ndr/l = Q\omega\pi r^2 dr/2\pi l = Q\omega r^2 dr/2l$. Здесь принято, что период обращения $T = 1/n$, круговая частота $\omega = 2\pi n$, линейная плотность заряда $\tau = Q/l$.

Но ось вращения проходит через середину стержня, поэтому получаем два одинаковых вклада в величину p_m , а текущий радиус при суммировании элементарных вкладов меняется от нуля до $l/2$:

$$p_m = 2 \frac{Q\omega}{2l} \int_0^{l/2} r^2 dr = \frac{Q\omega}{3l} \Big|_0^{l/2} = \frac{Q\omega}{3l} \left(\frac{l}{2}\right)^3 = \frac{Q\omega l^2}{24} = 240 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10/24 = 4 \cdot 10^{-9} = 4 \text{ нА} \cdot \text{м}^2.$$

Пример 9. Электрон, влетев в однородное магнитное поле ($B = 0,2$ Тл), стал двигаться по окружности радиуса $R = 5$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

Решение. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле, если он влетает в него перпендикулярно линиям магнитной индукции. Такое движение частицы, несущей электрический заряд, эквивалентно круговому току, который в этом случае определяется выражением $I_{\text{экв}} = \frac{|e|}{T}$, где e – заряд электрона; T – период его обращения.

Период обращения можно выразить через скорость электрона v и путь, проходимый электроном за период $T = v / (2\pi R)$. Тогда

$$I_{\text{экв}} = |e|v / (2\pi R). \quad (1)$$

Зная $I_{\text{экв}}$, найдем магнитный момент эквивалентного кругового тока. По определению магнитный момент контура с током выражается

$$p_m = I_{\text{экв}} S, \quad (2)$$

где $S = \pi R^2$ – площадь, ограниченная окружностью, описываемой вращением электрона.

Подставив $I_{\text{экв}}$ из (1) в выражение (2), получим $p_m = \frac{|e|v}{2\pi R} \pi R^2$,

или
$$p_m = \frac{1}{2} |e|vR. \quad (3)$$

Из равенства сил, действующих на электрон в радиальном направлении ($m v^2 / R = |e|vB$), найдем формулу скорости ($v = |e|BR / m$) и подставим ее в формулу (3):

$$p_m = \frac{|e|^2 |BR|^2}{2m} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,2 \cdot (0,05)^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 7,03 \cdot 10^{-12} \text{ А} \cdot \text{м}^2 = 7,03 \text{ пА} \cdot \text{м}^2.$$

Пример 10. В соленоиде длиной $l = 0,4$ м и диаметром $D = 5$ см создается магнитное поле с напряженностью $H = 1,5$ кА/м. Определить: 1) магнитодвижущую силу F_m ; 2) разность потенциалов U на концах обмотки, если для нее используется алюминиевая проволока ($\rho = 26$ нОм · м) диаметром $d = 1$ мм.

Решение. Магнитодвижущая сила F_m , или намагничивающая сила, характеризует магнитное действие электрического тока и исполь-

зуются в магнитных цепях (по аналогии с электродвижущей силой – в электрических цепях). Величина магнитодвижущей силы равна циркуляции вектора напряженности \vec{H} магнитного поля по замкнутому контуру L , охватывающему создающие это поле электрические токи: $F_m = \oint_L \vec{H} d\vec{l}$, или $F_m = \oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^N I_i$, где H_l – проекция вектора \vec{H} на направление элемента $d\vec{l}$ контура интегрирования, N – количество проводников (витков) с током I_i , охватываемых контуром.

По определению магнитодвижущей силы $F_m = \oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^N I_i$.

Из первого равенства $F_m = Hl = 1,5 \cdot 10^3 \cdot 0,4 = 600$ А.

Из второго равенства $\oint_L H_l dl = IN$, где $N = l/d$, $I = U/R$. Тогда $Hl = Ul/(Rd)$,

или
$$U = HRd. \quad (1)$$

Сопротивление обмотки $R = \rho l_1/S$, где длина провода обмотки $l_1 = \pi DN$, или $l_1 = \pi Dl/d$, площадь сечения провода $S = \pi d^2/4$. Тогда

$$R = \rho \frac{4\pi Dl}{d\pi d^2} = \rho \frac{4Dl}{d^3}. \quad (2)$$

Подставим полученное выражение (2) в формулу (1) и получим

$$U = \frac{4\rho DHl}{d^2} = \frac{4 \cdot 26 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 1,5 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{10^{-6}} = 3,12 \text{ В.}$$

Пример 11. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ мТл по винтовой линии радиусом $R = 1$ см и шагом $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость v .

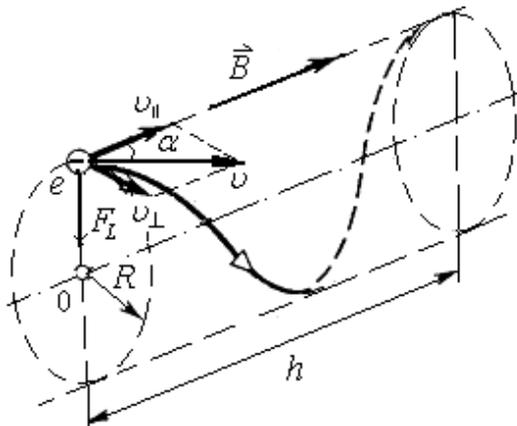


Рис. 42

Решение. Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha \neq \pi/2$ к линиям магнитной индукции. Разложим скорость \vec{v} электрона на две составляющие (рис. 42): параллельную вектору \vec{B} (\vec{v}_{\parallel}) и перпендикулярную (\vec{v}_{\perp}). Скорость \vec{v}_{\parallel} в магнитном поле

не меняется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость \vec{v}_{\perp} в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ($\vec{F}_L \perp \vec{v}_{\perp}$) (в отсутствие параллельной со-

ставляющей ($\bar{v}_{\parallel} = 0$) движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям). Значит, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью v_{\parallel} и равномерном движении по окружности со скоростью v_{\perp} .

Период обращения электрона $T = 2\pi R / v_{\perp}$. В радиальном направлении (\perp) сила Лоренца (F_L) уравнивается центробежной силой, или $|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2 / R$, откуда $R / v_{\perp} = m / |e|B$. Подставим полученное отношение в формулу периода

$$T = 2\pi \frac{m}{|e|B} = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 3,57 \text{ нс.}$$

Из формулы $R / v_{\perp} = m / |e|B$ определим $v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}$.

За время, равное периоду обращения T , электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т. е. $h = Tv_{\parallel}$, откуда $v_{\parallel} = h / T$. Подставив в эту формулу определенное ранее соотношение для периода, получим $v_{\parallel} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}$.

Суммарная скорость (см. рис. 42) $v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}$.

Проведем вычисления:

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[(0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi}\right)^2 \right]^{1/2} = 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

Пример 12. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0,1$ Тл) поля. Найти отношение заряда α -частицы к ее массе, если она двигалась перпендикулярно обоим полям по прямолинейной траектории.

Решение. Для определения отношения заряда Q к массе m воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы: $QU = mv^2 / 2$, откуда

$$Q / m = v^2 / (2U). \tag{1}$$

В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют сила Лоренца $\vec{F}_L = Q\vec{v} \times \vec{B}$ и ку-

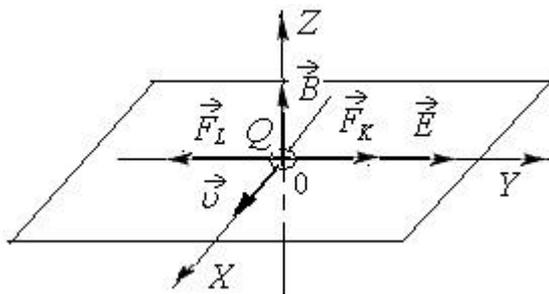


Рис. 43

лоновская сила $\vec{F}_K = Q\vec{E}$. Направим вектор магнитной индукции \vec{B} вдоль оси OZ , скорость \vec{v} – в положительном направлении оси OX , тогда \vec{F}_L и \vec{F}_K будут направлены, как показано на рис. 43.

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил будет равна нулю ($\vec{F}_L = -\vec{F}_K$). В проекции на ось OY (и при учете, что $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\sin\alpha = 1$) получим $QE - QvB = 0$, откуда $v = E/B$.

Подставим выражение скорости в формулу (1):

$$Q/m = E^2 / (2UB^2) = \frac{(10^4)^2}{2 \cdot 104(0,1)^2} = 4,81 \cdot 10^7 = 48 \text{ МКл/кг.}$$

Пример 13. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, вращается с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ относительно вертикальной оси, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля с индукцией $B = 0,04 \text{ Тл}$. Определить мгновенное значение ЭДС индукции для моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями поля. Площадь катушки $S = 100 \text{ см}^2$.

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции \mathcal{E}_i определяется уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \tag{1}$$

Потокосцепление $\psi = N\Phi$, где N – число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком Φ . Подставив выражение ψ в формулу (1), получим

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \tag{2}$$

При вращении катушки магнитный поток Φ , пронизывающий катушку в момент времени t , изменяется по закону $\Phi = BS \cos\omega t$, где B – магнитная индукция; S – площадь катушки; ω – угловая скорость

катушки. Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Φ и проинтегрировав по времени, найдем $\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin \omega t$.

Угловая скорость ω связана с частотой вращения n катушки соотношением $\omega = 2\pi n$, а угол $\omega t = \pi/2 - \alpha$ (рис. 44). С учетом $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$, получим $\mathcal{E}_i = 2\pi n NBS \cos \alpha$.

Проведем вычисления:

$$\mathcal{E}_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 = 25 \text{ В.}$$

Пример 14. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5$ см и сопротивлением $R = 10$ мОм находится в однородном магнитном поле ($B = 40$ мТл). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд Q , который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

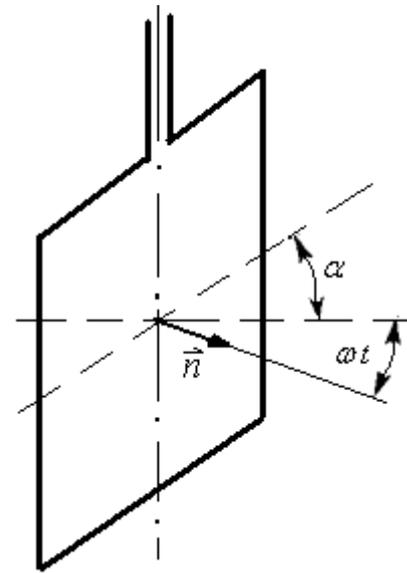


Рис. 44

Решение. При выключении магнитного поля в рамке возникнет ЭДС индукции, определяемая основным законом электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$. Возникшая ЭДС индукции \mathcal{E}_i вызовет в рамке индукционный ток I_i , мгновенное значение которого определится законом Ома для полной цепи $I_i = \mathcal{E}_i / R$, где R – сопротивление рамки.

Так как мгновенное значение силы индукционного тока $I_i = \frac{dQ}{dt}$, то выражение $I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}$ можно переписать в виде $\frac{dQ}{dt} R = -\frac{d\Phi}{dt}$, или $dQ = -\frac{d\Phi}{R}$. Тогда $\int_0^Q dQ = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi$ и $Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$.

В конечном состоянии (поле выключено) $Q = \frac{\Phi_1}{R} = \frac{Ba^2}{R} \cos \alpha$, так как $\Phi_2 = 0$, а магнитный поток $\Phi_1 = BS \cos \alpha = Ba^2 \cos \alpha$.

$$\text{Подставим данные: } Q = \frac{0,04 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3/2}}{0,01} = 8,67 \cdot 10^{-3} = 8,67 \text{ мКл.}$$

Пример 15. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет постоянный ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 1$ Тл). Определить работу A , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол (рис. 45): 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$.

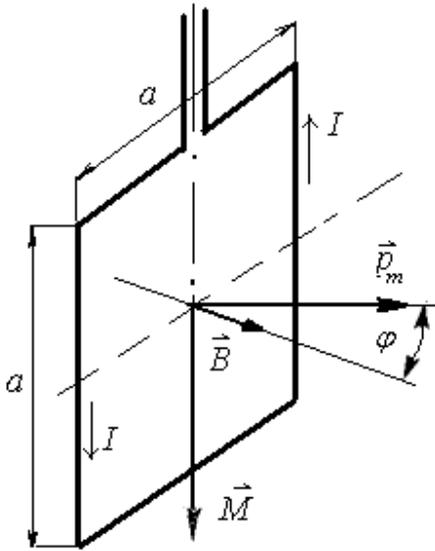


Рис. 45

Решение. На контур с током в магнитном поле действует момент силы $M = p_m B \sin \varphi$, где $p_m = IS = Ia^2$ – магнитный момент контура; B – магнитная индукция; φ – угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

В начальном положении контур свободно установился в магнитном поле: момент силы $M = 0$, $\varphi = 0$ и векторы \vec{p}_m и \vec{B} сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента будет совершаться работа внешними силами. Момент сил зависит от угла поворота φ , поэтому применим формулу работы в дифференциальной форме: $dA = Md\varphi$, или $dA = IBa^2 \sin \varphi d\varphi$.

Найдем работу при повороте на конечный угол

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi. \quad (1)$$

Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90^\circ$:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IBa^2 |(-\cos \varphi)|_0^{\pi/2} = IBa^2 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 = 1 \text{ Дж.}$$

В случае поворота на угол $\varphi_2 = 3^\circ$, учтем, что угол φ_2 настолько мал, что позволяет применить $\sin \varphi \approx \varphi$ в выражении (1):

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \quad (2)$$

Выразим угол φ_2 в радианах. После подстановки числовых величин в (2) найдем $A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 (0,0523)^2 = 1,37 \cdot 10^{-3} = 1,37 \text{ мДж.}$

Пример 16. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока $I = 4$ А магнитный поток $\Phi = 6$ мкВб. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Решение. В соленоиде витки плотно прилегают друг к другу, поэтому потокосцепление может быть определено двояко: $\Psi = LI$ и $\Psi = N\Phi$. Отсюда получаем индуктивность соленоида

$$L = N\Phi / I = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1,8 \cdot 10^{-3} = 1,8 \text{ мГн.}$$

$$\text{Энергия магнитного поля соленоида } W = \frac{1}{2} LI^2,$$

$$\text{или } W = \frac{1}{2} N\Phi I = \frac{1}{2} 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1,44 \cdot 10^{-2} = 14,4 \text{ мДж.}$$

Пример 17. Две катушки имеют взаимную индуктивность $L_{12} = 5$ мГн. В первой катушке сила тока меняется по закону: $I = I_0 \sin \omega t$, где начальная (максимальная) сила тока $I_0 = 10$ А, период $T = 20$ мс. Определить зависимость от времени ЭДС, индуцируемой во второй катушке, и наибольшее значение этой ЭДС.

$$\text{Решение. ЭДС, индуцируемая во второй катушке: } \mathcal{E}_2 = -L_{12} \frac{dI}{dt}.$$

Подставляем формулу изменения силы тока в первой катушке: $\mathcal{E}_2 = -L_{12} I_0 \omega \cos \omega t$, где $\omega = 2\pi/T$ – циклическая частота. Окончательно:

$$\mathcal{E}_2 = -L_{12} \frac{2\pi I_0}{T} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

Подставляем исходные данные и получаем искомую зависимость $\mathcal{E}_2 = -5 \cdot 10^{-3} (2 \cdot 3,14 \cdot 10/2 \cdot 10^{-2}) \cos(100\pi t) = -15,7 \cos(100\pi t)$, В.

Максимальное значение ЭДС (при $\cos \omega t = \pm 1$): $\mathcal{E}_{2 \max} = 15,7$ В.

Пример 18. В идеальном контуре Томпсона индуктивность катушки $L = 1$ мГн, число витков на 1 мм длины катушки $n = 1 \text{ мм}^{-1}$, емкость плоского конденсатора $C = 10$ мкФ. Среда – вакуум. В начальный момент времени $t = 0$ заряд на конденсаторе $Q_1 = 10$ мкКл, а сила тока $I_1 = 0$. Определить в момент времени $t = 10^{-4}/2$ с: силу тока в контуре, индукцию магнитного поля и плотность энергии магнитного поля внутри катушки, напряжение, напряженность и плотность энергии электрического поля внутри конденсатора.

Решение. На обкладках конденсатора идеального контура происходят гармонические колебания заряда $Q = Q_0 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right)$, где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $Q_0 = Q_1$ и $\varphi_0 = \pi/2$ определены из начальных условий: $Q = Q_1$ при $t = 0$, $I_1 = dQ/dt = 0$, т. е. $Q_1 = Q_0 \sin\varphi_0$, $0 = -Q_0 \omega_0 \cos\varphi_0$.

Сила тока в контуре в данный момент времени

$$I = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_1}{\sqrt{LC}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{10^{-5}}{\sqrt{10^{-3}10^{-5}}} \cos\left(\frac{\pi \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{10^{-8}}} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,1 \text{ А.}$$

Индукция магнитного поля

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \mu n I = -\frac{\mu_0 \mu n Q_1}{\sqrt{LC}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{10^{-3}10^{-5}}} \cos\left(\frac{\pi \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{10^{-8}}} + \frac{\pi}{2}\right) = 12,6 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.} \end{aligned}$$

Напряжение на конденсаторе

$$U = \frac{Q_1}{C} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{10^{-5}}{10^{-5}} \sin\left(\frac{\pi \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{10^{-8}}} + \frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

напряженность электрического поля в плоском конденсаторе

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0 S} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{10^{-5}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot S} \sin\left(\frac{\pi \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{10^{-8}}} + \frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

плотность энергии электрического поля внутри конденсатора

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{\varepsilon Q_1^2}{2S^2} \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{10^{-10}}{2 \cdot S^2} \sin^2\left(\frac{\pi \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{10^{-8}}} + \frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

плотность энергии магнитного поля внутри катушки

$$\begin{aligned} w &= \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu n^2 Q_1^2}{2LC} \cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-8}} \cos^2\left(\frac{\pi \cdot 10^{-4}}{2\sqrt{10^{-8}}} + \frac{\pi}{2}\right) = 6,3 \text{ мДж/м}^3. \end{aligned}$$

Пример 19. Электрическая цепь состоит из соединенных последовательно: генератора изменяющейся по гармоническому закону ЭДС, омического сопротивления R , емкости C , индуктивности L , (рис. 46). Определить закон изменения напряжения на участке как функцию времени t .

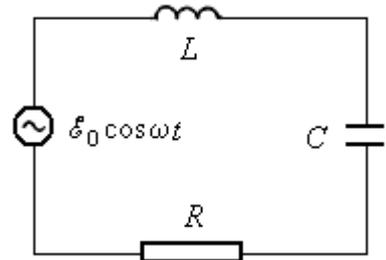


Рис. 46

Решение. Используем метод векторных диаграмм (рис. 47). Пусть закон изменения силы тока задан в виде $I = I_0 \sin \omega t$, где ω – угловая частота изменения внешней ЭДС. Направим ось токов горизонтально. Колебания напряжения на сопротивлении R изображают вектором U_{0R} , направленным по оси токов, колебания напряжения на индуктивности – вектором U_{0L} , направленным перпендикулярно оси токов, и колебания напряжения на емкости – вектором U_{0C} , также направленным перпендикулярно оси токов, но в другую сторону. Модули этих векторов составляют соответственно: $U_{0R} = I_0 R$, $U_{0L} = I_0 \omega L$, $U_{0C} = I_0 / (\omega C)$. Результирующее напряжение изображают вектором $\vec{U}_0 = \vec{U}_{0R} + \vec{U}_{0L} + \vec{U}_{0C}$.

Реактивную составляющую напряжения представляют суммой напряжений на индуктивности и емкости: $U_{0P} = I_0 [\omega L - 1 / (\omega C)]$.

Результирующее напряжение изменяется по закону:

$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$, где амплитуда $U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$, начальная

фаза $\varphi_0 = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ определены из векторного треугольника (см. рис. 47).

В уравнение начальной фазы входят только амплитуды напряжения U_0 и тока I_0 . Из уравнения амплитуды видно, что амплитуда тока I_0 зависит от частоты ω внешней ЭДС.

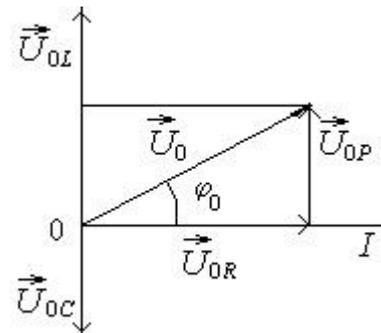


Рис. 47

При возрастании ω от нуля до значения $\omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ полное сопро-

тивление $|Z| = \sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{\omega C}\right]^2}$ убывает, и амплитуда тока достигает

максимального значения I_0 (резонанс напряжений), а далее – убывает, асимптотически приближаясь к нулю.

Пример 20. В контуре с гармонической ЭДС с частотой $\nu = 50$ Гц сопротивление $R = 10$ Ом и катушка с индуктивностью $L = 0,1$ Гн соединены последовательно. Какую емкость необходимо включить последовательно в цепь, чтобы уменьшить сдвиг фазы между ЭДС и силой тока на $\Delta\varphi = 27^\circ$?

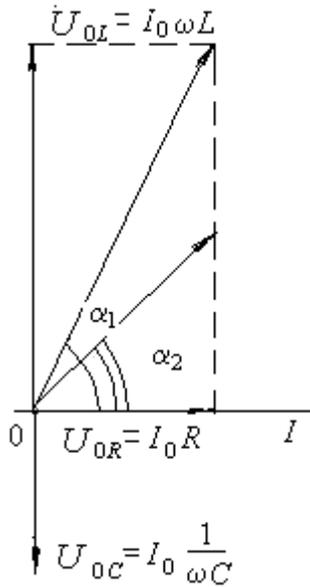


Рис. 48

Решение. Из векторной диаграммы (рис. 48), получаем $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{I_0\omega L}{I_0R} = \frac{\omega L}{R}$. Отсюда,

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}(\omega L/R) = \operatorname{arctg}(2\pi\nu L/R) = (\pi) \approx 72 \text{ град.}$$

Тогда, $\alpha_2 = \alpha_1 - \Delta\alpha = 72 - 27 = 45$ град, и по рис. 48 находим

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{I_0\omega L - I_0/\omega C}{I_0R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = 1$$

Отсюда определим емкость C :

$$C = \frac{1}{2\pi\nu(2\pi\nu L - R)} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 (2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,1 - 10)} \approx 1,5 \cdot 10^2 \text{ мкФ.}$$

Пример 21. Участок цепи состоит из соединенных параллельно конденсатора емкостью $C = 200$ мкФ и сопротивления $R = 100$ Ом.

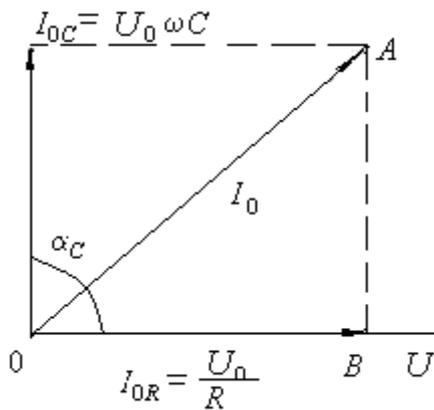


Рис. 49

Определить полное сопротивление участка. Частота изменения гармонической ЭДС составляет $\nu = 50$ Гц.

Решение. Для расчета параллельных соединений назначаем на векторной диаграмме горизонтальной осью – ось напряжений (рис. 49). Ток I_{0R} в омическом сопротивлении совпадает по фазе с напряжением, а ток через конденсатор опережает напряжение по фазе на угол $\alpha_C = 90^\circ$.

Амплитуда общего тока I_0 определяется из векторного треугольника OAB :

$$I_0 = \sqrt{(U_0\omega C)^2 + \left(\frac{U_0}{R}\right)^2} = U_0 \frac{\sqrt{(2\pi\nu CR)^2 + 1}}{R}.$$

Полное сопротивление

$$Z = \frac{R}{\sqrt{(2\pi\nu CR)^2 + 1}} = \frac{100}{\sqrt{(2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 100)^2 + 1}} = 15,7 \text{ Ом.}$$

Задачи для семинарских и практических занятий

1. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 15$ А. Расстояние между проводами $a = 10$ см. Определить напряженность H магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на $r_1 = 8$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

2. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см, идет ток $I = 20$ А. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

3. Обмотка соленоида содержит два слоя, плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром $d = 0,2$ мм. По проводу идет ток $I = 0,5$ А. Определить магнитную индукцию B на оси соленоида.

4. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл помещен прямой проводник длиной $l = 20$ см. Определить силу F , действующую на проводник, если по нему течет ток $I = 50$ А, а угол φ между направлением тока и вектором магнитной индукции равен 30° .

5. Рамка площадью $S = 10$ см² и током $I = 5$ А содержит $N = 20$ витков тонкого провода. Определить магнитный момент p_m рамки.

6. Виток радиусом $R = 10$ см помещен в однородное магнитное поле ($B = 0,2$ Тл). По витку течет ток $I = 50$ А. Определить момент силы M , действующей на виток, если его плоскость составляет угол $\varphi = 60^\circ$ с линиями индукции.

7. На тонком кольце массой $m = 10$ г и радиусом $R = 8$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Кольцо вращается с частотой $n = 15$ с⁻¹ относительно оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости кольца. Определить магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого при вращении кольца, и его отношение к механическому моменту импульса p_m/L .

8. Протон влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции ($B = 1$ Тл) и описал дугу радиусом $R = 10$ см. Определить скорость v протона.

9. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом $R = 5$ см и шагом $h = 20$ см. Определить скорость v электрона, если магнитная индукция $B = 0,1$ мТл.

10. Соленоид длиной $l = 0,5$ м имеет $N = 1000$ витков. Определить магнитную индукцию B поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки $R = 120$ Ом, а напряжение на ее концах $U = 60$ В.

11. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток $I = 20$ А. Плоскость квадрата перпендикулярна магнитным силовым линиям однородного поля. Определить работу A , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить проводник за пределы поля. Магнитная индукция $B = 0,1$ Тл.

12. Проводник длиной $l = 1$ м движется со скоростью $v = 5$ м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить магнитную индукцию B , если на концах проводника возникает разность потенциалов $U = 0,02$ В.

13. Рамка площадью $S = 50$ см², содержащая $N = 100$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 40$ мТл). Определить максимальную ЭДС индукции \mathcal{E}_{\max} , если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой $n = 960$ об/мин.

14. Кольцо из проволоки сопротивлением $R = 1$ мОм находится в однородном магнитном поле ($B = 0,4$ Тл). Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол $\varphi = 90^\circ$. Определить заряд Q , который протечет по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца $S = 10$ см².

15. Соленоид с индуктивностью $L = 0,4$ Гн содержит $N = 4000$ витков провода, по которому течет ток $I = 20$ А. Определить магнитный поток Φ и потокоцепление Ψ .

16. Омическое сопротивление RLC -контура $R = 100$ Ом, индуктивность $L = 10$ мГн, емкость $C = 1$ мкФ. Определить силу тока в контуре в момент времени $t = 5 \cdot 10^{-5}$ с, если при $t = 0$ заряд на конденсаторе $Q_{01} = 10$ мкКл, а начальная сила тока равна нулю.

17. Активное сопротивление R и индуктивность L соединены параллельно и включены в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Определить R и L , если поглощаемая в этой цепи мощность равна 605 Вт при сдвиге фаз между напряжением и током $\pi/3$.

18. Определить силу тока в цепи через $t = 0,01$ с после ее размыкания. Сопротивление цепи $R = 20$ Ом и индуктивность $L = 0,1$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I_0 = 50$ А.

19. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление $R = 15$ Ом и индуктивность $L = 0,3$ Гн. Определить интервал времени, за который в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

Расчетно-графическая работа 4

Таблица вариантов РГР 4

Вариант	Номер задачи							
1	401	411	421	431	441	451	461	471
2	402	412	422	432	442	452	462	472
3	403	413	423	433	443	453	463	473
4	404	414	424	434	444	454	464	474
5	405	415	425	435	445	455	465	475
6	406	416	426	436	446	456	466	476
7	407	417	427	437	447	457	467	477
8	408	418	428	438	448	458	468	478
9	409	419	429	439	449	459	469	479
10	410	420	430	440	450	460	470	480

401. По двум бесконечным прямым параллельным проводам, находящимся на расстоянии $L = 10$ см друг от друга в вакууме, текут в одном направлении токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Определить магнитную индукцию B поля на ортогональной прямой в точках A , C , D с соответствующими координатами: $l_A = 2$ см, $l_C = 4$ см, $l_D = 3$ см (рис. 50).

402. Решить задачу 401 при условии, что токи на рис. 50 текут в противоположных направлениях.

403. По двум скрещенным под прямым углом бесконечно длинным проводам текут токи $I_1 = 100$ А и $I_2 = 200$ А. Определить магнитную индукцию B в точке A_1 (рис. 51). Расстояние $d = 10$ см.

404. Решить задачу 403 для точки A_2 (см. рис. 51).

405. Бесконечно длинный провод с током $I = 50$ А согнут под прямым углом (рис. 52). Определить магнитную индукцию B в точке A на биссектрисе прямого угла на расстоянии $d = 10$ см от его вершины.

406. По двум прямым бесконечно длинным параллельным проводам текут одинаковые токи $I = 60$ А. Определить магнитную индукцию в точке A (рис. 53), равноудаленной от проводов на расстояние $d = 10$ см. Угол $\beta = \pi/3$.

407. Для тонкого проводящего кольца с током магнитный момент $p_m = 5$ А·м². Определить магнитную индукцию B в точке A на оси кольца, удаленной от точек кольца на расстояние $r = 20$ см (рис. 54).

408. По тонкому кольцу радиусом $R = 20$ см течет ток $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B на оси кольца в точке A (рис. 54). Угол $\alpha = \pi/6$.

409. По изогнутому с характерным размером $R = 10$ см бесконечно длинному проводу (рис. 55) течет ток $I = 200$ А. Определить магнитную индукцию B в точке 0 .

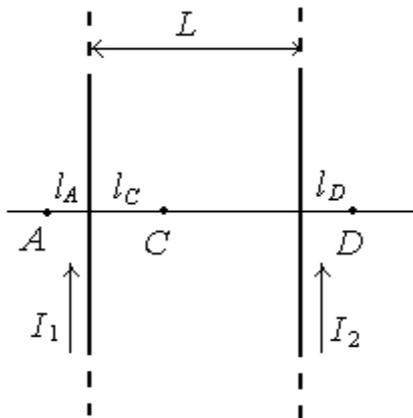


Рис. 50

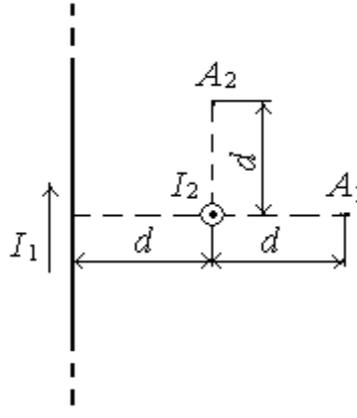


Рис. 51

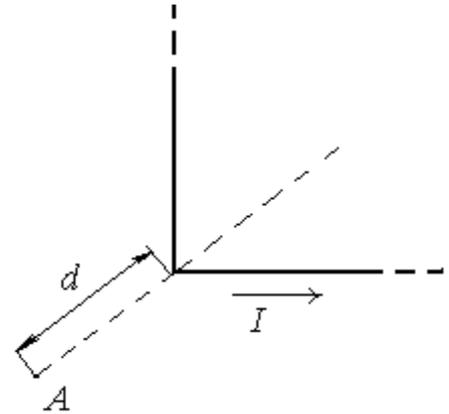


Рис. 52

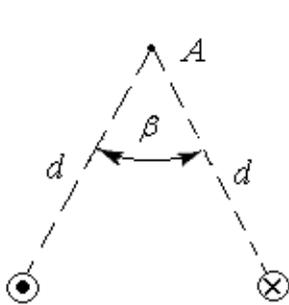


Рис. 53

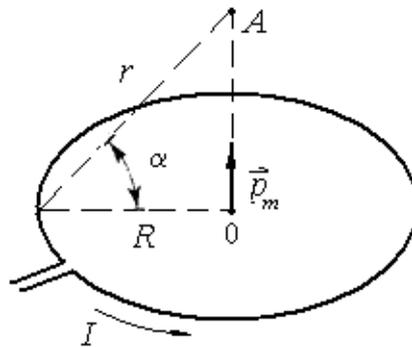


Рис. 54

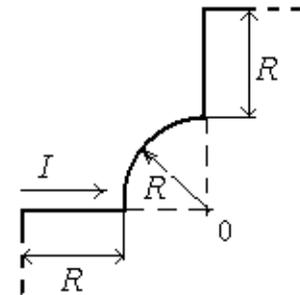


Рис. 55

410. По проволочной квадратной рамке со стороной $a = 34$ см течет ток $I = 3$ А. Определить индукцию магнитного поля в центре рамки.

411. По двум параллельным проводам длиной $l = 3$ м каждый текут одинаковые токи $I = 500$ А. Между проводами расстояние $d = 10$ см. Определить силу F взаимодействия проводов.

412. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I = 400$ А. В двух проводах направления токов совпадают. Определить силу взаимодействия проводов, приходящуюся на каждый метр длины.

413. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $I = 200$ А. Определить силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

414. Короткая катушка площадью поперечного сечения $S = 250$ см², содержащая $N = 500$ витков провода, по которому течет ток $I = 5$ А, помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 1000$ А/м. Определить магнитный момент p_m катушки и вращающий момент M , действующий на катушку, если ось катушки составляет угол $\varphi = 30^\circ$ с линиями поля.

415. Тонкий провод длиной $l = 20$ см изогнут в виде полукольца и помещен в магнитное поле ($B = 10$ мТл) так, что площадь полукольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. По проводу пропустили ток $I = 50$ А. Определить силу F , действующую на провод. Подводящие провода направлены вдоль линий магнитной индукции.

416. Шины генератора длиной $l = 4$ м находятся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Найти силу взаимного отталкивания шин при коротком замыкании, если ток короткого замыкания $I_{к.з} = 5$ кА.

417. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 50$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 10$ мТл). Определить изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ контура при повороте вокруг оси, лежащей в плоскости контура, на угол 180° .

418. Тонкое проводящее кольцо с током $I = 40$ А помещено в однородное магнитное поле ($B = 80$ мТл). Плоскость кольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. Радиус R кольца равен 20 см. Найти силу F , растягивающую кольцо.

419. Квадратная рамка из тонкого провода массой $m = 20$ г может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из сторон. Рамку поместили в однородное магнитное поле ($B = 0,1$ Тл), направленное вертикально вверх. Определить угол α , на который отклонилась рамка от вертикали, когда по ней пропустили ток $I = 10$ А.

420. По круговому витку радиусом $R = 5$ см течет ток $I = 20$ А. Виток расположен в однородном магнитном поле ($B = 40$ мТл) так, что нормаль к плоскости контура составляет угол $\vartheta = \pi/6$ с вектором B . Определить изменение $\Delta\Pi$ потенциальной энергии контура при его повороте на угол $\varphi = \pi/2$ в направлении увеличения угла ϑ .

421. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 50$ нКл/м. Кольцо вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр, с частотой $n = 10$ с⁻¹. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением кольца.

422. Диск радиусом $R = 8$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma = 100$ нКл/м²). Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением диска относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Угловая скорость вращения диска $\omega = 60$ рад/с.

423. Стержень длиной $R = 20$ см заряжен равномерно распределенным зарядом с линейной плотностью $\tau = 0,2$ мкКл/м. Стержень вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением стержня.

424. Протон движется по окружности радиусом $R = 0,5$ см с линейной скоростью $v = 10^6$ м/с. Определить магнитный момент p_m , создаваемый эквивалентным круговым током.

425. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q = 80$ нКл. Кольцо вращается с угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца. Найти магнитный момент p_m , обусловленный вращением кольца.

426. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет заряд $Q = 10$ нКл. Кольцо равномерно вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца. Определить магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого при вращении кольца.

427. Принимая, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите, определить отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона.

428. По поверхности диска радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд $Q = 0,2$ мкКл. Диск вращается с частотой $n = 20$ с⁻¹ относительно оси, проходящей перпендикулярно через его центр. Определить магнитный момент p_m кругового тока при вращении диска.

429. Тонкое кольцо массой $m = 10$ г и радиусом $R = 10$ см несет заряд $Q = 10$ нКл. Кольцо равномерно вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Определить магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого при вращении кольца и его отношение к механическому моменту импульса p_m/L .

430. По тонкому стержню длиной $l = 40$ см равномерно распределен заряд $Q = 60$ нКл. Стержень вращается с частотой $n = 12$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через стержень на расстоянии $a = l/3$ от одного из его концов. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением стержня.

431. Два иона разных масс с одинаковыми зарядами влетели в однородное магнитное поле, стали двигаться по окружностям радиусами $R_1 = 3$ см и $R_2 = 1,73$ см. Определить отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

432. Однозарядный ион натрия прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ кВ и влетел перпендикулярно линиям магнитной индукции в однородное поле ($B = 0,5$ Тл). Определить относительную атомную массу A иона, если он описал окружность радиусом $R = 4,37$ см.

433. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 800$ В и, влетев в однородное магнитное поле $B = 47$ мТл, стал двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6$ см. Определить радиус R винтовой линии.

434. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 300$ В и, попав в однородное магнитное поле, стала двигаться по винтовой линии радиусом $R = 1$ см и шагом $h = 4$ см. Определить магнитную индукцию B поля.

435. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 100$ В и, влетев в однородное магнитное поле ($B = 0,1$ Тл), стала двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6,5$ см и радиусом $R = 1$ см. Определить отношение заряда частицы к ее массе.

436. Электрон влетел в однородное магнитное поле ($B = 200$ мТл) перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить силу эквивалентного кругового тока $I_{\text{экв}}$, создаваемого движением электрона в магнитном поле.

437. Протон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 300$ В и влетел в однородное магнитное поле ($B = 20$ мТл) под углом $\alpha = 30^\circ$ к линиям магнитной индукции. Определить шаг h и радиус R винтовой линии, по которой будет двигаться протон в магнитном поле.

438. Альфа-частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U , стала двигаться в однородном магнитном поле ($B = 50$ мТл) по винтовой линии с шагом $h = 5$ см и радиусом $R = 1$ см. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую прошла альфа-частица.

439. Ион с кинетической энергией $T = 1$ кэВ попал в однородное магнитное поле ($B = 21$ мТл) и стал двигаться по окружности. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

440. Ион, попав в магнитное поле ($B = 0,01$ Тл), стал двигаться по окружности. Определить кинетическую энергию T (в эВ) иона, если магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока равен $1,6 \cdot 10^{-14}$ А · м².

441. Протон влетел в скрещенные под углом $\alpha = 120^\circ$ магнитное ($B = 50$ мТл) и электрическое ($E = 20$ кВ/м) поля. Определить ускорение a протона, если его скорость v ($|v| = 4 \cdot 10^5$ м/с) перпендикулярна векторам E и B . (Ускорение a определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля).

442. Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 645$ В, влетел в скрещенные под прямым углом однородные поля: магнитное – с индукцией $B = 1,5$ мТл и электрическое – с напряженностью $E = 200$ В/м. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион в этих полях движется прямолинейно.

443. Альфа-частица влетела в скрещенные под прямым углом магнитное ($B = 5$ мТл) и электрическое ($E = 30$ кВ/м) поля. Определить ускорение a альфа-частицы, если ее скорость v ($|v| = 2 \cdot 10^6$ м/с) перпендикулярна векторам B и E , причем силы, действующие со стороны этих полей, противоположны. (Ускорение a определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля).

444. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 1,2$ кВ, попал в скрещенные под прямым углом однородные магнитное и электрическое поля. Определить напряженность E электрического поля, если магнитная индукция B поля равна 6 мТл.

445. Однородные магнитное ($B = 2,5$ мТл) и электрическое ($E = 10$ кВ/м) поля скрещены под прямым углом. Электрон со скоростью $v = 4 \cdot 10^6$ м/с влетает в поля так, что силы, действующие на него со стороны магнитного и электрического полей, сонаправлены. Определить ускорение a электрона. (Ускорение a определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля).

446. Однозарядный ион лития массой $m = 7$ а.е.м. прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 300$ В и влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное и электрическое поля. Определить магнитную индукцию B поля, если траектория иона в скрещенных полях прямолинейна. Напряженность электрического поля $E = 2$ кВ/м.

447. Альфа-частица, имеющая скорость $v = 2$ Мм/с, влетает под углом $\alpha = 30^\circ$ к сонаправленному магнитному ($B = 1$ мТл) и электрическому ($E = 1$ кВ/м) полям. Определить ускорение a альфа-частицы. (Ускорение a определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля).

448. Протон прошел некоторую ускоряющую разность потенциалов U и влетел в скрещенные под прямым углом однородные поля: магнитное ($B = 5$ мТл) и электрическое ($E = 20$ кВ/м). Определить разность потенциалов U , если протон в скрещенных полях движется прямолинейно.

449. Магнитное ($B = 2$ мТл) и электрическое ($E = 1,6$ кВ/м) поля сонаправлены. Перпендикулярно векторам B и E влетает электрон со скоростью $v = 0,8$ Мм/с. Определить ускорение a электрона. (Ускорение a определяется в момент вхождения заряженной частицы в область пространства, где локализованы однородные магнитное и электрическое поля).

450. В скрещенные под прямым углом однородные магнитное ($H = 1$ МА/м) и электрическое ($E = 50$ кВ/м) поля влетел ион. При какой скорости v иона (по модулю и направлению) он будет двигаться в скрещенных полях прямолинейно?

451. Плоский контур площадью $S = 20$ см² находится в однородном магнитном поле ($B = 0,03$ Тл). Определить магнитный поток Φ , пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\varphi = 60^\circ$ с направлением линий индукций.

452. Магнитный поток Φ сквозь сечение соленоида равен 50 мкВб. Длина соленоида $l = 50$ см. Найти магнитный момент p_m соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.

453. В средней части соленоида, содержащего $n = 8$ витков/см, помещен круговой виток диаметром $d = 4$ см. Плоскость витка расположена под углом $\varphi = 60^\circ$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток $I = 1$ А.

454. На длинный картонный каркас диаметром $d = 5$ см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром $d = 0,2$ мм. Определить магнитный поток Φ , создаваемый таким соленоидом при силе тока $I = 0,5$ А.

455. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, в котором течет ток $I = 6$ А, находится в магнитном поле ($B = 0,8$ Тл) под углом $\alpha = 50^\circ$ к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность?

456. Плоский контур с током $I = 5$ А свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 0,4$ Тл). Площадь контура $S = 200$ см². Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 40^\circ$. Определить совершенную при этом работу A .

457. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I = 60$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 20$ мТл). Диаметр витка $d = 10$ см. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi/3$?

458. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 100$ см². Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50$ А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить магнитную индукцию B поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0,4$ Дж.

459. Плоский контур с током $I = 50$ А расположен в однородном магнитном поле ($B = 0,6$ Тл) так, что нормаль к контуру перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить работу, совершаемую силами поля при медленном повороте контура около оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 30^\circ$.

460. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий соленоид, если его длина $l = 50$ см и магнитный момент $p_m = 0,4$ Вб.

461. В однородном магнитном поле ($B = 0,1$ Тл) равномерно с частотой $n = 5 \text{ с}^{-1}$ вращается стержень длиной $l = 50$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов U .

462. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл вращается с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ стержень длиной $l = 20$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно его оси. Определить разность потенциалов U на концах стержня.

463. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд $Q = 50$ мкКл. Определить изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра $R = 10$ Ом.

464. Тонкий медный провод массой $m = 5$ г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B = 0,2$ Тл) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд Q , который потечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

465. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,04$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0,6$ Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S = 200$ см². Определить заряд Q , который потечет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 45° ; 2) от 45° до 90° .

466. Проволочный виток диаметром $D = 5$ см и сопротивлением $R = 0,02$ Ом находится в однородном магнитном поле ($B = 0,3$ Тл). Плоскость витка составляет угол $\varphi = 40^\circ$ с линиями индукции. Какой заряд Q протечет по витку при выключении магнитного поля?

467. Рамка, содержащая $N = 200$ витков тонкого провода, может свободно вращаться относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Площадь рамки $S = 50$ см². Ось рамки перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0,05$ Тл). Определить максимальную ЭДС \mathcal{E}_{\max} , индуцируемую в рамке при ее вращении с частотой $n = 40 \text{ с}^{-1}$.

468. Прямой проводящий стержень длиной $l = 40$ см находится в однородном магнитном поле ($B = 0,1$ Тл). Концы стержня замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи $R = 0,5$ Ом. Какая мощность P потребуется для равномерного перемещения стержня перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v = 10$ м/с?

469. Проволочный контур площадью $S = 500$ см² и сопротивлением $R = 0,1$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Ось вращения лежит в плоскости кольца и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную мощность P_{\max} , необходимую для вращения контура с угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с.

470. В магнитном поле, индукция которого изменяется по закону $\vec{B} = (\alpha + \beta t^2) \vec{i}$, где $\alpha = 10^{-1}$ Тл, $\beta = 10^{-2}$ Тл/с², \vec{i} – единичный вектор оси Ox , расположена квадратная рамка со стороной $a = 20$ см и сопротивлением $R = 0,5$ Ом, причем плоскость рамки перпендикулярна вектору индукции. Определить ЭДС индукции в рамке в момент времени $t = 5$ с и количество теплоты, которое выделится в рамке за первые 5 с.

471. Конденсатор емкостью $C = 1$ мкФ и реостат с активным сопротивлением $R = 3$ кОм включены последовательно в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Определить полное сопротивление Z цепи и сдвиг фаз между напряжением и током, принимая индуктивность L реостата пренебрежимо малой.

472. В цепь переменного тока напряжением 220 В включены последовательно емкость C , активное сопротивление R и индуктивность L . Используя метод векторных диаграмм, определить падение напряжения U_{0R} на сопротивлении, если падение напряжения на конденсаторе $U_{0C} = 2U_{0R}$, а на индуктивности – $U_{0L} = 3U_{0R}$.

473. Катушка, намотанная на магнитный цилиндрический каркас, имеет $N = 250$ витков и индуктивность $L_1 = 36$ мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 100$ мГн, обмотку катушки заменили более тонкой проволокой на прежней длине катушки. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

474. Конденсатор емкостью $C = 1$ мкФ и реостат с активным сопротивлением $R = 3$ кОм включены параллельно в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Используя метод векторных диаграмм, определить полное сопротивление Z цепи, принимая индуктивность L реостата пренебрежимо малой.

475. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S = 10$ см². По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить среднее значение ЭДС $\langle \mathcal{E}_{si} \rangle$ самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0,8$ мс.

476. В цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно емкость $C = 35,4$ мкФ, активное сопротивление $R = 100$ Ом и индуктивность $L = 0,7$ Гн. Используя метод векторных диаграмм, определить силу тока I_0 в цепи и падение напряжения на емкости U_{0C} , активном сопротивлении U_{0R} и индуктивности U_{0L} .

477. В электрической цепи, содержащей резистор сопротивлением $R = 20$ Ом и катушку индуктивностью $L = 0,06$ Гн, течет ток $I = 20$ А. Определить интервал времени Δt , по истечении которого сила тока I в цепи уменьшится после ее размыкания в e раз. Построить график функциональной зависимости $I(t)$ по трем расчетным точкам в интервале времени 0 – 6 мс после размыкания цепи.

478. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0,1$ Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до 0,1 % от первоначального значения, равно $t = 0,07$ с. Определить сопротивление катушки.

479. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 0,2$ Гн. Определить интервал времени Δt , по истечении которого сила тока в цепи достигнет 50 % максимального значения?

480. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением $R = 20$ Ом. Через интервал времени $\Delta t_1 = 0,1$ с сила тока I в катушке достигла 0,86 предельного значения. В этот момент времени источник тока отключили, не разрывая цепи. Определить интервал времени Δt_2 после размыкания, в течение которого сила тока уменьшится на половину.

5. ОПТИКА. ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ

Основные определения, расчетные формулы и пояснения

Фотометрия и геометрическая оптика. Световой поток Φ – световая энергия, переносимая световыми волнами через площадку в единицу времени: $\Phi = dW_{\text{св}}/dt^*$.

Световой поток в пределах телесного угла Ω от изотропного точечного источника света $\Phi = I \Omega$, где I – сила света источника, $\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$, θ – угол между осью конуса света и его образующей. Полный световой поток $\Phi = 4\pi I$.

Освещенность поверхности $E = d\Phi/dS$, где dS – элемент площади поверхности с равномерным распределением падающего светового потока*.

Освещенность от изотропного точечного источника света $E = I \cos\theta/r^2$, где r – расстояние от источника до поверхности, θ – угол падения лучей.

Сила света любого элемента поверхности косинусного излучателя $I = I_0 \cos\varphi$, где φ – угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения, I_0 – сила света элемента поверхности по направлению нормали к этому элементу*.

Яркость светящейся поверхности $B = I/\sigma$, где I – сила света в направлении наблюдения, σ – площадь проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную этому направлению.

Светимость плоской поверхности $R = d\Phi/dS$, где $d\Phi$ – световой поток от элемента dS площади поверхности. Если светимость тела обусловлена его освещенностью, то $R = \rho E$, где ρ – коэффициент рассеяния (отражения). Если тело излучает по закону Ламберта (яркость не зависит от направления), то светимость R и яркость B связаны соотношением $R = \pi B^*$.

Скорость света в среде $v = c/n$, где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды.

* Единицы фотометрических величин СИ: сила света [I] = кандела (кд, кд), световой поток [Φ] = люмен (лм, лм), освещенность [E] = люкс (лк, лк), светимость [R] = люкс (лк, лк).

Оптическая длина пути световой волны $L = nl$, где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

Оптическая разность хода двух световых волн $\Delta = L_1 - L_2$.

Волновая оптика. Зависимость разности фаз от оптической разности хода Δ световых волн $\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right)$, где λ – длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции $\Delta = \pm k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Условие максимального ослабления света $\Delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}$.

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки: $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_{\text{пад}}} \pm \frac{\lambda}{2}$, или $\Delta = 2dncos\theta_{\text{пр}} \pm \frac{\lambda}{2}$, где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; $\theta_{\text{пад}}$ – угол падения; $\theta_{\text{пр}}$ – угол преломления света в пленке.

В отраженном свете:

- радиус светлых колец Ньютона $r_k = \sqrt{(2k - 1)R\lambda/2}$, где номер кольца $k = 0, 1, 2, 3, \dots$; R – радиус кривизны;
- радиус темных колец Ньютона $r_k = \sqrt{kR\lambda}$, ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму при дифракции на одной щели, определяется из условия $a\sin\varphi = (2k + 1)\lambda/2$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), где a – ширина щели; k – номер максимума.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия $d\sin\varphi = \pm k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), где d – период дифракционной решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки $R = \lambda/\Delta\lambda = kN$, где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

Формула Вульфа – Брэггов $2d\sin\theta = k\lambda$, где θ – угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле (угол скольжения); d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

Закон Брюстера $\operatorname{tg}\theta_B = n_{21}$, где θ_B – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса $I = I_0 \cos^2 \alpha$, где I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; I – интенсивность этого света после анализатора; α – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора. При $\alpha = 0$ свет проходит без ослабления.

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

- в твердых телах: $\varphi = \alpha d$, где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;
- в растворах: $\varphi = [\alpha] \rho d$, где $[\alpha]$ – удельное вращение; ρ – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Тепловое излучение и квантовая оптика. Закон Стефана – Больцмана $R_e = \sigma T^4$, где R_e – энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела; постоянная Стефана – Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К); T – термодинамическая температура Кельвина (К).

Энергетическая светимость серого тела $R_e = \varepsilon \sigma T^4$, где ε – коэффициент теплового излучения (степень черноты) серого тела.

Закон смещения Вина: $\lambda_m = b/T$, где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости r_λ ; постоянная Вина $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м/К.

Максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела возрастает пропорционально пятой степени абсолютной температуры (второй закон Вина): $(r_{\lambda,T})_{\max} = CT^5$, где постоянная $C = 1,29 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³ · К⁵).

Энергия фотона $\varepsilon = h\nu$, или $\varepsilon = \hbar\omega$, где h и $\hbar = h/2\pi$ – постоянная Планка; ν – частота фотона; ω – циклическая частота.

Масса фотона $m = \varepsilon/c^2 = h/(c\lambda)$, где c – скорость света в вакууме, λ – длина волны фотона. Импульс фотона $p = mc = h/\lambda$.

Формула Эйнштейна для фотоэффекта $h\nu = A + T_{\max} = A + m v_{\max}^2 / 2$, где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; A – работа выхода электрона; T_{\max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Красная граница фотоэффекта $\nu_0 = A/h$, или $\lambda_0 = hc/A$, где ν_0 – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект; λ_0 – максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект; h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

$$\text{Формула Комптона: } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

$$\text{или } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta),$$

где λ – длина волны фотона, встретившегося со свободным или слабосвязанным электроном; λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном; m_0 – масса покоящегося электрона.

Комптовская длина волны $\Lambda = h/(m_0 c)$ ($\Lambda = 2,436$ пм).

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = E_e(1 + \rho) / c = w(1 + \rho),$$

где E_e – энергетическая освещенность (облученность); w – объемная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент отражения.

Боровская теория водородоподобного атома. Момент импульса электрона (второй постулат Бора) $L_n = \hbar n$, или $m v_n r_n = \hbar n$, где m – масса электрона; v_n – скорость электрона на n -й орбите; r_n – радиус n -й стационарной орбиты; \hbar – постоянная Планка; n – главное квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Радиус n -й стационарной орбиты $r_n = a_0 n^2$, где a_0 – первый боровский радиус.

Энергия электрона в атоме водорода $E_n = E_i / n^2$, где E_i – энергия ионизации атома водорода.

Энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода:

$$\varepsilon = \hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1}, \text{ или } \varepsilon = E_i (1/n_1^2 - 1/n_2^2),$$

где n_1 и n_2 – квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми совершается переход электрона в атоме.

Спектроскопическое волновое число: $\tilde{\nu} = 1/\lambda = R(1/n_1^2 - 1/n_2^2)$, где λ – длина волны излучения или поглощения атомом; R – постоянная Ридберга.

Волновые свойства частиц. Длина волны де Бройля $\lambda = 2\pi\hbar / p$, где p – импульс частицы.

Импульс частицы и его связь с кинетической энергией T :

- $p = m_0v$; $p = \sqrt{2m_0T}$;
- $p = m_0v = \frac{m_0v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$; $p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + T)T}$,

где m_0 – масса покоя частицы; m – релятивистская масса; v – скорость частицы; энергия покоя частицы $E_0 = m_0c^2$.

Соотношение неопределенностей:

- для координаты и импульса $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$, где Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось X , Δx – неопределенность координаты;
- для энергии и времени $\Delta E \Delta t \geq \hbar$, где ΔE – неопределенность энергии, Δt – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x) = 0,$$

где $\psi(x)$ – волновая функция состояния частицы; m – масса частицы; E – полная энергия; $U = U(x)$ – потенциальная энергия частицы.

Плотность вероятности $\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2$, где $d\omega(x)$ – вероятность обнаружения частицы вблизи точки с координатой x на участке dx .

Вероятность обнаружения частицы в интервале координат от x_1 до x_2 : $\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$.

Решение уравнения Шредингера для одномерного бесконечно глубокого прямоугольного потенциального ящика:

- собственная нормированная волновая функция

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x;$$

- собственное значение энергии $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$, где n – квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$), l – ширина ящика. В области $0 \leq x \leq l$ $U = \infty$ и $\psi(x) = 0$.

Примеры решения задач

Пример 1. Спираль электрической лампочки силой света в 103 кд заключена в матовую сферическую колбу диаметром $d = 20$ см. Определить: световой поток, излучаемый источником света, светимость и яркость источника, освещенность, светимость и яркость экрана площадью $0,25 \text{ м}^2$, на который падает 10 % светового потока от источника. Коэффициент отражения света поверхностью экрана $\rho = 0,8$. Принять поверхность экрана рассеивающей свет по закону Ламберта.

Решение. Полный световой поток от источника:

$$\Phi = 4\pi I = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^3 = 1,26 \cdot 10^4 \text{ лм.}$$

Светимость источника $R = \Phi/S = 4\pi I/4\pi r^2 = 4I/d^2 = 4 \cdot 10^3/(4 \cdot 10^{-2}) = 10^5 \text{ лм/м}^2$.

Яркость источника света $B = I/\Delta S'$, где $\Delta S'$ – видимая площадка светящейся поверхности, или (по условию задачи) $\Delta S' = \pi r^2$, где r – радиус колбы. Получаем $B = I/\Delta S' = 10^3/(3,14 \cdot 0,01) = 3,2 \cdot 10^4 \text{ кд/м}^2$.

На экран падает световой поток $\Phi_1 = 0,1\Phi = 1,26 \cdot 10^3 \text{ лм}$. Освещенность экрана $E = \Phi_1/S_1 = 1,26 \cdot 10^3/0,25 \approx 5 \cdot 10^3 \text{ лк}$.

Светимость экрана $R = \rho E = 0,8 \cdot 5 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2$.

Яркость экрана $B = R/\pi = 4 \cdot 10^3/3,14 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ кд/м}^2$.

Пример 2. От двух когерентных источников S_1 и S_2 ($\lambda = 0,8 \text{ мкм}$) лучи падают на экран, образуя интерференционную картину. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку ($n = 1,33$), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине d_{\min} пленки это возможно?

Решение. Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода пучков световых волн на нечетное число полудлин волн:

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1)\lambda / 2, \quad (1)$$

где Δ_1 – оптическая разность хода пучков световых волн до внесения пленки; Δ_2 – оптическая разность хода тех же пучков после внесения пленки; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Наименьшей толщине d_{\min} пленки соответствует $k = 0$. При этом формула (1) примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \lambda / 2. \quad (2)$$

Выразим оптические разности хода Δ_2 и Δ_1 . Из рис. 56 следует $\Delta_1 = l_1 - l_2$.

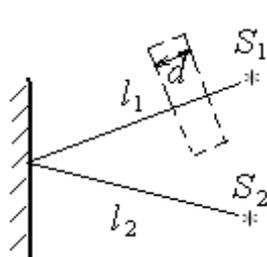


Рис. 56

$$\Delta_2 = [(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1).$$

Подставим выражения Δ_1 и Δ_2 в формулу (2):

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1) - (l_1 - l_2) = \lambda / 2,$$

$$\text{или } d_{\min}(n - 1) = \lambda / 2 \text{ и } d_{\min} = \lambda / [2(n - 1)].$$

$$\text{Произведем вычисления } d_{\min} = \frac{0,8}{2(1,33 - 1)} = 1,21 \text{ мкм.}$$

Пример 3. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d = 2$ мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_1 = 0,7$ мкм) и в случае фиолетового ($\lambda_2 = 0,41$ мкм) света.

Решение. Из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решетки, найдем порядок m дифракционного максимума:

$$m = (d \sin \varphi) / \lambda, \quad (1)$$

где d – период решетки; φ – угол дифракции; λ – длина волны монохроматического света. Так как $\sin \varphi$ не может быть больше 1, то $m \leq d / \lambda$, или, подставляя значения: $m \leq 2 / 0,7 = 2,86$ (для красных лучей); $m \leq 2 / 0,41 = 4,88$ (для фиолетовых лучей). А если учесть, что порядок максимумов является целым числом, то для красного света $m_{\max} = 2$ и для фиолетового $m_{\max} = 4$.

Пример 4. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 97^\circ$ с падающим пучком. Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Решение. Согласно закону Брюстера, отраженный от диэлектрика пучок света максимально поляризован, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления $\operatorname{tg} \theta_{\text{пд}} = n_2 / n_1 = n_{21}$, где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Так как угол падения равен углу отражения, то $\theta_{\text{пад}} = \varphi / 2$ и, $\text{tg}(\varphi / 2) = n_2/n_1$, откуда $n_1 = \frac{n_2}{\text{tg}(\varphi / 2)} = \frac{1,5}{\text{tg}(97^\circ / 2)} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33$.

Пример 5. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет $\alpha = 60^\circ$. Без учета потерь на отражение света определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через один николю N_1 ; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $k = 0,05$.

Решение. 1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя (рис. 57), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок света (о) вследствие полного отражения от границы АВ отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (е) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму $I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)$.

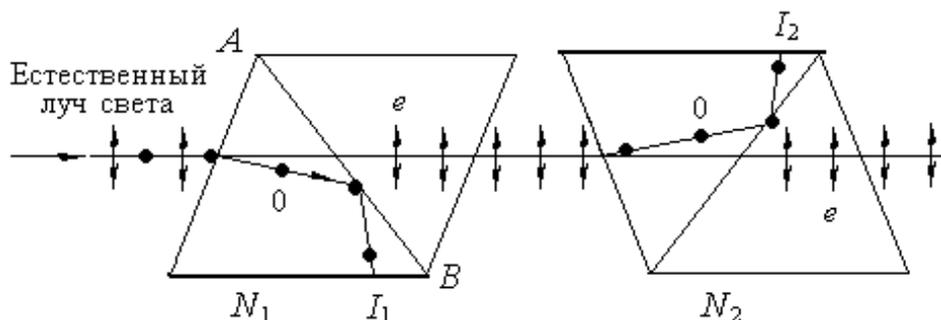


Рис. 57

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николю, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2I_0}{I_0(1-k)} = \frac{2}{1-k}. \quad (1)$$

Произведем вычисления: $\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1$.

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный пучок света интенсивности I_1 падает на второй николю N_2 и также расщепляется на два пучка различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой. Интенсивность I_2 необыкновенного пучка, вышедшего из призмы N_2 , определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе): $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha$, где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2 .

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получаем $I_2 = I_1(1 - k)\cos^2 \alpha$. Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1 - k)\cos^2 \alpha}.$$

Заменяя отношение I_0 / I_1 выражением по формуле (1), получаем искомую расчетную зависимость $\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}$.

$$\text{Произведем вычисления: } \frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

После прохождения света через два николя интенсивность уменьшится в 8,86 раз.

Пример 6. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность I пучка света после

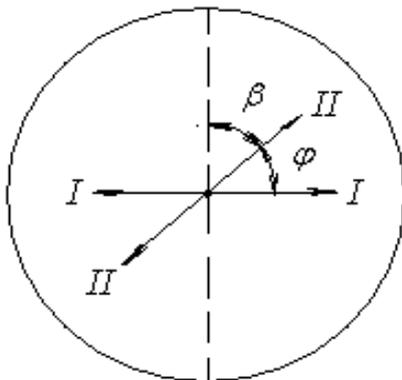


Рис. 58

поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь. Постоянную вращения кварца принять равной 48,9 град/мм.

Решение. Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (штриховая линия на рис. 58) перпендикулярна плоскости колебаний (I—I)

плоскополяризованного света, падающего на него. Введение кварцевой пластины приводит к повороту плоскости колебаний света на угол

$$\varphi = \alpha l, \quad (1)$$

где l – толщина пластины.

Зная, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через поляроид, определим угол β , который установится между плоскостью пропускания поляроида и новым направлением (II—II) плоскости колебаний падающего на поляроид плоскополяризованного света. Для этого воспользуемся законом Малюса $I = I_0 \cos^2 \beta$.

Заметив что $\beta = \pi/2 - \varphi$, можно написать $I = I_0 \cos^2(\pi/2 - \varphi)$, или

$$I = I_0 \sin^2 \varphi \quad (2)$$

Из равенства (2) с учетом (1) получим $\alpha l = \arcsin \sqrt{I/I_0}$, откуда искомая толщина пластины $l = (1/\alpha) \arcsin \sqrt{I/I_0}$.

Произведем вычисления во внесистемных единицах:

$$l = \frac{1}{48,9 \cdot 10^3} \arcsin \sqrt{1/2} = \frac{0,785}{48,9} 10^{-3} = 16 \text{ мкм.}$$

Пример 7. Максимум энергии в спектре излучения черного тела приходится на длину волны $\lambda_0 = 0,58$ мкм. Определить энергетическую светимость R_e поверхности тела.

Решение. Энергетическая светимость R_e абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана – Больцмана пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры и выражается формулой

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана, T – термодинамическая температура.

Температуру T вычислим с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_0 = b/T, \quad (2)$$

где b – постоянная закона смещения Вина.

Используя формулы (2) и (1), получаем $R_e = \sigma (b/\lambda_0)^4$.

Произведем вычисления:

$$R_e = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 3,54 \cdot 10^7 = 35,4 \text{ МВт/м}^2.$$

Пример 8. Определить максимальную скорость v_{\max} фотоэлектронов, вырывааемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым

излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0,155$ мкм; 2) γ -излучением с длиной волны $\lambda_2 = 1$ пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта: $\varepsilon = A + T_{\max}$, где ε – энергия фотонов, падающих на поверхность металла; A – работа выхода; T_{\max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется также по формуле $\varepsilon = hc/\lambda$, где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; λ – длина волны.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена по классической формуле

$$T = m_0 v^2 / 2 \quad (1)$$

или по релятивистской формуле

$$T = E_0 (1/\sqrt{1-\beta^2} - 1) \quad (2)$$

в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону. Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия ε фотона много меньше энергии покоя E_0 электрона, то может быть применена формула (1), если же ε сравнима по величине с E_0 , то вычисление по формуле (1) приводит к ошибке, поэтому используют формулу (2).

1. Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения:

$$\varepsilon_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-7}} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж, или } \varepsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 \text{ эВ.}$$

Полученная энергия фотона (8 эВ) много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона может быть выражена классической формулой:

$$\varepsilon_1 = A + m_0 v_{\max}^2 / 2, \text{ откуда } v_{\max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A) / m_0}.$$

Подставив значения величин, найдем

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2(1,28 \cdot 10^{-18} - 0,75 \cdot 10^{-18})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

2. Энергия фотона γ -излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-12}} = 1,99 \cdot 10^{-13} \text{ Дж, или } \varepsilon_2 = 1,24 \text{ МэВ.}$$

Работа выхода электрона ($A = 4,7$ эВ) пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона, поэтому принимаем максимальную кинетическую энергию электрона равной энергии фотона: $T_{\max} = \varepsilon_2 = 1,24$ МэВ. Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона используем релятивистскую формулу кинетической энергии, откуда получим

$$\beta = \sqrt{(2E_0 + T)T} / (E_0 + T).$$

Так как $v = c\beta$ и $T_{\max} = \varepsilon_2$, то: $v_{\max} = c\sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2} / (E_0 + \varepsilon_2)$.

Подставим данные: $v_{\max} = 3 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{(2 \cdot 0,51 + 1,24) \cdot 1,24}}{0,51 + 1,24} = 2,85 \cdot 10^8$ м/с.

Пример 9. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\vartheta = 90^\circ$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2 = 0,4$ МэВ. Определить энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Решение. Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона: $\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$, где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроном; h – постоянная Планка; m_0 – масса покоя электрона; c – скорость света в вакууме; ϑ – угол рассеяния фотона.

Заменим в формуле Комптона $\Delta\lambda$ на $\lambda_2 - \lambda_1$ и выразим длины волн λ_1 и λ_2 через энергии ε_1 и ε_2 соответствующих фотонов, воспользовавшись формулой $\varepsilon = hc$. Тогда $\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2} 2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$.

Сократим на hc и выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2 2 \sin^2 (\vartheta/2)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_0 \sin^2 (\vartheta/2)},$$

где $E_0 = m_0 c^2 = 0,511$ МэВ – энергия покоя электрона.

Подставим данные: $\varepsilon_1 = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 2 \cdot 0,4 \sin^2 (90^\circ / 2)} = 1,85$ МэВ.

Пример 10. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения $\Phi_e = 0,6$ Вт. Определить: 1) силу давления F , испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов ежесекундно падающих на поверхность.

Решение. 1. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F = pS. \quad (1)$$

Световое давление $p = E_e(\rho + 1)/c$, где E_e – энергетическая освещенность; c – скорость света в вакууме; ρ – коэффициент отражения.

Подставляя это выражение в формулу (1), получим

$$F = E_e S(\rho + 1)/c.$$

Так как $E_e S$ представляет поток излучения Φ_e то $F = \Phi_e(\rho + 1)/c$.

Проведем вычисления для зеркальной поверхности ($\rho = 1$):

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8} (1 + 1) = 4 \text{ нН.}$$

2. Произведение энергии ε одного фотона на число фотонов n_i , ежесекундно падающих на поверхность, равно потоку излучения $\Phi_e = \varepsilon n_i$.

Энергия фотона $\varepsilon = hc/\lambda$, а $\Phi_e = hcn_1/\lambda$, откуда $n_1 = \Phi_e \lambda / (hc)$ и

$$n_1 = \frac{0,6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}.$$

Пример 11. Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испущенного фотона.

Решение. Для определения энергии фотона воспользуемся серийной формулой для водородоподобных ионов:

$$1/\lambda = RZ^2 \left(1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right), \quad (1)$$

где λ – длина волны фотона; R – постоянная Ридберга; Z – заряд ядра в относительных единицах (при $Z = 1$ формула переходит в серийную формулу для водорода), n_1 – номер орбиты, на которую перешел электрон, n_2 – номер орбиты, с которой перешел электрон (n_1 и n_2 – главные квантовые числа).

Умножив обе части равенства (1) на hc и учитывая, что энергия фотона $\varepsilon = hc/\lambda$, получим $\varepsilon = RhcZ^2 \left(1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right)$, и $\varepsilon = E_i Z^2 \left(1/n_1^2 - 1/n_2^2 \right)$, где $E_i = Rhc$ – энергия ионизации атома водорода.

Вычисления выполним во внесистемных единицах: $E_i = 13,6$ эВ (приложение, табл. 1); $Z = 1$; $n_1 = 2$; $n_2 = 4$:

$$\varepsilon = 13,6 \cdot 1^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 13,6 \cdot 3/16 = 2,55 \text{ эВ.}$$

Пример 12. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля электрона для $U_1 = 51$ В и $U_2 = 510$ кВ.

Решение. Длина волны де Бройля для частицы зависит от ее импульса p и определяется формулой $\lambda = h/p$, где h – постоянная Планка.

Связь импульса p с кинетической энергией T различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия сравнима с энергией покоя частицы).

В нерелятивистском случае $p = \sqrt{2m_0T}$, где m_0 – масса покоя частицы. В релятивистском случае $p = \sqrt{(2E_0 + T)T} / c$, где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя.

Формула де Бройля с учетом соотношений для импульса:

- в нерелятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0T}}; \quad (1)$$

- в релятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{(2E_0 + T)T} / c}. \quad (2)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51$ В и $U_2 = 510$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим, какую из формул (1) или (2) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, для прошедшего ускоряющую разность потенциалов U электрона его кинетическая энергия $T = eU$.

В первом случае $T_1 = eU = 51$ эВ = $0,51 \cdot 10^{-4}$ МэВ, что много меньше энергии покоя электрона $E_0 = m_0c^2 = 0,51$ МэВ. Следовательно, в этом случае можно применить формулу (1). Для упрощения расчетов заметим, что $T_1 = 10^{-4}m_0c^2$. Подставив это выражение в формулу

$$(1), \text{ перепишем ее в виде } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} m_0c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{h}{m_0c}.$$

Так как $\Lambda = h/m_0c = 2,43$ пм, получаем $\lambda_1 = 10^2 \cdot 2,43 / \sqrt{2} = 171$ пм.

Во втором случае кинетическая энергия $T_2 = eU_2 = 510$ кэВ, или 0,51 МэВ, т. е. равна энергии покоя электрона. В этом случае необходимо применить релятивистскую формулу (2) и с учетом $T_2 = 0,51$ МэВ $= m_0c^2$ находим

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2/c}} = \frac{h}{\sqrt{3}m_0c} = \Lambda / \sqrt{3} = 2,43 / \sqrt{3} = 1,40 \text{ пм.}$$

Пример 13. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка $T = 10$ эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение. Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$, где Δx – неопределенность координаты электрона, Δp_x – неопределенность импульса электрона, \hbar – постоянная Планка.

Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$.

Соотношение неопределенностей (1) можно записать в этом случае в виде $(l/2)\Delta p_x \geq \hbar$, откуда $l \geq 2\hbar / \Delta p_x$.

Физически разумная неопределенность импульса Δp_x во всяком случае не должна превышать значения самого импульса p_x , т. е. $\Delta p_x \leq p_x$. Импульс p_x связан с кинетической энергией T соотношением $p_x = \sqrt{2mT}$. Заменим Δp_x значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличит l). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{\min} = 2\hbar / \sqrt{2mT} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}} = 1,24 \cdot 10^{-10} = 124 \text{ нм.}$$

Пример 14. Волновая функция $\psi(x) = \sqrt{2/l} \sin \frac{\pi}{l} x$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике шириной l . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0,01l$ в двух случаях: вблизи стенки $0 \leq x \leq \Delta l$ и в средней части ящика $\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}$.

Решение. Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале dx (от x до $x + dx$), пропорциональна этому интервалу и квадрату модуля волновой функции, описывающей данное состояние, равна $d\omega = |\psi(x)|^2 dx$.

В первом случае искомая вероятность найдется интегрированием в пределах от 0 до $0,01l$ (рис. 59):

$$\omega = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \sin^2 \frac{\pi}{l} x dx. \quad (1)$$

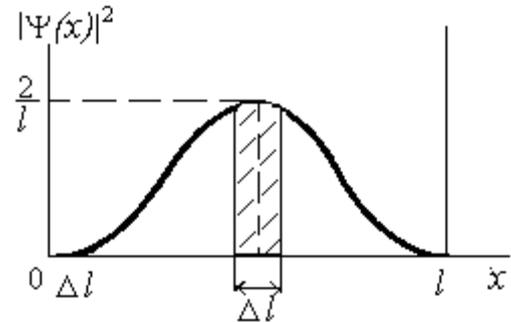


Рис. 59

Знак модуля опущен, так как ψ – функция в этом случае не является комплексной.

Так как x изменяется в интервале $0 \leq x \leq 0,01l$, и поэтому $\pi x/l \ll l$, справедливо приближенное равенство $\sin^2 \frac{\pi}{l} x \approx \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2$.

С учетом этого выражение (1) примет вид

$$\omega = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \left(\frac{\pi}{l} x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l} \int_0^{0,01l} x^2 dx.$$

После интегрирования получим $\omega = \frac{2}{3} \pi^2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6}$.

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи ее максимума в заданном малом интервале ($\Delta l = 0,01l$) практически не изменяется. Искомая вероятность во втором случае определяется выражением

$$\omega = |\psi(l/2)|^2 \Delta l, \text{ или } \omega = \frac{2}{l} \left(\sin \frac{\pi l}{2}\right)^2 = \frac{2}{l} 0,01l = 0,02.$$

Пример 15. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}^7_3\text{Li}$.

Решение. Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект массы ядра Δm и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т. е.

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}, \quad (1)$$

где Z – атомный номер (число протонов в ядре), A – массовое число (число нуклонов, составляющих ядро, m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ – масса ядра.

В справочных таблицах (приложение, табл. 14, 15) всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (1) целесообразно преобразовать так, чтобы в нее входила масса m_a нейтрального атома. Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома: $m_a = m_{\text{я}} + Zm_e$, откуда $m_{\text{я}} = m_a - Zm_e$. Подставим это выражение в равенство (1) и получим $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_e$, или $\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a$.

Замечая, что $m_p + m_e = m_{\text{H}}$, где m_{H} – масса водорода, находим

$$\Delta m = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_a. \quad (2)$$

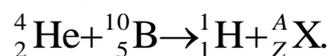
Подставив в выражение (2) числовые значения (приложение, табл. 15, 17), получим $\Delta m = 3 \cdot 1,00783 + (7 - 3)1,00867 - 7 \cdot 0,1601 = 0,04216$ а.е.м.

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931$ МэВ/а.е.м., то $E_{\text{св}} = 931\Delta m$, МэВ. Подставив найденное значение дефекта массы ядра в эту формулу, получим $E_{\text{св}} = 931 \cdot 0,04216 = 39,2$ МэВ.

Примечание. Термин «дефект массы» часто применяют в другом смысле: дефектом массы Δ называют разность между массой нейтрального атома данного изотопа и его массовым числом A : $\Delta = m_a - A$. Эта величина особого физического смысла не имеет, но ее использование позволяет в ряде случаев значительно упростить вычисления. В настоящем пособии всюду имеется в виду дефект массы Δm , определяемый формулой (1).

Пример 16. При соударении α -частицы с ядром бора ${}_{5}^{10}\text{B}$ произошла ядерная реакция, в результате которой образовалось два новых ядра. Одним из этих ядер было ядро атома водорода ${}_{1}^1\text{H}$. Определить порядковый номер и массовое число второго ядра, дать символическую запись ядерной реакции и определить ее энергетический эффект.

Решение. Обозначим неизвестное ядро символом ${}_{Z}^AX$. Так как α -частица представляет собой ядро гелия, запись реакции имеет вид



Применив закон сохранения числа нуклонов, получим уравнение $4 + 10 = 1 + A$, откуда $A = 13$. Применив закон сохранения заряда, получим уравнение $2 + 5 = 1 + Z$, откуда $Z = 6$. Неизвестное ядро является ядром атома изотопа углерода ${}^{13}_6\text{C}$.

Запись реакции в окончательном виде ${}^4_2\text{He} + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^{13}_6\text{C}$.

Энергетический эффект Q ядерной реакции определяется

$$Q = 931[(m_{\text{He}} + m_{\text{B}}) - (m_{\text{H}} + m_{\text{C}})].$$

Здесь в первых круглых скобках указаны массы исходных ядер, во вторых скобках – массы ядер – продуктов реакции. При числовых подсчетах по этой формуле массы ядер заменяют массами нейтральных атомов. Возможность такой замены вытекает из следующих соображений. Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу Z . Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер – продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер углерода и водорода. Очевидно, что при вычитании суммы масс нейтральных атомов углерода и водорода из суммы масс атомов гелия и бора массы электронов выпадут и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер. Подставив массы атомов (см. приложение, табл. 15) в расчетную формулу, получим

$$Q = 931[(4,00260 + 10,01294) - (1,00783 + 13,00335)] = 4,06 \text{ МэВ}.$$

Пример 17. Кремниевый образец нагревают от температуры $t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$. Во сколько раз возрастет его удельная проводимость?

Решение. Удельная проводимость γ собственных полупроводников связана с температурой T соотношением $\gamma = \gamma_0 \exp(-\Delta E / 2kT)$, где ΔE – ширина запрещенной зоны, γ_0 – константа.

$$\text{Следовательно, } \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{e^{-\Delta E / 2kT_1}}{e^{-\Delta E / 2kT_2}} = \exp\left[\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right].$$

Полагая для кремния $\Delta E = 1,1 \text{ эВ}$, проведем вычисления:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \exp \frac{1,76 \cdot 10^{-19}}{2(1,38 \cdot 10^{-23})} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283}\right) = 2,28.$$

Задачи для семинарских и практических занятий

1. Человек с лодки смотрит вниз и по предмету на дне пресного водоема оценивает его глубину в 1,5 м. Определить глубину H водоема.

2. Лампочка, потребляющая электрическую мощность $P = 75$ Вт, создает на расстоянии $r = 3$ м при нормальном падении лучей освещенность $E = 8$ лк. Определить световую отдачу η лампочки (лм/Вт).

3. На мачте высотой $h = 8$ м висит лампа силой света $I = 1$ ккд. Принимая лампу за точечный источник света, определить, на каком расстоянии l от мачты освещенность поверхности земли $E = 1$ лк.

4. На пути пучка света поставлена стеклянная пластина толщиной $d = 1$ мм так, что угол падения луча $\theta_{\text{пад}} = 30^\circ$. Определить изменение оптической длины пути светового пучка.

5. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ падает по нормали монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить наименьшую толщину d_{min} пленки, при которой отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость.

6. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_2 = 0,4$ мм. Определить радиус R кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,64$ мкм.

7. На пластину с щелью шириной $a = 0,05$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,7$ мкм. Определить угол φ отклонения лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму.

8. Дифракционная решетка, освещенная нормально падающим монохроматическим светом, отклоняет спектр третьего порядка на угол $\varphi_1 = 30^\circ$. На какой угол φ_2 отклоняет она спектр четвертого порядка?

9. В жидкости угол преломления луча $\theta_{\text{пр}} = 35^\circ$. Определить показатель преломления n жидкости, если известно, что отраженный пучок света максимально поляризован.

10. На сколько процентов уменьшится интенсивность света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 10 %?

11. Вычислить энергию, излучаемую за время $t = 1$ мин с площади $S = 1 \text{ см}^2$ абсолютно черного тела, температура которого $T = 1000 \text{ К}$.

12. Максимум энергии излучения абсолютно черного тела приходится на длину волны $\lambda_{\text{max}} = 0,6 \text{ мкм}$. Определить температуру T тела.

13. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны 500 нм , определить: 1) температуру поверхности Солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в виде электромагнитных волн за 10 минут; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.

14. Определить максимальную спектральную плотность $(r_{\lambda,T})_{\text{max}}$ энергетической светимости, рассчитанную на 1 нм в спектре излучения абсолютно черного тела. Температура тела $T = 1 \text{ К}$.

15. Определить энергию ε , массу m и импульс p фотона с длиной волны $\lambda = 1,24 \text{ нм}$.

16. На пластину падает монохроматический свет ($\lambda = 0,42 \text{ мкм}$). Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0,95 \text{ В}$. Определить работу A выхода электронов с поверхности пластины.

17. Определить угол ϑ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии $\Delta\lambda = 3,63 \text{ пм}$.

18. Фотон с энергией ε_1 , равной энергии покоя электрона (m_0c^2), рассеялся на свободном электроном на угол $\vartheta = 120^\circ$. Определить энергию ε_2 рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи (в единицах m_0c^2).

19. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,663 \text{ мкм}$ падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $p = 0,3 \text{ мкПа}$. Определить концентрацию n фотонов в световом пучке.

20. Определить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основную уровень.

21. Вычислить длину волны де Бройля λ для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U = 22,5$ В.

22. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию T_{\min} электрона, движущегося внутри сферической области диаметром $d = 0,1$ нм.

23. Определить относительную неопределенность $\Delta p/p$ импульса движущейся частицы, если допустить, что неопределенность ее координаты равна длине волны де Бройля.

24. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Определить вероятность обнаружения частицы: в средней трети ящика и в крайней трети ящика.

Расчетно-графическая работа 5

Таблица вариантов РГР 5

Вариант	Номер задачи							
1	501	511	521	531	541	551	561	571
2	502	512	522	532	542	552	562	572
3	503	513	523	533	543	553	563	573
4	504	514	524	534	544	554	564	574
5	505	515	525	535	545	555	565	575
6	506	516	526	536	546	556	566	576
7	507	517	527	537	547	557	567	577
8	508	518	528	538	548	558	568	578
9	509	519	529	539	549	559	569	579
10	510	520	530	540	550	560	570	580

501. На высоте $h = 1$ м над горизонтальной плоскостью и параллельно ей расположен небольшой светящийся диск. Сила света I диска в направлении его оси равна 100 кд. Принимая диск за точечный источник с косинусным распределением силы света, определить освещенность E в точке A , удаленной от проекции центра диска на плоскость на расстояние $r = 3$ м.

502. По условию задачи 501 определить высоту h , при которой освещенность в точке A стала максимальной.

503. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину d_{\min} пленки, если показатель преломления материала пленки $n = 1,4$.

504. Расстояние L от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной $l = 1$ см укладывается $N = 10$ темных интерференционных полос. Длина волны $\lambda = 0,7$ мкм.

505. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения. Расстояние между атомными плоскостями $d = 280$ пм. Дифракционный максимум первого порядка наблюдается под углом 65° к атомной плоскости. Определить длину волны λ излучения.

506. На какой высоте h над центром круглого стола радиусом $r = 1$ м нужно повесить лампочку, чтобы освещенность на края стола была максимальной?

507. На дифракционную решетку, содержащую $n = 100$ штрихов на 1 мм, нормально падает монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум второго порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 16^\circ$. Определить длину волны λ падающего на решетку света.

508. Плосковыпуклая стеклянная линза с $f = 1$ м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластине. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_5 = 1,1$ мм. Определить длину световой волны λ .

509. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм равен $0,82$ мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,5$ м.

510. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом ($\lambda = 590$ нм). Радиус кривизны R линзы равен 5 см. Определить толщину d_3 воздушного промежутка в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо.

511. Какое наименьшее число N_{\min} штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть отдельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм? Какова длина l такой решетки, если постоянная решетки $d = 5$ мкм?

512. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в $n = 4,6$ раза больше длины световой волны. Найти общее число M теоретически наблюдаемых дифракционных максимумов.

513. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница ($\lambda = 780$ нм) спектра третьего порядка?

514. На дифракционную решетку, содержащую $n = 600$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину l спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L = 1,2$ м. Границы видимого спектра: $\lambda_{\text{кр}} = 780$ нм, $\lambda_{\text{ф}} = 400$ нм.

515. Из смотрового окошка печи излучается поток $\Phi_e = 4$ кДж/мин. Определить температуру T печи, если площадь окошечка $S = 8$ см².

516. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 600$ нм). Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, $\varphi = 20^\circ$. Определить ширину a щели.

517. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ($\lambda_{\max 1} = 780$ нм) на фиолетовую ($\lambda_{\max 2} = 390$ нм)?

518. На дифракционную решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 410$ нм). Угол $\Delta\varphi$ между направлениями на максимумы первого и второго порядков равен $2^\circ 2'$. Определить число n штрихов на 1 мм дифракционной решетки.

519. Пучок света переходит из жидкости в стекло. Угол падения ε пучка равен 60° , угол преломления $\varepsilon_2' = 50^\circ$. При каком угле падения $\varepsilon_{\text{в}}$ пучок света, отраженный от границы раздела этих сред, будет максимально поляризован?

520. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $d = 4$ мкм. На решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0,58$ мкм. Определить наибольший порядок максимума решетки?

521. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 53^\circ$. Какой наименьшей толщины d_{\min} следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

522. Черное тело имеет температуру $T_1 = 500$ К. Какова будет температура T_2 тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в $n = 5$ раз?

523. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d_{\min} кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения α кварца равна 27 град/мм.

524. При прохождении света через трубку длиной $l_1 = 20$ см, содержащую раствор сахара концентрацией $C_1 = 10$ %, плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi_1 = 13,3^\circ$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной $l_2 = 15$ см, плоскость поляризации повернулась на угол $\varphi_2 = 5,2^\circ$. Определить концентрацию C_2 второго раствора.

525. Какова должна быть длина волны γ -излучения, падающего на платиновую пластину, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была $v_{\max} = 3$ Мм/с?

526. Угол падения ε луча на поверхность стекла равен 60° . При этом отраженный пучок света оказался максимально поляризованным. Определить угол ε_2' преломления луча.

527. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,1$ мкм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 0,3$ мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

528. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле ε падения отраженный пучок света максимально поляризован?

529. Муфельная печь, потребляющая мощность $P = 1$ кВт, имеет отверстие площадью $S = 100$ см². Определить долю η мощности, рассеиваемой стенками печи, если температура ее внутренней поверхности равна 1 кК.

530. Пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину, нижняя поверхность которой находится в воде. При каком угле падения ε_B свет, отраженный от границы стекло-вода, будет максимально поляризован?

531. Вычислить истинную температуру T вольфрамовой раскаленной ленты, если радиационный пирометр показывает температуру $T_{\text{рад}} = 2,5$ кК. Принять, что поглощательная способность для вольфрама не зависит от частоты излучения и равна $\alpha = 0,35$.

532. На поверхность калия падает свет с длиной волны $\lambda = 150$ нм. Определить максимальную кинетическую энергию T_{\max} фотоэлектронов.

533. Температура абсолютно черного тела $T = 2$ кК. Определить длину волны λ_{\max} , на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости (излучательности) $(r_{\lambda,T})_{\max}$ для этой длины волны.

534. Определить температуру T и энергетическую светимость (излучательность) R_e абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_{\max} = 600$ нм.

535. Фотон с длиной волны $\lambda_1 = 15$ пм рассеялся на свободном электроне. Длина волны рассеянного фотона $\lambda_2 = 16$ пм. Определить угол θ рассеяния.

536. Поток излучения абсолютно черного тела $\Phi_e = 10$ кВт. Максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_{\max} = 0,8$ мкм. Определить площадь S излучающей поверхности.

537. В результате эффекта Комптона фотон с энергией $\varepsilon_1 = 1,02$ МэВ рассеян на свободных электронах на угол $\theta = 150^\circ$. Определить энергию ε_2 рассеянного фотона.

538. Определить поглощательную способность a_T серого тела, для которого температура, измеренная радиационным пирометром, $T_{\text{рад}} = 1,4$ кК, тогда как истинная температура T тела равна $3,2$ кК.

539. На металлическую пластину направлен монохроматический пучок света с частотой $\nu = 7,3 \cdot 10^{14}$ Гц. Красная граница λ_0 фотоэффекта для данного материала равна 560 нм. Определить максимальную скорость v_{\max} фотоэлектронов.

540. Средняя энергетическая светимость R поверхности Земли равна $0,54$ Дж/(см² · мин). Какова должна быть температура T поверхности Земли, если условно считать, что она излучает как серое тело с коэффициентом черноты $a_T = 0,25$?

541. Определить энергетическую освещенность (облученность) E_e зеркальной поверхности, если давление p , производимое излучением, равно 40 мкПа. Излучение падает нормально к поверхности.

542. Давление p света с длиной волны $\lambda = 40$ нм, падающего нормально на черную поверхность, равно 2 нПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 10$ с на площадь $S = 1$ мм² этой поверхности.

543. Определить коэффициент отражения ρ поверхности, если при энергетической освещенности $E_e = 120$ Вт/м² давление p света на нее оказалось равным 0,5 мкПа.

544. Давление света, производимое на зеркальную поверхность, $p = 5$ мПа. Определить концентрацию n_0 фотонов вблизи поверхности, если длина волны, падающего на поверхность света, $\lambda = 0,5$ мкм.

545. На расстоянии $r = 5$ м от точечного монохроматического ($\lambda = 0,5$ мкм) изотропного источника расположена площадка ($S = 8$ мм²) перпендикулярно падающим пучкам. Определить число N фотонов, ежесекундно падающих на площадку. Мощность излучения $P = 100$ Вт.

546. На зеркальную поверхность под углом $\alpha = 60^\circ$ к нормали падает пучок монохроматического света ($\lambda = 590$ нм). Плотность потока энергии светового пучка $\varphi = 1$ кВт/м². Определить давление p , производимое светом на зеркальную поверхность.

547. Свет падает нормально на зеркальную поверхность, находящуюся на расстоянии $r = 10$ см от точечного изотропного излучателя. При какой мощности P излучателя давление p на зеркальную поверхность будет равным 1 мПа?

548. Свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление $p = 4$ мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 10$ с на площадь $S = 1$ мм² этой поверхности.

549. На зеркальную поверхность площадью $S = 6$ см² падает нормально поток излучения $\Phi_c = 0,8$ Вт. Определить давление p и силу давления F света на эту поверхность.

550. Точечный источник монохроматического ($\lambda = 1$ нм) излучения находится в центре сферической зачерненной колбы радиусом $R = 10$ см. Определить световое давление p , производимое на внутреннюю поверхность колбы, если мощность источника $P = 1$ кВт.

551. Не возбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 102,6$ нм. Вычислить, пользуясь теорией Бора, радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

552. Вычислить по теории Бора радиус r_2 второй стационарной орбиты и скорость v_2 электрона на этой орбите для атома водорода.

553. Вычислить по теории Бора период T вращения электрона в атоме водорода, находящегося в возбужденном состоянии, определяемом главным квантовым числом $n = 2$.

554. Определить изменение энергии ΔE электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с частотой $\nu = 6,28 \cdot 10^{14}$ Гц.

555. Во сколько раз изменится период T вращения электрона в атоме водорода, если при переходе в невозбужденное состояние атом излучил фотон с длиной волны $\lambda = 97,5$ нм?

556. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 435$ нм?

557. В каких пределах $\Delta\lambda$ должна лежать длина волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус r_n орбиты электрона увеличился в 16 раз?

558. В однозарядном ионе лития электрон перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить длину волны λ излучения, испущенного ионом лития.

559. Электрон в атоме водорода находится на третьем энергетическом уровне. Определить кинетическую T , потенциальную Π и полную E энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

560. Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией $T = 10$ эВ. Определить энергию ϵ фотона.

561. Вычислить наиболее вероятную дебройлевскую длину волны λ молекул азота, содержащихся в воздухе при комнатной температуре.

562. Определить энергию ΔT , которую необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от $\lambda_1 = 0,2$ нм до $\lambda_2 = 0,1$ нм.

563. На сколько по отношению к комнатной должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны λ его молекул уменьшилась на 20 %?

564. Параллельный пучок моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму в виде узкой прямоугольной щели, ширина которой $a = 0,06$ мм. Определить скорость этих электронов, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстоянии $l = 40$ мм, ширина центрального дифракционного максимума $b = 10$ мкм.

565. При каких значениях кинетической энергии T электрона ошибка в определении дебройлевской длины волны λ по нерелятивистской формуле не превышает 10 %?

566. Из катодной трубки на диафрагму с узкой прямоугольной щелью нормально к плоскости диафрагмы направлен поток моноэнергетических электронов. Определить анодное напряжение трубки, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстоянии $l = 0,5$ м, ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x = 10$ мкм. Ширину b щели принять равной 0,1 мм.

567. Протон обладает кинетической энергией $T = 1$ кэВ. Определить дополнительную энергию ΔT , которую необходимо ему сообщить для того, чтобы длина волны λ де Бройля уменьшилась в три раза.

568. Определить длины волн де Бройля α -частицы и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ кВ.

569. Электрон обладает кинетической энергией $T = 1,02$ МэВ. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия T электрона уменьшится вдвое?

570. Кинетическая энергия T электрона равна удвоенному значению его энергии покоя ($2m_0c^2$). Вычислить длину волны λ де Бройля для такого электрона.

571. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом $R = 0,05$ нм.

572. Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки Δv в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью 1 мкм.

573. Какова должна быть кинетическая энергия T протона в моноэнергетическом пучке, используемого для исследования структуры с линейными размерами $l \approx 10^{-13}$ см?

574. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия электрона $E_{\min} = 10$ эВ.

575. Альфа-частица находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l ящика, если известно, что минимальная энергия α -частицы $E_{\min} = 8$ МэВ.

576. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет $\Delta t \approx 10$ нс. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны $\langle \lambda \rangle$ которого равна 600 нм. Оценить ширину $\Delta \lambda$ излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов.

577. Для приближенной оценки минимальной энергии электрона в атоме водорода можно предположить, что неопределенность Δr радиуса r электронной орбиты и неопределенность Δp импульса p электрона на такой орбите соответственно связаны следующим образом: $\Delta r \approx r$ и $\Delta p \approx p$. Используя эти связи, а также соотношение неопределенностей, найти значение радиуса электронной орбиты, соответствующего минимальной энергии электрона в атоме водорода.

578. Моноэнергетический пучок электронов высвечивает в центре экрана электронно-лучевой трубки пятно радиусом $r \approx 10$ мкм. Пользуясь соотношением неопределенностей, найти, во сколько раз неопределенность Δx координаты электрона на экране в направлении, перпендикулярном оси трубки, меньше размера r пятна. Длину L электронно-лучевой трубки принять равной 0,50 м, а ускоряющее электрон напряжение U – равным 20 кВ.

579. Среднее время жизни Δt атома в возбужденном состоянии составляет около 10 нс. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны $\langle \lambda \rangle$ которого равна 400 нм. Оценить относительную ширину $\Delta \lambda / \lambda$ излучаемой спектральной линии, если не происходит уширения линии за счет других процессов.

580. Для приближенной оценки минимальной энергии электрона в атоме водорода можно предположить, что неопределенность Δr радиуса r электронной орбиты и неопределенность Δp импульса p электрона на такой орбите соответственно связаны следующим образом: $\Delta r \approx r$ и $\Delta p \approx p$. Используя эти связи и соотношение неопределенностей, определить минимальное значение энергии T_{\min} электрона в атоме водорода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Заметим, что многие разделы курса общей физики не вошли в сборник. Причину этого следует искать в предисловии к сборнику. Многие разделы, не представленные на практических и семинарских занятиях по причине сокращения учебных часов, ранее были представлены на лабораторных занятиях, например, эффект Холла с датчиком Холла или регистрация первичного излучения со счетчиком Гейгера и т. д. Однако сокращены были и учебные часы лабораторных занятий по физике.

Как известно, «один килограмм сметаны не входит в полулитровую банку», если последняя не резиновая. Эффект растяжения выполняет самостоятельная работа. Именно за счет нее удастся упомянуть (лишь упомянуть) большинство разделов классической физики.

Общая тенденция в течение длительного времени (более 30 лет) монотонного уменьшения курса общей физики для инженерно-технических специальностей в вузах областных центров вызывает удивление и большой ряд известных вопросов, на которые, как обычно, в указанном интервале времени ответов нет. Видимо, автор чего-то не знает... Во всяком случае эти вопросы (без ответов) не относятся по своей природе к физическим, а следовательно, не являются объектом исследования и изучения студентами курса «Общей физики».

Автор благодарен всем правительствам (за 30 лет) за то, что общая физика еще не полностью исчезла из учебного процесса в вузах.

Табл. 1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Стандартный объем*	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}^4)$
Постоянная закона смещения Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	$h (\hbar)$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} (1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})$
Постоянная Ридберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радиус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Энергия ионизации атома водорода	E	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} (13,6 \text{ эВ})$
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

Табл. 2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Земли	$6,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

**Табл. 3. Плотность твердых тел, жидкостей и газов
(при нормальных условиях), кг/м³**

Твердое тело		Жидкость		Газ	
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Вода дистиллированная (при 4 °С)	$1,00 \cdot 10^3$	Водород	0,09
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Воздух	1,29
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Керосин	$0,80 \cdot 10^3$	Гелий	0,18
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Масло (касторовое)	$0,90 \cdot 10^3$	Кислород	1,43
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Масло (трансформаторное)	$1,5 \cdot 10^3$		
Медь	$8,93 \cdot 10^3$	Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		
Никель	$8,90 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$		
Свинец	$11,3 \cdot 10^3$	Спирт	$0,79 \cdot 10^3$		
Серебро	$10,5 \cdot 10^3$				
Цезий	$1,90 \cdot 10^3$				
Цинк	$7,15 \cdot 10^3$				

**Табл. 4. Теплофизические свойства веществ: твердых тел,
жидкостей и газов**

Вещество	Температура плавления, °С	Удельная теплоемкость, Дж/(кг · град)	Удельная теплота плавления, Дж/кг
Алюминий	659	896	$3,22 \cdot 10^5$
Железо	1530	500	$2,72 \cdot 10^5$
Латунь	900	386	–
Лед	0	2100	$3,35 \cdot 10^5$
Медь	1100	395	$1,76 \cdot 10^5$
Олово	232	230	$5,86 \cdot 10^5$

Табл. 5. Удельная теплота испарения воды при разных температурах

$t, ^\circ\text{C}$	0	50	100	200
$r \cdot 10^{-5}, \text{ Дж/кг}$	24,9	23,8	22,6	19,4

Табл. 6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

Табл. 7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

Табл. 8. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

Табл. 9. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом · м	Металл	Удельное сопротивление, Ом · м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

Табл. 10. Энергия ионизации

Вещество	E , Дж	E_i , эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Табл. 11. Подвижность ионов в газах, $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

Табл. 12. Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

Табл. 13. Работа выхода электронов

Металл	A , Дж	A , эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3,4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3,2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Табл. 14. Относительные атомные массы A , и порядковые номера Z элементов

Элемент	Символ	A	Z	Элемент	Символ	A	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Табл. 15. Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	1_0n	1,00867	Бериллий	${}^7_4\text{Be}$	7,01693
				${}^9_4\text{Be}$	9,01219
Водород	${}^1_1\text{H}$	1,00783	Бор	${}^{10}_5\text{B}$	10,01294
	${}^2_1\text{H}$	2,01410		${}^{11}_5\text{B}$	11,00930
	${}^3_1\text{H}$	3,01605			
Гелий	${}^3_2\text{He}$	3,01603	Углерод	${}^{14}_6\text{C}$	12,00000
	${}^4_2\text{He}$	4,00260		${}^{13}_6\text{C}$	13,00335
				${}^{14}_6\text{C}$	14,00324
Литий	${}^6_3\text{Li}$	6,01513	Азот	${}^{14}_7\text{N}$	14,00307
	${}^7_3\text{Li}$	7,01601		Кислород	${}^{16}_8\text{O}$
			${}^{17}_8\text{O}$		16,99913

Табл. 16. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		F_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральный π -мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

Табл. 17. Основные единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величина		Единица	
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение
Длина	L	метр	м
Масса	M	килограмм	кг
Время	T	секунда	с
Сила электрического тока	I	ампер	A
Термодинамическая температура	θ	кельвин	K
Количество вещества	N	моль	моль
Сила света	J	кандела	кд

Табл. 18. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

Приставка			Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санتي	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

Табл. 19. Буквы греческого алфавита

Обозначение	Название	Обозначение	Название	Обозначение	Название
Α, α	альфа	Ι, ι	йота	Ρ, ρ	ро
Β, β	бета	Κ, κ	каппа	Σ, σ	сигма
Γ, γ	гамма	Λ, λ	ламбда	Τ, τ	тау
Δ, δ	дэльта	Μ, μ	ми	Υ, υ	ипсилон
Ε, ε	эпсилон	Ν, ν	ню	Φ, φ	фи
Ζ, ζ	дзета	Ξ, ξ	кси	Χ, χ	хи
Η, η	эта	Ο, ο	омикрон	Ψ, ψ	пси
Θ, θ	тэта	Π, π	пи	Ω, ω	омега

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ДЛЯ СЕМИНАРСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Механика

1. 1,5 с, – 6 м/с, – 4 м/с², 9,84 м/с²; 2. 0,235 с, 5,1 м/с, 0,286 м/с; 3. Ракета на Землю не вернется; 4. $v = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$; 5. 6,28 м/с, – 0,572 м/с; 6. 2 шага, 4 шага; 7. – 6 м/с, 4 м/с; 8. В 4 раза; 9. 3,27 м/с², 1,31 Н, 1,96 Н; 10. У первого больше в 1,2 раза; 11. 3,55 м/с; 12. 0,195 рад/с; 13. 210 кг; 14. 6,45 км/с; 15. 4 с⁻¹, 1,57 с, $\pi/4$, 7,07 см; 16. 2,04 с, 4,07 рад; 17. 120° или 240°; 18. 2x + y = 0; 19. 200°; 20. 2,83 · 10⁸ м/с; 21. 2,91 · 10⁸ м/с; 22. 2,0 · 10⁻²² кг · м/с; 23. 481 Н; 24. 7,2 мм; 25. 0,014.

Молекулярная физика. Термодинамика

1. Кислород, 32 · 10⁻³ кг/моль, 2,67 · 10⁻²⁶ кг; 2. 41,4 нПа, 13,8 мкПа; 3. 44,1; 4. 6,4 м³; 5. 1,69 МПа; 6. 1,24 · 10⁻²⁰ Дж, 6,2 · 10⁻²¹ Дж; 7. 2,8 %; 8. 0,36 · 10⁵ Па; 9. 743 Дж/(кг · К), 1,04 кДж/(кг · К); 10. 902 Дж/(кг · К), 1,24 кДж/(кг · К); 11. 32 · 10⁻³ кг/моль, 650 Дж/(кг · К), 910 Дж/(кг · К); 12. 4,4 см; 13. 7,61 МДж, 7,19 МДж, 0,4 МДж; 5,3 %; 14. 5 МДж, 0, 5 МДж; 15. 400 кДж, 160 кДж, 560 кДж; 16. 28,1 кДж; 17. 3,62 мДж, 2,66 Па; 18. 56 г, 10 Дж/град; 19. 28,6 Дж/град; 20. 8,5 кДж/град, 11,8 кДж/град; 21. 9,16 мм²/с, 8,5 мВт/(м · К); 22. 302 К, 301 К.

Электростатика. Постоянный электрический ток

1. 79 нКл; 2. 51 мН; 3. 2,25 мН; 4. 5,55 нКл/м; 5. 0,23 Н/м²; 6. 56,6 В; 7. 24 аН, 26,4 Тм/с², 4 Мм/с; 8. 98,3 пФ; 9. 1) 0,36 нКл, 180 В, 120 В; 2) 0,6 нКл, 0,9 кКл, 300 В; 10. 0,27 мДж; 11. 1,18 · 10⁷ А/м²; 12. 14 В, 2 Ом; 13. 20 Кл; 14. 0,45 А; 15. Последовательно и параллельно соединенные элементы, соответственно: n = 2, m = 2, I_{max} = 7,5 А; 16. 0,5 и 1,5 А; 17. 36 Вт; 18. 0,5 Дж.

Электромагнетизм

1. 44,5 А/м; 2. 138 мкТл; 3. 6,28 мТл; 4. 50 мН; 5. 0,1 А · м²; 6. 0,157 Н · м; 7. 1,51 нА · м², 251 нКл/кг; 8. 9,57 Мм/с; 9. 1,04 · 10⁶ м/с; 10. 1,26 мТл; 11. 0,02 Дж; 12. 4 мТл; 13. 2 В; 14. 0,4 Кл; 15. 2 мВб, 8 Вб; 16. 46 мА; 17. 80 Ом, 0,15 Гн; 18. 6,75 А; 19. 10 мс.

Оптика. Элементы атомной физики

1. 2 м; 2. 12 лм/Вт; 3. 18,33 м; 4. 550 мкм; 5. 0,113 мкм; 6. 125 мм; 7. 1°12'; 8. 41°50'; 9. 1,43; 10. На 55 %; 11. 340 Дж; 12. 4,82 кК; 13. 5800 К, 2,34 · 10²⁹ Дж, 2,60 · 10¹² кг; 14. 13 Вт/(м² · нм); 15. 1,60 · 10⁻¹⁶ Дж, 1,78 × 10⁻³³ кг, 5,35 · 10⁻²⁵ кг м/с; 16. 2 эВ; 17. 120°; 18. 0,4 m₀c², 0,6 m₀c²; 19. 10¹² м⁻³; 20. 12,1 эВ; 21. 0,258 нм; 22. 15 эВ; 23. 0,16; 24. 0,609, 0,195.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Беликов, Б. С.* Решение задач по физике. Общие методы : учеб. пособие для студентов вузов / Б. С. Беликов. – М. : Высш. шк., 1986. – 256 с.
2. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В. С. Волькенштейн. – Изд. восьмое, стереотип. – М. : Наука, ГРФМЛ, 1973. – 464 с.
3. Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений / А. А. Воробьев [и др.] ; под ред. А. Г. Чертова. – Изд. пятое, перераб. – М. : Высш. шк., 1987. – 208 с.
4. *Кошкин, Н. И.* Справочник по элементарной физике / Н. И. Кошкин, М. Г. Ширкевич. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. – 208 с.
5. Сборник задач по теории колебаний / под ред. Л. В. Постникова и В. Н. Королева. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. – 272 с.
6. *Трофимова, Т. И.* Сборник задач по курсу физики с решениями : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова, З. Г. Павлова. – М. : Высш. шк., 1999. – 591 с.
7. Физические величины : справочник / А. П. Бабичев [и др.] ; под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М. : Энергоиздат, 1991. – 1232 с.
8. *Чертов, А. Г.* Задачник по физике : учеб. пособие для студентов вузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 527 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение. Общие методические указания	4
1. Механика	5
Основные определения, расчетные формулы и пояснения. Примеры решения задач. Задачи для семинарских и практических занятий.	
Расчетно-графическая работа 1.....	23
2. Молекулярная физика. Термодинамика	32
Основные определения, расчетные формулы и пояснения. Примеры решения задач. Задачи для семинарских и практических занятий	
Расчетно-графическая работа 2.....	46
3. Электростатика. Постоянный электрический ток	53
Основные определения, расчетные формулы и пояснения. Примеры решения задач. Задачи для семинарских и практических занятий.	
Расчетно-графическая работа 3.....	72
4. Электромагнетизм	83
Основные определения, расчетные формулы и пояснения. Примеры решения задач. Задачи для семинарских и практических занятий	
Расчетно-графическая работа 4.....	107
5. Оптика. Элементы атомной физики	118
Основные определения, расчетные формулы и пояснения. Примеры решения задач. Задачи для семинарских и практических занятий	
Расчетно-графическая работа 5.....	138
Заключение	149
Приложение	150
Ответы к задачам для семинарских и практических занятий ...	156
Библиографический список	157

Учебное издание

Автор-составитель
КУЗНЕЦОВ Артемий Артемьевич

ФИЗИКА

Сборник задач и контрольных заданий для семинарских
и самостоятельных расчетно-графических работ студентов

Редактор Е. В. Невская

Технический редактор С. Ш. Абдуллаева

Корректоры В. С. Теверовский, Т. В. Евстюничева

Компьютерная верстка Л. В. Макаровой

Подписано в печать 03.07.17.

Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 9,30. Тираж 150 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.