

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет

И.И. ШИШОВ

БАЛКИ ПОКРЫТИЙ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗДАНИЙ

Учебное пособие

Владимир 2005

УДК 624.01:621.64+697

ББК 38.539.1

Ш55

Рецензенты:

Кандидат технических наук, доцент
кафедры железобетонных и каменных конструкций
Московского государственного строительного университета
С.В. Горбатов

Кандидат технических наук, доцент
Владимирского государственного университета
Л.Е. Кондратьева

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Шишов, И.И.

Ш55 Балки покрытий производственных зданий : учеб. пособие /
И. И. Шишов ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос.
ун-та, 2005. – 48 с. – ISBN 5-89368-614-4.

Написано в соответствии с программой курса «Железобетонные и каменные конструкции», методически связано с учебным пособием «Железобетонные конструкции одноэтажных промышленных зданий с мостовыми кранами» (авт. В.С. Бартенев, И.И. Шишов, 2003 г.), служит его продолжением и призвано обеспечить методическую помощь студентам при выполнении курсового проекта № 2 по железобетонным конструкциям, а также дипломных проектов. Подробно рассмотренный пример расчета двутавровой балки покрытия, снабженный пояснениями, будет способствовать приобретению практических навыков расчета предварительно напряженных конструкций и закреплению теоретического материала.

Предназначено для студентов специальности 270102 (290300) – промышленное и гражданское строительство всех форм обучения.

Табл. 2. Ил. 9. Библиогр.: 7 назв.

УДК 624.01:621.64+697

ББК 38.539.1

ISBN 5-89368-614-4

© Владимирский государственный
университет, 2005

Предисловие

В 2003 г. кафедрой «Строительные конструкции и архитектура» выпущено учебное пособие «Железобетонные конструкции одноэтажных промышленных зданий с мостовыми кранами» (авт. В.С. Бартнев, И.И. Шишов), в котором в качестве основных несущих конструкций покрытия рассматриваются фермы. Однако при шаге поперечных рам здания 6 м и пролетах до 18 м более целесообразными оказываются балки. Рассмотрение их в данном пособии позволит студентам более обоснованно выбирать стропильные конструкции на основе технико-экономического сравнения вариантов.

Пособие написано в соответствии с программой курса «Железобетонные и каменные конструкции» и предназначено в помощь студентам специальности 270102 (290300) всех форм обучения при выполнении курсовых и дипломных проектов.

Введение

Железобетонные стропильные балки применяются в качестве основных несущих конструкций покрытий производственных зданий при пролетах 6, 9, 12, 18 м. Устанавливаются они с шагом 6 м, по ним укладываются железобетонные плиты размером 3×6 м (иногда 1,5×6) под мягкую кровлю. Для односкатных покрытий пролетом 6 и 9 м используются балки таврового или двутаврового сечения с параллельными полками или с ломаным нижним поясом (рис. 1, а, б); для плоских кровель – балки с параллельными поясами (рис. 1, в). Для скатных покрытий пролетом 12 и 18 м используются двускатные двутавровые балки: трапециевидные (рис. 1, г), с ломаным или криволинейным очертанием верхнего пояса (рис. 1, д, е). По-

следние более экономичны, но менее технологичны в изготовлении. Кроме того, применяются балки решетчатые – трапециевидные балки прямоугольного сечения шириной 200, 240 или 280 мм с крупными отверстиями

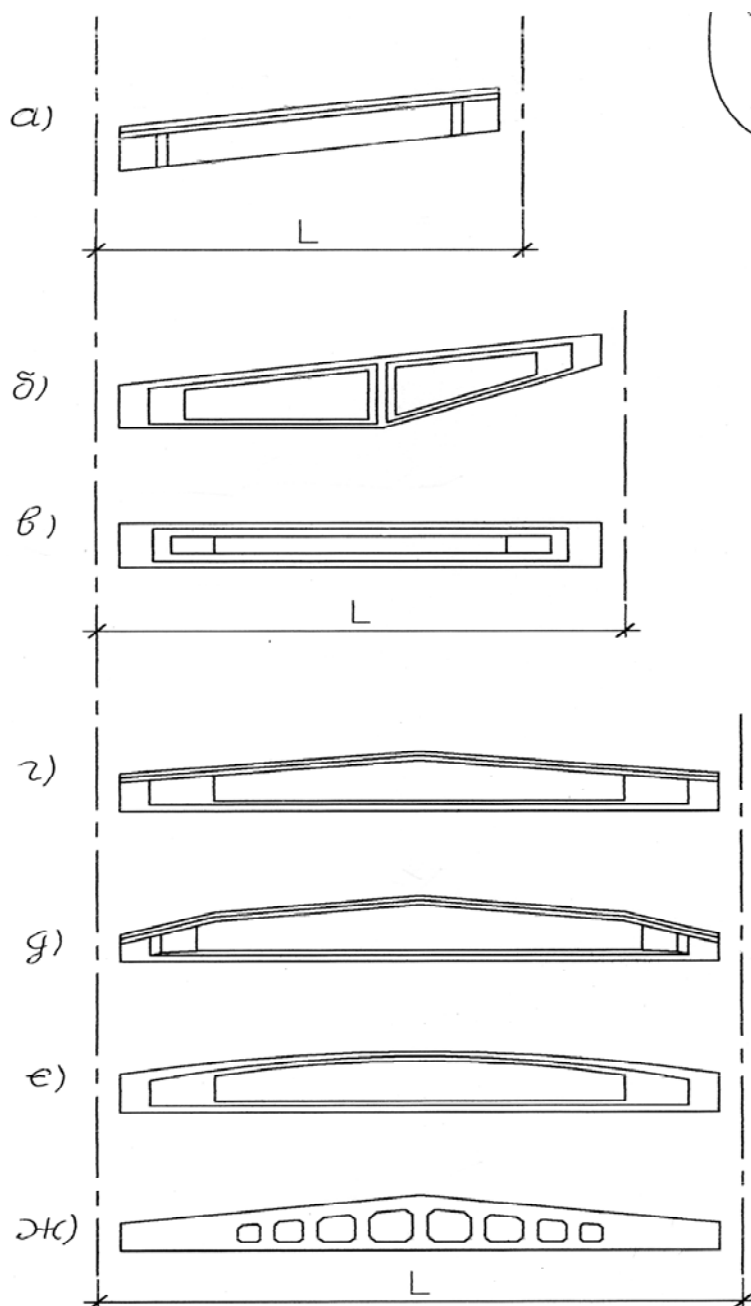


Рис. 1. Типы стропильных балок:
a, б – для односкатных покрытий;
в – для плоских покрытий;
г, д, е – двускатные двутавровые;
ж – решетчатые

в средней части пролета (в зоне небольших поперечных сил), выполненными для экономии бетона и удобства пропуска инженерных коммуникаций (рис. 1, *ж*).

Выполняются балки из бетона классов В25-В40, имеют унифицированные размеры, армируются предварительно напряженной арматурой К-7, Вр-П, А-IV, А-V, А-VI или ненапрягаемой арматурой класса А-III (для пролетов 6 и 9 м). Опираие балок на колонны осуществляется в соответствии с типовыми узлами [1]. Типовые балки разработаны для применения в климатических районах I – V по весу снегового покрова и рассчитаны на нагрузку 3,5 – 11,0 кПа. Техничко-экономические показатели приведены в

табл. 1.

Таблица 1

Пролет, м	Тип балки	Вес балки, кН	Классы бетона	Объем бетона, м ³	Общий расход стали на балку, кг
12	Двутаврового сечения с напрягаемой арматурой:				
	стержневой	41	B25; B30; B40	1,65	193...322
	проволочной	41	B25; B30; B40	1,65	155...247
	канатной	41	B30; B40	1,65	148...232
18	Двутаврового сечения с напрягаемой арматурой:				
	стержневой	91	B25; B30; B40	3,64	468...738
	проволочной	91	B25; B30; B40	3,64	359...552
	канатной	91	B30; B40	3,64	360...565
18	Решетчатая с напрягаемой арматурой:				
	стержневой	85...121	B30; B40	3,4...4,84	530...875
	проволочной	85...121	B30; B40	3,4...4,84	418...662
	канатной	85...121	B30; B40	3,4...4,84	397...644

Наиболее экономичны двутавровые балки с тонкой стенкой, толщина которой назначается в основном из условий размещения арматурных каркасов и укладки и уплотнения бетона в вертикальном положении.

1. ДВУТАВРОВЫЕ СТРОПИЛЬНЫЕ БАЛКИ

Двутавровые двускатные балки имеют переменную высоту в соответствии с уклоном верхней полки: постоянным 1 : 12 или с небольшим изломом обычно в трех метрах от опоры. Высота на опоре 800 или 900 мм.

Ширина верхней полки назначается из условий надежного опирания плит покрытия и обеспечения устойчивости балки при транспортировке и на монтаже: $\frac{1}{50} \dots \frac{1}{60}$ пролета (200...400 мм). Высоту верхней полки приравнивают к требуемой высоте сжатой зоны бетона для наиболее напряженного поперечного сечения балки. Размеры нижней полки берутся из условий размещения напрягаемой арматуры, прочности полки при обжатии бетона и опирания балки на колонну (ширина 200...300 мм). Толщина стенки назначается из условий размещения арматурных каркасов и обеспечения восприятия поперечной силы (60...100 мм). У опор балки (на длине 0,8...1 м) толщину стенки плавно увеличивают до ширины нижней полки. Это позволяет обеспечить прочность и трещиностойкость наклонных сечений. Полки со стенкой сопрягаются с помощью вутов.

Выполняются балки из бетона классов В 25...В 40. В качестве продольной напрягаемой арматуры используются канаты класса К-7, стержневая арматура классов А-IV, А-V, А-VI, высокопрочная проволока Вр-II диаметром 5 мм. Напрягаемая арматура охватывается хомутами из стали класса А-I с шагом 500 мм (конструктивно). В верхней полке также конструктивно размещается сварной каркас из продольных стержней класса А-III и поперечных из проволоки класса Вр-I. Стенка армируется сварными каркасами, поперечные стержни которых рассчитываются на поперечную силу и выполняются из стали А-III, а продольные служат монтажными и выполняются из арматуры класса А-I. Приопорные участки дополнительно усиливают сварными сетками косвенного армирования и вертикальными стержнями, которые привариваются к стальным закладным деталям. Этим улучшается анкеровка напрягаемой арматуры и предотвращается образование продольных трещин при отпуске арматуры с упоров. Иногда дополнительно ставят продольную напрягаемую арматуру A'_{sp} в уровне верха опорных сечений балки. Она повышает трещиностойкость верхней полки при отпуске напрягаемой арматуры A_{sp} с упоров. Площадь ее сечения берут конструктивно

$$A'_{sp} = (0,15 \dots 0,2) A_{sp} .$$

К расчету двускатных балок

Балка покрытия представляет собой однопролетную шарнирно опирающуюся балку, нагруженную равномерно распределенной нагрузкой или сосредоточенными силами в местах опирания ребристых плит. Если число сосредоточенных сил больше 4, то они также заменяются эквивалентной равномерно распределяемой нагрузкой (рис. 2).

Изгибающий момент, возникающий от внешней нагрузки в некотором сечении с координатой x , определяется выражением

$$M(x) = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} . \quad (a)$$

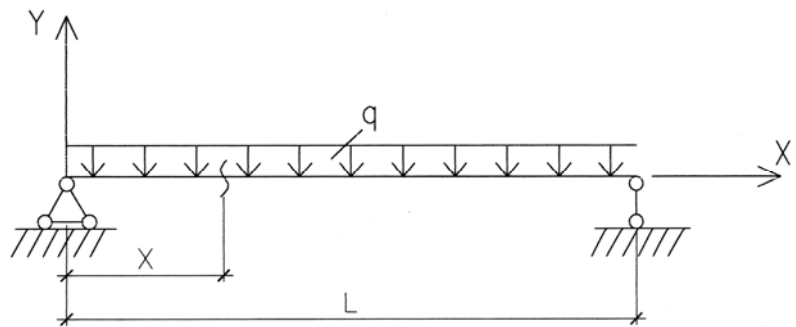


Рис. 2. Расчетная схема балки

Момент внутренних сил в предельном состоянии балки выражается формулой

$$M(x) = \zeta h_o(x) R_s A_s(x) .$$

Полезная высота сечения $h_o(x)$ составляет некоторую часть полной высоты $h(x)$ и при уклоне верхней полки 1:12 будет равна

$$h_o(x) = \beta h(x) = \beta \left(h_{on} + \frac{x}{12} \right) , \quad (б)$$

где h_{on} – высота балки на опоре.

Опасным будет поперечное сечение балки, для которого по условию прочности требуется наибольшее количество арматуры $A_s(x)$. Положение этого сечения можно определить, исследуя на максимум функцию

$$A_s(x) = M(x) / \zeta h_o(x) R_s .$$

Подставляя сюда выражения (а), (б), принимая приближенно произведение $\zeta\beta$ постоянным по длине балки, из уравнения

$$\frac{d(A_s(x))}{dx} = 0$$

получаем

$$x^2 + 24h_{on}x - 12 h_{on}l = 0.$$

Если принять приближенно $h_{on} = l/24$, то получается координата опасного сечения $x = 0,37l$.

Из расчета на прочность по этому поперечному сечению находят сечение продольной арматуры растянутой зоны.

Поперечную арматуру определяют из расчета на прочность по наклонному сечению.

Затем выполняют расчеты балки по предельным состояниям второй группы, а также расчет на усилия, возникающие при изготовлении, транспортировании, монтаже.

Темы для самостоятельной работы

1. Область применения двускатных строительных балок
2. Назначение размеров балки.
3. Применяемые классы бетона.
4. Армирование балки.
5. Усиление приопорных участков.
6. Меры, направленные против возникновения трещин при отпуске арматуры с упоров.

2. ПРИМЕР РАСЧЕТА

2.1. Исходные данные

Двускатная двутавровая балка имеет номинальный пролет 18 м, высоту на опоре 790 мм, постоянный уклон верхней полки 1 : 12. Сбор нагрузок приведен в учебном пособии [2]. Постоянная и временная нагрузка

в сумме на 1 м^2 горизонтальной проекции покрытия без учета веса балки составляет:

– полная:

нормативная $4,640 \text{ кН / м}^2$, расчетная $5,600 \text{ кН / м}^2$;

– длительная:

нормативная $3,940 \text{ кН / м}^2$, расчетная $4,620 \text{ кН / м}^2$.

Балка выполняется из бетона класса В 40 и подвергается тепловлажностной обработке при атмосферном давлении. Модуль упругости

$$E_b = 3,25 \cdot 10^4 \text{ МПа.}$$

Прочностные характеристики с учетом коэффициента условий работы $\gamma_{b2} = 0,9$:

– для предельных состояний первой группы

$$R_b = 0,9 \cdot 22 = 19,8 \text{ МПа, } R_{bt} = 0,9 \cdot 1,4 = 1,26 \text{ МПа};$$

– для предельных состояний второй группы

$$R_{b,ser} = 29 \text{ МПа, } R_{bt,ser} = 2,1 \text{ МПа.}$$

Характеристики применяемой арматуры:

– напрягаемой класса А-V

$$E_s = 1,9 \cdot 10^5 \text{ МПа, } R_{sn} = R_{s,ser} = 785 \text{ МПа, } R_s = 680 \text{ МПа};$$

– ненапрягаемой класса А-III

$E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа, } R_{sn} = R_{s,ser} = 390 \text{ МПа, } R_s = R_{sc} = 365 \text{ МПа}$ (при $d \geq$ мм), $R_{sw} = 285 \text{ МПа}$ (для поперечной арматуры при $d = 6 - 8 \text{ мм}$).

Напрягаемая арматура натягивается на упоры электротермическим способом.

Форма и размеры балки показаны на рис. 3.

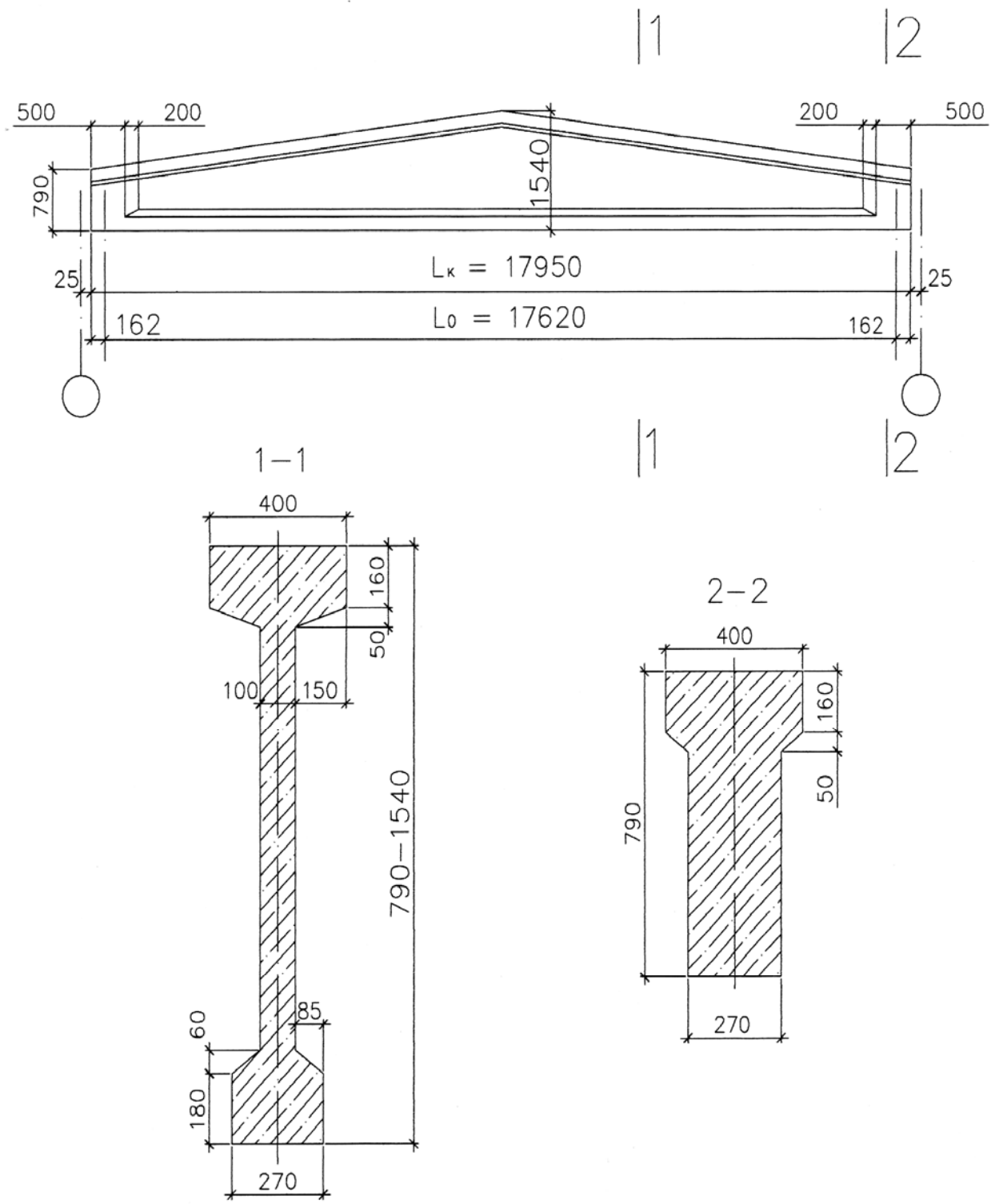


Рис. 3. Стропильная балка пролетом 18 м

2.2. Расчетная схема, внутренние усилия

Опираение балки на колонну принимается шарнирным с расположением опорного шарнира в середине участка опирания, на расстоянии $(25 + 325 / 2)$ мм от координационной оси (рис. 4).

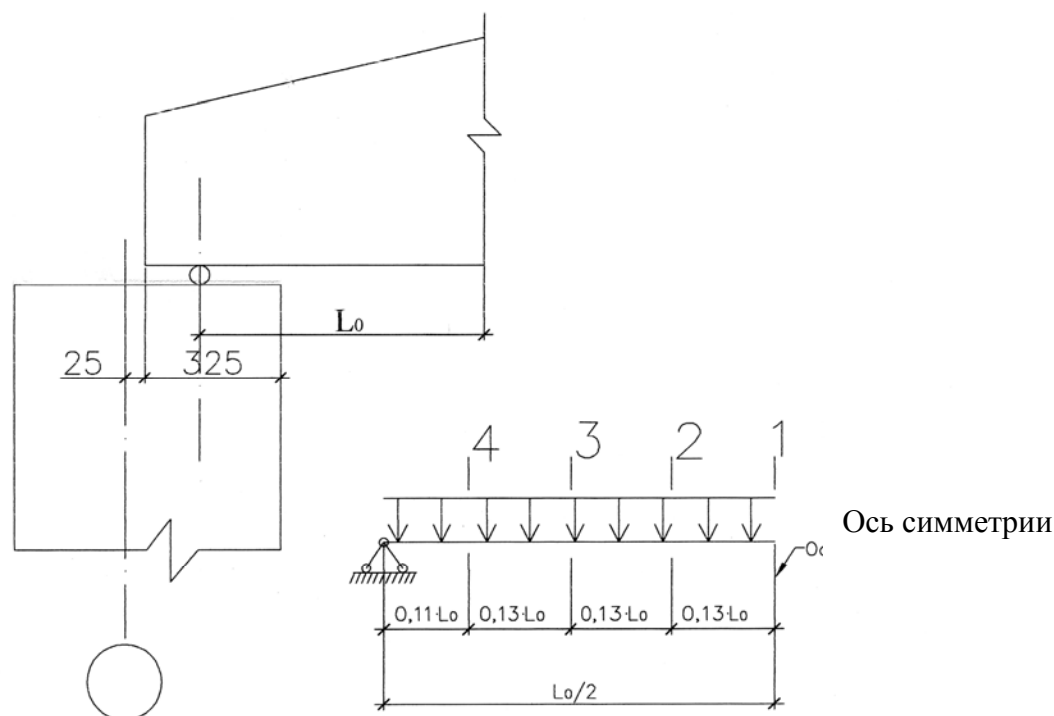


Рис. 4. Опирание балки. Расчетные сечения

Расчетный пролет

$$l_0 = 18000 - (25 + 325 / 2) \cdot 2 = 17620 \text{ мм.}$$

Нагрузка на балку передается с грузовой полосы шириной 6,0 м, равной шагу балок. Собственный вес балки 91 кН [3], $\gamma_f = 1,1$.

С учетом коэффициента надежности здания по назначению $\gamma_n = 0,95$ (здания II класса ответственности) нагрузка на 1 м балки составит:

– длительная нормативная

$$q_{ln} = (3,940 \cdot 6 + 91 / 18) \cdot 0,95 = 27,26 \text{ кН / м;}$$

– полная нормативная

$$q_n = (4,640 \cdot 6 + 91 / 18) \cdot 0,95 = 31,25 \text{ кН / м;}$$

– полная расчетная

$$q = (5,600 \cdot 6 + 91 \cdot 1,1 / 18) \cdot 0,95 = 37,20 \text{ кН / м.}$$

Поскольку высота балки переменна, переменны ее жесткость и трещиностойкость, для расчета по второй группе предельных состояний необходимо наметить ряд сечений, равномерно распределенных по длине, для которых и определять характеристики балки. В этот ряд должно войти и сечение на расстоянии от опоры $0,37 l_0$, наиболее опасное с точки зрения прочности. Наметим следующие сечения (см. рис. 4):

1 – в середине пролета;

2, 3, 4 – с шагом $0,13l_0 = 2,291$ м от сечения 1 в сторону опоры.

От нагрузки q , равномерно распределенной по пролету, возникают внутренние усилия:

– на опоре: поперечная сила $Q = q l_0 / 2$, изгибающий момент $M = 0$,

– на расстоянии x от левой опоры: $Q = q l_0 / 2 - qx$, $M = (q l_0 / 2) x - q x^2 / 2$.

Изгибающие моменты в намеченных сечениях приведены в табл. 2.

Таблица 2

Сечения	Координата x , м	Моменты, кН · м, от нагрузки q , кН / м		
		длительной нормативной $q_{ln} = 27,26$	полной нормативной $q_n = 31,25$	полной расчетной $q = 37,20$
1	8,81	1058	1212	1444
2	6,52	986,4	1130	1346
3	4,229	771,8	884,5	1054
4	1,938	414,2	474,74	565,4

2.3. Предварительное напряжение арматуры, передаточная прочность бетона

Начальное предварительное напряжение σ_{sp} назначают в пределах [4]:

$$\sigma_{sp} + p \leq R_{sn},$$

$$\sigma_{sp} - p \geq 0,3 R_{sn},$$

где p – точность натяжения арматуры;

$$p = 30 + 360 / l = 50,06 \text{ МПа},$$

здесь $l = 17,95$ м – длина стержня.

Приходим к неравенствам:

$$\sigma_{sp} \leq 734,9 \text{ МПа}, \quad \sigma_{sp} \geq 285,6 \text{ МПа}.$$

Принимается $\sigma_{sp} = 730$ МПа.

Предположительно в растянутой зоне будет размещено 9 стержней напрягаемой арматуры.

Предельное отклонение предварительного напряжения

$$\Delta\gamma_{sp} = 0,5 \frac{p}{\sigma_{sp}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{9}} \right) = 0,04571.$$

Принимается минимальное значение $\Delta\gamma_{sp} = 0,1$.

Коэффициент точности натяжения арматуры

$$\gamma_{sp} = 1 - \Delta\gamma_{sp} = 0,9.$$

С учетом коэффициента точности

$$\sigma_{sp} = 0,9 \cdot 730 = 657 \text{ МПа.}$$

При неблагоприятном воздействии силы обжатия

$$\gamma_{sp} = 1 + \Delta\gamma_{sp} = 1,1; \sigma_{sp} = 1,1 \cdot 730 = 803 \text{ МПа.}$$

Передаточная прочность бетона R_{bp} – кубиковая прочность, при которой арматура отпускается с упоров, назначается в пределах:

$$R_{bp} \geq 0,5 B, \quad R_{bp} \geq \frac{\sigma_{bp}}{0,95},$$

где B – класс бетона, σ_{bp} – напряжение предварительного обжатия бетона на уровне сжатой кромки после первых потерь (оно пока неизвестно).

Принимается $R_{bp} = 30$ МПа.

2.4. Определение продольной арматуры

Для верхней полки принимается конструктивно

$$4 \text{ } \varnothing 14 \text{ А-III, } A'_s = 6,16 \text{ см}^2, a' = 4 \text{ см.}$$

Предварительно напряженная арматура нижней полки располагается так, что равнодействующая усилий в ее стержнях проходит в середине полки (см. рис. 3), на расстоянии от нижней грани сечения

$$a = 180/2 = 90 \text{ мм.}$$

Площадь арматуры определяется из расчета на прочность наиболее напряженного поперечного сечения – сечения 2 (см. рис. 4), для которого

$$M = 1346 \text{ кНм, } h = 134,9 \text{ см (см. п. 2.5).}$$

Граничная высота сжатой зоны бетона

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sR}}{\sigma_{scu}} \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)},$$

где $\omega = 0,85 - 0,008 R_b = 0,85 - 0,008 \cdot 19,8 = 0,6916$;

$\sigma_{sR} = R_s + 400 - \sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp} = 680 + 400 - 657 = 423$ МПа ($\Delta\sigma_{sp} = 0$ при электротермическом натяжении);

$\sigma_{scu} = 500$ МПа, поскольку введен коэффициент условий работы бетона $\gamma_{b2} < 1$, учитывающий длительность действия нагрузки.

Вычисления дают $\xi_R = 0,5263$.

Определим требуемую площадь сечения арматуры A_{sp} .

Полезная высота сечения $h_o = 134,9 - 9 = 125,9$ см.

В предположении, что нейтральная линия проходит в пределах полки ($x \leq h'_f$), вычисляем

$$\alpha_m = \frac{M - R_{sc} A'_s (h_o - a')}{R_b b'_f h_o^2} = \frac{1346 - 365 \cdot 6,16 \cdot 10^{-1} \cdot (1,259 - 0,04)}{19,8 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 1,259^2} = 0,08541,$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 0,08941.$$

Условие $\xi \leq \xi_R$ выполняется. Высота сжатой зоны

$$x = \xi h_o = 0,08941 \cdot 125,9 = 11,26 \text{ см.}$$

Предположение $x \leq h'_f$ подтвердилось.

Коэффициент условий работы высокопрочной арматуры

$$\gamma_{s6} = \eta - (\eta - 1) \left(\frac{2\xi}{\xi_R} - 1 \right) = 1,249, \quad (\gamma_{s6} \geq \eta, \quad \eta = 1,15 \text{ для арматуры А-}$$

V).

Требуемая площадь сечения напрягаемой арматуры

$$A_{sp} = (R_b b'_f x + R_{sc} A'_s) / (R_s \gamma_{s6}) = (19,8 \cdot 40 \cdot 11,26 + 365 \cdot 6,16) 10^{-4} \\ (1,249 \times \times 680 \cdot 10^{-4}) = 13,21 \text{ см}^2.$$

Принимается $9 \text{ } \emptyset 14 \text{ А-V, } A_{sp} = 13,85 \text{ см}^2$.

2.5. Определение геометрических характеристик приведенного сечения балки

Для каждого из намеченных поперечных сечений необходимо вычислить геометрические характеристики. Коэффициенты приведения для арматуры:

– напрягаемой $\alpha_{sp} = E_s / E_b = \frac{1,9 \cdot 10^5}{3,25 \cdot 10^4} = 5,846;$

– ненапрягаемой $\alpha_s = \frac{2 \cdot 10^5}{3,25 \cdot 10^4} = 6,154.$

Приводятся вычисления для сечений 1, 2, 3, 4 (см. рис. 4).

Высота сечения:

1) $h = 154$ см,

2) $h = 154 - 229,1 / 12 = 154 - 19,09 = 134,9$ см,

3) $h = 134,9 - 19,09 = 115,8$ см,

4) $h = 115,8 - 19,09 = 96,73$ см.

Площадь приведенного сечения

$$A_{red} = A + A_{sp}\alpha_{sp} + A'_s\alpha_s,$$

где A – площадь бетонного сечения:

1) $A_{red} = (27 - 10)18 + 8,5 \cdot 6 + (40 - 10)16 + 15 \cdot 5 + 10 \cdot 154 + 13,85 \cdot 5,846 + 6,16 \cdot 6,154 = 306 + 51 + 480 + 75 + 1540 + 80,97 + 37,91 = 2571$ см²,

2) $A_{red} = 2571 - 10 \cdot 19,09 = 2380$ см²,

3) $A_{red} = 2380 - 190,9 = 2189$ см²,

4) $A_{red} = 2189 - 190,9 = 1998$ см².

Статический момент относительно нижней грани:

1) $S_{red} = 306 \cdot 9 + 51 \cdot 20 + 480(h - 8) + 75(h - 17,67) + \frac{10h^2}{2} + 80,97 \cdot 9 + 37,91(h - 4) = 209100$ см³,

2) $S_{red} = 170200$ см³,

3) $S_{red} = 134900$ см³,

4) $S_{red} = 103300$ см³.

Расстояние от нижней грани сечения до центра тяжести

$$y_o = \frac{S_{red}}{A_{red}} :$$

1) $y_o = 81,33$ см, 3) $y_o = 61,63$ см,

2) $y_o = 71,51$ см, 4) $y_o = 51,70$ см.

Момент инерции сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести:

$$\begin{aligned}
 1) I_{red} &= \frac{(27-10)18^3}{12} + 306(y_o - 9)^2 + 2 \frac{8,5 \cdot 6^3}{36} + 51(y_o - 20)^2 + \frac{(40-10)16^3}{12} + \\
 &+ 480(h - y_o - 8)^2 + 2 \frac{15 \cdot 5^3}{36} + 75(h - y_o - 17,67)^2 + \frac{10h^3}{12} + 10h \left(\frac{h}{2} - y_o \right)^2 + \\
 &+ 80,97(y_o - 9)^2 + 37,91(h - y_o - 4)^2 = 7721000 \text{ см}^4, \\
 2) I_{red} &= 5498000 \text{ см}^4, \\
 3) I_{red} &= 3707000 \text{ см}^4, \\
 4) I_{red} &= 2319000 \text{ см}^4.
 \end{aligned}$$

Момент сопротивления сечения по растянутой зоне $W_{red} = \frac{I_{red}}{y_o}$:

$$\begin{aligned}
 1) W_{red} &= \frac{7721000}{81,33} = 94930 \text{ см}^3, & 3) W_{red} &= 60150 \text{ см}^3, \\
 2) W_{red} &= 76880 \text{ см}^3, & 4) W_{red} &= 44850 \text{ см}^3.
 \end{aligned}$$

Момент сопротивления по сжатой зоне: $W'_{red} = \frac{I_{red}}{h - y_o}$:

$$\begin{aligned}
 1) W'_{red} &= \frac{7721000}{154 - 81,33} = 106200 \text{ см}^3, & 3) W'_{red} &= 68430 \text{ см}^3, \\
 2) W'_{red} &= 86730 \text{ см}^3, & 4) W'_{red} &= 51500 \text{ см}^3.
 \end{aligned}$$

Упругопластический момент сопротивления сечения по растянутой зоне в предположении, что продольная сила отсутствует, вычисляется по формуле

$$W_{pl} = \frac{2(I_{bo} + \alpha I_{so} + \alpha I'_{so})}{h - x} + S_{bt}, \quad (1)$$

где I_{bo}, I_{so}, I'_{so} – моменты инерции относительно нейтральной оси сечений бетона сжатой зоны и арматуры растянутой и сжатой зон;

S_{bt} – статический момент относительно той же оси сечения бетона растянутой зоны;

x – высота сжатой зоны перед образованием трещин.

Положение нейтральной оси перед образованием трещин определяется из уравнения

$$S_{bo} + \alpha S'_{so} = \alpha S_{so} + \frac{A_{bt}(h-x)}{2}, \quad (2)$$

где S_{bo} , $\alpha S'_{so}$, αS_{so} – статические моменты относительно нейтральной оси сечений бетона сжатой зоны и арматуры обеих зон;
 A_{bt} – площадь сечения бетона растянутой зоны.

В предположении, что нейтральная ось проходит в пределах ребра, находим

$$S_{bo} = (40-10)16(x-8) + 15 \cdot 5(x-17,67) + \frac{10x^2}{2},$$

$$\alpha S'_{so} = 37,91(x-4),$$

$$\alpha S_{so} = 80,97(h-x-9),$$

$$A_{bt} = (27-10)21 + 10(h-x).$$

Подстановка в уравнение (2) дает $x = \frac{h^2 + 51,9h + 917,6}{2h + 170,5}$:

- 1) $x = 68,19$ см, 3) $x = 50,58$ см,
 2) $x = 59,32$ см, 4) $x = 42,02$ см.

Величины, входящие в уравнение (1),

$$I_{bo} = \frac{(40-10)16^3}{12} + (40-10)16(x-8)^2 + 2 \frac{15 \cdot 5^3}{36} + 15 \cdot 5(x-17,67)^2 + \frac{10x^3}{3},$$

или $I_{bo} = 3,333x^3 + 75(x-17,67)^2 + 480(x-8)^2 + 10340$:

- 1) $I_{bo} = 2998000$ см⁴, 3) $I_{bo} = 1393000$ см⁴,
 2) $I_{bo} = 2100000$ см⁴, 4) $I_{bo} = 857600$ см⁴;

$$\alpha I_{so} = 80,97(h-x-9)^2, \quad \alpha I'_{so} = 37,91 \cdot (x-4)^2:$$

- 1) $\alpha I_{so} = 477700$ см⁴, $\alpha I'_{so} = 156200$ см⁴,
 2) $\alpha I_{so} = 358900$ см⁴, $\alpha I'_{so} = 116000$ см⁴,
 3) $\alpha I_{so} = 255900$ см⁴, $\alpha I'_{so} = 82250$ см⁴,
 4) $\alpha I_{so} = 169200$ см⁴, $\alpha I'_{so} = 54800$ см⁴;

$$S_{bt} = (27-10)18(h-x-9) + 8,5 \cdot 6(h-x-20) + \frac{10(h-x)^2}{2} = 5(h-x)^2 + 357(h-x) - 3774:$$

- 1) $S_{bt} = 63670$ см³, 3) $S_{bt} = 40770$ см³,
 2) $S_{bt} = 51770$ см³, 4) $S_{bt} = 30720$ см³.

По формуле (1) вычисляем W_{pl} :

$$\begin{aligned} 1) W_{pl} &= 148300 \text{ см}^3, & 3) W_{pl} &= 93860 \text{ см}^3, \\ 2) W_{pl} &= 119900 \text{ см}^3, & 4) W_{pl} &= 70260 \text{ см}^3. \end{aligned}$$

При действии силы предварительного обжатия бетона растянутой будет верхняя зона балки. По формулам (1) и (2) определим упругопластический момент сопротивления по растянутой зоне для этого случая W'_{pl} . В предположении, что нейтральная линия перед образованием трещин пройдет в пределах ребра, для формулы (2) вычисляем

$$S_{bo} = (27 - 10)18(x - 9) + 8,5 \cdot 6(x - 20) + \frac{10x^2}{2},$$

$$\alpha S'_{so} = 80,97(x - 9),$$

$$\alpha S_{so} = 37,91(h - x - 4),$$

$$A_{bt} = (40 - 10)16 + 15 \cdot 5 + 10(h - x).$$

$$\text{Подстановка в уравнение (2) дает } x = \frac{h^2 + 63,08h + 870,2}{2h + 150,7}.$$

$$\begin{aligned} 1) x &= 74,79 \text{ см}, & 3) x &= 56,46 \text{ см}, \\ 2) x &= 65,59 \text{ см}, & 4) x &= 47,44 \text{ см}. \end{aligned}$$

Величины, входящие в уравнение (1):

$$I_{bo} = \frac{(27 - 10)18^3}{12} + (27 - 10)18(x - 9)^2 + 2 \frac{8,5 \cdot 6^3}{36} + 8,5 \cdot 6(x - 20)^2 + \frac{10x^3}{3},$$

$$\text{или } I_{bo} = 3,333x^3 + 51(x - 20)^2 + 306(x - 9)^2 + 8364:$$

$$\begin{aligned} 1) I_{bo} &= 2879000 \text{ см}^4, & 3) I_{bo} &= 1365000 \text{ см}^4, \\ 2) I_{bo} &= 2035000 \text{ см}^4, & 4) I_{bo} &= 854900 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$\alpha I_{so} = 37,91(h - x - 4)^2, \quad \alpha I'_{so} = 80,97(x - 9)^2:$$

$$\begin{aligned} 1) \alpha I_{so} &= 214400 \text{ см}^4, & \alpha I'_{so} &= 350500 \text{ см}^4, \\ 2) \alpha I_{so} &= 161700 \text{ см}^4, & \alpha I'_{so} &= 259300 \text{ см}^4, \\ 3) \alpha I_{so} &= 116100 \text{ см}^4, & \alpha I'_{so} &= 182400 \text{ см}^4, \\ 4) \alpha I_{so} &= 77760 \text{ см}^4, & \alpha I'_{so} &= 119600 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$S_{bt} = (40 - 10)16(h - x - 8) + 15 \cdot 5(h - x - 17,67) + \frac{10(h - x)^2}{2} = 5(h - x)^2 +$$

$$+ 555(h - x) - 5165:$$

$$\begin{aligned} 1) S_{bt} &= 70170 \text{ см}^3, & 3) S_{bt} &= 45380 \text{ см}^3, \\ 2) S_{bt} &= 57320 \text{ см}^3, & 4) S_{bt} &= 34340 \text{ см}^3. \end{aligned}$$

По формуле (1) вычисляем W'_{pl} :

- 1) $W'_{pl} = 157100 \text{ см}^3$, 3) $W'_{pl} = 101400 \text{ см}^3$,
 2) $W'_{pl} = 128200 \text{ см}^3$, 4) $W_{pl} = 77040 \text{ см}^3$.

2.6. Определение потерь предварительного напряжения арматуры

При электротермическом натяжении арматуры на упоры первые потери предварительного напряжения – это потери σ_1 – от релаксации напряжений, σ_2 – от перепада температуры по длине стержня, σ_6 – от быстронатекающей ползучести; вторые потери – это σ_8 – от усадки и σ_9 – от ползучести бетона. Определяются они по эмпирическим формулам, причем напряжения обжатия бетона, входящие в эти формулы, определяются в предположении упругой работы приведенного поперечного сечения. Коэффициент точности натяжения γ_{sp} при определении потерь берется равным единице.

Первые потери

$$\sigma_1 = 0,03 \quad \sigma_{sp} = 0,03 \cdot 730 = 21,9 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = 1,25 \quad \Delta t = 1,25 \cdot 65 = 81,25 \text{ МПа},$$

где $\Delta t = 65 \text{ }^\circ\text{C}$ – нормативный температурный перепад.

Сила обжатия бетона с учетом потерь σ_1, σ_2

$$P_o = (\sigma_{sp} - \sigma_1 - \sigma_2) A_{sp} = (730 - 21,9 - 81,25) 13,85 \cdot 10^{-1} = 868,2 \text{ кН}.$$

Эксцентриситет приложения силы P_o $e_{op} = y_o - a = y_o - 9$, см:

1) $e_{op} = 72,39$ см, 3) $e_{op} = 52,63$ см,

2) $e_{op} = 62,51$ см, 4) $e_{op} = 42,70$ см.

Напряжения обжатия бетона силой P_o на уровне напрягаемой арматуры

$$\sigma_{ep} = \frac{P_o}{A_{red}} + \frac{P_o e_{op}}{I_{red}} e_{op} :$$

1) $\sigma_{ep} = 9,270$ МПа, 2) $\sigma_{ep} = 10,45$ МПа,

3) $\sigma_{ep} = 9,818$ МПа, 4) $\sigma_{ep} = 11,17$ МПа.

$$\alpha = 0,25 + 0,025 R_{ep}, \quad \alpha \leq 0,8.$$

Формула для напряжений зависит от величины α :

Принимается $\alpha = 0,8$.

Поскольку $\frac{\sigma_{\text{ср}}}{R_{\text{ср}}} < \alpha$, для всех сечений, $\sigma_6 = 0,85 \cdot 40 \frac{\sigma_{\text{ср}}}{R_{\text{ср}}}$:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $\sigma_6 = 10,51$ МПа, | 3) $\sigma_6 = 11,84$ МПа, |
| 2) $\sigma_6 = 11,13$ МПа, | 4) $\sigma_6 = 12,66$ МПа. |

Определим потери σ_6 на уровне арматуры S' . Напряжения обжатия

силой P_0 на этом уровне $\sigma_{\text{ср}} = \frac{P_0}{A_{\text{ред}}} - \frac{P_0 e_{\text{оп}}}{I_{\text{ред}}} (h - y_0 - 0,04)$:

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\sigma_{\text{ср}} = -2,213$ МПа, | 3) $\sigma_{\text{ср}} = -2,218$ МПа, |
| 2) $\sigma_{\text{ср}} = -2,214$ МПа, | 4) $\sigma_{\text{ср}} = -2,214$ МПа. |

Поскольку напряжения обжатия отрицательны, напряжения в арматуре S' от быстроснатекающей ползучести и от ползучести принимаются равными нулю.

Первые потери напряжений в напрягаемой арматуре $\sigma_{\text{лос}, 1} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_6$:

- | | |
|------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1) $\sigma_{\text{лос}, 1} = 113,7$ МПа, | 3) $\sigma_{\text{лос}, 1} = 115,0$ МПа, |
| 2) $\sigma_{\text{лос}, 1} = 114,3$ МПа, | 4) $\sigma_{\text{лос}, 1} = 115,8$ МПа. |

Сила обжатия бетона после первых потерь

$P_1 = \sigma_{\text{ср}} A_{\text{сп}} = (730 - \sigma_{\text{лос}, 1}) 13,85 \cdot 10^{-1}$, кН:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $P_1 = 853,6$ кН, | 3) $P_1 = 851,8$ кН, |
| 2) $P_1 = 852,7$ кН, | 4) $P_1 = 850,7$ кН. |

Эксцентриситет приложения силы $P_1 e_{\text{оп}} = y_0 - 9$, см:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $e_{\text{оп}} = 72,33$ см, | 3) $e_{\text{оп}} = 52,63$ см, |
| 2) $e_{\text{оп}} = 62,51$ см, | 4) $e_{\text{оп}} = 42,70$ см. |

Напряжения обжатия на уровне сжатой кромки бетона определим

для сечения 4 $\sigma_{\text{ср}} = \frac{P_1}{A_{\text{ред}}} + \frac{P_1 e_{\text{оп}}}{I_{\text{ред}}} y_0 = 12,35$ МПа.

Требование $R_{ep} \geq \frac{\sigma_{ep}}{0,95}$ выполняется.

Вторые потери.

$\sigma_8 = 35$ МПа.

Напряжения обжатия бетона на уровне напрягаемой арматуры после

первых потерь $\sigma_{ep} = \frac{P_1}{A_{red}} + \frac{P_1 e_{op}}{I_{red}} e_{op}$:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $\sigma_{ep} = 9,104$ МПа, | 3) $\sigma_{ep} = 10,25$ МПа, |
| 2) $\sigma_{ep} = 9,643$ МПа, | 4) $\sigma_{ep} = 10,94$ МПа. |

Поскольку $\frac{\sigma_{bp}}{R_{ep}} < 0,75$, $\sigma_9 = 150 \alpha \frac{\sigma_{bp}}{R_{ep}} = 4,25 \sigma_{ep}$,

$\alpha = 0,85$ – для бетона, подвергнутого тепловлажностной обработке при атмосферном давлении:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $\sigma_9 = 38,69$ МПа, | 3) $\sigma_9 = 43,56$ МПа, |
| 2) $\sigma_9 = 40,98$ МПа, | 4) $\sigma_9 = 46,50$ МПа. |

Вторые потери напряжений в напрягаемой арматуре $\sigma_{los, 2} = \sigma_8 + \sigma_9$.

Полные потери $\sigma_{los} = \sigma_{los, 1} + \sigma_{los, 2}$:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\sigma_{los} = 187,4$ МПа, | 3) $\sigma_{los} = 193,6$ МПа, |
| 2) $\sigma_{los} = 190,3$ МПа, | 4) $\sigma_{los} = 197,3$ МПа. |

Условие $\sigma_{los} \geq 100$ МПа выполняется.

Напряжения в арматуре после всех потерь:

– напрягаемой $\sigma_{sp2} = 730 - \sigma_{los}$,

– ненапрягаемой $\sigma'_s = -\sigma_8$.

Сила обжатия бетона

$P_2 = \sigma_{sp2} A_{sp} + \sigma'_s A'_s = (730 - \sigma_{los}) A_{sp} - \sigma_8 A'_s$:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $P_2 = 729,9$ кН, | 3) $P_2 = 721,4$ кН, |
| 2) $P_2 = 725,9$ кН, | 4) $P_2 = 716,2$ кН. |

Эксцентриситет приложения силы P_2

$e_{op} = \frac{\sigma_{sp2} A_{sp} (y_o - 9) - \sigma'_s A'_s (h - y_o - 4)}{P_2}$:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1) $e_{op} = 76,50$ см, | 3) $e_{op} = 55,70$ см, |
| 2) $e_{op} = 66,13$ см, | 4) $e_{op} = 45,22$ см. |

2.7. Расчет балки на прочность в стадии изготовления

Рассматривается подъем балки с помощью траверсы при строповке в четырех точках (рис. 5, а).

Нагрузка от собственного веса берется с коэффициентом динамичности $k_d = 1,4$ и принимается равномерно распределенной по длине. Жесткость балки считается постоянной, равной единице. В расчетной схеме имеем неразрезную балку, пролеты которой определяются местами строповки (рис. 5, б). Погонная жесткость для среднего пролета $1 / 9 = 0,1111$, для крайних $1 / 2,3 = 0,4348$. Благодаря симметрии можно рассматривать половину балки (например, левую). Эпюру моментов можно построить последовательными приближениями. Если в сечениях над опорами ввести защемляющие связи, то при нагрузке

$$q = gk_d = (91 / 18) 1,1 \cdot 1,4 = 7,788 \text{ кН / м}$$

эпюра моментов будет как на рис. 5, в.

Будем поочередно устранять защемляющие связи в точках A и B и определять моменты в сечениях, примыкающих к этим точкам, уравнивая узлы. В точке A момент в левом сечении изменяться не будет:

$$M_A^л = -\frac{7,788 \cdot 2,01^2}{2} = -15,73 \text{ кН} \cdot \text{м} = \text{const.}$$

При устранении связи в точке A приращение получают два момента

$$\Delta M_A^{np} = M_A^л - M_A^{np} = -15,73 - M_A^{np},$$

$$\Delta M_B^л = -\frac{\Delta M_A^{np}}{2}.$$

Затем связь в точке A восстанавливается и устраняется связь в точке B . Приращение получают три момента

$$\Delta M_B^л = -\frac{M_B^{np} - M_B^л}{0,5459} 0,4348,$$

$$\Delta M_B^{np} = -\frac{M_B^{np} - M_B^л}{0,5459} 0,1111,$$

$$\Delta M_A^{np} = -\frac{\Delta M_B^л}{2}.$$

Достаточно трех приближений, чтобы получить результат (рис. 5, з):

$$M_A = -15,73 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M_B = -38,6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

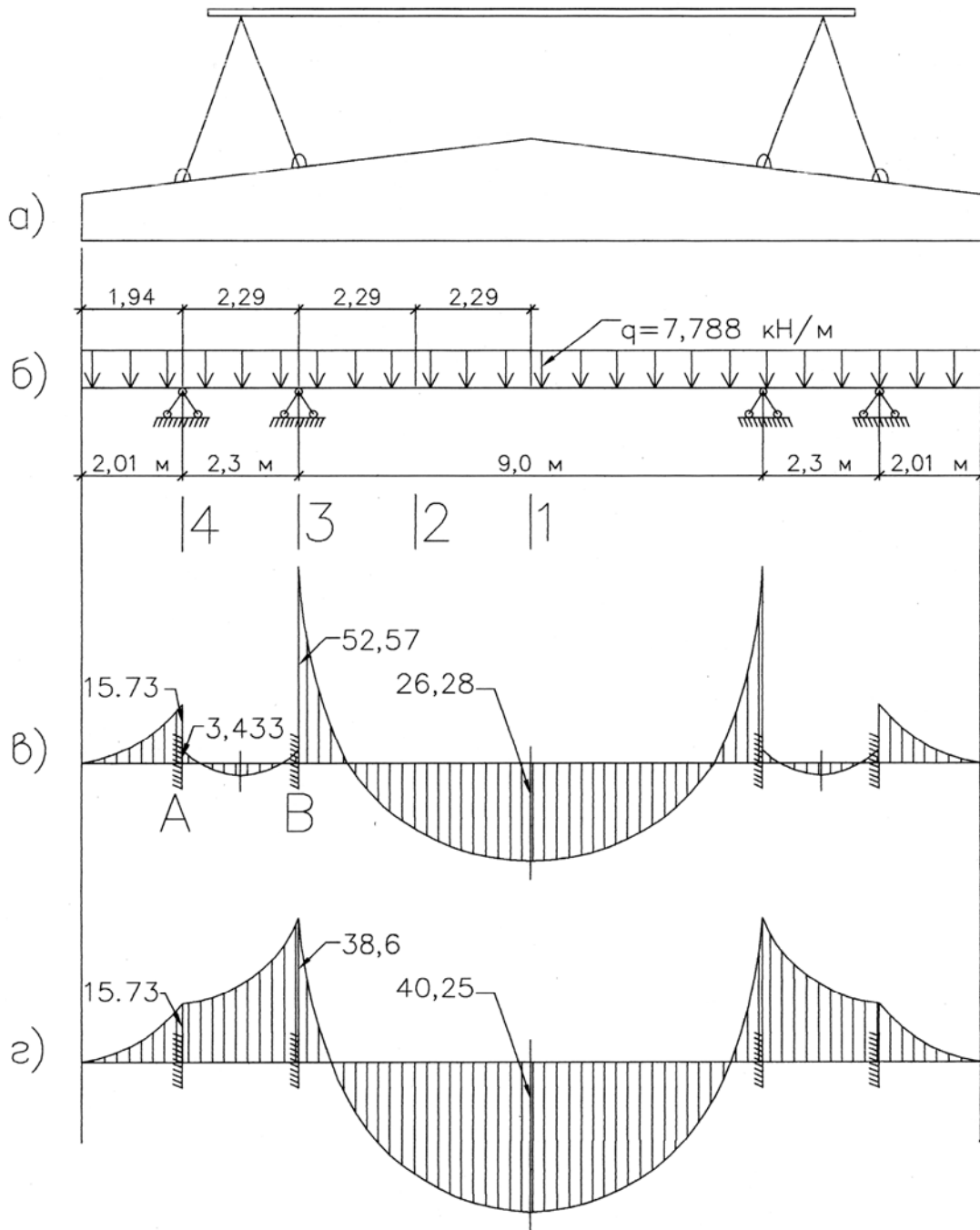


Рис. 5. Стадия изготовления:
 а – схема строповки; б – расчетная схема;
 в, г – эпюры моментов, кНм

Наиболее опасным будет сечение 3, которое почти совпадает с точкой B . Момент от собственного веса балки $M_w = M_B = -38,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ вызывает растяжение верхних волокон. Сила обжатия бетона P_1 берется с коэффициентом точности натяжения $\gamma_{sp} = 1,1$

$$P_1 = A_{sp}(\gamma_{sp}\sigma_{sp} - \sigma_{los,1} - 330) = 13,85(1,1 \cdot 730 - 115,0 - 330)10^{-1} = 495,8 \text{ кН}.$$

Здесь 330 МПа – величина R_{sc} для стадии обжатия бетона. Этой величине равны потери напряжений в напрягаемой арматуре в результате обжатия бетона.

Сила обжатия P_1 рассматривается как внешняя сжимающая сила, приложенная относительно оси, проходящей через центр растянутой арматуры (верхней), с эксцентриситетом

$$e_{p1} = h - 9 - 4 = 115,8 - 9 - 4 = 102,8 \text{ см}.$$

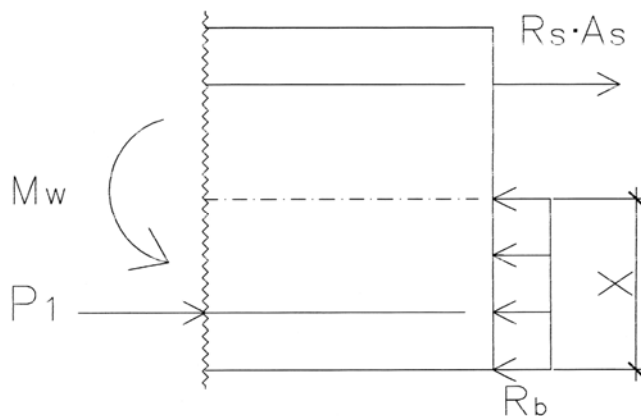


Рис. 6. Распределение внутренних сил при подъеме балки

Вычисляется граничная относительная высота сжатой зоны ξ_R

$$\omega = 0,85 - 0,008 R_b^p = 0,85 - 0,008 \cdot 20,4 = 0,6868,$$

$$\sigma_{sr} = R_s = 365 \text{ МПа (в растянутой зоне располагается арматура А-III),}$$

$$\sigma_{scu} = 400 \text{ МПа (нагрузки стадии обжатия кратковременны)}$$

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sr} R}{\sigma_{scu} \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)}} = 0,5114.$$

На рис. 6 в левом сечении показаны внешние воздействия, в правом – внутренние силы. Характеристики бетона берутся соответственно классу $B = R_{bp}$ ($B 30$); вводится коэффициент условий работы $\gamma_{b8} = 1,2$ (для стадии обжатия)

$$R_b^p = 17 \cdot 1,2 = 20,4 \text{ МПа}.$$

В предположении, что нейтральная линия проходит в пределах нижней полки, находим

$$X = \frac{P_1 + R_s A_s}{R_b^p b' f} =$$

$$= \frac{495,8 + 365 \cdot 6,16 \cdot 10^{-1}}{20,4 \cdot 27 \cdot 10^{-1}} = 13,08 \text{ см.}$$

Предположение подтвердилось.

Относительная высота сжатой зоны

$$\xi = x/h_0 = 13,08 / (115,8 - 4) =$$

$$= 0,117.$$

Условие $\xi \leq \xi_R$ выполняется.

Условие прочности сечения

$$P_1 e_{p1} + M_w \leq R_b^p b_f x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right),$$

$$495,8 \cdot 102,8 + 38,6 \cdot 100 \leq 20,4 \cdot 27 \cdot 13,08 \cdot 10^{-1} \left(115,8 - 4 - \frac{13,08}{2} \right),$$

$$54830 \leq 75830 - \text{выполняется.}$$

Схема армирования балки показана на рис. 7.

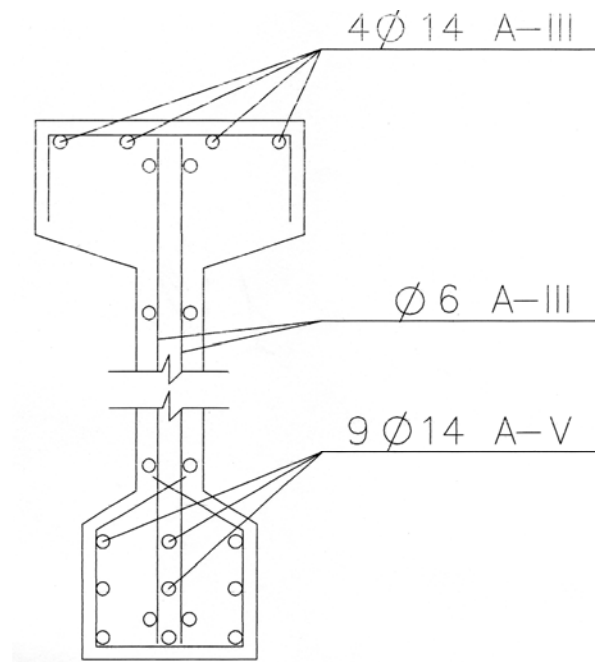


Рис. 7. Армирование балки

2.8. Расчет на прочность сечений, наклонных к оси балки

Расчет на действие поперечной силы

Рассматривается наклонное сечение в приопорной зоне – зоне действия максимальных поперечных сил (рис. 8). В начале сечения, у грани опоры, поперечная сила

$$Q_{\max} = \frac{q l_0}{2} = \frac{37,2 \cdot 17,62}{2} = 327,7 \text{ кН,}$$

в конце сечения, у вершины наклонной трещины

$$Q = Q_{\max} - q_1 C,$$

где $q_1 = g + \frac{v}{2}$;

g – постоянная нагрузка, v – временная (1,4 кН / м² [2]);

C – проекция наклонного сечения на продольную ось балки.

$$q_1 = \left[(5,6 - 0,7)6 + \frac{91 \cdot 1,1}{18} \right] 0,95 = 33,21 \text{ кН / м.}$$

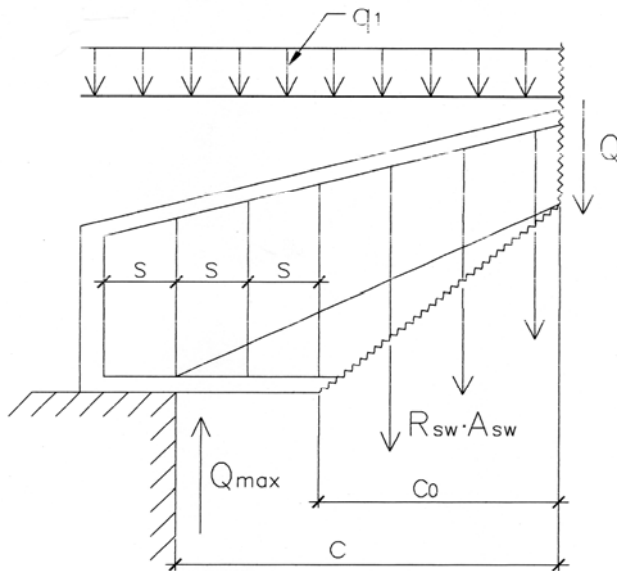


Рис. 8. Наклонные сечения и наклонная трещина

Поперечное армирование не требуется по расчету, если выполняются два условия:

$$Q_{\max} \leq 2,5R_{bt}bh_o,$$

$$Q_{\max} \leq \frac{\varphi_{b4}(1 + \varphi_n)R_{bt}bh_o^2}{C}.$$

h_o – среднее значение полезной высоты сечения в пределах участка C .

Пусть $C = C_{\max} = 2,5h_o$.

Найдем h_o из уравнения

$$h_o = 0,7 + \frac{2,5h_o}{2 \cdot 12}, h_o = 0,7814 \text{ м}$$

(0,7 – значение h_o на опоре).

Первое условие не выполняется ($327,7 \leq 246,1$) – поперечное армирование требуется по расчету.

Для балки с поперечной арматурой h_o – максимальное значение полезной высоты сечения в пределах участка C , а

$$C_{\max} = \frac{\varphi_{b2}}{\varphi_{b3}} h_o,$$

где для тяжелого бетона $\varphi_{b2} = 2$, $\varphi_{b3} = 0,6$.

При $C = C_{\max}$ и уклоне верхнего пояса 1 : 12

$$h_o = 0,7 + \frac{2h_o}{0,6 \cdot 12}, h_o = 0,9693 \text{ м.}$$

Примем предположительно $h_o = 0,9$ м.

Для балки с поперечной арматурой (без отгибов) условие прочности наклонного сечения записывается в виде

$$Q \leq Q_{sw} + Q_b, \quad (3)$$

где Q_{sw} , Q_b – поперечные силы, воспринимаемые соответственно поперечной арматурой и бетоном сжатой зоны.

$$Q_{sw} = q_{sw} C_o,$$

где $q_{sw} = R_{sw} \cdot A_{sw} / s$ – погонное усилие, воспринимаемое поперечными стержнями;

A_{sw} – суммарная площадь сечения поперечных стержней, расположенных в одной плоскости, перпендикулярной продольной оси балки;

s – шаг поперечных стержней;

C_o – проекция наклонной трещины на продольную ось балки.

По требованию СНиП – для балок высотой $h > 450$ мм на приопорных участках длиной $l_0 / 4 \leq s \leq h / 3$, на остальной длине $s \leq \frac{3}{4} h$ и везде $s \leq 500$ мм – принимаем на приопорных участках $s = 200$ мм, на остальной длине $s = 400$ мм.

Должно выполняться неравенство

$$q_{sw} \geq \frac{Q_{b \min}}{2h_o}. \quad (4)$$

$$Q_{b \min} = \varphi_{b3} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt} b h_o,$$

$$\varphi_f = 0,75 \frac{(b'_f - b) h'_f}{b h_o} = 0,75 \frac{(40 - 10) 16}{10 \cdot 90} = 0,4.$$

Требование $\varphi_f \leq 0,5$ выполняется.

$$\varphi_n = \frac{0,1 \gamma_{sp} P_2}{R_{bt} b h_o} = \frac{0,1 \cdot 0,9 \cdot 716,2}{1,26 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 0,9} = 0,5683.$$

По требованию $\varphi_n \leq 0,5$ принимаем $\varphi_n = 0,5$.

По требованию $1 + \varphi_f + \varphi_n \leq 1,5$ принимаем $1 + \varphi_f + \varphi_n = 1,5$.

Получается

$$Q_{b \min} = 102,1 \text{ кН.}$$

Из неравенства (4) находим

$$A_{sw} \geq \frac{Q_{b \min} s}{R_{sw} 2h_o}, \quad A_{sw} \geq 0,398 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2 Ø 6 А-III, $A_{sw} = 0,57 \text{ см}^2$.

Диаметр поперечных стержней должен быть не меньше $\left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{4}\right)$ диаметра продольной рабочей арматуры. Поперечные стержни должны быть надежно заанкерены в полке.

$$q_{sw} = R_{sw} \cdot A_{sw} / s = 285 \cdot 0,57 \cdot 10^{-1} / 0,2 = 81,22 \text{ кН / м.}$$

Проекция наклонной трещины

$$C_o = \sqrt{\frac{M_b}{q_{sw}}},$$

$$M_b = \varphi_{b2} (1 + \varphi_f + \varphi_n) R_{bt} b h_o^2 = 306,2 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$C_o = 1,942 \text{ м.}$$

Должно быть $h_o \leq C_o \leq 2 h_o$ и $C_o \leq C$.

Принимается $C_o = 2 h_o = 1,8 \text{ м}$.

Величина C (проекция наклонного сечения) определяется по формулам

$$C = \sqrt{\frac{M_b}{q_1}}, \text{ когда } q_1 < 0,56 q_{sw},$$

$$C = \sqrt{\frac{M_b}{q_1 + q_{sw}}}, \text{ когда } q_1 \geq 0,56 q_{sw}.$$

Получается

$$C = \sqrt{\frac{306,2}{33,21}} = 3,036 \text{ м},$$

$$C_{\max} = \frac{2h_o}{0,6} = 3,333 \cdot 0,9 = 3,0 \text{ м.}$$

Принимается $C = 3,0 \text{ м}$.

Должно выполняться неравенство $h_o \leq 0,7 + C / 12$ ($0,9 \leq 0,95$).

$$Q_{sw} = q_{sw} C_o = 81,22 \cdot 1,8 = 146,2 \text{ кН},$$

$$Q_b = \frac{M_b}{C} = \frac{306,2}{3,0} = 102,1 \text{ кН.}$$

Требование $Q_b \geq Q_{b \min}$ выполняется.

$$Q = Q_{\max} - q_1 C = 327,7 - 33,21 \cdot 3 = 228,1 \text{ кН.}$$

Условие прочности (3) выполняется ($228,1 \leq 248,3$).

Необходимо проверить условие

$$s \leq s_{\max}.$$

$$s_{\max} = \frac{\varphi_{b4} R_{bt} b h_0^2}{Q_{\max}}$$

из условия прочности наклонного сечения между смежными хомутами.

Условие выполняется ($0,2 \leq 0,4672$).

Проверка прочности стенки между наклонными трещинами

Разрушение по стенке между наклонными трещинами возможно при тонкостенных сечениях (тавровых, двутавровых), особенно предварительно напряженных элементов, когда напряжения предварительного обжатия бетона усиливают сжимающие напряжения от нагрузки. При этом в стенке возникает невыгодное плоское напряженное состояние, при котором действие главных сжимающих напряжений усиливается действием в перпендикулярном направлении главных растягивающих напряжений. В результате разрушение происходит при сжимающих напряжениях, меньших предела прочности бетона на осевое сжатие. Эксперименты дают следующее условие прочности:

$$Q_{\max} \leq 0,3 \varphi_{w1} \varphi_{b1} R_b b h_0. \quad (5)$$

$$\varphi_{w1} = 1 + 5\alpha \mu_w, \quad \varphi_{w1} \leq 1,3,$$

где $\alpha = 6,154$, $\mu_w = \frac{A_{sw}}{b_s} = 0,00285$ – коэффициент поперечного армирования

(должно быть $\mu_w \geq 0,0015$);

$\varphi_{b1} = 1 - \beta R_b$, $\beta = 0,01$ для тяжелого бетона, R_b в МПа.

Условие прочности (5) выполняется ($327,7 \leq 466,5$).

Расчет наклонного сечения на действие изгибающего момента

Условие прочности записывается в виде

$$M \leq M_s + M_{sw}$$

где M – момент внешних сил, действующих на отсеченную часть балки, относительно оси, проходящей через точку приложения равнодействующей внутренних усилий в сжатой зоне сечения;

M_s , M_{sw} – моменты относительно той же оси соответственно усилия в арматуре S и усилия в поперечных стержнях.

Прочность наклонного сечения обеспечена безусловно, если

$$l_{an} \geq l_p \quad (6)$$

где l_{an} – длина анкеровки продольных растянутых стержней до наклонного сечения ($l_{an} = 325 - 25 = 300$ мм),

l_p – длина передачи усилия с арматуры на бетон [5].

$$l_p = (\omega_p (\sigma_{sp} / R_{bp}) + \lambda_p) d.$$

где $\omega_p = 0,25$, $\lambda_p = 10$ [4, с. 62]; σ_{sp} – с учетом потерь;

d – диаметр стержня.

$$l_p = (0,25 (532,7/30) + 10) 14 = 202,1 \text{ мм},$$

где 532,7 – предварительные напряжения для сечения 4.

Если при отпуске арматуры с упоров усилие на бетон передается мгновенно, то значение l_p увеличивается на 25 %. Тогда: $l_p = 1,25 \cdot 202,1 = 252,6$ мм.

Требование $l_p \geq 15 d$ выполняется.

Условие (6) выполняется ($300 \geq 252,6$).

Расчет на действие изгибающего момента не требуется.

2.9. Расчеты по предельным состояниям второй группы

Расчеты на трещиностойкость

Трещиностойкость – это способность железобетонного элемента сопротивляться образованию трещин в стадии I или раскрытию трещин в стадии II деформирования. В зависимости от условий эксплуатации и применяемой арматуры к конструкции предъявляются требования одной из трех категорий:

- первая категория – образование трещин недопустимо;
- вторая – допускается ограниченное по ширине непродолжительное раскрытие трещин;
- третья – допускается ограниченное по ширине непродолжительное ($a_{crc,1}$) и продолжительное ($a_{crc,2}$) раскрытие трещин.

Непродолжительное раскрытие – это раскрытие трещин под действием постоянной, длительной и кратковременной нагрузок; продолжительное – под действием постоянной и длительной нагрузок.

К балкам покрытий, армированным стержневой арматурой А-V, предъявляются требования третьей категории. Предельное раскрытие $a_{crc,u}$

= 0,4 мм для непродолжительных и 0,3 мм для продолжительных трещин, [4, с. 4].

Расчеты на образование трещин, нормальных продольной оси балки

Расчет выполняется по способу ядровых моментов.

Условие записывается в виде

$$M_r \leq M_{crc},$$

где M_r – момент от внешних сил относительно оси, проходящей через ядровую точку, наиболее удаленную от растянутой зоны;

M_{crc} – момент, воспринимаемый поперечным сечением, перед образованием трещин.

Величина M_{crc} определяется приближенно, на основе принципа независимости действия сил

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl} \pm M_{rp}$$

где $R_{bt,ser} W_{pl}$ – момент, воспринимаемый сечением без учета продольной силы;

M_{rp} – момент силы обжатия.

$$M_{rp} = P(e_{op} \pm r),$$

где r – расстояние от центральной оси приведенного сечения до ядровой точки, наиболее удаленной от растянутой зоны.

Для изгибаемых предварительно напряженных элементов

$$r = \varphi W_{red} / A_{red},$$

$$\varphi = 1,6 - \sigma_b / R_{b,ser}, \quad 0,7 \leq \varphi \leq 1,0.$$

где W_{red} – момент упругого сопротивления приведенного поперечного сечения по растянутой зоне;

σ_b – напряжения в бетоне на уровне сжатой кромки от силы обжатия и внешней нагрузки.

Для стадии изготовления, рассматривается образование начальных трещин в верхней зоне балки

$$M_{crc} = R_{bt,ser}^p W'_{pl} - M_{rp}.$$

где $R_{bt,ser}^p = 1,8 \cdot 1,2 = 2,16$ – для стадии обжатия с учетом коэффициента условий работы $\gamma_{b8} = 1,2$,

$$M_{rp} = P_1 (e_{op} - r_{inf}),$$

$$r_{inf} = \varphi W'_{red} / A_{red}.$$

$$\varphi = 1,6 - \sigma_b / R_{b,ser}^P, \quad 0,7 \leq \varphi \leq 1,0,$$

где σ_b – напряжения в сжатой кромке бетона (нижней) от усилия обжатия бетона P_1 и момента от внешней нагрузки M_w .

$$\sigma_b = \frac{P_1}{A_{red}} + \frac{P_1 e_{op} - M_w}{I_{red}} y_o.$$

Значения M_w можно брать с рис. 5, з, разделив их на $\gamma_f = 1,1$. Для сечений 1 и 2 разделим их еще на динамический коэффициент 1,4, поскольку они положительны и оказывают разгружающее действие. Получается

$$1) M_w = 40,25/1,1/1,4 = 26,14 \text{ кНм},$$

$$2) M_w = \left(40,25 - 7,788 \cdot \frac{2,29^2}{2} \right) / 1,1/1,4 = 12,88 \text{ кНм},$$

$$3) M_w = -38,6/1,1 = -35,09 \text{ кНм},$$

$$4) M_w = -15,73/1,1 = -14,3 \text{ кНм}.$$

Значение P_1 необходимо взять с учетом коэффициента точности натяжения арматуры $\gamma_{sp} 1,1$:

$$P_1 = (\gamma_{sp} \sigma_{sp} - \sigma_{los,1}) A_{sp} = (1,1 \cdot 730 - \sigma_{los,1}) 13,85 \cdot 10^{-1}, \text{ кН:}$$

1) $P_1 = 954,7 \text{ кН},$	$\sigma_b = 10,71 \text{ МПа},$	$\varphi = 1,0,$
2) $P_1 = 953,8 \text{ кН},$	$\sigma_b = 11,60 \text{ МПа},$	$\varphi = 1,0,$
3) $P_1 = 952,9 \text{ кН},$	$\sigma_b = 13,27 \text{ МПа},$	$\varphi = 0,9495,$
4) $P_1 = 951,8 \text{ кН},$	$\sigma_b = 14,14 \text{ МПа},$	$\varphi = 0,9069.$

1) $r_{inf} = 41,31 \text{ см},$	$M_{rp} = 296,1 \text{ кНм},$	$M_{crc} = 43,24 \text{ кНм},$
2) $r_{inf} = 36,44 \text{ см},$	$M_{rp} = 248,7 \text{ кНм},$	$M_{crc} = 28,21 \text{ кНм},$
3) $r_{inf} = 29,68 \text{ см},$	$M_{rp} = 218,7 \text{ кНм},$	$M_{crc} = 0,324 \text{ кНм},$
4) $r_{inf} = 23,38 \text{ см},$	$M_{rp} = 183,9 \text{ кНм},$	$M_{crc} = -17,49 \text{ кНм}.$

Начальные трещины образуются в сечениях 3 и 4.

Превышение момента, возникающего от внешней нагрузки и силы обжатия, над предельным моментом, воспринимаемым сечением до образования трещин, составляет:

$$3) M_w - M_{crc} = 35,09 - 0,324 = 34,77 \text{ кНм},$$

$$4) M_w - M_{crc} = 14,3 + 17,49 = 31,79 \text{ кНм}.$$

От величины $R_{bt,ser}^P W'_{pl}$ это составляет:

$$3) 34,77/219,0 = 0,1588,$$

$$4) 31,79/166,4 = 0,1910.$$

Для стадии эксплуатации:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W'_{pl} + M_{rp},$$

$$M_{rp} = P_2 (e_{op} + r),$$

$$r = \varphi W_{red} / A_{red},$$

$$\varphi = 1,6 - \sigma_b / R_{b,ser}, \quad 0,7 \leq \varphi \leq 1,0,$$

$$\text{где } \sigma_b = \frac{P_2}{A_{red}} + \frac{M - P_2 e_{op}}{I_{red}} (h - y_o),$$

M – момент от нормативных внешних нагрузок.

Силу обжатия P_2 необходимо взять с учетом коэффициента точности натяжения $\gamma_{sp} = 0,9$

$$P_2 = \sigma_{sp2} A_{sp} - \sigma_8 A'_s,$$

где $\sigma_{sp2} = 0,9 \cdot 730 - \sigma_{los}$.

$$e_{op} = (\sigma_{sp2} A_{sp} (y_o - 9) + \sigma_8 A'_s (h - y_o - 4)) / P_2$$

Для намеченных сечений получается:

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| 1) $P_2 = 628,8 \text{ кН},$ | $e_{op} = 77,17 \text{ см},$ | $\sigma_b = 9,286 \text{ МПа},$ |
| 2) $P_2 = 624,8 \text{ кН},$ | $e_{op} = 66,72 \text{ см},$ | $\sigma_b = 10,85 \text{ МПа},$ |
| 3) $P_2 = 620,2 \text{ кН},$ | $e_{op} = 56,21 \text{ см},$ | $\sigma_b = 10,66 \text{ МПа},$ |
| 4) $P_2 = 615,1 \text{ кН},$ | $e_{op} = 45,64 \text{ см},$ | $\sigma_b = 6,845 \text{ МПа}.$ |

$\varphi = 1$ для всех сечений,

- | | | |
|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $r = 36,92 \text{ см},$ | $M_{rp} = 717,4 \text{ кНм},$ | $M_{crc} = 1029 \text{ кНм},$ |
| 2) $r = 32,30 \text{ см},$ | $M_{rp} = 618,7 \text{ кНм},$ | $M_{crc} = 870,5 \text{ кНм},$ |

- 3) $r = 27,48$ см, $M_{rp} = 519,0$ кНм, $M_{crc} = 716,1$ кНм,
 4) $r = 22,45$ см, $M_{rp} = 418,8$ кНм, $M_{crc} = 566,3$ кНм.

Для участков с начальными трещинами (сечения 3 и 4) величина момента M_{crc} уменьшается на $\Delta M_{crc} = \lambda M_{crc}$,

$$\text{где } \lambda = \left(1,5 - \frac{0,9}{\delta}\right)(1 - \varphi_m), \quad (7)$$

$$\delta = \frac{y_o}{h - y_o} \cdot \frac{A_s}{A_s + A'_s},$$

$$\varphi_m = \frac{R_{bt,ser} W_{pl}}{|M - M_{rp}|}, \quad 0,45 \leq \varphi_m \leq 1,0.$$

С учетом этого получаем:

- 1) $M_{crc} = 1029$ кНм, 3) $M_{crc} = 598,3$ кНм,
 2) $M_{crc} = 870,5$ кНм, 4) $M_{crc} = 566,3$ кНм

Сравнение с табл. 2 показывает, что в сечениях 1, 2, 3 будут образовываться и непродолжительные, и продолжительные трещины, в сечении 4 трещин не будет.

Расчеты на раскрытие трещин, нормальных продольной оси балки

Стадия изготовления

Определяется ширина раскрытия начальных трещин в верхней зоне балки под действием момента M_w от собственного веса балки при ее подъеме для сечений 3 и 4:

- 3) $M_w = 35,09$ кНм, 4) $M_w = 14,30$ кНм.

Растянутая зона вверху, арматура S – это верхняя арматура $A_s = 6,16$ см², $A'_s = A_{sp} = 13,85$ см², $h_o = h - 4$ см, $a = 4$ см, $a' = 9$ см.

Ширина раскрытия определяется по формуле

$$a_{crc} = 20 (3,5 - 100\mu)\delta \eta \varphi_l (\sigma_s / E_s)^{3/2} \sqrt{d}, \quad \text{мм}, \quad (8)$$

где $\mu = A_s / (b h_o)$, $\mu \leq 0,02$:

- 3) $\mu = 0,005510$,
 4) $\mu = 0,006643$.

$\delta = 1$ – для изгибаемых элементов,

$\eta = 1$ – для стержней периодического профиля,

$\varphi_l = 1$ – для кратковременных нагрузок,

$d = 14$ мм – диаметр арматуры S .

Напряжение в арматуре в сечении с трещиной σ_s определяется по формуле

$$\sigma_s = (M_w - P_1(z - e_{sp})) / (A_s z), \quad (9)$$

где P_1 – усилие обжатия после первых потерь. Для расчета на раскрытие трещин определяется при $\gamma_{sp} = 1,0$:

$$e_{sp} = e_{op} + h - y_o - 4, \text{ см:}$$

$$3) P_1 = 851,8 \text{ кН, } e_{sp} = 102,8 \text{ см, } 4) P_1 = 850,7 \text{ кН, } e_{sp} = 83,73 \text{ см.}$$

z – расстояние от центра тяжести сечения арматуры S до линии действия равнодействующей усилий в сжатой зоне сечения с трещиной.

Вычисляется относительная высота сжатой зоны бетона

$$\xi = \frac{1}{\beta + \frac{1 + 5(\delta + \lambda)}{10\alpha\mu}} + \frac{1,5 + \varphi_f}{11,5 \frac{e_{s,tot}}{h_o} - 5}, \quad \xi \leq 1,0, \quad (10)$$

где $\beta = 1,8$ – для тяжелого бетона;

$$\delta = M / (R_{b,ser}^P b h^2);$$

$M = M_w + P_1 e_{sp}$ – момент от внешних сил и силы обжатия бетона относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения арматуры S .

$$\lambda = \varphi_f (1 - 0,5 h'_f / h_o),$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b^P} = \frac{2 \cdot 10^5}{2,9 \cdot 10^4} = 6,897,$$

$$\alpha'_s = \alpha_p = 1,9 \cdot 10^5 / (2,9 \cdot 10^4) = 6,552,$$

$$\varphi_f = \frac{(b'_f - b) h'_f + \frac{\alpha'_s}{2\nu} A'_s}{b h_o} = \frac{45,78}{h_o},$$

где b'_f, h'_f – размеры сжатой полки (нижней),

$\nu = 0,45$ – для кратковременной нагрузки.

$$e_{s,tot} = \left| \frac{M}{N_{tot}} \right|,$$

$N_{tot} = P_1$ – равнодействующая продольной силы N (если она есть) и силы обжатия бетона.

Для сечений 3 и 4 получается:

$$3) M = 910,7 \text{ см}, \quad e_{s,tot} = 106,5 \text{ см}, \quad \varphi_f = 0,4095, \quad \lambda = 0,3710, \\ \delta = 0,2760, \quad \xi = 0,3958;$$

$$4) M = 726,6 \text{ см}, \quad e_{s,tot} = 85,41 \text{ см}, \quad \varphi_f = 0,4937, \quad \lambda = 0,4378, \\ \delta = 0,3201, \quad \xi = 0,4382;$$

Значение z вычисляется по формуле

$$z = h_o \left\{ 1 - \frac{\frac{h'_f}{h_o} \varphi_f + \xi^2}{2(\varphi_f + \xi)} \right\}. \quad (11)$$

$$3) z = 95,59 \text{ см}, \quad 4) z = 77,62 \text{ см}.$$

Напряжение в арматуре в сечении с трещиной по формуле (9):

$$3) \sigma_s = 163,9 \text{ МПа}, \quad 4) \sigma_s = 138,6 \text{ МПа}.$$

По формуле (8) вычисляем раскрытие трещин:

$$3) a_{crc} = 0,1165 \text{ мм}, \quad 4) a_{crc} = 0,09472 \text{ мм}.$$

Предельно допустимая ширина раскрытия

$$a_{crc,1} = 0,4 \text{ мм} [4, \text{ с. 4}].$$

Трещиностойкость в стадии изготовления достаточна.

Стадия эксплуатации

Определяется ширина раскрытия трещин в сечениях 2 и 3. (В сечении 1 она будет меньше).

Растягивается нижняя зона, $A_s = A_{sp} = 13,85 \text{ см}^2$, $\alpha = 5,846$, $a = 9 \text{ см}$.

Коэффициенты армирования $\mu = A_s / (b h_o)$ для сечений:

$$2) \mu = 0,01100, \quad 3) \mu = 0,01297.$$

Продолжительное раскрытие $a_{crc,2}$ определяется от действия длительных нагрузок при коэффициенте $\varphi_l = 1,6 - 15 \mu$:

$$2) \varphi_l = 1,435. \quad 3) \varphi_l = 1,405.$$

Момент внешних сил и силы обжатия бетона относительно оси, проходящей через центр тяжести арматуры S ,

$$M_s = M + P_2 e_{sp}, \quad \text{где} \quad e_{sp} = y_o - e_{op} - a.$$

Для сечения 3, где в стадии изготовления в верхней зоне образуются начальные трещины, сила обжатия P_2 должна быть уменьшена на $\Delta P_2 = \lambda P_2$, где λ определяется по формуле (7)

$$\varphi_m = \frac{R_{bt,ser} W_{pl}}{|M - M_{rp}|},$$

$$M_{rp} = P_2 (e_{op} + r),$$

$$r = \varphi W_{red} / A_{red},$$

$$\varphi = 1,6 - \sigma_b / R_{b,ser}, \quad 0,7 \leq \varphi \leq 1,0,$$

$$\sigma_b = \frac{P_2}{A_{red}} + \frac{M - P_2 e_{op}}{I_{red}} (h - y_o).$$

$\sigma_b = 8,702$ МПа, $\varphi = 1,0$, $r = 27,48$ см, $M_{rp} = 600,1$ кНм, $\varphi_m = 1,0$, $\lambda = 0$ – уменьшения силы P_2 не будет.

2) $M_s = 960,1$ кНм, 3) $M_s = 749,7$ кНм.

Относительная высота сжатой зоны определяется по формуле (10), для которой

$$\delta = M_s / (R_{b,ser} b h_o^2),$$

$$\lambda = \varphi_f (1 - 0,5 h'_f / h_o), \quad h'_f = 18,5 \text{ см},$$

$$\varphi_f = \frac{(b'_f - b) h'_f + \frac{\alpha}{2\nu} A'_s}{b h_o}.$$

$$b'_f = 40 \text{ см}, \quad \alpha = 6,154, \quad \nu = 0,15, \quad A'_s = 6,16 \text{ см}^2,$$

$$e_{s,tot} = \left| \frac{M_s}{N_{tot}} \right|,$$

где $N_{tot} = P_2$ – сила обжатия бетона.

2) $e_{s,tot} = 132,3$ см, $\varphi_f = 0,5412$, $\lambda = 0,5014$, $\delta = 0,2089$, $\xi = 0,4007$;

3) $e_{s,tot} = 103,9$ см, $\varphi_f = 0,6380$, $\lambda = 0,5827$, $\delta = 0,226$, $\xi = 0,4687$.

Величина z вычисляется по формуле (11):

2) $z = 109,9$ см, 3) $z = 90,86$ см.

Напряжение в арматуре в сечении с трещиной

$$\sigma_s = (M - P_2(z - e_{sp})) / (A_s z): \quad (13)$$

$$2) e_{sp} = -3,62 \text{ см}, \quad \sigma_s = 106,7 \text{ МПа},$$

$$3) e_{sp} = -3,07 \text{ см}, \quad \sigma_s = 74,85 \text{ МПа},$$

Поскольку растянутая арматура располагается в несколько рядов (см. рис. 7), найденные значения σ_s необходимо умножить на величину δ_n ,

$$\delta_n = \frac{h - x - a_2}{h - x - a},$$

где a_2 – расстояние от центра тяжести арматуры крайнего ряда до кромки бетона ($a_2 = 4$ см)

$$2) \delta_n = 1,066 \text{ МПа}, \quad \sigma_s = 113,7 \text{ МПа}. \quad 3) \delta_n = 1,088 \text{ МПа}, \quad \sigma_s = 81,44 \text{ МПа}.$$

По формуле (8) вычисляется ширина продолжительного раскрытия трещин:

$$2) a_{crc2} = 0,09934 \text{ мм}, \quad 3) a_{crc2} = 0,06395 \text{ мм}.$$

Предельно допустимая ширина продолжительного раскрытия трещин $a_{crc,u} = 0,3$ мм.

Условие $a_{crc2} \leq a_{crc,u}$ выполняется.

Непродолжительное раскрытие трещин определяется по формуле

$$a_{crc,1} = a_{crc,2} + a'_{crc1} - a''_{crc1}, \quad (14)$$

где a'_{crc1} – ширина раскрытия от кратковременного действия всех нагрузок; a''_{crc1} – от кратковременного действия длительных нагрузок.

Определяется ширина раскрытия a''_{crc1} . Моменты M_s будут как в предыдущем расчете:

$$2) M_s = 960,1 \text{ кНм}, \quad 3) M_s = 749,7 \text{ кНм}.$$

При определении относительной высоты сжатой зоны бетона необходимо принять $\nu = 0,45$. В связи с этим другими будут значения φ_f , λ , ξ :

$$2) \varphi_f = 0,4743, \quad \lambda = 0,4395, \quad \xi = 0,3977; \quad 3) \varphi_f = 0,5591, \quad \lambda = 0,5107, \quad \xi = 0,4581.$$

Величина z вычисляется по формуле (11) и напряжение в арматуре в сечении с трещиной – по формуле (13) с учетом величины δ_n :

$$2) z = 109,4 \text{ см}, \quad \sigma_s = 109,5 \text{ МПа}, \quad 3) z = 90,69 \text{ см}, \quad \sigma_s = 75,96 \text{ МПа},$$

По формуле (8) при $\varphi_l = 1$ находим:

$$2) a''_{crc1} = 0,06667 \text{ мм}, \quad 3) a''_{crc1} = 0,04245 \text{ мм}.$$

Определяется ширина a'_{crc1} . Для сечения 3, где в стадии изготовления образуются трещины от обжатия, сила обжатия P_2 уменьшается на λP_2 . Величина λ определяется по формуле (7) с учетом выражений (12):

$$\sigma_b = 10,35 \text{ МПа}, \quad \varphi = 1,0, \quad r = 27,48 \text{ см},$$

$$M_{rp} = 600,1 \text{ кНм}, \quad \varphi_m = 0,8853, \quad \delta = 0,7875, \quad \lambda = 0,04096.$$

Сила обжатия будет:

$$2) P_2 = 725,9 \text{ кН}, \quad 3) P_2 = 721,4 (1 - \lambda) = 691,9 \text{ кН}.$$

Момент внешних сил и силы обжатия относительно оси, проходящей через центр тяжести арматуры S , $M_s = M + P_2 e_{sp}$:

$$2) M_s = 1104 \text{ кНм}, \quad 3) M_s = 863,3 \text{ кНм}.$$

Относительная высота сжатой зоны бетона определяется по формуле (10) при $\nu = 0,45$.

$$2) e_{s,tot} = 152,1 \text{ см}, \quad \varphi_f = 0,4743, \quad \lambda = 0,4395, \quad \delta = 0,2402, \quad \xi = 0,3377;$$

$$3) e_{s,tot} = 124,8 \text{ см}, \quad \varphi_f = 0,5591, \quad \lambda = 0,5107, \quad \delta = 0,261, \quad \xi = 0,3658.$$

Величина z и напряжение в арматуре в сечении с трещиной:

$$2) z = 111,7 \text{ см},$$

$$3) z = 93,48 \text{ см}.$$

Напряжение в арматуре в сечении с трещиной вычисляется по формуле (13) с учетом величины δ_n и раскрытие трещин – по формуле (8):

$$2) \sigma_s = 189,3 \text{ МПа}, \quad a'_{crc1} = 0,1153 \text{ мм}; \quad 3) \sigma_s = 167,2 \text{ МПа}, \\ a'_{crc1} = 0,09344 \text{ мм}.$$

Ширина непродолжительного раскрытия трещин от действия длительной и кратковременной нагрузки в соответствии с формулой (14):

$$2) a_{crc1} = 0,09934 + 0,1153 - 0,06667 = 0,1480 \text{ мм},$$

$$3) a_{crc1} = 0,06395 + 0,09344 - 0,04245 = 0,1149 \text{ мм}.$$

Предельно допустимая ширина непродолжительного раскрытия трещин $a_{crc,u} = 0,4 \text{ мм}$.

Условие $a_{crc1} \leq a_{crc,u}$ выполняется.

Расчет балки на жесткость

Условие жесткости балки записывается в виде

$$f \leq f_u,$$

где f – прогиб, возникающий от внешних нагрузок;

f_u – предельно допустимый прогиб, установленный нормами [7].

Для покрытий производственных зданий прогиб ограничивается из соображений эстетики и психологии. Определяется он от действия длительной нормативной нагрузки по интегралу Мора [6], с. 68].

$$f_1 = \int_0^l M_1 \left(\frac{1}{r} \right) dx, \quad (15)$$

где $M_1 = M(x)$ – момент от единичной силы, приложенной в направлении искомого перемещения,

$\left(\frac{1}{r} \right) = \left(\frac{1}{r} \right) (x)$ – кривизна изогнутой оси балки от заданной нагрузки.

На участках без трещин (нормальных продольной оси в растянутой зоне балки)

$$\frac{1}{r} = \left(\frac{1}{r} \right)_1 + \left(\frac{1}{r} \right)_2 - \left(\frac{1}{r} \right)_3 - \left(\frac{1}{r} \right)_4, \quad (16)$$

где $\left(\frac{1}{r} \right)_1$ и $\left(\frac{1}{r} \right)_2$ – кривизны соответственно от кратковременных и длительных нагрузок без учета усилия обжатия бетона.

$$\left(\frac{1}{r} \right)_1 = \frac{M}{\varphi_{b1} E_b I_{red}}; \quad \left(\frac{1}{r} \right)_2 = \frac{\varphi_{b2} M}{\varphi_{b1} E_b I_{red}},$$

где M – момент от внешней нагрузки относительно оси, проходящей через центр тяжести приведенного сечения;

φ_{b1} , φ_{b2} – коэффициенты, учитывающие соответственно кратковременную и длительную ползучесть бетона.

$\varphi_{b1} = 0,85$ для тяжелого бетона,

$\varphi_{b2} = 2,0$ при влажности среды 40 – 75%.

$\left(\frac{1}{r}\right)_3, \left(\frac{1}{r}\right)_4$ – кривизны, обусловленные выгибом элемента соответ-

ственно от кратковременного действия усилия обжатия и вследствие усадки и ползучести бетона от усилия обжатия.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_3 = \frac{Pe_{op}}{\Phi_{b1}E_bI_{red}}; \quad \left(\frac{1}{r}\right)_4 = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{h_0},$$

где ε и ε' – совместные деформации бетона и арматуры на уровне растянутой арматуры и сжатой (от внешней нагрузки) кромки бетона. Определяются они через потери предварительного напряжения арматуры от ползучести бетона.

$$\varepsilon = \frac{\sigma_6 + \sigma_9}{E_s}; \quad \varepsilon'_s = \frac{\sigma'_6 + \sigma'_9}{E_s},$$

где σ'_6, σ'_9 – потери в некоторой фиктивной арматуре, которая могла бы быть на уровне сжатой кромки бетона.

Потери σ_6 и σ_9 уже вычислялись. Определим σ'_6 и σ'_9 .

Напряжения обжатия бетона на уровне сжатой кромки в сечениях 1, 2, 3, 4

$$\sigma_{sp} = \frac{P_1}{A_{red}} - \frac{P_1 e_{op}}{I_{red}} (h - y_0):$$

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\sigma_{sp} = -2,491$ МПа, | 3) $\sigma_{sp} = -2,660$ МПа, |
| 2) $\sigma_{sp} = -2,563$ МПа, | 4) $\sigma_{sp} = -2,796$ МПа. |

Поскольку напряжения обжатия бетона получились отрицательными (растягивающими), деформации ε' в формуле кривизны $\left(\frac{1}{r}\right)_4$ следует при-

нять равными нулю. Тогда

$$\left(\frac{1}{r}\right)_4 = \frac{\varepsilon}{h_0} = \frac{\sigma_6 + \sigma_9}{E_s h_0}:$$

- | | | |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------|------|
| 1) $\left(\frac{1}{r}\right)_4 = 0,0001786,$ | 2) $\left(\frac{1}{r}\right)_4 = 0,0002178.$ | (17) |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------|------|

Для сечений 3 и 4

$$\left(\frac{1}{r}\right)_4 = 1,25 \frac{\sigma_6 + \sigma_9}{E_s h_o},$$

поскольку здесь в стадии изготовления в сжатой зоне бетона возникают начальные трещины.

$$2) \left(\frac{1}{r}\right)_4 = 0,0003412, \quad 3) \left(\frac{1}{r}\right)_4 = 0,0004436. \quad (18)$$

На участке без трещин располагается сечение 4. Вычислим для него кривизны $\left(\frac{1}{r}\right)_2$ и $\left(\frac{1}{r}\right)_3$ ($\left(\frac{1}{r}\right)_1$ в нашем примере равна нулю) и увеличим их на 15 % из-за начальных трещин:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_2 = 0,001487, \quad \left(\frac{1}{r}\right)_3 = 0,0005055.$$

Общая кривизна вычисляется по формуле (16), при этом сумма $\left(\frac{1}{r}\right)_3 + \left(\frac{1}{r}\right)_4$ принимается не меньше, чем $(Pe_{op}\Phi_{b2})/(\Phi_{b1}E_bI_{red})$.

$$\frac{1}{r} = 0,000476.$$

На участке с трещинами (нормальными продольной оси, возникающими в эксплуатационной стадии в растянутой зоне), в сечениях 1, 2 и 3, кривизна изогнутой оси от действия длительной нагрузки определяется по формуле

$$\frac{1}{r} = \left(\frac{1}{r}\right)_3 - \left(\frac{1}{r}\right)_4, \quad (19)$$

где $\left(\frac{1}{r}\right)_4$ уже определялась (равенства (17), (18)),

$$\left(\frac{1}{r}\right)_3 = \frac{M_s}{h_o Z} \left\{ \frac{\Psi_s}{E_s A_{sp}} + \frac{\Psi_b}{v E_b A_b} \right\} - \frac{N_{tot}}{h_o} \cdot \frac{\Psi_s}{E_s A_{sp}}. \quad (20)$$

Величины M_s и Z вычислялись при расчете на раскрытие трещин:

- 1) $M_s = 1028$ кНм, $Z = 125,1$ см,
- 2) $M_s = 960,1$ кНм, $Z = 109,9$ см,

$$3) M_s = 749,7 \text{ кНм}, \quad Z = 90,86 \text{ см.}$$

Коэффициент ψ_s определяется по формуле:

$$\psi_s = 1,25 - \varphi_{ls} \varphi_m - \frac{1 - \varphi_m^2}{(3,5 - 18\varphi_m) e_{s,tot} / h_o}, \quad \psi_s \leq 1,$$

где $\varphi_{ls} = 0,8$ для длительной нагрузки

$$\varphi_m = \frac{R_{bt,ser} W_{pl}}{|M_r - M_{rp}|}, \quad 0,45 \leq \varphi_m \leq 1,0,$$

где M_{rp} – определялось при расчете на раскрытие трещин (см. формулы (12)).

$$1) \varphi_m = 0,9144, \quad 2) \varphi_m = 0,6848, \quad 3) \varphi_m = 0,7797.$$

Величина $e_{s,tot}$ вычислялась при расчете на раскрытие трещин.

$$1) e_{s,tot} = 140,8 \text{ см}, \quad e_{s,tot} / h_o = 0,971,$$

$$2) e_{s,tot} = 132,3 \text{ см}, \quad e_{s,tot} / h_o = 1,051,$$

$$3) e_{s,tot} = 103,9 \text{ см}, \quad e_{s,tot} / h_o = 0,9728.$$

По требованию СНиП $e_{s,tot} / h_o \geq 1,2 / \varphi_{ls}$ принимаем для сечений 1, 2 и 3 $e_{s,tot} / h_o = 1,5$.

Вычисляем ψ_s .

$$1) \psi_s = 0,5269, \quad 2) \psi_s = 0,7423, \quad 3) \psi_s = 0,651.$$

$\psi_b = 0,9$ – коэффициент, учитывающий неравномерность деформаций крайнего сжатого волокна бетона,

$\nu = 0,15$ для длительного действия нагрузки,

$A_b = (\varphi_f + \xi) b h_o$ – площадь сечения бетона сжатой зоны.

φ_f и ξ – вычислялись при расчете на раскрытие трещин:

$$1) \varphi_f = 0,4699, \quad \xi = 0,4345;$$

$$2) \varphi_f = 0,5412, \quad \xi = 0,4007;$$

$$3) \varphi_f = 0,6380, \quad \xi = 0,4687.$$

$$N_{tot} = P_2.$$

Подстановка величин в формулу (20) дает:

$$1) \left(\frac{1}{r}\right)_3 = 0,0009233, \quad 2) \left(\frac{1}{r}\right)_3 = 0,001410, \quad 3) \left(\frac{1}{r}\right)_3 = 0,001446.$$

Полная кривизна в соответствии с формулой (19) будет:

1) $\frac{1}{r} = 0,0007447$; 2) $\frac{1}{r} = 0,001192$; 3) $\frac{1}{r} = 0,001105$.

Грузовое состояние балки и эпюра кривизн для него показаны на рис. (9, а). Единичное состояние и эпюра моментов для него показаны на рис. (9, б).

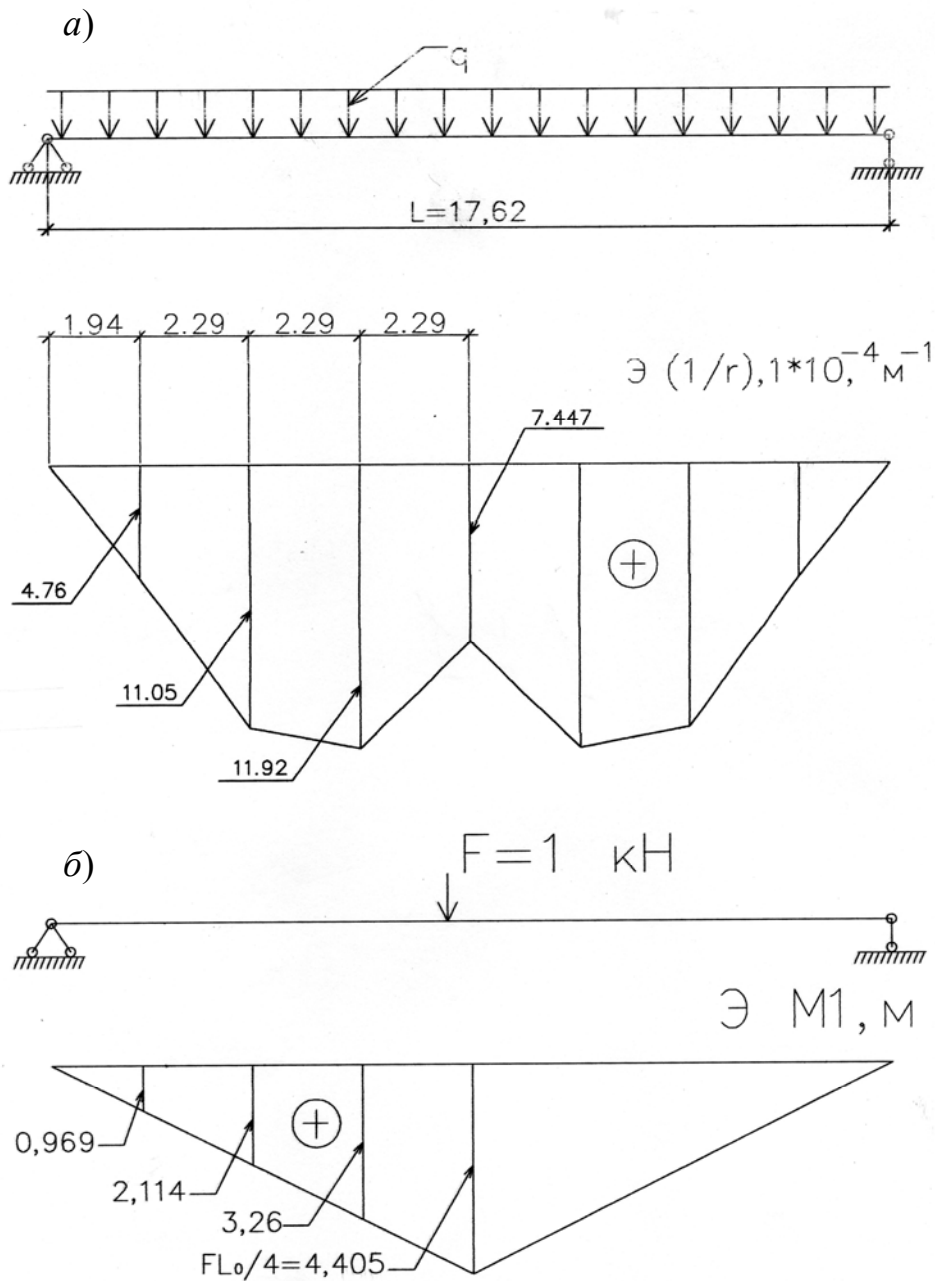


Рис. 9. К определению прогиба балки;
а – грузовое состояние и эпюра кривизны;
б – единичное состояние и эпюра моментов M_1

Интеграл Мора (15) вычисляем перемножением эпюр по правилу Верещагина. Для простоты полагаем, что кривизны на участках между сечениями изменяются по линейному закону:

$$f = 10^{-4} \cdot 2 \left\{ \frac{1,938}{6} 4,76 \cdot 2 \cdot 0,969 + \frac{2,291}{6} \cdot (4,76 \cdot (2 \cdot 0,969 + 2,114) + 11,05 (4 \cdot 2,114 + 0,969 + 3,26) + 11,92 (4 \cdot 3,26 + 2,114 + 4,405) + 7,447(2 \cdot 4,405 + 3,26)) \right\} = 0,03744 \text{ м} = 3,744 \text{ см} .$$

Предельно допустимый прогиб $f_u = \frac{1}{250} l_o = 7,048 \text{ см}.$

Условие $f \leq f_u$ выполняется.

Темы для самостоятельной работы

1. Определение нагрузок, действующих на стропильную балку.
2. Расчетная схема и внутренние усилия.
3. Определение сечения продольной растянутой арматуры.
4. Геометрические характеристики приведенного поперечного сечения.
5. Упругопластический момент сопротивления поперечного сечения по растянутой зоне и его определение.
6. Назначение начальных предварительных напряжений для арматуры.
7. Передаточная прочность бетона.
8. Определение потерь предварительного напряжения в арматуре.
9. Определение силы обжатия бетона и ее эксцентриситета.
10. Расчет на прочность поперечных сечений балки.
11. Расчет на прочность сечений, наклонных к оси балки.
12. Расчет на образование трещин.
13. Определение величины M_{crc} по способу ядровых моментов.
14. Расчет на раскрытие трещин, нормальных продольной оси балки.
15. Вычисление относительной высоты сжатой зоны.
16. Вычисление напряжений в арматуре в сечении с трещиной.
17. Вычисление величины Z – расстояния от центра тяжести сечения арматуры растянутой зоны до линии действия равнодействующей усилий в сжатой зоне сечения с трещиной.
18. Продолжительная и непродолжительная ширина раскрытия трещин.
19. Определение прогиба балки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При расчете предварительно напряженных конструкций инженеру приходится принимать предположительно ряд важных решений: назначать форму и размеры поперечных сечений, класс арматуры и бетона, величину предварительных напряжений и передаточную прочность бетона и т.д. Вычисление параметров напряженного состояния в ряде сечений, распределенных по длине, позволяет достаточно полно представить деформирование балки в целом, понять, какие из этих решений были неточны, и как их следовало бы скорректировать. Это дает студенту то, что невозможно получить другим путем: опыт и квалификацию.

В рассмотренном примере можно было бы принять несколько меньшее начальное предварительное напряжение арматуры. Это уменьшило бы риск разрыва арматуры при натяжении и длину участка с начальными трещинами в сжатой зоне. При этом прочность балки осталась бы прежней, а трещиностойкость и жесткость, вероятно, остались бы достаточными.

Пособие может быть полезно не только студентам, но и инженерам, а также преподавателям, ведущим занятия по дисциплине «Железобетонные конструкции».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Воронов, В. И.* Железобетонные конструкции одноэтажных промышленных зданий : атлас / В. И. Воронов, Е. М. Ишкова, А. В. Никитенко. – Владимир : ВлГУ, 1995. – 65 с.
2. *Бартенев, В. С.* Железобетонные конструкции одноэтажных промышленных зданий с мостовыми кранами : учеб. пособие / В. С. Бартенев, И. И. Шишов. – Владимир : ВлГУ, 2003. – 133 с. – ISBN 5-89368-435-2.
3. Типовые железобетонные конструкции зданий и сооружений для промышленного строительства : справ. проектировщика. / под ред. Л. И. Бердичевского. – М.: Стройиздат, 1974. – 398 с.
4. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
5. *Байков, В. Н.* Железобетонные конструкции. Общий курс / В. Н. Байков, Э. Е. Сигналов. – М. : Стройиздат, 1991. – 767 с.
6. Пособие по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов (к СНиП 2.03.01-84). Ч. 2. – М. : ЦИТП Госстроя СССР, 1988. – 142 с.
7. СНиП 2.01.07-85*. Нагрузки и воздействия. / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 2004. – 43 с.

Оглавление

Предисловие.....	3
Введение.....	3
1. ДВУТАВРОВЫЕ СТРОПИЛЬНЫЕ БАЛКИ.....	5
Темы для самостоятельной работы	8
2. ПРИМЕР РАСЧЕТА.....	8
2.1. Исходные данные.....	8
2.2. Расчетная схема, внутренние усилия.....	11
2.3. Предварительное напряжение арматуры, передаточная прочность бетона.....	12
2.4. Определение продольной арматуры	13
2.5. Определение геометрических характеристик приведенного сечения балки.....	14
2.6. Определение потерь предварительного напряжения арматуры...	19
2.7. Расчет балки на прочность в стадии изготовления.....	22
2.8. Расчет на прочность сечений, наклонных к оси балки.....	25
2.9. Расчеты по предельным состояниям второй группы.....	30
Темы для самостоятельной работы	45
Заключение	46
Библиографический список.....	47

Учебное издание

ШИШОВ Иван Иванович

БАЛКИ ПОКРЫТИЙ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗДАНИЙ

Учебное пособие

Редактор Е. В. Невская

Корректор Е.В. Афанасьева

Компьютерная верстка С.В. Павлухиной

ЛР № 020275. Подписано в печать 30.11.05.

Формат 60x84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Таймс.

Печать на ризографе. Усл. печ. л. 2,79. Уч.-изд. л. 2,95. Тираж 150 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета.

600000, Владимир, ул. Горького, 87.