

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Е. С. СЕДОВ И. Е. СЕДОВА

ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ

Учебно-практическое пособие



Владимир 2016

УДК 535.3
ББК 22.34
С28

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук
профессор кафедры общей и прикладной физики
Владимирского государственного университета имени
Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Л. В. Фуров

Доктор физико-математических наук
профессор кафедры математики и информатики
Владимирского филиала Финансового университета
при Правительстве Российской Федерации
О. Я. Бутковский

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Седов, Е. С.

С28 Физические и математические принципы адаптивной оптики : учеб.-практ. пособие / Е. С. Седов, И. Е. Седова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 95 с.

ISBN 978-5-9984-0693-5

Рассмотрены физические принципы функционирования элементов адаптивных оптических систем: датчики волнового фронта, зеркала с синтезированной апертурой, а также приведён математический аппарат для их описания. Приведены критерии оценки качества изображений, формируемых адаптивными оптическими системами. Рассмотрены некоторые области применения и современные технологии создания элементов систем адаптивной оптики.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 12.03.05; 12.04.05 – Лазерная техника и лазерные технологии; 12.04.02 – Опотехника 1-го и 4-го курсов очной формы обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 3. Ил. 29. Библиогр.: 41 назв.

УДК 535.3
ББК 22.34

ISBN 978-5-9984-0693-5

© ВлГУ, 2016

ВВЕДЕНИЕ

В системах построения оптических изображений множество причин может приводить к ухудшению характеристик получаемого изображения. В числе этих причин – низкое качество исполнения конструктивных элементов системы, рассогласованность работы компонентов, ненадлежащие условия эксплуатации и многое другое. Безусловно, повышенные требования к оптическим, механическим и электрическим свойствам систем, а также своевременное и квалифицированное обслуживание окажут положительное влияние и на качество изображения. Однако целый ряд негативных факторов не может быть устранён указанными методами. Например, в оптической астрономии повышение качества конструкции телескопов не сможет избавить наблюдателя от помех, связанных с атмосферной турбулентностью. Для устранения искажений такого рода необходим принципиально иной подход к улучшению качества изображения, который базируется на использовании активных методов исправления искажений светового излучения. Именно применение таких методов лежит в основе систем адаптивной оптики.

Методы адаптивной оптики впервые стали использовать в оптической астрономии. С момента изобретения оптического телескопа Галилеем более четырёх веков назад человечество начало углубляться в изучение Вселенной. К настоящему моменту астрономические телескопы эволюционировали от простейших ручных зрительных труб до сложнейших оптоэлектронных устройств с компьютерным управлением. На протяжении всего времени основной задачей совершенствования конструкции телескопов являлось увеличение дальности наблюдения, а также повышение резкости изображения, углового разрешения и чувствительности телескопа.

В своих научных изысканиях лорд Рэлей показал, что разрешение телескопа напрямую зависит от его апертуры. Однако имеется

естественный предел, вызванный эффектом дифракции электромагнитных волн и ограничивающий разрешающую способность. Преодолеть этот предел не позволит даже бесконечное увеличение диаметра телескопа, однако в реальных условиях даже приблизиться к этому пределу – достаточно сложная задача. Оптические телескопы на Земле работают с гораздо меньшим разрешением, чем дифракционный предел, поскольку излучение в результате прохождения через многокилометровую толщу турбулентной атмосферы претерпевает существенные искажения. Наиболее эффективными для устранения влияния атмосферной турбулентности на качество изображения в астрономических наблюдениях являются современные технологии адаптивной оптики.

Адаптивная оптика – это междисциплинарная область научных исследований и инженерных разработок, сочетающая в себе методы физической оптики, математики, информатики, теории управляющих систем и машиностроения. Системы адаптивной оптики стали неотъемлемой частью больших современных оптических телескопов, как уже существующих, так и тех, которые планируется построить в будущем. Прогресс, достигнутый в данной области за последнюю пару десятилетий, позволил вплотную приблизиться в наблюдениях к дифракционному пределу.

Методы адаптивной оптики универсальны. Помимо оптической астрономии они нашли применение во многих областях науки. Так, в оптической микроскопии адаптивная оптика позволяет компенсировать искажения, связанные с флуктуациями показателя преломления наблюдаемых объектов, а также сред, в которые эти объекты помещены. В оптике мощных лазеров существенное влияние на распространение излучения оказывают термические деформации оптических элементов, возникающие в результате их нагрева. Это влияние также может быть скомпенсировано методами адаптивной оптики.

В настоящей работе рассмотрены физические принципы работы систем адаптивной оптики, общие для всех областей их использования, ключевые компоненты систем адаптивной оптики – датчики волнового фронта и деформируемые зеркала, а также в наиболее общем

виде приведены основные принципиальные схемы систем. Рассмотрены причины и механизмы возникновения искажения излучения в различных оптических системах, как-то: системы оптической астрономии и мощных лазеров, оптические микроскопы, математический аппарат описания датчиков волнового фронта и зеркал с синтезированной апертурой. Значительная часть работы посвящена методам математического описания оптического излучения, а также способам оценки качества изображения, формируемого оптической системой.

Список используемых сокращений

АОС – адаптивная оптическая система

ДВФ – датчик волнового фронта

ДЗ – деформируемое зеркало

КВФ – корректор волнового фронта

ОПФ – оптическая передаточная функция

ПДМС – полидиметилсилоксан

СКУ – система контроля и управления

ФРТ – функция рассеяния точки

Тема 1. РАЗНОВИДНОСТИ СИСТЕМ АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ

Основная задача адаптивных оптических систем состоит в исправлении искажений волнового фронта излучения, вносимых внешними воздействиями. Существуют различные подходы к решению этой задачи, но все они сводятся к выполнению общей последовательности действий. Из входного зрачка оптической системы изображение поступает на корректор волнового фронта. Для того чтобы получить информацию о форме волнового фронта, в оптическую систему встраивается датчик волнового фронта. Информация с ДВФ поступает в систему контроля и управления, которая генерирует управляющий сигнал для КВФ. На основе полученного сигнала КВФ исправляет искажения волнового фронта излучения.

1.1. Компоненты систем адаптивной оптики

Можно выделить три основных компонента АОС: датчик волнового фронта, корректор волнового фронта и систему управления и контроля.

Датчик волнового фронта осуществляет измерение искажений волнового фронта излучения, возникающих из-за турбулентности среды, аберраций оптической системы и иных факторов. Датчик волнового фронта должен обладать быстрым откликом на поступающий сигнал, а также высоким пространственным разрешением. Он должен максимально эффективно использовать поступающее излучение; иными словами, в формировании управляющего сигнала должно участвовать максимальное число поступающих на ДВФ фотонов. В АОС для телескопов датчик должен работать в широком спектральном диапазоне, в том числе выходящем за пределы видимой области спектра. В АОС для лазеров это требование не так критично: в данном случае датчик должен лишь обеспечивать работу в спектральном диапазоне лазерного излучения. Желательное свойство для ДВФ – линейность отклика во всём спектральном диапазоне принимаемого излучения.

Корректор волнового фронта является компонентом АОС, который используется для компенсации искажений, внесённых в волновой фронт излучения в ходе его распространения. Корректор – это электрооптомеханическое устройство, обеспечивающее физическое перемещение или изменение формы компонентов оптической системы, пропорциональное поступающему сигналу. Можно выделить две основные группы КВФ. Простейшим КВФ является поворотное зеркало, которое обеспечивает коррекцию наклона волнового фронта в двух плоскостях.

Остаточные искажения исправляются при помощи деформируемых зеркал (ДЗ), форма которых может изменяться во времени. В идеальном случае форма зеркала должна повторять инвертированный искажённый волновой фронт излучения (рис. 1.1).

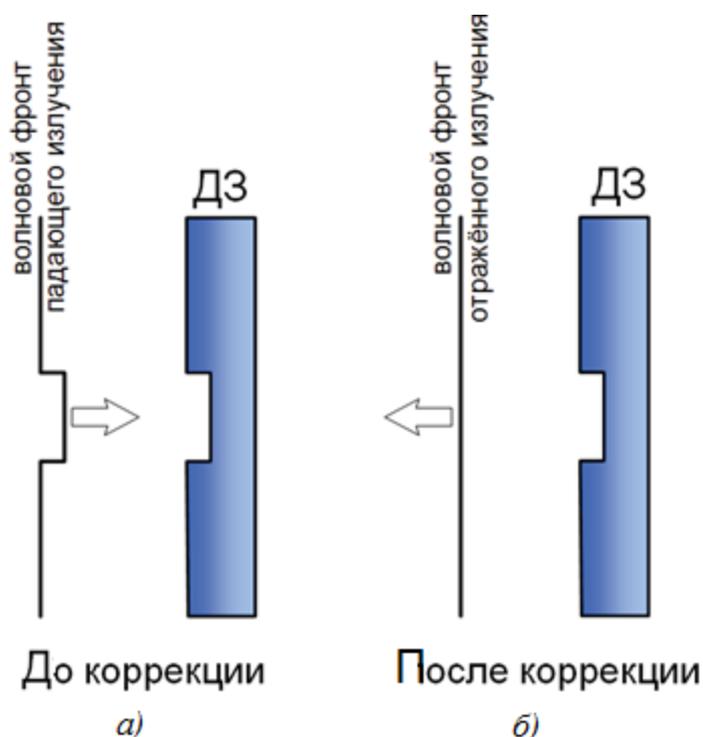


Рис. 1.1. Иллюстрация принципа коррекции фазы при помощи ДЗ: а – излучение с искажённым волновым фронтом, падающее на ДЗ; б – отражённое от ДЗ излучение с плоским волновым фронтом

Функции СКУ зачастую сводятся к следующему: принять сигнал от ДВФ с информацией о форме волнового фронта, преобразовать его и передать на КВФ с информацией о необходимых изменениях

формы или положения. Зачастую в АОС параллельно используются несколько СКУ в сопряжении с несколькими КВФ. Так, одна пара СКУ – КВФ, где в роли КВФ выступает поворотное зеркало, обеспечивает исправление простейших аберраций, в то время как вторая пара, где используется ДЗ, исправляет аберрации высших порядков.

1.2. Классификация систем адаптивной оптики по типу управления

Всё множество систем адаптивной оптики в зависимости от взаимного расположения элементов можно условно разделить на два типа: с прямым управлением и с обратной связью [1]. Такие системы схематично представлены на рис. 1.2 и 1.3.

В АОС с прямым управлением (рис. 1.2, *a*) изображение строится следующим образом. Излучение от источника, обозначенного на рисунке как И, проходит через возмущённую среду (например, для телескопических систем – через турбулентную атмосферу), и его волновой фронт искажается. До того как излучение попадёт на деформируемое зеркало ДЗ, часть его при помощи светоделителя СД отводится на датчик волнового фронта ДВФ. Сигнал от датчика поступает на систему контроля и управления К, где рассчитывается требуемая форма зеркала, позволяющая выровнять волновой фронт, а также формируются сигналы к устройствам изменения формы зеркала. Искажённый волновой фронт после отражения от зеркала ДЗ с изменённой формой выравнивается, излучение через дополнительную фокусирующую систему ФС попадает на экран Э, где формируется изображение источника.

На рис. 1.2, *б* приведена блок-схема АОС с прямым управлением. Опишем физический смысл функций, заданных на фазовой диаграмме. Функция $w \equiv w(\mathbf{r}, t)$ описывает излучение от источника с неискажённым волновым фронтом; $e \equiv e(\mathbf{r}, t)$ – функция искажений, возникающих при прохождении через возмущённую среду; описывает излучение с искажённым волновым фронтом на входе в оптическую систему; справедливо записать эту функцию как $w_{in} = w + e$. Светоделитель разделяет входящее излучение w_{in} на две компоненты, обладающие волновым фронтом, идентичным входящему. Одна компонента, $u_1(w_{in})$, поступает на ДЗ, вторая, $u_2(w_{in})$ – на ДВФ.

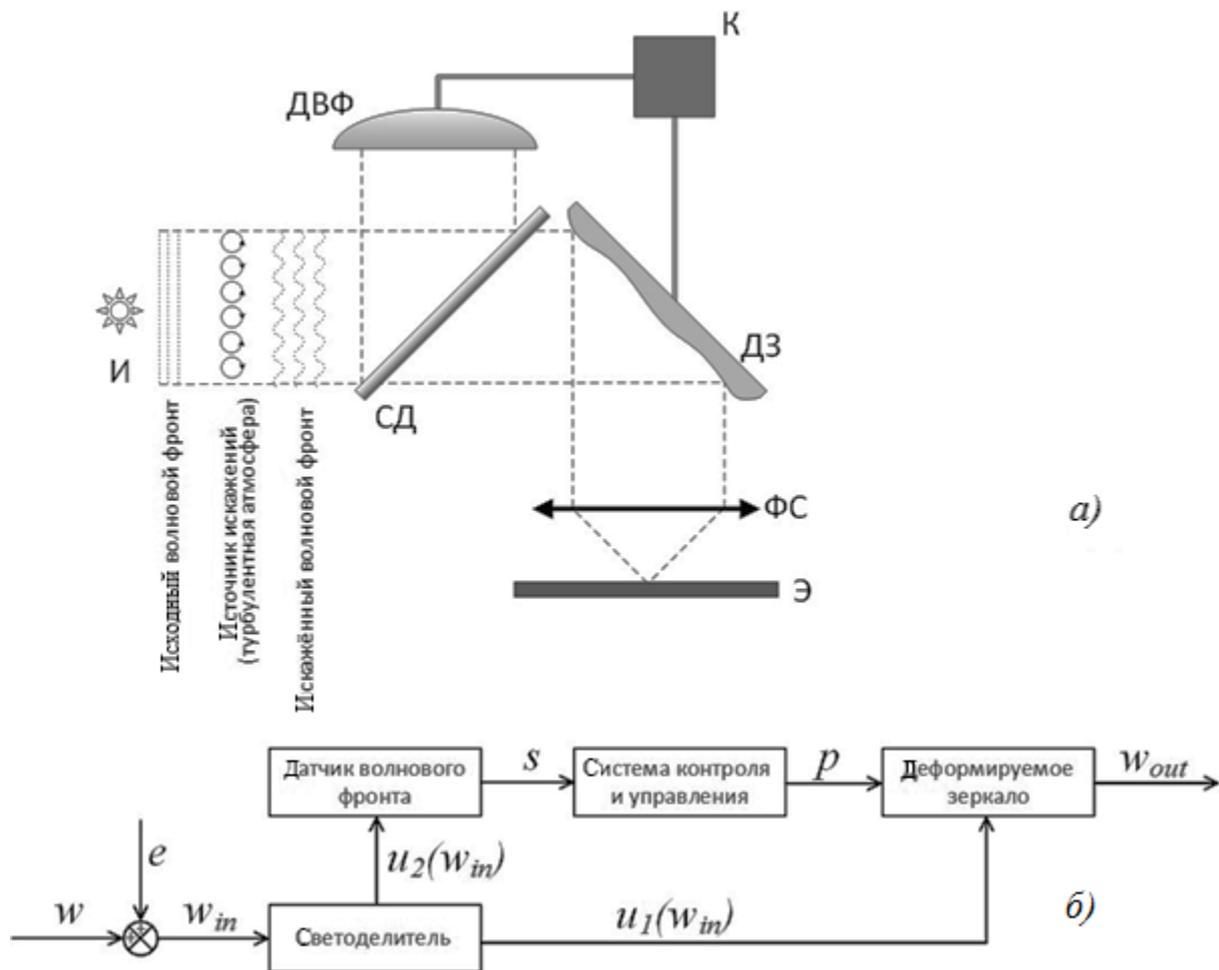


Рис. 1.2. АОС с прямым управлением: *а* – принципиальная схема; *б* – блок-схема адаптивного телескопа с прямым управлением

Функция $s \equiv s(\mathbf{r}, t)$ описывает электрический сигнал от датчика с информацией о форме волнового фронта; $p \equiv p(\mathbf{r}, t)$ – сигнал от СКУ с информацией о параметрах изменения формы ДЗ. Функция $w_{out} \equiv w_{out}(\mathbf{r}, t)$ описывает излучение с исправленным волновым фронтом на выходе из системы. В блок-схеме опущена дополнительная фокусирующая система, представленная на рис. 1.2, *а*, поскольку она не несет принципиально важной информации о работе системы адаптивной оптики.

Основным преимуществом систем прямого управления является их высокое быстродействие. Однако значительные ограничения на использование обуславливаются их существенными недостатками, которые заключаются в следующем. Во-первых, поскольку ДВФ находится перед оптической системой, которая непосредственно

формирует изображение, aberrации, вносимые элементами самой системы, а также aberrации, возникающие в возмущённой среде после датчика, не корректируются. Во-вторых, поскольку не происходит дополнительного контроля изменений, внесённых в волновой фронт при помощи ДЗ, к системам управления формой зеркала и детектирования волнового фронта предъявляются чрезвычайно высокие требования.

Данных недостатков лишены АОС с обратной связью. Схематично такая система представлена на рис. 1.3, а. В ней ДВФ расположен после ДЗ, участвующего в построении изображения.

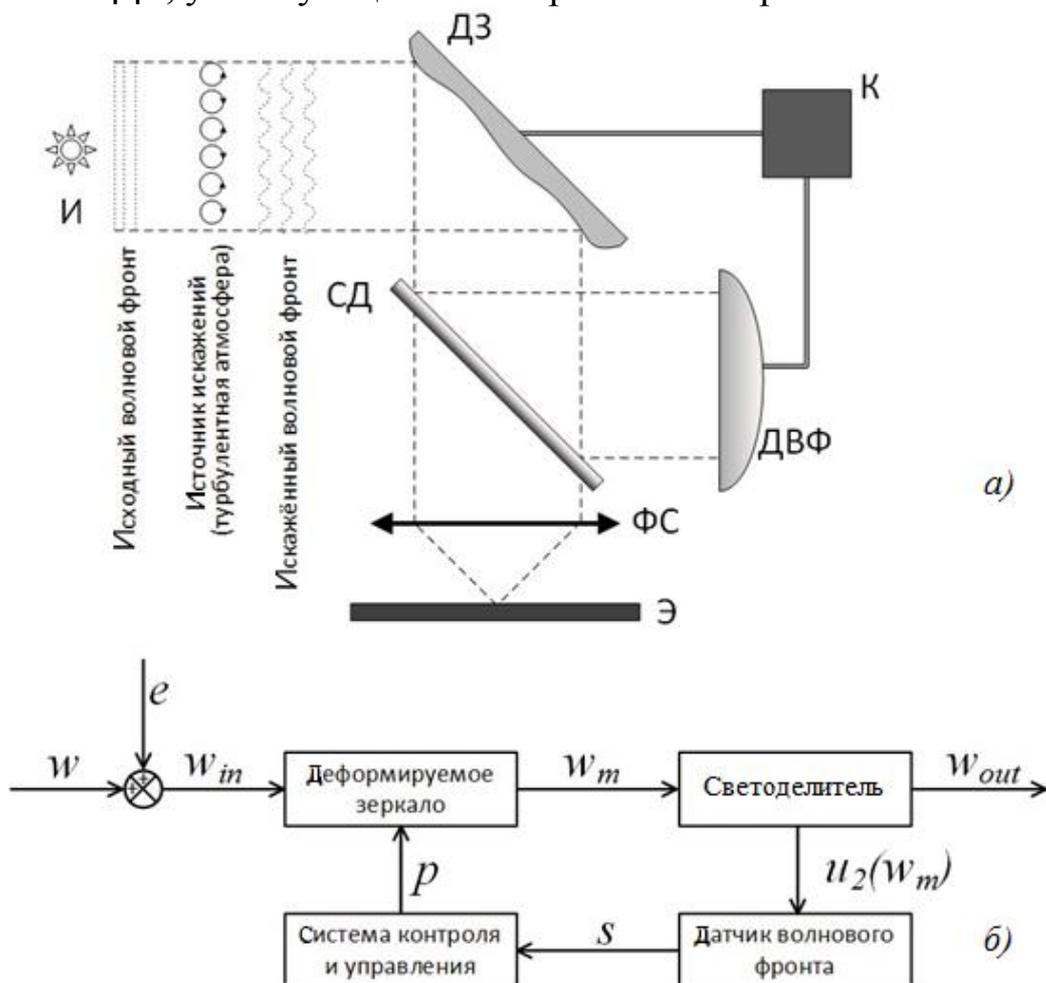


Рис. 1.3. АОС с обратной связью: а – принципиальная схема; б – блок-схема адаптивного телескопа с обратной связью

Задание: построить блок-схему АОС с обратной связью.

Выполнение

На основе приведённого далее алгоритма на начальных этапах проводится построение блок-схемы для данной задачи аналогично ранее рассмотренному случаю (см. рис. 1.2, б).

1. Излучение от источника, описываемое функцией w , проходит через возмущённую среду, где вносятся искажения e .

2. На входе в оптическую систему имеем излучение $w_{in} = w + e$ с искажённым волновым фронтом.

3. Входное излучение попадает на ДЗ.

4. В самом начале работы адаптивной системы от зеркала излучение без изменения волнового фронта поступает на светоделитель; излучение описывается функцией w_{in} .

5. На светоделителе излучение w_{in} разделяется на две компоненты. Одна компонента $u_1(w_{in})$ выходит из системы, вторая $u_2(w_{in})$ поступает на ДВФ.

6. Сигнал s с датчика, содержащий информацию о форме волнового фронта, поступает в СКУ.

7. Система контроля и управления формирует сигнал p , на основе которого происходит изменение формы зеркала.

8. Входное излучение w_{in} продолжает поступать на ДЗ, форма которого изменена.

9. От зеркала выходит излучение w_m с выправленным волновым фронтом; функция $w_m \equiv w_m(\mathbf{r}, t)$ может быть записана как функционал входного излучения w_{in} и функции p , т. е. $w_m = F(w_{in}, p)$.

10. Излучение w_m попадает на светоделитель, где разделяется на выходной сигнал w_{out} и сигнал $u_2(w_m)$, поступающий на ДВФ.

11. Для функции $u_2(w_m)$ повторяется алгоритм с п. 6 до п. 10.

На блок-схеме, построенной по данному алгоритму и представленной на рис. 1.3, б, пп. 4 – 8 для функции w_{in} не отражены, поскольку являются частным случаем пп. 6 – 10 для функции w_m .

На практике для реальных систем адаптивной оптики цикл, описываемый пп. 6 – 10 для функции w_m , повторяют до тех пор, пока не достигается удовлетворительное качество изображения, что подразумевает соответствие формы волнового фронта излучения w_m некоторому эталону (в идеальном случае – плоскому волновому фронту).

Следует также отметить, что на блок-схемах на рис. 1.2, б и 1.3, б не отражены искажения волнового фронта, вносимые самой адаптивной системой.

На рис. 1.4 схематично изображены АОС, в отличие от рассмотренных ранее содержащие дополнительные оптические подсистемы для фокусировки (рис. 1.4, а) и коллимации (рис. 1.4, б) светового пучка. Кроме того, обе системы помимо ДЗ включают поворотные зеркала ПЗ и дополнительные СКУ для управления ими.

Задание для самостоятельного выполнения: построить блок-схемы АОС, схематично представленных на рис. 1.4. Включить в блок-схемы дополнительные оптические подсистемы, указать на блок-схемах источники искажений, вносимых компонентами АОС.

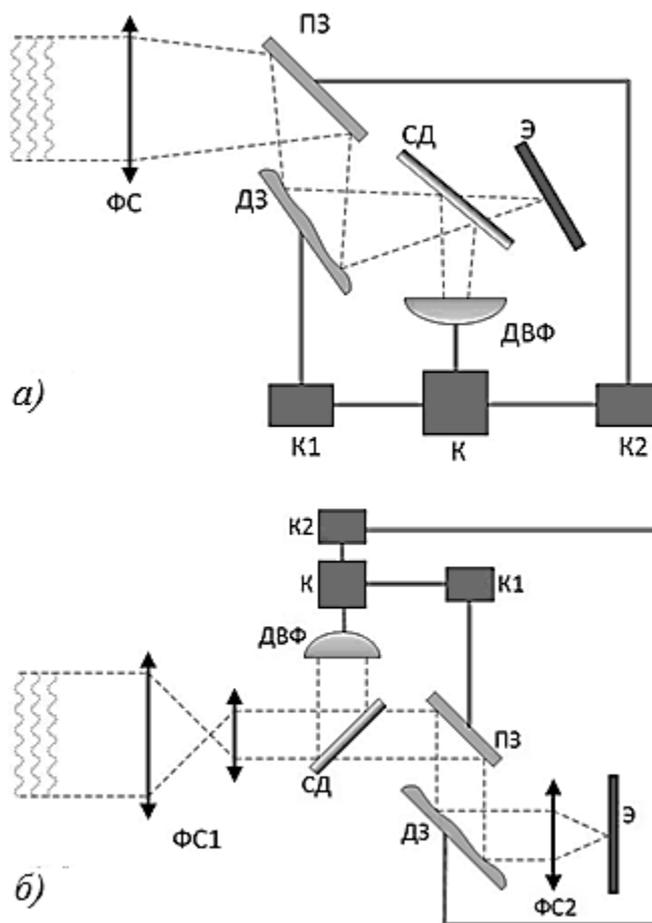


Рис. 1.4. Принципиальные схемы адаптивных телескопов с обратной связью и дополнительными оптическими системами: а – для фокусировки; б – для коллимации светового излучения

Тема 2. ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Все области науки и производства, в которых нашли применение АОС, можно объединить в три группы: оптическая астрономия, мощные лазерные системы и микроскопия. Каждой области применения свойственны свои особенности распространения и преобразования излучения, однако все они характеризуются общей проблемой, требующей использования АОС, а именно присутствием аберраций, значительно ухудшающих качество получаемого изображения. Последовательно рассмотрим каждую область применения и выделим наиболее характерные для неё источники аберраций.

2.1. Оптическая астрономия

По мере совершенствования оптических астрономических приборов в XVIII в. было достигнуто природное ограничение для получения качественных изображений объектов наблюдения. Так, основная трудность использования наземных телескопов обусловлена турбулентностью в земной атмосфере, которая вызывает флуктуации показателя преломления воздуха. В начале 50-х гг. XX в. Хорес Бэбкок (англ.: Horace Babcock) нашёл решение возникшей проблемы. Он внёс предложение исправлять искажения волнового фронта излучения при помощи активных оптических элементов, таких как ДЗ. Однако на тот момент технологии не позволяли воплотить эти идеи в жизнь. Первая АОС для телескопа была построена в 1977 г. С её помощью удалось существенно повысить качество полученного при помощи оптического телескопа изображения двойных звёзд.

Источник аберраций – атмосферная турбулентность

Статистическое описание турбулентности

Воздушная масса постоянно находится в движении, и тому есть множество причин. Основная причина заключается в нагреве поверхности Земли солнечным излучением, что приводит к возникновению

конвекционных потоков. Воздушные потоки могут быть ламинарными, имеющими однородный характер, и турбулентными, т. е. включающими случайные неоднородности за счёт разнонаправленного движения воздуха внутри самих потоков. Объективным параметром, который позволяет отличать ламинарный поток от турбулентного, является число Рейнольдса (англ.: Reynolds number). Это безразмерный параметр, описывающий характер потока вязкой жидкости и определяемый отношением инерционных сил и вязкости в жидкости:

$$Re = \frac{v_{\text{flow}} l}{\nu}, \quad (2.1)$$

где v_{flow} – скорость потока; l – характерный размер элемента потока; ν – кинематическая вязкость жидкости.

Каждый вид течения характеризуется некоторым критическим значением числа Re_c , при котором происходит переход от ламинарного течения к турбулентному. Если характерное значение Re превышает Re_c , поток такой жидкости является турбулентным. Кинематическая вязкость атмосферного воздуха оценивается как $\nu \sim 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. При характерной скорости воздушного потока $v_{\text{flow}} = 1 \text{ м/с}$ и характерном пространственном масштабе l от нескольких метров до километра число Рейнольдса Re для атмосферы принимает значения, превышающие 10^6 . В соответствии с оценками, выполненными в работе [2], этого значения достаточно, чтобы считать атмосферные потоки преимущественно турбулентными.

Атмосферная турбулентность характеризуется случайным образованием так называемых турбулентных вихрей (англ.: eddies). Переменная v_{flow} , описывающая скорость потока, в каждой точке пространства является случайной, её находят статистическими методами. В турбулентной атмосфере случайные флуктуации характерны и для других параметров, таких как температура T , влажность H , а также наиболее важного в рамках настоящей дисциплины параметра – показателя преломления n .

Статистическую зависимость некоторой случайной переменной $\chi(\mathbf{r}, t)$ (в роли которой могут выступать скорость, показатель преломления и др.) в двух точках пространства или в двух разных моментах

времени описывают корреляционной функцией. Так, пространственная корреляционная функция переменной $\chi(\mathbf{r})$ между точками \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 в общем случае задаётся выражением

$$g_\chi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \chi(\mathbf{r}_1) \chi(\mathbf{r}_2) \rangle,$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по ансамблю реализаций.

В то же время переменная $\chi(\mathbf{r})$ в двух точках пространства \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 статистически может быть описана структурной функцией $D_\chi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, которая задаётся как среднеквадратичная разность $\chi(\mathbf{r}_2) - \chi(\mathbf{r}_1)$:

$$D_\chi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle |\chi(\mathbf{r}_2) - \chi(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle.$$

Обычно переменная $\chi(\mathbf{r}, t)$ не является стационарной во времени и однородной в пространстве. Однако, как правило, на малых масштабах t и \mathbf{r} изменение величины $\chi(\mathbf{r}, t)$ происходит достаточно медленно и может быть исключено из рассмотрения либо учтено пошаговым (дискретным) изменением величин t и \mathbf{r} и рассмотрением временных и пространственных слоёв конечной толщины [3].

В данном приближении атмосферную турбулентность полагают изотропной. Это подразумевает, что корреляционная функция зависит от модуля разности радиус-векторов рассматриваемых точек: $R = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$. В этом случае соотношение между структурной функцией $D_\chi(R)$ и корреляционной функцией $g_\chi(R)$ задаётся выражением

$$D_\chi(R) = 2[g_\chi(0) - g_\chi(R)].$$

Для статистического описания пространственной структуры случайной переменной $\chi(\mathbf{r})$ также используют спектральную плотность, которая определяется преобразованием Фурье корреляционной функции $g_\chi(\mathbf{r})$:

$$\Phi_\chi(\mathbf{K}) = \int_{-\infty}^{\infty} g_\chi(R) \exp(2\pi i \mathbf{K} \mathbf{R}) d\mathbf{R}, \quad (2.2)$$

где \mathbf{K} – вектор обратного пространства.

Теория турбулентности Колмогорова

Модель описания пространственной структуры турбулентного потока, основанная на теории каскадного переноса энергии, была предложена А. Н. Колмогоровым [4]. В соответствии с этой теорией процесс переноса энергии описывается следующим образом. В ходе распространения воздушного потока образуются локальные неустойчивости воздушной массы, приводящие к формированию вихрей. Каждый вихрь описывается характерными размерами L_0 , существенно меньшими пространственного масштаба исходного потока. Под воздействием внешних сил большие вихри распадаются на всё более и более мелкие с характерными размерами l . В результате энергия от больших вихрей передаётся малым, формируя так называемый энергетический каскад. Процесс дробления вихрей происходит до тех пор, пока их размеры l не приблизятся к некоторому значению l_0 и пока число Рейнольдса Re в соответствии с выражением (2.1) не достигнет критического значения Re_c , когда вязкость начинает вносить существенный вклад в распространение потока. При этом происходит диссипация энергии (нагрев) и каскадная передача энергии прекращается. Схематично каскадная передача энергии в турбулентной атмосфере представлена на рис. 2.1.

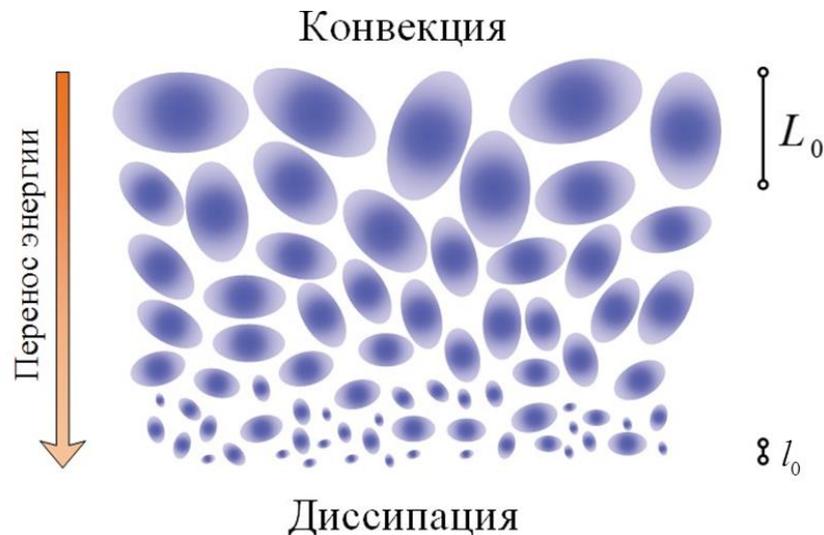


Рис. 2.1. К описанию теории каскадного переноса энергии Колмогорова

Область размеров вихрей от l_0 до L_0 , в которой происходит каскадная передача энергии, называется инерционным интервалом (англ.: inertial range). Применительно к атмосферной турбулентности

малый масштаб l_0 составляет единицы миллиметров [5], а большой L_0 – десятки метров [6].

На основе описанной теории структурная функция флуктуаций скорости потока $D_v(R)$ определяется выражением [4]

$$D_v(R) = \langle (v_1 - v_2)^2 \rangle = C_v^2 R^{2/3},$$

где v_1 и v_2 задают скорости в двух точках пространства, разделённых расстоянием R . Коэффициент C_v^2 – структурная постоянная скорости, единица измерения которой $\text{м}^{4/3} \cdot \text{с}^{-2}$. Структурная функция $D_v(R)$ измеряется в единицах $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$.

Полная аналогия описанию флуктуаций скорости на основе теории Колмогорова прослеживается и при описании флуктуаций температуры. Аналогичным образом определяется инерционный интервал (l_0, L_0) и вводится структурная функция флуктуаций температуры

$$D_T(R) = \langle (T_1 - T_2)^2 \rangle = C_T^2 R^{2/3},$$

где T_1 и T_2 задают температуру в двух точках пространства, разделённых расстоянием R .

Коэффициент C_T^2 – структурная постоянная температуры, единица измерения $\text{К}^2 \cdot \text{м}^{-2/3}$. Структурная функция $D_T(R)$ измеряется в единицах в кельвинах (К^2).

В соответствии с (2.2) спектральная плотность температурных флуктуаций $\Phi_T(K)$ в рамках данной теории определяется выражением [7]

$$\Phi_T(K) = \frac{0.033}{\sqrt{(2\pi)^3}} C_T^2 K^{-11/3}. \quad (2.3)$$

Поскольку показатель преломления воздуха напрямую зависит от его температуры, можем применить к нему приведённые для температуры рассуждения. В результате получим структурную функцию изменения показателя преломления в турбулентной атмосфере

$$D_n(R) = C_n^2 R^{2/3}.$$

Коэффициент C_n^2 – структурная постоянная показателя преломления, единица измерения $\text{м}^{-2/3}$.

Структурная функция $D_n(R)$, как и сам показатель преломления n , безразмерна. Следует отметить, что в общем случае показатель преломления воздуха также зависит от его влажности, однако эта зависимость на фоне температурного вклада оказывается пренебрежимо малой.

В основе предсказания искажений волнового фронта лежит именно коэффициент C_n^2 . Оценить значение коэффициента позволяет его связь со структурной постоянной изменения температуры C_T^2 , задаваемая выражением [7]

$$C_n^2 \cong \left(79 \times 10^{-6} \frac{P}{T^2} \right) C_T^2, \quad (2.4)$$

где P – давление воздуха, задаваемое в миллибарах; T – температура воздуха, задаваемая в кельвинах.

Спектральная плотность флуктуаций коэффициента преломления $\Phi_n(K)$ аналогично (2.3) определяется выражением

$$\Phi_n(K) = \frac{0.033}{\sqrt{(2\pi)^3}} C_T^2 K^{-11/3}. \quad (2.5)$$

Измерение и оценка структурной постоянной показателя преломления

Флуктуации показателя преломления в атмосферной турбулентности накладывают основные ограничения на приборы для астрономических исследований. В связи с этим коэффициент C_n^2 называют оптической турбулентностью. Измерение или оценка величины C_T^2 с хорошей точностью являются ключевыми этапами при разработке АОС. В общем случае структурная постоянная показателя преломления C_n^2 зависит от высоты h . Существуют различные практические методы определения зависимости $C_n^2(h)$:

- Использование метеозонда для измерения температуры на разных высотах [8]. Этот метод позволяет получить статистическую

зависимость величины структурной постоянной температуры C_T^2 от высоты h . Зависимость $C_n^2(h)$ восстанавливается использованием выражения (2.4).

- Измерение C_n^2 по размытию дифракционной картины в фокусе линзы [9]. В соответствии с данным методом на приёмник через толщу атмосферы посылается когерентное (лазерное) излучение, фокусируется и пропускается через медленно движущуюся узкую щель, ширина которой сравнима с длиной волны излучения. После этого измеряется ширина дифракционной картины в фокусе.

- Метод радиоакустического зондирования атмосферы [10]. В атмосферу посылается акустическая волна. Её характеристики восприимчивы к флуктуациям параметров атмосферы. Информацию об изменении параметров звуковой волны получают при помощи электромагнитных волн, также посылаемых в атмосферу и впоследствии отражённых от неоднородностей воздуха, вызванных акустической волной.

- Анализ результатов детектирования прошедшего через атмосферу излучения одиночных и двойных звёзд при помощи сцинтилляторных сенсоров [11].

Модель Хафнагеля – Волли

На основе экспериментальных исследований был разработан ряд теоретических (численных) моделей оценки величины структурной постоянной показателя преломления C_n^2 . Наибольшую популярность приобрела модель Хафнагеля – Волли (англ.: Hufnagel – Valley) [12], позднее модифицированная с учётом эффектов, вызванных влиянием граничного воздушного слоя. В соответствии с этой моделью коэффициент C_n^2 оценивается в зависимости от высоты h выражением

$$C_n^2(h) = 5.94 \left(\frac{v_m}{27} \right)^2 \left(10^{-5.3 h} \right)^{10} e^{-h/1000} + 2.7 \times 10^{-16} e^{-h/1500} + C_{n,0}^2 e^{6H_0/7 - h/100},$$

где h – высота над уровнем моря; v_m – среднее квадратическое значение скоростей воздушного потока в диапазоне высот от 5 до 20 км; H_0 – высота точки наблюдения над уровнем моря, $C_{n,0}^2 = C_n^2(h = H_0)$.

Модели SLC

Ещё одна эмпирическая модель оценки величины структурной постоянной показателя преломления $C_n^2(h)$ – модель SLC (от англ.: “the submarine laser communications” – лазерная связь подводных лодок) [13]. Модель построена на основе статистической обработки результатов измерений профиля показателя преломления в ночное (SLC Night) и дневное (SLC Day) время. Поскольку измерения проводились в зоне субтропического климата, эта модель может быть неприменима в иных географических поясах вдали от моря. Данные модели SLC представлены в табл. 2.1.

Табл. 2.1. Модель турбулентной атмосферы SLC

SLC Day		SLC Night	
$C_n^2(h), \text{ м}^{-2/3}$	$h, \text{ м}$	$C_n^2(h), \text{ м}^{-2/3}$	$h, \text{ м}$
1.70×10^{-13}	(0, 18.5)	8.40×10^{-15}	(0, 18.5)
$3.13 \times 10^{-13} / h^{1.05}$	(18.5, 240)	$2.87 \times 10^{-12} / h^2$	(18.5, 110)
1.30×10^{-15}	(240, 880)	$2.00 \times 10^{-16} / h^{0.5}$	(110, 1 500)
$8.87 \times 10^{-7} / h^3$	(880, 7 200)	$8.87 \times 10^{-7} / h^3$	(1 500, 7 200)
$2.00 \times 10^{-16} / h^{0.5}$	(7 200, 20 000)	$2.00 \times 10^{-16} / h^{0.5}$	(7 200, 20 000)

Модель Гринвуда

В соответствии с этой моделью величина структурной постоянной показателя преломления C_n^2 определяется зависимостью [14]

$$C_n^2(h) = \left(2.2 \times 10^{-13} (h+10)^{-1.3} + 4.3 \times 10^{-17} \right) e^{-h/4000}.$$

Следует отметить, что все представленные модели справедливы при определении изменения величины C_n^2 в вертикальном направлении. Если наблюдение происходит под некоторым углом к зениту θ , то высоту h следует заменить величиной $h/\cos(\theta)$.

Теория турбулентности фон Кармана

Описанная ранее теория турбулентности Колмогорова справедлива, когда размер вихрей l попадает в интервал от l_0 до L_0 . Фон Карман разработал обобщённую модель атмосферной турбулентности, которая описывает флуктуации показателя преломления за пределом

этого интервала [7, 15]. Флуктуации описываются в терминах спектральной плотности:

$$\Phi_n(K) = \frac{0.033}{\sqrt{(2\pi)^3}} C_h^2 \left(K^{-11/3} + L_0^{11/3} \right) \exp \left[- \left(\frac{Kl_0}{5.92} \right)^2 \right]. \quad (2.6)$$

Данное выражение справедливо для вихрей любого размера l . Таким образом, колмогоровский спектр (2.5) – частный случай спектра фон Кармана (2.6).

Задание для самостоятельного выполнения: при помощи системы компьютерной математики (MATLAB, Mathcad, Mathematica и др.) построить в общей системе координат статистическую зависимость структурной постоянной показателя преломления C_n^2 от высоты h на основе моделей Хафнагеля – Волли, SLC Day, SLC Night, Гринвуда. Для модели Хафнагеля – Волли среднее квадратическое значение скоростей воздушного потока v_m принять равным 21 м/с, построение проводить от высоты $H_0 = 600$ м/с до $h = 30$ км. Значение постоянной C_n^2 принять равным $1.7 \times 10^{-13} \text{ м}^{-2/3}$. Характерные зависимости $C_n^2(h)$ приведены на рис. 2.2.

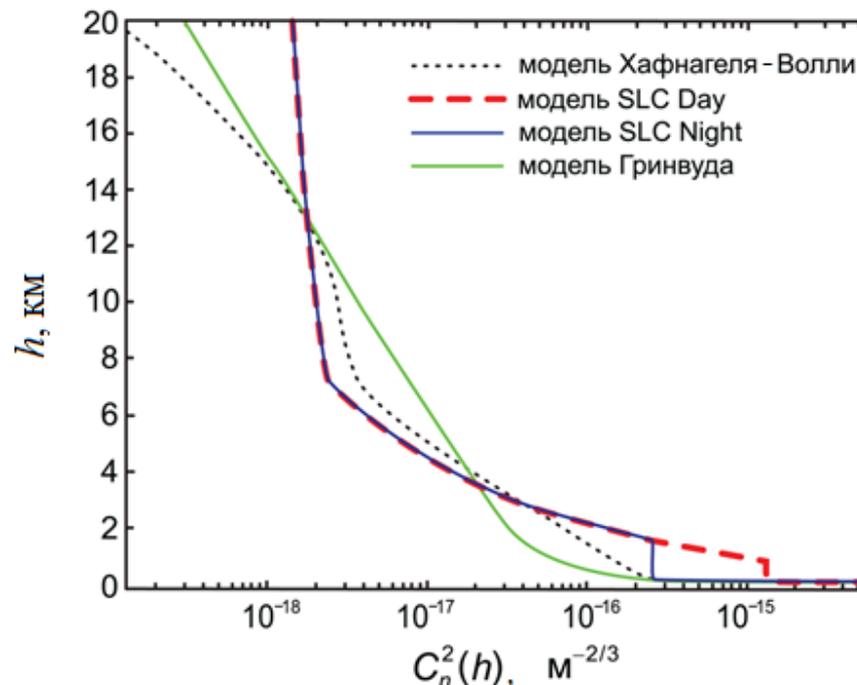


Рис. 2.2. Зависимость структурной постоянной показателя преломления от высоты, рассчитанная на основе различных моделей

Задание для самостоятельного выполнения: в соответствии с (2.5) построить спектральную плотность флуктуаций показателя преломления $\Phi_n(K)$ на высотах 1, 5, 20 км. Значение коэффициента C_n^2 оценивать в соответствии с моделью Хафнагеля – Волли.

Задание для самостоятельного выполнения: в соответствии с (2.3) построить спектральную плотность флуктуаций температуры $\Phi_T(K)$ на высотах 1, 5, 20 км. Расчёт коэффициента выполнять при помощи выражения (2.4). Расчёт атмосферного давления осуществлять по формуле $P \equiv P(h) = P_0 e^{-Mgh/RT}$, где P_0 – атмосферное давление на уровне моря (принять равным 101 кПа); M – молярная масса воздуха (принять равной 0.029 кг/моль); g – ускорение свободного падения (принять равным 9.8 м/с²); R – универсальная газовая постоянная (принять равной 8.31 Дж/(К · моль)). В выражении (2.4) и формуле для P температура T задаётся в кельвинах. Значения температуры воздуха в градусах Цельсия на разных высотах представлены в табл. 2.2.

Табл. 2.2. Значения температуры атмосферного воздуха на разных высотах

Высота h , км	Температура T , °С	Высота h , км	Температура T , °С
0.1	14.67	8	– 36.93
0.3	13.05	10	– 49.9
0.5	11.75	12	– 56.5
1	8.5	15	– 56.5
3	– 4.49	20	– 56.5
5	– 17.47	30	– 46.64

2.2. Мощные лазерные системы

Ещё одна область, в которой используются АОС, связана с применением мощных лазерных систем. В частности, это системы лазерной коммуникации, которые осуществляют передачу информации на большие расстояния в воздушном пространстве. Лазерная коммуникация используется для связи объектов на поверхности Земли («Земля-Земля»), объектов на Земле и в околоземном пространстве («Земля-воздух»). В настоящее время открыты перспективы осуществления связи земных объектов с объектами за пределами земной атмосферы («Земля-космос»).

Безусловно, в системах лазерной коммуникации также имеют место описанные ранее искажения волнового фронта, связанные с атмосферной турбулентностью. Однако имеется целый ряд aberrаций, характерных для лазерных систем и не связанных с турбулентной атмосферой.

Термически индуцированные aberrации оптических компонентов

При взаимодействии лазерного излучения с оптическими деталями часть энергии излучения поглощается материалом деталей. Если излучение маломощное, поглощённая энергия пренебрежимо мала. Однако для мощных источников поглощённой энергии может оказаться достаточно для нагрева оптических деталей. Нагрев приводит к механическим изменениям (формы, размеров) оптических деталей и, как следствие, – к искажению волнового фронта взаимодействующего с ними излучения.

Деформация зеркал резонатора

В работе [16] приведён способ описания и оценки изменения формы зеркала резонатора в условиях нагрева электромагнитным излучением. На рис. 2.3 схематично изображено осесимметричное зеркало резонатора с круглым сечением, радиус которого до искажения

обозначен t , а толщина по краю – d . Серым цветом изображено зеркало после термической деформации. Также введена система координат: безразмерная радиальная координата R нормирована на радиус зеркала t , $R = r/t$, осевая координата Z – на толщину зеркала по краю d , $Z = z/d$.

Лазерное излучение с плотностью мощности $\rho(R)$ поступает на зеркало вдоль оси Z . Материал зеркала обладает коэффициентом поглощения излучения ε . Величина коэффициента ε в общем случае зависит от длины волны излучения λ , угла θ между осью зеркала и направлением распространения излучения и распределения температуры по поверхности зеркала $T(R, Z)$, т. е. $\varepsilon \equiv \varepsilon(\lambda, \theta, T(R, Z))$. Часть поступающего излучения, $\varepsilon\rho(R)$ поглощается материалом зеркала, нагревая его. В то же время происходит обратный процесс – охлаждение зеркала за счёт теплообмена с окружающей средой. Этот процесс характеризуется числом Био (англ.: Biot) C_s . В случае принудительного охлаждения зеркала (поток воздуха или жидкости) скорость охлаждения характеризуется коэффициентом C_b либо отношением $M = C_b/C_s$, величина которых зависит от множества факторов, в том числе от скорости потока жидкости, плотности, вязкости и др.

Итак, нагрев зеркала приводит к изменению его формы и размеров. Искажение формы зеркала может быть описано при помощи таких параметров, как кривизна κ и неровность $\delta(R)$ поверхности. Параметр κ^{-1} задаёт радиус кривизны сферической поверхности деформированного зеркала, а параметр неровности $\delta(R)$ определяет отклонение от этой поверхности в точке с радиус-вектором R .

Искривление волнового фронта излучения с длиной волны λ после отражения от зеркала может быть описано выражением $\varphi(R) = 4\pi\delta(R)/\lambda$.

Параметр $\delta(R)$ в общем случае может быть задан выражением

$$\delta(R) = W(0) - W(R) - \kappa^{-1} + \sqrt{\kappa^{-2} - t^2 R^2}. \quad (2.7)$$

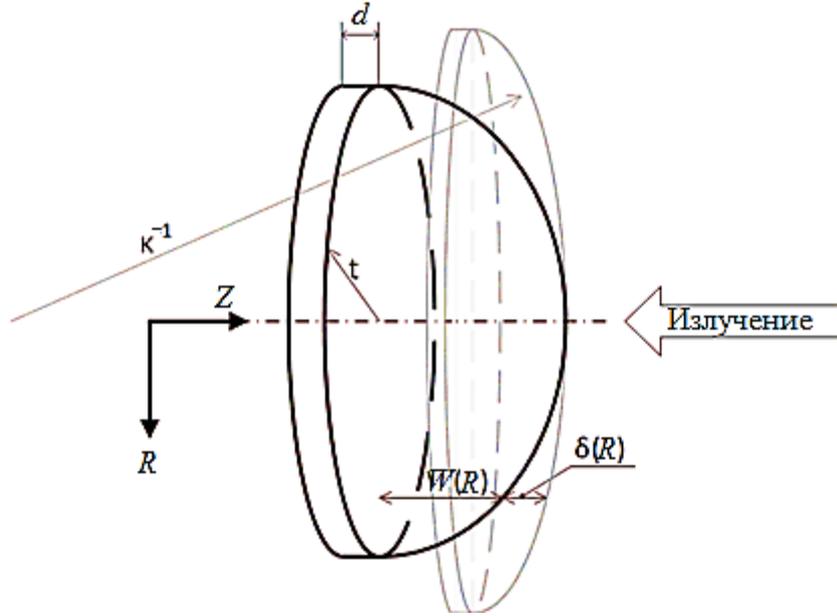


Рис. 2.3. Схематичное изображение зеркала лазерного резонатора

В (2.7) введён коэффициент искажения $W(R)$, зависящий от радиальной координаты R . Величина параметра $W(R)$, а также радиус кривизны κ^{-1} находятся из выражений

$$W(R) = \frac{t^2 \beta}{k} \sum_{j=0}^{\infty} A_j \chi_j \frac{J_0(b_j R) G(1) - J_0(b_j) G(R)}{J_0(b_j) G(1)}, \quad (2.8a)$$

$$\kappa = \frac{6\beta}{kD^3} \sum_{j=0}^{\infty} A_j B_j, \quad (2.8б)$$

где

$$A_j = \varepsilon P_0 \Delta_i \left[J_0(b_j) (C_s^2 + b_j^2) (b_j \sinh(b_j D) + (C_s + C_b) \cosh(b_j D)) \right], \quad (2.9a)$$

$$B_j = 2 + C_b D + (D b_j - 2C_b / b_j) \sinh(b_j D) + (C_b D - 2) \cosh(b_j D), \quad (2.9б)$$

$$\chi_j = b_j \sinh(b_j D) + C_b [\cosh(b_j D) - 1], \quad (2.9в)$$

$$G(R) = \frac{\pi R I_0}{D} [4(1 - \nu) - C] + \frac{\pi^2 R^2 I_1}{D^2}, \quad (2.9г)$$

$$C = \left(\frac{\pi^2 I_0}{D^2} (1 - 2\nu) + \frac{\pi^2 I_1}{D^2} \right) \left[\frac{\pi^2 I_0}{D^2} - \frac{\pi I_1}{D^2} \right]^{-1}, \quad (2.9д)$$

$$\Delta_j = 2 \int_0^1 p(R) J_0(b_j R) R dR. \quad (2.9е)$$

В выражениях (2.8) – (2.9) введены следующие обозначения: k и β – коэффициенты теплопроводности и теплового расширения соответственно; $J_n(x)$ – функции Бесселя; $I_n(x) = i^{-n} J_n(ix)$ – модифицированные функции Бесселя; P_0 – мощность излучения на уровне $1/e$ амплитуды падающего излучения; $D = 2d/t$, ν – коэффициент Пуассона. Константы b_j находятся из условия $b_j J_1(b_j) = C_s J_0(b_j)$.

Деформация выходного окна лазера

Рассмотрим круглое выходное окно лазерной системы толщиной l , сделанное из оптически прозрачного однородного материала (рис. 2.4). На переднюю (входную) грань поступает лазерное излучение интенсивностью $I(\mathbf{r}_\perp)$, где радиус-вектор \mathbf{r}_\perp лежит в плоскости выходного окна (перпендикулярно направлению распространения излучения). Поверхностные коэффициенты поглощения передней и задней (выходной) граней обозначим α_1 и α_2 соответственно, объёмный коэффициент поглощения – α . Задняя грань характеризуется также коэффициентом теплоотдачи H .

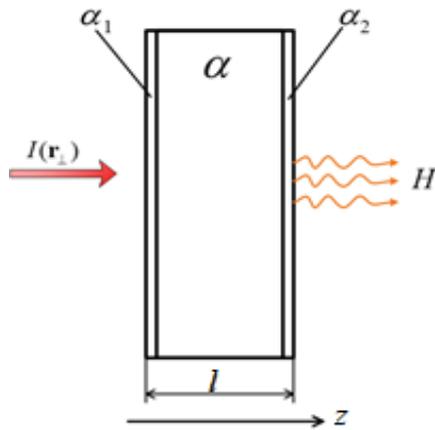


Рис. 2.4. Схематичное изображение выходного окна лазера под воздействием лазерного излучения

В соответствии с результатами, представленными в работах [17] и [18], искажение волнового фронта изначально плоской волны может быть представлено в виде

$$\varphi(\mathbf{r}_\perp, t) = k_c \chi + \tilde{T}, \quad (2.10)$$

где k_c – константа распространения; $\tilde{T} = \int_0^l T(\mathbf{r}_\perp, z, t) dz$, $T(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ – температура в заданной точке; коэффициент χ_+ характеризует термоиндуцированное изменение показателя преломления материала выходного окна. Он определяется следующим выражением:

$$\chi_+ = \frac{dn}{dT} + (n-1)(1+\nu)\beta + \frac{n^3\beta E}{4}(q_{11} + q_{12}),$$

где n – показатель преломления материала окна; ν и β – определённые ранее коэффициент Пуассона и коэффициент теплового расширения; E – модуль продольной упругости (модуль Юнга); q_{11}, q_{12} – коэффициенты оптической чувствительности.

Пренебрегая нагревом в поперечном направлении, можем записать уравнение для температуры выходного окна:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\alpha I}{K}, \quad (2.11)$$

где $K = \kappa \rho c$ – коэффициент теплопроводности; κ – коэффициент температуропроводности; ρ – плотность материала; c – удельная теплоёмкость. Граничные условия для уравнения (2.11) следующие:

$$\left. \frac{d^2 T}{dz^2} \right|_0 = \frac{\alpha_1 I}{K}, \quad \left. \frac{dT}{dz} \right|_l = \frac{\alpha_2 I - HT(l)}{K}. \quad (2.12)$$

Проинтегрировав обе части уравнения (2.11) по z от 0 до l , с учётом граничных условий (2.12) мы получим:

$$\frac{d\tilde{T}}{dt} = \frac{\alpha I + (\alpha_1 + \alpha_2)I - HT(l)}{\rho c}. \quad (2.13)$$

На малых временах, когда эффектом охлаждения задней грани можно пренебречь ($H \approx 0$), можем записать решение уравнения (2.13) как $\tilde{T} = (\alpha I + (\alpha_1 + \alpha_2)I)t / \rho c$. Подставив это решение в выражение (2.10), получим аналитическое выражение для искажения волнового фронта с точностью до константы распространения:

$$\varphi(\mathbf{r}_\perp, t) = k_c \frac{\alpha I + (\alpha_1 + \alpha_2)I}{\rho c} \chi_+ t.$$

Таким образом, в поперечной плоскости искривление волнового фронта волны при прохождении через выходное окно лазера определяется исключительно интенсивностью падающего на окно излучения.

Деформация оптических кристаллов

Оптические кристаллы в лазерных системах могут лежать в основе активных сред твердотельных лазеров, электрооптических модуляторов, изоляторов Фарадея. Активная среда является источником лазерного излучения. Как правило, в твердотельных лазерах она представляет собой кристаллический стержень с круглым или прямоугольным сечением. Примерами активных сред могут служить рубин, алюмо-иттриевый гранат, легированный неодимом (ND:YAG). Электрооптические модуляторы используются для контроля фазы, мощности, поляризации лазерного излучения. Принцип их действия основан на электрооптическом эффекте, который проявляется в ряде кристаллов, например, таких, как ниобат лития (LiNbO_3), арсенат титанила калия (КТА). Изоляторы Фарадея обеспечивают пропускание поляризованного излучения лишь в одном направлении. Принцип их действия основан на эффекте Фарадея, который проявляется в магнитооптически активных кристаллах, таких как тербий-галлиевый гранат (TGG).

Несмотря на то что описанные оптические кристаллы используются для решения разных задач и их принципы действия основаны на разных эффектах, возникающие в них в результате термического воздействия аберрации описываются способом, идентичным рассмотренному ранее для выходного окна лазера.

Тепловое самовоздействие

Эффект теплового самовоздействия имеет место при прохождении мощного лазерного излучения через среду. Часть энергии излучения поглощается средой, что приводит к её локальному нагреву и изменению оптических свойств. Теоретическое описание теплового самовоздействия в терминах флуктуации фазы предложено в работах [19, 20]. Рассмотрен случай распространения лазерного излучения в атмосфере в присутствии воздушного потока, перпендикулярного направлению распространения.

В этом случае в результате термического искажения лазерный пучок приобретает характерную форму полумесяца. Постановку проблемы смотри на схематичном рис. 2.5.

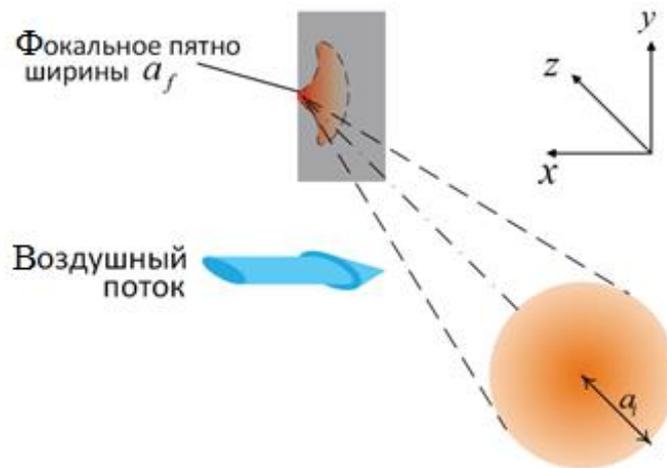


Рис. 2.5. Схематичная иллюстрация теплового самовоздействия непрерывного лазерного излучения в присутствии воздушного потока в перпендикулярном направлении

Изменение фазы лазерного излучения в общем случае может быть выражено через изменение показателя преломления следующим образом:

$$\Delta\varphi(x, y, z) = k \int_0^z \Delta n(x, y, \zeta) d\zeta,$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Для гауссова пучка изменение фазы может быть задано в виде [20]

$$\Delta\varphi(x, y, z) = -\frac{\Upsilon}{2} e^{-y^2/a^2} [1 + \operatorname{erf}(x/a)], \quad (2.14)$$

где a – ширина гауссова пучка, $a \equiv a(z)$; $\operatorname{erf}(x/a)$ – функция ошибок.

$$\Upsilon = \pi F N_c \frac{\ln(a_i/a_f)}{1 - a_i/a_f}. \quad (2.15)$$

В (2.15) заданы следующие параметры: a_f – размер фокального пятна в отсутствии возмущения; a_i – начальная ширина пучка; $F = ka^2/z$ – число Френеля; N_c – параметр искажения.

$$N_c = -\frac{n_T I_0 \alpha z^2}{n \rho c_p \nu a} \left[\frac{2}{\alpha z} - \frac{2}{(\alpha z)^2} (1 - e^{-\alpha z}) \right], \quad (2.16)$$

где коэффициент n – невозмущённый показатель преломления воздуха; $n_T \equiv \partial n / \partial T$ – скорость изменения показателя преломления от температуры при постоянном давлении; I_0 – амплитуда интенсивности исходного пучка; c_p – удельная теплоёмкость при постоянном давлении; ν – скорость потока воздуха; ρ – плотность воздуха; α – коэффициент, который описывает потери в результате поглощения энергии излучения средой.

Изменение фазы (2.14) может быть представлено в виде ряда

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(x, y, z) \approx \varphi(0,0) - \frac{\Upsilon}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{x}{a} \right) + \frac{\Upsilon}{2} \left(\frac{y}{a} \right)^2 + \\ + \frac{\Upsilon}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{x}{a} \right)^3 + \left(\frac{x}{a} \right) \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right] - \frac{\Upsilon}{4} \left(\frac{y}{a} \right)^4. \end{aligned} \quad (2.17)$$

В выражении (2.17) линейный член описывает наклон пучка, квадратичный член – астигматизм, связанный с отклонением пучка в плоскости, перпендикулярной направлению потока воздуха. Слагаемые третьего и четвёртого порядков описывают кому и сферическую aberrацию соответственно.

2.3. Микроскопия

Оптические микроскопы с высоким разрешением – важный инструмент получения информации об объектах во множестве научных дисциплин. Различные методы наблюдения, механизмы повышения контрастности изображения позволяют приблизить разрешающую способность микроскопов к максимально достижимым значениям, ограниченным дифракционным пределом. Однако качество получаемого изображения существенно снижают возникающие при наблюдении aberrации. Причины возникновения aberrаций общие для всех микроскопических систем. В их основе лежит возникновение пространственной неоднородности показателя преломления. Одной из таких причин может стать несоответствие показателей преломления исследуемого образца и покровного стекла: это может приводить к сферической aberrации, величина которой зависит от глубины фокусировки. К aberrациям может приводить пространственная неоднородность самих исследуемых образцов. Кроме того, микроскопические системы, равно как и любые оптические системы, обладают aberrациями, которые вносят оптические компоненты, из которых они состоят.

Описание и оценка aberrаций микроскопических систем могут быть выполнены способами, аналогичными рассмотренным ранее для других оптических систем.

Тема 3. ДАТЧИКИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА, РАБОТАЮЩИЕ НА ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИНЦИПАХ

Один из ключевых элементов АОС – датчик волнового фронта. Если волновой фронт излучения в ходе его распространения подвергается искажениям, полученное изображение источника, создаваемое оптической системой, теряет резкость, т. е. видится размытым. Чтобы восстановить резкость изображения, в АОС оценивается искажение волнового фронта, с тем чтобы компенсировать это искажение и на выходе получить излучение с исходным (плоским или сферическим) волновым фронтом. Одним из физических принципов, на основе которых могут функционировать ДВФ, является интерференция световых волн.

3.1. Интерференция световых волн

Интенсивность поляризованной компоненты электромагнитной волны в общем случае задаётся выражением

$$I(\mathbf{r}) = \left\langle |E(\mathbf{r}, t)|^2 \right\rangle_t,$$

где $\langle \dots \rangle_t$ означает усреднение по времени; $E(\mathbf{r}, t)$ задаёт напряжённость электрического поля, для которой можем записать

$$E(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[A(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \right], \quad (3.1)$$

где ω – частота электрического поля.

Комплексную амплитуду можем представить в виде $A(\mathbf{r}) = |A(\mathbf{r})| e^{-i\varphi(\mathbf{r})}$ с пространственно-зависимой фазой $\varphi(\mathbf{r})$. Суммарная интенсивность $I(\mathbf{r})$ суперпозиции $E = E_1 + E_2$ двух полей E_1 и E_2 равной частоты ω с одинаковой поляризацией задаётся выражением

$$I(\mathbf{r}) = \left\langle |E_1 + E_2|^2 \right\rangle_t = \left\langle E_1 E_1^* \right\rangle_t + \left\langle E_2 E_2^* \right\rangle_t + \left\langle E_1 E_2^* \right\rangle_t + \left\langle E_2 E_1^* \right\rangle_t = I_1 + I_2 + I_{12} + I_{21}, \quad (3.2)$$

где верхний индекс «*» обозначает комплексное сопряжение.

Для полей, заданных в виде (3.1), в плоскости $xу$, перпендикулярной направлению распространения излучения z , перекрёстные члены $I_{12}(\mathbf{r}_\perp)$ и $I_{21}(\mathbf{r}_\perp)$ могут быть представлены в виде

$$I_{12}(\mathbf{r}_\perp) = |A_1(\mathbf{r}_\perp)| |A_2(\mathbf{r}_\perp)| \operatorname{Re} \left[e^{i\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)} \right], \quad (3.3a)$$

$$I_{21}(\mathbf{r}_\perp) = |A_1(\mathbf{r}_\perp)| |A_2(\mathbf{r}_\perp)| \operatorname{Re} \left[e^{-i\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)} \right], \quad (3.3b)$$

где $\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp) = \varphi_1(\mathbf{r}_\perp) - \varphi_2(\mathbf{r}_\perp)$ задаёт разность фаз полей E_1 и E_2 .

Воспользовавшись формулой Эйлера $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$, можем переписать выражения (3.3) в виде

$$I_{12}(\mathbf{r}_\perp) = I_{21}(\mathbf{r}_\perp) = \sqrt{I_1(\mathbf{r}_\perp) I_2(\mathbf{r}_\perp)} \cos(\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)). \quad (3.4)$$

В случае равенства интенсивностей обоих полей, $I_1(\mathbf{r}_\perp) = I_2(\mathbf{r}_\perp)$, выражение для суммарной интенсивности (3.2) может быть переписано в значительно более простой форме

$$I(\mathbf{r}_\perp) = 2I_1(\mathbf{r}_\perp) \left[1 + \cos(\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)) \right]. \quad (3.5)$$

Следует отметить, что выражение (3.5) получено для двух интерферирующих полей с одинаковой поляризацией. Аналогичное выражение может быть получено для полей с эллиптической или случайной поляризацией. Однако как показано в [21], волны с ортогональной линейной поляризацией друг с другом не интерферируют и выражение (3.5) к ним неприменимо.

Ещё одно важное замечание: выражение (3.5) иллюстрирует тот факт, что на основе измерения суммарной интенсивности двух интерферирующих полей можно оценить разность фаз между ними. Интерференционный метод измерения волнового фронта предполагает добавление поля с известной формой волнового фронта, называемого

опорным, к полю (сигнальному) с неизвестной формой волнового фронта. На основе интерференционной картины выполняется оценка отклонения искомой формы волнового фронта от опорной.

Контрастность интерференционных полос

Параметр контрастности интерференционной картины вводится в соответствии с работой [22] следующим образом:

$$\hat{\nu} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (3.6)$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальное и минимальное значения интенсивности на интерферограмме.

Для двух интерферирующих полей с интенсивностями I_1 и I_2 выражение (3.6) может быть переписано в виде $\hat{\nu} = 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}| / (I_1 + I_2)$, где $\gamma_{12} \equiv \gamma_{12}(\mathbf{r}_{\perp}, t)$ – степень когерентности полей.

Для некогерентных полей ($\gamma_{12} = 0$) контрастность $\hat{\nu} = 0$, и интерференционной картины не наблюдается. Напротив, с увеличением когерентности увеличивается и контрастность изображения. Такая качественная зависимость предполагает следующий вывод: ДВФ, функционирующие на основе интерференционных принципов, должны обладать высокой степенью временной когерентности опорного и сигнального полей. Это означает, что источник излучения для интерферометрических ДВФ должен обладать большим временем когерентности t_c , что подразумевает малую ширину спектра излучения $\omega_c \approx 1/t_c$.

Также, поскольку источники излучения обладают конечными размерами, параметр контрастности ν зависит от пространственной когерентности. Для идеального точечного источника $\gamma_{12}(t=0) = 1$, однако для пространственно ограниченного источника $\gamma_{12} < 1$, что негативно влияет на контрастность.

Следующее, что важно отметить: помимо степени когерентности опорного и сигнального полей на контрастность интерференционной картины существенное влияние оказывает отношение энергий каждого из полей.

Задание: получить аналитическую зависимость параметра контрастности интерферограммы $\hat{\nu}$ двух когерентных полей ($\gamma_{12} = 1$) с интенсивностями $I_1 = I_0$ и $I_2 = aI_0$ от отношения интенсивностей полей $a = I_2/I_1$, построить график зависимости $\hat{\nu}(a)$ в пределах a от 0 до 5. Найти значение a , при котором контрастность ν максимальна. Найти интервал значений a , в котором отклонение $\hat{\nu}$ от максимальной величины не превышает 20 %. Сделать вывод о влиянии энергетического дисбаланса на величину контрастности интерференционной картины.

Выполнение

Параметр контрастности когерентных полей, интенсивность которых отличается в a раз, задаётся выражением $\hat{\nu} = 2\sqrt{a} / (1 + a)$. Зависимость $\hat{\nu}(a)$ представлена на рис. 3.1. Хорошо видно, что контрастность $\hat{\nu}$ существенным образом зависит от параметра энергетического дисбаланса a . Даже при полной когерентности двух полей контрастность отлична от максимальной, если поля имеют разную интенсивность $I_1 \neq I_2$ ($a \neq 1$). Максимальное значение контрастности, $\hat{\nu} = 1$, достигается при значении энергетического дисбаланса $a = 1$. Отклонение величины параметра контрастности ν от единицы не превышает 20 % при $0,25 \leq a \leq 4$.

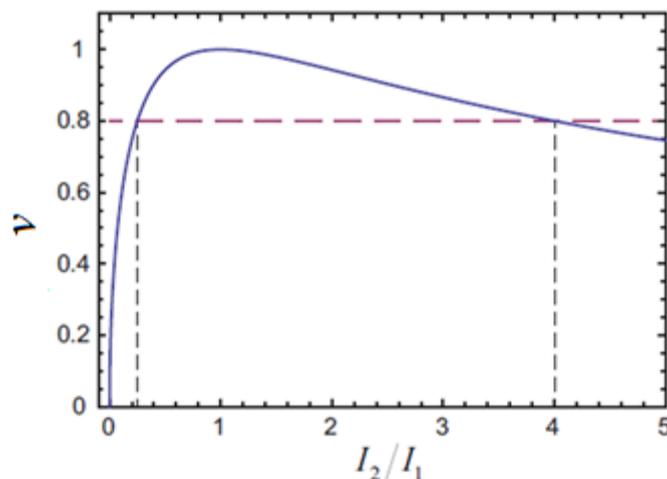


Рис. 3.1. Зависимость величины параметра контрастности ν от отношения интенсивности двух когерентных полей $a = I_2 / I_1$. Пунктирная линия обозначает уровень контрастности, составляющей 80 % максимального значения

3.2. Интерферометры фазового сдвига

В основе работы интерферометров фазового сдвига лежит получение интерференционной картины двух полей, причём одно поле – это смещённая в пространстве копия другого. Таким образом, задача измерения изменения фазы, которое напрямую измерено быть не может, сводится к задаче измерения изменения интенсивности. Важной особенностью интерферометров фазового сдвига является тот факт, что для получения интерференционной картины не требуется дополнительно включать в систему источник когерентного опорного излучения: его роль выполняет самосопряжённый сигнальный луч.

Фазовый сдвиг может быть реализован различными способами:

- смещением сопряжённого луча в латеральной плоскости;
- вращением волнового фронта сопряжённого луча без отклонения оси распространения от исходной;
- увеличением ширины сопряжённого луча без отклонения оси распространения от исходной.

Наиболее часто используется первый способ. Схематично смещение сопряжённого луча вдоль оси x на малую величину Δx в рамках данного подхода приведено на рис. 3.2.

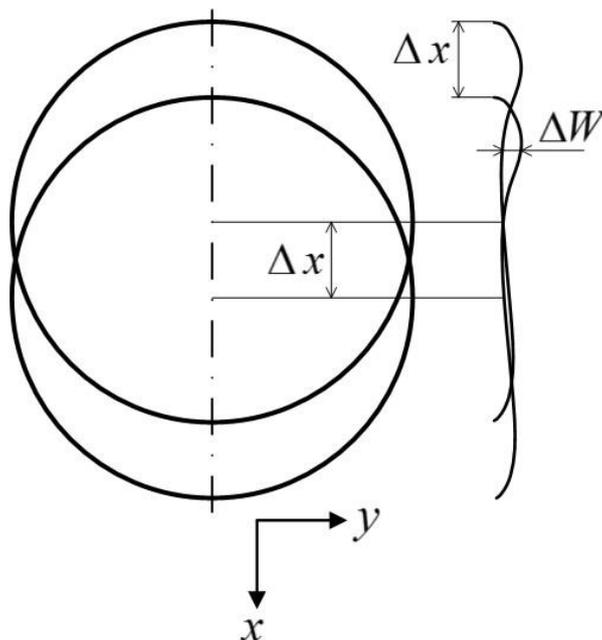


Рис. 3.2. Схематичное изображение смещения луча на малую величину Δx

Задание: получить аналитическое выражение для распределения разности фаз $\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)$ в зависимости от распределения интенсивности на интерференционной картине на основе четырёхкратного измерения интенсивности интерференционной картины (англ.: four-bin phase-shifting algorithm).

Выполнение

На основе выражений (3.2) и (3.4) запишем суммарную интенсивность интерферирующих полей, пространственно смещённых относительно друг друга на величину $\Delta\mathbf{r}_\perp$:

$$I(\mathbf{r}_\perp) = A + B \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp) + \theta],$$

где для краткости записи введены обозначения $A = I_1(\mathbf{r}_\perp) + I_2(\mathbf{r}_\perp)$, $B = \sqrt{I_1(\mathbf{r}_\perp)I_2(\mathbf{r}_\perp)}$, а параметр $\theta \equiv \theta(\mathbf{r}_\perp)$ описывает сдвиг фазы за счёт смещения сопряжённого луча на $\Delta\mathbf{r}_\perp$.

Используемый подход предполагает получение интерференционной картины при сдвигах фазы $\theta = 0, \pi/2, \pi$ и $3\pi/2$ с измерением интенсивности при каждом эксперименте. Суммарная интенсивность при каждом измерении будет задаваться следующими выражениями:

$$I_{(0)}(\mathbf{r}_\perp) = A + B \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)], \quad (3.7a)$$

$$I_{(\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp) = A + B \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp) + \pi/2] = A - B \sin[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)], \quad (3.7б)$$

$$I_{(\pi)}(\mathbf{r}_\perp) = A + B \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp) + \pi] = A - B \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)], \quad (3.7в)$$

$$I_{(3\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp) = A + B \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp) + 3\pi/2] = A + B \sin[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)]. \quad (3.7г)$$

Вычитая (3.7б) из (3.7г), а также (3.7в) из (3.7а), получим:

$$I_{(3\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp) - I_{(\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp) = 2B \sin[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)], \quad (3.8a)$$

$$I_{(\pi)}(\mathbf{r}_\perp) - I_{(0)}(\mathbf{r}_\perp) = 2B \cos[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)]. \quad (3.8б)$$

Отношение выражений (3.8a) и (3.8б) даёт

$$\frac{I_{(3\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp) - I_{(\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp)}{I_{(\pi)}(\mathbf{r}_\perp) - I_{(0)}(\mathbf{r}_\perp)} = \tan[\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)],$$

откуда мы получаем выражение для пространственного распределения изменения разности фаз сигнального и опорного (самосопряжённого сигнальному) лучей

$$\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp) = \arctan \left[\frac{I_{(3\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp) - I_{(\pi/2)}(\mathbf{r}_\perp)}{I_{(\pi)}(\mathbf{r}_\perp) - I_{(0)}(\mathbf{r}_\perp)} \right]. \quad (3.9)$$

Примеры реализации интерферометра фазового сдвига

Одна из возможных реализаций интерферометра фазового сдвига схематично представлена на рис. 3.3, а. Это интерферометр с дифракцией на точке (англ.: point-diffraction interferometer). Получение интерференционной картины с его помощью происходит следующим образом. Линза с фокусным расстоянием f_1 фокусирует падающее излучение. На расстоянии f_1 от линзы расположен частично пропускающий экран с отверстием.

Часть сфокусированного излучения проходит через экран. Отверстие в экране (на основе принципа Гюйгенса – Френеля) является источником излучения, когерентного падающему. Кроме того, отверстие выполняет роль пространственного фильтра, убирая часть аберраций излучения. Световой пучок за экраном представляет собой суперпозицию излучения, частично прошедшего через экран, и излучения из отверстия. Следующая за экраном линза, расположенная на фокусном расстоянии f_2 , коллимирует пучок. Сколлимированный пучок отправляется на приёмник излучения, где формируется интерференционная картина. Разность фаз полей $\Delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)$ на основе интер-

ференционной картины может быть оценена в соответствии с выражением (3.9). Основным недостатком данного метода измерения заключается в том, что контрастность интерференционной картины достаточно мала ввиду того что имеется существенный дисбаланс энергий излучения, прошедшего через экран, и излучения, создаваемого отверстием в экране. Указанного недостатка интерферометра с дифракцией на точке лишён самосопряжённый интерферометр (англ.: self referencing interferometer), схематично представленный на рис 3.3, б. После прохождения первого светоделителя СД1 часть излучения сразу направляется на второй светоделитель СД2.

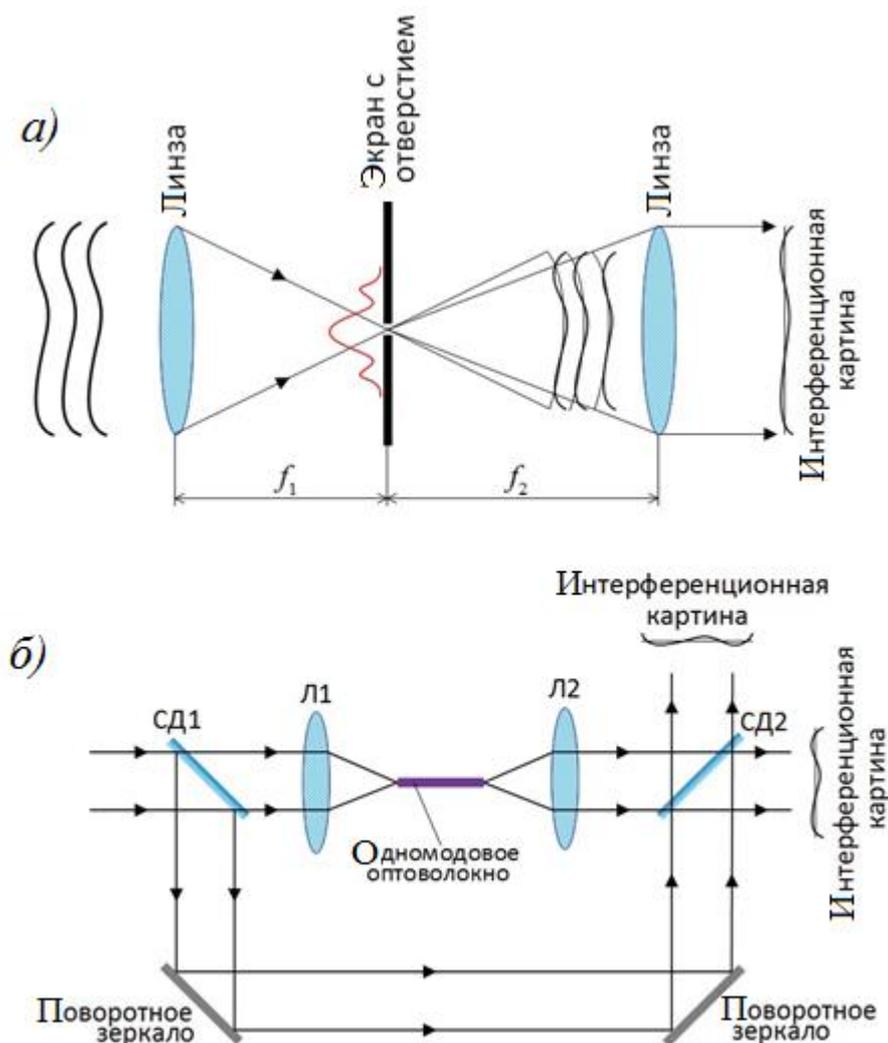


Рис. 3.3. Схематичное изображение интерферометра фазового сдвига: а – с дифракцией на точке; б – самосопряжённого

Другая часть излучения фокусируется линзой Л1 и заводится в одномодовое оптоволокно, которое, являясь пространственным фильтром, исправляет aberrации. После коллимации второй линзой Л2 излучение направляется на второй светоделитель. Вышедшее со светоделителя СД2 излучение является суперпозицией излучений с исходным искажённым волновым фронтом и исправленным в результате пространственной фильтрации волновым фронтом. Отклонения фазы также измеряются на основе интерференционной картины.

Исправление энергетического дисбаланса в интерферометрах такого типа может осуществляться двумя путями. Во-первых, имеется возможность выбирать светоделители с требуемыми коэффициентами пропускания и отражения. Во-вторых, можно осуществлять усиление сигнала за счёт стимулированного излучения в активном оптоволокне. Однако последний способ зачастую может приводить к появлению дополнительных искажений волнового фронта.

Тема 4. ДАТЧИКИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА, ИСПОЛЬЗУЮЩИЕ ПРИНЦИП ГАРТМАНА

В основу ДВФ, представленных в рамках данной темы, лёг метод, который изначально применялся для контроля формы поверхностей оптических элементов. Для этого использовался непрозрачный экран с регулярно расположенными отверстиями, который помещался на пути сходящегося пучка лучей в фокальной плоскости тестируемого оптического элемента. На основе анализа смещения полученных через отверстия изображений относительно эталонных положений можно было делать выводы о кривизне формы исследуемого оптического элемента. Очевидно, что для реализации данной цели форма волнового фронта тестирующего излучения должна быть известной (в идеальном случае сферической или плоской). В противном случае aberrации волнового фронта могут исказить получаемую информацию.

Если заменить экран с отверстиями линзовым растром (матрицей микролинз) с заведомо известными оптическими характеристиками, такая оптическая система позволит решить обратную задачу, а именно получить информацию о форме волнового фронта проходящего излучения, которая изначально была неизвестна. Такой оптический элемент, как линзовый растр, является ключевым компонентом датчиков, использующих принцип Гартмана (англ.: Hartmann), или просто датчиков Гартмана.

4.1. Принцип работы

Простейший датчик наклона схематично представлен на рис. 4.1. Он включает в себя тонкую линзу диаметром d и фокусным расстоянием f , а также массив расположенных в фокальной плоскости линзы приёмников излучения. Плоская волна, распространяющаяся параллельно оптической оси, после прохождения линзы фокусируется в центре массива детекторов (в главном заднем фокусе линзы). Лучи и волновой фронт, характеризующие данную волну, схематично изображены пунктирными линиями. Плоская волна, распространяющаяся под некоторым углом θ_{Δ} к оптической оси, после прохождения линзы образует изображение в фокальной плоскости линзы на одном из детекторов в точке, удалённой от центра на расстояние Δ . Лучи и вол-

новой фронт, характеризующие данную волну, схематично изображены на рисунке сплошными линиями. Расстояние ΔW вдоль оптической оси между соответствующими точками волновых фронтов характеризует оптическую разность хода. Искомая величина – наклон волнового фронта падающего излучения – определяется как $\theta_{\Delta} = dW/dy = -\Delta/f$.

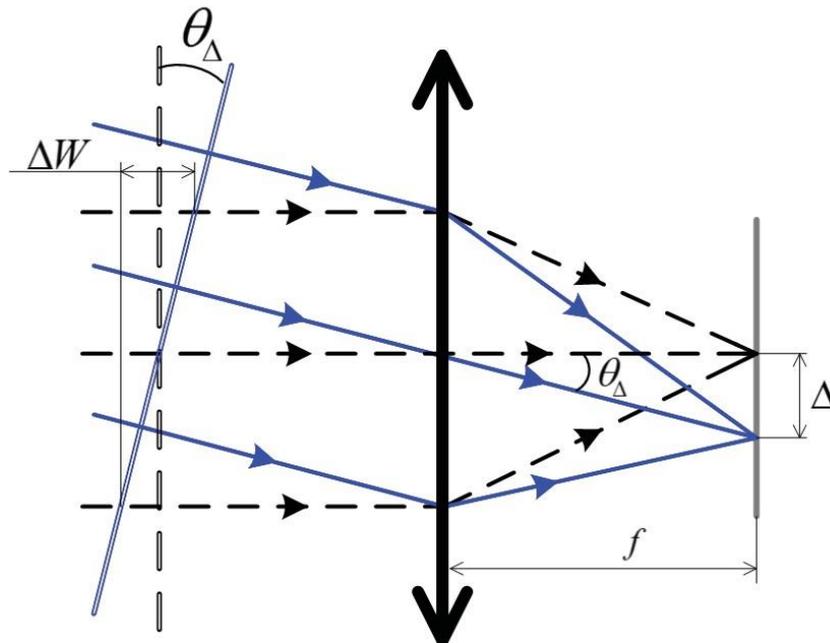


Рис. 4.1. Схематическая иллюстрация датчика наклона

На практике датчики Гартмана включают в себя не одну линзу, а линзовый растр, равно как и матрицу приёмников излучения. Каждая микролинза растра также обладает свойствами диафрагмы, выделяющей из падающего излучения лишь малую часть. Линзы обычно имеют форму квадрата со стороной d . Если размер линз достаточно мал, то волновой фронт проходящего через них излучения может быть аппроксимирован наклонной плоской волной. Таким образом, линзовый растр в плоскости xu измеряет усреднённый по плоскостям микролинз градиент волнового фронта, на основе которого может быть восстановлена форма волнового фронта исходного излучения.

4.2. Измерение наклона пятна

Квадрантный приёмник

Квадрантный приёмник излучения, схематично изображённый на рис. 4.2, разделён на квадранты, каждый из которых сам по себе представляет собой приёмник. Выходные электрические сигналы приёмников пропорциональны их освещённости.

Горизонтальное, Δx , и вертикальное, Δy , смещения пятна на квадрантном приёмнике пропорциональны нормированным результирующим сигналам, задаваемым выражениями:

$$q_x = \frac{(B+D)-(A+C)}{A+B+C+D}, \quad q_y = \frac{(A+B)-(C+D)}{A+B+C+D},$$

где A , B , C и D – сигналы от соответствующих квадрантов. Смещения $\Delta x = cq_x$ и $\Delta y = cq_y$ рассчитываются с использованием калибровочного множителя c , который для квадрантных приёмников определяется эмпирически.

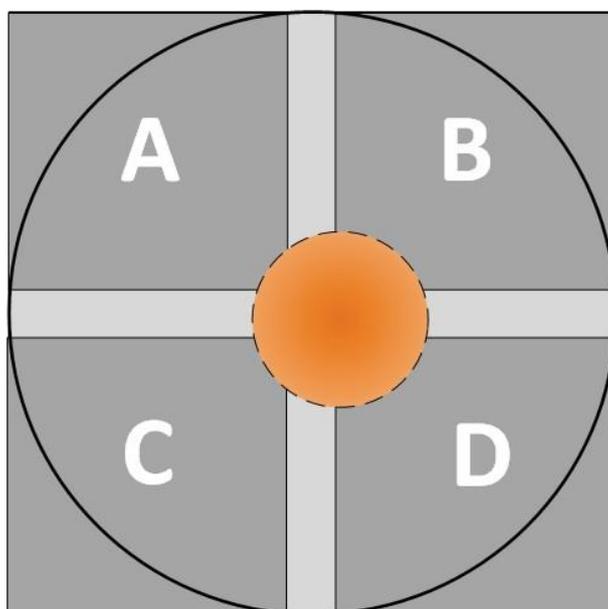


Рис. 4.2. Схематичное изображение квадрантного приёмника

Многопиксельный приёмник

Приёмник такого типа в отличие от рассмотренного ранее содержит более четырёх компонентов. На практике каждый такой приёмный компонент представляет собой отдельный пиксель, участвующий в формировании изображения. Чем больше число пикселей в таком приёмнике, тем больше его пространственное разрешение и соответственно выше точность восстановления формы волнового фронта излучения. Схематично такой приёмник изображён на рис. 4.3.

Ввиду малых размеров микролинз в линзовом растре в структуре проявляются дифракционные эффекты. В частности, изображение точечного источника при прохождении через микролинзу будет обладать конечными размерами. Такое изображение будет фиксироваться не одним пикселем, а сразу несколькими. Наклоны волнового фронта в центре светового пятна, полученного от линзы с номером (i, j) , в соответствующих направлениях задаются выражениями:

$$s_x^{(ij)} = \frac{1}{z} \frac{\sum_{u,v} u h_x I(u,v)}{\sum_{u,v} I(u,v)} = \frac{\partial \varphi_{ij}(x,y)}{\partial x},$$

$$s_y^{(ij)} = \frac{1}{z} \frac{\sum_{u,v} v h_y I(u,v)}{\sum_{u,v} I(u,v)} = \frac{\partial \varphi_{ij}(x,y)}{\partial y},$$

где $I(u,v)$ – интенсивность излучения на пикселе с номером (u,v) ; h_x, h_y – расстояния между центрами пикселей (периоды решётки) вдоль соответствующих направлений; $\varphi_{ij}(x,y)$ – волновой фронт излучения, прошедшего через линзу с номером (i,j) .

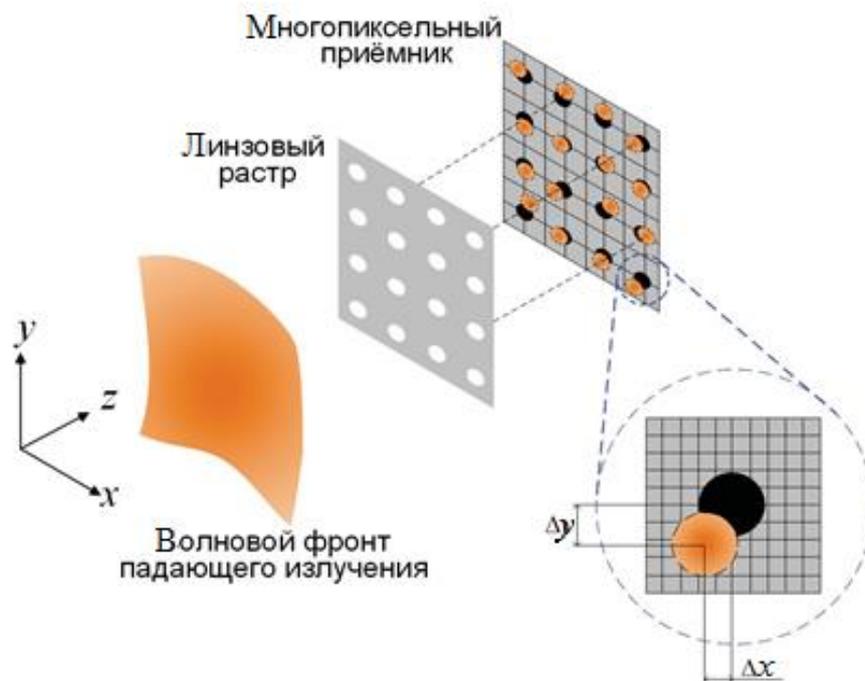


Рис. 4.3. Схематическая иллюстрация принципа действия датчика Шака – Гартмана

4.3. Восстановление формы волнового фронта

Восстановление информации о форме волнового фронта $\varphi(x, y)$ по рассчитанным значениям наклона $s_x^{(ij)}$ и $s^{(ij)}$ выполняется на основе численных методов. Постановка задачи зависит от конфигурации используемой сетки на расчётной области, иными словами, от положения точек, в которых измеряется наклон волнового фронта, относительно точек, в которых рассчитывается фаза. Различные конфигурации сеток представлены на рис. 4.4.

Сетка, представленная на рис. 4.4, *а*, используется, когда наклоны по осям x и y измеряются независимо друг от друга в разных точках. Сетка на рис. 4.4, *б* используется, когда оба наклона измеряются в одной и той же точке, не совпадающей при этом с точкой, в которой рассчитывается фаза. То есть сетка наклонов сдвинута на некоторую величину относительно сетки измеряемых фаз. На рис. 4.4, *в* представлена сетка, описывающая случай, когда оба наклона измеряются в одной и той же точке, совпадающей с точкой, в которой рассчитывается фаза.

Задание: построить разностную схему для восстановления формы волнового фронта $\varphi(x, y)$ по известному наклону $s_{x,y}$ на основе сетки, представленной на рис. 4.4, *а*.

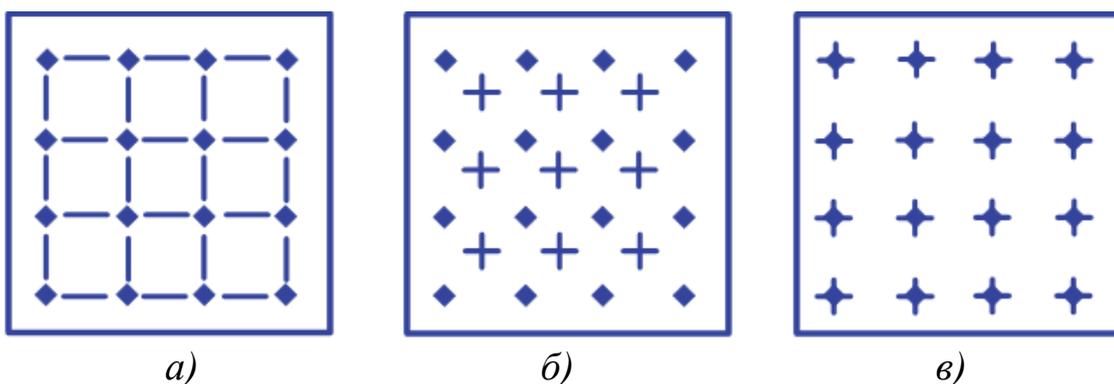


Рис. 4.4. Различные конфигурации сеток измерения наклонов волнового фронта и расчёта фазы [23]. Горизонтальные и вертикальные линии обозначают позиции, в которых осуществляется измерение наклона волнового фронта в направлениях x и y соответственно. Маркеры \blacklozenge обозначают точки, в которых осуществляется расчёт фазы. Конфигурации фрагментов „а”, „б”, „в” подробнее рассмотрены в [24], [25] и [23] соответственно

Выполнение

В конфигурации, описываемой данной сеткой, мы имеем N^2 точек расчёта фазы (маркеры на рисунке) и $2N(N-1)$ точек измерения наклона (горизонтальные и вертикальные линии на рисунке). Для понимания хода построения разностной схемы рассмотрим сначала изменение фазы вдоль одной непрерывной координаты x . Зависимость $\varphi(x)$ может быть представлена в форме многочлена $\varphi(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots$. При этом наклон, определяемый как $s(x) = \partial\varphi(x) / \partial x$, будет задаваться многочленом $s(x) = c_1 + 2c_2x + \dots$. Поскольку мы выполняем однократное измерение наклона в центре интервала между двумя фазовыми точками, то ограничиваемся только первым порядком в многочленах (слагаемыми с коэффициентом c_1). В этом случае можем переписать $s(x) = s = c_1$ и $\varphi(x) = c_0 + sx$, где $\varphi(x)$ – искомое значение фазы; c_0 – значение фазы в некоторой заданной точке.

Для одномерной дискретной модели можем переписать последнее (непрерывное) выражение для нахождения значения фазы в точке, отстоящей от точки с заданной фазой на расстояние l , в следующем виде: $\varphi_{i+1} = \varphi_i + s_x^{(i)}l$. Таким образом, разностная схема, связывающая значения фазы с наклоном волнового фронта, в одномерной задаче принимает следующий вид:

$$s_x^{(i)} = (\varphi_{i+1} - \varphi_i) / l,$$

где $i = 1, \dots, N-1$.

Можем экстраполировать полученный результат на рассматриваемую нами задачу восстановления формы двумерного волнового фронта. Разностная схема в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$s_x^{(ij)} = \frac{(\varphi_{i+1j} - \varphi_{ij})}{l}, i = 1, \dots, N-1, j = 1, \dots, N,$$

$$s_y^{(ij)} = \frac{(\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij})}{l}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N-1.$$

Задание: построить разностную схему для восстановления формы волнового фронта $\varphi(x, y)$ по известному наклону $s_{x,y}$ на основе сетки, представленной на рис. 4.4, б.

Выполнение

В данной конфигурации точки, в которых рассчитывается фаза, смещены относительно точек, в которых измеряется наклон, на половину шага l по обеим осям x и y . Разностная схема для данной конфигурации выглядит следующим образом:

$$s_x^{(ij)} = \frac{1}{2l} \left[(\varphi_{i+1j} + \varphi_{i+1j+1}) - (\varphi_{ij} + \varphi_{ij+1}) \right],$$

$$s_y^{(ij)} = \frac{1}{2l} \left[(\varphi_{i+1j} + \varphi_{i+1j+1}) - (\varphi_{ij} + \varphi_{i+1j}) \right].$$

Задание: построить разностную схему для восстановления формы волнового фронта $\varphi(x, y)$ по известному наклону $s_{x,y}$ на основе сетки, представленной на рис. 4.4, в.

Выполнение

В данной конфигурации фаза рассчитывается в той же точке, в которой измеряется наклон. Разностная схема принимает вид

$$\frac{s_x^{(i+1j)} + s_x^{(ij)}}{2} = \frac{\varphi_{i+l,j} - \varphi_{ij}}{l}, \quad i=1, \dots, N-1, \quad j=1, \dots, N, \quad ,$$

$$\frac{s_x^{(i+1j)} + s_y^{(ij)}}{2} = \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij}}{l}, \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, N-1.$$

В матричной форме задачу восстановления формы волнового фронта можно записать следующим образом:

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\varphi, \tag{4.1}$$

где \mathbf{s} – вектор измеренных наклонов волнового фронта; φ – вектор искомых значений фазы; \mathbf{A} – квадратная матрица с числом элементов N^2 . Домножим обе части уравнения (4.1) на транспонированную матрицу \mathbf{A}^T

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \varphi = \mathbf{A}^T \mathbf{s}. \quad (4.2)$$

Выражение (4.2) представляет собой систему из N^2 линейных уравнений для N^2 неизвестных φ_{ij} . Решение такой задачи обычно ищут домножением (4.2) на матрицу, обратную матрице $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$. Однако следует отметить, что для рассматриваемой задачи, сведённой к виду (4.2), такой подход неприменим, поскольку матрица \mathbf{A} является сингулярной. Выход из этой ситуации – введение вместо \mathbf{A} матрицы \mathbf{A}_a , отличающейся от \mathbf{A} дополнительным столбцом, а также вектора \mathbf{s}_a с дополнительным (нулевым) элементом.

Тема 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И ФОРМИРУЮЩЕЙ ЕГО СИСТЕМЫ

5.1. Общие сведения

Математическое описание изображений осуществляется на основе волновой теории света, в рамках которой свет описывается как электромагнитная волна. В общем случае электромагнитные волны – это возмущения электромагнитного поля, образованного некоторым электрически заряженным телом, распространяющиеся в пространстве. Для описания поля используют следующие пространственно- и времязависимые функции:

- напряжённость $E(\mathbf{r}, t)$;
- комплексную амплитуду $U(\mathbf{r}, t)$;
- интенсивность $I(\mathbf{r})$.

Монохроматическое поле

Рассмотрим поле, напряжённость которого описывается гармонической зависимостью от времени:

$$E(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}) \cos(\omega t - i\varphi(\mathbf{r})),$$

где $E(\mathbf{r})$ – вещественная амплитуда поля; $\varphi(\mathbf{r})$ – пространственно-зависимая фаза; ω – частота гармонических колебаний. Воспользовавшись формулой Эйлера $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$, можем задать комплексную функцию $A(\mathbf{r}, t)$:

$$A(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r})e^{-i\omega t},$$

которая называется аналитическим сигналом и связана с $E(\mathbf{r}, t)$ выражением $E(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[A(\mathbf{r}, t)]$. Функция $U(\mathbf{r}) = E(\mathbf{r})e^{i\varphi(\mathbf{r})}$ – комплексная амплитуда поля, которая подчиняется волновому уравнению, называемому уравнением Гельмгольца:

$$\Delta U(\mathbf{r}) + k^2 n^2 U(\mathbf{r}) = 0,$$

где $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ – оператор Лапласа; $k = 2\pi / \lambda$ – волновое число; λ – длина волны излучения; n – показатель преломления среды. Решение этого уравнения позволяет получить информацию о распределении поля в пространстве.

Интенсивность поля

Важно отметить тот факт, что амплитуда поля не может быть измерена непосредственно, поскольку поле меняется с большой частотой. Так, для оптического диапазона период колебаний составляет от 10^{-14} до 10^{-15} с. Современные приёмники обладают существенно меньшим временным разрешением. В связи с этим на практике наблюдают такую величину, как интенсивность поля $I(\mathbf{r})$, которая для монохроматического поля определяется выражением $I(\mathbf{r}) = U^*(\mathbf{r})U(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|^2$ и является усреднённой по времени величиной, т. е. можем переписать выражение для интенсивности в виде $I(\mathbf{r}) = \langle |A(\mathbf{r})|^2 \rangle_t$.

Ещё одно замечание: помимо напряжённости также не поддаётся непосредственному измерению фаза поля. Однако в настоящей работе была рассмотрена возможность измерения и оценки фазы на основе использования явления интерференции двух полей.

На практике излучение реальных источников не бывает монохроматическим: оно всегда характеризуется некоторой спектральной зависимостью. Интенсивность немонахроматических полей описывается выражением $I(\mathbf{r}) = \langle I(\lambda)C(\lambda) \rangle_\lambda$, где $I(\lambda)$ задаёт распределение интенсивности излучения по длинам волн, λ ; $C(\lambda)$ есть спектральная функция, задающая вклад монохроматических компонентов с длиной волн λ в общую интенсивность; $\langle \dots \rangle_\lambda$ – усреднение по длинам волн.

Простейшими примерами монохроматических волн являются плоские и сферические волны. Волновой фронт плоских волн представляет собой плоскость, перпендикулярную направлению распро-

странения волны. Комплексная амплитуда плоской волны задаётся выражением $U(\mathbf{r}) = E_0 e^{i\varphi(\mathbf{r})}$, где $E_0 = \text{const}$. Для комплексной амплитуды сферической волны (волновой фронт которой образует сферу) справедливо выражение $U(\mathbf{r}) = \frac{E_0}{r} e^{i\varphi(\mathbf{r})}$, где $r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Энергетические характеристики светового поля

Одно из важнейших свойств света – способность переносить *энергию*. В связи с этим энергия W является главной характеристикой светового поля. Единица измерения энергии – джоуль (Дж).

Зачастую оперируют *объёмной плотностью энергии* w , которая связана с энергией выражением $W = \int_V w dV$, где V – некоторый объём, в котором находится световое поле. *Поток световой энергии* P – это количество энергии W , которое переносится полем в единицу времени через заданную площадь S ; $[P] = \text{Вт}$.

Для некогерентных волн вводится такая величина, как *спектральная плотность потока* P_λ (или P_ω). Это функция, которая описывает распределение светового потока по длинам волн (частотам) компонентов излучения. В общем случае она задаётся в виде $P_\lambda(\lambda) = \partial P / \partial \lambda$ ($P_\omega(\omega) = \partial P / \partial \omega$).

Сила света I_θ – это поток излучения на единицу телесного угла θ ; $I_\theta = \partial P / \partial \theta$; $[I_\theta] = \text{Вт/ср}$.

Освещённость (поверхностная плотность потока) – это величина потока, падающего на единицу площади $dS_{\text{пад}}$; $W_e = dP / dS_{\text{пад}}$; $[W_e] = \text{Вт/м}^2$.

Энергетическая светимость – это величина потока, испускаемого с единицы площади $dS_{\text{исп}}$; $R_e = dP / dS_{\text{исп}}$; $[R_e] = \text{Вт/м}^2$.

Яркость источника излучения $B = dI_\theta / ds_\perp$, где ds_\perp – элемент площади проекции испускающего излучение тела на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения.

Характеристики оптических систем

Ключевые характеристики оптических систем – масштаб изображения, светосила и поле зрения [26].

Масштаб изображения в наиболее общем случае определяет соотношение между размерами изображения и предмета. Если предмет расположен на значительном удалении от оптической системы (что характерно для астрономических наблюдений), масштаб оценивается как отношение фокусного расстояния объектива к расстоянию от оптической системы до предмета.

Когда предмет расположен на близком расстоянии, масштаб определяется линейным увеличением. Оно задаёт отношение высоты изображения предмета, перпендикулярного оптической оси, к высоте самого предмета. Следует отметить, что линейное увеличение может быть как положительным, так и отрицательным. Если изображение предмета прямое, увеличение положительное, если изображение перевернутое, то линейное увеличение отрицательное.

Ещё одним параметром для оценки масштаба изображения является *видимое увеличение* (рис. 5.1). Оно задаётся следующим выражением:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \sigma'}{\operatorname{tg} \sigma},$$

где σ' – угол, под которым наблюдается изображение предмета, полученное через оптическую систему; σ – угол, под которым сам предмет наблюдается невооружённым глазом (без участия оптической системы). Оба угла обозначены на схематичном рис. 5.1. Как и линейное увеличение, видимое увеличение является положительным при прямом изображении и отрицательным – при обратном.

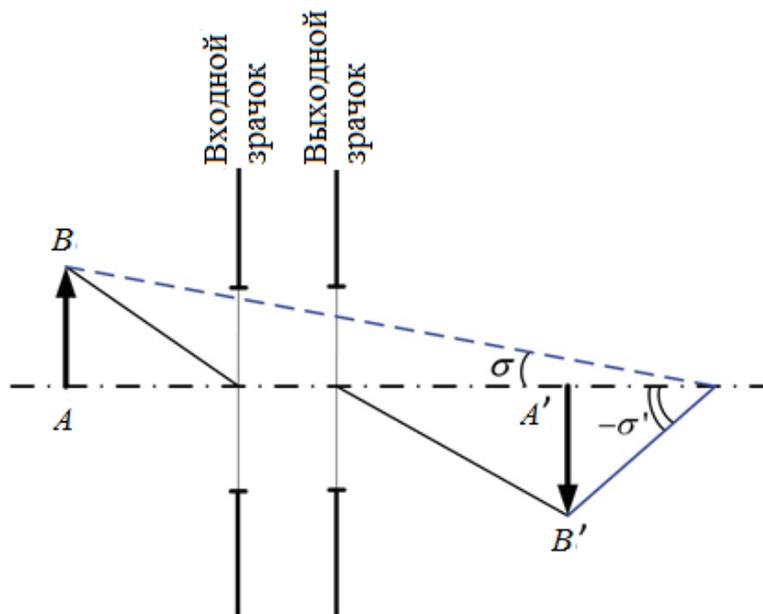


Рис. 5.1. К определению видимого увеличения:
 AB – предмет; $A'B'$ – изображение

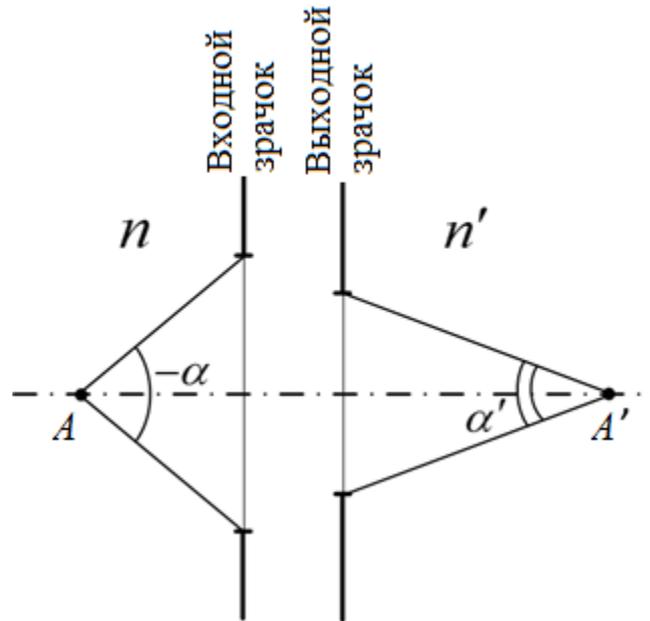


Рис. 5.2. К выводу формулы для определения расчета светосилы

Светосила оптической системы – это отношение освещённости изображения W_e к яркости предмета B

$$H = \frac{W_e}{B}.$$

Рассмотрим равномерно светящийся плоский предмет с яркостью B , расположенный в точке A перпендикулярно оптической оси (рис. 5.2). Элементарная область предмета dS испускает свет, при этом световой пучок ограничен апертурной диафрагмой диаметром D . Световой поток dP от элементарной поверхности dS , входящей в оптическую систему через диафрагму (выполняющую также роль входного зрачка), определяется выражением $dP = \pi B dS \sin^2(\alpha)$, где угол α – апертурный угол в пространстве предметов (угол между лучом, идущим из осевой точки предмета и проходящий через край апертурной диафрагмы, и оптической осью). Выражение для светового потока в пространстве изображений $dP' = \pi B' dS' \sin^2(\alpha')$, где α' – апертурный угол в пространстве предметов; B' – яркость изображения; dS' – элемент площади изображения.

Выражение для освещённости изображения $W_e = dP' / dS'$ получаем в виде $W_e = \pi\tau_{\text{тр}}B(n'/n)^2 \sin^2(\alpha')$. Таким образом, светосила оптической системы определяется как $H = \pi\tau_{\text{тр}}(n'/n)^2 \sin^2(\alpha')$. Полученное выражение демонстрирует тот факт, что светосила оптической системы зависит лишь от свойств самой системы (коэффициента пропускания, показателей преломления сред, апертурного угла) и не зависит от энергетических характеристик светящегося предмета.

Поле зрения – это область пространства предметов, изображение которой строится оптической системой. Оно может задаваться как в линейной мере, так и в угловой.

5.2. Формирование оптического изображения с точки зрения теории сигналов

В соответствии с [27] построение изображения предмета оптической системой может описываться как преобразование входного сигнала J в выходной сигнал J' .

В оптических системах, как правило, в роли сигналов выступает оптическое излучение. В АОС встречаются электрические сигналы, например, связывающие ДВФ и ДЗ с контроллером. Сигналы описываются как функции обобщённых координат $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots)$, причём координатные базисы сигналов $J(\mathbf{X})$ и $J'(\mathbf{X}')$ не обязательно должны совпадать.

В большинстве случаев при описании распространения излучения через оптическую систему с входной и выходной плоскостями системы связывают двумерные декартовы системы координат, т. е. $\mathbf{X} = (x, y)$ и $\mathbf{X}' = (x', y')$.

В общем случае выходной сигнал $J'(\mathbf{X}')$ может быть представлен как результат воздействия на входной сигнал $J(\mathbf{X})$ некоторого оператора \hat{L} , т. е. $J'(\mathbf{X}') = \hat{L}[J(\mathbf{X})]$. Назовём \hat{L} отображающим оператором.

В [27] указаны два свойства оператора \hat{L} , характеризующего оптические системы. Первое свойство – это линейность оператора. Математически условие линейности задаётся выражением

$\hat{L}\left[\sum_j J_j(\mathbf{X})\right] = \sum_j \hat{L}[J_j(\mathbf{X})]$. С физической точки зрения это означает, что изображение совокупности предметов равно совокупности изображений предметов.

Второе условие – это инвариантность к смещению. Математическая запись для данного условия: $J'(\mathbf{X}' + \Delta\mathbf{X}') = \hat{L}[J(\mathbf{X} + \Delta\mathbf{X})]$, где $\Delta\mathbf{X}$ – смещение предмета в пространстве координат \mathbf{X} ; $\Delta\mathbf{X}'$ – смещение изображения в пространстве координат \mathbf{X}' . На практике это означает, что при смещении предмета смещается и изображение, при этом иные изменения в изображении не происходят.

Определение вида отображающего оператора

Аналогично [27] рассмотрим источник входного сигнала $J(\mathbf{X})$ как совокупность бесконечно малых элементарных источников. Сигнал от каждого элементарного источника описывается функцией $J(\mathbf{X}_e)$. В этом случае можем записать сигнал $J(\mathbf{X})$ в виде

$$J(\mathbf{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} J(\mathbf{X}_e) \delta(\mathbf{X} - \mathbf{X}_e) d\mathbf{X}_e, \quad (5.1)$$

где дельта-функция $\delta(\mathbf{X} - \mathbf{X}_e)$ принимает значение 1, когда $\mathbf{X} = \mathbf{X}_e$, и значение нуль – в остальных случаях.

На основе (5.1) запишем выражение для выходного сигнала

$$J'(\mathbf{X}') = \hat{L}[J(\mathbf{X})] = \int_{-\infty}^{\infty} J(\mathbf{X}_e) \hat{L}[\delta(\mathbf{X} - \mathbf{X}_e)] d\mathbf{X}_e. \quad (5.2)$$

Выполним в (5.2) формальную замену переменных для входного сигнала, $\mathbf{X}_e \rightarrow \mathbf{X}$, и перепишем выражение в виде

$$J'(\mathbf{X}') = \hat{L}[J(\mathbf{X})] = \int_{-\infty}^{\infty} J(\mathbf{X}) h(\mathbf{X}', \mathbf{X}) d\mathbf{X}, \quad (5.3)$$

которое и определяет отображающий оператор. В правой части выражения (5.3) функция $h(\mathbf{X}', \mathbf{X})$ называется аппаратной функцией, или импульсным откликом. Как справедливо указано в [27], ввиду раз-

личных причин оптическая система не является инвариантной к смещению. Однако возможно разбить её на меньшие области, которые удовлетворяют условию инвариантности. На основе свойства инвариантности к смещению можем переписать аппаратную функцию в виде $h(\mathbf{X}', \mathbf{X}) = h(\mathbf{X}' - \mathbf{X})$. В этом случае интеграл (5.3) принимает вид интеграла свёртки

$$J'(\mathbf{X}') = \int_{-\infty}^{\infty} J(\mathbf{X})h(\mathbf{X}' - \mathbf{X})d\mathbf{X} = J(\mathbf{X}) \otimes h(\mathbf{X}). \quad (5.4)$$

Если применить к выражению (5.4) преобразование Фурье, то в соответствии со свойствами Фурье-образа будет справедливо равенство $F[J'(\mathbf{X}')] = F[J(\mathbf{X})]F[h(\mathbf{X})]$; оператор F описывает прямое преобразование Фурье. Функция $H(\mathbf{K}_X) = F[h(\mathbf{X})]$ называется передаточной функцией оптической системы, или оптической передаточной функцией (ОПФ), о которой будет подробнее сказано в следующей теме; переменная \mathbf{K}_X описывает обобщённые координаты в Фурье-пространстве.

Задание: для заданной комплексной амплитуды $U(x, y)$ когерентного излучения в плоскости предмета найти аналитическое выражение для нахождения комплексной амплитуды $U'(x', y')$ в плоскости изображения при прохождении излучения через диафрагму.

Описание воздействия, оказываемого оптической системой с диафрагмой на излучение, осуществляется при помощи зрачковой функции $f(x_3, y_3)$. Для примера, зрачковая функция системы с круглым зрачком задаётся следующим выражением:

$$f(x_3, y_3) = \begin{cases} \gamma e^{2\pi i W} & \text{при } x_3^2 + y_3^2 \leq r^2, \\ 0 & \text{при } x_3^2 + y_3^2 > r^2, \end{cases}$$

где $W \equiv W(x_3, y_3)$ описывает вклад aberrаций, $\gamma \equiv \gamma(x_3, y_3)$ характеризует потери энергии излучения в оптической системе; в физическом смысле величина $\sqrt{\gamma}$ есть коэффициент пропускания оптической системы; x_3, y_3 – пространственные координаты в плоскости зрачка;

r – радиус зрачка. Зрачок выполняет роль диафрагмы, пропускающей часть излучения, для которого выполняется условие $x_3^2 + y_3^2 \leq r^2$, и отсекающей оставшееся излучение. Наличие диафрагмы предполагает присутствие в системе дифракционных эффектов. В идеальном случае (в отсутствии aberrаций и при полном пропускании излучения) зрачковая функция $f(x_3, y_3) = 1$ при $x_3^2 + y_3^2 \leq r^2$ и $f(x_3, y_3) = 0$ при $x_3^2 + y_3^2 > r^2$. Такой вид функции подразумевает лишь учёт вклада дифракционных эффектов в построение изображения.

Выполнение

Поиск решения задачи будем осуществлять в соответствии с алгоритмом, описанным в работах [27, 28]. Схематичная иллюстрация к задаче представлена на рис. 5.3. Когерентное поле в плоскости предмета описывается комплексной амплитудой $U(x, y)$. Вклад дифракционных эффектов в распространение излучения описывается преобразованием Фурье. Таким образом, комплексная амплитуда излучения от предмета на входе в оптическую систему (диафрагму) в обратном пространстве будет задаваться выражением $U_{os}^{in}(k_x, k_y) = F[U(x, y)]$. Функция $U_{os}^{in}(k_x, k_y)$ в понятии теории сигналов является входным сигналом.

Влияние оптической системы на входной сигнал $U_{os}^{in}(k_x, k_y)$ математически описывается произведением $U_{os}^{in}(k_x, k_y)$ и Фурье-образа зрачковой функции системы $f(k_x, k_y) = F[f(x, y)]$:

$$U_{os}^{out}(k'_x, k'_y) = f(k_x, k_y) U_{os}^{in}(k_x, k_y).$$

Искомая комплексная амплитуда поля, формирующего изображение, является выходным сигналом. Она может быть найдена обратным преобразованием Фурье (действием оператора F^{-1}) на комплексную функцию $U_{os}^{out}(k'_x, k'_y)$:

$$\begin{aligned} U'(x', y') &= F^{-1}[U_{os}^{out}(k'_x, k'_y)] = F^{-1}[f(k_x, k_y) U_{os}^{in}(k_x, k_y)] = \\ &= F^{-1}[f(k_x, k_y) F[U(x, y)]] \end{aligned}$$

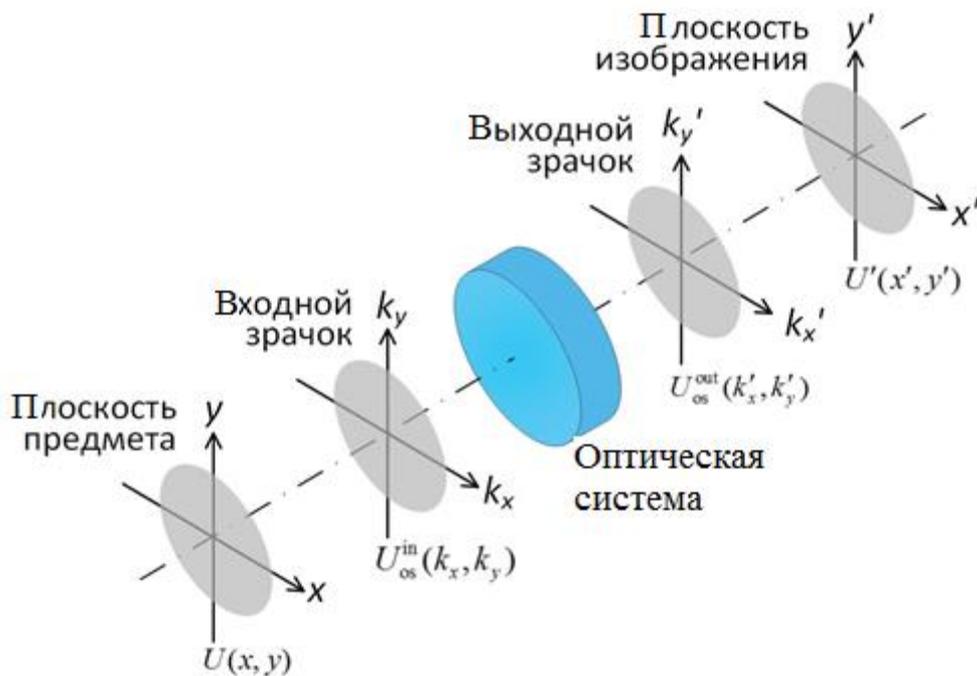


Рис. 5.3. Модель формирования изображения в когерентном свете

Следует отметить, что аппаратной функцией $h(x, y)$ в рассмотренных преобразованиях является обратное Фурье-преобразование Фурье-образа зрачковой функции, т. е. сама зрачковая функция $h(x, y) = F^{-1}[f(k_x, k_y)] = f(x, y)$.

Тема 6. ОПТИЧЕСКАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ

6.1. Функция рассеяния точки

В идеальных оптических системах, ход лучей в которых описывается в рамках геометрической оптики, изображением точечного источника излучения является точка. При прохождении излучения точечного источника через реальную оптическую систему в плоскости изображения формируется дифракционная картина. Как было продемонстрировано в предыдущей теме, такой результат получения выходного сигнала в общем случае описывается импульсным откликом системы. В оптической системе импульсный отклик, описывающий распределение освещённости изображения точечного источника, называется функцией рассеяния точки (ФРТ) (англ.: point spread function).

Свяжем плоскости входного и выходного сигналов оптической системы с двумерной декартовой системой координат пространства, т. е. $\mathbf{X}=(x, y)$ и $\mathbf{X}'=(x', y')$. Источник излучения конечных размеров $J=(x, y)$ можно разложить на совокупность точечных источников. Изображение $J'=(x', y')$ такого источника будет представлять собой суперпозицию изображений точечных источников и описываться выражением

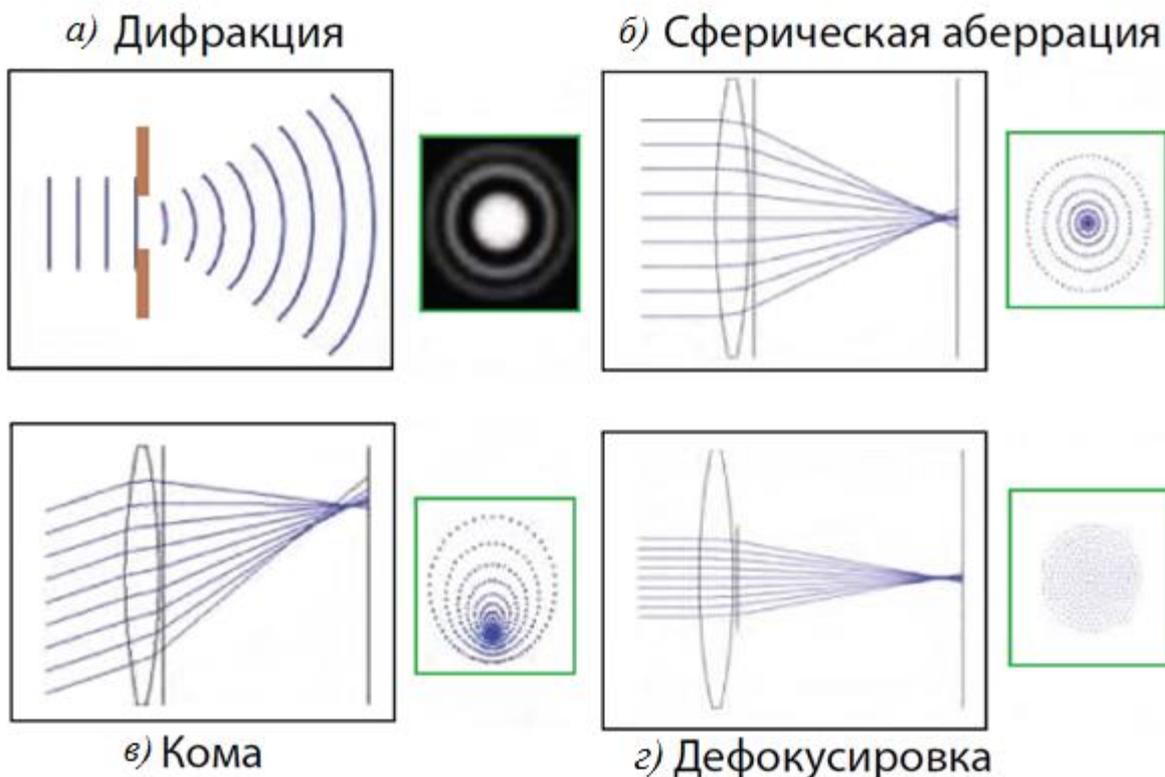
$$J'(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} J(x, y) h(x' - m_x x, y' - m_y y) dx dy, \quad (6.1)$$

где $m_{x,y}$ обозначает масштабирование изображения в результате действия оптической системы; ФРТ $h(x' - m_x x, y' - m_y y)$ представляет собой изображение каждой точки источника излучения $J(x, y)$. В случае отсутствия масштабирования, т. е. при $m=1$, выражение (6.1) можем переписать в упрощённом виде, воспользовавшись интегралом свёртки: $J'(x', y') = J(x, y) \otimes h(x, y)$.

Теоретически знание ФРТ оптической системы позволяет восстановить информацию об источнике излучения на основе его изоб-

ражения. На практике изображение, полученное при помощи реальных оптических систем, содержит неполную информацию об источнике излучения; качество изображения ограничено непременно присутствующими в оптических системах aberrациями, а также дифракцией. В связи с этим качество изображения существенно зависит от спектра излучения источника (распределения излучения по длинам волн), размеров оптической системы, положения источника относительно оптической системы.

В общем случае дифракция возникает при огибании световой волной препятствий. На фрагменте „а” рисунка представлено изображение точечного источника, полученное при прохождении излучения через оптическую систему с круглой апертурной диафрагмой; такое изображение в литературе получило название дифракционной картины Эйри, а его центральная область – диска Эйри. В оптических системах с диафрагмой дифракционная картина зависит от длины волны излучения, диаметра диафрагмы, фокусного расстояния оптической системы.



Схематичные иллюстрации четырёх оптических эффектов и присущих им функций рассеяния точки

На фрагментах „б – г” схематично приведены изображения точечного источника при прохождении через оптическую систему с aberrациями, такими как сферическая, aberrация кома, дефокусировка. В общем случае aberrация – это отклонение построения изображения предмета реальными оптическими системами от предсказаний параксиальной оптики [29]. Дефокусировка возникает, когда предмет находится вне фокуса.

6.2. Понятие оптической передаточной функции

Итак, распределение выходного сигнала в плоскости изображения $J'(x', y')$ характеризуется ФРТ. Однако дифракционные эффекты описываются в области пространственных частот. Для описания структуры источников излучения с учётом таких эффектов вводится оптическая передаточная функция (ОПФ) (англ.: optical transfer function). Она задаётся как Фурье-образ ФРТ:

$$H(k_x, k_y) = F[h(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp[-2\pi i(k_x x + k_y y)] dx dy,$$

где k_x и k_y – пространственные частоты в соответствующих направлениях. Таким образом, выходной сигнал в области пространственных частот задаётся выражением

$$J'(k'_x, k'_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} J(x, y) h(x, y) \exp[-2\pi i(k_x x + k_y y)] dx dy. \quad (6.2)$$

Оптическая передаточная функция является комплексной величиной и в общем виде может быть задана следующим образом:

$$H(k_x, k_y) = T(k_x, k_y) e^{i\phi(k_x, k_y)}. \quad (6.3)$$

В выражении (6.3) величина $T(k_x, k_y) = |H(k_x, k_y)|$, характеризующая амплитудную часть ОПФ, называется модуляционной передаточной функцией, а $\phi(k_x, k_y)$, описывающая её фазу, – фазовой передаточной функцией, или частотно-фазовой характеристикой.

Задание: получить аналитическое выражение для ОПФ оптической системы: 1) с круглой диафрагмой диаметром D ; 2) квадратной диафрагмой шириной a при прохождении через систему когерентного излучения. Коэффициент пропускания оптической системы полагать равным единице. Оптическую систему рассматривать в безабберационном пределе.

Выполнение

В предыдущей теме было показано, что описание воздействия оптической системы с диафрагмой осуществляется при помощи зрачковой функции.

1. В отсутствии aberrаций и поглощения энергии зрачковая функция системы с круглой диафрагмой задаётся выражением

$$f_c(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{при } x^2 + y^2 \leq (D/2)^2, \\ 0 & \text{при } x^2 + y^2 > (D/2)^2. \end{cases}$$

Математическая функция, при помощи которой описывается круглое отверстие единичного радиуса $r = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$, задаётся как

$$\text{circ}(r) = \begin{cases} 1 & \text{при } r \leq 1, \\ 0 & \text{при } r > 1. \end{cases}$$

Выразим зрачковую функцию круглой диафрагмы $f_c(x, y)$ через функцию circ и в результате получим

$$f_c(x, y) = \text{circ}\left(\frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{D}\right). \quad (6.4)$$

Как было показано в предыдущей теме, зрачковая функция оптической системы с диафрагмой является импульсным откликом системы. В соответствии с определением ОПФ (6.2) выполним преобразование Фурье функции (6.4), $H_c(k_x, k_y) = F[f_c(x, y)]$ и получим выражение для ОПФ системы с круглой диафрагмой в виде

$$H_c(k_x, k_y) = \frac{J_{B1}\left(2\pi\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\right)}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}},$$

где специальная функция J_{B1} есть функция Бесселя первого порядка.

2. Зрачковая функция системы с квадратной диафрагмой задаётся выражением

$$f_r(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{при } |x| \leq a/2, |y| \leq a/2, \\ 0 & \text{при } |x| > a/2, |y| \leq a/2. \end{cases}$$

Функция $\text{rect}(x)$ в одномерном случае описывает диафрагму единичной ширины $a=1$ и в упрощённом виде задаётся следующим образом:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } |x| \leq 1/2, \\ 0 & \text{при } |x| > 1/2. \end{cases}$$

Выразим зрачковую функцию $f_r(x, y)$ через функцию rect . При выражении следует учесть, что $f_r(x, y)$ является двумерной, а rect – одномерной. В результате получим следующее выражение для зрачковой функции квадратной диафрагмы:

$$f_r(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{a}\right). \quad (6.5)$$

Выполним преобразование функции (6.5), $H_c(k_x, k_y) = F[f_c(x, y)]$ и получим выражение для ОПФ системы с квадратной диафрагмой в виде

$$H_r(k_x, k_y) = \frac{1}{a^2} \text{sinc}\left(\frac{k_x}{a}\right) \text{sinc}\left(\frac{k_y}{a}\right).$$

Задание для самостоятельного выполнения: получить аналитическое выражение для ОПФ оптической системы:

а) с эллиптической диафрагмой с шириной эллипса a_x вдоль оси x и a_y вдоль оси y ;

б) прямоугольной диафрагмой шириной a_x вдоль оси x и a_y вдоль оси y ;

в) эллиптической диафрагмой с шириной эллипса a вдоль оси x и $2a$ вдоль оси y и коэффициентом пропускания оптической системы $\sqrt{\gamma} = \text{const}$;

г) диафрагмой в виде кольца, внешний и внутренний диаметры которого составляют D_1 и D_2 соответственно;

д) диафрагмой в форме квадратной рамки с шириной внешнего контура a и шириной внутреннего контура $a/2$;

е) квадратной диафрагмой шириной a и коэффициентом пропускания, величина которого уменьшается вдоль оси x от одного края диафрагмы к другому в соответствии с зависимостью $\sqrt{\gamma(x)} = e^{-(x+a/2)}$.

Оптическую систему рассматривать в безабберационном пределе. Коэффициент пропускания оптической системы полагать равным единице, если не указано иное.

Тема 7. ЗЕРКАЛА С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ

7.1. Типы корректоров волнового фронта

Ещё одним ключевым компонентом АОС являются корректоры волнового фронта. Их условно можно разделить на две группы.

1. *Пространственные модуляторы света*

Они представляют собой растры жидкокристаллических микролинз [30]. Фазой излучения, проходящего через КВФ данного типа, можно управлять, изменяя при помощи электрического или оптического воздействия показатель преломления каждой отдельной микролинзы. Возможна пространственная модуляция как проходящего излучения, так и отражённого. В сравнении с КВФ других типов основным преимуществом пространственных модуляторов является их высокое пространственное разрешение, достижимое благодаря малым размерам микролинз. Их основные недостатки следующие. Во-первых, пространственные модуляторы обеспечивают малый диапазон изменения фазы, которого зачастую оказывается недостаточно для исправления сильных искажений волнового фронта. Во-вторых, модуляторы способны работать только с поляризованным светом, ось поляризации которого совпадает с осью жидких кристаллов.

2. *Деформируемые зеркала*

Основной характеристикой таких зеркал является возможность локально изменять кривизну отражающей поверхности, что позволяет управлять формой волнового фронта отражаемого от них излучения. Основное преимущество КВФ такого типа заключается в том, что они обеспечивают малые потери энергии излучения при отражении. Это позволяет применять их в АОС, предназначенных для работы с излучением слабой интенсивности.

В зависимости от характера формирования отражающей поверхности можно ввести следующую классификацию ДЗ.

1. Зеркала с синтезированной апертурой, или сегментированные зеркала.

Сегментированное зеркало представляет собой зеркальный растр, при этом положением, ориентацией в пространстве и/или фор-

мой каждого сегмента растра можно управлять независимо от остальных сегментов [31]. Наиболее часто сегменты обладают квадратной или гексагональной формой. Схематично зеркало с синтезированной апертурой изображено на рис. 7.1, *а*.

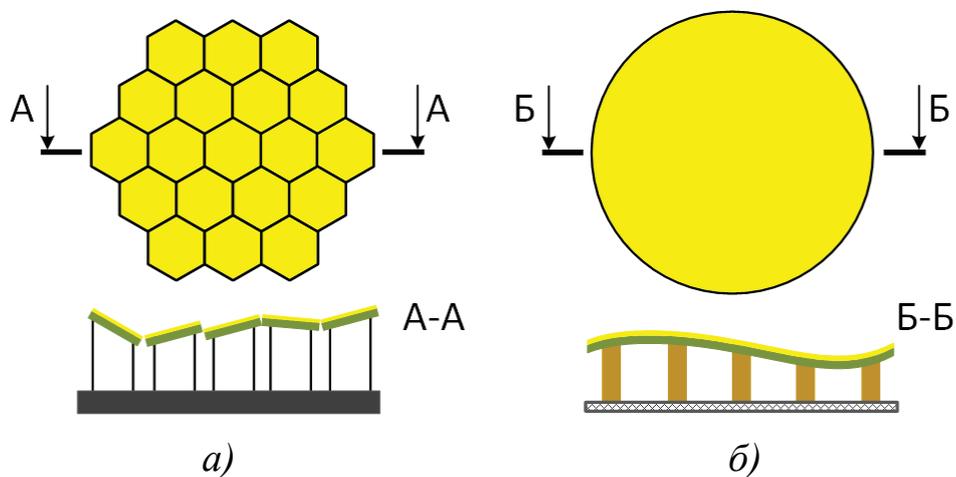


Рис. 7.1. Схематическое изображение зеркала: *а* – сегментированного; *б* – непрерывного деформируемого, главной плоскости и поперечного сечения

Преимущества КВФ на основе сегментированных зеркал следующие. Современные технологии позволяют создавать зеркала с большим числом сегментов, характеризующихся малыми размерами и плотностью компоновки (порядка сотен сегментов в зеркале общим диаметром не более пяти миллиметров), что положительно сказывается на качестве получаемого изображения. Также сегментированные зеркала обладают малым временем отклика на управляющие сигналы.

2. Непрерывные зеркала

Они обладают гибкой непрерывной отражающей поверхностью, форма которой может меняться под влиянием внешних воздействий [32]. Схематично непрерывное зеркало представлено на рис. 7.1, *б*.

7.2. Принципы управления зеркалами с синтезированной апертурой

Управление пространственными характеристиками отдельных сегментов осуществляется с целью придать отражающей поверхности всего зеркала требуемую форму [33]. Для управления сегментами используются три степени свободы: наклон относительно исходного

положения; поворот вокруг осей, лежащих в плоскости сегмента, а также перемещение вдоль оси, перпендикулярной плоскости сегмента. Степени свободы, связанные с перемещением и вращением в плоскости сегмента, обычно не рассматриваются. Схематично сегмент зеркала с синтезированной апертурой с обозначенными ключевыми точками изображён на рис. 7.2.

Управление положением каждого сегмента в пространстве осуществляется при помощи механических приводов, которые крепятся к сегменту в нескольких точках, что уменьшает вклад нежелательных деформаций сегмента за счёт силы тяжести. Данная мера позволяет при построении модели рассматривать сегменты как недеформируемые объекты.

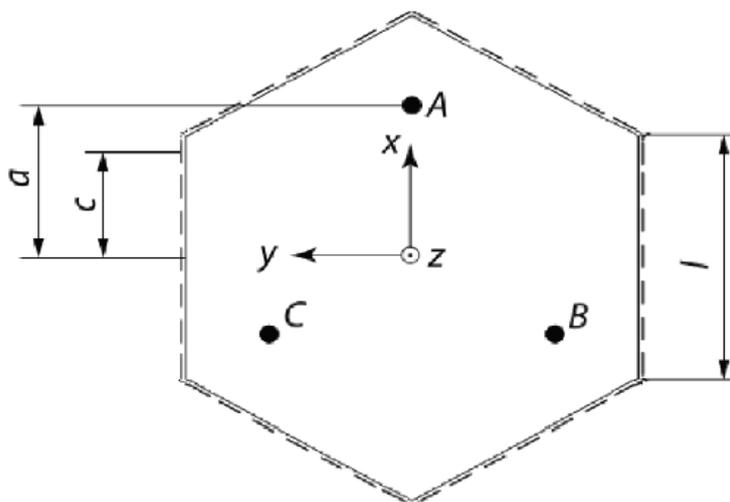


Рис. 7.2. К построению модели движения сегментов гексагональной формы зеркала с синтезированной апертурой

Задание: построить модель движения сегментов гексагональной формы зеркала с синтезированной апертурой. Сегмент рассматривается как плоская симметричная тонкая пластина, перпендикулярная оптической оси зеркала. Движение сегмента описывается в декартовой системе координат с началом в центральной точке (центре тяжести) сегмента (см. рис. 7.2).

Манипулирование сегментом осуществляется тремя приводами в точках A , B и C . В общем случае мы можем рассматривать приводы как пружины с некоторой жёсткостью, причём жёсткость при боко-

вых (в плоскости сегмента) и осевых (в перпендикулярном плоскости сегмента направлении) нагрузках неодинакова. Будем полагать поперечную жёсткость k_{\perp} одинаковой в направлениях x и y . Жёсткость в направлении z обозначим как k_{ax} . Также для пружины введём коэффициент демпфирования c_{\perp} в плоскости xu и c_{ax} в направлении z . Обозначим конечные точки приводов как A' , B' и C' : они связаны с точками A , B и C на сегменте.

Исходные данные задачи: положение конечных точек приводов $(x_{A',B',C'}, y_{A',B',C'}, z_{A',B',C'})$, а также внешние силы, воздействующие на сегмент со стороны приводов $(F_{x,y,z}^G)$.

Найти уравнения движения для координат центра тяжести $G(x_G, y_G, z_G)$ и углов поворота сегмента вокруг осей x и y $(\theta_{x,y}^G)$, а также силы воздействия приводов на зеркало $(F_{x,y,z}^{A,B,C})$.

Выполнение

Запишем уравнения движения для центра масс сегмента, обозначенного точкой G с координатами (x_G, y_G, z_G) . Перемещение центра масс в каждом из трёх направлений в соответствии со вторым законом Ньютона описывается следующей системой уравнений:

$$m \frac{d\alpha_G}{dt} = F_{\alpha}^G, \quad (7.1)$$

где для краткости введено обозначение $\alpha = x, y, z$; m – масса сегмента; F_{α}^G – проекции результирующей внешних сил, действующих на сегмент, на соответствующие оси. Следующие уравнения описывают поворот сегмента вокруг соответствующих осей системы координат:

$$I_{\beta} \frac{d^2\theta_{\beta}^G}{dt^2} = T_{\beta}, \quad (7.2)$$

где $\beta = x, y$; I_{β} – момент инерции; T_{β} – момент силы (крутящий момент), θ_{β}^G – угол поворота вокруг соответствующих осей. Как было указано ранее, поворот сегмента вокруг оси z , перпендикулярной

плоскости сегмента, может быть исключён из рассмотрения. Для моментов инерции шестиугольника справедливо соотношение $I_{x,y} = 5\sqrt{3}l^4\chi/16$, где l – длина стороны шестиугольника; χ – поверхностная плотность, которая для шестиугольной конфигурации сегмента задаётся как $x = 2m/3l^2\sqrt{3}$.

Силы воздействия приводов на сегмент определяются следующим выражением:

$$F_{\beta}^G = k_{\perp}[\beta_{A'} + \beta_{B'} + \beta_{C'} - 3\beta_G] - 3c_{\perp} \frac{d\beta_G}{dt}. \quad (7.3)$$

Аналогично запишем выражения для внешних сил в направлении z :

$$F_z^A = k_{ax}(z_{A'} - z_A) - c_{ax} \frac{dz_A}{dt} + P_z^A, \quad (7.4a)$$

$$F_z^B = k_{ax}(z_{B'} - z_B) - c_{ax} \frac{dz_B}{dt} + P_z^B, \quad (7.4b)$$

$$F_z^C = k_{ax}(z_{C'} - z_C) - c_{ax} \frac{dz_C}{dt} + P_z^C. \quad (7.4b)$$

В выражениях (7.4) переменные $P_z^{A,B,C}$ описывают не связанные с действием приводов внешние силы, например силу ветра. В настоящем рассмотрении мы пренебрежём силами $P_z^{A,B,C}$.

Перемещения сегмента вдоль оси z в точках A , B и C могут быть получены из геометрических соображений с учётом данных о перемещении центра масс G :

$$z_A = z_G - a\theta_y^G, \quad (7.5a)$$

$$z_B = z_G - \frac{\sqrt{3}}{2}a\theta_x^G + \frac{1}{2}a\theta_y^G, \quad (7.5b)$$

$$z_C = z_G + \frac{\sqrt{3}}{2}a\theta_x^G + \frac{1}{2}a\theta_y^G. \quad (7.5b)$$

Параметр a в выражениях (7.5) определён на рис. 7.2. Скорости перемещения сегмента $dz_{A,B,C} / dt$ находятся дифференцированием по времени правой и левой частей уравнений (7.5).

На основе приведённых уравнений (7.1) – (7.5) можем записать систему уравнений движения центра масс G сегмента зеркала с синтезированной апертурой:

$$\frac{d^2 x_G}{dt^2} = \frac{k_{\perp}}{m} [x_{A'} + x_{B'} + x_{C'} + 3x_G] - 3c_{\perp} \frac{dx_G}{dt}, \quad (7.6a)$$

$$\frac{d^2 y_G}{dt^2} = \frac{k_{\perp}}{m} [y_{A'} + y_{B'} + y_{C'} - 3y_G] - 3c_{\perp} \frac{dy_G}{dt}, \quad (7.6b)$$

$$\frac{d^2 z_G}{dt^2} = \frac{k_{ax}}{m} [z_{A'} + z_{B'} + z_{C'} + 3z_G] - \frac{3c_{ax}}{m} \frac{dz_G}{dt}, \quad (7.6b)$$

а также систему уравнений для углов поворота сегмента

$$\frac{d^2 \theta_x^G}{dt^2} = \frac{\sqrt{3} k_{ax} a}{2I_x} [z_{C'} - z_{B'} - \sqrt{3} a \theta_x^G], \quad (7.7a)$$

$$\frac{d^2 \theta_y^G}{dt^2} = \frac{k_{ax} a}{2I_x} [z_{B'} + z_{C'} - 2z_{A'} - 3a \theta_y^G]. \quad (7.7b)$$

Силы, с которыми приводы воздействуют на сегмент зеркала, задаются следующими выражениями:

$$F_x^{A',B',C'} = -\frac{F_x^G}{3}, \quad F_y^{A',B',C'} = -\frac{F_y^G}{3},$$

$$F_z^{A'} = -k_{ax}(z_{A'} - z_A), \quad F_z^{B'} = -k_{ax}(z_{B'} - z_B), \quad F_z^{C'} = -k_{ax}(z_{C'} - z_C).$$

Задание для самостоятельного выполнения: записать систему уравнений (7.6) в матричной форме

$$\frac{d}{dt} \mathbf{v}_{in} = \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_{in} + \mathbf{u}_2,$$

и задав вектор входных данных \mathbf{v}_{in} в виде $\mathbf{v}_{in} = \left\{ x_G, y_G, z_G, \frac{dx_G}{dt}, \frac{dy_G}{dt}, \frac{dz_G}{dt} \right\}$.

Вид матриц $\mathbf{u}_{1,2}$ определить из (7.6).

Задание для самостоятельного выполнения: записать в матричной форме систему уравнений (7.7).

Задание для самостоятельного выполнения: построить модель движения сегментов зеркала с учётом внешних сил $P_z^{A,B,C}$.

Тема 8. СПОСОБЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ, ФОРМИРУЕМОГО ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

Оценка качества изображений, формируемых оптической системой, осуществляется в соответствии с принятыми критериями. Используемые критерии: разрешающая способность, отношение Штреля (англ.: Strehl ratio), критерий Марешаля (англ.: Marechal), критерий Спэрроу (англ.: Sparrow), энергия в круге (англ.: fractional encircled energy). Следует отметить, что каждый критерий в отдельности не даёт полного представления о качестве изображения, поэтому одновременно используют несколько критериев.

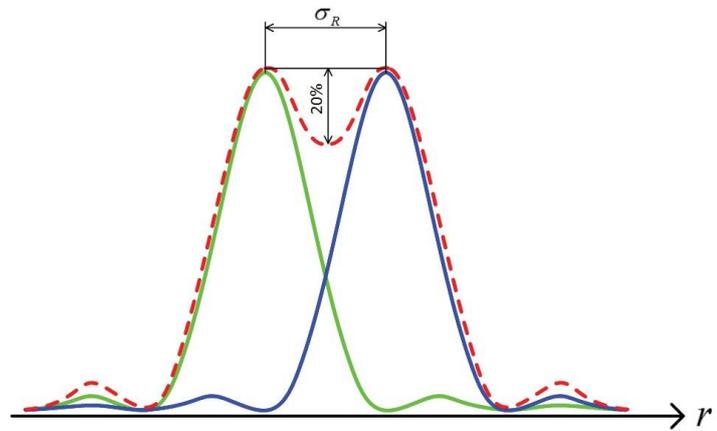
8.1. Разрешающая способность

В общем случае разрешающая способность оптической системы описывает, насколько хорошо различаются изображения двух точечных источников. На качество изображения влияет большое число факторов, например таких, как особенности конструкции оптической системы, характеристики оптических компонентов, особенности освещения отображаемого предмета или особенности излучения самосветящегося источника. Подход, основанный на различении (разрешении) двух точек, позволяет оценить качество изображения независимо от указанных факторов.

Критерий Рэля

Как было продемонстрировано в предыдущих темах, изображением точечного источника, которое строит реальная оптическая система, является не точка, а некоторое распределение интенсивности излучения в плоскости изображения. Так, в безабберационной системе с круглой диафрагмой изображение представляет собой картину Эйри (см. рисунок к 6-й теме). Радиальное распределение в плоскости изображения оптической системы с круглой диафрагмой интенсивности излучения двух одинаковых точечных источников представлено схематично на рисунке ниже. В соответствии с *критерием Рэля* два точечных источника могут быть разрешены оптической системой, ес-

ли максимум освещённости изображения одного из них совпадает с первым минимумом другого. Как видно на рисунке, на суммарном распределении интенсивности излучения двух источников в центре имеется минимум. Интенсивность в этом минимуме составляет примерно 73,5 % максимальной интенсивности. Величина провала интенсивности составляет примерно 26,5 %. Для щелевой диафрагмы провал составляет около 18,9 %. На основе приведённых оценок критерий Рэля часто формулируют следующим образом: если



К определению критерия Рэля

провал в распределении интенсивности излучения в плоскости изображения двух близко расположенных точек не превышает 20 % максимального значения, такие точки разрешаются оптической системой.

При когерентном излучении источников критерий Рэля для оптической системы с круглой диафрагмой можно задать выражением $d/L = 1.22\lambda/D$, где d – расстояние между источниками излучения; L – удаление источников от оптической системы; λ – длина волны света; D – диаметр диафрагмы.

Модифицированный критерий Спэрроу

Критерий Рэля некорректно использовать, когда распределение интенсивности каждого отдельного источника имеет ненулевой минимум, а также если источники обладают разной яркостью. Указанные особенности излучения учитывает модифицированный критерий Спэрроу. Согласно ему два объекта разрешаются оптической системой, когда в некоторой точке z'_0 на оси z' , проходящей через центры распределений интенсивностей обоих источников, первая и вторая производные суммарного распределения интенсивностей в плоскости

изображения обращаются в ноль: $\left. \frac{\partial^2 I(z')}{\partial (z')^2} \right|_{z'=z'_0} = 0$ и $\left. \frac{\partial I(z')}{\partial z'} \right|_{z'=z'_0} = 0$.

Когда оба источника обладают одинаковой яркостью и разрешены оптической системой, суммарное распределение интенсивностей в плоскости изображения имеет минимум посередине между центрами распределения интенсивностей изображений каждого объекта. Если яркости источников неодинаковы, то минимум суммарной интенсивности изображения будет смещён в сторону изображения источника меньшей яркости.

8.2. Число Штреля и критерий Марешала

Аберрации существенно меняют изображения предметов, которые строят реальные оптические системы. Так, в изображении точечного источника под влиянием аберраций часть энергии из центральной области (диска Эйри) может перекачиваться в кольца, что повышает интенсивность последних и уменьшает интенсивность центрального максимума. Кроме того, на изображении могут проявляться дополнительные локальные максимумы в виде ярких точек. Это шумовые эффекты, связанные, например, с присутствием в области предметов дополнительных источников излучения или вторичным отражением излучения основного источника. Таким образом, оптические системы должны не только обладать высокой разрешающей способностью, но и позволять выделять изображение объектов на фоне дополнительных шумов. Для оценки качества изображения в присутствии указанных эффектов вводится число Штреля. Оно задаёт отношение пиковой интенсивности реального изображения точечного источника $I_A(0,0)$ к пиковой интенсивности изображения в отсутствие аберраций и шума $I_{NA}(0,0)$, т. е. изображения, полученного только с учётом дифракционных эффектов:

$$S_R = \frac{I_A(0,0)}{I_{NA}(0,0)}.$$

Поскольку интенсивность точечного источника описывается ФРТ, можем записать число Штреля как $S_R = \frac{h_A(0,0)}{h_{NA}(0,0)}$. В работах [34, 35] показано, что число Штреля может быть задано как

$$S_R = \frac{\left| \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \gamma(r', \theta') e^{2\pi i W(r', \theta')} r' dr' d\theta' \right|^2}{\left| \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \gamma(r', \theta') r' dr' d\theta' \right|^2}, \quad (8.1)$$

где подынтегральные выражения описывают функции круглого зрачка с единичным радиусом: выражение в числителе описывает оптическую систему с aberrациями, в знаменателе – без учёта aberrаций; $\sqrt{\gamma(r', \theta')}$ – коэффициент пропускания оптической системы, который в общем случае зависит от (r', θ') ; $W(r', \theta')$ характеризует вклад aberrаций; r' и θ' – радиальная и угловая координаты в полярной системе координат. Пренебрегая aberrациями выше второго порядка по $W(r', \theta')$, а также полагая $\gamma = 1$, перепишем выражение для числа Штреля в виде

$$S_R \approx 1 - (2\pi\sigma)^2, \quad (8.2)$$

где $\sigma^2 = \langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2$; угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по координатам; σ^2 – дисперсия aberrаций по зрачку; σ – среднеквадратичное отклонение aberrаций.

Последнее выражение называется равенством Марешаля. На величину σ вводится допуск Марешаля: $\sigma \leq 1/14$.

Задание: из (8.1) получить выражение (8.2) с учётом указанных приближений.

Выполнение

При $\gamma = 1$ интеграл в знаменателе находится как

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \gamma r' dr' d\theta' = \int_0^{2\pi} \int_0^1 r' dr' d\theta' = \pi.$$

Таким образом, выражение (8.1) принимает вид

$$S_R = \left| \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 e^{2\pi i W(r', \theta')} r' dr' d\theta' \right|^2. \quad (8.3)$$

Разложим экспоненту в ряд по $W(r', \theta')$ и перепишем (8.3) как

$$S_R \approx \frac{1}{\pi^2} \left| \int_0^{2\pi} \int_0^1 (1 + 2\pi i W(r', \theta') + \frac{1}{2} (2\pi i W(r', \theta'))^2 + \dots) r' dr' d\theta' \right|^2. \quad (8.4)$$

Пользуясь тем фактом, что вклад aberrаций выше второго порядка $W(r', \theta')$ мал, можем аппроксимировать (8.4) выражением

$$S_R \approx \left| 1 + 2\pi i \langle W \rangle - \frac{(2\pi)^2}{2} \langle W^2 \rangle \right|^2 \approx 1 - (2\pi)^2 (\langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2) = 1 - (2\pi\sigma)^2,$$

где $\langle W \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 W(r', \theta') r' dr' d\theta'$, $\langle W^2 \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 W^2(r', \theta') r' dr' d\theta'$.

8.3. Нормированная мощность в конусе

Данный параметр – нормированная мощность в конусе (англ.: normalized power in the bucket) – задаётся в дополнение к числу Штреля. Он определяет отношение мощности излучения, прошедшего через оптическую систему с aberrациями, к теоретическому значению мощности в безaberrационной системе в плоскости изображения и задаётся выражением

$$P_B = \frac{\iint_{S_B} I_A(x', y') dx' dy'}{\iint_{S_B} I_{NA}(x', y') dx' dy'}, \quad (8.5)$$

где S_B – площадь светового пятна в плоскости изображения.

В общем случае размер пучка меняется по мере распространения излучения. В оптической системе с круглым зрачком диаметр пучка определяется выражением

$$D_B \approx 2.44 \frac{\lambda Z'}{nD},$$

где λ – длина волны излучения; Z' – расстояние от выходного зрачка до плоскости изображения; n – показатель преломления среды, в которой распространяется излучение; D – диаметр зрачка.

8.4. Доля прошедшей энергии

Данный параметр (англ.: fractional encircled energy) показывает, какая часть энергии прошедшего через оптическую систему светового излучения содержится в световом пятне площадью S_B . Он определяется выражением

$$E_{\text{enc}} = \frac{\iint I_A(x', y') dx' dy'}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_A(x', y') dx' dy'}. \quad (8.6)$$

Задание для самостоятельного выполнения: на основе определений (8.5) и (8.6) записать выражения для P_B и E_{enc} в оптической системе с круглым зрачком в полярных координатах (r', θ') ; для r' и θ' указать пределы интегрирования.

Тема 9. ТЕХНОЛОГИИ СОЗДАНИЯ УЗЛОВ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

9.1. Изготовление деформируемых зеркал

Деформируемые зеркала – это сложные оптоэлектронно-механические устройства. При их изготовлении предъявляются высокие требования к качеству материалов, а также к таким параметрам, как скорость отклика, линейность, температурная устойчивость и др. Разнообразие конструкций и принципов действия ДЗ предполагает большой набор технологий их создания. Наиболее широко применяемые в настоящее время конструкции ДЗ с их основными характеристиками приведены в таблице.

Конструкции деформируемых зеркал

Тип зеркала	Конструкция и принцип изменения формы	Характеристика
Непрерывная фазовая пластина (рис. 9.1, а)	Тонкая зеркальная пластина, к поверхности которой прикреплены пьезоэлектрические или электрострикционные приводы, обеспечивающие локальные смещения пластины. Форма пластины описывается выражением $r(x, y) = \sum_j V_j r_j(x, y)$, где V_j – напряжение, приложенное к j -му приводу; $r_j(x, y)$ – функция отклика	<ul style="list-style-type: none"> • Число приводов до 10^5; • расстояние между приводами 2 – 10 мм; • рабочее напряжение сотни вольт; • смещение до 10 мкм
Биморфное (рис. 9.1, б)	Тонкая зеркальная пластина, к поверхности которой прикреплён двухслойный пьезоэлектрический материал. Поверхности пьезоэлектрических слоёв снабжены металлическими электродами. Прикладывание напряжения к электродам вызывает изгиб конструкции за счёт обратного пьезоэффекта. Форма пластины описывается уравнением $\nabla^4 r(x, y) = -A \nabla^2 V(x, y)$, где A – постоянный коэффициент, характеризующий пьезоэлектрические свойства материала; $V(x, y)$ – распределение напряжения в плоскости (x, y)	<ul style="list-style-type: none"> • Число приводов (электродов) до 100; • размер зеркала до 200 мм; • рабочее напряжение сотни вольт; • смещение – единицы микрометров

Тип зеркала	Конструкция и принцип изменения формы	Характеристика
Мембранное (рис. 9.1, в)	Тонкая зеркальная пластина, управление формой которой осуществляется матрицей электростатических приводов. Форма пластины описывается уравнением $\nabla^2 r(x, y) = q(V_j)/D$, где $q(V_j) \approx V_j^2$ характеризует механические напряжения, D описывает изгибную жёсткость мембраны	<ul style="list-style-type: none"> • Число приводов (электродов) до 10^3; • рабочее напряжение сотни вольт; • смещение – единицы микрометров
Сегментированное (рис. 9.1, з)	Множество отдельных зеркальных элементов, снабжённых собственными независимыми приводами, формирует общую отражающую поверхность	<ul style="list-style-type: none"> • Число приводов на один элемент от 1 до 3; • полный размер зеркала до десятков метров; • смещение фрагментов зеркала по требованию

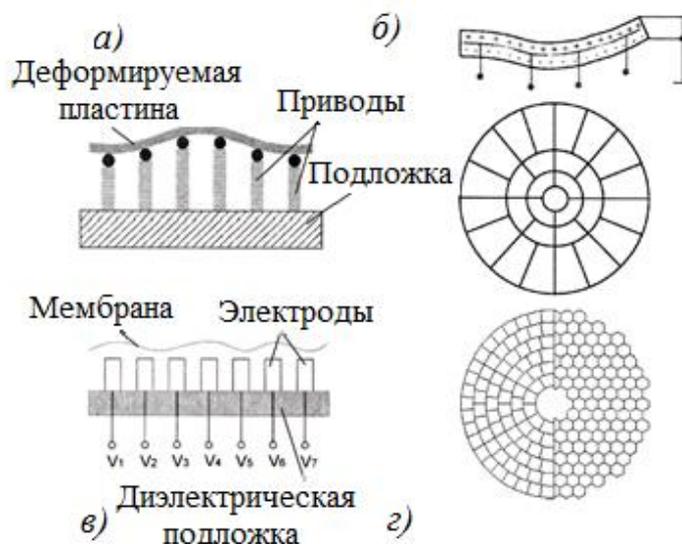


Рис. 9.1. Иллюстрация к таблице

Несмотря на большое разнообразие типов ДЗ, можно сформулировать к ним общие требования. Так, корректоры волнового фронта должны обладать как можно большим числом степеней свободы; их скорость реакции на внешнее воздействие должна быть достаточной для обеспечения возможности динамического исправления аберраций. Выбор типа ДЗ производится в зависимости от того, какое требование является приоритетным.

Рассмотрим один из методов изготовления биморфного зеркала, разработанный в Институте керамических технологий и систем им. Фраунгофера (англ.: The Fraunhofer Institute for Ceramic Technologies and Systems, IKTS) [36]. Это метод трафаретной печати.

Этапы нанесения слоёв представлены на рис. 9.2. На первом этапе золотая паста наносится на поверхность кремниевой подложки, под воздействием высоких температур осуществляется её спекание в монолитный слой. Образованная сплошная золотая плёнка выступает в роли электрода. Затем на поверхность электрода через маску (трафарет) наносится паста из пьезоэлектрического материала и также спекается в сплошной массив. Второй пьезоэлектрический слой формируется аналогичным образом. В результате образуется массив пластин заданной формы, обладающих пьезоэлектрическими свойствами. На следующем этапе на поверхность пластин в присутствии той же маски наносится золотая паста, которая после спекания образует отдельные для каждой пластины электроды. Результатом последовательного нанесения слоёв является биморфное зеркало, расположение электродов на котором задано используемым трафаретом.



Рис. 9.2. Этапы изготовления биморфного зеркала: *a* – золотой электрод на подложке; *б* – пьезоэлектрический слой на золотом электроде; *в* – отдельные золотые электроды на пьезоэлектрическом слое

В работе [37] описана технология изготовления мембранного зеркала. Схематично мембранное зеркало изображено на рис. 9.3, *a*. Мембрана выполняется из нитрида кремния, поскольку этот материал обладает хорошими механическими свойствами. Плёнка нитрида кремния толщиной 0.8 – 1 мкм наносится на полированную кремниевую пластину. На поверхность пластины методом вакуумного напыления наносится отражающее покрытие – слой алюминия толщиной 0.4 мкм. Пластина разрезается на фрагменты. Каждый фрагмент представляет собой мембрану зеркала, устанавливается на отдельной подложке, на которую предварительно методом фотолитографии нано-

сятся металлические электроды. Фотография подложки с электродами представлена на рис. 9.3, б. На рис. 9.3, в приведена фотография смонтированного мембранного зеркала.

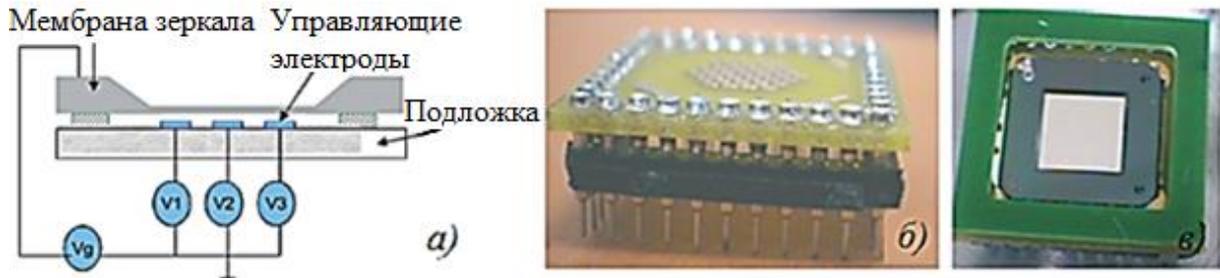


Рис. 9.3. Мембранное зеркало: а – схематичное изображение; б – фотография подложки мембранного зеркала с электродами; в – фотография готового изделия [37]

Основной характеристикой ДЗ, выполненных в виде тонких отражающих пластин, является функция воздействия приводов, или прогиб зеркала. В [38] на основе теории отклонения пучка рассчитан прогиб зеркала в двух предельных случаях: для абсолютно жёсткой пластины зеркала и абсолютно жёстких приводов.

Схематично рассматриваемые модели изображены на рис. 9.4. Выражения для прогиба задаются следующим образом:

$$y_{\text{pl}} = \frac{a^3 F}{6EI} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{a} \right)^3 - \frac{3}{2} \left(\frac{x}{a} \right)^2 + 1 \right], \quad (9.1a)$$

$$y_{\text{act}} = \frac{a^3 F}{24EI} \left[2 \left(\frac{x}{a} \right)^3 - 3 \left(\frac{x}{a} \right)^2 + 1 \right], \quad (9.16)$$

где x – расстояние от центра области соприкосновения привода и зеркала; F – сила, прикладываемая приводом к зеркалу; a – расстояние между приводами; I – момент инерции области зеркала; E – модуль упругости Юнга.

В [39] показано, что в тех же предельных случаях функции воздействия могут быть заданы в гауссовой форме

$$y_{\text{pl}} = A \exp \left[-B \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right], \quad (9.2a)$$

$$y_{\text{act}} = C \operatorname{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) \exp\left[-D\left(\frac{x}{a}\right)^2\right], \quad (9.26)$$

где константы A , B , C , и D зависят от механических свойств пластины зеркала и приводов.

В [40] показано, что функция воздействия приводов для реальных ДЗ может задаваться как линейная комбинация описываемых выражениями (9.1) и (9.2) предельных случаев:

$$y = \alpha y_{\text{pl}} + (1 - \alpha) y_{\text{act}}. \quad (9.3)$$

С учётом (9.2) можем переписать выражение (9.3) в виде

$$y = C_1 \left[4a + (1 - \alpha) \operatorname{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) \right] \exp\left[\ln\left(C_A \frac{1 + 3\alpha}{4\alpha}\right) \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right], \quad (9.4)$$

где введены обозначения $C_A = \frac{y(a)}{y(0)} = \frac{\alpha A \exp(-B)}{\alpha A + (1 - \alpha)C}$, $C_1 = \frac{a^3 F}{24EI}$, а также использованы приближения $A = 4C$ и $B = D$ [40].

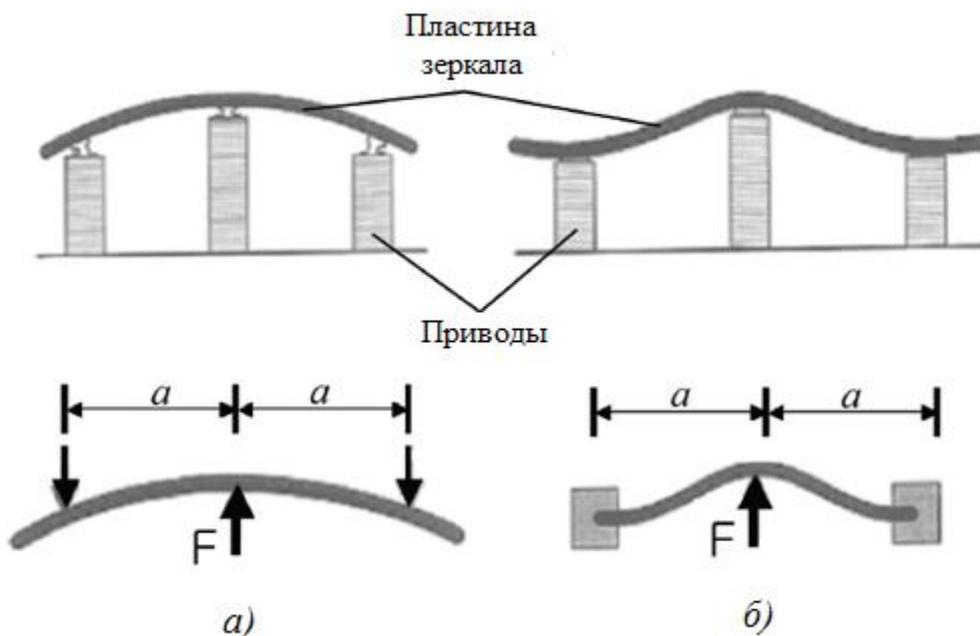


Рис. 9.4. Схематическое изображение и модель мембранного зеркала в пределе: a – абсолютно жёсткой пластины; b – абсолютно жёстких приводов [38]

Задание для самостоятельного выполнения: на основе выражения (9.4) построить зависимость $y(x)$ при значениях параметров $\alpha = 0; 0.2; 0.5; 0.8; 1$ и $C_A = 0.1; 0.2$. Значения x указывать в единицах a , значения y – в единицах C_1 . Сделать вывод об отличиях формы функции $y(x)$ для разных значений α при $|x|/a \leq 1$ и при $|x|/a > 1$.

9.2. Изготовление линзовых растров датчиков волнового фронта Шака – Гартмана

Линзовый растр в датчике Шака – Гартмана используется для разделения входящего излучения на множество световых пучков и их фокусировки в плоскости изображения. При проектировании линзовых растров особое внимание должно уделяться следующим их характеристикам.

1. Ориентация оптических осей микролинз. Необходимое условие корректной работы датчика Шака – Гартмана – параллельность оптических осей линз. Его выполнение гарантирует для излучения с плоским волновым фронтом строгую периодичность фокальных пятен в плоскости изображения. Положение микролинз. Точность, с которой задаётся положение линз массива существенным образом влияет на качество восстановления формы волнового фронта.

2. Коэффициент заполнения. Когда микролинзы в растре плотно пригнаны друг к другу, датчик улавливает большую часть входящего излучения, чем в случае, когда между линзами имеется зазор. Наилучшее заполнение плоскости растра обеспечивается линзами прямоугольной и гексагональной форм.

3. Количество микролинз. Оптимальное число линз в растре определяется областью применения датчика. Оно зависит от размеров входного зрачка системы, длины волны излучения и характера аберраций. Обычно число линз лежит в пределах от 25 до 1000.

4. Диаметр пятна излучения на приёмнике. Излучение при прохождении через микролинзу растра фокусируется в пятно конечного размера. Чем большую область в плоскости приёмника покрывает пятно, тем с большей точностью удаётся найти положение его центра, и, как следствие, с большей точностью вычислить наклон волнового фронта. Если в роли приёмника выступает CCD-камера (от англ.

charge-coupled device; прибор с зарядовой связью), требуется, чтобы пятно попадало на заданное число пикселей камеры. Так, при линейных размерах пикселей 10 мкм диаметр пятна должен быть порядка 50 мкм.

5. Фокусное расстояние. Оптимальное фокусное расстояние микролинз раstra для заданной АОС определяется областью её применения и характером aberrаций в системе. Для сильных искажений предпочтительны короткофокусные линзы. Линзы с большим фокусным расстоянием обеспечивают хорошую чувствительность к слабым искажениям. Как правило, фокусное расстояние лежит в диапазоне от 10 до 50 мм.

6. Шаг сетки. При проектировании линзового раstra требуется найти компромисс между количеством линз, размерами раstra и допустимым расстоянием между пятнами изображений на приёмнике (чтобы предотвратить их перекрывание). Шаг сетки задаёт период решётки микролинз в растре.

В работах [41, 42] описан метод изготовления длиннофокусного линзового раstra из полимерного материала. Схематические иллюстрации этапов процесса приведены на рис. 9.5.

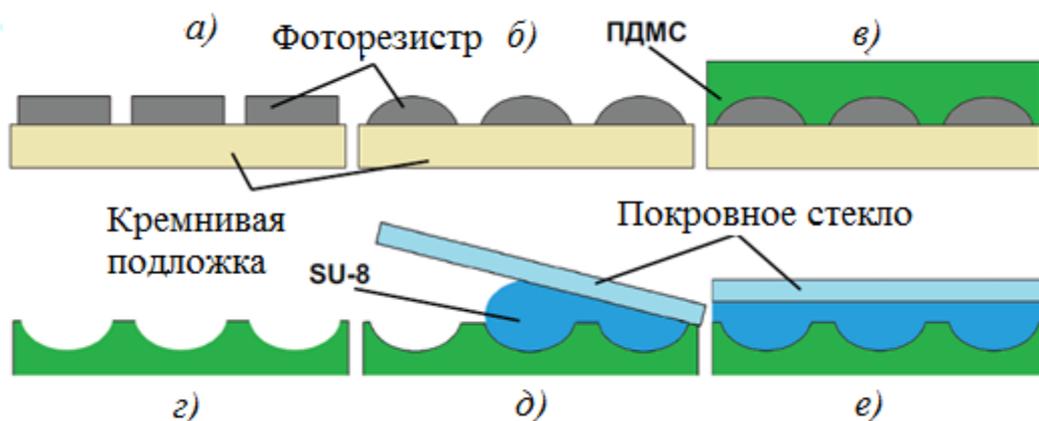


Рис. 9.5. Этапы изготовления длиннофокусного линзового раstra из полимерного материала [41, 42]

Перед началом процесса изготовления кремниевая подложка особым образом подготавливается: её поверхность очищают при помощи смеси $H_2O_2 + H_2SO_4$ и обезвоживают в печи при температуре 100 °С в течение 10 мин. Затем на подложку наносится слой непрозрачного фоторезиста (AZ-P4620) толщиной 13 мкм. Методом фотолито-

графии формируется решётка цилиндров из фоторезиста (рис. 9.5, а). После нагревания заготовки до температуры 150 °С в течение 40 с цилиндры оплавляются, приобретая сферический профиль (рис. 9.5, б). На следующем этапе на поверхность заготовки наносится жидкий полимер полидиметилсилоксан (ПДМС); толщина слоя такова, что ПДМС полностью покрывает полусферы из фоторезиста (рис. 9.5, в). Заготовка оставляется примерно на 10 мин, когда поверхность ПДМС становится плоской, заготовка нагревается до 80 °С и выдерживается при такой температуре 90 мин. Затем заготовка охлаждается до комнатной температуры, кремниевая подложка вместе с фоторезистом удаляется (рис. 9.5, з). Выемки на поверхности полимерной заготовки заполняются фоторезистом SU-8; заполненная заготовка покрывается стеклом (рис. 9.5, д). После застывания фоторезиста SU-8 заготовка становится длиннофокусным линзовым растром для ДВФ Шака – Гартмана (рис. 9.5, е).

На рис. 9.6 схематично изображено распространение света через микролинзу без дополнительного слоя и с дополнительным преломляющим слоем. В первом случае фокусное расстояние линзы задаётся выражением

$$f_a = \frac{R_c}{n_1 - 1}, \quad (9.5)$$

где R_c – радиус кривизны линзы.

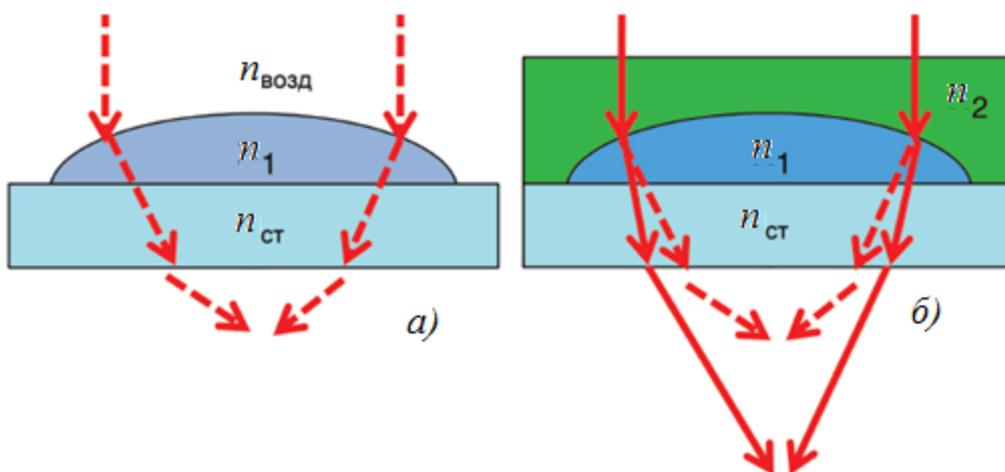


Рис. 9.6. Распространение света через микролинзу: а – без дополнительного слоя; б – с дополнительным преломляющим слоем [41, 42]

Во втором случае мы, по сути, имеем дело с линзовым дуплетом: одна линза – отрицательная из ПДМС с показателем преломления n_2 , вторая – положительная из SU-8 с показателем преломления n_1 . Фокусное расстояние системы двух линз находится в соответствии с выражением $f^{-1} = f_1^{-1} + f_2^{-1} - f_1^{-1} f_2^{-1} d$, где $f_{1,2}$ – фокусные расстояния соответствующих линз; d – расстояние между линзами. В результате фокусное расстояние линзы, представленной на рис. 9.6, \bar{b} , задаётся выражением

$$f_{\bar{b}} = \frac{R_c}{n_1 - n_2}. \quad (9.6)$$

Фокусные расстояния (9.5) и (9.6) отличаются друг от друга знаменателем, причём очевидно, что, поскольку $n_2 > 1$, фокусное расстояние $f_{\bar{b}}$ всегда превышает f_a .

Задание для самостоятельного выполнения: на основе выражения для фокусного расстояния двухкомпонентной оптической системы получить выражение (9.6) для линзы с дополнительным преломляющим слоем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Адаптивная оптика – это технология, используемая в современных оптических системах для коррекции искажений волнового фронта, влекущих потерю качества изображения и возникающих в результате внешних воздействий и самовоздействий. Современные достижения в оптике, микроэлектронике и прецизионном машиностроении позволяют создавать адаптивные оптические системы, вплотную приблизившиеся по качеству формируемого изображения к дифракционному пределу. Хотя системы адаптивной оптики используются в совершенно различных областях исследований и решают разные задачи, все они устроены и функционируют по общим физическим принципам и описываются одинаковыми математическими методами.

В настоящей работе рассмотрены две ключевые разновидности адаптивных оптических систем, отличающиеся друг от друга взаимным расположением конструктивных элементов: это системы с прямым управлением и с обратной связью. Вторые в отличие от первых обеспечивают контроль внесённых в волновой фронт излучения коррекций и позволяют проводить дополнительные коррекции в ходе дальнейшего функционирования системы. Приведены блок-схемы систем обоих типов.

В предлагаемом издании рассмотрены механизмы возникновения и способы описания аберраций в различных областях применения адаптивных оптических систем, как-то: оптическая астрономия, системы мощных лазеров и оптическая микроскопия. Показано, что в астрономии основным источником аберраций выступает турбулентная атмосфера. Изложены основы теории турбулентности Колмогорова, приведён ряд статистических моделей турбулентной атмосферы. В лазерных системах аберрации возникают в результате теплового воздействия лазерного излучения на компоненты лазерных систем: зеркала резонатора, активный кристалл, выходное окно лазера. Ещё один механизм – это тепловое самовоздействие излучения при его прохождении через среду. В оптической микроскопии в основе аберраций лежит пространственная неоднородность показателя преломления исследуемого объекта.

В работе описаны принципы действия датчиков волнового фронта двух типов: датчика Шака – Гартмана и датчика, работающего на интерференционных принципах. В основе датчиков второго типа лежит принцип интерференции световых волн. Приведены примеры возможной практической реализации таких датчиков. Датчики Шака – Гартмана более распространены в использовании. В работе рассмотрены методы восстановления формы волнового фронта на основе получаемых от них результатов измерений.

В краткой форме выполнено ознакомление с математическим аппаратом физической оптики для описания оптического излучения. Рассмотрено описание формирования оптического изображения с точки зрения теории сигналов, введены понятия функции рассеяния точки и оптической передаточной функции.

В пособии рассмотрен один тип корректоров волнового фронта – зеркало с синтезированной апертурой, а также принцип управления его отдельными сегментами.

Приведены критерии оценки качества оптических изображений, формируемых оптической системой. Так, показано, что для оценки разрешающей способности оптической системы в зависимости от особенностей пространственного распределения излучения могут использоваться критерии Рэля и Спэрроу. Для оценки вклада аберраций в излучения используется число Штреля и критерий Марешаля, в дополнение к которым рассчитываются нормированная мощность в конусе и доля прошедшей энергии.

В работе проведено обзорное ознакомление с некоторыми технологиями изготовления ключевых компонентов систем адаптивной оптики – деформируемых зеркал и линзовых растров датчиков Шака – Гартмана.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ермолаева, Е. В.* Адаптивная оптика / Е. В. Ермолаева, В. А. Зверев, А. А. Филатов. – СПб. : НИУ ИТМО, 2012. – 297 с.
2. *Paterson, C.* Constraints of ground-based observations: The atmosphere [Text] / C. Paterson // Optics in Astrophysics, NATO Science Series, R. Foy (ed.), F. Foy (ed.). – New York, Dordrecht, Heidelberg, London : Springer, 2005. – P. 1 – 10.
3. *Гудмен, Дж.* Статистическая оптика : пер. с англ. / Дж. Гудмен. – М. : Мир, 1988. – 528 с.
4. *Kolmogorov, A. N.* The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers / A. N. Kolmogorov // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. – 1991. – Vol. 434. – P. 9 – 13.
5. *Consortini, A.* A mixed method for measuring the inner scale of atmospheric turbulence / A. Consortini, Y. Y. Sun, Z. P. Li, G. Conforti // Journal of Modern Optics. – 1990. – Vol. 37. – P. 1555 – 1560.
6. *Conan, R.* Wavefront outer scale and seeing measurements at San Pedro Martir Observatory / R. Conan [et al.] // Astronomy and Astrophysics. – 2002. – Vol. 396. – P. 723 – 730.
7. *Tatarski, V. I.* Wave propagation in a turbulent medium / V. I. Tatarski. – NY, USA : Dover Publications, 1961. – 285 p.
8. *Azouit, M.* Optical turbulence profiling with balloons relevant to astronomy and atmospheric physics / M. Azouit, J. Vernin // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 2005. – Vol. 117. – P. 536 – 543.
9. *Гуревич, А. С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере / А. С. Гуревич [и др.]. – М. : Наука, 1976. – 277 с.
10. *Андрианов, В. А.* Восстановление высотных профилей показателя преломления пограничного слоя атмосферы по акустическим и радиоакустическим дистанционным измерениям / В. А. Андрианов, А. Ю. Панченко // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35. – С. 2518 – 2526.
11. *Vernin, J.* Optical remote sensing of atmospheric turbulence: a comparison with simultaneous thermal measurements / J. Vernin [et al.] // Applied Optics. – 1979. – Vol. 18. – P. 243 – 247.

12. *Hufnagel, R.* Variations of atmospheric turbulence / R. Hufnagel // Proceedings of topical meeting on optical propagation through turbulence. – University of Colorado, Boulder, July, 1974.

13. *Andrews, L. C.* Laser beam propagation through random media / L. C. Andrews, R. L. Phillips. – 2nd edition. – Bellingham, WA : SPIE Optical Engineering Press, 2005. – 808 p.

14. *Greenwood, D. P.* A proposed form for the atmospheric microtemperature spatial spectrum in the input range / D. P. Greenwood, D. O. Tarazano ; Rome Air Development Center, Hanscom Air Force Base, Mass., 1974. – Rep. RADC – TR – 74 – 19 (ADA 776294/1GI).

15. *Roggemann, M. C.* Imaging through turbulence / M. C. Roggemann, B. Welsh. – Boca Raton, USA : CRC Press, 1996. – 320 p.

16. *Ogrodnik, R. F.* An analysis of optical effects caused by thermally induced mirror deformations / R. F. Ogrodnik // Applied Optics. – 1970. – Vol. 9. – P. 2028 – 2034.

17. *Klein, C.* Stress-induced birefringence, critical window orientation and thermal lensing experiments / C. Klein // Laser Induced Damage of Optical Materials: 1980. – Natl. Bur. Stand. (U.S.) Spec. Publ., 1981. – 620 p.

18. *Greninger, C. E.* Thermally induced wave-front distortions in laser windows / C. E. Greninger // Applied Optics. – 1986. – Vol. 25. – P. 2474 – 2475.

19. *Smith, D. C.* Thermal blooming critical power and adaptive optics correction for the ground based laser / D. C. Smith, S. S. Townsend // Proceedings of SPIE. – 1991. – Vol. 1408. – P. 112 – 118.

20. *Smith, D. C.* High power laser propagation: thermal blooming / D. C. Smith // Proceeding of the IEEE. – 1977. – Vol. 65. – P. 1679 – 1714.

21. *Born, M.* Principles of optics / M. Born, E. Wolf. – 7th (expanded) edition. – Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1999. – 987 p.

22. *Hecht, E.* Optics / E. Hecht. – 4th edition. – NY, USA : Addison Wesley, 2002. – 680 p.

23. *Southwell, W. H.* Wave-front estimation from wave-front slope measurements / W. H. Southwell // Journal of the Optical Society of America. – 1980. – Vol. 70. – P. 998 – 1006 ; *Hudgin, R. H.* Wave-front reconstruction for compensated imaging / R. H. Hudgin // Journal of the Optical Society of America. – 1977. – Vol. 67. – P. 375 – 378.

24. *Fried, D. L.* Least-square fitting a wave-front distortion estimate to an array of phase-difference measurements / D. L. Fried // Journal of the Optical Society of America. – 1977. – Vol. 67. – P. 370 – 375.

25. *Бегунов, Б. Н.* Теория оптических систем / Б. Н. Бегунов, Н. П. Заказнов. – М. : Машиностроение, 1973. – 488 с.

26. *Домненко, В. М.* Моделирование формирования оптического изображения : учеб. пособие / В. М. Домненко, М. В. Бурсов, Т. В. Иванова. – СПб. : НИУ ИТМО, 2011. – 141 с.

27. *Родионов, С. А.* Основы оптики : конспект лекций / С. А. Родионов. – СПб. : СПб ГИТМО (ТУ), 2000. – 167 с.

28. *Guenther, R. D.* Modern optics / R. D. Guenther. – NY, USA : Wiley, 1990. – 720 p.

29. *Prieto, P. M.* Adaptive optics with a programmable phase modulator: applications in the human eye / P. M. Prieto [et al.] // Optics Express. – 2004. – Vol. 12. – P. 4059 – 4071.

30. *Tuantranont, A.* Segmented silicon-micromachined microelectromechanical deformable mirrors for adaptive optics / A. Tuantranont, V. M. Bright // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2002. – Vol. 8. – P. 33 – 45.

31. *Kurczynski, P.* Electro statically actuated membrane mirrors for adaptive optics / P. Kurczynski [et al.] // Proceedings of SPIE. – 2003. – Vol. 4983. – P. 250 – 258.

32. *Andersen, T.* Integrated modeling of telescopes / T. Andersen, A. Enmark. – NY, USA : Springer Science+Business Media, 2011. – 545+XV p.

33. *Wyant, J. C.* Basic wave front aberration theory for Optical Metrology / J. C. Wyant, K. Creath // Applied Optics and Optical Engineering Vol. XI, R. R. Shannon (ed.), J. C. Wyant (ed.). – USA : Academic Press, Inc, 1992. – 376 p.

34. *Janssen, A. J. E. M.* Strehl ratio and optimum focus of high-numerical-aperture beams / A. J. E. M. Janssen [et al.] // Journal of the European Mathematical Society. – 2007. – Vol. 2. – P. 07008.

35. *Gebhardt, S.* Pzt thick films for sensor and actuator applications / S. Gebhardt, L. Seffner, F. Schlenkrich, A. Schönecker // Journal of the European Ceramic Society. – 2007. – Vol. 27. – P. 4177 – 4180.

36. *Gupta, A.* Deformable Membrane Mirror for Wavefront Correction / A. Gupta [et al.] // Defence Science Journal. – 2009. – Vol. 59. – P. 590 – 594.

37. *Hardy, J. W.* Adaptive Optics for Astronomical Telescopes / J. W. Hardy. – NY, USA : Oxford University Press, 1998. – 438 p.

38. *Tyson, R.* Principles of Adaptive Optics / R. Tyson. – 3rd edition. – NY, USA : CRC Press Taylor & Francis Group, 2011. – 315 p.

39. *Jun Ho Lee.* First-Order Analysis of Thin-Plate Deformable Mirrors / Jun Ho Lee, Tae-Kyoung Uhm, Sung-Kie Youn // Journal of the Korean Physical Society. – 2004. – Vol. 44. – P. 1412 – 1416.

40. *Vinna Lin.* An Optical Wavefront Sensor Based on a Double Layer Microlens Array / Vinna Lin [et al.] // Sensors. – 2011. – Vol. 11. – P. 10293 – 10307.

41. *Hsin-Ta Hsieh.* Design and fabrication of long focal length microlens arrays / Hsin-Ta Hsieh [et al.] // Optics Communications. – 2011. – Vol. 284. – P. 5225 – 5230.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Список используемых сокращений	5
Тема 1. РАЗНОВИДНОСТИ СИСТЕМ АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ	6
1.1. Компоненты систем адаптивной оптики	6
1.2. Классификация систем адаптивной оптики по типу управления	8
Тема 2. ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	13
2.1. Оптическая астрономия	13
2.2. Мощные лазерные системы	23
2.3. Микроскопия	31
Тема 3. ДАТЧИКИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА, РАБОТАЮЩИЕ НА ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИНЦИПАХ	32
3.1. Интерференция световых волн	32
3.2. Интерферометры фазового сдвига	36
Тема 4. ДАТЧИКИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА, ИСПОЛЬЗУЮЩИЕ ПРИНЦИП ГАРТМАНА	41
4.1. Принцип работы	41
4.2. Измерение наклона пятна	42
4.3. Восстановление формы волнового фронта	45
Тема 5. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И ФОРМИРУЮЩЕЙ ЕГО СИСТЕМЫ	49
5.1. Общие сведения	49
5.2. Формирование оптического изображения с точки зрения теории сигналов	54

Тема 6. ОПТИЧЕСКАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ	59
6.1. Функция рассеяния точки.....	59
6.2. Понятие оптической передаточной функции	61
Тема 7. ЗЕРКАЛА С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ	65
7.1. Типы корректоров волнового фронта	65
7.2. Принципы управления зеркалами с синтезированной апертурой	66
Тема 8. СПОСОБЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ, ФОРМИРУЕМОГО ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ.....	72
8.1. Разрешающая способность.....	72
8.2. Число Штреля и критерий Марешаля	74
8.3. Нормированная мощность в конусе	76
8.4. Доля прошедшей энергии.....	77
Тема 9. ТЕХНОЛОГИИ СОЗДАНИЯ УЗЛОВ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	78
9.1. Изготовление деформируемых зеркал	78
9.2. Изготовление линзовых растров датчиков волнового фронта Шака – Гартмана	83
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	87
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	89

Учебное издание

СЕДОВ Евгений Сергеевич
СЕДОВА Ирина Евгеньевна

ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ
АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ

Учебно-практическое пособие

Редактор Р. С. Кузина

Технический редактор С. Ш. Абдуллаева

Корректоры Е. С. Глазкова, В. С. Теверовский

Компьютерная верстка Л. В. Макаровой

Подписано в печать 30.11.16.

Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 5,58. Тираж 75 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.