

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
Кафедра электротехники и электроэнергетики

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ  
ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ»**

В двух частях

Часть 2

Установившиеся и переходные процессы  
в электрических цепях

Составители:  
Е. А. КАЛИНИН  
С. А. СБИТНЕВ



Владимир 2016

УДК 621.3.02  
ББК 31.21  
М54

Рецензент

Кандидат технических наук доцент  
кафедры приборостроения и информационно-измерительной техники  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых  
*В. С. Грибакин*

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**Методические** указания к лабораторным работам по дисциплине «Теоретические основы электротехники». В 2 ч. Ч. 2. Установившиеся и переходные процессы в электрических цепях / Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых ; сост.: Е. А. Калинин, С. А. Сбитнев. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 50 с.

Составлены в соответствии с программой курса «Теоретические основы электротехники». Содержат описание четырех лабораторных работ, выполняемых на компьютеризированных лабораторных стендах и с использованием реальных и виртуальных приборов.

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 13. Табл. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.3.02  
ББК 31.21

## **Введение**

Цикл лабораторных работ по дисциплине «Теоретические основы электротехники» состоит из двух частей: в первой части выполняются работы по разделу «Основы теории электрических цепей», во второй – по разделу «Установившиеся и переходные процессы в электрических цепях». В методических указаниях к лабораторным работам (часть 2) по дисциплине «Теоретические основы электротехники» представлены описания четырех лабораторных работ по 2-му разделу курса. В описании каждой лабораторной работы поставлены цели исследования, даны краткие теоретические сведения, сформулирован перечень вопросов для подготовки к выполнению лабораторной работы, приведены требования к содержанию отчета, контрольные вопросы для подготовки к защите.

Для выполнения лабораторных работ используются современные компьютеризированные стенды, реальные и виртуальные приборы. Виртуальная измерительная техника реализована с использованием программных продуктов фирмы «National Instruments».

## Лабораторная работа № 5

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ПАССИВНЫХ ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКОВ

*Цель работы* – изучение и освоение методов расчета пассивных четырёхполюсников, методик пересчёта характеристических матриц при переходе от одной системы параметров к другой; экспериментальное исследование режимов работы и определение параметров пассивных четырёхполюсников и их схем замещения, оценка результатов эксперимента и расчета, привитие навыков работы с виртуальными приборами.

#### Краткие теоретические сведения

Во многих случаях задача анализа рабочих режимов в электрических цепях ограничивается расчётом токов и напряжений (потенциалов) в отдельных участках цепей или нахождением уравнений связи между этими токами и напряжениями. В этих случаях рассматриваемую часть цепи можно характеризовать обобщёнными параметрами по отношению к некоторым выделенным зажимам.

Часть цепи, характеризуемую некоторыми обобщёнными параметрами, необходимыми и достаточными для составления уравнений связи между токами и напряжениями на её зажимах, называют *многополюсником*.

Многополюсники, не содержащие в своих ветвях источников электроэнергии, называют *пассивными* (линии передачи электроэнергии, трансформаторы, мостовые измерительные схемы, параметрические преобразователи и т. п.).

Многополюсники, содержащие в своих ветвях источники электроэнергии, называют *активными* (усилители, управляемые источники питания и т. п.).

Одной из разновидностей многополюсников является четырёхполюсник.

Четырёхполюсником называют участок электрической цепи, соединяющийся с её остальной частью с помощью двух пар внешних зажимов (полюсов). При прямой передаче источник энергии  $\dot{E}$  подключают к входной паре 1 – 1' зажимов, а к выходной 2 – 2' – нагрузку  $Z_H$  (рис. 1, а). При обратной передаче (рис. 1, б) источник  $\dot{E}$  подключают к зажимам 2 – 2', а нагрузку  $Z_H$  – к зажимам 1 – 1'. Принятые в работе положительные направления напряжений и токов четырёхполюсника при прямой и обратной передачах сигнала показаны на рис. 1.

Четырёхполюсники очень распространены в электротехнической промышленности и электроэнергетике.

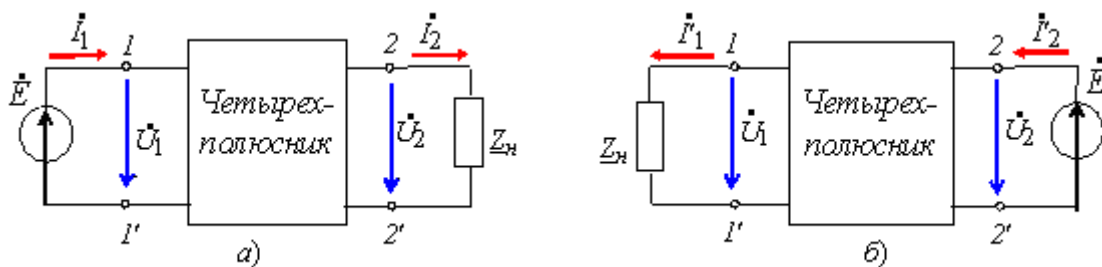


Рис. 1

В виде четырёхполюсников часто представляют такие электротехнические устройства, как линии передачи электроэнергии, трансформаторы, усилители, различного рода фильтры, мостовые измерительные схемы и др. Теория четырёхполюсника позволяет получить схемы замещения (Т-, П-образные, мостовые) устройств, внутренняя структура которых неизвестна. О таких устройствах говорят, что они представлены в виде "черного ящика".

Четырёхполюсник называют *регулярным*, если в любой момент времени ток, втекающий в зажим 1, равен току, вытекающему из зажима 1', и ток, втекающий в зажим 2, равен току, вытекающему из зажима 2'.

Все линейные пассивные четырёхполюсники относятся к *взаимным* (обладающим свойством *обратимости*); а все активные четырёхполюсники – к *невзаимным* (*необратимым*).

В частном случае напряжения  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  могут быть вызваны действием источников  $\dot{E}$  (см. рис. 1).

Если четырёхполюсник *линейный*, то в соответствии с законами Ома и Кирхгофа напряжения на его зажимах  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  линейно зависят от токов  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = Z_{11} \cdot \dot{I}_1 + Z_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21} \cdot \dot{I}_1 + Z_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{array} \right\}; \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = [Z] \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Это Z-форма записи уравнений четырёхполюсника, в левой части представлена алгебраическая форма записи уравнений, в правой – матричная форма записи:

$$\underline{Z}_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\text{при } \dot{I}_2=0} \quad - \text{ комплексное входное сопротивление четырёхполюсника относительно первичных зажимов при разомкнутых вторичных (режим холостого хода на выходе);}$$

$$\underline{Z}_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\text{при } \dot{I}_1=0} \quad - \text{ комплексное сопротивление передачи электрического сигнала от вторичных зажимов к первичным при разомкнутых первичных (режим холостого хода на входе);}$$

$$\underline{Z}_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\text{при } \dot{I}_2=0} \quad - \text{ комплексное сопротивление передачи электрического сигнала от первичных зажимов к вторичным при разомкнутых вторичных (режим холостого хода на выходе);}$$

$$\underline{Z}_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\text{при } \dot{I}_1=0} \quad - \text{ комплексное входное сопротивление четырёхполюсника относительно вторичных зажимов при разомкнутых первичных (режим холостого хода на входе).}$$

Систему уравнений (1) можно записать иначе, т. е. выразить токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  через напряжения  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ :

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = [Y] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = [Z]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Это Y-форма записи уравнений четырёхполюсника.

$$\underline{Y}_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\text{при } \dot{U}_2=0} \quad - \text{ комплексная входная проводимость четырёхполюсника относительно первичных зажимов при короткозамкнутых вторичных;}$$

$$\underline{Y}_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\text{при } \dot{U}_1=0} \quad - \text{ комплексная проводимость передачи электрического сигнала от вторичных зажимов к первичным при короткозамкнутых первичных;}$$

$\underline{Y}_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \Big|_{\text{при } \dot{U}_1=0}$  – комплексная проводимость передачи электрического сигнала от первичных зажимов к вторичным при короткозамкнутых вторичных;

$\underline{Y}_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \Big|_{\text{при } \dot{U}_1=0}$  – комплексная входная проводимость четырёхполюсника относительно вторичных зажимов при короткозамкнутых первичных.

Для исследования режимов четырёхполюсников, особенно при каскадном соединении четырёхполюсников (например, трансформатор – линия электропередачи – трансформатор), удобно иметь такую форму записи уравнений, при которой  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  выражены через  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$ .

Матричная форма записи уравнений четырёхполюсника для этого случая имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = [A] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Это А-форма записи уравнений четырёхполюсника.

$A_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{\text{при } \dot{I}_2=0}$  – комплексный коэффициент ослабления напряжения при передаче сигнала из первичной цепи во вторичную при разомкнутых вторичных зажимах (режим холостого хода на выходе);

$A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \Big|_{\text{при } \dot{U}_1=0}$  – комплексное сопротивление ослабления сигнала при передаче из первичной цепи во вторичную при короткозамкнутых вторичных зажимах (режим короткого замыкания на выходе);

$A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{\text{при } \dot{I}_2=0}$  – комплексная проводимость ослабления сигнала при передаче из первичной цепи во вторичную при разомкнутых вторичных зажимах (режим холостого хода на выходе);

$A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \Big|_{\text{при } \dot{U}_1=0}$  – комплексный коэффициент ослабления тока при передаче из первичной цепи во вторичную при короткозамкнутых вторичных зажимах (режим короткого замыкания на выходе).

Чаще эти уравнения записывают в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2. \end{aligned} \quad (4)$$

*Комплексные* коэффициенты, входящие в уравнения, связывающие токи и напряжения, называются параметрами (постоянными) четырёхполюсника.

Линейные пассивные четырёхполюсники имеют только три независимых параметра. Четвертый параметр можно определить из условия связи, например, для А-формы записи уравнений

$$AD - BC = 1.$$

Четырёхполюсник называют *симметричным*, если при замене первичных зажимов вторичными токи источника и приёмника не меняются. Уравнения симметричного четырёхполюсника должны остаться неизменными при взаимной замене первичных и вторичных зажимов. Все четырёхполюсники, не удовлетворяющие этому условию, называют *несимметричными*.

У симметричных четырёхполюсников  $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$  ( $A = D$ );  $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{22}$ ;  $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$ .

Для симметричного четырёхполюсника независимыми являются только два параметра, третий можно найти, например, для А-формы записи уравнений из условия связи

$$A^2 - BC = 1.$$

Кроме рассмотренных систем параметров существуют ещё системы Н-параметров и G-параметров. Между параметрами различных систем существует взаимосвязь, формулы для пересчета приводятся в учебниках.

В данной работе исследуется пассивный *взаимный (проходной)* четырёхполюсник, для описания которого рекомендуется выбрать А-форму записи уравнений, связывающих токи и напряжения на зажимах четырёхполюсника (выражения 3 и 4). *Комплексные* коэффициенты  $\underline{A}_{11} = A$ ;  $\underline{A}_{12} = B$ ;  $\underline{A}_{21} = C$ ;  $\underline{A}_{22} = D$  А-формы записи уравнений зависят от внутренней структуры четырёхполюсника, значений параметров входящих в него элементов и частоты входного сигнала.

Если есть возможность одновременно измерять первичные и вторичные *комплексные* напряжения и токи, то для определения коэффициентов А-формы записи уравнений достаточно иметь данные только двух опытов: холостого хода и короткого замыкания на выходе при питании со стороны первичных зажимов:



$$\underline{A}_{11} = \frac{\dot{U}_{1p}}{\dot{U}_2}; \quad \underline{A}_{21} = \frac{\dot{I}_{1p}}{\dot{U}_2}; \quad \underline{A}_{12} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_2}; \quad \underline{A}_{22} = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_2}.$$

Здесь буква «р» в нижнем индексе соответствует разомкнутым вторичным зажимам (режиму холостого хода на выходе), а буква «к» – короткозамкнутым вторичным зажимам (режиму короткого замыкания на выходе).

Входное *комплексное* сопротивление относительно первичных зажимов при разомкнутых вторичных

$$\underline{Z}_{1p} = \frac{\dot{U}_{1p}}{\dot{I}_{1p}} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{21}}. \quad (5)$$

Входное *комплексное* сопротивление относительно первичных зажимов при короткозамкнутых вторичных

$$\underline{Z}_{1k} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{22}}. \quad (6)$$

Если нет возможности одновременно измерять *комплексные* токи и напряжения в первичной и вторичной цепях, то коэффициенты взаимного четырёхполюсника могут быть определены путём измерения комплексных входных сопротивлений относительно первичных и вторичных зажимов в режиме холостого хода и короткого замыкания. При этом *комплексные* входные сопротивления относительно вторичных зажимов

$$\underline{Z}_{2k} = \frac{\dot{U}_{2k}}{\dot{I}_{2k}} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11}}; \quad (7)$$

$$\underline{Z}_{2p} = \frac{\dot{U}_{2p}}{\dot{I}_{2p}} = \frac{\underline{A}_{22}}{\underline{A}_{21}}. \quad (8)$$

Здесь буква «р» в нижнем индексе соответствует разомкнутым первичным зажимам (режиму холостого хода на входе), а «к» – короткозамкнутым первичным зажимам (режиму короткого замыкания на входе).

Решая совместно уравнения (5), (7), (8) для взаимного четырёхполюсника относительно  $\underline{A}_{11}$ , получим:

$$\underline{A}_{11} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1p}}{\underline{Z}_{2p} - \underline{Z}_{2k}}}.$$

Остальные коэффициенты получаются из  $\underline{A}_{11}$  по формулам:

$$\underline{A}_{12} = \underline{A}_{11} \cdot \underline{Z}_{2к}; \quad \underline{A}_{21} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{Z}_{1п}}; \quad \underline{A}_{22} = \underline{A}_{11} \cdot \frac{\underline{Z}_{2п}}{\underline{Z}_{1п}}.$$

Для входных *комплексных* сопротивлений взаимного четырёх-полюсника справедливо соотношение

$$\frac{\underline{Z}_{1к}}{\underline{Z}_{2к}} = \frac{\underline{Z}_{1п}}{\underline{Z}_{2п}} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{22}}.$$

У симметричного четырёхполюсника  $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$ , поэтому  $\underline{Z}_{1к} = \underline{Z}_{2к}$ ,  $\underline{Z}_{1п} = \underline{Z}_{2п}$ . Отсюда следует, что для экспериментального определения *комплексных* коэффициентов симметричного четырёхполюсника достаточно иметь данные двух опытов, проведённых при размыкании и коротком замыкании любой пары зажимов.

Для четырёхполюсника вводится понятие *характеристического* сопротивления. Это параметр, равный среднему геометрическому из двух его сопротивлений при холостом ходе и коротком замыкании на входных и выходных зажимах соответственно:

$$\underline{Z}_{C1} = \sqrt{\underline{Z}_{1п} \underline{Z}_{1к}}; \quad \underline{Z}_{C2} = \sqrt{\underline{Z}_{2п} \underline{Z}_{2к}},$$

где  $\underline{Z}_{C1}$  – характеристическое сопротивление четырёхполюсника со стороны зажимов 1 – 1';

$\underline{Z}_{C2}$  – характеристическое сопротивление четырёхполюсника со стороны зажимов 2 – 2'.

Характеристическое сопротивление обладает следующим свойством.

Если к зажимам 2 – 2' подключить сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_н$ , равное характеристическому  $\underline{Z}_{C1}$ , то входное сопротивление четырёхполюсника со стороны зажимов 1 – 1' также будет равно характеристическому, т. е.:

$$\dot{U}_1 / \dot{I}_1 = \dot{U}_2 / \dot{I}_2 = \underline{Z}_{C1}. \quad (9)$$

Таким образом, источник, подключенный к зажимам 1 – 1', как бы «не ощущает» наличие четырёхполюсника как промежуточного звена между ним и нагрузкой.

Величину  $\underline{Z}_C$  можно выразить через любую систему параметров четырёхполюсника, например, через коэффициенты уравнений в А-форме  $\underline{Z}_C = \sqrt{B/C}$ . Режим нагрузки четырёхполюсника на характе-

ристическое сопротивление называется согласованным. Из выражения (9) следует, что для согласованного режима выполняется очень важное соотношение

$$\dot{U}_1/\dot{U}_2 = \dot{I}_1/\dot{I}_2.$$

Пользуясь уравнениями четырёхполюсника, можно получить различные схемы замещения, которые облегчают исследование основных свойств соответствующих цепей.

Если для четырёхполюсника с заданными первичными и вторичными зажимами не выполняется свойство взаимности, т. е.  $\underline{Y}_{12} \neq \underline{Y}_{21}$ ,  $\underline{Z}_{12} \neq \underline{Z}_{21}$ , то общее число параметров, характеризующих такой четырёхполюсник, равно четырём. Поэтому невзаимный четырёхполюсник представляют в виде четырёхэлементной эквивалентной Т- или П-образной схемы.

Существует много других вариантов эквивалентных схем четырёхполюсников. Если четырёхполюсник взаимный, то схема замещения упрощается: вместо четырёх параметров достаточно трёх, так как  $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$  и  $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$  (рис. 2).

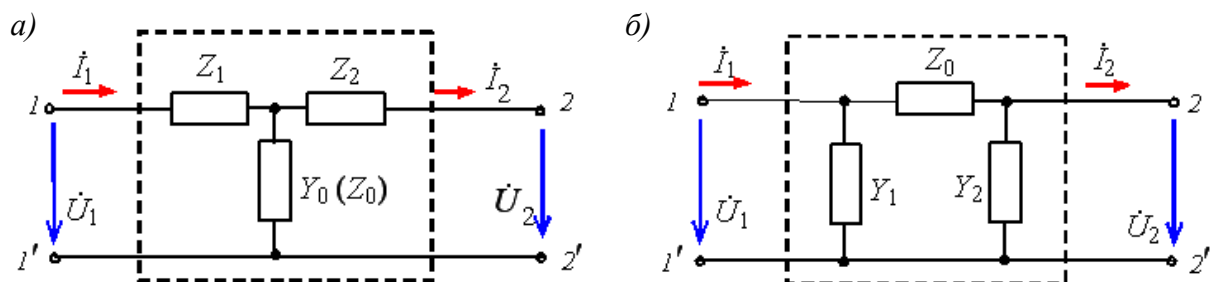


Рис. 2

Параметры схем замещения четырёхполюсника связаны с коэффициентами уравнений А-формы записи следующими соотношениями:

– для Т-образной схемы замещения (рис. 2, а):

$$\underline{Y}_0 = C; \quad \underline{Z}_1 = (A - 1)/C; \quad \underline{Z}_2 = (D - 1)/C.$$

– для П-образной схемы замещения (рис. 2, б):

$$\underline{Z}_0 = B; \quad \underline{Y}_1 = (D-1)/B; \quad \underline{Y}_2 = (A - 1)/B.$$

Ещё раз подчеркнём: все величины комплексные.

Используя систему А-параметров четырёхполюсника можно рассчитать коэффициенты передачи электрических сигналов из первичной цепи во вторичную при произвольной нагрузке  $\underline{Z}_H$ .

Коэффициент передачи напряжения

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{A}_{11}\dot{U}_2 + \underline{A}_{12}\dot{I}_2} = \frac{\underline{Z}_H}{\underline{A}_{11}\underline{Z}_H + \underline{A}_{12}},$$

где  $\underline{Z}_H$  – сопротивление нагрузки.

Коэффициент передачи тока

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_2}{\underline{A}_{21}\dot{U}_2 + \underline{A}_{22}\dot{I}_2} = \frac{1}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_H + \underline{A}_{22}}.$$

Передаточное сопротивление

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\underline{A}_{21}\dot{U}_2 + \underline{A}_{22}\dot{I}_2} = \frac{\underline{Z}_H}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_H + \underline{A}_{22}}.$$

Передаточная проводимость

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{I}_2}{\underline{A}_{11}\dot{U}_2 + \underline{A}_{12}\dot{I}_2} = \frac{1}{\underline{A}_{11}\underline{Z}_H + \underline{A}_{12}}.$$

В общем случае коэффициенты передачи электрических сигналов являются комплексными частотно-зависимыми величинами.

Частотные зависимости коэффициентов передачи или параметров четырёхполюсников называются комплексными частотными, или амплитудно-фазочастотными, характеристиками. Частотные зависимости модулей этих величин называются амплитудно-частотными характеристиками, частотные зависимости аргументов этих величин – фазочастотными характеристиками.

### Задание на подготовку к работе

1. Изучить методы расчета и экспериментального определения параметров линейных пассивных четырёхполюсников.
2. Записать выражения для различных систем параметров четырёхполюсников и объяснить их электротехническую сущность.
3. Записать выражения, связывающие параметры схем замещения с параметрами пассивных четырёхполюсников.
4. Вывести уравнения пассивного четырёхполюсника при обратной передаче энергии.

5. Записать выражения для определения характеристических сопротивлений.

### Рабочее задание

1. Составить схему электрическую принципиальную четырёхполюсника с учетом омического сопротивления катушки индуктивности (реальная катушка индуктивности) по приведенной схеме эксперимента (рис. 3).

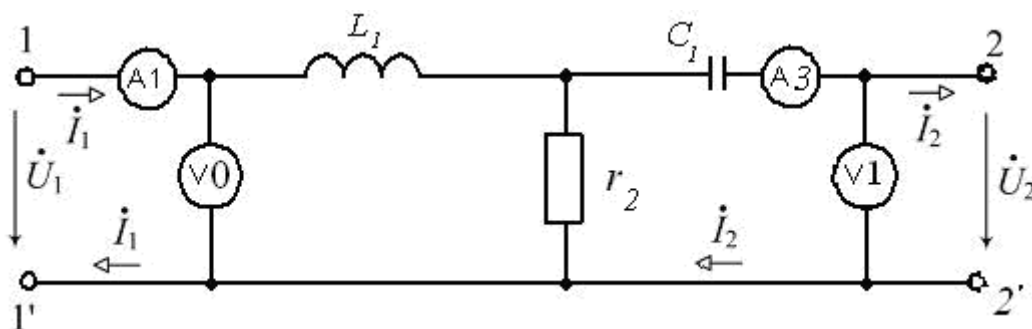


Рис. 3

2. Определить расчетные сопротивления (с учетом омического сопротивления катушки) и А-параметры пассивного четырёхполюсника, схема которого приведена на рис. 3; эти же параметры определить экспериментально, используя виртуальные приборы и мультиметры.

Расчет провести, используя следующие исходные данные.

$$U = (5 + N_{\text{бригады}}), \text{ В};$$

$$f = (350 + 50N_{\text{бригады}}), \text{ Гц};$$

$$L_1 = 100 \text{ мГн}, (r_{\text{катушки}} = 200 \text{ Ом});$$

$$r_2 = 100 \text{ Ом}.$$

Далее по номерам бригады:

$$\text{№ 1} - C_1 = 1,79 (1,0 + 0,47 + 0,22 + 0,1) \text{ мкФ};$$

$$\text{№ 2} - C_1 = 1,69 (1,0 + 0,47 + 0,22) \text{ мкФ};$$

$$\text{№ 3} - C_1 = 1,57 (1,0 + 0,47 + 0,1) \text{ мкФ};$$

$$\text{№ 4} - C_1 = 1,47(1,0 + 0,47) \text{ мкФ}.$$

Расчетные данные занести в табл. 1.

Таблица 1

Питание со стороны зажимов	Режим работы четырёхполюсника	Измерено			Рассчитано по схеме четырёхполюсника		Рассчитано по результатам эксперимента	
		$U_{1p},$ В	$I_{1p},$ А	$\varphi_{1p},$ град	$\underline{Z}_{1p},$ Ом	$\underline{A}_{11} = A$	$\underline{Z}_{1p},$ Ом	$\underline{A}_{11} = A$
1 – 1'	Прямой ХХ: зажимы 2 – 2' разомкнуты							
1 – 1'	Прямое КЗ: зажимы 2 – 2' закорочены	$U_{1к},$ В	$I_{1к},$ А	$\varphi_{1к},$ град	$\underline{Z}_{1к},$ Ом	$\underline{A}_{12} = B$	$\underline{Z}_{1к},$ Ом	$\underline{A}_{12} = B$
2 – 2'	Обратный ХХ: зажимы 1 – 1' разомкнуты	$U_{2p},$ В	$I_{2p},$ А	$\varphi_{2p},$ град	$\underline{Z}_{2p},$ Ом	$\underline{A}_{21} = C$	$\underline{Z}_{2p},$ Ом	$\underline{A}_{21} = C$
2 – 2'	Обратное КЗ: зажимы 1 – 1' закорочены	$U_{2к},$ В	$I_{2к},$ А	$\varphi_{2к},$ град	$\underline{Z}_{2к},$ Ом	$\underline{A}_{22} = D$	$\underline{Z}_{2к},$ Ом	$\underline{A}_{22} = D$

3. Рассчитать характеристические сопротивления и параметры схем замещения: для студентов под нечетными номерами в списке бригады – Т-образной, под четными номерами – П-образной схем замещения. Расчетные данные занести в табл. 2.

Таблица 2

Коэффициенты А-формы четырёхполюсника				Характеристические сопротивления		Параметры схем замещения четырёхполюсника					
						Т-образной			П-образной		
А	В, Ом	С, См	Д	$\underline{Z}_{1с},$ Ом	$\underline{Z}_{2с},$ Ом	$\underline{Z}_1,$ Ом	$\underline{Z}_2,$ Ом	$\underline{Y}_0,$ См	$\underline{Y}_1,$ См	$\underline{Y}_2,$ См	$\underline{Z}_0,$ Ом

4. Провести исследование режимов работы и измерение параметров четырёхполюсника; получить осциллограммы, позволяющие оценить сдвиг фаз.

## Экспериментальное исследование и обработка результатов измерений

- Привести персональный компьютер в рабочее состояние. Запустить программу «ВП ТОЭ», открыть меню и выбрать из него пункт «Приборы I».
- Собрать на наборном поле электрическую цепь согласно схеме (см. рис. 3), с принятыми для расчета параметрами элементов, включить виртуальные приборы для измерения действующих значений тока ( $A1$ ) и напряжения ( $V0$ ) на входе цепи; действующих значений тока ( $A3$ ) и напряжения ( $V1$ ) на выходе цепи.
- Установить на генераторе синусоидальных колебаний необходимые величины напряжения и частоты в соответствии с заданием, подключить генератор к входной паре зажимов  $1 - 1'$ .
- Подключить в блоке «Приборы II» виртуальный прибор для измерения сдвига фаз между напряжением и током на входе цепи и виртуальный осциллограф для контроля сдвига фаз.
- Измерьте с помощью виртуальных приборов действующие значения напряжения ( $V0$ ) и тока ( $A1$ ) на входе цепи в режиме холостого хода на выходе (выходная пара зажимов  $2 - 2'$  разомкнута); измерьте с помощью виртуального прибора сдвиг фаз между напряжением и током на входе (соблюдайте порядок подключения приборов к фазометру!), занесите результаты в табл. 1. С помощью виртуального омметра измерьте модуль входного сопротивления  $Z_{1p}$  и с учетом сдвига по фазе между напряжением и током на входе занесите в колонку расчетов по результатам эксперимента значение полного комплексного сопротивления  $\underline{Z}_{1p}$ , записанное в показательной форме. Снимите осциллограммы напряжения и тока на входе, сохраните их для анализа и включения в отчет.
- Выключите генератор, замкните пару зажимов  $2 - 2'$ , включите генератор и проведите подобные п. 5 опыты в режиме короткого замыкания на выходе. Результаты занесите в табл. 1. Снимите осциллограммы напряжения и тока на входе, сохраните их для анализа и включения в отчет.
- Выключите генератор, разомкните пару зажимов  $2 - 2'$ , поменяйте полярность подключения амперметров, подключите генератор к паре зажимов  $2 - 2'$  и включите генератор (обратная передача энергии). Измерьте с помощью виртуальных приборов действующие значения напряжения ( $V1$ ) и тока ( $A3$ ) на выходе цепи (зажимы  $2 - 2'$ ) в режиме

холостого хода на входе (входная пара зажимов 1 – 1' разомкнута). Измерьте с помощью виртуального прибора сдвиг фаз между напряжением и током на выходе (соблюдайте порядок подключения приборов к фазометру), результаты занесите в табл. 1. Проведите подобные п. 5 опыты в режиме холостого хода на входе. Результаты занесите в табл. 1. Снимите осциллограммы напряжения и тока на выходе (зажимы 2 – 2'), сохраните их для анализа и включения в отчет.

- Выключите генератор, замкните пару зажимов 1 – 1', включите генератор и проведите подобные п. 5 опыты в режиме короткого замыкания на входе. Результаты занесите в табл. 1. Снимите осциллограммы напряжения и тока на выходе, сохраните их для анализа и включения в отчет.

- По полученным экспериментальным данным рассчитайте параметры четырёхполюсника и занесите их в табл. 1, проведите сравнительный анализ расчетных (по схеме электрической принципиальной четырёхполюсника) и экспериментальных результатов.

### **Содержание отчета**

1. Наименование и цель работы.
2. Краткие теоретические сведения и расчетные формулы для определения параметров четырёхполюсника, характеристических, входных сопротивлений, сопротивлений и проводимостей схем замещения.
3. Схемы, таблицы с расчетными и экспериментальными данными, осциллограммы (лучше на белом фоне) токов и напряжений (с обозначениями).
4. Расчеты параметров четырёхполюсника, характеристических, входных сопротивлений, сопротивлений и проводимостей схем замещения.
5. Анализ полученных результатов и выводы по работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Какая электрическая цепь называется четырёхполюсником? Как его используют для практических расчетов? Чем он отличается от двухполюсников?
2. Какие четырёхполюсники называются активными, пассивными, симметричными, несимметричными? Приведите примеры.
3. Какие системы параметров используют для описания четырёхполюсника? Как определяют эти параметры? Каковы области применения различных систем параметров?



4. Каковы размерности коэффициентов в системах параметров  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $Z$ ,  $Y$ ?
5. Какие соединения четырёхполюсников называются каскадными? Какой системой параметров целесообразнее воспользоваться в этом случае? Приведите примеры.
6. Что такое «характеристическое» сопротивление четырёхполюсника? Для чего используется это понятие? Объясните Вашу точку зрения.
7. Какой режим работы четырёхполюсника называется согласованным?
8. В каком случае нагрузка называется согласованной? Чему при этом равно входное сопротивление четырёхполюсника?
9. Как определяется входное сопротивление четырёхполюсника при подключенной нагрузке?
10. Какие Вы знаете схемы замещения четырёхполюсников? Чем они различаются? Как рассчитываются сопротивления и проводимости схем замещения четырёхполюсников?
11. Как использовать четырёхполюсник для преобразования сопротивлений?

#### Лабораторная работа № 6

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕСИНУСОИДАЛЬНОЙ ЭДС

*Цель работы* – изучение и освоение методов расчета однофазных линейных электрических цепей при действии периодической несинусоидальной ЭДС, экспериментальное исследование и определение параметров цепи, оценка результатов эксперимента и расчета, привитие навыков работы с виртуальными приборами.

#### **Краткие теоретические сведения**

На практике однофазные ЭДС и токи в большей или меньшей степени являются несинусоидальными. Это связано с тем, что реальные генераторы не обеспечивают, строго говоря, синусоидальной формы кривых напряжения, а с другой стороны, наличие нелинейных элементов в цепи обуславливает искажение формы токов даже при синусоидальных ЭДС источников.

При генерировании, трансформации, распределении и потреблении электроэнергии возникают искажения формы синусоидальных ЭДС, напряжений и токов.

Несинусоидальные токи в цепях возникают при синусоидальных ЭДС и напряжениях источников электрической энергии, если цепи содержат нелинейные элементы. Так, в катушке с ферромагнитным магнитопроводом, которая является нелинейным элементом, при синусоидальном напряжении сети ток может быть несинусоидальным. Подобное явление наблюдается также в промышленных городских сетях, когда в качестве осветительных приборов используются люминесцентные лампы, имеющие нелинейные вольт-амперные характеристики.

Нелинейные элементы широко используются в электрических цепях автоматики, управления, релейной защиты, радиоэлектроники и т. д. Эти нелинейные элементы (стабилизаторы напряжения, умножители и делители частоты, магнитные усилители и т. п.) приводят к искажению формы кривых напряжения и тока.

Известно, что постоянный ток в энергетической электронике получают преобразованием переменного синусоидального тока с помощью выпрямителей, в которых используются нелинейные элементы – диоды. Естественно, что в таких электрических цепях возникают как несинусоидальные токи, так и несинусоидальные напряжения. Широкое распространение получила импульсная техника – отрасль электроники, в которой для решения разнообразных технических задач используют импульсные устройства. Формы импульсов напряжений и токов в импульсной технике весьма разнообразны. Основное распространение получили импульсы треугольной, прямоугольной, трапецеидальной форм.

В силовой электроэнергетике несинусоидальные токи обуславливают в общем случае дополнительные потери мощности, пульсации момента на валу электрогенераторов и электродвигателей, вызывают помехи в линиях связи; поэтому в этих областях техники необходимо поддержание синусоидальных режимов.

Периодические несинусоидальные величины могут быть представлены временными диаграммами, тригонометрическими рядами Фурье, а также эквивалентными синусоидами. Наиболее наглядными, дающими полное представление о несинусоидальной величине, яв-

ляются временные диаграммы, но применить их для расчетов электрических цепей практически невозможно. Для расчетов чаще используется метод гармонических составляющих (метод Фурье).

Анализ схем электрических цепей при действии периодической несинусоидальной ЭДС  $e(t)$  (или напряжении  $u(t)$ ) основан на представлении этой ЭДС (или  $u(t)$ ) тригонометрическим (гармоническим) или комплексным *рядом Фурье* с последующим применением *метода наложения* решений, который применим для линейных электрических цепей. Поэтому расчет токов в этих цепях при действии несинусоидальных напряжений сводится к расчету токов отдельных гармоник. Несинусоидальные ЭДС, токи и напряжения в электротехнике и промышленной электронике являются периодическими функциями, удовлетворяющими условиям Дирихле и, следовательно, могут быть представлены бесконечным тригонометрическим (гармоническим) рядом Фурье, например, для напряжения

$$u(t) = U_0 + U_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + U_{km}\sin(k\omega t + \psi_k) + \dots,$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  – угловая частота основной (первой) гармоники;

$T$  – период негармонического напряжения;

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) d(\omega t) – \text{постоянная составляющая (среднее за период значение) негармонического напряжения;}$$

$U_{km}, \psi_k$  – амплитуда и начальная фаза  $k$ -й гармоники напряжения соответственно.

$U_{km}, \psi_k$  – амплитуда и начальная фаза  $k$ -й гармоники напряжения соответственно.

Тригонометрический ряд может быть представлен в виде либо синусного ряда, либо косинусного ряда с начальными фазами. Другая форма представления тригонометрического ряда – сумма синусного и косинусного рядов без начальных фаз. В зависимости от характера реальной кривой напряжения (тока, ЭДС) тригонометрический ряд может не содержать постоянной составляющей, четных или нечетных высших гармоник.

Для определения коэффициентов ряда, его целесообразно представить в следующей форме (с начальными фазами, равными нулю):

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_{km} \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cos k\omega t,$$

где

$$U_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) d\omega t; \quad B_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) \sin(k\omega t) d\omega t; \quad C_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) \cos(k\omega t) d\omega t;$$

$$U_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2}; \quad \psi_k = \text{arctg}(C_{km}/B_{km}).$$

Напряжения и токи ветвей схемы определяют по принципу наложения от каждой составляющей (гармоники) ряда Фурье в отдельности. При этом источник ЭДС  $e(t)$  (или напряжения  $u(t)$ ) рассматривают (в общем случае) как последовательное соединение источника *постоянной* ЭДС  $e_0$  и источников *синусоидальных* ЭДС  $e_k(t)$ , т. е.

$$e(t) = e_0 + e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) + \dots = e_0 + \sum_{k=1}^n E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k),$$

где  $E_{km}$  и  $\psi_k$  – амплитуда и начальная фаза  $k$ -й гармоники ЭДС  $e(t)$ .

При расчёте токов (напряжений) ветвей от *постоянной* составляющей  $e_0$  индуктивные элементы  $L_k$  схемы замыкают накоротко, а ветви с ёмкостными элементами  $C_k$  размыкают. Токи (напряжения) ветвей от *синусоидальных* источников  $e_k(t)$  находят методом *комплексных амплитуд*, определяя полные комплексные сопротивления  $\underline{Z}_k$  ветвей для *каждой* гармоники:

$$\underline{Z}_k = r + jx_{Lk} - jx_{Ck} = r_k + j(k\omega L - 1/k\omega C),$$

где  $k$  – номер гармоники ЭДС  $e(t)$  (или  $u(t)$  для данной ветви);

$r$  – активное сопротивление ветви (оно не зависит от частоты);

$x_{Lk} = k\omega L$  – индуктивное сопротивление ветви для  $k$ -й гармоники;

$x_{Ck} = 1/k\omega C$  – ёмкостное сопротивление ветви для  $k$ -й гармоники;

$\omega = 2\pi/T$  – угловая частота *основной* гармоники периодической не-синусоидальной ЭДС с периодом  $T$ .

Выражение для мгновенного значения тока ветви записывают после расчёта всех его комплексных амплитуд гармоник, вычисляемых по закону Ома в комплексной форме

$$\dot{i}_{km} = \dot{U}_{km}/\underline{Z}_k = I_{km} e^{j(\psi_k - \phi_k)},$$

где  $\dot{i}_{km}$  – комплексная амплитуда  $k$ -й гармоники тока;

$\dot{U}_{km}$  – комплексная амплитуда  $k$ -й гармоники напряжения;

$I_{km}$  – амплитуда  $k$ -й гармоники тока (модуль комплексной амплитуды  $k$ -й гармоники тока);

$\underline{Z}_k = z_k e^{j(\psi_k - \phi_k)}$  – полное комплексное сопротивление ветви для  $k$ -й гармоники, выраженное в показательной форме;

$z_k = \sqrt{r^2 + (x_{Lk} - x_{Ck})^2}$  – полное сопротивление ветви для  $k$ -й гармоники (модуль полного комплексного сопротивления);

$\psi_k$  – начальная фаза  $k$ -й гармоники напряжения;

$\phi_k$  – начальная фаза  $k$ -й гармоники тока ветви, определяемая соотношением  $\phi_k = \text{arctg}[(x_{Lk} - x_{Ck})/r]$ ;

$\psi_k - \phi_k$  – угол сдвига фаз между напряжением  $\dot{U}_{km}$  и током  $\dot{I}_{km}$  ветви при воздействии  $k$ -й гармоники ЭДС  $e(t)$  или напряжения  $u(t)$ .

Выражение для мгновенного значения тока ветви

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^n I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k - \phi_k),$$

где  $I_0$  – постоянная составляющая тока ветви.

Если задан график периодической несинусоидальной кривой, то можно определить коэффициенты ряда Фурье графоаналитическим способом. Один из способов сводится к тому, что период данной кривой делят на  $p$  равных частей (отрезков) и определяют ординаты в серединах полученных отрезков. Постоянная составляющая  $A_0$  получается как средняя ордината, а коэффициенты  $B_{km}$  и  $C_{km}$  определяются по формулам

$$A_0 = \frac{1}{p} \sum_{n=1}^p f\left(n \frac{\omega T}{p}\right),$$

$$B_{km} = \frac{2}{p} \sum_{n=1}^p f\left(n \frac{\omega T}{p}\right) \sin\left(kn \frac{\omega T}{p}\right),$$

$$C_{km} = \frac{2}{p} \sum_{n=1}^p f\left(n \frac{\omega T}{p}\right) \cos\left(kn \frac{\omega T}{p}\right),$$

где  $\sum_{n=1}^p$  – алгебраическая сумма всех ординат кривой, построенных в

середине каждого отрезка,

$n$  – номер отрезка;

$p$  – количество отрезков.

В практических расчетах цепей с несинусоидальными ЭДС, токами и напряжениями их мгновенные значения приближенно отображают конечным рядом Фурье. Число членов ряда определяется необходимой точностью расчета.

Действующими значениями несинусоидальных токов, ЭДС и напряжений, как и для синусоидального тока, является их среднеквадратичное значение за период. Действующее значение несинусоидального тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt},$$

где  $i(t)$  – негармоническая функция тока, разложенная в ряд Фурье.

После интегрирования получим

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2},$$

где  $I_1, I_2, I_k$  – действующие значения токов первой, второй,  $k$ -й гармоник. Они связаны с амплитудными значениями известными соотношениями

$$I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}; \quad I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}; \quad I_k = \frac{I_{km}}{\sqrt{2}}.$$

Также вводится понятие среднего значения по модулю несинусоидального тока за период

$$I_{cp.мод} = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt.$$

Формы периодических несинусоидальных кривых тока, напряжения, ЭДС характеризуются следующими коэффициентами.

1. Коэффициент амплитуды  $k_a = I_m / I$ .

2. Коэффициент формы  $k_\phi = I / I_{cp.мод}$ .

3. Коэффициент гармоник  $k_\Gamma = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_k^2}}{I_1}$ .

4. Коэффициент среднего значения  $k_{cp} = I_{cp} / I_m$ .

5. Коэффициент искажения  $k_{II} = \frac{I_1}{\sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2}}$ .

6. Коэффициент пульсаций  $k_{II} = I_{1m} / I_0$ .

Коэффициенты  $k_a$  и  $k_\phi$  характеризуют форму периодических кривых, т. е. их отличие от синусоиды, и используются в силовой электротехнике. Коэффициенты  $k_T$  и  $k_{II}$  являются показателями качества электрической энергии энергосистем. В энергетической электронике при оценке результатов преобразования переменного синусоидального тока в постоянный используются коэффициенты  $k_{cp}$  и  $k_n$ .

Для электрических цепей при несинусоидальных напряжениях и токах мгновенная мощность определяется как произведение мгновенных значений напряжения и тока  $p(t) = u(t)i(t)$ . Активная мощность, как и для синусоидального тока, есть среднее значение мгновенной мощности за период:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt .$$

После подстановки значений  $u(t)$  и  $i(t)$ , имеющих одинаковый гармонический состав по числу гармоник из разложений в ряд Фурье и интегрирования, получим

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k ,$$

где  $U_0, I_0$  – постоянные составляющие несинусоидальных напряжения и тока;

$\varphi_k = \psi_{k u} - \psi_{k i}$  – угол сдвига по фазе между напряжением и током  $k$ -й гармоники.

Следовательно, активная мощность при несинусоидальных напряжениях и токах равна сумме активной мощности постоянных составляющих и активных мощностей всех гармонических составляющих тока и напряжения. Полная мощность

$$S = UI,$$

где  $U$  и  $I$  – действующие значения несинусоидальных напряжения и тока. Для несинусоидальных напряжения и тока  $S^2 = (UI)^2 > P^2 + Q^2$ , где  $Q$  – реактивная мощность, определяемая по аналогии с активной мощностью:

$$Q = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + \dots + U_k I_k \sin \varphi_k .$$

В общем случае форма кривой тока не подобна форме кривой напряжения, поэтому полная мощность несинусоидальных напряжения и тока

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + T^2} ,$$

где  $T = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$  – мощность искажений, которая зависит от степени различия форм кривых несинусоидальных напряжения и тока.

В современных условиях актуальны вопросы расчета и измерения токов, напряжений и мощностей в цепях с нелинейной нагрузкой. Это связано с тем, что большое распространение получили частотно - регулируемые электроприводы, мощные выпрямительные установки и другие промышленные и бытовые устройства, которые искажают форму кривых тока и напряжения. При этом в электрических сетях появляются высшие гармоники, которые негативно влияют на остальные приемники электроэнергии, генераторы, линии электропередач и конденсаторные батареи.

Несинусоидальность напряжения и тока обуславливает дополнительные потери энергии и нагрев, а также ускоренное старение изоляции электрооборудования, снижает качество электрической энергии. Поэтому при несинусоидальных токах и напряжениях при измерении мощностей необходимо учитывать влияние высших гармоник на активную, реактивную и полную мощности. Коэффициент мощности *искажений* характеризует отклонение формы тока от формы напряжения и равен отношению мощности искажений  $T$  к полной мощности  $S = UI$ :

$$k_{\text{иск}} = \frac{T}{S} = \frac{\sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}}{S} < 1.$$

Рассмотрим резонансные явления в электрических цепях при действии несинусоидальных напряжений (токов).

При резистивной нагрузке токи всех гармоник совпадают по фазе с соответствующими гармониками напряжений и форма кривой несинусоидального тока аналогична форме кривой напряжения.

В цепи с индуктивным элементом амплитуда тока основной гармоники определяется как  $I_{1m} = U_{1m} / \omega L$ , а амплитуды токов всех последующих гармонических составляющих  $I_{km} = U_{km} / k\omega L$ . Так как сопротивление индуктивного элемента увеличивается с переходом к высшим гармоникам, амплитуда каждой гармоники тока будет уменьшаться обратно пропорционально номеру  $k$  гармоники, и высшие гармоники тока будут проявляться в меньшей степени в общей кривой тока. Таким образом, кривая тока меньше отличается от синусоиды, чем кривая напряжения. Аналогично в цепи с емкостным элементом амплитуды токов основной и высших гармоник определяются как

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{1 / \omega C}, \quad I_{km} = \frac{U_{km}}{1 / k\omega C}.$$



Так как сопротивление емкостного элемента уменьшается с переходом к высшим гармоникам, амплитуды гармоник тока будут увеличиваться пропорционально номеру гармоники, форма кривой тока будет искажаться еще больше в сравнении с кривой напряжения.

Поскольку с ростом частоты сопротивление индуктивного элемента увеличивается, а емкостного уменьшается, в последовательной  $r-L-C$  цепи может возникнуть резонанс напряжений либо для первой, либо для одной из высших гармоник. Условие возникновения резонанса напряжений для некоторой  $k$ -ой гармоники

$$k\omega L = 1 / k\omega C$$

При этом амплитуда тока резонансной гармоники может значительно превысить амплитуды тока всех остальных гармоник, а на участках электрической цепи с индуктивным и емкостным элементами могут возникнуть перенапряжения.

В электрических цепях несинусоидального тока при параллельном соединении катушки индуктивности и конденсатора возможно возникновение резонанса токов либо для первой, либо для одной из высших гармоник с присущими данному резонансу явлениями.

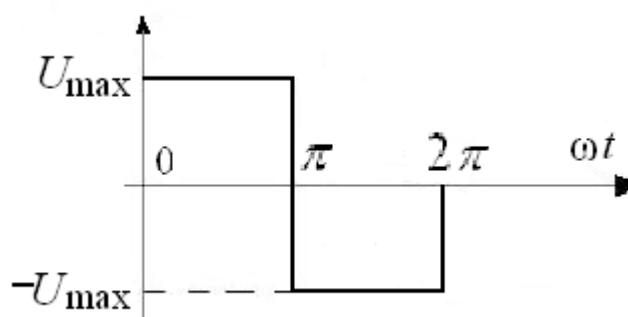


Рис. 4

Расчет электрических цепей при действии несинусоидальных напряжений (токов) значительно упрощается, если воспользоваться разложением в ряд Фурье стандартных функций. Для большинства форм напряжений и токов формулы разложения в ряд Фурье приводятся в учебниках. В лабораторной работе исследуется симметричное двухполярное прямоугольное напряжение (меандр), график которого приведен на рис. 4. Разложение такого вида напряжения даётся формулой

$$u(t) = \frac{4}{\pi} U_m \left( \frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \dots + \frac{\sin k\omega t}{k} \right) \text{В,}$$

где  $k$  принимает нечетные значения;

$U_m$  – амплитуда напряжения;

$\omega$  – частота основной (первой) гармоники.

Из формулы разложения следует, что меандр при разложении в ряд Фурье представляется только нечетными гармониками.

### Задание на подготовку к работе

1. Изучить методы расчета электрических цепей при действии несинусоидального напряжения.

2. Ознакомиться с методами разложения несинусоидальных функций в ряд Фурье.

3. Записать выражение для вычисления ряда Фурье прямоугольного симметричного напряжения (см. рис. 4) для первых четырех гармоник.

4. Привести выражения для определения действующих значений несинусоидального напряжения и тока; активной, реактивной и полной мощностей.

5. Изучить условия возникновения резонансных явлений в цепях с несинусоидальными напряжениями и токами.

6. Записать коэффициенты, характеризующие форму несинусоидального напряжения (тока), привести примеры.

### Рабочее задание

1. Для электрической цепи, изображенной на рис. 5, рассчитать мгновенные, амплитудные и действующие значения тока и напряжений на входе, конденсаторе, катушке индуктивности. Рассчитать также потребляемую цепью активную, реактивную и полную мощности при приложенном прямоугольном периодическом напряжении, построить график изменения тока в цепи.

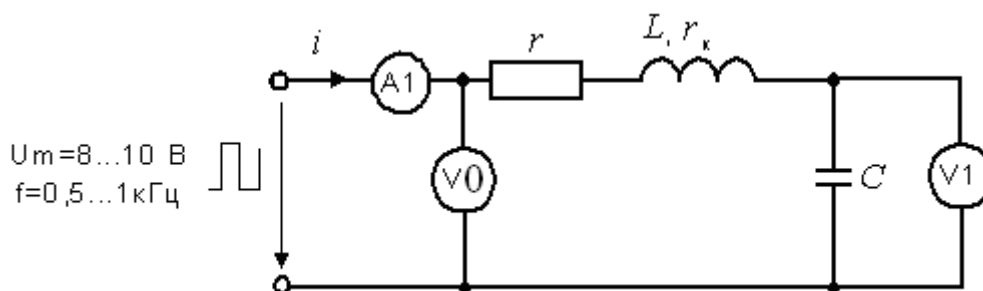


Рис. 5

Расчет провести с учетом первых трех гармоник разложения в ряд Фурье, используя следующие исходные данные.

$U_m = (5 + N_{\text{бригады}}), \text{ В};$   
 $f = (350 + 50N_{\text{бригады}}), \text{ Гц};$   
 $L = 10 \text{ мГн}, (r_{\text{катушки}} = 17 \text{ Ом});$  далее по номерам бригады:  
 № 1 –  $C = 1,79 (1,0 + 0,47 + 0,22 + 0,1) \text{ мкФ}; r = 57 (10 + 47) \text{ Ом};$   
 № 2 –  $C = 1,32 (1,0 + 0,22 + 0,1) \text{ мкФ}; r = 69 (22 + 47) \text{ Ом};$   
 № 3 –  $C = 0,32 (0,22 + 0,1) \text{ мкФ}; r = 100 \text{ Ом};$   
 № 4 –  $C = 1,0 \text{ мкФ}; r = 100 \text{ Ом}.$   
 Расчетные данные занести в табл. 3.

Таблица 3

Данные	$U,$ В	$I,$ мА	$U_m,$ В	$I_m,$ мА	$U_C,$ В	$U_L,$ В	$U_{L-C},$ В	$P,$ мВт	$Q,$ мВАр	$S,$ мВА
Расчетные										
Экспериментальные										

- По результатам расчёта мгновенных значений построить графики изменения тока и напряжений (с учетом первых трех гармоник разложения). Рекомендуется построение выполнить в системе MatLab с использованием сценариев `garm_RLC.m` (сценарии разработаны доцентом кафедры ЭтЭн В. Е. Шмелёвым).
- Оценить возможность получения резонанса напряжений на высших гармониках, рассчитав полные сопротивления для третьей и пятой гармоник.
- Исследовать последовательную  $r$ - $L$ - $C$  цепь при действии симметричного периодического прямоугольного напряжения.
- Получить осциллограммы несинусоидальных тока и напряжений для последующего анализа и включения в отчет.

### Экспериментальное исследование и обработка результатов измерений

- Привести персональный компьютер в рабочее состояние. Запустить программу «ВП ТОЭ», открыть меню и выбрать из него пункт «Приборы I».
- Собрать на наборном поле электрическую цепь согласно схеме (см. рис. 5) с принятыми для расчета параметрами элементов, включить виртуальные приборы для измерения действующих и амплитудных

значений тока ( $A1$ ) и напряжений на входе цепи ( $V0$ ), конденсаторе ( $V1$ ), катушке индуктивности, цепи  $L - C$  (переключая  $V1$ ).

- Установите на генераторе прямоугольных колебаний необходимые амплитуду и частоту.
- Измерьте с помощью виртуальных приборов параметры несинусоидального тока и напряжений, занесите результаты в табл. 3.
- Включите виртуальный осциллограф, «подключите» три входа осциллографа к приборам  $V0$ ,  $A1$ ,  $V1$ , а остальные входы отключите.
- Снимите осциллограммы тока, напряжений на входе и на конденсаторе. Затем подключите вольтметр  $V1$  к катушке индуктивности и снимите аналогичные осциллограммы, осциллограммы (лучше на светлом фоне) сохраните для анализа и последующего включения в отчет. Оцените отставание или опережение по фазе напряжений от тока и сравните их с преобладанием нагрузки индуктивного или емкостного характера. Выполните графоаналитическое разложение несинусоидального тока.
- Измерьте виртуальными приборами с помощью блока «Приборы II» активную, реактивную, полную мощности и запишите их значения также в табл. 3 под рассчитанными величинами. Сравните и проанализируйте результаты.
- Исследуйте возможность получения резонанса напряжений на высших гармониках (по максимуму потребляемого тока). При возникновении резонанса определите резонансную частоту (номер гармоники), измерьте величины действующих значений тока и напряжений на входе, катушке индуктивности, конденсаторе, цепи  $L - C$ . Сравните полученные величины с аналогичными на основной гармонике.
- Измерьте виртуальными приборами с помощью блока «Приборы II» активную, реактивную, полную мощности при резонансе. Сравните полученные величины с аналогичными на основной гармонике и проанализируйте результаты.
- Замените катушку индуктивности на другую с  $L = 100\text{мГн}$  ( $r_{\text{катушки}} = 170\text{ Ом}$ ), оцените с помощью осциллографа форму кривой тока и объясните произошедшие изменения формы.
- Измерьте виртуальными приборами активную, реактивную и полную мощности при новой катушке индуктивности. Объясните, какие величины изменились и почему это произошло?

## Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Краткие теоретические сведения и расчетные формулы для определения сопротивлений, токов, напряжений и мощностей в неразветвленных электрических цепях несинусоидального тока.
3. Схемы, таблицы с расчетными и экспериментальными данными, осциллограммы тока и напряжений (с обозначениями).
4. Расчеты гармонических составляющих несинусоидального тока и напряжения, электрических параметров исследуемых схем.
5. Анализ полученных результатов и выводы по работе.

## Контрольные вопросы

1. Каковы причины возникновения несинусоидальных токов и напряжений в электрических сетях? Приведите примеры.
2. Какие функции могут быть разложены в ряд Фурье? Приведите примеры.
3. Как по виду кривой установить, содержит ли она четные гармоники? Есть ли постоянная составляющая?
4. Как определяется знак начального фазного угла для каждой гармоники?
5. Как влияет характер цепи ( $r$ ,  $r - L$ ,  $r - C$ ) на форму кривой несинусоидального тока?
6. Как вычисляются действующие значения тока и напряжения при несинусоидальном периодическом сигнале?
7. Как определяются активная, реактивная и полная мощности при несинусоидальном периодическом сигнале?
8. Каково соотношение между полной, активной и реактивной мощностями при несинусоидальном напряжении? Поясните смысл.
9. Что такое «мощность искажений»? Что она характеризует?
10. Какими коэффициентами характеризуется форма несинусоидального напряжения (тока)? Какие из них характерны для силовой электротехники, электроэнергетики, энергетической электроники? Приведите Ваши соображения.
11. К каким последствиям приводит несинусоидальность токов (напряжений) в электроэнергетике? Обоснуйте Вашу точку зрения.
12. Объясните графоаналитический способ разложения несинусоидальной функции в ряд Фурье (на примере).

13. Какие соотношения используют при вычислении среднего значения несинусоидального сигнала?

14. При каких условиях возникают резонансные явления на высших гармониках? Чем они опасны?

### Лабораторная работа № 7

## **ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПИ С КАТУШКОЙ ИНДУКТИВНОСТИ И РЕЗИСТОРАМИ**

*Цель работы* – изучение и освоение методов расчета переходных процессов в  $RL$ -цепях первого порядка, экспериментальное исследование переходных процессов и определение их параметров, оценка результатов эксперимента и расчета, привитие навыков работы с виртуальными приборами при исследовании динамических процессов.

### **Краткие теоретические сведения**

*Переходным* называют процесс изменения токов и напряжений в цепи при переходе от одного установившегося режима к другому.

Переходные процессы в цепях с источниками постоянных или периодических ЭДС и токов возникают в результате различных *коммутаций*, которые приводят к изменению схемы или параметров цепи: подключение или отключение источников или нагрузок, короткие замыкания, колебания величины какого-либо параметра и т. п. Если в цепи имеются индуктивные или ёмкостные элементы, то переход от одного установившегося режима (до коммутации) к другому (после коммутации) не может совершиться мгновенно даже при мгновенной коммутации, поскольку не может мгновенно измениться энергия магнитного и электрического полей, связанных с индуктивностями или ёмкостями. Для мгновенного или скачкообразного изменения энергии полей необходима бесконечно большая мощность источников энергии; реальные источники энергии обладают конечной мощностью.

При переходном процессе значения токов и напряжений на отдельных участках цепи могут существенно отличаться от значений токов и напряжений при установившемся режиме, что в ряде случаев приводит к нарушениям нормальной работы электротехнических устройств и даже к авариям.

Как правило, длительность переходного процесса во много раз больше длительности коммутации, поэтому коммутацию в таких случаях можно считать мгновенной.

Таким образом, переходный процесс обусловлен несоответствием величины запасенной энергии в магнитном поле катушки и электрическом поле конденсатора ее значению для нового состояния цепи.

Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях можно производить как *во временной*, так и *в частотной* области. Расчёт токов и напряжений в виде функций времени называют анализом *во временной области*. Расчёт частотных зависимостей комплексных значений передаточных сопротивлений и проводимостей, коэффициентов передачи тока и напряжения, а также определение частотных спектров электрических сигналов называется анализом цепи *в частотной области*.

Для анализа переходных процессов в линейных электрических цепях используются следующие основные методы:

- классический, заключающийся в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитное состояние цепи;
- операторный, заключающийся в решении системы алгебраических уравнений относительно изображений искомых переменных с последующим переходом от найденных изображений к оригиналам;
- частотный, основанный на преобразовании Фурье и находящий широкое применение при решении задач синтеза;
- расчета с помощью интеграла Дюамеля, используемый при сложной форме кривой возмущающего воздействия;
- переменных состояния, представляющий собой упорядоченный способ определения электромагнитного состояния цепи на основе решения системы дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в нормальной форме (форме Коши).

При использовании классического метода токи и напряжения при переходном процессе можно рассчитать путём интегрирования

дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Такое уравнение получается в результате последовательного исключения из системы уравнений состояния цепи (уравнений Кирхгофа, узловых или контурных уравнений и др.) в интегрально-дифференциальной форме всех неизвестных переменных, кроме одной. При наличии в цепи источников ЭДС и тока правая часть дифференциального уравнения в общем случае является функцией напряжений и токов источников и их производных по времени.

Дифференциальное уравнение, описывающее переходный процесс в линейной стационарной цепи, имеет следующий вид:

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = F(t),$$

где  $x(t)$  – искомое напряжение или ток;  $a_j$  ( $j = 0 - n$ ) – постоянные коэффициенты;  $F(t)$  – функция времени, зависящая от параметров источников электрической энергии.

Решение дифференциального уравнения можно представить в виде суммы общего решения однородного уравнения (*свободной составляющей*) и частного решения неоднородного уравнения (*принужденной составляющей*):

$$x(t) = x_{св}(t) + x_{пр}(t),$$

где  $x_{пр}(t)$  – принуждённый ток (или напряжение), определяется в установившемся режиме после коммутации; этот ток создаётся внешним источником питания. Если в цепь включен источник постоянной ЭДС, принужденный ток будет постоянным, если в цепи действует источник синусоидальной ЭДС, принужденный ток будет изменяться по периодическому синусоидальному закону;

$x_{св}(t)$  – свободный ток (или напряжение) определяется в схеме после коммутации, из которой исключен внешний источник питания. Свободный ток создается внутренними источниками питания – ЭДС самоиндукции катушки индуктивности или напряжением заряженной ёмкости.

Исходному дифференциальному уравнению соответствует характеристическое уравнение вида

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0.$$

Если в цепи только один реактивный элемент, дифференциальное уравнение будет первого порядка, его характеристическое уравнение будет иметь один корень  $s_1$ , и свободная составляющая тока (или напряжения)



$$x_{св}(t) = A_1 \exp(s_1 t),$$

где  $A_1$  – постоянная интегрирования.

Чтобы определить постоянную интегрирования  $A_1$ , необходимо знать *начальные условия*, т. е. значения искомой величины  $x(t)$  (и всех её производных по времени до  $(n - 1)$ -го порядка включительно для дифференциального уравнения  $n$ -го порядка) в начальный момент времени  $t = 0$  (предполагается, что в этот момент и происходит мгновенная коммутация). Если до коммутации режим работы цепи известен, то для расчёта начальных условий послекоммутационного переходного процесса можно использовать *законы коммутации*.

Коротко эти два закона можно сформулировать так: токи  $i_L$  в идеальных индуктивных элементах и напряжения  $u_C$  на зажимах идеальных ёмкостных элементов не могут изменяться скачком (т. е. они изменяются непрерывно), поэтому для них справедливы равенства

$$i_L(+0) = i_L(-0); \quad u_C(+0) = u_C(-0),$$

где  $-0$  – момент времени непосредственно перед коммутацией (слева от нуля на оси времени);

$+0$  – момент времени сразу после коммутации (справа от нуля на оси времени).

С помощью законов коммутации и уравнений цепи находят начальные значения напряжений, токов и их производных.

В работе исследуются два процесса: включения и отключения цепи с катушкой индуктивности.

Цепь с одной катушкой индуктивности (рис. 6) описывается дифференциальным уравнением первого порядка. Поэтому все токи и напряжения в переходном режиме изменяются по экспоненциальному закону с одной и той же постоянной времени ( $\tau = 1/|s|$ ) от начального значения до установившегося. Начальное значение тока в индуктивности равно току в ней непосредственно перед коммутацией, так как ток в катушке не может изменяться скачком по закону коммутации.

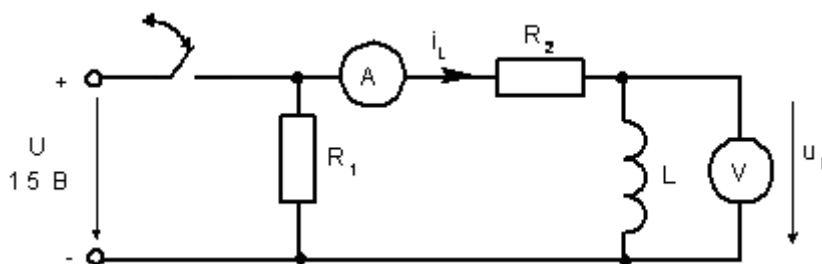


Рис. 6

Напряжение на катушке может изменяться скачком и при отключении достигать весьма больших значений.

На рис. 6 изображена схема, в которой источник постоянного напряжения рубильником подключается к  $rL$ -цепи.

До коммутации ток через индуктивность не протекал,  $i_L(-0) = 0$ , тогда по закону коммутации  $i_L(+0) = i_L(-0) = 0$ . Затем ток начинает возрастать по экспоненциальному закону с постоянной времени  $\tau = 1/|s|$  до установившегося значения  $I_0 = U/r_2$  (это и будет принужденная составляющая переходного тока, определяемая внешним источником). Переходный ток в индуктивности

$$i_L(t) = i_{Lnp} + i_{Lсв}(t) = i_{Lnp} + Ae^{st}.$$

Свободная составляющая переходного тока существует за счет ЭДС самоиндукции  $e_L = -Ldi_{Lсв}/dt$ , возникающей в катушке. Уравнение для свободного тока в контуре, образованном после замыкания рубильника (при этом источники напряжения закорачиваются, а ветви с источниками тока разрываются), по второму закону Кирхгофа:

$$i_{Lсв}r_2 + Ldi_{Lсв}/dt = 0.$$

Ищем решение этого дифференциального уравнения в виде экспоненты  $i_{Lсв}(t) = Ae^{st}$ . После подстановки в предыдущее уравнение получим

$$Ae^{st}r_2 + LAse^{st} = Ae^{st}(r_2 + sL) = 0.$$

Из этого уравнения следует, что  $r_2 + sL = 0$  – это уравнение называется *характеристическим*. Корень этого уравнения  $s = -r_2/L$  называется корнем характеристического уравнения, а  $\tau = 1/|s| = L/r_2$  – постоянная времени переходного процесса при замыкании рубильника (величина положительная, измеряется в секундах). Постоянная времени  $\tau$  – это интервал времени, за который переходный ток или напряжение изменяются в  $e$  (2,72) раз.

Постоянную интегрирования  $A$  определим из начальных условий при  $t = 0$  (момент коммутации)  $i_L(0) = i_{Lnp}(0) + i_{Lсв}(0) = U/r_2 + A = 0$ , откуда  $A = -U/r_2$ . Соответственно переходный ток (рис. 7, а)

$$i_L(t) = U/r_2 - U/r_2 e^{-t/\tau} = U/r_2 (1 - e^{-t/\tau}).$$

Напряжение на индуктивности

$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = -L \left(-\frac{r_2}{L}\right) \frac{U}{r_2} e^{-t/\tau} = Ue^{-t/\tau} \quad (\text{рис. 7, б}).$$

Анализ графиков (см. рис. 7) показывает, что ток в  $RL$ -цепи постепенно нарастает от нуля до своего установившегося значения и тем медленней, чем больше постоянная времени  $\tau$  – время, в течение которого переходная величина (ток в нашем случае) изменяется на  $0,632$  от своего размаха  $I_0$ .

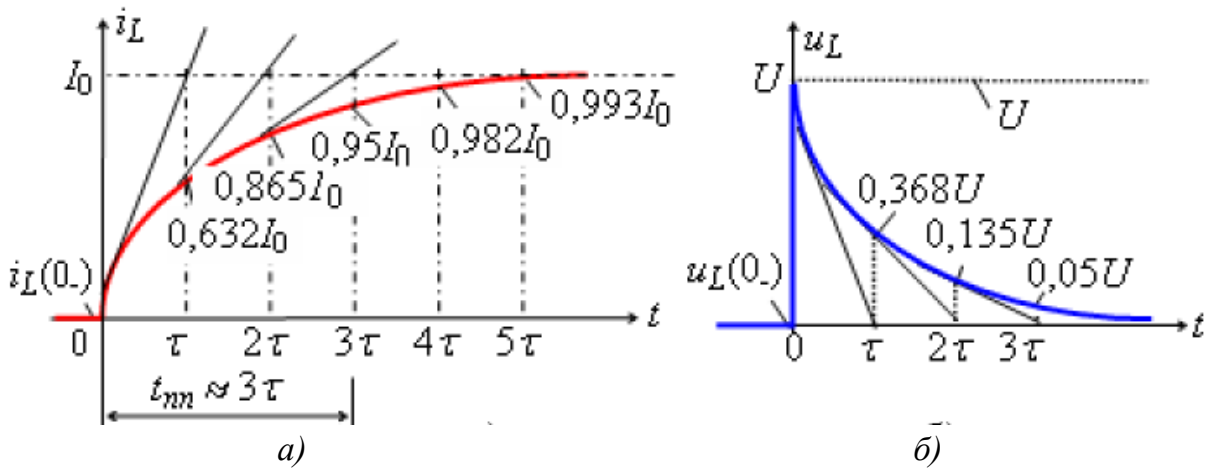


Рис. 7

Если снять осциллограмму переходного тока, то значение  $\tau$  можно определить по длине подкасательной, получаемой после проведения касательной из точки  $0$  до пересечения с горизонтальной линией  $I_0$  и опускания перпендикуляра на ось абсцисс (или используя другие точки осциллограммы для проведения касательной, например, точку  $0,632I_0$  или точку  $0,865I_0$ ) (см. рис. 7, а).

Таким же способом значение  $\tau$  можно определить по спадающей экспоненте (в нашем случае это напряжение  $u_L$  на катушке индуктивности), или делая засечки на уровне  $0,368$  от размаха напряжения  $U$ .

Считают, что переходный процесс заканчивается, когда переходная величина отличается от своего установившегося значения примерно на  $5\%$ . Тогда для переходного тока можно записать  $0,95I_0 = I_0(1 - e^{-t_1/\tau})$ , где  $t_1 = t_{mn}$  – время переходного процесса. Решая это уравнение, получим  $t_{mn} = 3\tau$ .

При отключении рубильника энергия, запасённая в магнитном поле катушки индуктивности, рассеивается на сопротивлениях  $r_1$  и  $r_2$  образовавшегося замкнутого контура. До коммутации через катушку протекал ток  $I_0 = U/r_2$ , после коммутации ток будет убывать по экс-

по экспоненциальному закону до нуля. Переходный ток можно представить, как и в предыдущем случае, суммой двух составляющих – принужденной и свободной:

$$i_L(t) = i_{Lnp} + i_{Lсв}(t) = i_{Lnp} + Ae^{st}.$$

Принужденная составляющая в этом случае будет равна нулю (нет внешнего источника электроэнергии). Переходный ток определяется только свободной составляющей тока, уравнение для которой запишем

$$\text{для } RL\text{-контура по второму закону Кирхгофа } i_{Lсв}(r_1 + r_2) + \frac{di_{Lсв}}{dt} = 0.$$

Сделав подстановки для тока, получим характеристическое уравнение, корень которого  $s = -(r_1 + r_2)/L$ , соответственно  $\tau = 1/|s| = L/(r_1 + r_2)$  – постоянная времени переходного процесса при размыкании рубильника. Из начальных условий при  $t = 0$  определяем постоянную интегрирования  $A = U/r_2 = I_0$ , тогда переходный ток при размыкании ключа (рис. 8)  $i_L(t) = i_{Lсв}(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ .

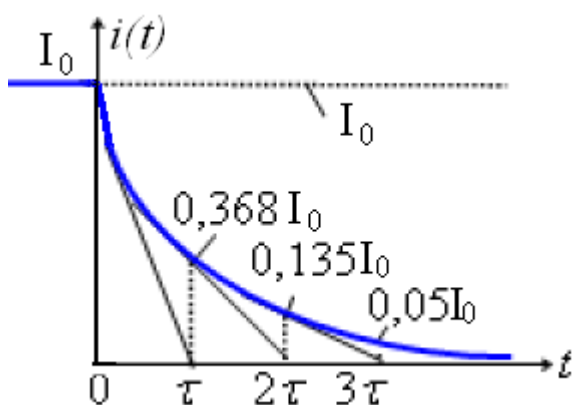


Рис. 8

Из графика следует, что переходный процесс при размыкании рубильника заканчивается также за время  $t_{\text{пн}} = 3\tau$ , но в этом случае  $\tau$  меньше, чем при замыкании рубильника.

В данной работе коммутация (включение и выключение цепи) осуществляется транзистором, на управляющий электрод которого подаются однополярные прямо-

угольные отпирающие импульсы тока от генератора напряжений специальной формы с частотой 200 Гц. Поэтому оба переходных процесса (при замыкании и при размыкании ключа) периодически повторяются и их можно наблюдать на виртуальном осциллографе.

### Задание на подготовку к работе

1. Изучить методы расчета переходных процессов в линейных электрических цепях. Особое внимание уделить классическому и операторному методам.

2. Изучить методы составления дифференциальных и характеристических уравнений для  $rL$ -цепей.

3. Изучить методы экспериментального определения величин постоянных времени.

### Рабочее задание

1. Составить дифференциальные и характеристические уравнения для  $rL$ -цепи, приведенной на рис. 9, для двух случаев: 1 – ключ замыкается и 2 – ключ размыкается. Выбрать из линейки сопротивлений ближайшее номинальное значение сопротивления  $r_2$  в соответствии с выражением  $r_2 = (150 N_{\text{бригады}}) \text{ Ом}$ .

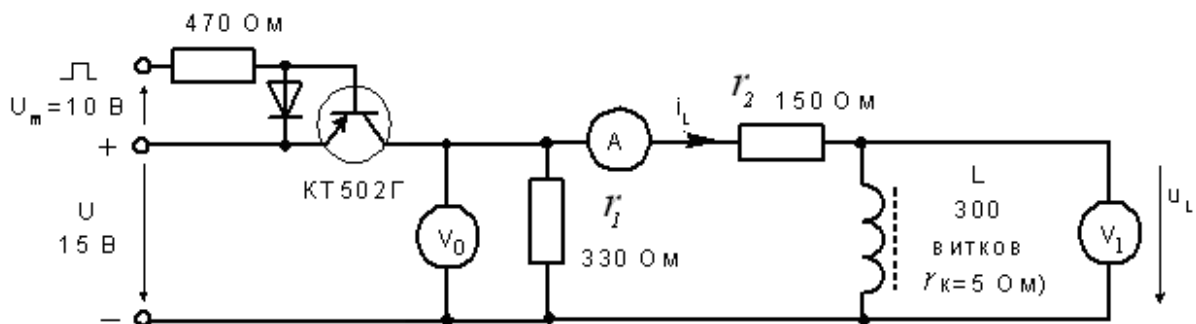


Рис. 9

2. Рассчитать принужденные составляющие токов и напряжений, докоммутационные и начальные значения токов через индуктивность также для двух случаев.

3. Написать выражения для вычисления постоянных времени при замыкании и размыкании ключа.

4. Исследовать переходные процессы в  $rL$ -цепи при замыкании и размыкании ключа, роль которого выполняет транзистор.

5. Снять осциллограммы переходных процессов.

6. Вычислить постоянные времени по осциллограммам переходных процессов, сравнить их с расчетными.

7. Рассчитать индуктивность катушки по результатам эксперимента.

### Экспериментальное исследование и обработка результатов измерений

- Привести персональный компьютер в рабочее состояние. Запустить программу «ВП ТОЭ», открыть меню и выбрать из него пункт «Приборы I». Включить виртуальные приборы  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $A_1$  и осциллограф.

- Собрать цепь согласно схеме (см. рис. 9), включив в неё вместо изображенных измерительных приборов соответствующие гнезда коннектора, выбрав сопротивление  $r_2$  из линейки сопротивлений ближайшее номинальное значение в соответствии с выражением  $r_2 = (150 \cdot \text{№бригады}) \text{ Ом}$ .
- Установить на генераторе прямоугольных импульсов амплитуду напряжения  $U_m = 10 \text{ В}$ , частоту  $f = 200 \text{ Гц}$  и подать это напряжение на управляющий электрод транзистора.
- Подключить входы осциллографа к соответствующим приборам, добиться изображения на экране одного-двух периодов исследуемого сигнала.
- Определите по осциллограммам принужденные составляющие токов и напряжений, докоммутационные и начальные значения токов через индуктивность при замыкании и размыкании ключа, сравните их с расчетными.
- Определите длительности переходных процессов при замыкании и размыкании ключа, сравните их с расчетными.
- Определите постоянные времени по осциллограммам переходных процессов при замыкании и размыкании ключа, объясните, чем вызвана разница в их значениях.
- Осциллограммы сохраните для последующего анализа и включения в отчет.

### **Содержание отчета**

1. Наименование и цель работы.
2. Краткие теоретические сведения и формулы для определения переходных токов и напряжений, постоянных времени.
3. Схемы, таблицы с расчетными и экспериментальными данными, осциллограммы токов и напряжений.
4. Расчеты электрических параметров исследуемых схем.
5. Анализ полученных результатов и выводы по работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Какой режим работы называется установившимся?
2. Какой режим работы называется «переходный процесс»?
3. Чем обусловлены переходные процессы?
4. Каким образом по виду электрической цепи можно определить порядок дифференциального уравнения, описывающего переходный процесс?

5. Зависят ли характеристическое уравнение и его порядок от воздействующего напряжения или тока? Поясните Вашу точку зрения.
6. Сформулируйте законы коммутации и объясните их физический смысл.
7. Дайте определение постоянной времени и покажите возможности её определения экспериментальным путём.
8. Как изменится постоянная времени, если индуктивность катушки увеличить в два раза? Как при этом изменится длительность переходного процесса?
9. Влияет ли на величину постоянной времени  $\tau$  тип питающего устройства – источник напряжения или источник тока? Поясните Вашу точку зрения.
10. В течение какого промежутка времени переходный процесс в цепи первого порядка практически заканчивается?
11. Почему при отключении от источника к катушке индуктивности подключают сопротивление  $r_1$ ? Обоснуйте Вашу точку зрения.

### Лабораторная работа № 8

## **ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПИ С КОНДЕНСАТОРОМ И РЕЗИСТОРАМИ**

*Цель работы* – изучение и освоение методов расчета переходных процессов в  $rC$ -цепях первого порядка, освоение методов составления и решений характеристических уравнений, экспериментальное исследование переходных процессов и определение их параметров, оценка результатов эксперимента и расчета, привитие навыков работы с виртуальными приборами при исследовании динамических процессов.

### **Краткие теоретические сведения**

Цепь с одним конденсатором и сопротивлениями описывается дифференциальным уравнением первого порядка, поэтому переход-

ное напряжение  $u_C(t)$  на конденсаторе можно представить в виде суммы двух составляющих: принужденной  $u_{Cпр}(t)$  и свободной  $u_{Cсв}(t)$ :

$$u_C(t) = u_{Cпр}(t) + u_{Cсв}(t).$$

Принужденная составляющая  $u_{Cпр}(t)$  определяется с использованием методик расчета установившихся режимов.

Свободная составляющая  $u_{Cсв}(t)$  имеет одно слагаемое вида  $A_1 \exp(s_1 t)$ , где  $s_1$  – корень характеристического уравнения, а  $A_1$  – постоянная интегрирования.

Характеристическое уравнение вида  $a_1 s + a_0 = 0$  может быть получено, как и раньше, из исходного дифференциального уравнения. Характеристическое уравнение может быть также составлено в виде

$$Z(s) = 0 \text{ или } Y(s) = 0,$$

где  $Z(s)$  и  $Y(s)$  – входные операторные сопротивление и проводимость цепи. Они могут быть получены заменой в выражениях комплексного сопротивления или проводимости цепи аргумента  $j\omega$  на оператор  $s$ .

Характеристическое уравнение можно получить путём приравнения к нулю входного комплексного сопротивления относительно любой ветви цепи *после коммутации*. Если разветвленная цепь содержит лишь один накопитель энергии, удобнее рассматривать входное сопротивление относительно ветви с накопителем энергии. Если в схеме есть источник тока, входное сопротивление нельзя рассматривать относительно ветви с источником тока. В этом случае входное сопротивление рассматривают относительно любой другой ветви, а ветвь с источником тока размыкают.

Постоянные интегрирования  $A$  для каждого тока или напряжения определяются из начальных условий. Для определения постоянной интегрирования  $A$  необходимо знать значение искомой функции в первый момент времени после коммутации (при  $t = +0$ ).

Начальное значение напряжения на конденсаторе определяется из первого закона коммутации:  $u_C(+0) = u_C(-0)$ , в свою очередь,  $u_C(-0)$  определяется из расчёта цепи до коммутации. Начальные значения других величин (токов и напряжений, которые могут изменяться скачком) рассчитываются по закону Ома и законам Кирхгофа в момент времени  $t = +0$ .



В лабораторной работе исследуется  $rC$ -цепь первого порядка с источником постоянного напряжения (рис. 10).

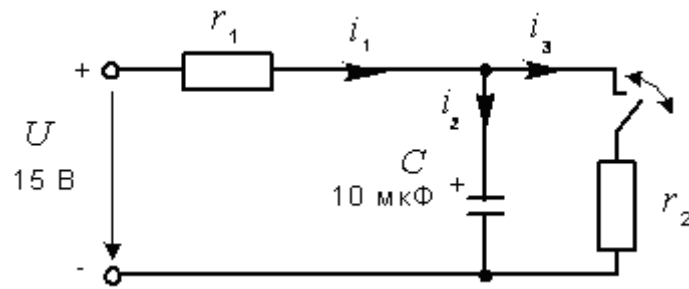


Рис. 10

Покажем, как получить характеристическое уравнение по входному комплексному сопротивлению при замыкании ключа.

После замыкания ключа сопротивления  $x_C$  и  $r_2$  будут включены параллельно и входное (со стороны источника питания) комплексное сопротивление можно определить из выражения

$$Z_{\text{вх}}(j\omega) = r_1 + \frac{r_2 \frac{1}{j\omega C}}{r_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{r_1 r_2 j\omega C + r_1 + r_2}{r_2 j\omega C + 1}.$$

Заменим аргумент  $j\omega$  на оператор  $s$  и, приравняв выражение к нулю, получим характеристическое уравнение для случая, когда ключ замыкается:

$$r_1 r_2 s C + r_1 + r_2 = 0.$$

Корень характеристического уравнения  $s_1 = -\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2 C} = -\frac{1}{r_{\text{экв}} C},$

где  $r_{\text{экв}}$  рассчитывается для параллельного соединения сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$ .

Постоянная времени  $\tau_1 = 1/|s_1| = r_{\text{экв}} C$  при замыкании ключа будет одной и той же для токов и напряжений, поэтому все токи и напряжения в переходном режиме изменяются по экспоненциальному закону с одной и той же постоянной времени ( $\tau_1 = 1/|s_1|$ ) от начального значения до установившегося. Начальное значение напряжения на конденсаторе равно напряжению на нём непосредственно перед коммутацией, т. е. скачком не меняется. Постоянную интегрирования  $A$  находим из начальных условий

$$u_C(+0) = u_{Cпр} + u_{Cсв}(+0),$$

где  $u_C(+0) = U=15В$  – напряжение на конденсаторе в момент коммутации (оно равно напряжению до коммутации  $u_C(-0)$ );

$u_{Cпр} = Ur_2/(r_1+r_2)$  – напряжение на конденсаторе (оно равно напряжению на сопротивлении  $r_2$ ) после завершения переходного процесса (принужденная составляющая);

$u_{Cсв}(+0) = A_1$  – значение свободной составляющей напряжения на конденсаторе в момент коммутации  $t = 0$  (постоянная интегрирования).

Тогда из уравнения  $U = Ur_2/(r_1 + r_2) + A_1$  получим  $A_1 = U r_1/(r_1 + r_2)$  и переходное напряжение на конденсаторе

$$u_C(t) = U\{r_2/(r_1 + r_2) + r_1/(r_1 + r_2) \exp(s_1 t)\} = U/(r_1 + r_2)\{r_2 + r_1 \exp(s_1 t)\}.$$

График изменения напряжений приведен на рис. 11, из графика видно, что напряжение на конденсаторе изменяется непрерывно, хотя свободная составляющая в момент коммутации изменяется скачкообразно. На этом же рисунке приведена зависимость тока через емкость во время переходного процесса при замыкании ключа. Переходный ток  $i_C(t)$  также можно представить по сумме двух составляющих – принужденной  $i_{Cпр}(t)$  и свободной  $i_{Cсв}(t) = B \exp(s_1 t)$ :

$$i_C(t) = i_{Cпр} + B \exp(s_1 t).$$

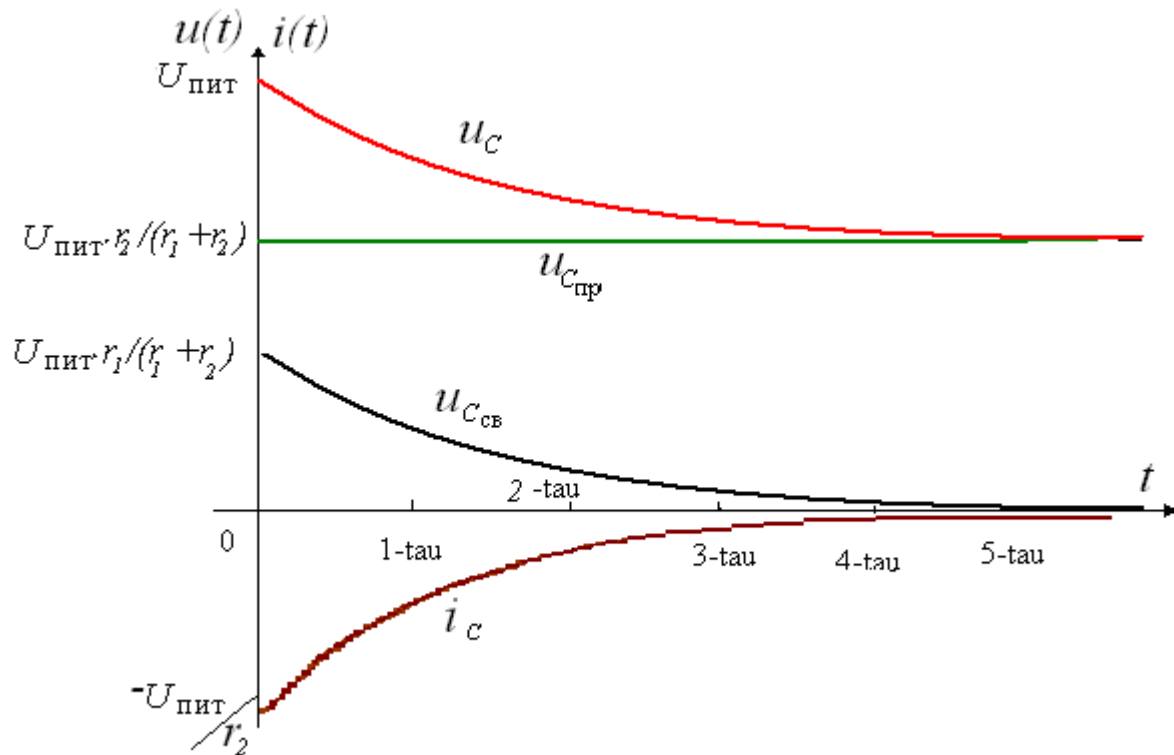


Рис. 11

Принужденная составляющая тока  $i_{Cпр} = 0$ , так как постоянный ток через емкость не протекает. Тогда переходный ток  $i_C(t)$  через емкость будет состоять только из свободной составляющей  $i_C(t) = B \exp(s_1 t)$ . Постоянную интегрирования  $B$  найдем из начальных условий ( $t = 0$ ), записав второй закон Кирхгофа для пассивного контура с конденсатором:

$$0 = i_C(+0)r_2 + u_C(+0) = B \exp(0)r_2 + U = Br_2 + U, \text{ откуда } B = -U/r_2.$$

Изменение переходного тока будет описываться выражением  $i_C(t) = -U/r_2 \exp(s_1 t)$ , знак « $-$ » означает, что ток течет в направлении, противоположном обозначенному на рис. 10, и конденсатор разряжается.

При *размыкании* ключа конденсатор заряжается через сопротивление  $r_1$  до напряжения питания  $U$ . Это и будет принужденная составляющая переходного напряжения на конденсаторе, свободная составляющая будет изменяться по экспоненциальному закону:

$$u_C(t) = u_{Cпр} + u_{Cсв}(t) = U + A_2 \exp(s_2 t).$$

Корень  $s_2$  характеристического уравнения найдем из входного комплексного сопротивления  $Z(j\omega) = (1/j\omega C) + r_1$ , заменив  $j\omega$  оператором  $s_2$  и приравняв выражение к нулю, получим  $s_2 = -1/Cr_1$ . Постоянная времени при размыкании ключа  $\tau_2 = Cr_1$  будет отличаться от  $\tau_1 = 1/|s_1|$ . Постоянную интегрирования  $A_2$  находим из начальных условий ( $t = 0$ )

$$u_C(+0) = u_{Cпр} + u_{Cсв}(+0),$$

где  $u_C(+0) = u_C(-0) = Ur_2/(r_1+r_2)$  – напряжение на емкости до коммутации;  $u_{Cпр} = U$  – напряжение на емкости после окончания переходного процесса;  $u_{Cсв}(+0) = A_2$  – значение свободной составляющей напряжения на конденсаторе в момент коммутации  $t = 0$  (постоянная интегрирования).

Из уравнения  $Ur_2/(r_1+r_2) = U + A_2$  постоянная интегрирования  $A_2 = -Ur_1/(r_1+r_2)$  и переходное напряжение на конденсаторе

$$u_C(t) = U \{ 1 - (r_1/(r_1+r_2)) \exp(s_2 t) \}.$$

График изменения напряжений приведен на рис. 12.

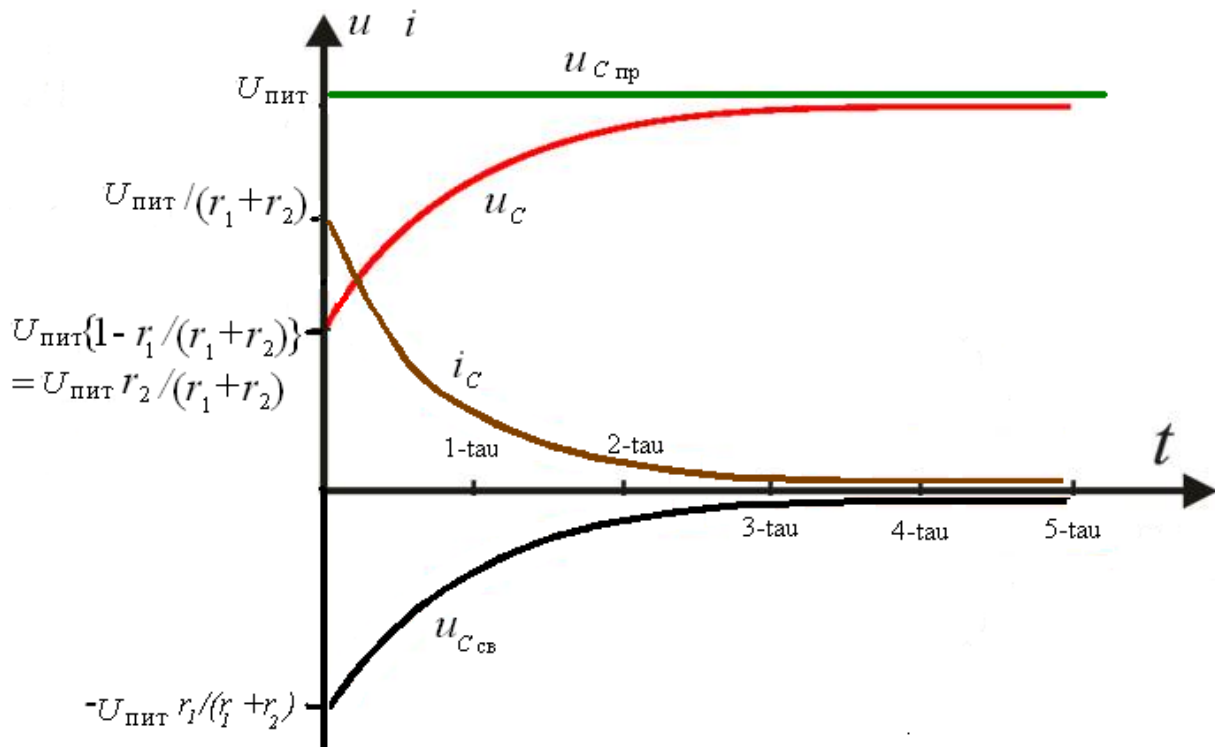


Рис. 12

На этом же рисунке приведена зависимость тока через емкость во время переходного процесса при размыкании ключа. Переходный ток  $i_C(t)$  представим в виде суммы двух составляющих – принужденной  $i_{Cпр}$  и свободной  $i_{Cсв}(t) = B_2 \exp(s_2 t)$ :

$$i_C(t) = i_{Cпр} + B_2 \exp(s_2 t),$$

где  $i_{Cпр} = 0$ .

Постоянную интегрирования  $B_2$  найдем из начальных условий ( $t = 0$ ), записав второй закон Кирхгофа для активного контура с конденсатором:

$$U = i_C(+0)r_1 + u_C(+0) = B_2 \exp(0)r_1 + Ur_2/(r_1 + r_2) = B_2 r_1 + Ur_2/(r_1 + r_2),$$

$$\text{откуда } B_2 = U/(r_1 + r_2),$$

где  $u_C(+0) = u_C(-0) = Ur_2/(r_1 + r_2)$ .

Изменение переходного тока при размыкании ключа будет описываться выражением  $i_C(t) = \{U/(r_1 + r_2)\} \exp(s_2 t)$ , знак «+» означает, что ток течет в направлении, указанном на рис. 10, и конденсатор заряжается.

В данной работе коммутация (включение и выключение) осуществляется транзистором, на управляющий электрод которого подаются отпирающие импульсы тока от источника синусоидального

напряжения с частотой 50 Гц. В результате оба переходных процесса (при замыкании и при размыкании ключа) периодически повторяются и их можно наблюдать на осциллографе.

### **Задание на подготовку к работе**

1. Изучить классический и операторный методы расчета переходных процессов в линейных электрических цепях.

2. Изучить методы составления дифференциальных и характеристических уравнений для  $rC$ -цепей.

3. Изучить методы экспериментального определения величин постоянных времени и длительности переходного процесса.

### **Рабочее задание**

1. Составить дифференциальные и характеристические уравнения для  $rC$ -цепи, схема которой приведена на рис. 10, для двух случаев: 1 – ключ замыкается и 2 – ключ размыкается. Набрать из линейки сопротивлений (последовательным соединением) ближайшее к расчетному значению сопротивление  $r_2$  в соответствии с выражением  $r_2 = (150 + 50 N_{\text{бригады}})$  Ом.

2. Рассчитать принужденные составляющие токов и напряжений, докоммутационные и начальные значения напряжений на ёмкости, длительности переходных процессов также для двух случаев.

3. Написать выражения для вычисления постоянных времени при замыкании и размыкании ключа.

4. Исследовать переходные процессы в  $rC$ -цепи при замыкании и размыкании ключа, роль которого выполняет транзистор.

5. Снять осциллограммы переходных процессов.

6. Вычислить постоянные времени по осциллограммам переходных процессов, сравнить их с расчетными.

### **Экспериментальное исследование и обработка результатов измерений**

- Привести персональный компьютер в рабочее состояние. Запустить программу «ВП ТОЭ», открыть меню и выбрать из него пункт «Приборы I».
- Собрать цепь согласно схеме (рис. 13), включив в неё вместо изображенных измерительных приборов соответствующие гнезда коннек-

тора и сопротивление  $r_2$  в соответствии с расчетными данными. Обратите внимание на полярность электролитического конденсатора.

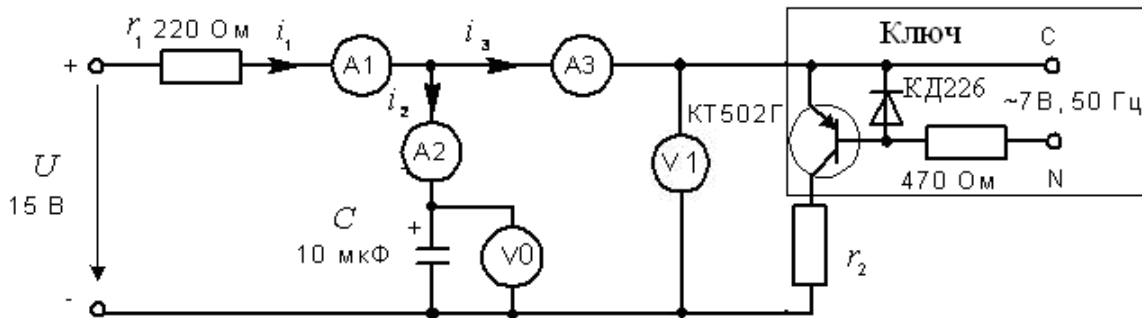


Рис. 13

- Транзисторный ключ подключить к синусоидальному напряжению, которое берется с фазы С трехфазного генератора напряжений и подается на управляющий электрод транзистора.
- Включить напряжение питания и подать управляющее напряжение на транзисторный ключ.
- Включить виртуальные приборы V0, V1, A1, A2, A3 и осциллограф. Подключить входы осциллографа к соответствующим приборам, добиться изображения на экране одного-двух периодов исследуемого сигнала.
- Определить по осциллограммам принужденные составляющие токов и напряжений, докоммутационные и начальные значения напряжений на конденсаторе при замыкании и размыкании ключа, сравнить их с расчетными.
- Определить длительности переходных процессов при замыкании и размыкании ключа, сравнить их с расчетными.
- Определить постоянные времени по осциллограммам переходных процессов при замыкании и размыкании ключа, сравнить их с расчетными, объяснить, чем вызвана разница в их значениях.
- Осциллограммы сохранить для последующего анализа и включения в отчет.

### Содержание отчета

1. Наименование и цель работы.
2. Краткие теоретические сведения и формулы для определения переходных токов и напряжений, постоянных времени.

3. Схемы, таблицы с расчетными и экспериментальными данными, осциллограммы токов и напряжений.
4. Расчеты электрических параметров исследуемых схем.
5. Анализ полученных результатов и выводы по работе.

### Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность операторного метода расчета переходных процессов?
2. Что называется оригиналом функции? Что называется изображением функции по Лапласу?
3. Приведите порядок расчета переходных процессов в данной схеме операторным методом.
4. Чем определяется принужденная составляющая переходного процесса?
5. Чем определяется свободная составляющая переходного процесса?
6. Каково сопротивление ёмкости в первый момент времени после замыкания ключа?
7. Как будет развиваться процесс свечения лампы накаливания, если при подключении её к источнику ЭДС последовательно с лампой в цепь включить ёмкость? Объясните Вашу точку зрения.
8. Через какое время после замыкания рубильника напряжение на конденсаторе в данной схеме уменьшится в два раза? Приведите Ваши рассуждения.
9. Как составить характеристическое уравнение по комплексному входному сопротивлению цепи? Как при этом учитываются источники ЭДС и источники тока?
10. Как в расчетных схемах для определения корней характеристического уравнения учитываются источники ЭДС и источники тока? Объясните Вашу точку зрения.
11. Напишите уравнения для переходных токов  $i_1(t)$  и  $i_3(t)$ , изобразите эти зависимости графически, объясните связь этих токов с током  $i_C(t)$ .

## РЕКОМЕНДУЕМЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бессонов, Л. А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М. : Гардарики, 2007. – 701 с. – ISBN 5-8297-0046-8.

2. Теоретические основы электротехники. В 3 т. Т. 1 / К. С. Демирчян [и др.]. – 4-е изд. – СПб. : Питер, 2003. – 463 с. – ISBN 978-5-947-23479-3.

3. Теоретические основы электротехники : сб. задач / Н. В. Коровкин [и др.]. – СПб. : Питер, 2006. – 512 с. – ISBN 5-94723-516-1.

4. Теоретические основы электротехники. В 2 т. Т. 1. Основы теории линейных цепей / под ред. П. А. Ионкина. – 2-е изд. – М. : Высш. шк., 1976. – 544 с.

5. Руководство по выполнению базовых экспериментов; ЭЦПЕТ. 001 РБЭ (901,902). – Челябинск : Учеб. техника, 2006. – 138 с.



## Оглавление

Введение.....	3
Лабораторная работа № 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ПАССИВНЫХ ЧЕТЫРЁХ- ПОЛЮСНИКОВ.....	4
Лабораторная работа № 6. ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕСИНУСОИДАЛЬНОЙ ЭДС.....	17
Лабораторная работа № 7. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПИ С КАТУШКОЙ ИНДУКТИВНОСТИ И РЕЗИСТОРАМИ...	30
Лабораторная работа № 8. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПИ С КОНДЕНСАТОРОМ И РЕЗИСТОРАМИ.....	39
Рекомендуемый библиографический список.....	48

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ»

Ч. 2. Установившиеся и переходные процессы в электрических цепях

КАЛИНИН Евгений Авенирович  
СБИТНЕВ Станислав Александрович

Редактор Р. С. Кузина  
Технический редактор С. Ш. Абдуллаева  
Корректор В. С. Тверовский  
Компьютерная верстка Е. А. Кузьминой

Подписано в печать 08.04.16.  
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 3,02. Тираж 100 экз.  
Заказ

Издательство  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.