

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

# РАСЧЁТ ОДНОСЛОЙНЫХ И МНОГОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД ОТ ДЕЙСТВИЯ ВНЕШНИХ НАГРУЗОК В ЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧ

Учебное пособие

*Допущено УМО вузов РФ по образованию в области строительства в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров «Строительство» (профили подготовки «Автомобильные дороги», «Промышленное и гражданское строительство») и магистров по направлению подготовки «Строительство» (программы магистерской подготовки «Теория и практика организационно-технологических и экономических решений», «Инновационные методы при проектировании и строительстве автомобильных дорог»)*



Владимир 2016

УДК 624.13

ББК 38.581

P24

**Авторы:** Т. И. Кравченко, В. В. Филатов, Б. Г. Ким, К. А. Дубов

Рецензенты:

Кандидат технических наук  
профессор кафедры автомобильных дорог  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых  
*Э. Ф. Семёхин*

Кандидат технических наук  
доцент кафедры строительных конструкций  
Ивановского государственного политехнического университета  
*В. С. Ярыгин*

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**Расчёт** однослойных и многослойных грунтовых сред от действия внешних нагрузок в линейной постановке задач : учеб. пособие / Т. И. Кравченко [и др.] ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 123 с.  
ISBN 978-5-9984-0658-4

Приведены методики расчётов решений плоских задач с использованием аналитических зависимостей критических усилий и максимальных глубин их проявления в слабых водонасыщенных грунтах. Методики расчётов с использованием численного метода позволяют составить наглядную картину напряжённо-деформированного состояния в слоистых грунтовых средах и с помощью аппроксимирующих зависимостей получить общую характеристику грунтового пространства на основании экспериментальных данных.

Предназначено для студентов различных форм обучения, обучающихся в бакалавриате и магистратуре по дисциплинам «Инженерная геология», «Механика слабых грунтов», «Основания и фундаменты инженерных сооружений».

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 54 Табл. 30. Библиогр.: 57 назв.

УДК 624.13

ББК 38.581

ISBN 978-5-9984-0658-4

© ВлГУ, 2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
Глава 1. СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ГРУНТОВОГО МАССИВА .....	6
1.1. Характеристика слабых водонасыщенных грунтовых оснований сооружений .....	6
1.2. Влияние подземных вод на физические свойства грунтов .....	13
1.3. Фазы деформированного состояния грунтов в зависимости от статики нагружения .....	14
1.4. Развитие деформаций в глинистых грунтах различной консистенции при действии возрастающей нагрузки .....	17
1.5. Методы расчёта критических усилий в механике грунтов .....	26
Глава 2. РАСЧЁТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ И ОДНОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД .....	31
2.1. Треугольная нагрузка .....	32
2.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника .....	38
2.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника .....	49
2.4. Симметричная нагрузка .....	60
2.5. Комбинированная нагрузка .....	70
2.6. Выводы по выполненным исследованиям .....	81
Глава 3. АППРОКСИМАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ТРЕУГОЛЬНЫХ НАГРУЗОК .....	82
3.1. Постановка задачи методом наименьших квадратов .....	82
3.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника .....	83
3.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника .....	86

3.4. Симметричная нагрузка .....	87
3.5. Комбинированная нагрузка .....	89
3.6. Выводы по выполненным исследованиям .....	91
Глава 4. ИССЛЕДОВАНИЕ	
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ	
ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ НА МОДЕЛЯХ	
СЛАБЫХ ГРУНТОВ .....	92
4.1. Результаты численных исследований .....	96
4.2. Выводы .....	96
Глава 5. РАСЧЁТ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ	
ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ .....	97
5.1. Расчёт устойчивости взлётно-посадочной полосы	
на участках залегания слабых грунтов .....	97
5.2. Расчет устойчивости участков приаэродромной	
территории .....	100
5.3. Выводы по выполненным расчётам .....	102
5.4. Расчет устойчивости насыпей, состоящих из отвалов	
продуктов переработки химической	
промышленности на слабом основании .....	102
5.5. Расчет устойчивости основания стального резервуара ..	109
5.6. Общие выводы .....	113
ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ .....	114
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ .....	115
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	117
СПИСОК БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ ССЫЛОК .....	118
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	122

## ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии приведено решение плоских задач от действия внешних вертикальных нагрузок на слабую грунтовую среду с оценкой критических усилий и максимальных глубин их проявления. Предварительно проведено изучение существующих методов оценки несущей способности слабых грунтов. В результате этого были учтены насущные проблемы, стоящие при проектировании оснований под инженерные сооружения на слабых водонасыщенных грунтах. Выполнено сопоставление результатов решений поставленных плоских задач для однослойных и многослойных водонасыщенных грунтовых сред от действия различных видов треугольных нагрузок на основание.

Исследования несущей способности слоистых водонасыщенных грунтов с помощью аппроксимирующих линейных зависимостей, полученных экспериментально и графически, дают возможность получить общую характеристику грунтового полупространства. Создана численная модель слоистого водонасыщенного грунта, подтверждающая начало развития упругопластических областей на определённых глубинах полупространства. В данном издании приведены примеры применения полученных методов оценки предельного состояния напряжённо-деформированного массива слабого грунта для расчётов оснований различных сооружений в строительстве, а также предлагается решить плоские задачи для различной ширины распределения полосовой внешней нагрузки. При описании различных конструктивных решений принята единая методика, используемая студентами специальностей промышленно-гражданского строительства (ПГС) при выполнении ими расчётно-графических и дипломных работ. Расчёт плоских задач рекомендуется проводить с использованием системных программ ЛИР-ВИЗОР и ГРУНТ. Результаты расчётов используются для проектирования оснований инженерных конструкций на слабых грунтах.

# **Глава 1. СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ГРУНТОВОГО МАССИВА**

Проектировщикам часто приходится сталкиваться с комплексом проблем, возникающих при строительстве новых и реконструкции существующих инженерных сооружений в районах распространения слабых водонасыщенных, глинистых, торфяных грунтов и илах, которые занимают значительное пространство территории России. На основании, конструкции, здания и сооружения действует комплекс неблагоприятных факторов, динамические нагрузки, технологические или аварийные температуры, вызывающие снижение прочностных и деформативных свойств грунтов. Всё это оказывает решающее влияние на несущую способность и долговечность зданий и сооружений. Несмотря на успешное строительство и эксплуатацию промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах, на практике приходится сталкиваться с авариями и деформациями инженерных сооружений. Причина аварий кроется в неправильной информации о характеристиках сжимаемости, прочности, ползучести грунтов, которую дают существующие исследования. Все это требует более обоснованного подхода к учёту особых условий при проектировании и строительстве сооружений на слабых грунтах, определяет необходимость проведения научно-исследовательских и опытно-экспериментальных работ для изучения несущей способности грунтов в городских и сельских регионах.

В результате этих насущных проблем был выполнен расчёт устойчивости слабых однослойных и многослойных водонасыщенных грунтов оснований инженерных сооружений.

## **1.1. Характеристика слабых водонасыщенных грунтовых оснований сооружений**

Анализ причин деформаций сооружений, расположенных на слабых грунтах показал, что их характеризуют основные особенности, специфичные для всей группы слабых грунтов, которые необходимо

учитывать при проектировании сооружений. Слабые грунты особенно широко распространены в северо-западных районах РФ, в геологическом прошлом освободившихся от ледникового покрова последнего континентального оледенения, в условиях избыточного увлажнения и затруднённого стока подземных и поверхностных вод. Эти грунты образуют залежи на дне, по берегам морей и озёр, в поймах и дельтах рек, на заболоченных водоразделах. Суммарная мощность толщ слабых грунтов сравнительно невелика, обычно не более 20 – 30 м; в ряде районов она достигает 50 м. По условиям образования и залегания слабые грунты можно разбить на три группы: морские и озёрные отложения, образующие слоистые толщи (пески, супеси, суглинки, глины, органо-генные и минеральные илы); покровные отложения, залегающие на плоских участках, на склонах и под склонами (торфяники, глинистый элювий коренных пород, размоченный лёсс, делювиальные отложения склонов, пролювий конусов выноса); техногенные отложения, залегающие в форме бугров, терриконов или во впадинах рельефа, в оврагах, в карьерах в форме карманов (городская свалка, отвалы промышленных отходов и др.).

С позиций механики грунтов слабые грунты характеризуются низкими показателями механических свойств. Им присуща избыточная увлажнённость, малая прочность, высокая сжимаемость и низкая несущая способность, приводящие к большим осадкам оснований, в результате влекущие аварии сооружений. В соответствии с [1] и [2] к слабым грунтам относят группу водонасыщенных глинистых грунтов, значение модуля общей деформации которых равно или меньше 5,0 МПа, а степень влажности больше 0,8, то есть более 80 % пор которых заполнены водой. Для большинства слабых грунтов значение угла внутреннего трения меняется от 0 до  $14^\circ$ , а значения коэффициента сцепления от 0,01 до 0,02 МПа.

К водонасыщенным глинистым грунтам относятся грунты различного происхождения (аллювиальные, морские делювиальные и т. д.), которые в результате литогенеза или других природных факторов стали сильносжимаемыми и водонасыщенными. К этой группе относят илы, ленточные глины, водонасыщенные лессовые макропористые и заторфованные грунты, а также некоторые другие виды глинистых грунтов.

Состав, структура, текстура, а следовательно, и свойства слабых водонасыщенных глинистых грунтов формируются в процессе их генезиса и изменяются под влиянием постгенетических процессов (диагенеза, эпигенеза и гипергенеза). При воздействии вибрации прочность этих грунтов понижается, т. е. появляются тиксотропные свойства. Осадки зданий, возведённых на таких грунтах, развиваются в течение десятков лет и достигают больших величин. При изучении отдельных видов слабых водонасыщенных глинистых грунтов необходимо применять генетический подход для установления закономерностей, присущих грунтам данного вида. Свойства слабых водонасыщенных глинистых и торфяных грунтов зависят от их минералогического состава. Кроме того на свойства этих грунтов влияют органические вещества, входящие в их состав. Присутствие большого количества органических веществ (более 10 %) в торфяных грунтах создаёт новые своеобразные свойства этих грунтов. Поэтому изучение торфов и заторфованных грунтов следует проводить по специальной методике, которая в некоторых случаях может отличаться от методики исследования слабых грунтов, не содержащих органических веществ.

Для определения физических характеристик и свойств слабых грунтов учёными проводились многолетние лабораторные исследования. Результаты этих исследований приведены в табл. 1.1 и 1.2 [1].

На основании [3] к слабым грунтам относятся типы слаболитифицированных био- и минерогенных грунтов, состоящих из торфов, заторфованных грунтов, сапропелей и морских илов. В генетическом отношении органические и органо-минеральные типы слаболитифицированных грунтов характеризуются общностью зарождения в водной или избыточно увлажнённой среде с протеканием сложных микробиологических и биохимических процессов распада органического вещества и осадконакопления в анаэробных условиях. Вследствие этих генетиколитологических причин таким грунтам присуща избыточная увлажнённость, низкая плотность, весьма незначительная прочность и сильная сжимаемость.

В соответствии с [3] категории слабых грунтов представлены в табл. 1.3.



Таблица 1.1

Результаты исследований физических характеристик  
слабых грунтов [1]

Грунт	Удельный вес, г/см <sup>3</sup>	Объёмный вес, г/см <sup>3</sup>	Влажность, %	Предел пластичности		Коэффициент пористости, $\epsilon_0$	Коэффициент сжимаемости, см <sup>2</sup> /кгс	Количество органических веществ, %
				$W_T$	$W_p$			
Ил: речной (Архангельск),	2,68	1,55	72,5	75,6	39,2	1,98	0,22	5,6
озёрный (Красноармейск),	2,68	1,73	49,2	47,1	25	1,4	0,12	3,7
органоминеральный (Рига)	2,32	1,24	158	180,2	81,2	3,83	0,81	12,8
Лёсс (Грозный)	2,7	1,42	–	22,3	17,4	1,06	0,09	–
Лёсс (Оби-Кинск)	2,71	1,69	–	0,01	18	0,76	0,06	–
Паста: из глины неокома (Саратов),	2,71	1,55	77,2	75,8	37	2,09	0,24	–
из хвалынской глины (Волгоград)	2,69	1,69	67,3	61,6	26,4	1,81	0,17	–

Таблица 1.2

Физико-механические свойства слабых грунтов [1]

Грунт	Влажность, %	Удельный вес, г/см <sup>3</sup>	Объёмный вес, г/см <sup>3</sup>	Предел пластичности		Уплотняющее давление, кг/см <sup>2</sup>	Коэффициент пористости $\epsilon_0$
				$W_T$	$W_p$		
Ил речной (Кашира)	52,9 – 54,95	2,6	1,63 – 1,66	49,7	29,7	0,2	1,36 – 1,43
Каолинит (паста)	50,1	2,68	–	56,6	39	0,5	1,26 – 1,3
Бентонит (паста)	106	2,68	–	120,2	40,1	0,5	2,62 – 2,68

Таблица 1.3

## Номенклатура слабых органично-минеральных грунтов [3]

Грунт (подгруппа)	Тип грунта	Вид грунта	Сопротивление сдвигу $\tau$ , $10^5$ Па	Естественная влажность (мягкопласт. пород) $W_0$ , %
Органический	Торф нормально-зольный	Слаборазложившийся	$> 0,05$	$> 1200$
		Среднеразложившийся	$> 0,05$	800 – 1200
		Сильноразложившийся	$> 0,05$	500 – 800
	Торф высокозольный	Слаборазложившийся	$> 0,07$	500 – 600
		Среднеразложившийся	$> 0,07$	400 – 500
		Сильноразложившийся	$> 0,07$	$< 400$
Органо-минеральный	Сапропель	Слабоминеральный	$< 0,03$	$> 500$
		Среднеминеральный	$< 0,05$	300 – 500
		Минеральный	$> 0,05$	180 – 300
	Заторфованный песчаный и глинистый	Сильноторфованные	$> 0,08$	300 – 400
Среднаторфованные		$> 0,08$	200 – 300	
Слаботаторфованные		$> 0,08$	$< 200$	
Минеральный	Ил	Глинистый	$> 0,05$	$> 60$
		Суглинистый	$> 0,1$	$> 35$
		Супесчаный	$> 0,1$	$> 30$

Длительность протекания осадков при нагружении в слабых грунтах объясняется существенным уменьшением объёмов порового пространства, резко снижающим (на несколько порядков) их водонепроницаемость [3]. Эти грунты могут быть использованы в инженерно-строительных целях лишь после проведения специальных мероприятий по их уплотнению или укреплению. Именно по этой причине нормативные документы [30, 31] не допускают возможность опирания фундаментов на названные типы грунтов слабой степени литификации, исключая возведения сооружений плавающего типа или в виде песчаных насыпей. В торфяных основаниях дорожных насыпей за десятилетия эксплуатации влажность снижается лишь до 180 – 220 %, а коэффициент пористости до 2,7 – 3,3, при модуле общей деформации порядка 0,3 – 0,7 МПа. Важное место в оценке устойчивости и несущей способности торфяных залежей занимает учёт сапропелевых отложений, залегающих под торфом. Это объясняется тем, что сопротивление сдвигу или удельное сцепление сапропелей нередко на порядок ниже,

чем у торфа, и колеблется в слабоминерализованных сапропелях в пределах  $0,003 - 0,03 \times 10^5$  Па. По данным рис. 1.1 [4] установлены классификационные отличия между торфяными, заторфованными грунтами и сапропелями по показателю прочности  $\tau$ .

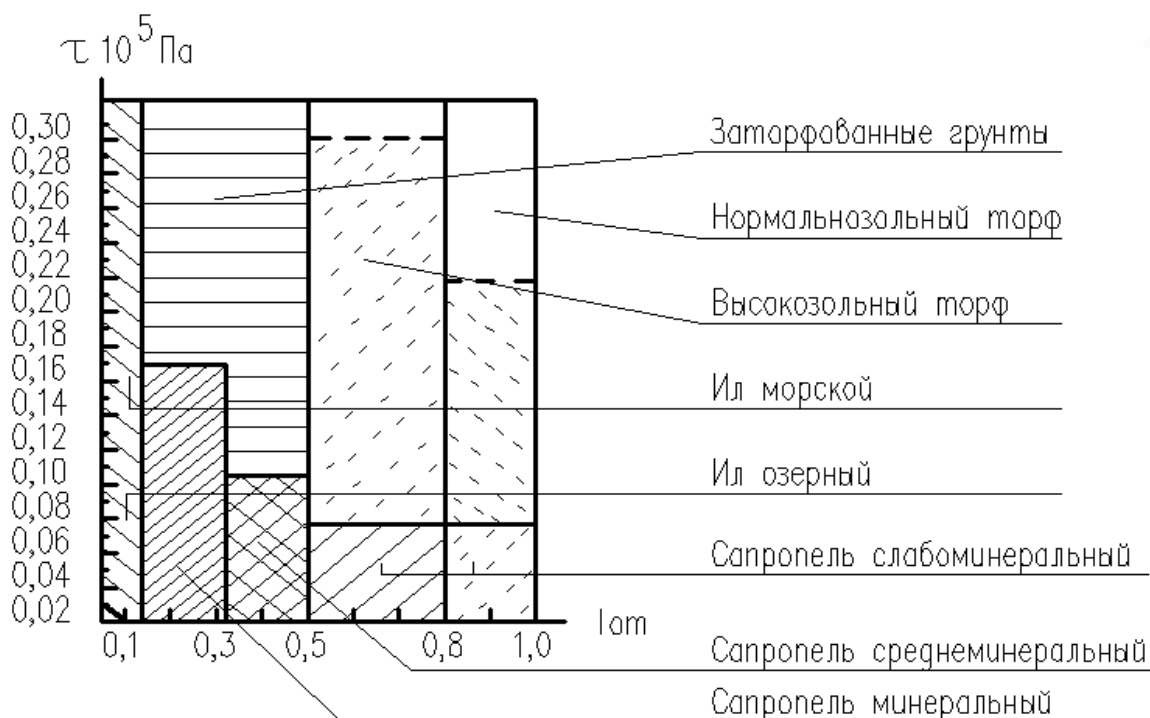


Рис. 1.1. Зависимость показателя прочности  $\tau$  слабых грунтов от относительного содержания органических веществ  $I_{om}$

Категорию слабых грунтов на основании [12] также составляют водонасыщенные глинистые грунты, которые при давлении до 0,3 МПа имеют модуль деформации 3 – 5 МПа и относительную влажность больше 0,8. Угол внутреннего трения весьма мал и может быть принят равным нулю, а сопротивление сдвигу – величине сцепления. Устойчивость сооружений, возводимых на слабых водонасыщенных грунтах, обеспечивается при соблюдении условия

$$\tau_{\max} < C, \quad (1.1)$$

где  $\tau_{\max}$  – максимальное значение главных касательных напряжений, вызываемых нагрузкой от сооружений. При соблюдении этого условия пластические сдвиги не возникают ни в одной точке основания сооружения. На основании [12] слабые грунты сгруппированы в табл. 1.4.

## Физико-механические характеристики слабых грунтов [12]

Грунт	Удельный вес грунта $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление грунта $C$ , кН/м <sup>2</sup>
Суглинок ленточный водонасыщенный	10	17	5
Торфяной верховой	1,5 – 1,6	8	0,45
Торфяной низинный	1,45 – 1,55	12	0,6
Суглинок мягкотелый	1,9	18	2
Глины мягкопластичных пород	1,88 – 1,96	8 – 16	0,015 – 0,035
Глины текучих пород	1,61 – 1,88		0,05 – 0,015
Суглинки текучих пород	1,8 – 1,9	14 – 23	0,015 – 0,026
Глины тугопластичных пород	1,96 – 2,01	8 – 16	0,05 – 0,06
Песчано-супесчаные породы, увлажнённые водой	1,7 – 2,1	25 – 32	0,013 – 0,035

Водонасыщенные рыхлые пески (аллювиальные, озёрно-морские и др.) в условиях статического нагружения не получают больших деформаций, поэтому осадки сооружений не имеют опасного развития. Однако выполнение строительных работ в непосредственной близости от других зданий может существенно изменить картину. Сваи, погружаемые в рыхлые водонасыщенные пески вибрированием или забивкой, должны располагаться на достаточном удалении от существующих фундаментов. В водонасыщенных рыхлых грунтах применение глубинного водоотлива при наличии сооружений возле котлована является нежелательной мерой, так как понижение уровня подземных вод на длительный период времени вызывает уплотнение грунта и развитие дополнительной осадки.

Анализ природных свойств слабых грунтов указывает не только на их различное происхождение, различный химический и минералогический состав, но и наличие у них одинаковых характеристик сжимаемости и прочности.

## 1.2. Влияние подземных вод на физические свойства грунтов

На различной глубине от поверхности земли встречаются грунты, пропитанные водой. Эти воды называются грунтовыми, а верхняя поверхность их – уровнем грунтовых вод. Грунтовые воды оказывают большое влияние на структуру, физическое состояние и податливость грунтов. Различные примеси, растворённые в воде, могут вредно (агрессивно) влиять на материал фундаментов и разрушать его. Все это заставляет строителя при проектировании и возведении фундаментов детально изучать грунтовые воды в районе постройки. Вода в грунте скапливается вследствие конденсации паров, проникающих вместе с воздухом, и просачивания дождевых и талых снеговых вод. Поэтому уровень грунтовых вод непостоянен: наиболее высокое стояние их бывает весной, наиболее низкое – зимой и летом. Вблизи открытых водоёмов (река, канал, озеро и т. д.) колебание уровня грунтовых вод обычно связано с колебанием уровня воды в водоёме. После проведения на большой территории планировочных работ условия стока и просачивания меняются, что может повлечь изменение режима грунтовых вод. Распределение вод в толще грунта во многом зависит от характера напластования. Вода задерживается при просачивании над водоупорными (главным образом – тяжелыми глинистыми) грунтами и скапливается в водопроницаемых (песчаных) слоях, которые в этом случае называются водоносными. Очевидно, что этот уровень должен выявляться при изысканиях и учитываться при проектировании. В заключение отметим, что при просачивании воды небольшое количество ее всегда задерживается в верхнем почвенном слое (почвенные воды, верховодка). Не оказывая влияния на конструкцию фундаментов, наличие этих вод заставляет всегда принимать меры по изоляции фундаментов и стен от влаги.

Изменение уровня грунтовых вод после возведения сооружения может резко понизить прочность основания и вызвать серьезные деформации сооружения в следующих случаях. При расположении сооружения на мелких и пылеватых рыхлых песках, которые под давлением текут вместе с водой. Такие грунты называются плывунами. Если грунтовые воды имеют выход на поверхность (например, в месте резкого изменения рельефа, при открытии котлована или шурфа и т. д.), воз-

никает опасность выноса частиц грунта из-под проектируемого сооружения или из-под зданий, расположенных рядом с котлованом. Поэтому при проектировании сооружения на плывуне необходимо специальными исследованиями установить пределы распространения плывунов, возможность выноса их в местах резких переломов поверхности рельефа, характер и рельеф подстилающих грунтов, направление и скорость движения грунтовых вод.

### **1.3. Фазы деформированного состояния грунтов в зависимости от статики нагружения**

Напряженное состояние определяется с использованием решений теории линейно-деформируемого грунта, если в основании фундамента или полностью отсутствуют зоны, в которых нарушена прочность грунта, и он находится в предельном состоянии, или они незначительны по своим размерам. Напряжения, возникающие в грунтовой среде, могут превзойти силу внутренних связей (предельную прочность). Это приведёт к нарушению существующего равновесия, потере устойчивости грунтовых оснований сооружений. При действии увеличивающихся статических нагрузок на слабые грунты основными прочностными показателями сопротивления грунтового слоя являются показатели сопротивления их сдвигу. Показатели сопротивления грунтов сдвигу являются не постоянными и зависят от многих причин: давления, условий в точках контакта участков грунта, его плотности, сжимаемости, деформативности и других факторов. Вместе с этим при действии возрастающих вертикальных давлений в грунтовой среде возникает фазовое напряженно-деформированное состояние грунта, которое изучается для инженерных расчётов грунтового основания, его прочности, устойчивости, сжимаемости, горизонтальных и угловых перемещений.

Анализ испытания основания штампом [50] позволяет выделить следующие фазы напряженно-деформированного состояния грунта: 0 – фаза упругих деформаций; I – фаза уплотнения; II – фаза сдвигов; III – фаза выпора. Кратко охарактеризуем напряженно-деформированное состояние грунта в каждой из выделенных фаз (рис. 1.2).

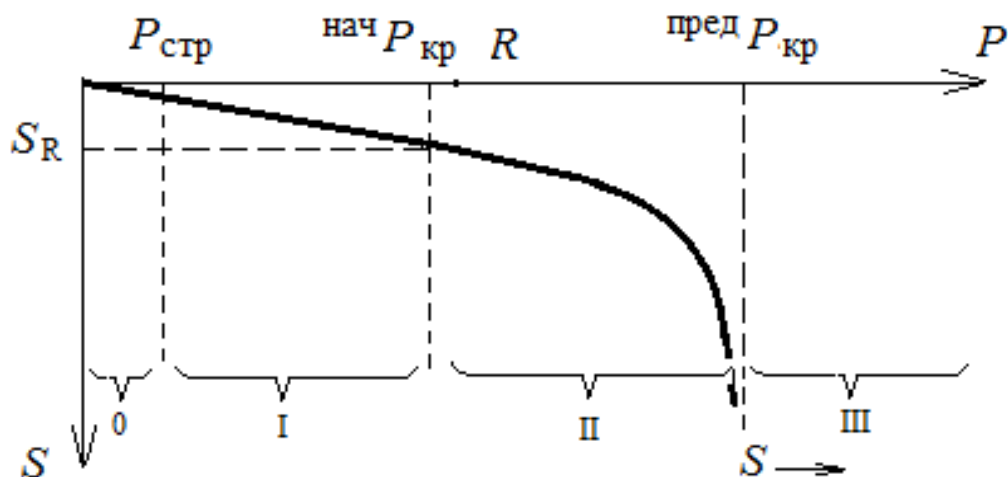


Рис. 1.2. Фазы напряженно-деформированного состояния грунта:  $P_{стр}$  – структурная прочность;  $нач P_{кр}$  – начальное критическое давление;  $пред P_{кр}$  – предельное критическое давление;  $R$  – расчетное сопротивление грунта

**Фаза упругих деформаций** характеризуется уровнем напряжений в скелете грунта, не превышающим прочность структурных связей между минеральными частицами грунта или структурной прочности грунта [50]. Деформации грунта в этой фазе обратимы и пренебрежимо малы, так как обусловлены сжимаемостью минеральных частиц. Уровень напряжений, соответствующий концу этой фазы, называется структурной прочностью грунта  $P_{стр}$  и обычно не превышает 5 – 10 % допустимых на грунт давлений.

В этом случае в соответствии с диаграммой напряжений Мора наблюдается допредельное устойчивое напряжённое состояние, отвечающее условию [50]:

$$\tau \leq \text{tg } \varphi + C, \text{ или } \tau \leq \sigma f + C, \quad (1.2)$$

где постоянные  $f = \text{tg } \varphi$  и  $C$  – коэффициент внутреннего трения и коэффициент сцепления,  $\tau$  – касательное напряжение, действующее в заданных точках грунта,  $\sigma$  – нормальное напряжение в этих точках.

**Фаза уплотнения** соответствует уровням напряжений в грунте, в диапазоне которых процесс его деформирования удовлетворительно подчиняется закону уплотнения Терцаги [50]. Линейная зависимость

между деформациями и напряжениями в этой фазе не является обратной. При разгрузке штампа из диапазона давлений, соответствующего фазе уплотнения, грунт деформируется по линейной зависимости, не совпадающей с ветвью нагрузки. При полной разгрузке штампа имеет место необратимая (пластическая) осадка, соответствующая нулевым напряжениям по подошве. Таким образом, закон уплотнения Терцаги устанавливает линейную зависимость между напряжением и суммой упругой и пластической деформации грунта.

**Фаза сдвигов** характеризует начало образования в грунте зон предельного равновесия [50]. Зоной предельного равновесия в грунте называют геометрическое место точек, в которых не удовлетворяются условия прочности Кулона – Мора. Первоначально эти зоны образуются по краям штампа, где имеет место концентрация напряжений. Уплотнение грунта в этой фазе практически не происходит. Грунт считается несжимаемым, а коэффициент Пуассона в этой фазе близок к 0,5. Давление на грунт, соответствующее началу фазы сдвигов, называют начальным критическим давлением –  $P_{кр}^{нач}$ .

В этом случае соблюдается предельное равновесие, отвечающее условию [50]:

$$\tau = \operatorname{tg} \varphi + C, \text{ или } \tau = \sigma f + C. \quad (1.3)$$

**Фаза выпора** является следствием развития фазы сдвигов в области грунтового массива, являющегося основанием штампа, с образованием поверхностей скольжения, отделяющих основание штампа от нижележащего грунтового массива. В результате этого осадки штампа происходят без увеличения нагрузки за счет перемещения грунта основания. Вокруг штампа происходит поднятие (выпор) грунта. Давление, при котором наступает фаза выпора, называется предельным критическим давлением –  $P_{кр}^{пред}$  [50].

В соответствии с охарактеризованными выше фазами напряженно-деформированного состояния грунта применяются следующие расчетные модели, приведённые в табл. 1.5.



Таблица 1.5

**Расчётные модели грунта в соответствии с фазами  
напряженно-деформированного состояния**

Уровень давлений $P$	Расчетная модель грунта	Характеристика модели грунта	Метод анализа
$P \leq P_{стр}$	Упругая среда	Модуль упругости	Теория упругости
$P_{стр} < P < {}^{нач}P_{кр}$	Линейно-деформируемая неупругая среда	Модуль деформации при нагрузке и модуль упругости при разгрузке	Теория упругости анизотропной среды
${}^{нач}P_{кр} \leq P < {}^{пред}P_{кр}$	Упругопластическая среда	Функциональная зависимость деформаций от напряжений	Теория пластичности

Рассмотрим картину напряжённо-деформированного состояния под действием нагрузок для различных типов глинистых грунтов.

#### **1.4. Развитие деформаций в глинистых грунтах различной консистенции при действии возрастающей нагрузки**

Решение задачи об устойчивости связных оснований под вертикальной нагрузкой имеет большое значение. О важности и необходимости детального изучения поведения связных грунтов при увеличении нагрузки на фундамент рассказывается в изданиях [5, 6, 11]. На основе анализа проведённых исследований с грунтами полутвёрдой, туго- и мягкопластичной консистенции установлена последовательность развития деформаций в этих грунтах. Глинистые грунты, как и песчаные, при загрузении их через жёсткий штамп проходят три фазы деформаций, картина развития которых была исследована в зависимости от заглубления штампа.

##### ***Развитие деформаций под заглублёнными штампами***

Для получения более последовательной картины деформирования глинистого основания под нагрузкой в [13] была проведена серия опытов с глинистыми грунтами тугопластичной консистенции с заглублёнными штампами при  $h/e = 0,4$  и  $h/e = 1$ . Исследования показали, что характер развития деформаций аналогичен для того же состояния грунта при незаглублённых штампах. Как показывают проведённые

исследования, кривые зависимости осадки штампа от среднего давления, возрастания глубины заложения штампа приводят к уменьшению величины осадки на 6 – 10 %. Поэтому общий характер кривой зависимости  $S = f(P)$  остался практически одинаковым при различных значениях относительной глубины заложения штампа.

В результате проведённого цикла исследований [13] установлено, что развитие деформаций в глинистых грунтах заглублёнными штампами протекает в такой же последовательности, как и при незаглублённым штампах, согласуясь с тремя фазами по Н. И. Герсеванову [9]: уплотнения, сдвигов и потери несущей способности.

На первых ступенях приложения нагрузки в грунте наблюдается процесс уплотнения, частицы его движутся, в основном, вертикально вниз с очень незначительным отклонением в стороны; уплотнение происходит на глубину (1,4 – 1,6) в. Осадку штампа приближённо можно считать пропорциональной внешней нагрузке.

Во второй стадии траектории перемещения частицы грунта отклоняются от вертикального направления более интенсивно, чем в случае незаглублённых штампов. Эта фаза сдвигов более коротка. График зависимости осадки-нагрузки криволинеен.

Переход от второй фазы деформации к третьей фазе характеризуется тем, что очерчиваются области, где явно выражен поворот частиц в стороны и вверх, но в основном вверх к поверхности основания. В данном случае процесс развития поверхностей скольжения более длителен. Горизонтальные перемещения здесь значительно меньше и составляют 10 – 12 % от полной осадки штампа, а зоны сдвигов («пластические» области) при предельной нагрузке достигают размеров (2,2 – 2,4) в влево и вправо от боковых граней штампа, а их глубина – (2,5 – 2,7) в.

### ***Формы и размеры уплотнённого ядра при действии распределённых нагрузок***

Образование под жёстким фундаментом при нагрузках, близких к критическим, уплотнённого ядра описано И. Х. Пигулевским (1929 г.) [28]. Наличие ядра значительно изменяет напряжённое состояние грунта, условия его деформации, величину критической нагрузки, передаваемой конструкцией на грунт. Это обуславливает важность решения задач об определении формы ядра.

Практическое значение этого вопроса заключается в том, что существующее ядро приводит к резкому возрастанию размеров сдвиговых областей грунта, а следовательно, и к возрастанию критической нагрузки. Тем самым устраняется разрыв, существующий между результатами расчёта по методам теории предельного напряжённого состояния и экспериментальными данными.

Многочисленными исследованиями формы уплотнённого ядра в песчаных грунтах доказано, что можно выделить поверхность, отделяющую уплотнённое ядро от окружающего грунта. Исследования [25] с использованием нелинейных деформационных зависимостей позволили выявить образование областей с пониженной жёсткостью на сдвиге у краёв штампа в песчаных грунтах. Снижение модуля сдвига зафиксировано под краями штампа С. Е. Кагановской (1974 г.) [14] в глинистых грунтах. Однако большинством исследователей не изучалась картина изменения плотности в пределах уплотнённого ядра и поверхности, отделяющей его от окружающего грунта. Исходя из наличия этой поверхности, можно считать, что плотность грунта этой зоны является переходной в значении плотностей от уплотнённого ядра к окружающему его грунту.

Действительно, уплотнённое ядро играет важную роль в деформации основания, поскольку оно сдвигает прилегающие к штампу объёмы грунта по линиям наименьшего сопротивления, и поэтому плотность грунта в уплотнённом ядре должна быть значительно больше, чем в переходной зоне и, соответственно, в областях пластических деформаций. Таким образом, на основе информации о плотности, полученной при различных нагрузках на основание вплоть до разрушения, можно выделить эту переходную зону. Знание границ переходной зоны позволит установить размеры и форму уплотнённого ядра. На рис. 1.3 и 1.4 приведены диаграммы изменения плотности в грунтах тугопластичной и мягкопластичной консистенции под штампом при нагрузках вплоть до потери несущей способности основания. Рассмотрение диаграмм изменения плотности показало, что внутри уплотнённого ядра образуется зона, плотность в которой больше, чем плотность самого ядра.

a)

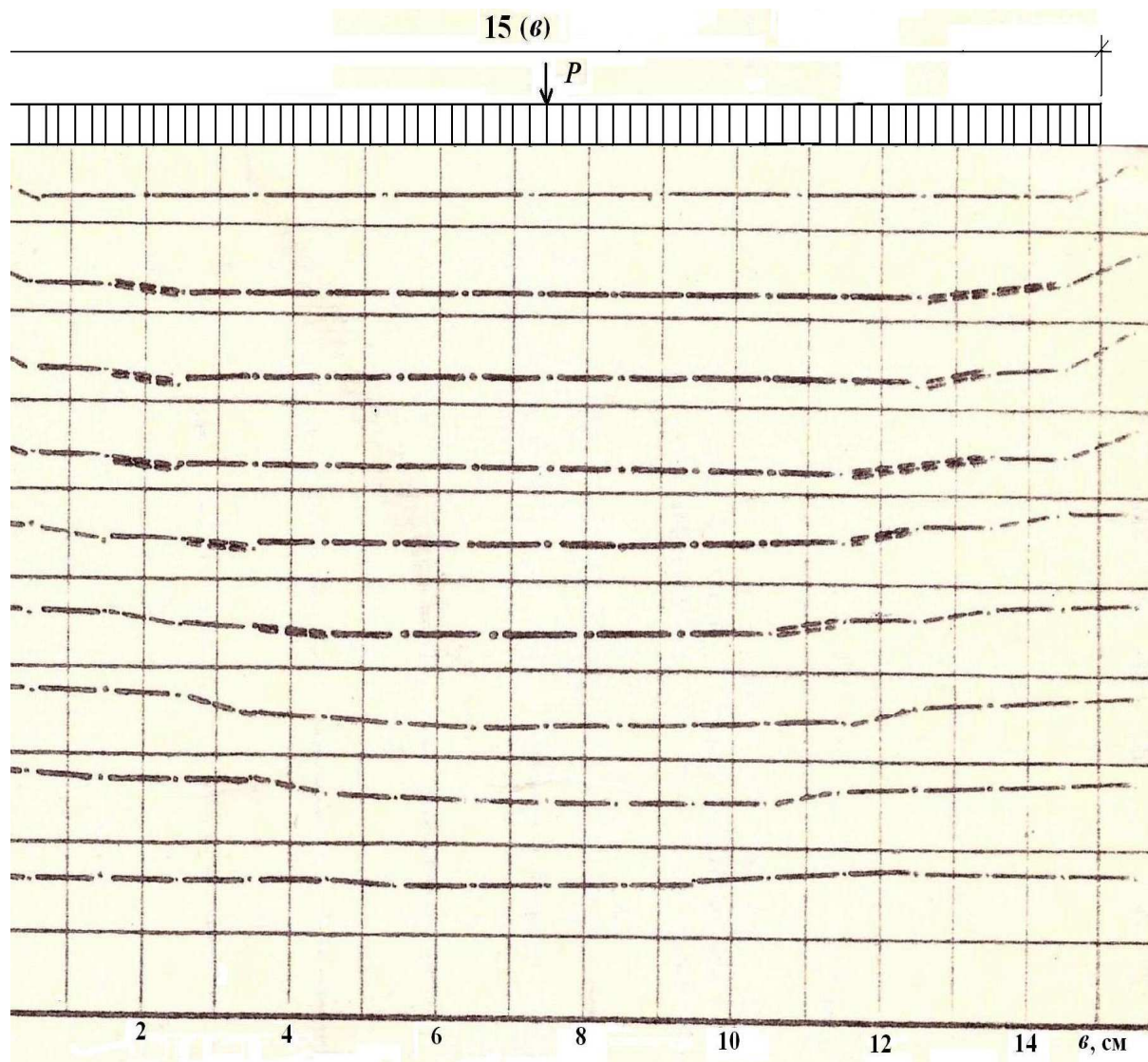


Рис. 1.3. Очертание «упругой» и «пластической» части уплотнённого ядра в глинистых грунтах тугопластической консистенции под жёстким штампом шириной 15 см: а) при  $P = 0,4 \text{ кгс/см}^2$ , при  $P = 1,2 \text{ кгс/см}^2$ ; б) при  $P = 1,6 \text{ кгс/см}^2$ , (глина с  $W_n = 17,8$ ;  $V = 0,30$ ;  $\gamma = 1,89 \text{ г/см}^3$ ;  $\varphi = 15^\circ$ ;  $C = 0,25 \text{ г/см}^2$ ) (начало):

— • — • — — граница уплотнённого ядра;  
= • = • = — граница «упругой» части ядра

б)

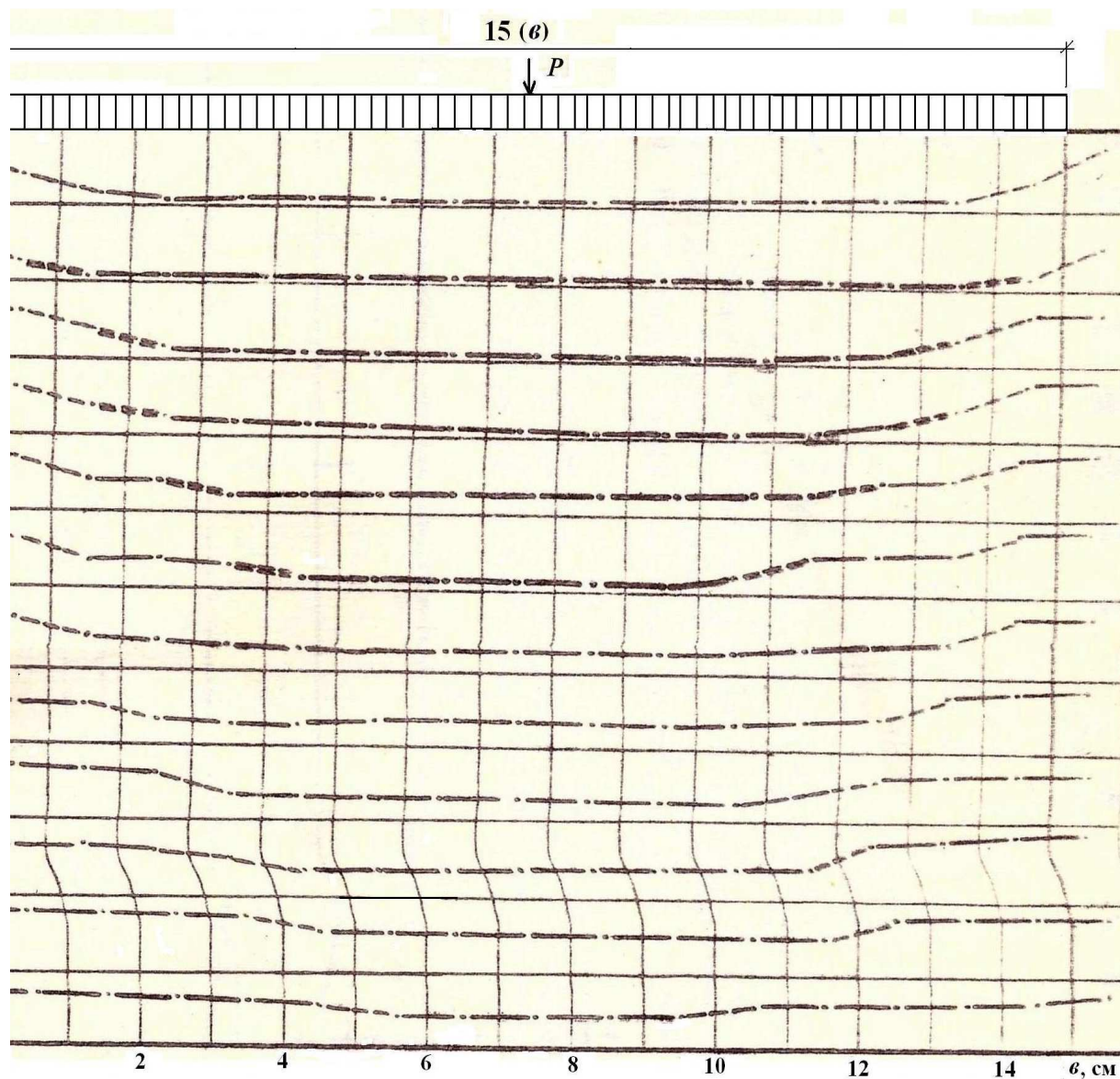


Рис. 1.3. Очертание «упругой» и «пластической» части уплотнённого ядра в глинистых грунтах тугопластической консистенции под жёстким штампом шириной 15 см: а) при  $P = 0,4 \text{ кгс/см}^2$ , при  $P = 1,2 \text{ кгс/см}^2$ ; б) при  $P = 1,6 \text{ кгс/см}^2$ , (глина с  $W_n = 17,8$ ;  $V = 0,30$ ;  $\gamma = 1,89 \text{ г/см}^3$ ;  $\varphi = 15^\circ$ ;  $C = 0,25 \text{ г/см}^2$ ) (окончание):

—•—•— — граница уплотнённого ядра;  
 =•=•= — граница «упругой» части ядра

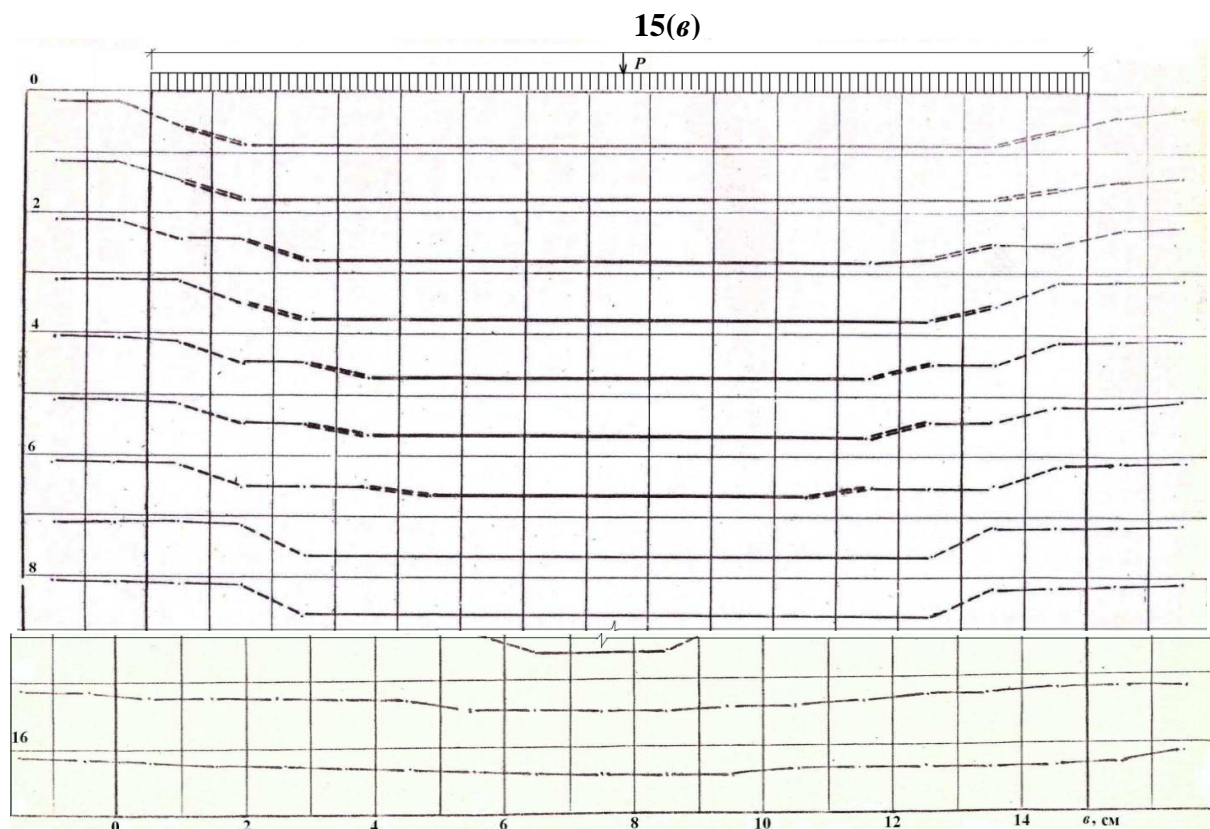


Рис. 1.4. Очертание уплотнённого ядра «упругой» и «пластической» в глинистых грунтах тугопластической консистенции под жёстким штампом к моменту потери основанием (при  $P = 22 \text{ кгс/см}^2$ ;  $v = 15 \text{ см}$ ; грунт-глина с  $W_n = 20,5$ ;  $B = 0,30$ ;  $\gamma = 1,80 \text{ г/см}^3$ ;  $\varphi = 12^\circ$ ;  $C = 0,13 \text{ г/см}^2$ ) (начало):  
 - • - • - - граница уплотнённого ядра;  
 = • = • = - граница «упругой» части ядра

Анализ диаграмм изменения плотности грунта по глубине под штампом показывает, что образующее ядро состоит из двух зон уплотнения. Первая зона уплотнения распространяется на глубину (0,65 – 0,7)  $v$ . Внутри этой зоны образуется вторая зона уплотнения, которая начинается от подошвы штампа и распространяется на глубину (0,3 – 0,35)  $v$ . Перемещения частиц грунта в пределах второй зоны строго вертикальны. Наличие двух зон уплотнения можно рассматривать как подтверждение вывода М. И. Горбунова-Посадова (1962 г.) [11] и В. Г. Березанцева (1960 г.) [6] о том, что уплотнённое ядро состоит из двух частей: «упругой» и «пластической». Меньшая его часть, непосредственно примыкающая к штампу, при образовании ядра остаётся в «упругом» состоянии и характеризуется большой плотностью. Другая

часть, примыкающая к «упругой» части снизу, находится в «пластическом» состоянии и характеризуется меньшей плотностью. На этой стадии загрузки (первая фаза деформации), когда нагрузки ещё далеки от критической по устойчивости, значительное уплотнение происходит только в пределах ядра, отчего и получается его смещение по отношению к остальному грунту и естественно появляется граница перепада плотностей, которые и наблюдаются на диаграммах. Увеличение нагрузки до  $0,6 P_{пр}$  приводит к возрастанию размеров уплотнённого ядра до  $0,8 \text{ в}$ . Высота «упругой» части ядра при данной ступени нагрузки составляет  $(0,35 - 0,45)$  и её вершина находится на оси симметрии. Плотность грунта в пределах «упругой» зоны увеличилась на  $5 - 7 \%$  по сравнению с первоначальной плотностью укладки и составляет  $1,96 - 1,97 \text{ г/см}^3$ . В пластической части ядра происходит уплотнение в пределах  $2,5 - 3 \%$ . Траектории перемещения частиц в пределах «упругой» части строго вертикальны, а в перемещениях частиц в «пластической» части ядра наблюдается отклонение от вертикального направления. Величина перепада плотности грунта в пределах переходной зоны увеличилась до  $\Delta\gamma_0 = 0,03 - 0,05 \text{ г/см}^3$ . Размеры уплотнённого ядра при увеличении нагрузок до  $(0,85 - 0,95) P_{пр}$  изменились только за счёт незначительного увеличения нижней «пластической» зоны (см. рис. 1.4). «Упругая» часть ядра хотя и формируется при нагрузках, предшествующих потере основанием устойчивости и не изменяет свою форму вплоть до разрушения, но плотность в пределах её возрастает вплоть до разрушения основания. Плотность грунта в пределах «пластической» части ядра также возрастает, но увеличение её происходит медленнее. По-видимому это связано с тем, что направление и перемещение частиц грунта в этой зоне отличаются от перемещения штампа. Кроме того, в процессе роста уплотнённого ядра развитие «пластической» части происходит постепенно. Исследования показали, что при нагрузке, предшествующей разрушению ( $P = 0,95 P_{пр}$ ), а также после потери основанием устойчивости, плотность в пределах «пластической» части возрастала более постепенно, чем в «упругой» части уплотнённого ядра (рис. 1.5, 1.6). Поле плотности грунта, представленное на рис. 1.5, 1.6, показывает, что в пределах упругой части плотность характеризуется равномерностью распределения и наибольшим значением по сравнению с «пластической» частью ядра.

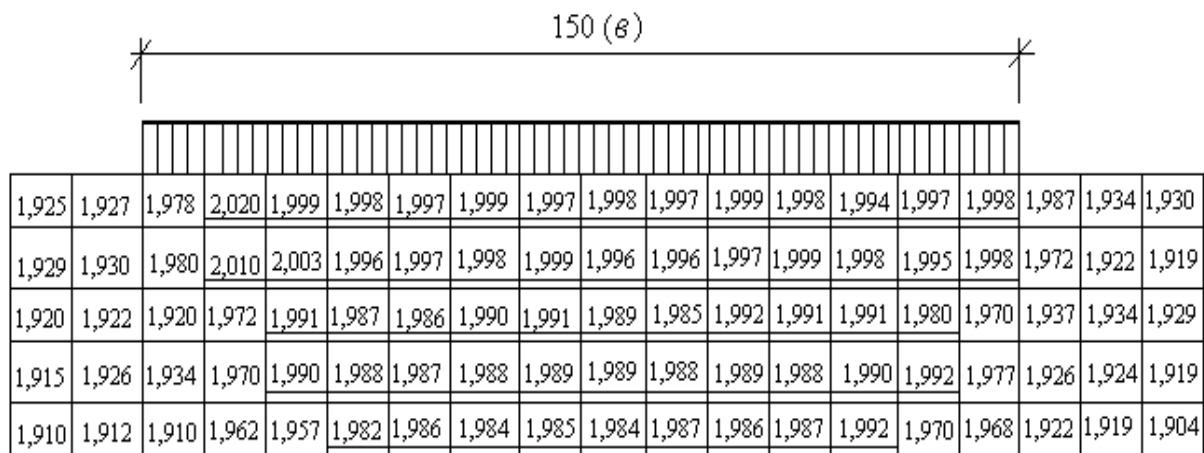


Рис. 1.5. Поле плотностей глинистого грунта мягкопластичной потери устойчивости (грунт – глина с  $W_n = 20,3$ ;  $V = 0,55$ ;  $\gamma = 1,80$  г/см<sup>3</sup>). Подчёркнуто – плотность в пределах «упругой» части ядра и нижняя граница уплотнённого ядра

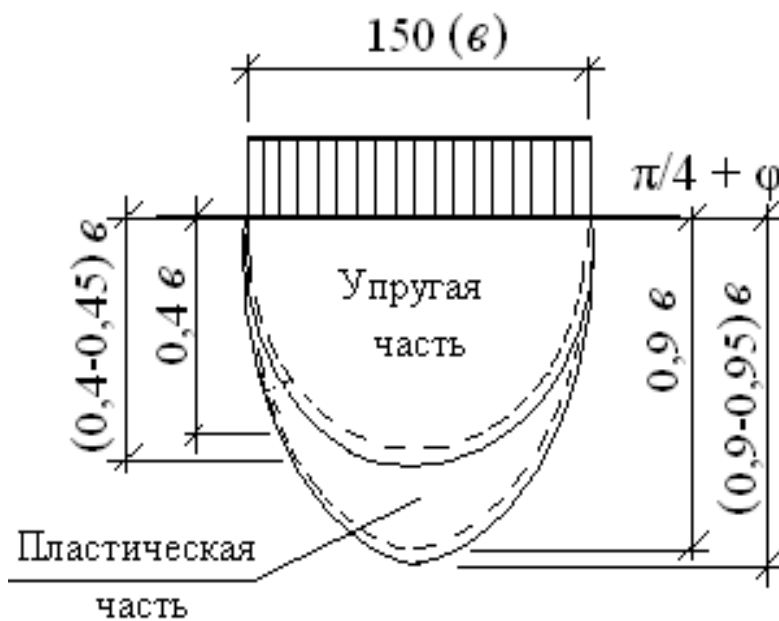


Рис. 1.6. Очертание уплотнённого ядра в глинистых грунтах тугопластичной консистенции, полученное с помощью парафинированного экрана (грунт – глина с  $W_n = 17,8$ ;  $V = 0,30$ ;  $\gamma = 1,89$  г/см<sup>3</sup>):

- очертание «упругой» и «пластической» части уплотнённого ядра при расположении штампа на поверхности;
- - - очертание «упругой» и «пластической» части при заглублении штампа на  $h = 1,0$  в



Таким образом, рассматривать уплотнённое ядро с точки зрения его плотности как жёсткое при фазах, предшествующих выпиранию, по-видимому, нельзя, так как процесс увеличения плотности продолжается вплоть до разрушения и даже после потери устойчивости основания. Если бы ядро было жёстким, то любая точка монтажа между основанием и жёстким штампом находилась бы в совершенно идентичном положении. Следовательно, распределение давлений от штампа на основание при нагрузках, меньших критической, обязательно было бы равномерным. Между тем все экспериментальные исследования в [21, 25, 28], хотя и несколько расходящиеся в отношении формы эпюры давлений, приводят к одному основному выводу: эпюра имеет резко неравномерный характер.

Следовательно, уплотнённое ядро может быть принято за жёсткое тело только для фазы выпирания, когда вопрос о характере распределения реактивных давлений теряет смысл и когда плотность в пределах его достигает своего максимального значения.

Исследования показали, что окончание формирования уплотнённого ядра практически в большинстве случаев совпадает с потерей несущей способности основания в грунтах различных видов по консистенции. Конечная форма уплотнённого ядра, размеры и очертания «упругой» и «пластической» частей его, установленные с помощью диаграмм изменения интенсивности импульсов гамма-квантов в горизонтальных рядах под штампом, а также с помощью парафинированных экранов (рис. 1.7), были близки к их значениям, полученным по диаграммам изменения плотности грунта. Заглубление штампов в глинистых грунтах тугопластичной консистенции не привело к существенным изменениям формы и размеров уплотнённого ядра и его частей. Процесс образования и развития уплотнённого ядра проходил аналогично, как и не для незаглублённых фундаментов, однако высота уплотнённого ядра была несколько меньше.

В результате полученной экспериментальной картины изменения плотности грунта в зависимости от заглубления штампа наглядно на диаграммах можно определить начало образования пластической зоны уплотнённого ядра, при которой основание сооружений ещё не теряет устойчивость. Поэтому возникает необходимость определения критического давления, при котором небольшое добавочное усилие на основание может нарушить несущую способность грунта.

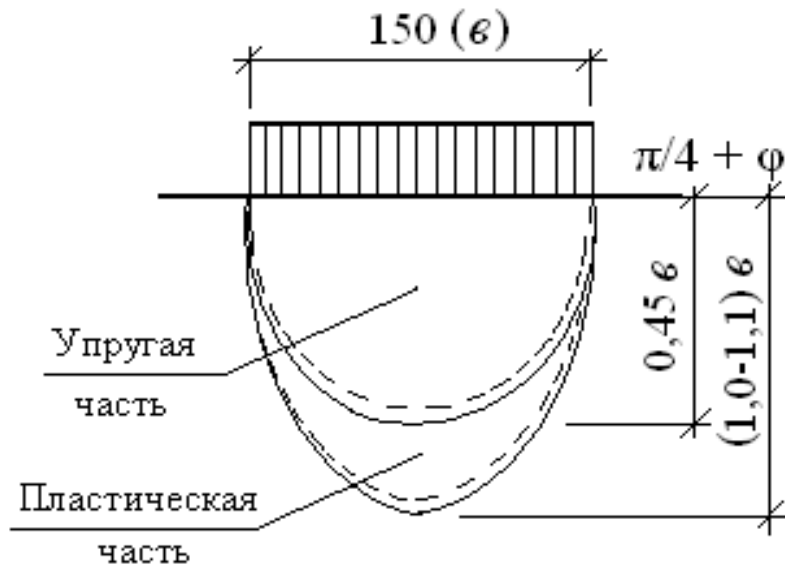


Рис. 1.7. Очертание уплотнённого ядра в глинистых грунтах мягкопластичной консистенции, полученное с помощью парафинированного экрана (грунт – глина с  $W_n = 20,3$ ;  $B = 0,55$ ;  $\gamma = 1,80$  г/см<sup>3</sup>:

== – очертание «упругой» и «пластической» части при расположении штампа на поверхности в опытах 1-й и 3-й серии

## 1.5. Методы расчёта критических усилий в механике грунтов

Для определения размеров подошвы фундамента важно знать давление, при котором под краями фундамента в грунте начинает образовываться предельная зона, и как эта зона будет увеличиваться по мере возрастания нагрузки на грунтовое основание вплоть до своего максимального размера, соответствующего потере основанием несущей способности.

Задача о критической нагрузке на грунт была впервые рассмотрена немецким учёным Л. Прандтлем (1921 г.). Приняв, что среда обладает только сцеплением, и пренебрегая собственным весом грунта, он выразил критическую нагрузку в условиях плоской задачи следующей формулой [23]:

$$P_{\text{макс. кр}} = (\pi + 2,0) C = 5,14 C, \quad (1.4)$$

где  $C$  – сцепление в среде, отвечающее структурному сцеплению скалистых пород  $C_s$  и связности.

Учитывая шероховатость подошвы фундаментов, Терцаги для условий плоской задачи дал такое выражение [43]:

$$P_{кр} = 5,7 C. \quad (1.5)$$

Формула Паукера была дана в следующем виде [23]:

$$P_{\text{макс. кр}} = \gamma h_{\text{заглуб}} \text{tg}^4(45^\circ + \varphi/2). \quad (1.6)$$

В дореволюционной России формула Паукера применялась с коэффициентом запаса  $k_{\text{зап}} = 1,5 - 2,0$  и имела следующий вид [23]:

$$P_{\text{зап}} = \frac{1}{k_{\text{зап}}} \gamma (h_{\text{загл}} + h_c) \text{tg}^4\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (1.7)$$

Давление, соответствующее началу возникновения области пластической деформации и названное начальной критической нагрузкой [46], было установлено Н. П. Пузыревским (1934 г.) для несвязного грунта, у которого  $C = 0$ , потом Н. М. Герсевановым [9] и О. К. Фрелихом (1938 г.). Ими был рассмотрен случай, когда распределение напряжений от собственного веса в грунте было гидростатическим, т. е. коэффициент бокового давления в условиях естественного залегания  $\xi_0 = 1$ .

Согласно обоснованному утверждению, высказанному В. А. Флориным [47], этот коэффициент может изменяться в широких пределах и быть более или менее единицы. Коэффициент  $\xi_0$  является отношением бокового давления к вертикальному в естественном массиве грунта и зависит от условий формирования грунта, а также изменения напряженного состояния вследствие выемки грунта из котлована, в который устанавливается фундамент. Кроме решения для случая  $\xi_0 = 1$ , Н. М. Герсевановым были получены зависимости для вычисления  $P_{кр}$  путем подбора для

$$\xi_0 = \nu_0 / (1 - \nu_0) \leq 1 \text{ и } C = 0, \quad (1.8)$$

где  $\nu_0$  – коэффициент Пуассона грунта.

В связи с тем, что ограничивать среднее давление под фундаментом таким низким пределом, как  $P_{кр}$ , оказалось нерациональным, в настоящее время вводится устанавливаемое для фундаментов, имеющих одинаковую нагрузку по бокам, ограничение, соответствующее образованию незначительных областей пластической деформации, по глубине не превосходящих одной четверти ширины подошвы фундамента. В связи с этим внутри пластической области оказывается такое

напряженное состояние, при котором угол наибольшего отклонения равнодействующей от нормали к площадке в несвязном грунте превышает угол внутреннего трения грунта.

Построение границ пластических областей конечных размеров на основе теории упругости было обстоятельно рассмотрено в работе М. И. Горбунова-Посадова (1949 г.), где показано, что такие области возникают либо под краями фундамента, либо при  $\xi_0 < 1$  на оси симметрии на некоторой глубине и потом расширяются с увеличением нагрузки, занимая все больший объем. Здесь исследуется условие образования пластической области под краем фундамента в случае, когда  $\xi_0$  может иметь любое значение и быть как менее единицы, так и более нее, а влияние веса вышележащей толщи грунта, как это обычно делается, заменено нагрузкой  $P_0$ .

Расчетная схема этой задачи представлена на рис. 1.8, где рассматривается полубесконечная нагрузка.

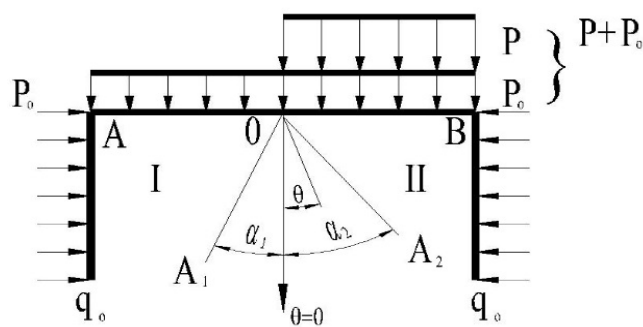


Рис. 1.8. Схема действующих нагрузок

До момента, пока  $P$  невелико, в полуплоскости наблюдается чисто упругое состояние, а при  $P = P_{кр}$  происходит зарождение пластической области. Как показал И. В. Федоров [46], зарождение пластической области начинается вдоль луча, имеющего угол наклона к вертикали  $\theta = -\varphi$ .

Полуплоскость разделена на 3 клина: I –  $AOA_1$ , II –  $A_2OB$  и III –  $A_1OA_2$ . На их границах заданы следующие условия [46]:

вдоль  $AO$  (при  $\theta = -\pi/2$ ),  $\sigma_\theta = P_0$ ;  $\tau_{r\theta} = 0$ ;

вдоль  $OB$  (при  $\theta = \pi/2$ ),  $\sigma_\theta = P + P_0$ ;  $\tau_{r\theta} = 0$ ;

вдоль  $OA_1$  (при  $\theta = \alpha_1$ ) и  $OA_2$  (при  $\theta = \alpha_2$ ),

$$\sigma_r = \sigma_\theta (1 + \sin^2 \varphi) / (\cos^2 \varphi) + 2c \operatorname{ctg} \varphi; \tau_{r\theta} = -(\sigma_0 \operatorname{tg} \varphi + c). \quad (1.9)$$

Для компонент напряжений в областях I и II использованы выражения, удовлетворяющие основным уравнениям теории упругости [46]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= C_1 - C_2 2\theta + D_1 \sin 2\theta - D_2 \cos 2\theta; \\ \sigma_\theta &= C_1 - C_2 2\theta - D_1 \cos 2\theta + D_2 \sin 2\theta; \\ \tau_{r\theta} &= C_2 + D_1 \cos 2\theta + D_2 \sin 2\theta, \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

где  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $D_1$  и  $D_2$  – коэффициенты.

Для пластической области III используется решение Прандтля для клина, в котором произведены дальнейшие преобразования ( $\sigma_\theta$  при  $\theta = \alpha_1$  обозначено  $\sigma_\theta^{\alpha_1}$ ):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= (\sigma_0^{\alpha_1} + C \operatorname{ctg} \varphi) e^{2(\theta - \alpha_1) \operatorname{tg} \varphi} - C \operatorname{ctg} \varphi; \\ \sigma_r &= \sigma_\theta \frac{1 + \sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} + C \operatorname{ctg} \varphi; \\ \tau_{r\theta} &= -(\sigma_\theta \operatorname{tg} \varphi + C). \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

В результате теоретических преобразований было получено выражение для критической нагрузки [46]:

$$P_{\text{кр}} = \pi \left[ C - \frac{P_0^2}{4C} (1 - \xi_0)^2 \right], \quad (1.12)$$

где  $P_0$  – начальная внешняя нагрузка;  $\xi_0$  – коэффициент бокового давления в условиях естественного залегания.

Более сложными, чем выражения (1.11) и (1.12), получаются зависимости, если грунт обладает трением и сцеплением, т. е.  $\varphi \neq 0$  и  $C \neq 0$ . В этом случае образование пластической области начнётся вдоль луча, у которого величина

$$[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2]/(\sigma_r + \sigma_\theta + 2C \operatorname{ctg} \varphi)^2 \quad (1.13)$$

достигает максимального значения и в свою очередь, равна  $\sin^2 \varphi$ . Подставляя в выражение (1.13) зависимости (1.12), соответствующие упругому решению, путем последующих теоретических преобразований получим известную формулу Герсеванова – Фрелиха [46]

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi (P_0 + C \operatorname{tg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi - \pi / 2 + \varphi}, \quad (1.14)$$

где  $P_0$  – начальная внешняя нагрузка.

При начальных значениях  $\alpha_1 = \alpha_2 = \theta_{\text{зар}}$  и конечных для полного раскрытия области III:  $\alpha_1 = -(\pi/4 + \varphi/2)$ ;  $\alpha_2 = (\pi/4 - \varphi/2)$ , в результате расчётов [46] была получена формула Прандтля:

$$\frac{P}{P_0 + C \operatorname{ctg} \varphi} + 1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}. \quad (1.15)$$

Таким образом, оказывается, что нагрузка  $P_{\text{кр}}$ , при которой происходит зарождение (начало образования) пластической области, зависит от коэффициента бокового давления  $\xi_0$ , причем  $P_{\text{кр}}$  имеет наибольшее значение при  $\xi = 1$ . Предельное состояние может возникать как

вдоль луча, направленного как под фундамент при  $\xi_0 < 1$ , так и в противоположную сторону от него при  $\xi_0 > 1$ .

Предельное напряжённое состояние полуплоскости может быть получено путём решения задачи теории предельного равновесия. Решение дифференциальных уравнений равновесия совместно с условием предельного равновесия Кулона – Мора позволяет определить напряжения в полуплоскости, построить сетку линий скольжения и найти значение предельного давления на основание. Предельное давление при полосовой нагрузке на невесомую полуплоскость описывается решением Прандтля [46] (рис. 1.9):

$${}^{\text{пред}} P_{\text{кр}} = (q + C \operatorname{ctg} \varphi) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} - C \operatorname{ctg} \varphi, \quad (1.16)$$

где  $C$  – удельное сцепление грунта;  $\varphi$  – угол внутреннего трения;  $q = \gamma h$  – боковая нагрузка;  $h$  – глубина приложения полосообразной нагрузки;  $\gamma$  – удельный вес грунта.

При  $P = P_{\text{пр}}$  среда во всей полуплоскости, ограниченной сверху поверхностью, снизу – линиями скольжения, переходит в идеальное пластическое состояние. Деформации среды задача теории предельного равновесия не рассматривает.

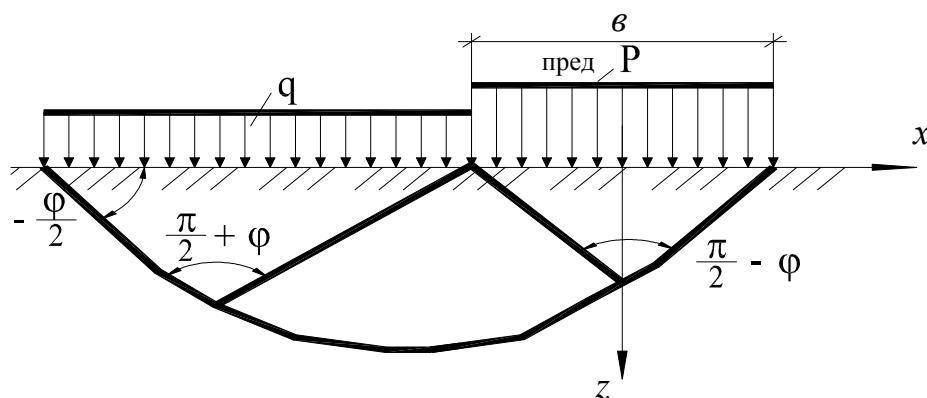


Рис. 1.9. Схема действия полосовой нагрузки

Для водонасыщенных глинистых грунтов и нестабилизированного их состояния (когда внутреннее трение не реализуется) была получена предельная нагрузка А. С. Строгановым [40]:

$${}^{\text{пред}} P_{\text{кр}} = 6,025 C + \gamma h, \quad (1.17)$$

где  $C$  – удельное сцепление грунта;  $\gamma h$  – боковая нагрузка от веса грунта;  $h$  – толщина грунтового слоя от уровня поверхности земли до подошвы фундамента.

При оценке несущей способности пластичных глинистых грунтов за рубежом часто используют формулу, предложенную А. Скемптоном [23]:

$$P_{кр} = CN_c + \gamma h_{заглуб}, \quad (1.18)$$

где 
$$N_c = 5 \left( 1 + 0,2 \frac{B}{L} \right) \left( 1 + 0,2 \frac{h_{загл}}{B} \right);$$

$B = 2b$  – ширина и  $L$  – длина прямоугольного фундамента.

Таким образом, смешанная задача соединяет решение теории упругости для начальной стадии нагружения и решение теории предельного равновесия. Это преимущество важно с точки зрения получения единой теории, описывающей поведение грунтового основания в полном интервале нагрузок. Расчётные методы теории упругости и теории предельного равновесия широко используются в практике проектирования при исследовании слабых и неслабых грунтов.

При анализе существующих методов расчёта критических усилий замечено отсутствие отдельных формул для расчёта критических усилий от действия некоторых внешних нагрузок. В результате использования известных законов теории предельного равновесия и экспериментальных исследований найдены аналитические зависимости критических усилий от действия внешних нагрузок.

## Глава 2. РАСЧЁТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ И ОДНОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД

В [15, 16, 17] решена задача оценки критического усилия в модели грунтовой среды в виде однородного, тяжёлого, упругого полупространства под действием внешней нагрузки, приложенной к полупространству, эпюра которой представляет прямоугольный треугольник (рис. 2.1). Такая ситуация характерна для откосов насыпи полотна автомобильных, железных дорог и других случаев.

В настоящей главе рассмотрены более общие случаи, когда модель грунтовой среды представляет собой два плоскопараллельных слоя, лежащих на однородном

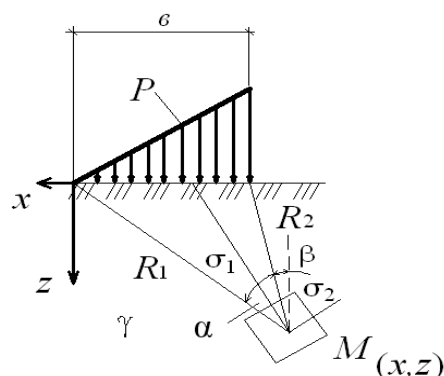


Рис. 2.1. Модель однослойной грунтовой среды и эпюра треугольной нагрузки

полупространстве, а эпюра внешней нагрузки имеет вид разных треугольных и трапециевидных нагрузок.

Тогда напряжённое состояние слоистой модели будет определяться весом плоскопараллельных слоёв и полупространства  $\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]$  и влиянием плоской треугольной нагрузки  $P_{кр}$ , где  $\sigma_x^0$  и  $\sigma_z^0$  – начальные составляющие напряжений,  $\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]$  – давление от собственного веса слоёв грунта с учётом водонасыщенного слоя до уровня  $z$ .

Для однослойной грунтовой среды расчётная схема представляет собой полупространство с распределённой внешней нагрузкой  $P$ . Полупространство находится в гидростатическом напряженном состоянии:  $\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = \gamma z$ , где  $\sigma_x^0$  и  $\sigma_z^0$  – начальные составляющие напряжений;  $\gamma z$  – нагрузка от веса грунта до уровня  $z$ . Напряжённое состояние в полупространстве определяется весом полупространства до уровня  $z$  и влиянием внешней нагрузки. Задача заключается в определении такой величины критического давления  $P_{кр}$ , при котором область предельного равновесия распространяется на глубину  $z_{\text{макс}}$ .

## 2.1. Треугольная нагрузка

Формула для вычисления критического давления  $P_{кр}$  и максимальной глубины его проявления  $z_{\text{макс}}$  были получены на основании известных аналитических решений [15, 16, 17] (рис. 2.2).

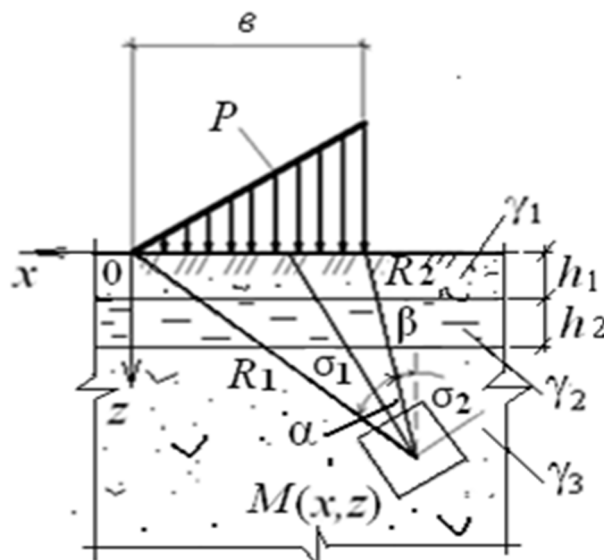


Рис. 2.2. Модель слоистой грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки



Формулы главных напряжений, обусловленных действием треугольной нагрузки, представлены следующими выражениями [23]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left( \frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 2 \frac{x}{b} \alpha \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{\pi} \left( \frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \quad (2.1)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left( \frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 2 \frac{x}{b} \alpha \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{\pi} \left( \frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \quad (2.2)$$

где  $P$  – внешняя нагрузка;  $x, z$  – координаты точки М;  $b$  – длина базы действия треугольной нагрузки;  $\alpha$  – угол видимости базы действия нагрузки. Подставим выражения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в формулу условия предельного равновесия [50]:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \sin \varphi \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + P_e \right), \quad (2.3)$$

где  $P_e = C \operatorname{tg} \varphi$  – давление связности;  $C$  – удельное сцепление связного грунта;  $\varphi$  – угол внутреннего трения грунта.

Получим следующее уравнение:

$$\frac{\sqrt{2}P}{\pi} \left( \frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) = 2 \sin \varphi \left( \frac{P}{\pi} \frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \frac{2P}{\pi} \frac{x}{b} \alpha + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)] + C \operatorname{ctg} \varphi \right). \quad (2.4)$$

Решая уравнение (2.4) относительно  $z$ , получим

$$z = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{\pi \sin \varphi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left( \frac{0,71 - \sin \varphi}{b} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.5)$$

Найдём угол видимости  $\alpha$ , при котором  $z = z_{\max}$ , продифференцировав для этого уравнение (2.5) по  $\alpha$ :

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{b} - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left( \frac{0,71 - \sin \varphi}{b} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}} = 0, \quad (2.6)$$

при условии, что  $\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \neq 0$ , т. е.  $R_1 \neq R_2$ ,

$$\frac{2x \sin \varphi}{b} - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha = 0; \quad (2.7)$$

$$\alpha = \frac{3}{2} \arccos\left(\frac{x}{0,36b} \sin \varphi\right). \quad (2.8)$$

Подставляя (2.8) в уравнение (2.5), получим формулу для  $z_{\max}$ :

$$z_{\max} = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{\pi \sin \varphi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{b}\right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}, \quad (2.9)$$

где  $x$  – ордината центра тяжести эпюры треугольной нагрузки;  $R_1$  и  $R_2$  – направляющие, соединяющие начало и конец полосовой нагрузки с точкой  $M$  на глубине  $z$ .

Для определения  $P_{\text{кр}}$  поставим (2.9) в формулу [23]

$$z_{\max} = \frac{0,88PB}{C_z}, \quad (2.10)$$

где  $C_z = E/(1 - \nu^2)$  – коэффициент упругого полупространства, база действия нагрузки,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $E$  – модуль деформации получаются постоянными для полупространства [31].

После выполнения всех преобразований получим квадратное уравнение:

$$0,88P^2 \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - P(0,88 \pi b \gamma_3 + \frac{2xC_z \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71C_z \sin \frac{2}{3} \alpha) - \pi C_z \sin \varphi [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = 0. \quad (2.11)$$

Приведём уравнение (2.11) к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.12)$$

где  $M = 0,88 \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi);$

$$N = - (0,88\pi b \gamma_3 + \frac{2xC_z \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71 C_z \sin \frac{2}{3} \alpha);$$

$$L = -\pi C_z \sin \varphi [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.13)$$

Решая квадратное уравнение (2.12), получим формулу для вычисления критического усилия

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.14)$$

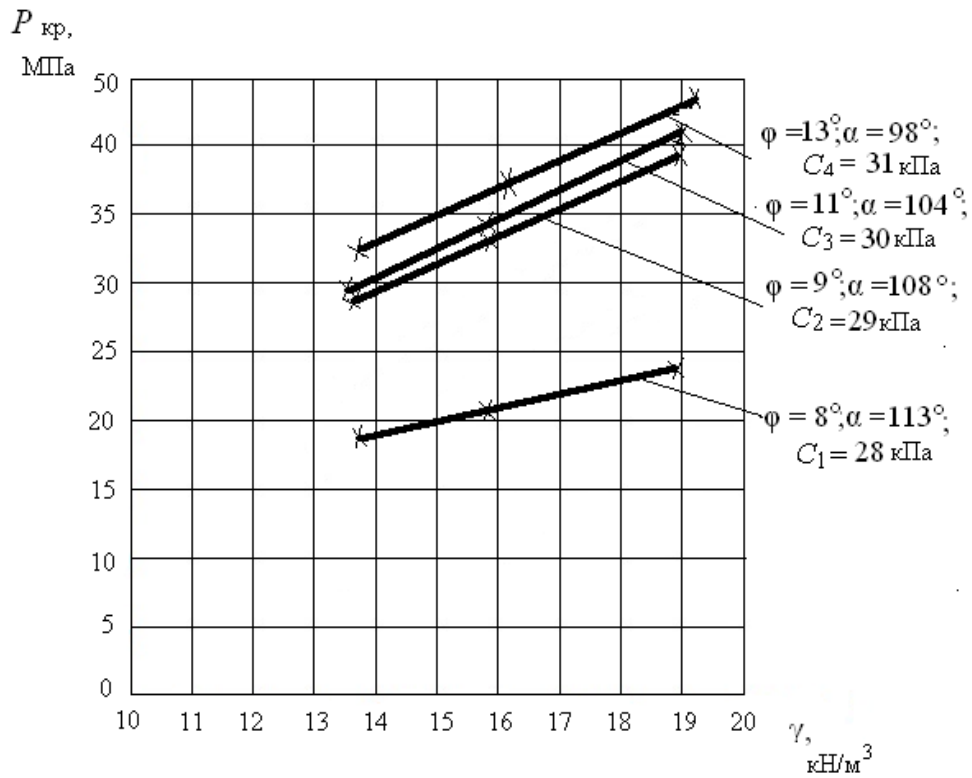
Формулы (2.9) и (2.14) позволяют вычислять  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  в полупространстве. В этих формулах  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая различные значения  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$ , можно получить формулы для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. Например, при  $b \rightarrow \infty$  эпюра внешней нагрузки будет иметь вид полубесконечной полосы; при  $h_1 = h_2 = 0$  получим формулу  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  для однослойной грунтовой среды. На рис. 2.3, 2.4 приведены зависимости  $P_{\text{кр}}$  от удельного веса полупространства, удельного сцепления  $C$  и угла полного внутреннего трения  $\varphi$ . При расчёте принято  $h_1 = h_2 = 0,3$  м,  $\gamma_1 = 15,05$  кН/м<sup>3</sup>,  $\gamma_2 = 10,3$  кН/м<sup>3</sup>,  $b = 1$  м, коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды  $\nu = 0,12$ . Расчёт  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.1), соответствующих глинам мягкопластичных пород.

Таблица 2.1

Физико-механические показатели модели полупространства

Грунт	Удельный вес грунта $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Максимальная глубина предельного напряжённого состояния $z_{\text{макс}}$ , м	Удельное сцепление грунта $C$ , кПа	Модуль деформации грунта $E$ , МПа	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Глины мягкопластичных пород	18,8	8	0,20	28	10	11,24
	18,9	9	0,22	29	13	14,61
	19,1	11	0,24	30	14	15,73
	19,3	13	0,30	31	16	17,98

а)



б)

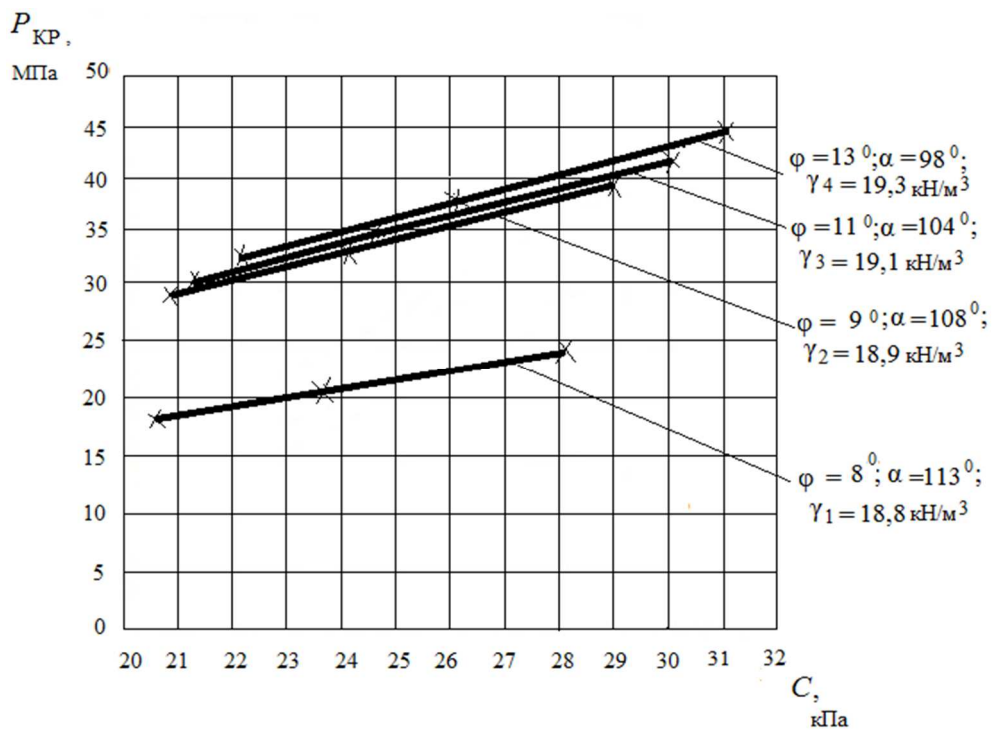
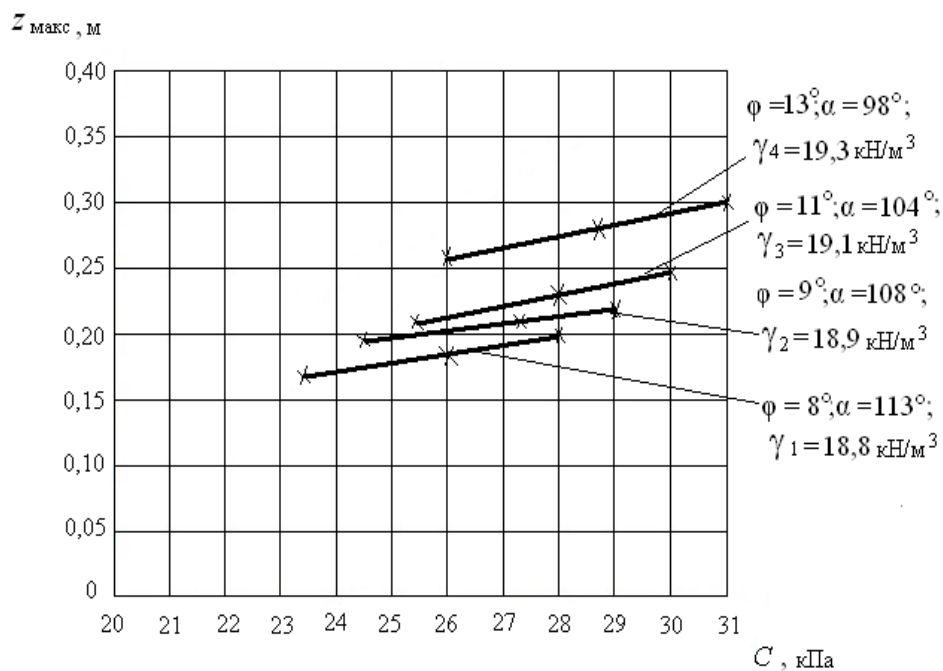


Рис. 2.3. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

а)



б)

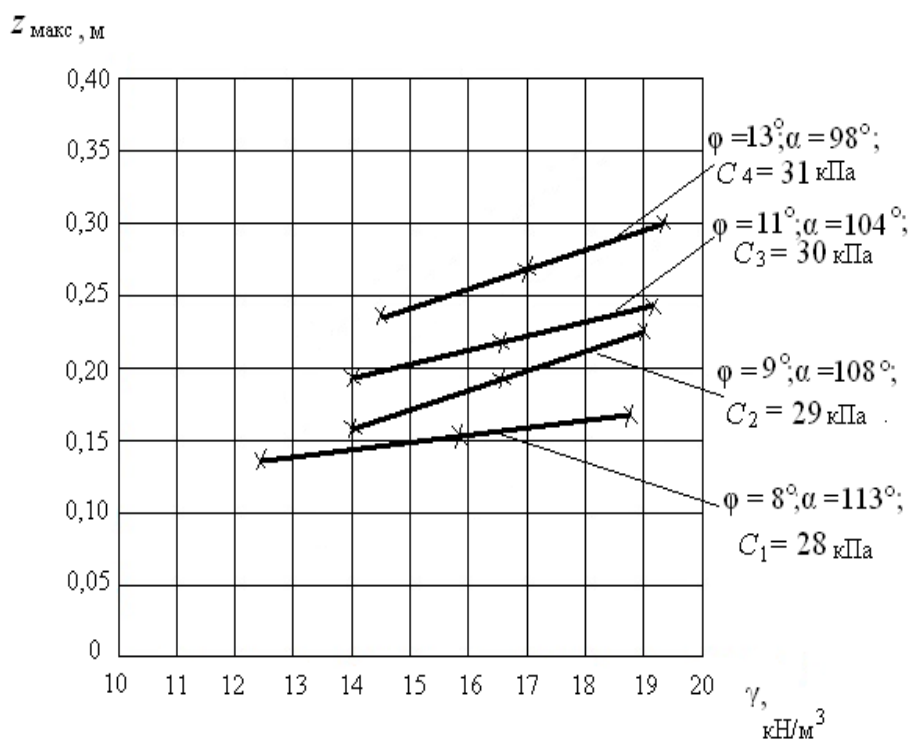


Рис. 2.4. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

Анализируя полученные зависимости и сопоставляя численные значения характеристик, следует отметить:

- зависимости  $P_{кр}$  от физико-механических характеристик полупространства являются квазилинейными, как и для случая, рассмотренного в [15, 16];
- с увеличением значений физико-механических характеристик происходит увеличение  $P_{кр}$  и  $z_{макс}$ ;
- точки с координатами  $z_{макс}$ , в которых усилие достигает критической величины ( $P_{кр}$ ), находятся в полупространстве, поскольку всегда  $z_{макс} > h_1 + h_2$ ;
- для зависимости  $P_{кр}(\gamma)$  увеличение критического усилия происходит не только с ростом  $\gamma$ , но и с увеличением  $\varphi$  и  $C$ ; при этом угловой коэффициент (угол наклона графиков  $P_{кр}(\gamma)$  к оси абсцисс) увеличивается с ростом  $\varphi$  и  $C$ .

Всё это указывает на возрастание несущей способности грунтовой среды, причем значения угла видимости уменьшаются. Линейные зависимости  $P_{кр}$  от  $\varphi$ ,  $\gamma$ ,  $C$ ,  $\alpha$  позволяют упростить вычисление критических усилий для треугольной нагрузки.

## 2.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника

Модель грунтовой среды от равнобедренной нагрузки для многослойной среды представлена на рис. 2.5.

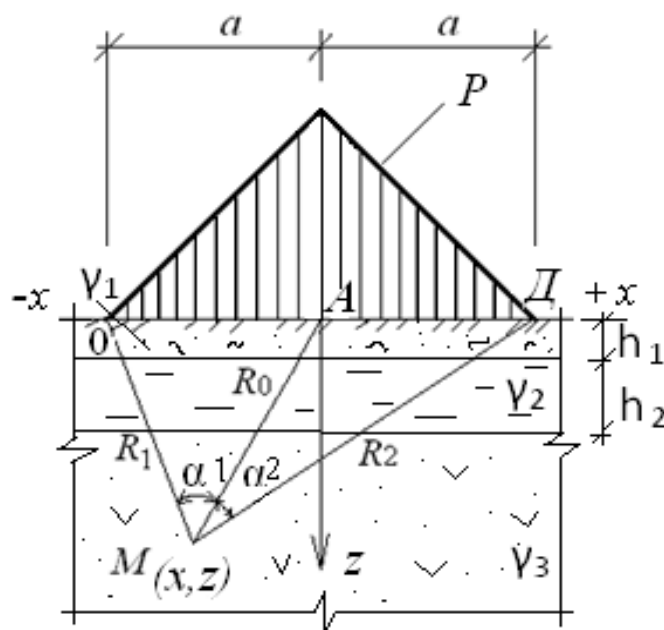


Рис. 2.5. Модель многослойной грунтовой среды и эпюра равнобедренной нагрузки

Главные напряжения от действия равнобедренной нагрузки найдены из выражений [23]:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & \frac{P}{\pi a} \left[ a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] + \\ & + \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma_1 h_1 + \\ & + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & \frac{P}{\pi a} \left[ a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] - \\ & - \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma_1 h_1 + \\ & + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \end{aligned} \quad (2.16)$$

где  $P$  – величина равнобедренной нагрузки;  $a$  – база действия нагрузки;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы видимости базы действия нагрузки.

Подставив выражения (2.15) и (2.16) в условие предельного равновесия (2.3):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \sin \varphi \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + P_e \right), \quad (2.17)$$

получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \frac{P \sin \varphi}{\pi a} z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - \sin \varphi \gamma_3 z = \\ & = \frac{P \sin \varphi}{\pi a} [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \sin \varphi \gamma_1 h_1 + \sin \varphi \gamma_2 h_2 - \\ & - \sin \varphi \gamma_3 (h_1 + h_2) + \sin \varphi C \operatorname{ctg} \varphi. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Решая уравнение (2.18) относительно  $z$ , получим

$$z = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}. \quad (2.19)$$

Из уравнения (2.19) найдём углы видимости  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , при которых  $z = z_{\max}$ , продифференцируем это уравнение отдельно по  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  и приравняем к нулю результаты дифференцирования.

В результате будем иметь:

$$\alpha_1 = -(a-x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (a-x) \frac{\pi \gamma_3 \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi}{2P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]; \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 = & -(a+x) \frac{\pi \gamma_3 \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi}{2P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] + \\ & + (a+x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} = (a+x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - (a+x) \frac{\pi \gamma_3 \sin \varphi}{0,8P} - \\ & - \frac{\pi}{2P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\max}$ , следовательно, формула (2.19) примет вид [18]:

$$z_{\max} = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}. \quad (2.22)$$

Для определения  $P_{\text{кр}}$  подставим (2.22) в формулу (2.10):

$$z_{\max} = \frac{0,88PB}{C_z}, \quad (2.23)$$

где  $C_z = E/(1 - \nu^2)$  – коэффициент упругого полупространства, база действия нагрузки,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $B = 2a$ ,  $E$  – модуль деформации; модули упругости полагаются постоянными для полупространства [30].

Получим следующее выражение:

$$\frac{1,76Pa}{C_z} = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}. \quad (2.24)$$

Приведём уравнение (2.24) к квадратному виду

$$\begin{aligned} & \frac{1,76P^2}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)] - \\ & - P \{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76\pi a \gamma_3 \} - \\ & - \pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$



Квадратное уравнение (2.25) запишем в виде следующего выражения:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.26)$$

где 
$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)];$$

$$N = -\{C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76\pi a \gamma_3 \};$$

$$L = -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.27)$$

Решая уравнение (2.26), получим формулу для вычисления  $P_{кр}$  [18]:

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.28)$$

Формулы (2.22) и (2.28) позволяют вычислять  $z_{\max}$  и  $P_{кр}$  в полупространстве. В этих формулах  $z_{\max}$  и  $P_{кр}$  зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для  $z_{\max}$  и  $P_{кр}$  для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. При  $a = 0$  (с правой или с левой стороны эпюры) эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника; при  $B \rightarrow \infty$  – полубесконечной полосы; при  $h_1 = h_2 = 0$  получим формулу  $z_{\max}$  и  $P_{кр}$  для полупространства с различными видами эпюр внешней нагрузки, например, как в [15], [16] для нагрузки в форме прямоугольного треугольника и т. д.

Графический вид зависимости  $P_{кр}$  и  $z_{\max}$  от физико-механических характеристик:  $C$ ,  $\varphi$ ,  $\gamma$  увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки  $B = 2a = 2\text{ м}$  представлен на рис. 2.6, 2.7.

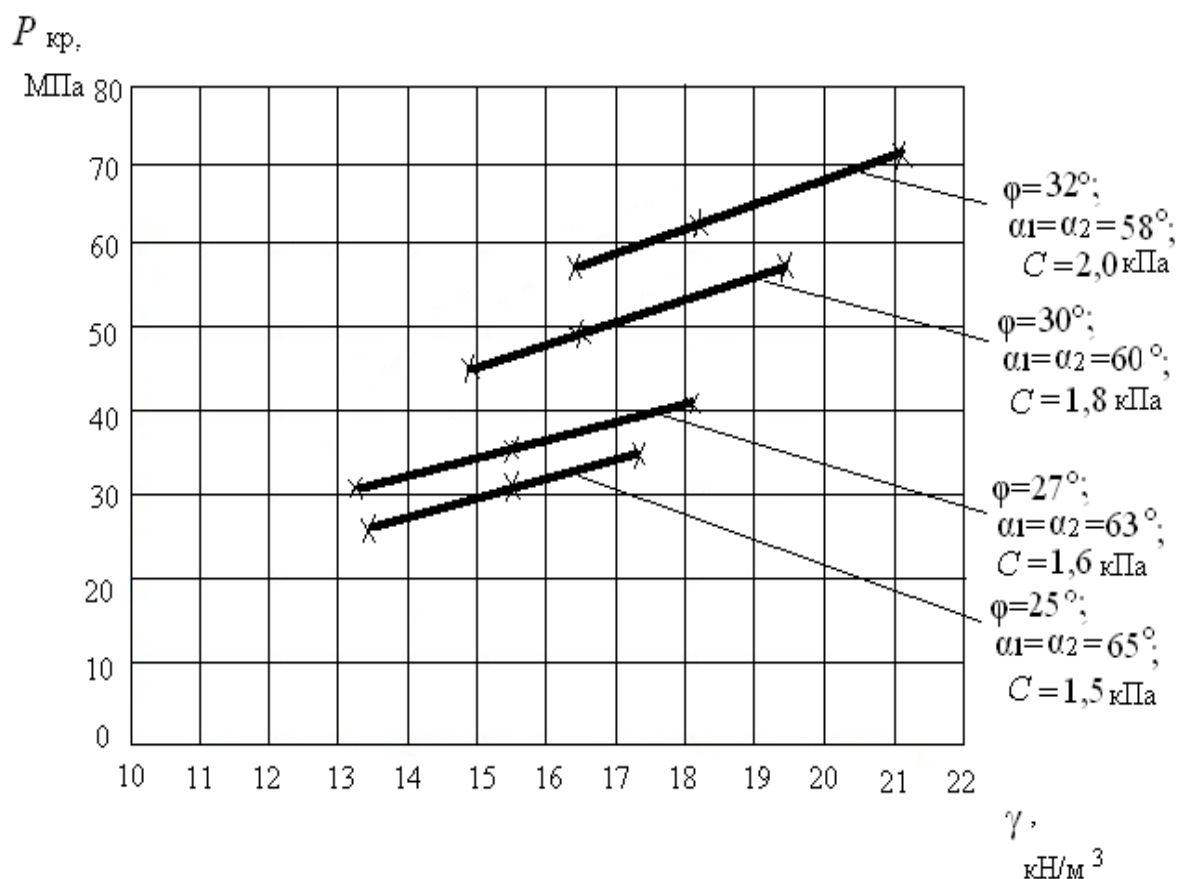
При расчёте принято:  $h_1 = h_2 = 0,3 \text{ м}$ ,  $\gamma_1 = 15,05 \text{ кН/м}^3$ ,  $\gamma_2 = 10,3 \text{ кН/м}^3$ ,  $a = 1 \text{ м}$ , коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды  $\nu = 0,12$ . Расчёт  $z_{\max}$  и  $P_{кр}$  выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.2), соответствующих супесчаным водонасыщенным грунтам.

Таблица 2.2

## Физико-механические характеристики модели полупространства

Грунт	Удельный вес грунта $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения грунта $\varphi$ , °	Максимальная глубина предельного напряжённого состояния $z_{\text{макс}}$ , М	Удельное сцепление грунта $C$ , кПа	Модуль деформации грунта $E$ , МПа	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Супесчаные водонасыщенные грунты	17,4	25	0,54	1,5	24	27,6
	18,03	27	0,63	1,6	26	29,9
	19,4	30	0,70	1,8	27	31,03
	21,2	32	0,74	2,0	28	32,18

а)

Рис. 2.6. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)

б)

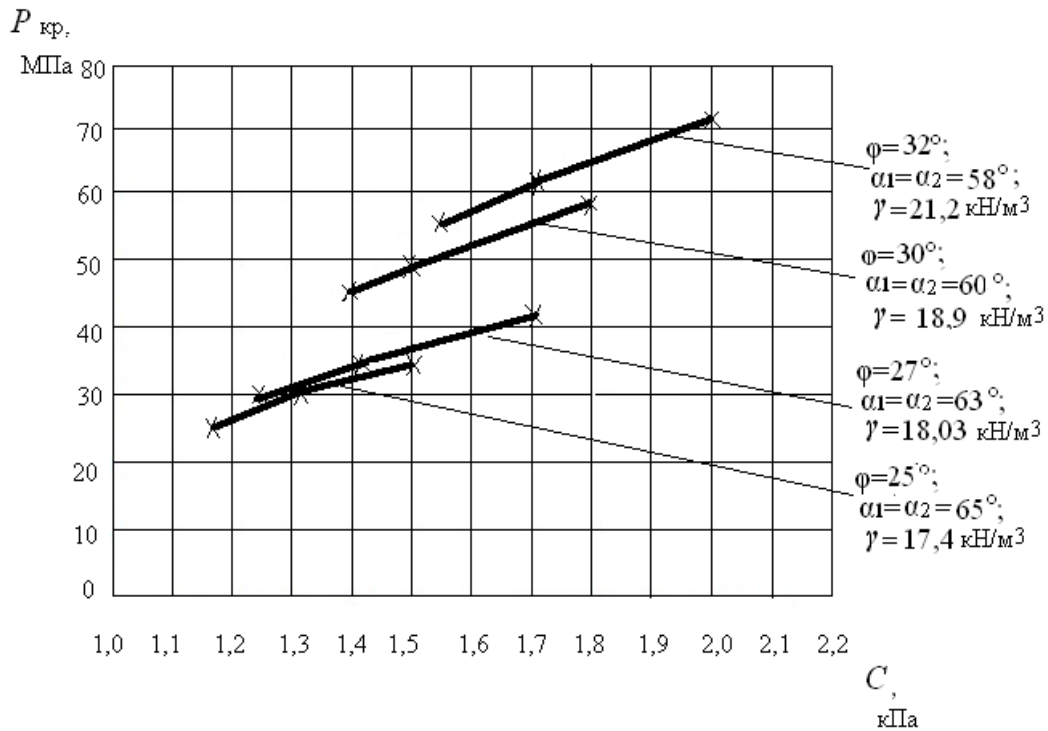


Рис. 2.6. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

а)

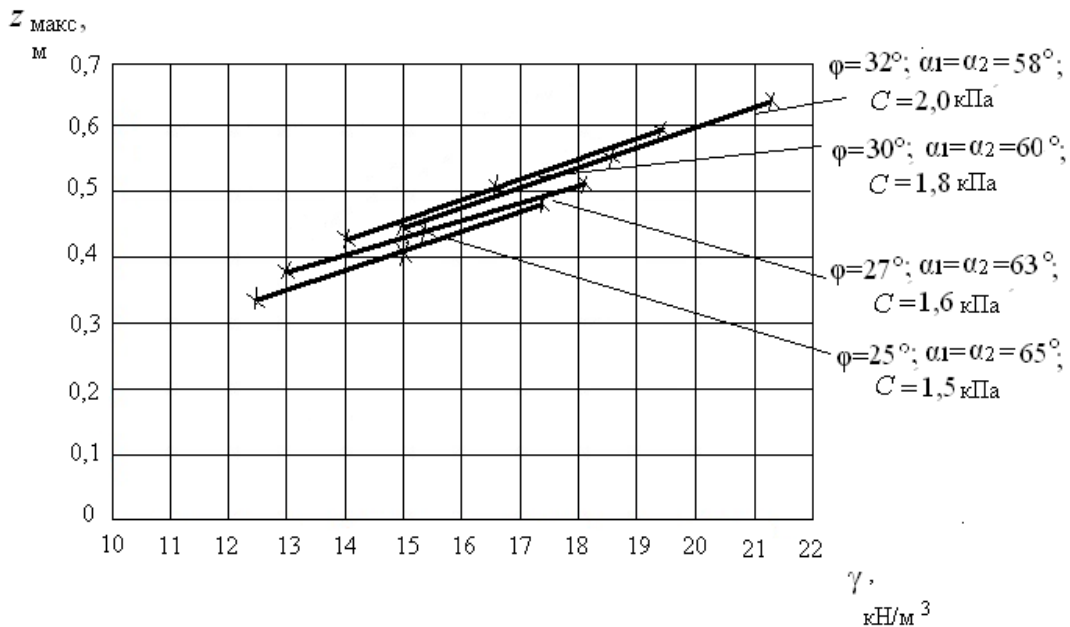


Рис. 2.7. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{макс}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)

б)

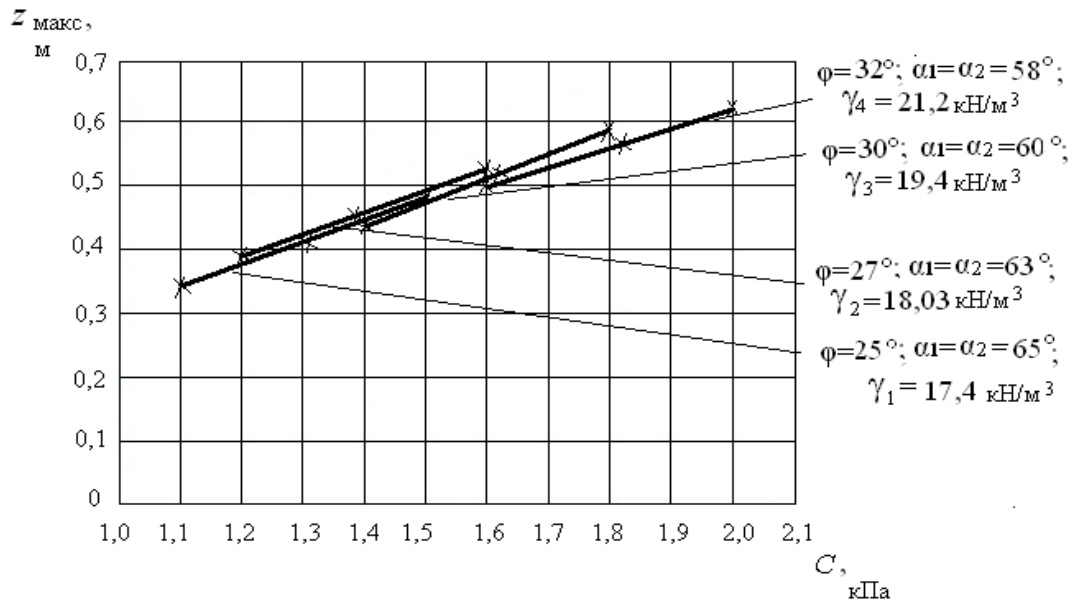


Рис. 2.7. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

Модель грунтовой среды от равнобедренной нагрузки представлена на рис. 2.8.

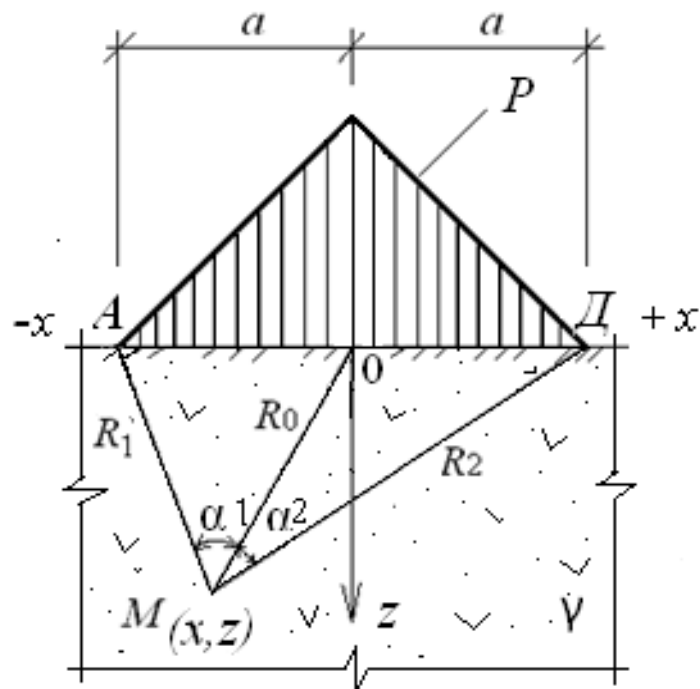


Рис. 2.8. Модель однослойной грунтовой среды и эпюра равнобедренной нагрузки

Главные напряжения от действия равнобедренной нагрузки найдены из выражений [23]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi a} \left[ a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] + \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma z; \quad (2.29)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi a} \left[ a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] - \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma z, \quad (2.30)$$

где  $P$  – величина равнобедренной нагрузки;  $b$  – база действия нагрузки;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы видимости базы действия нагрузки.

Подставив выражения (2.29) и (2.30) в условие предельного равновесия (2.17), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \frac{P \sin \varphi}{\pi a} z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - \sin \varphi \gamma z = \\ & = \frac{P \sin \varphi}{\pi a} [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \sin \varphi C c \operatorname{tg} \varphi. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Решая уравнение (2.31) относительно  $z$ , получим

$$z = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma}{P}}. \quad (2.32)$$

Из уравнения (2.32) найдём углы видимости  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , при которых  $z = z_{\max}$ , про дифференцировав это уравнение отдельно по  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , в результате получим следующие выражения:

$$\alpha_1 = -(a - x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (a - x) \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{2P}; \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= -(a + x) \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{2P} + \\ &+ (a + x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} = (a + x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - \\ &- (a + x) \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{2P}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\text{макс}}$ , следовательно, формула (2.32) примет вид:

$$z_{\text{макс}} = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma}{P}}. \quad (2.35)$$

Для определения  $P_{\text{кр}}$  подставим (2.35) в формулу (2.23) при условии, что  $B = 2a$ .

В результате получим следующее выражение:

$$\frac{1,76 P a}{C_z} = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma}{P}}. \quad (2.36)$$

Приведём выражение (2.36) к квадратному уравнению

$$\frac{1,76 P^2}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)] - P \{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76 \pi a \gamma \} - \pi C_z C \operatorname{ctg} \varphi = 0. \quad (2.37)$$

Квадратное уравнение (2.37) запишем в виде следующего выражения:

$$M P^2 + N P + L = 0, \quad (2.38)$$

где 
$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)];$$

$$N = -\{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76 \pi a \gamma \}; \quad (2.39)$$

$$L = -\pi C_z C \operatorname{ctg} \varphi.$$

Решая уравнение (2.38), получим формулу для вычисления

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.40)$$

Формулы (2.35) и (2.40) позволяют вычислять  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  в полупространстве. В этих формулах  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней

нагрузки. При  $a = 0$  (с правой или с левой стороны эпюры) эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника, например, как в [15] и [16]; при  $a \rightarrow \infty$  – вид полубесконечной полосы.

Графический вид зависимостей  $P_{кр}$  и  $z_{макс}$  от физико-механических характеристик:  $C$ ,  $\varphi$ ,  $\gamma$  увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки  $B = 2a = 2\text{м}$  представлен на рис. 2.9, 2.10. Расчёт  $z_{макс}$  и  $P_{кр}$  выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.3), соответствующих супесчаным водонасыщенным грунтам.

Таблица 2.3

Физико-механические характеристики модели полупространства

Грунт	Удельный вес грунта $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Максимальная глубина предельного напряжённого состояния $z_{макс}$ , М	Удельное сцепление грунта $C$ , кПа	Модуль деформации грунта $E$ , МПа	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Супесчаные водонасыщенные грунты	17,4	25	0,47	1,5	24	27,6
	18,03	27	0,51	1,6	26	29,9
	19,4	30	0,58	1,8	27	31,03
	21,2	32	0,62	2,0	28	32,18

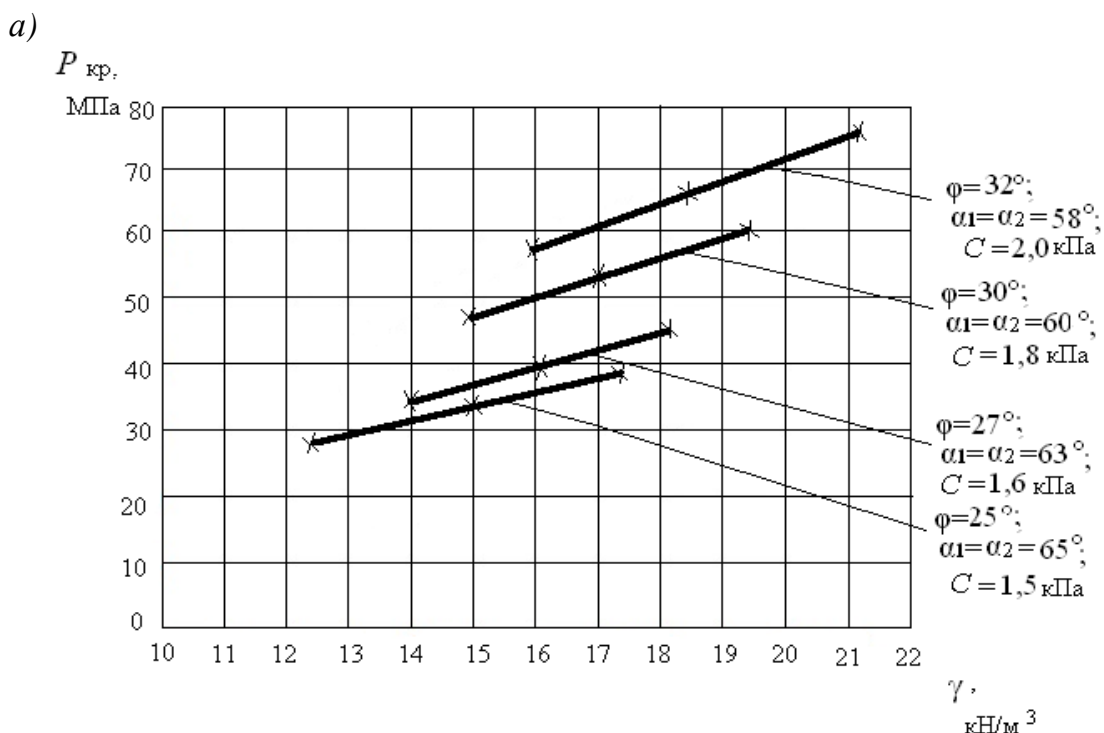


Рис. 2.9. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)

б)

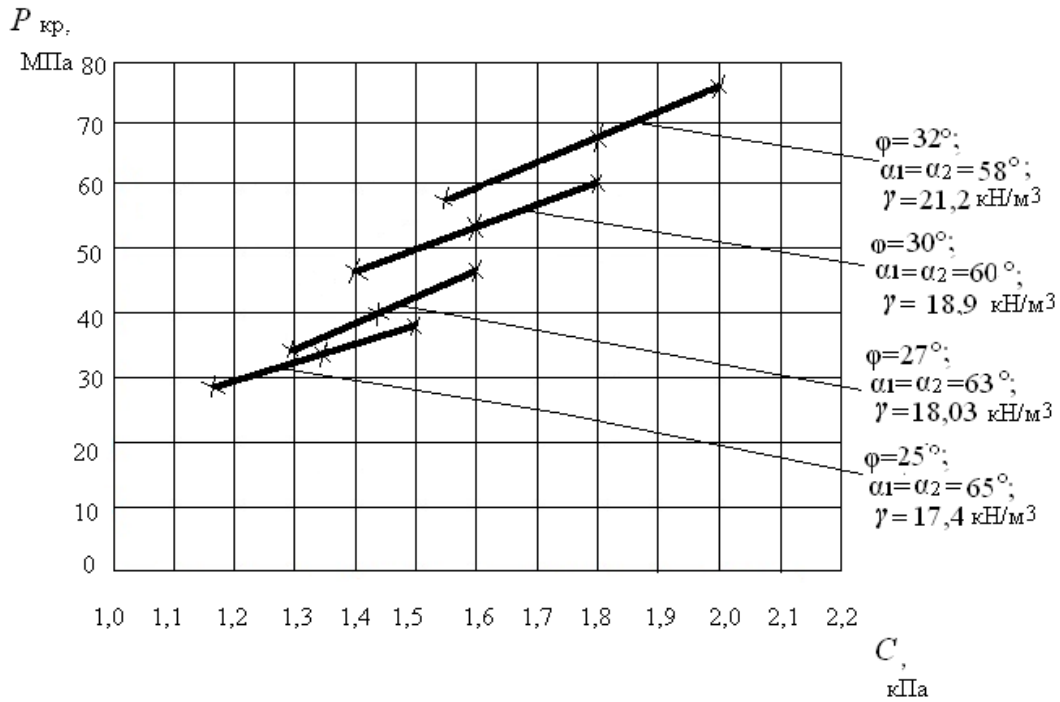


Рис. 2.9. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

а)

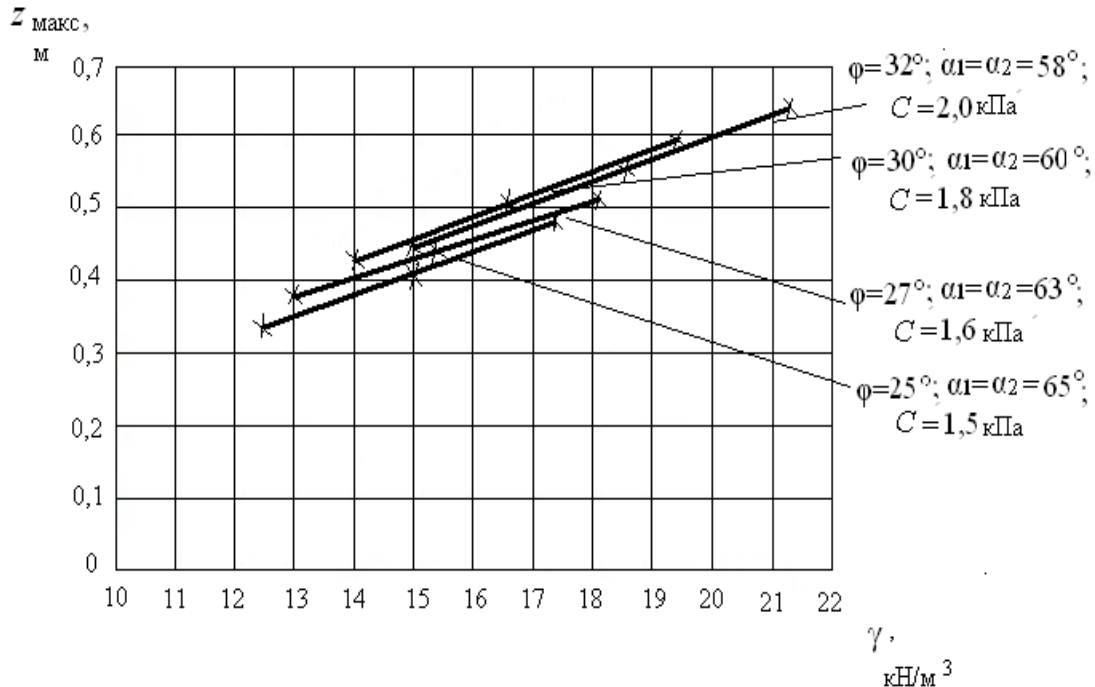


Рис. 2.10. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{макс}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)



б)

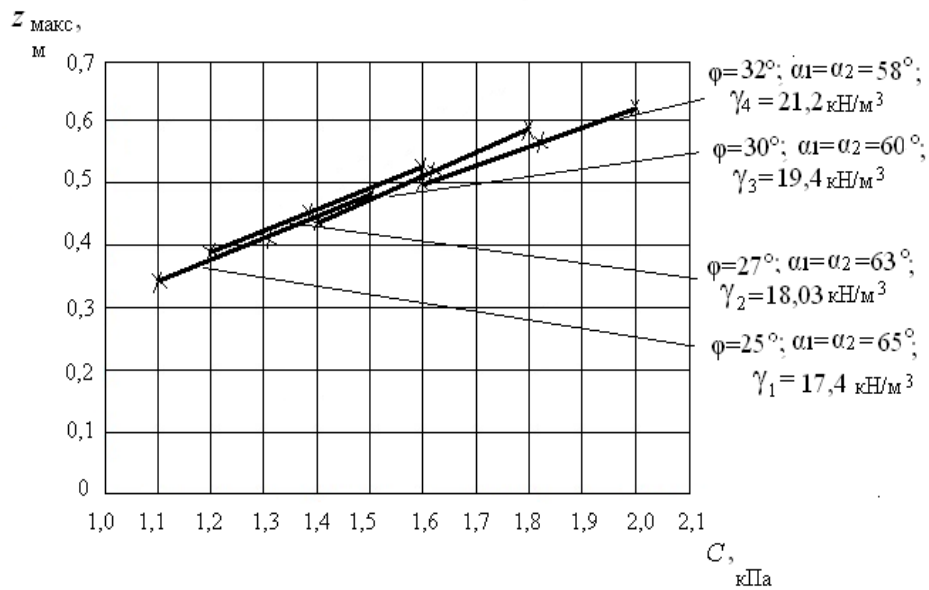


Рис. 2.10. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса (б) (окончание)

### 2.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника

На рис. 2.11 изображена модель грунтовой среды от действия неравносторонней нагрузки. Формулы для главных напряжений от неравносторонней нагрузки представлены следующими выражениями [23]:

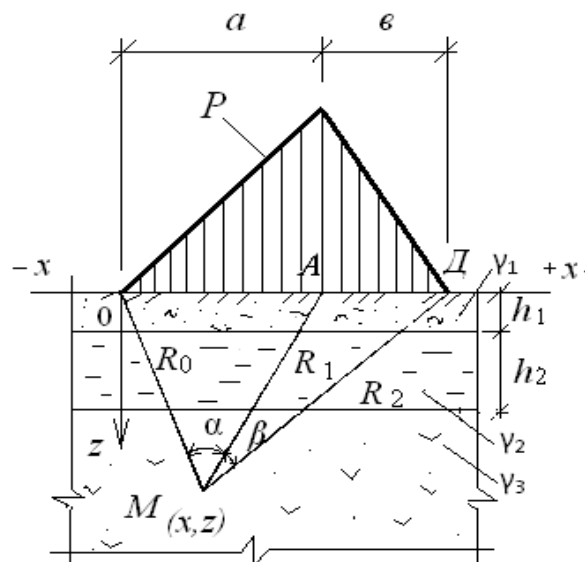


Рис. 2.11. Модель многослойной грунтовой среды и эпюра неравносторонней нагрузки

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & \frac{P}{\pi} \left[ \frac{x}{a} \alpha + \frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] + \\ & + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right)^2} + \\ & + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & \frac{P}{\pi} \left[ \frac{x}{a} \alpha + \frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] - \\ & - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right)^2} + \\ & + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \end{aligned} \quad (2.42)$$

где  $P$  – внешняя нагрузка ;  $x, z$  – координаты точки М;  $\alpha$  и  $\beta$  – углы видимости базы действия внешней нагрузки;  $R_0, R_1$  и  $R_2$  – расстояния от точки М( $x, z$ ) до точек А, О, Д базы внешней нагрузки ;  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – объёмный вес плоскопараллельных слоёв и полупространства;  $h_1, h_2$  – мощности плоскопараллельных слоёв ;  $a = \text{АО}, \varepsilon = \text{ОД}$ .

Подставим выражения (2.41) и (2.42) в условие предельного равновесия (2.3), получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi} \left[ \sqrt{\left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right)^2} - \right. \\ & \left. - \frac{\sin \varphi}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} - \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1 \sin \varphi}{R_0} \right] - \\ & - \gamma_3 z \sin \varphi = \sin \varphi \left[ \frac{P}{\pi} \left( \frac{x}{a} \alpha + \frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \beta \right) + \right. \\ & \left. + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi \right]. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Решая уравнение (2.43) относительно  $z$ , получим

$$z = \frac{\left( \frac{x}{a} \alpha + \frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \beta \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\left[ \frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.44)$$

Из уравнения (2.44) найдём углы видимости  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых  $z = z_{\text{макс}}$ . Для этого продифференцируем (2.43) по  $\alpha$  и  $\beta$  и приравняем к нулю результаты дифференцирования. В результате будем иметь:

$$\alpha = \frac{\pi \gamma_3 a(a + \varepsilon - x) \sin \varphi}{0,4P(a + \varepsilon)} - \frac{\pi a}{P(a + \varepsilon)} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] - \frac{a(a + \varepsilon - x)}{0,4(a + \varepsilon)} (0,96 - \sin \varphi) \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right); \quad (2.45)$$

$$\beta = \frac{x\varepsilon(0,96 - \sin \varphi)}{0,4(a + \varepsilon)} \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) - \frac{\pi \gamma_3 x\varepsilon \sin \varphi}{0,4P(a + \varepsilon)} - \frac{\pi \varepsilon}{P(a + \varepsilon)} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.46)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\max}$ , следовательно, формула (2.44) примет вид [19]:

$$z_{\max} = \frac{\left( \frac{x}{a} \alpha + \frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \beta \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.47)$$

Для определения  $P_{\text{кр}}$  подставим (2.47) в формулу (2.10), при условии, что  $B = a + \varepsilon$ .

После преобразований получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{0,88P^2}{\sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \left( \varepsilon \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + 0,4(\varepsilon \alpha - a \beta) \right] - \\ & - P \left\{ 0,88 \pi a \varepsilon \gamma_3 + \frac{C_z a \varepsilon}{(a + \varepsilon)} \left[ (\varepsilon x \alpha + a(a + \varepsilon - x)) \beta \right] \right\} - \\ & - \frac{\pi a \varepsilon C_z}{(a + \varepsilon)} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = 0. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Квадратное уравнение (2.48) представим в виде следующего выражения:

$$M P^2 + N P + L = 0, \quad (2.49)$$

где  $M = \frac{0,88P^2}{\sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \left( \varepsilon \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + 0,4(\varepsilon \alpha - a \beta) \right];$

$$N = - \left\{ 0,88 \pi a \varepsilon \gamma_3 + \frac{C_z a \varepsilon}{(a + \varepsilon)} \left[ (\varepsilon x \alpha + a(a + \varepsilon - x)) \beta \right] \right\};$$

$$L = -\frac{\pi a v C_z}{(a + v)} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.50)$$

Решая уравнение (2.49), получим формулу для вычисления  $P_{\text{кр}}$  [19]:

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}.$$

Придавая различные значения  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$ , можно также получить формулы для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. При  $v = 0$  эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника; при  $a = v$  – равнобедренного треугольника; при  $v \rightarrow \infty$  – полубесконечной полосы; при  $h_1 = h_2 = 0$  получим формулу  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  для полупространства с различными видами эпюр внешней нагрузки. При расчёте принято, что  $h_1 = h_2 = 0,3$  м,  $\gamma_1 = 15,05$  кН/м<sup>3</sup>,  $\gamma_2 = 10,3$  кН/м<sup>3</sup>,  $a = 2$  м,  $v = 1$  м, коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды  $\nu = 0,12$ .

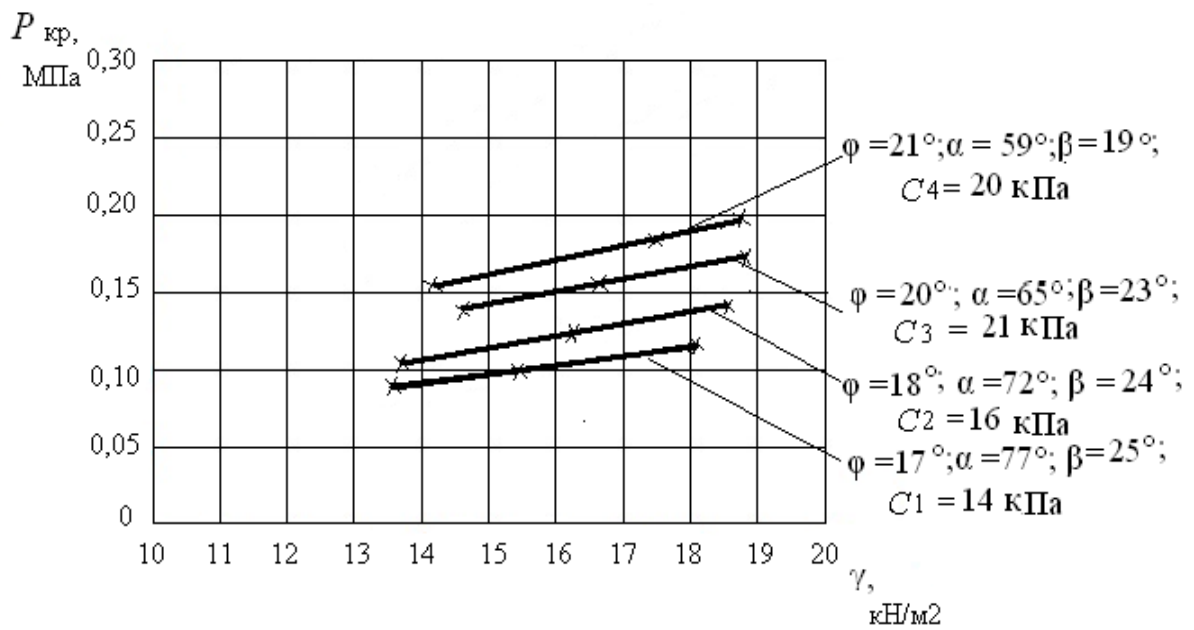
Графический вид зависимостей  $P_{\text{кр}}$  и  $z_{\text{макс}}$  от физико-механических характеристик:  $C$ ,  $\varphi$ ,  $\gamma$  увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки  $B = a + v = 2 + 1 = 3$  м представлен на рис. 2.12, 2.13. Характеристики слабых грунтов приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

#### Физико-механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{\text{макс}}$ , м	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Суглинки мягкопластичные	18,07	17	14	2,8	1,63	2,84
	18,59	18	16	9,4	1,80	9,54
	18,66	20	21	11,6	2,23	12,80
	18,76	21	20	13	2,51	13,19

а)



б)

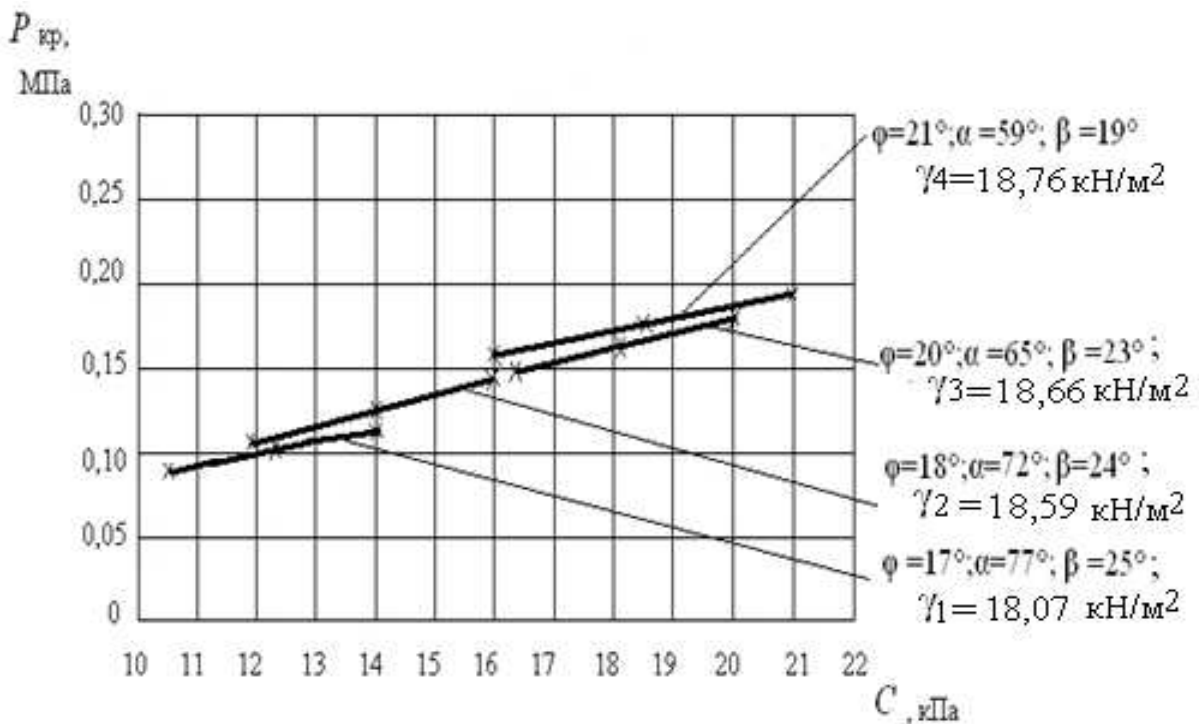
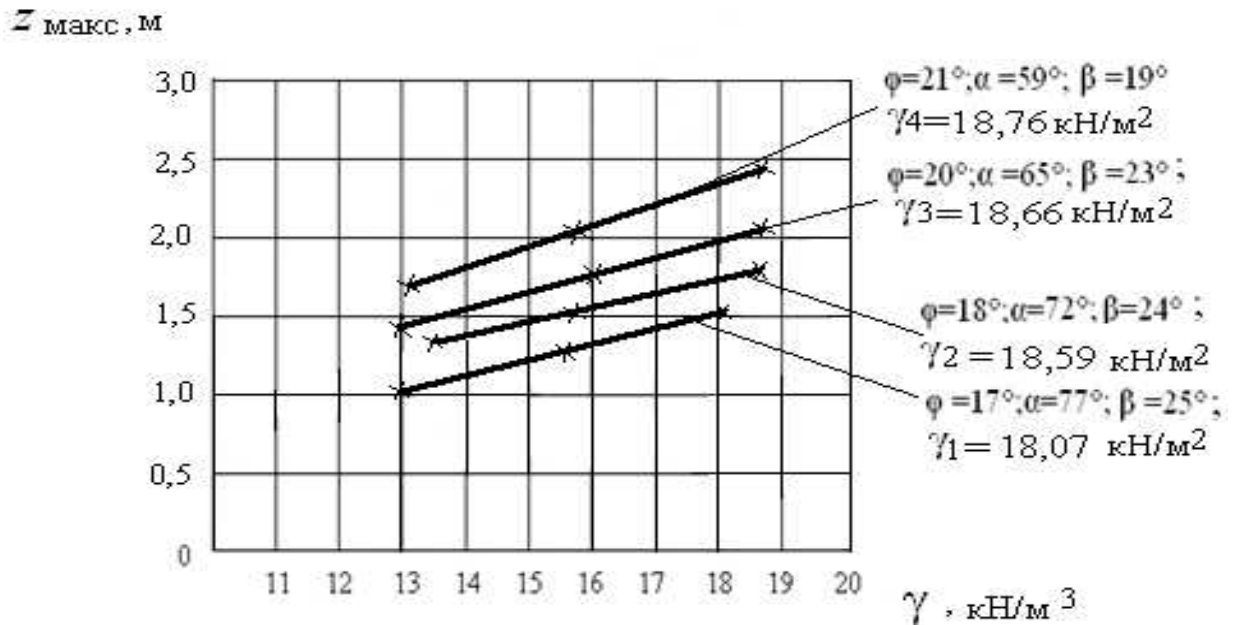


Рис. 2.12. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

a)



б)

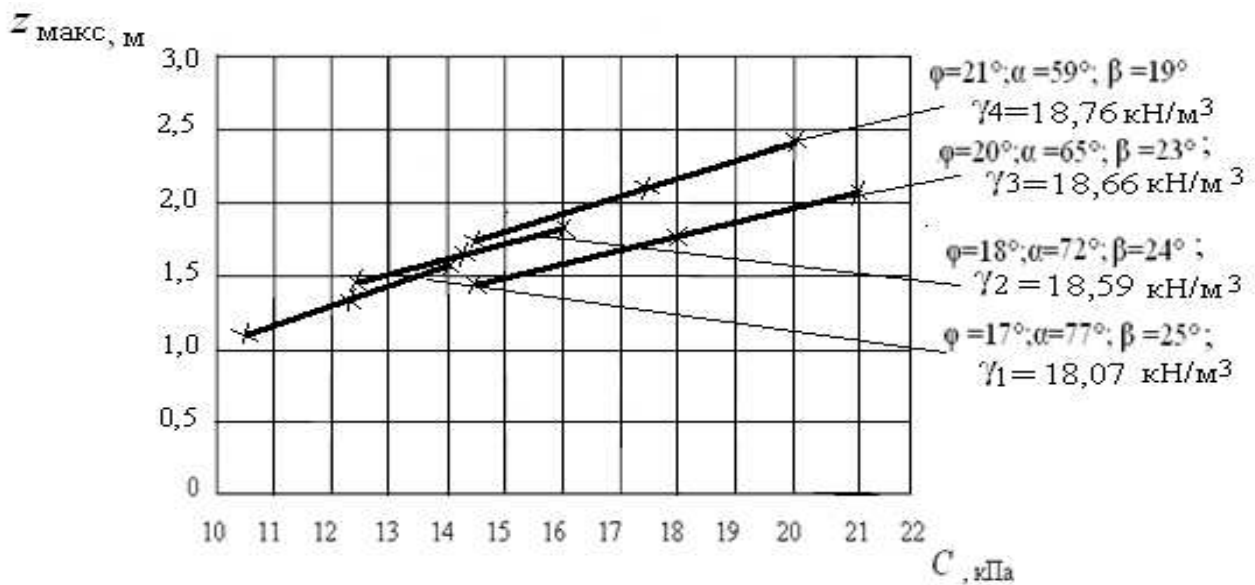


Рис. 2.13. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

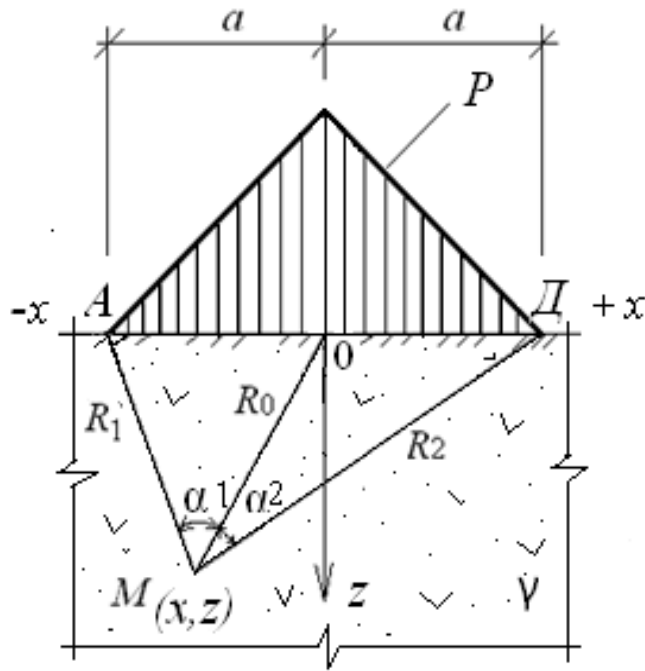


Рис. 2.14. Модель однослойной грунтовой среды и эпюра неравносторонней нагрузки

На рис. 2.14 изображена модель однослойной грунтовой среды от неравносторонней нагрузки. Формулы главных напряжений от неравносторонней нагрузки представлены следующими выражениями [23]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[ \frac{x}{a} \alpha + \frac{a + e - x}{e} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{e} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{e} \right)^2} + \gamma z; \quad (2.51)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[ \frac{x}{a} \alpha + \frac{a + e - x}{e} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{e} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{e} \right)^2} + \gamma z, \quad (2.52)$$

где  $P$  – внешняя нагрузка ;  $x, z$  – координаты точки  $M$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – углы видимости базы действия внешней нагрузки;  $R_0, R_1$  и  $R_2$  – расстояния от точки  $M(x, z)$  до точек  $A, O, D$  базы внешней нагрузки ;  $\gamma$  – объёмный вес однородного слоя полупространства;  $a = AO, e = OD$ .

Подставим выражения (2.51) и (2.52) в условие предельного равновесия (2.3) , получим следующее уравнение:

$$\frac{Pz}{\pi} \left[ \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{e}\right)^2} - \frac{\sin \varphi}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} - \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_0} \sin \varphi \right] - \gamma z \sin \varphi = \sin \varphi \left[ \frac{P}{\pi} \left( \frac{x}{a} \alpha + \frac{a+e-x}{e} \beta \right) + C \operatorname{ctg} \varphi \right]. \quad (2.53)$$

Решая уравнение (2.53) относительно  $z$ , получим следующее выражение:

$$z = \frac{\left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+e-x}{e} \beta\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\left[ \frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_2}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{e}\right) \right] - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.54)$$

Из уравнения (2.54) найдём углы видимости  $\alpha$  и  $\beta$ , при которых  $z = z_{\max}$ , продифференцировав его отдельно по  $\alpha$  и  $\beta$ , и приравняем к нулю результаты дифференцирования. В результате получим

$$\alpha = \frac{\pi \gamma a(a+e-x) \sin \varphi}{0,4P(a+e)} - \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P(a+e)} - \frac{a(a+e-x)}{0,4(a+e)} (0,96 - \sin \varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_2}\right); \quad (2.55)$$

$$\beta = \frac{x e (0,96 - \sin \varphi)}{0,4(a+e)} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_2}\right) - \frac{\pi \gamma x e \sin \varphi}{0,4P(a+e)} - \frac{\pi e C \operatorname{ctg} \varphi}{P(a+e)}. \quad (2.56)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\max}$ , следовательно, формула (2.54) примет вид:

$$z_{\max} = \frac{\left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+e-x}{e} \beta\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\left[ \frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{e} \ln \frac{R_1}{R_2}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{e}\right) \right] - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.57)$$

Для определения  $P_{\text{кр}}$  подставим (2.57) в формулу (2.10), в этом случае  $B = a + e$ .

Получим следующее выражение:

$$\frac{0,88P^2}{\sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \left( e \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + 0,4(e\alpha - a\beta) \right] - P \left\{ 0,88\pi a e \gamma + \frac{C_z a e}{(a+e)} \left[ vx\alpha + a(a+e-x)\beta - \frac{\pi a e C_z C \operatorname{ctg} \varphi}{(a+e)} \right] \right\} = 0. \quad (2.58)$$



Квадратное уравнение (2.58) представим в виде следующего выражения:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.59)$$

где 
$$M = \frac{0,88P^2}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi)(v \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2}) + 0,4(v\alpha - a\beta)];$$

$$N = -\{0,88\pi av \gamma + \frac{C_z av}{(a+v)} [vx\alpha + a(a+v-x)\beta]\}; \quad (2.60)$$

$$L = -\frac{\pi av C_z C \operatorname{ctg} \varphi}{(a+v)}.$$

Решая уравнение (2.59), получим формулу для вычисления  $P_{кр}$ :

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.61)$$

Придавая различные значения  $z_{\max}$  и  $P_{кр}$ , можно получить формулы для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. При  $v = 0$ , эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника; при  $a = v$  – равнобедренного треугольника; при  $v \rightarrow \infty$  – полубесконечной полосы.

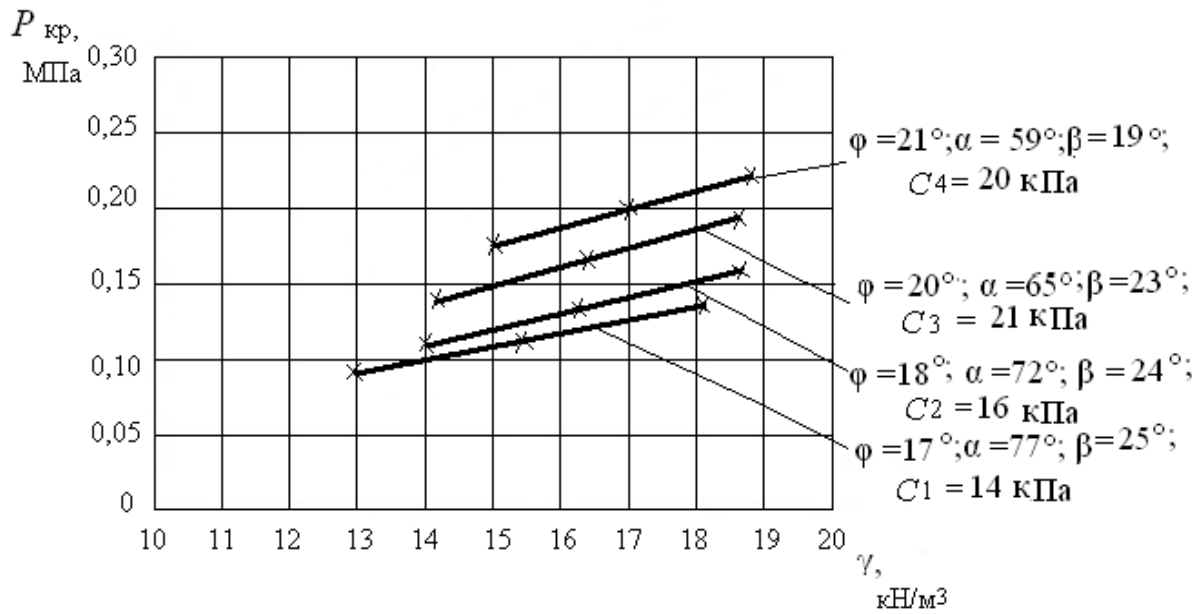
Графический вид зависимостей  $P_{кр}$  и  $z_{\max}$  от физико-механических характеристик:  $C$ ,  $\varphi$ ,  $\gamma$  увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки  $B = a + v = 2 + 1 = 3$  м представлен на рис. 2.15, 2.16. Характеристики слабых грунтов приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Физико-механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{\max}$ , м	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Суглинки мягкопластичные	18,07	17	14	2,8	1,57	2,84
	18,59	18	16	9,4	1,76	9,54
	18,66	20	21	11,6	2,03	12,80
	18,76	21	20	13	2,41	13,19

а)



б)

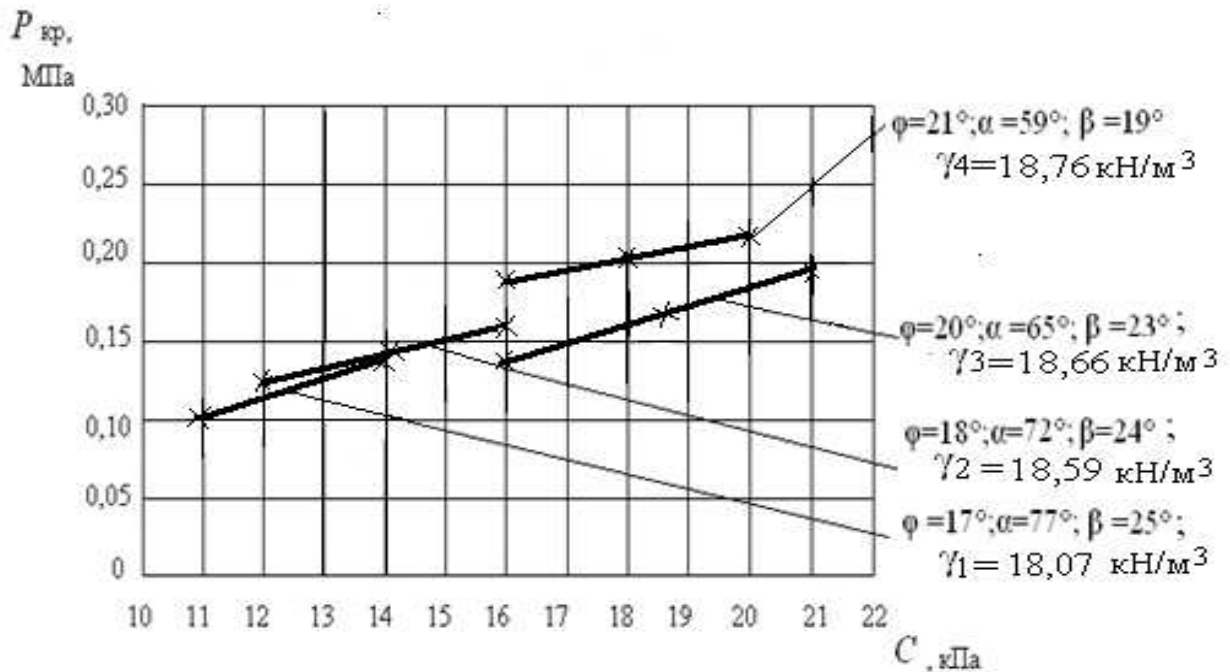
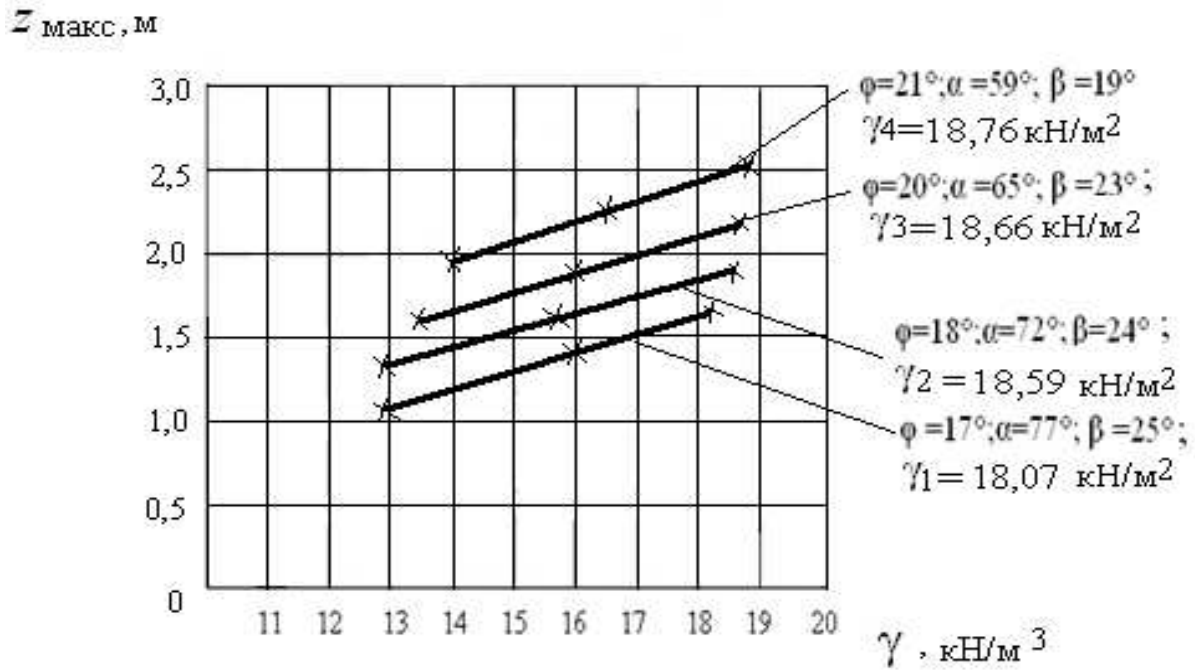


Рис. 2.15. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

a)



б)

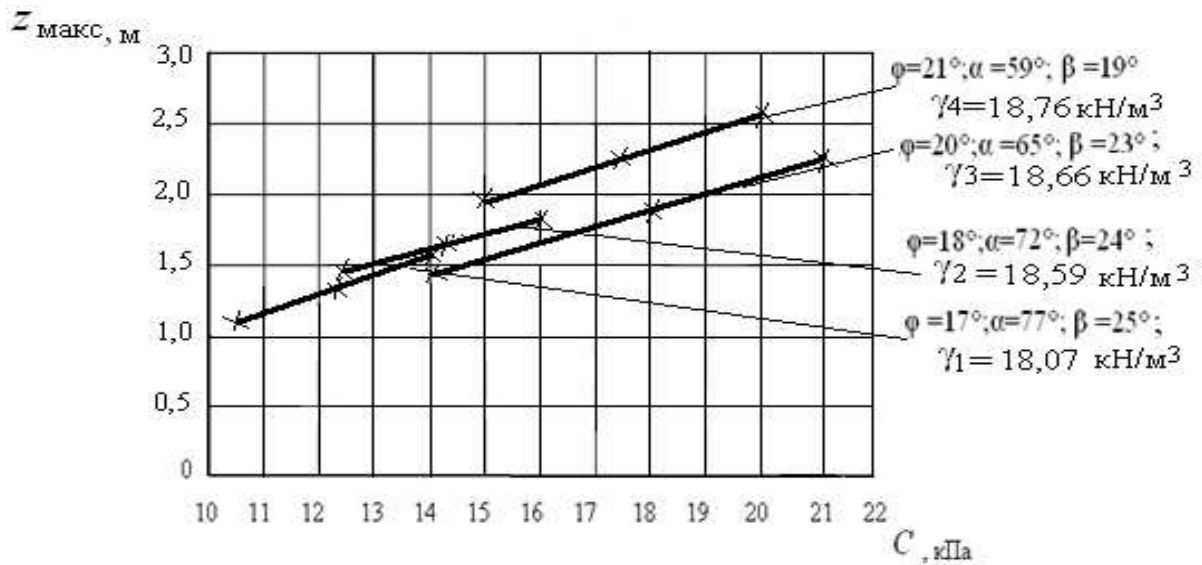


Рис. 2.16. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

## 2.4. Симметричная нагрузка

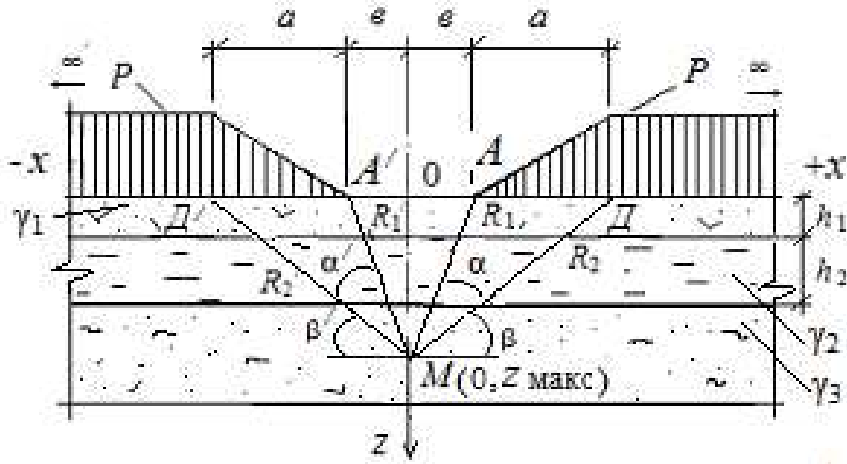


Рис. 2.17. Модель многослойной грунтовой среды и эпюра симметричной нагрузки

Формулы главных напряжений, обусловленных действием симметричной комбинированной треугольной и полубесконечной нагрузки (рис. 2.17), имеют следующий вид [23]:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & \frac{P}{\pi a} \left[ a(\beta + \beta') - e(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] + \\ & + \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} + \\ & + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)] ; \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & \frac{P}{\pi a} \left[ a(\beta + \beta') - e(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] - \\ & - \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} + \\ & + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)] , \end{aligned} \quad (2.63)$$

где  $P$  – внешняя нагрузка;  $x, z$  – координаты точки  $M$ ;  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$  – углы видимости баз действия нагрузки;  $R_1, R_1'$  и  $R_2, R_2'$  – расстояния от точки  $M(x, z)$  до точек  $A, D, A', D'$  баз внешней нагрузки;  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – объёмный вес плоскопараллельных слоёв и полупространства;  $h_1, h_2$  – мощности плоскопараллельных слоёв;  $a = AD, a = A'D', e = OA$  и  $e = OA'$ .

Подставив выражения (2.62) и (2.63) в формулу условия предельного равновесия (2.3), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{z}{\sin \varphi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} - z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi z a}{P} \gamma_3 = \\ & = [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \\ & + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Решая уравнение (2.64) относительно  $z$ , получим

$$z = \frac{[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}. \quad (2.65)$$

Из (2.65) найдём углы видимости  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\beta$ ,  $\beta'$ , при которых  $z = z_{\max}$ . Для этого продифференцируем (2.65) по  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\beta$ ,  $\beta'$  и приравняем к нулю результаты дифференцирования. Получим

$$\alpha = -\frac{1}{0,4} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{P}] + \alpha'; \quad (2.66)$$

$$\alpha' = \frac{(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{0,4 P} + \alpha; \quad (2.67)$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{(x - \varepsilon)}{0,4a} [0,96 - \sin \varphi \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{P}] - \\ & - \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] + \frac{2\alpha' \varepsilon}{a} - \beta; \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \beta' &= \frac{(x + \varepsilon)}{0,4a} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{P}] + \frac{2\varepsilon\alpha}{a} + \\ & + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] - \beta. \end{aligned} \quad (2.69)$$

При найденных значениях углов видимости глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\max}$ , следовательно, формула (2.65) примет вид

$$z_{\max} = \frac{[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}. \quad (2.70)$$

Для определения  $P_{\text{кр}}$  поставим (2.70) в формулу (2.10), в этом случае  $B = 2a + 2\varepsilon$ . В результате будем иметь следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{1,76 P^2}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha')] - P \{ 1,76 \pi a \gamma_3 + \\ & + \frac{C}{a} [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] \} - \\ & - \pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2)] + C \operatorname{ctg} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Приведём уравнение (2.71) к следующему виду:

$$M P^2 + N P + L = 0, \quad (2.72)$$

где 
$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha')];$$

$$N = -\{ 1,76 \pi a \gamma_3 + \frac{C}{a} [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] \};$$

$$L = -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.73)$$

Решая уравнение (2.72), получим формулу для вычисления  $P_{\text{кр}}$ :

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.74)$$

Формулы (2.70) и (2.74) позволяют вычислять  $z_{\max}$  и  $P_{\text{кр}}$  в полупространстве. В этих формулах  $z_{\max}$  и  $P_{\text{кр}}$  зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для  $z_{\max}$  и  $P_{\text{кр}}$  для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. Например при  $\varepsilon = 0$ , т. е. когда точки А и А' совпадут с 0, эпюра будет иметь другой вид симметричной нагрузки; придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно получить эпюру для симметричной треугольной и ленточной нагрузок. На рис. 2.18 приведены зависимости  $P_{\text{кр}}$  от удельного

веса полупространства, удельного сцепления  $C$  и угла полного внутреннего трения  $\varphi$ , на рис. 2.19 – зависимости глубин развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от тех же характеристик. В задаче принято  $a = 2\text{ м}$ ,  $b = 1\text{ м}$ , коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды  $\nu = 0,13$ . Расчёт  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.6), соответствующих пластичным супесям.

Таблица 2.6

Физико-механические характеристики модели полупространства

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{\text{макс}}$ , м	Коэффициент упругого полупространства $Cz$ , МПа
Супесь пластичная	16,90	13	9	15,8	0,75	16,07
	17,78	15	11	16,2	1,34	16,48
	18,82	16	12	16,6	1,73	17,0
	18,97	17	14	17,8	2,18	18,1

а)

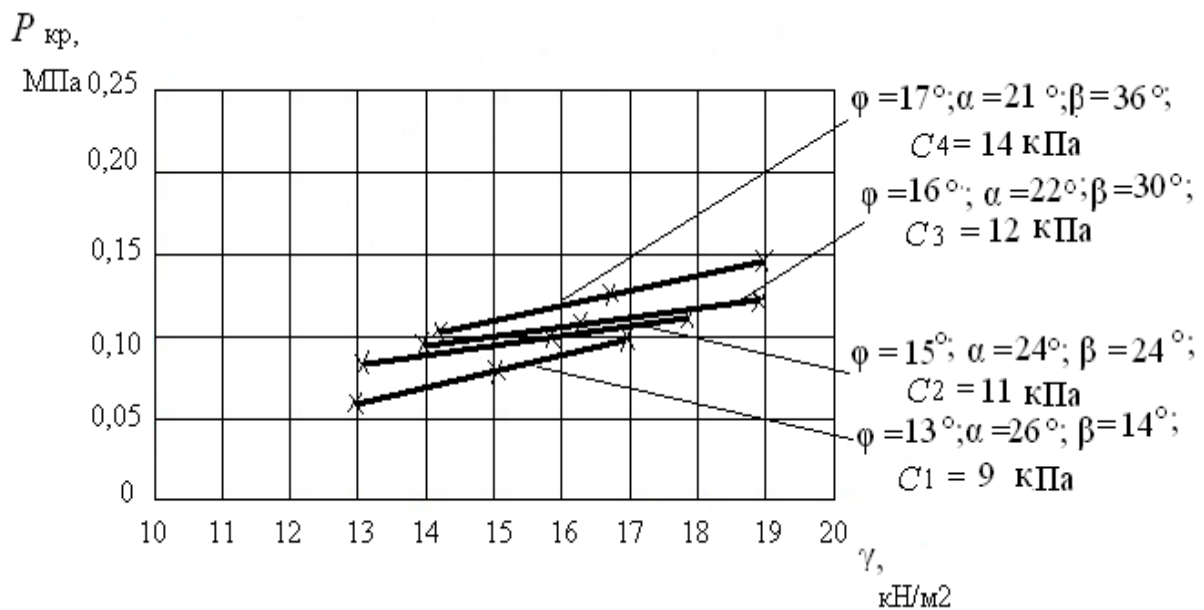


Рис. 2.18. Зависимость критической нагрузки  $P_{\text{кр}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)

б)

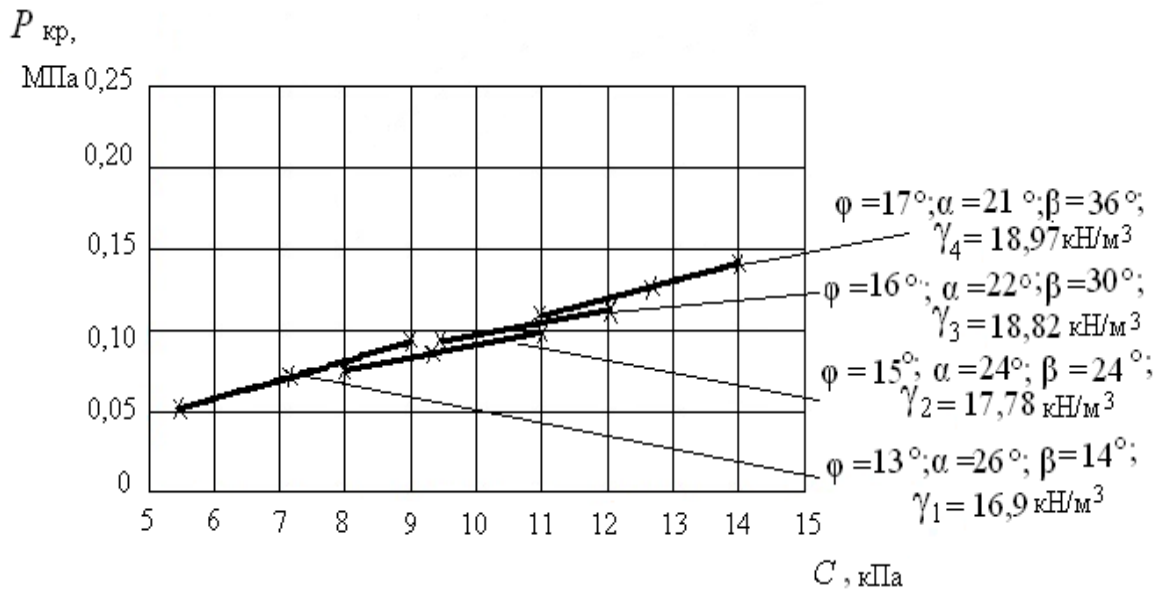


Рис. 2.18. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

а)

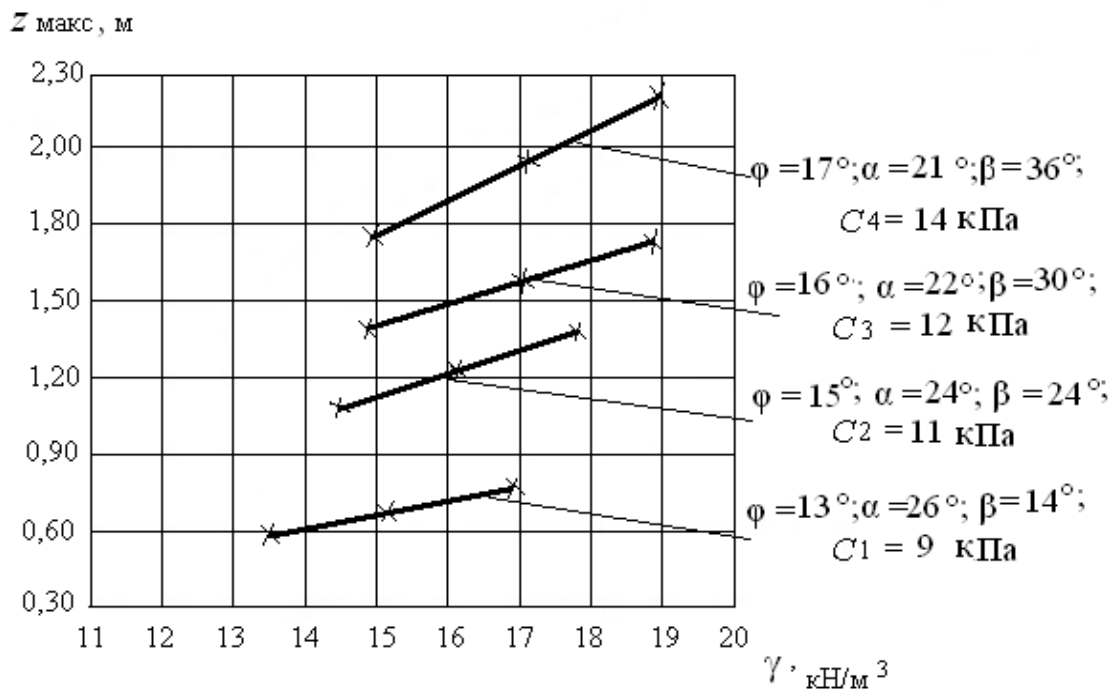


Рис. 2.19. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)



б)

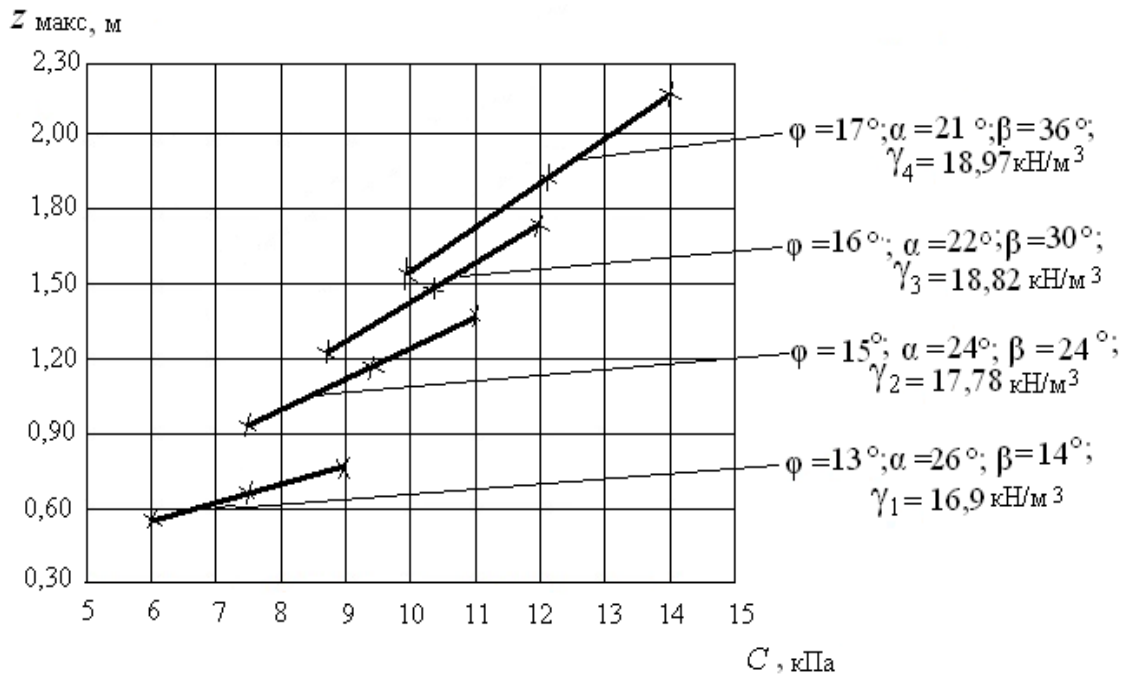


Рис. 2.19. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

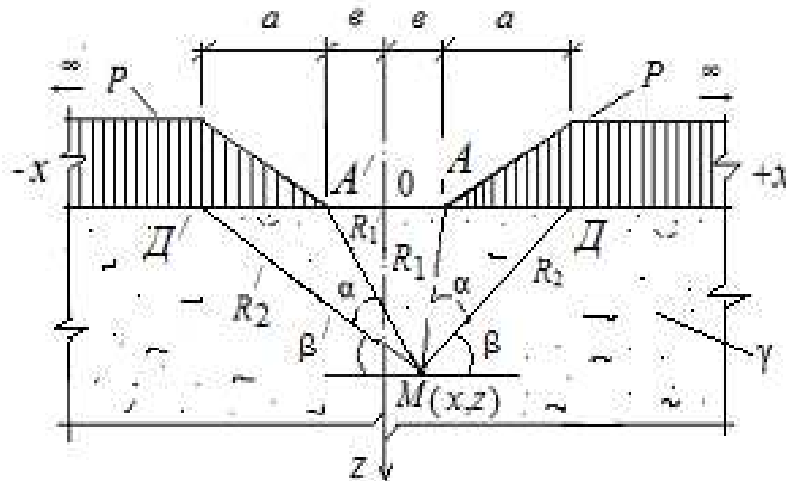


Рис. 2.20. Модель однослойной грунтовой среды и эпюра симметричной нагрузки

Формулы главных напряжений, обусловленных действием симметричной комбинированной треугольной и полубесконечной нагрузки (рис. 2.20) имеют следующий вид [23]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi a} \left[ a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] + \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2 + \gamma z}; \quad (2.75)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi a} \left[ a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] - \frac{Pz}{\pi a} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2 + \gamma z}, \quad (2.76)$$

где  $P$  – внешняя нагрузка;  $x, z$  – координаты точки М;  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$  – углы видимости баз действия нагрузки;  $R_1, R_1'$  и  $R_2, R_2'$  – расстояния от точки М ( $x, z$ ) до точек А, Д, А', Д' баз внешней нагрузки;  $\gamma$  – объёмный вес однородного слоя полупространства;  $a = АД, a = А'Д', \varepsilon = ОА, \varepsilon = ОА'$ .

Подставив выражения (2.75) и (2.76) в формулу условия предельного равновесия (2.3), получим следующее уравнение:

$$\frac{z}{\sin \varphi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} - z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi z a}{P} \gamma = [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}. \quad (2.77)$$

Решая уравнение (2.77) относительно  $z$ , получим

$$z = \frac{[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P}}. \quad (2.78)$$

Из (2.78) найдём углы видимости  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ , при которых  $z = z_{\max}$ . Продифференцируем (2.78) по  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$  и приравняем к нулю результаты дифференцирования. В результате будем иметь:

$$\alpha = -\frac{1}{0,4} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma \sin \varphi}{P}] + \alpha'; \quad (2.79)$$

$$\alpha' = \frac{(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma \sin \varphi}{0,4 P} + \alpha; \quad (2.80)$$

$$\beta = \frac{(x - \varepsilon)}{0,4 a} [0,96 - \sin \varphi \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma \sin \varphi}{P}] - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} + \frac{2\alpha' \varepsilon}{a} - \beta; \quad (2.81)$$

$$\beta' = \frac{(x + \varepsilon)}{0,4a} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma \sin \varphi}{P} \right] + \frac{2\varepsilon \alpha}{a} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} - \beta. \quad (2.82)$$

При найденных значениях углов видимости глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\max}$ , следовательно, формула (2.78) примет вид:

$$z_{\max} = \frac{\left[ a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') \right] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P}}. \quad (2.83)$$

Для определения  $P_{\text{кр}}$  поставим (2.83) в формулу (2.10), в этом случае  $B = 2a + 2\varepsilon$ .

Получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{1,76P^2}{\sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha') \right] - P \{ 1,76\pi a \gamma + \\ & + \frac{C}{a} [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] \} - \pi C_z C \operatorname{ctg} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Приведём уравнение (2.84) к следующему виду:

$$M P^2 + N P + L = 0, \quad (2.85)$$

где 
$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha') \right];$$

$$N = - \left\{ 1,76\pi a \gamma + \frac{C}{a} [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] \right\};$$

$$L = -\pi C_z C \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.86)$$

Решая уравнение (2.85), получим формулу для вычисления

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]. \quad (2.87)$$

Формулы (2.83) и (2.87) позволяют вычислять  $z_{\max}$  и  $P_{\text{кр}}$  в полупространстве грунтовой среды. В этих формулах  $z_{\max}$  и  $P_{\text{кр}}$  зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для  $z_{\max}$  и  $P_{\text{кр}}$  для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. Например при  $\varepsilon = 0$ , т. е. когда точки А и А' совпадут с 0, эпюра будет иметь другой вид симметричной нагрузки;

придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно получить эпюру для симметричной треугольной и ленточной нагрузки. На рис. 2.21 приведены зависимости  $P_{кр}$  от удельного веса полупространства, удельного сцепления  $C$  и угла полного внутреннего трения  $\varphi$ , на рис. 2.22 приведены зависимости глубин развития критического усилия  $z_{макс}$  от тех же характеристик. Расчёт  $z_{макс}$  и  $P_{кр}$  выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.7), соответствующих пластичным супесям.

Таблица 2.7

Физико-механические характеристики модели полупространства

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{макс}$ , м	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Супесь пластичная	16,90	13	9	15,8	0,75	16,07
	17,78	15	11	16,2	1,34	16,48
	18,82	16	12	16,6	1,73	17,0
	18,97	17	14	17,8	2,18	18,1

а)

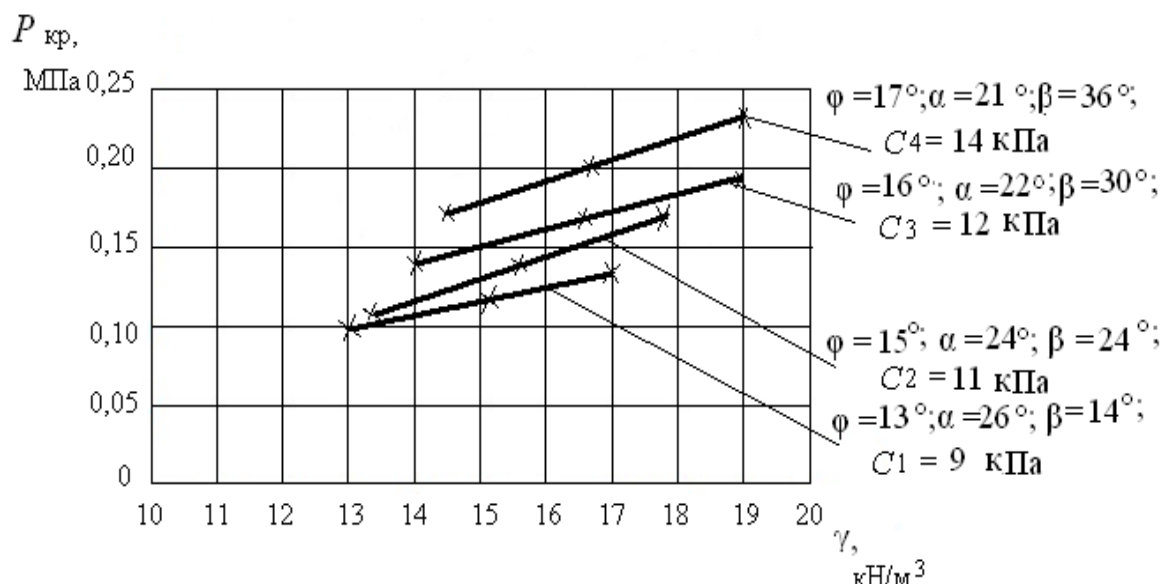


Рис. 2.21. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)

б)

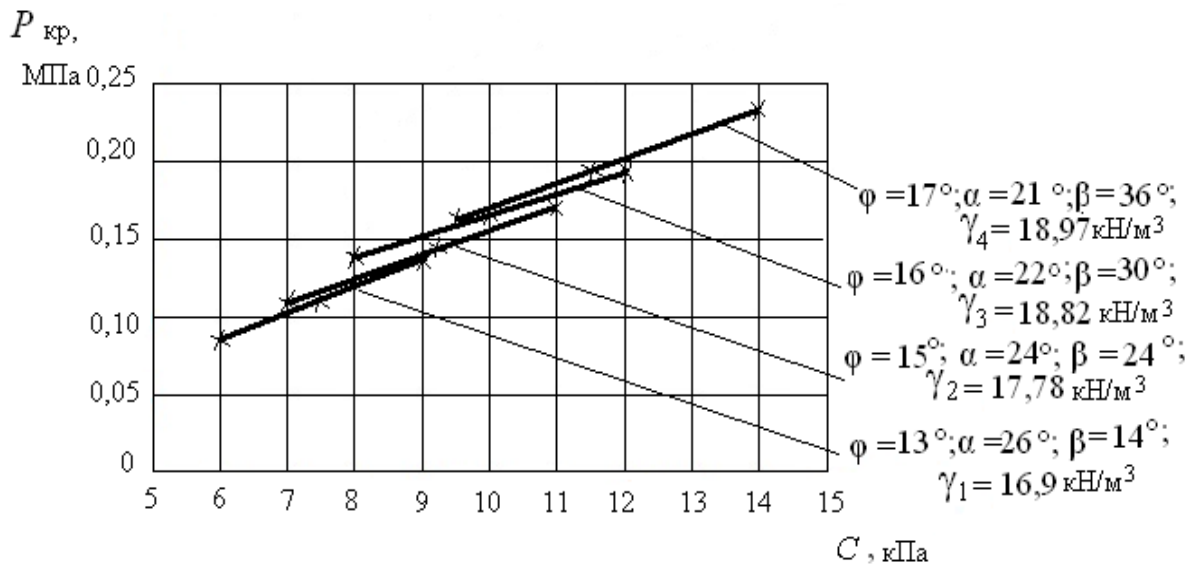


Рис. 2.21. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

а)

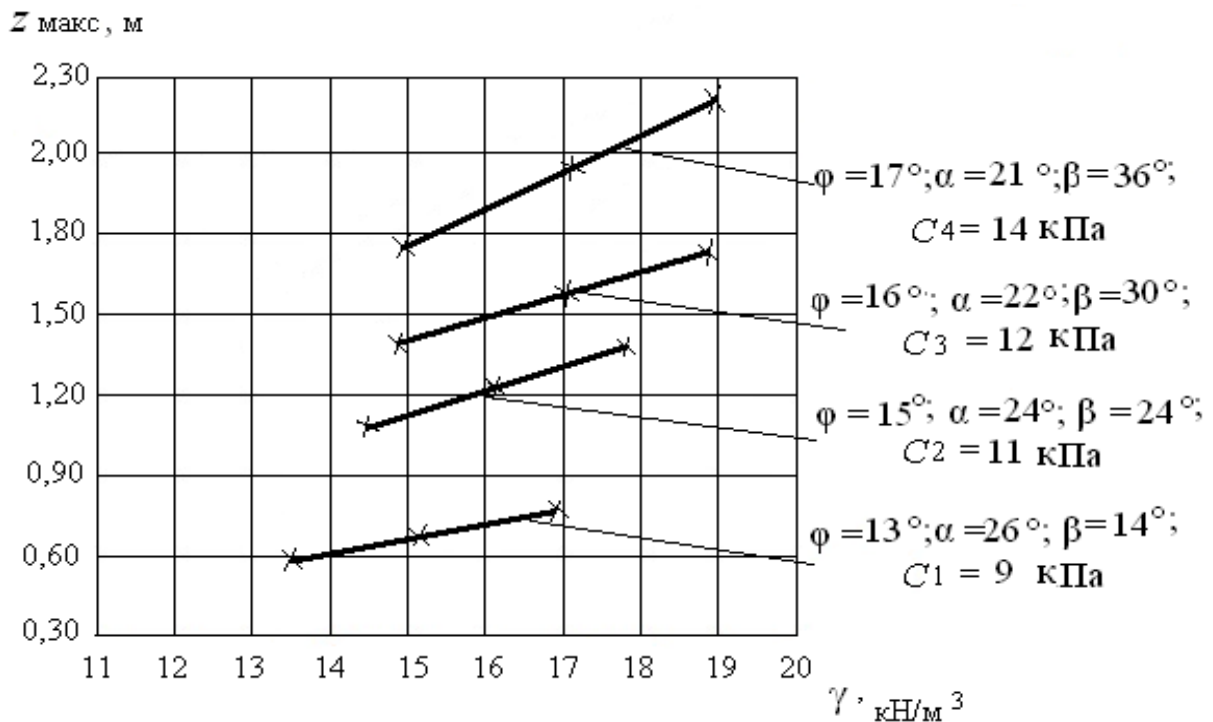


Рис. 2.22. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{макс}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)

б)

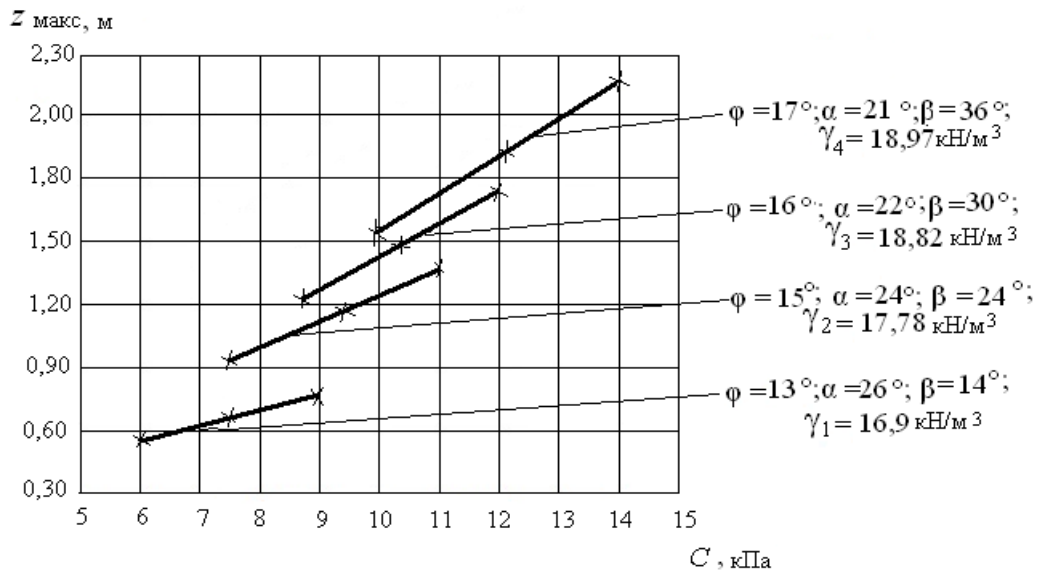


Рис. 2.22. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\max}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

## 2.5. Комбинированная нагрузка

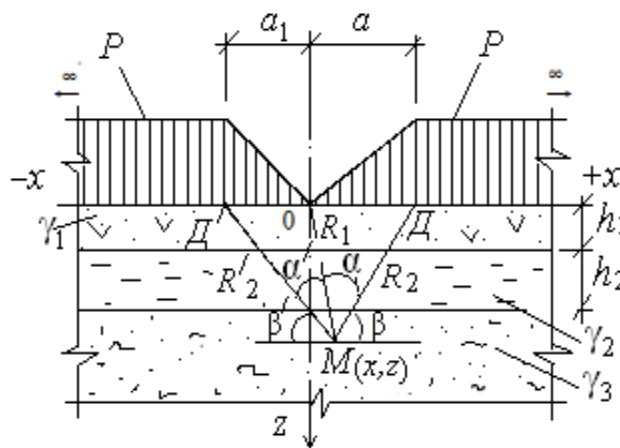


Рис. 2.23. Модель однородной грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

Формулы главных напряжений, обусловленных действием симметричной комбинированной треугольной и полубесконечной нагрузки (рис. 2.23), представлены следующими выражениями [23]:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & \frac{P}{\pi} [(\beta + \beta') + (\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha')] + (\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1})] + \\ & + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1})^2 + (\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1})^2} + \\ & + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & \frac{P}{\pi} [(\beta + \beta') + (\frac{x}{a} \alpha - \frac{x'}{a_1} \alpha')] + (\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1})] - \\ & - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1})^2 + (\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1})^2} + \\ & + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \end{aligned} \quad (2.89)$$

где  $P$  – внешняя нагрузка;  $x, z$  – координаты точки М;  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$  – углы видимости баз действия нагрузки;  $R_1, R_2, R_2'$  – расстояния от точки М ( $x, z$ ) до точек О, Д, О, Д' баз внешней нагрузки;  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – объёмный вес плоскопараллельных слоёв и полупространства;  $h_1, h_2$  – мощности плоскопараллельных слоёв;  $a = ОД, a_1 = ОД'$ .

Подставим выражения (2.88) и (2.89) в условие предельного равновесия (2.3), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi \sin \varphi} \sqrt{(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1})^2 + (\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1})^2} - \frac{Pz}{\pi} (\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}) - \\ & - \gamma_3 z = \frac{P}{\pi} [(\beta + \beta') + (\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha')] + \\ & + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Решая уравнение (2.90) относительно  $z$ , получим

$$\begin{aligned} z = & \frac{(\beta + \beta') + (\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha') + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} (\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}) + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \end{aligned} \quad (2.91)$$

Найдём углы видимости, при которых  $z = z_{\max}$ , продифференцировав для этого уравнение (2.91) по  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ .

В результате будем иметь:

$$\alpha = -\frac{a(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} (\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}) + \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{0,4P} + \frac{a \alpha'}{a_1}; \quad (2.92)$$

$$\alpha' = \frac{a_1(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln^2 \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi a_1 \gamma_3 \sin \varphi}{0,4P} + \frac{a_1 \alpha}{a}; \quad (2.93)$$

$$\beta = \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right] - \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] - \beta'; \quad (2.94)$$

$$\beta' = \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right] - \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] - \beta. \quad (2.95)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\max}$ , следовательно, уравнение (2.91) примет вид

$$z_{\max} = \frac{(\beta + \beta') + \left( \frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.96)$$

Для определения  $P_{\text{кр}}$  поставим (2.96) в формулу (2.10), в этом случае база действия нагрузки  $B = a + a'$ .

В результате получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{0,88P^2B}{C_z \sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \right. \\ & \left. + 0,4 \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right] - P \left[ \frac{0,88B}{C_z} \pi \gamma_3 + (\beta + \beta') + \right. \\ & \left. + x \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right] - \pi [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = 0. \quad (2.97) \end{aligned}$$

Приведём квадратное уравнение (2.97) к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.98)$$

где  $M = \frac{0,88B}{C_z \sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + 0,4 \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right];$

$$N = - \left[ \frac{0,88B}{C_z} \pi \gamma_3 + (\beta + \beta') + x \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right];$$



$$L = -\pi[\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.99)$$

Решая уравнение (2.98), получим формулу для вычисления  $P_{\text{кр}}$ :

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.100)$$

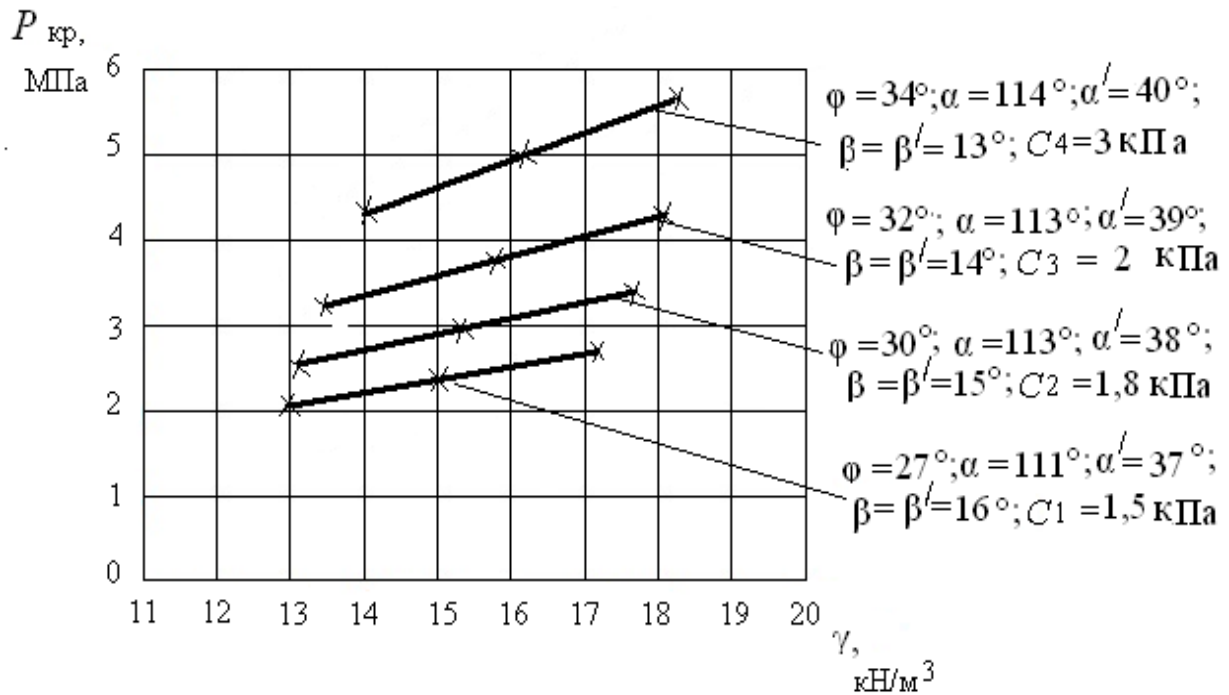
Формулы (2.96) и (2.100) зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  для различных вариантов эпюр внешней нагрузки. Например, при  $a = a_1$  эпюра будет иметь вид симметричной комбинированной нагрузки; придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно получить эпюру для комбинированной треугольной и ленточной нагрузки; при  $h_1 = h_2 = 0$  и ширине базы полубесконечной нагрузки равной нулю получим формулу  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  для полупространства с различными видами эпюр внешней нагрузки, например, как в [15] и [16] для нагрузки в форме прямоугольного треугольника и т. д. На рис. 2.24 приведены зависимости  $P_{\text{кр}}$  от удельного веса полупространства, удельного сцепления  $C$  и угла полного внутреннего трения  $\varphi$ , на рис. 2.25 – зависимости глубин развития критического усилия  $h$  от тех же характеристик. При расчёте принято  $h_1 = h_2 = 0,3$  м,  $\gamma_1 = 15,05$  кН/м<sup>3</sup>,  $\gamma_2 = 10,3$  кН/м<sup>3</sup>,  $a = 3$  м,  $a_1 = 2$  м, коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды  $\nu = 0,13$ . Расчёт  $z_{\text{макс}}$  и  $P_{\text{кр}}$  выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.8), соответствующих мелким водонасыщенным пескам.

Таблица 2.8

Физико-механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{\text{макс}}$ , м	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Песок мелкий, средней степени водонасыщенный	17,07	27	1,5	25,8	0,58	26,25
	17,73	30	1,8	26,2	0,59	26,65
	18,08	32	2	28	0,60	28,48
	18,36	34	3	29	0,61	29,30

а)



б)

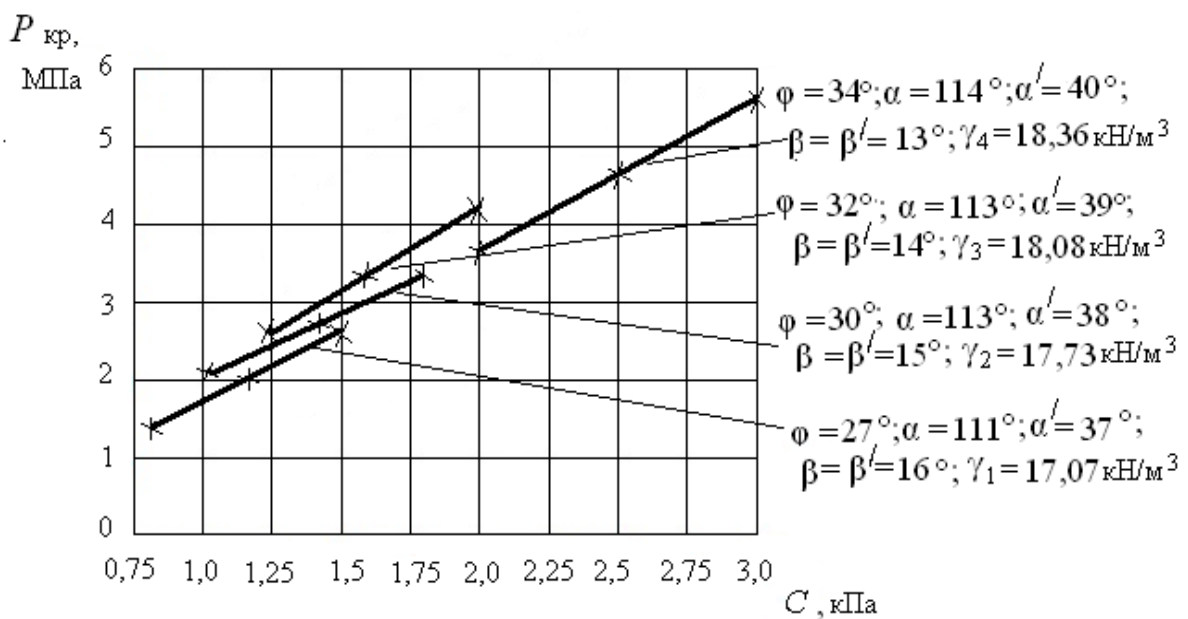
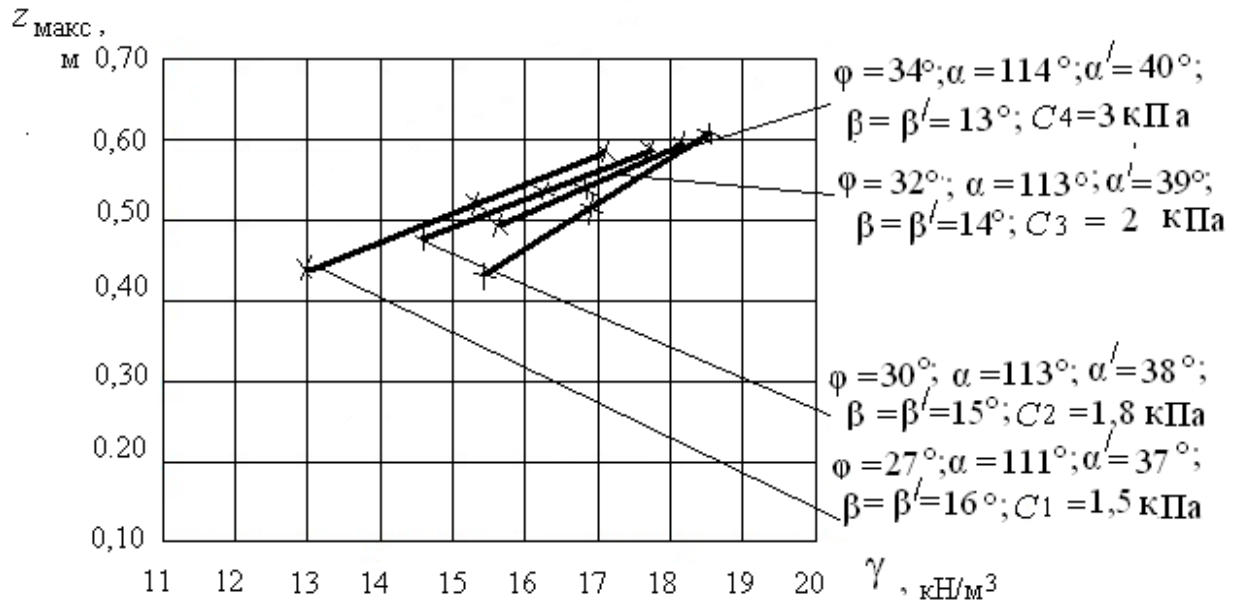


Рис. 2.24. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

a)



б)

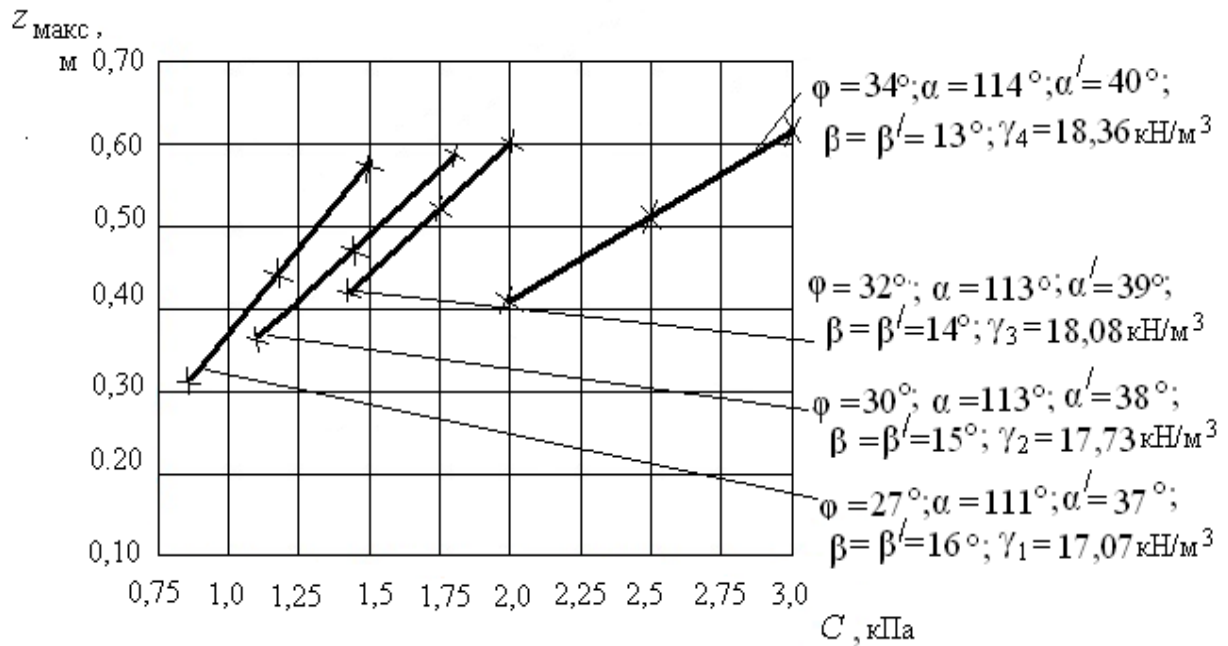


Рис. 2.25. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б)

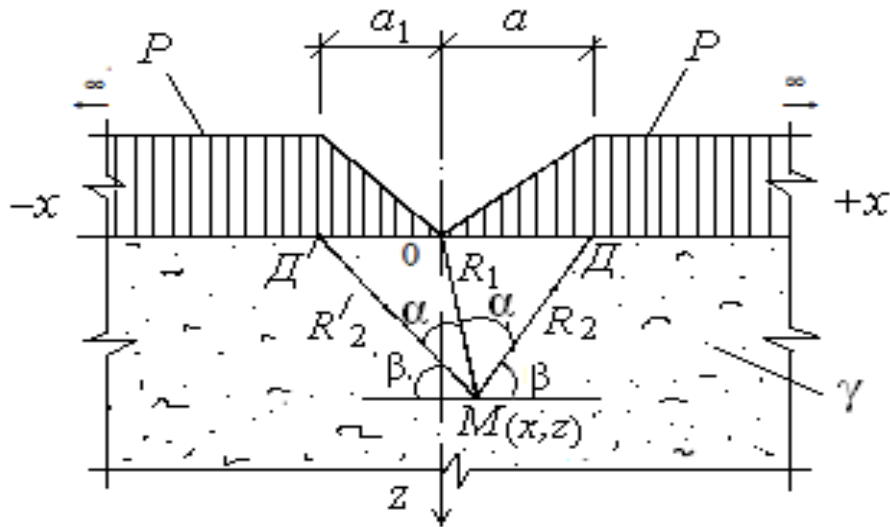


Рис. 2.26. Модель однородной грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

Формулы главных напряжений, обусловленных действием симметричной комбинированной треугольной и полубесконечной нагрузки (рис. 2.26), представлены следующими выражениями [23]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} [(\beta + \beta') + (\frac{x}{a}\alpha - \frac{x}{a_1}\alpha')] + (\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}) + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1})^2 + (\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1})^2} + \gamma z; \quad (2.101)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} [(\beta + \beta') + (\frac{x}{a}\alpha - \frac{x}{a_1}\alpha')] + (\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}) - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1})^2 + (\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1})^2} + \gamma z, \quad (2.102)$$

где  $P$  – внешняя нагрузка;  $x, z$  – координаты точки  $M$ ;  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$  – углы видимости баз действия нагрузки;  $R_1, R_2, R_2'$  – расстояния от точки  $M(x, z)$  до точек  $O, D, O, D'$  баз внешней нагрузки;  $\gamma$  – объёмный вес основания подстилающего слоя;  $a = OD, a_1 = OD'$ .

Подставим выражения (2.101) и (2.102) в условие предельного равновесия (2.3), получим следующее уравнение:

$$\frac{Pz}{\pi \sin \varphi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right)^2} - \frac{Pz}{\pi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right) - \gamma z = \frac{P}{\pi} [(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha'\right)] + C \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.103)$$

Решая уравнение (2.103) относительно  $z$ , получим

$$z = \frac{(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha'\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.104)$$

Найдём углы видимости, при котором  $z = z_{\max}$ , продифференцировав для этого уравнение (2.104) по  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ .

В результате будем иметь

$$\alpha = -\frac{a(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right) + \frac{\pi a \gamma \sin \varphi}{0,4P} + \frac{a \alpha'}{a_1}; \quad (2.105)$$

$$\alpha' = \frac{a_1(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right) - \frac{\pi a_1 \gamma \sin \varphi}{0,4P} + \frac{a_1 \alpha}{a}; \quad (2.106)$$

$$\beta = \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right] - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} - \beta'; \quad (2.107)$$

$$\beta' = \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right] - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} - \beta. \quad (2.108)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия  $z$  будет равна  $z_{\max}$ , следовательно, уравнение (2.104) примет вид

$$z_{\max} = \frac{(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha'\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.109)$$

Для определения  $P_{кр}$  поставим (2.109) в формулу (2.10), в этом случае база действия нагрузки  $B = a + a'$ .

В результате получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{0,88P^2(a+a_1)}{C_z \sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \right. \\ & + 0,4 \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \left. \right] - P \left[ \frac{0,88(a+a_1)}{C_z} \pi \gamma + (\beta + \beta') + \right. \\ & \left. + x \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right] - \pi C \operatorname{ctg} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (2.110)$$

Приведём квадратное уравнение (2.110) к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.111)$$

где  $M = \frac{0,88(a+a_1)}{C_z \sin \varphi} \left[ (0,96 - \sin \varphi) \left( \frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + 0,4 \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right];$

$$N = - \left[ \frac{0,88(a+a_1)}{C_z} \pi \gamma + (\beta + \beta') + x \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right];$$

$$L = -\pi C \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.112)$$

Решая уравнение (2.111), получим формулу для вычисления

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.113)$$

Формулы (2.109) и (2.113) зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для  $z_{\max}$  и  $P_{кр}$  для различных вариантов эпюр внешней нагрузки. Например, при  $a = a_1$  эпюра будет иметь вид симметричной комбинированной нагрузки; придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно получить эпюру для комбинированной треугольной и ленточной нагрузки. На рис. 2.27 приведены зависимости  $P_{кр}$  от удельного веса полупространства, удельного сцепления  $C$  и угла полного внутреннего трения  $\varphi$ , на рис. 2.28 приведены зависимости

глубин развития критического усилия  $h$  от тех же характеристик. Расчёт  $z_{\max}$  и  $P_{\text{кр}}$  выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.9), соответствующих мелким водонасыщенным пескам.

Таблица 2.9

Физико-механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{\max}$ , М	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Песок мелкий, средней степени водонасыщенный	17,07	27	1,5	25,8	0,58	26,25
	17,73	30	1,8	26,2	0,59	26,65
	18,08	32	2	28	0,60	28,48
	18,36	34	3	29	0,61	29,30

а)

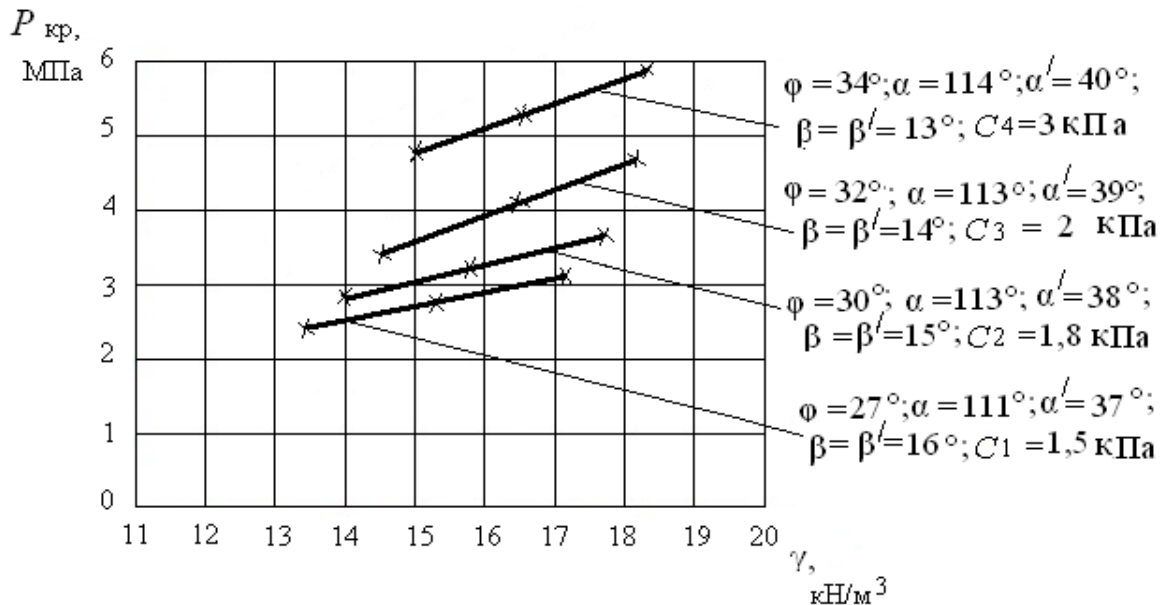


Рис. 2.27. Зависимость критической нагрузки  $P_{\text{кр}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)

б)

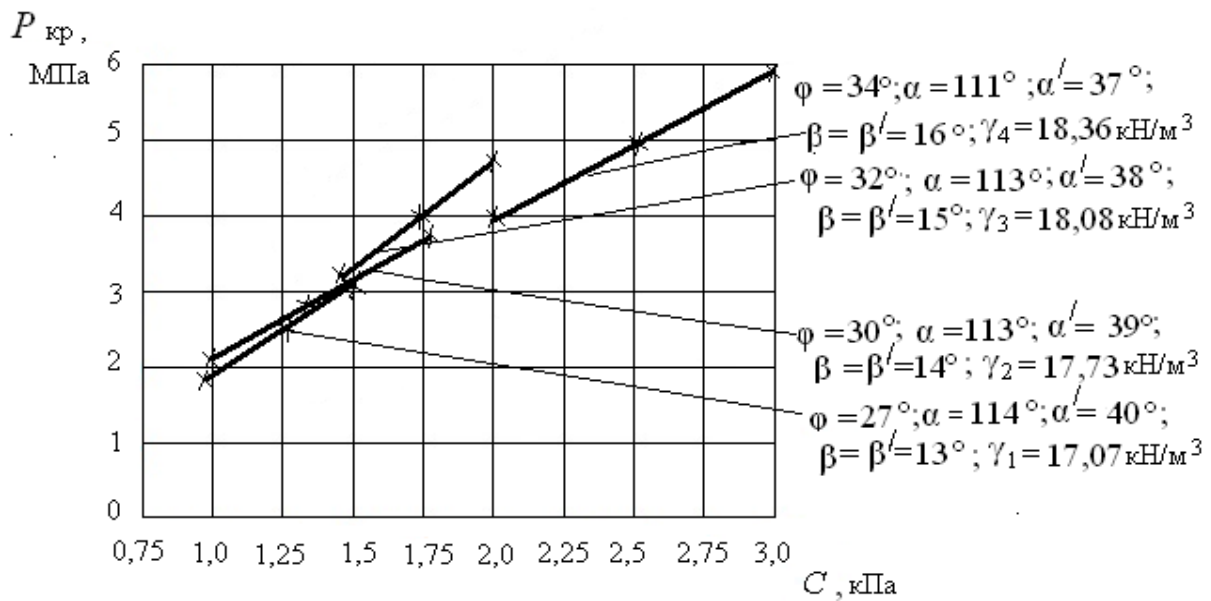


Рис. 2.27. Зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

а)

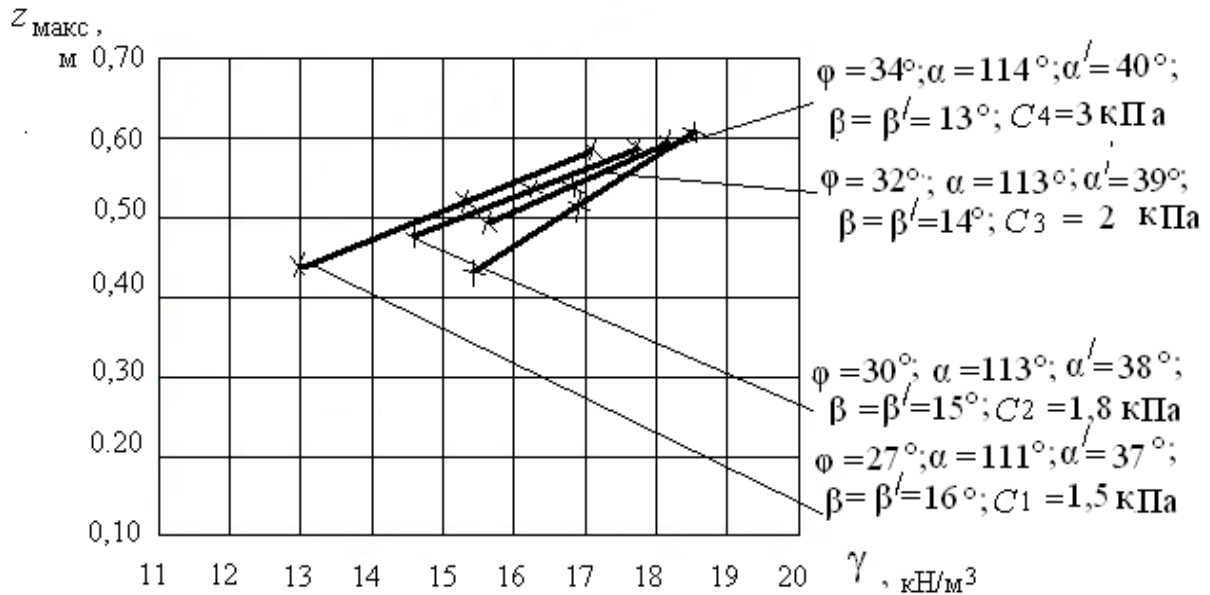


Рис. 2.28. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{макс}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (начало)



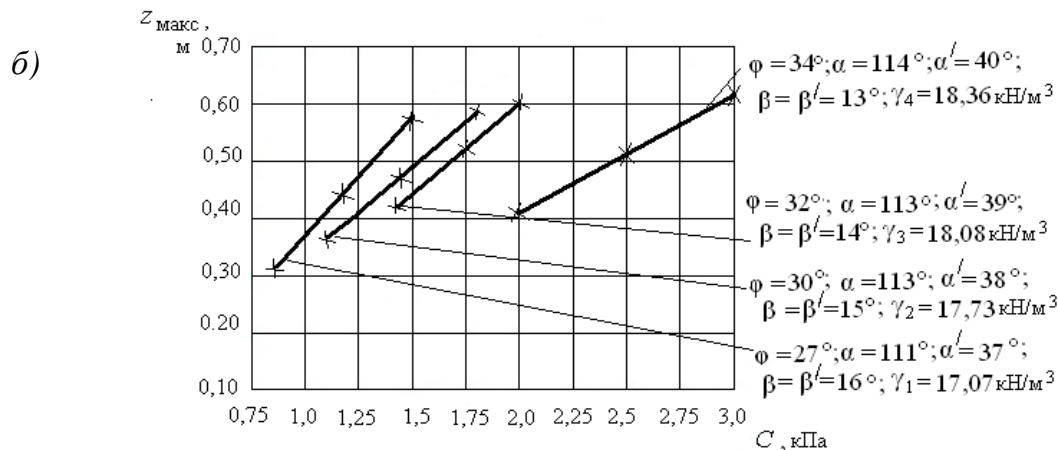


Рис. 2.28. Зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$  при постоянных значениях удельного сцепления  $C$  (а); удельного сцепления грунта  $C$  при постоянных значениях удельного веса  $\gamma$  (б) (окончание)

## 2.6. Выводы по выполненным исследованиям

В результате полученных аналитических и графических решений плоских задач следует отметить общие закономерности и различия в расчётах однослойных и многослойных грунтовых сред, а именно:

- для однородных и неоднородных грунтовых сред при нагружении их внешней нагрузкой с увеличением физико-механических показателей:  $\phi$ ,  $\gamma$  и  $C$  происходит изменение критического усилия  $P_{\text{кр}}$  и  $z_{\text{макс}}$  в большую сторону; при этом угловой коэффициент (угол наклона графиков  $P_{\text{кр}}(\gamma)$  и  $P_{\text{кр}}(C)$  к оси абсцисс) увеличивается с ростом  $\phi$  и  $C$ . Для однослойных грунтовых сред угловые коэффициенты выше, чем для многослойных сред, где-то на 6 – 8 %;

- при расчётах несущей способности многослойных и однослойных грунтовых сред с одинаковыми физико-механическими характеристиками полупространства численное значение критической нагрузки  $P_{\text{кр}}$  в однослойных грунтовых средах больше, чем в многослойных, т. е. запас прочности однослойной грунтовой среды выше, где-то на 3 – 5 %. Это указывает на наличие в многослойных грунтовых средах водоносного слоя, который снижает несущую способность слабых грунтовых оснований;

- для всех однослойных и многослойных грунтовых сред с одинаковыми физико-механическими характеристиками полупространства при расчётах максимальной глубины  $z_{\text{макс}}$  в зависимости от приложенной нагрузки изменение её численного значения происходит неодинаково и зависит от слоистости среды.

В процессе оценки критических усилий для различных видов слабых грунтов соблюдалось условие:

$$P_{\text{стр}} < P <^{\text{нач}} P_{\text{кр}}.$$

Это решение позволило выявить влияние на нагрузку, соответствующую началу образования пластических областей, величину бокового давления грунта в условиях его естественного залегания, установить связь между развитием пластических областей и нагрузкой в зависимости от различного начального напряжённого состояния. В соответствии с графическими зависимостями быстро оценить несущую способность грунтового полупространства и запас прочности при различных физико-механических показателях грунтов.

В результате анализа графических зависимостей было отмечено, что линейные зависимости критической нагрузки  $P_{\text{кр}}$  и максимальной глубины её проявления  $z_{\text{макс}}$  наиболее приближены к их усреднённым общим зависимостям, расчёт общих зависимостей выполнен с помощью аппроксимирования.

### **Глава 3. АППРОКСИМАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ТРЕУГОЛЬНЫХ НАГРУЗОК**

#### **3.1. Постановка задачи методом наименьших квадратов**

В решениях плоских задач приходится использовать формулы, составленные на основании экспериментальных данных. Одним из лучших способов получения таких формул является метод наименьших квадратов [22]. Суть метода заключается в следующем. На основании расчёта устанавливается функциональная зависимость между двумя переменными величинами  $x$  и  $y$ . Расчётные значения  $x$  и  $y$  заносятся в таблицу.

Определяется вид функции  $y = f(x)$  по характеру расположения на координатной плоскости заданных точек. В данном случае естественно предположить, что между  $x$  и  $y$  существует линейная зависимость, выражающаяся формулой [22]

$$y = ax + b. \quad (3.1)$$

Так как точки  $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$  не лежат точно на прямой, то формула (3.1) является приближённой. Поэтому, подставляя значения координат точек в выражение  $y - (ax + b)$ , получают равенства  $y_1 - (ax_1 + b) = \delta_1, y_2 - (ax_2 + b) = \delta_2, \dots, y_n - (ax_n + b) = \delta_n$ , где  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  – некоторые числа, называемые погрешностями.

Для решения задачи необходимо подобрать коэффициенты  $a$  и  $b$  таким образом, чтобы погрешности были возможно меньше по абсолютной величине. Рассмотрим сумму квадратов погрешностей [22]:

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2 = \sum_{i=1}^n \delta^2_i = \min. \quad (3.2)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению значений  $a$  и  $b$ , при которых функцию  $S(a, b)$  можно рассматривать как функцию двух переменных  $a$  и  $b$  и исследовать её на экстремум. Найдём минимум этой функции. Следовательно, функция будет иметь вид [22]:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]x_i, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]. \quad (3.3)$$

Приравняв частные производные к нулю, получим линейную систему из двух уравнений с двумя неизвестными  $a$  и  $b$  [22]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i x_i = a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i; \\ \sum_{i=1}^n y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + bn, \end{cases} \quad (3.4)$$

где  $x_i$  и  $y_i$  – заданные числа, а коэффициенты  $a$  и  $b$  – неизвестные числа, подлежащие определению. Эта система называется нормальной системой метода наименьших квадратов. Из этой системы находим числа  $a$  и  $b$  и затем, подставляя их в формулу (3.1), получим уравнение искомой прямой.

### 3.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника

А. В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции  $y(z_{\max})$  при двенадцати значениях аргумента  $x(C)$ . Заданные характеристики глубины развития критического усилия  $z_{\max}$  и  $C$  занесены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Характеристики

$x(C)$	1,1	1,2	1,31	1,39	1,4	1,5
$y(z_{\max})$	$0,34 \cdot 10^3$	$0,39 \cdot 10^3$	$0,41 \cdot 10^3$	$0,45 \cdot 10^3$	$0,42 \cdot 10^3$	$0,48 \cdot 10^3$
$x(C)$	1,6	1,6	1,62	1,8	1,82	2,0
$y(z_{\max})$	$0,52 \cdot 10^3$	$0,50 \cdot 10^3$	$0,51 \cdot 10^3$	$0,59 \cdot 10^3$	$0,58 \cdot 10^3$	$0,61 \cdot 10^3$

В нашем случае необходимо найти функциональную зависимость между  $x$  ( $C$ ) и  $y$  ( $z_{\text{макс}}$ ) в виде линейной функции (3.1).

При составлении линейной системы (3.4) для определения  $a$  и  $b$  предварительно вычислим:

$$\begin{aligned} \Sigma x_i &= 18,34; \Sigma y_i = 5,8 \cdot 10^3; \Sigma x_i^2 = 336,36; \\ \Sigma y_i x_i &= 0,374 \cdot 10^3 + 0,468 \cdot 10^3 + 0,5371 \cdot 10^3 + 0,6255 \cdot 10^3 + 0,588 \cdot 10^3 + \\ &+ 0,72 \cdot 10^3 + 0,832 \cdot 10^3 + 0,8 \cdot 10^3 + 0,8256 \cdot 10^3 + 1,062 \cdot 10^3 + 1,0556 \cdot 10^3 + \\ &+ 1,22 \cdot 10^3 = 9,1078 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Система примет вид (3.4):

$$\begin{cases} 336,36 a + 18,34 b = 9,11 \cdot 10^3; \\ 18,34 a + 12 b = 5,8 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.5)$$

Решая эту систему, найдём

$$\begin{aligned} a &= (5,8 \cdot 10^3 - 12 b) / 18,34; 336,36(5,8 \cdot 10^3 - 12 b) / 18,34 + 18,34 b = 9,11 \cdot 10^3; \\ b &= 482,12; a = 0,794. \end{aligned}$$

Следовательно,  $y = 0,794 x + 482,12$ ,

или  $z_{\text{макс}} = 0,794 C + 482,12$  (м). (3.6)

Приближённая зависимость (3.6) показана на графике (рис. 3.1).

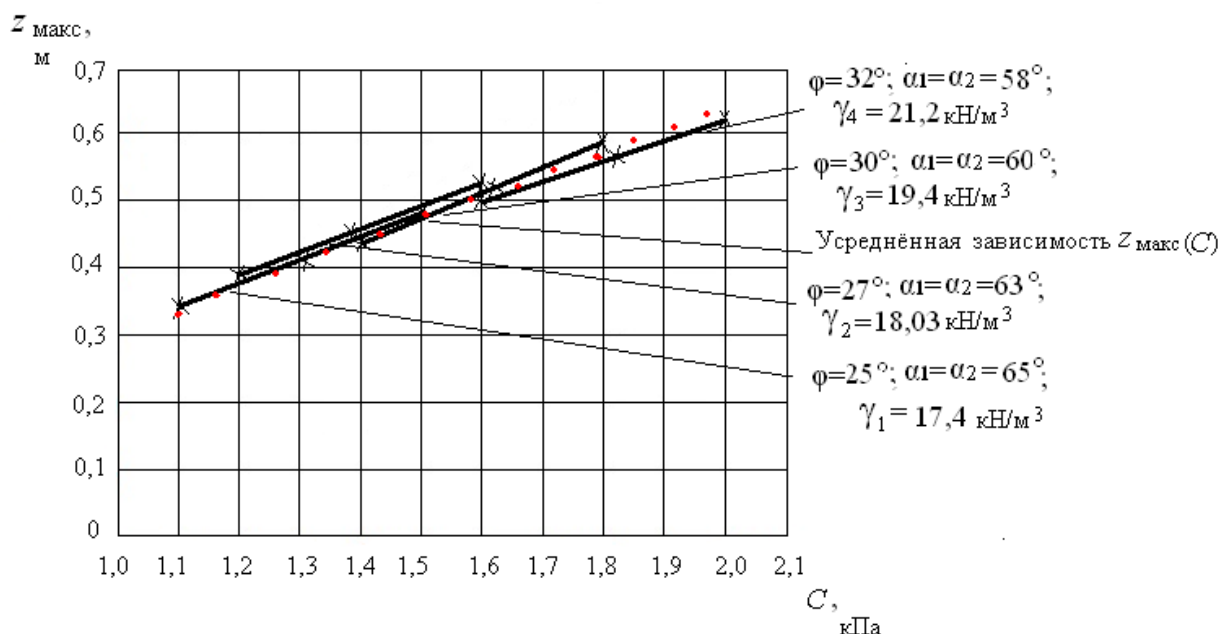


Рис. 3.1. Приближённая зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного сцепления грунта  $C$

Б. Заданные характеристики глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  и удельного веса грунта  $\gamma$  занесены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Характеристики

$x (\gamma)$	12,5	13	14	15	15	15,3
$y (z_{\text{макс}})$	$0,34 \cdot 10^3$	$0,39 \cdot 10^3$	$0,42 \cdot 10^3$	$0,41 \cdot 10^3$	$0,45 \cdot 10^3$	$0,43 \cdot 10^3$

$x (\gamma)$	16,5	17,4	18,03	18,5	19,462	21,2
$y (z_{\text{макс}})$	$0,5 \cdot 10^3$	$0,48 \cdot 10^3$	$0,51 \cdot 10^3$	$0,55 \cdot 10^3$	$0,6 \cdot 10^3$	$0,63 \cdot 10^3$

Найдём функциональную зависимость между  $x (C)$  и  $y (z_{\text{макс}})$  в виде линейной функции (3.1). При составлении линейной системы (3.4) для определения  $a$  и  $b$  предварительно вычислим:

$$\begin{aligned} \sum x_i &= 195,83; \sum y_i = 5,71 \cdot 10^3; \sum x_i^2 = 38349,39; \\ \sum y_i x_i &= 4,25 \cdot 10^3 + 5,07 \cdot 10^3 + 5,88 \cdot 10^3 + 6,15 \cdot 10^3 + 6,75 \cdot 10^3 + \\ &+ 6,579 \cdot 10^3 + 8,25 \cdot 10^3 + 8,352 \cdot 10^3 + 10,175 \cdot 10^3 + 11,64 \cdot 10^3 + 13,356 \cdot 10^3 = \\ &= 95,65 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Система примет вид (3.4):

$$\begin{cases} 38349,39a + 195,83 b = 95,65 \cdot 10^3; \\ 195,83 a + 12 b = 5,71 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.7)$$

Из (3.7) следует, что  $a = (95,65 \cdot 10^3 - 195,83 b) / 38349,39$ ;  
 $195,83(95,65 \cdot 10^3 - 195,83 b) / 38349,39 + 12 b = 5,71 \cdot 10^3$ ;  
 $b = 474,69$ ;  $a = 0,07$ .

Следовательно,  $y = 0,07x + 474,69$ ,

$$\text{или } z_{\text{макс}} = 0,07 \gamma + 474,69 \text{ (м)}. \quad (3.8)$$

Приближённая зависимость (3.8) показана на графике рис. 3.2.

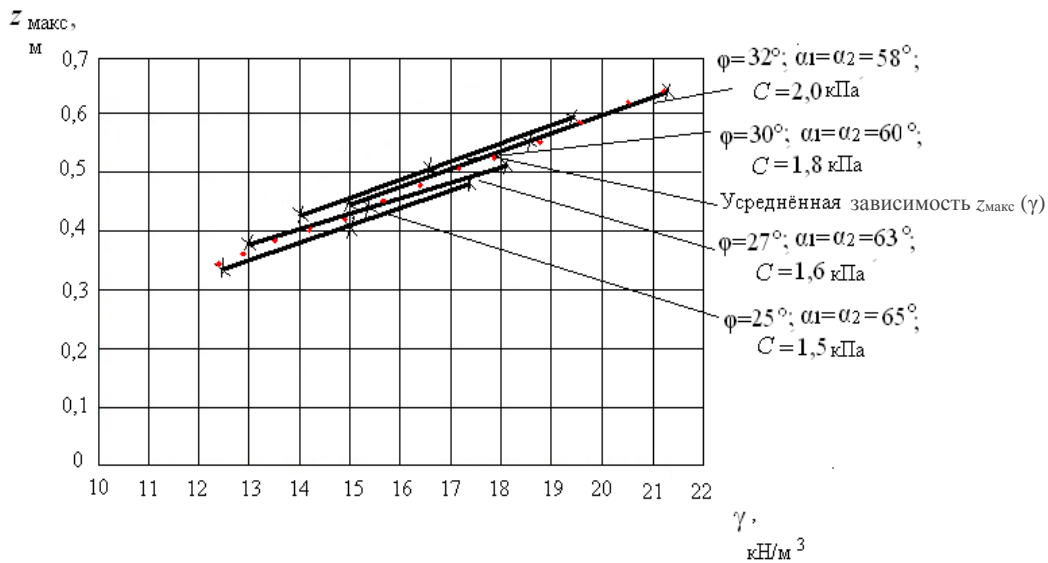


Рис. 3.2. Приближённая зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$

### 3.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника

В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции  $y (P_{\text{кр}})$  при двенадцати значениях аргумента  $x (C)$ . Заданные характеристики критического усилия  $P_{\text{кр}}$  и  $C$  занесены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

#### Характеристики

$x (C)$	10,5	12	12,3	14,0	14,0	16,0
$y (P_{\text{кр}})$	$0,08 \cdot 10^3$	$0,11 \cdot 10^3$	$0,1 \cdot 10^3$	$0,112 \cdot 10^3$	$0,13 \cdot 10^3$	$0,141 \cdot 10^3$
$x (C)$	16,0	16,3	18,2	18,5	20,0	21,0
$y (P_{\text{кр}})$	$0,16 \cdot 10^3$	$0,15 \cdot 10^3$	$0,16 \cdot 10^3$	$0,18 \cdot 10^3$	$0,18 \cdot 10^3$	$0,20 \cdot 10^3$

Найдём функциональную зависимость между  $x (C)$  и  $y (P_{\text{кр}})$  в виде линейной функции (3.1). При составлении линейной системы для определения  $a$  и  $b$  предварительно вычислим:

$$\sum x_i = 188,8; \sum y_i = 1,703 \cdot 10^3; \sum x_i^2 = 35645,44;$$

$$\sum y_i x_i = 0,84 \cdot 10^3 + 1,32 \cdot 10^3 + 1,23 \cdot 10^3 + 1,568 \cdot 10^3 + 1,82 \cdot 10^3 + 2,256 \cdot 10^3 + 2,56 \cdot 10^3 + 2,445 \cdot 10^3 + 2,912 \cdot 10^3 + 3,33 \cdot 10^3 + 3,6 \cdot 10^3 + 4,2 \cdot 10^3 = 28,081 \cdot 10^3.$$

Система примет вид:

$$\begin{cases} 35645,44 a + 188,8 b = 28,081 \cdot 10^3; \\ 188,8 a + 12 b = 1,703 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.9)$$

Из (3.9) следует, что

$$a = (28,081 \cdot 10^3 - 188,8e)/35645,44;$$

$$188,8 (28,081 \cdot 10^3 - 188,8e)/35645,44 + 12e = 1,703 \cdot 10^3; e = 141,3;$$

$$a = (28,081 \cdot 10^3 - 188,8 \cdot 141,3)/35645,44 = 0,04; a = 0,04.$$

Следовательно,  $y = 0,04x + 141,3$ , или

$$P_{кр} = 0,04 C + 141,3 \text{ (кН/м}^2\text{)}. \quad (3.10)$$

Приближённая зависимость (3.10) показана на графике (рис. 3.3).

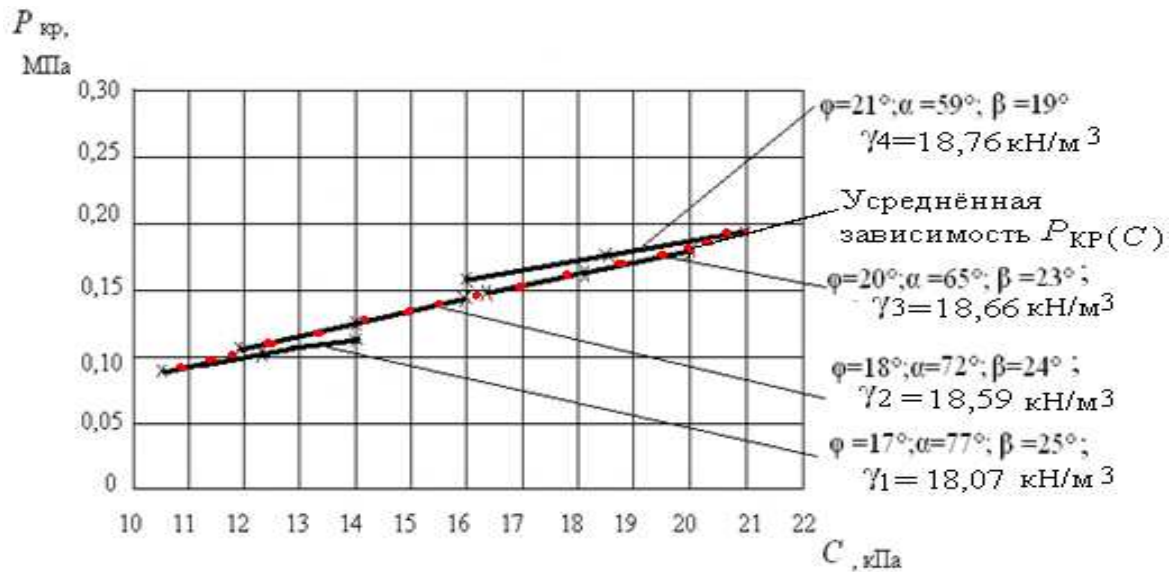


Рис. 3.3. Приближённая зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного сцепления грунта  $C$

### 3.4. Симметричная нагрузка

В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции  $y (P_{кр})$  при двенадцати значениях аргумента  $x (C)$ .

Заданные характеристики критической нагрузки  $P_{кр}$  и  $C$  занесены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

#### Характеристики

$x (C)$	5,5	7,2	8,0	9,0	9,3	9,5
$y (P_{кр})$	$5 \cdot 10^3$	$7,5 \cdot 10^3$	$7,5 \cdot 10^3$	$8,76 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^3$	$9 \cdot 10^3$

$x (C)$	10,9	11	11,0	12,0	12,6	14,0
$y (P_{кр})$	$10 \cdot 10^3$	$10,7 \cdot 10^3$	$11 \cdot 10^3$	$11,5 \cdot 10^3$	$12,5 \cdot 10^3$	$14,2 \cdot 10^3$

Найдём функциональную зависимость между  $x$  ( $C$ ) и  $y$  ( $P_{кр}$ ) в виде линейной функции. Составим линейную систему на основании табличных данных табл. 3.4, предварительно определив коэффициенты  $a$  и  $b$ :

$$\begin{aligned} \Sigma x_i &= 120; \Sigma y_i = 115,66 \cdot 10^3; \Sigma x_i^2 = 14400; \Sigma y_i x_i = 27,5 \cdot 10^3 + 54 \cdot 10^3 + \\ &+ 60 \cdot 10^3 + 78,84 \cdot 10^3 + 74,4 \cdot 10^3 + 85,5 \cdot 10^3 + 109 \cdot 10^3 + 117,7 \cdot 10^3 + 121 \cdot 10^3 + \\ &+ 138 \cdot 10^3 + 157,5 \cdot 10^3 + 198,8 \cdot 10^3 = 1222,24 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Система будет иметь вид:

$$\begin{cases} 14400 a + 120 b = 1222,24 \cdot 10^3; \\ 120 a + 12 b = 115,66 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.11)$$

Решая эту систему, найдём значения коэффициентов  $a$  и  $b$ :

$$a = (1222,24 \cdot 10^3 - 120b)/14400;$$

$$120(1222,24 \cdot 10^3 - 120b)/14400 + 12b = 115,66 \cdot 10^3;$$

$$b = 9588,61; a = (1222,24 \cdot 10^3 - 120 \cdot 9588,61)/14400 = -0,00004;$$

$$a = 5,324.$$

Следовательно,  $y = 5,324 x + 9546,43$ ,

$$\text{или } P_{кр} = 5,324 C + 9588,61 \text{ (кН/м}^2\text{)}. \quad (3.12)$$

Приближённая зависимость (3.12) показана на графике (рис. 3.4).

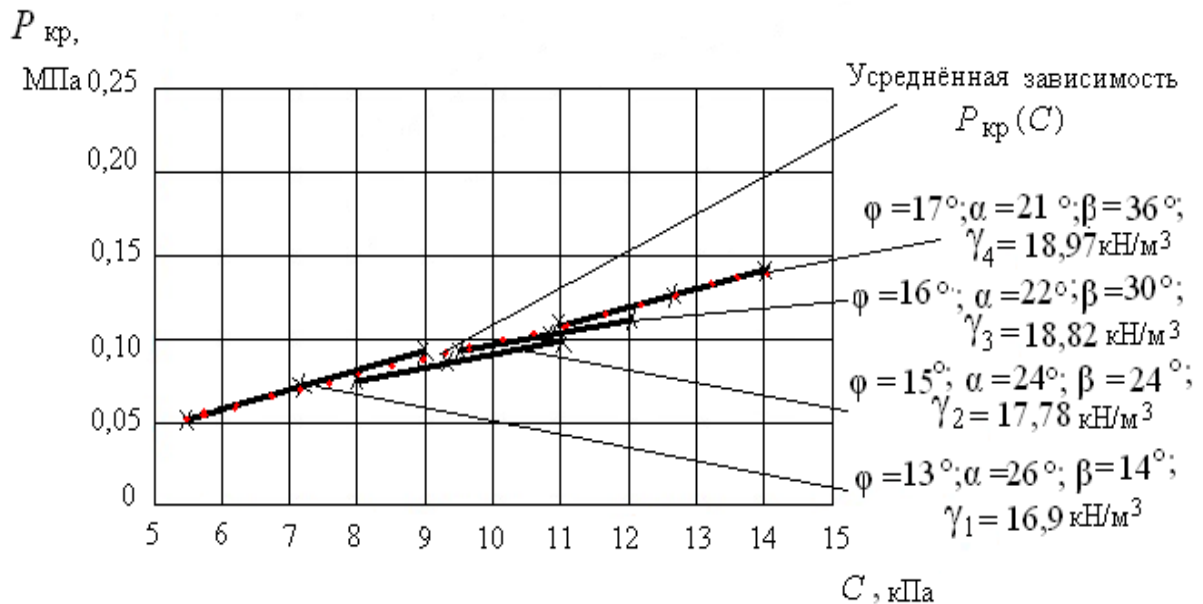


Рис. 3.4. Приближённая зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного сцепления грунта  $C$



### 3.5. Комбинированная нагрузка

А. В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции  $y (P_{кр})$  при двенадцати значениях аргумента  $x (C)$ . Характеристики критической нагрузки  $P_{кр}$  и  $C$  занесены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

#### Характеристики

$x (C)$	0,85	1,1	1,14	1,25	1,31	1,5
$y (P_{кр})$	$1,53 \cdot 10^3$	$2,08 \cdot 10^3$	$2,02 \cdot 10^3$	$2,68 \cdot 10^3$	$2,47 \cdot 10^3$	$2,7 \cdot 10^3$

$x (C)$	1,57	1,8	2,0	2,0	2,5	3,0
$y (P_{кр})$	$3,36 \cdot 10^3$	$3,39 \cdot 10^3$	$3,77 \cdot 10^3$	$4,28 \cdot 10^3$	$4,72 \cdot 10^3$	$5,66 \cdot 10^3$

Для составления линейной системы определим коэффициенты  $a$  и  $b$ :

$$\sum x_i = 20,02; \sum y_i = 38,66 \cdot 10^3; \sum x_i^2 = 400,8;$$

$$\begin{aligned} \sum y_i x_i = & 1,301 \cdot 10^3 + 2,29 \cdot 10^3 + 2,303 \cdot 10^3 + 3,35 \cdot 10^3 + 3,24 \cdot 10^3 + \\ & + 4,05 \cdot 10^3 + 5,28 \cdot 10^3 + 6,102 \cdot 10^3 + 7,54 \cdot 10^3 + 8,56 \cdot 10^3 + 11,8 \cdot 10^3 + \\ & + 16,98 \cdot 10^3 = 72,796 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Система примет вид

$$\begin{cases} 400,8 a + 20,02 b = 72,796 \cdot 10^3; \\ 20,02 a + 12 b = 38,66 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.13)$$

Решая систему, найдём:

$$\begin{aligned} a = & (72,796 \cdot 10^3 - 20,02b)/400,8; 20,02 (72,796 \cdot 10^3 - 20,02 b)/400,8 + \\ & + 12b = 38,66 \cdot 10^3; b = 3,184 \cdot 10^3; \\ a = & (72,796 \cdot 10^3 - 20,02 \cdot 3,184 \cdot 10^3)/400,8 = 0,023; a = 0,023. \end{aligned}$$

Следовательно,  $y = 0,023 x + 3,184 \cdot 10^3$ , или

$$P_{кр} = 0,039 C + 3,184 \cdot 10^3 \text{ (кН/м}^2\text{)}. \quad (3.14)$$

Приближённая зависимость (3.14) показана на графике (рис. 3.5).

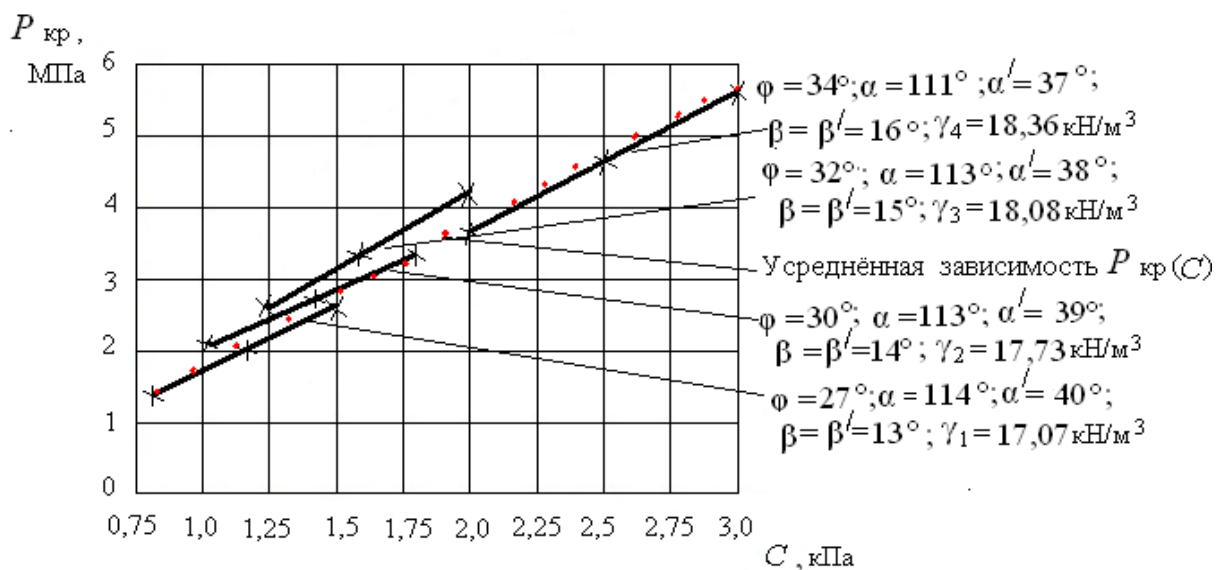


Рис. 3.5. Приближённая зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от удельного сцепления грунта  $C$

**Б.** Характеристики максимальной глубины проявления критического усилия  $z_{\max}$  и удельного веса грунта  $\gamma$  занесены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Характеристики

$x (\gamma)$	13,0	15,2	17,07	14,6	16,2	17,73	15,6	16,9	18,08	15,2	16,8	18,36
$y (z_{\max})$	0,44	0,52	0,58	0,49	0,54	0,59	0,52	0,56	0,6	0,51	0,56	0,61

Найдём между  $x (\gamma)$  и  $y (z_{\max})$  функциональную зависимость. Составим линейную систему на основании данных табл. 3.6, предварительно вычислив коэффициенты  $a$  и  $b$ :

$$\begin{aligned} \Sigma x_i &= 194,74; \Sigma y_i = 6,52; \Sigma x_i^2 = 37923,67; \\ \Sigma y_i x_i &= 5,72 + 7,904 + 9,9 + 7,154 + 8,748 + 10,461 + 8,112 + 9,464 + 10,848 + \\ &+ 7,752 + 9,408 + 11,96 = 107,47. \end{aligned}$$

Система примет вид

$$\begin{cases} 37923,67a + 194,74 b = 107,47; \\ 194,74 a + 12 b = 6,52. \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \text{Из (3.15) следует, что } a &= (6,52 - 12b)/194,74; \\ 37923,67(6,52 - 12b)/194,74 + 194,74b &= 107,47; \\ b &= 0,497; a = (6,52 - 12 \cdot 0,497)/194,74 = 0,003; a = 0,003. \end{aligned}$$

Следовательно,  $y = 0,003 x + 0,497$ , (3.16)

или  $z_{\text{макс}} = 0,003 \gamma + 0,497$  (м).

Приближённая зависимость (3.16) указана на графике (рис. 3.6).

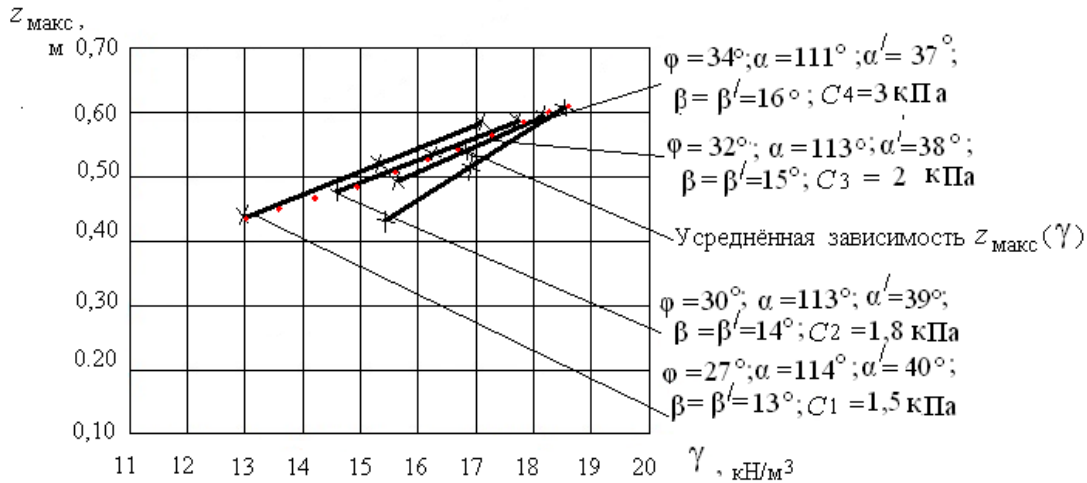


Рис. 3.6. Приближённая зависимость глубины развития критического усилия  $z_{\text{макс}}$  от удельного веса грунта  $\gamma$

### 3.6. Выводы по выполненным исследованиям

При анализе графических зависимостей следует отметить:

- графические зависимости  $P_{\text{кр}}(C)$  для симметричной нагрузки, для равнобедренной нагрузки зависимости  $z_{\text{макс}}(C)$  и  $z_{\text{макс}}(\gamma)$  наиболее приближены к усреднённым линейным зависимостям. Численное расхождение координатных точек функциональных зависимостей от приближенных составляет примерно 7 – 10 %;

- для зависимостей  $P_{\text{кр}}(C)$  увеличение критического усилия происходит в основном только с ростом  $C$ ; за счёт увеличения  $\gamma$  и  $\varphi$  критическое усилие изменяется не более чем на 10 – 12 %, поэтому для всех рассмотренных значений  $\gamma$  и  $\varphi$  можно предложить единые (усреднённые) зависимости  $P_{\text{кр}}(C)$ ;

- для зависимости  $z_{\text{макс}}(\gamma)$  для всех нагрузок увеличение максимальной глубины развития критического усилия происходит также с ростом  $\gamma$  и с увеличением  $\varphi$  и  $C$ ; за счёт увеличения  $\gamma$ ,  $\varphi$ ,  $C$  изменение максимальной глубины происходит в пределах 11 – 12 %, следовательно, для всех рассмотренных характеристик можно предложить единые (усреднённые) зависимости  $z_{\text{макс}}(\gamma)$  (3.6) и (3.8);

- для зависимостей  $z_{\max}(C)$  и  $z_{\max}(\gamma)$  для всех нагрузок увеличение максимальной глубины развития критического усилия происходит с уменьшением угла внутреннего трения  $\varphi$ . Чем больше угол внутреннего трения  $\varphi$ , тем меньше максимальная глубина развития  $z_{\max}$ . С увеличением угла внутреннего трения  $\varphi$  для всех зависимостей происходит увеличение угла наклона графиков к горизонтальной оси.

Графические приближённые зависимости  $P_{кр}(C)$ ,  $z_{\max}(C)$  и  $z_{\max}(\gamma)$ , представленные на графиках, позволяют упростить расчёты критических усилий и максимальной глубины проявления этого усилия при исследовании грунтов, получить общую характеристику грунтового полупространства на основании экспериментальных данных.

В результате анализа зависимостей  $P_{кр}$  и  $z_{\max}$  было установлено их приближение к одной общей линейной зависимости на некоторых графиках.

#### **Глава 4. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ НА МОДЕЛЯХ СЛАБЫХ ГРУНТОВ**

При выявлении характера деформирования грунтового полупространства была проведена серия исследований непосредственно на моделях при помощи систем ЛИР-ВИЗОР и ГРУНТ с использованием метода конечных элементов [8]. При задании различных вертикальных полосовых нагрузок на создаваемые модели получены картины развития напряжённого и деформированного состояния в моделях разных грунтов. Физико-механические характеристики слабых грунтов и вертикальные усилия, прикладываемые к моделям, были взяты в соответствии с таблицами гл. 2.

В результате выполненных расчётов с помощью вышеуказанных программных систем получено наглядное изображение областей напряжённого и деформированного состояния в моделях грунтового полупространства (рис. 4.1 – 4.3). Изображения картин изополей напряжений и деформаций позволили выявить характер поведения и работы грунтового основания под действием внешних нагрузок.

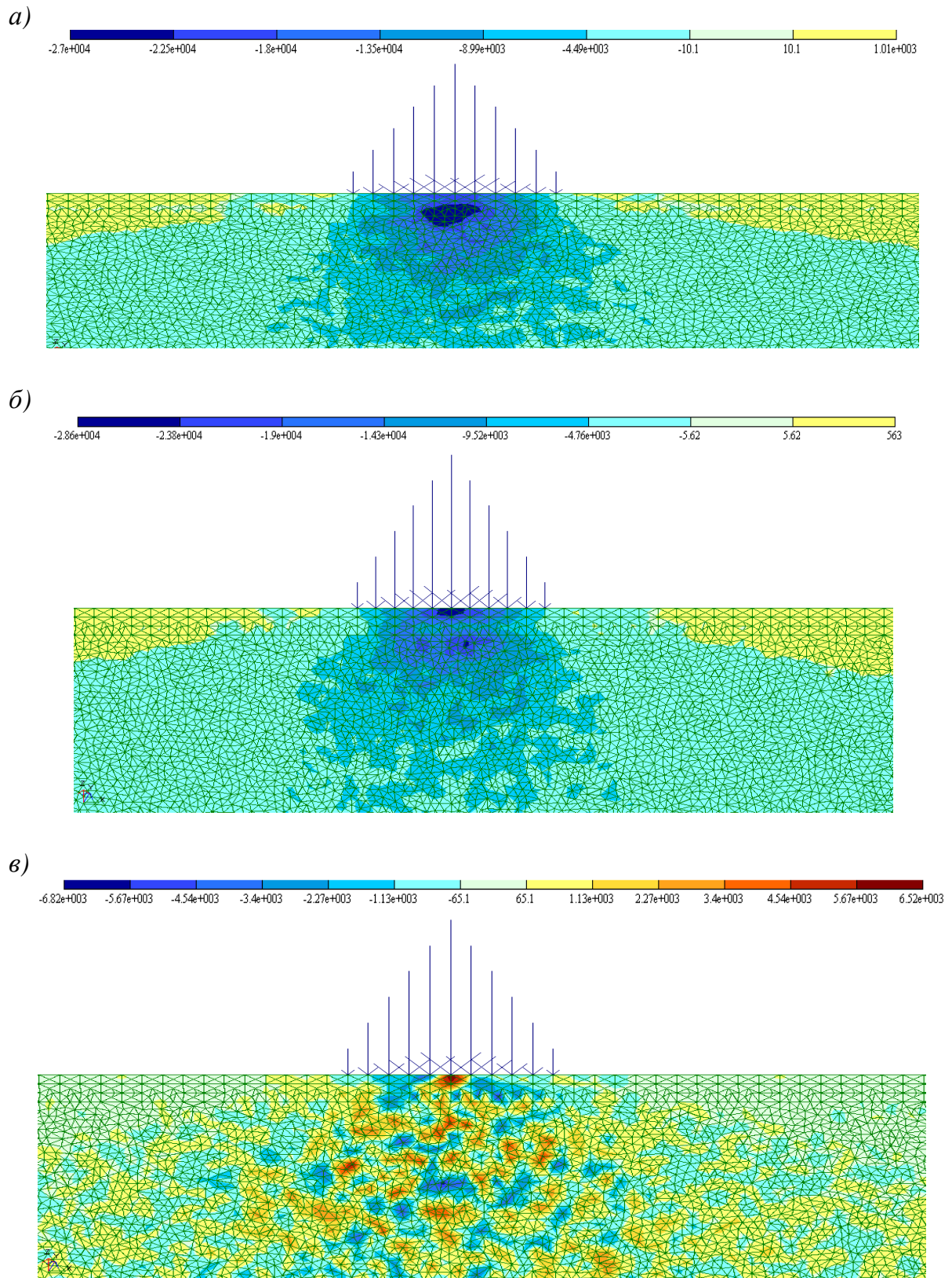


Рис. 4.1. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от равнобедренной треугольной нагрузки в линейно-деформированном слое для а –  $\sigma_x$ ; б –  $\sigma_z$ ; в –  $\tau_{xz}$

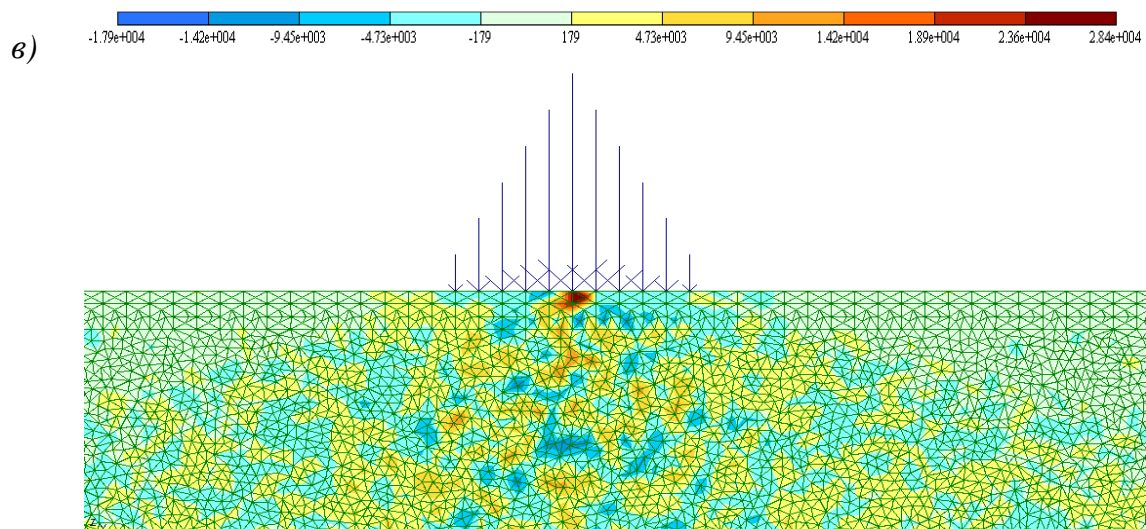
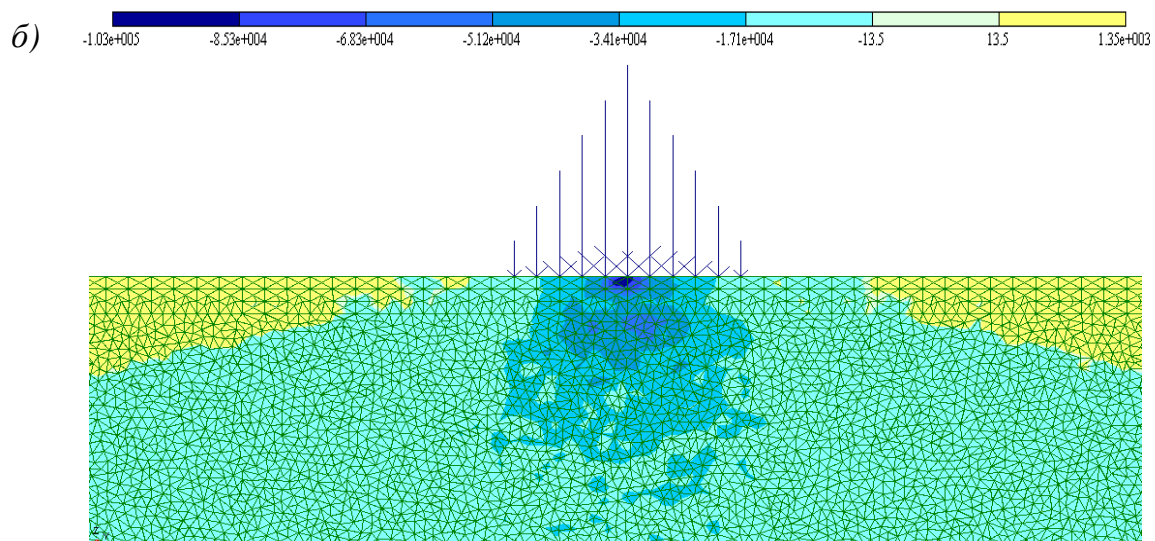
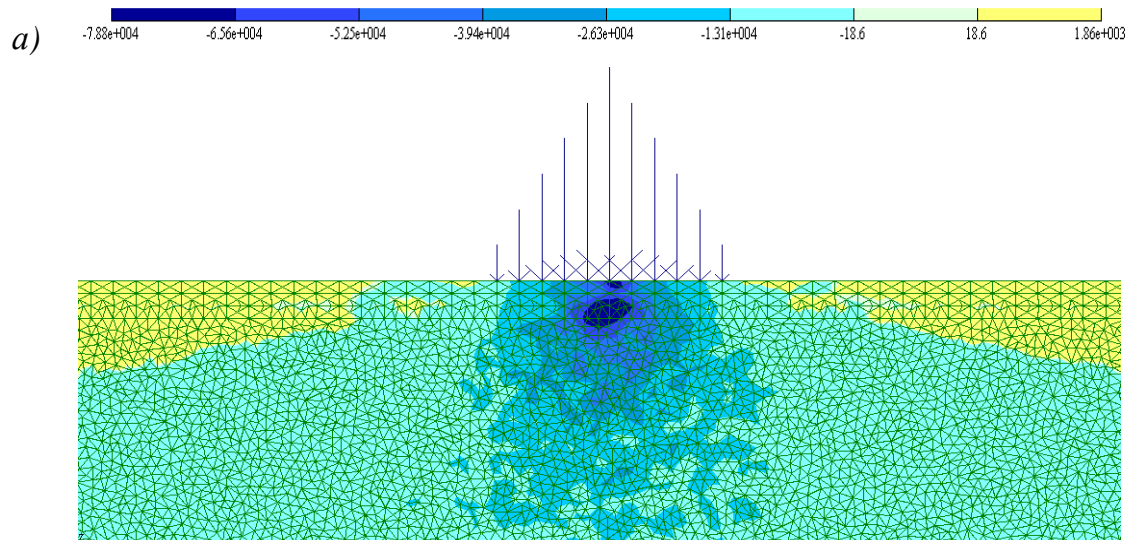
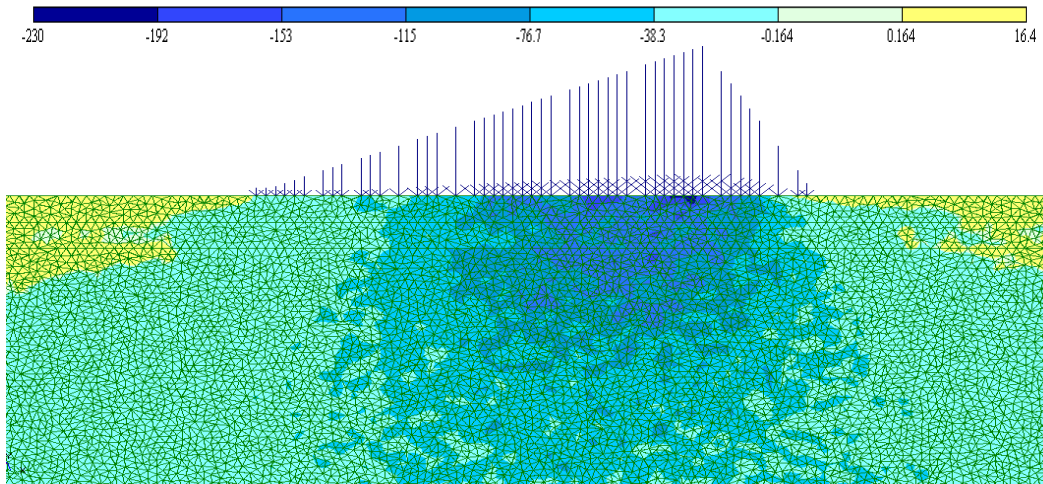
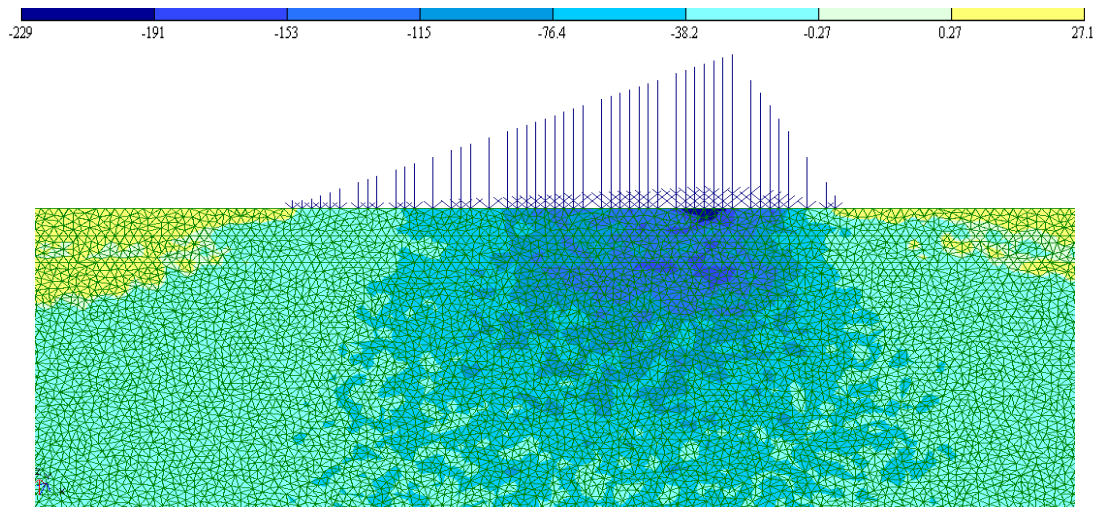


Рис. 4.2. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от равнобедренной нагрузки для а –  $\sigma_x$ ; б –  $\sigma_z$ ; в –  $\tau_{xz}$

a)



б)



в)

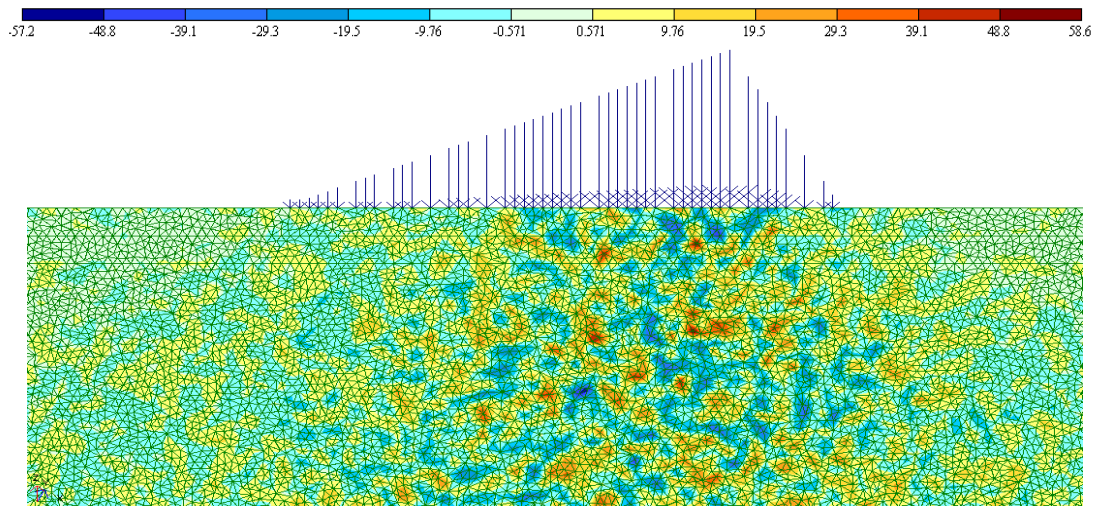


Рис. 4.3. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от неравносторонней нагрузки для а –  $\sigma_x$ ; б –  $\sigma_z$ ; в –  $\tau_{xz}$

## 4.1. Результаты численных исследований

Полученные данные экспериментального исследования, показанные на рис. 4.1 – 4.3 позволяют обосновать результаты напряженно-деформированного состояния на моделях для заданных грунтовых сред и сделать следующие выводы:

- полученные экспериментальные результаты показали, что в моделях максимальное значение напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_z$ , а также касательное напряжение  $\tau_{xz}$  имеет максимальное значение в точках под распределенной нагрузкой;

- зоны с максимальным значением  $\sigma_x$  проходят близко к центру тяжести всех нагрузок, в нижней части для равнобедренной и неравнобедренной треугольных нагрузок напряжение начинает уменьшаться, где-то с глубиной модели на 1 – 2 % через 3 мм по вертикальным сечениям и принимает минимальное значение;

- области с максимальным значением касательных напряжений  $\tau_{xz}$  для равнобедренной и неравнобедренной нагрузок расположены близко к центру тяжести модели, далее величина напряжения падает и принимает минимальное значение;

- исследование напряжённого состояния численным методом при упругопластической реакции среды показало усложнение картин распределения напряжений, при котором происходит появление областей развития пластических деформаций, соответствующему условию:  $P_{стр} < P < P_{кр}^{нач}$ , т. е. нарушение предельного состояния не наблюдается.

## 4.2. Выводы

Проведённые исследования аналитическим и численным методами показали, что развитие напряжённо-деформированного состояния в моделях грунтового полупространства происходит в соответствии с теоретическими и экспериментальными методами работы линейно-деформированных грунтовых сред.

Исследование моделей слоистых грунтов численным методом при заданных физико-механических характеристиках и приложенных внешних нагрузках подтвердило начало развития упругопластических областей на определённых глубинах полупространства.



## **Глава 5. РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ**

В данной главе выполненное исследование направлено на решение основной проблемы, стоящей при изучении оснований расчетно-конструктивных решений по устройству взлётно-посадочных полос (ВПП), участков приаэродромных территорий, отвалов сырья химической промышленности и торфяных насыпей на участках залегания слабых водонасыщенных грунтов.

Принцип и конкретное решение задач исследования выбрано на основе технико-экономического сравнения вариантов с учетом:

- требуемой высоты насыпи и качества имеющегося для ее отсыпки грунта;
- вида и особенностей свойств слабых грунтов, залегающих на участке, и особенностей строения слабой толщи, наличия переслаивания, уклона кровли подстилающих пород и т. д.

При этом в основу анализа положены следующие мероприятия: использование слабого грунта в качестве основания с применением расчётов по проверке устойчивости и надёжности оснований.

### **5.1. Расчет устойчивости взлётно-посадочной полосы на участках залегания слабых грунтов**

Настоящие технические решения разработаны на основе инженерно-геологических данных и общих параметров взлётно-посадочных полос (ВПП) и их обочин. Одной из основных особенностей ВПП является то, что взлётное поле расположено на значительном протяжении на слабых грунтах. С точки зрения обеспечения безопасности и регулярности полётов воздушных судов в соответствии с [10; 33] идеальной является ВПП с горизонтальной поверхностью. Взлётная полоса имеет большую длину, и её строительство может быть связано с устройством выемки и перемещением больших объёмов земляных масс. Для обеспечения приемлемой безопасности выполнения взлётно-

посадочных операций продольные уклоны ВПП по возможности должны быть минимальными, а их изменений следует избегать. На основании [10; 33] максимально допускаемые продольные уклоны ВПП обычно составляют 1,25 – 1,5 %. На концевых участках длиной  $1/4L_{ВПП}$  должны предусматривать более пологие уклоны.

В соответствии с имеющимися данными характеристика толщи слабого грунта под взлётное поле указана в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Геотехнические характеристики грунтовой толщи

Номер слоя	Грунт	Мощность слоя, м	Расстояние от поверхности земли до подошвы слоя, м
1-й	Насыпной	3	3
2-й	Водный слой	0,3	0,3
3-й	Суглинок мягкопластичный	9	12,3

*Примечание.* Почвенно-растительный слой толщиной 0,2 – 0,3 м срезается и в расчётах не учитывается.

Физические характеристики грунтового полупространства приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Физико-механические характеристики грунтового полупространства

Порода	Удельный вес грунта $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{\max}$ , м
Суглинок мягкопластичный	17,05	13	14	8,7	8,7

Техническое решение должно предусматривать использование слабого грунта с принятием тех или иных конструктивных или организационных мер, так как удаление слабого грунта из основания с его заменой при мощности слабой толщи порядка 12,3 м ни по техническим, ни по экономическим соображениям не может считаться реальным.

Поперечный профиль взлётно-посадочной полосы представлен на рис. 5.1.

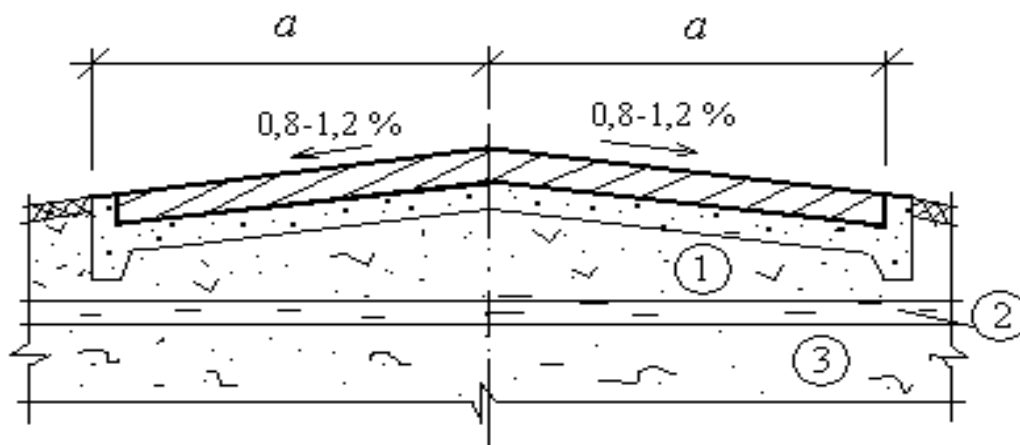


Рис. 5.1. Двухскатный поперечный профиль взлётно-посадочной полосы

Примечание. Наименования грунтов для слоёв 1-го, 2-го и 3-го указаны в табл. 5.1.

Выполнение геотехнических расчётов целесообразно провести для нескольких расчётных случаев, то есть для насыпей ВПП высотой 2, 3, 4 и 5 м. При этом в соответствии с [10; 33] на рис. 5.1 ширина взлётно-посадочной полосы составляет  $a + a = 75$  м, уклоны покрытия двухскатного поперечного профиля полосы составляют 0,8 – 12 %.

Покрытие ВПП состоит из слоя асфальтобетона  $\gamma = 24$  кН/м<sup>3</sup> толщиной 0,1 м, слоя щебня  $\gamma = 13,6$  кН/м<sup>3</sup>, фракционированного, обработанного вязким битумом толщиной 0,15 м и подстилающего слоя щебня  $\gamma = 13,9$  кН/м<sup>3</sup> толщиной 0,25 м. Толщина подстилающего слоя меняется в зависимости от высоты насыпи.

Расчётная нагрузка на основание взлётной полосы высотой  $h = 2 - 5$  м и результаты расчётов устойчивости взлётной полосы в зависимости от высот  $h = 3 - 5$  м указаны в табл. 5.3.

Расчёт устойчивости взлётной полосы выполнен на основании формул, полученных в гл. 2.

Таблица 5.3

### Результаты полученных исследований

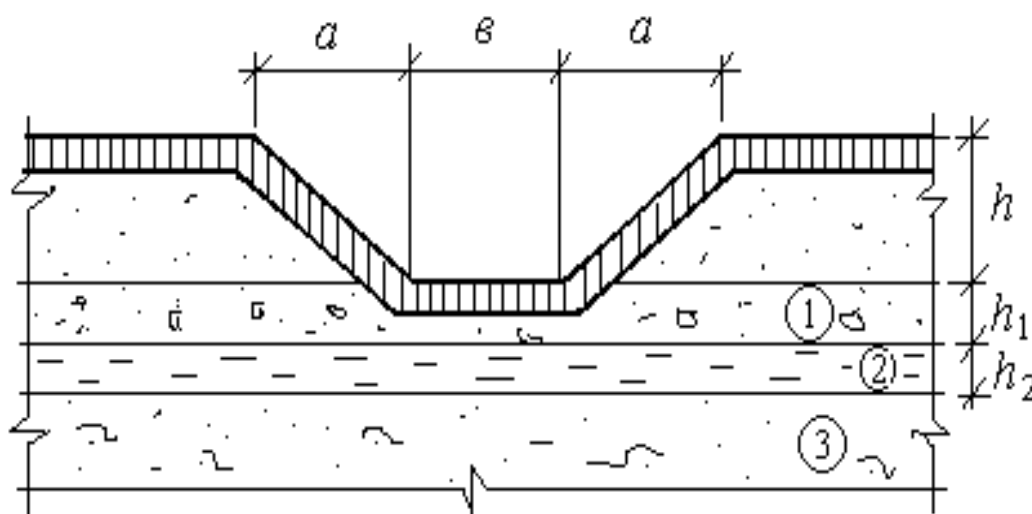
Насыпные конструкции взлётно-посадочных полос $h$ , м	$\alpha$ , °	$z_{\text{макс}}$ , м	$P_{\text{расч}}$ , МПа	$P_{\text{кр}}$ , МПа
2	154	8,7	0,184	1,66
3			0,203	
4			0,221	
5			0,240	

### ***Вывод по выполненным расчетам***

При высоте насыпных конструкций взлётно-посадочных полос  $h = 2 - 5$  м устойчивость основания является достаточной, и специальных мер по его усилению не требуется.

### **5.2. Расчет устойчивости участков приаэродромной территории**

Приаэродромной территорией называется прилегающая к аэродрому местность, над которой в воздушном пространстве производится маневрирование воздушных судов, в том числе осуществляется заход воздушных судов на посадку. В основу анализа, как и для ВПП, положены следующие исследования: использование слабого грунта в качестве основания с применением расчётов по проверке устойчивости и надёжности оснований. В соответствии с изложенным в качестве расчетных приняты значения геотехнических характеристик, представленных в табл. 5.1. На рис. 5.2 ширина взлётно-посадочной полосы в соответствии с [10; 33] составляет  $b = 80$  м,  $h = 50$  м,  $a = 100$  м.



*Рис. 5.2. Поперечный профиль приаэродромной территории*

*Примечание.* Наименования грунтов для слоёв 1-го, 2-го и 3-го указаны в табл. 5.1.

Покрытие приаэродромной территории на основании [10; 33] состоит из слоя асфальтобетона  $\gamma = 24$  кН/м<sup>3</sup> толщиной 0,12 м, из слоя

щебня  $\gamma = 13,6 \text{ кН/м}^3$ , фракционированного, обработанного вязким битумом толщиной  $0,15 \text{ м}$  и подстилающего слоя щебня  $\gamma = 13,9 \text{ кН/м}^3$  толщиной  $0,30 \text{ м}$ . Толщина подстилающего слоя меняется в зависимости от высоты насыпи.

### *Расчёт участка приаэродромной территории*

Расчёт устойчивости приаэродромной территории выполнен тоже на основании формул, полученных в гл. 2. Найдём угол  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \cos \frac{2}{3} \theta &= \frac{140}{0,36 \cdot 140} \sin 13^\circ = 0,63; & 0,63 &= \cos \frac{2}{3} \theta; \\ 0,63 &= \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \theta \right); & 39^\circ &= 90^\circ - \frac{2}{3} \theta; & \frac{2}{3} \theta &= 51^\circ; \\ \theta &= \frac{51^\circ \cdot 3}{2} = 77^\circ. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Найдём угол видимости  $\alpha$  из следующих выражений:

$$\begin{aligned} \frac{140}{\text{tg } 77^\circ} &= \frac{40}{\text{tg}(77^\circ - \alpha)}; & 140 \text{tg}(77^\circ - \alpha) &= 40 \text{tg } 77^\circ; \\ 140 \frac{\text{tg } 77^\circ + \text{tg } \alpha}{1 + \text{tg } 77^\circ} &= 40 \text{tg } 77^\circ \left( \frac{1}{40} \right); & \frac{3,5(4,33 + \text{tg } \alpha)}{1 + 4,33} &= 4,33 \left( \frac{1}{3,5} \right); \\ \frac{(4,33 + \text{tg } \alpha)}{1 + 4,33} &= 1,237; & 1,237(4,33 + \text{tg } \alpha) &= 1 + 4,33; \\ \text{tg } \alpha &= 0,71; & \alpha &= 35^\circ. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Максимальная глубина развития критического усилия:

$$z_{\text{макс}} = \frac{140}{\text{tg } 77^\circ} = 32 \text{ м}. \quad (5.3)$$

Критическую нагрузку найдём по формуле (2.74)

$$\begin{aligned} P_{\text{кр}} &= \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\} = \frac{9118,09}{2 \cdot 9,81} \left[ \left( 1 + \frac{4 \cdot 9,81 \cdot 1627694,89}{83139565,248} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] = \\ &= 1082,72 \text{ кН/м}^2 = 1,08 \text{ МПа}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

где 
$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha')] = \frac{1,76}{0,259} (0,96 - 0,259) \ln \frac{143,61 \cdot 143,61}{51,22 \cdot 51,22} + 0,4 \cdot 0 = 4,764 \cdot 2,062 = 9,81;$$

$$N = -\left\{1,76\pi a \gamma_3 + \frac{C_z}{a} [a(\beta + \beta') - e(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')]\right\} = -[1,76 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 17,05 + \frac{8849,6}{100} (100 \cdot 0,454 - 40 \cdot 1,221 + 0)] = -(9422,512 - 304,426) = -9118,09;$$

$$L = -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = -3,14 \cdot 8849,6 (15,5 \cdot 3 + 10,3 \cdot 0,3 - 17,05 \cdot 3,03 + 14 \cdot 4,332) = -27787,744 \cdot 58,576 = -1627694,89.$$

### 5.3. Выводы по выполненным расчетам

Критерием устойчивости послужило неравенство  $P_{\text{расч}} < P_{\text{кр}}$ . Расчёт критического давления от действия треугольных нагрузок взлётно-посадочной полосы и участка приаэродромной территории выполнен с использованием аналитических выражений, полученных в гл. 2.

При высоте уклонов приаэродромной территории  $h = 50$  м устойчивость основания достаточна и специальных мер по повышению устойчивости не требуется.

### 5.4. Расчет устойчивости насыпей, состоящих из отвалов продуктов переработки химической промышленности на слабом основании

#### *Исходные положения*

Насыпь представляет собой отвал продукта химической промышленности – шлама, предназначенного для дальнейшей переработки и производства готовой продукции (табл. 5.4, 5.5).

В основу анализа насыпи входят мероприятия по проверке устойчивости и надежности основания с использованием формул критических нагрузок, полученных в гл. 2.

## Геотехнические характеристики

Таблица 5.4

### Геотехнические характеристики грунтовой толщи

Номер слоя	Грунт	Мощность слоя, м	Расстояние от поверхности земли до подошвы слоя, м
1-й	Насыпной	1	1
2-й	Водный слой	0,4	1,4
3-й	Суглинок мягкопластичный	9	10,4

*Примечание.* Почвенно-растительный слой толщиной 0,2 – 0,3 м срезается и в расчетах не учитывается.

Таблица 5.5

### Физико-механические характеристики грунтового полупространства

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , кПа	Максимальная глубина критического усилия $z_{\text{макс}}$ , м
Текуче-пластичный суглинок	18,06	17	14	2,7	8,7

### Расчетные нагрузки на основание насыпи

Поперечный профиль насыпи указан на рис. 5.3.

Расчетное давление на основание насыпи высотой  $h = 10$  м:

$P_{\text{расч}} = 1,2P + 1,4P_{\text{сн}} = 1,2 \cdot 1,6 + 1,4 \cdot 1,8 = 21,72 \text{ кН/м}^2 = 0,022 \text{ МПа}$ ,  
 где  $P = 16 \text{ кН/м}^2$  – нормативная нагрузка от насыпи отвала продукта переработки  $h = 10$  м,  $P_{\text{сн}} = 1,8 \text{ кН/м}^2$  – нормативная снеговая нагрузка.

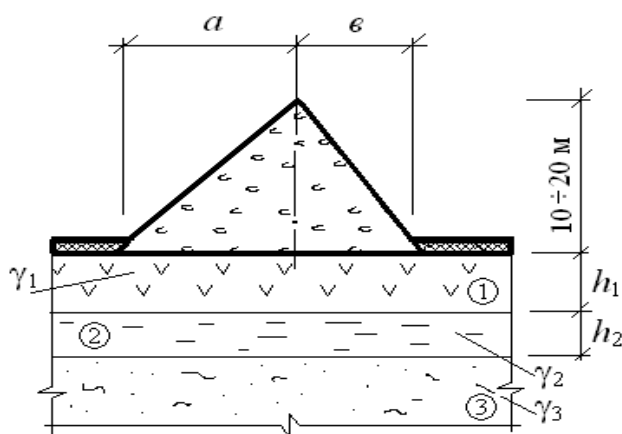


Рис. 5.3. Схема насыпи отвала продукта химической промышленности

### Расчет устойчивости основания насыпи

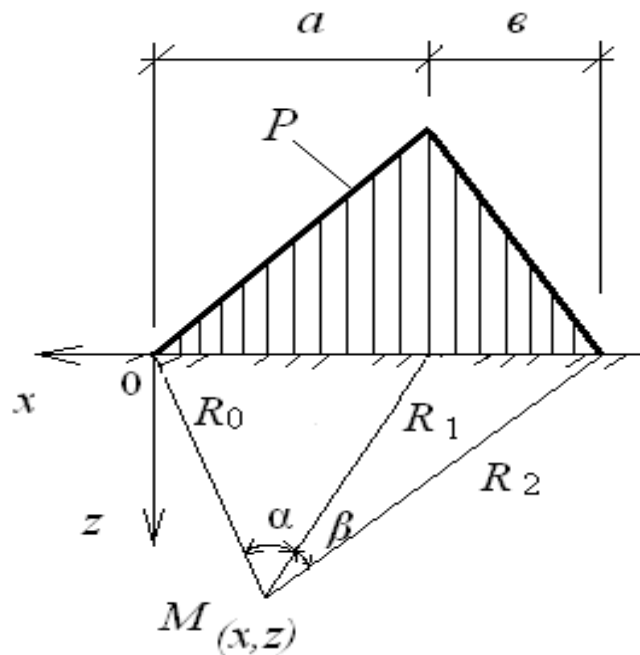


Рис. 5.4. Расчётная схема от неравносторонней треугольной нагрузки на грунтовое полупространство

Расчёт устойчивости насыпи (рис. 5.4) выполнен на основании формул, полученных в гл. 2. Угол видимости  $\alpha$  получим из выражения (2.21):

$$\begin{aligned} \cos \frac{2}{3} \alpha &= \frac{11,34}{0,36 \cdot 12} \sin 17^\circ = 0,811; & 0,811 &= \cos \frac{2}{3} \alpha; \\ 0,811 &= \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \alpha \right); & 54^\circ &= 90^\circ - \frac{2}{3} \alpha; & \frac{2}{3} \alpha &= 36^\circ; \\ \alpha &= \frac{36^\circ \cdot 3}{2} = 54^\circ. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Максимальная глубина развития критического усилия равна

$$z_{\text{макс}} = \frac{12}{\text{tg} 54^\circ} = 8,7 \text{ м.} \quad (5.6)$$

Угол видимости  $\beta$  найдём из выражения

$$\text{tg} \beta = \frac{b}{z_{\text{макс}}} = \frac{10}{8,7} = 1,15; \quad \beta = 49^\circ.$$

Критическая нагрузка равна (2.74):



$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \right\} = \frac{-3244605,01}{2 \cdot (-21,84)} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{4 \cdot 21,84 \cdot 2657205,6}{(3244605,01)^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \right\} =$$

$$= 0,82 \text{ кН/м}^2 = 0,0008 \text{ МПа}, \quad (5.7)$$

где  $M = \frac{0,88}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi)(\epsilon \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2}) + 0,4(\epsilon \alpha - a \beta)] = \frac{0,88}{0,292} [(0,96 - 0,292)(10 \ln \frac{8,7}{14,82} +$   
 $+ 12 \ln \frac{8,7}{13,25}) + 0,4(10 \cdot 0,942 - 12 \cdot 0,855)] = 3,01 \cdot [0,668 \cdot (-10,36) - 0,336] = -21,84;$

$$N = -\left\{ 0,88 \pi a \epsilon \gamma_3 + \frac{C_z a \epsilon}{(a + \epsilon)} [\epsilon x \alpha + a(a + \epsilon - x)] \beta \right\} = -[0,88 \cdot 120 \cdot 3,14 \cdot 18,06 +$$

$$+ \frac{2746,41 \cdot 120}{22} (106,82 + 109,37)] = -(5988,41 + 3238616,6) = -3244605,01;$$

$$L = \frac{\pi a \epsilon C_z}{(a + \epsilon)} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = \frac{3,14 \cdot 2746,41 \cdot 120}{22} (15,5 \cdot 1 + 10,3 \cdot 0,4 -$$

$$- 18,06 \cdot 1,4 + 14 \cdot 4,33) = 47038,513 \cdot 56,49 = 2657205,6.$$

Численные результаты представлены в табл. 5.6.

Таблица 5.6

Результаты расчётов физических и силовых характеристик  
на грунтовое полупространство

Складирование сырья высотой $h$ , м	$\alpha / \beta$	$z_{\max}$ , м	$P_{\text{расч}}$ , МПа	$P_{\text{кр}}$ , МПа
10	54°/49°	8,7	0,022	0,0008
12			0,026	
16			0,035	
20			0,044	

### **Вывод по выполненным исследованиям**

При высоте насыпи сырья  $h = 10 - 20$  м устойчивость насыпи недостаточна, так как  $P_{кр} < P_{\text{расч}}$ , поэтому требуются специальные меры по повышению устойчивости основания.

### **Техническое решение по повышению устойчивости насыпи сырья**

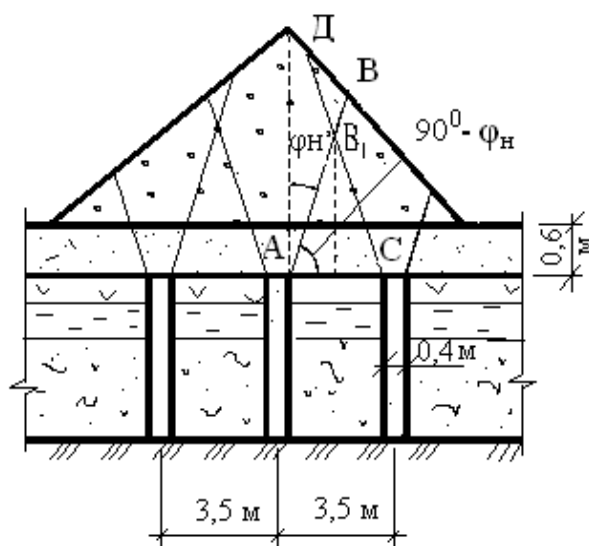
Для повышения устойчивости основания предусмотрено устройство грунтоцементных свай диаметром 0,4 м. Расстояние между осями свай на поперечнике составляет 3,5 м. Для изучения этого вопроса

были выполнены расчёты критической нагрузки на свайное основание при заданных диаметре свай и расстоянии между их осями при условии, что сваи выполнены из сульфатостойкого цемента.

Механизм работы насыпи сводится к следующему: в результате деформаций, возникающих в насыпном слое слабого грунта под влиянием осадки, возникает арочный эффект, приводящий к распределению напряжений от веса насыпного грунта между сваями и слабым грунтом. Слабый грунт в межсвайном пространстве оказывается под воздействием нагрузки от веса призмы под аркой.

### ***Исследование устойчивости насыпи сырья на слабом основании, укрепленном песчаными сваями***

В слое слабого грунта насыпи сырья расположен ряд свай, диаметром 0,4 м, с расстоянием между ними в осях равным 3,5 м (рис. 5.5).



*Рис. 5.5. Поперечный разрез насыпи, укрепленной сваями*

Проверка устойчивости основания при различных диаметрах свай и межсвайных расстояний показала, что необходимому условию прочности отвечает свайное основание, у которого диаметр свай равен 0,4 м с расстоянием между сваями 3,5 м.  $P_{расч}$  вычислена при переменном угле внутреннего трения подстилающего слоя  $\varphi_n = 10^\circ - 30^\circ$ . Ниже приведён расчёт критической нагрузки для свайного основания.

Проверим устойчивость грунтового основания в промежутке между сваями от равносторонней треугольной нагрузки АВ<sub>1</sub>С. Расчётная схема представлена на рис. 5.6.

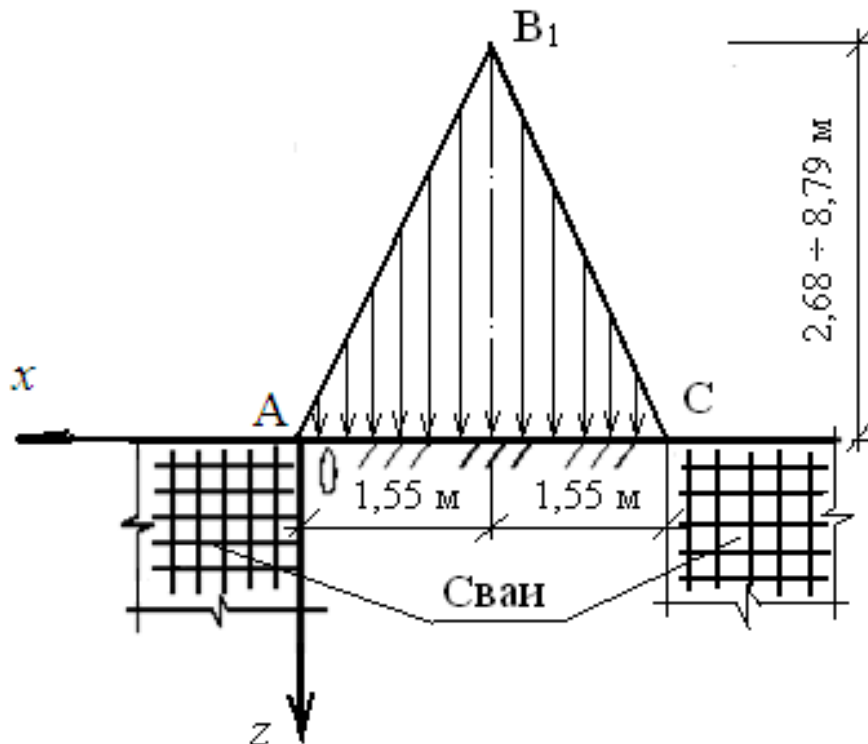


Рис. 5.6. Расчётная схема от равносторонней нагрузки в межсвайном пространстве

Угол видимости от равносторонней нагрузки получим из выражения (2.21)

$$\begin{aligned} \cos \frac{2}{3} \alpha &= \frac{1,55}{0,36 \cdot 1,55} \sin 15^\circ = 0,72; \quad 0,72 = \cos \frac{2}{3} \alpha_1; \\ 0,72 &= \sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \alpha_1 \right); \quad 46^\circ = 90^\circ - \frac{2}{3} \alpha_1; \quad \frac{2}{3} \alpha_1 = 44^\circ; \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = \frac{44^\circ \cdot 3}{2} = 66^\circ. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Следовательно,  $\alpha = 132^\circ$ .

Максимальная глубина развития критического усилия равна

$$z_{\text{макс}} = \frac{1,55}{\text{tg } 66^\circ} = 0,7 \text{ м}. \quad (5.9)$$

Критическую нагрузку найдём по формуле (2.42):

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\} = \frac{-6,333 \cdot 10^3}{2 \cdot 5,7} \left\{ - \left[ \left( 1 + \frac{4 \cdot 5,7 \cdot 484,44 \cdot 10^3}{40,11 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\} =$$

$$= 1182,9 \text{ кН/м}^2 = 1,18 \text{ МПа}, \quad (5.10)$$

где  $M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)] = \frac{1,76}{0,342} [(0,96 - 0,342) \ln \frac{1,7 \cdot 1,7}{0,49} + 0,4 \cdot 0] = 3,18 \cdot 1,78 = 5,7;$

$$N = -\{C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a}(\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76\pi a \gamma_3\} =$$

$$= -2,75 \cdot 10^3 \{ [2,303 + \frac{1,55}{1,55} \cdot 0] + 0 \} = -6,333 \cdot 10^3;$$

$$L = -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] =$$

$$= -3,14 \cdot 2,75 \cdot 10^3 \cdot (15,05 \cdot 1 + 0 + 11 \cdot 3,732) = -484,44 \cdot 10^3.$$

Расчётную несущую способность грунта основания с учётом сил трения по боковой поверхности сваи вычислим по формуле [32]:

$$F_d = \gamma_c (\gamma_{cR} R \cdot A + u \sum \gamma_{cf} f_i \cdot h_i) = 1(0,8 \cdot 0,126 \cdot 2800 + 1,26 \cdot 4939,6) =$$

$$= 282,24 + 6223,9 = 6506,14 \text{ кН}, \quad (5.11)$$

где  $A = 0,126 \text{ м}^2$  – площадь опирания на грунт сваи, равная её площади поперечного сечения;  $u = 1,26 \text{ м}$  – периметр поперечного сечения ствола сваи;

$\gamma_c = 1$  – коэффициент условий работы сваи в грунте в соответствии [32];

$\gamma_{cR} = 0,8$  – коэффициент условий работы грунта под нижним концом сваи в соответствии [32];

$\gamma_{cf} = 1,1$  – коэффициент условий работы грунта на боковой поверхности сваи, зависящий от способа образования скважины и условий бетонирования и принимаемый по табл. 5 [32];

$R = 2800 \text{ кПа}$  – расчетное сопротивление грунта под нижним концом сваи, принимаемое по табл. 1 [32];

$f_i$  – расчетное сопротивление каждого слоя грунтовой толщи, соприкасающегося с боковой поверхностью ствола сваи, принимаемое по табл. 2 [32];

$h_i$  – толщина каждого слоя грунтовой толщи, соприкасающегося с боковой поверхностью сваи.

Предельная несущая способность сваи в межсвайном промежутке [32]:

$$N = F_d / \gamma_k = 6506,14 / 1,4 = 4647,24 \text{ кН},$$

где  $\gamma_k = 1,4$  – коэффициент надёжности по нагрузке.

Тогда давление в нижней части сваи с учётом сил трения составит:

$$P = 4647,24 / 0,126 = 36882,9 \text{ кН/м}^2 = 36,9 \text{ МПа}. \quad (5.12)$$

Полная критическая нагрузка с учётом сил трения по боковой поверхности сваи

$$P_{\text{кр.общ}} = P_{\text{кр}} + P = 1182,9 + 36,9 = 1219,8 \text{ кН/м}^2 = 1,22 \text{ МПа} \quad (5.13)$$

Численные результаты расчётов представлены в табл. 5.7.

*Таблица 5.7*

Результаты расчётов характеристик насыпи в межсвайном пространстве

Высота насыпи $h$ , м	$\alpha$ , °	$z_{\text{макс}}$ , м	$P_{\text{расч}}$ , МПа	$P_{\text{кр}}$ , МПа
10	132	0,7	0,109	1,22
12			0,141	
16			0,159	
20			0,199	

Прочность свайного основания для насыпей высотой  $h = 10 - 20$  м обеспечена.

### 5.5. Расчет устойчивости основания стального резервуара

В зависимости от чувствительности к деформациям основания все сооружения условно разделяются на три основных типа: абсолютно гибкие, абсолютно жёсткие и конечной жёсткости. Сооружения,

относящиеся к абсолютно гибким, беспрепятственно следуют за перемещениями поверхности грунтов основания во всех точках контакта так, что дополнительных усилий при развитии неравномерных осадок в их конструкциях практически не возникает. Даже значительная неравномерная осадка для них не является опасной. К типу таких сооружений относятся днища вертикальных металлических резервуаров, которые без ущерба для прочности могут получать большой прогиб (рис. 5.7) при заполнении их водой.

В основу исследования положены мероприятия по использованию слабого грунта в качестве основания с применением расчётов по проверке устойчивости и надёжности грунта. Конкретное решение выбрано на основе инженерно-геологических данных, вида и особенностей слабого грунта, залегающего в грунтовом полупространстве.

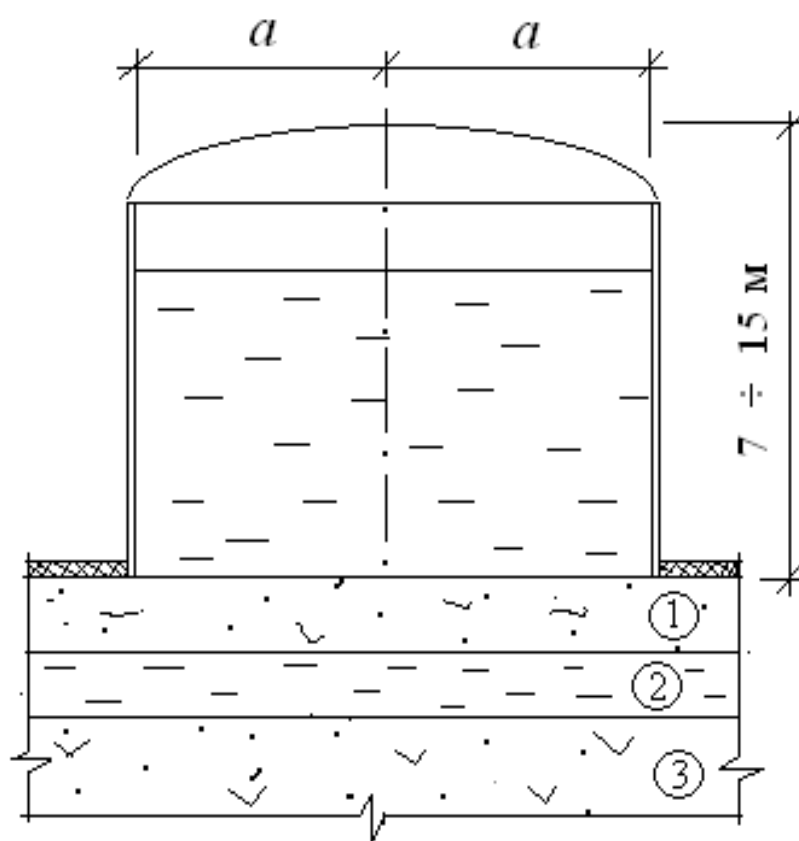


Рис. 5.7. Схема стального цилиндрического резервуара

Примечание. Наименования грунтов для слоёв 1-го, 2-го и 3-го указаны в табл. 5.1.

### **Геотехнические оценки**

Грунты, залегающие под резервуаром указаны в табл. 5.8.

*Таблица 5.8*

#### **Геотехнические характеристики грунтовой толщи**

Номер слоя	Грунт	Мощность слоя, м	Расстояние от поверхности земли до подошвы слоя, м
1-й	Насыпной	1	1
2-й	Водный слой	0,8	1,8
3-й	Мягкопластичные суглинки с участками торфяных залежей	8	9,8

*Примечание.* Почвенно-растительный слой толщиной 0,2 – 0,3 м срезается и в расчётах не учитывается.

В качестве расчётных геотехнических характеристик слабого грунтового слоя приняты значения, указанные в табл. 5.9.

*Таблица 5.9*

#### **Физико-механические характеристики грунтового полупространства**

Порода	Удельный вес $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi$ , °	Удельное сцепление $C$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Коэффициент упругого полупространства $C_z$ , МПа
Мягко-пластичные суглинки с участками торфяных залежей	16,05	14	12	13,2	13,43

### **Расчетные нагрузки на основание резервуара**

Расчётное давление на основание резервуара, наполненного водой:

$$\begin{aligned} P_{\text{расч}} &= 1,2P + 1,4 P_{\text{сн}} = 1,2 \cdot 180 + 1,4 \cdot 1,8 = \\ &= 218,52 \text{ кН/м}^2 = 0,22 \text{ МПа}, \end{aligned} \quad (5.14)$$

где  $P = 180 \text{ кН/м}^2$  – нормативная нагрузка от конструкций резервуара  $h = 7 \text{ м}$ , с учётом воды;  $P_{\text{сн}} = 1,8 \text{ кН/м}^2$  – нормативная снеговая нагрузка.

### Расчет устойчивости стального резервуара

В основу расчётной схемы предложена модель грунта в виде линейно-деформированного слоя (рис. 5.8).

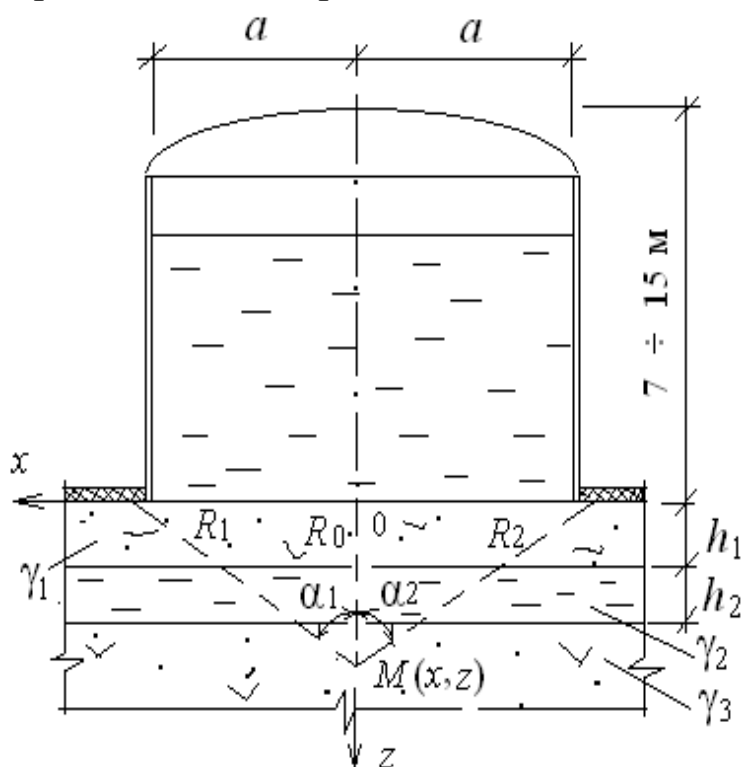


Рис. 5.8. Расчётная схема от прогиба днища стального резервуара

Критическую нагрузку найдём по формуле (2.42)

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[ \left( 1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\} = \frac{-34615,61}{2 \cdot 12,13} \left\{ - \left[ \left( 1 + \frac{4 \cdot 12,13 \cdot 2280392,27}{1198240456} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\} =$$

$$= 2917,37 \text{ кН/м}^2 = 2,92 \text{ МПа}, \quad (5.15)$$

где

$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)] =$$

$$= \frac{1,76}{0,242} [(0,96 - 0,242) \ln \frac{10,53 \cdot 10,53}{10,89} + 0,4 \cdot 0] = 12,13;$$

$$N = - \left\{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a}(\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76 \pi a \gamma_3 \right\} =$$

$$= 13427(2,51 \cdot 2 + 0) + 1,76 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 16,05 = -34615,61;$$



$$\begin{aligned}
L &= -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = \\
&= -3,14 \cdot 13427 (15,0 \cdot 1 + 10,3 \cdot 0,8 - \\
&\quad - 16,05 \cdot 1,8 + 12 \cdot 4,011) = 2280392,27 \text{ .}
\end{aligned}
\tag{5.16}$$

Результаты полученных исследований указаны в табл. 5.10.

*Таблица 5.10*

Результаты расчётов физических и силовых характеристик  
на грунтовое полупространство

Металлический резервуар с водой $h$ , м	$\alpha$ , °	$z_{\text{макс}}$ , м	$P_{\text{расч}}$ , МПа	$P_{\text{кр}}$ , МПа
7	144	3,3	0,22	2,92
9			0,28	
11			0,34	
15			0,47	

### ***Вывод по выполненному расчету***

При высоте резервуара с водой  $h = 7 - 15$  м устойчивость основания достаточна, и специальных мер по повышению устойчивости не требуется.

### **5.6. Общие выводы**

По результатам выполненных расчетов критических нагрузок для оснований насыпей было определено техническое решение о наиболее целесообразном варианте конструкции оснований на слабых грунтах.

Критерием устойчивости насыпей являлась проверка грунтовой среды на условие

$$P_{\text{расч}} < P_{\text{кр}}.$$

Для других случаев, где условие устойчивости не соблюдается, то есть  $P_{\text{расч}} > P_{\text{кр}}$ , должны быть применены мероприятия, обеспечивающие устойчивость основания.

Приведенные примеры показывают эффективность разработанной методики для расчёта оснований различных сооружений на неоднородных водонасыщенных грунтах.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Благодаря решениям в строгой постановке упругопластической задачи о полуплоскости, нагруженной сверху разного вида треугольной нагрузкой, в которых среда обладает внутренним трением и удельным сцеплением, были определены критические нагрузки, соответствующие условию зарождения пластической области, а также связь между величиной нагрузки и физическими характеристиками слабого грунта.

2. Полученные квазилинейные зависимости физико-механических характеристик грунтов в зависимости от параметров полубесконечных нагрузок позволили наглядно оценить несущую способность слабых оснований и максимальную глубину зарождения критических усилий.

3. Проверка полученных решений задач с применением численного метода (метода конечных элементов) дала достоверный результат, позволила проанализировать характер распределения напряжений за пределами линейной деформации, выявить зарождение пластических областей в моделях неоднородных водонасыщенных грунтов.

4. Установлено, что графические зависимости с помощью метода аппроксимации сводятся к одному усреднённому уравнению, которое позволяет упростить количество операций в расчётах слабых оснований и найти общее решение конкретных линейных задач.

5. Полученные аналитические зависимости и методики решения плоских задач были использованы при расчётах на конкретных примерах в строительстве, в результате этого была подтверждена их работоспособность, позволяющая определять несущую способность слабых водонасыщенных оснований и прогнозировать состояние устойчивости инженерных сооружений.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите принципы решения в условиях плоской и пространственных задач при действии внешних вертикальных нагрузок.
2. Ответьте, относятся ли слабые грунты к структурно-неустойчивым?
3. Расскажите, по каким показателям грунты относятся к слабым?
4. Приведите пример номенклатуры слабых органо-минеральных грунтов.
5. Каково влияние подземных вод на физические свойства грунтов?
6. Назовите фазы напряженно-деформированного состояния грунтов при действии статических нагрузок.
7. Какие расчетные модели грунта используются при оценке напряженно-деформированного состояния?
8. Опишите характер развития деформаций под заглубленными штампами.
9. Каково влияние формы и размеров уплотненного ядра на напряженное состояние грунта?
10. Назовите методы расчёта критических нагрузок, применяемые в механике грунтов.
11. Опишите расчетную модель при расчёте несущей способности при действии треугольной нагрузки в слоистых грунтовых средах.
12. Какова зависимость критической нагрузки  $P_{кр}$  от физических и механических характеристик ( $\gamma$ ,  $c$ ,  $\varphi$  ...)?
13. Приведите пример модели многослойной грунтовой среды и эпюры неравносторонней нагрузки при выводе формулы  $P_{кр}$ .
14. Охарактеризуйте модель многослойной грунтовой среды и эпюры неравносторонней нагрузки при выводе формулы  $P_{кр}$ .
15. Какова зависимость и  $z_{\max}$  от физико-механических характеристик грунтов?

16. Приведите пример модели многослойной грунтовой среды и эпюры симметричной нагрузки при выводе формулы  $P_{кр}$ .

17. Какова зависимость  $P_{кр}$  от физико-механических и геометрических характеристик модели при действии комбинированной нагрузки?

18. Как влияет метод обработки результатов на величину критической нагрузки при различных видах внешних нагрузок?

19. Как влияют геометрические характеристики грунтовой толщи на расчёт устойчивости взлётно-посадочных полос?

20. Опишите зависимость принятия технических решений при возведении ВПП от мощности слоя и физико-механических характеристик грунтового полупространства.

21. Ответьте, является ли неравенство  $P_{расч} < P_{кр}$  критерием устойчивости ВПП при действии треугольной нагрузки?

22. Какова зависимость устойчивости насыпей из отвалов продукции переработки химической промышленности на слабом основании от геометрических характеристик при возведении ВПП?

23. Назовите технические решения по повышению устойчивости насыпи из сырья отходов химической промышленности.

24. Как влияют физико-механические характеристики грунтового полупространства на устойчивость слабого грунта под резервуарами?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Известные расчётные методы, используемые в современной нормативной литературе, не всегда обеспечивают возможность найти экономичные и эффективные решения при исследовании слабых водонасыщенных слоистых оснований. Поэтому, благодаря аналитическим зависимостям, приведённым в этом пособии, можно исследовать критическое давление на глубинах однородных и неоднородных водонасыщенных грунтовых сред, в которых происходит начало развития и завершение пластических областей. Напряжённое состояние в этих случаях не может нарушить предельного равновесия массива слабого грунта.

Графические зависимости, указанные на рисунках пособия, позволяют упростить расчёты критических усилий и максимальной глубины проявления этого усилия при исследовании грунтов, получить общую характеристику грунтового полупространства на основании экспериментальных данных. Разработанные математические модели со свойствами слабых водонасыщенных слоистых грунтов, позволяют оценить пределы применения аналитических зависимостей и исследовать процесс развития упругопластических деформаций. Аппроксимирующие зависимости позволяют упростить количество операций в расчётах слабых оснований и найти общее решение конкретных линейных задач.

Аналитические методы оценки предельного состояния напряжённо-деформированного массива слабого грунта не ориентированы на такие условия строительства, что часто требует оперативного решения многих практических вопросов на стадии изучения. Вместе с тем, здесь приводятся новые решения и методики задач, которые несмотря на их приближенность, в дальнейшем могут использоваться для уточнения теоретических положений на стадии изучения оснований. Представленная литература может быть использована для расчётов инженерных сооружений в строительстве и в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся в бакалавриате и магистратуре вузов.

## СПИСОК БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ ССЫЛОК

1. *Абелев М. Ю.* Слабые водонасыщенные глинистые грунты как основания сооружения. М. : Изд-во МИСИ им. В. В. Куйбышева, 1973. 218 с.
2. *Абелев М. Ю.* Строительство промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах. М. : Стройиздат, 1983. 248 с.
3. *Амарян Л. Г.* Разумные экстремальные задачи. СПб. : Гиппократ, 1995. 230 с.
4. *Амарян Л. Г.* Свойства слабых грунтов и методы их изучения. СПб. : Недра, 1990. 220 с.
5. *Березанцев В. Г.* Расчет оснований сооружений. Л. : Стройиздат, 1970. 207 с.
6. *Березанцев В. Г.* Расчет прочности оснований и сооружений. Л. : Госстройиздат, 1960. 138 с.
7. *Березанцев В. Г.* Осесимметричная задача теории предельного равновесия сыпучей среды. М. : Гостехиздат, 1952. 120 с.
8. *Варданын Г. С., Андреев В. И.* Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности. М. : АСВ, 1995. 502 с.
9. *Герсеванов Н. И.* Собрание сочинений. М., 1948. Т. 1. 562 с.
10. *Глушков Г. И., Раев-Богословский Б. С.* Изыскания и проектирование аэродромов. М. : Транспорт, 1972. 280 с.
11. *Горбунов-Посадов М. И.* Устойчивость фундаментов на песчаном основании. М. : Госстройиздат, 1962.
12. *Далматов Б. И.* Проектирование свайных фундаментов в условиях слабых грунтов. М. : Высш. шк., 1975. 295 с.
13. *Дубов К. А.* Форма уплотнённого ядра, образующегося в глинистом основании под жёстким фундаментом при критической нагрузке // Основания, фундаменты и подземные сооружения : тр. НИИОСП. 1972. № 63.

14. *Кагановская С. Е.* Исследование устойчивости глинистого основания с помощью экранов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1973. № 3. С. 29 – 31.

15. *Кравченко Т. И., Филатов В. В.* Оценка предельного критического усилия на упругопластическую грунтовую среду от действия треугольной нагрузки / Известия вузов. Горный журнал. 2012. № 5. С. 121 – 124.

16. *Кравченко Т. И.* Изучение и оценка предельного напряжённого состояния слабых грунтов оснований инженерных сооружений: дис. ... канд. техн. наук. Екатеринбург, 2013. 131 с.

17. *Кравченко Т. И.* Современные проблемы гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии Урала и сопредельных территорий / Материалы II Всесоюз. науч.-практ. конф. УГГУ. Екатеринбург, 2013 г. С. 48 – 50.

18. *Кравченко Т. И.* Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций / Сб. науч. ст. XIX науч.-метод. конф. ВИТУ (19.03. 2015 г.). СПб., 2015. С. 162 –167.

19. *Кравченко Т. И., Филатов В. В.* Оценка предельного критического усилия на упругопластическую грунтовую среду от действия треугольной нагрузки / Известия вузов. Горный журнал. 2015. № 5. С. 68 – 72.

20. *Кравченко Т. И., Филатов В. В.* Оценка критической нагрузки, обусловленной отрицательной формой техногенного рельефа / Вестник Курган. гос. ун-та. 2015. № 35. С. 67 – 70. (Серия «Естественные науки»).

21. *Криворотов А. П.* Экспериментальные исследования несущей способности песчаного основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1962. № 5.

22. *Линник Ю. В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статической теории обработки наблюдений. 2-е изд., доп. М. : Физматгиз. 1962. 349 с.

23. *Маслов Н. Н.* Основы механики грунтов и инженерной геологии. М. : Высш. шк., 1968. 629 с.

24. *Маслов Н. Н.* Прикладная механика грунтов. М. : Машстройиздат, 1949. 328с.

25. *Малышев М. В.* О совместной работе жёстких фундаментов и нелинейно-деформируемого основания // Тр. к VIII Междунар. конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению. Стройиздат, 1973.

26. *Мурзенко Ю. Н.* Некоторые особенности и область применения решения смешанной упругопластической задачи в расчётах оснований // Экспериментально-теоретические исследования нелинейных задач в области оснований и фундаментов / Межвуз. сб. НПИ. Новочеркасск, 1979. С. 106 – 139.

27. *Мурзенко Ю. Н.* Расчет оснований зданий и сооружений в упругопластической стадии работы с применением ЭВМ. Л. : Стройиздат, 1989. 234 с.

28. *Пигулевский М. Х.* Физико-механические свойства рыхлых дорожных материалов. М. : Транспечать, 1929. 210 с.

29. *Ржаницын А. Р.* Расчет сооружений с учётом пластических свойств материала. М. : Стройиздат, 1954. 288 с.

30. *Роза С. А.* Механика грунтов. М. : Высш. шк., 1962. 229 с.

31. СНиП 2.02.01-83. Основания зданий и сооружений // Строительные нормы и правила. М. : Госстройиздат, 2000. 40 с.

32. СНиП 2.02.03-85. Свайные фундаменты // Строительные нормы и правила. М. : Стройиздат, 1995. 63 с.

33. СНиП 32.03.96. Аэродромы // Строительные нормы и правила. М. : Минстрой России, 1996. 59 с.

34. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия // Строительные нормы и правила. М. : ЦИТП Госстроя СССР, 2003. 36 с.

35. *Соколовский В. В.* Об уравнениях теории пластичности // Прикладная математика и механика. М. : Наука, 1955. Т. 19, вып. 1. 214 с.



36. *Соколовский В. В.* Некоторые задачи о давлении грунта // Материалы к Четвёртому междунар. конгр. по механике грунтов и фундаментостроению. М. : Изд-во Акад. наук, 1957. С. 112 – 118.
37. *Соколовский В. В.* Теория пластичности. 3-е изд., доп. М. : Гостехиздат, 1969. 608 с.
38. *Соколовский В. В.* О плоской задаче теории пластичности // Прикладная математика и механика. М. : Наука, 1949. Т. 1, вып. 4. 280 с.
39. *Соколовский В. В.* Теория пластичности. 2-е изд., доп. М. : Гостехиздат, 1950. 203 с.
40. *Строганов А. С.* Несущая способность глинистого водонасыщенного основания в нестабилизированном состоянии под круглым фундаментом // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1977. № 5. С. 40 – 41.
41. *Строганов А. С.* Прочность оснований сооружений // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1983, № 23 – 27.
42. *Тер-Мартirosян З. Г.* Механика грунтов : монография. М. : АСВ, 2009. 552 с.
43. *Терцаги К.* Теория механики грунтов / пер. с нем. И. С. Устевского. М. : Госстройиздат, 1961. 507 с.
44. *Тимошенко С. П., Гудьер Дж.* Теория упругости : пер. с англ. М., 1975. 386 с.
45. *Тимошенко С. П.* Теория упругости. М.-Л. : ОНТИ, 1937. 264 с.
46. *Фёдоров И. В.* Некоторые задачи упругопластического распределения напряжений в грунтах, связанные с расчётом оснований // Сб. ин-та механики грунтов АН СССР. В 2 т. М., 1958.
47. *Флорин В. А.* Основы механики грунтов. М., 1959 – 1961. Т. 1. 284 с. ; Т. 2. 293 с.
48. *Хаар М. Е.* Основы теоретической механики грунтов / пер. с англ. М. : Стройиздат, 1971. 341 с.
49. *Хилл Р.* Математическая теория пластичности. М. : Гостехиздат, 1956. 407 с.
50. *Цытович Н. А.* Механика грунтов. 4-е изд., доп. М. : Высш. шк., 1983. 288 с.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малышев, М. В.* Механика грунтов / М. В. Малышев, Г. Г. Болдырев. – Изд. 4-е, пер. и доп. – Пенза : Изд-во ПГУАС, 2009. – 412 с. – ISBN 978-5-9282-0575-1.

2. Механика грунтов / А. А. Петраков [и др.]. – Макеевка (Украина) : Дон НАСА, 2004. – 79 с.

3. СП 22.13330.2011. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83 // Строительные нормы и правила. – М. : Госстройиздат, 2000. – 40 с.

4. СП 24.13330.2011. Свайные фундаменты. Актуализированная редакция СНиП 2.02.03-85 // Строительные нормы и правила. – М. : Стройиздат, 1995. – 63 с.

5. СП 121.13330.2012. Аэродромы. Актуализированная редакция СНиП 32.03.96 // Строительные нормы и правила. – М. : Минстрой России, 1996. – 59 с.

6. СП 20.13330.2011. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85 // Строительные нормы и правила. – М. : ЦИТП Госстроя СССР, 2003. – 36 с.

7. *Ухов, С. Б.* Механика грунтов, основания и фундаменты / С. Б. Ухов. – М. : Высш. шк., 2007. – 566 с.

*Учебное издание*

КРАВЧЕНКО Татьяна Ивановна  
ФИЛАТОВ Владимир Викторович  
КИМ Борис Григорьевич  
и др.

РАСЧЁТ ОДНОСЛОЙНЫХ И МНОГОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД  
ОТ ДЕЙСТВИЯ ВНЕШНИХ НАГРУЗОК В ЛИНЕЙНОЙ  
ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧ

Учебное пособие

Редактор Е. В. Невская  
Технический редактор С. Ш. Абдуллаева  
Корректор В. С. Теверовский  
Компьютерная верстка Е. А. Балясовой

Подписано в печать 31.03.16.  
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 7,21. Тираж 100 экз.  
Заказ

Издательство  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.