

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

А. Ф. ГАЛКИН    Н. С. ПРОКОШЕВА

# ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

## КВАНТОВАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА



Владимир 2016

УДК 530.145 (075)  
ББК 22.31я7  
Г16

Рецензенты:

Доктор технических наук  
зам. директора Института физики Земли им. О. Ю. Шмидта  
Российской академии наук  
*В. Н. Конешов*

Доктор технических наук  
главный специалист ООО «Завод инновационных продуктов "КТЗ"»  
(г. Владимир)  
*А. Р. Кульчицкий*

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**Галкин, А. Ф.**

Г16 Лекции по физике. Квантовая и ядерная физика / А. Ф. Галкин, Н. С. Прокошева ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2016. – 87 с.  
ISBN 978-5-9984-0654-6

Издание содержит двенадцать лекций, посвященных раскрытию физического смысла основных понятий и законов квантовой и ядерной физики, а также вопросы для самоконтроля.

Предназначены для студентов 1-го и 2-го курсов, изучающих дисциплину «Физика», технических специальностей и направлений всех форм обучения вуза, а также преподавателей.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения.

Ил. 30. Табл. 3. Библиогр.: 8 назв.

УДК 530.145 (075)  
ББК 22.31я7

ISBN 978-5-9984-0654-6

© ВлГУ, 2016

## **Введение**

Издание продолжает курс лекций по физике и содержит двенадцать лекций по квантовой и ядерной физике.

Материал изложен кратко, доступно, без излишнего математического формализма.

Цель авторов – сделать доступными основные понятия и законы квантовой, ядерной физики, а также основ физики элементарных частиц.

Чтобы проверить себя, студенту после внимательного изучения теории необходимо ответить на вопросы для самоконтроля после каждой лекции. Параллельно с изучением теоретического материала нужно решать задачи, например из [8]. Максимальное внимание должно быть уделено физическому смыслу изучаемых понятий и законов. Наиболее важные определения, понятия выделены или подчеркнуты.

Издание рассчитано на всех студентов нашего университета, изучающих физику.

**ВНИМАНИЕ! ПОСОБИЕ ОБЛЕГЧАЕТ РАБОТУ СТУДЕНТУ,  
НО НЕ ЗАМЕНЯЕТ САМИ ЛЕКЦИИ!**

## Лекция № 1

# ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### План

1. Тепловое излучение. Равновесное излучение.
2. Характеристики теплового излучения.
3. Закон Кирхгофа.
4. Закон Стефана – Больцмана и закон смещения Вина.
5. Формула Рэлея – Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа.
6. Формула Планка.

### ***1. Тепловое излучение. Равновесное излучение***

**Тепловым излучением называется испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел.**

Излучение телами электромагнитных волн (свечение тел) может осуществляться за счет различных видов энергии. Виды свечения, возбуждаемые за счет любого вида энергии, кроме внутренней (тепловой) энергии, объединяются под общим названием «**люминесценция**». К ним относятся хемилюминесценция, электролюминесценция и др.

Электромагнитное излучение всех длин волн обуславливается колебаниями электрических зарядов, входящих в состав вещества, т. е. электронов и ионов. При этом колебаниям ионов соответствует излучение низкой частоты (инфракрасное) вследствие значительной массы колеблющихся зарядов. Излучение, возникающее в результате движения электронов, может иметь высокую частоту (видимое и ультрафиолетовое излучение), если электроны входят в состав атомов или молекул и, следовательно, удерживаются около своего положения равновесия значительными силами. Свободные электроны, приведенные в движение, испытывают нерегулярное торможение, и их излучение характеризуется спектром различных длин волн.

*Тепловое излучение имеет место при любой температуре.* Тела, нагретые до достаточно высокой температуры, светятся белым цве-

том, обладая сплошным спектром частот. С понижением температуры уменьшается интенсивность излучения и изменяется спектральный состав излучения – все больший вклад вносят длинные волны (красные и инфракрасные). При низких температурах излучаются практически лишь длинные (инфракрасные) электромагнитные волны.

*Пример.* Нагревая какое-либо тугоплавкое вещество (уголь, металл), мы замечаем, что видимое на глаз темно-красное свечение появляется лишь при определенной температуре (около 500 °С). По мере повышения температуры свечение становится ярче и обогащается более короткими волнами, переходя примерно при 1500 °С в яркое белое каление. При помощи спектроскопа можем видеть, как по мере повышения температуры постепенно развивается сплошной спектр видимого свечения, т. е. от длин волн порядка от 700 до 350 нм (от красного до фиолетового). При помощи термоэлемента можно обнаружить, что кроме видимого спектра, нагреваемое тело излучает и инфракрасные, и ультрафиолетовые волны.

*Не следует смешивать испускание лучей с их отражением.* Любое излучение тела сопровождается потерей энергии. Для того чтобы обеспечить возможность непрерывного излучения энергии, необходимо пополнять ее убыль, иначе излучение будет сопровождаться какими-либо изменениями внутри тела, и состояние излучающей системы будет непрерывно изменяться. Нарушение равновесия теплового излучения вызывает возникновение процессов, восстанавливающих это равновесие. Допустим, что тело излучает больше энергии, чем поглощает. Тогда внутренняя энергия тела будет убывать, что приведет к понижению его температуры. Это, в свою очередь, повлечет уменьшение излучаемой телом энергии, пока количество излучаемой энергии не станет равным количеству поглощаемой, и равновесие восстановится.

**Равновесным называется такое излучение, при котором все тела теплоизолированной (адиабатно замкнутой) системы находятся при одной и той же температуре.**

**Из всех видов излучения равновесным может быть только тепловое излучение.** К равновесным состояниям и процессам применимы законы термодинамики. Перейдем к рассмотрению законов теплового излучения. Но прежде определим его характеристики.

## 2. Характеристики теплового излучения

Интенсивность теплового излучения характеризуется величиной потока энергии  $W$ , измеряемой в ваттах, т. е. это энергия в единицу времени – мощность. Поток энергии, испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям во всем интервале длин волн (частот), называется энергетической светимостью  $R$ :

$$R = \frac{W}{S}, \quad (1.1)$$

где  $S$  – площадь излучающей поверхности.

Энергетическая светимость является функцией температуры. Обозначим поток энергии, испускаемый единицей поверхности тела в интервале частот  $(\omega, \omega + d\omega)$ , через  $dR$ . При малом интервале  $d\omega$  поток  $dR$  будет пропорционален  $d\omega$ :

$$dR_{\omega,T} = r_{\omega,T} d\omega. \quad (1.2)$$

Величина  $r_{\omega,T}$  называется испускательной способностью тела (спектральной плотностью энергетической светимости). Испускательная способность – это поток энергии, излучаемый с единицы площади в единичном интервале частот. Она является функцией температуры и частоты. Энергетическая светимость связана с испускательной способностью формулой

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega. \quad (1.3)$$

Поглощательной способностью (или коэффициентом поглощения) тела называется отношение поглощенного телом потока энергии  $\Phi'$  к падающему  $\Phi$ . Поглощательная способность есть функция частоты и температуры:

$$a_{\omega,T} = \frac{\Phi'}{\Phi}$$

Для всех тел безразмерная величина  $a_{\omega,T} < 1$ . Если тело полностью поглощает падающее на него излучение всех частот, то оно называется абсолютно черным и  $a_{\omega,T} = 1$ .

Абсолютно черных тел (АЧТ) в природе не существует. Это физическая идеализация, применяемая в термодинамике. Несмотря на то, что оно ничего не отражает, оно может испускать электромагнитное излучение любой частоты и визуально иметь цвет. Спектр излучения АЧТ определяется только его температурой.

Устройство, приближающееся по своим свойствам к абсолютно черному телу, представляет собой почти замкнутую полость, снабженную малым отверстием. Излучение, проникающее внутрь через отверстие, прежде чем выйти обратно из отверстия, претерпевает многократные отражения. При этом лучистая энергия частично поглощается, рассеивается, отражается вновь и т. д., пока не поглотится почти что полностью. Если стенки полости поддерживать при постоянной температуре, то из отверстия выходит излучение, весьма близкое по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела при той же температуре.

### 3. Закон Кирхгофа

Тепловое равновесие имеет динамический характер, т. е. при одинаковых температурах тел излучение и поглощение энергии происходит так, что в единицу времени тело столько же излучает тепла, сколько оно его поглощает. Очевидно, что если два тела обладают различной способностью к поглощению, то их способность к испусканию также неодинакова.

В 1859 г. Кирхгоф сформулировал это утверждение в виде строго количественного закона, играющего важную роль во всех вопросах теплового излучения: **отношение испускательной к поглощательной способности не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты (длины волны) и температуры:**

$$\left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_3 = \dots = f(\omega, T). \quad (1.4)$$

*Сами величины  $a_{\omega,T}$  и  $r_{\omega,T}$  для различных тел могут сильно различаться. Отношение же их оказывается одинаковым для всех тел.*

*Для абсолютно черного тела поглощательная способность равна единице. Следовательно, универсальная функция Кирхгофа  $f(\omega, T)$  имеет смысл испускательной способности абсолютно черного тела  $r^* = f(\omega, T)$ . Определение вида данной функции явилось основной задачей в теории теплового излучения.*

#### 4. Закон Стефана – Больцмана и закон смещения Вина

Задача нахождения функции Кирхгофа – это найти зависимость энергии излучения от температуры для различных частот. Решение было получено не сразу. Сначала был установлен теоретически и экспериментально закон зависимости суммарного излучения (энергетической светимости) черного тела от температуры (закон Стефана – Больцмана). Найден весьма точный экспериментальный вид зависимости испускательной способности от частоты и температуры (закон Вина). И, наконец, после ряда неудачных попыток, имеющих огромное значение для понимания вопроса, Планку удалось найти окончательное теоретическое решение задачи. Оно было найдено только путем решительного принципиального изменения основных положений физики, путем создания теории квантов, заложившей принципиально новую базу физической науки. Эта новая теория оказалась столь важной и плодотворной, что дальнейшее развитие ее составило главное содержание теоретической физики на все последующие годы и охватило почти все области науки.

В 1879 г. Стефан на основании анализа собственных измерений и данных других исследователей пришел к выводу, что энергетическая светимость  $R$  любого тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Однако последующие более точные измерения показали ошибочность его выводов.

В 1884 г. Больцман, исходя из термодинамических соображений, теоретически показал, что **энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры:**

$$R^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (1.5)$$

где  $\sigma$  – постоянная.

Таким образом, вывод Стефана оказался справедлив лишь для абсолютно черных тел. Тщательные измерения, проведенные позднее для модели абсолютно черного тела, позволили подтвердить выводы Больцмана и определить постоянную  $\sigma$ . По современным измерениям  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ . Соотношение между энергетической светимостью абсолютно черного тела и его абсолютной температурой  $R^* = \sigma T^4$



получило название закона Стефана – Больцмана, а константа  $\sigma$  – постоянной Стефана – Больцмана.

В 1893 г. Вин теоретически получил ряд важных результатов. Одним из них является **закон смещения Вина: частота, соответствующая максимальному значению испускательной способности абсолютно черного тела, прямо пропорциональна его термодинамической температуре.**

На графике (рис. 1.1) положение максимума функции Кирхгофа смещается согласно закону Вина с повышением температуры в область больших частот. Площадь, охватываемая кривой, согласно соотношению (1.3) дает значение энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре. Видно, что энергетическая светимость сильно возрастает с увеличением температуры, что соответствует закону Стефана – Больцмана. Полученные Вином теоретические результаты полностью согласовывались с результатами экспериментов.

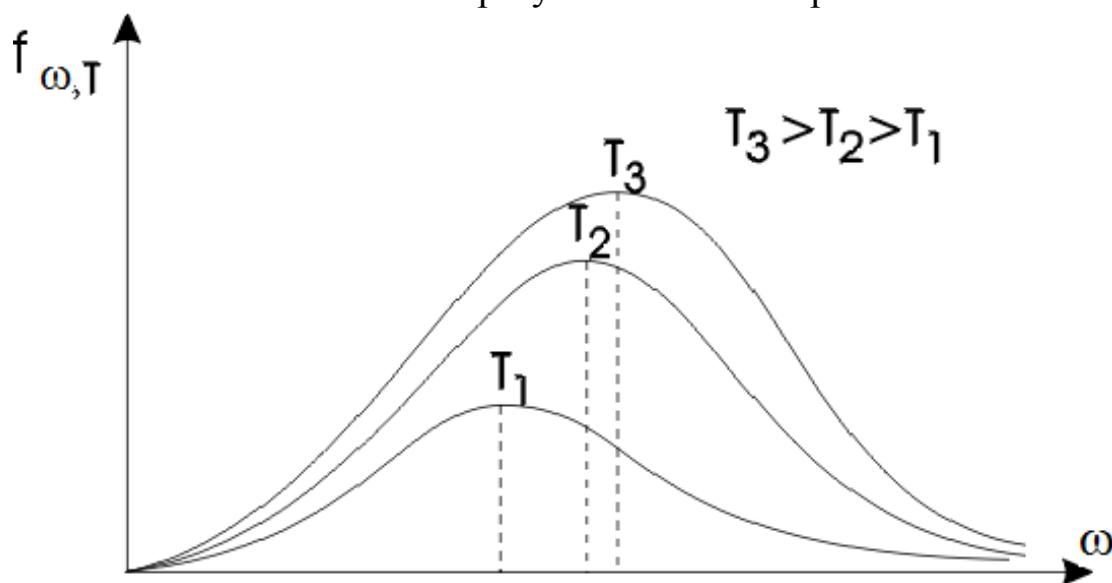


Рис. 1.1

В практических целях часто используется **другая форма закона смещения Вина: длина волны  $\lambda_m$ , соответствующая максимальному значению испускательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре:**

$$\boxed{\lambda_m T = b} \quad (1.6)$$

Экспериментальное значение константы  $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ .

## 5. Формула Рэля – Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа

Окружим излучающее тело идеально отражающей оболочкой. В этом случае излучение, испускаемое телом, не будет рассеиваться по пространству, а, отражаясь стенками, сохранится в пределах полости, и, падая вновь на излучающее тело, поглотится им частично или полностью. Следовательно, будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и заполняющим оболочку излучением. Если распределение энергии между телом и излучением остается неизменным для каждой длины волны, состояние системы тело-излучение будет равновесным.

В равновесном состоянии энергия излучения будет распределена в объеме полости с определенной плотностью  $u = u(T)$ . Спектральное распределение этой энергии можно охарактеризовать функцией  $u(\omega, T)$ :

$$u(T) = \int_0^{\infty} du_{\omega} = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega, \quad (1.7)$$

где  $du_{\omega}$  – доля плотности энергии, приходящаяся на интервал частот  $d\omega$ .

Между равновесной плотностью энергии теплового излучения и испускательной способностью абсолютно черного тела существует следующая связь:

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T), \quad (1.8)$$

где  $c$  – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме, т. е. скорость света.

Д. Рэлей и Д. Джинс применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы, получили формулу (без вывода)

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT, \quad (1.9)$$

где  $kT$  – средняя энергия осциллятора с собственной циклической частотой.

Выражение (1.9) и называют **формулой Релея – Джинса**.

Эта формула *удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными лишь при малых частотах (больших длинах волн) и резко расходится для больших частот (малых длин волн)*. Интегрирование выражения (1.9) по  $\omega$  в пределах от 0 до  $\infty$  дает для энергетической светимости тела бесконечно большое значение (рис. 1.2). Этот результат, получивший название **ультрафиолетовой катастрофы**, также находится в противоречии с опытом. Расхождение формулы Релея – Джинса с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической физики (см. рис. 1.2).

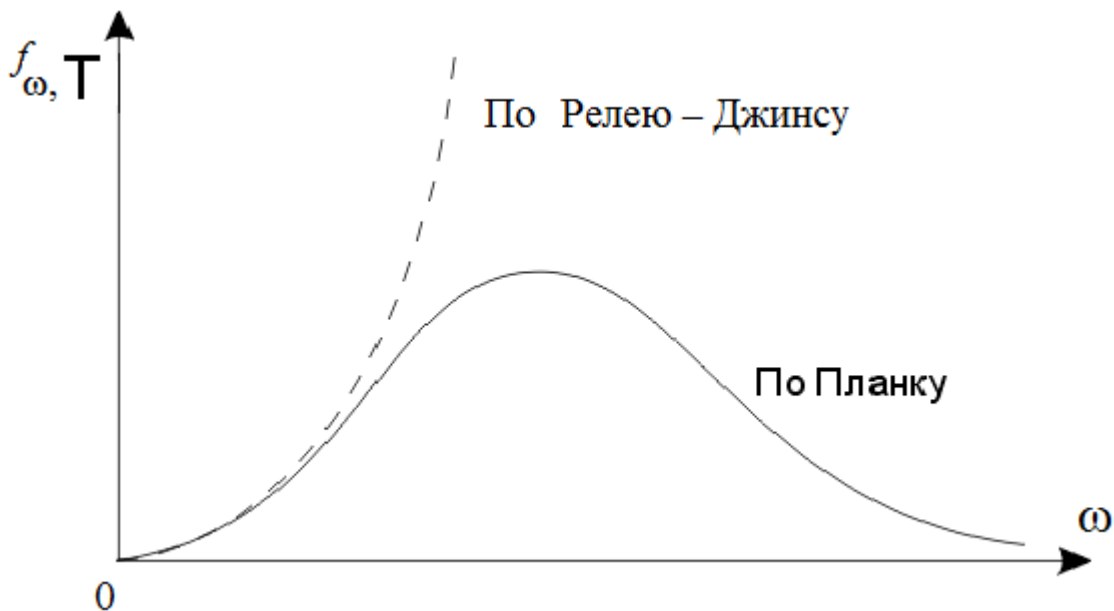


Рис. 1.2

### **6. Формула Планка**

В 1900 г. М. Планку удалось найти вид функции  $u(\omega, T)$  (а следовательно и  $f(\omega, T)$ ), в точности соответствующей опытным данным, и **впервые дать теоретическое обоснование спектральным закономерностям черного излучения.**

В своих расчетах Планк выбрал модель излучающей системы в виде **совокупности линейных гармонических осцилляторов со всевозможными собственными частотами.** (Напомним, что линейный гармонический осциллятор – это система, совершающая гармонические

линейные колебания. Гармоническим осциллятором можно назвать пружинный маятник, математический маятник, колебательный контур, электрический диполь, стоячую волну внутри полости). По классическим законам излучающий осциллятор может испустить за единицу времени любое количество энергии. При расчете совокупности гармонических осцилляторов, подчиняющихся классическим законам, Планк нашел для функции Кирхгофа выражение, уже известное как формула Рэля – Джинса. Анализируя полученные результаты, он пришел к выводу, что причина неудачи лежит в неприменимости законов классической физики к атомным осцилляторам, и выдвинул так называемую квантовую гипотезу. **Гармонический осциллятор с частотой  $\omega$  может обладать только таким количеством энергии, в котором содержится целое число элементарных порций  $\hbar\omega$ . В соответствии с этой гипотезой излучение осциллятора идет в виде отдельных порций, которые получили название квантов энергии. Величина кванта пропорциональна частоте излучения:  $\varepsilon = \hbar\omega$ .** Коэффициент пропорциональности получил название постоянной Планка. Значение  $\hbar$ , определенное из экспериментов, равно  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж · с.

Учитывая, что распределение осцилляторов по возможным энергетическим состояниям подчиняется закону распределения Больцмана, средняя энергия осциллятора в соответствии с квантовой гипотезой

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \neq kT. \quad (1.10)$$

Для плотности энергии получено выражение

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (1.11)$$

Запишем окончательный вид функции Кирхгофа, полученный Планком:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1} \quad (1.12)$$

Эта формула точно согласуется с экспериментальными данными во всем интервале частот от 0 до  $\infty$ .

В области малых частот (или больших длин волн)  $\hbar\omega/kT \ll 1$   
 $e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT}$ , в результате чего формула Планка (1.12) переходит в формулу Рэля – Джинса (1.9). Это показывает, что в области низких частот теория Планка не противоречит классической теории.

Можно убедиться в том, что формула Планка включает в себе все упомянутые выше законы теплового излучения абсолютно черного тела, а именно законы Стефана – Больцмана и Вина.

Энергетическую светимость  $R$  абсолютно черного тела можно найти интегрированием по частоте:

$$R = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{(\hbar\omega/kT)} - 1} d\omega.$$

Вычислив интеграл, получим  $R = \sigma T^4$ , т. е. формулу Стефана – Больцмана. Формула Планка позволяет также вычислить экспериментально найденные константы  $\sigma$  и  $b$ , используя универсальные постоянные  $\hbar$ ,  $k$  и  $c$ .

Таким образом, формула Планка дает исчерпывающее описание равновесного теплового излучения.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что такое тепловое излучение?
2. Что такое абсолютно черное тело?
3. Как и во сколько раз изменится энергетическая светимость черного тела, если его термодинамическая температура увеличится втрое?
4. В область каких длин волн сместится максимум испускательной способности абсолютно черного тела при уменьшении термодинамической температуры?
5. В чем состоит ультрафиолетовая катастрофа?
6. При каких условиях из формулы Планка можно получить формулу Рэля – Джинса?

## КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

### План

1. Фотоэлектрический эффект.
2. Фотоны.
3. Эффект Комптона.

### **1. Фотоэлектрический эффект**

Квантовая гипотеза Планка привела в дальнейшем к представлению о том, что свет не только испускается, но и поглощается отдельными порциями – квантами. Она нашла свое подтверждение и дальнейшее развитие в ряде явлений таких, как фотоэффект, эффект Комптона и др.

**Внешним фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света.** Впервые Герц в 1887 г. обнаружил, что проскакивание искры между шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить ультрафиолетовым светом. Это явление, как показали опыты А. Г. Столетова (1888 – 1890 гг.), обусловлено выбиванием под действием света отрицательных зарядов из металлического катода разрядника. На основании своих опытов А. Г. Столетов пришел к следующим выводам: 1) наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи; 2) сила тока возрастает с увеличением освещенности пластины; 3) испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак.

Для изучения фотоэффекта пользуются вакуумной трубкой. Катод в фотоэлементе  $\Phi$ , покрытый исследуемым металлом, освещается монохроматическим светом. Внутри трубки поддерживается высокий вакуум, так как присутствие газов осложняет условия выхода и переноса зарядов. Между анодом и катодом с помощью батареи создается разность потенциалов. Электроны, освобожденные светом, под действием напряжения между анодом и катодом движутся на анод и далее следуют по проводам через гальванометр  $\Gamma$ , замыкая ток в цепи (рис. 2.1).

При неосвещенном катоде ток в цепи фотоэлемента отсутствует.

Зависимость фототока от напряжения можно представить в виде графика (рис. 2.2).

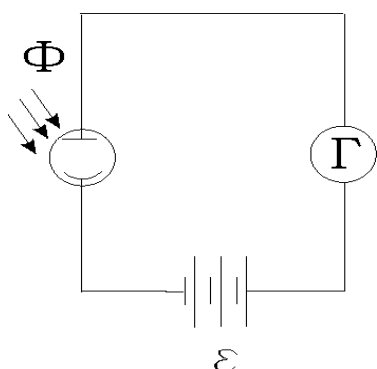


Рис. 2.1

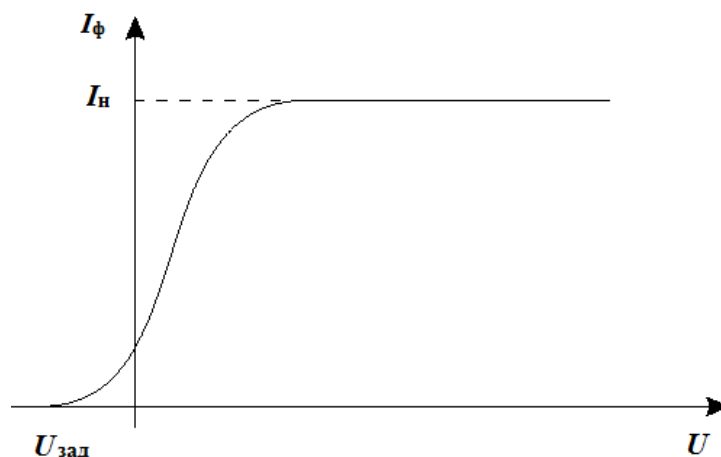


Рис. 2.2

Существование фототока в области отрицательных напряжений объясняется тем, что фотоэлектроны обладают отличной от нуля кинетической энергией. За счет уменьшения этой энергии они могут совершать работу против сил задерживающего электрического поля в трубке и достигать анода. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов  $v_{\max}$  связана с величиной задерживающего напряжения  $U_{\text{зад}}$  соотношением

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = e U_{\text{зад}}}, \quad (2.1)$$

где  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона соответственно.

При  $U \leq U_{\text{зад}}$  фототок равен нулю. По мере увеличения напряжения ток постепенно возрастает, так как все большее число фотоэлектронов достигает анода. Максимальное значение силы тока  $I_n$  называется **фототоком насыщения** и соответствует таким значениям напряжения, при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода.

Опытным путем установлены следующие **основные законы фотоэффекта**:

1. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.

2. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. характерная минимальная частота света  $\omega_0$  (или максимальная длина волны  $\lambda_0$ ), при которой еще возможен

**фотоэффект. Красная граница зависит от химической природы вещества и состояния его поверхности.**

**3. Количество испускаемых с катода электронов пропорционально интенсивности светового излучения (фототок насыщения пропорционален энергетической освещенности катода).**

При объяснении первого и второго законов встретились серьезные трудности. Согласно электромагнитной теории вырывание свободных электронов из металла должно являться результатом их “раскачивания” в электрическом поле световой волны. Однако в этом случае непонятно, почему максимальная начальная скорость и кинетическая энергия вылетающих фотоэлектронов зависят от частоты света, а не от амплитуды колебаний вектора напряженности электрического поля и связанной с ней интенсивностью волны. Эти факты вызывали сомнения в универсальной применимости волновой теории света.

Законы фотоэффекта находят свое объяснение в рамках квантовой теории. В 1905 г. Эйнштейн, изучая проблему возникновения и превращения света, использовал явление фотоэффекта как подтверждение своих идей. **Энергетический баланс при фотоэффекте выражается уравнением Эйнштейна**

$$\hbar\omega = A_e + \frac{m\nu_{\max}^2}{2}, \quad (2.2)$$

где  $\hbar\omega$  – энергия светового кванта, переданная электрону. Если эта энергия превышает энергию, необходимую для разрыва связи электрона с данным веществом (работу выхода  $A$ ), то электрон покидает поверхность вещества, обладая кинетической энергией, максимально возможное значение которой  $\frac{m\nu_{\max}^2}{2}$  определяется из уравнения Эйнштейна.

*Таким образом, внешний фотоэффект возможен только в том случае, когда энергия фотона  $\hbar\omega$  больше или, в крайнем случае, равна работе выхода  $A$ . Следовательно, соответствующая красной границе фотоэффекта частота равна  $\omega_0 = A/\hbar$ . Она зависит только от работы выхода электрона, т. е. от химической природы металла и состояния его поверхности.*



## 2. Фотоны

Чтобы объяснить распределение энергии в спектре равновесного теплового излучения, достаточно, как показал Планк, допустить, что свет испускается порциями  $\hbar\omega$ . Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Далее Эйнштейн выдвинул гипотезу, что **свет распространяется в пространстве также в виде дискретных частиц – фотонов.**

Фотон как частица обладает особыми свойствами хотя бы потому, что он движется со скоростью света. Поэтому формулы классической механики к движению фотона неприменимы, и нужно пользоваться релятивистскими соотношениями. Помимо энергии  $\varepsilon = \hbar\omega$  фотон должен обладать массой и импульсом. Формула для массы фотона может быть получена из формулы, выражающей взаимосвязь массы и энергии в теории относительности, и формулы энергии фотона:

$$E = mc^2, \quad E = \varepsilon = \hbar\omega, \quad m = \frac{\hbar\omega}{c^2}. \quad (2.3)$$

Согласно теории относительности импульс и энергия частицы, движущейся со скоростью  $v$ , равны:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (2.4)$$

Но так как фотон движется со скоростью света, то знаменатель обращается в ноль, и получаем что  $p = \infty$  и  $E = \infty$ . Это означает, что никакое тело нельзя разогнать до скорости света. В случае фотона следует считать, что его масса покоя  $m_0 = 0$ , т. е. в природе не существует покоящихся фотонов. Ясно, что приведенные формулы (2.4) оказываются непригодными, так как имеем неопределенности типа  $0/0$ . Исключив из (2.4) скорость  $v$ , получим соотношение, связывающее импульс и энергию:  $E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$ .

Для фотона  $m_0 = 0$  и  $E = \varepsilon = \hbar\omega$ , отсюда

$$p = \frac{E}{c}, \quad p = \frac{\hbar\omega}{c} = mc. \quad (2.5)$$

Так как фотон обладает импульсом, то, встречая на пути какое-нибудь препятствие, поток фотонов должен оказывать на это препят-

ствие давление подобно тому, как молекулы газа оказывают давление на стенки сосуда. *Впервые русский физик А. А. Лебедев экспериментально измерил световое давление* и подтвердил существование импульса у фотонов. Однако следует заметить, что в своих исследованиях он руководствовался не корпускулярной теорией света, а электромагнитной теорией Максвелла, которая тоже приводит к выводу о существовании светового давления. Обе теории дают одну и ту же формулу для вычисления светового давления  $P = \frac{I}{c}(1 + \rho)$ ,  $I = n\hbar\omega$  – интенсивность света ( $n$  – количество фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени);  $\rho$  – коэффициент отражения света от поверхности тела. Это объясняется тем, что связь между импульсом и энергией фотона идентична связи между энергией и импульсом электромагнитного поля  $p = E/c$ .

Если ввести волновое число  $k = 2\pi/\lambda$ , то выражение (2.4) можно переписать в форме

$$p = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \hbar k, \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}. \quad (2.6)$$

Направление импульса совпадает с направлением распространения света, характеризуемым волновым вектором  $\vec{k}$ , численно равным волновому числу.

Таким образом, фотон подобно любой движущейся частице или телу обладает энергией, массой и импульсом. Все эти три корпускулярные характеристики фотона связаны с волновыми его характеристиками – длиной волны или частотой. Корпускулярные свойства фотона не должны заставить нас забыть о том, что такие явления, как дифракция и интерференция, могут быть объяснены только на основе волновых представлений.

Следовательно, свет обнаруживает **корпускулярно-волновой дуализм** (двойственность): в одних явлениях проявляется его волновая природа, и он ведет себя как электромагнитная волна; в других – проявляется корпускулярная природа света, и он ведет себя как поток фотонов.

### 3. Эффект Комптона

Квантовые свойства света проявляются в эффекте, который обнаружил А. Комптон в 1923 г., наблюдая рассеяние монохроматического рентгеновского излучения. Схематически опыт Комптона мож-

но изобразить (рис. 2.3), на котором обозначены: ИРИ – источник рентгеновского излучения;  $D$  – фокусирующая диафрагма; РВ – рассеивающее вещество;  $\Theta$  – угол рассеивания.

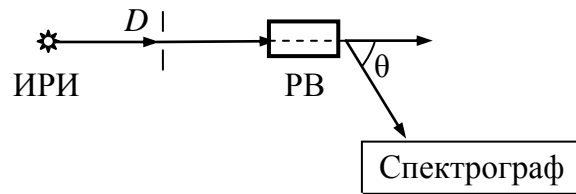


Рис. 2.3

В опыте было установлено, что в рассеянных лучах наряду с излучением первоначальной длины волны  $\lambda$  содержатся также лучи большей длины волны  $\lambda'$ . Разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  оказалась зависящей только от угла  $\theta$ , образуемого направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка. С точки зрения классической волновой теории было невозможно объяснить эффект Комптона. Согласно этой теории рассеяние света есть процесс переизлучения электромагнитных волн электронами. Электроны совершают вынужденные колебания под действием поля электромагнитной волны. Вынужденные колебания происходят на частоте вынуждающей силы. В результате в веществе должны возникать электромагнитные волны той же частоты (или длины волны).

С квантовой точки зрения рассеяние можно рассматривать как процесс упругого соударения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать внешние электроны, энергия связи которых в атоме значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении.

Пусть на покоящийся электрон падает фотон с энергией  $\hbar\omega$  и импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  (рис. 2.4).

Энергия электрона до столкновения  $E_{e1} = mc^2$ .

Энергия электрона после столкновения  $E_{e2} = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$ .

Импульс электрона до столкновения  $p = 0$ .

Импульс электрона после столкновения  $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ .

Энергия фотона до столкновения  $E_{\phi 1} = \hbar\omega$ .

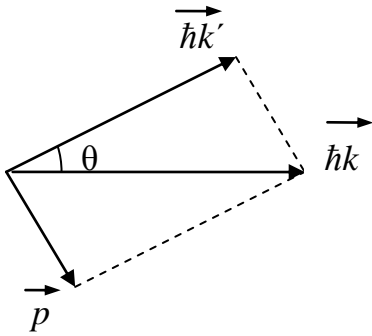


Рис. 2.4

Энергия фотона после столкновения  $E_{\phi 2} = \hbar\omega'$ .

Импульс фотона до столкновения  $\vec{p}_{\phi 1} = \hbar\vec{k}$ .

Импульс фотона после столкновения  $\vec{p}_{\phi 2} = \hbar\vec{k}'$ .

Законы сохранения энергии и импульса

$$\hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2}, \quad (2.7)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}'.$$

Перепишем первое уравнение в виде

$$\hbar \frac{\omega}{c} + mc = \hbar \frac{\omega'}{c} + \sqrt{p^2 + m^2c^2},$$

или

$$\hbar k + mc = \hbar k' + \sqrt{p^2 + m^2c^2}, \quad (2.8)$$

$$\hbar(k - k') + mc = \sqrt{p^2 + m^2c^2}.$$

Решая систему уравнений (2.7), с учетом преобразований (2.8) получим

$$\frac{2\pi}{k'} - \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta), \quad \lambda = \frac{2\pi}{k},$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta),$$

или

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)},$$

где  $\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{mc}$  – комптоновская длина волны (в данном случае, электрона). В эффекте Комптона рентгеновский фотон проявляет корпускулярные свойства.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Как изменится фототок насыщения с уменьшением освещенности при данной частоте?
2. Как будет уменьшаться максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона при увеличении частоты падающего излучения, а также его интенсивности?
3. Нарисуйте вольт-амперные характеристики, соответствующие двум различным частотам (при заданной освещенности).
4. Нарисуйте вольт-амперные характеристики, соответствующие двум различным освещенностям (при заданной частоте).
5. Найдите отношение давлений света на зеркальную и черную поверхности.
6. В чем различие характера взаимодействия при эффекте Комптона и фотоэффекте?
7. В каких случаях свет проявляет корпускулярную природу, а в каких волновую?

### Лекция № 3

## **СТРОЕНИЕ АТОМА**

### План

1. Явления, подтверждающие сложное строение атома.
2. Спектральные закономерности.
3. Модель атома Резерфорда.
4. Постулаты Бора.
5. Атом водорода.

#### ***1. Явления, подтверждающие сложное строение атома***

Первоначально высказанная в виде догадки идея об атомном строении вещества по мере развития науки подтверждалась все большим числом опытов и в XIX в. превратилась в общепризнанную теорию. Вплоть до конца XIX в. атомы считались вечными неизменными и неделимыми частицами материи, не имеющими внутренней структуры. Однако во второй половине XIX в. было обнаружено много та-

ких явлений, которые ставили под сомнение предположение об отсутствии внутренней структуры у атомов. Перечислим основные:

1. Электризация – электрические заряды как положительные, так и отрицательные должны входить в состав атомов.

2. Исследование оптических спектров химических элементов – атомы каждого химического элемента дают свое собственное излучение. Из электромагнитной теории света следует, что излучение атомов имеет электромагнитную природу, т. е. должно создаваться тем или иным движением зарядов, входящих в состав атома.

3. Открытая Д. И. Менделеевым в 1869 г. периодичность свойств химических элементов свидетельствовала о повторяющихся комбинациях электрических зарядов внутри атомов.

4. Законы электролиза, установленные М. Фарадеем.

5. При опытах с рентгеновскими лучами и по фотоэффекту были обнаружены отрицательные и абсолютно одинаковые частицы, названные в 1891 г. электронами.

6. Открытие Беккерелем в 1896 г. излучения, источником которого являлись урановые руды и природа которого была не ясна. Последующие исследования П. и М. Кюри, Резерфорда показали, что это излучение имеет сложный характер и может быть разделено на лучи трех видов:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ;  $\alpha$ -лучи оказались состоящими из дважды ионизированных атомов гелия, получивших название  $\alpha$ -частиц,  $\beta$ -лучи – потоком быстрых электронов ( $\beta$ -частицы),  $\gamma$ -лучи – очень короткими электромагнитными волнами.

## ***2. Спектральные закономерности***

Изучение атомных спектров послужило ключом к познанию строения атома. Излучение невзаимодействующих атомов состоит из отдельных спектральных линий. Такой спектр испускания атомов называется линейчатым. Было замечено, что линии в спектре расположены не беспорядочно, а объединяются в группы или, как их называют, в **серии**. Линии располагаются в определенном порядке.

В 1885 г. Бальмер обнаружил, что длины волн, соответствующие линиям видимой части спектра атома водорода, могут быть точно представлены в виде

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

где  $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – константа, получившая название постоянной Ридберга, работы которого были известны в области спектроскопии. Эта формула получила название формулы Бальмера, а соответствующая серия спектральных линий – серии Бальмера.

Дальнейшие опыты показали, что открытые позже линии водорода, лежащие в ультрафиолетовой (серия Лаймана) и в инфракрасной областях (серия Пашена), укладываются в аналогичные формулы. Обобщенная формула Бальмера включает все линии водородного спектра

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , причем  $m > n$ . Число  $n$  определяет серию:  $n = 1$  – серия Лаймана,  $n = 2$  – серия Бальмера,  $n = 3$  – серия Пашена и т. д. Число  $m$  – номер отдельной линии в данной серии.

Установленные сериальные закономерности, универсальность постоянной Ридберга свидетельствовали о глубоком физическом смысле открытых законов. Трудно было себе представить возможность излучения целого ряда частот таким простым атомом, как атом водорода.

### **3. Модель атома Резерфорда**

Важнейшим шагом вперед явилась попытка непосредственного опытного зондирования внутренних областей атома с целью установления пространственного распределения зарядов в атоме. Такое *зондирование осуществил Резерфорд с помощью  $\alpha$ -частиц, наблюдая изменение направления их полета (рассеяние) при прохождении через тонкие слои вещества.*

Опыты Резерфорда показали, что наряду со случаями отклонения  $\alpha$ -частиц в основном на малые углы происходят столкновения, вызывающие отклонения на углы вплоть до  $180^\circ$ . Проанализировав результаты опыта, Резерфорд пришел к выводу, что столь сильное отклонение  $\alpha$ -частиц возможно только в случае, если внутри атома имеется чрезвычайно сильное электрическое поле. Это поле создается зарядом, связанным с большой массой и сконцентрированным в очень маленьком объеме.

Основываясь на этом выводе, *Резерфорд предложил в 1911 г. ядерную модель атома: атом представляет собой систему зарядов,*

*в центре которой расположено тяжелое положительное ядро с зарядом  $Ze$ , имеющее размеры, не превышающие  $10^{-14}$  м. Вокруг ядра в области с линейными размерами порядка  $10^{-10}$  м расположено  $Z$  электронов, распределенных по всему объему, занимаемому атомом. Почти вся масса атома сосредоточена в ядре. Созданная Резерфордом модель напоминала строение солнечной системы, где вокруг массивного Солнца движутся сравнительно легкие планеты, поэтому такую модель строения атома называли **планетарной**.*

Итак, результаты опытов по рассеянию  $\alpha$ -частиц свидетельствуют в пользу ядерной модели Резерфорда. Однако ядерная модель оказалась в противоречии с законами классической механики и электродинамики. Поскольку система неподвижных зарядов не может находиться в устойчивом состоянии, под действием кулоновских сил электроны сразу упали бы на ядро, Резерфорду пришлось отказаться от статической модели атома и предположить, что электроны движутся вокруг ядра, описывая искривленные траектории. Но в этом случае электрон будет двигаться с ускорением, непрерывно излучая электромагнитные волны согласно классической электродинамике. Процесс излучения сопровождается потерей энергии, так что в конечном счете электрон должен упасть на ядро. Такая модель также не объясняла спектральных закономерностей. Электрон, приближаясь к ядру, должен двигаться все быстрее, порождая все более короткие электромагнитные волны, в этом случае спектр излучения должен быть сплошным.

Недостатки модели: *непрерывная потеря электроном энергии в виде излучения электромагнитных волн; неустойчивость атома; сплошной спектр излучения. В действительности атом – устойчивая система; излучение имеет линейчатый спектр.*

Для объяснения этих противоречий можно было выдвинуть два предположения: считать, либо, что предложенная Резерфордом ядерная модель атома не соответствует действительности, либо что законы классической физики имеют ограниченное значение и не могут применяться к движению таких маленьких частиц материи, как электрон.

Заменить ядерную модель атома другой моделью, которая соответствовала бы опытам Резерфорда и не противоречила бы классической физике, не удалось.



#### 4. Постулаты Бора

Выход из затруднения был предложен Н. Бором. Опираясь на идеи квантовой теории Планка, Бор предположил, что и в случае атома Резерфорда непрерывное излучение, требуемое классической электродинамикой, невозможно. Для истолкования линейчатых спектров Бор предположил, что излучение обладает частотой, определяемой из следующего условия:

$$\hbar\omega = E_m - E_n,$$

где  $E_m$  и  $E_n$  – энергии системы до и после излучения соответственно.

Исходя из этого закона, можно заключить, что спектры не дают нам картины движения частиц в атоме, как принимается в классической теории излучения, а позволяют судить лишь об изменениях энергии при различных возможных процессах в атоме. Дискретный характер спектральных линий свидетельствует о существовании определенных дискретных значений энергии, соответствующих особым состояниям атома. Эти состояния Бор назвал стационарными, ибо предположил, что атом может пребывать в каждом из них определенное время и, покидая его, снова попадает в другое стационарное состояние, изменяя свою энергию на конечную величину.

В 1913 г. Бор сформулировал два постулата:

##### 1. Первый постулат (постулат стационарных состояний).

*Существуют стационарные состояния атома, находясь в которых он не излучает энергию. Этим стационарным состояниям соответствуют определенные (стационарные) орбиты, по которым движутся электроны.*

**Правило квантования орбит.** *Из всех орбит электрона, возможных с точки зрения классической механики, осуществляются только те, для которых момент импульса равен величине, кратной постоянной Планка  $L_n = m_e v_n r_n = n\hbar$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  – целое число,  $m$  – масса электрона;  $v$  – скорость электрона;  $r$  – радиус орбиты.*

**2. Второй постулат (правило частот).** *При переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один фотон*

$$\hbar\omega = E_m - E_n.$$

## 5. Атом водорода

Рассмотрим электрон, движущийся в поле атомного ядра с зарядом  $Ze$ . При  $Z = 1$  такая система соответствует атому водорода, при иных  $Z$  – водородоподобному атому, т. е. иону, имеющему порядковый номер  $Z$  в Периодической системе элементов Д. И. Менделеева, и один электрон. Согласно закону Кулона между двумя точечными зарядами будет действовать сила

$$F_{\kappa} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}.$$

По закону динамики

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}. \quad (3.1)$$

Используя правило квантования орбит (первый постулат) и исключая скорость, получим для радиусов допустимых орбит:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e Ze^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2)$$

Радиус первой боровской орбиты атома водорода

$$r_1 = a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона (ядро неподвижно) и энергии взаимодействия электрона с ядром – потенциальной энергии, а также, используя (3.1), получим:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}; \quad \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r},$$
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r}.$$

Подставив сюда выражение для радиуса орбиты (3.2), получим

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e Z^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad (3.3)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  – номер орбиты.

Из формулы следует, что энергетические состояния атома водорода образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от числа  $n$ . Энергетическое состоя-

ние, соответствующее  $n = 1$ , называется основным, или невозбужденным, состоянием. Все состояния с  $n > 1$  называются возбужденными.

При возрастании  $n$  энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей  $n = \infty$ . При этом энергия электрона в атоме равна нулю. Знак минус в формуле показывает, что электрон связан в атоме силой притяжения к ядру. Абсолютное значение энергии является энергией связи электрона в атоме, находящемся в состоянии  $n$ . Значение энергии связи  $E_n = 0$  соответствует ионизации атома, т. е. отрыву от него электрона. Для основного состояния энергия ионизации атома водорода, рассчитанная по формуле (3.3), равна 13,6 эВ.

При переходе атома водорода из состояния  $m$  в состояние  $n$   $m > n$ , излучается фотон, так как энергия  $E_m > E_n$  по модулю:

$$\hbar\omega = E_m - E_n = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

$$\omega = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Переписав это соотношение для  $1/\lambda$ , получим обобщенную формулу Бальмера

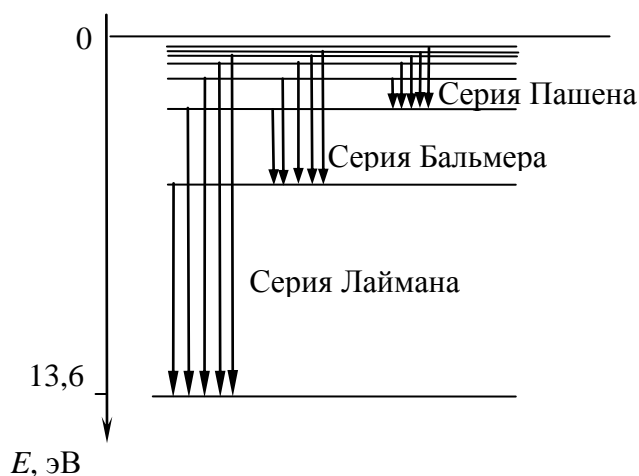
$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{4\pi c \hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Здесь постоянная Ридберга определяется подстановкой численных значений универсальных физических констант и поразительно совпадает с известным из опытов значением этой постоянной.

На рисунке приведена схема энергетических уровней атома водорода. Стрелками указаны переходы, соответствующие излучению различных спектральных серий.

**Постулаты Бора о существовании стационарных состояний атомов и правило частот** нашли свое экспериментальное подтверждение в опытах Франка и Герца в 1913 г. В опытах изучались столкновения электронов с атомами. Первые опыты были поставлены на парах ртути. Электроны, встречающие на своем пути атомы ртути, испытывали с ними соударения двух видов. При упругих столкновениях энергия электронов не изменялась, а изменялось лишь направление их движения. Это хотя и затрудняло попадание электронов на

анод, однако не могло служить причиной полного отсутствия анодного тока, который возрастал с увеличением разности потенциалов. При



неупругих столкновениях электрон терял свою энергию, передавая ее атому ртути. В соответствии с постулатами Бора атом не может принять энергию в любом количестве, а лишь определенную порцию, переходя при этом в возбужденное состояние. Ближайшим к основному состоя-

нию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 эВ. Таким образом, при напряжении 4,86 В должно происходить резкое падение анодного тока, что и наблюдалось в эксперименте. Аналогичная ситуация должна повторяться при напряжениях, кратных 4,86 эВ. Правило частот также подтвердилось на эксперименте. Ртутные пары, переходя из возбужденного состояния в основное, излучали ультрафиолетовые волны с длиной волны, соответствующей первой резонансной линии в спектре ртути.

Теория Бора сыграла важную роль в создании атомной физики. Особенно велика ее роль в развитии атомной спектроскопии, где огромный экспериментальный материал с помощью теории Бора был систематизирован и сведен к определенным полуэмпирическим закономерностям.

Однако наряду с определенными успехами в теории Бора с самого начала обнаружались существенные **недостатки**. Теория была внутренне противоречива. Основываясь на механическом соединении классической физики с квантовыми постулатами, теория Бора в ряде проблем привела к существенным трудностям. Наиболее серьезной неудачей в теории Бора явилась абсолютная невозможность с ее помощью создать теорию атома гелия, содержащего помимо ядра два электрона. Постепенно становилось очевидным, что теория Бора представляла собой лишь переходный этап на пути создания последовательной теории атомных и ядерных явлений. **Такой последова-**

тельной теорией явилась квантовая (волновая) механика. Она объяснила не только многообразие явлений атомной и ядерной физики, но и физическое содержание самих постулатов Бора.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Каковы недостатки модели атома Резерфорда?
2. Какая серия спектральных линий относится к видимой области спектра? Лаймана? Бальмера? Пашена?
3. Каков смысл постулатов Бора?
4. Как с помощью постулатов Бора объясняется линейчатый спектр атома?
5. Какова суть опытов Франка и Герца?
6. В чем состоят недостатки теории Бора?

## Лекция № 4

### **ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ**

#### План

1. Гипотеза де Бройля.
2. Дифракция рентгеновских лучей на кристалле.
3. Экспериментальное подтверждение волновых свойств микрочастиц.
4. Соотношение неопределенностей.

#### **1. Гипотеза де Бройля**

Недостатки в теории Бора свидетельствовали о необходимости пересмотра представлений о природе микрочастиц (электронов, протонов). Развитие теории света привело к пониманию того, что фотон подобно любой движущейся частице или телу обладает энергией, массой и импульсом. Все эти три корпускулярные характеристики фотона связаны с волновыми его характеристиками – длиной волны или частотой. Следовательно, свет обнаруживает корпускулярно-волновой дуализм: в одних явлениях проявляется его волновая природа и он ведет себя как электромагнитная волна; в других – корпускулярная природа света и он ведет себя как поток фотонов.

В 1923 г. Луи де Бройль выдвинул смелую гипотезу, что дуализм не является особенностью одних только оптических явлений, а имеет универсальное значение, т. е. одновременное проявление корпускулярных и волновых свойств присуще любому материальному объекту. Допуская, что **частицы вещества наряду с корпускулярными свойствами имеют также и волновые**, де Бройль предположил, что если для фотона мы имели энергию  $E = \hbar\omega$  и импульс  $p = 2\pi\hbar/\lambda$ , то для микрочастицы можно определить соответствующую длину волны

$$\lambda = 2\pi\hbar/p = 2\pi\hbar/mv$$

и частоту

$$\omega = E/\hbar.$$

Идея была лишь теоретической гипотезой, так как не существовало фактов, которые подтверждали бы экспериментально существование волновых свойств частиц. В этом заключалось существенное отличие гипотезы де Бройля о волновых свойствах частиц от гипотезы Эйнштейна о существовании фотонов, выдвинутой им после открытия явления фотоэффекта.

Если электрон обладает волновыми свойствами, то он должен проявлять эти свойства в таких принципиально волновых явлениях, как интерференция и дифракция.

## ***2. Дифракция рентгеновских лучей на кристалле***

**Интерференция** – явление наложения когерентных волн, при котором происходит их взаимное усиление или ослабление в зависимости от разности фаз.

Условие максимума выполняется при синфазном сложении. Оптическая разность хода при этом равна четному числу полуволен

$$\Delta = 2n \frac{\lambda}{2} = n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, 3... .$$

Условие минимума – противофазное сложение. Оптическая разность хода равна нечетному числу полуволен

$$\Delta = (2n - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3... .$$

**Дифракция** – явление огибания волнами препятствий и попадания волн в область геометрической тени. Например дифракция све-

та на дифракционной решетке, т. е. системе из прозрачных и непрозрачных полос.

Для того чтобы явление дифракции было достаточно ярко выражено, длина волны должна быть сравнима с размерами препятствия.

Для электрона, ускоряющегося в электрическом поле, кинетическая энергия

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}, \quad \frac{p^2}{2m} = eU_{\text{уск}}, \quad p = \sqrt{2meU_{\text{уск}}},$$

где  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона;  $v$  – скорость электрона;  $p$  – импульс;  $U$  – ускоряющее напряжение.

Согласно формуле де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU_{\text{уск}}}}. \quad (*)$$

При значении ускоряющей разности потенциалов  $U = 100$  В получим значение  $\lambda \sim 1\text{Å}$  ( $1\text{Å} = 10^{-10}\text{м}$ ).

Создать искусственную дифракционную решетку для такого излучения невозможно. Дифракцию можно наблюдать при прохождении рентгеновских лучей через естественную трехмерную дифракционную решетку – кристалл.

Рассмотрим схему дифракции рентгеновских лучей на кристалле (рис. 4.1).

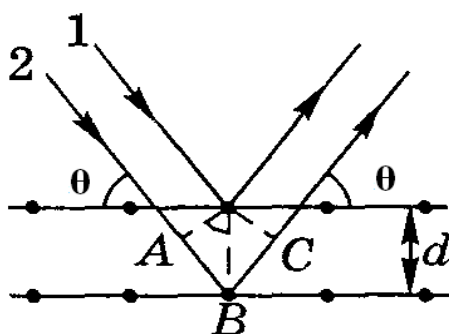


Рис. 4.1

Дифракционные максимумы образуются при отражении лучей от атомных плоскостей кристалла и их когерентном сложении. Условие максимума интерференции – оптическая разность хода

$$ABC = 2d\sin\theta = n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

где  $d$  – расстояние между атомными плоскостями;  $\theta$  – угол скольжения.

Получаем формулу Вульфа – Брэгга для дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке

$$2d\sin\theta = n\lambda.$$

### 3. Экспериментальное подтверждение волновых свойств микрочастиц

Гипотеза де Бройля была экспериментально подтверждена в 1927 г. в опытах Дэвиссона и Джермера. Они исследовали отражение электронов от монокристалла никеля (рис. 4.2).

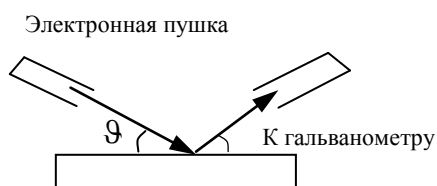


Рис. 4.2

Рассмотрим принципиальную схему установки. Узкий пучок моноэнергетических электронов разгонялся ускоряющим напряжением  $U_{\text{уск}}$  и направлялся на поверхность монокристалла. Отраженные электроны улавливались детек-

тором, соединенным с гальванометром. Интенсивность отраженного пучка оценивалась по силе тока, измеряемой гальванометром.

Следовательно, *если электроны обладают волновыми свойствами, то они должны испытывать дифракцию на кристалле так же, как и рентгеновское излучение, т. е. в соответствии с формулой Вульфа – Брэгга:*

$$2d\sin\theta = n\lambda.$$

В одном из опытов при неизменном фиксированном угле падения электронного пучка на кристалл изменялось ускоряющее напряжение, т. е. скорости электронов. Из формулы Вульфа – Брэгга, учитывая выражение для длины волны де Бройля, получаем:

$$\lambda = \frac{2d \sin \theta}{n}, \quad \sqrt{U_{\text{уск}}} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda\sqrt{2me}} = \frac{2\pi\hbar n}{2d \sin \theta \sqrt{2me}} = \frac{n\pi\hbar}{d \sin \theta \sqrt{2me}} = nD,$$

где  $D$  – величина, стоящая множителем при целом числе  $n$ , является постоянной в условиях опыта.

*При значениях ускоряющего напряжения, удовлетворяющих этому условию, должны наблюдаться максимумы отражения.*

По результатам эксперимента был построен график зависимости силы тока  $I$ , измеренной гальванометром, от  $\sqrt{U_{\text{уск}}}$  (рис. 4.3). Как видно из графика, значения  $\sqrt{U_{\text{уск}}}$ , соответствующие соседним максимумам отражения, отстоят друг от друга на одинаковое расстояние  $D$ .



Подстановка реальных числовых данных (значений  $d$  и  $\theta$ ) в полученную формулу для  $D$  дала прекрасное согласование с результатами опыта.

Таким образом, идея де Бройля о волновых свойствах частиц и количественное выражение – формула де Бройля – получили блестящее опытное подтверждение.

Убедимся, что гипотеза де Бройля не противоречит понятиям макроскопической физики. Возьмем пылинку массой  $m = 1$  мг, движущуюся со скоростью  $v = 1$  мкм/с. Соответствующая длина волны де Бройля

$$\lambda = 2\pi\hbar/p = 2\pi\hbar/mv = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{10^{-6} \cdot 10^{-6}} \approx 7 \cdot 10^{-22} \text{ м.}$$

То есть длина волны во много раз меньше размеров самой пылинки. В таких условиях волновые свойства не могут себя проявлять.

**Опыты Томсона и Тартаковского.** Пучок электронов пропущен через поликристаллическую фольгу. Как и в случае рентгеновского излучения, на фотопластинке, расположенной за фольгой, наблюдалась система дифракционных колец. То, что дифракционная картина создается именно электронами, а не вторичным рентгеновским излучением, доказывало, что под действием магнитного поля эта картина искажалась.

Соответствующие опыты по дифракции нейтронов и молекул также полностью подтвердили гипотезу де Бройля, т. е. было доказано, что волновые свойства являются универсальным свойством всех частиц.

**Опыты с одиночными электронами.** Возникает вопрос: наблюдаемые волновые свойства присущи только пучку частиц или отдельным частицам? Чтобы ответить на этот вопрос, в 1949 г. Фабрикант, Биберман и Сушкин осуществили опыты, в которых применялись столь слабые пучки электронов, что каждый электрон проходил через кристалл как бы поодиночке. Отдельные электроны попадали в различные точки фотопластинки совершенно беспорядочным образом, на первый взгляд. Между тем при достаточно длительной экспозиции на фотопластинке возникала дифракционная картина, идентич-

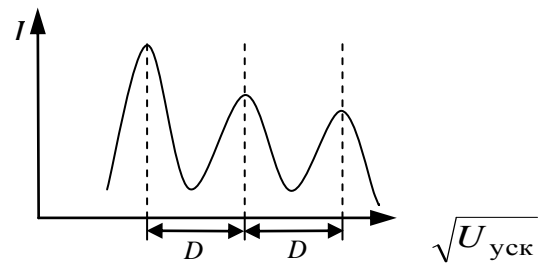


Рис. 4.3

ная картине дифракции от обычного электронного пучка. Так было доказано, что **волновыми свойствами обладают и отдельные частицы.**

#### **4. Соотношение неопределенностей**

Корпускулярно-волновая двойственность свойств микрочастиц приводит к вопросу о границе применимости понятий классической физики в микромире. В классической механике состояние материальной точки (классической частицы) определяется заданием значений координат, импульса и энергии. В квантовой механике в 1927 г. Гейзенберг установил основополагающий принцип, который называют **принципом неопределенностей**. Количественные соотношения, выражающие этот принцип в конкретных случаях, называют **соотношениями неопределенностей**. Согласно Гейзенбергу **микрочастица не может одновременно иметь точно определенную координату и соответствующую компоненту импульса**

$$\boxed{\Delta x \Delta p_x \geq \hbar},$$

где  $\Delta x$  – неопределенность координаты частицы,  $\Delta p_x$  – неопределенность импульса частицы.

Из соотношения следует, что если  $\Delta x = 0$ , т. е. координата определена точно, то импульс частицы совершенно не определен:

$$\Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{0} \rightarrow \infty.$$

Аналогичные соотношения можно записать для других компонент

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar.$$

Другими словами, классические понятия координаты и импульса применимы к микрочастицам лишь в пределах, устанавливаемых соотношениями Гейзенберга.

Для энергии и времени справедливо соотношение неопределенностей

$$\boxed{\Delta E \Delta t \geq \hbar}$$

Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Попытаемся определить значение координаты  $x$  свободно летящей микрочастицы, поставив на ее пути щель шириной  $\Delta x$ , расположенную перпендикулярно к направлению движения частицы (рис. 4.4).

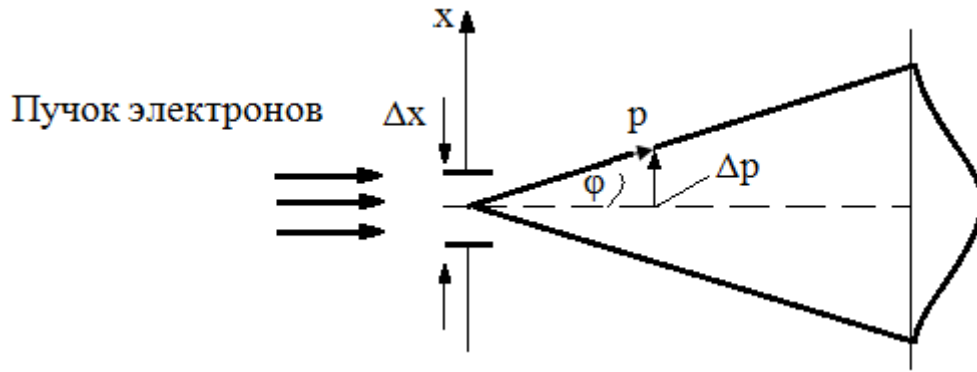


Рис. 4.4

До прохождения частицы через щель ее составляющая импульса имеет точное значение  $p_x = 0$ , зато координата  $x$  частицы не определена и  $\Delta x = \infty$ . В момент прохождения частицы через щель неопределенность координаты равна ширине щели, но исчезает определенность импульса. Из рис. 4.4 видно, что

$$\frac{\Delta p_x}{p} = \sin \varphi.$$

Вследствие дифракции имеется некоторая вероятность того, что частица будет двигаться в пределах угла  $2\varphi$ , где  $\varphi$  – угол, соответствующий первому дифракционному минимуму. Условие первого дифракционного минимума при дифракции на одной щели ширины  $\Delta x$ :

$$\Delta x \sin \varphi = \lambda.$$

Отсюда

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{\Delta x}; \quad \frac{\Delta p_x}{p} = \frac{\lambda}{\Delta x}.$$

Так как  $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$ , то

$$\frac{\Delta p_x}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p\Delta x}; \quad \Delta x \Delta p_x = 2\pi\hbar.$$

Эти рассуждения нельзя рассматривать как строгий вывод, но по порядку величины мы получили верное соотношение.

**Соотношение неопределенности показывает, что определить положение частицы в пространстве и направление ее скорости нельзя одновременно точно, поэтому к микрочастице нельзя применять понятие траектории, но с увеличением массы частицы ограничения на возможность применения классических понятий уменьшаются:**

$$\Delta x \Delta v \geq \frac{\hbar}{m},$$

т. е. чем больше масса частицы, тем меньше неопределенности ее координаты и скорости, следовательно, с тем большей точностью применимо понятие траектории.

Соотношение неопределенности позволяет объяснить тот факт, почему электрон не может упасть на ядро. Если бы электрон упал на ядро, его координаты и импульс приняли бы определенные (нулевые значения), что несовместимо с принципом неопределенности.

С помощью соотношения неопределенностей можно оценить размеры простейшего атома и минимальную энергию электрона в таком атоме.

Энергия электрона в атоме водорода равна

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}.$$

Полагая  $\Delta r \approx r$  и  $\Delta p \approx p$ , получим соотношение  $pr = \hbar$ . Тогда

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}.$$

Найдем значение  $r$ , при котором энергия  $E$  минимальна, продифференцировав по  $r$  и приравняв производную к нулю:

$$-\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 0; \quad r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}.$$

Полученное выражение совпадает с радиусом первой боровской орбиты. Подстановка в формулу для энергии дает энергию основного состояния атома водорода

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2}.$$

### Вопросы для самоконтроля

1. В чем смысл длины волны де Бройля?
2. Что показали опыты Дэвиссона и Джермера? Фабриканта, Бибермана и Сушкина?
3. В чем смысл соотношений неопределенностей Гейзенберга?
4. Как объяснить наличие естественной ширины ( $\Delta\omega$ ) спектральных линий, исходя из соотношения неопределенностей?

## УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

### План

1. Вероятностный смысл волн де Бройля. Волновая функция.
2. Нестационарное уравнение Шредингера.
3. Стационарное уравнение Шредингера.
4. Уравнение Шредингера для частицы в потенциальной яме.

### **1. Вероятностный смысл волн де Бройля. Волновая функция**

*Волны де Бройля имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии с волнами в классической физике. Это не электромагнитные волны, так как их распространение в пространстве не связано с распространением какого-либо электромагнитного поля. Вопрос о природе волн можно сформулировать как вопрос о физическом смысле амплитуды этих волн. Вместо амплитуды удобнее выбрать интенсивность волны, пропорциональную квадрату модуля амплитуды.*

Из опытов по дифракции электронов следует, что в этих экспериментах обнаруживается неодинаковое распределение пучков электронов, отраженных по различным направлениям. С волновой точки зрения наличие максимумов числа электронов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Интенсивность волн в данной точке пространства определяет плотность вероятности попадания электронов в эту точку за 1 с.

Это послужило основанием для своеобразного статистического, вероятностного истолкования волн де Бройля.

***Квадрат модуля амплитуды волн де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что частица обнаруживается в этой точке.***

*Для того чтобы описать распределение вероятности нахождения частицы в данный момент времени в некоторой точке пространства, введем функцию, которая является функцией времени и координат, обозначается греческой буквой  $\psi$  и называется **ВОЛНОВОЙ функцией**, или просто **пси-функцией**.*

По определению  $|\Psi(x)|^2 dx = dp$  – вероятность того, что частица имеет координату в пределах  $x, x + dx$ .

Если  $\Psi = \Psi(x, y, z)$ , то  $|\Psi(x, y, z)|^2 dxdydz = |\Psi|^2 dV = dp$  – вероятность того, что частица находится в объеме  $dxdydz$ .

Следовательно, вероятность того, что частица находится в элементе объема  $dV$ , пропорциональна квадрату модуля пси-функции и элементу объема  $dV$ .

Физический смысл имеет не сама функция  $\Psi$ , а квадрат ее модуля  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ , где  $\Psi^*$  – функция, комплексно сопряженная с  $\Psi$ .

**Величина  $|\Psi|^2$  имеет смысл плотности вероятности, т. е. определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства. Иными словами, определяет интенсивность волн де Бройля. Волновая функция является основной характеристикой состояния микрообъектов (элементарных частиц, атомов, молекул).**

## **2. Нестационарное уравнение Шредингера**

Уравнения Ньютона в классической механике позволяют для макроскопических тел решить основную задачу механики: по заданным силам, действующим на тело (или систему тел), и начальным условиям найти для любого момента времени координаты тела и его скорость, т. е. описать движение тела в пространстве и времени.

При постановке аналогичной задачи в квантовой механике необходимо учитывать ограничения на возможность применения к микрочастицам классических понятий координат и импульса. Поскольку состояние микрочастицы в пространстве в данный момент времени задается волновой функцией, а точнее,  $|\Psi|^2$  – вероятностью нахождения частицы в точке  $x, y, z$  в момент  $t$ , **основное уравнение квантовой механики является уравнением относительно пси-функции  $\Psi(x, y, z, t)$ .**

*Это уравнение было получено в 1926 г. Шредингером. Как и уравнения движения Ньютона, уравнение Шредингера постулируется, а не выводится. Справедливость этого уравнения доказывается тем, что полученные с его помощью выводы находятся в хорошем согласии с экспериментами.*

Уравнение Шредингера имеет вид

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}},$$

где  $m$  – масса частицы;  $i$  – мнимая единица;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа, результат действия которого на некоторую функцию

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

$U(x, y, z, t)$  – в рамках наших задач потенциальная энергия частицы, движущейся в силовом поле. Из уравнения Шредингера следует, что вид пси-функции определяется функцией  $U$ , т. е. в конечном счете характером сил, действующих на частицу.

Уравнение Шредингера дополняется важными условиями, которые накладываются на пси-функцию. Этих условий три:

1) функция  $\psi$  должна быть конечной, непрерывной и однозначной;

2) производные  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t}$  должны быть непрерывны;

3) функция  $|\Psi|^2$  должна быть интегрируема, т. е. интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz$  должен быть конечным. В простейших случаях третье условие сводится к условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dx dy dz = 1.$$

Это означает, что пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице. Первые два условия – обычные требования, накладываемые на искомое решение дифференциального уравнения.

### **3. Стационарное уравнение Шредингера**

В частном случае, если силовое поле, в котором движется частица, стационарное, то  $u(x, y, z)$  имеет смысл потенциальной энергии.

Получим уравнение Шредингера для стационарных состояний. В этом случае решение уравнения Шредингера распадается на 2 множителя, один из которых зависит только от координат, другой – только от времени:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}\right)t}, \quad (5.1)$$

где  $E$  – полная энергия частицы, которая в следующем стационарном поле остаётся const.

Подставим (5.2) в (5.1), получим:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}\right)t} \cdot \nabla^2 \psi + U \psi \cdot e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}\right)t} = i\hbar \left(-i\frac{E}{\hbar}\right) \psi \cdot e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}\right)t}. \quad (5.2)$$

Сократив на множитель  $e^{-i\left(\frac{E}{\hbar}\right)t}$ , получим стационарное уравнение Шредингера

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U \psi = E \psi}. \quad (5.3)$$

Функции  $\psi$ , удовлетворяющие уравнению Шредингера при заданной  $U$ , называются **собственными функциями**.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения вида уравнения Шредингера имеют решения не при любых значениях  $E$ , а лишь при некоторых. Значения, при которых существуют решения, называются **собственными значениями**. Физический смысл величины  $E$  – полная энергия частицы.

Совокупность собственных значений называется **спектром величины**. Если эта совокупность образует дискретную последовательность, спектр называется **дискретным**. Если собственные значения образуют непрерывную последовательность, то спектр называют **непрерывным**, или **сплошным**. Величина, имеющая дискретный спектр, называется **квантованной**.

В случае дискретного спектра собственные значения и собственные функции можно пронумеровать

$$E_1, E_2, \dots, E_n, \dots,$$

$$\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$$

Если одному собственному значению соответствует несколько собственных функций

$$E_i \rightarrow \Psi_{i1}, \Psi_{i2}, \dots, \Psi_{ik},$$

то состояние с энергией  $E_i$  называют **вырожденным**,  $k$  – **кратность вырождения**. В противном случае состояние называют **невырожденным**.



Уравнение Шредингера позволяет найти пси-функцию данного состояния и, следовательно, определить вероятность нахождения частицы в различных точках пространства. Для этого надо:

1) записать уравнение Шредингера с учетом конкретного вида потенциальной энергии;

2) решить уравнение Шредингера, т. е. найти собственные функции и собственные значения, удовлетворяющие начальным и граничным условиям.

Далее будем заниматься отысканием собственных функций и собственных значений для некоторых конкретных задач. Нахождение собственных значений и собственных функций, как правило, представляет весьма трудную математическую задачу. Прежде чем рассматривать конкретные задачи атомной физики, решим простейшие модельные задачи.

#### **4. Уравнение Шредингера для частицы в потенциальной яме**

Пусть частица движется вдоль оси  $X$ . При этом движение ограничено отрезком  $(0, l)$ . В точках  $x = 0$  и  $x = l$  установлены непроницаемые бесконечно высокие стенки. Потенциальная энергия в этом случае имеет вид

$$U = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l. \end{cases}$$

Такая зависимость потенциальной энергии от  $x$  получила название **потенциальной ямы** (рис. 5.1).

Запишем стационарное уравнение Шредингера

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

Поскольку пси-функция зависит только от координаты  $x$ , то уравнение упрощается следующим образом:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

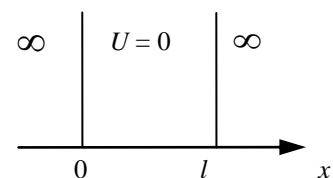


Рис. 5.1

Внутри потенциальной ямы  $U = 0$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

За пределы потенциальной ямы частица попасть не может. Поэтому вероятность обнаружения частицы вне ямы равна нулю. Соответственно и пси-функция за пределами ямы равна нулю. Из условия непрерывности следует, что  $\psi$  должна быть равна нулю и на границах ямы, т. е.  $\psi(0) = \psi(l) = 0$ . Это граничное условие, которому должны удовлетворять решения уравнения.

Введем обозначение

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$$

и получим уравнение, хорошо известное из теории колебаний:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0.$$

Решение такого уравнения имеет вид гармонической функции

$$\psi(x) = A \sin(kx + \alpha).$$

Выбор соответствующих параметров  $k$  и  $\alpha$  определяется граничными условиями, а именно,

$$\psi(0) = A \sin(0 \cdot k + \alpha) = A \sin \alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0;$$

$\psi(l) = A \sin k \cdot l = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin kl = 0 \quad \Rightarrow \quad kl = \pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$   
 $n = 0$  отпадает, так как в этом случае  $\psi = 0$  и частица нигде не находится. Следовательно, число  $k$  принимает лишь определенные дискретные значения, удовлетворяющие условию  $k = \frac{\pi n}{l}$ . Отсюда следу-

ет очень важный результат. Найдем собственные значения энергии частиц

$$\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} l = \pi n; \quad E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

т. е. энергия электрона в потенциальной яме не произвольна, а принимает дискретные значения, т. е. является **квантованной**. Величина  $E_n$  зависит от целого числа  $n$ , которое принимает значение от 1 до  $\infty$  и носит название **главного квантового числа**. Квантованные значения энергии называются **энергетическими уровнями**, а квантовое число  $n$  определяет номер энергетического уровня. Таким образом, электрон в потенциальной яме может находиться на определенном энергетическом уровне  $E_n$ , причем минимальное значение энергии, соответствующее первому энергетическому уровню, отлично от нуля:

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

Определим расстояние между соседними энергетическими уровнями

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n.$$

При больших  $m$  и  $l$  расстояние между уровнями становится мало и спектр становится квазинепрерывным. Относительное расстояние между уровнями

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} \approx \frac{1}{n} \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty,$$

т. е. спектр становится непрерывен. В этом заключается принцип соответствия Бора: при больших квантовых числах выводы и результаты квантовой механики должны соответствовать классическим результатам.

Вернемся к задаче определения собственных функций. После применения граничных условий имеем

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

Для нахождения коэффициента  $A$  воспользуемся условием нормировки

$$\int_0^l |\psi|^2 dx = \int_0^l A^2 \sin^2 \frac{\pi n}{l} x dx = A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi n}{l} x dx = 1.$$

Значение интеграла равно  $l/2$ .

$$A^2 \frac{l}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$$

Таким образом, собственные функции имеют вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Графики собственных функций имеют вид (рис. 5.2, а), квадрат модуля волновых функций – (рис. 5.2, б).

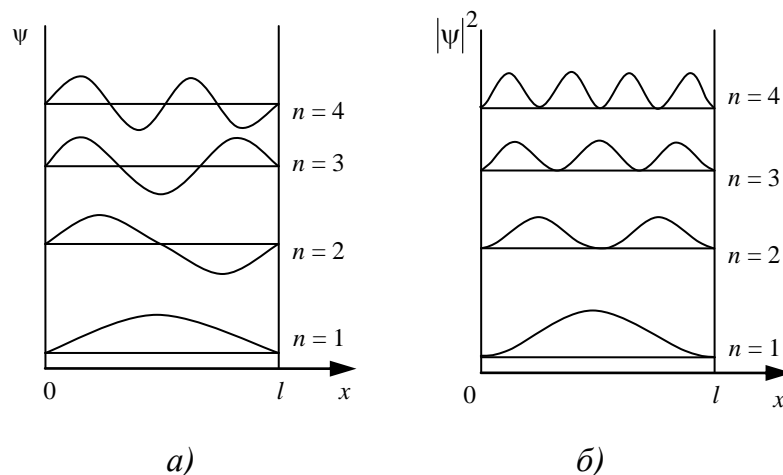


Рис. 5.2

Окончательно сформулируем основные выводы:

1. Энергетический спектр частицы в потенциальной яме дискретный – энергия квантуется.
2. Минимальное значение кинетической энергии не может быть равно нулю.
3. Дискретный характер энергетических уровней проявляется при малых  $m, l$  и  $n$ , при больших  $m, l, n$  движение становится классическим.
4. Положения микрочастицы в яме не равновероятны, а определяются собственными функциями, в то время как в случае классической частицы все положения равновероятны.

### Вопросы для самоконтроля

1. Как определить вероятность нахождения частицы в некоторой точке?
2. Что называется потенциальной ямой?
3. Каково значение уравнения Шредингера? Что позволяет найти уравнение Шредингера?
4. Какие условия накладываются на пси-функцию?
5. Каков физический смысл главного квантового числа?
6. Почему квантовая механика является статистической теорией?
7. В чем состоит принцип соответствия Бора?

## ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦЫ ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР. ЛИНЕЙНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

### План

1. Прохождение частицы через потенциальный барьер.
2. Туннельный эффект.
3. Линейный гармонический осциллятор.

### 1. Прохождение частицы через потенциальный барьер

Рассматривая задачу о частице в потенциальной яме, мы считали, что на границах ямы волновая функция становится равной нулю и вероятность обнаружить частицу за пределами ямы также равна нулю. В действительности имеется определенная вероятность обнаружить электрон за пределами потенциальной ямы. Этот результат существенно отличается от выводов классической физики. Частица, подчиняющаяся законам классической физики, может выйти из потенциальной ямы только при условии, что ее полная энергия превышает «глубину» потенциальной ямы. Стенки потенциальной ямы представляют для частицы потенциальный барьер, который она не может преодолеть. Для того чтобы частица могла выйти из потенциальной ямы или проникнуть в нее, согласно классической физике ей нужно сообщить энергию, большую высоты потенциального барьера.

Квантовая механика приводит к принципиально новому выводу о возможности прохождения частиц сквозь потенциальные барьеры.

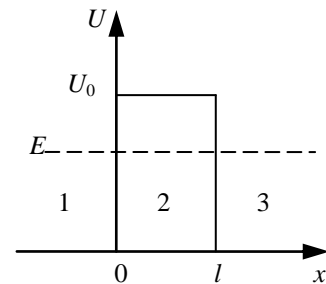


Рис. 6.1

Пусть частица, движущаяся по оси  $x$ , встречает на своем пути простейший потенциальный барьер прямоугольной формы высотой  $U_0$  и шириной  $l$  (рис. 6.1).

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ U_0, & 0 \leq x \leq l, \\ 0, & x > l. \end{cases}$$

По классическим законам если кинетическая энергия частицы больше высоты барьера  $E > U_0$ , т. е. потенциальной энергии в области II, то частица беспрепятственно проходит эту область. При этом ее кинетическая энергия и скорость уменьшаются над барьером, а затем при  $x > l$  снова принимают свое значение. Если  $E < U_0$ , то частица отражается от барьера и летит в обратную сторону.

Поведение микрочастицы можно определить, решая уравнение Шредингера. Физический интерес представляет случай, когда полная энергия частицы меньше высоты потенциального барьера  $E < U_0$ , поскольку в этом случае классическая физика не разрешает проникнуть частице сквозь барьер.

Для областей 1 и 3

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0,$$

для области 2

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0.$$

Решение уравнения Шредингера имеет вид:

в области 1  $\psi_1 = A_1 e^{+i\alpha x} + B_1 e^{-i\alpha x},$

в области 3  $\psi_3 = A_3 e^{+i\alpha x} + B_3 e^{-i\alpha x},$  где  $\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}.$

в области 2  $\psi_2 = A_2 e^{+\beta x} + B_2 e^{-\beta x},$  где  $\beta = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}.$

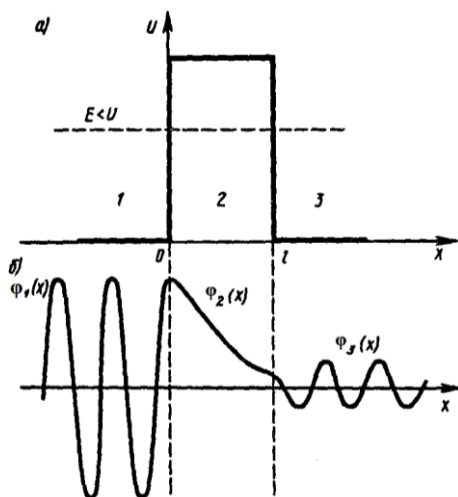


Рис. 6.2

Решение вида  $e^{+i\alpha x}$  соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении оси  $x$ , а решение вида  $e^{-i\alpha x}$  – волне, распространяющейся в противоположном направлении. Решение вида  $e^{+\beta x}$  соответствует возрастающей экспоненте,  $e^{-\beta x}$  – убывающей. Характер поведения функций проиллюстрируем (рис. 6.2). Видно, волновая функция не равна нулю и внутри барьера, а в области 3, если барьер не слишком широк, будет опять иметь вид волн де Бройля с той же длиной волны, но с меньшей амплитудой.

Для нахождения коэффициентов  $A$  и  $B$  воспользуемся граничными условиями, которым должна удовлетворять  $\psi$ -функция.

Для того чтобы пси-функция была непрерывна во всей рассматриваемой области по  $x$ , т. е. от  $-\infty$  до  $+\infty$ , должны выполняться условия

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \text{ и } \psi_2(l) = \psi_3(l).$$

Для того чтобы функция была гладкой,

$$\frac{d\psi_1(0)}{dx} = \frac{d\psi_2(0)}{dx}; \quad \frac{d\psi_2(l)}{dx} = \frac{d\psi_3(l)}{dx}.$$

Из этих условий вытекают соотношения

$$\begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 + B_2, \\ A_2 e^{\beta l} + B_2 e^{-\beta l} = A_3 e^{i\alpha l}, \\ i\alpha A_1 - i\alpha B_1 = \beta A_2 - \beta B_2, \\ \beta A_2 e^{\beta l} - \beta B_2 e^{-\beta l} = i\alpha A_3 e^{i\alpha l}. \end{cases}$$

В области III волна, прошедшая через барьер, распространяется только в положительном направлении, поэтому коэффициент  $B_3 = 0$ .

Систему из 4 уравнений с 5 неизвестными решим, если сведем количество неизвестных к 4:

$$\frac{B_1}{A_1}, \frac{A_2}{A_1}, \frac{B_2}{A_1}, \frac{A_3}{A_1}.$$

Отношение квадратов модулей амплитуд отраженной и падающей волны

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}$$

определяет **вероятность отражения частицы** от потенциального барьера и носит название **коэффициента отражения**.

Отношение квадратов модулей амплитуд прошедшей и падающей волны

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$$

определяет **вероятность прохождения частицы** через потенциальный барьер и может быть названо **коэффициентом прохождения**,

или коэффициентом прозрачности. Он определяет отношение плотности потока прошедших частиц к плотности потока частиц падающих.

Коэффициенты связаны между собой соотношением  $R + D = 1$ .

Дальнейшие расчеты приведут нас к следующему выражению для коэффициента прозрачности:

$$D \approx \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}l\right\}.$$

Из полученного выражения следует, что вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер зависит от ширины барьера и массы частицы. С увеличением массы частицы вероятность прохождения уменьшается. На вероятность прохождения также влияет превышение потенциального барьера над энергией частицы, т. е.  $U_0 - E$ .

В случае потенциального барьера произвольной формы

$$D \approx \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U_0 - E)} dx\right\}.$$

## 2. Туннельный эффект

При преодолении потенциального барьера **частица как бы проходит через «туннель» в этом барьере**, в связи с чем это явление и получило название **туннельного эффекта** (рис. 6.3).

С классической точки зрения частица, «находящаяся в туннеле»,

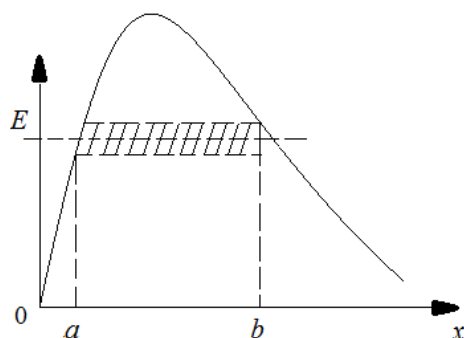


Рис. 6.3

должна обладать отрицательной кинетической энергией ( $E < U$ ). Однако туннельный эффект – явление специфически квантовое, не имеющее аналога в классической физике. В квантовой механике деление энергии на кинетическую и потенциальную не имеет смысла, так как противоречит соотношению неопределенности.

Прохождение частиц сквозь потенциальный барьер нашло экспериментальное подтверждение в явлении автоэлектронной эмиссии электронов из металла. Вырывание электронов происходит при напряженностях электрического поля, в сотни раз меньших, чем те, которые необходимы для того, чтобы электрон преодолел поверх-



ностную разность потенциалов на границе металл-вакуум и покинул металл. Туннельный эффект играет основную роль в явлениях радиоактивного альфа-распада.

Туннельный эффект уже давно весьма эффективно используется в науке и технике. На нем основан принцип действия многих полупроводниковых приборов (туннельные диоды). Он используется в сверхчувствительных записывающих головках магнитных дисков и сканирующих туннельных микроскопах с 1981 г. В настоящее время пространственная разрешающая способность таких микроскопов примерно 20 нм. Для сравнения, современный оптический микроскоп, конструкция которого была изобретена в 1873 г., имеет разрешающую способность порядка 200 нм.

### ***3. Линейный гармонический осциллятор***

Линейным гармоническим осциллятором называется частица массой  $m$ , которая движется вдоль некоторой оси под действием квазиупругой силы, пропорциональной отклонению частицы от положения равновесия  $F = -kx$ ,  $k$  – коэффициент квазиупругой силы, связанный с массой частицы и собственной циклической частотой ее колебаний  $k = m\omega_0^2$ .

Потенциальная энергия гармонического осциллятора

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}.$$

Модель гармонического осциллятора имеет большое значение в физике как в классической (пружинный, физический, математический маятники), так и в квантовой. Например, при объяснении законов теплового излучения черного тела.

С классической точки зрения амплитуда колебаний гармонического осциллятора определяется запасом его полной энергии. В точках максимального отклонения  $x = \pm a$ , где  $a$  – амплитуда колебаний классического осциллятора, кинетическая энергия равна нулю и вся энергия переходит в потенциальную. За пределы области  $(-a, +a)$  классический осциллятор выйти не может, т. е. частица в этом случае находится в потенциальной яме, имеющей форму параболы (рис. 6.4).

В квантовой механике задача о колебаниях линейного гармонического осциллятора решается с помощью уравнения Шредингера. Для линейного осциллятора оно имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2}{2} x^2 \right) \psi = 0.$$

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что это уравнение имеет конечные, однозначные и непрерывные решения при значениях параметра  $E$ , удовлетворяющих соотношению

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

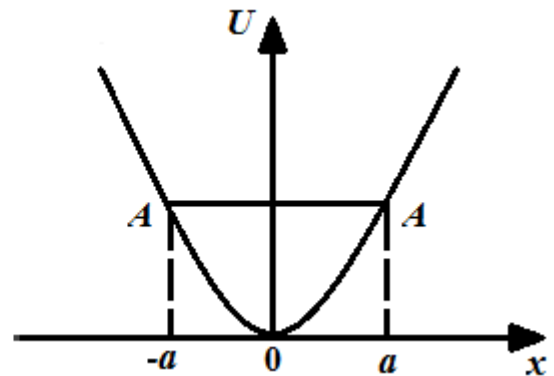


Рис. 6.4

Получается, что **энергия квантового осциллятора может иметь только дискретные значения, т. е. квантуется.** На рис. 6.5 представлена схема энергетических уровней гармонического квантового осциллятора. Уровни энергии являются **эквидистантными**, т. е. отстоят друг от друга на одинаковое расстояние.

Вычисления для гармонического квантового осциллятора вероятности переходов квантовой системы из одного состояния в другое показали, что для него возможны лишь переходы между соседними уровнями. При таких переходах квантовое число  $n$  изменяется на единицу:  $\Delta n = \pm 1$ .

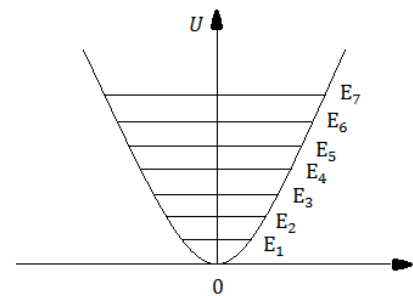


Рис. 6.5

Условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах системы из одного состояния в другое, называются **правилами отбора**. В случае гармонического осциллятора правило отбора допускает изменение энергии осциллятора только порциями  $\hbar\omega$ . Этот результат, полученный в квантовой механике, совпадает с предполо-

жением, которое пришлось ранее выдвинуть Планку вопреки законам классической физики, чтобы вычислить испускательную способность абсолютно черного тела.

Еще один важный результат – наименьшее возможное значение энергии равно

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0.$$

Это значение называется **нулевой энергией**.

Если учесть волновые свойства частицы внутри потенциальной ямы, каковым является квантовый гармонический осциллятор, то соотношение неопределенностей также приводит к результату: **полная энергия осциллятора и амплитуда его колебаний не могут быть равны нулю**.

$$\text{В этом случае } \Delta x \approx a, \quad \Delta p_x = \frac{\hbar}{a}, \quad p \geq \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{a}.$$

При этом энергия удовлетворяет соотношению

$$E = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{2ma^2}.$$

Полная энергия гармонического осциллятора равна его максимальной потенциальной энергии

$$E = \frac{kx^2}{2} = \frac{ka^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 a^2}{2}, \quad a = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{2E}{m}}.$$

Получили выражение для амплитуды колебаний, которое подставим в выражение для энергии, полученное из соотношения неопределенности:

$$E \geq \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\omega_0^2 m}{2E}, \quad E^2 \geq \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{4}, \quad E \geq \frac{\hbar \omega_0}{2}.$$

Существование нулевой энергии подтверждается экспериментами по изучению рассеяния света кристаллами при сверхнизких температурах. Рассеяние света происходит на тепловых колебаниях, которые совершают атомы, молекулы или ионы, расположенные в узлах кристаллической решетки. С классической точки зрения интенсивность рассеянного света должна убывать до нуля с понижением температуры до 0 К, так как должны прекратиться тепловые колебания

узлов решетки, на которых происходит рассеяние. Опыты показали, что при уменьшении температуры интенсивность рассеянного света стремится к некоторому предельному значению, неубывающему при дальнейшем охлаждении кристалла. То есть при  $T \rightarrow 0$  у частиц, расположенных в узлах решетки, сохраняются некоторые нулевые колебания, на которых и происходит рассеяние света. Нулевым колебаниям соответствует нулевая энергия атомных осцилляторов.

Строгое решение задачи о квантовом осцилляторе приводит еще к одному значительному отличию квантового осциллятора от классического. Оказывается, что можно обнаружить частицу за пределами дозированной области  $|x| \leq a$ . Таким образом, имеется отличная от нуля вероятность обнаружить частицу в той области, которая является

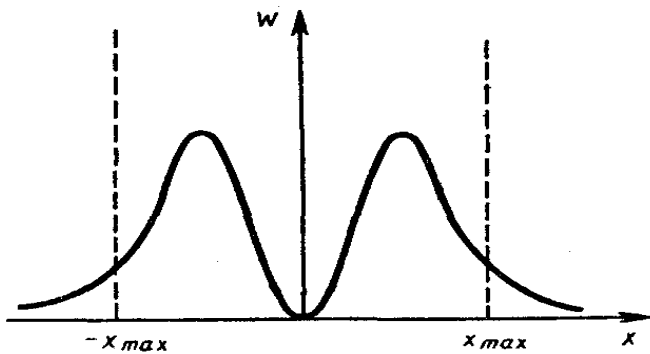


Рис. 6.6

классически запрещенной. На рис. 6.6 приводится график распределения плотности вероятности обнаружения частицы для состояния  $n = 1$ . За пределами дозированной интервала полная энергия частицы будет меньше ее потенциальной энергии (следовательно, кинетическая энергия должна быть отрицательной). С подобной ситуацией мы сталки-

вались при рассмотрении туннельного эффекта.

### Вопросы для самоконтроля

1. В чем различие решения задачи о потенциальном барьере в классическом и квантовом приближениях?
2. В чем смысл коэффициентов отражения и прозрачности?
3. Что такое туннельный эффект? Где он используется?
4. Что такое линейный гармонический осциллятор?
5. Каков смысл нулевой энергии квантового осциллятора?

## АТОМ ВОДОРОДА

### План

1. Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода.
2. Главное  $n$ , орбитальное  $l$  и магнитное  $m$  квантовые числа; их физический смысл.
3. Условное обозначение состояний электрона. Правило отбора. Его физический смысл.
4. Понятие электронного облака. Его физический смысл.

### 1. Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода

Результаты, достигнутые теорией Бора в решении задачи о значениях энергии электрона в водородоподобной системе, были получены в квантовой механике с помощью решения уравнения Шредингера.

Рассмотрим систему, состоящую из неподвижного ядра с зарядом  $Ze$  и движущегося вокруг него электрона. Потенциальная энергия электрона

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r},$$

где  $r$  – расстояние между электроном и ядром. Следовательно, стационарное уравнение Шредингера принимает вид

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0.$$

Поле, в котором движется электрон, является центрально-симметричным. Поэтому целесообразно воспользоваться сферической системой координат:  $r, \theta, \varphi$  (рис. 7.1). Это приведет к преобразованию оператора Лапласа

$$\nabla_{x,y,z}^2 \Rightarrow \nabla_{r,\theta,\varphi}^2.$$

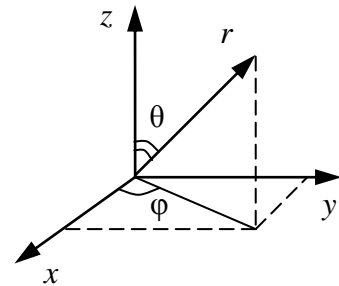


Рис. 7.1

Уравнение Шредингера для атома водорода ( $Z = 1$ ) в сферических координатах примет следующий вид:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) \psi = 0.$$

Решение этого уравнения сложно, громоздко и выходит за рамки нашего курса. Отметим только, что решение уравнения Шредингера для атома водорода является точным, и это одно из немногих точных решений.

## **2. Главное $n$ , орбитальное $l$ и магнитное $m$ квантовые числа; их физический смысл**

Процесс нахождения решения, как это мы продемонстрировали на примере решения уравнения Шредингера для частицы в потенциальной яме, связан с нахождением собственных значений и собственных функций. Можно показать, что в данном случае уравнение имеет однозначные, конечные и непрерывные решения:

1) при любых  $E > 0$ , что соответствует свободно движущемуся электрону из  $-\infty$  на  $+\infty$ , пролетающему вблизи ядра;

2) при  $E < 0$ , что соответствует электрону, связанному с ядром. Эти отрицательные значения энергии дискретны и равны

$$E_n = - \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

где  $n$  – главное квантовое число.

Эти значения получены при строгом решении уравнения Шредингера и полностью совпадают со значениями энергии водородоподобного атома из теории Бора. Однако в данном случае значения энергии получаются как следствие выполнения основных законов квантовой механики, в то время как Бору для получения такого результата пришлось вводить специальные дополнительные предположения. Очевиден физический смысл главного квантового числа: это номер энергетического уровня, а не номер боровской орбиты.

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга следует, что нельзя точно определить координаты и импульс электрона. Значит нельзя ввести траекторию движения электрона в атоме. Теперь понятие орбит теряет смысл, их место занимает вероятность нахождения

электрона в некотором объеме. Для этого необходимо найти волновую функцию электрона в данном состоянии, т. е. найти такую функцию координат  $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$ , которая удовлетворяет уравнению Шредингера.

Решение ищется в виде

$$\psi = R_{nl}(r)Y_{lm}(\vartheta, \varphi),$$

где  $r$  – расстояние от ядра атома;  $R(r)$  – **радиальная волновая функция**, зависит только от  $r$ ;  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  – **угловая волновая функция**, зависит только от углов  $\theta, \varphi$ . Это говорит о том, что радиальное движение электрона и движение электрона вокруг ядра независимы.

Подстановка  $\psi = RY$  в уравнение Шредингера приводит к тому, что будут существовать два независимых уравнения: для радиальной части  $R(r)$  и для угловой  $Y(\vartheta, \varphi)$ . В результате решения уравнений собственные функции содержат три целочисленных параметра –  $n, l$  и  $m$ .

**Параметр  $l$  носит название орбитального (или азимутального) квантового числа. Значение этого параметра определяет квантование момента импульса электрона в атоме (рис. 7.2) при данном значении энергии  $E_n$**

$$M_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad \vec{M} = [\vec{r} \times \vec{p}].$$

Решения, удовлетворяющие стандартным условиям, получают-ся лишь при значениях  $l$ , не превышающих  $n - 1$ . Следовательно, при данном  $n$  квантовое число  $l$  может принимать  $n$  различных значений,  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ .

Так как момент импульса – векторная величина, то он квантуется не только по величине, но и по направлению. **Параметр  $m$  носит название магнитного квантового числа и определяет квантование проекции момента импульса  $M_z$  на произвольную ось  $Z$**

$$M_z = \hbar m.$$

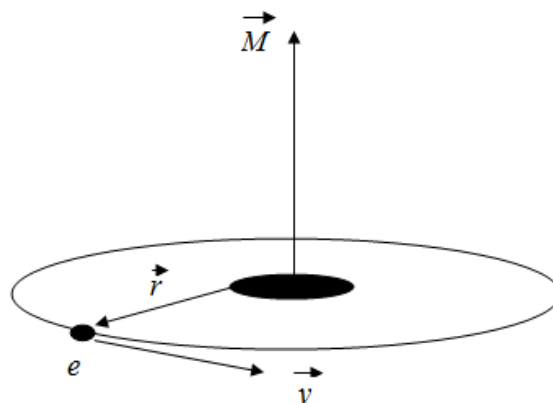


Рис. 7.2

При данном  $l$  квантовое число  $m$  может принимать  $2l + 1$  различных значений

$$m = -l, -l + 1, -l + 2, \dots, -1, 0, +1, \dots, l - 1, l.$$

Следовательно, каждому собственному значению энергии  $E_n$  (кроме  $E_1$ ) соответствует несколько собственных функций  $\psi_{nlm}$ , отличающихся значениями квантовых чисел  $l$  и  $m$ . Это означает, что атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях. Такие состояния мы определили как **вырожденные**. **Кратность вырождения** энергетического уровня, т. е. число различных состояний, соответствующих этому энергетическому уровню, можно вычислить исходя из возможных значений для  $l$  и  $m$ , и она равна  $n^2$ .

### ***3. Условное обозначение состояний электрона. Правило отбора. Его физический смысл***

В атомной физике применяются условные обозначения состояний электрона с различными значениями момента импульса:

$l = 0$   $s$ -состояние;

$l = 1$   $p$ -состояние;

$l = 2$   $d$ -состояние;

$l = 3$   $f$ -состояние.

Возможны следующие состояния:

$n = 1, \quad l = 0 \quad 1s$ -состояние;

$n = 2, \quad l = 0, 1 \quad 2s-, 2p$ -состояния;

$n = 3, \quad l = 0, 1, 2 \quad 3s-, 3p-, 3d$ -состояния и т. д.

Мы знаем, что испускание и поглощение света происходит при переходах электрона с одного уровня на другой. В квантовой механике доказывается, что для орбитального квантового числа  $l$  действует **правило отбора**

$$\Delta l = \pm 1.$$

Это значит, что возможны только такие переходы, при которых  $l$  изменяется на единицу.



**Правило отбора является следствием выполнения закона сохранения момента импульса: фотон, обладая собственным моментом импульса, равным примерно  $\hbar$ , при испускании уносит из атома этот момент, а при поглощении привносит.**

Пользуясь условными обозначениями состояний электрона, переходы из одного состояния в другое, приводящие к возникновению серии Лаймана (УФ-область), можно записать в виде

$$np \rightarrow 1s, \quad n = 2, 3, \dots,$$

т. е. разрешены переходы  $2p \rightarrow 1s$ ,  $3p \rightarrow 1s$ , но запрещен переход  $2s \rightarrow 1s$ , так как  $\Delta l = 0$ .

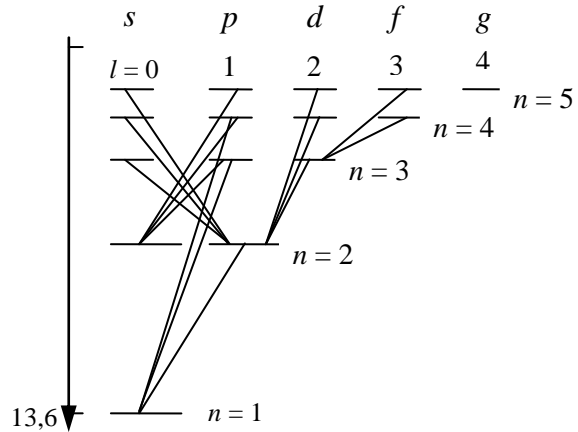


Рис. 7.3

Серии Бальмера (видимая область) соответствуют переходы

$$ns \rightarrow 2p, \quad nd \rightarrow 2p, \quad n = 3, 4, \dots, \text{ (рис. 7.3).}$$

#### **4. Понятие электронного облака. Его физический смысл**

Общий вид волновых функций достаточно сложен.

Рассмотрим для примера волновую функцию основного состояния электрона –  $1s$ -состояние, т. е. состояния с минимальной энергией:  $n = 1, l = 0, m = 0$ .

Кратность вырождения  $n^2 = 1$ , т. е. состояние невырожденное. Так как  $l = 0$ , то  $M = 0, M_z = 0$ .

Функция  $Y$ , представляющая собой собственную функцию оператора квадрата момента импульса для  $s$ -состояния (с нулевым моментом импульса), будет постоянной. Это соответствует тому, что движение электрона не зависит от углов  $\theta$  и  $\varphi$  и будет только радиальным, а пси-функция  $\psi_{100}$  (а также все пси-функции вида  $\psi_{n00}$ ) зависит только от  $r$  и будет сферически симметричной.

Решение уравнения Шредингера для  $s$ -состояния дает следующий вид пси-функции:

$$\psi_{100} = A e^{-r/r_0},$$

где  $r_0$  – радиус первой борновской орбиты;  $A$  – нормирующая константа.

Так как от понятия траектории пришлось отказаться, то ввели понятие электронного облака, плотность распределения которого в каждой точке пропорциональна плотности вероятности местонахождения электрона в этой точке.

Плотность вероятности обнаружить электрон на расстоянии  $r$  будет определяться с учетом того, что элемент объема в сферической системе координат

$$dV = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi = r^2 dr d\Omega, \quad d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi,$$

где  $d\Omega$  – элемент телесного угла. Проинтегрировав это выражение по полному телесному углу  $4\pi$ , найдем вероятность того, что электрон окажется в тонком шаровом слое между  $r$  и  $r + dr$ :

$$dp = R_{nl}^2 r^2 dr.$$

Плотность вероятности нахождения электрона на расстоянии  $r$  от ядра определяется величиной

$$w(r) = R_{nl}^2 r^2 = |\psi_{100}|^2 r^2.$$

Графически распределение плотности вероятности выглядит, например для состояния  $1s$ , следующим образом (рис. 7.4).

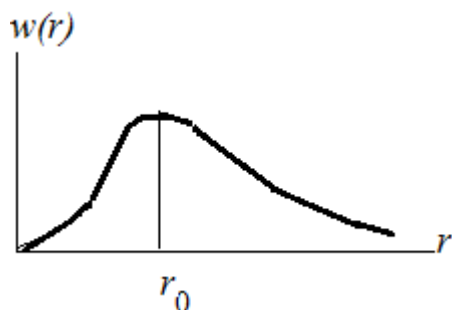


Рис. 7.4

Плотность вероятности  $w(r)$  обращается в нуль при  $r = 0$  и асимптотически стремится к нулю при  $r \rightarrow \infty$ . Таким образом, имеется определенная вероятность найти электрон на любом расстоянии от ядра. Мы можем определить расстояние, на котором эта вероятность будет максимальной. Полученный

результат покажет, что максимум вероятности будет соответствовать расстоянию от ядра, совпадающему с величиной радиуса первой боровской орбиты  $r_0$ . Так как состояние  $1s$  характеризуется сферической симметрией, то распределение вероятности представляет собой сферическое облако, а не плоский образ, соответствующий боровской орбите.

Пример для состояния  $2s$ :  $n = 2, l = 0, m = 0$  (рис. 7.5).

Пространственное квантование момента импульса имеет следующий вид (рис. 7.6).

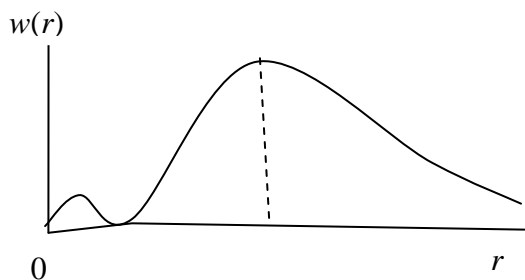


Рис. 7.5

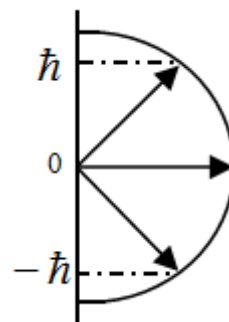


Рис. 7.6

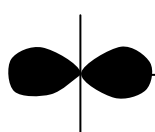
Угловое распределение плотности вероятности нахождения электрона в атоме водорода определяется видом угловой функции  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ :

1) в  $s$ -состоянии ( $l = 0$ )  $Y_{00} = 1/\sqrt{\pi}$ ;

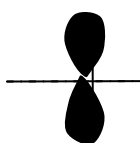
2) в  $p$ -состоянии ( $l = 1, m = -1, 0, +1$ )

$$Y_{11} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi} \sin \vartheta e^{i\varphi}, \quad Y_{10} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \cos \vartheta, \quad Y_{1-1} = \frac{\sqrt{3}}{8\pi} \sin \vartheta e^{-i\varphi} \text{ соответ-}$$

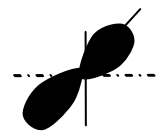
ственно рис. 7.7, а, б, в: электронные облака в виде пространственных «восьмерок» (или «гантелей»).



а)



б)



в)

Рис. 7.7

### Вопросы для самоконтроля

1. Запишите уравнение Шредингера, которому удовлетворяет состояние электрона в атоме водорода.
2. Что характеризует квантовые числа: главное  $n$ , орбитальное  $l$  и магнитное  $m$ ? Какие значения они могут принимать?
3. Каковы возможные значения  $l$  и  $m$  для главного квантового числа  $n = 3$ ?
4. Сколько различных состояний соответствует  $n = 2$ ?
5. Чему равна плотность вероятности обнаружения электрона в основном состоянии атома водорода?
6. Атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в различных состояниях? Как они называются?

7. Каковы правила квантования орбитального и собственного моментов импульса электронов, их проекций на направления внешнего магнитного поля?
8. Что представляет собой электронное облако? Каков его смысл?

## Лекция № 8

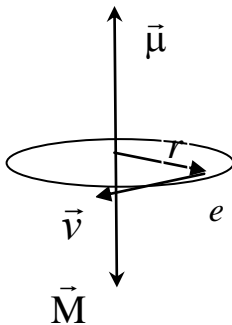
### АТОМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

#### План

1. Орбитальный механический и магнитный моменты электрона.
2. Спин электрона.
3. Опыт Штерна и Герлаха.

#### 1. Орбитальный механический и магнитный моменты электрона

Пусть электрон движется со скоростью  $v$  по орбите радиусом  $r$  (рис. 8.1). Через площадку, расположенную в любом месте на пути электрона, за время  $t$  переносится заряд  $q = evt$ , где  $e$  – заряд электрона;  $v$  – число оборотов в секунду. Следовательно, движущийся по орбите электрон образует круговой ток силы



$$I = \frac{dq}{dt} = ev.$$

Поскольку заряд электрона отрицателен, направление движения электрона и направление тока противоположны. Магнитный момент создаваемого электроном тока равен

$$\mu = IS = ev\pi r^2, \text{ но так как } v = 2\pi r\nu, \quad \mu = \frac{evr}{2},$$

Рис. 8.1

где  $\nu$  – скорость движения электрона.

Момент обусловлен движением электрона по орбите, вследствие чего его назвали **орбитальным магнитным моментом** электрона. Направление вектора  $\mu$  образует с направлением тока правовинтовую систему, а с направлением движения электрона – левовинтовую.

**Орбитальный механический момент импульса**  $\vec{M} = m[\vec{r} \cdot \vec{v}]$  образует с направлением движения электрона правовинтовую систему. Следовательно, векторы  $\mu$  и  $M$  ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты и противоположно направлены.

Отношение магнитного момента электрона к его механическому моменту называется гиромагнитным отношением. Получим

$$\frac{\mu}{M} = \frac{evr}{2mvr} = \frac{e}{2m}.$$

По Бору,  $M = mvr = n\hbar$ . Следовательно,

$$\mu = \frac{e}{2m} M = \frac{e\hbar}{2m} n = n\mu_B,$$

где  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,274 \cdot 10^{-24}$  Дж/Тл – магнетон Бора.

Из решения уравнения Шредингера для атома водорода мы получили, что квантование момента импульса по величине отличается от квантования его по Бору и определяется орбитальным квантовым числом  $l$ :

$$M_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad \text{где } l = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

Квантуется также его проекция на некоторую заданную ось  $z$ , т. е. момент импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, для которых проекция  $M_{lz}$  принимает значения, кратные  $\hbar$ :  $M_{lz} = m\hbar$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ .

Таким образом, вектор собственного механического момента может принимать  $2l+1$ -ориентацию в пространстве.

## 2. Спин электрона

В 1925 г. Гаудсмит и Уленбек выдвинули гипотезу о том, что электрон обладает собственным механическим моментом импульса, не связанным с движением электрона в пространстве. Этот собственный момент был назван спином. Они дали спину наглядное модельное представление: спин – момент импульса, связанный с вращением электрона – заряженного шарика – вокруг своей оси. Однако скоро пришлось отказаться от подобных модельных представлений. Вращение электрона должно было бы происходить с такой угловой скоростью, что линейная скорость на поверхности его

сферы в 200 раз превышала бы скорость света; либо размер электрона должен был превышать размеры атома; либо масса электрона превышала массу протона.

**Спин** и связанный с ним **собственный (спиновый) магнитный момент** следует считать внутренними свойствами, присущими электрону, подобно тому, как ему присущи заряд и масса. В отличие от орбитального момента спин всегда сохраняется. Спином обладают не только электроны, но и элементарные частицы – протоны, нейтроны, фотоны и другие, кроме мезонов.

Величина собственного момента импульса электрона определяется по общим законам квантовой механики так называемым **спиновым квантовым числом  $s$**

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{3},$$

где  $s = \frac{1}{2}$ .

Проекция спина на заданное направление может принимать квантованные значения, отличающиеся друг от друга на  $\hbar$ :

$$M_{sz} = m_s \hbar, \quad m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}.$$

С собственным механическим моментом связан собственный магнитный момент. Ряд опытных фактов свидетельствовал, что отношение собственных магнитного и механического моментов равно

$$\frac{\mu_s}{M_s} = -\frac{e}{m_e}.$$

Отсюда собственный магнитный момент электрона равен

$$\mu_s = -\frac{e}{m} M_s = -\frac{e\hbar}{m_e} \sqrt{s(s+1)} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)} = -\mu_B \sqrt{3}.$$

Знак «минус» указывает на то, что механический и магнитный моменты электрона направлены в противоположные стороны.

Проекция собственного магнитного момента электрона на заданное направление может иметь следующие значения:

$$\mu_{sz} = -\frac{e}{m_e} M_{sz} = -\frac{e}{m_e} \hbar m_s = -\frac{e\hbar}{m_e} \left( \pm \frac{1}{2} \right) = \mp \mu_B.$$

Таким образом, проекция собственного момента импульса электрона может принимать значения  $+\frac{1}{2}\hbar$  и  $-\frac{1}{2}\hbar$ , а собственного магнитного момента – значения  $+\mu_B$  и  $-\mu_B$ .

В ряд формул входят не сами моменты, а их проекции, поэтому принято говорить, что спин электрона равен одной второй (подразумевается в единицах  $\hbar$ ), а собственный магнитный момент – одному магнетону Бора.

Магнитный момент атома складывается из орбитальных и собственных моментов входящих в его состав электронов, а также магнитного момента ядра (который обусловлен магнитными моментами входящих в состав ядра элементарных частиц). Магнитный момент ядра значительно меньше моментов электронов, поэтому при рассмотрении многих вопросов им можно пренебречь и считать, что момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов.

### 3. Опыт Штерна и Герлаха

Посмотрим, каким образом можно было бы непосредственно убедиться в существовании спина и магнитного момента электрона. Очевидно, что для этого необходимо подвергнуть электрон действию внешнего магнитного поля. Наиболее подходящими для этой цели являются атомы водорода и элементов первой группы периодической системы. Невозбужденные состояния этих атомов принадлежат к типу  $s$ -состояний, т. е. **орбитальный момент их равен нулю**. Если опыт покажет, что эти атомы все-таки имеют механический и магнитный моменты, то их наличие можно приписать свойствам самого валентного электрона. Такой опыт был поставлен Штерном и Герлахом.

В закрытый сосуд помещали маленькую печку К, в которую клали кусочек серебра (рис. 8.2). При нагревании серебро испарялось и атомы его вылетали из отверстия печки во всевозможных направлениях с тепловыми скоростями порядка

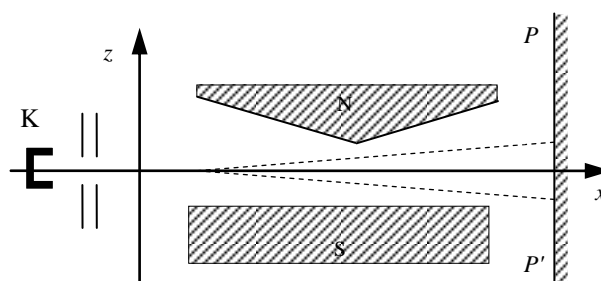


Рис. 8.2

нескольких сот метров в секунду. С помощью нескольких щелей выделяли узкий пучок атомов серебра – атомный луч, который проходил

через сильно неоднородное магнитное поле между полюсами электромагнита SN и попадал на пластину PP, где можно было обнаружить след осевших атомов. В неоднородном магнитном поле на атомы пучка должна действовать сила

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial z} \cos \alpha ,$$

величина и знак которой зависят от угла  $\alpha$ , образуемого вектором  $\vec{\mu}$  с направлением поля. При хаотическом распределении моментов атомов по направлениям в пучке имеются частицы, для которых значения  $\alpha$  изменяются в пределах от 0 до  $\pi$ . В соответствии с этим предполагалось, что узкий пучок атомов после прохождения между полюсами образует на экране сплошной растянутый след вследствие с различной ориентацией магнитных моментов. Опыт дал неожиданные результаты. Вместо сплошного растянутого следа получились две отдельные линии, расположенные симметрично относительно следа пучка, полученного в отсутствие поля.

Таким образом, опыт Штерна и Герлаха показал, что углы, под которыми ориентируются магнитные моменты атомов по отношению к магнитному полю, могут иметь только дискретные значения, т. е. проекция магнитного момента на направление поля квантуется.

Опыт, впервые поставленный с серебром, был проделан затем с атомами других веществ. Опыт показал, что в случае водорода, серебра и щелочных металлов возникают две полоски, расположенные симметрично относительно полоски, которая получается в отсутствие поля. Это свидетельствует о том, что при прохождении через поле пучок разбивается на два пучка, одинаково отклоняющиеся в противоположные стороны. То есть проекция собственного момента импульса электрона может принимать только два значения, одинаковых по величине и противоположных по знаку. При отсутствии у электрона спина в *s*-состоянии расщепление пучка не наблюдалось бы, так как орбитальный магнитный момент атома в этом случае равен нулю. Таким образом в опыте было доказано существование спина. Расчет проекции магнитного момента атома на направление поля показал, что он равен численно одному магнетону Бора.



Опыт Штерна и Герлаха наряду с немногими другими принадлежит к числу основных опытов атомной физики, так как он обнаруживает одно из важнейших свойств материи.

### Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается квантование момента импульса?
2. Что такое спин? Имеет ли он классический аналог?
3. Какова схема опыта Штерна и Герлаха?
4. Что подтвердил опыт Штерна и Герлаха?

## Лекция № 9

### МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

#### План

1. Принцип Паули. Распределение электронов на энергетических уровнях.
2. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева.

#### **1. Принцип Паули. Распределение электронов на энергетических уровнях**

В связи с существованием спина электрона к квантовым числам добавляется квантовое число  $m_s$ , которое определяет проекцию спина на заданное направление. Число  $m_s$  по аналогии с  $m$  нужно было бы называть магнитным спиновым числом. Однако такое название обычно редко применяется. Число  $m_s$  отличается от спинового квантового числа  $s$  только тем, что принимает два значения  $\pm \frac{1}{2}$ . Обычно, говоря о **спиновом квантовом числе**, понимают под ним число  $m_s$ .

Таким образом, состояние каждого электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами:

главным  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;

орбитальным  $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$ ;

магнитным  $m = -l, \dots, -1, 0, +1, \dots, +l$ ;

спиновым  $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ .

На первый взгляд, если атом находится в невозбужденном состоянии, то все электроны атома должны заполнить уровень с наименьшей возможной энергией. Было установлено, что это не так. По мере увеличения порядкового номера атома  $Z$  происходит последовательное строго определенное заполнение электронных уровней атома.

Порядок заполнения уровней предложил Паули. В 1925 г. он установил квантово-механический закон, называемый **принципом Паули**:

**В любом атоме не может быть двух электронов, находящихся в двух одинаковых стационарных состояниях, определяемых набором четырех квантовых чисел: главного  $n$ , орбитального  $l$ , магнитного  $m$  и спинового  $m_s$ .**

Применительно к системе электронов в атоме принцип Паули можно записать следующим образом.

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором четырех квантовых чисел  $n, l, m$  и  $m_s$ :

$$Z_1(n, l, m, m_s) = 0 \text{ или } 1.$$

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором трех квантовых чисел  $n, l$  и  $m$ :

$$Z_2(n, l, m) = 2.$$

Эти электроны отличаются лишь ориентацией спинов, т. е.  $+\frac{1}{2}\hbar$  или  $-\frac{1}{2}\hbar$ .

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором двух квантовых чисел  $n$  и  $l$ :

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1).$$

При заданном числовом значении момента импульса он может принимать  $2l + 1$  различных ориентаций в пространстве.

Число электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа  $n$ :

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l + 1) = [2(n - 1) + 2] n = 2n^2.$$

Совокупность электронов, имеющих одинаковые значения квантового числа  $n$ , образует **электронный слой**.

Слои подразделяются на **оболочки**, отличающиеся значением квантового числа  $l$ .

В соответствии со значением  $n$  слоям дают следующие обозначения (табл. 9.1).

Таблица 9.1

|                  |     |     |     |     |     |     |         |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------|
| Значение $n$     | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7 ...   |
| Обозначение слоя | $K$ | $L$ | $M$ | $N$ | $O$ | $P$ | $Q$ ... |

Составим табл. 9.2, в которой определим максимальные числа электронов, находящихся в состояниях, характеризуемых данными значениями главного и орбитального квантовых чисел.

Таблица 9.2

| Слой | Число электронов в оболочках |                    |                    |                    |                    | Максимальное число электронов |
|------|------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------|
|      | $s$<br>( $l = 0$ )           | $p$<br>( $l = 1$ ) | $d$<br>( $l = 2$ ) | $f$<br>( $l = 3$ ) | $g$<br>( $l = 4$ ) |                               |
| $K$  | 2                            | –                  | –                  | –                  | –                  | 2                             |
| $L$  | 2                            | 6                  | –                  | –                  | –                  | 8                             |
| $M$  | 2                            | 6                  | 10                 | –                  | –                  | 18                            |
| $N$  | 2                            | 6                  | 10                 | 14                 | –                  | 32                            |
| $O$  | 2                            | 6                  | 10                 | 14                 | 18                 | 50                            |

Принцип Паули сыграл выдающуюся роль в развитии современной атомной и ядерной физики. Так, например, удалось теоретически обосновать периодическую систему элементов Д. И. Менделеева. Без принципа Паули невозможно было бы создать квантовые статистики и современную теорию твердых тел.

## **2. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева**

В 1869 г. Менделеев открыл периодический закон изменения химических и физических свойств элементов в зависимости от их атомных масс.

Если расположить химические элементы в порядке возрастания их атомных масс, то периодически, через правильные промежутки, называемые **периодами**, элементы, оказавшиеся в одном вертикальном ряду (**группе**), обнаруживают сходные физико-химические свойства.

Однако в ряде случаев приходилось отступать от принципа возрастания атомных масс. Менделеев ввел понятие **порядкового номера** элемента, расположив известные в его время 64 химических эле-

мента в таблицу в порядке возрастания их номеров. Часть клеток периодической таблицы оставалась свободной, так как не все элементы были известны к тому времени. Таким образом, Менделееву удалось на основании открытого им закона предсказать ряд новых химических элементов (галлия, скандия, германия и т. д.) и описать их химические свойства. В дальнейшем все эти элементы были открыты, и предсказания Менделеева полностью подтвердились.

Физический смысл порядкового номера  $Z$  элемента в периодической системе элементов был установлен в ядерной модели Резерфорда:  $Z$  совпадает с числом положительных заряженных частиц в ядре, закономерно возрастающим на единицу при переходе от элемента к элементу.

Химические свойства элементов и ряд их физических свойств объясняются поведением внешних, валентных электронов, атомов этих элементов. Поэтому периодичность свойств химических элементов должна быть связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах различных элементов.

Важнейшей задачей физики явилось теоретическое истолкование периодического закона Менделеева и объяснение строения периодической системы.

Теория периодической системы основывается на следующих положениях квантовой механики:

**1. Порядковый номер химического элемента равен общему числу электронов в атоме данного элемента.**

**2. Состояние электронов в атоме определяется набором их квантовых чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m$  и  $m_s$ . Распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям должно удовлетворять принципу минимума потенциальной энергии: с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией.**

**3. Заполнение электронами энергетических состояний в атоме должно происходить в соответствии с принципом Паули.**

Порядок заполнения электронных состояний в слоях атомов, а в пределах одного слоя – в оболочках должен соответствовать последовательности расположения энергетических уровней.

Сначала заполняются состояния с наименьшей возможной энергией, а затем состояния со все более высокой энергией. В пределах одного слоя сначала заполняются состояния с  $l = 0$ , а затем состояния с большим  $l$ , вплоть до  $l = n - 1$ .

Подобная идеальная система элементов должна была бы иметь строение и длины периодов (т. е. число элементов в одном периоде), соответствующие табл. 9.2. Реальная периодическая система элементов отличается от идеальной системы.

Для того чтобы понять причину различия, следует учесть, что каждый электрон находится в поле ядра и в поле всех остальных электронов, взаимодействующих между собой.

Учет взаимодействия между электронами приводит к тому, что для достаточно больших главных квантовых чисел  $n$  состояния с большим  $n$  и меньшим  $l$  могут иметь меньшую энергию, т. е. быть энергетически более выгодными, чем состояния с меньшим  $n$ , но большим  $l$ . В этом состоит причина отступления в заполнении состояний в реальной периодической системе элементов от заполнения, соответствующего табл. 9.2.

*Пример.* В атоме водорода единственный электрон находится в состоянии  $1s$ , характеризуемом квантовыми числами  $n = 1$ ,  $l = 0$ ,  $m = 0$ . При этом проекция его спина на направление внешнего поля характеризуется спиновыми числами  $m = \pm 1/2$ .

В атоме гелия имеются два электрона. Оба электрона этого атома могут находиться в состоянии  $1s$ , т. е.  $n = 1$ ,  $l = 0$ ,  $m = 0$ . Спины этих электронов ориентированы в противоположных направлениях: для одного из них  $m_s = 1/2$ , для другого  $m_s = -1/2$ .

Группа состояний с  $n = 1$ ,  $l = 0$ ,  $m = 0$ ,  $m_s = 1/2$  образует заполненный  $K$ -слой атома, соответствующий завершению первого периода периодической системе элементов Д. И. Менделеева.

Следующий по порядку атом лития содержит три электрона. Но по принципу Паули третий электрон атома лития уже не может разместиться в целиком заполненном  $K$ -слое и занимает наинизшее энергетическое состояние в слое с  $n = 2$  ( $L$ -слой). Таким состоянием является состояние  $2s$  ( $l = 0$ ,  $m = 0$ ). Литием начинается второй период пе-

риодической системы. Максимальное число электронов в  $L$ -слое 8 (см. табл. 8.2). Четвертый электрон бериллия занимает также состояние  $2s$ , а пятый электрон бора должен занять энергетически более высокое состояние  $2p$  ( $n = 2, l = 1$ ). Далее вплоть до неона ( $Z = 10$ ) заполняется  $L$ -слой и завершается второй период.

11-й электрон натрия ( $Z = 11$ ) размещается уже в  $M$ -слое ( $n = 3$ ). Далее вплоть до аргона ( $Z = 18$ ) идет последовательная застройка  $M$ -слоя. Она заканчивается заполнением всех состояний оболочки  $3p$  у аргона, завершающего третий период.

*Пример.* 19-й электрон калия ( $Z = 19$ ) должен был бы занять состояние  $3d$  в  $M$ -слое. Однако химические свойства калия, как показывает опыт, аналогичны свойствам  $Li$  и  $Na$ , у которых валентный электрон находится в  $s$ -состоянии. Поэтому и у калия его 19-й валентный электрон должен находиться в  $s$ -состоянии. Но это может быть только  $s$ -состояние в следующем  $N$ -слое ( $n = 4$ ) – состояние  $4s$ . Таким образом, начиная с калия, при незаполненной  $3d$ -оболочке  $M$ -слоя начинается застройка  $N$ -слоя. Это означает, что вследствие взаимодействия между электронами энергия электрона в состоянии  $4s$  меньше, чем энергия, которую он имел бы в состоянии  $3d$ . 20-й элемент также размещается в состоянии  $4s$   $N$ -слоя, а начиная с 21-го – скандия – возобновляется заполнение оболочки  $3d$   $M$ -слоя.

Из всего вышеизложенного следует, что периодичность химических свойств элементов объясняется повторяемостью электронных конфигураций во внешних электронных оболочках у атомов родственных элементов.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. По какому принципу идет заполнение электронами энергетических состояний в атоме? Сформулируйте этот принцип.
2. Сколько электронов может быть в атоме, у которого в основном состоянии  $K$ - и  $L$ -оболочки заполнены полностью?
3. Чем определяется периодичность химических свойств элементов?

## ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

### План

1. Ядерная физика. Атомное ядро. Масса частиц. Атомная единица массы. Состав и масса ядра. Нуклоны. Протон. Ядерный магнетон. Нейтрон. Заряд ядра. Обозначение ядра. Изотопы. Размеры ядра. Плотность ядра.
2. Спин ядра. Магнитный момент ядра. Явление ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и его применение (МРТ).
3. Ядерные силы, их свойства. Модели ядра.
4. Масса и энергия связи ядра. Удельная энергия связи.

**1. Ядерная физика. Атомное ядро. Масса частиц. Атомная единица массы. Состав и масса ядра. Нуклоны. Протон. Ядерный магнетон. Нейтрон. Заряд ядра. Обозначение ядра. Изотопы. Размеры ядра. Плотность ядра**

**Ядерная физика** – наука о строении, свойствах и превращении атомных ядер. **Атомное ядро** – положительно заряженная центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома. **Масса частиц** в физике ядра может измеряться как в абсолютных единицах (граммах, килограммах), так и в относительной мере – в атомных единицах массы (а.е.м.). **Атомная единица массы** равна  $1,66 \cdot 10^{-27}$  кг. Конкретные атомные ядра с данным числом протонов и нейтронов в ядре принято называть нуклидами. А.е.м. равна 1/12 массы нуклида углерода  $^{12}\text{C}$ .

Например, масса протона  $m_p = 1,00759$  а.е.м., масса нейтрона  $m_n = 1,00898$  а.е.м.

Массы частиц также относят к массе электрона ( $m_e$ ). Например, масса протона  $m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27}$  кг  $\approx 1836 m_e$ , а масса нейтрона  $m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27}$  кг  $\approx 1839 m_e$ .

**Состав и масса ядра.** Атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Эти частицы называются **нуклонами**. Нуклоны в ядре удерживаются ядерными силами и движутся с нерелятивистскими скоростями.

**Протон** обозначается  $p$ ,  $p^+$  или  ${}_1^1p$ , обладает положительным зарядом  $+e$  и массой  $m_p$ . Протон имеет спин и характеризуется спиновым квантовым числом  $s = 1/2$ . Собственный магнитный момент протона  $\mu_p \approx 2,79\mu_{\text{я}}$ , где  $\mu_{\text{я}} = e\hbar/2m_p$  – ядерный магнетон – единицы, в которых измеряют магнитные моменты нуклонов,  $\mu_{\text{я}} = 5,050824 \cdot 10^{-27}$  Дж/Тл. Магнитный момент протона порядка 660 раз меньше магнитного момента электрона, поэтому магнитные свойства атомов определяются в основном магнитными свойствами электронов. Направление магнитного момента протона совпадает с направлением спина.

**Нейтрон** обозначают  $n$ ,  $n^0$  или  ${}_0^1n$ , не имеет электрического заряда, масса близка к массе протона (на 0,14 % больше массы протона).

Спин нейтрона  $s = 1/2$ . Магнитный момент нейтрона  $\mu_n \approx -1,91 \mu_{\text{я}}$ . Знак « $-$ » указывает на то, что магнитный момент имеет направление, противоположное направлению спина. Заметим, что в свободном состоянии нейтрон нестабилен (радиоактивен). Он самопроизвольно распадается и превращается в протон, электрон и легкую частицу с нулевым зарядом – электронное антинейтрино  $\bar{\nu}_e$

$$n^0 = p^+ + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Период полураспада нейтрона порядка 12 мин.

**Заряд ядра** – величина  $ze$ , где  $e$  – заряд протона,  $z$  – число протонов в ядре, равное порядковому номеру химического элемента в периодической системе Д. И. Менделеева. Так как атом нейтрален, то заряд ядра определяет число электронов в атоме (от числа электронов зависит их распределение в атоме по состояниям, от которых, в свою очередь, зависят химические свойства атомов).

**Массовое число** – число нуклонов в ядре,  $A = z + N$ , где  $N$  – число нейтронов в ядре. Нуклонам приписывается  $A = 1$ , а электрону –  $A = 0$ .

Символическое обозначение ядра химического элемента:  ${}_Z^A X$ .

**Изотопы** – ядра с одинаковыми  $z$ , но разными  $A$ . Например  ${}_{14}^{28}S$ ;  ${}_{14}^{29}S$ . Атомы изотопов обладают близкими физико-химическими свойствами за исключением трех изотопов водорода  ${}_1^1H$ ;  ${}_1^2H$ ;  ${}_1^3H$ , ядра которых существенно различаются. Соответствующие названия – водород (протий), дейтерий и тритий, а ядра – протон, дейтрон и тритон.



**Размеры ядра.** У атомного ядра (как и у всякой квантовой системы) отсутствуют четко определенные границы. Условно за радиус ядра  $r_0$  принимается расстояние от центра ядра до  $r$ , на котором концентрация нуклонов падает в 2 раза. В первом приближении ядро можно считать сферическим с радиусом  $r_0 \approx 1,3A^{1/3}\Phi$ , где  $\Phi$  – единица длины (Ферми).  $\Phi = 10^{-13}$  см =  $10^{-15}$  м. Диаметр ядра примерно в сто тысяч раз меньше диаметра атома. Плотность ядра  $\rho_{\text{я}} \sim 2 \cdot 10^{17}$  кг/см<sup>3</sup>. (Сравните с плотностью воды  $1 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и рассчитайте для интереса массу ядра величиной со спичечную головку (5 мм<sup>3</sup>).

## **2. Спин ядра. Магнитный момент ядра. Явление ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и его применение (МРТ)**

**Спин ядра** складывается из спинов нуклонов, поэтому может принимать при нечетном количестве нуклонов полуцелое значение, целое или нулевое при четном. Спины ядра квантуются  $L_{\text{я}} = \hbar\sqrt{I(I+1)}$ , где  $I$  – спиновое ядерное квантовое число. Атомное ядро обладает магнитным моментом

$$P_{\text{мя}} = g_{\text{я}}L_{\text{я}},$$

где  $g_{\text{я}}$  – ядерное гиромагнитное отношение. Взаимодействие магнитных моментов ядер с магнитным полем приводит к появлению ядерных энергетических подуровней.

**Явление ядерного магнитного резонанса (ЯМР).** Если на вещество, находящееся в сильном магнитном поле (до порядка 10 Тл), подействовать слабым переменным радиочастотным магнитным полем, то при частотах, соответствующих частотам переходов между ядерными подуровнями, возникает резкий (резонансный) максимум поглощения электромагнитной энергии. То есть ЯМР обусловлен происходящими под влиянием переменного магнитного поля квантовыми переходами между ядерными энергетическими подуровнями. Явление используется в ЯМР-томографии. Название было заменено на МРТ (магнитно-резонансную) в связи с радиофобией после Чернобыльской аварии. За изобретение МРТ П. Мэнсфилд и П. Лотербур получили Нобелевскую премию по медицине (в действительности ЯМР-томографию изобрел В. А. Иванов (патент СССР, 1960 г.).

## **3. Ядерные силы, их свойства. Модели ядра**

Силы, удерживающие нуклоны в ядре, называются ядерными, они представляют собой проявление сильного взаимодействия.

### Свойства ядерных сил:

1. Это короткодействующие силы. На расстояниях порядка  $10^{-15}$  м несмотря на кулоновское отталкивание ядерные силы удерживают нуклоны (притяжение Юкавы (японский физик)). На меньших расстояниях притяжение нуклонов сменяется отталкиванием.
2. Зарядовая независимость. Притяжение  $n-n$ ,  $p-p$  и  $n-p$  одинаково.
3. Не являются центральными. Не направлены по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов.
4. Зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов. Например  $p$  и  $n$  образуют дейтрон ( ${}^2_1H$ ) только при параллельной ориентации их спинов.

### Модели ядра

1. Капельная, в которой трактуют ядро как каплю электрически заряженной несжимаемой жидкости плотностью, равной ядерной, подчиняющейся законам квантовой механики. Эта модель объяснила механизм ядерных реакций, особенно реакций деления ядер. Но она не смогла объяснить, в частности, повышенную устойчивость некоторых ядер.

2. Оболочечная модель. Нуклоны в ядре распределены по дискретным энергетическим уровням (оболочкам). Их заполнение происходит согласно принципу Паули, а устойчивость ядер связывается с заполнением уровней. Ядра с полностью заполненными оболочками наиболее устойчивы. Такие ядра называются магическими. Такими являются ядра, в которых число протонов либо нейтронов (либо их сумма) равно 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (например,  ${}^4_2He$ ,  ${}^{16}_8O$ ,  ${}^{40}_{20}Ca$ ,  ${}^{208}_{82}Pb$ ).

Существует и обобщённая модель (синтез капельной и оболочечной).

### 4. Масса и энергия связи ядра. Удельная энергия связи

По данным масс-спектрометрических измерений масса атомного ядра меньше суммы масс составляющих его нуклонов.

Для полного разделения ядра на отдельные свободные нуклоны необходимо произвести работу, которая определяет энергию связи ядра  $E_{св}$ . Наоборот, при образовании ядра выделяется такая же энер-

гия, например, в виде энергии электромагнитного излучения. Энергия связи является разностью между энергией нуклонов, связанных в ядре, и их энергией в свободном состоянии:

$$E_{\text{св}} = (\sum m_{\text{нукл}} - m_{\text{я}}) c^2, \text{ или } E_{\text{св}} = [zm_p + (A - z)m_n - m_{\text{я}}]c^2.$$

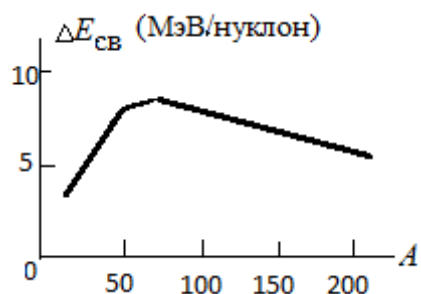
Величину  $\Delta m = [zm_p + (A - z)m_n] - m_{\text{я}}$  называют дефектом массы ядра.

Удельная энергия связи – это энергия связи, приходящаяся в среднем на 1 нуклон, т. е.  $\Delta E_{\text{св}} = E_{\text{св}} / A$ . Эта величина характеризует устойчивость ядра: чем больше  $\Delta E_{\text{св}}$ , тем ядро прочнее. Среднее значение  $\Delta E_{\text{св}}$  нуклона в ядре около 8 МэВ (при  $A > 20$ ). Сильнее всего связаны нуклоны в ядрах с массовыми числами  $A$  в интервале 50 – 60 (элементы Sr до Zn).  $\Delta E_{\text{св}}$  при этом достигает 8,7 МэВ/нуклон. При дальнейшем увеличении  $A$   $\Delta E_{\text{св}}$  уменьшается (например, для урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$   $\Delta E_{\text{св}} = 7,6$  МэВ/нуклон). Уменьшение объясняется тем, что с увеличением числа протонов в ядре увеличивается кулоновское отталкивание. На рисунке представлена зависимость  $\Delta E_{\text{св}}(A)$ .

Энергетически выгодно: а) деление тяжелых ядер на более легкие; б) слияние легких ядер в более тяжелые (термоядерный синтез).

При этих процессах выделяется большое количество энергии.

Для деления ядер нужна энергия активации, например нейтроном. Слиянию ядер препятствует кулоновское отталкивание, для его преодоления необходимо движение ядер с огромной скоростью, соответствующей температуре в несколько сот миллионов градусов.



**Ядерные реакции** – превращение атомных ядер при взаимодействии с частицами или друг с другом. Наиболее важны с практической точки зрения ядерные реакции под действием нейтронов. Например, реакция деления ядра урана  ${}^{238}_{92}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{237}_{92}\text{U} + 2{}^1_0n$ , сопровождаемая выделением огромного количества энергии (порядка 1 МэВ на 1 нуклон). При этом каждый нейтрон, возникающих в ходе реакции, взаимодействует с соседними ядрами. Происходит лавинообразное нарастание числа актов деления – цепная реакция.

Достаточно эффективны для возбуждения ядерных реакций медленные нейтроны (от  $10^{-7}$  до  $10^4$  эВ), так как они относительно

долго находятся вблизи атомного ядра, а поэтому существует довольно большая вероятность захвата нейтрона ядром. Для замедления в реакторах используют графит.

### Вопросы для самоконтроля

1. Какие частицы образуют ядро атома? Водорода? Гелия? Углерода?
2. Чем отличаются изотопы?
3. Охарактеризуйте кратко протон и нейтрон.
4. В чем состоит явление ядерного магнитного резонанса? Где оно используется?
5. Каковы свойства ядерных сил?
6. Какие модели ядра вы знаете? В чем их суть?
7. Что такое энергия связи ядра? Как ее можно рассчитать? Нарисуйте зависимость  $\Delta E_{св}(A)$ .
8. Что представляет собой ядерная реакция? Деления? Термоядерного синтеза?
9. Как можно использовать ядерную энергию? Приведите примеры.

## Лекция № 11

### РАДИОАКТИВНОСТЬ

#### План

1. Радиоактивность, ее характеристики. Закон радиоактивного распада. Период полураспада и среднее время жизни ядра.
2. Виды радиоактивных процессов:  $\alpha$ -распад,  $\beta$ -распад,  $K$ -распад,  $\gamma$ -излучение и сопровождающие процессы.
3. Дозы излучения.

#### **1. Радиоактивность, ее характеристики. Закон радиоактивного распада. Период полураспада и среднее время жизни ядра**

**Радиоактивность** – явление самопроизвольного (спонтанного) распада ядер с превращением в другие ядра с испусканием частиц. Такие ядра называют радиоактивными (явление было открыто А. Беккерелем при изучении люминесценции солей урана. (Нобелевская

премия 1903 г. совместно с П. Кюри и М. Кюри). Радиоактивный распад – статистическое явление, имеющее вероятностный характер. Нельзя точно сказать, когда ядро распадется, но можно предсказать вероятность распада за некоторый промежуток времени. Введем постоянную радиоактивного распада  $\lambda$ : вероятность распада ядра за единицу времени равна доле ядер, распадающихся за 1 с. Таким образом, из числа ядер  $N$  в среднем распадется  $\lambda N$  ядер. Величина  $A = \lambda N$  называется активностью нуклида. Это число распадов, происходящих с ядрами образца за 1 с (скорость распада). Единица активности в системе СИ – беккерель (Бк). 1 Бк – активность нуклида, при которой за 1 с происходит 1 распад. Внесистемная единица – кюри. 1 Ки =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк.

**Закон радиоактивного распада**  $N=N_0e^{-\lambda t}$ , где  $N_0$  – начальное число нераспавшихся ядер в момент времени  $t = 0$ ;  $N$  – число нераспавшихся ядер в момент времени  $t$ . Согласно этому закону число нераспавшихся ядер убывает экспоненциально. Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуется периодом полураспада  $T_{1/2}$  – временем, за которое в среднем число нераспавшихся ядер уменьшается вдвое.

Без вывода:  $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$ .

Также можно показать, что среднее время жизни радиоактивного ядра есть величина, обратная постоянной радиоактивного распада  $\tau = 1/\lambda$ , например у полония  $\tau = 200$  сут, у урана  $^{235}\text{U}$   $\tau = 10^9$  лет.

## **2. Виды радиоактивных процессов: $\alpha$ -распад, $\beta$ -распад, К-распад, $\gamma$ -излучение и сопровождающие процессы**

а)  **$\alpha$ -распад** ядер, сопровождающийся испусканием  $\alpha$ -частицы. Заряд  $\alpha$ -частицы  $+2e$ , масса совпадает с массой ядра изотопа гелия  $^4_2\text{He}$ , т. е.  $\alpha$ -излучение – поток ядер гелия. Оно отклоняется электромагнитными полями, обладает высокой ионизирующей способностью ( $\alpha$ -лучи поглощаются слоем алюминия толщиной 0,05 мм). Протекает  $\alpha$ -распад согласно правилу смещения  $^A_Z X \rightarrow ^{A-4}_{Z-2} Y + ^4_2\text{He}$ , где  $^A_Z X$  – материнское ядро,  $^{A-4}_{Z-2} Y$  – дочернее ядро, т. е. массовое число дочернего вещества уменьшается на 4, а зарядовое на 2 единицы. Например,  $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + ^4_2\text{He}$ . При этом должен выполняться баланс массовых и зарядовых чисел («слева» и «справа»). По представлениям квантовой механики ядро является для  $\alpha$ -частицы потенциальным барьером,

высота которого больше, чем энергия  $\alpha$ -частицы в ядре. Вылет  $\alpha$ -частицы возможен благодаря туннельному эффекту – проникновению  $\alpha$ -частицы сквозь потенциальный барьер. Образуются  $\alpha$ -частицы в момент радиоактивного распада при встрече движущихся внутри ядра двух протонов и двух нейтронов. Испускается несколько групп  $\alpha$ -частиц, имеющих разную энергию, которая изменяется дискретно, так как ядра обладают дискретными энергетическими уровнями.

б)  **$\beta$ -распад** – самопроизвольный процесс превращения радиоактивного ядра в другое ядро, при этом массовое число не изменяется, а зарядовое изменяется на  $\Delta z = +1$  с испусканием электрона и антинейтрино. (Вначале при исследовании радиоактивности электрон называли  $\beta$ -частицей, а излучение –  $\beta$ -излучением). Отклоняется  $\beta$ -излучение электрическим и магнитными полями. Его ионизирующая способность много меньше, чем у  $\alpha$ -частиц, а проникающая способность много больше.  $\beta$ -излучение сильно рассеивается веществом. Рождаются  $\beta$ -электроны внутри ядра при превращении нейтрона в протон ( ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}$ ). Схема  $\beta$ -распада:  ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}$ . Пример  $\beta$ -распада:  ${}^{14}_6C \rightarrow {}^{14}_7N + {}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}$  (напомним, нейтрино  $\nu$  – электрически нейтральная частица со спином  $\frac{1}{2}$  и нулевой (меньше  $10^{-4} m_e$ ) массой покоя),  $\tilde{\nu}$  – антинейтрино (см. лекцию 12). Нейтрино участвует (кроме гравитационного) только в слабом взаимодействии, поэтому его прямое наблюдение затруднено. Ионизирующая способность нейтрино столь мала, что 1 акт ионизации в воздухе приходится на 500 км пути. Проникающая способность нейтрино огромна (пробег нейтрино с энергией 1 МэВ в свинце составляет порядка  $10^{18}$  м). Очень затруднительно удержание нейтрино в приборах.

Электронный захват (или K-захват) – подтип  $\beta$ -распада. Пример  $e$ -захвата:  ${}^7_4\text{Be} + {}^0_{-1}e \rightarrow {}^7_3\text{Li} + {}^0_0\tilde{\nu}_e$ . Превращение протона в нейтрон  $p + e^- \rightarrow n^0 + \nu_e$ . Протон захватывает  $K$ -электрон (электрон ближайшего к ядру  $K$ -слоя электронов атома). При этом из ядра вылетит электронное нейтрино.

в)  **$\gamma$ -излучение ядер** – коротковолновое электромагнитное излучение, сопровождающее  $\alpha$ - и  $\beta$ -распады, а также возникающее при ядерных реакциях, при торможении заряженных частиц.

Оно не отклоняется электрическим и магнитными полями. Обладает сравнительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей способностью (используется в дефектоскопии –

определении трещин, каверн в корпусах, рельсах, балках и т. п.). Обладает очень малой длиной волны  $\lambda < 10^{-10}$  м, и поэтому у него ярко выражены корпускулярные свойства, т. е. является потоком  $\gamma$ -квантов (фотонов). Гамма-кванты имеют энергию по порядку величины примерно от 10 кэВ (килоэлектронвольт) до порядка 10 МэВ (мегаэлектронвольт).

Прохождение  $\gamma$ -излучения сквозь вещество сопровождается такими процессами, как фотоэффект, комптон-эффект, образование электронно-позитронных пар и ядерный фотоэффект.

- Фотоэффект. Энергия  $\gamma$ -квантов меньше 100 кэВ. Электрон выбивается из одной внутренней оболочки атома. Освободившееся место заполняется электронами из вышележащих оболочек и возникает характеристическое рентгеновское излучение. Спектр линейчатый.

- Комптон-эффект ( $E_\gamma$  примерно 0,5 МэВ). Возникает упругое рассеяние фотона на свободно покоящемся электроны.

- Образование электронно-позитронных пар ( $E_\gamma > 1,02 \text{ МэВ} = 2m_{e0}c^2$ ) происходит в электрических полях ядер.

- Ядерный фотоэффект ( $E_\gamma > 7 - 8 \text{ МэВ}$ ). В результате поглощения  $\gamma$ -квантов происходит выброс из ядра одного из нуклонов, чаще нейтрона.

### 3. Дозы излучения

Воздействие ионизирующего излучения на вещество  $\gamma$ -излучения (а также других видов излучения) характеризуют дозой излучения. **Доза в 1 рентген** соответствует образованию  $2,083 \cdot 10^9$  пар ионов в  $1 \text{ см}^3$  воздуха.  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ ,  $\gamma$ -излучение является своего рода эталоном. Принято сравнивать биологические эффекты, вызываемые любыми ионизирующими излучениями, с эффектами от  $\gamma$ -излучения (или рентгеновского). Коэффициент, показывающий, во сколько раз радиационная опасность в случае хронического облучения человека (в сравнительно малых дозах) выше, чем в случае  $\gamma$ -излучения (рентгеновского) при одинаково поглощённой дозе, называется коэффициентом качества излучения  $K$ . Для  $\gamma$  и рентгеновского излучений  $K = 1$ . Эквивалентная доза определяется как произведение поглощенной дозы на коэффициент качества излучения  $H = D * K$ . Единица эквивалентной дозы в системе СИ – **зиверт (Зв)**  $1 \text{ Зв} = 1 \text{ Дж/кг}$ . (Заметим что существуют и другие единицы, на которых мы останавливаться не будем: Грей, рад, бэр).

### Вопросы для самоконтроля

1. Что такое радиоактивность? Активность?
2. В чем состоит закон радиоактивного распада?
3. В чем смысл периода полураспада?
4. Что такое  $\alpha$ -распад,  $\beta$ -распад, электронный захват?
5. Какова природа  $\gamma$ -излучения ядер?
6. Какими процессами сопровождается прохождение  $\gamma$ -излучения сквозь вещества?
7. Что представляет собой доза излучения в 1 рентген, 1 Зв?

## Лекция № 12

### ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

#### План

1. Элементарные частицы. Основная систематика элементарных частиц.
2. Заряды и законы сохранения.
3. Античастицы.
4. Понятие о кварках.

#### **1. Элементарные частицы. Основная систематика элементарных частиц**

**Элементарными частицами (ЭЧ)** называются микрочастицы, относительно которых в настоящее время нет доказательств, что они являются составными (например, электрон, протон, нейтрон). Во всех наблюдавшихся до сих пор явлениях каждая такая частица ведет себя как единое целое. Они могут превращаться друг в друга, но не расщепляться на составляющие. Так, в реакции распада свободного нейтрона  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$  нейтрон превращается в протон, электрон и антинейтрино, которые не входили в состав нейтрона и возникли в самом процессе. Распад на части не означает, что объект состоит из этих частей.

ЭЧ участвуют в различных взаимодействиях (см. таблицу). Данные из [4].



| Взаимодействие   | Интенсивность, отн. ед | Радиус действия, см |
|------------------|------------------------|---------------------|
| Сильное          | 1                      | $10^{-13}$          |
| Электромагнитное | $10^{-2}$              | $\infty$            |
| Слабое           | $10^{-14}$             | $10^{-16}$          |
| Гравитационное   | $10^{-31}$             | $\infty$            |

Сильное взаимодействие обуславливает связь нуклонов в ядрах и тем самым обеспечивает прочность ядер.

Электромагнитное взаимодействие ответственно за само существование атомов и молекул за счет взаимодействия отрицательно заряженных электронов и положительно заряженных ядер, вызывает разлет осколков при делении атомных ядер.

Слабое ответственно за взаимодействие частиц, происходящее с участием нейтрино и антинейтрино, например  $\beta$ -распад.

Гравитационное присуще всем ЭЧ без исключения, но в силу малости масс ЭЧ в микромире несущественно.

### ***Основная систематика элементарных частиц***

Элементарные частицы можно разделить на фотоны, лептоны и адроны.

Фотоны (кванты электромагнитного поля) участвуют в электромагнитных взаимодействиях, но не обладают сильным и слабым взаимодействиями.

Лептоны (от греч. «лептос» – легкий) – электроны, мюоны, таоны, нейтрино. Участвуют в слабом и электромагнитном взаимодействии заряженных частиц ( $e$ ,  $m^-$ ,  $m^+$ ,  $\tau^-$ ,  $\tau^+$ ).

Адроны (от греч. «адрос» – крупный, массивный) участвуют в сильных взаимодействиях, делятся на мезоны и барионы.

Мезоны (от греч. «мезос» – средний, промежуточный) занимают положение между электронами и нуклонами (по массе). Например,  $\pi$ -,  $K$ -мезоны. Обладают целочисленным спином (или равным нулю). Как и фотоны, подчиняются статистике Бозе – Эйнштейна и относятся к бозонам. Мезоны участвуют в сильном, слабом и, если заряженные частицы, в электромагнитном взаимодействии.

Тяжелые частицы барионы – это адроны с полуцелым спином, в свою очередь, делятся на нуклоны и гипероны. За исключением протона все барионы нестабильны. Лептоны и барионы подчиняются статистике Ферми – Дирака и относятся к фермионам.

Гипероны (греч. «сверх, выше») – нестабильные ЭЧ (распадаются на нуклоны и легкие частицы) массой больше нуклонной и большим (по ядерным масштабам) временем жизни ( $10^{-10} - 10^{-19}$  с). (Например,  $\Omega$ -,  $\Lambda$ -,  $\Xi$ -гипероны).

## **2. Заряды и законы сохранения**

При взаимопревращениях микрочастиц справедливы законы сохранения. В частности, при любом взаимопревращении частиц алгебраические суммы электрических зарядов исходных и конечных частиц равны. Этот закон позволяет заведомо исключить из рассмотрения те схемы, где суммарный электрический заряд не сохраняется. Но для объяснения многочисленных экспериментальных фактов было допущено существование зарядов неэлектрической природы, которые также сохраняются.

Барионный заряд. Для всех процессов с участием барионов барионный заряд сохраняется (закон сохранения барионного заряда). При этом барионам (нуклонам и гиперонам) приписывается заряд  $+1$  (и  $-1$  – антибарионам), всем остальным частицам – ноль.

Лептонный заряд. Не вдаваясь в детали, лептонам приписывается заряд  $+1$ , для антилептонов  $-1$ , для всех остальных частиц – ноль. При превращениях с участием лептонов выполняется закон лептонного заряда. (Примечание: лептоны  $e^-$ ,  $\nu_e$ ,  $\mu^-$ ,  $\nu_\mu$ ,  $\tau^-$ ,  $\nu_\tau$ ; антилептоны  $e^+$ ,  $\tilde{\nu}_e$ ,  $\mu^+$ ,  $\tilde{\nu}_\mu$ ,  $\tau^+$ ,  $\tilde{\nu}_\tau$ ).

## **3. Античастицы**

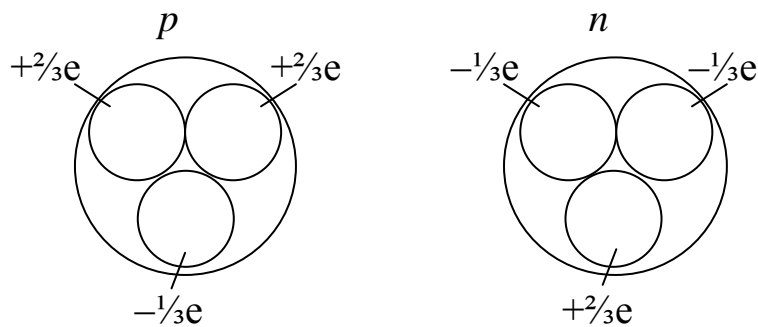
В общем случае античастицы отличаются от частиц только знаками зарядов (электрического, барионного, лептонного). Антипротон  $p^-$  отличается от протона  $p^+$  знаками электрического заряда, антинейтрон  $\tilde{n}$  от нейтрона  $n$  – знаком магнитного момента, антинейтрино  $\tilde{\nu}$  от нейтрино  $\nu$  – спиральностью (спиральность – состояние, определяемое проекцией спина частицы на направление движения). Если проекция больше 0, то спиральность считается правовинтовой, если меньше 0, то левовинтовой). В некоторых случаях античастица совпадает со своей частицей. Такие частицы называются истинно нейтральными. К ним относятся, например, фотон,  $\gamma$ -квант,  $\pi^0$ -мезон.

### Аннигиляция и рождение пар

При встрече электрона с позитроном происходит их аннигиляция, когда энергия этой пары превращается в энергию  $\gamma$ -квантов  $e+e^+ \rightarrow \gamma+\gamma$ . Возможен обратный процесс: в поле атомного ядра  $\gamma$ -квант может породить пару  $e^-$  и  $e^+$ , если энергия  $\gamma$ -кванта не меньше энергии  $2m_e c^2$ .

### **4. Понятие о кварках**

Согласно кварковой гипотезе все адроны являются составными частицами, их образуют первичные частицы – кварки. Последние отличаются от всех известных частиц дробностью заряда ( $-\frac{1}{3}e$  или  $+\frac{2}{3}e$ ). Каждый барион состоит из трех кварков, например нуклоны ( $p$  и  $n$ ) (см. рисунок).



Гипотеза получила косвенное подтверждение. Однако многочисленные поиски свободных кварков оказались безуспешными. Возможно, что в свободном состоянии кварки не существуют или энергия связи кварков в адронах весьма велика и недоступна современным ускорителям.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какие частицы считаются элементарными?
2. Какие фундаментальные типы взаимодействий есть в природе? Сравните их по интенсивности.
3. Какое взаимодействие является универсальным?
4. Приведите таблицу основной систематики элементарных частиц. Кратко охарактеризуйте каждую группу частиц.
5. Какие законы сохранения выполняются при слабых и сильных взаимодействиях?
6. В чем суть гипотезы о существовании кварков?
7. Чем отличаются частицы от античастиц?

## **Заключение**

Физика – это фундаментальная база для теоретической подготовки специалиста. Изучение основных физических явлений и идей, овладение фундаментальными понятиями, законами современной физики формирует умение выделить конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей специальности. Физика – база для новых отраслей техники; квантовая механика – для электроники, лазерной техники, нанотехнологий, информационных технологий; ядерная физика – для новых направлений медицинской техники и т. д. Кроме того, физика помогает развитию умственных способностей, воспитанию воли и характера при достижении поставленной цели. Физика – это ведущая наука о природе.

## Библиографический список

1. *Трофимова, Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 478 с. – ISBN 5-06-001540-8.
2. *Она же.* Физика в таблицах и формулах / Т. И. Трофимова. – М. : Дрофа, 2002. – 432 с. – ISBN 5-7107-42-91-0.
3. *Она же.* Оптика и атомная физика: законы, проблемы, задачи / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1999. – 288 с. – ISBN 5-06-003090-3.
4. *Иродов, И. Е.* Квантовая физика. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2002. – 272 с. – ISBN 5-93208-055-8.
5. *Савельев, И. В.* Курс общей физики. В 3 т. Т. 3 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1979. – 304 с.
6. Физический энциклопедический словарь / под ред. А. М. Прохорова. – М. : Сов. энцикл., 1984. – 944 с.
7. *Ташлыкова-Бушкевич, И. И.* Физика. В 2 ч. Ч. 2. Оптика. Квантовая физика. Строение и физические свойства вещества / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – 2-е изд., испр. – Минск : АСАР, 2008. – 182 с. – ISBN 978-985-6711-61-2.
8. Сборник задач по физике / авт.-сост. Н. С. Прокошева. – 2-е изд., испр. и доп. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2010. – 68 с. – ISBN 978-5-9984-0043-8.

## Оглавление

|   |    |
|---|----|
| Введение .....  | 3  |
| Лекция № 1. ЗАКОНЫ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ .....   | 4  |
| Лекция № 2. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА .....  | 14 |
| Лекция № 3. СТРОЕНИЕ АТОМА .....  | 21 |
| Лекция № 4. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ .....   | 29 |
| Лекция № 5. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА .....  | 37 |
| Лекция № 6. ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦЫ<br>ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР.<br>ЛИНЕЙНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР ..... | 45 |
| Лекция № 7. АТОМ ВОДОРОДА .....   | 53 |
| Лекция № 8. АТОМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ .....  | 60 |
| Лекция № 9. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ .....  | 65 |
| Лекция № 10. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ .....  | 71 |
| Лекция № 11. РАДИОАКТИВНОСТЬ .....  | 76 |
| Лекция № 12. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ ...  | 80 |
| Заключение .....  | 84 |
| Библиографический список .....  | 85 |

*Учебное издание*

ГАЛКИН Аркадий Федорович  
ПРОКОШЕВА Надежда Сергеевна

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

КВАНТОВАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Редактор Р. С. Кузина

Технический редактор С. Ш. Абдуллаева

Корректор Е. П. Викулова

Компьютерная верстка Л. В. Макаровой

Подписано в печать 08.02.16.

Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 5,12. Тираж 260 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.