

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

ПРОГНОЗ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОСЛОЙНЫХ
И МНОГОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД
В ЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧ

Монография



Владимир 2015

УДК 624.131.53

ББК 38.581.1

П78

Авторы: Т. И. Кравченко, В. В. Филатов, Б. Г. Ким, К. А. Дубов

Рецензенты:

Кандидат технических наук, профессор
кафедры автомобильных дорог
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Э. Ф. Семёхин

Кандидат технических наук, доцент кафедры
строительных конструкций Ивановского государственного
политехнического университета
В. С. Ярыгин

Прогноз устойчивости однослойных и многослойных
П78 грунтовых сред в линейной постановке задач : монография /
Т. И. Кравченко [и др.] ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Сто-
летовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2015. – 163 с.
ISBN 978-5-9984-0640-9

Приведены методики расчётов решений плоских задач с использованием аналитических зависимостей критических усилий и максимальных глубин их проявления в слабых водонасыщенных грунтах. Разработанная математическая модель со свойствами слабых водонасыщенных слоистых грунтов позволяет оценить пределы применения аналитических зависимостей и исследовать процесс развития упругопластических деформаций. Методики расчётов предельного состояния водонасыщенных слоистых грунтов были внедрены в проектные разработки научно-исследовательских организаций.

Предназначена для проектных организаций, может быть полезна аспирантам и студентам строительных и горных вузов.

Ил. 76. Табл. 34. Библиогр.: 49 назв.

УДК 624.131.53

ББК 38.581.1

ISBN 978-5-9984-0640-9

© Кравченко Т. И., Филатов В. В.,
Ким Б. Г., Дубов К. А., 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

В монографии приведены методики исследования несущей способности упругопластических однослойных и многослойных водонасыщенных грунтов, как оснований насыпей и фундаментов, с определением критических нагрузок в рамках постановки плоских задач. Выполнено описание процесса упругопластической деформации в слабых грунтах с помощью полученных аналитических выражений путём их проверки на математических моделях для прогнозирования состояния грунта. Предварительно проведено изучение существующих методов оценки критических усилий от действия внешних нагрузок в слабых грунтах. Не смотря на успешное строительство и эксплуатацию промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах, на практике приходится сталкиваться с авариями и деформациями инженерных сооружений. В результате этого были учтены насущные проблемы, стоящие при исследовании оснований под фундаменты сооружений для сложных грунтовых условий. Выполнено сопоставление результатов решений поставленных плоских задач для однослойных и многослойных водонасыщенных грунтовых сред от действия различных видов внешних нагрузок на основание. Полученная математическая модель со свойствами слабых водонасыщенных слоистых грунтов, позволяет оценить

пределы применения аналитических зависимостей и исследовать процесс развития упругопластических деформаций. Исследование несущей способности слоистых водонасыщенных грунтов с помощью аппроксимирующих линейных зависимостей, полученных экспериментально и графически, дают возможность получить общую характеристику грунтового полупространства.

Результаты полученных исследований могут быть использованы для составления проектной документации при строительстве гибких фундаментов, вертикальных стальных резервуаров, насыпей взлётно-посадочных полос, приаэродромной территории, отвалов сырья предприятий химической промышленности и отвалов торфяного грунта на водонасыщенных грунтах различного литологического состава.

ВВЕДЕНИЕ

Проектировщикам часто приходится сталкиваться с комплексом проблем, возникающих при строительстве новых и реконструкции существующих инженерных сооружений в районах распространения слабых водонасыщенных, глинистых, торфяных грунтов и илах, которые занимают значительное пространство территории России. На основания, конструкции, здания и сооружения действует комплекс неблагоприятных факторов, динамические нагрузки, технологические или аварийные температуры, вызывающие снижение прочностных и деформативных свойств грунтов. Всё это оказывают решающее влияние на несущую способность и долговечность зданий и сооружений. Не смотря на успешное строительство и эксплуатацию промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах, на практике приходится сталкиваться с авариями и деформациями инженерных сооружений. Причина аварий кроется в неправильной информации о характеристиках сжимаемости, прочности, ползучести грунтов, которую дают существующие исследования. Все это требует более обоснованного подхода к учёту особых условий при проектировании и строительстве сооружений на слабых грунтах, определяет необходимость проведения научно-исследовательских и опытно-экспериментальных работ для изучения несущей способности грунтов в городских и сельских регионах.

В результате этих насущных проблем был выполнен расчёт устойчивости слабых однослойных и многослойных водонасыщенных грунтов оснований инженерных сооружений.

Глава 1

СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ГРУНТОВОГО МАССИВА

1.1. Характеристика слабых водонасыщенных грунтовых оснований сооружений

Анализ причин деформаций сооружений, расположенных на слабых грунтах показал, что их характеризуют основные особенности, специфичные для всей группы слабых грунтов, которые необходимо учитывать при проектировании сооружений. Слабые грунты особенно широко распространены в северо-западных районах РФ, в геологическом прошлом освободившихся от ледникового покрова последнего континентального оледенения, в условиях избыточного увлажнения и затруднённого стока подземных и поверхностных вод. Эти грунты образуют залежи на дне, по берегам морей и озёр, в поймах и дельтах рек, на заболоченных водоразделах. Суммарная мощность толщ слабых грунтов сравнительно невелика, обычно не более 20-30м; в ряде районов она достигает 50 м.

По условиям образования и залегания слабые грунты можно разбить на три группы: морские и озёрные отложения, образующие слоистые толщи (пески, супеси, суглинки, глины, органогенные и минеральные илы); покровные отложения, залегающие на плоских участках, на склонах и под склонами (торфяники, глинистый элювий коренных пород, размоченный лёсс, делювиальные отложения склонов, пролювий конусов выноса); техногенные отложения, залегающие в форме бугров, терриконов или во впадинах рельефа, в оврагах, в карьерах в форме карманов (городская свалка, отвалы промышленных отходов и др.

С позиций механики грунтов слабые грунты характеризуется низкими показателями механических свойств. Им присуща избыточная увлажнённость, малая прочность, высокая сжимаемость и низкая несущая способность, приводящие к большим осадкам оснований,

в результате влекущие аварии сооружений.

В соответствии с [1] и [2] к слабым грунтам относят группу водонасыщенных глинистых грунтов значение модуля общей деформации, которых равно или меньше 5,0 МПа, а степень влажности больше 0,8, т.е. более 80% пор которых заполнены водой. Для большинства слабых грунтов значение угла внутреннего трения меняется от 0 до 14° , а значения коэффициента сцепления от 0,01 до 0,02 МПа. К водонасыщенным глинистым грунтам относятся грунты различного происхождения (аллювиальные, морские делювиальные и т. д.), которые в результате литогенеза или других, природных факторов стали сильносжимаемыми и водонасыщенными. К этой группе относят илы, ленточные глины, водонасыщенные лессовые макропористые и заторфованные грунты, а также некоторые другие виды глинистых грунтов. Состав, структура, текстура, а, следовательно, и свойства слабых водонасыщенных глинистых грунтов формируются в процессе их генезиса и изменяются под влиянием постгенетических процессов (диагенеза, эпигенеза и гипергенеза). При воздействии вибрации прочность этих грунтов понижается, т. е. появляются тиксотропные свойства. Осадки зданий, возведённых на таких грунтах, развиваются в течение десятков лет и достигают больших величин. При изучении отдельных видов слабых водонасыщенных грунтов глинистых грунтов необходимо применять генетический подход для установления закономерностей, присущих грунтам данного вида. Свойства слабых водонасыщенных глинистых и торфяных грунтов зависят от их минералогического состава. Кроме того на свойства этих грунтов влияют органические вещества, входящие в их состав. Присутствие большого количества органических веществ (более 10 %) в торфяных грунтах создаёт новые своеобразные свойства этих грунтов. Поэтому изучение торфов и заторфованных грунтов следует проводить по специальной методике, которая в некоторых случаях может отличаться от методики исследования слабых грунтов, не содержащих органических веществ.

Для определения физических характеристик и свойств слабых грунтов учёными проводились многолетние лабораторные и полевые исследования на различных участках территории РФ. Результаты этих исследований приведены в таблицах 1.1 и 1.2 [1].

Таблица 1.1.

Результаты исследований физических характеристики слабых
грунтов [1]

Грунт	Уд. вес, г/см ³	Влаж- ность, %	Предел пластичности		Коэф. порис- тости ϵ_0	Коэф. сжима- емости, см ² /кгс	Кол. орган. веществ, %
			W _T	W _p			
Ил: речной (Архан- гельск),	2,68	72,5	75,6	39,2	1,98	0,22	5,6
озёрный (Красно- армейск),	2,68	49,2	47,1	25	1,4	0,12	3,7
органо- мине- ральный (Рига)	2,32	158	180,2	81,2	3,83	0,81	12,8
Лёсс	2,7	-	22,3	17,4	1,06	0,09	-
(Грозный) Лёсс	2,71	-	0,01	18	0,76	0,06	-
(Оби- Кинск)							
Паста: из глины неокома	2,71	77,2	75,8	37	2,09	0,24	-
(Саратов), из хва- лынской							
лины (Вол- го- град)	2,69	67,3	61,6	26,4	1,81	0,17	-

Таблица 1.2.

Физико-механические характеристики слабых грунтов [1]

Грунт	Влажность, %	Уд. вес, г/см ³	Предел пластичности		Уплотняющее давление, кг/см ²	Коэф. пористости ε_0
			W _T	W _p		
Ил речной (Кашира)	52,9-54,95	2,6	49,7	29,7	0,2	1,36 - 1,43
Каолинит (паста)	50,1	2,68	56,6	39	0,5	1,26- 1,3 2,62-
Бентонит (паста)	106	2,68	120,2	40,1	0,5	2,68

На основании [3] к слабым грунтам относятся типы слаболифитифицированных био - и минерогенных грунтов, состоящие из торфов, заторфованных грунтов, сапропелей и морских илов. В генетическом отношении органические и органно-минеральные типы слаболифитифицированных грунтов характеризуются общностью зарождения в водной или избыточно увлажнённой среде с протеканием сложных микробиологических и биохимических процессов распада органического вещества и осадконакопления в анаэробных условиях. Вследствие этих генетико – литологических причин таким грунтам присуща - избыточная увлажнённость, низкая плотность, весьма незначительная прочность и сильная сжимаемость.

В соответствии с [4] категории слабых грунтов представлены в таблице 1.3.

Таблица 1.3.

Номенклатура слабых органо-минеральных грунтов [4]

Подгруппа грунта	Тип грунта	Вид грунта	Сопротивление сдвигу τ , 10 ⁵ Па	Естественная влажность (мягкопласт. пород) w_0 , %

Органический	Торф нормально-зольный	Слабо-разложившийся	> 0,05	>1200
		Средне-разложившийся	> 0,05	800-1200
		Сильно-разложившийся	> 0,05	500-800
	Торф высокозольный	Слабо-разложившийся	> 0,07	500-600
		Средне-разложившийся	> 0,07	400-500
		Сильно-разложившийся	> 0,07	< 400
	Сапропель	Слабо-минеральный	< 0,03	>500
		Средне-минеральный	< 0,05	300-500
		Минеральный	> 0,05	180-300
	Органо-минеральный	Заторфо-ванные песчаные и глинистые	Сильно-заторфованные	> 0,08
Средне-заторфованные			> 0,08	200-300
Ил		Слабо-заторфованный	> 0,08	< 200
		Глинистый	> 0,05	> 60
Минеральный		Суглинистый	> 0,1	> 35
		Супесчаный	> 0,1	> 30

Длительность протекания осадок при нагружении в слабых грунтах объясняется существенным уменьшением объёмов порового пространства, резко снижающим (на несколько порядков) их водонепроницаемость [4]. Эти грунты могут быть использованы в инженерно – строительных целях лишь после проведения специальных мероприятий по их уплотнению или укреплению. Именно по этой причине нормативные документы [31, 32] не допускает возможность опирания фундаментов на названные типы грунтов слабой степени литификации, исключая возведения сооружений плавающего типа или в виде песчаных насыпей.

В торфяных основаниях дорожных насыпей за десятилетия эксплуатации влажность снижается лишь до 180 - 220 % , а коэффициент пористости до 2,7 - 3,3, при модуле общей деформации порядка 0,3 - 0,7 МПа. Важное место в оценке устойчивости и несущей способности торфяных залежей занимает учёт сапропелевых отложений, залегающих под торфом. Это объясняется тем, что сопротивлению сдвигу или удельное сцепление сапропелей нередко на порядок ниже, чем у торфа и колеблется в слабоминерализованных сапропелях в пределах $0,003 - 0,03 \cdot 10^5$ Па. Это обстоятельство приводит к тому, что при рытье канав сапропелевое отложение немедленно выдавливается, заполняя осушитель или нарушая устойчивость откосов. На рис. 1.1 [3] хорошо видна изменчивость τ в указанных слоях на двух пунктах опробования, особенно при переходе от торфа к сапропелю на глубине около 4 м.

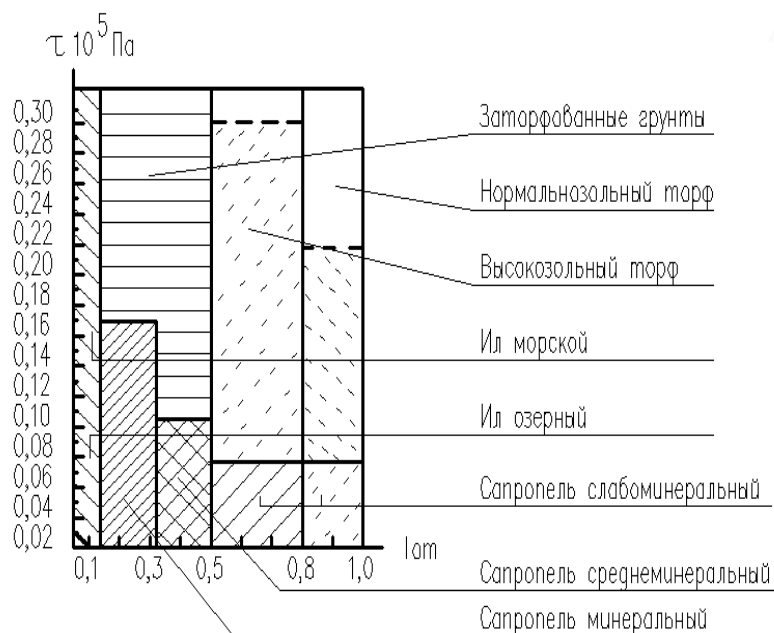


Рис.1.1.Зависимость показателя прочности τ слабых грунтов от относительного содержания органических веществ $I_{от}$

Категорию слабых грунтов на основании [12] также составляют водонасыщенные глинистые грунты, которые при давлении до 0,3 МПа имеют модуль деформации 3-5 МПа и относительную влажность больше 0,8. Угол внутреннего трения весьма мал и может быть принят равным нулю, а сопротивление сдвигу – величине сцепления. Устойчивость соору-

жений, возводимых на слабых водонасыщенных грунтах, обеспечивается при соблюдении условия:

$$\tau_{\text{макс}} < C, \quad (1.1)$$

где $\tau_{\text{макс}}$ – максимальное значение главных касательных напряжений, вызываемых нагрузкой от сооружений. При соблюдении этого условия пластические сдвиги не возникают ни в одной точке основания сооружения. На основании [12] слабые грунты сгруппированы в табл.1.4.

Таблица 1.4.

Физико - механические характеристики слабых грунтов [12]

№ п/п	Наименование грунтов	Удельный вес грунта γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , °	Удельное сцепление грунта C , кН/м ²
1	Суглинок ленточный водонасыщенный	10	17	5
2	Торфяной грунт верховой	1,5-1,6	8	0,45
3	Торфяной грунт низинный	1,45-1,55	12	0,6
4	Суглинок мягкотелый	1,9	18	2
5	Глины мягко-пластичных пород	1,88-1,96	8-16	0,015- 0,035
6	Глины текучих пород	1,61-1,88		0,05-0,015
7	Суглинки текучих пород	1,8-1,9	14-23	0,015-0,026
8	Глины туго-пластичных пород	1,96-2,01	8-16	0,05-0,06
9	Песчано – супесчаные породы, увлажнённые водой	1,7-2,1	25-32	0,013-0,035

Результаты инженерно-геологических изысканий, выполненных в 2013 г. ООО ГП "Промнефтегазэкология" и ОАО «МАГНИТОГОРСКИЙ

ГИПРОМЕЗ» на площадке, расположенной на II надпойменной террасе реки Туры показали, что к слабым грунтам относятся следующие виды грунтов, указанных в табл.1.5. Значения физических показателей свойств грунтов были также определены лабораторными методами. Нормативные значения прочностных и деформационных характеристик ИГЭ-1 – ИГЭ-5 приняты по результатам лабораторных испытаний грунтов, значения для ИГЭ-6 и ИГЭ-7 приняты в соответствии [33] с учетом данных статического зондирования грунтов. Обработка материалов статического зондирования грунтов позволила просчитать частные значения предельного сопротивления свай и оценить несущую способность свай по результатам полевых исследований. Результаты приведены в таблице 1.5.

Таблица 1.5.

Нормативные значения свойств слабых грунтов

Физико-механические показатели	ИГЭ-1. Суглинок полутвердый	ИГЭ-2. Суглинок тугопластичный	ИГЭ-3. Суглинок мягкопластичный	ИГЭ-4. Суглинок текучепластичный	ИГЭ-5. Супесь пластичная	ИГЭ-6. Песок мелкий, средней плотности, средн. степени водонасыщенный
Природная влажность, W , %	29.2	26.8	30.2	32.7	26.2	13.1
Число пластичности, I_p %	13.3	12.5	10.7	10.1	5.4	-
Показатель текучести, I_L , д.ед.	0.14	0.37	0.61	0.85	0.49	-
Плотность частиц, ρ_s , г/см ³	2.70	2.69	2.69	2.68	2.67	2.65

Плотность грунта, ρ , г/см ³	1.86	1.91	1.89	1.84	1.93	1.84
Плотность в сухом состоянии, ρ_d , г/см ³	1.44	1.50	1.47	1.39	1.55	1.62
Коэффициент пористости, e , д.ед.	0.88	0.80	0.84	0.93	0.72	0.63
Коэффициент водонасыщения S_r , д.ед.	0.90	0.93	0.94	0.93	0.91	0.57
Удельное сцепление, C , кПа	21	20	16	14	14	2
Угол внутреннего трения, φ , град.	20	21	18	17	23	32
Модуль деформации, E , МПа	11.6	13	9.4	2.8	17.8	28
Удельный вес, γ , кН/м ³	18.27	18.76	18.59	18.07	18.97	18.08

Водонасыщенные рыхлые пески (аллювиальные, озёрно-морские и др.) в условиях статического нагружения не получают больших деформаций, поэтому осадки сооружений не имеют опасного развития. Однако выполнение строительных работ в непосредственной близости от других зданий может существенно изменить картину. Сваи, погружаемые в рыхлые водонасыщенные пески вибрированием или забивкой должны располагаться на достаточном удалении от существующих фундаментов. В водонасыщенных рыхлых применение глубинного водоотлива при наличии сооружений возле котлована является нежелательной мерой, т.к. понижение уровня подземных вод на длительный

период времени вызывает уплотнение грунта и развитие дополнительной осадки.

Анализ природных свойств слабых грунтов указывает на их различное происхождение, различный химический и минералогический состав, но обладающих одинаковыми характеристиками сжимаемости и прочности. В следующем пункте были рассмотрены существующие методы расчёта несущей способности грунтовых оснований в зависимости от общих характеристик слабых грунтов, которые дают возможность оценить работу оснований и выполнить дальнейшие научные исследования, необходимые для повышения устойчивости и прочности инженерных сооружений.

1.2. Влияние подземных вод на физические свойства грунтов

На различной глубине от поверхности земли встречаются грунты, пропитанные водой. Эти воды называются грунтовыми, а верхняя поверхность их – уровнем грунтовых вод. Грунтовые воды оказывают большое влияние на структуру, физическое состояние и податливость грунтов. Различные примеси, растворённые в воде, могут вредно (агрессивно) влиять на материал фундаментов и разрушать его. Все это заставляет строителя при проектировании и возведении фундаментов детально изучать грунтовые воды в районе постройки. Вода в грунте скапливается вследствие конденсации паров, проникающих вместе с воздухом, и просачивания дождевых и талых снеговых вод. Поэтому уровень грунтовых вод непостоянен: наиболее высокое стояние их бывает весной, наиболее низкое – зимой и летом. Вблизи открытых водоёмов (река, канал, озеро и т. д.) колебание уровня грунтовых вод обычно связано с колебанием уровня воды в водоёме. После проведения на большой территории планировочных работ условия стока и просачивания меняются, что может повлечь изменение режима грунтовых вод. Распределение вод в толще грунта во многом зависит от характера напластования. Вода задерживается при просачивании над водоупорными (главным образом – тяжёлыми глинистыми) грунтами и скапливается в водопроницаемых (песчаных) слоях, которые в этом случае называются водоносными. Очевидно,

что этот уровень должен выявляться при изысканиях и учитываться при проектировании. В заключение отметим, что при просачивании воды небольшое количество ее всегда задерживается в верхнем почвенном слое (почвенные воды, верховодка). Не оказывая влияния на конструкцию фундаментов, наличие этих вод заставляет всегда принимать меры по изоляции фундаментов и стен от влаги.

Изменение уровня грунтовых вод после возведения сооружения может резко понизить прочность основания и вызвать серьезные деформации сооружения в следующих случаях. При расположении сооружения на мелких и пылеватых рыхлых песках, которые под давлением текут вместе с водой. Такие грунты называются плавунами. Если грунтовые воды имеют выход на поверхность (например, в месте резкого изменения рельефа, при рытье котлована или шурфа и т. д.), возникает опасность выноса частиц грунта из-под проектируемого сооружения или из-под зданий, расположенных рядом с котлованом. Поэтому при проектировании сооружения на плавуне необходимо специальными исследованиями установить пределы распространения плавунув, возможность выноса их в местах резких переломов поверхности рельефа, характер и рельеф подстилающих грунтов, направление и скорость движения грунтовых вод.

1. 3. Фазы деформированного состояния грунтов в зависимости от статички нагружения

Напряженное состояние определяется с использованием решений теории линейно – деформируемого грунта, если в основании фундамента или полностью отсутствуют зоны, в которых нарушена прочность грунта, и он находится в предельном состоянии или они незначительны по своим размерам. Напряжения, возникающие в грунтовой среде, могут пре-взойти силу внутренних связей (предельную прочность). Это приведёт к нарушению существующего равновесия, потере устойчивости грунто-вых оснований сооружений. При действии увеличивающихся статиче-ских нагрузок на слабые грунты основными прочностными показателя-ми сопротивления грунтового слоя являются показатели сопротивления их сдвигу. Показатели сопротивления грунтов сдвигу являются не по-стоянными и зависят от многих причин: давления, условий в точках

контакта участков грунта, его плотности, сжимаемости, деформативности и других факторов. Вместе с этим при действии возрастающих вертикальных давлений в грунтовой среде возникает фазовое напряженно-деформированное состояние грунта, которое изучается для инженерных расчётов грунтового основания.

Анализ испытания основания штампом [29] позволяет выделить следующие фазы напряженно-деформированного состояния грунта: 0 – фаза упругих деформаций; I – фаза уплотнения; II – фаза сдвигов; III – фаза выпора. Кратко охарактеризуем напряженно-деформированное состояние грунта в каждой из выделенных фаз (рис.1.2).

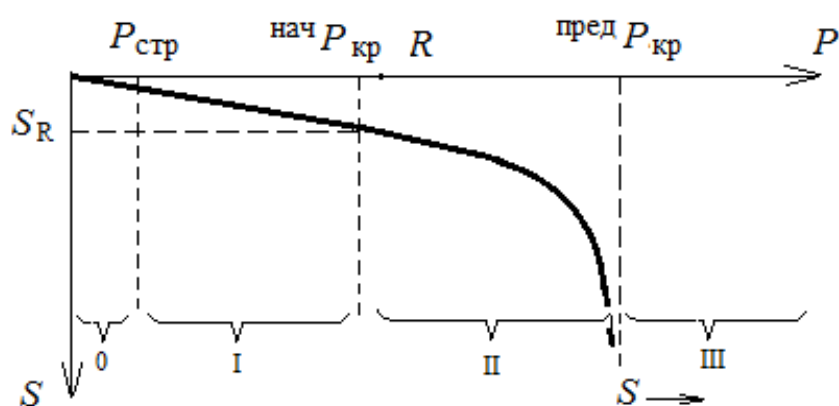


Рис. 1.2. Фазы напряженно-деформированного состояния грунта: $P_{стр}$ – структурная прочность; $нач P_{кр}$ – начальное критическое давление; $пред P_{кр}$ – предельное критическое давление; R – расчетное сопротивление грунта

Фаза упругих деформаций характеризуется уровнем напряжений в скелете грунта, не превышающим прочность структурных связей между минеральными частицами грунта или структурной прочности грунта [29]. Деформации грунта в этой фазе обратимы и пренебрежимо малы, т. к. обусловлены сжимаемостью минеральных частиц. Уровень напряжений, соответствующий концу этой фазы, называется структурной прочностью грунта $P_{стр}$ и обычно не превышает 5 - 10 % допустимых на грунт давлений. В этом случае в соответствии с диаграммой напряжений Мора соблюдается допредельное устойчивое напряжённое состояние, отвечающее условию [52]:

$$\tau \leq \operatorname{tg} \varphi + C \text{ или } \tau \leq \sigma f + C, \quad (1.2)$$

где постоянные $f = \operatorname{tg} \varphi$ и C – коэффициент внутреннего трения и коэффициент сцепления, τ – касательное напряжение, действующее в заданных точках грунта, σ – нормальное напряжение в этих точках.

Фаза уплотнения соответствует уровням напряжений в грунте, в диапазоне которых процесс его деформирования удовлетворительно подчиняется закону уплотнения Терцаги [29]. Линейная зависимость между деформациями и напряжениями в этой фазе не является обратимой. При разгрузке штампа из диапазона давлений, соответствующего фазе уплотнения, грунт деформируется по линейной зависимости, не совпадающей с ветвью нагрузки. При полной разгрузке штампа имеет место необратимая (пластическая) осадка, соответствующая нулевым напряжениям по подошве. Таким образом, закон уплотнения Терцаги устанавливает линейную зависимость между напряжением и суммой упругой и пластической деформации грунта.

Фаза сдвигов характеризует начало образования в грунте зон предельного равновесия [29]. Зоной предельного равновесия в грунте называют геометрическое место точек, в которых не удовлетворяются условия прочности Кулона-Мора. Первоначально эти зоны образуются по краям штампа, где имеет место концентрация напряжений. Уплотнение грунта в этой фазе практически не происходит. Грунт считается несжимаемым, а коэффициент Пуассона в этой фазе близок к 0,5. Давление на грунт, соответствующее началу фазы сдвигов, называют начальным критическим давлением – $P_{\text{кр}}^{\text{нач}}$.

В этом случае соблюдается предельное равновесие, отвечающее условию [52]:

$$\tau = \operatorname{tg} \varphi + C \text{ или } \tau = \sigma f + C. \quad (1.3)$$

Фаза выпора является следствием развития фазы сдвигов в области грунтового массива, являющегося основанием штампа, с образованием поверхностей скольжения, отделяющих основание штампа от нижележащего грунтового массива. В результате этого осадки штампа происходят без увеличения нагрузки за счет перемещения грунта основания. Вокруг штампа происходит поднятие (выпор) грунта. Давление, при котором

наступает фаза выпора, называется предельным критическим давлением – $P_{\text{пред}} P_{\text{кр}}$ [29].

В соответствии с охарактеризованными выше фазами напряженно-деформированного состояния грунта применяются следующие расчетные модели, приведённые в таблица 1.6.

Таблица 1.6.

Расчётные модели грунта в соответствии с фазами напряженно-деформированного состояния

Уровень давлений P	Расчетная модель грунта	Характеристики модели грунта	Методы анализа
$P \leq P_{\text{стр}}$	Упругая среда	Модуль упругости	Теория упругости
$P_{\text{стр}} < P < P_{\text{кр}}^{\text{нач}}$	Линейно-деформируемая неупругая среда	Модуль деформации при нагрузке и модуль упругости при разгрузке	Теория упругости анизотропной среды
$P_{\text{кр}}^{\text{нач}} \leq P < P_{\text{пред}} P_{\text{кр}}$	Упругопластическая среда	Функциональная зависимость деформаций от напряжений	Теория пластичности

Рассмотрим картину напряжённо-деформированного состояния под действием нагрузок для различных типов глинистых грунтов.

1.4. Развитие деформаций в глинистых грунтах различной консистенции при действии возрастающей нагрузки

Решение задачи об устойчивости связных оснований под вертикальной нагрузкой имеет большое самостоятельное значение. На важность и необходимость детального изучения поведения связных грунтов при увеличении нагрузки на фундамент приводится в изданиях [5,6,11]. На основе анализа проведённых исследований с грунтами полутвёрдой, туго - и мягкопластичной консистенции установлена последовательность развития деформаций в этих грунтах. Глинистые грунты, как и песчаные, при загрузении их через жёсткий штамп проходят три фазы де-

формаций, картина развития которых была исследована в зависимости от заглубления штампа. Полная картина напряжённо-деформированного состояния глинистых грунтов рассмотрена в следующем разделе.

1.4.1. Развитие деформаций под заглублёнными штампами

Для получения более последовательной картины деформирования глинистого основания под нагрузкой в [13] была проведена серия опытов с глинистыми грунтами тугопластичной консистенции с заглублёнными штампами при $h/v = 0,4$ и $h/v = 1$. Исследования показали, что характер развития деформаций аналогичен для того же состояния грунта при незаглублённых штампах. Как показывают проведённые исследования кривые зависимости осадки штампа от среднего давления, возрастания глубины заложения штампа приводит к уменьшению величины осадки на 6-10 %. Поэтому общий характер кривой зависимости $S = f(P)$ остался практически одинаковым при различных значениях относительной глубины заложения штампа.

В результате проведённого цикла исследований [13] установлено, что развитие деформаций в глинистых грунтах заглублёнными штампами протекает в такой же последовательности, как и при незаглублённых штампах, согласуясь с тремя фазами по Н. И. Герсеванову [9]: уплотнения, сдвигов и потери несущей способности.

На первых ступенях приложения нагрузки в грунте наблюдается процесс уплотнения, частицы его движутся, в основном, вертикально вниз с очень незначительным отклонением в стороны; уплотнение происходит на глубину (1,4-1,6) v . Осадку штампа приближённо можно считать пропорциональной внешней нагрузке.

Во второй стадии траектории перемещения частиц грунта отклоняются от вертикального направления более интенсивно, чем в случае незаглублённых штампов. Эта фаза сдвигов более коротка. График зависимости осадки-нагрузки криволинеен.

Переход от второй фазы деформации к третьей фазе характеризуется тем, что очерчиваются области, где явно выражен поворот частиц в стороны и вверх, но в основном вверх к поверхности основа-

ния. В данном случае процесс развития поверхностей скольжения более длителен. Горизонтальные перемещения здесь значительно меньше и составляют 10-12% от полной осадки штампа, а зоны сдвигов («пластические» области) при предельной нагрузке достигают размеров (2,2-2,4) в влево и вправо от боковых граней штампа, а их глубина – (2,5 -2,7) в.

1.4.2 .Формы и размеры уплотнённого ядра при действии распределённых нагрузок

Образование под жёстким фундаментом при нагрузках, близким к критическим уплотнённого ядра известно уже давно И.Х. Пигулевским (1929 г.) [30]. Наличие ядра значительно изменяет напряжённое состояние грунта, условия его деформации, величину критической нагрузки, передаваемой конструкцией на грунт. Это обуславливает большое значение решения задач об определении формы ядра.

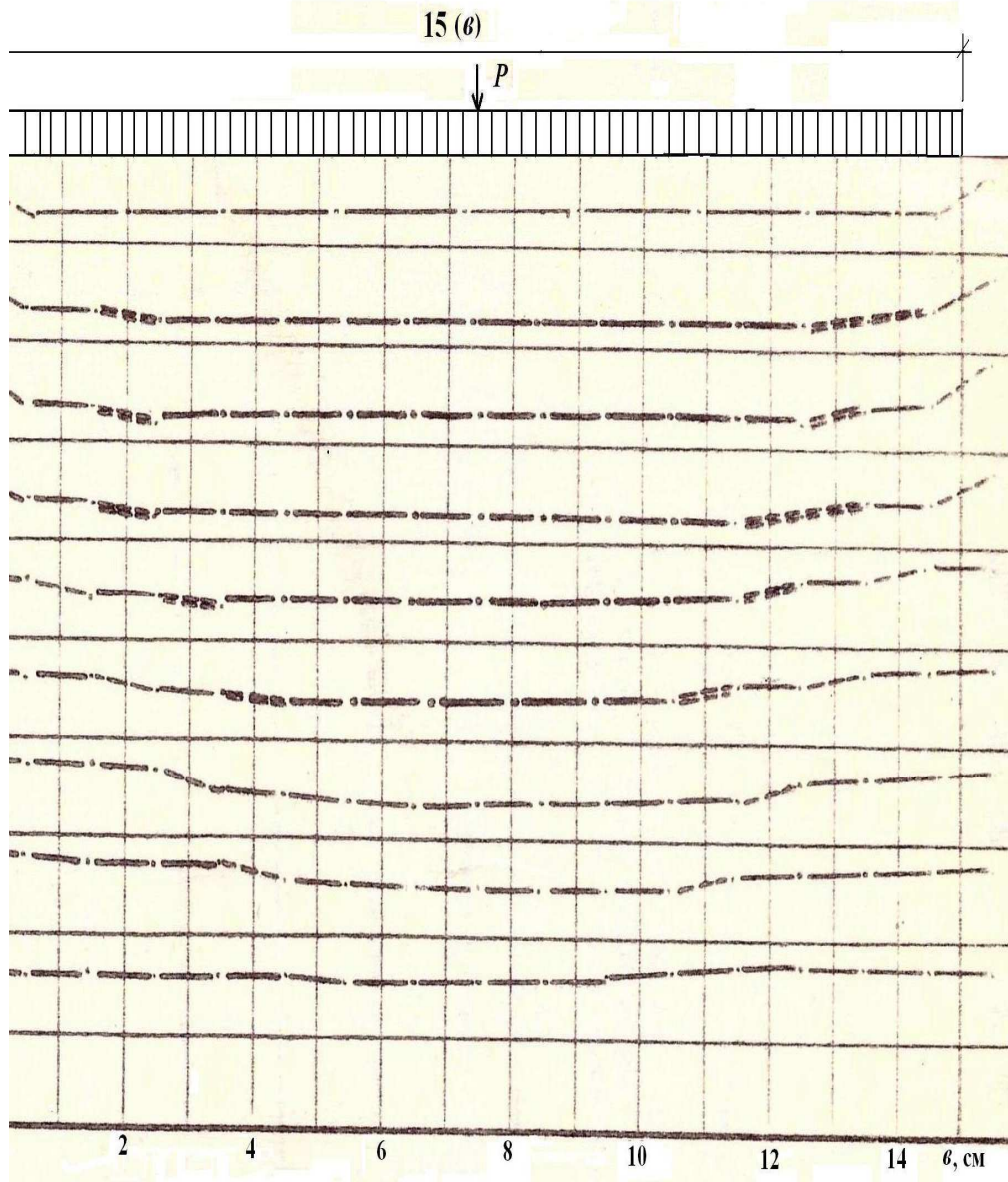
Практическое значение этого вопроса вытекает из того, что существующее ядро приводит к резкому возрастанию размеров сдвиговых областей грунта, а следовательно, и к возрастанию критической нагрузки. Тем самым устраняется разрыв, существующий между результатами расчёта по методам теории предельного напряжённого состояния и экспериментальными данными.

Многочисленными исследованиями формы уплотнённого ядра в песчаных грунтах показано, что можно выделить поверхность, отделяющую уплотнённое ядро от окружающего грунта. В исследованиях [26], использующих нелинейные деформационные зависимости, позволили выявить образование областей с пониженной жёсткостью на сдвиге у краёв штампа в песчаных грунтах. Снижение модуля сдвига зафиксировано под краями штампа С.Е. Кагановской (1974г.) [14] в глинистых грунтах. Однако большинством исследователей не изучалась картина изменения плотности в пределах уплотнённого ядра и поверхности, отделяющей его от окружающего грунта. Исходя из наличия этой поверхности, можно считать, что плотность грунта этой зоны

является переходной в значении плотностей от уплотнённого ядра к окружающему его грунту.

Действительно, уплотнённое ядро играет важную роль в деформации основания, поскольку оно сдвигает прилегающие к штампу объёмы грунта по линиям наименьшего сопротивления, и поэтому плотность грунта в уплотнённом ядре должна значительно больше, чем в переходной зоне и, соответственно, в областях пластических деформаций. Таким образом, на основе информации о плотности, полученной при различных нагрузках на основание вплоть до разрушения, можно выделить эту переходную зону. Знание границ переходной зоны позволит установить размеры и форму уплотнённого ядра. На рис. 1.3 и 1.4 приведены диаграммы изменения плотности в грунтах тугопластичной и мягкопластичной консистенции под штампом при нагрузках вплоть до потери несущей способности основания. Рассмотрение диаграмм изменения плотности показало, что внутри уплотнённого ядра образуется зона, плотность в которой больше, чем плотность самого ядра.

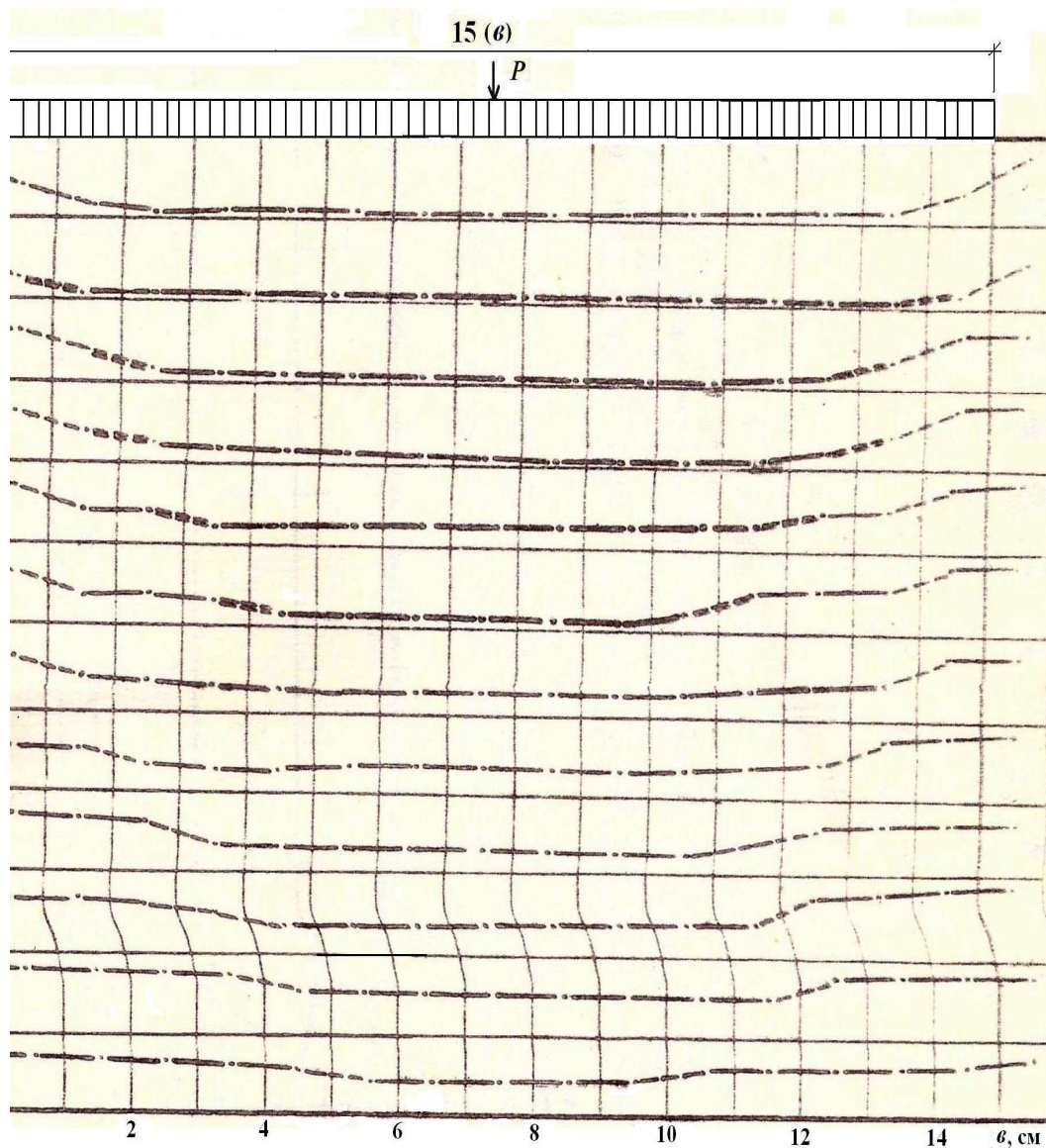
Анализ диаграмм изменения плотности грунта по глубине под штампом показывает, что образующее ядро состоит из двух зон уплотнения. Первая зона уплотнения распространяется на глубину (0,65-0,7) *в*. Внутри этой зоны образуется вторая зона уплотнения, которая начинается от подошвы штампа и распространяется на глубину (0,3-0,35) *в*. Перемещения частиц грунта в пределах второй зоны строго вертикальны.



а)

Рис.1.3. Очертание «упругой» и «пластической» части уплотнённого ядра в глинистых грунтах тугопластической консистенции под жёстким штампом шириной 15см: а) при $P=0,4\text{кгс/см}^2$, при $P=1,2\text{кгс/см}^2$; б) при $P=1,6\text{кгс/см}^2$, (глина с $W_n=17,8$; $B=0,30$; $\gamma=1,89\text{ г/см}^3$; $\varphi=15^0$; $C=0,25\text{ г/см}^2$).

--- граница уплотнённого ядра;
 === граница «упругой» части ядра
 (начало)



б)

Рис.1.3. Очертание «упругой» и «пластической» части уплотнённого ядра в глинистых грунтах тугопластической консистенции под жёстким штампом шириной 15 см: а) при $P=0,4 \text{ кгс/см}^2$, при $P=1,2 \text{ кгс/см}^2$; б) при $P = 1,6 \text{ кгс/см}^2$, (глина с $W_n=17,8$; $B = 0,30$; $\gamma = 1,89 \text{ г/см}^3$; $\varphi = 15^\circ$; $C = 0,25 \text{ г/см}^2$).

--- граница уплотнённого ядра;
 === граница «упругой» части ядра
 (окончание)

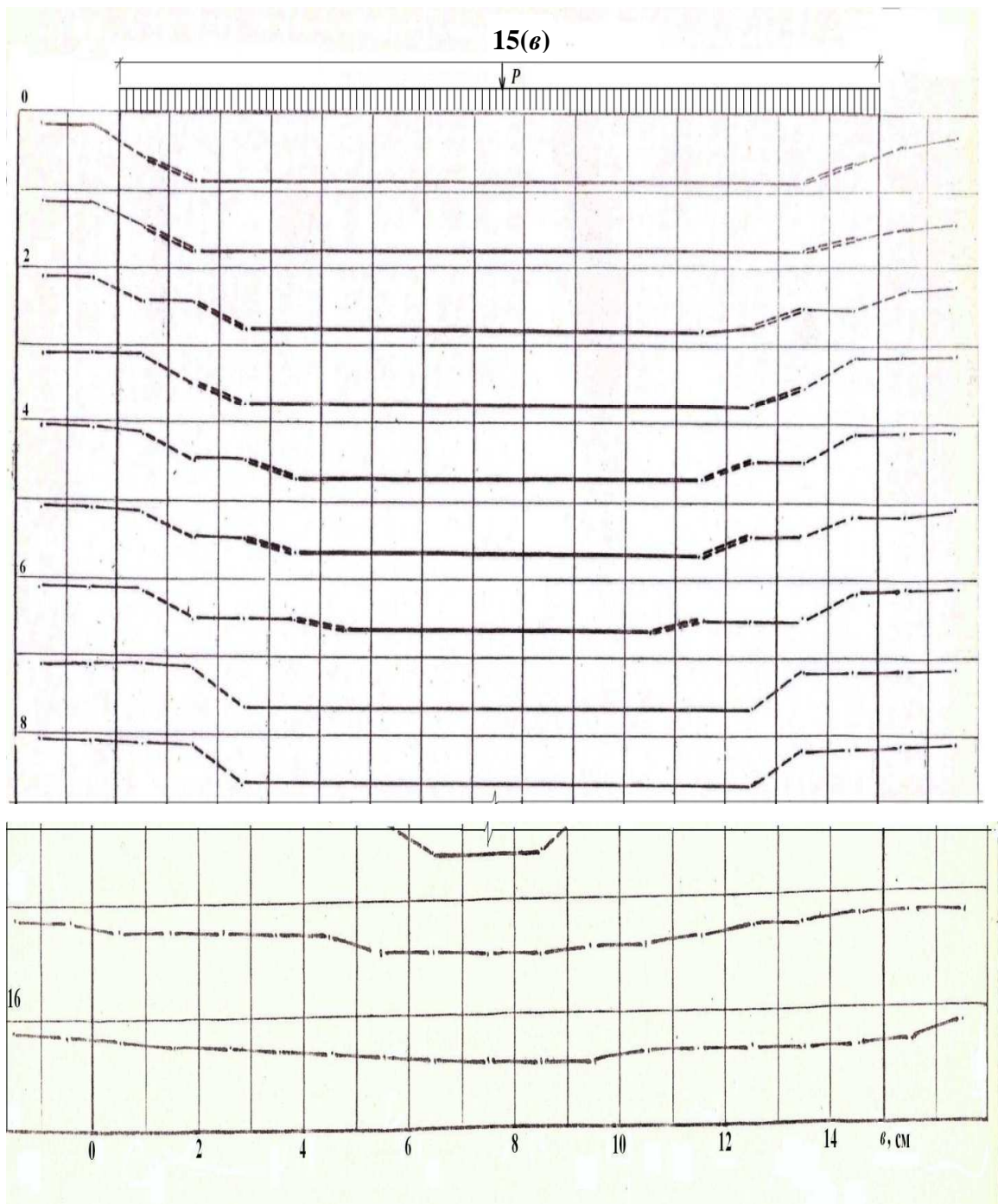


Рис.1.4. Очертание уплотнённого ядра «упругой» и «пластической» части в глинистых грунтах тугопластической консистенции под жёстким штампом к моменту потери основанием устойчивости (при $P=22$ кгс/см²; $v = 15$ см; грунт-глина с $W_{п}=20,5$; $B = 0,30$; $\gamma = 1,80$ г/см³; $\phi = 12^{\circ}$; $C = 0,13$ г/см²).

--- граница уплотнённого ядра;
 === граница «упругой» части ядра

Наличие двух зон уплотнения можно рассматривать как подтверждение вывода М. И. Горбунова–Посадова (1962 г.) [11] и В.Г. Березанцева (1960 г.) [6] о том, что уплотнённое ядро состоит из двух частей: «упругой» и «пластической». Меньшая его часть, непосредственно примыкающая к штампу, при образовании ядра остаётся в «упругом» состоянии и характеризуется большой плотностью. Другая часть, примыкающая к «упругой» части снизу, находится в «пластическом» состоянии характеризуется меньшей плотностью.

На этой стадии загрузки (первая фаза деформации), когда нагрузки ещё далеки от критической по устойчивости, значительное уплотнение происходит только в пределах ядра, отчего и получается его смещение по отношению к остальному грунту и, естественно появляется граница перепада плотностей, которые и наблюдаются на диаграммах. Увеличение нагрузки до $0,6 P_{пр}$ приводит к возрастанию размеров уплотнённого ядра до $0,8 в$. Высота «упругой» части ядра при данной ступени нагрузки составляет (0,35-0,45) и её вершина находится на оси симметрии. Плотность грунта в пределах «упругой» зоны увеличилась на 5-7% по сравнению с первоначальной плотностью укладки и составляет $1,96-1,97 \text{ г/см}^3$. В пластической части ядра происходит уплотнение в пределах 2,5-3%. Траектории перемещения частиц в пределах «упругой» части строго вертикальны, а в перемещениях частиц в «пластической» части ядра наблюдается отклонение от вертикального направления. Величина перепада плотности грунта в пределах переходной зоны увеличилась до $\Delta\gamma_0 = 0,03-0,05 \text{ г/см}^3$. Размеры уплотнённого ядра при увеличении нагрузок до $(0,85-0,95) P_{пр}$ изменились только за счёт незначительного увеличения нижней «пластической» зоны (рис. 1.4).

«Упругая» часть ядра хотя и формируется при нагрузках, предшествующих потере основанием устойчивости и не изменяет свою форму вплоть до разрушения, но плотность в пределах её возрастает вплоть до разрушения основания.

Плотность грунта в пределах «пластической» части ядра также возрастает, но увеличение её происходит медленнее. Повидимому, это связано с тем, что направление и перемещение частиц грунта в этой зоне отличаются от перемещения штампа. Кроме того, в процессе роста уплотнённого ядра развитие «пластической» части происходит

постепенно. Исследования показали, что при нагрузке, предшествующей разрушению ($P = 0,95 P_{пр}$), а так же после потери основанием устойчивости, плотность в пределах «пластической» части возросла более постепенно, чем в «упругой» части уплотнённого ядра (рис.1.5, 1.6).

Поле плотности грунта, представленное на рис. 1.5, 1.6 показывает, что в пределах упругой части плотность характеризуется равномерностью распределения и наибольшим значением по сравнению с «пластической» частью ядра.

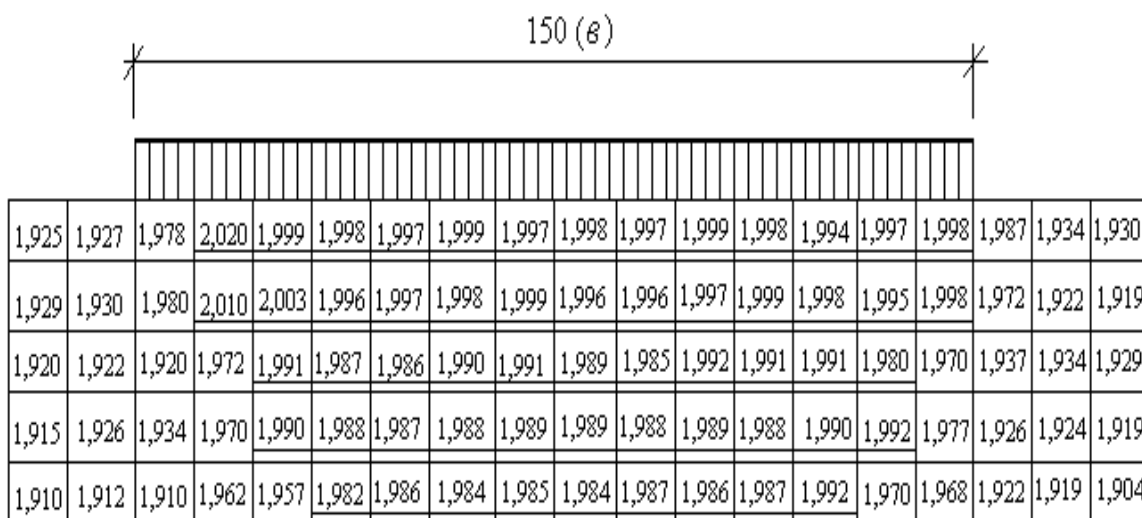


Рис.1.5. Поле плотностей глинистого грунта мягкопластичной консистенции после потери основанием устойчивости (грунт-глина с $W_{п}=20,3$; $B = 0,55$; $\gamma = 1,80$ г/см³).
Подчёркнуто - плотность в пределах «упругой» части ядра и нижняя граница уплотнённого ядра.

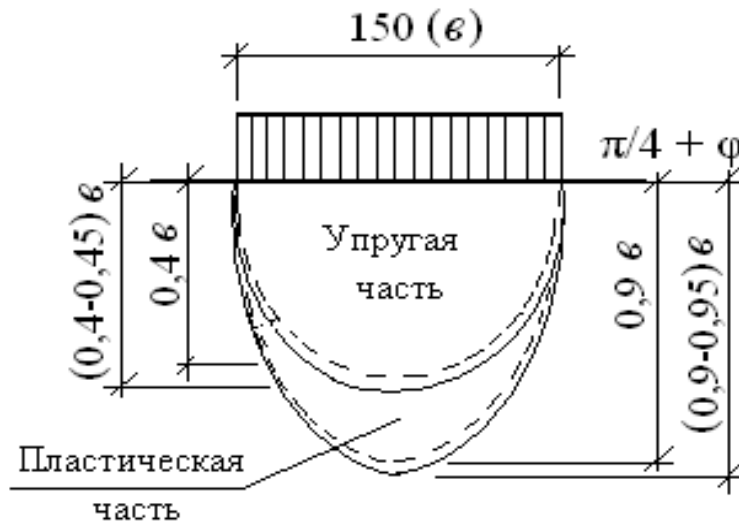


Рис.1.6. Очертание уплотнённого ядра в глинистых грунтах тугопластичной консистенции, полученного с помощью парафинированного экрана (грунт-глина с $W_n=17,8$; $B=0,30$; $\gamma = 1,89 \text{ г/см}^3$).

- очертание «упругой» и «пластической» части уплотнённого ядра при расположении штампа на поверхности;
- очертание «упругой» и «пластической» части при заглублении штампа на $h = 1,0 e$

Таким образом, рассматривать уплотнённое ядро, с точки зрения плотности его, как жёсткое, при фазах, предшествующих выпиранию, повидимому, нельзя, так как процесс увеличения плотности продолжается вплоть до разрушения и даже после потери устойчивости основания. Если бы ядро было жёстким, то любая точка монтажа между основанием и жёстким штампом находилась бы в совершенно идентичном положении. Следовательно, распределение давлений от штампа на основание при нагрузках, меньших критической, обязательно было бы равномерным. Между тем все экспериментальные исследования в [22, 26, 27] хотя и несколько расходящиеся в отношении формы эпюры давлений, приводят к одному основному выводу: эпюра имеет резко неравномерный характер.

Следовательно, уплотнённое ядро может быть принято за жёсткое

тело только для фазы выпирания, когда вопрос о характере распределения реактивных давлений теряет смысл и когда плотность в пределах его достигает своего максимального значения.

Исследования показали, что окончание формирования уплотнённого ядра практически, в большинстве случаев, совпадает с потерей несущей способности основания в грунтах различных видов по консистенции.

Конечная форма уплотнённого ядра, размеры и очертания «упругой» и «пластической» частей его, установленные с помощью диаграмм изменения интенсивности импульсов гамма-квантов в горизонтальных рядах под штампом, а также с помощью парафинированных экранов (рис.1.7) были близки к их значениям, полученным по диаграммам изменения плотности грунта. Заглубление штампов в глинистых грунтах тугопластичной консистенции не привело к существенным изменениям формы и размеров уплотнённого ядра и его частей. Процесс образования и развития уплотнённого ядра проходил аналогично, как и не для незаглублённых фундаментов, однако высота уплотнённого ядра была несколько меньше.

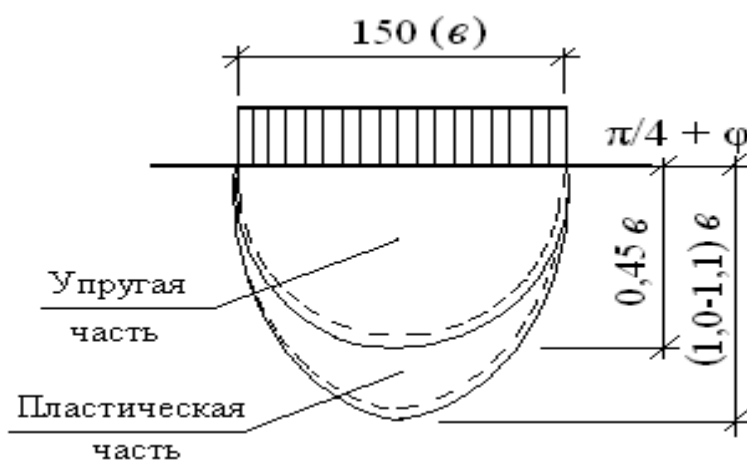


Рис. 1.7. Очертание уплотнённого ядра в глинистых грунтах мягкопластичной консистенции, полученного с помощью парафинированного экрана (грунт-глина с $W_n=20,3$; $B=0,55$; $\gamma = 1,80 \text{ г/см}^3$).
== очертание «упругой» и «пластической» части при расположении штампа на поверхности в опытах 1 и 3 серии

В результате полученной экспериментальной картины изменения плотности грунта в зависимости от заглубления штампа, наглядно на диаграммах можно определить начало образования пластической зоны уплотнённого ядра, при которой основание сооружений ещё не теряет устойчивость. Поэтому возникает необходимость определения критического давления, при котором небольшое добавочное усилие на основание может нарушить несущую способность грунта. Существующие методы определения критических усилий приведены в следующем разделе.

1.5. Методы расчёта критических нагрузок на грунты основания

Для определения размеров подошвы фундамента важно знать давление, при котором под краями фундамента в грунте начинает образовываться предельная зона, и затем как эта зона будет увеличиваться по мере возрастания нагрузки на грунтовое основание вплоть до своего максимального размера, соответствующего потере основанием несущей способности.

Задача о критической нагрузке на грунт была впервые рассмотрена немецким учёным Л. Прандтлем (1921г.). Приняв, что среда обладает только сцеплением, и пренебрегая собственным весом грунта, он выразил критическую нагрузку в условиях плоской задачи следующей формулой [24]:

$$P_{\text{макс. кр}} = (\pi + 2,0) C = 5,14 C, \quad (1.4)$$

где C — сцепление в среде, отвечающее структурному сцеплению скалистых пород C_c и связности $\Sigma_{св}$ для пластичных глинистых грунтов.

Учитывая шероховатость подошвы фундаментов, Терцаги для условий плоской задачи дал такое выражение [24]:

$$P_{\text{кр}} = 5,7 C. \quad (1.5)$$

Формула Паукера была дана в следующем виде [24]

$$P_{\text{макс. кр}} = \gamma h_{\text{заглуб}} \text{tg}^4(45^\circ + \varphi/2), \quad (1.6)$$

В дореволюционной России формула Паукера применялась с коэффициентом запаса $k_{\text{зап}} = 1,5-2,0$ и имела следующий вид [24]:

$$P_{\text{зап}} = \frac{1}{k_{\text{зап}}} \gamma (h_{\text{загл}} + h_c) \text{tg}^4 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \quad (1.7)$$

Давление, соответствующее началу возникновения области пластической деформации и названное начальной критической нагрузкой [48], было установлено Н.П. Пузыревским (1934 г.) для несвязного грунта, у которого $C = 0$, потом Н.М. Герсевановым [9] и О.К. Фрелихом (1938 г.). Ими был рассмотрен случай, когда распределение напряжений от собственного веса в грунте было гидростатическим, т.е. коэффициент бокового давления в условиях естественного залегания $\xi_0 = 1$.

Согласно обоснованному утверждению, высказанному В.А. Флориным [48], этот коэффициент может изменяться в широких пределах и быть более или менее единицы. Коэффициент ξ_0 является отношением бокового давления к вертикальному в естественном массиве грунта и зависит от условий формирования грунта, а также изменения напряженного состояния вследствие выемки грунта из котлована, в который устанавливается фундамент. Кроме решения для случая $\xi_0 = 1$, Н.М. Герсевановым были получены зависимости для вычисления $P_{\text{кр}}$ путем подбора для:

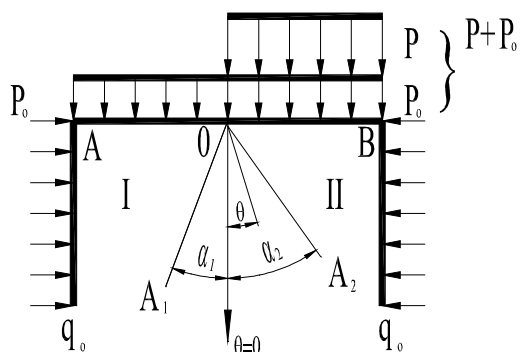
$$\xi_0 = v_0 / (1 - v_0) \leq 1 \text{ и } C = 0, \quad (1.8)$$

где v_0 — коэффициент Пуассона грунта.

В связи с тем, что ограничивать среднее давление под фундаментом таким низким пределом, как $P_{\text{кр}}$ оказалось нерациональным, в настоящее время вводится устанавливаемое для фундаментов, имеющих одинаковую нагрузку по бокам, ограничение, соответствующее образованию незначительных областей пластической деформации, по глубине не превосходящих одной четверти ширины подошвы фундамента. В связи с этим внутри пластической области оказывается такое напряженное состояние, при котором угол наибольшего отклонения равнодействующей от нормали к площадке в несвязном грунте, превышает угол внутреннего трения грунта.

Построение границ пластических областей конечных размеров на основе теории упругости было обстоятельно рассмотрено в работе М.И. Горбунова – Посадова (1949 г.), где показано, что такие области возникают либо под краями фундамента, либо при $\xi_0 < 1$ на оси симметрии, на некоторой глубине и потом расширяются с увеличением нагрузки, занимая все больший объем. Здесь исследуется условие образования пластической области, под краем фундамента в случае, когда ξ_0 может иметь любое значение и быть как менее единиц, так и более нее, а влияние веса вышележащей толщи грунта, как это обычно делается, заменено нагрузкой P_0 .

Расчетная схема этой задачи представлена на рис. 1.8, где рассматривается полубесконечная нагрузка.



До момента, пока P невелико, в полуплоскости наблюдается чисто упругое состояние, а при $P = P_{кр}$ зарождение пластической области. Как показал И.В. Федоров [48], зарождение пластической области начинается вдоль луча, имеющего угол наклона к вертикали $\theta = -\varphi$.

Рис.1.8. Схема действующих нагрузок

Полуплоскость разделена на 3 клина: I – А О А₁, II – АОВ и III – А₁ОА. На их границах заданы следующие условия [48]:

$$\begin{aligned} &\text{вдоль АО (при } \theta = -\pi/2), \sigma_\theta = P_0; \tau_\theta = 0; \\ &\text{вдоль ОВ (при } \theta = \pi/2), \sigma_\theta = P + P_0; \tau_\theta = 0; \\ &\text{вдоль ОА}_1 \text{ (при } \theta = \alpha_1) \text{ и ОА (при } \theta = \alpha_2), \\ &\sigma_r = \sigma_\theta (1 + \sin^2 \varphi) / (\cos^2 \varphi) + 2c \operatorname{ctg} \varphi; \tau_{r\theta} = -(\sigma_\theta \operatorname{tg} \varphi + c). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Для компонент напряжений в областях I и II использованы выражения, удовлетворяющие основным уравнениям теории упругости [48]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= C_1 - C_2 2\theta + D_1 \sin 2\theta - D_2 \cos 2\theta; \\ \sigma_\theta &= C_1 - C_2 2\theta - D_1 \cos 2\theta + D_2 \sin 2\theta; \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\tau_{r\theta} = C_2 + D_1 \cos 2\theta + D_2 \sin 2\theta,$$

где C_1, C_2, D_1 и D_2 – коэффициенты.

Для пластической области III используется решение Прандтля для клина, в котором произведены дальнейшие преобразования (σ_θ при $\theta = \alpha_1$ обозначено $\sigma_\theta^{\alpha_1}$):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= (\sigma_\theta^{\alpha_1} + C \operatorname{ctg} \varphi) e^{2(\theta - \alpha_1) \operatorname{tg} \varphi} - C \operatorname{ctg} \varphi; \\ \sigma_r &= \sigma_\theta \frac{1 + \sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} + C \operatorname{ctg} \varphi; \\ \tau_{r\theta} &= -(\sigma_\theta \operatorname{tg} \varphi + C) \end{aligned} \right\} . \quad (1.11)$$

В результате теоретических преобразований было получено выражение для критической нагрузки [48]:

$$P_{\text{кр}} = \pi \left[C - \frac{P_0^2}{4C} (1 - \xi_0)^2 \right], \quad (1.12)$$

где P_0 – начальная внешняя нагрузка; ξ_0 – коэффициент бокового давления в условиях естественного залегания.

Более сложными, чем выражения (1.11 и 1.12), получаются зависимости, если грунт обладает трением и сцеплением, т.е. $\varphi \neq 0$ и $C \neq 0$. В этом случае образование пластической области начнётся вдоль луча, у которого величина:

$$[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{r\theta}^2] / (\sigma_r + \sigma_\theta + 2C \operatorname{ctg} \varphi)^2, \quad (1.13)$$

достигает максимального значения и в свою очередь, равно $\sin^2 \varphi$. Подставляя в выражение (1.13) зависимости (1.12), соответствующие упругому решению, и путем последующих теоретических преобразований получим известную формулу Герсеванова – Фрелиха [48]

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi (P_0 + C \operatorname{tg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi - \pi / 2 + \varphi}, \quad (1.14)$$

где P_0 – начальная внешняя нагрузка.

При начальных значениях $\alpha_1 = \alpha_2 = \theta_{\text{зар}}$ и конечных для полного раскрытия области III: $\alpha_1 = -(\pi/4 + \varphi/2)$; $\alpha_2 = (\pi/4 - \varphi/2)$, в результате расчётов [48], была получена формула Прандтля

$$\frac{P}{P_0 + C \operatorname{ctg} \varphi} + 1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} \quad (1.15)$$

Таким образом, оказывается, что нагрузка $P_{\text{кр}}$, при которой происходит зарождение (начала образования) пластической области, зависит от коэффициента бокового давления ξ_0 , причем $P_{\text{кр}}$ имеет наибольшее значение при $\xi_0=1$. Предельное состояние может возникать как вдоль луча, направленного как под фундамент при $\xi_0 < 1$, так и в противоположную сторону от него при $\xi_0 > 1$.

Предельное напряжённое состояние полуплоскости может быть получено путём решения задачи теории предельного равновесия. Решение дифференциальных уравнений равновесия совместно с условием предельного равновесия Кулона – Мора позволяет определить напряжения в полуплоскости, построить сетку линий скольжения и найти значение предельного давления на основание. Предельное давление при полосовой нагрузке на невесомую полуплоскость, описывается решением Прандтля [48] (рис.1.9):

$$P_{\text{кр}}^{\text{пред}} = (q + C \operatorname{ctg} \varphi) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} - C \operatorname{ctg} \varphi, \quad (1.16)$$

где C – удельное сцепление грунта; φ – угол внутреннего трения; $q = \gamma h$ – боковая нагрузка; h – глубина приложения полосообразной нагрузки; γ – удельный вес грунта.

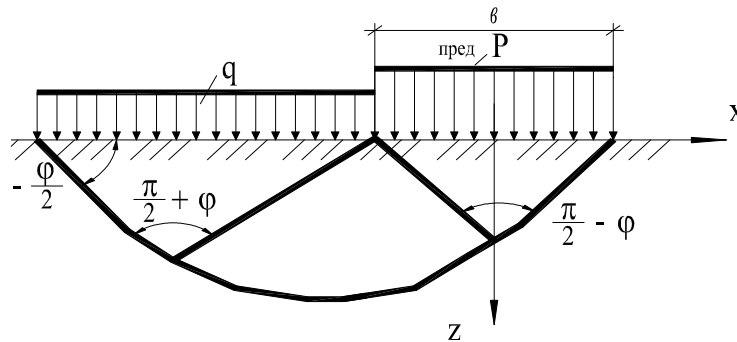


Рис.1.9. Схема действия полосовой нагрузки

При $P = P_{\text{пр}}$ среда во всей полуплоскости, ограниченной сверху поверхностью, снизу линиями скольжения переходит в идеальное

пластическое состояние. Деформации среды задача теории предельного равновесия не рассматривает.

Для водонасыщенных глинистых грунтов и их нестабилизированного состояния (когда внутреннее трение не реализуется) была получена предельная нагрузка А.С. Строгановым [43].

$${}^{\text{пред}}P_{\text{кр}} = 6,025 C + \gamma h, \quad (1.17)$$

где C – удельное сцепление грунта; γh – боковая нагрузка от веса грунта; h – толщина грунтового слоя от уровня поверхности земли до подошвы фундамента.

При оценке несущей способности пластичных глинистых грунтов за рубежом часто используют формулу, предложенную А. Скемптоном [24].

$$P_{\text{кр}} = CN_C + \gamma h_{\text{загл}}, \quad (1.18)$$

где
$$N_C = 5 \left(1 + 0,2 \frac{B}{L} \right) \left(1 + 0,2 \frac{h_{\text{загл}}}{B} \right);$$

$B=2b$ – ширина и L – длина прямоугольного фундамента

Таким образом, смешанная задача соединяет решение теории упругости для начальной стадии нагружения и решение теории предельного равновесия. Это преимущество важно с точки зрения получения единой теории, описывающей поведение грунтового основания в полном интервале нагрузок. Расчётные методы теории упругости и теории предельного равновесия широко используются в практике проектировании при исследовании слабых и не слабых грунтов.

Анализируя существующие методы расчёта критических усилий, нами было замечено отсутствие отдельных формул для расчёта критических усилий от действия некоторых внешних нагрузок. Используя известные законы теории предельного равновесия и экспериментальные исследования были найдены аналитические зависимости критических усилий от действия внешних нагрузок.

1.5.1. Метод расчёта предельной несущей способности однородной грунтовой среды от действия треугольной нагрузки

Расчётная схема представляет собой однородное грунтовое полупространство с распределённой треугольной нагрузкой P (рис.1.10) [15].

Полупространство находится в гидростатическом напряженном состоянии: $\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = \gamma z$, где σ_x^0 и σ_z^0 – начальные составляющие напряжения; γz – нагрузка от веса грунта до уровня z . В этом напряжённое состояние в полупространстве определяется весом полупространства и влиянием нагрузки. Задача заключается в определении такой величины критического давления $P_{кр}$, при котором область предельного равновесия распространяется на глубину $z_{макс}$ [15].

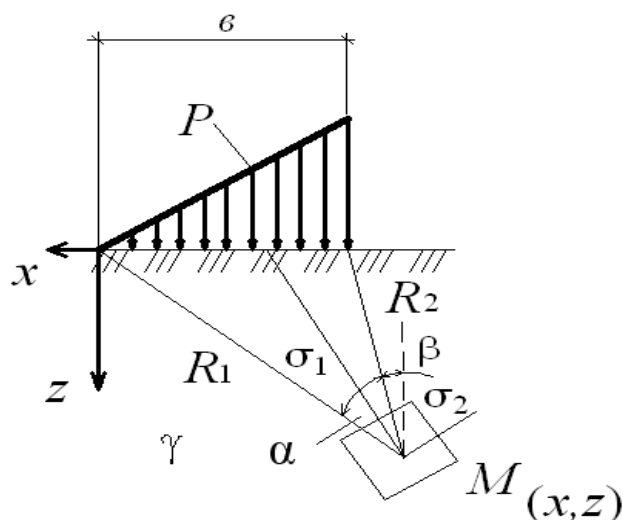


Рис. 1.10. Схема действия треугольной нагрузки в условиях плоской задачи

Формулы для составляющих напряжений, обусловленных действием треугольной нагрузки, представлены следующими выражениями [25]:

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} \left[\frac{x}{b} \left(\operatorname{arctg} \frac{x}{z} - \operatorname{arctg} \frac{x-b}{z} \right) - \frac{z(x-b)}{(x-b)^2 + z^2} \right], \quad (1.19)$$

$$\sigma_x = \frac{P}{\pi} \left[\frac{z}{\epsilon} \left(\ln \frac{(x-\epsilon)^2 + z^2}{x^2 + z^2} \right) + \frac{x}{\epsilon} \left(\operatorname{arctg} \frac{x}{z} - \operatorname{arctg} \frac{x-\epsilon}{z} \right) + \frac{z(x-\epsilon)}{(x-\epsilon)^2 + z^2} \right], \quad (1.20)$$

где P – величина треугольной нагрузки; ϵ – база действия нагрузки.

Путём преобразований формулы (1.19) и (1.20) можно привести к следующему виду:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{2x}{\epsilon} \alpha - \sin 2\beta \right], \quad \sigma_x = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{2z}{\epsilon} \left(\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \right) + \frac{2x}{\epsilon} \alpha + \sin 2\beta \right], \quad (1.21)$$

$$\tau_{xz} = \frac{P}{2\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right),$$

где α – угол видимости базы действия нагрузки; β – угол с вершиной в точке M , образованный лучом R_1 и осью z .

Для точки M (рис.1.10), расположенной на глубине z , найдем главные напряжения при $\beta = \alpha/3$, т.к. наибольшие и наименьшие нормальные напряжения возникают на площадках, расположенных по биссектрисам углов видимости и площадкам им перпендикулярным

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \right)^2 + \tau_{xz}^2} + \gamma z \quad (1.22)$$

или

$$\sigma_{1,2} = \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 2 \frac{x}{b} \alpha \right) \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) + \gamma z. \quad (1.23)$$

Подставив выражение (1.23) в условие предельного равновесия [52]:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \sin \varphi \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} + P_e \right), \quad (1.24)$$

где $P_e = C \operatorname{tg} \varphi$ – давление связности; C – расчётное значение сцепления

связного грунта; φ – угол внутреннего трения грунта, получим следующее уравнение:

$$1,42 \frac{P z}{\pi b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 1,42 \frac{P}{\pi} \sin \frac{2}{3} \alpha = 2 \sin \varphi \left(\frac{P z}{\pi b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \frac{2P x}{\pi b} \alpha + \gamma \cdot z + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi \right). \quad (1.25)$$

Решая уравнение (1.25) относительно z , получим

$$z = \frac{2 \sin \varphi \frac{Px}{\pi \epsilon} \alpha - 0,71 \frac{P}{\pi} \sin \frac{2}{3} \alpha + C \cdot \cos \varphi}{\frac{P}{\pi b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - \gamma \sin \varphi}. \quad (1.26)$$

Найдём угол видимости α , при котором $z = z_{\max}$, продифференцировав для этого уравнение (1.26) по α :

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{\frac{P}{\pi} \left(2 \frac{x}{\epsilon} \sin \varphi - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha \right)}{\frac{P}{\pi b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - \gamma \sin \varphi}, \quad (1.27)$$

при условии, что $\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \neq 0$, т. е. $R_1 \neq R_2$.

$$\begin{aligned} \frac{P}{\pi} \left(2 \frac{x}{\epsilon} \sin \varphi - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha \right) &= 0; \\ \frac{x}{\epsilon} \sin \varphi - 0,355 \cos \frac{2}{3} \alpha &= 0; \quad \frac{x}{0,355 \epsilon} \sin \varphi = \cos \frac{2}{3} \alpha; \\ \alpha &= \frac{3}{2} \arccos \left(\frac{x}{0,355 \epsilon} \sin \varphi \right). \end{aligned} \quad (1.28)$$

Подставляя (1.28) в (1.26) получим формулу для z_{\max} в виде [15]

$$z_{\max} = \frac{3 \sin \varphi \frac{Px}{\pi \epsilon} \arccos \left(\frac{x}{0,355 \epsilon} \sin \varphi \right) - 0,71 \frac{P}{\pi} \sin \left[\arccos \left(\frac{x}{0,355 \epsilon} \sin \varphi \right) \right] + C \cdot \cos \varphi}{\frac{P}{\pi b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - \gamma \sin \varphi}, \quad (1.29)$$

где b – длина базы треугольной нагрузки P ; x – ордината центра тяжести эпюры треугольной нагрузки; R_1 и R_2 – направляющие, соединяющие начало и конец полосовой нагрузки с точкой M на глубине z .

В уравнении (1.29) содержится два неизвестных $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$. Для определения $P_{\text{кр}}$ найдём $z_{\text{макс}}$ по рекуррентным формулам краевой задачи [39] (рис. 1.11).

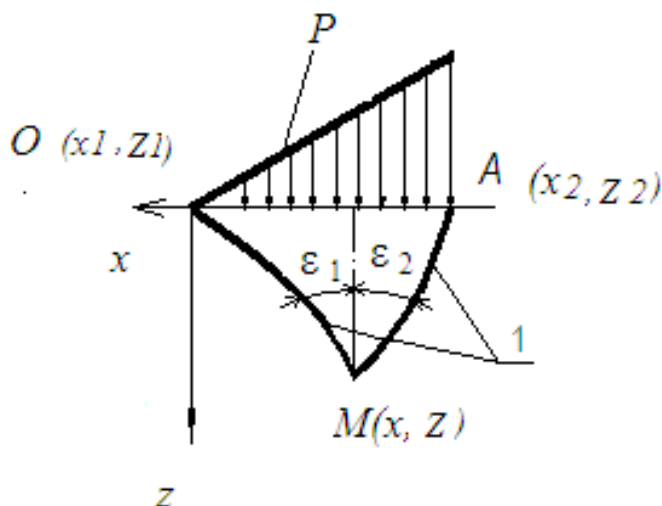


Рис. 1.11. Краевые условия при действии треугольной нагрузки:
1 - линии влияния от действия нагрузки

$$\begin{cases} z - z_1 = (x - x_1) \operatorname{tg}(90^\circ - \varepsilon_1), \\ z - z_2 = (x - x_2) \operatorname{tg}(90^\circ + \varepsilon_2), \end{cases} \quad (1.30)$$

где $\varepsilon_1 = 2/3 \alpha$; $\varepsilon_2 = 1/3 \alpha$; x_1, y_1 - координаты точки О (начало базы действия нагрузки); x_2, z_2 - координаты точки А (конец базы действия нагрузки).

Решая систему (1.30), получаем значение $z_{\text{макс}}$. Подставим $z_{\text{макс}}$ в уравнение (1.26), получим формулу для вычисления критического усилия $P_{\text{кр}}$ [15]:

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi(\gamma \cdot z_{\text{макс}} \sin \varphi + C \cdot \cos \varphi)}{\frac{z_{\text{макс}}}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - 2 \frac{x}{b} \alpha \sin \varphi + 0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha}, \quad (1.31)$$

где γ – удельный вес грунта.

Из формулы (1.31) при $z_{\text{макс}} = 0$, найдём начальное критическое усилие [15]

$$P_{\text{нач.кр}} = \frac{\pi \cdot C \cdot \cos \varphi}{0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha - 2 \frac{x}{b} \alpha \sin \varphi} \quad (1.32)$$

Рассмотрим зависимость $P_{\text{кр}}$ от физико - механических характеристик: C , φ , γ увлажнённых заторфованных грунтов при длине базы нагрузки $b = 1$ м. Графический вид этих зависимостей представлен на рис. 1.12 и 1.13.

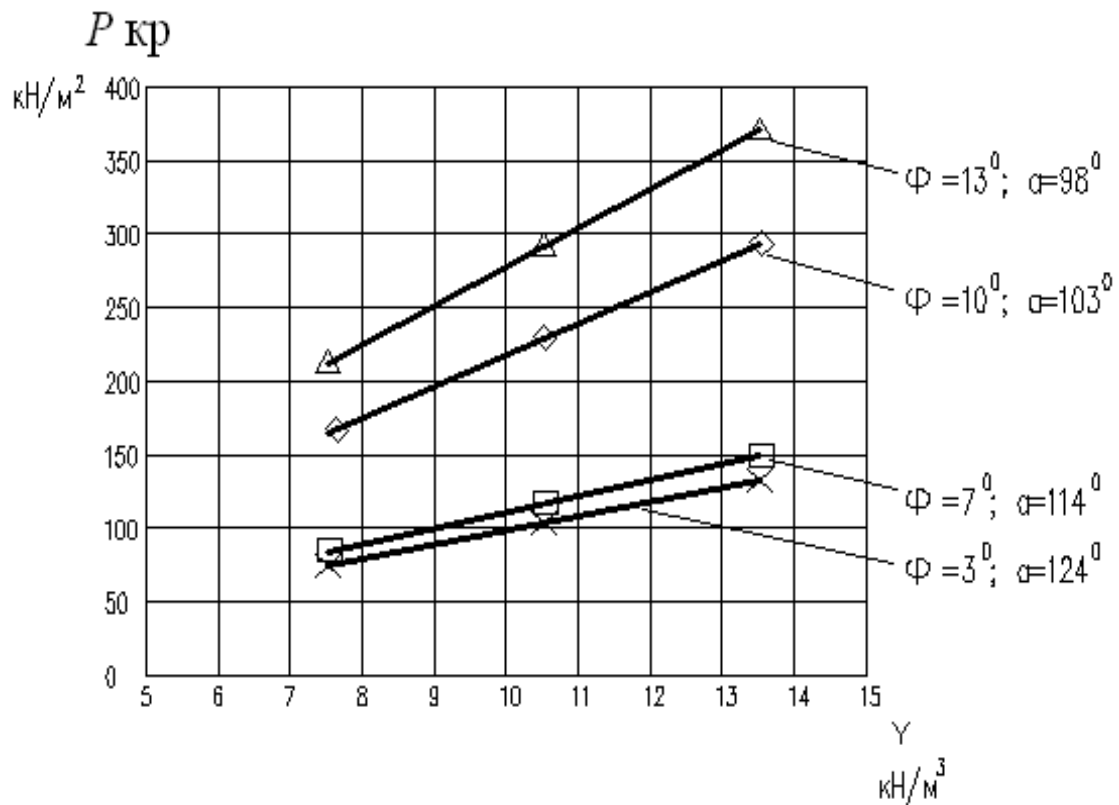


Рис.1.12.Зависимость критической нагрузки $P_{\text{кр}}$ от удельного веса грунта γ

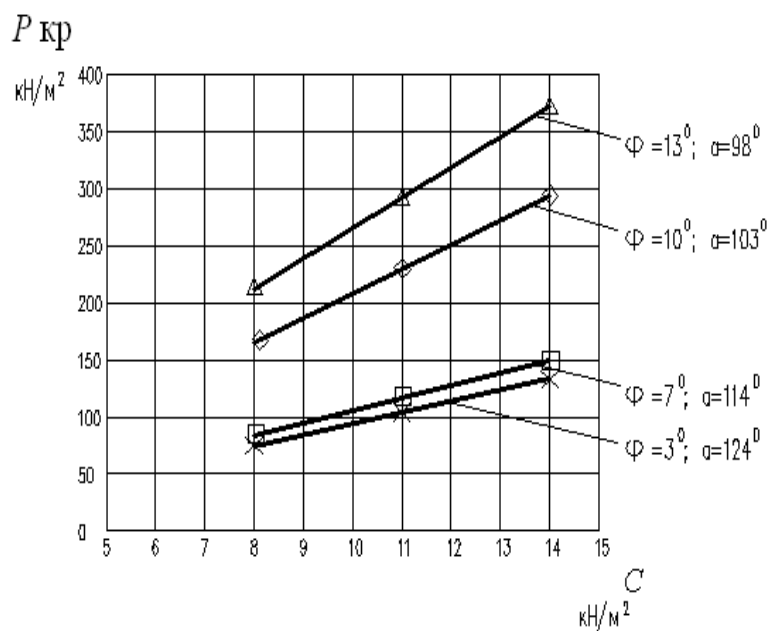


Рис. 1.13. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от удельного сцепления грунта C

Значения критических нагрузок для разных типов грунтов, определённые по графическим зависимостям представлены в табл.1.7.

Таблица.1.7.

Критические нагрузки для разных типов грунтов

№ п/п	Типы грунтов	γ , МПа/м	φ , ⁰	C , МПа	$P_{кр}$, МПа	z_{\max} , м
1	Сапрпель	0,0013	3	0,00025	0,050	0,73
2	Торф низинный	0,0015	7	0,0045	0,063	0,77
3	Глины мягко-пластичной консистенции	0,0019	8	0,0005	0,075	1,0
4	Ил озёрный	0,0014	4	0,0003	0,060	0,74
5	Суглинок водонасыщенный	0,002	13	0,005	0,125	1,2

Из анализа зависимости $P_{кр}$ от параметров инженерно - геологической среды (φ, γ, C) следует :

- при увеличении угла внутреннего трения φ происходит возрастание критической нагрузки $P_{кр}$ и максимальной глубины залегания $z_{макс}$, но при этом угол видимости α уменьшается.

- при увеличении удельного веса грунта и удельного сцепления происходит возрастание критической нагрузки $P_{кр}$ и максимальной глубины залегания $z_{макс}$, но с уменьшением угла α .

Линейные зависимости $P_{кр}$ от φ, γ, C , представленные на рис. 1.12 и 1.13 позволяют упростить расчёты критических усилий при исследовании грунтов. Метод определения критических усилий и максимальных глубин залегания грунтов находящихся в предельном состоянии, позволяет получить достаточно точное решение плоской задачи для оценки устойчивости оснований сооружений.

В следующем пункте плоские задачи выполнены в более усложнённом виде. Расчёт критических усилий выполняется в однослойной и слоистой грунтовой среде.

Глава 2

РАСЧЁТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОДНОСЛОЙНЫХ И МНОГОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД

2.1. Актуальность задачи и вопросы, возникающие при её решении

Проектировщикам часто приходится сталкиваться со слабыми грунтами, в которых наиболее часто встречаются участки с процессами подтопления, с изменением физико-механических свойств грунтов в сторону ухудшения их несущей способности. Поэтому, в некоторых случаях существующие методы решения задач по определению предельного равновесия не позволяют в полной мере учесть все условия, обеспечивающие наибольшее использование прочностных и деформационных ха-

ра характеристик слабых грунтов для некоторых видов предельных нагрузок [26], [27] и [52].

Обычно применяют формулы, дающие предельную несущую способность, и коэффициенты запаса, рассматривающиеся в строгих решениях, но для приближения их к действительным условиям часто требуются дополнительные расчётные преобразования. Всё это определяет необходимость проведения дополнительных научно – исследовательских работ для изучения несущей способности грунтов.

Благодаря решениям в линейной постановке упругопластических задач о полуплоскости, нагружённых сверху распределённой внешней нагрузкой и имеющих различные начальные вертикальные и горизонтальные напряжения, в которых среда обладает внутренним трением и удельным сцеплением, были найдены критические нагрузки, соответствующие условию зарождения пластической области и глубины развития этих областей.

Это решение позволило выявить влияние на нагрузку, соответствующую началу образования пластических областей, величины бокового давления грунта в условиях его естественного залегания, установить связь между развитием пластических областей и нагрузкой в зависимости от различного начального напряжённого состояния. В соответствии с графическими зависимостями быстро оценить несущую способность грунтового полупространства и запас прочности при различных физико-механических показателях. Рассмотрим сначала плоскую задачу для однородной грунтовой среды.

2.2. Решение плоской задачи от действия внешних треугольных нагрузок на однослойную грунтовую среду

В этом разделе решены задачи об оценке критического усилия в модели грунтовой среды в виде однородного, тяжёлого, упругого полупространства под действием внешней нагрузки, приложенной к полупространству. Расчёт выполнялся для нескольких случаев действия различных треугольных нагрузок на грунтовое основание.

Расчётная схема представляет собой полупространство с распределённой внешней нагрузкой P . Полупространство находится в гидро-

статическом напряженном состоянии: $\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = \gamma z$, где σ_x^0 и σ_z^0 – начальные составляющие напряжения; γz – нагрузка от веса грунта до уровня z . Следовательно, напряжённое состояние в полупространстве определяется весом полупространства и влиянием нагрузки. Задача заключается в определении такой величины критического давления $P_{кр}$, при котором область предельного равновесия распространяется на глубину $z_{макс}$.

2.2.1. Треугольная нагрузка

Расчётная схема представляет собой полупространство с внешней треугольной нагрузкой P (рис.2.1) [21].

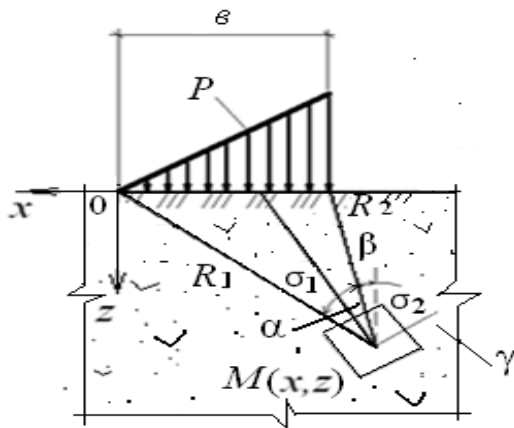


Рис.2.1. Модель однослойной грунтовой среды и эпюра треугольной нагрузки

Формулы для главных напряжений, обусловленных действием треугольной нагрузки, представлены следующими выражениями [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 2 \frac{x}{b} \alpha \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) + \gamma z ; \quad (2.1)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 2 \frac{x}{b} \alpha \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) + \gamma z , \quad (2.2)$$

где P – величина треугольной нагрузки; b – база действия нагрузки; α –

угол видимости базы действия нагрузки. Подставив выражения (2.1) и (2.2) в условие предельного равновесия [52]:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \sin \varphi \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + P_e \right), \quad (2.4)$$

получим следующие уравнения:

$$z \left[\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{\epsilon} \right) - \frac{\pi}{P} \gamma \sin \varphi \right] = -0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{2x \sin \varphi}{\epsilon} \alpha + \frac{\pi \sin \varphi}{P} C \cdot \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.4)$$

Решая уравнение (2.4) относительно z , получим [21]

$$z = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{\epsilon} \alpha - 0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{\pi}{P} C \cdot \cos \varphi}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{\epsilon} \right) - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{P}}. \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{\epsilon} - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{\epsilon} \right) - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{P}} = 0, \quad (2.6)$$

при условии, что $\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \neq 0$, т. е. $R_1 \neq R_2$,

$$\begin{aligned} \frac{2x \sin \varphi}{\epsilon} - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha &= 0; \\ \alpha &= \frac{3}{2} \arccos \left(\frac{x}{0,36 \epsilon} \sin \varphi \right). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Подставляя (2.7) в уравнение (2.5) получим формулу для z_{\max} [21]:

$$z_{\text{макс}} = \frac{3 \sin \varphi \frac{x}{\epsilon} \arccos\left(\frac{x}{0,355\epsilon} \sin \varphi\right) - 0,71 \sin\left[\arccos\left(\frac{x}{0,355\epsilon} \sin \varphi\right)\right] + C \cdot \cos \varphi}{\frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - \frac{\pi}{P} \gamma \sin \varphi}, \quad (2.8)$$

где ϵ – длина базы треугольной нагрузки P ; x – ордината центра тяжести эпюры треугольной нагрузки; R_1 и R_2 – направляющие, соединяющие начало и конец полосовой нагрузки с точкой M на глубине z .

Для определения $P_{\text{кр}}$ (2.8) подставим в формулу [24]:

$$z_{\text{макс}} = \frac{0,88PB}{C_z}, \quad (2.9)$$

где $C_z = E/(1 - \nu^2)$ – коэффициент упругого полупространства, $B = \epsilon$ – база действия нагрузки, ν – коэффициент Пуассона, E – модуль деформации, получаются постоянными для полупространства [33].

Получим следующее уравнение:

$$\frac{0,88P\epsilon}{C_z} = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{\epsilon} \alpha - 0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{\pi}{P} C \cdot \cos \varphi}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{\epsilon}\right) - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{P}}. \quad (2.10)$$

Выражение (2.10) приведём к квадратному уравнению 2-й степени.

$$0,88P^2 \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - P(0,88\pi\epsilon\gamma \sin \varphi + \frac{2xC_z \sin \varphi}{\epsilon} \alpha - 0,71C_z \sin \frac{2}{3} \alpha) - \pi C_z \cdot C \cdot \cos \varphi = 0. \quad (2.11)$$

Уравнение (2.11) приведём к следующему виду:

$$P^2 + NP + L = 0. \quad (2.12)$$

Решая уравнение (2.12), получим формулы для вычисления критического усилия $P_{\text{кр}}$ [21]:

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}, \quad (2.13)$$

где

$$M = 0,88 \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi);$$

$$N = - \left(0,88 \pi \epsilon \gamma_3 + \frac{2 \alpha C_z \sin \varphi}{\epsilon} - 0,71 C_z \sin \frac{2}{3} \alpha \right); \quad (2.14)$$

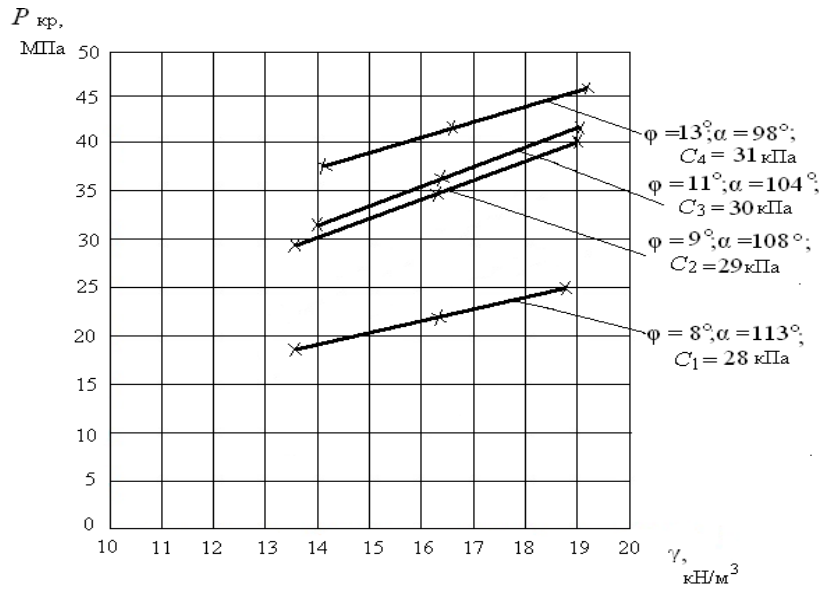
$$L = - \pi C_z \cdot C \cdot \cos \varphi.$$

Рассмотрим зависимость $P_{кр}$ от физико-механических характеристик: C , φ , γ увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки $\epsilon = 1$ м. Характеристики грунтов указаны в таблице 2.1. Графический вид этих зависимостей представлен на рис. 2.2-2.3.

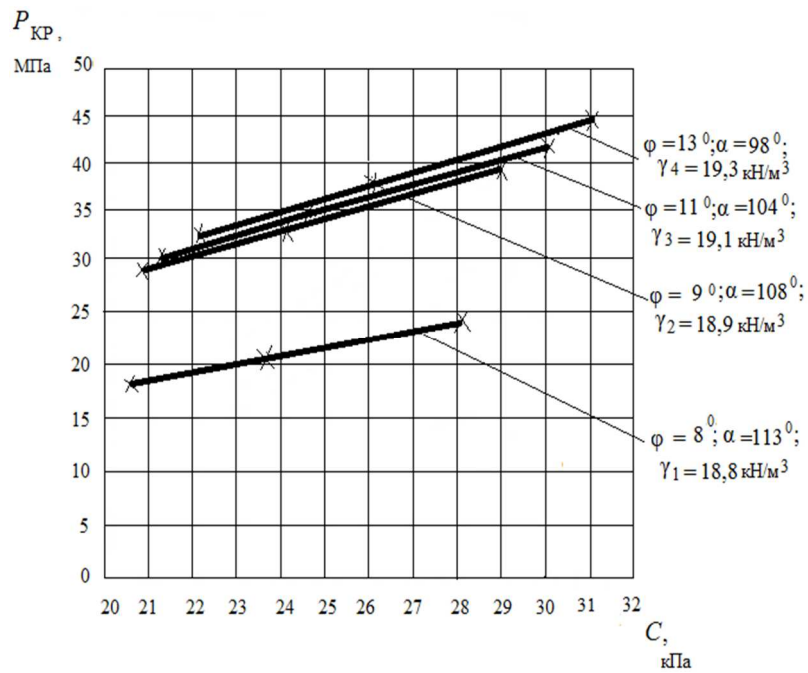
Таблица 2.1.

Физико - механические характеристики грунтового слоя

Наименование грунтов	Удельный вес грунта γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Макс. глубина пред. напряжённого состояния z_{\max} , м	Удельное сцепление грунта C , кПа	Модуль деформации грунта E , МПа	Коэф. упругости полупространства C_z , МПа
Глины	18,8	8	0,20	28	10	11,24
мягко-	18,9	9	0,22	29	13	14,61
пластич-	19,1	11	0,24	30	14	15,73
ных пород	19,3	13	0,30	31	16	17,98



а)



б)

Рис.2.2. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:
а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ;
б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

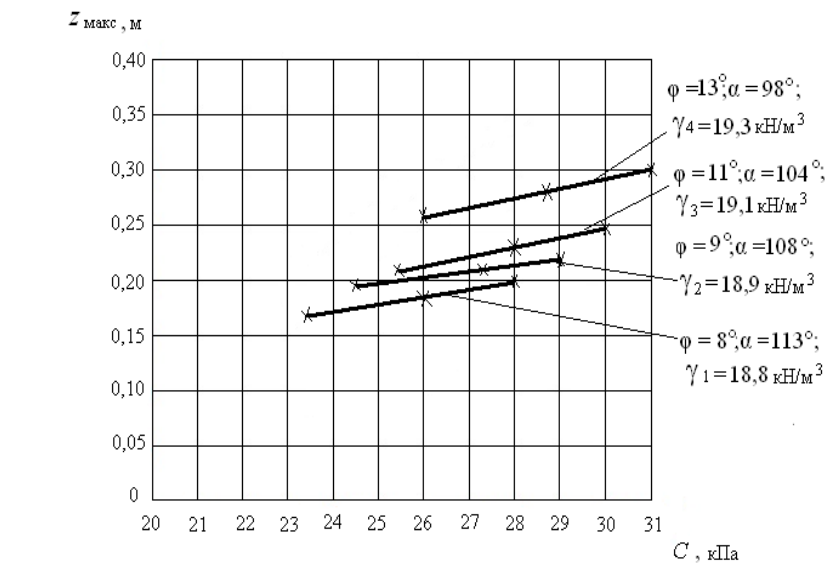
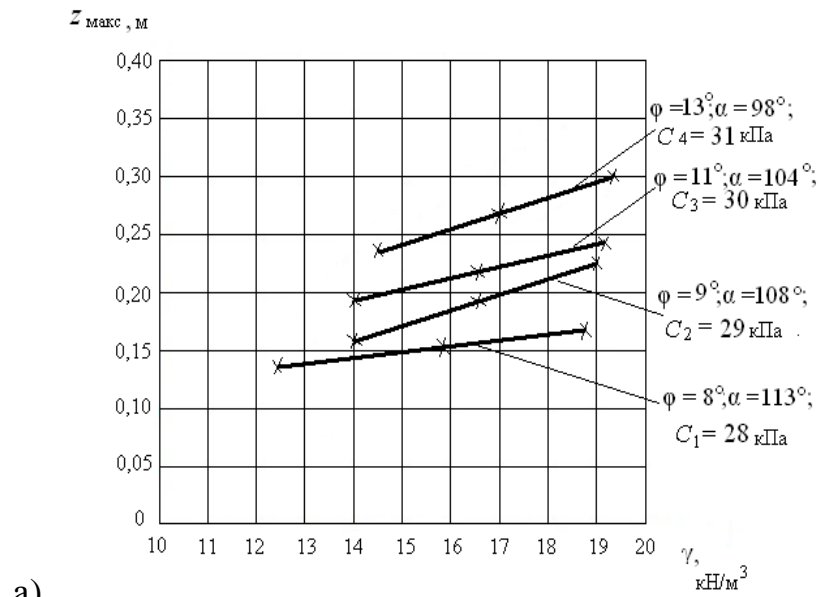


Рис.2.3. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

2.2.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника

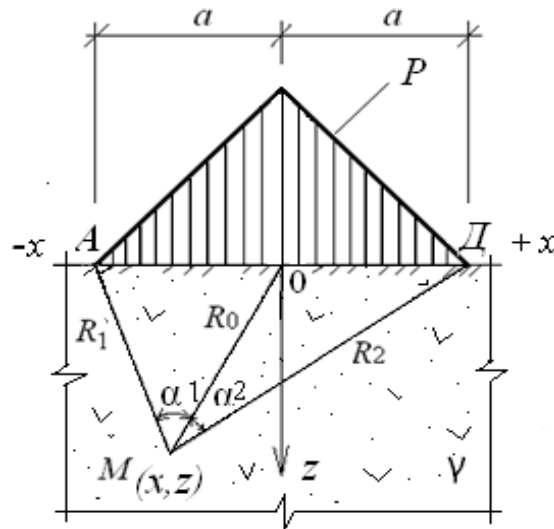


Рис.2. 4. Модель однородной грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

Модель грунтовой среды от равнобедренной нагрузки указана на рис. 2.4. Главные напряжения от действия треугольной равнобедренной нагрузки найдены из выражений [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma z; \quad (2.15)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma z, \quad (2.16)$$

где P – величина треугольной равнобедренной нагрузки ; a – база действия нагрузки; α_1 и α_2 – углы видимости базы действия нагрузки.

Подставив выражения (2.15) и (2.16) в условие предельного равновесия (2.3) , получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \frac{P \sin \varphi}{\pi} z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - \sin \varphi \gamma z = \frac{P \sin \varphi}{\pi} [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \\ & + \sin \varphi C \operatorname{tg} \varphi. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Решая уравнение (2.17) относительно z , получим

$$z = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.18)$$

Из уравнения (2.18) найдём углы видимости α_1 и α_2 , при которых $z = z_{\text{макс}}$, продифференцировав это уравнение отдельно по α_1 и α_2 .

Уравнение (2.18) продифференцируем по α_1 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \alpha_1} &= \frac{(a+x) \left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \gamma}{P} \right\}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \gamma}{P} \right\}^2} - \\ &- \frac{\frac{0,4}{\sin \varphi} \left\{ [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \gamma}{P} \right\}^2} = 0; \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} (a+x)(\alpha_1 - \alpha_2) - [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] &= -(a+x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,4} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - \\ &- \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} + \frac{\pi \gamma (a+x) \sin \varphi}{0,4P}, \\ \alpha_2 &= -(a+x) \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{2P} + (a+x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} = \\ &= (a+x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - (a+x) \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{2P}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Продифференцируем уравнение (2.18) по α_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \alpha_2} &= \frac{(a-x) \left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \gamma}{P} \right\}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \gamma}{P} \right\}^2} - \\ &- \frac{\frac{0,4}{\sin \varphi} \left\{ [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \gamma}{P} \right\}^2} = 0, \end{aligned} \quad (2.21)$$

тоже при условии, что $\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \neq 0$, т. е. $R_1 \neq R_2$,

$$\begin{aligned}
 & (a-x) \left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma}{P} \right\} + \\
 & + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left[[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right] = 0; \\
 & (a-x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4(a-x)}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma (a-x)}{P} + \\
 & + \frac{0,4}{\sin \varphi} [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{0,4}{\sin \varphi} \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} = 0; \\
 & (a-x)(\alpha_1 - \alpha_2) + [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] = -(a-x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,4} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \\
 & + (a-x) \frac{\pi a \gamma \sin \varphi}{0,4P} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}; \\
 & \alpha_1 = -(a-x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (a-x) \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{2P}. \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия z будет равна z_{\max} , следовательно, формула (2.18) примет вид [18]:

$$z_{\max} = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma}{P}}. \quad (2.23)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ подставим (2.23) в формулу (2.9), при условии, что $B = 2a$.

$$\begin{aligned}
 & 1,76P^2 \frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,704P^2}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - 1,76P \pi a \gamma = \\
 & = PC_z \left[(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2) \right] + \pi C_z C \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

В результате путём преобразований получим следующее выражение

$$\frac{1,76P^2}{\sin\varphi} [(0,96 - \sin\varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)] - P \{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a}(\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76\pi a \gamma \} - \pi C_z C \operatorname{ctg}\varphi = 0. \quad (2.25)$$

Квадратное уравнение (2.25) запишем в виде следующего выражения [18]:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.26)$$

где

$$M = \frac{1,76}{\sin\varphi} [(0,96 - \sin\varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)];$$

$$N = -\{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a}(\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76\pi a \gamma \};$$

$$L = -\pi C_z C \operatorname{ctg}\varphi. \quad (2.27)$$

Решая уравнение (2.26), получим формулу для вычисления $P_{\text{кр}}$ [18]:

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.28)$$

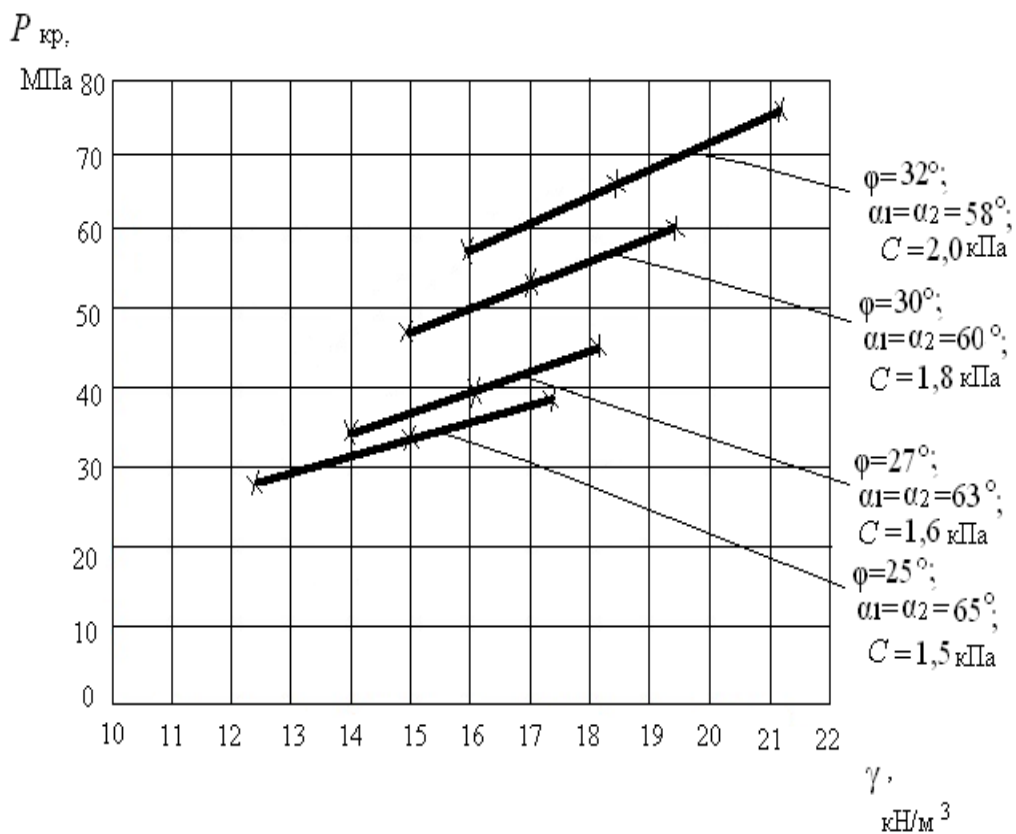
Формулы (2.23) и (2.28) позволяют вычислять $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ в полупространстве. В этих формулах $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения можно получить формулы для $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. При $a = 0$ (с правой или с левой стороны эпюры), эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника; при $a \rightarrow \infty$ – будет иметь вид полубесконечной полосы.

Графический вид зависимостей $P_{\text{кр}}$ и $z_{\text{макс}}$ от физико-механических характеристик: C , φ , γ увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки $B=2a=2\text{м}$ представлен на рис. 2.5 и 2.6. Расчёт $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.2), соответствующим супесчаным водонасыщенным грунтам.

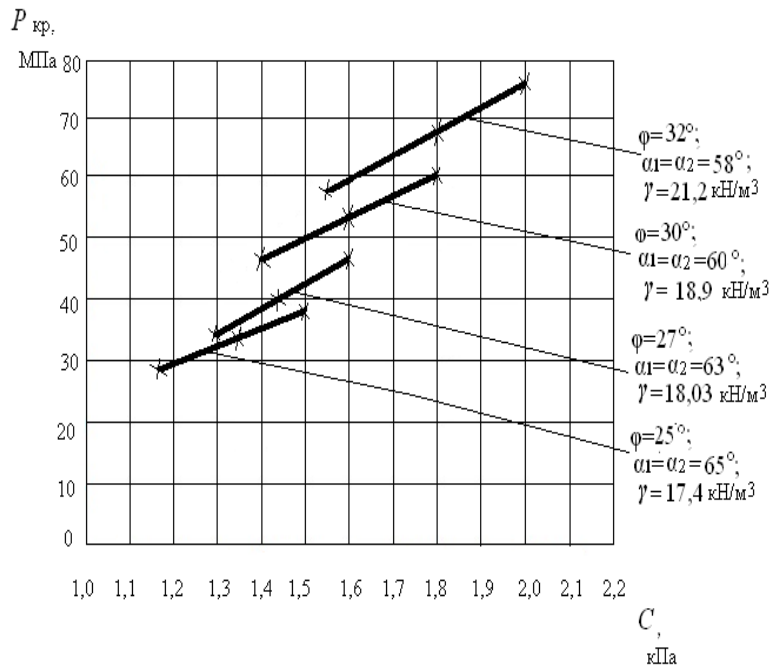
Таблица 2.2.

Физико - механические характеристики модели полупространства

Наименование грунтов	Удельный вес грунта γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения грунта φ , °	Макс. глубина пред. напряжённого состояния $z_{\text{макс}}$, М	Удельное сцепление грунта C , кПа	Модуль деформации грунта E , МПа	Коэф. упругого полупространства C_z , МПа
Супесчаные водонасыщен. грунты	17,4	25	0,47	1,5	24	27,6
	18,03	27	0,51	1,6	26	29,9
	19,4	30	0,58	1,8	27	31,03
	21,2	32	0,62	2,0	28	32,18

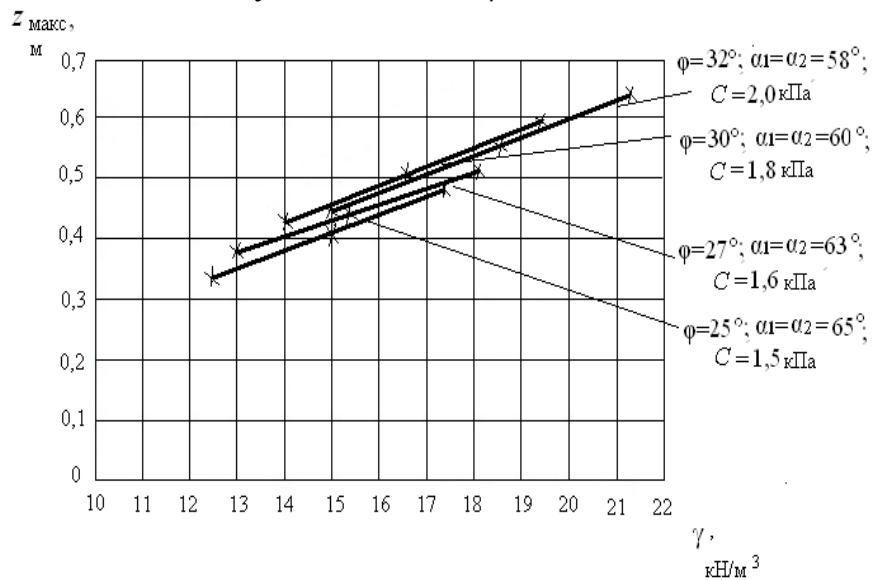


a)

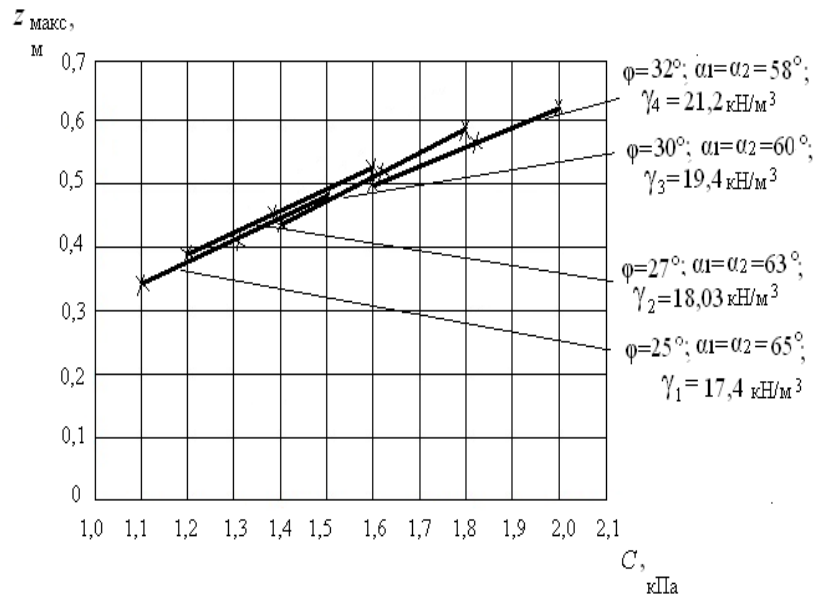


б)

Рис.2.5. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:
 а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис.2.6. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

2.2.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника

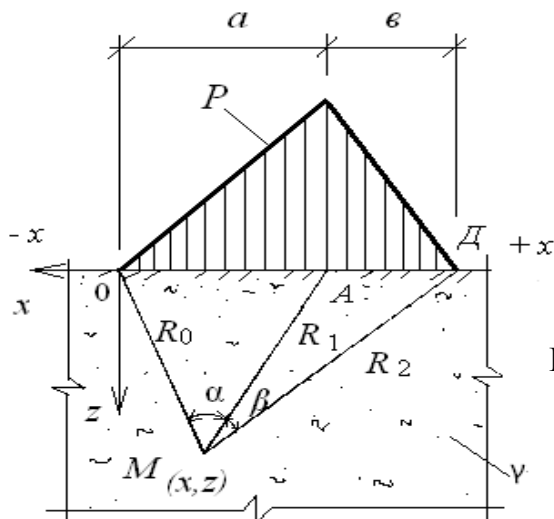


Рис.27. Модель однослойной грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

На рис. 2.7. изображена модель грунтовой среды от неравносторонней треугольной нагрузки. Формулы главных напряжений от неравносторонней треугольной нагрузки, представлены следующими выражениями [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right)^2} + \gamma z; \quad (2.29)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right)^2} + \gamma z, \quad (2.30)$$

где P – внешняя нагрузка ; x, z – координаты точки М; α и β – углы видимости базы действия внешней нагрузки; R_0, R_1 и R_2 – расстояния от точки М (x, z) до точек А, О, Д базы внешней нагрузки ; γ – объёмный вес однородного слоя полупространства ; $a = AO, \varepsilon = OD$.

Подставим выражения (2.29) и (2.30) в условие предельного равновесия (2.3) , получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi} \left[\sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right)^2} - \frac{\sin \varphi}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} - \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_0} \sin \varphi \right] - \\ & - \gamma z \sin \varphi = \sin \varphi \left[\frac{P}{\pi} \left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon} \beta \right) + C \operatorname{ctg} \varphi \right]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Решая уравнение (2.31) относительно z , получим

$$z = \frac{\left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon} \beta \right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\left[\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.32)$$

Из уравнения (2.32) найдём углы видимости α и β , при которых $z = z_{\max}$, продифференцировав его отдельно по α и β . Продифференцируем уравнение (2.32) по α :

$$\frac{dz}{d\alpha} = \frac{\frac{x}{a} \left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi\gamma}{P} \right\}}{\left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi\gamma}{P} \right\}^2} - \frac{\frac{0,4}{a \sin\varphi} \left\{ \left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \beta \right) + \frac{\pi}{P} C \operatorname{ctg} \varphi \right\}}{\left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi\gamma}{P} \right\}^2} = 0;$$

В результате будем иметь:

$$\beta = \frac{x\varepsilon(0,96 - \sin\varphi)}{0,4(a + \varepsilon)} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) - \frac{\pi\gamma x \varepsilon \sin\varphi}{0,4P(a + \varepsilon)} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P(a + \varepsilon)}. \quad (2.33)$$

Продифференцируем уравнение (2.32) по β :

$$\frac{dz}{d\beta} = \frac{\frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \left\{ \frac{(0,96 - \sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right\} - \frac{\pi\gamma}{P}}{\left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi\gamma}{P} \right\}^2} - \frac{\left(-\frac{0,4}{\varepsilon \sin\varphi} \right) \left\{ \left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a + \varepsilon - x}{\varepsilon} \beta \right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi\gamma}{P} \right\}^2} = 0.$$

В результате получим:

$$\alpha = \frac{\pi\gamma a(a + \varepsilon - x) \sin\varphi}{0,4P(a + \varepsilon)} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P(a + \varepsilon)} - \frac{a(a + \varepsilon - x)}{0,4(a + \varepsilon)} (0,96 - \sin\varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right). \quad (2.34)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия z будет равна z_{\max} , следовательно, формула (2.32) примет вид:

$$z_{\max} = \frac{\left(\frac{x}{a}\alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon}\beta\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon}\right) - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.35)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ подставим (2.35) в формулу (2.9), в этом случае $B = a + \varepsilon$.

$$\frac{0,88P(a+\varepsilon)}{C_z} = \frac{\left(\frac{x}{a}\alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon}\beta\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon}\right) - \frac{\pi \gamma}{P}};$$

$$\frac{0,88P^2}{\sin \varphi} \left[(0,96 - \sin \varphi) \left(\varepsilon \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + 0,4(\varepsilon\alpha - a\beta) \right] - P \{ 0,88\pi\varepsilon\gamma + \frac{C_z a \varepsilon}{(a+\varepsilon)} (\varepsilon x \alpha + a(a+\varepsilon-x)\beta) \} - \frac{\pi \varepsilon C_z C \operatorname{ctg} \varphi}{(a+\varepsilon)} = 0. \quad (2.36)$$

Квадратное уравнение (2.36) приведём к следующему выражению:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.37)$$

где

$$M = \frac{0,88P^2}{\sin \varphi} \left[(0,96 - \sin \varphi) \left(\varepsilon \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + 0,4(\varepsilon\alpha - a\beta) \right];$$

$$N = - \left\{ 0,88\pi\varepsilon\gamma + \frac{C_z a \varepsilon}{(a+\varepsilon)} (\varepsilon x \alpha + a(a+\varepsilon-x)\beta) \right\};$$

$$L = - \frac{\pi \varepsilon C_z C \operatorname{ctg} \varphi}{(a+\varepsilon)}. \quad (2.38)$$

Решая уравнение (2.37), получим формулу для вычисления $P_{\text{кр}}$:

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.39)$$

Придавая различные значения z_{\max} и $P_{\text{кр}}$, можно получить формулы для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагруз-

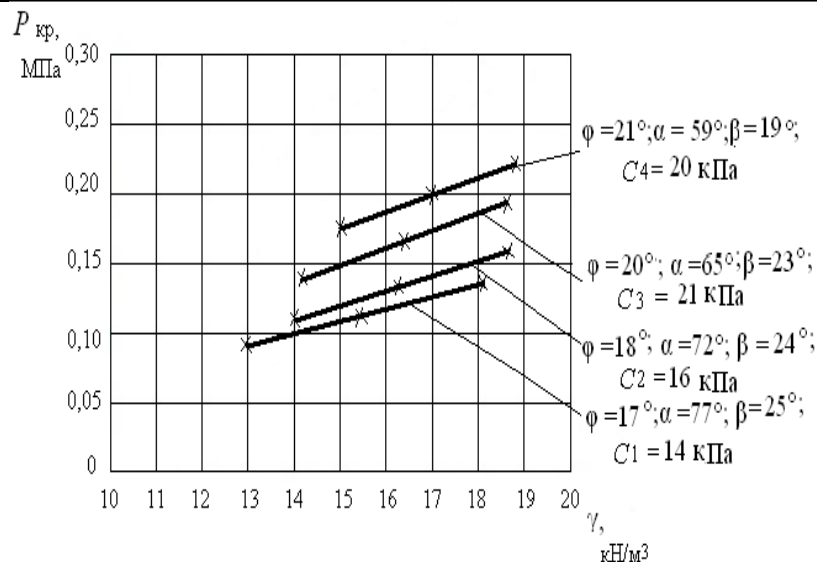
ки. При $v = 0$, эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника; при $a = v$ – равнобедренного треугольника; при $v \rightarrow \infty$ – полубесконечной полосы. На рис.2.8 и 2.9 приведены зависимости $P_{кр}$ от удельного веса однослойного полупространства, удельного сцепления C и угла полного внутреннего трения φ .

Графический вид зависимостей $P_{кр}$ и $z_{макс}$ от физико - механических характеристик: C , φ , γ увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки $B=a+v=2+1=3м$ представлен на рис. 2.8-2.9 . Характеристики слабых грунтов приведены в таблице 2.3.

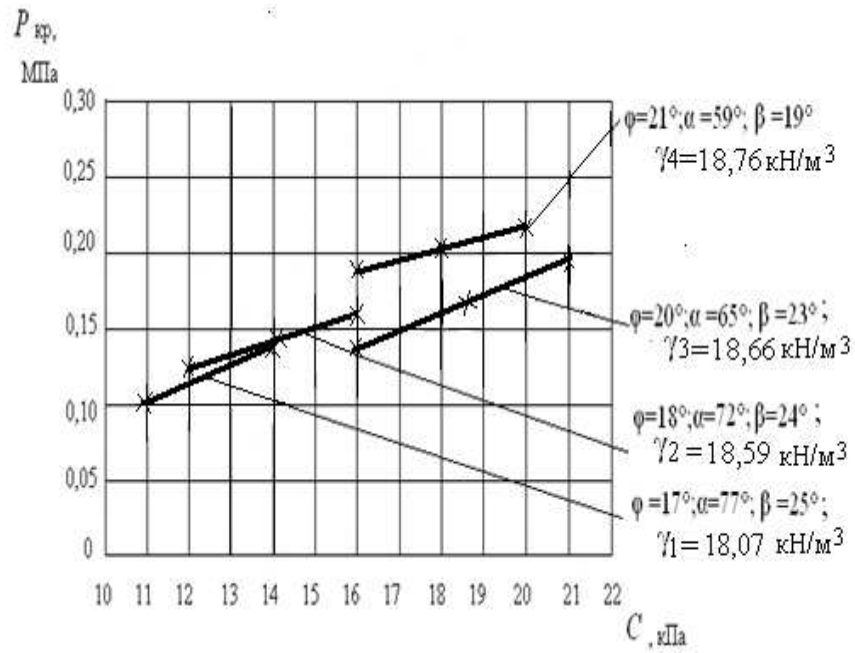
Таблица 2.3.

Физико - механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усилия $z_{макс}$, М	Коэф.упругого полупространства C_z , МПа
Суглинки мягко-пластичных пород	18,07	17	14	2,8	1,57	2,84
	18,59	18	16	9,4	1,76	9,54
	18,66	20	21	11,6	2,03	12,80
	18,76	21	20	13	2,41	13,19

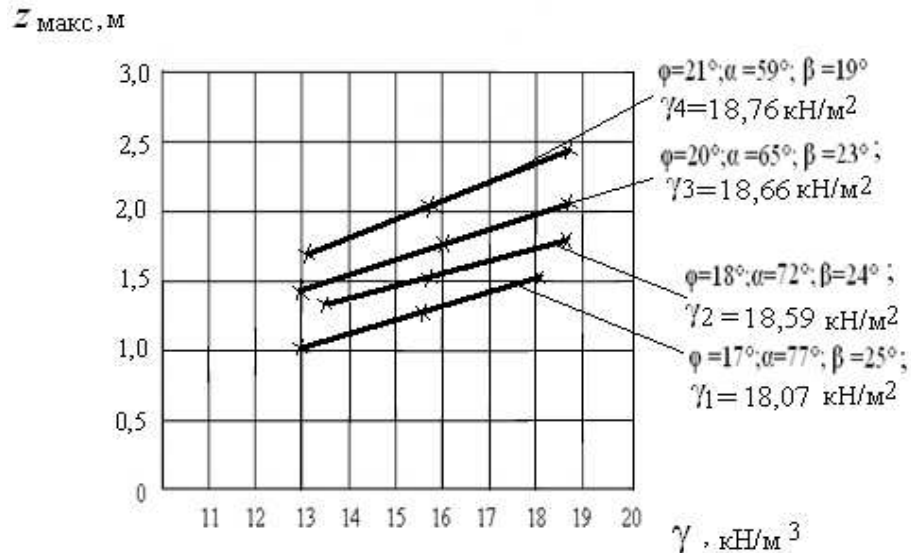


а)

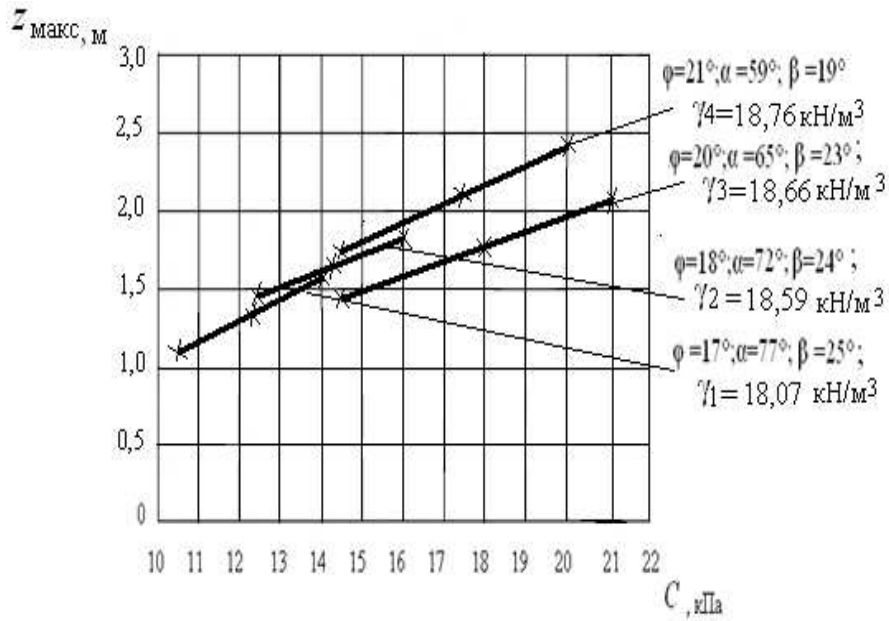


б)

Рис.2.8. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:
 а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ;
 б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис. 2.9. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

2.2. 4. Симметричная нагрузка

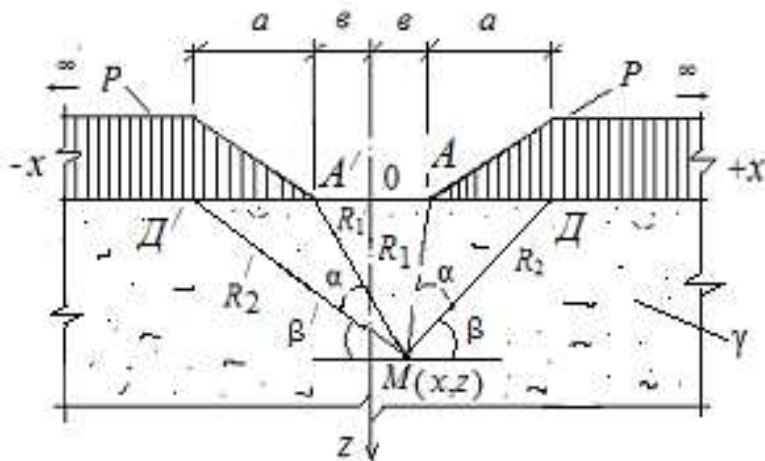


Рис. 2.10. Модель однослойной грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

Формулы главных напряжений, обусловленных действием симметричной комбинированной треугольной и полубесконечной нагрузки, имеют следующий вид [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} + \gamma z; \quad (2.40)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} + \gamma z, \quad (2.41)$$

где P – внешняя нагрузки; x, z – координаты точки M ; $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ – углы видимости баз действия нагрузки; R_1, R_1' и R_2, R_2' – расстояния от точки $M(x, z)$ до точек A, D, A', D' баз внешней нагрузки; γ – объёмный вес однородного слоя полупространства; $a = AD, a = A'D', \varepsilon = OA$ и $\varepsilon = OA'$.

Подставив выражения (2.40) и (2.41) в формулу условия предельного равновесия (2.3), получим следующее выражение:

$$\frac{z}{\sin \varphi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} - z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a}{P} \gamma = [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}. \quad (2.42)$$

Решая уравнение (2.42) относительно z , получим

$$z = \frac{[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.43)$$

Найдём угол видимости, при котором $z = z_{\max}$, продифференцировав для этого уравнение (2.43) по α :

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = \frac{(x - \varepsilon) \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P} \right]^2} - \frac{\frac{0,4}{\sin \varphi} \left\{ [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} C \operatorname{ctg} \varphi \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.44)$$

$$-(\beta + \beta') = \frac{-(x - \varepsilon)}{0,4a} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{P} \right] + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} - \frac{2\alpha' \varepsilon}{a}.$$

В результате получим угол видимости β :

$$\beta = \frac{(x - \varepsilon)}{0,4a} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{P} \right] - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} + \frac{2\alpha' \varepsilon}{a} - \beta. \quad (2.45)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.43) по α' :

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha'} = \frac{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P} \right] (-x - \varepsilon)}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P} \right]^2} + \frac{\frac{0,4}{\sin \varphi} \left\{ [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.46)$$

$$\beta + \beta' = \frac{(x + \varepsilon)}{0,4a} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{P} \right] + \frac{2\varepsilon \alpha}{a} - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}. \quad (2.47)$$

Из выражения (2.47) получим угол видимости β' :

$$\beta' = \frac{(x+\varepsilon)}{0,4a} [(0,96 - \sin\varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi\gamma \sin\varphi}{P}] + \frac{2\varepsilon\alpha}{a} - \frac{\pi C \operatorname{ctg}\varphi}{P} - \beta. \quad (2.48)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.43) по β :

$$\frac{\partial z}{\partial \beta} = \frac{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi\gamma}{P} \right] a - 0 \cdot \left[\alpha(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') \right] + \frac{\pi}{P} C \operatorname{ctg}\varphi}{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi\gamma}{P} \right]^2} = 0, \quad (2.49)$$

$$\alpha - \alpha' = -\frac{1}{0,4} [(0,96 - \sin\varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi\gamma \sin\varphi}{P}] = \frac{\pi\gamma \sin\varphi}{0,4P} - \frac{1}{0,4} [(0,96 - \sin\varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'}]; \quad (2.50)$$

$$\alpha = -\frac{1}{0,4} [(0,96 - \sin\varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi\gamma \sin\varphi}{P}] + \alpha'. \quad (2.51)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав уравнение (2.43) по β' :

$$\frac{\partial z}{\partial \beta'} = \frac{\alpha \left\{ \frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi\gamma}{P} \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi\gamma}{P} \right]^2} - \frac{0 \left\{ \alpha(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') \right\} + \frac{\pi C \operatorname{ctg}\varphi}{P}}{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi\gamma}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.52)$$

$$-\frac{0,4\alpha'}{\sin\varphi} = -\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{\pi\gamma}{P} - \frac{0,4\alpha}{\sin\varphi} \left(\frac{\sin\varphi}{0,4} \right);$$

$$\alpha' = \frac{(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'}}{0,4} - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,4P} + \alpha. \quad (2.53)$$

При найденных значениях углов видимости глубина развития критического усилия z будет равна $z_{\text{макс}}$, следовательно, формула (2.43) примет вид:

$$z_{\text{макс}} = \frac{\left[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') \right] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.54)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ поставим (2.54) в формулу (2.9), в этом случае $B = 2a + 2\varepsilon$.

$$\frac{1,76Pa}{C_z} = \frac{\left[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') \right] + \frac{\pi a C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi \gamma}{P}}; \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1,76P^2}{\sin \varphi} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha') \right] - P \{ 1,76\pi \gamma + \\ & + \frac{C}{a} \left[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') \right] \} - \pi C_z C \operatorname{ctg} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Приведём уравнение (2.56) к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.57)$$

где

$$\begin{aligned} M &= \frac{1,76}{\sin \varphi} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha') \right]; \\ N &= - \left\{ 1,76\pi \gamma + \frac{C}{a} \left[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') \right] \right\}; \\ L &= -\pi C_z C \operatorname{ctg} \varphi. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Решая уравнение (2.57), получим формулу для вычисления $P_{\text{кр}}$:

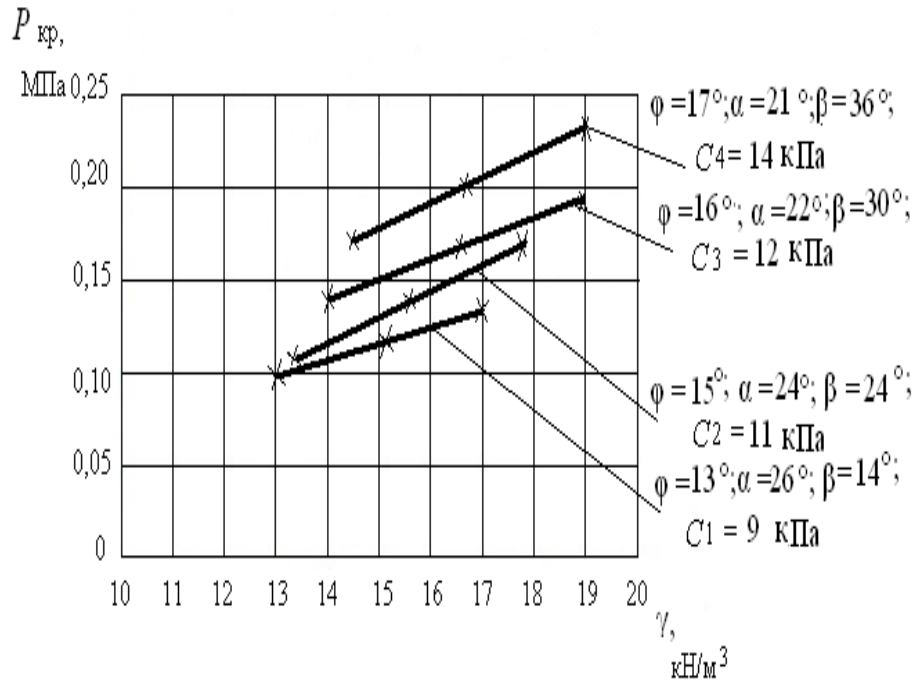
$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]. \quad (2.59)$$

Формулы (2.54) и (2.59) позволяют вычислять $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ в полупространстве грунтовой среды. В этих формулах $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. Например при $\nu = 0$, т. е. когда точки А, и А' совпадут с 0, эпюра будет иметь другой вид симметричной нагрузки; придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно получить эпюру для симметричной треугольной и ленточной нагрузки. На рис.2.11 а,б приведены зависимости $P_{\text{кр}}$ от удельного веса полупространства, удельного сцепления C и угла полного внутреннего трения φ , на рис. 2.12 а,б приведены зависимости глубин развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от тех же характеристик. Расчёт $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл.2.4) соответствующих пластичным супесям

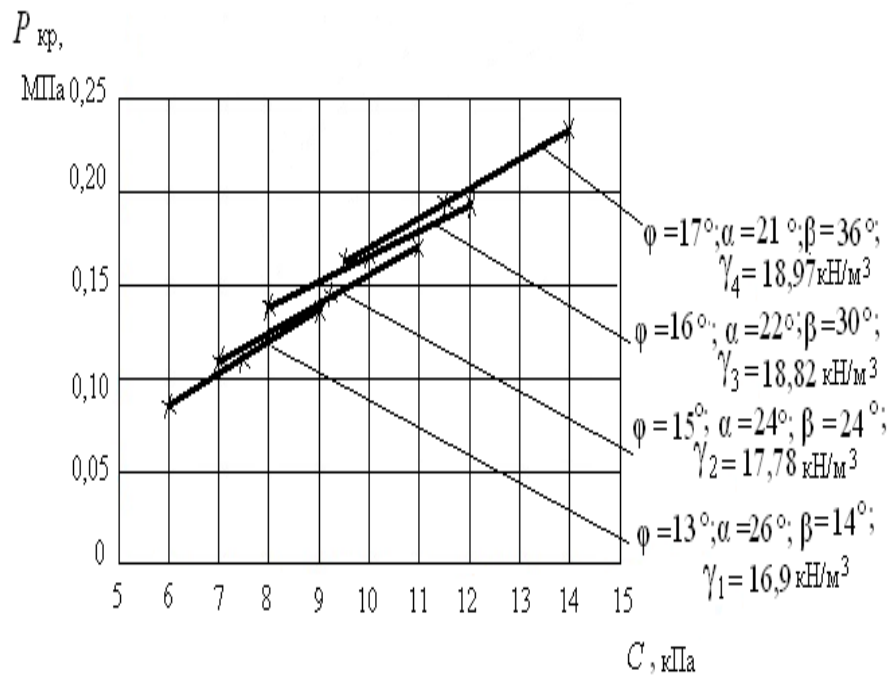
Таблица 2.4.

Физико-механические характеристики модели полупространства

Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усилия $z_{\text{макс}}$, м	Коэф. упругого полупространства C_z , МПа
Супесь пластичная	16,90	13	9	15,8	0,75	16,07
	17,78	15	11	16,2	1,34	16,48
	18,82	16	12	16,6	1,73	17,0
	18,97	17	14	17,8	2,18	18,1

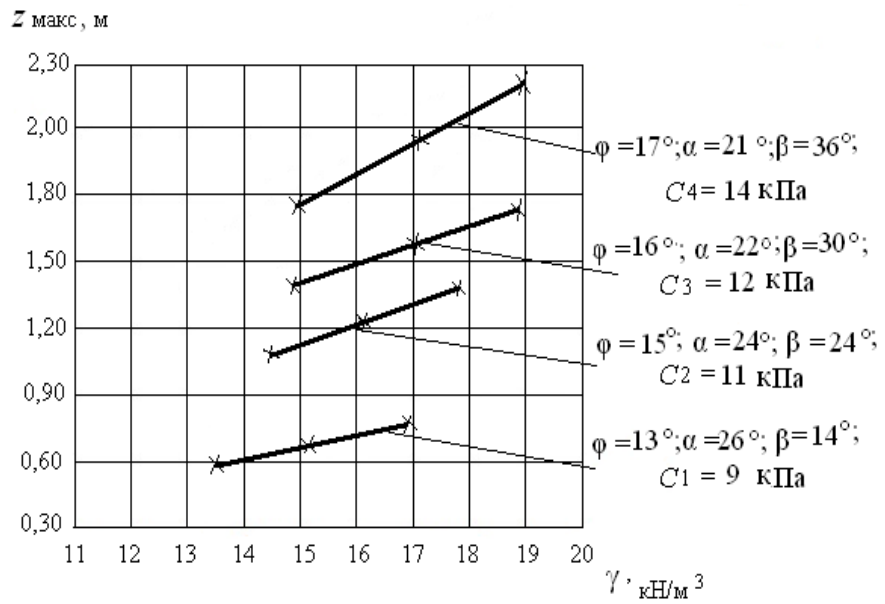


а)

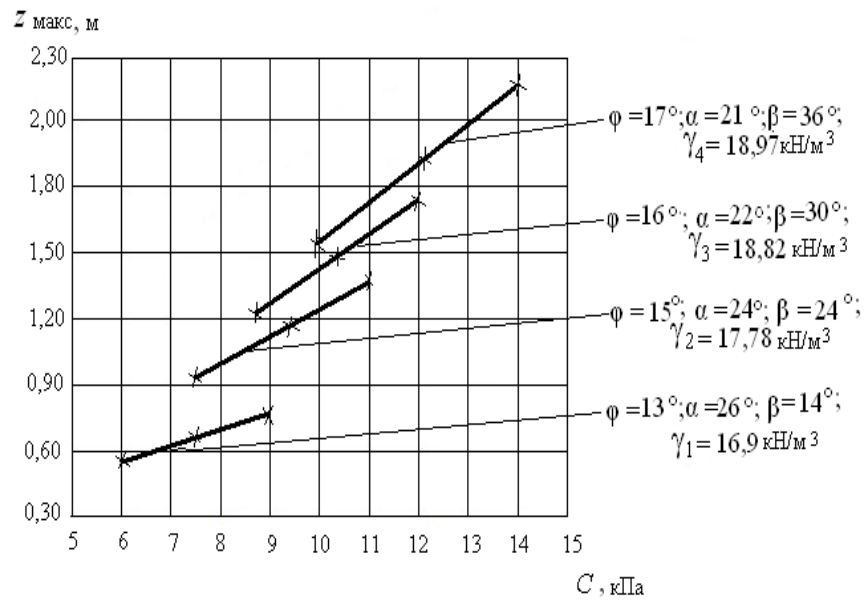


б)

Рис.2.11. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:
а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис.2.12. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

2.2.5. Комбинированная нагрузка

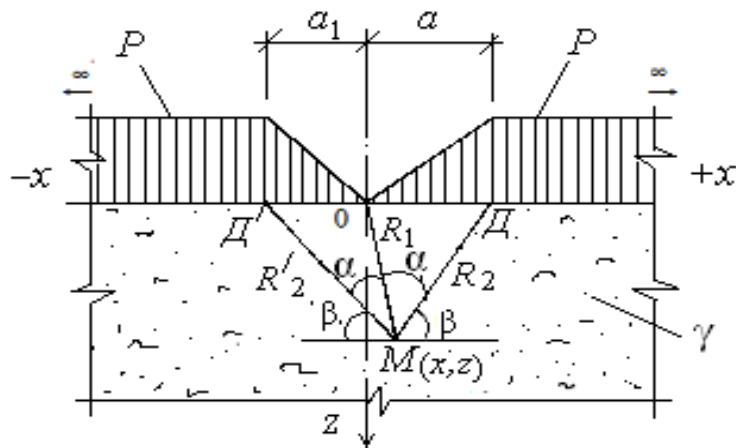


Рис.2.13. Модель однородной грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

Формулы главных напряжений, обусловленных действием комбинированной нагрузки, представлены следующими выражениями [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \left(\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right) \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right)^2} + \gamma z; \quad (2.60)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \left(\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right) \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right)^2} + \gamma z, \quad (2.61)$$

где P – внешняя нагрузки; x, z – координаты точки M ; $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ – углы видимости баз действия нагрузки; R_1, R_2, R_1', R_2' – расстояния от точки $M(x, z)$ до точек $O, Д, O, Д'$ баз внешней нагрузки; γ – объёмный вес основания подстилающего слоя; $a = OD, a_1 = OD'$.

Подставим выражения (2.60) и (2.61) в условие предельного равновесия (2.3), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi \sin \varphi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right)^2} - \frac{Pz}{\pi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right) - \gamma z = \\ & = \frac{P}{\pi} \left[(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha'\right) \right] + C \operatorname{ctg} \varphi \end{aligned} \quad (2.62)$$

Решая уравнение (2.62) относительно z , получим

$$z = \frac{(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha'\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.63)$$

Найдём угол видимости, при котором $z = z_{\max}$, продифференцировав для этого уравнение (2.63) по α :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \alpha} &= \frac{\frac{x}{a} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} - \\ & - \frac{\frac{0,4}{a \sin \varphi} \left\{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha'\right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1}\right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} = 0; \\ \beta + \beta' &= \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right] - \\ & - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}; \\ \beta &= \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'}\right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right] - \\ & - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} - \beta'. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.63) по α' :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \alpha'} = & \frac{-\frac{x}{a_1} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} - \\ & + \frac{\frac{0,4}{a_1 \sin \varphi} \left\{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} = 0; \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \beta + \beta' = & \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right] - \\ & - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}; \\ \beta' = & \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right] - \\ & - \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} - \beta. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.63) по β :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \beta} = & \frac{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} - \\ & - \frac{0 \cdot \left\{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} = 0; \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\alpha = -\frac{a(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,4P} + \frac{a\alpha'}{a_1}. \quad (2.69)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав уравнение (2.63) по β' :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \beta'} = & \frac{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} - \\ & - \frac{0 \cdot \left\{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P} \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P} \right]^2} = 0; \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$\alpha' = \frac{a_1(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma \sin \varphi}{0,4P} + \frac{a_1 \alpha}{a}. \quad (2.71)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия z будет равна z_{\max} , следовательно, уравнение (2.63) примет вид:

$$z_{\max} = \frac{(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi C \operatorname{ctg} \varphi}{P}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma}{P}}. \quad (2.72)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ поставим (2.72) в формулу (2.9), в этом случае $B = a + a'$ – база действия нагрузки.

В результате получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{0,88P^2(a + a_1)}{C_z \sin \varphi} \left[(0,96 - \sin \varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + 0,4 \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right] - \\ & - P \left[\frac{0,88(a + a_1)}{C_z} \pi \gamma + (\beta + \beta') + x \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right] - \pi C \operatorname{ctg} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Приведём квадратное уравнение (2.73) к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.74)$$

где

$$M = \frac{0,88(a + a_1)}{C_z \sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + 0,4 \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right)];$$

$$N = - \left[\frac{0,88(a + a_1)}{C_z} \pi \gamma + (\beta + \beta') + x \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right];$$

$$L = -\pi C \operatorname{ctg} \varphi. \quad (2.75)$$

Решая уравнение (2.74), получим формулу для вычисления $P_{\text{кр}}$:

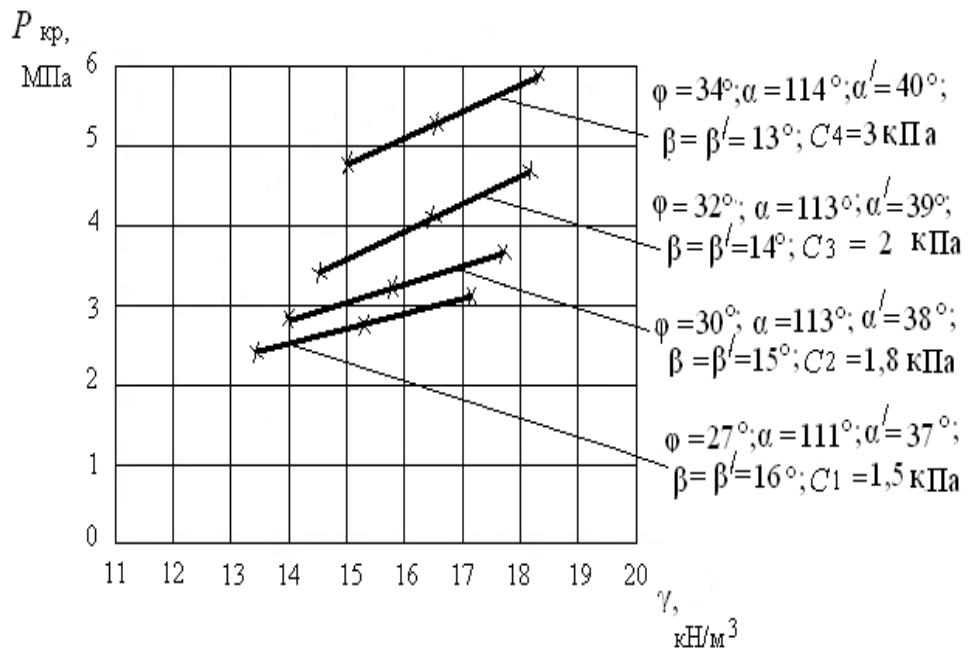
$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.76)$$

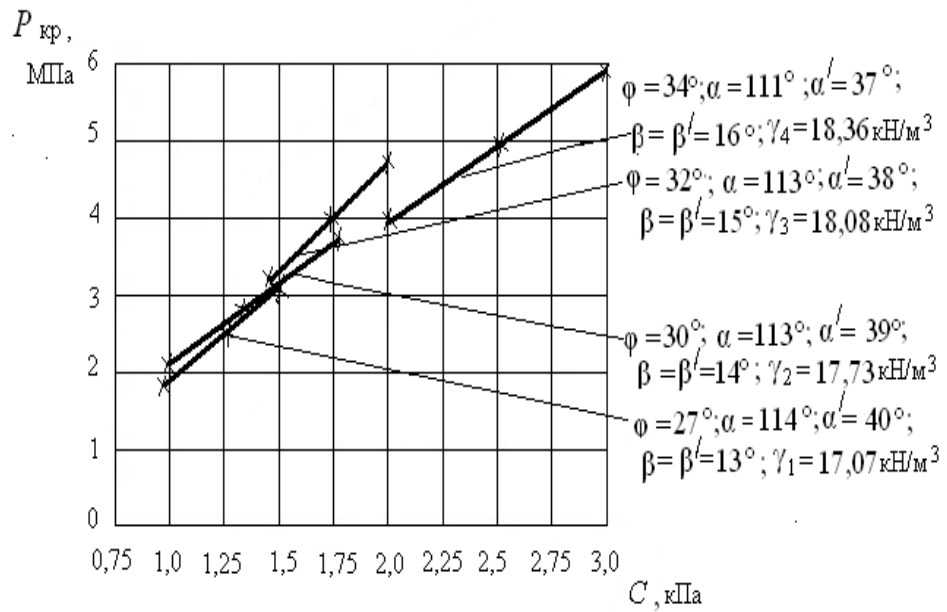
Формулы (2.72) и (2.76) зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить формулы для $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для различных вариантов эпюр внешней нагрузки. Например, при $a = a_1$, эпюра будет иметь вид симметричной нагрузки; придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно получить эпюру для комбинированной треугольной и ленточной нагрузки. На рис. 2.14 а,б приведены зависимости $P_{\text{кр}}$ от удельного веса полупространства, удельного сцепления C и угла полного внутреннего трения φ , на рис. 2.15 а,б приведены зависимости глубин развития критического усилия h от тех же характеристик. Расчёт $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл. 2.5.), соответствующим мелким водонасыщенным пескам.

Таблица 2.5.

Физико - механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усилия $z_{\text{макс}}$, М	Коэф. упругого полупространства C_z , МПа
Песок мелкий, средн. степени водонасыщенный	17,07	27	1,5	25,8	0,58	26,25
	17,73	30	1,8	26,2	0,59	26,65
	18,08	32	2	28	0,60	28,48
	18,36	34	3	29	0,61	29,30



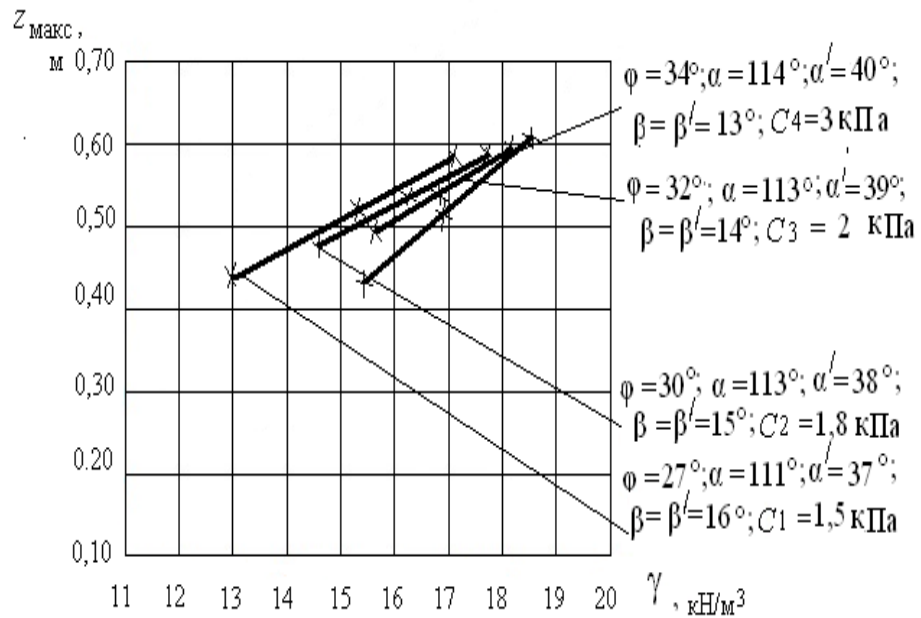


б)

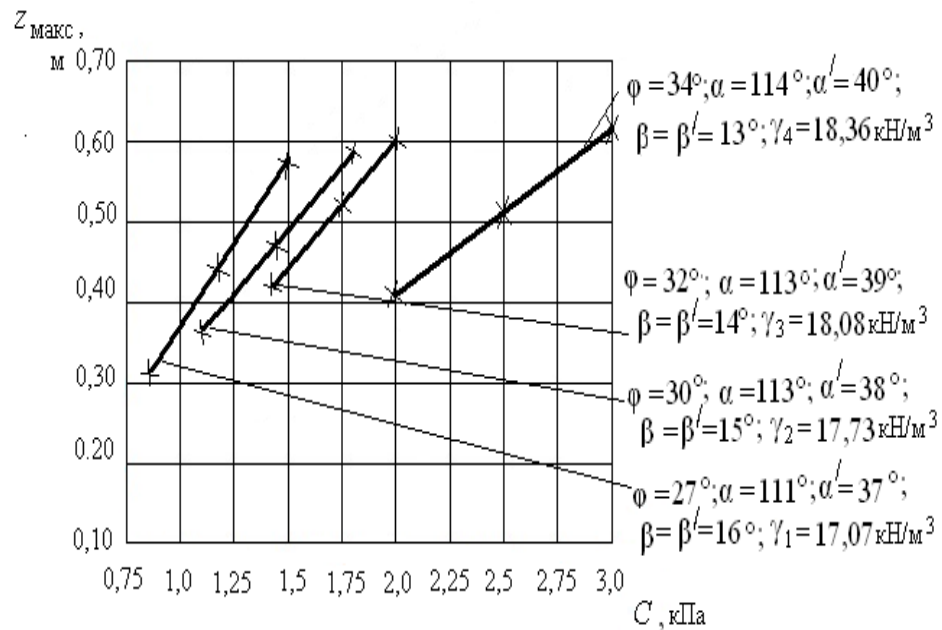
Рис.2.14. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:

а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ;

б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис.2.15. Зависимость глубины развития критического усилия

$z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

Из результатов расчётов следует:

- с увеличением значений физико-механических характеристик происходит увеличение $P_{\text{кр}}$ и $z_{\text{макс}}$ для всех исследуемых случаев;
- для зависимости $P_{\text{кр}}(\gamma)$ увеличения критического усилия происходит не только с ростом γ , но также с увеличением ϕ и C ; при этом угловой коэффициент (угол наклона графиков $P_{\text{кр}}(\gamma)$ к оси абсцисс) увеличивается с ростом ϕ и C ;
- для зависимости $P_{\text{кр}}(C)$ увеличение критического усилия происходит в основном только с ростом C ; за счёт увеличения γ и ϕ критическое усилие изменяется не более чем на 8%; поэтому для всех рассмотренных значений γ и ϕ можно предложить единую (усреднённую) зависимость $P_{\text{кр}}(C)$.
- для зависимости $z_{\text{макс}}(\gamma)$ увеличение максимальной глубины развития критического усилия происходит так же с ростом γ и с увеличением

φ и C ; за счёт увеличения γ , φ , C изменение максимальной глубины происходит в пределах 7%, следовательно, для всех рассмотренных значений характеристик можно предложить единую (усреднённую) зависимость $z_{\text{макс}}(\gamma)$.

В следующем пункте рассмотрены плоские задачи от действия треугольных нагрузок на грунт в более усложнённом виде. Расчёт несущей способности основания производится для многослойных грунтовых сред.

2.3. Решение плоской задачи от действия внешних треугольных нагрузок на многослойную грунтовую среду

2.3.1. Напряжения в неоднородных водонасыщенных грунтах

Вертикальные напряжения от собственного веса грунта представляют собой вес грунта под рассматриваемой точкой с площадью поперечного сечения, равной единице. Таким образом, если в точке M на глубине z грунт однородный, то $\sigma_z = \gamma z$; если имеются различные слои (рис.2.16.), то

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^{k-1} \gamma_i h_i + \gamma_k \left(z - \sum_{i=1}^k h_i \right). \quad (2.77)$$

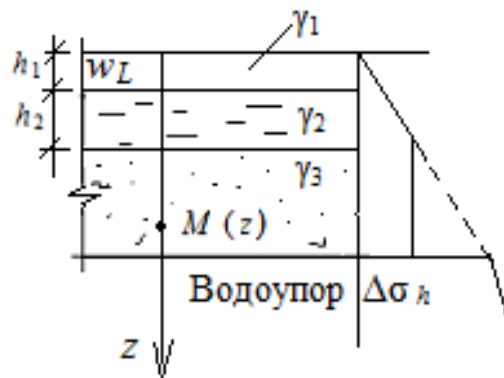


Рис.2.16. Схема неоднородного водонасыщенного грунтового массива

Удельный вес грунта ниже горизонта воды принимается с учётом действия выталкивающей силы за счёт взвешивания в воде, поэтому получаем:

$$\sigma_z = \gamma_1 h_1 + \gamma_{sb}(z - h_1) = (\gamma - \gamma_w)z + \gamma_w h_1. \quad (2.78)$$

Давление в водоупорном слое принимается с учётом полного веса водонасыщенного грунта (то есть выталкивающая сила не учитывается), который расположен выше данного слоя:

$$\sigma_z = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]. \quad (2.79)$$

На границе водоупора в эпюре имеет место скачок на величину $\Delta\sigma_{h_2} = \gamma_w h_2$, причём в данном случае $\gamma_2 = \gamma_1 - \gamma_w$.

2.3.2. Оценка критической нагрузки для некоторых видов треугольных нагрузок в неоднородной грунтовой среде

В данном разделе рассмотрены некоторые случаи исследования критических усилий в слоистой грунтовой среде от действия различных треугольных нагрузок. Формулы для вычисления критической нагрузки $P_{кр}$ и максимальной глубины её проявления z_{\max} были получены на основании известных аналитических решений [25], [26] и [52].

Рассмотрим некоторые случаи действия треугольных нагрузок на неоднородный грунт. Расчётная схема для каждого вида нагрузок представляет собой полупространство с полосообразной треугольной нагрузкой P . Полупространство находится в гидростатическом напряженном состоянии: $\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]$, где σ_x^0 и σ_z^0 - начальные составляющие напряжений, $\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]$ - давление от собственного веса слоёв грунта с учётом водонасыщенного слоя до уровня z . Следовательно, напряжённое состояние в полупространстве будет определяться весом полупространства и влиянием нагрузки. Задача заключается в определении такой величины критического давления $P_{кр}$, при котором область предельного равновесия распространяется на глубину z_{\max} .

2.3.3. Треугольная нагрузка

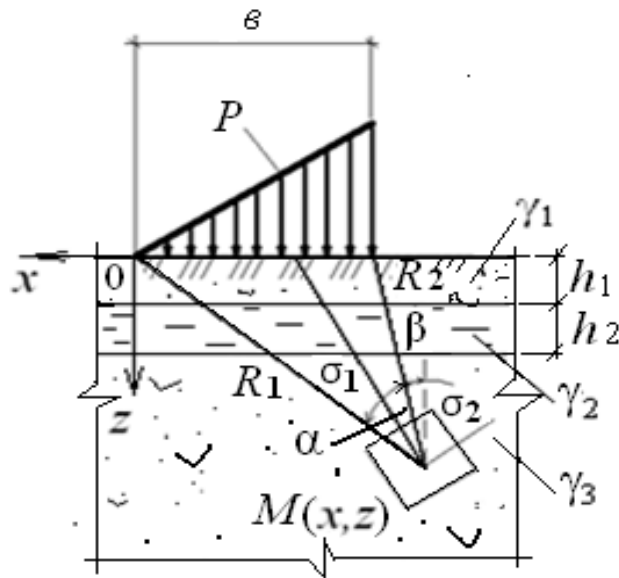


Рис.2.17. Модель многослойной грунтовой среды и эпюра треугольной нагрузки

В этом разделе решена задача об оценке критического усилия в модели грунтовой среды в виде однородного, тяжёлого, упругого полупространства под действием внешней нагрузки, приложенной к полупространству, эпюра которой представляет прямоугольный треугольник (рис. 2.17). Формулы для главных напряжений, обусловленных действием треугольной нагрузки, представлены следующими выражениями [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 2 \frac{x}{b} \alpha \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \quad (2.80)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + 2 \frac{x}{b} \alpha \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{P}{\pi} \left(\frac{z}{b} \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} + \sin \frac{2}{3} \alpha \right) + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \quad (2.81)$$

где P – величина треугольной нагрузки; b – база действия нагрузки; α – угол видимости базы действия нагрузки. Подставив выражения (2.80) и (2.81) в условие предельного равновесия [52]:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \sin \varphi \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + P_e \right), \quad (2.82)$$

получим следующее уравнение:

$$z \left[\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{b} \right) - \frac{\pi}{P} \gamma_3 \right] = -0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{2x \sin \varphi}{b} \alpha + \frac{\pi \sin \varphi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.83)$$

Решая уравнение (2.83) относительно z , получим

$$z = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{\pi \sin \varphi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi]}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{b} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.84)$$

Из уравнения (2.84) найдём угол видимости α , при котором $z = z_{\max}$, для этого продифференцируем уравнение (2.84) по α [15]:

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{b} - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{b} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}} = 0, \quad (2.85)$$

при условии, что $\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \neq 0$, т. е. $R_1 \neq R_2$,

$$\begin{aligned} \frac{2x \sin \varphi}{b} - 0,71 \cos \frac{2}{3} \alpha &= 0; \\ \alpha &= \frac{3}{2} \arccos \left(\frac{x}{0,36b} \sin \varphi \right). \end{aligned} \quad (2.86)$$

Подставляя (2.86) в (2.84) получим формулу для z_{\max} [15]:

$$z_{\max} = \frac{\frac{2x \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71 \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{\pi \sin \varphi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi]}{\ln \frac{R_2^2}{R_1^2} \left(\frac{0,71 - \sin \varphi}{b} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}, \quad (2.87)$$

где b – длина базы треугольной нагрузки P ; x – ордината центра тяжести эпюры треугольной нагрузки; R_1 и R_2 – направляющие, соединяющие начало и конец полосовой нагрузки с точкой M на глубине z .

Для определения $P_{\text{кр}}$ (2.87) подставим в формулу [24]:

$$z_{\max} = \frac{0,88PB}{C_z}, \quad (2.88)$$

где $C_z = E/(1 - \nu^2)$ – коэффициент упругого полупространства, $B = 2a$ база действия нагрузки, ν – коэффициент Пуассона, E – модуль деформации. Получим следующие уравнения:

$$0,88P \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - 0,88\pi b \gamma_3 = \frac{2xC_z \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71C_z \sin \frac{2}{3} \alpha + \frac{\pi C_z \sin \varphi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi]; \quad (2.89)$$

$$0,88P^2 \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi) - P(0,88\pi b \gamma_3 + \frac{2xC_z \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71C_z \sin \frac{2}{3} \alpha) - \pi C_z \sin \varphi [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi] = 0. \quad (2.90)$$

Уравнение (2.90) приведём к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0. \quad (2.91)$$

Решая уравнение (2.91), получим формулы для вычисления критического усилия $P_{\text{кр}}$ [15]:

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}, \quad (2.92)$$

где

$$M = 0,88 \ln \frac{R_2^2}{R_1^2} (0,71 - \sin \varphi);$$

$$N = - \left(0,88 \pi b \gamma_3 + \frac{2x C_z \sin \varphi}{b} \alpha - 0,71 C_z \sin \frac{2}{3} \alpha \right);$$

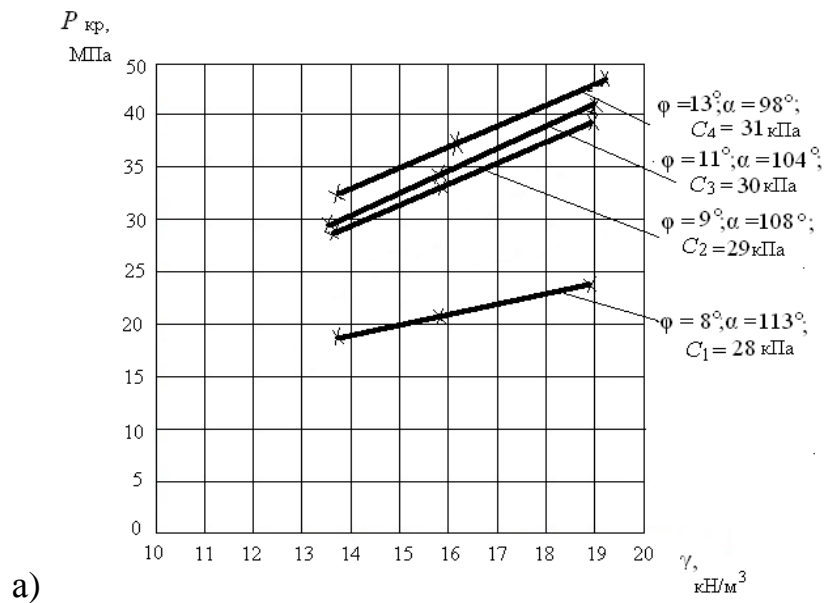
$$L = - \pi C_z \sin \varphi [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \cdot \operatorname{ctg} \varphi].$$
(2.93)

Рассмотрим зависимость $P_{кр}$ от физико-механических характеристик: C , φ , γ увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки $b = 1\text{ м}$. Характеристики грунтов указаны в таблице 2.6. Графический вид этих зависимостей представлен на рис. 2.18-2.19.

Таблица 2.6.

Физико-механические характеристики грунтового полупространства

Наименование грунтов	Удельный вес грунта γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , °	Макс. глубина предельного напряжённого состояния $z_{\text{макс}}$, М	Удельное сцепление грунта C , кПа	Модуль деформации грунта E , МПа	Коэф.упругого полупространства C_z , МПа
Глины	18,8	8	0,20	28	10	11,24
мягко-	18,9	9	0,22	29	13	14,61
пластич-	19,1	11	0,24	30	14	15,73
ных пород	19,3	13	0,30	31	16	17,98



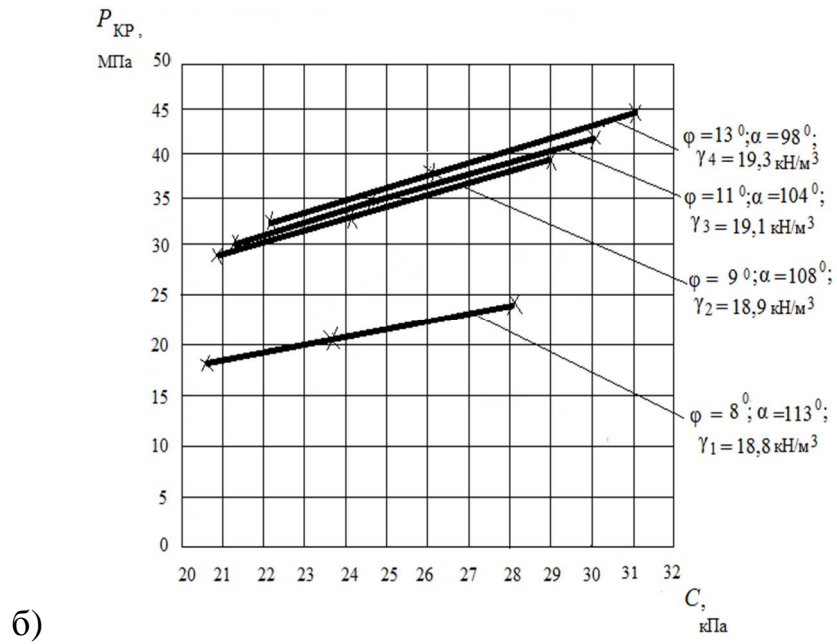
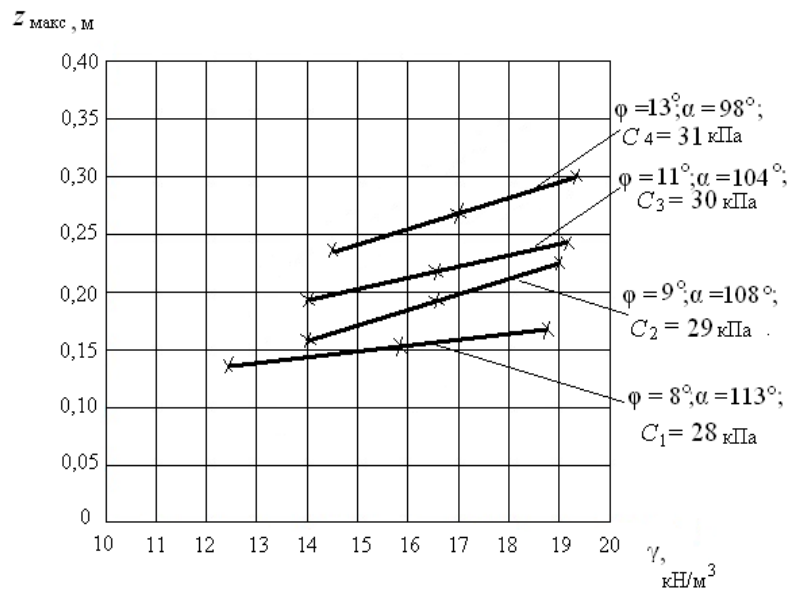
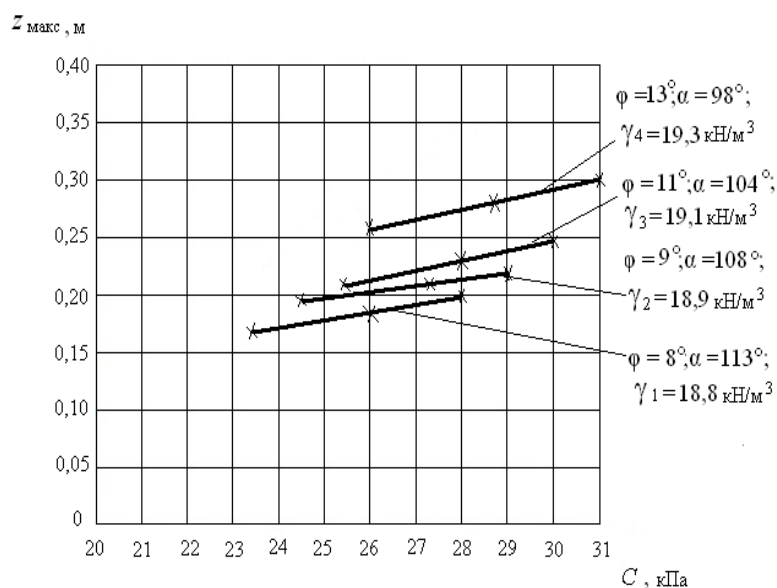


Рис.2.18. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:
 а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ





б)

Рис.2.19. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса

2.3.4. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника

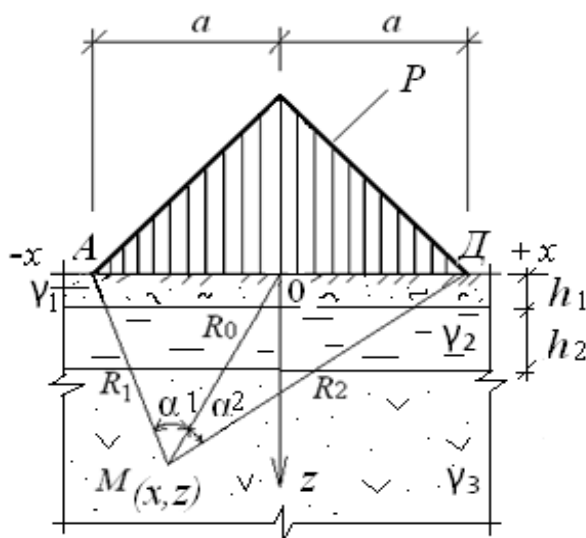


Рис.2.20. Модель грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

Модель грунтовой среды от равнобедренной нагрузки указана на рис. 2.20. Главные напряжения от действия равнобедренной нагрузки найдены из выражений [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi i} \left[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] + \frac{Pz}{\pi i} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \quad (2.94)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi i} \left[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2) - z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} \right] - \frac{Pz}{\pi i} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \quad (2.95)$$

где P – величина треугольной равнобедренной нагрузки; b – база действия нагрузки; α_1 и α_2 – углы видимости базы действия нагрузки.

Подставив выражения (2.94) и (2.95) в условие предельного равновесия (2.82), получим следующее уравнение:

$$\frac{pz}{\pi i} \sqrt{\ln^2 \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2} + \frac{p \sin \varphi}{\pi i} z \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - \sin \varphi \gamma_3 z = \frac{p \sin \varphi}{\pi i} [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \sin \varphi \gamma_1 h_1 + \sin \varphi \gamma_2 h_2 - \sin \varphi \gamma_3 (h_1 + h_2) + \sin \varphi C \operatorname{ctg} \varphi \quad (2.96)$$

Решая уравнение (2.96) относительно z , получим

$$z = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi i}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi i \gamma_3}{P}}. \quad (2.97)$$

Из уравнения (2.97) найдём углы видимости α_1 и α_2 , при которых $z = z_{\max}$, про дифференцировав это уравнение отдельно по α_1 и α_2 . Уравнение (2.97) про дифференцируем по α_1 [18]:

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha_1} = \frac{(a+x) \left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \alpha \gamma_3}{P} \right\}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \alpha \gamma_3}{P} \right\}^2} - \frac{\frac{0,4}{\sin \varphi} \{ [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi \alpha}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \alpha \gamma_3}{P} \right\}^2} = 0. \quad (2.98)$$

В результате получим угол видимости α_2 :

$$\alpha_2 = -(a+x) \frac{\pi \gamma_3 \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi}{2P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] + (a+x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} = (a+x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} - (a+x) \frac{\pi \gamma_3 \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi}{2P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.99)$$

Продифференцируем уравнение (2.97) по α_2 [18]:

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha_2} = \frac{(a-x) \left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \alpha \gamma_3}{P} \right\}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \alpha \gamma_3}{P} \right\}^2} - \frac{\frac{0,4}{\sin \varphi} \{ [a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi \alpha}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \}}{\left\{ \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi \alpha \gamma_3}{P} \right\}^2} = 0.$$

В результате получим угол видимости α_1 :

$$\alpha_1 = -(a-x) \frac{0,96 - \sin \varphi}{0,8a} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + (a-x) \frac{\pi \gamma_3 \sin \varphi}{0,8P} - \frac{\pi}{2P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.100)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия z будет равна $z_{\text{макс}}$, следовательно формула (2.97) примет вид [18]:

$$z_{\text{макс}} = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma_3}{P}} \quad (2.101)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ подставим (2.101) в формулу (2.88), при условии что $B = 2a$. Получим следующие выражения:

$$\frac{1,76Pa}{C_z} = \frac{[a(\alpha_1 + \alpha_2) + x(\alpha_1 - \alpha_2)] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + \frac{0,4}{\sin \varphi} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}; \quad (2.102)$$

$$\begin{aligned} \frac{1,76P^2}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)] - P \{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76\pi a \gamma_3 \} - \\ - \pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = 0. \end{aligned} \quad (2.103)$$

Квадратное уравнение (2.103) запишем в виде следующего выражения:

$$M P^2 + N P + L = 0, \quad (2.104)$$

где
$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)];$$

$$N = -\{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76\pi a \gamma_3 \}; \quad (2.105)$$

$$L = -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi].$$

Решая уравнение (2.104), получим формулу для вычисления $P_{\text{кр}}$ [18]:

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.106)$$

Формулы (2.101) и (2.106) позволяют вычислять $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ в полупространстве. В этих формулах $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения можно получить формулы для $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. При $a = 0$ (с правой или с левой стороны эпюры), эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника; при $B \rightarrow \infty$ – полубесконечной полосы; при $h_1 = h_2 = 0$ получим формулу $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для полупространства с различными видами эпюр внешней нагрузки, например: для нагрузки в форме прямоугольного треугольника и т.д.

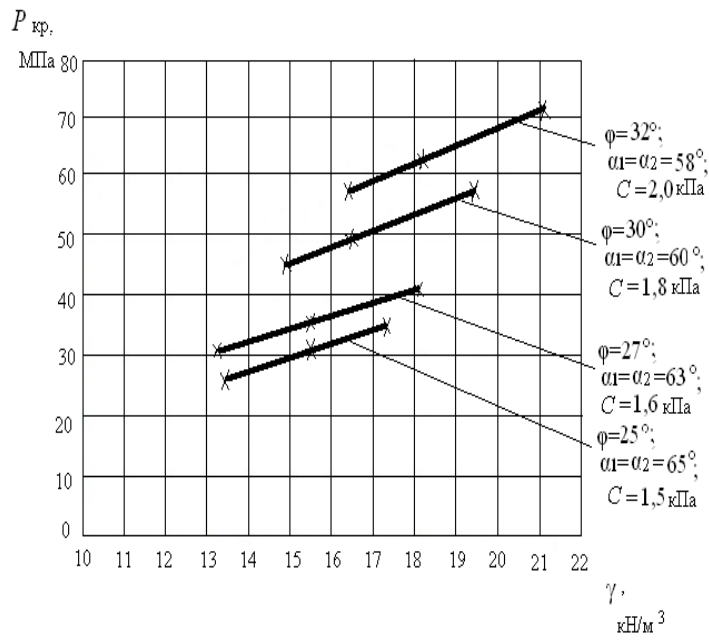
Графический вид зависимости $P_{\text{кр}}$ и $z_{\text{макс}}$ от физико - механических характеристик: C , φ , γ увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки $B=2a=2\text{м}$ представлен на рис. 2.21 и 2.22.

При расчёте принято $h_1 = h_2 = 0,3 \text{ м}$, $\gamma_1=15,05 \text{ кН/м}^3$, $\gamma_2=10,3 \text{ кН/м}^3$, $a = 1\text{м}$, коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды $\nu = 0,12$. Расчёт $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства (табл.2.7), соответствующим супесчаным водонасыщенным грунтам.

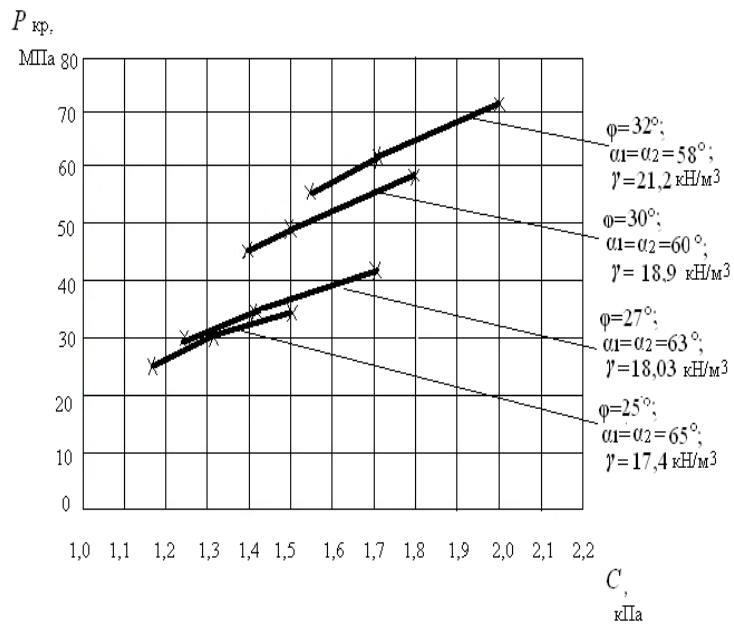
Таблица 2.7.

Физико-механические характеристики модели полупространства

Наименование грунтов	Удельный вес грунта γ , кН/м^3	Угол внутреннего трения грунта φ , ⁰	Макс. глубина пред. напряжённого состояния $z_{\text{макс}}$, М	Удельное сцепление грунта C , кПа	Модуль деформации грунта E , МПа	Коэф. упругого полупространства C_z , МПа
Супесчаные водонасыщенные грунты	17,4	25	0,47	1,5	24	27,6
	18,03	27	0,51	1,6	26	29,9
	19,4	30	0,58	1,8	27	31,03
	21,2	32	0,62	2,0	28	32,18

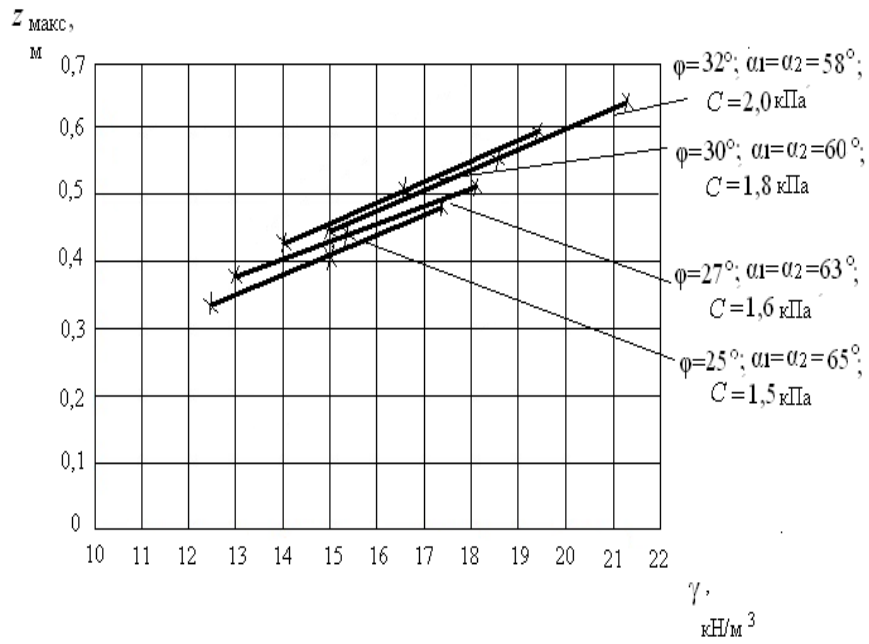


а)

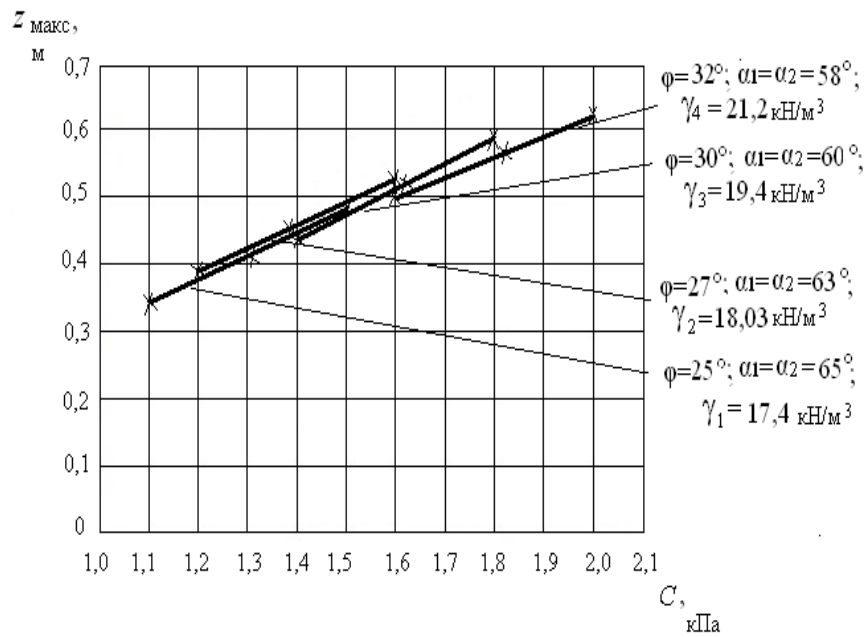


б)

Рис.2.21. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:
 а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис.2.22. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от:
 а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

2.3.5. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника

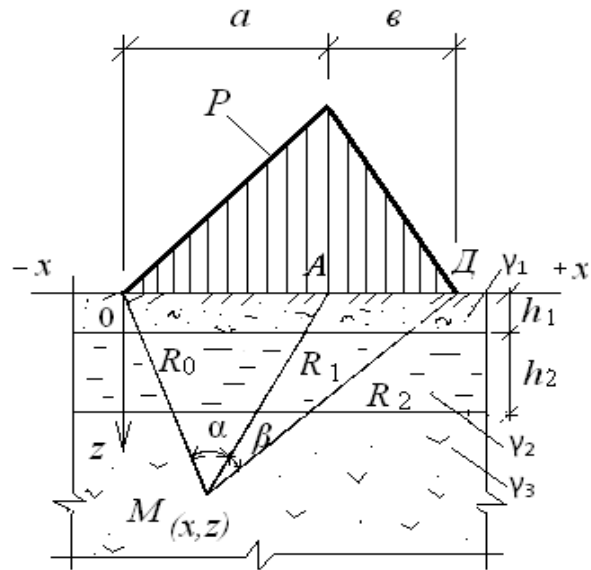


Рис.2.23. Модель грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

На рис. 2.23. изображена модель грунтовой среды от действия неравносторонней нагрузки. Формулы для главных напряжений от неравносторонней треугольной нагрузки, представлены следующими выражениями [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+b-x}{b} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{b} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{b} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{b} \right)^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \quad (2.107)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+b-x}{b} \beta + \frac{z}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{z}{b} \ln \frac{R_1}{R_2} \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{b} \ln \frac{R_1}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{b} \right)^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \quad (2.108)$$

где P – внешняя нагрузка; x, z – координаты точки M ; α и β – углы видимости базы действия внешней нагрузки; R_0, R_1 и R_2 – расстояния от точки $M(x,z)$ до точек A, O, D базы внешней нагрузки; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – объёмный вес

плоско-параллельных слоёв и полупространства; h_1, h_2 – мощности плоско-параллельных слоёв; $a = AO, \epsilon = OD$.

Подставим выражения (2.107) и (2.108) в условие предельного равновесия (2.82), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{Pz}{\pi} \left[\sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\epsilon}\right)^2} - \frac{\sin \varphi}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} - \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_0} \sin \varphi \right] - \\ & - \gamma_3 z \sin \varphi = \sin \varphi \left[\frac{P}{\pi} \left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\epsilon-x}{\epsilon} \beta \right) + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi \right]. \end{aligned} \quad (2.109)$$

Решая уравнение (2.109) относительно z , получим

$$z = \frac{\left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\epsilon-x}{\epsilon} \beta \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\left[\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\epsilon} \right) \right] - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.110)$$

Из уравнения (2.110) найдём углы видимости α и β , при которых $z = z_{\max}$, продифференцировав его по α и β . Продифференцируем уравнение (2.110) по α :

$$\begin{aligned} \frac{dz}{d\alpha} = & \frac{\frac{x}{a} \left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\epsilon} \right) \right] - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right\}}{\left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\epsilon} \right) \right] - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right\}^2} - \\ & - \frac{0,4}{a \sin \varphi} \left\{ \left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\epsilon-x}{\epsilon} \beta \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \right\}}{\left\{ \left[\frac{(0,96 - \sin \varphi)}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\epsilon} \right) \right] - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right\}^2} = 0. \end{aligned}$$

В результате будем иметь [19]:

$$\begin{aligned} \beta = & \frac{x\epsilon(0,96 - \sin \varphi)}{0,4(a+\epsilon)} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) - \frac{\pi \gamma_3 x \epsilon \sin \varphi}{0,4P(a+\epsilon)} - \frac{\pi \epsilon}{P(a+\epsilon)} [\gamma_1 h_1 + \\ & + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \end{aligned} \quad (2.111)$$

Продифференцируем уравнение (2.110) по β [19]:

$$\frac{dz}{d\beta} = \frac{\frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon} \left\{ \frac{(0,96-\sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right\} - \frac{\pi\gamma_3}{P}}{\left\{ \left[\frac{(0,96-\sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi\gamma_3}{P} \right\}^2} -$$

$$\frac{\left(-\frac{0,4}{\varepsilon \sin\varphi} \right) \left\{ \left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon} \beta \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \right\}}{\left\{ \left[\frac{(0,96-\sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \right] - \frac{\pi\gamma_3}{P} \right\}^2} = 0;$$

$$\frac{0,4(a+\varepsilon)}{a} \alpha = \frac{\pi\gamma_3(a+\varepsilon-x)\sin\varphi}{P} - \frac{0,4\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] -$$

$$-(a+\varepsilon-x)(0,96-\sin\varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right).$$

В результате получим:

$$\alpha = \frac{\pi\gamma_3 a(a+\varepsilon-x)\sin\varphi}{0,4P(a+\varepsilon)} - \frac{\pi a}{P(a+\varepsilon)} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] -$$

$$-\frac{a(a+\varepsilon-x)}{0,4(a+\varepsilon)} (0,96-\sin\varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right). \quad (2.112)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия z будет равна z_{\max} , следовательно формула (2.110) примет вид [19]:

$$z_{\max} = \frac{\left(\frac{x}{a} \alpha + \frac{a+\varepsilon-x}{\varepsilon} \beta \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{(0,96-\sin\varphi)}{\sin\varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{0,4}{\sin\varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{\varepsilon} \right) - \frac{\pi\gamma_3}{P}}. \quad (2.113)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ подставим (2.113) в формулу (2.88) при $B = a + \varepsilon$, получим следующее уравнение:

$$\frac{0,88P^2}{\sin\varphi}[(0,96-\sin\varphi)(\varepsilon\ln\frac{R_1}{R_0}+a\ln\frac{R_1}{R_2})+0,4(\varepsilon\alpha-a\beta)]-P\{0,88\pi\varepsilon\gamma_3+\frac{C_z a\varepsilon}{(a+\varepsilon)}(\varepsilon\alpha+a(a+\varepsilon-x)\beta)\}-\frac{\pi\varepsilon C_z}{(a+\varepsilon)}[\gamma_1 h_1+\gamma_2 h_2-\gamma_3(h_1+h_2)+C\operatorname{ctg}\varphi]=0. \quad (2.114)$$

Квадратное уравнение (2.114) представим в виде следующего выражения:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.115)$$

где

$$M = \frac{0,88P^2}{\sin\varphi}[(0,96-\sin\varphi)(\varepsilon\ln\frac{R_1}{R_0}+a\ln\frac{R_1}{R_2})+0,4(\varepsilon\alpha-a\beta)];$$

$$N = -\{0,88\pi\varepsilon\gamma_3 + \frac{C_z a\varepsilon}{(a+\varepsilon)}(\varepsilon\alpha+a(a+\varepsilon-x)\beta)\};$$

$$L = -\frac{\pi\varepsilon C_z}{(a+\varepsilon)}[\gamma_1 h_1+\gamma_2 h_2-\gamma_3(h_1+h_2)+C\operatorname{ctg}\varphi]. \quad (2.116)$$

Решая уравнение (2.115), получим формулу для вычисления $P_{кр}$ [19]:

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.117)$$

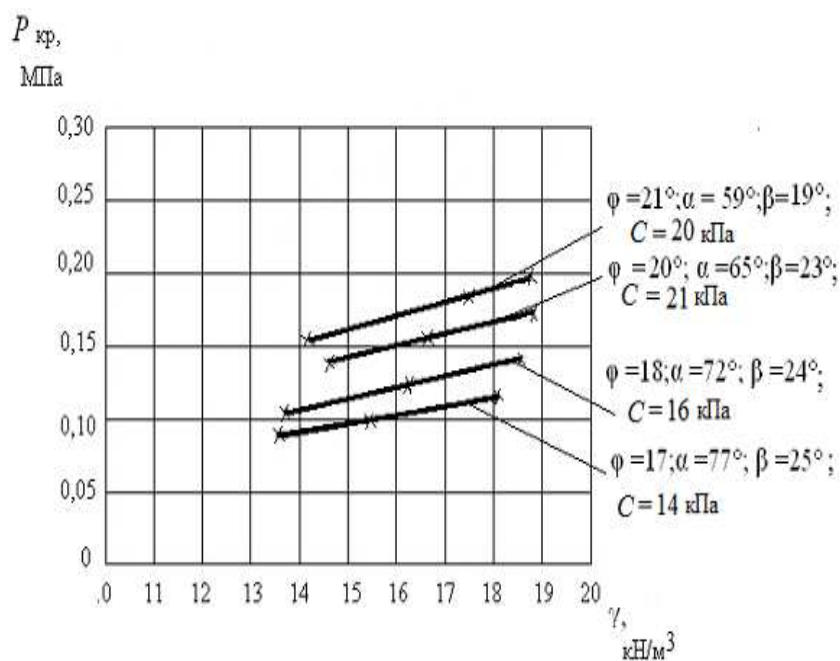
Придавая различные значения z_{\max} и $P_{кр}$, можно так же получить формулы для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. При $\varepsilon = 0$, эпюра внешней нагрузки будет иметь вид прямоугольного треугольника; при $a = \varepsilon$ – равностороннего треугольника; при $\varepsilon \rightarrow \infty$ – полубесконечной полосы; при $h_1 = h_2 = 0$ получим формулу z_{\max} и $P_{кр}$ для полупространства с различными видами эпюр внешней нагрузки. На рис.2.24,а,б и 2.25,а,б приведены зависимости $P_{кр}$ от удельного веса полупространства, удельного сцепления C и угла полного внутреннего трения φ . При расчёте принято, что $h_1 = h_2 = 0,3$ м, $\gamma_1 = 15,05$ кН/м³, $\gamma_2 = 10,3$ кН/м³, $a = 2$ м, $\varepsilon = 1$ м, коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды $\nu = 0,12$.

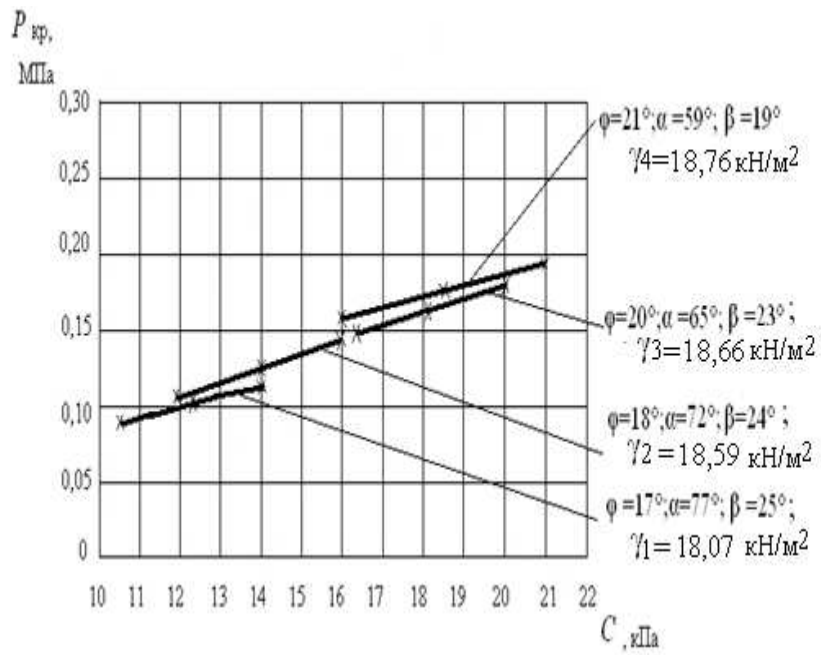
Графический вид зависимостей $P_{кр}$ и $z_{макс}$ от физико - механических характеристик: C , φ , γ увлажнённых грунтов при длине базы нагрузки $B=a+b=2+1=3м$ представлен на рис. 2.24-2.25 . Характеристики слабых грунтов приведены в таблице 2.8.

Таблица 2.8.

Физико - механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усилия $z_{макс}$, М	Коэф. упругого полупространства C_z , МПа
Суглинки мягкопластичные	18,07	17	14	2,8	1,57	2,84
	18,59	18	16	9,4	1,76	9,54
	18,66	20	21	11,6	2,03	12,80
	18,76	21	20	13	2,41	13,19

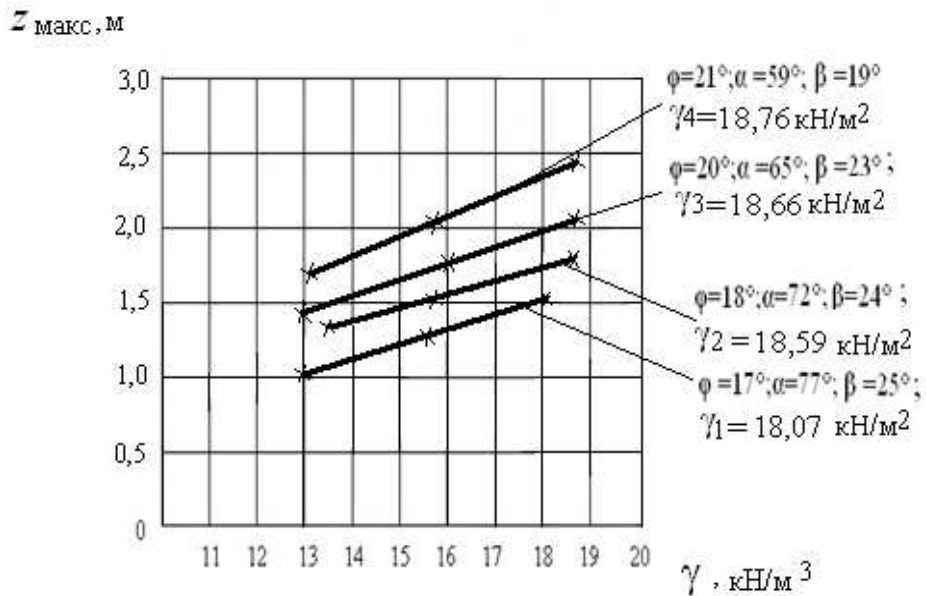




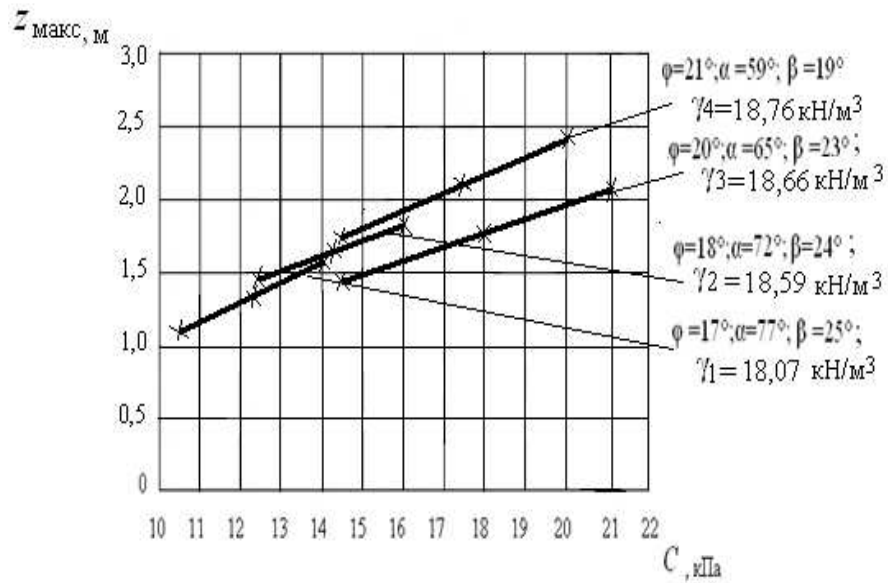
б)

Рис.2.24. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:

- а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ;
- б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис.2.25. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

2.3. 6. Симметричная нагрузка

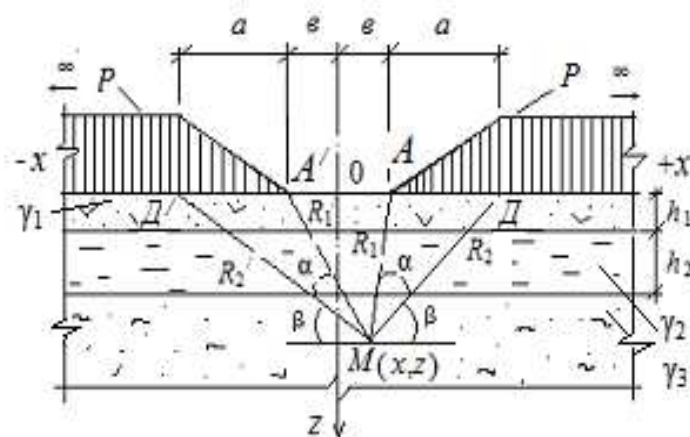


Рис. 2.26. Модель грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

При строительстве различных сооружений перемещаются значительные массы грунта, из которого формируется техногенный рельеф. Под действием веса грунта происходит изменение естественного напряжённого состояния ниже лежащей грунтовой среды. Поэтому возникает необходимость в оценке критического давления, которое может выдержать эта среда.

В настоящей работе рассмотрено решение аналогичной задачи. Но модель грунтовой среды представлена двумя плоско-параллельными слоями, лежащими на поверхности полупространства (рис.2.26). Внешняя нагрузка имитирует отрицательную форму техногенного рельефа в виде равнобокой трапеции. В этом случае напряжение в любой точке М (x,z) в полупространстве будет определяться внешней техногенной нагрузкой P и напряжением, создаваемым моделью модели и $\sigma_x^0 = \sigma_z^0 = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]$.

Формулы главных напряжений, обусловленных действием симметричной нагрузки, имеют следующий вид [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[a(\beta + \beta') - v(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \quad (2.118)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[a(\beta + \beta') - v(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha') + z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)], \quad (2.119)$$

где P – внешняя нагрузки; x, z – координаты точки М; $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ – углы видимости баз действия нагрузки; R_1, R_1' и R_2, R_2' – расстояния от точки М (x,z) до точек А, Д, А', Д' баз внешней нагрузки; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – объёмный вес плоско-параллельных слоёв и полупространства; h_1, h_2 – мощности плоско-параллельных слоёв; $a = АД, a = А'Д', v = ОА$ и $v = ОА'$.

Подставив выражения (2.118) и (2.119) в формулу условия предельного равновесия (2.82), получим следующее уравнение:

$$\frac{z}{\sin\varphi} \sqrt{\ln^2 \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + (\alpha - \alpha')^2} - z \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a}{P} \gamma_3 = [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.120)$$

Решая уравнение (2.120) относительно z , получим

$$z = \frac{[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}. \quad (2.121)$$

Найдём угол видимости, при котором $z = z_{\max}$, продифференцировав для этого уравнение (2.121) по α :

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = \frac{(x - \varepsilon) \left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right]^2} - \frac{\frac{0,4}{\sin\varphi} \{ [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \}}{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.122)$$

$$\beta = \frac{(x - \varepsilon)}{0,4a} \left[0,96 - \sin\varphi \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin\varphi}{P} \right] - \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] + \frac{2\alpha' \varepsilon}{a} - \beta. \quad (2.123)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.121) по α' :

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha'} = \frac{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right] (-x - \varepsilon)}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right]^2} + \frac{\frac{0,4}{\sin \varphi} \{ [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \}}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P}} = 0; \quad (2.124)$$

$$\beta + \beta' = \frac{(x + \varepsilon)}{0,4a} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{P} \right] + \frac{2\beta\alpha}{a} + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]; \quad (2.125)$$

$$\beta = \frac{(x + \varepsilon)}{0,4a} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{P} \right] + \frac{2\beta\alpha}{a} + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] - \beta. \quad (2.126)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.121) по β :

$$\frac{\partial z}{\partial \beta} = \frac{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right] a}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right]^2} - \frac{0 \cdot [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} \{ \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3[(h_1 + h_2)] + C \operatorname{ctg} \varphi \}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.127)$$

$$\alpha - \alpha' = -\frac{1}{0,4} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{P} \right] = \frac{\pi a \gamma_3 \sin \varphi}{0,4P} - \frac{1}{0,4} \left[(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \right]; \quad (2.128)$$

$$\alpha = -\frac{1}{0,4} [(0,96 - \sin\varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi \gamma_3 \sin\varphi}{P}] + \alpha'. \quad (2.129)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав уравнение (2.121) по β' :

$$\frac{\partial z}{\partial \beta'} = \frac{a \left\{ \frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} - \frac{0 \{ [a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \}}{\left[\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.130)$$

$$-\frac{0,4\alpha'}{\sin\varphi} = -\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{\pi \gamma_3}{P} - \frac{0,4\alpha}{\sin\varphi} \left(\frac{\sin\varphi}{0,4} \right);$$

$$\alpha' = \frac{(0,96 - \sin\varphi)}{0,4} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} - \frac{\pi \gamma_3 \sin\varphi}{0,4P} + \alpha. \quad (2.131)$$

При найденных значениях углов видимости глубина развития критического усилия z будет равна z_{\max} , следовательно формула (2.121) будет примет вид [20]:

$$z_{\max} = \frac{[a(\beta + \beta') - \varepsilon(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3(h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin\varphi}{\sin\varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin\varphi} - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.132)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ поставим (2.132) в формулу (2.88), в этом случае $B = 2a + 2 \varepsilon$.

$$\frac{1,76Pa}{C_z} = \frac{[a(\beta + \beta') - e(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')] + \frac{\pi a}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + \frac{0,4(\alpha - \alpha')}{\sin \varphi} - \frac{\pi a \gamma_3}{P}}; \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1,76P^2}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha')] - P \{1,76\pi a \gamma_3 + \\ & + \frac{C}{a} [a(\beta + \beta') - e(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')]\} - \pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2)] + C \operatorname{ctg} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (2.134)$$

Приведём уравнение (2.134) к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.135)$$

где

$$\begin{aligned} M &= \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} + 0,4(\alpha - \alpha')]; \\ N &= -\{1,76\pi a \gamma_3 + \frac{C}{a} [a(\beta + \beta') - e(\alpha + \alpha') + x(\alpha - \alpha')]\}; \\ L &= -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \end{aligned} \quad (2.136)$$

Решая уравнение (2.135), получим формулу для вычисления $P_{\text{кр}}$ [20]:

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]. \quad (2.137)$$

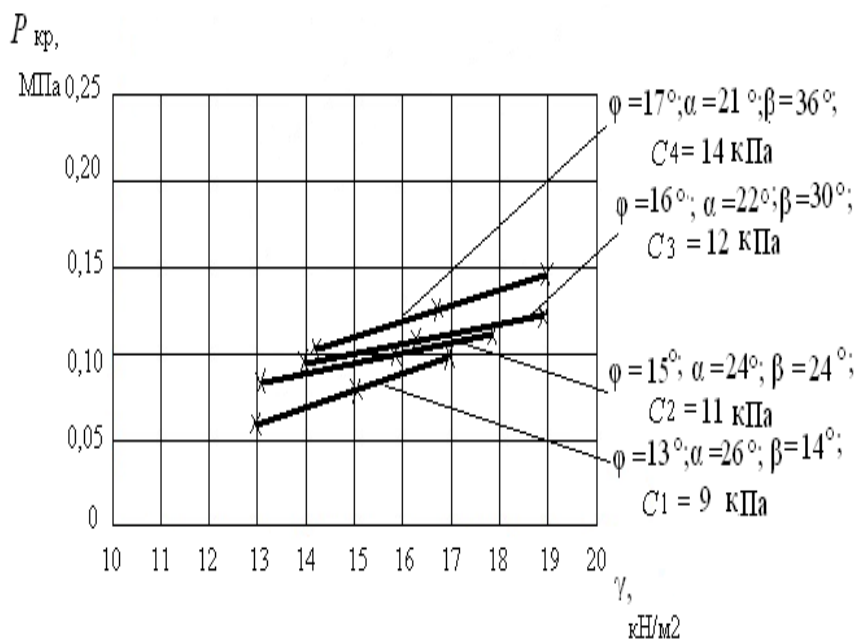
Формулы (2.132) и (2.137) позволяют вычислять $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ в полупространстве. В этих формулах $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения, можно получить зависимости для $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для различных вариантов моделей среды и эпюр внешней нагрузки. Например при $e = 0$, т. е. когда точки А, и А' совпадут с 0, эпюра будет иметь другой вид симметричной нагрузки; придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно

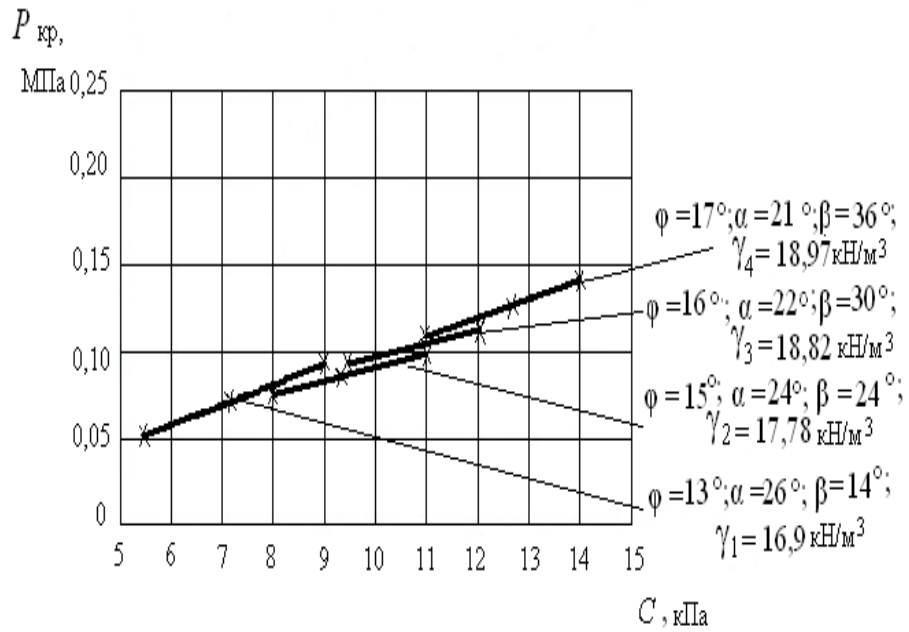
получить эпюру для конечной симметричной нагрузки. На рис.2.27 а,б приведены зависимости $P_{кр}$ от удельного веса полупространства, удельного сцепления C и угла полного внутреннего трения φ , на рис. 2.28 а,б приведены зависимости глубин развития критического усилия $z_{макс}$ от тех же характеристик. В задаче принято $a = 2\text{м}$, $b = 1\text{м}$, коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды $\nu = 0,13$. Расчёт $z_{макс}$ и $P_{кр}$ выполнялся при различных физико-механических характеристиках полупространства, (табл.2.9) соответствующих пластичным супесям.

Таблица 2.9.

Физико-механические характеристики модели полупространства

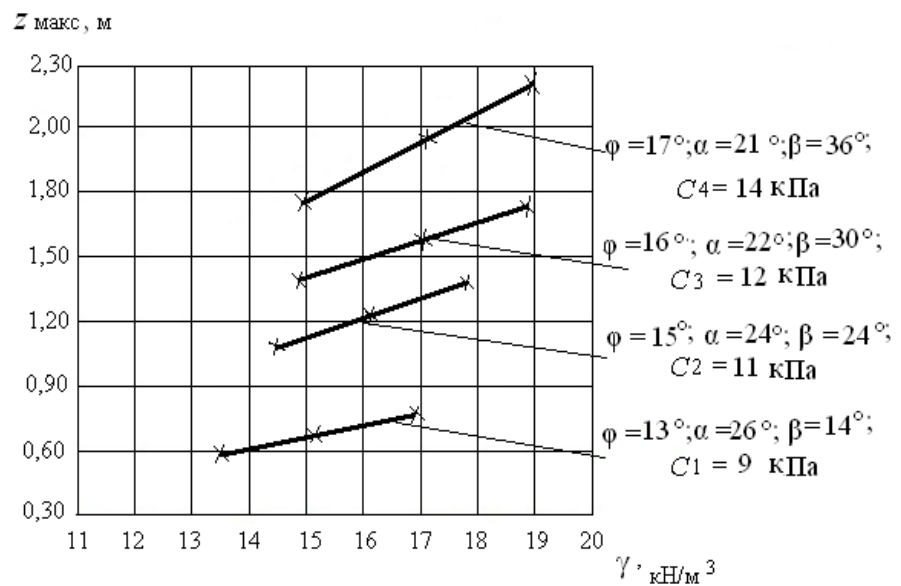
Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усилия $z_{макс}$, М	Коэф. упругости полупространства C_z , МПа
Супесь пластичная	16,90	13	9	15,8	0,75	16,07
	17,78	15	11	16,2	1,34	16,48
	18,82	16	12	16,6	1,73	17,0
	18,97	17	14	17,8	2,18	18,1



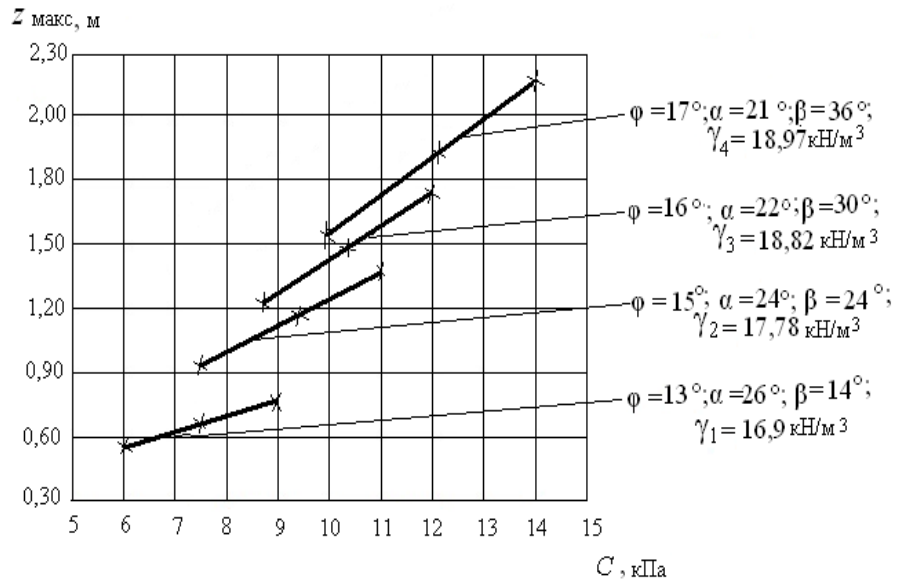


б)

Рис.2.27. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:
 а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис.2.28. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от:
 а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

2.3.7. Комбинированная нагрузка

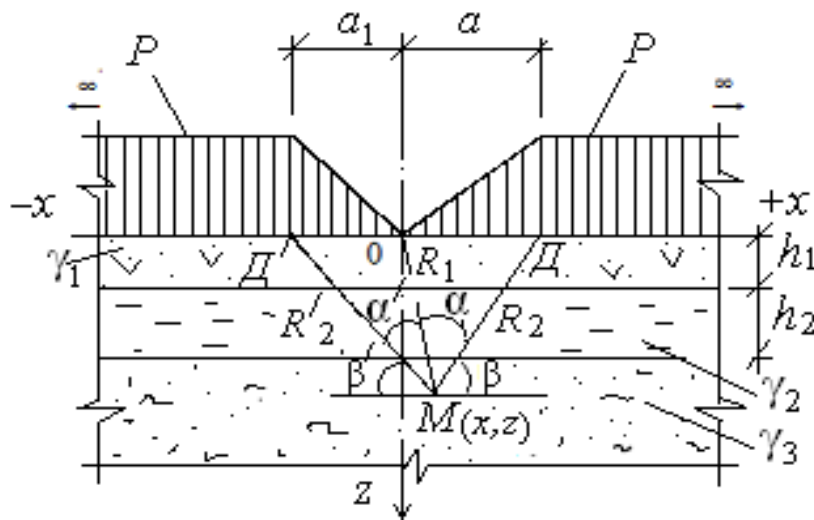


Рис.2.29. Модель многослойной грунтовой среды и эпюра внешней нагрузки

Формулы главных напряжений, обусловленных действием комбинированной нагрузки, представлены следующими выражениями [25]:

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi} \left[(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \left(\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right) \right] + \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right)^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \quad (2.138)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{\pi} \left[(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x'}{a_1} \alpha' \right) + \left(\frac{z}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{z}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right) \right] - \frac{Pz}{\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right)^2} + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 [z - (h_1 + h_2)]; \quad (2.139)$$

где P – внешняя нагрузки; x, z – координаты точки М; $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ – углы видимости баз действия нагрузки; R_1, R_2, R_2' – расстояния от точки М (x, z) до точек О, Д, О, Д' баз внешней нагрузки; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – объёмный вес плоско-параллельных слоёв и полупространства; h_1, h_2 – мощности плоско-параллельных слоёв; $a = ОД, a_1 = ОД'$.

Подставим выражения (2.138) и (2.139) в условие предельного равновесия (2.82), получим следующее уравнение:

$$\frac{Pz}{\pi \sin \varphi} \sqrt{\left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right)^2} - \frac{Pz}{\pi a} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right) - \gamma_3 z = \frac{P}{\pi} \left[(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) \right] + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi \quad (2.140)$$

Решая уравнение (2.140) относительно z , получим

$$z = \frac{(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1'} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.141)$$

Найдём угол видимости, при котором $z = z_{\max}$, продифференцировав для этого уравнение (2.141) по α :

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = \frac{\frac{x}{a} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} - \frac{\frac{0,4}{a \sin \varphi} \{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.142)$$

$$\beta = \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right] - \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] - \beta'. \quad (2.143)$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.141) по α' :

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha'} = \frac{-\frac{x}{a_1} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} + \frac{\frac{0,4}{a_1 \sin \varphi} \{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.144)$$

$$\begin{aligned}
\frac{0,4}{a_1 \sin \varphi} [(\beta + \beta')] &= \frac{x}{a_1} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right] - \\
&- \frac{0,4\pi}{Pa_1 \sin \varphi} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \left(\frac{a_1 \sin \varphi}{0,4} \right); \\
\beta' &= \frac{x \sin \varphi}{0,4} \left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right] - \\
&- \left[\frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] - \beta \right].
\end{aligned} \tag{2.145}$$

Найдём угол видимости, продифференцировав для этого уравнение (2.141) по β :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial \beta} &= \frac{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} - \\
&- \frac{0 \cdot \left\{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} = 0;
\end{aligned} \tag{2.146}$$

$$\begin{aligned}
\frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) &= - \frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{\pi \gamma_3}{P} \left(\frac{\sin \varphi}{0,4} \right); \\
\alpha &= - \frac{a(0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{\pi \gamma_3 \sin \varphi}{0,4P} + \frac{a \alpha'}{a_1}.
\end{aligned} \tag{2.147}$$

Найдём угол видимости, продифференцировав уравнение (2.141) по β' :

$$\frac{\partial z}{\partial \beta'} = \frac{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} - \frac{0 \cdot \left\{ (\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] \right\}}{\left[\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} \right]^2} = 0; \quad (2.148)$$

$$\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P} = 0;$$

$$\alpha' = \frac{a_1 (0,96 - \sin \varphi)}{0,4} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) - \frac{\pi a_1 \gamma_3 \sin \varphi}{0,4 P} + \frac{a_1 \alpha}{a}. \quad (2.149)$$

При найденных значениях углов глубина развития критического усилия z будет равна z_{\max} , следовательно уравнение (2.141) будет примет вид:

$$z_{\max} = \frac{(\beta + \beta') + \left(\frac{x}{a} \alpha - \frac{x}{a_1} \alpha' \right) + \frac{\pi}{P} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]}{\frac{0,96 - \sin \varphi}{\sin \varphi} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + \frac{0,4}{\sin \varphi} \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) - \frac{\pi \gamma_3}{P}}. \quad (2.150)$$

Для определения $P_{\text{кр}}$ поставим (2.150) в формулу (2.88), в этом случае $B = a + a'$ – база действия нагрузки.

В результате получим следующее выражение:

$$\frac{0,88 P^2 B}{C_z \sin \varphi} \left[(0,96 - \sin \varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + 0,4 \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right] - P \left[\frac{0,88 B}{C_z} \pi \gamma_3 + (\beta + \beta') + x \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right] - \pi [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = 0. \quad (2.151)$$

Приведём квадратное уравнение (2.151) к следующему виду:

$$MP^2 + NP + L = 0, \quad (2.152)$$

где

$$M = \frac{0,88B}{C_z \sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \left(\frac{1}{a} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{a_1} \ln \frac{R_2'}{R_1} \right) + 0,4 \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right)];$$

$$N = - \left[\frac{0,88B}{C_z} \pi \gamma_3 + (\beta + \beta') + x \left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\alpha'}{a_1} \right) \right];$$

$$L = -\pi [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi]. \quad (2.153)$$

Решая уравнение (2.152), получим формулу для вычисления $P_{\text{кр}}$:

$$P_{\text{кр}} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\}. \quad (2.154)$$

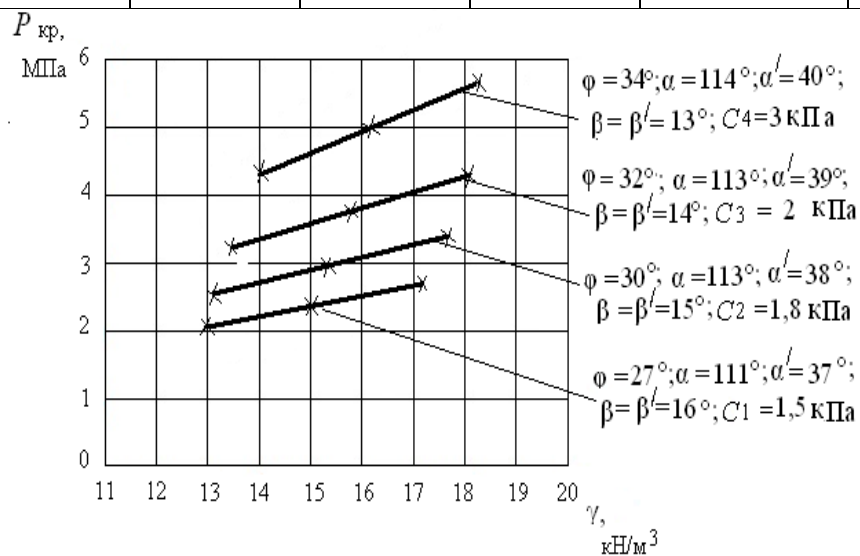
Формулы (2.150) и (2.154) зависят от большого количества физико-механических и геометрических характеристик модели. Придавая им различные значения можно получить формулы для $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для различных вариантов эпюр внешней нагрузки. Например, при $a = a_1$, эпюра будет иметь вид симметричной нагрузки; придавая ширине базы полубесконечной нагрузки определённое конечное значение, можно получить эпюру для комбинированной треугольной и ленточной нагрузки; при $h_1 = h_2 = 0$ и ширине базы полубесконечной нагрузки равной нулю получим формулу $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ для полупространства с различными видами эпюр внешней нагрузки, например, как для нагрузки в форме прямоугольного треугольника и т.д. На рис. 2.30 а,б приведены зависимости $P_{\text{кр}}$ от удельного веса полупространства, удельного сцепления C и угла полного внутреннего трения φ , на рис. 2.31 а,б приведены зависимости глубин развития критического усилия h от тех же характеристик. При расчёте принято $h_1 = h_2 = 0,3$ м, $\gamma_1 = 15,05$ кН/м³, $\gamma_2 = 10,3$ кН/м³, $a = 3$ м, $a_1 = 2$ м, коэффициент Пуассона для всех вариантов грунтовой среды $\nu = 0,13$. Расчёт $z_{\text{макс}}$ и $P_{\text{кр}}$ выполнялся при различных физико-

механических характеристиках полупространства (табл. 2.10.), соответствующим мелким водонасыщенным пескам.

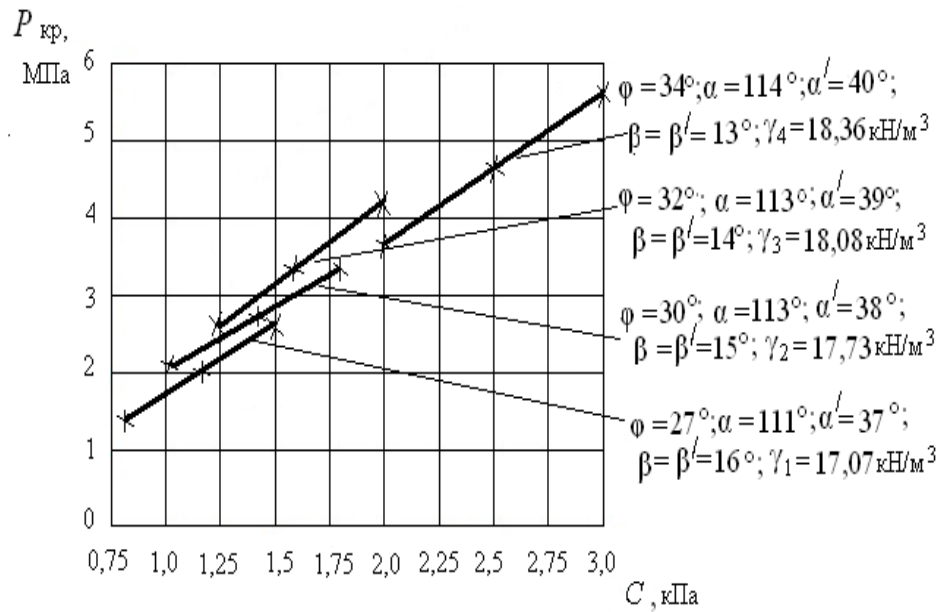
Таблица 2.10.

Физико - механические свойства модели полупространства

Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усиления $z_{\text{макс}}$, м	Коэф. упругого полупространства C_z , МПа
Песок мелкий, средней степени водонасыщенный	17,07	27	1,5	25,8	0,58	26,25
	17,73	30	1,8	26,2	0,59	26,65
	18,08	32	2	28	0,60	28,48
	18,36	34	3	29	0,61	29,30



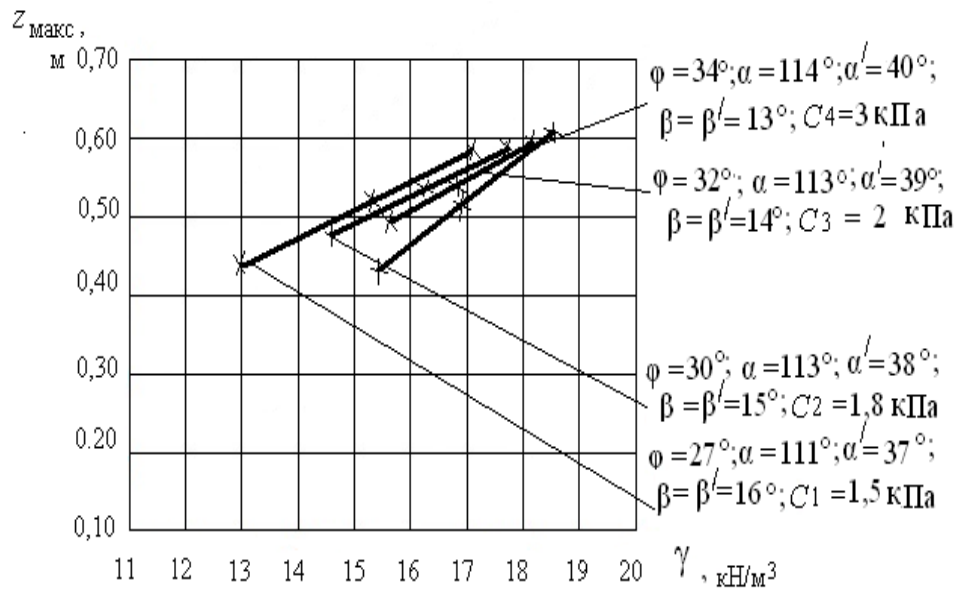
а)



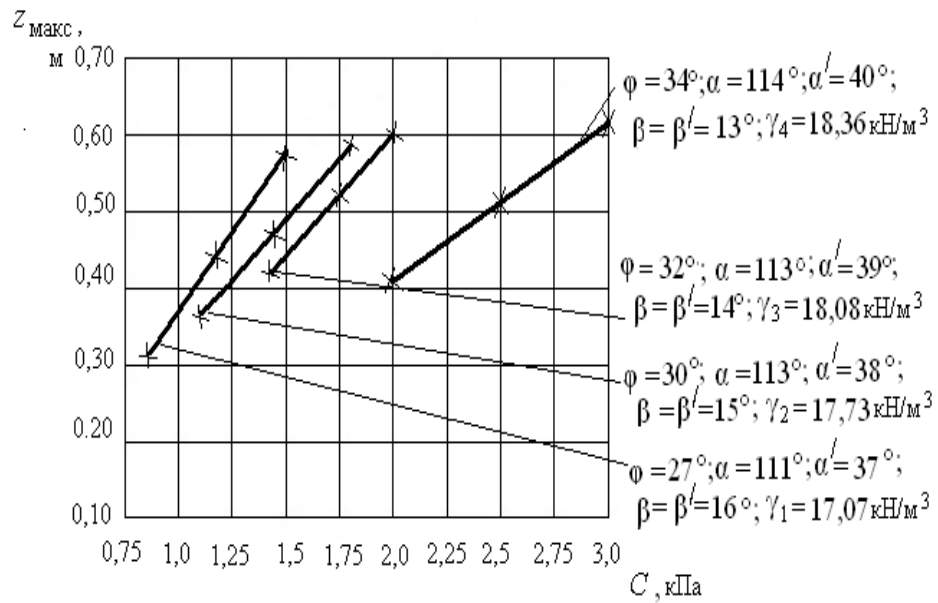
б)

Рис.2.30. Зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от:

- а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ;
- б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ



а)



б)

Рис.2.31. Зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от: а) удельного веса грунта γ при постоянных значениях удельного сцепления C ; б) удельного сцепления грунта C при постоянных значениях удельного веса γ

После выполненных расчётов несущей способности многослойных и однослойных грунтовых сред следует отметить общие закономерности в решениях плоских задач, рассмотренных в этой главе. Исходя из полученных общих результатов исследования, следует:

- для однородных и неоднородных грунтовых сред при нагружении их внешней нагрузкой с увеличением физико-механических показателей: φ , γ и C происходит изменение критического усилия $P_{\text{кр}}$ и $z_{\text{макс}}$ в большую сторону; при этом угловой коэффициент (угол наклона графиков $P_{\text{кр}}$ (γ) и $P_{\text{кр}}$ (C) к оси абсцисс) увеличивается с ростом φ и C . Для однослойных грунтовых сред угловые коэффициенты выше, чем для многослойных сред, где-то на 6 - 8%;
- при расчётах несущей способности многослойных (трёхслойных) и однослойных грунтовых сред с одинаковыми физико-механическими характеристиками полупространства было отмечено, что численное

значение критической нагрузки $P_{кр}$ в однослойных грунтовых средах больше, чем в многослойных, т.е. запас прочности однослойной грунтовой среды выше, где-то на 3 - 5 %. Это указывает на наличие в многослойных грунтовых средах водоносного слоя, который снижает несущую способность слабых грунтовых оснований;

- для всех однослойных и многослойных грунтовых сред с одинаковым физико-механическими характеристиками полупространства при расчётах максимальной глубины проявления критического усилия изменение численного значения z_{\max} в зависимости от приложенной нагрузки происходит одинаково и не зависит от многослойности среды.

Глава 3

АППРОКСИМАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ТРЕУГОЛЬНЫХ НАГРУЗОК

3.1. Постановка задачи методом наименьших квадратов

В решениях плоских задач приходится использовать формулы, составленные на основании экспериментальных данных. Одним из лучших способов получения таких формул является метод наименьших квадратов [23]. Суть метода заключается в следующем. На основании расчёта устанавливается функциональную зависимость между двумя переменными величинами x и y . Расчётные значения x и y заносятся в таблицу.

Определяется вид функции $y = f(x)$ по характеру расположения на координатной плоскости заданных точек. В данном случае естественно предположить, что между x и y существует линейная зависимость, выражающаяся формулой [23]

$$y = ax + b. \quad (3.1)$$

Так как точки $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ не лежат точно на прямой, то формула (3.1) является приближённой. Поэтому, подставляя значения координат точек в выражения $y - (ax + b)$, полу-

чаются равенства $y_1 - (ax_1 + \epsilon) = \delta_1, y_2 - (ax_2 + \epsilon) = \delta_2, \dots, y_n - (ax_n + \epsilon) = \delta_n$, где $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_n$ - некоторые числа, называемые погрешностями.

Для решения задачи необходимо подобрать коэффициенты a и ϵ таким образом, чтобы погрешности были возможно меньше по абсолютной величине. Рассмотрим сумму квадратов погрешностей [23]

$$S(a, \epsilon) = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + \epsilon)]^2 = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \min. \quad (3.2)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению значений a и ϵ , при которой функцию $S(a, \epsilon)$, можно рассматривать как функцию двух переменных a и ϵ и исследовать её на экстремум. Найдём минимум этой функции. Следовательно, функция будет иметь вид [23]

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + \epsilon)]x_i, \quad \frac{\partial S}{\partial \epsilon} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + \epsilon)]. \quad (3.3)$$

Приравнявая частные производные к нулю, получим линейную систему из двух уравнений с двумя неизвестными a и ϵ [23]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i x_i = a \sum_{i=1}^n x_i^2 + \epsilon \sum_{i=1}^n x_i; \\ \sum_{i=1}^n y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + \epsilon n, \end{cases} \quad (3.4)$$

где x_i и y_i - заданные числа, а коэффициенты a и ϵ - неизвестные числа, подлежащие определению. Эта система называется нормальной системой метода наименьших квадратов. Из этой системы находим числа a и ϵ и затем, подставляя их в формулу (3.1), получим уравнение искомой прямой.

3.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника

а) В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции $y(z_{\text{макс}})$ при двенадцати значениях аргумента $x(C)$. Заданные характеристики глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ и C занесены в таблицу 3.1.

Таблица 3.1.

x (C)	1,1	1,2	1,31	1,39	1,4	1,5	1,6	1,6	1,62	1,8	1,82	2,0
y ($z_{\text{макс}}$)	$0,34 \cdot 10^3$	$0,39 \cdot 10^3$	$0,41 \cdot 10^3$	$0,45 \cdot 10^3$	$0,42 \cdot 10^3$	$0,48 \cdot 10^3$	$0,52 \cdot 10^3$	$0,50 \cdot 10^3$	$0,51 \cdot 10^3$	$0,59 \cdot 10^3$	$0,58 \cdot 10^3$	$0,61 \cdot 10^3$

В нашем случае необходимо найти функциональную зависимость между $x(C)$ и $y(z_{\text{макс}})$ в виде линейной функции (3.1). При составлении линейной системы (3.4) для определения a и b предварительно вычислим :

$$\begin{aligned} \sum x_i &= 18,34; \quad \sum y_i = 5,8 \cdot 10^3; \quad \sum x_i^2 = 336,36; \\ \sum y_i x_i &= 0,374 \cdot 10^3 + 0,468 \cdot 10^3 + 0,5371 \cdot 10^3 + 0,6255 \cdot 10^3 + 0,588 \cdot 10^3 + 0,72 \cdot 10^3 + \\ &+ 0,832 \cdot 10^3 + 0,8 + 0,8256 \cdot 10^3 + 1,062 \cdot 10^3 + 1,0556 \cdot 10^3 + 1,22 \cdot 10^3 = 9,1078 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Система примет вид (3.4):

$$\begin{cases} 336,36a + 18,34 b = 9,11 \cdot 10^3; \\ 18,34a + 12 b = 5,8 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.5)$$

Решая эту систему, найдём:

$$a = (5,8 \cdot 10^3 - 12 b) / 18,34; \quad 336,36(5,8 \cdot 10^3 - 12 b) / 18,34 + 18,34 b = 9,11 \cdot 10^3;$$

$$b = 482,12; \quad a = 0,794.$$

Следовательно, $y = 0,794x + 482,12$ или $z_{\text{макс}} = 0,794 C + 482,12$ (м) . (3.6)

Приближённая зависимость (3.6) указана на графике рис.3.1.

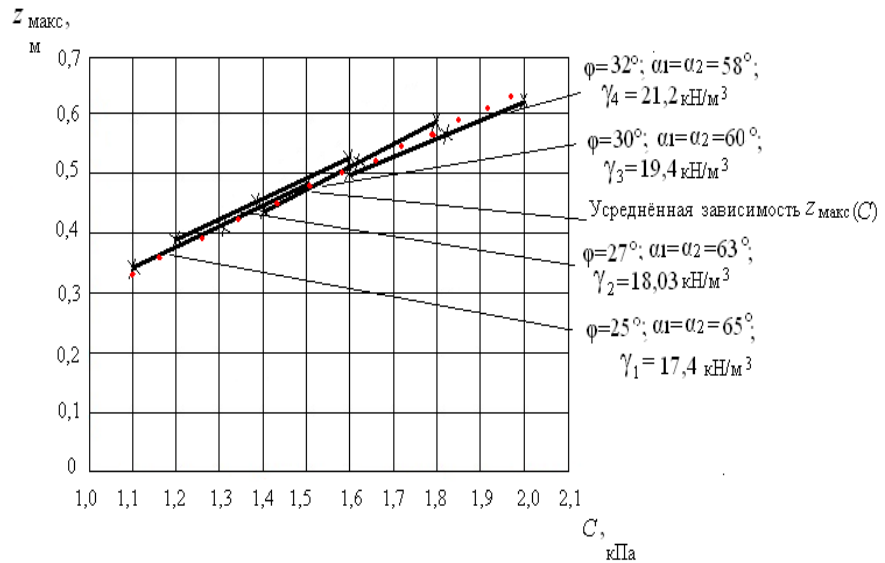


Рис.3. 1. Приближённая зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от удельного сцепления грунта C

б) Заданные характеристики глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ и удельного веса грунта γ занесены в таблицу 3.2.

Таблица 3.2.

x (γ)	12,5	13	14	15	15	15,3	16,5	17,4	18,03	18,5	19,4	21,2
y ($z_{\text{макс}}$)	$0,34 \cdot 10^3$	$0,39 \cdot 10^3$	$0,42 \cdot 10^3$	$0,41 \cdot 10^3$	$0,45 \cdot 10^3$	$0,43 \cdot 10^3$	$0,5 \cdot 10^3$	$0,48 \cdot 10^3$	$0,51 \cdot 10^3$	$0,55 \cdot 10^3$	$0,6 \cdot 10^3$	$0,63 \cdot 10^3$

Найдём функциональную зависимость между x (C) и y ($z_{\text{макс}}$) в виде линейной функции (3.1). При составлении линейной системы (3.4) для определения a и b предварительно вычислим:

$$\begin{aligned} \Sigma x_i &= 195,83; \quad \Sigma y_i = 5,71 \cdot 10^3; \quad \Sigma x_i^2 = 38349,39; \\ \Sigma y_i x_i &= 4,25 \cdot 10^3 + 5,07 \cdot 10^3 + 5,88 \cdot 10^3 + 6,15 \cdot 10^3 + 6,75 \cdot 10^3 + 6,579 \cdot 10^3 + 8,25 \cdot 10^3 + \\ &+ 8,352 \cdot 10^3 + 10,175 \cdot 10^3 + 11,64 \cdot 10^3 + 13,356 \cdot 10^3 = 95,65 \cdot 10^3; \end{aligned}$$

Система примет вид (3.4):

$$\begin{cases} 38349,39a + 195,83 \vartheta = 95,65 \cdot 10^3; \\ 195,83 a + 12 \vartheta = 5,71 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.7)$$

Из (3.7) следует, что

$$a = (95,65 \cdot 10^3 - 195,83 \vartheta) / 38349,39; \quad 195,83(95,65 \cdot 10^3 - 195,83 \vartheta) / 38349,39 + 12\vartheta = 5,71 \cdot 10^3; \quad \vartheta = 474,69; \quad a = 0,07.$$

Следовательно, $y = 0,07x + 474,69$ или $z_{\text{макс}} = 0,07 \gamma + 474,69$ (м). (3.8)

Приближённая зависимость (3.8) указана на графике рис.3.2.

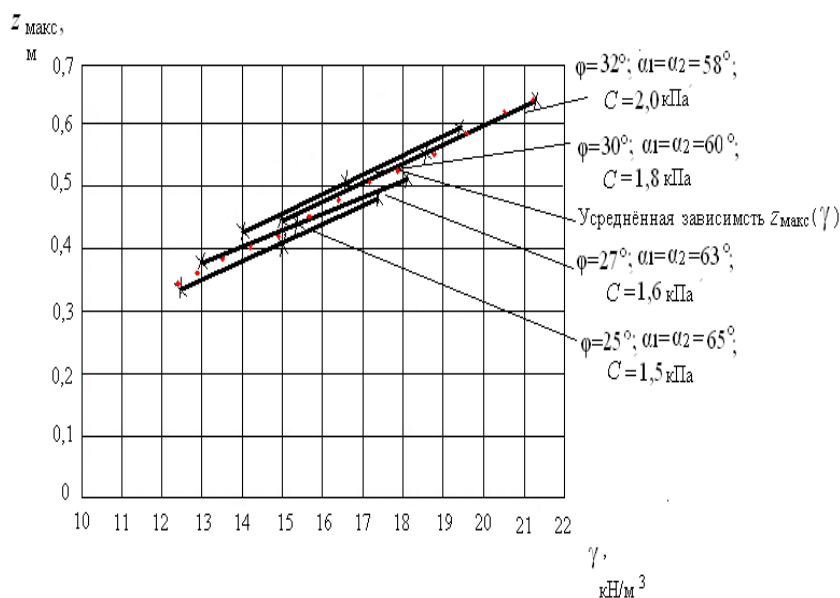


Рис.3. 2. Приближённая зависимость глубины развития критического усилия $z_{\text{макс}}$ от удельного веса грунта γ

3.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника

В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции $y(P_{\text{кр}})$ при двенадцати значений аргумента $x(C)$. Заданные характеристики критического усилия $P_{\text{кр}}$ и C занесены в таблицу 3.3.

Таблица 3.3.

x	10,5	12	12,3	14,0	14,0	16,0	16,0	16,3	18,2	18,5	20,0	21,0
(C)												
y	$0,08 \cdot 10^3$	$0,11 \cdot 10^3$	$0,1 \cdot 10^3$	$0,112 \cdot 10^3$	$0,13 \cdot 10^3$	$0,141 \cdot 10^3$	$0,16 \cdot 10^3$	$0,15 \cdot 10^3$	$0,16 \cdot 10^3$	$0,18 \cdot 10^3$	$0,18 \cdot 10^3$	$0,20 \cdot 10^3$
($P_{кр}$)												

Найдём функциональную зависимость между x (C) и y ($P_{кр}$) в виде линейной функции. При составлении линейной системы для определения a и b предварительно вычислим:

$$\sum x_i = 188,8; \quad \sum y_i = 1,703 \cdot 10^3; \quad \sum x_i^2 = 35645,44;$$

$$\sum y_i x_i = 0,84 \cdot 10^3 + 1,32 \cdot 10^3 + 1,23 \cdot 10^3 + 1,568 \cdot 10^3 + 1,82 \cdot 10^3 + 2,256 \cdot 10^3 + 2,56 \cdot 10^3 + 2,445 \cdot 10^3 + 2,912 \cdot 10^3 + 3,33 \cdot 10^3 + 3,6 \cdot 10^3 + 4,2 \cdot 10^3 = 28,081 \cdot 10^3.$$

Система примет вид:

$$\begin{cases} 35645,44 a + 188,8 b = 28,081 \cdot 10^3; \\ 188,8 a + 12 b = 1,703 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.9)$$

Из (3.9) следует, что

$$a = (28,081 \cdot 10^3 - 188,8 b) / 35645,44; \quad 188,8 (28,081 \cdot 10^3 - 188,8 b) / 35645,44 + 12 b = 1,703 \cdot 10^3; \quad b = 141,3; \quad a = (28,081 \cdot 10^3 - 188,8 \cdot 141,3) / 35645,44 = 0,04; \quad a = 0,04$$

Следовательно,

$$y = 0,04x + 141,3 \text{ или} \\ P_{кр} = 0,04 C + 141,3 \text{ (кН/м}^2\text{)}. \quad (3.10)$$

Приближённая зависимость (3.10) указана на графике рис.3.3.

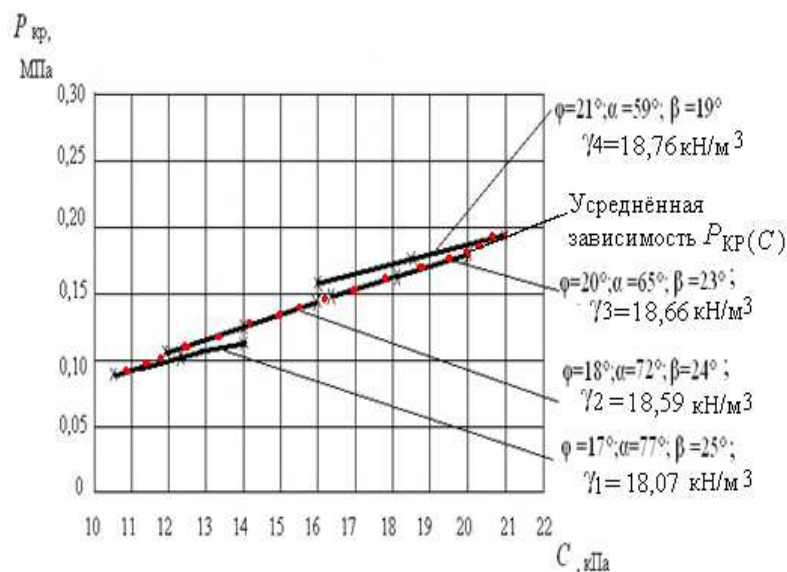


Рис.3. 3. Приближённая зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от удельного сцепления грунта C

3.4. Симметричная нагрузка

В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции $y(P_{кр})$ при двенадцати значений аргумента $x(C)$.

Заданные характеристики критической нагрузки $P_{кр}$ и C занесены в таблицу 3.4.

Таблица 3.4.

x (C)	5,5	7,2	8,0	9,0	9,3	9,5	10,9	11	11,0	12,0	12,6	14,0
y ($P_{кр}$)	$5 \cdot 10^3$	$7,5 \cdot 10^3$	$7,5 \cdot 10^3$	$8,76 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^3$	$9 \cdot 10^3$	$10 \cdot 10^3$	$10,7 \cdot 10^3$	$11 \cdot 10^3$	$11,5 \cdot 10^3$	$12,5 \cdot 10^3$	$14,2 \cdot 10^3$

Найдём функциональную зависимость между $x(C)$ и $y(P_{кр})$ в виде линейной функции. Составим линейную систему на основании табличных данных табл.3.4, предварительно определив коэффициенты a и b :

$$\Sigma x_i = 120; \Sigma y_i = 115,66 \cdot 10^3; \Sigma x_i^2 = 14400; \Sigma y_i x_i = 27,5 \cdot 10^3 + 54 \cdot 10^3 + 60 \cdot 10^3 + 78,84 \cdot 10^3 + 74,4 \cdot 10^3 + 85,5 \cdot 10^3 + 109 \cdot 10^3 + 117,7 \cdot 10^3 + 121 \cdot 10^3 + 138 \cdot 10^3 + 157,5 \cdot 10^3 + 198,8 \cdot 10^3 = 1222,24 \cdot 10^3.$$

Система будет иметь вид:

$$\begin{cases} 14400a + 120v = 1222,24 \cdot 10^3; \\ 120a + 12v = 115,66 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.11)$$

Решая эту систему, найдём значения коэффициентов a и v :
 $a = (1222,24 \cdot 10^3 - 120v) / 14400$; $120(1222,24 \cdot 10^3 - 120v) / 14400 + 12v = 115,66 \cdot 10^3$;
 $v = 9588,61$; $a = (1222,24 \cdot 10^3 - 120 \cdot 9588,61) / 14400 = -0,00004$; $a = 5,324$.

Следовательно, $y = 5,324x + 9546,43$ или $P_{кр} = 5,324C + 9588,61$ (кН/м²). (3.12)

Приближённая зависимость (3.12) указана на графике рис.3.4.

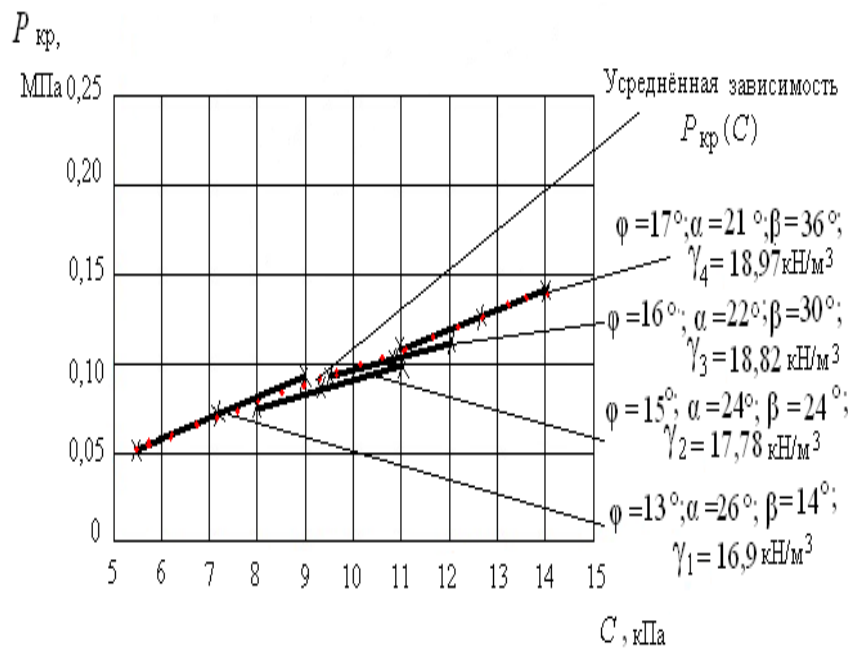


Рис.3. 4. Приближённая зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от удельного сцепления грунта

3.5. Комбинированная нагрузка

а) В результате расчёта получены двенадцать значений искомой функции $y (P_{кр})$ при двенадцати значений аргумента $x (C)$. Характеристики критической нагрузки $P_{кр}$ и C занесены в таблицу 3.5.

Таблица 3.5.

x (C)	0,85	1,1	1,14	1,25	1,31	1,5	1,57	1,8	2,0	2,0	2,5	3,0
y ($P_{кр}$)	$1,53 \cdot 10^3$	$2,08 \cdot 10^3$	$2,02 \cdot 10^3$	$2,68 \cdot 10^3$	$2,47 \cdot 10^3$	$2,7 \cdot 10^3$	$3,36 \cdot 10^3$	$3,39 \cdot 10^3$	$3,77 \cdot 10^3$	$4,28 \cdot 10^3$	$4,72 \cdot 10^3$	$5,66 \cdot 10^3$

Для составления линейной системы, определим коэффициенты a и b :

$$\begin{aligned} \Sigma x_i = 20,02; \quad \Sigma y_i = 38,66 \cdot 10^3; \quad \Sigma x_i^2 = 400,8; \quad \Sigma y_i x_i = 1,301 \cdot 10^3 + 2,29 \cdot 10^3 + \\ + 2,303 \cdot 10^3 + 3,35 \cdot 10^3 + 3,24 \cdot 10^3 + 4,05 \cdot 10^3 + 5,28 \cdot 10^3 + 6,102 \cdot 10^3 + 7,54 \cdot 10^3 + \\ + 8,56 \cdot 10^3 + 11,8 \cdot 10^3 + 16,98 \cdot 10^3 = 72,796 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Система примет вид:

$$\begin{cases} 400,8 a + 20,02 b = 72,796 \cdot 10^3; \\ 20,02 a + 12 b = 38,66 \cdot 10^3. \end{cases} \quad (3.13)$$

Решая систему, найдём:

$$a = (72,796 \cdot 10^3 - 20,02b) / 400,8; \quad 20,02 (72,796 \cdot 10^3 - 20,02b) / 400,8 + 12b = 38,66 \cdot 10^3;$$

$$b = 3,184 \cdot 10^3; \quad a = (72,796 \cdot 10^3 - 20,02 \cdot 3,184 \cdot 10^3) / 400,8 = 0,023; \quad a = 0,023.$$

Следовательно, $y = 0,023 x + 3,184 \cdot 10^3$ или

$$P_{кр} = 0,039 C + 3,184 \cdot 10^3 \text{ (кН/м}^2\text{)}. \quad (3.14)$$

Приближённая зависимость (3.14) указана на графике рис.3.5.

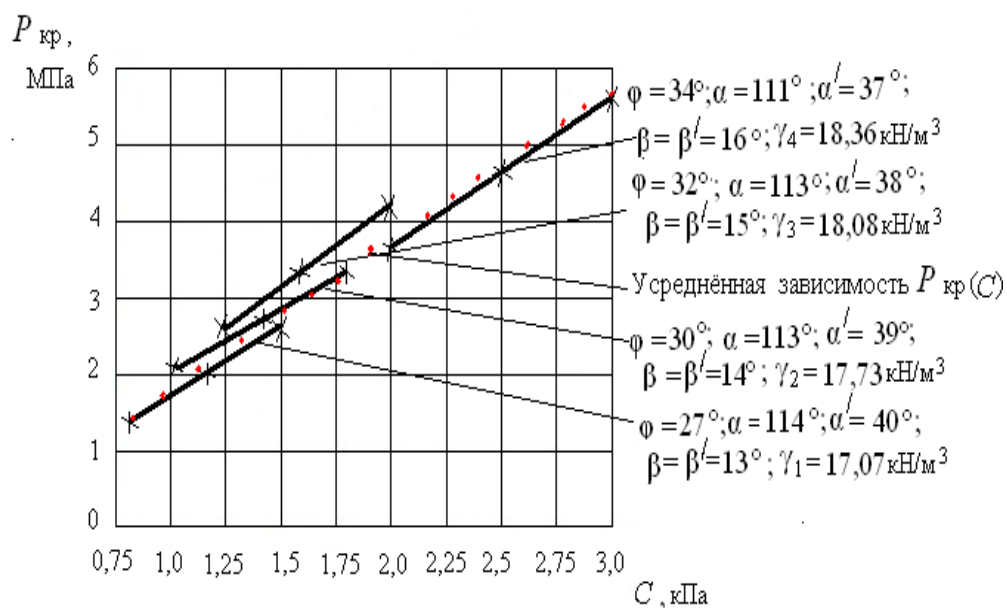


Рис.3. 5. Приближённая зависимость критической нагрузки $P_{кр}$ от удельного сцепления грунта C

б) Характеристики максимальной глубины проявления критического усилия z_{\max} и удельного веса грунта γ занесены в таблицу 3.6.

Таблица 3.6.

x (γ)	13,0	15,2	17,07	14,6	16,2	17,73	15,6	16,9	18,08	15,2	16,8	18,36
y (z_{\max})	0,44	0,52	0,58	0,49	0,54	0,59	0,52	0,56	0,6	0,51	0,56	0,61

Найдём между x (γ) и y (z_{\max}) функциональную зависимость. Составим линейную систему на основании данных табл. 3.6, предварительно вычислив коэффициенты a и b :

$$\Sigma x_i = 194,74; \quad \Sigma y_i = 6,52; \quad \Sigma x_i^2 = 37923,67; \quad \Sigma y_i x_i = 5,72 + 7,904 + 9,9 + 7,154 + 8,748 + 10,461 + 8,112 + 9,464 + 10,848 + 7,752 + 9,408 + 11,996 = 107,47.$$

Система примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} 37923,67a + 194,74 v = 107,47; \\ 194,74 a + 12 v = 6,52. \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Из (3.15) следует, что

$$a = (6,52 - 12 v) / 194,74; \quad 37923,67(6,52 - 12 v) / 194,74 + 194,74 v = 107,47;$$

$$v = 0,497; \quad a = (6,52 - 12 \cdot 0,497) / 194,74 = 0,003; \quad a = 0,003.$$

Следовательно, $y = 0,003 x + 0,497$ или $z_{\max} = 0,003 \gamma + 0,497$ (м). (3.16)

Приближённая зависимость (3.16) указана на графике рис.3.6.

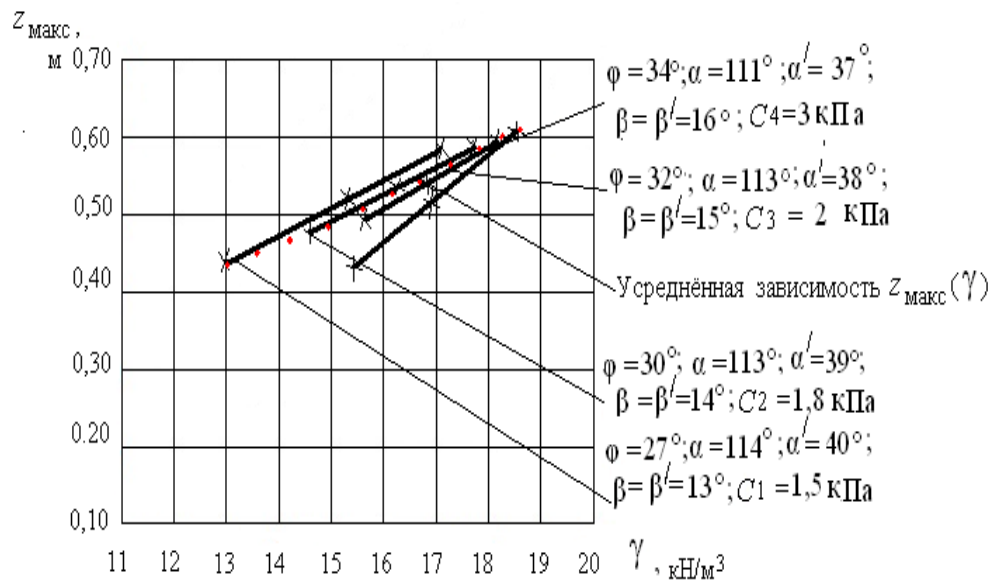


Рис.3. 6. Приближённая зависимость глубины развития критического усилия z_{\max} от удельного веса грунта γ

При анализе графических зависимостей следует отметить: - графические зависимости $P_{\text{кр}}(C)$ для симметричной нагрузки, для равнобедренной нагрузки зависимости $z_{\max}(C)$ и $z_{\max}(\gamma)$ наиболее приближены к усредненым линейным зависимостям. Численное расхождение

ние координатных точек функциональных зависимостей от приближенных составляет в пределах 7 - 10%;

- для зависимостей $P_{кр}(C)$ увеличение критического усилия происходит в основном только с ростом C ; за счёт увеличения γ и φ критическое усилие изменяется не более чем на 10 - 12%, поэтому для всех рассмотренных значений γ и φ можно предложить единые (усреднённые) зависимости $P_{кр}(C)$;

- для зависимости $z_{\max}(\gamma)$ для всех нагрузок увеличение максимальной глубины развития критического усилия происходит так же с ростом γ и с увеличением φ и C ; за счёт увеличения γ , φ , C изменение максимальной глубины происходит в пределах 11 - 12%, следовательно, для всех рассмотренных характеристик можно предложить единые (усреднённые) зависимости $z_{\max}(\gamma)$ (3.6) и (3.8);

- для зависимостей $z_{\max}(C)$ и $z_{\max}(\gamma)$ для всех нагрузок увеличение максимальной глубины развития критического усилия происходит с уменьшением угла внутреннего трения φ , чем больше угол внутреннего трения φ , тем меньше максимальная глубина развития z_{\max} . С увеличением угла внутреннего трения φ для всех зависимостей происходит увеличение угла наклона графиков к горизонтальной оси.

Графические приближённые зависимости $P_{кр}(C)$, $z_{\max}(C)$ и $z_{\max}(\gamma)$, представленные на графиках позволяют упростить расчёты критических усилий и максимальной глубины проявления этого усилия при исследовании грунтов, получить общую характеристику грунтового полупространства на основании экспериментальных данных.

Полученные аналитические зависимости и методики решения плоских задач были применены при расчётах моделей слабых грунтовых сред с использованием численного метода.

Глава 4

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ НА МОДЕЛЯХ СЛАБЫХ ГРУНТОВ

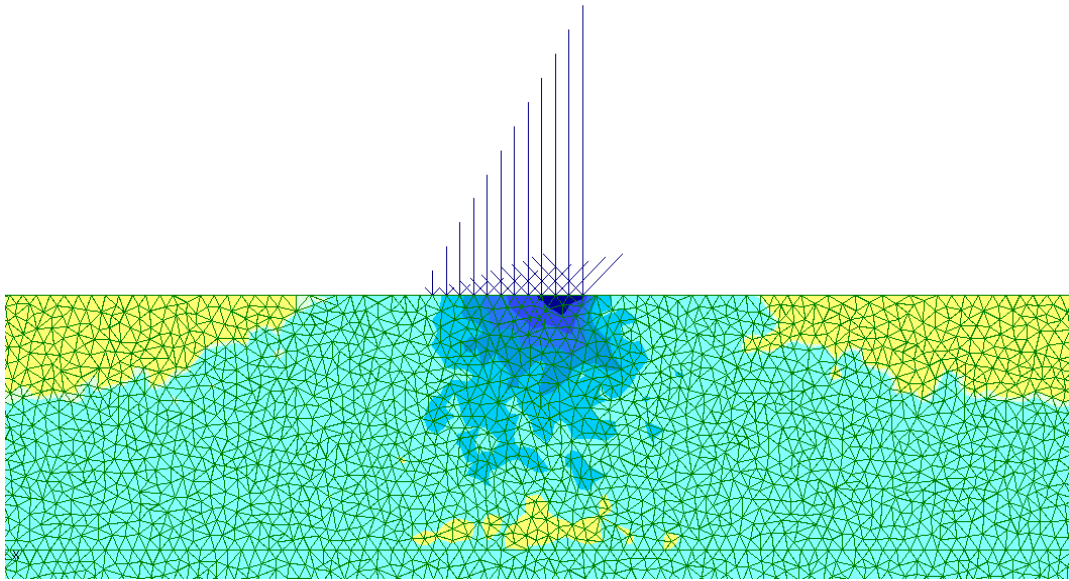
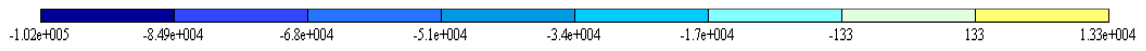
4.1. Исследование напряжённого состояния методом конечных элементов

При выявлении характера деформирования грунтового полупространства была проведена серия исследований непосредственно на моделях при помощи систем ЛИР-ВИЗОР и ГРУНТ с использованием метода конечных элементов [8]. Задавая различные вертикальные полосовые нагрузки на создаваемые модели, были получены картины развития напряжённого и деформированного состояния в моделях разных грунтов. Физико-механические характеристики слабых грунтов и вертикальные усилия, прикладываемые к моделям были взяты в соответствии с таблицами

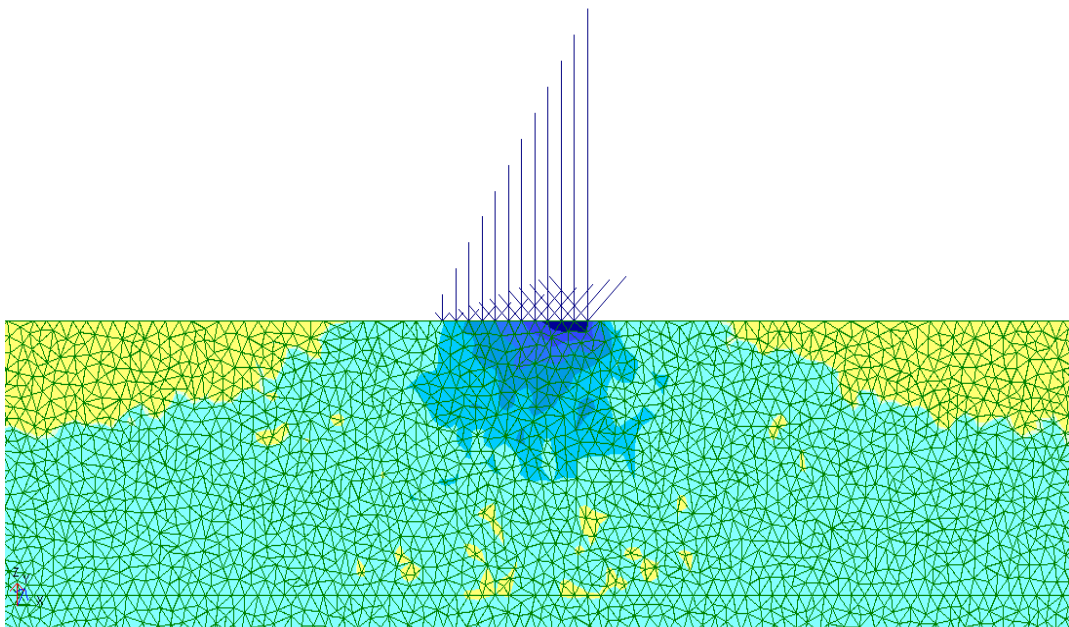
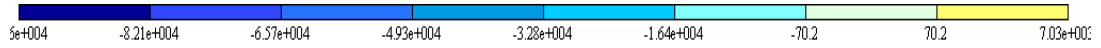
При действии небольшой нагрузки на модель имела место упругая деформация, форма модели оставалась прежней. Придавая модели значительные нарастающие усилия, наблюдались области начала развития пластической деформации в виде линейно-деформированного контура.

4.2. Результаты исследований для некоторых видов треугольных нагрузок

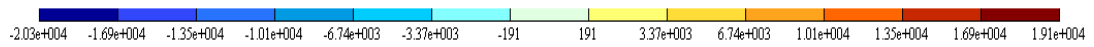
В результате выполненных расчётов с помощью вышеуказанных программных систем получено наглядное изображение областей напряжённого и деформированного состояния в моделях грунтового полупространства (рис.4.1-4.5). Изображения картин изополей напряжений и деформаций, позволили выявить характер поведения и работы грунтового основания под действием внешних нагрузок.

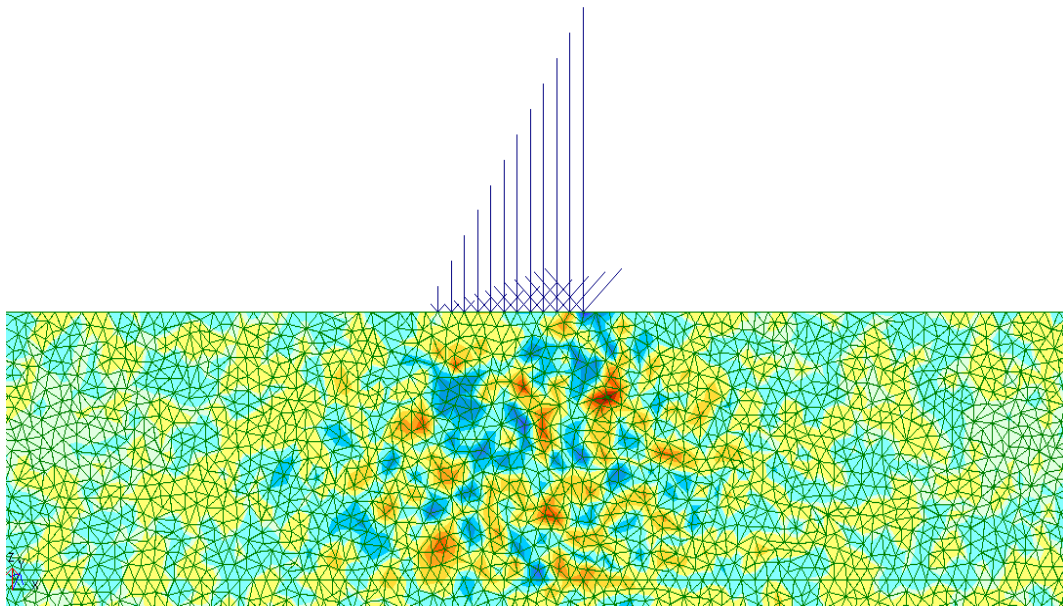


a)



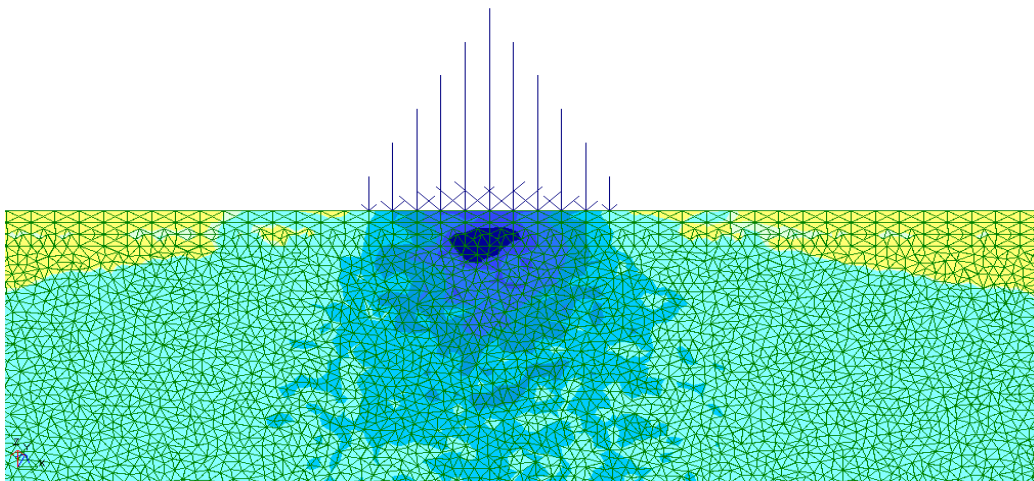
б)



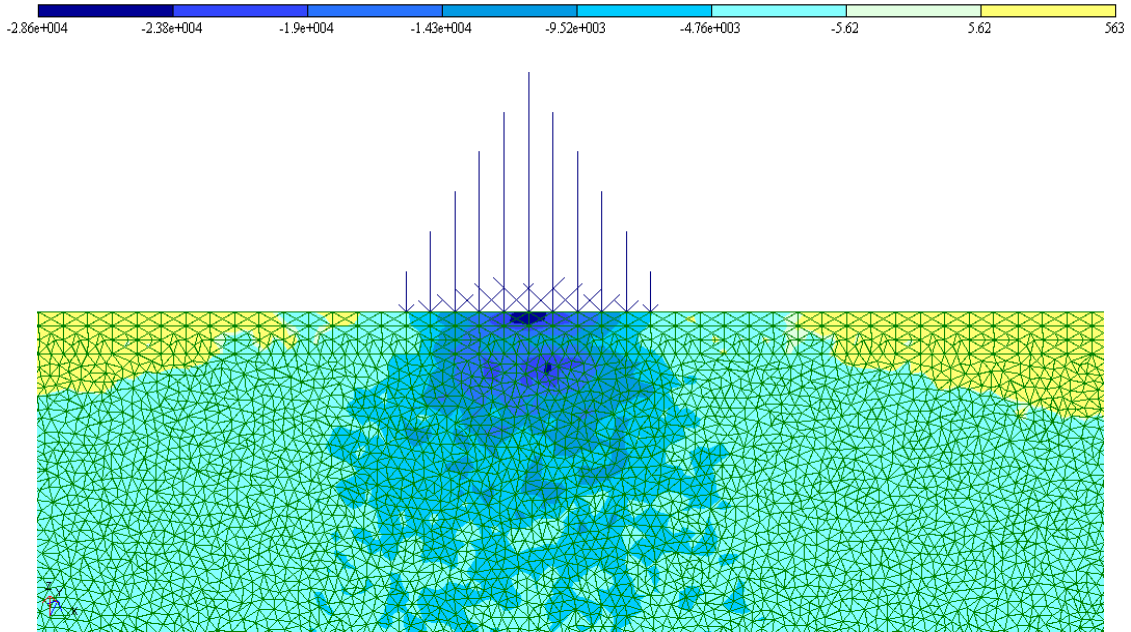


в)

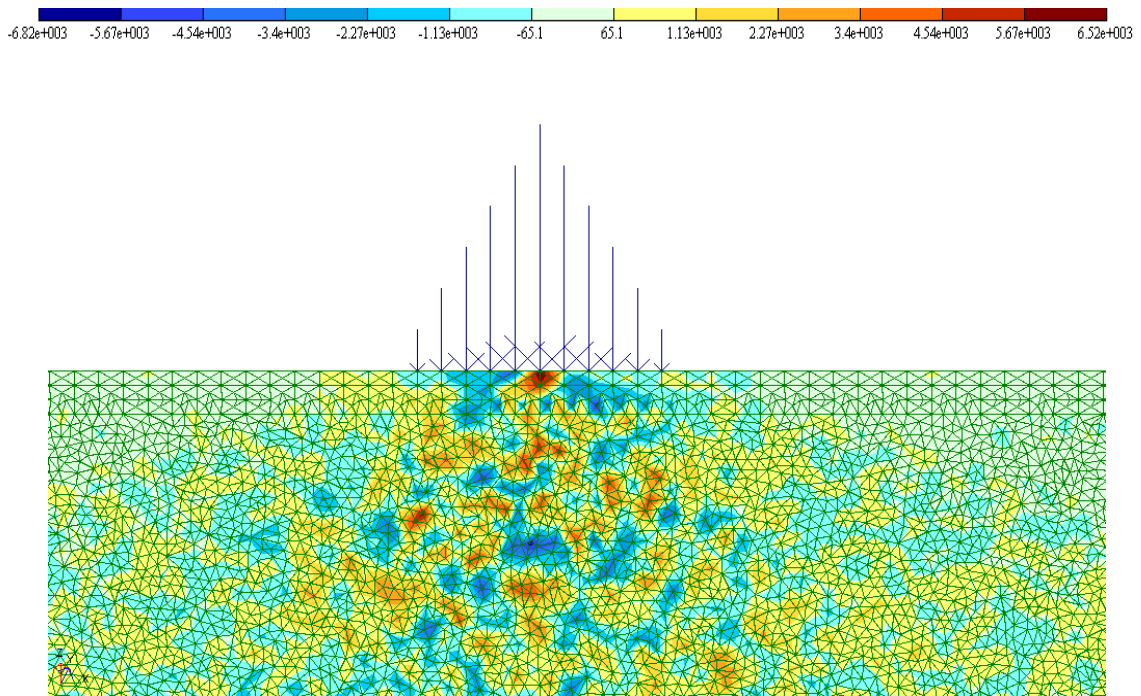
Рис.4.1 а,б,в. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от нагрузки по закону прямоугольного треугольника в линейно-деформированном слое для а) σ_x ; б) σ_z ; в) τ_{xz}



а)

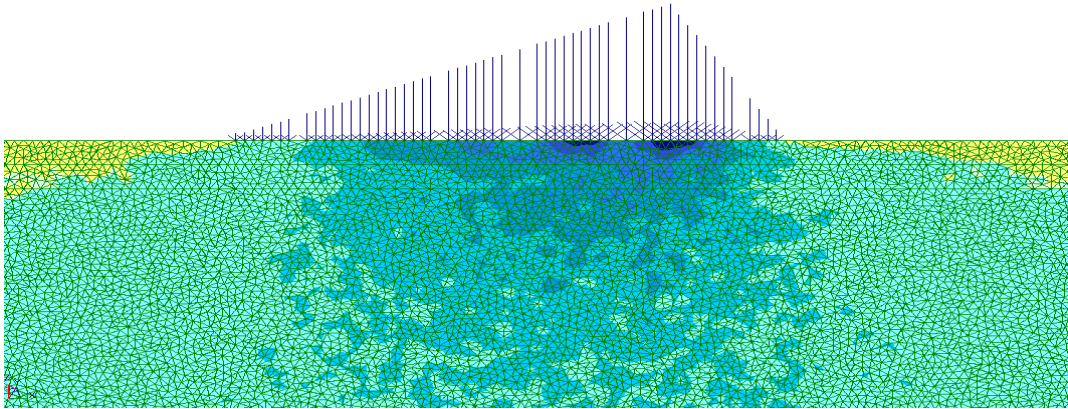
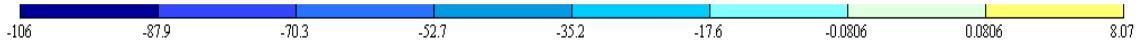


б)

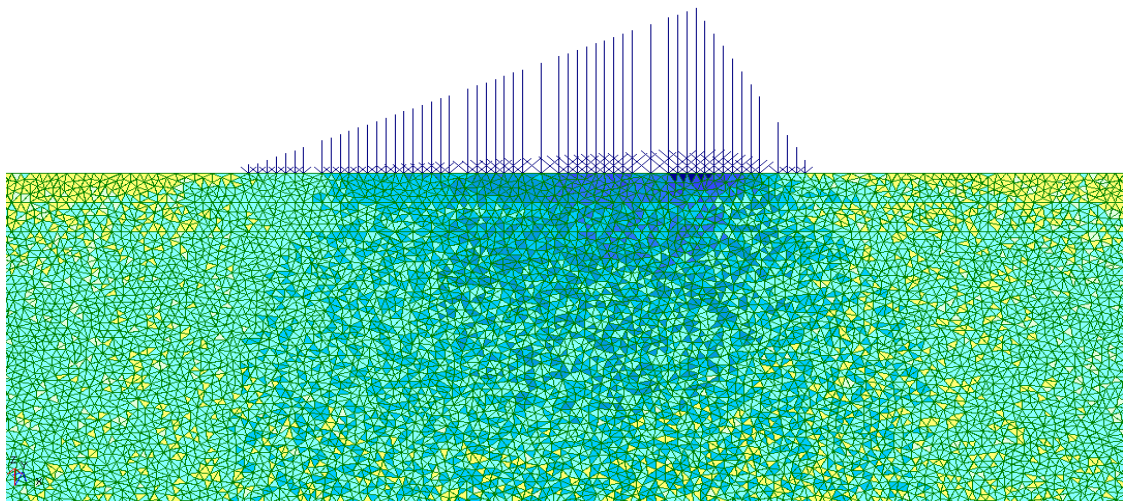
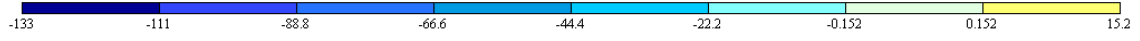


в)

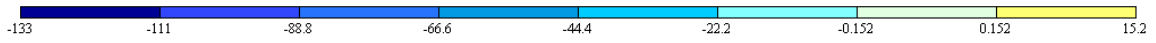
Рис.4.2 а,б,в. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от равнобедренной треугольной нагрузки в линейно-деформированном слое для а) σ_x ; б) σ_z ; в) τ_{xz}

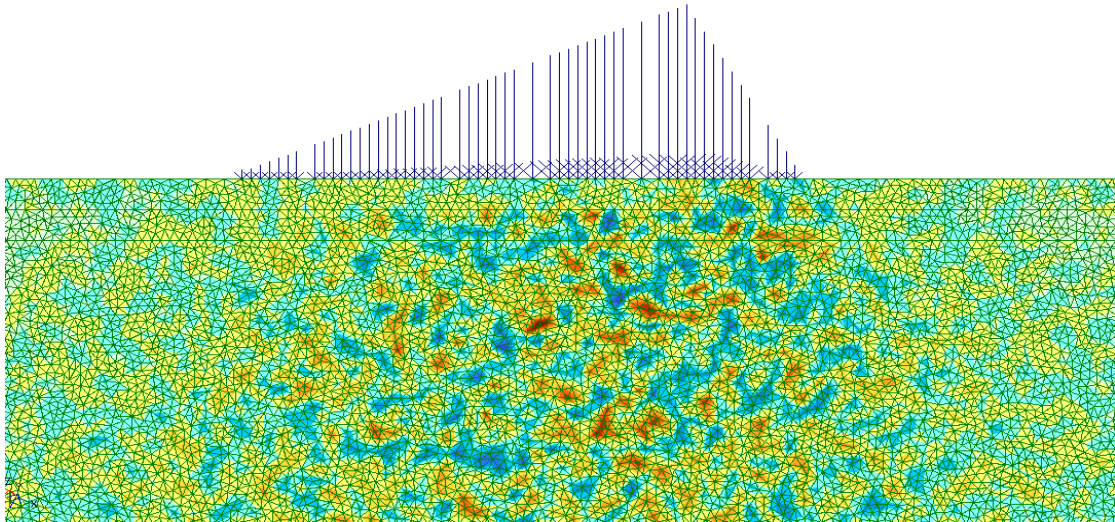


a)



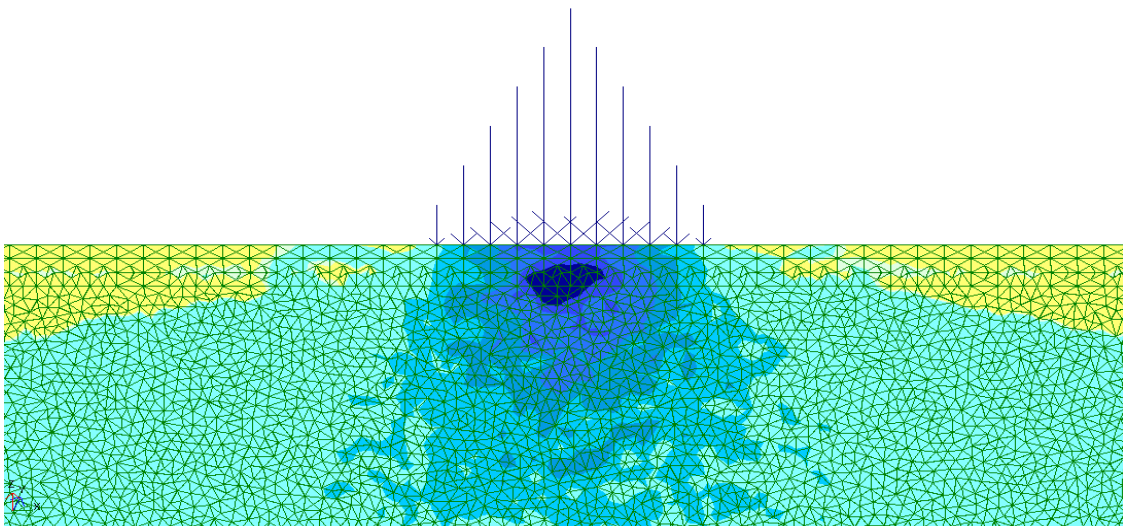
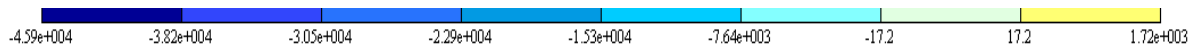
b)



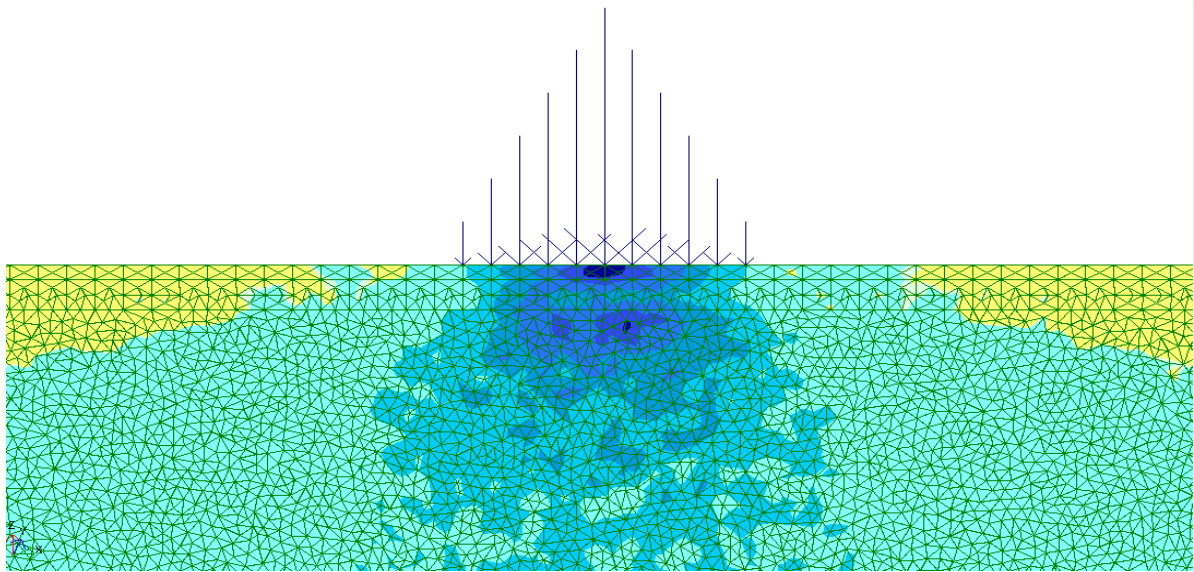
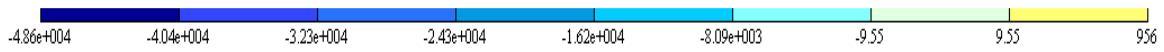


в)

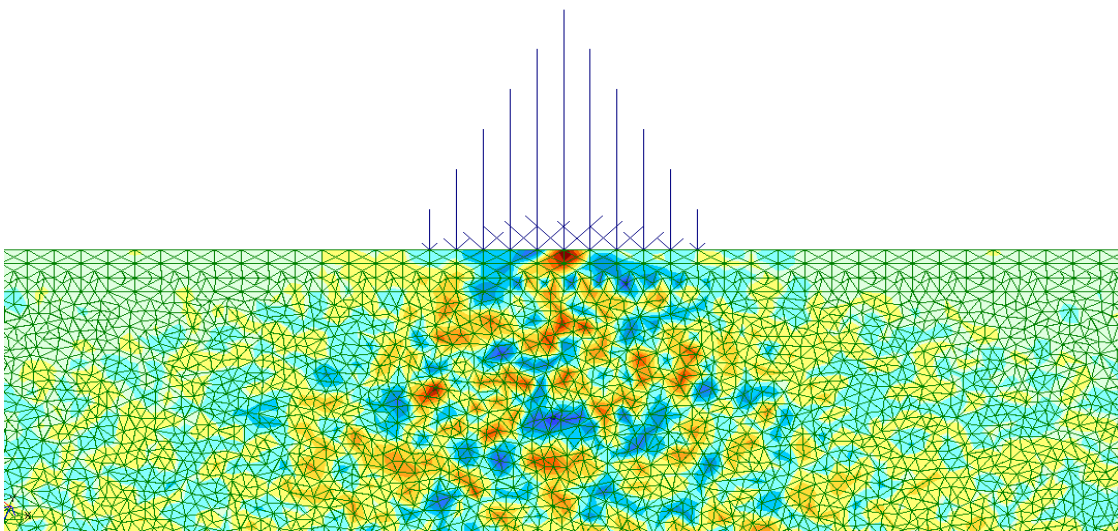
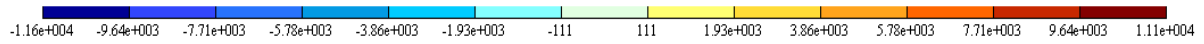
Рис.4.3 а,б,в. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от неравносторонней треугольной нагрузки в линейно-деформированном слое для а) σ_x ; б) σ_z ; в) τ_{xz}



а)

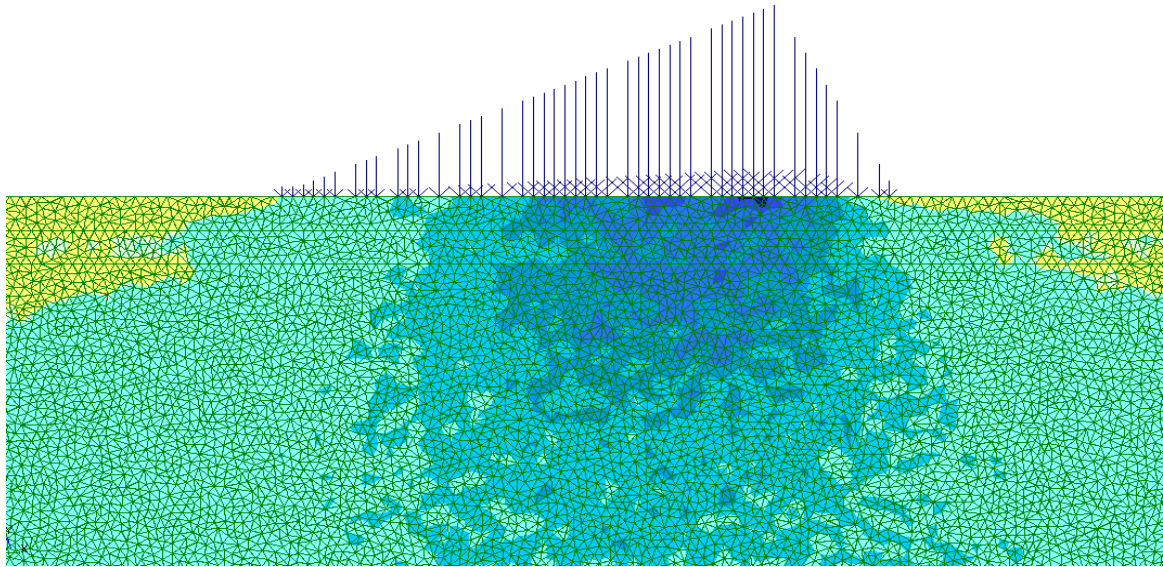
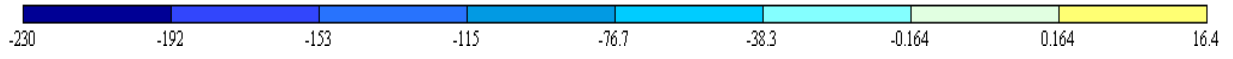


б)

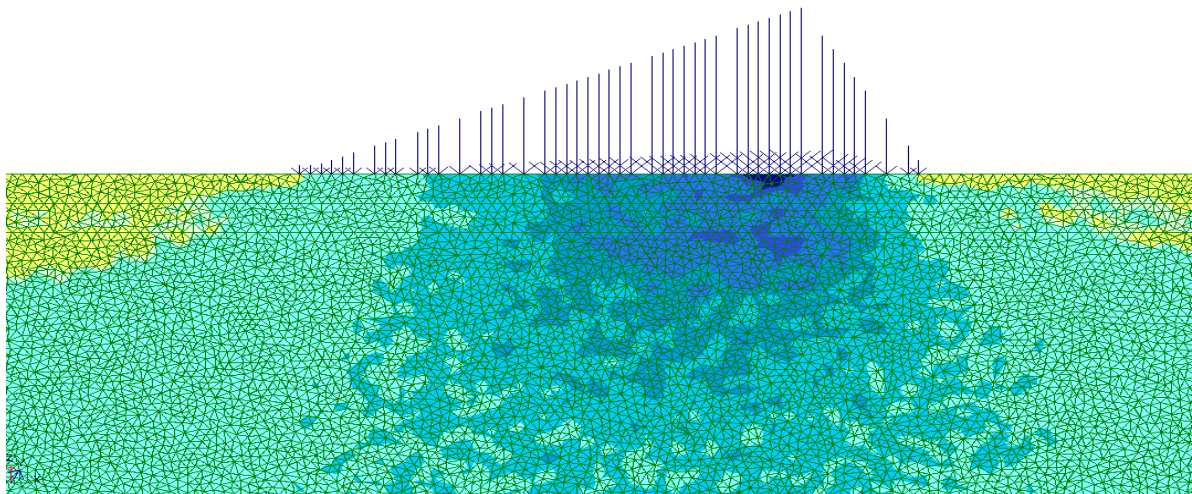
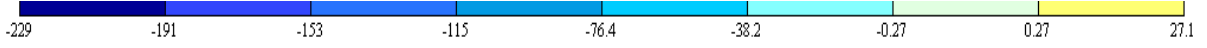


в)

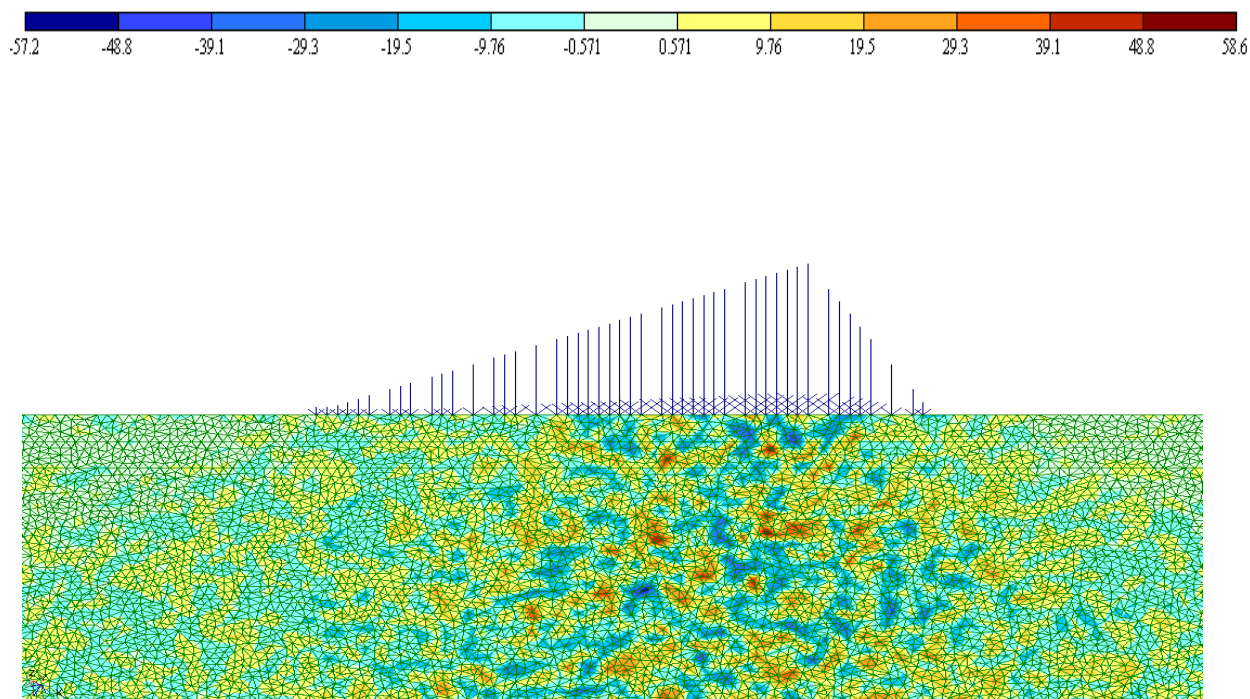
Рис.4.4 а,б,в. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от равносторонней нагрузки для а) σ_x ; б) σ_z ; в) τ_{xz}



a)



b)



в)

Рис.4.5 а, б, в. Изополя составляющих напряжений в вертикальных сечениях образца от неравносторонней нагрузки для а) σ_x ; б) σ_z ; в) τ_{xz}

Полученные данные экспериментального исследования, указанные на рис.4.1-4.5 позволяют обосновать результаты напряженно-деформированного состояния на моделях для заданных грунтовых сред:

- полученные экспериментальные результаты показали, что в моделях максимальное значение напряжений σ_x и σ_z , а также касательное напряжение τ_{xz} имеет максимальное значение в точках под распределенной нагрузкой. По мере удаления точек сечения вглубь образца, характер напряжения остаётся прежним, а величина падает;

- зоны с максимальным значением σ_z проходят близко к центру тяжести треугольных нагрузок, далее напряжение с глубиной модели начинает уменьшаться;

- зоны с максимальным значением σ_x проходят близко к центру тяжести всех нагрузок, в нижней части для равносторонней и неравносторонней треугольных нагрузок напряжение начинает умеренно

уменьшаться, где-то с глубиной модели на 1-2% через 3 мм по вертикальным сечениям и принимает минимальное значение;

-области с максимальным значением касательных напряжений τ_{xz} для равнобедренной и неравносторонней нагрузок расположены близко к центру тяжести модели, далее величина напряжения падает и принимает минимальное значение в нижней части модели.

Исследование напряжённого состояния численным методом при упругопластической реакции среды показало усложнение картин распределения напряжений, при котором происходит появление областей развития пластических деформаций, соответствующему условию: $P_{стр} < P < P_{кр}^{нач}$, т.е. нарушение предельного состояния не наблюдается.

Исследование моделей слоистых грунтов численным методом при заданных физико-механических характеристиках и приложенных внешних нагрузках подтвердило начало развития упругопластических областей на определённых глубинах полупространства.

Глава 5

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ

В данной главе работы выполненное исследование направлено на решение основной проблемы, стоящей при изучении оснований расчетно-конструктивных решений по устройству взлётно-посадочных полос (ВПП), отвалов сырья химической промышленности и торфяных насыпей, оснований стальных резервуаров на участках залегания слабых водонасыщенных грунтов.

Принцип и конкретное решение задач исследования выбрано на основе технико-экономического сравнения вариантов с учётом:

- требуемой высоты насыпи и качества имеющего для ее отсыпки грунта;

- вида и особенностей свойств слабых грунтов, залегающих на участке, и особенностей строения слабой толщи, наличие переслаивания, уклон кровли подстилающих пород и т.д.

При этом в основу анализа положены следующие мероприятия: использование слабого грунта в качестве основания с применением расчётов по проверке устойчивости и надёжности оснований.

5.1. Исследование устойчивости взлётно-посадочной полосы (ВПП) на участках залегания слабых грунтов

Настоящие технические решения разработаны на основе инженерно-геологических данных и общих параметров взлётно-посадочных полос и их обочин. Одной из основных особенностей ВПП является то, что взлётное поле расположено на значительном протяжении на слабых грунтах. С точки зрения обеспечения безопасности и регулярности полётов воздушных судов в соответствии с [10,35] идеальной является ВПП с горизонтальной поверхностью. Взлётная полоса имеет большую длину, и её строительство может быть связано с устройством выемки и перемещением больших объёмов земляных масс. Для обеспечения приемлемой безопасности выполнения взлётно-посадочных операций продольные уклоны ВПП по возможности должны быть минимальными, а их изменений следует избегать. На основании [10,35] максимально допускаемые продольные уклоны ВПП обычно составляют 1,25-1,5%.

В соответствии с имеющимися данными характеристика толщи слабого грунта под взлётное поле указана в таблице 5.1.

Таблица 5.1.

Геотехнические характеристики грунтовой толщи

№ слоя	Наименование грунта	Мощность слоя, м	Расстояние от поверхности земли до подошвы слоя, м
1	Насыпной грунт	3	3
2	Водный слой	0,3	0,3
3	Суглинок мягкопластичный	9	12,3

*Почвенно-растительный слой толщ. 0,2 - 0,3 м срезается и в расчётах не учитывается.

Физические характеристики грунтового полупространства приведены в таблицах 5.1 и 5.2.

Таблица 5.2.

Физико-механические характеристики грунтового полупространства

Порода	Удельный вес грунта γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , ⁰	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усилия $z_{\text{кр.}}$, М
Суглинок мягкопластичный	17,05	13	14	8,7	8,7

Поперечный профиль взлётно-посадочной полосы представлен на рис. 5.1.

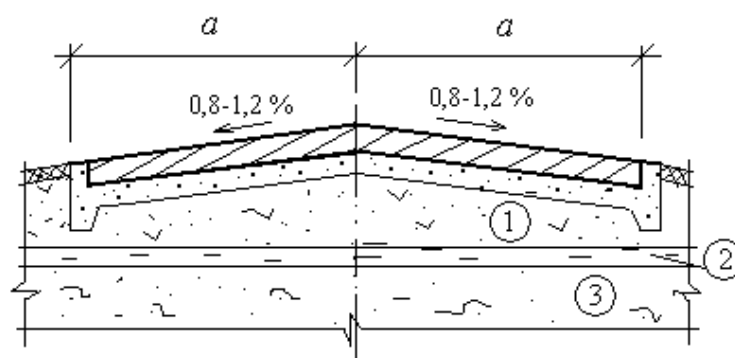


Рис. 5.1. Двухскатный поперечный профиль взлётно-посадочной полосы

*Наименование грунтов для слоёв 1, 2 и 3 указаны в таблице 5.1.

Выполнение геотехнических расчётов целесообразно провести для нескольких расчётных случаев, то есть для насыпей ВПП высотой 2, 3, 4 и 5 м. При этом в соответствии с [10], [35] на рис. 5.1 ширина взлётно-посадочной полосы составляет $a + a = 75$ м, уклоны покрытия двухскатного поперечного профиля полосы составляют 0,8 -12%.

Покрытие ВПП состоит: из слоя асфальтобетона $\gamma = 24 \text{ кН/м}^3$ толщ. 0,1м, из слоя щебня $\gamma = 13,6 \text{ кН/м}^3$, фракционированного, обработанного вязким битумом толщ. 0,15 м и подстилающего слоя щебня $\gamma = 13,9 \text{ кН/м}^3$ толщ. 0,25м. Толщина подстилающего слоя меняется в зависимости от высоты насыпи. Расчётная нагрузка на основание взлётной полосы высотой $h = 2-5\text{м}$ указана в табл.5.3.

Расчёт устойчивости взлётной полосы выполнен на основании формул, полученных в Главе 2.

Результаты расчётов устойчивости взлётной полосы в зависимости от высот $h = 3-5\text{м}$ указаны в таблице 5.3.

Таблица 5.3.

Результаты полученных исследований

Насыпные конструкции взлётно-посадочных полос $h, \text{ м}$	α	$z_{\text{макс}}, \text{ м}$	$P_{\text{расч}}, \text{ МПа}$	$P_{\text{кр}}, \text{ МПа}$
2	154°	8,7	0,184	1,66
3			0,203	
4			0,221	
5			0,240	

При высоте насыпных конструкций взлётно-посадочных полос $h = 2-5 \text{ м}$ устойчивость основания является достаточной и специальных мер по его усилению не требуется.

5.2. Изучение устойчивости насыпей, состоящих из отвалов продуктов переработки химической промышленности, на слабом основании

Насыпь представляет собой отвал продукта химической промышленности – шлама, предназначенного для дальнейшей переработки и производства готовой продукции.

В основу анализа насыпи входят следующие мероприятия:

- проверка устойчивости и надежности основания с использованием формул критических нагрузок, полученных в Главе 2.

5.2.1. Расчёт устойчивости основания насыпи

Поперечный профиль насыпи указан на рис. 5.2.

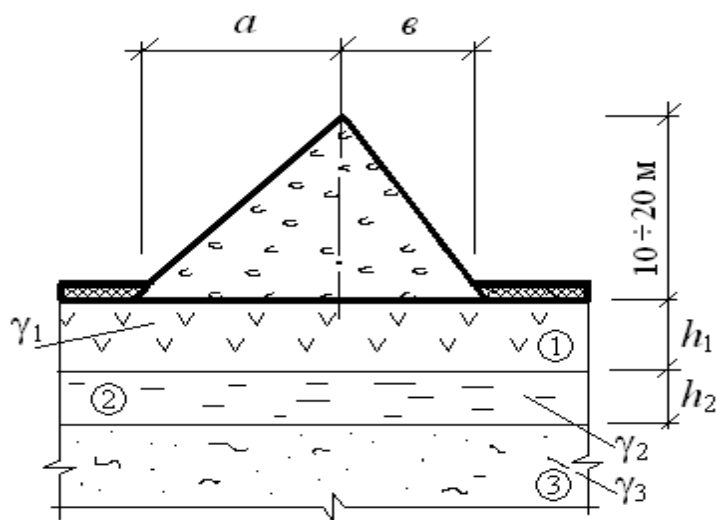


Рис. 5.2. Схема насыпи отвала продукта химической промышленности

Физические характеристики грунтового полупространства приведены в таблицах 5.4 и 5.5.

Таблица 5.4.

Геотехнические характеристики грунтовой толщи

№ слоя	Наименование грунта	Мощность слоя, м	Расстояние от поверхности земли до подошвы слоя, м
1	Насыпной грунт	1	1
2	Водный слой	0,4	1,4
3	Суглинок мягкопластичный	9	10,4

*Почвенно-растительный слой толщ. 0,2 - 0,3 м срезается и в расчётах не учитывается.

Таблица 5.5.

Физико-механические характеристики грунтового полупространства

Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , °	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Макс. глубина крит. усилия $z_{\text{макс}}$, м
Текуче-пластичный суглинок	18,06	17	14	2,7	8,7

Расчётное давление на основание насыпи высотой $h = 10$ м. [36], равно:

$$P_{\text{расч}} = 1,2P + 1,4 P_{\text{сн}} = 1,2 \cdot 16 + 1,4 \cdot 1,8 = 21,72 \text{ кН/м}^2 = 0,022 \text{ МПа},$$

где $P = 16 \text{ кН/м}^2$ – нормативная нагрузка от насыпи отвала продукта переработки $h = 10$ м, $P_{\text{сн}} = 1,8 \text{ кН/м}^2$ – нормативная снеговая нагрузка.

Расчётная схема от неравносторонней треугольной нагрузки указана на рис.5.3.

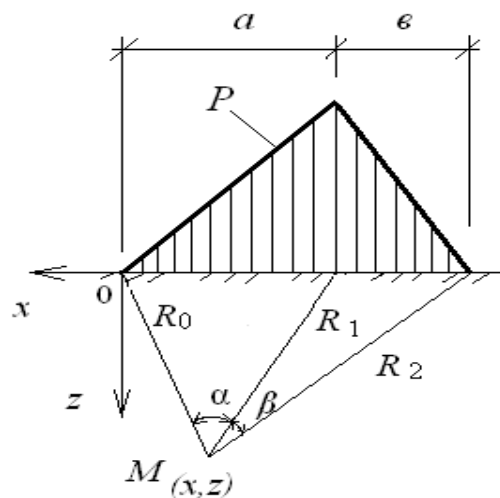


Рис.5.3.Расчётная схема от неравносторонней треугольной нагрузки на грунтовое полупространство

Расчёт устойчивости насыпи выполнен на основании формул, полученных во второй главе. Угол видимости α получим из выражений Главы 2

$$\begin{aligned} \cos \frac{2}{3} \alpha &= \frac{11,34}{0,36 \cdot 12} \sin 17^\circ = 0,811; & 0,811 &= \cos \frac{2}{3} \alpha; \\ 0,811 &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \alpha\right); & 54^\circ &= 90^\circ - \frac{2}{3} \alpha; & \frac{2}{3} \alpha &= 36^\circ; \\ \alpha &= \frac{36^\circ \cdot 3}{2} = 54^\circ. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Максимальная глубина развития критического усилия равна

$$z_{\text{макс}} = \frac{12}{\text{tg } 54^\circ} = 8,7 \text{ м}. \quad (5.2)$$

Угол видимости β найдём из выражения

$$\text{tg } \beta = \frac{e}{z_{\text{макс}}} = \frac{10}{8,7} = 1,5; \quad \beta = 49^\circ.$$

Критическая нагрузка равна (2.117):

$$\begin{aligned} P_{\text{кр}} &= \frac{N}{2M} \left\{ \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \right\} = \frac{-324460501}{2 \cdot (-21,84)} \left\{ \left[\left(1 + \frac{4 \cdot 21,84 \cdot 26572056}{(324460501)^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \right\} = \\ &= 0,82 \text{ кН/м}^2 = 0,0008 \text{ МПа}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

где

$$\begin{aligned} M &= \frac{0,88}{\sin \varphi} \left[(0,96 - \sin \varphi) \left(e \ln \frac{R_1}{R_0} + a \ln \frac{R_1}{R_2} \right) + 0,4(e\alpha - a\beta) \right] = \frac{0,88}{0,292} \left[(0,96 - 0,292) \left(10 \ln \frac{8,7}{14,82} + \right. \right. \\ & \left. \left. + 12 \ln \frac{8,7}{13,25} \right) + 0,4(10 \cdot 0,942 - 12 \cdot 0,855) \right] = 3,01 \cdot [0,668(-10,36) - 0,336] = -21,84; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= -\left\{ 0,88 \pi a v \gamma_3 + \frac{C_z a v}{(a+v)} [v x \alpha + a(a+v-x)\beta] \right\} = -\left[0,88 \cdot 120 \cdot 3,14 \cdot 18,06 + \right. \\ & \left. + \frac{2746,41 \cdot 120}{22} (106,82 + 109,37) \right] = -(5988,41 + 3238616,6) = -3244605,01; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{\pi a v C_z}{(a+v)} [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \text{ ctg } \varphi] = \frac{3,14 \cdot 2746,41 \cdot 120}{22} (15,5 \cdot 1 + 10,3 \cdot 0,4 - \\ & - 18,06 \cdot 1,4 + 14 \cdot 4,33) = 47038,513 \cdot 56,49 = 2657205,6. \end{aligned}$$

Численные результаты представлены в таблице 5.6.

Таблица 5.6.

Результаты расчётов физических и силовых характеристик на
грунтовое полупространство

Складирование сырья высотой h , м	α / β	$z_{\text{макс}}$, м	$P_{\text{расч}}$, МПа	$P_{\text{кр}}$, МПа
10	$54^0/49^0$	8,7	0,022	0,0008
12			0,026	
16			0,035	
20			0,044	

При высоте насыпи сырья $h = 10-20$ м устойчивость насыпи не обеспечена, т. к. $P_{\text{кр}} < P_{\text{расч}}$, поэтому требуются специальные меры по повышению устойчивости основания.

5.3. Исследование устойчивости основания стального резервуара

В зависимости от чувствительности к деформациям основания всех сооружений условно разделяются на три основных типа: абсолютно гибкие, абсолютно жёсткие и конечной жёсткости. Сооружения, относящиеся к абсолютно гибким, беспрепятственно следуют за перемещениями поверхности грунтов основания во всех точках контакта так, что дополнительных усилий при развитии неравномерных осадок в их конструкциях практически не возникает. Даже значительная неравномерная осадка для них не является опасной. К типу таких сооружений относятся днища вертикальных металлических резервуаров, которые без ущерба для прочности могут получать большой прогиб (рис. 5.4) при заполнении их водой.

В основу исследования положены следующие мероприятия: использование слабого грунта в качестве основания с применением расчётов по проверке устойчивости и надёжности грунта.

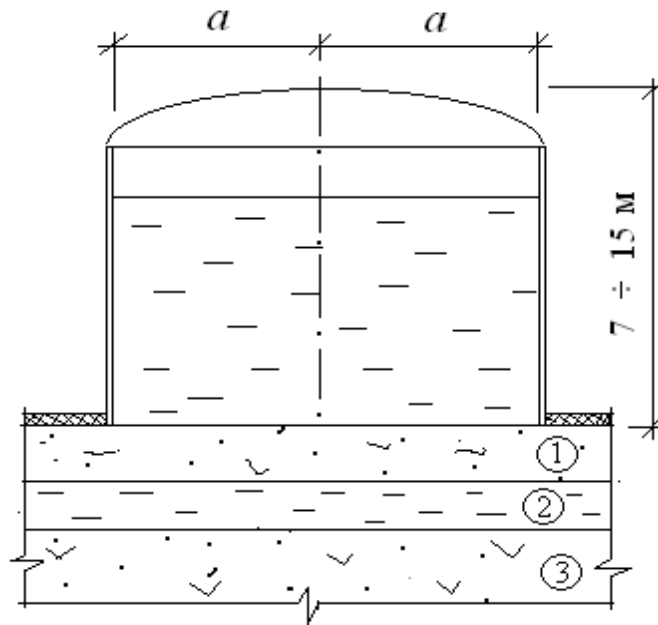


Рис. 5.4. Схема стального цилиндрического резервуара.

* Наименование грунтов для слоёв 1,2 и 3 указано в таблице 5.3

Грунты, залегающие под резервуаром указаны в таблице 5.7.

Таблица 5.7

Геотехнические характеристики грунтовой толщи

№ слоя	Наименование грунта	Мощность слоя, м	Расстояние от поверхности земли до подошвы слоя, м
1	Насыпной грунт	1	1
2	Водный слой	0,8	1,8
3	Мягкопластичные суглинки с участками торфяных залежей	8	9,6

*Почвенно-растительный слой толщ. 0,2 - 0,3 м срезается и в расчётах не учитывается.

В качестве расчётных геотехнических характеристик слабого грунтового слоя приняты значения, указанные таблице 5.8.

Таблица 5.8

Физико-механические характеристики грунтового полупространства

Порода	Удельный вес γ , кН/м ³	Угол внутреннего трения φ , °	Удельное сцепление C , кПа	Модуль деформации E , МПа	Коэф. упругого полупространства C_z , МПа
Мягко-пластичные суглинки с участками торфяных залежей	16,05	14	12	13,2	13,43

Расчётное давление на основание резервуара, наполненного водой равно:

$$P^{\text{расч}} = 1,2P + 1,4 P_{\text{сн}} = 1,2 \cdot 180 + 1,4 \cdot 1,8 = 218,52 \text{ кН/м}^2 = 0,22 \text{ МПа}, \quad (5.19)$$

где $P = 180 \text{ кН/м}^2$ – нормативная нагрузка от конструкций резервуара $h = 7 \text{ м}$, с учётом воды, $P_{\text{сн}} = 1,8 \text{ кН/м}^2$ – нормативная снеговая нагрузка.

В основу расчётной схемы предложена модель грунта в виде линейно-деформированного слоя (рис.5.5).

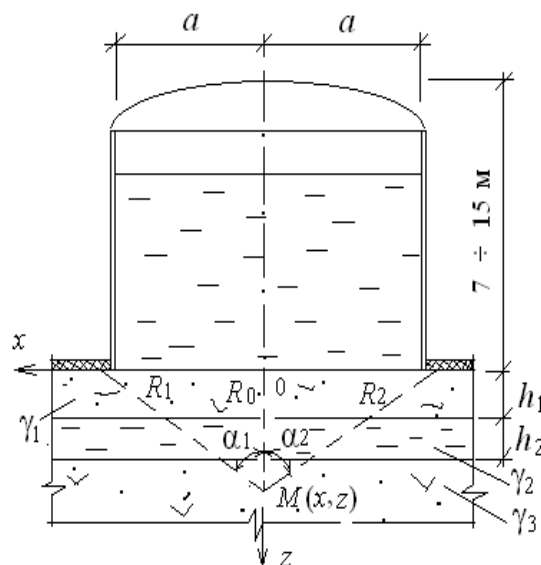


Рис. 5.5. Расчётная схема от прогиба дна стального резервуара

Критическую нагрузку найдём по формуле (2.106)

$$P_{кр} = \frac{N}{2M} \left\{ - \left[\left(1 - \frac{4ML}{N^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\} = \frac{-34615,61}{2 \cdot 12,13} \left\{ - \left[\left(1 + \frac{4 \cdot 12,13 \cdot 228039227}{1198240456} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right] \right\} =$$

$$= 2917,37 \text{ кН/м}^2 = 2,92 \text{ МПа},$$
(5.4)

где

$$M = \frac{1,76}{\sin \varphi} [(0,96 - \sin \varphi) \ln \frac{R_1 R_2}{R_0^2} + 0,4(\alpha_1 - \alpha_2)] =$$

$$= \frac{1,76}{0,242} [(0,96 - 0,242) \ln \frac{10,53 \cdot 10,53}{10,89} + 0,4 \cdot 0] = 12,13;$$

$$N = - \left\{ C_z [(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{a} (\alpha_1 - \alpha_2)] + 1,76 \pi a \gamma_3 \right\} = 13427 (2,512 + 0) +$$

$$+ 1,76 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 16,05 = -34615,61;$$

$$L = -\pi C_z [\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 (h_1 + h_2) + C \operatorname{ctg} \varphi] = -3,14 \cdot 13427 (15,05 \cdot 1 + 10,3 \cdot 0,8 -$$

$$- 16,05 \cdot 1,8 + 12 \cdot 4,011) = 2280392,27.$$
(5.5)

Результаты, полученных исследований, указаны в таблице 5.9.

Таблица 5.9.

Результаты расчётов физических и силовых характеристик на
грунтовое полупространство

Металлический резервуар с водой h , м	$\alpha, ^\circ$	z макс, м	$P_{расч}$, МПа	$P_{кр}$, МПа
7	144	3,3	0,22	2,92
9			0,28	
11			0,34	
15			0,47	

При высоте резервуара с водой $h = 7 \div 15$ м устойчивость основания является достаточной и специальных мер по повышению устойчивости не требуется.

Критерием устойчивости послужило неравенство $P_{расч} < P_{кр}$. Расчёт критического давления от действия треугольных нагрузок выпол-

нен с использованием аналитических выражений, полученных в Главе 2. В тех случаях, где условие устойчивости сооружений не соблюдалось, необходимо производить технические мероприятия, связанные с усилением грунтовых оснований.

Глава 6

ИЗУЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБКИХ ФУНДАМЕНТОВ НА СЛАБЫХ ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГРУНТАХ

6.1. Гибкие фундаменты

Гибким называется фундамент, деформации которого приводят к перераспределению реактивных давлений грунта по его подошве [31]. Гибкие фундаменты обладают способностью изгибаться в одном или обоих направлениях подошвы. К ним могут быть отнесены фундаменты, у которых отношение высоты к их длине составляет менее $1/3$.

Для расчёта гибких фундаментов решают задачу о взаимодействии фундамента и его основания, которая даёт возможность находить контактные напряжения в плоскости их соприкосновения. Учитываются возникающие изгибающие моменты и поперечные силы, которые определяются только после расчёта контактных реактивных давлений по подошве фундамента. Реактивные давления по подошве определяются исходя из совместной работы фундамента и основания и зависят от прогиба фундамента.

Неравномерные деформации основания являются следствием силовых воздействий на фундамент вследствие неоднородной структуры грунта, различной мощности слоев грунта или же деформационных воздействий: сложного деформирования земной поверхности вследствие замачивания лессовых просадочных, засоленных и набухающих грунтов, подработки угольных, калийных и рудных месторождений, карстовых и тектонических явлений.

В настоящее время нет единого метода определения реактивных напряжений. Существуют три принципиальных направления, приведённые в [31], каждое из которых имеет свои достоинства, недостатки и преимущественную область применения.

6.2. Методика исследования устойчивости оснований гибких фундаментов

При оценке напряженно - деформированного состояния в строительной практике встречаются некоторые случаи в исследованиях оснований фундаментов, сложенных слабыми грунтами. Эти случаи приведены ниже, а физико-технические характеристики слабых оснований взяты из проектных разработок научно-исследовательских институтов «Промстройпроект» г. Иванова и «Гражданпроект» г. Владимира. При решении задач, связанных с оценкой напряжённо-деформированного состояния, в основу расчётных схем положена модель грунта в виде линейно-упругого и пластического слоёв. В исследованиях поставленных задач, также как для насыпи, были использована формулы критических усилий для различных видов нагрузок [18] и [19].

1 - й случай.

Исследуем устойчивость основания для ленточного блочного фундамента (рис. 5.1). Исходные данные: ширина подошвы фундамента $b_{\text{ф}} = 1,2\text{ м}$, глубина его заглубления давление от $h_{\text{прив}} = 1,6\text{ м}$, приложенные нагрузки под подошвой фундамента $P_{\text{норм}} = 0,210\text{ МПа}$, $P_{\text{расч}} = 0,360\text{ МПа}$. Грунты в основании – глины с расчётными характеристиками: $\varphi = 26^\circ$, $C = 0,032\text{ МПа}$, $\gamma = 0,022\text{ МПа/м}$, $IL = 0,7$. Фундамент находится в напряжённо-деформированном состоянии. Наблюдается крен участка фундамента.

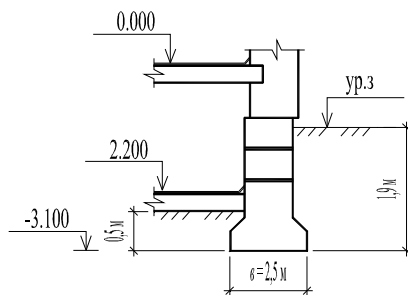


Рис. 5.1. Сечение ленточного блочного фундамента

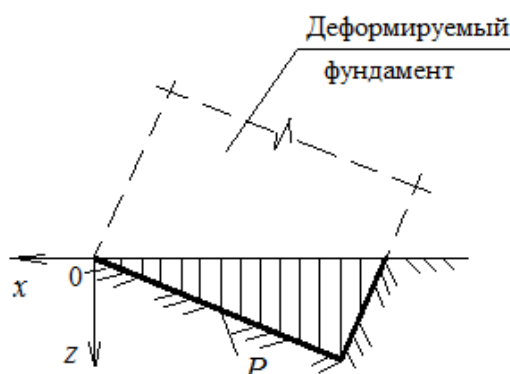


Рис. 5.2. Схема от неравносторонней треугольной нагрузки в основании фундамента

Расчётная схема нагрузки в основании фундамента имеет форму неравностороннего треугольника (см. рис.5.2). Максимальную глубину залегания и критическую нагрузку находим по известным зависимостям. Результаты полученных исследований занесены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Результаты расчётов силовых и геометрических характеристик для 1 - го случая

Вид полосовой нагрузки	$\alpha, ^\circ$	$z_{\text{макс}}, \text{ м}$	$P_{\text{расч}}, \text{ МПа}$	$P_{\text{кр}}, \text{ МПа}$	$R, \text{ МПа}$
Нагрузка по закону неравностороннего треугольника	54^0	0,35	0,290	0,317	0,319

Ввиду того, что $P_{расч} > P_{кр} > R$, устойчивость основания для фундаментов не обеспечивается, необходимо выполнить усиление участка фундамента.

2-й случай.

Проводилось исследование устойчивости основания ленточного фундамента 10-ти этажного жилого дома по ул. Революционной в г. Иваново (рис. 5.3). Исходные данные: ширина подошвы фундамента $b_{ф} = 3\text{ м}$, глубина его заложения $h_{прив} = 1,82\text{ м}$, давление от приложенных нагрузок под подошвой фундамента $P_{норм} = 0,282\text{ МПа}$, $P_{расч} = 0,495\text{ МПа}$. Грунты в основании – суглинки с участками торфяных залежей, с расчётными физическими характеристиками: $\varphi = 23^\circ$, $C = 27\text{ кПа}$, $\gamma = 18,9\text{ кН/м}^3$, $IL = 0,7$. Расчётная схема нагрузки в основании фундамента имеет форму равностороннего треугольника (см. рис.5.4).

Максимальная глубина залегания и критическая нагрузка вычислены по формулам Главы 2. Расчётное сопротивление грунта согласно [29].

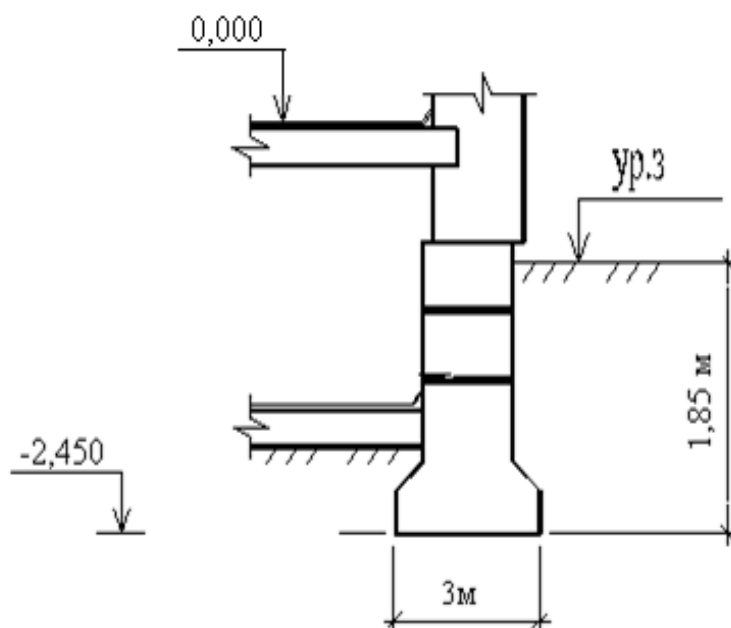


Рис. 5.3. Сечение ленточного фундамента

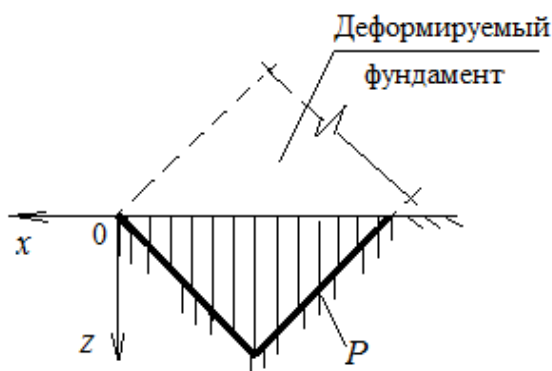


Рис. 5.4. Схема от равносторонней треугольной нагрузки в основании фундамента

Полученные результаты расчётов приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Результаты расчётов силовых и геометрических характеристик для 2 – го случая

Вид полосовой нагрузки	$\alpha, ^\circ$	$z_{\text{макс}}, \text{ м}$	$P_{\text{расч}}, \text{ МПа}$	$P_{\text{кр}}, \text{ МПа}$	$R, \text{ МПа}$
Нагрузка по закону равностороннего треугольника	63	0,75	0,370	0,380	0,382

Из полученных значений усилий следует: $P_{\text{расч}} > P_{\text{кр}} > R$, то есть устойчивость основания для ленточного фундамента при заданных условиях не выполняется: участок фундамента подлежит усилению.

Проверка несущей способности фундаментов выполнялась так же, как и в предыдущей главе. Для фундаментов дополнительно определялось расчётное сопротивление R . Критерием устойчивости послужило неравенство $P_{\text{расч}} < P_{\text{кр}} < R$. В тех случаях, где устойчивость не соблюдалась, выполнялись необходимые технические мероприятия по усилению грунтового основания. Геометрические размеры подошвы фундаментов в приведённых случаях значительно меньше геометри-

ческих размеров подошв конструкций, рассматриваемых в Главе 5. В результате сопоставления численных значений критических нагрузок, выполненных с помощью полученных аналитических выражений, и с помощью расчётов по существующим нормативным формулам разница составляет 3-4%.

Полученные результаты исследований насыпей и фундаментов показали, что аналитические и численные решения задач могут быть применимы для расчёта устойчивости грунтовых оснований для конкретных инженерных сооружений.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

1. Известные расчётные методы, используемые в современной нормативной литературе, не всегда обеспечивают возможность найти экономичные и эффективные решения при исследовании слабых водонасыщенных слоистых оснований.

2. Благодаря решениям в строгой постановке упругопластической задачи о полуплоскости, нагружённой сверху разного вида треугольной нагрузкой, в которых среда обладает внутренним трением и удельным сцеплением были найдены критические нагрузки, соответствующие условию зарождения пластической области, а также связь между величиной нагрузки и физическими характеристиками слабого грунта.

3. Полученные квазилинейные зависимости физико-механических характеристик грунтов в зависимости от параметров полубесконечных нагрузок позволили наглядно оценить несущую способность слабых оснований и максимальную глубину зарождения критических усилий.

4. Проверка полученных решений задач, с применением численного метода (метода конечных элементов) дала достоверный результат, позволила проанализировать характер распределения напряжений за пределами линейной деформации, выявить зарождение пластических областей в моделях неоднородных водонасыщенных грунтов.

5. Установлено, что графические зависимости с помощью метода аппроксимации сводятся к одному усреднённому уравнению, которое позволяет упростить количество операций в расчётах слабых оснований и найти общее решение конкретных линейных задач.

6. Полученные аналитические зависимости и методики решения плоских задач были использованы при расчётах на конкретных примерах в строительстве, в результате этого была подтверждена их работоспособность, позволяющая определять несущую способность слабых водонасыщенных оснований и прогнозировать состояние устойчивости инженерных сооружений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абелев М.Ю. Слабые водонасыщенные глинистые грунты как основания сооружения [Текст]: учеб. пособие / М.Ю. Абелев. - М: Изд. МИСИ им. В. В. Куйбышева, 1973.-218с.
2. Абелев М.Ю. Строительство промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах [Текст]: учеб. пособие/ М.Ю. Абелев.- М.: Стройиздат, 1983.-248 с.
3. Амарян Л. Г. Разумные экстремальные задачи [Текст] : учеб. пособие / Л. Г. Амарян. - СПб.: Издательство Гиппократ, 1995.-230с.
4. Амарян Л. Г.Свойства слабых грунтов и методы их изучения [Текст]: учеб. для вузов / Л. Г. Амарян. - СПб.: Издательство Недр, 1990.-220с.
5. Березанцев В.Г. Расчёт оснований сооружений [Текст]: учеб. пособие / В.Г. Березанцев. - Л.: Стройиздат, 1970.-207с.
6. Березанцев, В.Г. Расчёт прочности оснований и сооружений [Текст]: учеб.- метод. пособие / В.Г. Березанцев.- Л.: Госстройиздат, 1960. – 138 с.
7. Березанцев В. Г. Осесимметричная задача теории предельного равновесия сыпучей среды [Текст]: учеб.-метод. пособие / В. Г. Березанцев. - М.: Гостехиздат, 1952.- 120с.
8. Варданян Г.С. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности [Текст]: учеб. пособие / Г.С. Варданян, В.И. Андреев. - М.: АСВ, 1995.-502с.

9. Герсеванов Н.И. Свайные основания и расчет фундаментов сооружений / Н.И. Герсеванов // Собр. соч.: т. 1.- М.: Стройвоенмориздат, 1948.- 270 с.
10. Глушков Г.И. Изыскания и проектирование аэродромов [Текст]: учебное пособие / Г.И. Глушков, Б.С. Раев – Богословский.- М.: «Транспорт», 1972.-280 с.
11. Горбунов-Посадов М.И. Устойчивость фундаментов на песчаном основании [Текст]: учеб. пособие / М.И. Горбунов-Посадов. - М.: Госстройиздат, 1962.- 230с.
12. Далматов Б.И. Проектирование свайных фундаментов в условиях слабых грунтов [Текст]: учеб. для вузов / Б.И. Далматов, Ф.К. Лапшин, Ю.В. Россихин. - М.: Высшая школа, 1975.- 295 с.
13. Дубов К.А. Форма уплотнённого ядра, образующегося в глинистом основании под жёстким фундаментом при критической нагрузке [Текст] / К.А. Дубов // Основания, фундаменты и подземные сооружения: сб. науч. тр. НИИОСП .- Екатеринбург, 1972.- № 63.-С.45-49.
14. Кагановская С.Е. Исследование устойчивости глинистого основания с помощью экранов [Текст] / С.Е. Кагановская // Основание, фундаменты и механика грунтов: межвуз. сб. науч. тр. № 3.- Екатеринбург:Изд-во Уральскогогос.горногоун-та ,1973.- Вып. 3.- С.58-64.
15. Кравченко Т.И. Оценка предельного критического усилия на упругопластическую грунтовую среду от действия треугольной нагрузки [Текст] / Т.И Кравченко, В.В. Филатов // Изв. вузов. Горный журнал.- 2012.- №5.- С.68-72
16. Кравченко Т.И. Оценка предельного критического усилия на упруго-пластическую грунтовую среду от действия треугольной нагрузки

- [Текст] / Т.И. Кравченко, В.В. Филатов // Изв. вузов. Горный журнал.- 2015.- №5.- С.68-72 .
17. Кравченко Т.И. Оценка критической нагрузки, обусловленной отрицательной формой техногенного рельефа [Текст] / Т.И. Кравченко, В.В. Филатов // Вест. Курганского гос. ун-та. Сер. Естественные науки.- 2015.- № 35. - С.67-70.
 18. Кравченко Т. И. Современный взгляд на проблемы технических наук [Текст] / Т.И. Кравченко, В.В. Филатов // Сб. науч. тр. по итогам II международной научно – практической конференции (10.09.15 г.). - Уфа, 2015.- № 2. - С. 108 -113.
 19. Криворотов А.П. Экспериментальные исследования несущей способности песчаного основания [Текст] / А.П. Криворотов // Основания, фундаменты и механика грунтов: межвуз. сб. науч.тр.- Екатеринбург:Изд-воУральского гос.горного университета ,1962.- № 5.- С. 34-41.
 20. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статической теории обработки наблюдений [Текст]: учеб. для вузов / Ю.В. Линник. -2-е изд. - М.: Физматгиз, 1962.-349 с.
 21. Маслов Н.Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии [Текст]: учеб.-метод.пособие / Н.Н. Маслов.- М.: Высшая школа,1968.- 629с.
 22. Маслов Н.Н. Прикладная механика грунтов [Текст]: учеб. пособие / Н.Н. Маслов. - М.: Машстройиздат, 1949.-328с.
 23. Малышев М.В. О совместной работе жёстких фундаментов и нелинейно-деформируемого основания [Текст] / М.В. Малышев, Ю.К. Зарецкий, В.Н. Широков, В.А Черемных // Сб. науч. тр. к VIII Между-

- народному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению.- М.: Стройиздат, 1973.- 224 с.
24. Мурзенко Ю.Н. Некоторые особенности и область применения решения смешанной упругопластической задачи в расчётах оснований [Текст] / Ю.Н. Мурзенко // Экспериментально - теоретические исследования нелинейных задач в области оснований и фундаментов: сб. НПИ. - Новочеркасск, 1979.- С. 106 -139.
 25. Мурзенко Ю.Н. Расчет оснований зданий и сооружений в упругопластической стадии работы с применением ЭВМ [Текст]: учеб.- метод. пособие / Ю.Н. Мурзенко. - Л: Стройиздат, 1989.- 234 с.
 26. Пигулевский М.Х. Физикоо-механические свойства рыхлых дорожных материалов [Текст]: учеб.- метод. пособие / М.Х. Пигулевский.- М.: Транспечать, 1929.-210 с.
 27. Петраков А.А. Механика грунтов [Текст]: /учеб. пособие Дон НАСА / А.А. Петраков, В. В. Яркин, Р. А.Таран, Т. В. Казачек. - Украина, Макеевка: Из-во Дон НАСА, 2004.- 79 с.
 28. Ржаницын А.Р. Расчет сооружений с учётом пластических свойств материала [Текст]: учеб. для вузов / А.Р. Ржаницын.- М.: Стройиздат, 1954. – 288с.
 29. Роза С.А. Механика грунтов [Текст]: учеб. для вузов / С.А. Роза.- М.: Высшая школа, 1962. – 229с.
 30. Строительные нормы и правила. Основания зданий и сооружений [Текст]: СНиП 2.02.01-83* -1995.-Введ.1985-01-01.-М.: Госстройиздат, 2000.- 40 с.
 31. Строительные нормы и правила. Свайные фундаменты [Текст]: СНиП2.02.03-85 -1995.- Введ.1987- 01- 01.- М.:Стройиздат,1995. -63 с.

32. Строительные нормы и правила. Аэродромы [Текст]: СНиП 32.03.96-1996.- Введ.1997-01-01.- М.: Минстрой России, 2000. - 59 с.
33. Строительные нормы и правила. Нагрузки и воздействия [Текст]: СНиП 2.01.07-85* -1996. - Введ.1987-01-01. - М.: ЦИТП Госстроя СССР, 2003.- 36 с.
34. Соколовский В.В. Об уравнениях теории пластичности [Текст] / В.В. Соколовский // Прикладная математика и механика. - Т.19.- М.: Наука ,1955.- Вып.1.- 214 с.
35. Соколовский В.В. Некоторые задачи о давлении грунта [Текст]: материалы к Четвёртому Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению / В.В. Соколовский. - М.: Издательство Академии Наук , 1957.- С.112 ÷118.
36. Соколовский В.В. Теория пластичности [Текст]: учеб. для вузов / В.В. Соколовский.- 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Гостехиздат, 1969.- 608с.
37. Соколовский В.В. О плоской задаче теории пластичности [Текст] / В.В. Соколовский // Прикладная математика и механика.-Т.1.-1949.- Вып. 4.- 280с.
38. Соколовский В.В. Теория пластичности [Текст]: учеб. для вузов / В.В. Соколовский.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Гостехиздат, 1950.- 203с.
39. Строганов А.С. Несущая способность глинистого водонасыщенного основания [Текст] / А.С. Строганов // Основания, фундаменты и механика грунтов: учеб. пособие. - М., 1977. - № 5.-110 с.
40. Строганов А.С. Прочность оснований сооружений [Текст] / А.С. Строганов // Основания, фундаменты и механика грунтов: учеб. для вузов. - 1983.- № 23. - 127с.

41. Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов [Текст]: монография / З.Г. Тер-Мартirosян . - М.: Изд-во АСВ, 2009. - 552 с.
42. Терцаги К. Теория механики грунтов [Текст]: учеб. пособие / К. Терцаги. - М.: Госстройиздат, 1961.- 507с.
43. Тимошенко С.П. Теория упругости [Текст]: учеб. пособие / С.П. Тимошенко, Дж Гудьер. - М., 1975.- 386 с.
44. Тимошенко С.П. Теория упругости [Текст]: учеб. пособие / С.П. Тимошенко.- М.-Л.: ОНТИ, 1937.- 264 с.
45. Фёдоров И.В. Некоторые задачи упругопластического распределения напряжений в грунтах, связанные с расчётом оснований [Текст] / И.В. Фёдоров // Сб. института механики АН СССР: в 2 т. - М., 1958.- С. 151÷ 160.
46. Флорин В.А. Основы механики грунтов [Текст]: учеб.- метод. пособие в 2-х т./В.А. Флорин. - М., 1959, 1961.-284 и 293 с.
47. Хаар М.Е. Основы теоретической механики грунтов [Текст]: учеб.- метод. пособие / М.Е. Хаар. - М., 1971.- 341 с.
48. Хилл Р. Математическая теория пластичности [Текст]: учеб.-метод. пособие / Р. Хилл.- М.: Гостехиздат, 1956. - 407 с.
49. Цытович Н.А. Механика грунтов [Текст]: учеб.- метод. пособие / Н.А. Цытович. - 4 изд. - М.: Высшая школа, 1983. -281 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1. СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАГРУЗОК УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ГРУНТОВОГО МАССИВА	6
1.1. Характеристика слабых водонасыщенных грунтовых оснований сооружений	6
1.2. Влияние подземных вод на физические свойства грунтов	15
1.3. Фазы деформированного состояния грунтов в зависимости от статики нагружения	16
1.4. Развитие деформаций в глинистых грунтах различной консистенции при действии возрастающей нагрузки	19
1.4.1. Развитие деформаций под заглублёнными штампами	20
1.4.2. Формы и размеры уплотнённого ядра при действии распределённых нагрузок	21
1.5. Методы расчёта критических нагрузок на грунты основания	30
1.5.1. Метод расчёта предельной несущей способности однородной грунтовой среды от действия треугольной нагрузки	36
Глава 2. РАСЧЁТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОДНОСЛОЙНЫХ И МНОГОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД	42
2.1. Актуальность задачи и вопросы, возникающие при её решении	42

2.2. Решение плоской задачи от действия внешних треугольных нагрузок на однослойную грунтовую среду	43
2.2.1. Треугольная нагрузка	44
2.2.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника	50
2.2.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника	56
2.2.4. Симметричная нагрузка	62
2.2.5. Комбинированная нагрузка	70
2.3. Решение плоской задачи от действия внешних треугольных нагрузок на многослойную грунтовую среду	78
2.3.1. Напряжения в неоднородных водонасыщенных грунтах	78
2.3.2. Оценка критической нагрузки для некоторых видов треугольных нагрузок в неоднородной грунтовой среде	79
2.3.3. Треугольная нагрузка	80
2.3.4. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника	85
2.3.5. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника	92
2.3.6. Симметричная нагрузка	98
2.3.7. Комбинированная нагрузка	106

Глава 3. АППРОКСИМАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ

ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ

ТРЕУГОЛЬНЫХ НАГРУЗОК	115
3.1. Постановка задачи методом наименьших квадратов	115
3.2. Нагрузка по закону равнобедренного треугольника	117
3.3. Нагрузка по закону неравностороннего треугольника	119
3.4. Симметричная нагрузка	121
3.5. Комбинированная нагрузка	123

Глава 4. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ НА МОДЕЛЯХ СЛАБЫХ ГРУНТОВ	127
4.1. Исследование напряжённого состояния методом конечных элементов	127
4.2. Результаты исследований для некоторых видов треугольных нагрузок	127
Глава 5. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ	136
5.1. Исследование устойчивости взлётно-посадочной полосы (ВПП) на участках залегания слабых грунтов	137
5.2. Изучение устойчивости насыпей, состоящих из отвалов продуктов переработки химической промышленности, на слабом основании	139
5.2.1. Расчет устойчивости основания насыпи	140
5.3. Исследование устойчивости основания стального резервуара	143
Глава 6. ИЗУЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБКИХ ФУНДАМЕНТОВ НА СЛАБЫХ ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГРУНТАХ	147
6.1. Гибкие фундаменты	147
6.2. Методика исследования устойчивости оснований гибких фундаментов	148
ОБЩИЕ ВЫВОДЫ	153
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	154

Научное издание

КРАВЧЕНКО Татьяна Ивановна
ФИЛАТОВ Владимир Викторович
КИМ Борис Григорьевич
и др.

ПРОГНОЗ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОСЛОЙНЫХ
И МНОГОСЛОЙНЫХ ГРУНТОВЫХ СРЕД
В ЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧ

Монография

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 12.11.15.

Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 9,53. Тираж 50 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.