

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Владимирский государственный университет
Кафедра общей и прикладной физики

Ф И З И К А

Механика

Молекулярная физика

Конспект лекций

Составитель
А. А. Кузнецов

Владимир 2005

УДК 530.1
ББК 22.2
Ф 48

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой
общей физики Владимирского государственного педагогического
университета

Е. К. Куркутова

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прибо-
роостроения Владимирского государственного университета

Л. М. Самсонов

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Ф 48 **Физика.** Механика. Молекулярная физика: конспект лекций / Кузне-
цов А.А. Владим. гос. ун-т; Владимир: ред. издат. комплекс ВлГУ, 2003.-96
с.

Написан в соответствии с программой курса «Общей физики» для студентов
технических и инженерно-медицинских специальностей и содержит две первые части
курса общей физики.

Составлен на основе лекционного курса по физике первого семестра обучения,
читаемого автором на ФРЭМТ ВлГУ и включает в себя материалы по механике и моле-
кулярной физике.

Предназначен для студентов вузов.

Табл. 3. Ил. 31. Библиогр.: 15 назв.

УДК 530.1
ББК 22.2

Предисловие

При изучении курса физики надо иметь в виду модельный характер его построения. Модель составляется из образов наблюдаемых объектов, явлений, ситуаций и связей между ними, а также правил оперирования с ними. Количественные соотношения между физическими величинами выясняются в результате измерений, наблюдений и экспериментальных исследований и выражаются языком математики. Другого языка для построения физических теорий не существует.

Задача физики состоит в том, чтобы создать в сознании такую картину, которая наиболее полно отражает свойства внешнего мира и обеспечивает существующие соотношения между его элементами.

Материя, а значит и ее свойства (связи, взаимодействия между объектами, явлениями) неисчерпаемы, поэтому охватить все их многообразие невозможно принципиально. Поэтому при создании моделей принимаются во внимание только существенные для данного круга явлений свойства и связи. Ограниченность в этом смысле - есть общее свойство моделей. Учет лишь существенных факторов сводится к абстрагированию от реальной ситуации и созданию модели только в рамках принятых абстракций. Вне этих пределов модель может стать неприменимой и даже бессмысленной, а один и тот же физический объект в различных ситуациях может быть представлен различными моделями.

На основе эксперимента и наблюдений создается цельное физическое представление - модель, в рамках которой делается предсказание о явлениях; в результате наблюдений модель уточняется, и делаются новые предсказания и т.п. Этот метод физики требует, чтобы представлениям, понятиям и другим элементам, составляющим физическую модель, было дано однозначное толкование. Лишь при этом условии физические понятия наполняются реальным содержанием, в котором отражаются объективные закономерности реального мира.

Наиболее существенный прогресс в физике происходит в двух случаях: во-первых, когда предсказание моделей не подтверждается экспериментом; во-вторых, когда открывается новый круг физических явлений или объектов, для которых нет моделей совсем. В первом случае модель исправляется или заменяется. При этом, если ее замена связана с пересмотром основных представлений, говорят о революции в физике (например, ньютоновская модель пространства и времени - СТО). Во втором

случае создается новый раздел физики (например, создание квантовой механики).

Чтобы определить физическую величину, надо указать: то различие, что делает эту физическую величину конкретной; то общее, что делает ее элементом всеобщей физической связи явлений.

За основу определения физической величины берутся математические соотношения, существующие между физическими величинами (например, пусть известно определение скорости, тогда можно выразить ускорение как скорость изменения скорости).

Может быть, другой путь - операционный: мы указываем на физический объект, свойство которого принято считать за единичное, и определяем процедуру измерения, с помощью которой сравниваем свойства измеряемого объекта и единичного.

В результате почти столетнего обсуждения, научная и техническая общественность стран мира пришла к заключению, что наиболее целесообразной является международная система единиц (СИ). Она принята РФ и оформлена правительственным постановлением. Основные единицы СИ: метр, секунда, килограмм, Ампер, Кельвин, кандела.

Конспект лекций помимо теоретического материала содержит и практический материал - экзаменационные вопросы (прил. 4).

Часть 1. МЕХАНИКА

Кинематика поступательного и вращательного движений материальной точки и твердого тела

Предмет и объект изучения. Кинематика описывает конкретные механические движения материальной точки, не интересуясь ни их причинами, ни вопросом осуществимости таких движений в природе. Для нее важны лишь физическая обоснованность и математическая строгость в рамках принятых моделей.

Материальная точка - физический объект в геометрическом смысле эквивалентный математической точке, но обладающий единственным признаком отличия - массой. При моделировании тел совокупностью материальных точек необходимо помнить, что последние не имеют ничего общего с реальными атомами и молекулами.

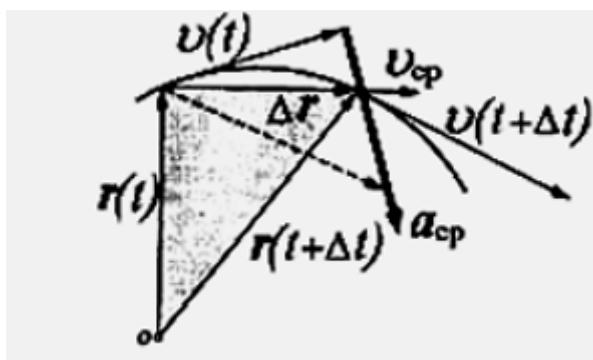
Система отсчета - совокупность точек пространства и материального тела, относительно которого определено положение точек пространства. Положение точек пространства в системе отсчета характеризуется системой координат. Это означает, что положение в реальном геометрическом пространстве системы отсчета характеризуется максимум тремя независимыми параметрами. Какими именно, - зависит от системы координат, с помощью которой описывается положение точек пространства (прямоугольная, цилиндрическая, сферическая и т.п. системы координат). Абсолютно твердое тело - тело, расстояние между любыми точками которого неизменно. Применяется в качестве тела отсчета в системах отсчета.

Можно обойтись одним радиус-вектором, который описывает положение точек в бескоординатной форме. Радиус-вектор точки - вектор, начало которого совпадает с точкой начала отсчета системы координат, а конец - с рассматриваемой точкой $\left(0 \rightarrow \vec{r}\right)$.

При своем движении материальная точка проходит непрерывную последовательность точек системы отсчета, называемую *траекторией* движения. Вектор перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$ численно равен расстоянию между конечной и начальной точками, направлен от начальной к конечной и соединяет точки траектории, в которых материальная точка находилась в моменты t и $t + \Delta t$.

Скорость и ускорение. Вектор средней скорости $\vec{v}_{\text{ср}}$ при перемещении между двумя точками определяется как вектор, совпадающий по направлению с перемещением и равный по модулю вектору перемещения (рис. 1), деленному на время перемещения:

$$\vec{v}_{\text{ср}}(t, t + \Delta t) = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \quad (1)$$



При неограниченном уменьшении времени перемещения Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется *мгновенной скоростью*:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2)$$

Очевидно, что вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории.

В декартовой системе координат $r(t) = \vec{i}x(t) + \vec{j}y(t) + \vec{k}z(t)$, и

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} \frac{dx}{dt} + \vec{j} \frac{dy}{dt} + \vec{k} \frac{dz}{dt}. \quad (3)$$

Следовательно, проекции скорости даются формулами

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

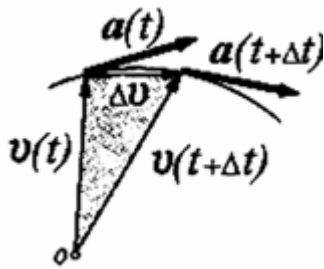


Рис. 2. Годограф скоростей. Это кривая, которую описывает конец радиус-вектора скорости

Произведение массы материальной точки на ее вектор скорости называется импульсом материальной точки: $\vec{p} = m\vec{v}$.

Ускорением называется скорость изменения скорости (рис. 2). Пусть в моменты t и $t + \Delta t$ скорости равны соответственно $\vec{v}(t)$ и $\vec{v}(t + \Delta t)$. Значит в течении промежутка времени Δt скорость изменилась на $\Delta\vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$. Среднее ускорение за Δt равно $\vec{a}_{cp}(t, t + \Delta t) = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

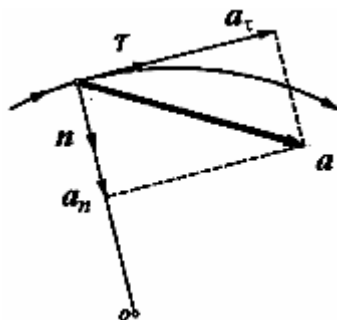


Рис. 3. Разложение вектора полного ускорения \vec{a} на составляющие: тангенциальное \vec{a}_τ и нормальное \vec{a}_n ускорения. Точка 0 – центр кривизны траектории; $\vec{\tau}$ – единичный касательный вектор, \vec{n} – единичный нормальный вектор

$$\text{Ускорение: } \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Ускорение касательно к годографу скоростей, а это означает, что ускорение может быть направлено под любым углом к касательной к траектории движения.

Полное ускорение $\vec{a} = \vec{n} \frac{v^2}{R} + \vec{\tau} \frac{dv}{dt}$ состоит из двух взаимно перпендикулярных векторов (рис. 3): тангенциального ускорения: $\vec{\tau} \frac{dv}{dt} = \vec{a}_\tau$, направленного вдоль траектории движения, и ускорения $\vec{n} \frac{v^2}{R} = \vec{a}_n$, направленного перпендикулярно траектории по главной нормали, т.е. к центру кривизны и называемого *нормальным*, или при движении точки по окружности – *центростремительным*.

Модуль полного ускорения
$$a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}.$$

Для прямой траектории $R \rightarrow \infty$, $\frac{v^2}{R} \rightarrow 0$ и $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

При движении точки по окружности нормальное ускорение называют *центростремительным*, поскольку центр кривизны траектории для всех ее точек один и тот же и совпадает с центром окружности.

Кинематика твердого тела. Чтобы описать движение материальной точки, необходимо задать три функции, характеризующие зависимость ее координат от времени. Тогда для описания системы N материальных точек, движущихся независимо друг от друга, необходимо задать $3N$ функций, характеризующих зависимость координат этих точек от времени. *Число независимых функций (или параметров), которыми описывается движение системы материальных точек, называется числом ее степеней свободы.* Материальная точка имеет три степени свободы, а система из двух независимых материальных точек имеет шесть степеней свободы. Твердое тело имеет шесть степеней свободы.

Поступательным движением твердого тела называется такое, при котором все его точки движутся по одинаковым траекториям. Это означает, что скорости всех точек тела в любой момент времени одинаковы. Любая прямая, проведенная между какими-либо точками тела, перемещается параллельно самой себе.

Плоским движением называется движение, при котором траектории всех точек лежат в параллельных плоскостях. Движение тела в этом случае полностью определяется движением одного из его сечений в какой-либо из параллельных плоскостей, а положение этого сечения - положением двух его точек.

Вращательное движение - движение при котором две точки тела остаются неподвижными. Прямая, проходящая через эти точки, называется осью вращения. Все точки твердого тела, лежащие на оси вращения, неподвижны. Вращательное движение твердого тела является плоским.

Рассмотрим движение по окружности произвольной точки твердого тела (рис. 4.). Длина дуги (путь) и значение скорости определяются:

$$S = R\varphi, v = \frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}.$$

Скорость изменения угла $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ называется *угловой скоростью*. Если эта скорость постоянна, то она называется *круговой частотой* ω вращения твердого тела вокруг оси: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T - период вращения. Вектор

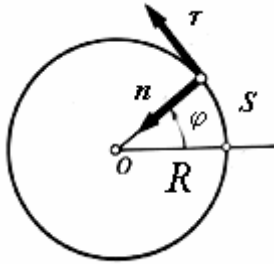


Рис. 4. Движение точки по окружности

угловой скорости $\vec{\omega}$ вращения направлен по оси вращения так, чтобы линейная скорость точек твердого тела выражалась формулой: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ (прил. 1).

Модули линейной скорости, нормального и тангенциального ускорения точек твердого тела равны соответственно:

$$v = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega; a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R; a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} = R \frac{d\omega}{dt}.$$

Поэтому полное ускорение точек:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2},$$

где $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$ - угловое ускорение.

Произвольное движение твердого тела определяется как движение некоторой точки и вращение тела с мгновенной угловой скоростью, проходящей через эту точку.

Принцип относительности Галилея. Осталось ответить на вопрос: протекают ли одинаково механические явления в разных движущихся системах координат? Ответ был дан Галилеем: во всех системах координат, движущихся равномерно поступательно и прямолинейно относительно сферы неподвижных звезд и, следовательно, друг относительно друга, все механические явления протекают одинаково. Говорят: механические явления протекают одинаково во всех *инерциальных* системах координат, т.е. *физические законы в инерциальных системах координат - одинаковы*. Но законы описывают взаимосвязи между физическими величинами. А как себя ведут сами величины при смене координат или при переходе из одной системы в другую? Величины, значения которых не изменяются при преобразовании координат, называются *инвариантами преобразований*. Инвариантами преобразований Галилея являются: длина, интервал времени, ускорение.

Динамика поступательного движения

К понятию силы. Измерение силы. Приведем несколько исторически разнесенных представлений о толковании термина "сила взаимодействия":

1. *Аристотель* (384 – 322 до н.э.): сила пропорциональна скорости тела. Сила передается телу из окружающей среды.

2. *Николай Кузанский* (1401 - 1461): сила передается телу в момент толчка, а далее она находится в нем, обеспечивая существование скорости.

3. *Галилей* (1564 – 1642): сила связана не со скоростью, а с ее изменением - ускорением. Сохранение же телом имеющейся у него скорости происходит по закону инерции, согласно которому тело стремится сохранить состояние своего равномерно-прямолинейного движения.

Это утверждение, согласно Галилею, следует рассматривать как первоначальный основной закон, который не может быть сведен к чему-либо более простому. Причиной изменения скорости является сила. Силы не являются самостоятельными сущностями, независимыми от материальных тел, а создаются ими. Поэтому можно сказать, что посредством сил материальные тела действуют друг на друга, или взаимодействуют. Сила при этом выступает как векторная количественная мера интенсивности взаимодействий.

Силы не только изменяют скорость движения материальных тел, но и вызывают деформацию, поэтому удобно пользоваться деформацией в качестве эталона силы, т.е. измерять силу независимо от ускорения.

Законы Ньютона. Системы отсчета делят на два класса. К одному классу относят те, в которых существует единое время и геометрия евклидова; к другому - те, в которых единого времени нет и геометрия неевклидова. К первому из указанных классов относят системы отсчета, в которых отсутствуют силы тяготения и справедлив первый закон Ньютона - закон инерции. Поэтому эти системы отсчета называются *инерциальными*. В системах отсчета, в которых имеются силы тяготения и не выполняется первый закон Ньютона - *неинерциальные*.

Первый закон Ньютона является независимым законом, выражающим критерий пригодности системы отсчета (ее инерциальность) для рассмотрения движений. Этот закон является первым в порядковом смысле, т.к. только после него можно говорить о точно определенном физическом смысле и содержании второго и третьего законов.

Тело (материальная точка), не подверженное внешним воздействиям, либо находится в покое, либо движется прямолинейно и равномерно. Такое тело называется свободным, а его движение – свободным движением, или движением по инерции.

Система отсчета, центр которой совмещен с Солнцем, а оси направлены на соответствующим образом выбранные звезды, является инерциальной гелиоцентрической системой отсчета. Любая система отсчета, движущаяся относительно инерциальной системы прямолинейно и равномерно, является инерциальной. Очевидно, что система отсчета, связанная с земной поверхностью, не является инерциальной, но ускорение ее настолько мало, что практически ее можно считать инерциальной.

Второй закон Ньютона - это не количественное определение силы, а математически выраженная физическая идея о характере связи внешних условий и динамических переменных движения материальной точки. Под силой в механике понимают всякую причину, изменяющую вектор импульса движущегося тела.

$$\text{Для материальной точки: } \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad (4)$$

где \vec{p} - вектор импульса материальной точки, $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ _{внеш} – равнодействующий вектор внешних сил. Уравнение (4) - уравнение движения.

Система материальных точек - это совокупность конечного их числа. На каждую из точек системы действуют силы двоякого происхождения: во-первых, силы, источники которых лежат вне системы (внешние силы) и, во-вторых, силы со стороны других точек системы (внутренние силы). Для системы материальных точек в равенстве (4) $\vec{p} = \sum_{j=1}^m \vec{p}_j$ - равнодействующий вектор импульса всех материальных точек, составляющих систему.

Физическое содержание этого закона состоит не в том, что сила имеет конкретное выражение, а в том, что сила определяет вторые производные координат по времени ($d\vec{v} / dt = d^2\vec{r} / dt^2$). Из инвариантности ускорения относительно преобразований Галилей следует инвариантность силы.

Третий закон Ньютона говорит о том, что во взаимодействии двух тел каждое из тел действует на другое тело с одинаковой по значению, но противоположной по направлению силой. По своей природе “действие” и

“противодействие” не отличаются. Обычно принимается, что внутренние силы удовлетворяют третьему закону Ньютона, а потому не участвуют в формировании равнодействующего вектора сил (см. формулу (4)).

Рассмотрим замкнутую систему двух материальных точек. Замкнутая система – это система тел, взаимодействующих только между собой. В этом случае справедлив закон сохранения импульса (см. далее): $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const}$. Дифференцируя это соотношение по времени, получаем: $\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0$, или на основании второго закона Ньютона (4): $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Силы взаимодействия двух материальных точек равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти материальные точки.

Тогда третий закон можно сформулировать как требование сохранения суммы импульсов взаимодействующих тел, если нет внешних сил.

Об инерциальных и неинерциальных системах отсчета. Проверкой инерциальности системы отсчета является установление факта, что движение относительно сферы неподвижных звезд происходит без ускорения и вращения.

Неинерциальной системой отсчета называется система, движущаяся ускоренно относительно инерциальной. Простейшими неинерциальными системами отсчета являются системы, движущиеся ускоренно прямолинейно, и вращающиеся системы. При построении теории движения в неинерциальных системах отсчета можно было бы принять, что ускорения тел вызываются не только силами, но и другими факторами. Но исторически был выбран иной путь - эти другие факторы были признаны силами. Получилось, что наряду с «обычными» силами взаимодействия существуют силы иной природы (факторы), названные *силами инерции*. Силы инерции подбираются по величине такими, чтобы обеспечить в неинерциальной системе отсчета фактические ускорения, но обычными силами взаимодействия объясняются лишь частично. Тогда $m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{in}$, или $\vec{F}_{in} = m(\vec{a}' - \vec{a})$, где \vec{a}' - ускорение в неинерциальной системе отсчета, называемое относительным, \vec{a} - ускорение относительно инерциальной системы отсчета, называемое абсолютным.

Центробежная и кориолисова силы инерции. Силу инерции, возникающую во вращающейся по отношению к инерциальным системам

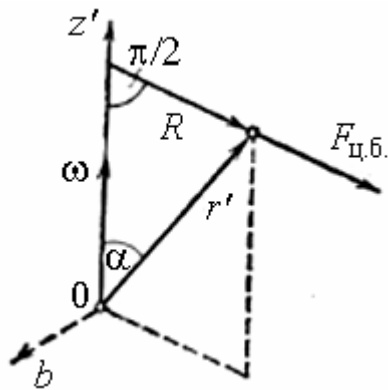


Рис. 5. К определению вектора центробежной силы (уравнение (5))

системе отсчета, называют *центробежной силой инерции*. Эта сила действует на тело во вращающейся системе отсчета независимо от того, покоится тело в этой системе или движется относительно нее со скоростью \vec{v}' . Если положение тела во вращающейся системе отсчета характеризовать радиусом-вектором \vec{r}' , то центробежную силу инерции можно представить в виде двойного векторного произведения:

$$\vec{F}_{\text{ц.б.}} = m\vec{\omega} \times \vec{r}' \times \vec{\omega}. \quad (5)$$

По определению вектор $\vec{b} = \vec{r}' \times \vec{\omega}$ направлен перпендикулярно векторам $\vec{\omega}$ и $\vec{F}_{\text{ц.б.}}$ «на нас» (рис. 5), (прил. 1) и равен по модулю $\omega r' \sin \alpha = \omega R$. Векторное произведение взаимно перпендикулярных векторов $m\vec{\omega}$ и \vec{b} совпадает по направлению с $\vec{F}_{\text{ц.б.}}$ и имеет модуль, равный $m\omega b = m\omega^2 R = \vec{F}_{\text{ц.б.}}$.

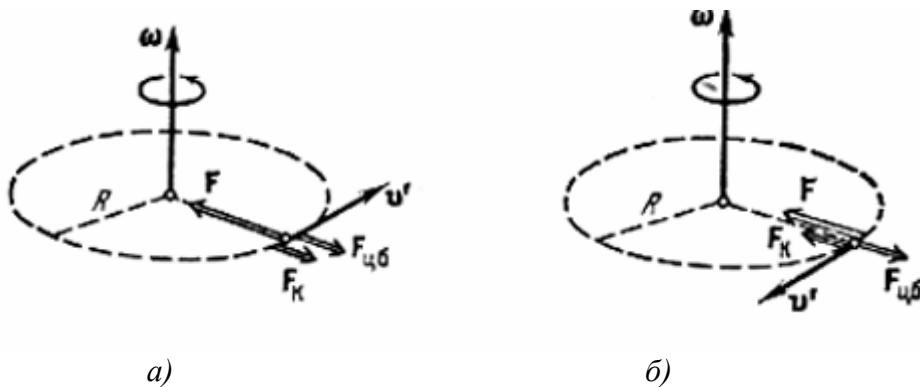


Рис. 6. К определению кориолисовой силы (уравнение (6))

При движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме центробежной силы инерции, проявляется еще одна сила, называемая *силой Кориолиса*, или кориолисовой силой инерции. Если сила $\vec{F}_{\text{ц.б.}}$ не зависит от \vec{v}' , действуя одинаково как на покоящееся, так и на движущееся тело, то сила Кориолиса при $\vec{v}' = 0$ отсутствует. Кориолисову силу инерции \vec{F}_K представляют в виде

$$\vec{F}_K = 2m\vec{v}' \times \vec{\omega}, \quad (6)$$

где ускорение $\vec{a}_K = 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$ называется *кориолисовым ускорением*. Ясно, что \vec{F}_K лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 6, а, б).

Сила Кориолиса, действующая на тело, движущееся вдоль земного меридиана в любом направлении, направлена по отношению к направлению движения вправо в северном полушарии и влево в южном. При качаниях маятника Фуко траектория движения груза имеет вид «розетки». Плоскость качаний поворачивается относительно Земли в направлении часовой стрелки, совершая за сутки один оборот.

Уравнение моментов. Моментом силы, действующей на материальную точку, относительно точки 0 (рис. 7), называется вектор

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (7)$$

где \vec{F} - равнодействующий вектор всех сил.

Моментом импульса материальной точки относительно точки 0 называется вектор

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}. \quad (8)$$

Продифференцируем равенство (8):

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (9)$$

Так как $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$, а $\vec{v} \parallel \vec{p}$, то

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} = |\sin 0 = 0| = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{и}$$

уравнение (9) превращается в уравнение моментов

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (10)$$

Для системы материальных точек:

$$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i; \quad \vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i; \quad \vec{F} = \sum_i \vec{F}_i,$$

где $\vec{F}_i = \vec{F}'_i + \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji}$, \vec{F}'_i - внешняя сила, действующая на i -тую точку из их совокупности; $\sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji}$ - внутренняя сила, действующая на точку в результате взаимодействия с другими точками.

Исходя из третьего закона Ньютона, из всей суммы внутренних сил всегда найдутся взаимнокомпенсирующие пары, т.е. $\vec{F}_{ij} + \vec{F}_{ji} = 0$. Поэтому сила, действующая на систему материальных точек есть сумма внешних сил, а момент внешних сил $\vec{M} = \sum_i \vec{M}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$.

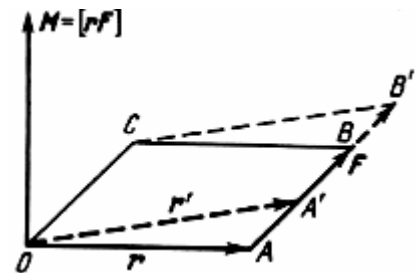


Рис. 7. К определению момента силы

Механика твердого тела

Уравнения движения твердого тела. Твердое тело - это система материальных точек и, следовательно, все утверждения и уравнения в системе материальных точек применимы и для твердого тела. Для твердого тела уравнения $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ и $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ полностью описывают характер его движения (говорят: уравнения замыкают систему), т.к. число степеней свободы твердого тела - шесть, и число проецированных этих двух уравнений тоже шесть. Необходимо только знать начальные условия.

Центр масс. При движении с малыми скоростями (нерелятивистский случай) можно ввести понятие центра масс. Для этого случая рассмотрим выражение для импульса системы точек:

$$\vec{p} = \sum_i m_{oi} \vec{v}_i = \sum_i m_{oi} \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i m_{oi} \vec{r}_i = m \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{m} \sum m_{oi} \vec{r}_i \right),$$

где под $m = \sum_i m_{oi}$ понимается масса системы, как сумма масс покоя составляющих ее точек. Радиус-вектор: $\vec{R} = \frac{1}{m} \sum_i m_{oi} \vec{r}_i$ определяет вообра-

жаемую точку, которая называется *центром масс*. Тогда $\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{V}$ - вектор

скорость ее движения и $\vec{p} = m \frac{d\vec{R}}{dt} = m\vec{V}$, т.е. представляется как произведе-

ние массы системы на скорость ее центра масс, что совершенно аналогично импульсу материальной точки, и за движением центра масс можно следить так же, как за движением материальной точки. С учетом трех последних соотношений уравнение движения системы приобретает вид:

$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}$ и эквивалентно уравнению движения материальной точки, вся

масса которой сосредоточена в центре масс, а внешние силы, действующие на точки системы, приложены к ее центру масс.

Вращение тела вокруг неподвижной оси. Пусть есть твердое тело с неподвижной осью вращения (рис. 8). Для i -й материальной частицы: $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i = m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i$.

Так как $\vec{r} \perp \vec{v}$, то модуль $L_i = m_i r_i \omega R_i$.

Очевидно, что для всех частиц твердого тела $(\vec{L}_i; \hat{\vec{\omega}}) < 90^\circ$. Поэтому проекции их на ось имеют одинаковые знаки. Итак, $L_{zi} = m_i R_i^2 \omega$, так как: $L_{zi} = L_i \cos \alpha_i = m_i r_i \omega R_i \cos \alpha_i = m_i r_i \cos \alpha_i R_i \omega$

Проецируем по всем i -м частицам:

$$L_z = \sum_i L_{zi} = \omega_z \sum_i m_i R_i^2,$$

где величина $I = \sum_i m_i R_i^2$ как сумма произведений

элементарных масс на квадраты их расстояний от некоторой оси называется *моментом инерции тела* относительно данной оси. Формула $\vec{L}_z = I \vec{\omega}_z$ по информативности аналогична формуле $\vec{p}_z = m \vec{v}_z$.

Уравнение моментов, как основное уравнение динамики вращательного движения, может

быть записано в виде $\vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}$.

Для тел с постоянной осью вращения и неизменным распределением масс около этой оси

$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \quad \vec{M} = I \vec{\epsilon}. \quad (11)$$

Теорема Штейнера. Зная момент инерции I_0 тела относительно некоторой оси, проходящей через центр масс, можно легко вычислить момент инерции относительно любой другой параллельной оси: $I = I_0 + ma^2$, где a - кратчайшее расстояние между этими осями.

Ясно, что момент инерции I_0 является минимальным.

Законы сохранения

Законы сохранения отвечают на вопрос: что в последовательности физических ситуаций, описываемой уравнениями движения, остается неизменным. Эти законы обусловлены фундаментальными свойствами пространства и времени – однородностью, изотропностью пространства и однородностью времени, поэтому выходят далеко за рамки механики.

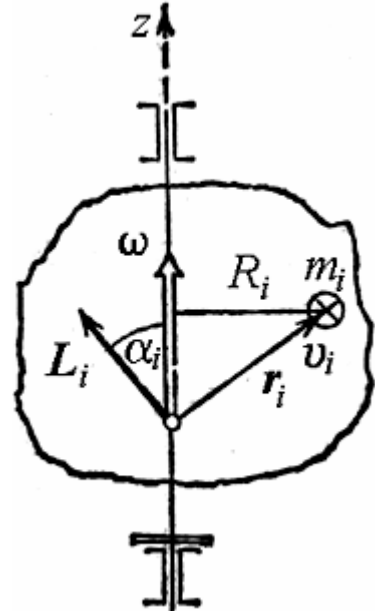


Рис. 8. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Однородность времени. Однородность времени есть одинаковость развития и изменение данной физической ситуации независимо от того, в какой момент времени эта ситуация сложилась.

Однородность пространства. Однородность пространства - свойство неизменности характеристик пространства при переходе от одной его точки к другой. Это означает, что если имеется некоторая изолированная физическая система, то развитие событий в ней не зависит от того, в точках какой области пространства эта система локализована.

Изотропность пространства. Изотропность пространства - эквивалентность различных направлений в пространстве, т.е. если имеется некоторая изолированная физическая система, то развитие событий в ней не зависит от того, как она ориентирована в пространстве.

Закон сохранения импульса. Система материальных точек или материальная точка называется *изолированной*, если отсутствуют внешние силы. Для таких систем: $\vec{F} = 0$ и уравнение движения: $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ или $\vec{p} = \text{const}$, или в проекциях на оси координат $p_x = \text{const}$, $p_y = \text{const}$, $p_z = \text{const}$. Импульс изолированной системы не изменяется при любых процессах, происходящих внутри системы: для материальной точки - в отсутствии внешних сил (она движется с постоянной скоростью по прямой линии); для системы материальных точек - ее центр масс при этом движется равномерно и прямолинейно.

Закон сохранения момента импульса. Для изолированной системы $\vec{M} = 0$ и $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, откуда $\vec{L} = \text{const}$, или в проекциях $L_x = \text{const}$, $L_y = \text{const}$, $L_z = \text{const}$. Момент импульса изолированной системы не изменяется при любых процессах, происходящих внутри системы.

Замечание. Закон сохранения \vec{p} и \vec{L} можно применять не только к изолированным системам, но и к частично изолированным, т.к. часто встречаются случаи, когда только одна или две проекции рассматриваемых векторов (\vec{p} или \vec{L}) постоянны. Тогда говорят, что система изолирована относительно указанной проекции вектора.

Работа, мощность, энергия. Элементарной работой силы \vec{F} на перемещение $d\vec{r}$ называется проекция F_l этой силы на направление перемещения, умноженное на само перемещение: $dA = F_l dr = F dr \cos \alpha$, где α - угол между \vec{F} и $d\vec{r}$.

В общем случае, когда материальная точка, двигаясь по криволинейной траектории, проходит путь конечной длины: $A = \int_L (\vec{F} d\vec{r})$ называется криволинейным интегралом вектора \vec{F} вдоль траектории L . Этот интеграл вектора \vec{F} вдоль L по определению, и дает работу силы \vec{F} вдоль кривой L (рис. 9).

Элементарная работа результирующих двух или нескольких сил равна сумме элементарных работ этих сил: $dA = dA_1 + dA_2 + \dots$. Очевидно, то же утверждение справедливо и для работ на конечных перемещениях. Единица работы 1 Дж в СИ.

Так как $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ и $d\vec{r} = \vec{v} dt$, то $A = \int \vec{v} d\vec{p}$.

Мощность - работа отнесенная к единице времени: $P = \frac{dA}{dt}$. Единица измерения P 1 Вт в СИ.

Так как $\vec{p} = m\vec{v}$, а в нерелятивистской механике масса не зависит от скорости, то $\vec{v} d\vec{p} = m\vec{v} d\vec{v}$. Здесь $\vec{v} d\vec{v} = v dv$, что справедливо для любых векторов, поэтому:

$A_{12} = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$, где v_2 - конечная скорость точки. Величина $K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$ называется *кинетической энергией* материальной точки.

Работа силы при перемещении материальной точки равна приращению кинетической энергии этой точки

$$A_{12} = K_2 - K_1. \quad (12)$$

Кинетической энергией системы называется сумма кинетических энергий материальных точек, из которых эта система состоит или на которые ее можно мысленно разделить. Тогда работа всех сил, действующих на систему материальных точек, равна приращению кинетической энергии этой системы.

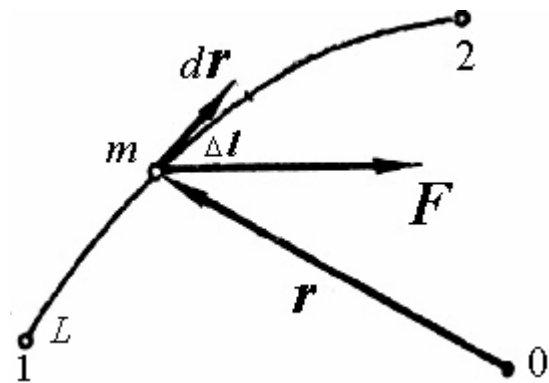


Рис. 9. К определению понятия работы силы \vec{F}

Надо обратить внимание на то, что приращение кинетической энергии определяется работой не только внешних, но и внутренних сил. Этим можно пренебречь при рассмотрении абсолютно твердого тела.

Консервативные и неконсервативные силы. Все силы, встречающиеся в макроскопической механике, принято разделять на консервативные и неконсервативные.

Поле, в котором взаимодействие между телами осуществляется центральными силами, называется полем центральных сил. Сила называется центральной, если она направлена к одной и той же точке (или от ...) и зависит только от расстояния до этой точки. Эта точка называется *центром сил* или силовым центром. Поле только центральных сил является консервативной системой. Работа центральных сил не зависит от способа (или "пути") перехода системы из начальной конфигурации в конечную.

Если силы взаимодействия зависят только от конфигурации материальных точек системы (т.е. от их координат) и работа этих сил при перемещении системы из произвольного начального положения в произвольное конечное положение не зависит от пути перехода, а определяется только начальной или конечной конфигурацией системы, то также силы называются консервативными.

Следствие: работа консервативных сил по любому замкнутому контуру равна нулю.

Все остальные силы - неконсервативные, к ним прежде всего относятся диссипативные силы (трения, сопротивления и т.п.). Все эти силы зависят не только от расположения тел, но и от их относительных скоростей (в среде) и всегда направлены против вектора скорости тел. Значит, полная работа диссипативных сил при любых движениях в замкнутой системе всегда отрицательна. К неконсервативным силам относятся гироскопические силы. Эти силы зависят от скорости материальной точки и действуют всегда перпендикулярно к вектору этой скорости.

Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии. Если на систему действуют только консервативные и гироскопические силы, то для нее вводят понятие потенциальной энергии. При этом любое произвольное (удобное для решения задачи) положение системы, характеризующееся заданием координат ее материальных точек, условно принимают за нулевое. Работа, совершаемая консервативными силами при переходе системы из рассматриваемого положения в нулевое, называется *потенциальной энергией системы в первом положении*.

Потенциальная энергия системы U является функцией только ее координат, так как работа консервативных сил не зависит от пути перехода, а только от начальных и конечных координат. Если в заданном положении потенциальную энергию считать нулевой нельзя, то необходимо говорить о разности потенциальных энергий в двух положениях.

Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии системы $A_{12} = U_1 - U_2$. Та же работа A_{12} определена приращением кинетической энергии (формула (12)). Тогда $K_2 - K_1 = U_1 - U_2$ и $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$.

Сумма кинетической и потенциальной энергии системы называется полной механической энергией: $E = K + U = \text{const}$. В системе только с консервативными и гироскопическими силами происходят лишь превращения потенциальной энергии в кинетическую и обратно, но полный запас энергии системы изменяться. Это положение называется *законом сохранения энергии* в механике.

Примеры. Потенциальная энергия U в простейших случаях:

1. Работа в однородном поле тяжести по равномерному перемещению тела вертикально на высоту h равна $A = mgh$, и при $h_0 = 0$, $U = mgh$.

2. Упругие силы, возникающие при растяжении или сжатии пружины, являются центральными, поэтому при переходе из деформированного состояния в недеформированное сила совершает работу

$$A = - \int_x^0 F dx = \int_0^x x dx = \frac{1}{2} kx^2. \text{ Если считать энергию пружины в деформиро-}$$

ванном состоянии равной 0, то $U = \frac{1}{2} kx^2$.

3. Потенциальная энергия U гравитационного притяжения двух материальных точек. Силы гравитационного притяжения, как силы центральные, являются консервативными.

При перемещении массы m из бесконечности гравитационные силы совершают работу $A = \int_{\infty}^r G \frac{Mm}{r^2} dr = G \frac{Mm}{r}$, где r - расстояние между массами M и m в конечном состоянии. Эта работа равна убыли потенциальной энергии: $A = U(\infty) - U(r)$, принимают обычно $U_{\infty} = 0$ и при таком соглашении: $U = -G \frac{Mm}{r}$ потенциальная (запасенная) энергия максимальна в ∞ , а так как мы принимаем $U_{\infty} = 0$, то при $r \rightarrow \infty$ потенциальная энергия будет убывать (поэтому получается знак минус).

Внутренняя энергия. Макроскопическая механика учитывает только кинетическую энергию макроскопического движения тел и их макроскопических частиц. При ударе, трении и иных потерях кинетическая энергия видимого движения не пропадает, а переходит в кинетическую энергию невидимого (микроскопического) беспорядочного движения атомов и молекул вещества, а так же в потенциальную энергию их взаимодействия. Эта часть энергии тела называется *внутренней*.

Связь между потенциальной энергией и силой. Взаимодействие тел можно описать либо с помощью сил, либо с помощью потенциальной энергии как функции координат взаимодействующих частиц. В макроскопической механике применимы оба способа. Первый обладает большей областью, т.к. он применим к таким силам (сила трения), для которых нельзя ввести потенциальную энергию. Второй - применим только в случае консервативных сил. (В микромире квантовой механики диссипативных сил нет, и в ней применяется только второй способ.)

Рассмотрим материальную точку, находящуюся в силовом поле неподвижных тел. Если силы консервативные, то можно ввести потенциальную энергию, которой обладает материальная точка в рассматриваемом силовом поле. Величина U будет функцией \vec{r} этой точки или ее координат x, y, z . Пусть точка претерпела произвольное б/м перемещение $d\vec{r}$ под действием силы \vec{F} . Работа силы при таком перемещении будет равной убыли потенциальной энергии: $\vec{F}d\vec{r} = -dU$ или $F_x dx + F_y dy + F_z dz = -dU$ (полный дифференциал).

Если координатные оси выбраны так, что одна из них (X) совпадает с перемещением \vec{r} , то $F_x dx = - (dU)_{y,z}$. Индексы y, z означают, что при дифференцировании они должны быть постоянными.

Величины, получающиеся в результате точного дифференцирования, называются частными производными функции U и обозначаются:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}; F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Эти три формулы можно объединить в одну и записать:

$$\vec{F} = -\text{grad}U, \quad (13)$$

где $\text{grad}U \equiv \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}$; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы осей.

Чаще применяется другая формула записи: $\vec{F} = -\nabla U$, где ∇ - “набла”) называется оператором Гамильтона:
$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}.$$

Полезно представить это графически (рис. 10). Представим себе некую поверхность как геометрическое место точек с одинаковой потенциальной энергией. Ясно, что одну из координатных осей можно совместить с \vec{n} , тогда $gradU = \frac{dU}{dn} \vec{n}$, а вектор силы \vec{F} будет направлен в противоположную сторону.

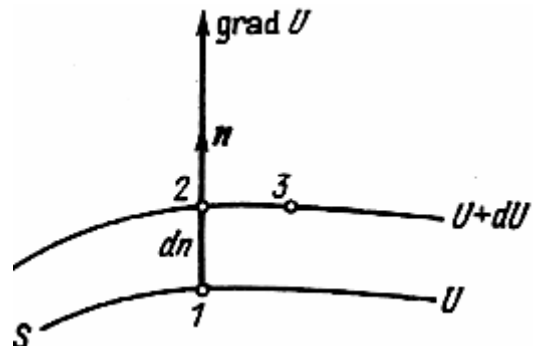


Рис. 10. К определению понятия градиента скалярной величины U

Механика жидкости и газа

Элементы механики сплошных сред. Механика сплошной среды - большая часть механики, посвященная движению газообразных, жидких и твердых деформируемых тел: таких материальных тел, которые заполняют пространство непрерывно, сплошным образом.

В отличие от твердых тел жидкости и газы в состоянии равновесия не обладают *упругостью формы*, они обладают только *объемной упругостью*. В состоянии равновесия напряжение в жидкости и газе всегда нормально к площадке, на которую оно действует, т.е. жидкости и газы - это такие среды, в которых при равновесии касательные напряжения существовать не могут. Для равновесия жидкости необходимо, чтобы сплошное поле, в котором она находится, было консервативным. Если жидкость в движении, то наряду с нормальным напряжением в ней могут возникать и касательные силы, которые определяются не самими деформациями (сдвигами), а их скоростями, т.е. производными. Поэтому их следует относить к классу сил трения или вязкости. Они называются *сдвиговыми вязкими силами*.

Каждой жидкости свойственен собственный объем, лишь незначительно меняющийся с изменением внешнего давления. Поэтому часто пользуются понятием абсолютно несжимаемой жидкости.

Газы обладают способностью к неограниченному расширению: газ полностью заполняет объем сосуда, в котором заключен.

Идеальная жидкость - жидкость, в которой при любых движениях не возникают силы вязкости как касательные, так и нормальные. Это жидкость, в которой могут присутствовать только силы нормального давления. Идеальная жидкость - абстракция, которой можно пользоваться, когда скорость изменения деформаций в жидкости невелика.

Основные уравнения равновесия и движения жидкостей. Силы, действующие в сплошной среде, обычно разделяют на силы массовые (объемные) и силы поверхностные. Массовая сила $\sim dm$ (и dV) обозначается $\vec{f}dV$, где \vec{f} - объемная плотность массовых сил. Например, объемная плотность массовых сил в поле тяжести $\vec{f} = \rho\vec{g}$.

Поверхностные силы - силы, которым подвергается каждый объем жидкости благодаря нормальным и касательным напряжениям, действующим на его поверхности со стороны окружающих частей жидкости. Для идеальной жидкости введем понятие: $\nabla p = \frac{dp}{dx}\vec{i} + \frac{dp}{dy}\vec{j} + \frac{dp}{dz}\vec{k}$ (градиент скаляра p). Это справедливо, если поле давлений определяется консервативным полем сил. Добавим условие гидростатики: жидкость покоится. В состоянии равновесия действие внешней силы в единице объема уравновешивается массовой силой \vec{f} . Получаем основное уравнение гидростатики (равновесия):

$$\text{grad}p = \vec{f}, \text{ или } \vec{f} - \text{grad}p = 0. \quad (14)$$

Правая часть показывает, что равнодействующая сила равна нулю.

Итак, при равновесии элементарного объема плотность силы \vec{f} определяется операцией градиент над однозначной скалярной функцией. А это есть необходимое и достаточное условие того, чтобы \vec{f} была бы объемной плотностью консервативной силы.

В случае движения идеальной жидкости со скоростью \vec{v}

$$\vec{f} - \nabla p = \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (15)$$

получаем *основное уравнение гидродинамики* (уравнение Эйлера).

Гидростатика несжимаемой жидкости. В случае отсутствия массовых сил, когда $\vec{f} = 0$, получаем $\frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy} = \frac{dp}{dz} = 0$. Значит, если нет массо-

вых сил, то при равновесии давления во всех точках одинаковы. В противном случае возникает движение жидкости (закон Паскаля (1623 - 1662)).

Следствие. При отсутствии массовых сил одинаковое давление на поверхности жидкости возбуждает такое же давление во всех точках внутри жидкости.

Пример. Пусть жидкость находится в поле тяжести: $\vec{f} = \rho\vec{g}$. Направим ось Z вертикально вверх. В этом случае основные уравнения равновесия (14) примут вид

$$\frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy} = 0; \quad \frac{dp}{dz} = -\rho g. \quad (16)$$

Пусть для малых значений z величина g не меняется. Пусть плотность жидкости неизменна и жидкость однородна. Интегрируя уравнение (16), получим: $p = p_0 - \rho gz$, где p_0 – давление жидкости на высоте $z = 0$. Эта формула определяет также давление жидкости на дне и стенках сосуда, а также на поверхности всякого тела, погруженного в жидкость.

Кинематическое описание движения жидкости. Для описания движения жидкости можно поступить двояко: 1. Проследить за движением каждой индивидуальной частицы жидкости, т.е. указать движение и скорость этой частицы в каждый момент времени. Этим будут определены и траектории всех частиц; 2. Проследить, что происходит с течением времени в каждой точке пространства, т.е. указать вектора скоростей различных частиц жидкости, которые в разные моменты времени проходят через одну и ту же точку пространства. Совокупность точек пространства в фиксированное время дает поле скоростей.

Линия тока - линия, касательная к которой указывает направление скорости частицы жидкости, проходящей в данный момент времени через точку касания.

При *стационарном* (установившемся) движении поле скоростей, а следовательно, и линии тока остаются постоянными с течением времени: $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r})$. Траектории частиц совпадают с линией тока.

При *нестационарном* (неустановившемся) движении поле скоростей меняется с течением времени: $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$. Линии тока, вообще говоря, не совпадают с траекториями. Траектория указывает путь одной и той же частицы жидкости за все время ее движения. Линия тока характеризует направления движения бесконечного множества частиц, которые в данный момент находятся на этой линии.

Возьмем в объеме стационарного течения жидкости произвольный замкнутый контур C и через каждую точку его в один и тот же момент времени проведем линии тока. Они расположены на некоторой трубчатой поверхности, называемой *трубкой тока*. Так как \vec{v} направлены по касательной к линиям тока, то при течении жидкость не может пересекать боковую поверхность трубки тока. В этом смысле она ведет себя подобно боковой поверхности жесткой трубки. На такие трубки можно разбить все пространство, занимаемое жидкостью. Если сечение трубки бесконечно малое, то скорость можно считать постоянной в трубке и направленной вдоль оси трубки тока.

К теореме о неразрывности струи. Масса жидкости, протекающая за время dt через S : $dm = \rho v S dt$, где S - площадь нормального (поперечного) сечения трубки. В случае стационарного течения, dm будет одной и той же для всех сечений трубки тока, и $(\rho v S)_1 = (\rho v S)_2 = \dots$. Если жидкость несжимаема, то $\rho_1 = \rho_2$ и $\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$. Для несжимаемой жидкости величина $S_i v_i$ в любом i -том сечении одной и той же трубки тока должна быть одинакова. Отсюда следует, что скорость жидкости в одной и той же трубке тока тем больше, чем уже поперечное сечение трубки, и при переменном сечении трубки тока частица несжимаемой жидкости движется с ускорением. Результаты применимы к реальным жидкостям и газам, если их сжимаемостью можно пренебречь.

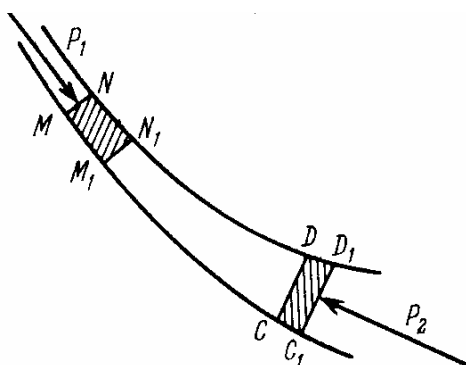


Рис. 11. К выводу формулы Бернулли

Уравнение Бернулли. Для упрощения решения задачи изучения движения жидкости делают предварительные упрощения, т.е. пренебрегают некоторыми основными (для данной задачи) свойствами жидкости:

- 1) силой вязкости, рассматривая случай идеальной жидкости; единственные поверхностные силы - это силы нормального давления p , а само давление p однозначно определяется плотностью и температурой;
- 2) жидкость считается несжимаемой;
- 3) движение считается стационарным;
- 4) теплообменом между частями жидкости и внешней средой.

Рассмотрим стационарное движение жидкости в консервативном поле сил, например, поле силы тяжести. Применим к этому течению закон

сохранения энергии. Выделим бесконечно узкую трубку (рис. 11). Рассмотрим объем $MNDC$. Пусть он переместился в бесконечно близкое положение $M_1N_1D_1C_1$. Вычислим работу A , совершаемую при этом силами давления. По определению трубки тока, давление действующее на боковую поверхность трубки тока, перпендикулярно к перемещению и работы не совершает. При перемещении границы MN в положение M_1N_1 совершается работа $A_1 = p_1 S_1 l_1$, где $l_1 = MM_1$, $S_1 l_1 = \Delta V_1 = \frac{\Delta m_1}{\rho_1}$.

Работа при перемещении границы CD в C_1D_1 : $A_2 = p_2 \frac{\Delta m_2}{\rho_2}$. При стационарном движении $\Delta m = \text{const}$, тогда $A = A_1 - A_2 = \left(\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right) \Delta m$ - приращение полной энергии жидкости. Но энергия жидкости в объеме M_1N_1DC не изменилась, поэтому ΔE равна разности энергий массы жидкости Δm в положениях: CDD_1C_1 и MNN_1M_1 .

Обозначим полную энергию, приходящуюся на единицу массы жидкости ε . Тогда $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \Delta m$. Приравнявая эту величину к работе и сокращая на Δm , получаем: $\varepsilon_1 + \frac{p_1}{\rho_1} = \varepsilon_2 + \frac{p_2}{\rho_2}$, откуда получаем уравнение

в форме уравнения Бернулли: $\varepsilon + \frac{p}{\rho} = B$, где постоянная Бернулли $B = \text{const}$

вдоль одной и той же линии тока при стационарном течении идеальной жидкости.

Пример. В поле тяжести Земли: $\varepsilon = \frac{v^2}{2} + gh$, тогда для единицы массы жидкости: $\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = B' = \text{const}$.

Вязкость. В реальных жидкостях, кроме сил нормального давления, на границах движущихся элементов жидкости действуют еще касательные силы вязкости. Давление в жидкости падает в направлении ее течения (в отличие от случая, описываемого уравнением Бернулли). Для стационарности течения на концах трубы необходимо поддерживать постоянную разность давления, уравновешивающую силы вязкости.

Эксперимент Ньютона. Представим две бесконечно длинные параллельные пластины (рис. 12) с площадью S : нижняя - AB - покоится, верхняя - CD - движется с постоянной скоростью \bar{v}_0 . Для поддержания равномерного движения пластины CD к ней должна быть приложена постоянная сила \vec{F} , направленная в сторону движения. На пластину AB должна действовать такая же, но противоположно направленная сила, удерживающая эту пластину в покое. Ньютон экспериментально установил, что величина этой силы пропорциональна скорости и площади пластины, но обратно пропорционально расстоянию h между пластинами.

Пусть теперь движутся обе пластины равномерно и параллельно друг другу: пластина AB - со скоростью v_1 , пластина CD - со скоростью v_2 . Тогда сила вязкости определится как $F = \eta S \frac{v_2 - v_1}{h}$, где η - постоянная, называемая *вязкостью жидкости*. Она не зависит от материала пластин, но определяется внутренним состоянием жидкости и в первую очередь - температурой.

Таким образом под вязкостью понимают как явление, так и коэффициент, характеризующий свойства текущей жидкости. Иногда пользуются величиной $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, называемой *кинематической вязкостью*, тогда величину η , отличая ее от ν , называют *динамической вязкостью*.

Биологические жидкости, состоящие из сложных и крупных молекул и образующие устойчивые пространственные структуры, являются неньютоновскими. Их вязкость (при прочих равных условиях) намного превосходит вязкость ньютоновских жидкостей, потому что при течении этих жидкостей работа внешней силы затрачивается не только на преодоление истинной, ньютоновской, вязкости, но и на разрушение структуры. Кровь является неньютоновской жидкостью.

Стационарное движение жидкости в прямолинейной трубе. Фор-

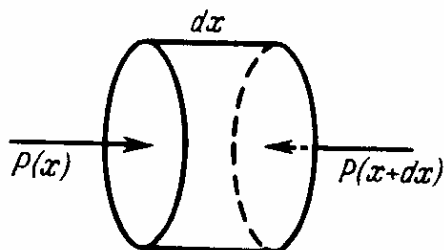


Рис. 13. К выводу формулы Пуазейля

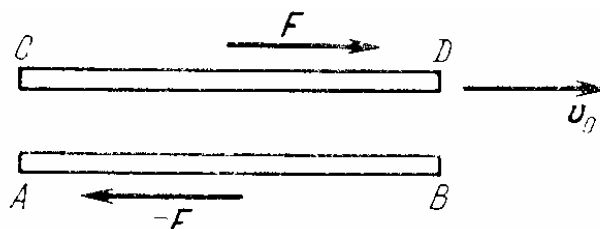


Рис. 12. К эксперименту Ньютона

мула Пуазейля. Пусть вязкая несжимаемая жидкость течет вдоль прямой цилиндрической трубы радиусом R . Линии тока параллельны оси трубы.

Если выделить бесконечно узкую трубку (рис. 13), то из условия несжимаемости последует, что скорость течения \vec{v} вдоль всей трубки тока будет одна и та же. Конечно, скорость изменяется по радиусу трубы $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r})$.

Примем за ось трубы ось X , направленную в сторону течения жидкости. Выделим в трубе произвольный цилиндрический элемент длиной dx и радиуса r . На его боковую поверхность в направлении движения действует касательная сила вязкости $dF = 2\pi r\eta \frac{dv}{dr} dx$.

В том же направлении на основания этого цилиндра действует сила разности давлений $dF_1 = \pi r^2 [P(x) - P(x + dx)] = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx$.

При течении стационарном сумма этих двух сил должна быть равна нулю, поэтому $2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dp}{dx}$.

Ясно, что Δp по оси X подбирается постоянным и таким, чтобы $v(r)$ и, следовательно, и $\frac{dv}{dr}$ не менялись с изменением X . Тогда $\frac{dp}{dx} = \frac{p_2 - p_1}{l}$, где p_1, p_2 - давление на входе и выходе трубы, соответственно.

Приходим к следующей форме уравнения: $\frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r$.

Интегрируя его, получаем $v = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r^2 + C$.

Постоянная C определяется из краевых условий: на стенке трубы при $r = R$ скорость должна обращаться в ноль. Это дает

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Получаем промежуточный результат: v_{\max} - на оси трубы ($r = 0$), а при удалении от оси $v(r)$ спадает по параболическому закону.

Определим расход жидкости: количество жидкости, ежесекундно протекающее через поперечное сечение трубы. В общем случае

$dQ = 2\pi r dr \cdot \rho v$ - масса жидкости, ежесекундно протекающая через кольцо с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$. Подставим выражение скорости и проинтегрируем по r : $Q = \pi\rho \frac{P_1 - P_2}{2\eta l} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr$

или $Q = \pi\rho \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} R^4$. Формула Пуазейля (1799 - 1869)

Расход жидкости пропорционален разности давлений, четвертой степени радиуса трубы и обратно пропорционален длине трубы и вязкости текущей жидкости. Формула была экспериментально получена независимо в 1839 г. Гагеном (исследовал движение воды в трубах) и в 1840 г. Жаном Пуазейлем (течение жидкостей в капиллярах). Формула Пуазейля справедлива только для ламинарных течений жидкости. Ламинарное (слоистое) течение - частицы жидкости движутся вдоль прямолинейных траекторий, параллельных оси трубы. При больших скоростях ламинарное течение становится неустойчивым и переходит в турбулентное течение, к которому формула Пуазейля неприменима.

Метод размерностей позволяет получить законы Пуазейля в более общем виде для случая прямолинейных труб произвольного поперечного сечения: $Q = C \frac{P_1 - P_2}{\eta l} \rho S^2$, где C - постоянная характеризующая форму поперечного сечения и определяемая чаще всего экспериментально.

Элементы теории гидродинамического подобия. Пусть имеется произвольный изотермический поток жидкости, обтекающий какое-нибудь тело или систему тел. Интуитивно понятно, что можно данное расположение тел и течений с той или иной точностью повторить, т.е. создать подобие системы. При этом, однако, надо повторить основные параметры данной системы: $\vec{v}; v_0; \vec{r}; l; \rho; \eta; c; g; \tau$, где \vec{r} и \vec{v} - радиус-вектор и скорость жидкости в подобно расположенных точках, l - характерный размер, v_0 - характерная скорость потока (например, скорость жидкости, с которой она из «бесконечности» натекает на рассматриваемую систему тел), ρ - плотность жидкости, η - вязкость, c - скорость звука в рассматриваемой жидкости (ее используют вместо сжимаемости), g - ускорение свободного падения (вводят, если существенно гравитационное поле), τ - характерное вре-

мя заметного изменения течения (используют при нестационарном течении).

Пытаясь создать идентичные системы, экспериментаторы пришли к выводу, что идентичность по совокупности и по каждому параметру создавать не надо. Необходимо, чтобы системы были аналогичны или подобны. А так как параметры системы, вообще говоря, могут быть различны, то удобно пользоваться функциональными, безразмерными коэффициентами (несущими большую качественную информацию о системе).

Представим шесть основных безразмерных комбинаций этих параметров: 1. $\frac{\vec{v}}{v_0}$; 2. $\frac{\vec{r}}{l}$; 3. Число Рейнольдса: $Re = \frac{\rho l v_0}{\eta} = \frac{l v_0}{\nu}$; 4. Число Фруда: $F = \frac{v_0^2}{l \cdot g}$; 5. Число Маха: $M = \frac{v_0}{c}$; 6. Число Струхала: $S = \frac{v_0 \tau}{l}$.

Безразмерные отношения и числа, являясь безразмерными коэффициентами в уравнении движения вязкой жидкости, выступают в качестве критериев гидродинамического подобия (табл. 1).

Таблица 1. Основные критерии подобия

Символ и формула критерия	Наименование	Физический смысл
$\frac{\vec{v}}{v_0}$	Критерий подобия поля скоростей	Характеризует поле скоростей, являясь отношением скорости течения в каждой данной точке к характерной для этого течения скорости
$\frac{\vec{r}}{l}$	Критерий геометрического подобия	Характеризует масштабное расположение элементов жидкости относительно и по отношению к характерному размеру
$Re = \frac{\rho l v_0}{\eta} = \frac{l v_0}{\nu}$	Критерий режима движения. Число Рейнольдса	Характеризует режим движения при вынужденной конвекции, являясь отношением сил инерции и сил вязкости
$F = \frac{v_0^2}{l \cdot g}$	Критерий гравитационного подобия. Число Фруда	Характеризует соотношение сил тяжести и сил инерции в потоке

$M = \frac{v_0}{c}$	Критерий сжимаемости жидкости. Число Маха	Характеризует сжимаемость жидкости при увеличении ее характерной скорости
$S = \frac{v_0 \tau}{l}$	Критерий гидродинамической гомохронности. Число Струхали	Характеризует меру отношения переносного (конвективного) ускорения к ускорению в данной точке

В виду особой важности двух критериев Re и F дадим иное их толкование, дополнительно к табличному. По порядку величины число Рейнольдса есть отношение кинетической энергии жидкости к потере ее, обусловленной работой сил вязкости на характерной длине. По порядку величины число Фруда определяет отношение кинетической энергии жидкости к приращению ее, обусловленному работой силы тяжести на пути, равному характерной длине. Чем больше F - тем больше роль инерции по сравнению с тяжестью.

По правилу размерности каждая комбинация является функцией остальных, например: $\frac{\vec{v}}{v_0} = f\left(\frac{\vec{r}}{l}; Re; F; M; S\right)$. Если для двух течений совпадают пять, то совпадают и шестые.

Это - общий закон подобия течений, а течения называют механически или гидродинамически подобными.

Пример пользования: а) для стационарных течений τ , а следовательно и S обращаются в ∞ ; б) для несжимаемых жидкостей $M = 0$. Таким образом, для условий а) + б): $\vec{v} = v_0 f\left(\frac{\vec{r}}{l}; Re; F\right)$, т.е. течения подобны, если они имеют одинаковые Re и F .

Ламинарный и турбулентный режимы течения. Гидродинамическая неустойчивость. До сих пор при изучении движений жидкости мы подразумевали ламинарные (слоистые) течения жидкостей и газов, особенностью которых является регулярность. При достаточно больших скоростях ($\vec{v} > \vec{v}_{кр}$ или $Re > Re_{кр}$) ламинарное течение оказывается неустойчивым и переходит в турбулентное течение, гидродинамические характеристики которого (v ; p , а для газов ρ и T) быстро и нерегулярно изменяются во времени (флуктуируют).

Турбулентное течение - нестационарное. На регулярное движение накладываются нерегулярные колебания и вращения - пульсации, которым свойственны определенные периоды времени. В геометрически подобных

системах переход от ламинарного к турбулентному течению должен происходить при одних и тех же значениях числа Re (закон Рейнольдса).

Характер течения жидкости по трубе зависит от свойств жидкости, скорости ее течения, размеров трубы и определяется числом Рейнольдса.

Течение крови в артериях в норме является ламинарным с небольшой турбулентностью возле клапанов. Течение может турбулизоваться при патологическом падении величины вязкости. Преодоление турбулентности приводит к добавочной работе сердца.

Пример. Рассмотрим применение теории размерностей для определения силы Стокса. Пусть тело перемещается относительно жидкости. Силу, действующую на тело со стороны набегающего потока жидкости, можно разложить на две составляющие: в направлении потока F_x (лобовое сопротивление) и перпендикулярную к потоку F_y (подъемная сила). Теория размерностей предполагает сначала определить все характерные параметры для системы. Поставить начальные условия: например, стационарное течение и несжимаемая жидкость. Составляют (или подбирают) безразмерные комбинации величин: \vec{F} , ν , η , ρ , S ($l \sim \sqrt{S}$) Введем две безраз-

мерные комбинации: $\frac{\vec{F}}{\rho \nu^2 S}$ и $Re = \frac{\rho l \nu}{\eta}$. Используют правило теории раз-

мерностей: одна из комбинаций является функцией другой. Тогда: $F = \frac{\rho \nu^2}{2} SC(Re)$ или $F_x = \frac{\rho \nu^2}{2} SC_x(Re)$, $F_y = \frac{\rho \nu^2}{2} SC_y(Re)$. По определению, для малых Re основную роль играют вязкостные силы (инерция, плотность жидкости, перепад давлений - не играют существенной роли). Значит, при малых Re надо определить основную действующую силу: силу лобового сопротивления, определяемую почти исключительно вязкостью. Поэтому в формуле $F_x = \frac{\rho \nu^2}{2} SC_x(Re)$ плотность ρ должна выпадать, а это возможно

только тогда, когда $C_x = A/Re$, где A - безразмерная постоянная. Тогда $F_x = A\eta l \nu$, A - коэффициент, зависящий от формы тела и его ориентации. Простейшим является случай с шаром с $A = 6\pi$, определенным экспериментально Джоржем Стоксом (1819 - 1903). При l , равном радиусу шара a , получаем формулу Стокса: $F_x = 6\pi\eta a \nu$.

Потенциальные и вихревые движения. Рассмотрим поле скоростей жидкости $\vec{v}(\vec{r})$ в фиксированный момент времени. Выделим в жидкости произвольный замкнутый контур L и на нем установим положительное направление обхода (рис. 14).

Интеграл $\Gamma = \oint_L v_\tau dl = \oint_L (\vec{v} dl)$ называется циркуляцией вектора скорости по контуру L . Если Γ по любому замкнутому контуру обращается в ноль, то движение жидкости называется *потенциальным*, если $\Gamma \neq 0$ - *вихревым*.

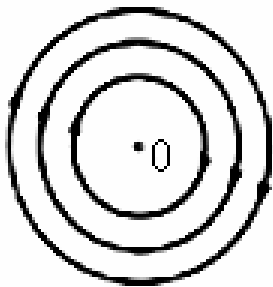


Рис. 15. Плоское течение жидкости

Всякое течение идеальной жидкости, возникшее из состояния покоя под действием консервативных сил, является потенциальным, например: течение жидкости вдоль параллельных прямых линий с постоянной скоростью.

Примером вихревого движения может служить плоское течение жидкости, когда частицы последней вращаются по концентрическим окружностям с одной и той же угловой скоростью $\vec{\omega}$ (рис. 15). В этом случае для окружности с r : $\Gamma = 2\pi r v$,

или $\Gamma = 2\pi r^2 \omega$.

Отношение к площади контура $\frac{\Gamma}{\pi r^2} = 2\omega$ не зависит от r . Предел

$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Gamma}{\pi r^2} = |\text{rot} \vec{v}| = 2\omega$ называют модулем *вихря* или *ротора* скорости \vec{v} , или, точнее проекцией вектора ротора на направление, перпендикулярное к плоскости контура: $\text{rot}_n \vec{v} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Gamma}{\Delta S}$, где n - индекс нормали.

Теорема Жуковского. Рассмотрим движение жидкости относительно тела в форме крыла или совокупности крыльев.

Условия:

- а) длина крыла бесконечно большая;
- б) крыло несимметрично или несимметрично расположено относительно горизонтальной плоскости, в которой оно движется;

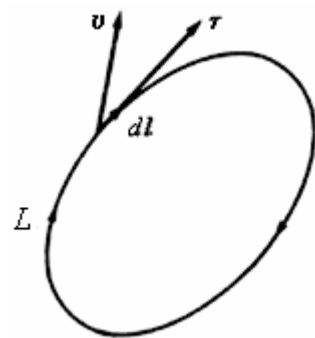


Рис. 14. К понятию циркуляции вектора \vec{v} : $\vec{\tau}$ - единичный вектор касательной, dl - элемент длины контура.

- в) крыло движется в идеальной жидкости (безвязкостной);
- г) вокруг крыла установилась циркуляция скорости постоянной величины;
- д) невозмущенный поток горизонтален, т.е. в системе отсчета, в ко-

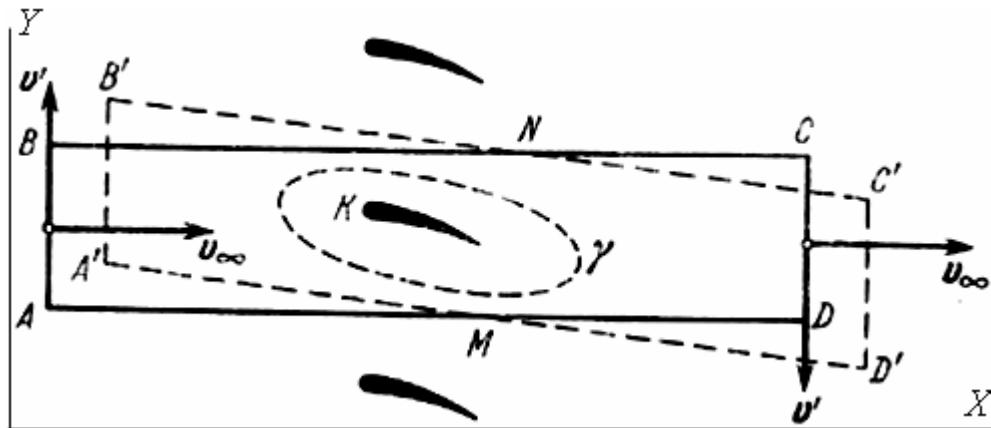


Рис. 16. К выводу формулы Жуковского-Кутта

торой крыло неподвижно, движение жидкости потенциально, но с циркуляцией.

Пусть X направлена вдоль потока, ось Y - нормально потоку (рис. 16). Проведем прямоугольный контур $ABCD$, горизонтальные стороны которого проходят посередине между соседними крыльями. За время dt жидкость из $ABCD$ переместится в объем $A'B'C'D'$. Вертикальная скорость \vec{v}' обусловлена циркуляцией. Искомое приращение импульса $d\vec{P}$ найдется, если из импульса в объеме $CC'D'D$ вычтем импульс в объеме $AA'B'B$. Каждый из этих объемов равен $lv_\infty dt$, где $l = AB = CD$, скорость невозмущенного течения \vec{v}_∞ постоянна, а вертикальные скорости \vec{v}' вдоль AB и CD равны по модулю. Поэтому приращение получает только вертикальная составляющая импульса, и оно равно $dp_y = -2lv_\infty \rho v' dt$. Но $2lv' = \Gamma$ и есть циркуляция скорости \vec{v}' по контуру $ABCD$. Тогда: $dp_y = -\Gamma \rho v_\infty dt$.

Применяя второй закон Ньютона, получаем формулу Жуковского-Кутта $F_y = \Gamma \rho v_\infty$.

Подъемная сила. Для возникновения подъемной силы необходимо, чтобы крыло было *несимметрично* или *несимметрично расположено* относительно горизонтальной плоскости, в которой оно движется. Такая несимметрия формирует локальные обратные течения, которые вырождаются в вихри.

Допустим, что в результате отрыва какая-то малая масса воздуха, ранее находившаяся в пограничном слое снизу от крыла, унесена потоком в виде одного или нескольких вихрей. Обладая вращением, эта масса унесет и связанный с ней момент импульса. Но общий момент импульса воздуха не может измениться. Если отрыв пограничного слоя сверху от крыла не произошел, то для сохранения момента импульса воздух во внешнем потоке должен начать вращаться вокруг крыла по часовой стрелке. Иными словами, во внешнем потоке вокруг крыла должна возникнуть циркуляция скорости воздуха по часовой стрелке, накладываемая на основной поток. Скорость потока под крылом уменьшится, а над ним - увеличится. К внешнему потоку применимо уравнение Бернулли. Из него следует, что в результате циркуляции давление под крылом возрастет, а над ним - уменьшится. Возникшая разность давлений проявляется в подъемной силе, направленной вверх. Наоборот, если унесенные вихри образовались из частиц пограничного слоя сверху крыла, то возникнет циркуляция против часовой стрелки, а подъемная сила будет направлена вниз. Теперь ясно, что подъемная сила крыла самолета создается не от ударов частичек воздуха о наклонную поверхность крыла, преграждающую путь воздуху, а благодаря различию в скоростях воздушного течения под и над крылом.

Для пояснения вышесказанного рассмотрим тонкую пластинку, поставленную на пути потока идеальной жидкости. Если пластинка ориентирована вдоль потока, то критические точки, в которых скорость жидкости обращается в нуль, находятся на краях A и B (рис. 17, a). Если пластинка

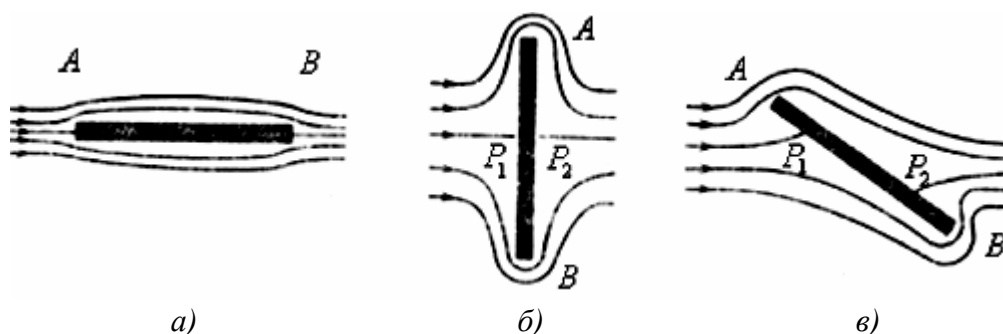


Рис. 17. Тонкая пластинка в потоке идеальной жидкости

поставлена перпендикулярно к потоку, то обе критические точки смещаются к центру пластинки, а скорость течения достигает максимума на краях пластинки A и B (рис. 17, б). Если же пластинка поставлена наклонно к потоку (рис. 17, в), то критические точки P , занимают промежуточные положения между центром пластинки и ее краями. Скорость течения по-

прежнему максимальна на краях пластинки. В окрестности критической точки P_1 она больше снизу, чем сверху, так как нижний поток расположен значительно ближе к краю B пластинки, чем верхний к краю A . Такая же картина течения образуется в начальный момент и при течении вязкой жидкости.

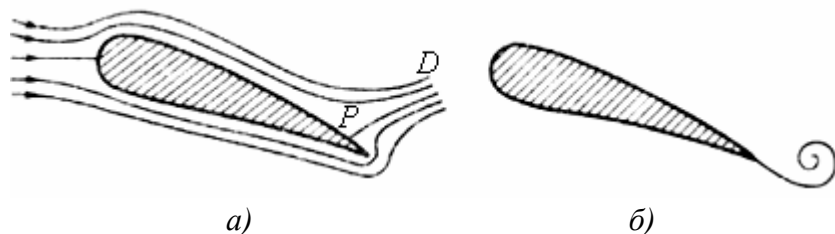


Рис. 18. Профиль крыла в потоке воздуха

крыла и встречается вдоль линии PD с потоком, огибающим крыло сверху. Здесь образуется поверхность раздела, свертывающаяся в вихрь с вращением против часовой стрелки (рис. 18, а, б). Вихри уносят момент импульса, а вокруг крыла образуется циркуляция по часовой стрелке.

Итак, циркуляционное течение вокруг профиля крыла образуется как реакция на “начальный вихрь”, который отделяется от задней кромки крыла в начало движения и относится течением. Таким образом, вихри возникают парами - равные по интенсивности, но с противоположными направлениями вращения.

Эффект Магнуса. Когда поступательное движение тела в воздушной среде сочетается с вращательным, на тело действует сила, направленная перпендикулярно поступательному движению воздуха.

Если неподвижный круглый цилиндр обтекается равномерным потоком воздуха, перпендикулярным к его оси, то вследствие симметрии возникает только лобовое сопротивление, но никакой подъемной силы не появляется. Однако, если цилиндр привести во вращение, то появляется подъемная сила, перпендикулярная к направлению внешнего потока, и цилиндр отклоняется в сторону. Это явление называется *эффектом Магнуса* (1802 - 1870). Допустим, что вращающийся цилиндр обдувается рав-

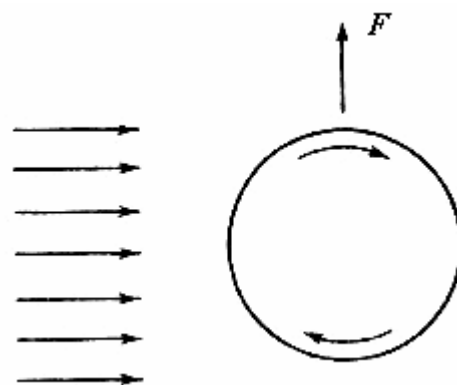


Рис. 19. К объяснению эффекта Магнуса

номерным потоком воздуха слева направо (рис. 19). Сверху цилиндра направление потока совпадает с направлением вращения цилиндра, а снизу - противоположно ему. Частицы в пограничном слое сверху цилиндра ускоряются потоком, что препятствует отрыву пограничного слоя. Наоборот, снизу поток тормозит движение в пограничном слое и способствует его отрыву. Отрывающиеся части пограничного слоя уносятся потоком в виде вихрей, в которых направление вращения происходит против часовой стрелки. Вследствие этого вокруг цилиндра возникает циркуляция скорости в противоположном направлении, т.е. в том же направлении, в каком вращается цилиндр. Вместе с циркуляцией появляется и подъемная сила, направленная вверх. При изменении направления вращения цилиндра на противоположное подъемная сила также меняет направление на противоположное. Разумеется, и в этом случае (для бесконечно длинного цилиндра) величина подъемной силы определяется формулой Жуковского - Кутта.

Об упругих деформациях и напряжениях

Упругими называются деформации, исчезающие после прекращения действия сил. *Малыми* - называют упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука. Различные части деформированного тела взаимодействуют между собой на поверхностях, вдоль которых они граничат друг с другом. Сила, отнесенная к единице площади такой поверхности dF/dS , называется *напряжением*, действующим в соответствующей точке на границе раздела.

Растяжение и сжатие стержней. Закон Гука. Деформация стержня связана с возникновением упругих сил, с которыми каждая часть стержня действует на другую, с которой оно граничит. Если стержень растянут, то напряжение называют *натяжением*: $T = F/S$. Если стержень сжат, то напряжение называют *давлением*: $p = F/S$. Ясно, что $T = -p$.

Для малых деформаций $T = E \frac{\Delta l}{l_0}$ или $p = -E \frac{\Delta l}{l_0}$, где E - модуль Юнга

(функция материала и его физического состояния): $E = \frac{\Delta l}{l_0}$, где Δl - абсолютное удлинение стержня. Для малых деформаций выполняется принцип их суперпозиции.

Под действием растягивающей или сжимающей силы F изменяются не только продольные, но и поперечные размеры стержня. Величина $-\frac{\Delta a}{a_0} \approx -\frac{\Delta a}{a}$ называется *относительным поперечным сжатием* стержня.

Здесь $\Delta a = a - a_0$, a_0 - толщина до деформации, a - толщина после деформации. Отношение относительного поперечного сжатия к соответствующему относительному продольному удлинению называется коэффициентом Пуассона: $\mu = -\frac{\Delta a}{a} : \frac{\Delta l}{l} = -\frac{\Delta a l}{\Delta l a}$, где μ - функция только материала тела. Упругие постоянные E и μ полностью характеризуют упругие свойства изотропного материала. Все прочие упругие постоянные могут быть выражены через E и μ .

Часть 2. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Основные положения. Наиболее простой моделью системы многих частиц является *идеальный газ*. Это газ, по определению, состоящий из точечных материальных частиц с конечной массой, между которыми отсутствуют силы, действующие на расстоянии, и которые сталкиваются между собой по законам соударения шаров. Соударения происходят по законам абсолютно упругого удара. Других способов взаимодействия нет. В реальных системах это справедливо, когда энергией взаимодействия можно пренебречь по сравнению с энергией самих частиц.

Размер частиц идеального газа, как твердых правильных сфер, намного меньше среднего расстояния между ними, именно поэтому интервал времени между столкновениями много больше времени самого столкновения, значит, можно считать, что частицы движутся равномерно и прямолинейно подавляющую долю времени наблюдения.

В результате многочисленных столкновений следует оценивать следующие эффекты: 1. Частицы выделенной группы наблюдения после столкновений рассеиваются в пространстве, занимая в конце концов бесконечно большой объем. Поэтому идеальный газ ограничивают или визу-

ально, или стенками. Например, при равновесии стенки можно заменить замкнутой границей, (визуально) выделенной в самом газе, через которую происходит лишь обмен молекул, эквивалентный упругому отражению молекул от стенок. Если стенки материальны, то частицы будут отражаться от них по законам упругого удара, передавая стенке суммарный импульс силы. Следствием этого является давление газа на стенку.

Частицы обмениваются энергией, изменяя свои скорости и координаты внутри объема. Тогда, при неизменных внешних параметрах, в газе установится равновесное состояние. Любое отклонение от такого состояния сглаживается благодаря непрерывному хаотическому движению и столкновениям частиц, и за короткое время (время релаксации) газ снова приходит в равновесное состояние по любому макропараметру. Тогда при постоянных внешних параметрах за интервалы времени, большие времени релаксации, можно считать состояние газа равновесным.

Столкновения частиц приводят не только к установлению в газе одинаковой плотности, но и к равномерному распределению в пространстве направлений движения частиц: сколько частиц движется в одном направлении, столько же в среднем движется в любом другом, в том числе и в противоположном. В результате давление в идеальном газе оказывается изотропным. Отсутствие направленного потока в газе при равновесии указывает, что средние скорости и число частиц, движущихся в разных направлениях, оказывается одинаковым.

Известны три метода как три принципиальных подхода к изучению систем многих частиц: *динамический*, *статистический* и *термодинамический*.

Динамический метод. Поведение системы, состоящей из сравнительно небольшого числа частиц, можно описать чисто механически. Так, если в некоторый момент времени известны координаты и скорости всех частиц системы и известен закон их взаимодействия, то решая уравнения классической механики, можно найти эти координаты и скорости в любой последующий момент времени. Таким образом можно полностью определить состояние системы.

Метод исследования, однозначно определяющий последующее состояние системы по предыдущему, называется *динамическим*.

Для макроскопических систем, состоящих из очень большого числа частиц, такой путь построения теории невозможен. Вся получаемая ин-

формация становится необозримой для мысленного восприятия и даже простая ее фиксация превосходит возможности любых технических средств, не говоря уже о технической неосуществимости ее обработки. Более того, информация об отдельных частицах в своей непосредственной форме непригодна для теоретического анализа и бесполезна с практической точки зрения.

При нормальных условиях (н.у.) в 1 см^3 воздуха содержится примерно $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул. Это значит, что для записи в некоторый момент времени положений и скоростей всех молекул потребовалось бы зафиксировать $6,27 \cdot 10^{19}$ чисел. При скорости фиксации 1 млн чисел в секунду требуется около 6 млн лет.

Сама форма информации непригодна для теоретического анализа поведения системы в целом. Это обусловлено тем, что каждая молекула при н.у. испытывает примерно 10^9 столкновений в секунду. Поэтому, если лишь слегка изменить только направление скорости и только одной молекулы, то через $N \cdot 10^{-9}$ с, изменятся скорости у 2^N других молекул, а следовательно изменится и их положение. С другой стороны, ясно, что если даже у 1 миллиарда частиц изменить направление скорости, то эти изменения будут столь же несущественны для системы частиц в целом, сколь несущественно, например, для человечества в целом возникновение острой зубной боли у одного из людей.

Очевидно, что динамический метод эффективен только в применении к системам с небольшим числом степеней свободы.

Статистический метод. Для изучения системы многих частиц информация должна иметь обобщенный характер и относиться к совокупности больших количеств частиц. Но тогда должны появляться и иные понятия, относящиеся уже не к отдельным частицам, а к их большим совокупностям. Именно большое число частиц в системе определяет появление новых, по своему характеру статистических, закономерностей во внутренней динамике этих систем. Кроме того, и квантово-механические закономерности по своей природе являются статистическими. Поэтому этот метод можно и надо применять и при небольших количествах частиц.

Статистическим методом исследования называют такой метод, при котором предыдущее состояние системы определяет последующее не адекватно, а лишь с некоторой вероятностью. Величина вероятности является количественной оценкой прогноза последующего состояния. Задача сво-

дится к идентификации функции распределения вероятностей по известной классификации видов распределений. Найденная функция распределения позволит вычислить средние значения случайных физических величин. Характер функций распределений зависит от индивидуальных свойств частиц, образующих систему.

Термодинамический метод. Модель идеального газа определяется параметрами, характеризующими систему в целом (без рассмотрения внутренней структуры). Теория строится на общих положениях (например, на выполнении закона сохранения энергии), и с их помощью определяются связи между этими параметрами. Этот метод позволяет изучать явления без знания их внутренних механизмов. А статистический метод поможет понять суть явлений. Поэтому эти 2 метода дополняют друг друга, и их комбинированное применение очень эффективно.

Статистический метод

Вероятность. Случайные величины непрогнозируемы: сами величины, выраженные в числах и значениях этих чисел, нельзя заранее предсказать. Одна случайная величина как число не может быть предсказана (предопределена), но совокупность (массив) случайных величин подчиняется закономерностям, которые изучает *теория вероятности*. Следовательно, чтобы “включить” эти закономерности, надо набрать эту совокупность. Как набирать ее, объясняет *математическая статистика*.

Количественной характеристикой предсказания (прогнозирования) является вероятность, определяемая в форме $P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_A}{N}$, где N_A - число опытов с результатом A , N - число опытов, испытаний, $P(A)$ - вероятность результата A .

Метод ансамблей. Был введен в статистическую физику в 1902 г. американским физиком Дж. Гиббсом (1839 - 1903). Этот метод является одним из статистических методов изучения систем частиц газа.

Сосуд с заключенными в нем частицами называется *статистической системой*. Совокупность одинаковых статистических систем называется *статистическим ансамблем*. Под словом “одинаковых” подразумеваются одинаковые объем сосудов, число частиц, сами частицы.

Статистический ансамбль - собрание большого числа взаимодействующих между собой систем, каждая из которых удовлетворяет тем же ус-

ловиям, что и рассматриваемая нами система. Ансамбль, не зависящий от времени, - это ансамбль, в котором число систем с данными свойствами одно и то же в любое время.

Вероятность: вероятность P_r осуществления данного случая в рассматриваемой системе определяется с помощью статистического ансамбля из N таких систем. Если случай r осуществился в N_r системах ансамбля, то $P_r = N_r/N$ (при $N \rightarrow \infty$). Случай - исход опыта или результат наблюдения.

Статистическая независимость: два случая статистически независимы, если осуществление одного из них не зависит от осуществления или неосуществления другого.

Пример. Вместо того, чтобы сконцентрировать внимание на данной системе A , которая нас интересует, рассмотрим набор систем (ансамбль), состоящий из большого числа N "одинаковых" систем. В принципе N можно представить себе сколь угодно большим ($N \rightarrow \infty$). Системы предполагаются "одинаковыми" в том смысле, что каждая из них удовлетворяет тем же условиям, которым удовлетворяет система A (т.е. все системы "приготовлены по тому же рецепту", что и система A , и подвергнуты тому же опыту, что и система A). Например: опыт заключается в бросании монеты и имеет две возможности исхода "орел" или "решка". Рассмотрим ансамбль, состоящий из очень большого числа одинаковых монет числом N . Другой, более сложный вариант: вместо одного набора из N может рассматривать ансамбль, состоящий из N таких наборов по N_A монет в каждом. И над каждым набором производить один и тот же опыт.

Если состояние системы не зависит от времени, то с равным успехом можно один и тот же опыт повторить N раз над одной данной системой. При этом, разумеется, нужно быть уверенным, что в начале каждого опыта система находится в одном и том же начальном состоянии.

Постулируется, что $P_A = \tilde{P}_t$ и называется *эргодической гипотезой*, тогда $\langle x^2 \rangle_A = \langle x^2 \rangle_t$ и среднее по ансамблю (среднее статистическое) равно среднему по времени. Доказательств этой гипотезы нет, и она является одним из основополагающих допущений статистической физики (Л. Больцман, 1871 г.).

В реальности разговор идет не об одной частице, а о системах с N -частицами. Ансамбль систем во времени есть совокупность микросостояний системы. В этом случае эргодическая гипотеза определяет направление эволюции изолированной системы: начиная свое движение из любого состояния, система обязательно достигает состояния сколь угодно близко к любому другому, совместимому с законом сохранения энергии.

Плотность вероятности. Если вероятность зависит от объема пространства (рассматривается пространство координат), то вводится понятие

плотности вероятности. Это происходит очень часто, так как любая физическая система объектов характеризуется объемом. Связь между вероятностью $P(V_i)$ частице i находиться и быть обнаруженной в объеме V_i и плотностью вероятности $f(x, y, z)$ данной частице иметь координаты (x, y, z) в этом объеме определяется в виде

$$P(V_i) = \frac{N(V_i)}{N_0} = \int_{V_i} f(x, y, z) dx dy dz.$$

Функцию плотности вероятности определяют в виде

$$f(x, y, z) = \lim_{V_i \rightarrow 0} \frac{P(V_i)}{V_i} \lim_{\substack{V_i \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{N_i}{NV_i},$$

где x, y, z - координаты исследуемой точки координатного пространства, в которую стягивается бесконечно малый объем.

Если $V_i \rightarrow \infty$, то ясно, что указанная i -я молекула будет определена с надежностью 100%. Тогда условие $\int_{V_i \rightarrow \infty} f(x, y, z) dx dy dz = 1$, или $\sum_{i=1} P_i = 1$ называется *условием нормировки вероятностей*.

Среднее значение дискретной величины: $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$. Среди x_i могут быть и одинаковые по величине. Перегруппируем правую часть так, чтобы в нее входили разные x_j и получим: $\langle x \rangle = \sum_j \left(\frac{N_j}{N} \right) x_j$, где $N = \sum_j N_j$, а N_j - число одинаковых (j) членов в сумме i -х.

Так как $N_j/N = P_j$ определяет вероятность того, что x принимает значение x_j , то $\langle x \rangle = \sum_j P_j x_j$ и называется *математическим ожиданием* случайной величины с учетом вероятности.

$$\text{Для непрерывно меняющейся величины } x: \langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Дисперсия. Средний квадрат отклонения от среднего $\sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ определяет "разброс" величины x около ее среднего значения $\langle x \rangle$. Значение $\sqrt{\sigma^2}$ называют стандартным, среднеквадратичным отклонением от среднего.

Функция распределения вероятностей. Вероятность того, что случайная величина x принимает значения меньше некоторого заданного числа x_0 , т.е. $x < x_0$ задается формулой:
$$P(x < x_0) = F(x_0) = \sum_{x_j < x_0} P_j,$$

где $F(x_0)$ - функция распределения вероятностей:

$$F(x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x)dx; \quad f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

Вероятность того, что случайная величина x принимает значение, лежащее в интервале $x_1 < x < x_2$, выражается формулой:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} dF(x) = F(x_2) - F(x_1).$$

Макроскопическое и микроскопическое состояние системы. Система - совокупность физических объектов исследования, заключенных в конечной области пространства. Характеризуется физическими или химическими свойствами вещества в ней, а также особенностями своей границы.

Граница системы может быть как материальной (стенка сосуда), так и воображаемой, проведенной в пространстве мысленно. Она может быть неподвижной или движущейся, проницаемой или непроницаемой для вещества и энергии. Для транспорта энергии она классифицируется по формам транспортируемой энергии. Если граница системы непроницаема для вещества и энергии, то система называется изолированной.

Макроскопическое состояние - состояние газа, характеризуемое макроскопическими параметрами, т.е. давлением, температурой и объемом. Стационарное макроскопическое состояние газа, находящегося в изолированном от внешней среды объеме V , называется равновесным: p, V, T не зависят от времени (постоянны) и постоянны во всех частях объема. Одно и тоже макроскопическое состояние осуществляется в большом числе систем ансамбля, находящихся в различных микроскопических состояниях.

Микроскопические состояния системы. Наиболее полная информация о газе содержится в констатации положений (координат) и скоростей всех его частиц. Состояние газа, характеризуемое положениями и скоростями всех его частиц, называется микроскопическим. Очевидно, что микроскопическое состояние газа характеризуется $6N$ числами: $3N$ координа-

тами (x_i, y_i, z_i) всех N -частиц и $3N$ проекциями их скоростей (v_x, v_y, v_z) . Эти числа рассматриваются как случайные при применении статистического метода.

Фазовое пространство. Фазовая точка. Фазовая ячейка. Учитывая, что вместо скоростей частиц принято пользоваться их импульсами, можно сказать, что микроскопическое состояние можно изобразить в виде точки в $6N$ -мерном пространстве ($3N$ координат и $3N$ проекций импульсов частиц). Эта точка называется *фазовой*, а пространство - *фазовым*.

Пусть известны размеры атомов и молекул: $d \approx 10^{-10}$ м, тогда объем частицы $V \sim d^3$ по порядку величины составит около 10^{-30} м³. Здесь понятие объема частицы означает, что ни его, ни его части никакая другая частица занимать не может. В таком случае объем газа может быть разбит на ячейки объемом d^3 , которые могут быть заняты отдельными частицами, и в каждой ячейке частица пребывает время d/v . Тогда микросостояние по пространству характеризуется тем, что все частицы распределены определенным образом по ячейкам, на которые разбит объем газа. Их количество в 1 м³: $N \approx 1/d^3 = 10^{30}$, но частиц при н.у. в 1 м³: $N_L = 2,7 \cdot 10^{25}$ и на одну частицу приходится $\sim 4 \cdot 10^4$ ячеек. Основная же их часть - "пустая".

Квантовая механика дает определение и ячеек импульсов. Причем объем ячеек, который может занимать одна частица, определяется не в пространстве координат или импульсов, а в пространстве координат-импульсов - *фазовом пространстве*. Объем *фазовой ячейки* для одной частицы определяется в виде:

$$(\Delta x \Delta y \Delta z)_0 (\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z) = h^3, \text{ где } h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$

Постулат равновероятности. Если от начального момента прошло достаточно много времени и все системы ансамбля "забыли" свои начальные состояния, то ячейка, в которой очутилась конкретная частица в данной системе, является случайной. На этом основана теория игр: 1. Рулетка - это совокупность большого числа ячеек, положений одной частицы. 2. Спортлото, игральные автоматы - совокупность большого числа частиц и одной фиксированной (выигрышной) ячейки положения.

Для рассматриваемой частицы нет предпочтительных оснований находиться в какой-то конкретной ячейке по сравнению с другой. Все ячейки равноценны и все местоположения частицы равновозможны. А значит и все распределения частиц по ячейкам также равновозможны. Поэтому все микросостояния равновероятны. Общего доказательства постулата равновероятности не существует, но утверждение не подвергается сомнению.

Эти рассуждения не относятся к макросостояниям: вероятности различных макросостояний резко отличаются друг от друга. Система «не знает» какое макросостояние является наиболее вероятным. Она переходит из одного микросостояния в другое, не отдавая предпочтения какому-либо из них. Однако, подавляющее число переходов осуществляется в направлении равновесного состояния просто потому, что в принципе число таких возможностей подавляюще велико в сравнении с другими возможностями. В результате полностью хаотичные переходы из одного микросостояния в другое создают упорядоченное закономерное движение системы в направлении равновесного состояния. Поэтому равновесное состояние изолированной системы, предоставленной самой себе, является состоянием максимальной свободы выбора и наиболее вероятным состоянием. Однако, придя в него, система пребывает в постоянном изменении, совершая переходы из одного микросостояния в другое. В равновесном состоянии система на любом уровне имеет максимальный набор нереализованных возможностей - степеней свободы. Она их все время "пробует", проверяя действителен ли каждый микропереход на данный момент и в данном месте. При этом изменяются, вообще говоря, и макроскопические параметры, характеризующие систему, т.к. равновесное состояние характеризуется их средними значениями, а в каждый момент времени и в каждой точке области пространства системы они могут изменяться. Изменения происходят около среднего, поэтому их называют колебаниями или пульсациями. А так как колебания этих величин около средних малы, то их классифицируют термином - *флуктуации*, подразумевая случайные отклонения. Мерой флуктуаций является стандартное отклонение от среднего $\sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$. Правила: 1. Относительное стандартное отклонение убывает с ростом числа частиц с системе. 2. Относительная роль флуктуаций возрастает с уменьшением области, в которой эти флуктуации рассматриваются.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы. Число степеней свободы - число независимых переменных, которыми определяется состояние системы. Для характеристики энергетического состояния материальной точки в некоторый момент времени необходимо задать три компоненты скорости для определения кинетической энергии и три координаты для определения потенциальной энергии. При динамическом рассмотрении движения отдельной материальной точки эти переменные не являются независимыми, т.к. после решения уравнений движения координаты можно выразить как функции времени, а скорости - как их производ-

ные. Однако, когда точка становится частью статистической системы, такой подход (динамический) не возможен и ее (систему) необходимо рассматривать, как имеющую шесть степеней свободы. В идеальном газе полевым взаимодействием частиц в системе пренебрегают, поэтому степени свободы, как носители потенциальной энергии, отвечают за взаимодействие системы частиц с внешними потенциальными полями.

В условиях статистического равновесия на каждую степень свободы системы приходится одинаковая средняя энергия. В идеальном газе средняя кинетическая энергия молекул:

$$\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3kT}{2}, \text{ т.к. } v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

и, используя постулат равномерного распределения, при $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$, вы-

полняется $\left\langle \frac{mv_x^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mv_y^2}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{mv_z^2}{2} \right\rangle = \frac{kT}{2}$ для любой молекулы.

Следует иметь в виду, что в конкретный момент времени значение энергии, связанной с данной степенью свободы, может сильно отличаться от энергий, связанных с другими степенями. Только средние энергии за достаточно большие промежутки времени, связанные с разными степенями свободы, равны между собой. Согласно эргодической гипотезе, средние по времени равны средним по ансамблю. Это справедливо и для смеси газов.

Пример: Шесть степеней свободы 2- атомной молекулы состоят из 3 степеней свободы центра масс: $3/2 kT$, а оставшиеся $3/2 kT$ приходится на 2 вращательные степени свободы и одну колебательную.

Если потенциальная энергия взаимодействия атомов является квадратичной функцией расстояния (это чаще всего при малых колебаниях), то на нее также приходится $1/2 kT$.

Распределение Максвелла. Распределение молекул в пространстве скоростей (1860 г.) установлено Максвеллом (1831-1879). Макроскопическим параметром, характеризующим распределение молекул по скоростям, является средняя кинетическая энергия. Фундаментальность этого утверждения состоит в том, что в смеси газов, заключенных в изолированном объеме, разные сорта молекул имеют одинаковые средние кинетические энергии. Выравнивание происходит по энергиям к состоянию системы, называемым термодинамическим равновесием. Стационарное равновесное

состояние характеризуется постоянством числа молекул в заданном интервале их скоростей.

Средняя кинетическая энергия характеризуется физической величиной, называемой температурой. Поэтому говорят о постоянстве температуры или изменении температуры, а не о средней энергии. Их связь определяется в виде:

$$\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2} kT, \text{ где } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К - постоянная Больцмана.}$$

Температура T является термодинамической температурой, связанной с температурой Цельсия: $T = t + 273,15$.

Термодинамическое равновесие устанавливается в результате громадного числа столкновений между молекулами. Изменение скорости молекулы рассмотрим как ее изменение в пространстве скоростей (рис. 20). Пусть $\Delta v_{xi}; \Delta v_{yi}; \Delta v_{zi}$ - изменения проекций скорости молекулы при ее i -м столкновении. После громадного числа столкновений проекции ее скорости равны: $v_x = \sum_i \Delta v_{xi}; v_y = \sum_i \Delta v_{yi}; v_z = \sum_i \Delta v_{zi}$, т.к. каждая из проекций является суммой большого числа случайных величин, то и скорость молекулы газа можно рассматривать как случайную величину.

Будем искать распределение этой случайной величины исходя из картины движения молекул идеального газа. Воспользуемся тем, что рассматривается равновесное состояние как состояние максимального выбора, а значит направления движения отдельных молекул газа эквивалентны, т.е. во все стороны распределены равномерно. Иными словами, для молекулы не существует какого-то избранного направления движения, и любое направление движения равновероятно. Поэтому вследствие принятой изотропности движения можно искать либо распределение скоростей молекул

вдоль некоторого направления, либо распределение молекул по абсолют-

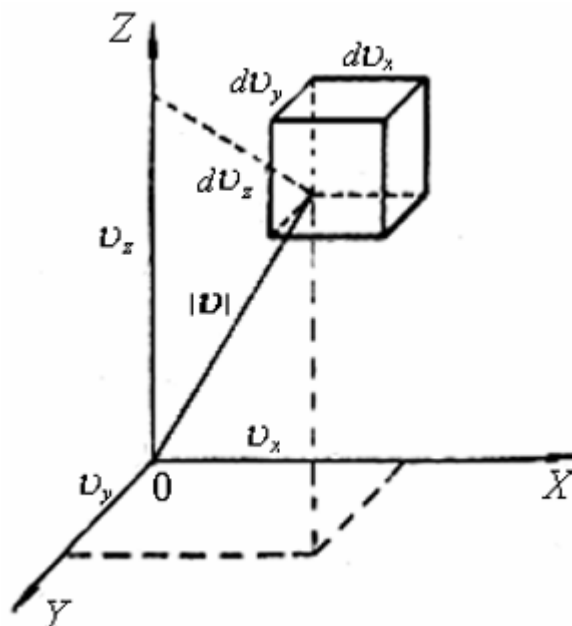


Рис. 20. Элемент объема в пространстве скоростей

ной величине скорости. Эти распределения связаны друг с другом, поэтому выбираем второй путь.

Абсолютная величина скорости молекулы, а также проекция скорости на любую ось могут принимать непрерывные значения от нуля и практически до бесконечности. Рассматривается равновесное состояние как состояние максимального выбора, а значит, не запрещены никакие значения, но скорость молекулы не может быть бесконечно большой, так как энергия отдельной молекулы не может превышать суммы энергий молекул. Однако из-за большого числа рассматриваемых молекул эта скорость может во много раз превышать среднее значения. Значит должна существовать непрерывная функция распределения скоростей $f(v^2)$. Эта функция распределения не должна зависеть от времени, так как рассматривается состояние термодинамического равновесия газа.

Для получения вида этой функции перейдем к пространству случайной величины скорости одной молекулы. На трех независимых осях OX , OY , OZ отложим проекции скорости молекулы v_x, v_y, v_z (см. рис. 20).

Вероятность того, что молекулы имеют проекции скорости по ось OX в интервале от v_x до $v_x + dv_x$, определяется $dP(v_x) = \varphi(v_x^2) dv_x$, где функция распределения $\varphi(v_x^2)$ зависит только от величины проекции скорости. Но так как от изменения направления оси Ox на обратное вероятность определенной проекции скорости не изменится, то функция распределения должна зависеть от v_x^2 .

Аналогично вводятся в рассмотрение функции $\varphi(v_y^2)$ и $\varphi(v_z^2)$. Все три функции из-за эквивалентности (равноправности) всех направлений имеют одинаковый вид и одинаковый постоянный множитель, определяемый условиями нормировки (см. далее).

Гипотеза Максвелла. Вероятность того, что у молекулы будет одновременно три проекции скорости v_x, v_y, v_z в соответствующих интервалах dv_x, dv_y, dv_z определяется произведением трех вероятностей, если проекции скоростей молекулы рассматривать как независимые случайные величины:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = \varphi(v_x^2) \cdot \varphi(v_y^2) \cdot \varphi(v_z^2) dv_x dv_y dv_z. \quad (17)$$

Это равенство определяет вероятность того, что скорость молекулы (точка, совпадающая с концом вектора скорости) находится в элементарном объеме пространства скоростей $d v_x d v_y d v_z$ (см. рис.20).

С другой стороны, наличие у молекулы трех проекций скорости v_x, v_y, v_z определяет направление движения и модуль скорости, которые также являются случайными величинами. Направление движения является произвольным, а значит и распределение скоростей вдоль этого направления $f(v^2)$ должно иметь такой же вид как и вдоль любой из осей, но с другой нормировочной постоянной.

Теперь вероятность обнаружения скорости молекулы в элементарном объеме пространства скоростей $d v = d v_x d v_y d v_z$ с помощью функции $f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$ означает определение вероятности определенного значения скорости молекулы:

$$dP(v_x, v_y, v_z) = f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) d v_x d v_y d v_z \quad (18)$$

или, сравнивая (17) и (18), получаем:

$$\varphi(v_x^2) \varphi(v_y^2) \varphi(v_z^2) = f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \quad (19)$$

Используя свойства непрерывности и положительности функций, составляющих уравнение (19), и далее определяем вид функции распределения скоростей $f(v^2)$. Для этого последовательно прологарифмируем обе части уравнения (19), а затем продифференцируем полученное равенство: $\ln \varphi(v_x^2) + \ln \varphi(v_y^2) + \ln \varphi(v_z^2) = \ln [f(v^2)]$,

$$\frac{\varphi'(v_x^2)}{\varphi(v_x^2)} d(v_x^2) + \frac{\varphi'(v_y^2)}{\varphi(v_y^2)} d(v_y^2) + \frac{\varphi'(v_z^2)}{\varphi(v_z^2)} d(v_z^2) = \frac{f'(v^2)}{f(v^2)} d(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2).$$

Раскрыв скобки в правой части, получаем:

$$\left[\frac{\varphi'(v_x^2)}{\varphi(v_x^2)} - \frac{f'(v^2)}{f(v^2)} \right] d v_x^2 + \left[\frac{\varphi'(v_y^2)}{\varphi(v_y^2)} - \frac{f'(v^2)}{f(v^2)} \right] d v_y^2 + \left[\frac{\varphi'(v_z^2)}{\varphi(v_z^2)} - \frac{f'(v^2)}{f(v^2)} \right] d v_z^2 = 0.$$

Отсюда, ввиду независимости дифференциалов, следует равенство нулю выражений в квадратных скобках и далее:

$$\frac{\varphi'(v_x^2)}{\varphi(v_x^2)} = \frac{\varphi'(v_y^2)}{\varphi(v_y^2)} = \frac{\varphi'(v_z^2)}{\varphi(v_z^2)},$$

А это, в свою очередь, возможно из-за независимости v_x, v_y, v_z только в том случае, когда эти выражения равны одной и той же постоянной,

$$\frac{\varphi'(v_x^2)}{\varphi(v_x^2)} = \frac{\varphi'(v_y^2)}{\varphi(v_y^2)} = \frac{\varphi'(v_z^2)}{\varphi(v_z^2)} = \pm\alpha.$$

На примере одной из проекций приведем последовательно операции интегрирования и потенцирования:

$$\frac{d[\varphi(v_x^2)]}{\varphi(v_x^2)} = -\alpha dv_x^2; \ln \varphi(v_x^2) = -\alpha v_x^2 + c_1; \varphi(v_x^2) = e^{-\alpha v_x^2 + c_1}; \varphi(v_x^2) = e^{c_1} e^{-\alpha v_x^2},$$

где множители $e^{c_1} \equiv A$ и α для всех трех проекций одинаковы, т.к. оси координат полностью эквивалентны, а случайные величины v_x, v_y, v_z независимы.

Функция со знаком плюс в экспоненте не подходит в качестве решения, поскольку он определяет случай безграничного увеличения плотности вероятности при удалении от центра «мишени», что невозможно. С другой стороны (обязательность выполнения) условие нормировки выполняется (интеграл сходится) только при отрицательном показателе. Поэтому, для удобства, считая неопределенный параметр $\alpha > 0$, подставляем его в степень со знаком "минус".

$$\text{Окончательно: } \varphi(v_x^2) = A e^{-\alpha v_x^2}; \varphi(v_y^2) = A e^{-\alpha v_y^2}; \varphi(v_z^2) = A e^{-\alpha v_z^2}$$

называется *распределением Гаусса*.

Вероятность того, что проекция скорости на ось Ox заключена в интервале $[v_x, v_x + dv_x]$: $dP(v_x) = \varphi(v_x^2) dv_x = A e^{-\alpha v_x^2} dv_x$ Аналогия справедлива и для других проекций скорости. Тогда

$$dP(v_x) dP(v_y) dP(v_z) = dP(v_x, v_y, v_z) = A^3 e^{-\alpha(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} dv_x dv_y dv_z \quad (20)$$

Совместная вероятность флуктуации проекций скоростей получена перемножением вероятностей флуктуаций проекций скоростей по каждой из оси (флуктуации проекций скоростей - величины независимые).

Постоянная A находится из условия нормировки с учетом того, что запрещенных значений абсолютных скоростей нет, а значит для любой

$$\text{ячейки: } \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dP(v_x; v_y, v_z) = 1.$$

Учитывая, что известно значение интеграла Пуассона $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-v_x^2} = \sqrt{\pi}$,
 просто определить значение интеграла данного вида:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}. \quad (21)$$

Тогда из условия нормировки определяем $A = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}$.

Вычислим среднее значение кинетической энергии:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle &= \left(\frac{m}{2} \right) \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \left(\frac{m}{2} \right) \int \int \int (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dP(v_x, v_y, v_z) = \\ &= \left(\frac{m}{2} \right) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \int \int \int (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \exp[-\alpha(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)] dv_x dv_y dv_z \end{aligned}$$

Распишем правую часть равенства как сумму тройных интегралов и получим:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle &= \left(\frac{m}{2} \right) \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-\alpha v_x^2} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_y^2} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_z^2} dv_z + \right. \\ &+ \left. \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_x^2} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} v_y^2 e^{-\alpha v_y^2} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_z^2} dv_z + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_x^2} dv_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_y^2} dv_y \int_{-\infty}^{\infty} v_z^2 e^{-\alpha v_z^2} dv_z \right] \end{aligned}$$

В квадратной скобке имеется девять интегралов, шесть из которых вида (21), а значит, имеют известное значение $\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$. Оставшиеся три формально идентичны и определяются методом дифференцирования.

Например:

$$\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-\alpha v_x^2} dv_x = -\frac{d}{d\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha v_x^2} dv_x = -\frac{d}{d\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} = \frac{1}{2} \alpha^{-\frac{3}{2}} \sqrt{\pi}.$$

Подставляем известные значения интегралов и с учетом множителя перед квадратной скобкой получаем выражение: $\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3m}{4\alpha}$.

Но так как в равновесном состоянии $\langle \frac{mv^2}{2} \rangle = \frac{3}{2}kT$, то определяется вторая постоянная: $\alpha = \frac{m}{2kT}$.

Перейдем от декартовой к сферической системе координат скоростей, определяемой радиусом v и телесным углом Ω (прил.2).

Так как $v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{\frac{1}{2}}$, то объем тонкого сферического слоя толщиной dv и радиуса v составит $dv_x dv_y dv_z = v^2 d\Omega dv$. (прил. 2). Проинтегрируем первые два множителя в правой части по всему телесному углу: $\int_{\Omega=4\pi} v^2 d\Omega = v^2 \int_{\Omega=4\pi} d\Omega = 4\pi v^2$.

Тогда формула (17), с учетом $A = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}$ и $\alpha = \frac{m}{2kT}$ в сферических координатах переписывается в виде:

$$dP(v) = 4\pi \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{mv^2}{2kT} \right] v^2 dv, \quad (22)$$

как вероятность того, что частица массой m находится в тонком сферическом слое толщиной dv пространства скоростей.

Переписем уравнение (22) в виде:

$$f(v) = \frac{dP(v)}{dv} = 4\pi \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{mv^2}{2kT} \right] v^2 \quad (23)$$

Функция в форме (23) называется *распределением Максвелла*, и является плотностью вероятности обладания молекулой модулем скорости v .

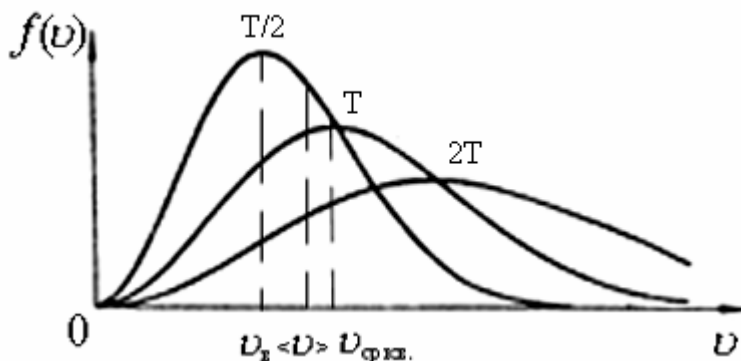


Рис. 21. Качественный вид функций Максвелла для разных температур: $T_1 = T/2$; $T_2 = T$; $T_3 = 2T$

Формулы (22) и (23) позволяют найти относительное число молекул, скорости которых заключены в заданном интервале. Так как молекулы движутся независимо и случайно, то число

$dN(v)$ частиц имеют вероятность $dP(v)$ быть обнаруженными в интервале $[v, v + dv]$ и $dN(v) = NdP(v)$. Здесь N - полное число молекул в системе. Относительное число молекул в указанном интервале $\frac{dN(v)}{N} = dP(v) = f(v)dv$,

$$\text{или } f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} \exp \left[-\frac{mv^2}{2kT} \right] v^2 \quad (24)$$

Характерные скорости распределения Максвелла. Вид функций распределения Максвелла (формулы (23) и (24)) показан на рис.21. По графику распределения видно, что с увеличением температуры максимум распределения смещается в сторону больших скоростей, а высота кривой в максимуме снижается. Однако условие нормировки обязует равенство площадей, ограниченных каждой кривой и осью скоростей независимо от значения температуры. Вследствие этого с увеличением температуры число молекул с большими скоростями увеличивается, а число медленных молекул обязано уменьшаться соответственно условию нормировки.

Среднее значение функций $f(v)$, зависящих от модуля скорости, вычисляется по формуле для среднего: $\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv$, $\langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv$. Соответственно получаем среднеарифметическую и среднеквадратичную скорости $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ и $v_{ср.кв} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ (см. прил. 3)

Скорость v_{ϵ} , соответствующая максимуму кривой распределения, называется *наивероятнейшей*. Она находится из условия экстремума (максимума) функции Максвелла: $\frac{df(v)}{dv} = 0$. В результате (прил. 2) получаем определяющее равенство $v_{\epsilon} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$.

Большая часть всех молекул имеет скорости в сравнительно небольшом интервале около наивероятнейшей, а молекул вне этого интервала очень мало. С повышением температуры скорости молекул растут как \sqrt{T} .

Принцип детального равновесия. Распределение Максвелла является равновесным, а значит стационарным. Это означает, что число частиц в каждом элементе объема $dv_x dv_y dv_z$ около скорости v не меняется со временем. Но если есть столкновения, то состав молекул в каждом таком элементе меняется. Какие-то молекулы уходят из данного объема, какие-то приходят в него из других элементов объема.

Спрашивается: как осуществляется этот обмен между элементами объема?

Принцип детального равновесия утверждает, что равновесие устанавливается *детально*, т.е. между всеми парами элементов объема. Это означает, что каждый элемент объема за единицу времени отдает в любой другой элемент объема столько частиц, сколько из него получает (обмен взаимный). Интенсивность же обмена между каждой парой элементов объема может быть различна.

Схемы *a)* и *б)* на рис.22 предполагают заданность и направленность процесса столкновений и значит предпочтительность как минимум в паре

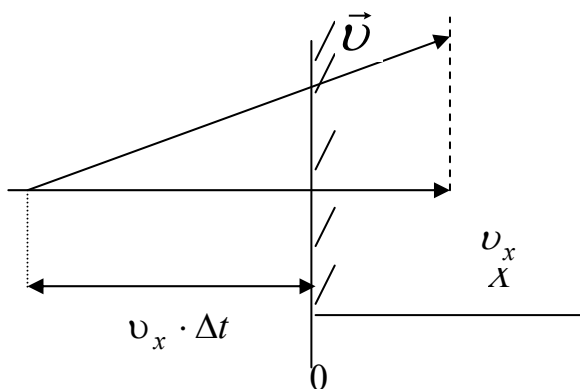


Рис. 23. К вычислению потока импульса

в результате ударов молекул о стенки сосуда. При упругом ударе молекулы о стенку нормальная (к стенке) составляющая количества движения $mv_x^{(+)}$ изменится на обратную $(-mv_x^{(+)})$, а параллельные

стенке

одного элемента объема над другим. Схема *в)* предполагает хаотичность и равновероятность элементов объема в паре, так что два равновесных состояния обеспечивают справедливость принципа детального равновесия.

Давление газа на стенку.

Давление возникает

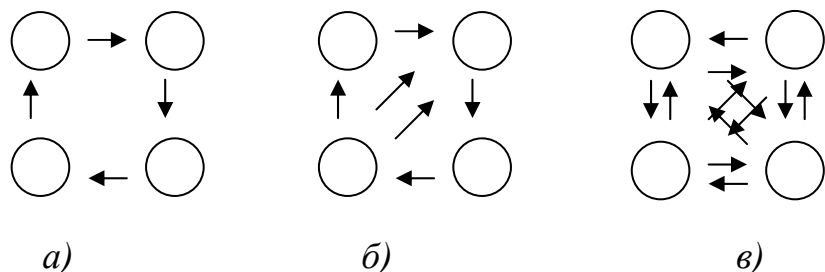


Рис. 22. Схемы обмена частицами

составляющие $m v_y$ и $m v_z$ останутся без изменения (рис. 23). Тангенциальные составляющие импульсов компенсируются, а нормальные должны обуславливать возникновение давления. Поэтому изменение количества движения молекулы при ударе о стенку равно $2m v_x^{(+)}$. Оно называется импульсом силы, действующим нормально на молекулу со стороны стенки. При этом на стенку действует импульс такой же величины. Происходит передача импульса. Причем, если ось Ox перпендикулярна касательной к стенке в точке удара, то предельный импульс равен $2 m v_x^{(+)}$.

Из определений давления и теоремы импульсов следует, что давление определено суммарным импульсом, передаваемым стенке площадью 1 м^2 молекулами в результате их столкновений со стенкой за 1 с. Поэтому давление определяет удвоенный поток импульса молекул, нормальный к поверхности стенки (см. рис. 23). Ось Ox перпендикулярна стенке, n_0 - концентрация молекул.

Поток молекул в направлении стенки:

$$n_0 f(v_x^{(+)}, v_y, v_z) v_x^{(+)} dv_x^{(+)} dv_y dv_z.$$

Поток импульса по направлению к стенке:

$$m v_x^{(+)} n_0 f(v_x^{(+)}, v_y, v_z) v_x^{(+)} dv_x^{(+)} dv_y dv_z.$$

Индекс (+) касается только молекул, движущихся к стенке, т.е. половины общего их числа. Тогда давление газа на стенку

$$p_x = 2n_0 m \int f(v_x^{(+)}, v_y, v_z) (v_x^{(+)})^2 dv_x^{(+)} dv_y dv_z = \frac{2n_0 m}{4\alpha} = n_0 kT.$$

Для p_y и p_z рассуждения аналогичны, поэтому: $p_x = p_y = p_z = n_0 kT$.

Так как давление газа изотропно, то давление в данной точке в разных направлениях одинаково и его можно обозначить p без указания направления.

Так как $v_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, то $p = \frac{2}{3} n_0 \langle \frac{m v^2}{2} \rangle$. Это уравнение - *основное уравнение кинетической теории идеальных газов*.

Пусть N - общее число молекул газа в объеме V . Тогда $n_0 = \frac{N}{V}$ и $pV = NkT$. А так как $N = \nu N_A$, где ν - количество молей, то получаем *уравнение состояния Клапейрона-Менделеева*: $pV = \nu RT$,

где $R = kN_A = 8,31441$ Дж/моль·К - молярная газовая постоянная.

Распределение Больцмана. При наложении на физическую систему из частиц внешнего потенциального поля при термодинамическом ее равновесии, температура (средняя кинетическая энергия) в разных точках системы остается неизменной, а изменяется распределение концентрации молекул.

Пусть дан объем газа в условии термодинамического равновесия во внешнем потенциальном поле. Поле, войдя в систему, перераспределит частицы внутри системы. Распределение частиц сдвинется по градиенту поля как по матрице. С другой стороны - система стремится к равновесию (в другую сторону), и поэтому этот "сдвиг" не может продолжаться бесконечно. Он тормозится силами давления. Потенциальная сила будет уравновешиваться на поверхности этого объема.

На каждую молекулу в потенциальном поле действует сила $\vec{F} = -\nabla U$, где U - потенциальная энергия молекулы. Рассмотрим баланс сил вдоль оси Ox : на молекулы действует потенциальная сила $dF_{1x} = -n_0 dydz dx \frac{dU}{dx}$, где n_0 - концентрация, $dydz dx$ - элементарный объем (пространственная ячейка).

Сила разности давлений, обусловленная $\left(\frac{dp}{dx}\right) dx$:

$$dF_{2x} = -\left(\frac{dp}{dx}\right) dx dy dz .$$

В момент установления стационарного состояния эти силы уравновешиваются: $dF_{1x} + dF_{2x} = 0$ или $\left(\frac{dp}{dx}\right) dx = -n_0 \left(\frac{dU}{dx}\right) dx$.

Относительно других координат эти равенства также справедливы. Поэтому можно сложить левые и правые части этих равенств:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right) dx + \left(\frac{dp}{dy}\right) dy + \left(\frac{dp}{dz}\right) dz = -n_0 \left[\left(\frac{dU}{dx}\right) dx + \left(\frac{dU}{dy}\right) dy + \left(\frac{dU}{dz}\right) dz \right] = -n_0 dU$$

Так как $p = n_0 kT$, а $T = \text{const}$, то определяем $dp = kT dn_0$ и, следовательно, $\frac{dn_0}{n_0} = -\frac{dU}{kT}$. Интегрируем это уравнение между точками (x_0, y_0, z_0) и (x, y, z) по произвольному пути и получаем распределение Больцмана:

$$n_0(x, y, z) = n_0(x_0, y_0, z_0) \exp\left\{-\frac{U(x, y, z) - U(x_0, y_0, z_0)}{kT}\right\}$$

Если отсчет потенциальной энергии делать от $U(x_0, y_0, z_0) = 0$ (т.е. нормировать U в точке (x_0, y_0, z_0) на ноль), то

$$n_0 = n_{00} e^{-\frac{U}{kT}},$$

где $n_0 = n_0(x, y, z)$, $n_{00} = n_0(x_0, y_0, z_0)$.

Барометрическая формула. Для изотермической атмосферы распределение давления с высотой дается для каждой компоненты (сорта молекул) газа (воздуха) так: $p_i(h) = n_{0i}(h)kT$.

Используя формулу распределения Больцмана для системы частиц в вертикальном поле тяготения, получаем $p_i(h) = p_i(0) \exp\left[-\frac{m_i gh}{kT}\right]$.

Эта формула получила название *барометрической*.

Воздух состоит в основном из молекул O_2 и N_2 , тогда:

$$p(h) = p_1(h) + p_2(h) = p_1(0) \exp\left[-\frac{m_1 gh}{kT}\right] + p_2(0) \exp\left[-\frac{m_2 gh}{kT}\right].$$

Из формулы ясно, что, вообще говоря, для смеси газов соотношение компонент газа и парциальных давлений меняются с высотой. Однако, для воздуха $m_{O_2} \cong m_{N_2} = m$ и $p(h) = p_0 \exp\left[-\frac{mgh}{kT}\right]$, где m - масса псевдомолекулы воздуха.

Можно записать барометрическую формулу иначе. Так как $\frac{m}{kT} = \frac{\rho_0}{p_0}$, где ρ_0, p_0 - плотность и давление воздуха при $h = 0$, то

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 gh}{p_0}\right).$$

Распределение Максвелла - Больцмана. Подсчет микросостояний зависит от того, обладают ли частицы какими-то признаками, которые позволяют различать их. Если частицы считаются различными, то микросостояние считается другим, если какие-либо две частицы поменялись местами. В случае неразличимости частиц микросостояние одно и то же. Подсчет числа микросостояний в предположении различимости частиц приводит к распределению Максвелла - Больцмана, которое является основным распределением классической статистической физики:

$$dN(x, y, z, v_x, v_y, v_z) = A e^{-\left[\frac{mv^2}{2} + U\right] \frac{1}{kT}} dx dy dz dv_x dv_y dv_z$$

Распределения Максвелла и Больцмана являются составными частями распределения Гиббса (Гиббс Джозайя Уиллард, 1839-1903).

Модели, в которых частицы рассматриваются как неразличимые, называются распределениями Бозе - Эйнштейна и Ферми - Дирака.

Термодинамический метод

Определения термодинамики равновесных состояний. Термодинамика - наука, изучающая наиболее общие законы взаимопревращения видов энергии в системе, имеет в своем основании три начала (закона). Первое - является применением закона сохранения энергии; второе - характеризует направление развития процессов и эффективность преобразования энергии в работу; третье - накладывает ограничения на процессы, утверждая невозможность процессов, приводящих к достижению термодинамического нуля температуры.

Законы термодинамики имеют универсальный характер и выполняются независимо от того, где происходит процесс - в живой или неживой материи. В качестве модели вещества, на котором будет иллюстрироваться содержание и применение термодинамического метода, берется модель идеального газа.

Термодинамическая система - часть пространства с материальным содержимым, ограниченная оболочкой и изучаемая термодинамическими методами. Область вне оболочки определена как окружающая, внешняя среда. В зависимости от того, как термодинамическая система связана с окружающей средой, выделяют четыре типа систем: изолированные, замкнутые, открытые и полуоткрытые. Тип исследуемой системы определяется характерными свойствами границы системы, или оболочки.

Изолированной термодинамической системе запрещено обмениваться с внешней средой веществом и энергией. *Замкнутой* (закрытой) системе разрешен обмен энергией с внешней средой, но запрещен обмен веществом.

Открытая термодинамическая система обменивается с внешней средой и энергией, и веществом. *Полуоткрытая* система обменивается с внешней средой и веществом, и энергией избирательно (оболочка системы обладает свойствами селективного отбора).

Состояния термодинамической системы описываются с помощью *макропараметров* - макроскопических величин, описывающих всю систему в целом. Охарактеризованное таким способом состояние называется *макросостоянием*. Макропараметры условно (в зависимости от содержания задачи) подразделяют на внешние и внутренние: внешние - фиксируют внешние условия для системы; внутренние - устанавливаются в системе в результате фиксации внешних условий.

Внутренние макропараметры разделяют на *экстенсивные* (масса m , объем V), определяемые общим количеством вещества в системе, и *интенсивные* (давление p , температура T , молярная концентрация n), не зависящие от массы системы.

Термодинамический процесс - переход системы из одного равновесного состояния в другое: от одних значений макропараметров p_1, V_1, T_1 к другим p_2, V_2, T_2 .

Если переходить в состояние с другим объемом и делать это не очень медленно, то постоянство давления и температуры по объему нарушится. Некоторое время невозможно будет говорить о каких-либо определенных значениях давления и температуры, так как они во всех точках объема будут различными и нестационарными. Более того, распределение давления и температуры по объему определяется не только начальным и конечным объемами, но и способом, которым этот переход осуществляется. Состояние системы не может быть охарактеризовано какими-либо определенными значениями p и T , и процесс не может быть изображен в виде линии, как в случае равновесных обратимых процессов. Промежуточные состояния системы при таком процессе являются *неравновесными*. И сам процесс называется *неравновесным*.

Можно осуществить переход другим способом - бесконечно медленно: после каждого бесконечно малого изменения параметров, следующее изменение не производить до тех пор, пока система не придет в равновесное состояние, т.е. когда все макроскопические параметры примут во всей системе постоянные значения, делается следующий шаг. В этом случае весь процесс состоит из последовательности равновесных состояний, а процесс называется *равновесным*. Иными словами, равновесное состояние осуществляется посредством флуктуаций через неравновесные состояния. Поэтому, если "почти равновесные состояния" при переходе отличаются от равновесных меньше, чем флуктуационные, их следует рассматривать как равновесные состояния.

Если возможен обратный переход из конечного состояния в начальное через те же промежуточные состояния, что и в прямом, но в обратной последовательности, то процесс называется *обратимым*. Если нет такой возможности, то процесс - *необратимый*. Ясно, что неравновесный процесс всегда необратим. Равновесный процесс является всегда обратимым.

Примечание. Не следует думать, что понятие обратимого процесса равнозначно понятию бесконечно медленного процесса, например, пластическая деформация - это бесконечно медленный необратимый процесс.

Первое начало термодинамики. Основная задача термодинамики состоит в том, чтобы найти такие величины, которые бы однозначно определяли изменение состояния термодинамической системы при переходе. Такой параметр был определен и назван *внутренней энергией* U системы. Внутренняя энергия является функцией состояния системы и определяется другими термодинамическими параметрами: m, p, T, V . Ее изменение не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое. Внутренняя энергия - это кинетическая и потенциальная энергии всех атомов и молекул в системе (суммарная энергия, аккумулированная системой, за вычетом кинетической энергии движения центра масс системы и потенциальной энергии системы во внешних полях), включая и энергию частиц, составляющих сложные частицы. Ее бесконечно малое изменение обозначается dU и принимается положительной, если U возрастает.

Для циклических процессов в изолированных системах $\oint dU = 0$.

Макроскопическая работа. Пусть дана простая термодинамическая система с двумя степенями свободы, т.е. ее внутреннее состояние определяется двумя параметрами, например P и V . Например, пусть дан газ, заключенный в цилиндрический объем с поршнем. Сила, создаваемая давлением p газа на поршень площади S , равна pS , а работа по перемещению поршня на расстояние dx : $\delta A = pSdx$, или $\delta A = pdV$. Принято считать, что если работа совершается над системой, то знак δA должен быть отрицательным.

Чтобы от элементарной работы δA перейти к работе для конечного процесса, надо вычислить интеграл $A = \int pdV$. Такое вычисление возможно тогда, когда давление является определенной функцией объема V . Между тем, согласно уравнению состояния, p зависит не только от V , но и от T . Меняя в ходе процесса различным образом температуру системы, можно квазистатически перевести систему из начального состояния в конечное бесчисленным множеством способов. Каждому из этих способов соответствует своя функция $p = p(V)$ и свое значение интеграла в формуле. Таким образом, работа A не определяется заданием начального и конечного состояний системы. Ее величина зависит также от способа или "пути" перехода системы из начального состояния в конечное. Про величины такого рода говорят, что они *не являются функциями состояния*. Напротив, величины, имеющие вполне определенные значения в каждом состоянии системы, называются *функциями состояния*. Такова, например, температура системы в состоянии термодинамического равновесия.

Неравновесные состояния и неравновесные процессы невозможно представить графически точками и кривыми на плоскости, так как для задания неравновесного состояния двух параметров недостаточно. Неравновесные состояния характеризуются, вообще говоря, бесконечным множеством параметров. В этом случае полная работа представляется как аддитивная величина, определяемая суммой элементарных работ изменений каждого макропараметра.

Становится ясно, что нельзя говорить о совершении работы, если системе сообщить или отобрать у нее энергию без посредства изменения ее макроскопических параметров, или если макроскопические параметры системы меняются вследствие передачи ей теплоты.

Иными словами, характерной особенностью термодинамических процессов является то, что системе сообщается или забирается энергия только путем изменения некоторых макроскопических параметров.

Количество теплоты. Если система помещена в адиабатическую оболочку, то единственным способом изменить ее внутреннюю энергию является производство над ней макроскопической работы, что достигается путем изменения внешних параметров. (К числу внешних параметров относятся и силовые поля, в которые помещена система.) Однако если адиабатической изоляции нет, то изменение внутренней энергии возможно и без производства макроскопической работы. Так, при соприкосновении горячего и холодного тел внутренняя энергия переходит от горячего тела к холодному, хотя при этом макроскопическая работа и не совершается.

Процесс обмена внутренними энергиями соприкасающихся тел, не сопровождающийся производством макроскопической работы, называется теплообменом. Энергия, переданная телу окружающей средой в результате теплообмена, называется количеством теплоты, или просто теплотой, полученной телом в таком процессе.

В этом смысле под теплотой понимают не особую форму энергии, как в случае с потенциальной, кинетической, электрической или магнитной, но только лишь как особый вид перехода энергии из одного количества вещества в другое. Этот переход обусловлен только разностью температур и исключением любых иных вспомогательных средств.

В особом случае теплота обозначает кинетическую часть внутренней энергии и может служить энергетической мерой интенсивности хаотического движения частиц. В этом случае количество теплоты называют «теп-

ловой энергией». Бесконечно малая энергия δQ положительна, если теплота сообщается системе, и отрицательна, если - забирается от нее.

В замкнутой системе изменение внутренней энергии можно определить, измеряя поглощенную (или выделившуюся) теплоту и выполненную работу. Экспериментально установлено, что

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - A, \quad (25)$$

и какими бы путями переход из состояния 1 в состояние 2 не осуществлялся и как бы не варьировали по величине Q и A , величина этой разности неизменна: $\Delta U = \text{const}$.

Разность ΔU зависит только от начального и конечного состояния системы, а работа A зависит еще и от пути перехода. Получается, что количество теплоты также зависит от пути перехода, т.е. от способа, каким система была приведена в конечное состояние. Это означает, что Q не является функцией состояния.

Полный запас энергии изолированной термодинамической системы есть величина постоянная: $U = \text{const}$; $\Delta U = 0$. При этом возможны превращения одного вида энергии в другой в эквивалентных соотношениях.

В дифференциальной форме первый закон термодинамики запишется в виде

$$dU = \delta Q - \delta A, \text{ или } \delta Q = dU + \delta A. \quad (26)$$

Первое начало термодинамики является выражением закона сохранения энергии для процессов с участием теплоты. Работа связана с передачей энергии посредством изменения макроскопических параметров, а передача теплоты осуществляется переходом энергии молекулярного движения. Возникающие при этом изменения макроскопических параметров являются следствием изменений энергетических условий на молекулярном уровне.

Первое начало термодинамики не предсказывает направление течения процесса, но позволяет указывать, как изменяются величины, если этот процесс происходит. Если какой-либо процесс происходит, он должен удовлетворять первому началу.

Примечание. Обозначения δ и d указывают, что все три слагаемых являются бесконечно малыми приращениями, но dU - является полным дифференциалом, а δQ и δA - нет и не могут им быть. Так как dU - полный дифференциал, то U - функция состояния. А так как p, V, T - функции состояния, то и они являются полными дифференциалами.

О равновесных и неравновесных состояниях. В механике равновесие представляет собой любое состояние, в котором как скорости, так и ускорения всех материальных точек равны нулю. Результирующая сила, действующая на каждую точку в любой момент времени, равна нулю. При термодинамическом равновесии входящие в систему молекулы подвержены действию несбалансированных сил и движутся во всевозможных направлениях, но различные части системы между собой термодинамически неразличимы, поэтому понятие равновесия применимо только к коллективным характеристикам системы в целом (температура, давление или концентрация).

Система находится в термодинамическом равновесии, если ответственные за обмены характеристики имеют одинаковые значения и в системе, и во внешней среде. Равновесие является автоматически стационарным состоянием. Условие равновесия формулируется в виде равенства нулю алгебраической суммы потоков в систему и из системы.

Неравновесные состояния связаны с неисчезающими потоками между системой и внешней средой. Различия некоторых переменных могут мгновенно возникнуть, благодаря начальному условию и релаксировать в направлении равновесия между системой и внешней средой, или могут быть постоянными, если создать и поддерживать соответствующие условия - *ограничения*. В обоих случаях детальное равновесие отсутствует, а значит появляется *конкуренция* между состояниями отдельных частей системы, и в результате режим неравновесного состояния приобретает способность к изменениям: небольшие локальные изменения не обязательно компенсируются возникающим противодействием, а наоборот, - могут быть усвоены или даже усилены системой, становясь тем самым источником новообразований и разнообразия.

Теплоемкость. При сообщении системе теплоты δQ ее температура изменяется на dT . Величина $C = \delta Q/dT$ называется теплоемкостью и является количественной оценкой способности системы аккумулировать тепловую энергию при заданном характере процесса. Теплоемкость измеряется количеством теплоты, затрачиваемым для повышения температуры тела на 1 градус.

Теплоемкость зависит от массы тела и, чтобы убрать ее зависимость от количества вещества, обычно используют понятие *удельной теплоемкости* $c_m = C/m$ или *молярной теплоемкости* $c_\mu = C/\nu$.

Теплоемкость сильно зависит от характера процесса и является характеристикой как тела, так и условий, при которых происходит изменение температуры тела. Поэтому в общем случае она не имеет определенного числового значения и может сильно меняться от отрицательных до положительных значений. Однако, если зафиксировать условия изменения температуры тела, то теплоемкость становится характеристикой свойств тела, приобретая определенное числовое значение. Важнейшие из них - теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении.

При постоянном объеме ($V = \text{const}$):

$$C_V = (\delta Q / dT)_V = dU / dT + (pdV / dT)_V.$$

При заданном условии $dV = 0$ получаем $(\delta Q/dT)_V = dU/dT$, а это означает, что δQ при $V = \text{const}$, есть полный дифференциал. Исходная формула принимает вид $C_V = dU/dT$, где C_V – теплоемкость при постоянном объеме является функцией состояния.

При постоянном давлении ($p = \text{const}$) уравнение (26) переписывается в виде: $(\delta Q)_p = dU + (pdV)_p = d(U + pV)$. Это означает, что $(\delta Q)_p$ - полный дифференциал, а $C_p = (\delta Q/dT)_p$, где C_p - теплоемкость при постоянном давлении является функцией состояния.

Функция $H = U + pV$ называется *энтальпией* системы, тогда $C_p = (dH/dT)_p$. Энтальпию называют полным теплосодержанием системы. В дифференциальной форме (при $p = \text{const}$):

$$dH = dU + p dV. \quad (27)$$

Соотношение между теплоемкостями идеального газа. Формула Майера. Пусть термодинамическая система характеризуется тремя макропараметрами: p, V, T . Эти параметры не независимы. Между ними существует соотношение, называемое уравнением состояния. Для идеального газа уравнение состояния задается равенством $pV_m = RT$. Для произвольного случая точный вид зависимости между этими величинами неизвестен. Поэтому можно записать лишь то, что эти величины находятся между собой в функциональных связях, например $p = p(T, V)$, или $T = T(p, V)$, или $V = V(p, T)$ в зависимости от того, какие переменные выбираются за независимые.

Выберем за независимые переменные V, T . Тогда внутренняя энергия системы будет ими определяться: $U = U(T, V)$. Подставляем выражение для полного дифференциала $dU = (\partial U / \partial T)_V dT + (\partial U / \partial V)_T dV$ в (26), находим

$$\delta Q = (\partial U / \partial T)_V dT + [p + (\partial U / \partial V)_T] dV. \quad (28)$$

Тогда формула для теплоемкости может быть записана в виде

$$C = (\partial U / \partial T)_V + [p + (\partial U / \partial V)_T] dV / dT, \quad (29)$$

где dV/dT в правой части определяется характером процесса. Так, при $V = \text{const}$ эта величина равна нулю; при $p = \text{const}$ формула (29) превращается в выражение теплоемкости при постоянном давлении:

$$\begin{aligned} C_p &= (\partial U / \partial T)_V + [p + (\partial U / \partial V)_T] (\partial V / \partial T)_p = \\ &= C_V + [p + (\partial U / \partial V)_T] (\partial V / \partial T)_p. \end{aligned} \quad (30)$$

Идеальный газ, по определению, состоит из частиц, сталкивающихся друг с другом по законам абсолютно упругого удара. Размеры частиц при этом считаются бесконечно малыми, а силы взаимодействия на расстоянии между ними отсутствуют. Однако сами по себе частицы идеального газа могут быть сложными. Энергия сложной частицы складывается из кинетической энергии ее центра масс, кинетических энергий вращения и колебаний. На каждую из степеней свободы приходится энергия $1/2 kT$, определяемая только температурой. Поэтому внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры и не зависит от объема газа.

Учитывая, что у идеального газа $U = U(T)$, а уравнение состояния для одного моля может быть записано в виде: $V = RT/p$, находим:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = R/p. \quad (31)$$

Подставляя (31) в (30) получаем:

$$C_p = C_V + R. \quad (32)$$

Соотношение (32) для молярных теплоемкостей C_p и C_V в идеальном газе называется *уравнением Майера*. Разделив обе части уравнения (32) на молярную массу M газа, получим: $c_p = c_V + R_0$, где $c_p = C_p/M$, $c_V = C_V/M$ - удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме; $R_0 = R/M$ - удельная газовая постоянная.

Теплоемкость идеального газа. Если частица идеального газа простая, то она имеет три степени свободы поступательного движения, и ее энергия равна $3/2 kT$. Если же частица идеального газа сложная, то она обладает большим числом степеней свободы и большей энергией. Например, если точечная частица состоит из двух точечных частиц, то имеются две возможности: если точечные частицы между собой жестко связаны и ведут себя подобно твердой гантели, то сложная частица имеет пять степеней свободы - три поступательные и две вращательные (вращение вокруг оси,

проходящей через точечные частицы невозможно), и энергия сложной частицы равна $\frac{5}{2} kT$; если точечные частицы между собой нежестко связаны и могут совершать колебательное движение вдоль соединяющей их линии, то добавляются еще две степени свободы - кинетическая энергия $\frac{1}{2} kT$ и потенциальная энергия $\frac{1}{2} kT$ колебаний, и на одну сложную частицу приходится энергия $\frac{7}{2} kT$.

Если сложная частица имеет i степеней свободы, то ее энергия $(i/2)kT$. В моле имеется N_A частиц и, следовательно, внутренняя энергия моля идеального газа равна $U = \left(\frac{i}{2}\right)N_A kT = \left(\frac{i}{2}\right)RT$.

Тогда из определения теплоемкости при постоянном объеме, используя формулу Майера, получаем $C_V = \left(\frac{i}{2}\right)R$, $C_P = \left(\frac{i+2}{2}\right)R$.

Однако у теории теплоемкостей идеального газа есть и расхождения с экспериментом: 1. У двухатомного газа хлора Cl_2 теплоемкость равна примерно $\frac{6}{2} kT$, что невозможно объяснить в рамках теории теплоемкостей идеального газа. У трехатомных газов наблюдается систематическое отклонение от предсказаний теории (рис. 24).

2. Достаточно разреженный водородный газ близок к идеальному и является удобным объектом для проверки теории. Теоретически для двухатомного газа C_V равна либо $\frac{5}{2}R$, либо $\frac{7}{2}R$ и от температуры не зависит.

В действительности теплоемкость молекулярного водорода зависит

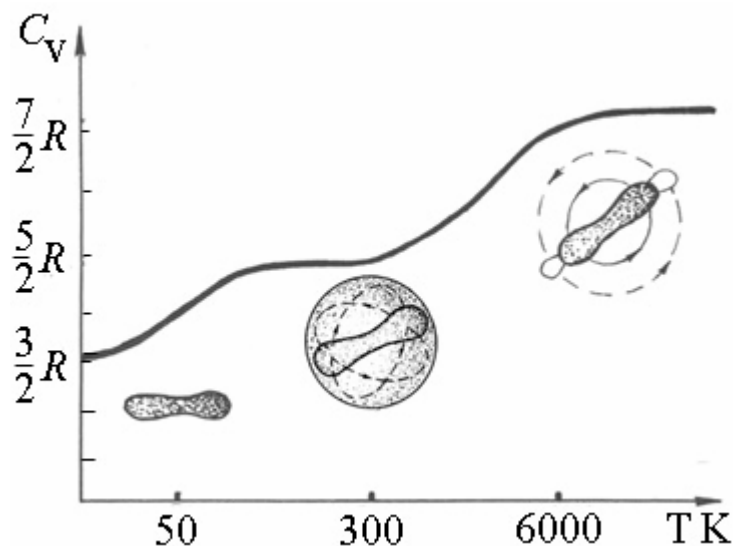


Рис. 24. Экспериментальная зависимость C_V молекулярного водорода от T

от температуры. Молекула водорода ведет себя при низкой температуре (около 50 К) как точечная частица, у которой внутренние движения отсутствуют ($C_V = \frac{3}{2}R$); при нормальной температуре - как жесткая гантель ($C_V = \frac{5}{2}R$); при высокой температуре (более 6000 К) - как гантель с нежесткой связью ($C_V = \frac{7}{2}R$). При изменении температуры включаются (или вы-

ключаются) в определенном порядке разные степени свободы. Переход от одного режима движения к другому происходит не скачком, а постепенно в некотором интервале температур. Это объясняется тем, что при определенной температуре возникает лишь возможность перехода молекул в другой режим движения, но эта возможность не реализуется сразу всеми молекулами.

Процессы в идеальных газах. Процесс, в котором теплоемкость является постоянной величиной, называется *политропным*. Из требования постоянства теплоемкости C в процессе, следует, что первое начало термодинамики должно иметь вид $CdT = C_V dT + pdV$. Разделим это уравнение на $C_V T$ и после простых преобразований получим

$$dT/T + \left[\frac{C_P - C_V}{C_V - C} \right] dV/V = 0, \quad (33)$$

где $\frac{C_P - C_V}{C_V - C} = n - 1$, или $n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$, n – показатель политропы.

Интегрируя (33), получаем уравнение политропы в переменных T, V : $TV^{n-1} = \text{const}$; а исключая из него T с помощью равенства $T = pV/R$, получаем уравнение политропы в переменных p, V : $pV^n = \text{const}$.

Изобарный, изохорный, изотермический и адиабатный процессы являются частными случаями политропного процесса (табл. 2).

Изобарный процесс – это процесс происходящий при постоянном давлении. Температуры в точках (p_1, V_1) и (p_1, V_2) определяются уравнением состояния соответственно: $T_1 = p_1 V_1 / R$, $T_2 = p_1 V_2 / R$. При этом процессе с увеличением объема к системе необходимо подводить теплоту, для того чтобы обеспечить постоянство давления. Работа в процессе определяется интегралом

$$A = \int_1^2 p_1 dV = p_1 (V_2 - V_1).$$

Работа в координатах p, V равна площади между кривой, изображающей процесс, осью V и вертикалями, проходящими через начальную и конечную абсциссы. В координатах p, T процесс также изображается прямой линией. Выражение работы в этих переменных имеет вид

$$A = \int_1^2 p_1 dV = \int_1^2 p_1 \frac{R}{P_1} dT = R(T_2 - T_1).$$

Оба представления равноценны. От одного к другому совершается формальный переход с помощью уравнения состояния.

Таблица 2. Изопроцессы

$C = \text{const}$	n	Процесс	Уравнение	Кривая
$C = 0$	$n = C_p/C_v = \gamma$	Адиабатный	$pV^\gamma = \text{const}$	адиабата
$C = \infty$	$n = 1$	Изотермический	$pV = \text{const}$	изотерма
$C = C_p$	$n = 0$	Изобарный	$V/T = \text{const}$	изобара
$C = C_v$	$n = \pm\infty$	Изохорный	$p/T = \text{const}$	изохора

Изохорный процесс - это процесс, осуществляемый при постоянном объеме. Работа в этом процессе равна нулю: $A = \int_1^2 p dV = 0$.

Изотермический процесс - это процесс, осуществляемый при постоянной температуре. Работа в этом процессе равна

$$A = \int_1^2 p dV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Внутренняя энергия идеального газа не изменяется, так как $T = \text{const}$ и, следовательно, $dU = 0$. Поэтому $\delta Q = \delta A$, что означает, что в изотермическом процессе все количество теплоты, подводимое извне, идет на совершение работы.

Адиабатный процесс - это процесс, при котором отсутствует теплообмен с окружающей средой ($\Delta Q = 0$). Поэтому первое начало термодинамики для этого процесса записывается в виде $C_v dT + p dV = 0$.

Откуда ясно, что $dT < 0$ при $dV > 0$, и работа, совершаемая газом при расширении в этом процессе, происходит за счет его внутренней энергии; $dT > 0$ при $dV < 0$, поэтому работа, совершаемая над газом, приводит к увеличению его внутренней энергии.

По общей формуле для работы

$$A = \int_1^2 p dV = p_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{p_1 V_1^\gamma}{1 - \gamma} (V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1}) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

где $p_1 V_1 = RT_1$. Принимая во внимание, что $(V_1/V_2)^{\gamma-1} = T_2/T_1$, формулу для работы можно преобразовать к виду $A = \frac{R(T_1 - T_2)}{(\gamma - 1)}$.

При расширении газа из состояния p_1, V_1 до некоторого другого объема V_2 работа при адиабатном процессе меньше, чем при изотермическом. Это объясняется тем, что при адиабатном процессе происходит охлаждение газа, в то время как в изотермическом процессе температура поддерживается постоянной за счет притока теплоты из термостата. Поэтому в изотермическом процессе при расширении давление газа уменьшается только за счет уменьшения плотности газа, а при адиабатном - за счет уменьшения плотности и средней кинетической энергии (температуры).

Энтропия идеального газа (в трактовке Р. Клаузиуса). Запишем формулу (26) первого начала термодинамики в виде

$$\frac{\delta Q}{T} = C_V \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV.$$

Используя уравнение состояния для одного моля: $p/T = R/V$, и учитывая, что $dT/T = d \ln T$, $dV/V = d \ln V$, получаем

$$\delta Q / T = d(C_V \ln T + R \ln V), \quad (34)$$

или
$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (35)$$

Так как правая часть равенства (34) является полным дифференциалом, то $\delta Q / T$ - также полный дифференциал функции состояния, названной *энтропией* S (от греч.- "изменение", "превращение").

В изолированной термодинамической системе изменение энтропии

$$dS \geq 0, \quad (36)$$

где знак (=) соответствует идеализированным обратимым процессам, а знак (>) - реальным необратимым процессам. Для необратимых процессов в закрытых системах неравенство можно представить в виде

$$dS = \frac{\partial Q_e}{T} + \frac{\partial Q_i}{T}, \quad (37)$$

где ∂Q_i - теплота, рожденная в системе необратимыми процессами.

Уравнения (35) - (37) представляют математическую запись второго закона термодинамики: *в изолированной системе энтропия сохраняет постоянное значение для обратимых процессов ($S = \text{const}$), возрастает при необратимых процессах и достигает максимального значения при термодинамическом равновесии ($S \rightarrow \text{max}$).*

Необратимые процессы всегда протекают в направлении возрастания энтропии, а сама она является количественным показателем способности системы к самопроизвольным изменениям.

Энтропия идеального газа (в трактовке Л. Больцмана). Людвиг Больцман дал физическую трактовку энтропии исходя из понятий статистической физики: *энтропия является мерой молекулярного хаоса, а закон ее неубывания отражает возрастающую дезорганизацию системы*. Это удалось доказать предположив, что энтропия каждого макроскопического состояния связана с вероятностью реализации этого состояния. Одно и то же макросостояние реализуется огромным числом микросостояний. Это число микросостояний называется термодинамической вероятностью Γ . При этом необходимо, чтобы все микросостояния данной системы были равновероятны. Только в этом случае термодинамическая вероятность оказывается пропорциональной вероятности (классической) макросостояния.

Для термодинамической вероятности справедливо:

$$\Gamma = \frac{N!}{N_1! N_2! N_3! \dots N_i!}, \quad (38)$$

где $N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_i$ - число молекул в системе; N_i - число молекул в i -м фазовом объеме (рис. 25).

Термодинамическая вероятность Γ - это число способов, которыми N молекул можно расположить в i ячейках системы. Больцман связал энтропию с термодинамической вероятностью:

$$S = k \ln \Gamma, \quad (39)$$

где k - постоянная Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$, Дж/К).

Формула Больцмана позволяет дать энтропии наглядное толкование: чем более сильно упорядочена система, тем меньше число микросостояний, которыми осуществляется макросостояние.

Рассмотрим идеальный газ в сосуде, разделенном на три отсека (рис. 25). Пусть в начальном состоянии молекулы газа распределены по отсекам различно. Можно подсчитать согласно уравнениям (38) и (39) термодинамическую вероятность $\Gamma_0 = 9!/6!2!1! = 252$ и энтропию начального состояния.

Переход системы (1) в равновесное состояние будет самопроизвольным и наиболее вероятным (термодинамическая вероятность максимальна) процессом. Наименее вероятен самопроизвольный переход в наиболее упорядоченное состояние 2. Термодинамические вероятности для этих двух ситуаций: $\Gamma_1 = 9!/3!3!3! = 1680$; $\Gamma_2 = 9!/0!9!0! = 1$.

Энтропия, в трактовке Больцмана, является *мерой неупорядоченности системы*. В результате самопроизвольных процессов изолированная система переходит в состояние термодинамического равновесия, которое характеризуется максимальной энтропией. При равновесии происходят флуктуации, которые вызывают локальное уменьшение энтропии $dS < 0$, но в системе возникают такие изменения, которые возвращают ее в равновесное состояние с S_{\max} . Следовательно, *стремление энтропии к S_{\max} является главным эволюционным принципом изолированной термодинамической системы* и называется законом неубывания энтропии и содержанием 2-го начала термодинамики.

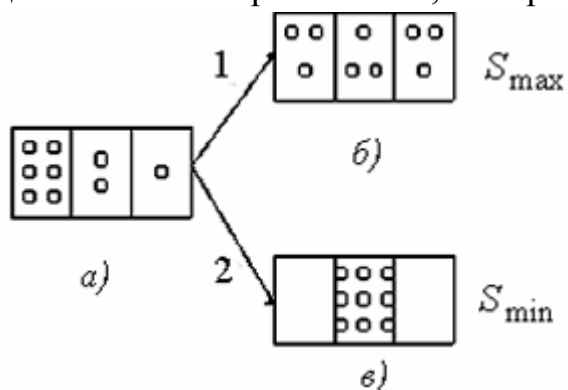


Рис. 25. Распределение молекул между тремя отсеками: *a* – начальное состояние системы, *б* – равновесное состояние системы с максимальной энтропией, *в* – неравновесное состояние системы с минимальной энтропией; 1 – самопроизвольный процесс, 2 – несамопроизвольный процесс

Равновесное состояние - наиболее вероятное состояние, совместимое с фиксированными внешними условиями. Внешние условия определяют те микросостояния, которые доступны системе, а значит и их число. В результате, значение энтропии следует за изменением внешних условий, достигая максимального значения, совместимого с ними.

Энтропия и энергия (в трактовке Л. Бриллюэна). Второй закон термодинамики указывает, что не все виды энергии эквивалентны. Л.Бриллюэн разделил по качеству все виды энергии и связал их с величиной энтропии. Энергиям, наиболее эффективно превращающимся в другие виды энергии, соответствует наименьшее значение энтропии. Энергии "высшего качества" (класс А): гравитационная, ядерная, световая, электрическая энергии; химическая энергия "среднего качества" (класс В); энергией "низкого качества" с максимальной энтропией является тепловая энергия (класс С). Согласно трактовке Бриллюэна, второй закон термодинамики для изолированной системы означает *постоянную деградацию энергии "высшего качества" в энергию "низкого качества"*.

Циклические процессы. Циклическим называется процесс, в результате которого система возвращается в исходное состояние.

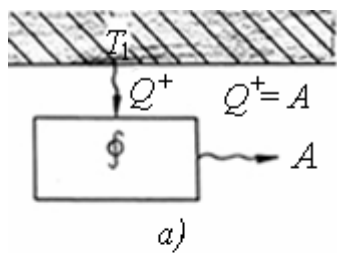
Если обе части равенства $\delta Q = dU + p dV$, проинтегрировать по рассматриваемому циклу, то получим $\oint \delta Q = \oint dU + \oint p dV$. Интеграл по замкнутому контуру от полного дифференциала равен нулю: $\oint dU = U_1 - U_1 = 0$. Поэтому вся работа, совершенная за цикл, получается за счет количества теплоты, поступившей в систему:

$$\oint \delta Q = \oint p dV = A. \quad (40)$$

Если работа совершается над системой ($\delta A < 0$), то система преобразует работу в теплоту: в одной части цикла в систему поступает теплота, а в другой - вытекает больше теплоты, чем входит. Сама же система после завершения цикла возвращается в прежнее состояние.

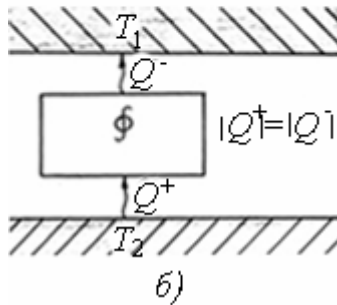
Формулировки Кельвина и Клаузиуса второго начала термодинамики:

1. Принцип Кельвина (В. Томпсон, 1851г.): *невозможен циклический процесс, единственным результатом которого является производство работы и обмен теплоты с одним тепловым резервуаром, имеющим во всех частях одинаковую температуру* (рис. 26, а).



Превращение теплоты в работу должно сопровождаться передачей ее части холодильнику.

2. Формулировка Р. Клаузиуса (1850 г.): *невозможен циклический процесс, единственным результатом которого была бы передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому* (рис. 26, б).



Утверждение, содержащееся в формулировке Кельвина, следует из утверждения формулировки Клаузиуса. Очевидно, что работа может быть полностью превращена в тепло, например посредством трения. Поэтому, если превратить (с помощью процесса, запрещенного формулировкой Кельвина) тепло, отнятое от какого-нибудь тела, полностью в работу, а затем ее превратить при посредстве трения в тепло, сообщаемое другому телу с более высокой температурой, то в результате получаем процесс, запрещенный формулировкой Клаузиуса.

Рис. 26. Схематическая иллюстрация второго начала термодинамики в формулировках: а – Кельвина, б - Клаузиуса; $T_1 > T_2$
Указанный на рисунке процесс невозможен

Коэффициент полезного действия. По своему значению система, выполняющая циклический процесс, является машиной, которая производит работу за счет количества теплоты, поступающего в нее из термостата. Чем больше количества теплоты, поступившего из термостата, превращается в работу, тем более эффективна машина. Эффективность машины характеризуется коэффициентом полезного действия η , определяемым как отношение произведенной машиной работы A за один цикл к количеству теплоты Q^+ , полученному машиной от термостатов:

$$\eta = A/Q^+. \quad (41)$$

В этой формуле работа A может быть измерена графически площадью, ограниченной замкнутой кривой, изображающей цикл на диаграмме процессов (рис. 27), и задается формулой (40); Q^+ - количество теплоты, которое вошло в систему от термостатов ($Q^+ > 0$).

Формулу (41) перепишем в виде

$$\eta = \frac{(Q^+ + Q^-)}{Q^+} = 1 + \frac{Q^-}{Q^+}. \quad (42)$$

Эта величина всегда меньше единицы, поскольку Q^- отрицательна.

Вычисление КПД цикла Карно с помощью энтропии. Наиболее простым по содержанию является цикл Карно. Он состоит из двух изотерм при температурах T_1 и T_2 между состояниями 1, 2 и 3, 4 и двух адиабат ($\delta Q = 0$) между состояниями 2, 3 и 4, 1. Направление цикла указывают стрелками на диаграмме процессов (рис. 28). При выполнении цикла Карно необходимы два термостата: термостат с более высокой температурой T_1 - теплоотдачик; термостат с более низкой температурой T_2 - теплоприемник.

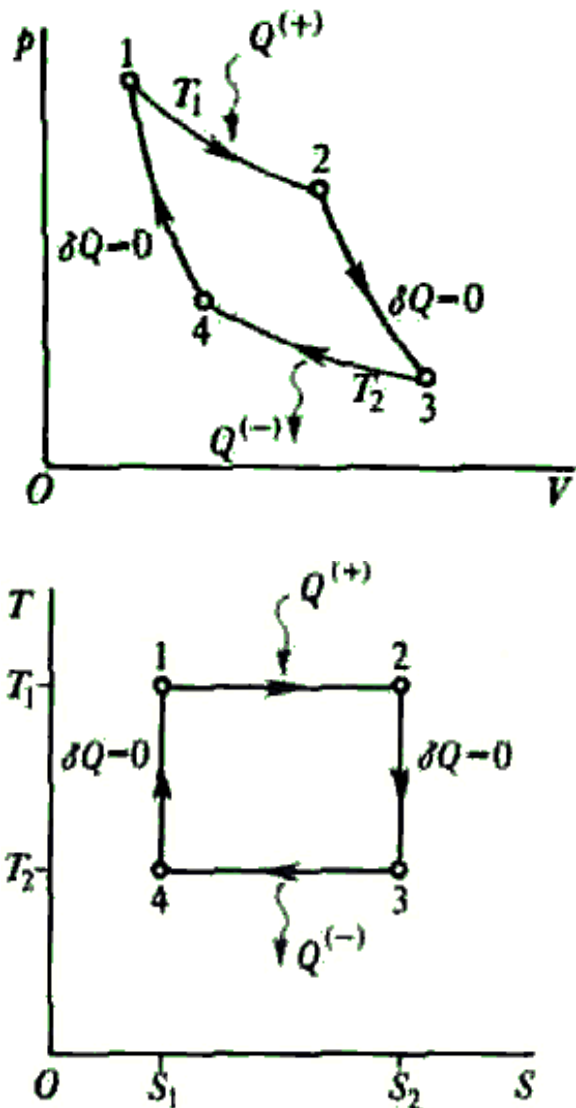


Рис. 28. Схема цикла Карно в переменных T, S

Представим цикл Карно в координатах T, S . Чередующиеся изотермы и адиабаты организуют в координатной сетке прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат.

Из определения энтропии $\delta Q = T dS$, поэтому

$$Q^+ = \int_1^2 \delta Q = T_1 \int_1^2 dS = T_1 (S_2 - S_1),$$

$$Q^- = \int_3^4 \delta Q = T_2 \int_3^4 dS = T_2 (S_4 - S_3).$$

Учитывая, что в адиабатном обратимом процессе энтропия не изменяется, получаем $S_2=S_3$, $S_1=S_4$, и формула (42) принимает вид

$$\eta = 1 + [T_2(S_4 - S_3)] / [T_1(S_2 - S_1)] = 1 - T_2/T_1, \quad (43)$$

При выводе формулы (43) не делалось никаких предположений о свойствах рабочего вещества и устройстве тепловой машины.

Термодинамические потенциалы. Подход И.Р. Пригожина. Все функции состояния, используемые в термодинамике, называются термодинамическими потенциалами. Каждому набору независимых макропараметров соответствует термодинамический потенциал (табл. 3). Изменения потенциалов, происходящие в ходе каких-либо процессов, определяют либо совершаемую системой работу, либо получаемое системой тепло.

Объединим первый и второй законы термодинамики: $TdS = dU + \delta A$, или $TdS = dU + \delta A_p + \delta A_0$, где $\delta A_p = p dV$.

Тогда полезная работа $-\delta A_0 = dU + pdV - TdS$.

1. Если процессы осуществляются при постоянной температуре ($T=\text{const}$) и постоянном объеме ($V=\text{const}$), то максимальная полезная работа в системе выполняется за счет изменения *свободной энергии Гельмгольца* F (изохорно-изотермический потенциал). В этом случае $pdV = 0$ и $-\delta A_0 = dU - TdS = d(U - TS) = dF$, где $F = U - TS$; TS - *связанная энергия*: это та часть внутренней энергии, которая не может быть преобразована в работу в изотермических условиях. Термин "связанная энергия" несет в себе оттенок обесцененной энергии, и она тем выше, чем больше величина S . Поэтому энтропию и называют мерой обесцененности энергии: чем выше S , тем ниже "качество" энергии, и наоборот.

В дифференциальной форме изменение свободной энергии Гельмгольца запишется как

$$dF = dU - T dS. \quad (44)$$

2. Если процессы осуществляются при постоянных температуре и давлении, то максимальная полезная работа выполняется за счет изменения свободной энергии Гиббса G (изобарно-изотермический потенциал):
 $-\delta A_0 = dU + pdV - TdS = dH - TdS = d(H - TS) = dG,$

где $G = H - TS$. В дифференциальной форме:

$$dG = dH - T dS. \quad (45)$$

Таблица 3. Характеристики устойчивого состояния системы

Характеристика системы	$V = \text{const}$ $S = \text{const}$	$p = \text{const}$ $S = \text{const}$	$V = \text{const}$ $T = \text{const}$	$T = \text{const}$ $p = \text{const}$
Критерий устойчивости	$dU < 0$	$dH < 0$	$dF < 0$	$dG < 0$
Термодинамический потенциал, обеспечивающий устойчивое состояние системы в заданных условиях	U_{min}	H_{min}	F_{min}	G_{min}

Выводы: 1. Выполнение полезной работы при осуществлении необратимых процессов всегда сопровождается рассеиванием энергии, величину которой определяет TdS . Чем больше эта величина, тем более необратим процесс. При постоянной температуре необратимость процессов характеризует величина dS . Только для обратимых процессов рассеивание энергии отсутствует: $TdS = 0$.

2. По величине и знаку изменения термодинамического потенциала можно судить о направленности процессов. Если в результате определенных процессов термодинамические потенциалы понижаются ($dF < 0$ или $dG < 0$), то такие процессы проходят с выделением энергии и являются самопроизвольными. Процессы, протекающие с увеличением термодинамических потенциалов ($dF > 0$ или $dG > 0$), требуют поглощения дополнительной энергии из внешней среды и являются несамопроизвольными.

3. При достижении равновесия термодинамические потенциалы стремятся к минимальным значениям: $F \rightarrow \min, dF = 0; G \rightarrow \min, dG = 0$.

В изолированной системе не может увеличиваться свободная энергия и при $\Delta H = 0, \Delta G = -T\Delta S < 0$. Пока энергетические превращения в данной системе сопровождаются переходами разных видов энергии друг в друга без их переходов в тепло, $\Delta G = 0$ и все эти процессы обратимы. Как только какая-либо часть энергии превращается в тепловую, процесс становится необратимым в той степени, в которой произошел этот переход.

Необратимые процессы. Энтропия изолированной системы всегда растет, поскольку в предоставленной самой себе (изолированной) системе процессы идут, как правило, необратимо. Неубывание энтропии в изолированной системе обуславливается в конечном счете равновероятностью всех ее микроскопических состояний, приводящей систему в наиболее вероятное состояние термодинамического равновесия. Таким образом, второе начало указывает направление изменений в системе, если они должны произойти, или на отсутствие изменений, если они не могут произойти. Однако в этом движении со стратегически заданным направлением возможны флуктуации: на определенном малом отрезке времени система может изменяться в направлении менее вероятных состояний, а значит с убыванием энтропии в этом интервале времени. Поэтому закон неубывания энтропии в изолированной системе не содержит в себе абсолютного запрета убывания энтропии.

В неизолированных системах энтропия может и возрасти, и убывать, и оставаться неизменной в зависимости от характера процесса (см. уравнение (37)).

В отличие от энергии, которая подчиняется закону сохранения, энтропия подобного закона не знает. Она сохраняется только в обратимых процессах, представляющих высшую стадию идеализации.

Элементы физической кинетики

Элементы теории столкновений. Центры двух одинаковых молекул не могут сблизиться на расстояние, меньшее, чем их диаметр $d = 2r$. Если считать, что молекулы движутся относительно друг друга, то столкновение может произойти всякий раз, когда центр движущейся молекулы (точечная частица) при своем движении пересечет площадку $\sigma = \pi d^2$ вокруг центра другой молекулы. Эта площадь - *поперечное сечение* является количественной характеристикой вероятности определенного процесса, так как оно численно равно вероятности столкновения пары на единице площади.

Вероятность столкновений определяется вероятностью события - конкретного результата (изменения направления движения, поляризации или захвата нейтрона ядром урана с последующим давлением и т.п.) и описывается с помощью поперечного сечения.

Рассмотрим газ, разряженный настолько, чтобы происходили только двойные столкновения. Положим молекулы твердыми шарами радиуса r с упругими столкновениями между собой. Падающую частицу посчитаем точечной, а остальные частицы, с которыми она может столкнуться, - неподвижными мишенями с такими пространственными размерами, что максимальная площадь их поперечного сечения плоскостью, перпендикулярной направлению движения падающей частицы, равна σ (рис. 29). Эта воображаемая площадь подбирается такой, чтобы вероятность рассматриваемого результата столкновения была равна вероятности того, что падающая частица, двигаясь прямолинейно, без взаимодействия попадает на площадку σ .

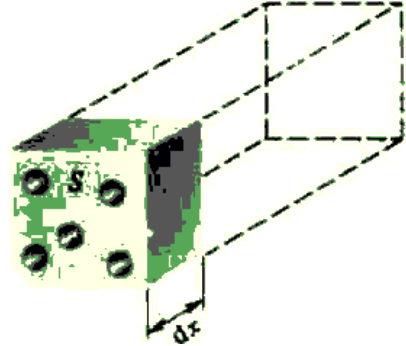


Рис. 29. К определению площади поперечного сечения

Пусть падающая частица падает на площадь S объема V . В слое толщины dx находится $n_0 S dx$ частиц-мишеней, где n_0 - концентрация частиц-мишеней. Сумма их поперечных сечений закрывает часть площади S и равна $dS = \sigma n_0 dx S$. Тогда вероятность того, что падающая частица сталкивается хотя бы с одной частицей - мишенью в слое dx : $dP = \frac{dS}{S} = \sigma n_0 dx$.

Откуда и определяется поперечное сечение σ рассматриваемого процесса. Величины σ и n_0 не зависят от x . Поэтому вероятность события (столкновения) растет пропорционально пройденному падающей частицей пути.

Длина пути $\langle l \rangle$, при которой эта вероятность равна единице, называется *средней длиной свободного пробега*: $1 = \sigma n_0 \langle l \rangle$; $\langle l \rangle = \frac{1}{\sigma n_0}$ - это

путь, который в среднем проходит падающей частицей в веществе мишеней, прежде чем наступает событие (столкновение).

При заранее заданном направлении вдоль оси перпендикулярной площадке средний пробег молекул после последнего столкновения перед пересечением площадки составляет лишь $\frac{2}{3} \langle l \rangle$.

В случае реальных молекул, не имеющих жестких границ, а имеющих поле сил взаимодействия, вместо поперечного сечения используется понятие *эффективное сечение*, определяемое через вероятность того или иного процесса.

Особенностью неравновесных состояний системы является стремление системы к равновесному состоянию. Как только условия, приводящие систему к неравновесному состоянию, исчезают, система самопроизвольно возвращается в равновесное состояние, которое оказывается наиболее вероятным. Это самопроизвольное возвращение к равновесию называют *релаксацией* к равновесному состоянию.

Значит, основным отличием неравновесных процессов является зависимость термодинамических параметров от времени. Время, в течение которого система переходит из неравновесного состояния в равновесное состояние, называется *временем релаксации*. Например, время, в течение которого распределение станет максвелловским, называется временем релаксации к распределению Максвелла, или временем термализации.

Если имеется смесь двух сортов молекул, распределение которых отличается от максвелловского, то представленные сами себе оба сорта молекул достигнут распределения Максвелла по скоростям, но в течении, вообще говоря, различных промежутков времени, т.е. их времена релаксаций различны. Если распределение плотности газа в пространстве неоднородно, то оно стремится стать однородным. Время достижения однородной плотности характеризуется своим временем релаксации и оно, конечно, не равно, например, времени релаксации к распределению Максвелла. Итак, при отклонении от положения равновесия система переходит к нему с различными временами релаксации по различным параметрам.

Процессы перехода к равновесному состоянию в газах за время релаксации называются *процессами переноса*:

1. Выравнивание температуры во всех частях системы и связанный с этим перенос теплоты - *теплопроводность*.

2. Выравнивание плотности (концентраций) каждой из компонент системы во всех ее частях и связанный с этим перенос вещества компонентов, составляющих фазу вещества - *диффузия*.

3. Выравнивание поля относительных скоростей в системе за счет сил торможения или вязкости, и связанный с этим обмен импульсами упорядоченного движения различными слоями газа или жидкости - *внутреннее трение*.

Общее уравнение переноса. Рассмотрим перенос во времени и в пространстве системы произвольного единичного признака отличия, отнесенного к каждой отдельной частице в выделенной группе частиц. Этим признаком может быть счетная (меченая) частица, масса, энергия, импульс,

электрический заряд и даже запах, т.е. любой потенциально переносимый частицей признак. Условия в системе, при которых происходит такое рассмотрение, равновесные.

Обозначим исследуемый единичный признак G . Пусть в одной области системы концентрация этого признака немного выше, чем во второй – соседней. В этом случае говорят о наличии градиента концентрации, направленного в сторону первой области. Признак G смещается в направлении уменьшения его проявления, и система релаксирует по этому признаку к равновесному состоянию.

Для простоты и удобства рассмотрения потребуем для системы изотропность по данному признаку. Это означает, что все направления по развитию (изменению) этого признака эквивалентны. Например, это может быть геометрическая расходимость признака G от единой точки (центра) – его источника (стока). В этом случае любое произвольное направление можно обозначить осью X и выбрать как исследуемое.

Направим ось X вдоль градиента G (рис. 30). Среднее расстояние, пробегаемое молекулами, пересекающими dS после последнего столкновения $\frac{2}{3} \langle l \rangle$. Эта величина обычно очень ма-

ла, поэтому на расстоянии $\frac{2}{3} \langle l \rangle$ от площадки:

$$G\left(x \pm \frac{2}{3} \langle l \rangle\right) = G(x) \pm \frac{2}{3} \langle l \rangle \frac{dG(x)}{dx},$$

т.е. ограничившись первым членом разложения в ряду Тейлора в точке x . Поток числа молекул в направлении оси X равен $\frac{1}{4} n_0 v_0$.

Поток J признака G , транспортируемого молекулами сквозь площадку dS в направлении отрицательных значений оси X :

$$J_G^{(-)} = -\frac{1}{4} n_0 \langle v \rangle \left\{ G(x) + \frac{2}{3} \langle l \rangle \frac{dG(x)}{dx} \right\},$$

а в направлении положительных X :

$$J_G^{(+)} = \frac{1}{4} n_0 \langle v \rangle \left\{ G(x) - \frac{2}{3} \langle l \rangle \frac{dG(x)}{dx} \right\}.$$

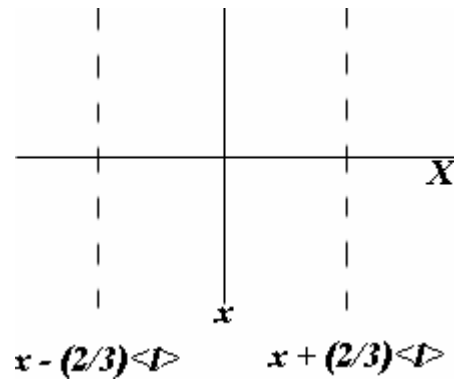


Рис. 30. К выводу общего уравнения процессов переноса

Суммарный поток:

$$J_G = J_G^{(+)} + J_G^{(-)} = -\frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{dG}{dx}. \quad (46)$$

Уравнение (46) является *общим уравнением процессов переноса* количества G .

Теплопроводимость. Пусть G - средняя энергия теплового движения, приходящая на одну молекулу.

Из теоремы о равнораспределении энергии по степеням свободы имеем:

$$G = \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{kN_A}{N_A} T = \frac{i}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{C_V}{N_A} T, \quad (47)$$

где C_V - молярная теплоемкость.

Подставляя (47) в уравнение (46), получаем *уравнение Фурье* для теплопроводности (закон Фурье):

$$J_Q = -\frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{C_V}{N_A} \frac{dT}{dx} = -\lambda \frac{dT}{dx}, \quad (48)$$

где J_Q - поток теплоты; λ - теплопроводимость, $\rho = n_0 m$ - плотность,

$c_V = \frac{C_V}{N_A m}$ - удельная теплоемкость газа при $V = \text{const}$.

Количество теплоты, перенесенное за время dt : $dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt$.

При фиксированной n_0 , главные различия определяются разными $\langle v \rangle$ и, значит, легкие газы обладают большей теплопроводимостью, чем тяжелые.

Так как $n_0 \langle l \rangle = 1/\sigma$ и не зависит от P , а $\langle v \rangle \propto \sqrt{T}$ и также не зависит от P , то теплопроводимость не зависит от давления и увеличивается приблизительно прямо пропорционально \sqrt{T} .

Вязкость. Внутреннее трение в газах обусловлено переносом импульса молекул поперек направления движения газа. В результате теплового движения молекулы перетекают из одного слоя газа в другой, перенося при этом свои импульсы $m\vec{u}$. Быстрее движущийся слой тормозится, а медленнее движущийся - ускоряется. Это и есть механизм внутреннего трения между слоями газа.

Здесь $G = m u$; $I_{mU} = -\frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle m \frac{du}{dx} = -\eta \frac{du}{dx}$;

где динамическая вязкость: $\eta = n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{m}{3} = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$.

Сила внутреннего трения: $dF = -\eta \frac{du}{dx} dS$.

Так как $n_0 \langle l \rangle = 1/\sigma$, и $\langle v \rangle \propto \sqrt{T}$, то динамическая вязкость не зависит от давления и растет как \sqrt{T} . Кинематическая вязкость: $\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$.

Самодиффузия. Пусть молекулы одинаковые по всем параметрам, отличаются по одному индивидуальному признаку G , не оказывающему влияние на их взаимодействие. Значит, переносится должен этот признак отличия. Примем обозначения концентрации $n_1(x)$, $G = \frac{n_1}{n_0}$, где n_0 - равновесная концентрация.

Суммарный поток признака определяет форму, известную как *уравнение Фика*: $J_{N_1} = -\frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle \frac{d}{dx} \left(\frac{n_1}{n_0} \right) \quad J_{N_1} = -D \frac{dn_1}{dx}$.

где коэффициент диффузии: $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$.

Масса M , перенесенная за время dt при диффузии: $dM = -D \frac{d\rho}{dx} dS dt$,

где ρ - плотность вещества.

Ясно, что с одной стороны $D \propto \frac{1}{\rho}$, и при фиксированной температуре $\langle v \rangle = \text{const}$, $l \propto \frac{1}{\rho}$; с другой - при фиксированном давлении $\langle l \rangle \propto T$,

$\langle v \rangle \propto \sqrt{T}$. Следовательно, при $P = \text{const}$: $D \propto T^{\frac{3}{2}}$.

Связь между коэффициентами, характеризующими процессы переноса: $\lambda = \frac{\eta c_V}{m N_A} = \eta c_V$; $D = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\lambda}{c_V \rho}$.

Наличие этой связи обусловлено: одинаковостью физической природы процессов переноса, описанием всех процессов одинаковыми уравнениями.

О взаимодиффузии и термодиффузии. При *взаимодиффузии* в газе из смеси различных молекул, различающихся динамическими свойствами и характером взаимодействия, большие значения приобретают гидродинамические потоки, существующие наряду с диффузными. Они возникают для компенсации неоднородности давления, образующегося из-за различной скорости диффузии компонентов газа. Процесс диффузии сильно усложняется.

Если в объеме V , занимаемом смесью газов, создать градиент температуры, то равномерное распределение газа по объему нарушается. В большинстве случаев в более теплых областях объема увеличивается концентрация легких компонентов смеси, а в более холодных - тяжелых. Это явление - *термическая диффузия*.

Реальные газы

Реальные газы - газы с межмолекулярным взаимодействием. Результат взаимодействия определяется соотношением между средними кинетической и потенциальной энергиями взаимодействия молекул.

Системы молекул. Жидкое и газообразное состояние. Агрегатное состояние веществ определяется соотношением между средней кинетической $\langle K \rangle$ и средней потенциальной $\langle U \rangle$ энергиями взаимодействия молекул: у газов $\langle K \rangle \gg |\langle U \rangle|$; у жидкостей $\langle K \rangle \approx |\langle U \rangle|$; у твердых тел $\langle K \rangle \ll |\langle U \rangle|$. (Модуль потенциальной энергии берется, т.к. принято считать, что U притяжения отрицательна.)

Если сумма кинетической и потенциальной энергий рассматриваемой системы молекул положительна, то молекулы, предоставленные самим себе, стремятся разойтись на бесконечно большое расстояние. Это соответствует желанию системы аккумулировать минимальную плотность энергии и стремлению газа к расширению. При сжатии газа (с ростом давления) его плотность увеличивается, и $\langle l \rangle$ молекул уменьшается. При этом падает и потенциальная энергия, т.к. она пропорциональна расстоянию между молекулами. Если средняя кинетическая энергия не слишком велика, то может наступить такой момент, когда сумма кинетической и потенциальной энергии станет отрицательной. Такая система уже не может самопроизвольно рассеяться в большом объеме, поскольку после рассеяния, ее энергия состояла бы лишь из кинетической, т.е. была бы положительной, что оказывается невозможным, т.к. полная система энергии уже

отрицательна: т.е. существует ситуация связанного состояния. Молекулы не могут разойтись на бесконечно большое расстояние и удерживаются в конечном объеме. Такое состояние будет либо жидким, либо твердым.

В жидкостях молекулы не связаны между собой стационарными устойчивыми связями, но их упаковка плотнее чем в газах и в течение продолжительных промежутков времени группы молекул могут образовывать агрегаты молекул. Эти агрегаты (кластеры) молекул по своим структурным свойствам напоминают твердое тело. При установившихся внешних условиях среднее количество кластеров в жидкости неизменно. Они все время распадаются и реорганизуются в новые за счет сил Ван-дер-Ваальса. Неустойчивость кластеров объясняется зависимостью сил взаимодействия от расстояния между частицами: $F(r) \approx r^{-7}$. Столкновение с молекулой может увеличить расстояние между соседними молекулами в кластере, одна или несколько молекул покинут кластер, и он распадется. Возможен и обратный результат, все зависит с какой молекулой из распределения Максвелла взаимодействует кластер: если скорость молекулы мала - он ее захватит, если велика - он может развалиться.

Изотермы реального газа и жидкости. Типичный вид изотерм реального газа, наблюдаемый в экспериментах при сжатии показан на рис.31. При сжатии газа при температуре T до объема V_1 его давление повышается до p . При дальнейшем уменьшении объема часть газа превращается в жидкость, но давление при этом остается равным p . Значит на участке изотермы от B до C в сосуде одновременно имеются и жидкость, и газ, разделенные границей, являющейся поверхностью жидкости. Физические однородные части, на которые распалась система, называются *фазами*.

В точке B весь объем заполнен газообразной фазой, при движении от B к C доля объема, заполненная газообразной фазой, уменьшается, а заполненная жидкой фазой - увеличивается. На участке CB система состоит из жидкой и газообразной фаз. В точке C весь объем заполнен жидкой фазой. При дальнейшем уменьшении объема производится сжатие жидкости. Жидкость оказывает очень большое сопротивление сжатию, поэтому даже при небольшом уменьшении объема давление увеличивается значительно. При увеличении температуры участок изотермы, соответствующий двухфазной системе, уменьшается. При $T_{кр}$ участок изотермы превращается в точку (точка K на контуре штриховой линии). *В этой точке исчезает разница между жидкостью и газом, или жидкость и газ имеют одинаковые физические свойства.* Такое состояние называется критическим, а вели-

чины $P_{кр}$, $V_{кр}$, $T_{кр}$, его характеризующие, критическими. Выше этой критической температуры газ не может быть превращен в жидкость ни при каком состоянии и давлении.

Выше давления $p_{кр}$ изотерма $T_{кр}$ разделяет газообразное и жидкое состояния так, что в точках этой изотермы свойства фаз одинаковы.

Область двухфазных состояний выделена штриховой кривой $СКВА$. Смена фазы возможна или через область двухфазных состояний, или минуя ее. Например, переход из газообразного состояния N в жидкое M можно осуществить либо по пути $NBCM$, либо по пути $NN'RM'M$. Во втором случае в точке R будет совершен переход в жидкое состояние, минуя двух-

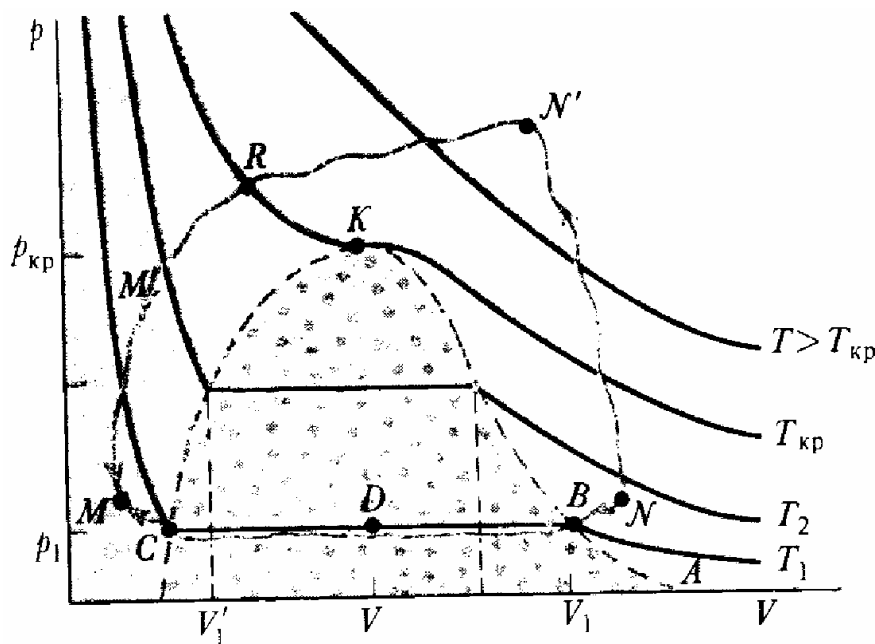


Рис. 31. Изотермы реального газа и жидкости

фазную систему. В этой точке свойства жидкого и газообразного состояний совпадают. Однако в соседних точках, по разные стороны изотермы эти свойства различны: с одной стороны изотермы вещество является газом и стремится расшириться, с другой - жид-

костью и стремится сохранить свой объем.

В критическом состоянии теряется различие между жидким и газообразным состоянием. Равновесие между жидкостью и насыщенным паром является динамическим и осуществляется путем постоянного обмена веществом между фазами. Это означает, что вещество не оказывает сопротивления изменению объема, но и не стремится увеличить свой объем. Оно становится как бы безразличным к изменению своей плотности. Это состояние является благоприятным для развития больших флуктуаций плотности.

Свойства вещества в критическом состоянии. В точке К изотерма имеет горизонтальное направление. Значит $(\partial p / \partial V)_T = 0$, т.е. давление (плотность) не зависит от объема. Иными словами, если в некоторой области плотность частиц увеличилась, то не возникает сил давления, которые стремились бы эту плотность уменьшить, и, наоборот, уменьшение плотности (давления) не приводит к возникновению факторов, стремящихся восстановить прежнее равновесное состояние. В результате этого в критическом состоянии флуктуации плотности допускаются самим веществом, а значит реализуются в нем очень большими. Это приводит к явлению критической опалесценции.

Критическая опалесценция. Если в прозрачном сосуде сжимать газ и просвечивать сосуд лучом света, то на экране проходящий свет дает изображение сосуда. Ввиду различия в коэффициентах поглощения жидкости и насыщенного пара на экране видны жидкая и газообразная фазы и граница между ними. При нагревании двухфазной системы граница между фазами является неподвижной, т.к. доли объемов, занимаемых жидкостью и газообразной фазой, не изменяются. При приближении к критической температуре граница становится менее резкой. При критической температуре различие между жидкой и газообразной фазами пропадает, и следует ожидать исчезновения границы, но вместо этого в момент, когда граница должна исчезнуть, весь объем сосуда становится непрозрачным для света. Это явление называется *критической опалесценцией*. Через небольшой промежуток времени при дальнейшем повышении температуры прозрачность восстанавливается, но в сосуде находится только газообразная фаза.

Критическая опалесценция объясняется тем, что в критическом состоянии велики флуктуации плотности. Благодаря этому от точки к точке очень сильно изменяется показатель преломления и поглощения среды. В результате свет сильно рассеивается и поглощается в среде.

Теплота фазового превращения. В двухфазной системе жидкость и пар при данной температуре имеют вполне определенные средние плотности и давления. Пар называется насыщенным потому, что его нельзя "уп-

лотнить" при той же температуре. При попытке "уплотнения" часть насыщенного пара превращается в жидкость. Именно этот процесс и происходит в двухфазной системе при изменении ее объема.

При увеличении объема часть жидкости переходит в пар (насыщенный), но при этом для поддержания температуры постоянной, системе извне необходимо сообщать соответствующее количество теплоты, называемой *теплотой фазового превращения*, или *скрытой теплотой перехода*. Она идет на преодоление сил притяжения или, иначе говоря, на компенсацию отрицательной потенциальной энергии притяжения между молекулами. Иными словами, она идет на изменение фазового состояния вещества. При критической температуре, очевидно, она равна нулю. Фазовые переходы с поглощением или выделением скрытой теплоты перехода называются *фазовыми переходами первого рода*.

Уравнение Ван-дер-Ваальса. Эксперименты, проведенные в широком диапазоне давлений показали, что pV не является постоянным при $T = \text{const}$, как это должно быть по модели идеального газа. Произведение pV изменяется с давлением так, как будто при малых давлениях газ сжимается более охотно, чем идеальный, а при больших давлениях он сопротивляется сжатию сильнее, чем идеальный. Другими словами, *при малых плотностях газа в нем действуют дополнительные силы притяжения, а при больших плотностях - силы отталкивания*.

Уравнение состояния зависит от закона взаимодействия между молекулами. Поэтому, строго говоря, *каждый сорт молекул имеет свое уравнение состояния*. Никакого универсального уравнения состояния для газов с межмолекулярным взаимодействием и для жидкостей не существует. Наиболее широкую известность среди приближенных уравнений состояния получило уравнение Ван-дер-Ваальса. Оно позволяет учитывать взаимодействие между молекулами.

Действия отталкивания сводятся к тому, что молекула не допускает проникновения других молекул в занимаемый ею объем. Поэтому, силы отталкивания характеризуются эффективным объемом молекулы и доступным для изменения является не весь объем V , а лишь его часть $(V - mb')$,

где mb' - суммарный эффективный объем молекулы, пропорциональный массе газа.

Наличие сил притяжения приводит к появлению дополнительного внутреннего давления на газ, что приводит к уменьшению внешнего давления, удерживающего газ в заданном объеме. Дополнительное внутреннее давление на газ пропорционально n_0^2 или обратно пропорционально $\frac{m^2}{V^2}$.

С учетом этих поправок и учитывая постоянные Ван-дер-Ваальса как коэффициенты пропорциональности $\left(p + \frac{m^2 a'}{V^2}\right)(V - mb') = \frac{m}{M} RT$, где постоянные Ван-дер-Ваальса a' и b' имеют разные значения для разных газов.

Это уравнение Ван-дер-Ваальса может быть записано в других видах:

1. С учетом удельного объема $v = \frac{V}{m}$ и $R_0 = \frac{R}{m}$, получаем

$$\left(P + \frac{a'}{v^2}\right)(v - b') = R_0 T;$$

2. Часто вместо постоянных a' и b' используют $a = a'M^2$ и $b = b'M$. Тогда с учетом того, что $v = m/M$, уравнение принимает вид:

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT;$$

3. Учитывая, что $V_m = \frac{V}{v}$, предыдущую форму перепишем в виде:

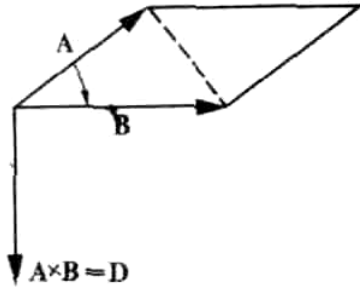
$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT .$$

Для плотных газов уравнение Ван-дер-Ваальса, как количественное соотношение, не годится. Однако качественно оно правильно передает поведение и таких газов.

Приложения

Приложение 1

Векторное произведение. Векторным произведением $\vec{A} \times \vec{B}$ векторов \vec{A} и \vec{B} называется вектор $\vec{D} = \vec{A} \times \vec{B}$, определяемый следующим образом (рис. 1П): 1) он перпендикулярен плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы \vec{A} и \vec{B} ,



и направлен в ту сторону, в которую будет двигаться винт с правой нарезкой, если его головку вращать в том же направлении, в каком необходимо поворачивать вектор \vec{A} для совпадения с вектором \vec{B} по кратчайшему пути (правило правого винта). Иначе говоря, векторы \vec{A} , \vec{B} и $\vec{D} = \vec{A} \times \vec{B}$ друг относительно друга ориентированы так же, как и положительные направления осей X, Y, Z правой системы координат; 2) по модулю он равен произведению модулей перемножаемых векторов на синус угла между ними:

Рис. 1П. Векторное произведение $\vec{D} = \vec{A} \times \vec{B}$. Этот вектор перпендикулярен плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы

и направлен в ту сторону, в которую будет двигаться винт с правой нарезкой, если его головку вращать в том же направлении, в каком необходимо поворачивать вектор \vec{A} для совпадения с вектором \vec{B} по кратчайшему пути (правило правого винта). Иначе говоря, векторы \vec{A} , \vec{B} и $\vec{D} = \vec{A} \times \vec{B}$ друг относительно друга ориентированы так же, как и положительные направления осей X, Y, Z правой системы координат; 2) по модулю он равен произведению модулей перемножаемых векторов на синус угла между ними:

$$|\vec{D}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\left(\hat{\vec{A}, \vec{B}}\right) \quad (1П.)$$

Здесь существенно, что угол между векторами \vec{A} и \vec{B} отсчитывается от первого сомножителя \vec{A} ко второму \vec{B} по кратчайшему расстоянию, т.е. угол меньше или равен π , вследствие чего синус в (1П) не может быть отрицательным. Как видно из (1П.), модуль векторного произведения равен площади параллелограмма, построенного на перемножаемых векторах (рис. 1П.).

Приложение 2

Переход от декартовых координат к полярным. Так как вероятность быть обнаруженной на плоскости зависит только от выбранного элемента площади, то необходимо иметь возможность перехода от одной системы координат к другой, более удобной, т.е. связанной с геометрией границ системы.

Переходим от прямоугольных координат к полярным координатам r и φ (рис. 2П.1). Меняем элемент площади в обозначениях $dx dy$ на другие (r, φ) обозначения: $dx dy = r dr d\varphi$.

Значение модуля радиуса

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

За элемент площади в случае равномерного распределения при фиксированном r можно взять площадь кольца радиусом r и шириной dr , т.е. $2\pi r dr$.

Переход от декартовых координат к сферическим. Если положение в пространстве характеризовать случайными величинами r , φ и θ , связанными с x , y , z формулами сферических координат, то

$$x = r \sin \theta \cos \varphi; \quad y = r \sin \theta \sin \varphi; \quad z = r \cos \theta.$$

Элемент объема, определяющий вероятность:

$$dx dy dz = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi.$$

Если распределение в пространстве не зависит от углов φ и θ , нужно проинтегрировать по углам:

$$dV(r) = r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi r^2 dr$$

Этот же результат получится, если за элемент объема взять шаровой слой радиусом r и толщиной dr , т.е. $4\pi r^2 dr$. Таким образом, элемент пространства dr в случае изотропной величины можно заменить шаровым слоем $4\pi r^2 dr$. Тогда вероятность найти случайную величину в таком пространстве на расстоянии r от начала координат, несмотря на равномерное распределение по осям величин x, y, z будет квадратичной функцией r :

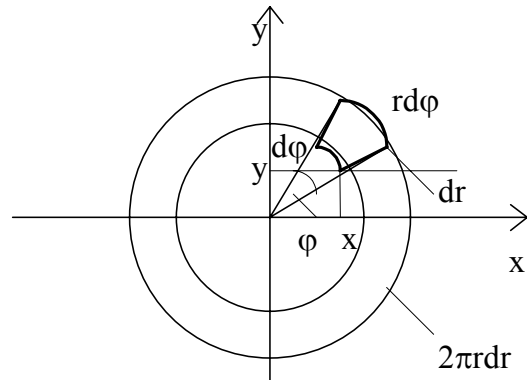


Рис. 2П.1. К переходу от декартовых координат к полярным

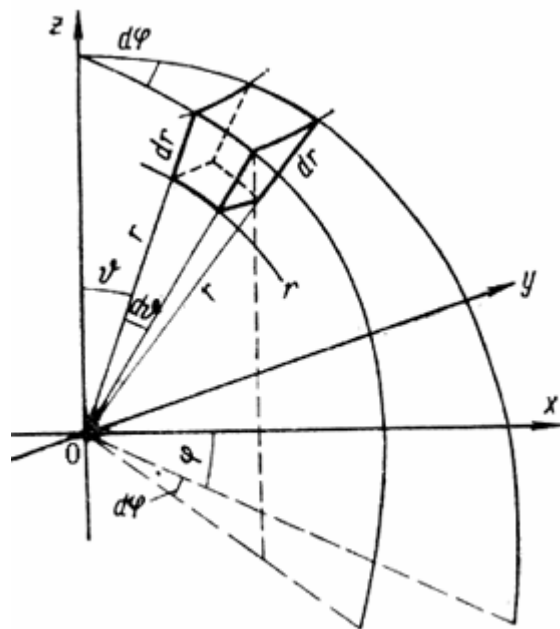


Рис. 2П.2. К переходу от декартовых координат к сферическим

$$dP(r) = \text{const } 4\pi r^2 dr.$$

Характерные скорости молекул при Максвелловском распределении. Для сравнения движения молекул газа в разных случаях вводятся некоторые характерные для распределения Максвелла скорости.

1. Самое большое число молекул $dN(v)$ приходится на скорость, соответствующую максимуму кривой $f(v)$. Поэтому соответствующая скорость называется *наивероятнейшей* (наиболее вероятной).

Чтобы найти ее значение, нужно определить при каком значении v кривая $f(v)$ проходит через максимум. Таким образом, необходимо найти значения v экстремальных значений $f(v)$. Возьмем производную функции $f(v)$ и приравняем ее к нулю:

$$\frac{df(v)}{dv} = \frac{d}{dv} \left(4\sqrt{\frac{\alpha^3}{\pi}} v^2 e^{-\alpha v^2} \right) = 8\sqrt{\frac{\alpha^3}{\pi}} v e^{-\alpha v^2} - 8\sqrt{\frac{\alpha^3}{\pi}} v^3 \alpha e^{-\alpha v^2} = 0$$

Уравнение имеет три корня: $v_1 = 0$; $v_2 = \infty$; $v_3 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$. Из графика видно, что максимуму соответствует только значение v_3 .

$$\text{Обозначим } v_g = v_3 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \text{ или } v_g = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}.$$

Максвелловское распределение скоростей записывается одинаково для любых газов и любых температур при использовании относительной скорости $a = \frac{v}{v_g}$: $dN(a) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} a^2 e^{-a^2} da$, где $a = \frac{v}{v_g}$.

2. Средняя квадратичная скорость определяется как средний квадрат скорости по общей формуле: $\langle v^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v^2 f(v^2) dv = \frac{3m}{4\alpha} : \frac{m}{2} = \frac{3}{2\alpha}$.

$$\text{И окончательно: } v_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

3. Средняя скорость максвелловского распределения находится по обычной формуле для среднего значения:

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = 4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} e^{-\alpha v^2} v^3 dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{v_g^3} \int_0^{\infty} e^{-\frac{v^2}{v_g^2}} v^3 dv = \frac{2v_g}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} a e^{-a^2} da.$$

Интеграл $\int_0^{\infty} a e^{-a} da$ в указанных пределах стремится к единице, поэтому $\langle v \rangle = \frac{2v_g}{\sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{4}{\pi\alpha}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$.

Соотношение между характерными скоростями:

$$v_g : \langle v \rangle : \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 1 : 1,13 : 1,22.$$

Приложение 4

Экзаменационные вопросы I семестра обучения

Вопрос 1. Коллоквиум № 1

1. Кинематика. Системы отсчета. Связь между кинематическими параметрами. Поступательное и вращательное движения. Степени свободы.
2. Принцип относительности Галилея. Первый, второй, третий законы Ньютона. Центр масс.
3. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. Центробежная и кориолисова силы инерции.
4. Твердое тело. Система материальных точек. Момент силы. Момент импульса. Уравнение моментов. Уравнения движения.
5. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции. Теорема Штейнера.
6. Однородность и изотропность пространства. Однородность времени. Изолированная, замкнутая, полуоткрытая и открытая системы. Законы сохранения импульса и момента импульса.
7. Работа, мощность, энергия. Закон сохранения энергии в механике. Кинетическая энергия.
8. Консервативные и диссипативные силы и системы. Потенциальная энергия.
9. Связь между потенциальной энергией и силой. Операция градиент.
10. Идеальная и вязкая жидкости. Основные уравнения равновесия и движения жидкостей. Гидростатика несжимаемой жидкости: закон Паскаля, жидкость в поле тяжести.
11. Кинематическое описание движения жидкости. Линия тока, трубка тока, стационарное и нестационарное движения. Уравнение неразрывности.
12. Уравнение Бернулли. Вязкость. Формула Ньютона.
13. Прямолинейное движение жидкостей по трубам. Формула Пуазейля.

14. Основные параметры системы. Критерии подобия. Законы гидродинамического подобия.
15. Потенциальные и вихревые движения. Операции циркуляции и ротора.
16. Теорема Жуковского - Кутта. Подъемная сила.

Вопрос 2. Коллоквиум № 2

1. Основные положения молекулярно-кинетической теории вещества. Модель идеального газа. Методы изучения систем многих частиц.
2. Статистический метод. Метод ансамблей. Статистическое усреднение. Эргодическая гипотеза.
3. Вероятность. Плотность вероятности. Понятие о функции распределения. Дисперсия.
4. Макроскопическое и микроскопическое состояния системы. Изолированная, замкнутая, полукоткрытая и открытая системы. Микропереходы и флуктуации.
6. Постулат равновероятности. Закон равномерного распределения энергии. Принцип детального равновесия. Пространство координат. Фазовое пространство, точка, ячейка.
7. Гипотеза Максвелла. Распределение Гаусса.
8. Распределение молекул в пространстве скоростей. Функция Максвелла.
9. Физический смысл функции Максвелла. Характерные скорости молекул.
10. Давление газа на стенку. Уравнение состояния системы.
11. Распределение Больцмана. Барометрическая формула.
12. Давление газа на стенку. Уравнения равновесного состояния идеального газа.
13. Первое начало термодинамики. Работа, теплота, внутренняя энергия. Термодинамический процесс. Равновесные и неравновесные состояния. Обратимость и необратимость термодинамического процесса. Механическое и термодинамическое равновесия. Неравновесные состояния.
14. Теплоемкость. Энтальпия. Формула Майера. Теплоемкость идеального газа. Недостаточность классической теории теплоемкостей.
15. Политропный процесс. Изопроеессы. Работа, совершаемая при изопроеесах.

16. Энтропия. Второе начало термодинамики. Циклический процесс. Второе начало термодинамики в формулировках Кельвина и Клаузиуса.
17. Второе начало термодинамики в формулировках Больцмана, Бриллюэна и Пригожина. Связанная энергия.
18. Термодинамические потенциалы. Критерии термодинамической устойчивости систем. Необратимые процессы.
19. Элементы теории столкновений. Эффективное сечение. Средняя длина свободного пробега. Время релаксации. Явления переноса.
20. Общее уравнение переноса. Теплопроводность.
21. Общее уравнение переноса. Вязкость.
22. Общее уравнение переноса. Самодиффузия. Понятия взаимодиффузии и самодиффузии.
23. Реальные газы. Силы связи в молекулах. Силы Ван-дер-Ваальса. Системы молекул. Жидкое и газообразное состояния. Изотермы реального газа и жидкости.

Заключение

Настоящий конспект лекций написан в соответствии с программой курса "Общая физика" для студентов естественно-научных и инженерно-медицинских специальностей. В основу учебного пособия положен материал лекций по курсу "Общая физика", который автор читает на факультете ФРЭМТ ВлГУ с 1990 г.

Конспект лекций состоит из двух частей «Классической физики»: "Механики" и "Молекулярная физика". Предполагается подготовка и издание конспектов лекций последующих частей: «Электричество и магнетизм», «Оптика».

Библиографический список не претендует на полноту охвата вопросов и не содержит всех первоисточников, но приведенные в списке работы имеют обширную библиографию, используя которую можно найти необходимые первоисточники..

Автор благодарит членов методической комиссии кафедры «Общей и прикладной физики»: доцентов А.Ф.Галкина, А.А. Кулиша и председателя комиссии А.А. Шишелова за ценные замечания и рекомендации.

Библиографический список

1. Бугаенко Г.А. Основы классической механики: учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. завед./ Г. А. Бугаенко, В. В. Маланин, В. И. Яковлев – М.: Высш. шк. 1999. – 367 с. – ISBN 5-06-003587-5
2. Жирнов Н. И. Классическая механика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Н. И. Жирнов– М.: Просвещение, 1980.– 303с
3. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности: Учеб. пособие для физ. спец. вузов./ А. Н. Матвеев– 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк. 1986. – 320 с
4. Он же. Молекулярная физика: Учеб. пособие для физ. спец. вузов./ А. Н. Матвеев–2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк. 1987. – 360 с
5. Ноздрев В. Ф. Курс статистической физики: учеб. пособие./ В. Ф. Ноздрев, А. А. Сенкевич. – изд. 2-е, испр. – М.: Высш. шк. 1969. – 288 с
6. Поль Р. В. Механика, акустика и учение о теплоте/ Р. В. Поль/ пер. с нем. К.А. Леонтьева и В.М. Южакова; под ред. Н.П. Суворова. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1971. – 480 с
7. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 1. Механика. Молекулярная физика: учеб. пособие/ И. В. Савельев– 2-е изд., перераб. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1982. – 432 с
8. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 1. Механика: учеб. пособие для вузов/ Д. В. Сивухин – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1989. – 576 с.
9. Он же. Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика: учеб. пособие для вузов/ Д. В. Сивухин – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1990. – 592 с.
10. Фейман Р. Феймановские лекции по физике. Современная наука о природе. Законы механики. Пространство. Время. Движение. Т. 1 – 2/ Р. Фейман, Р. Лейтон, М. Сэндс / пер. с англ. А. В. Ефремова, Г. И. Копылова, О. А. Хрусталева; под ред. Я. А. Смородинского. – 3-е изд. - М.: Мир, 1976. – 440 с
11. Они же. Феймановские лекции по физике. Физика сплошных сред. Т. 7/ Р. Фейман, Р. Лейтон, М. Сэндс/ пер. с англ. А. В. Ефремова, Ю. А. Симонова/ под ред. Я. А. Смородинского. – 2-е изд., - М.: Мир, 1977. – 288 с
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1/ Седов Л.И./ – 4-е изд. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1983. – 528 с
13. Теплотехника: учеб. для вузов/В. Н. Луканин, М. Г. Шатров, Г. М. Камфер [и др.]; под ред. В. Н. Луканина. – М.: Высш. шк., 1999. – 671 с. – ISBN 5-06-003603-0
14. Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика: учеб. для мед. спец. вузов/ А.Н. Ремизов/ – 2-е изд. испр.- М.: Высш. шк., 1996. - 608 с. – ISBN 5-06-003082-2

Оглавление

<i>Предисловие</i>	3
Часть 1. МЕХАНИКА	4
Кинематика поступательного и вращательного движений материальной точки и твердого тела.	4
Предмет и объект изучения. Система отсчета. Скорость и ускорение. Кинематика твердого тела. Принцип относительности Галилея.	
Динамика поступательного движения.	9
К понятию силы. Измерение силы. Законы Ньютона. Об инерциальных и неинерциальных системах отсчета. Центробежная и кориолисова силы инерции. Уравнение моментов.	
Механика твердого тела	14
Уравнения движения твердого тела. Центр масс. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Теорема Штейнера.	
Законы сохранения	15
Закон сохранения импульса. Закон сохранения момента импульса. Работа, мощность, энергия. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии. Внутренняя энергия. Связь между потенциальной энергией и силой.	
Механика жидкости и газа	21
Элементы механики сплошных сред. Основные уравнения равновесия и движения жидкостей. Гидростатика несжимаемой жидкости. Кинематическое описание движения жидкости. К теореме о неразрывности струи. Уравнение Бернулли. Вязкость. Стационарное движение жидкости в прямолинейной трубе. Формула Пуазейля. Элементы теории гидродинамического подобия. Ламинарный и турбулентный режимы течения. Гидродинамическая неустойчивость. Потенциальные и вихревые движения. Теорема Жуковского. Подъемная сила. Эффект Магнуса.	
Об упругих деформациях и напряжениях	36
Растяжение и сжатие стержней. Закон Гука.	
Часть 2. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА	37
Основные положения. Динамический метод. Статистический метод. Термодинамический метод.	
Статистический метод	40
Вероятность. Метод ансамблей. Плотность вероятности. Дисперсия. Функция распределения вероятностей. Макроскопическое и микроскопическое состояние системы. Фазовое пространство. Фазовая точка. Фазовая ячейка. Постулат равновероятности. Закон равнораспределения энергии по степеням свободы. Распределение Максвелла. Характерные скорости распределения Максвелла. Принцип детального равновесия. Давление газа на стенку. Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Распределение Максвелла - Больцмана.	
Термодинамический метод	58
Определения термодинамики равновесных состояний. Первое начало термодинамики. О равновесных и неравновесных состояниях. Теплоемкость. Соотношение между теплоемкостями идеального газа. Формула Майера. Теплоемкость идеального газа.	

Процессы в идеальных газах. Энтропия идеального газа. Энтропия и энергия. Циклические процессы. Формулировки Кельвина и Клаузиуса второго начала термодинамики. Коэффициент полезного действия. Вычисление КПД цикла Карно с помощью энтропии. Термодинамические потенциалы. Подход Пригожина. Необратимые процессы.	
Элементы физической кинетики	76
Элементы теории столкновений. Общее уравнение переноса. Теплопроводность. Вязкость. Самодиффузия. О взаимодиффузии и термодиффузии.	
Реальные газы	82
Системы молекул. Жидкое и газообразное состояние. Изотермы реального газа и жидкости. Свойства вещества в критическом состоянии. Критическая опалесценция. Теплота фазового превращения. Уравнение Ван-дер-Ваальса.	
Приложения	88
<i>Заключение</i>	93
Библиографический список	94
Оглавление	95

ФИЗИКА
 Механика
 Молекулярная физика
 Конспект лекций

Составитель
 Кузнецов Артемий Артемьевич

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой профессор В. Н. Кунин

Редактор Е. В. Невская
 Корректор
 Компьютерная верстка А. А. Кузнецов

ЛР № 020275. Подписано в печать05.
 Формат 60x84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Times.
 Печать на ризографе. Усл. печ. л. . . . Уч.-изд. л. . . . Тираж 300 экз.

Заказ
 Редакционно-издательский комплекс
 Владимирского государственного университета.
 600000, Владимир, ул. Горького, 87.