

Калыгина Л.А.

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ. Методические указания к курсовой работе

**Цель работы:** закрепление теоретических знаний по проектированию цифровых фильтров, получение практических навыков проектирования в САПР HP ADS.

### Теоретическая часть

Процесс проектирования фильтра с использованием системы ADS включает 3 этапа:

- Расчет аппроксимирующей передаточной функции (АПФ), обеспечивающей требуемые параметры частотной характеристики (ЧХ) фильтра.
- Проектирование структурной схемы фильтра в соответствии с полученной АПФ.
- Синтез и оптимизация топологии ПЛИС, реализующей структурную схему фильтра.

Расчет аппроксимирующей передаточной функции фильтра. Для расчета АПФ должны быть заданы следующие параметры:

- Требуемые параметры ЧХ: верхняя граничная частота полосы пропускания -  $f_{\text{П}}$ ; верхняя граничная частота полосы задержания -  $f_{\text{З}}$ ; допустимые уровни затухания -  $\delta_0$  и подавления -  $\delta_{\text{П}}$  на этих частотах;
- Частота дискретизации –  $f_{\text{д}}$ ;
- Тип фильтра, определяющий вид ЧХ и структура фильтра;
- Тип и разрядность представления цифровой информации при реализации.

Каждый из этих параметров оказывает существенное влияние не только на вид АПФ и структурную схему фильтра, но и такие важные для реализации характеристики как порядок, т.е. количество ступеней фильтра и их схемы, и разрядность элементов фильтра (регистров, сумматоров, умножителей).

Частота дискретизации  $f_{\text{д}}$  является важным параметром, т.к. к ней привязаны все остальные частоты, которые нормируются относительно  $f_{\text{д}}$  по одной из формул:

$$\omega'_{\text{П}} = \omega \cdot T \text{ или } \omega'_{\text{Н}} = \frac{\omega \cdot T}{2\pi}, \quad (2)$$

где  $T$  – период дискретизации, т.е.:

$$\omega'_{\text{Н}} = \frac{\omega}{f_{\text{д}}} \text{ или } \omega_{\text{Н}} = \frac{\omega}{\omega_{\text{д}}}. \quad (3)$$

В соответствии с этими формулами период для всех ЧХ соответственно равен  $2\pi$  или 1, и в силу симметричности ЧХ требования к ним надо указывать в интервале  $[0.. \pi]$  или  $[0..0,5]$  соответственно. Формула 3(б) является более естественной и используется чаще.

В соответствии с формулами (3) происходит нормировка граничных частот фильтра  $f_{\text{П}}$  и  $f_{\text{З}}$ . Поэтому при одинаковых абсолютных значениях их относительные величины зависят от  $f_{\text{д}}$ , и именно они влияют на такие параметры фильтра как порядок. Частота дискретизации выбирается исходя из спектра сигнала на входе приемника (фильтра), и должна удовлетворять теореме Котельникова, или быть выше. В стандарте системы CDMA она выбирается равной 4,92 МГц, однако, в соответствии с ТЗ, прорабатывался вариант с повышенной  $f_{\text{д}} \approx 21,4$  МГц.

Частотные эксперименты показали, что при одинаковых  $f_{\text{П}}$  и  $f_{\text{З}}$  с увеличением  $f_{\text{д}}$  увеличивается и порядок фильтра. Физически это объясняется тем, что верхнее значение

полосы заграждения увеличивается и, соответственно, для её обеспечения требуется больший порядок фильтра.

Основными параметрами фильтра при любом способе реализации и любой  $f_d$  являются параметры ЧХ, т.е. граничные частоты подавления и заграждения. Их величины для базовой полосы системы CDMA определены:

$$f_{ГП} = 590 \text{ МГц на уровне } \pm 1,5 \text{ Дб;}$$

$$f_{ГЗ} = 740 \text{ МГц на уровне } \pm 47 \text{ Дб.}$$

При расчете коэффициентов аппроксимирующей ЧХ берутся нормированные относительно  $f_d$  величины -  $f'_{ГП}$  и  $f'_{ГЗ}$ . Они в значительной степени определяют порядок фильтра. С уменьшением  $f'_{ГП}$  и  $f'_{ГЗ}$  порядок фильтра возрастает при любом виде ЧХ и способе реализации, однако эта зависимость имеет нелинейный характер и зависит от выбранного типа фильтра.

При малой относительной полосе разумным вариантом является применение двухступенчатого фильтра. Первая ступень фильтрует высокочастотную составляющую, вторая обеспечивает требуемые  $f_{ГП}$  и  $f_{ГЗ}$ . При этом реализации каждой из ступеней могут быть разными, т. е. Первая ступень может быть аналоговой, а вторая – цифровой. Целесообразность обратного сочетания маловероятна, т.к. требует дополнительных преобразований и предъявляет высокие требования к быстродействию цифровых блоков.

В зависимости от вида ЧХ различают следующие типы аналоговых фильтров:

- Фильтр Баттерворта (тип В) – имеет монотонно убывающую ЧХ, т.е. коэффициент передачи монотонно уменьшается во всей полосе частот. Наибольшая скорость убывания наблюдается между граничными частотами пропускания и заграждения.
- Фильтр Чебышева (тип Т) – имеет колеблющуюся равноволновую ЧХ в полосе пропускания и монотонно убывающую в полосе задержания.
- Инверсный фильтр Чебышева (тип I) – имеет монотонно убывающую ЧХ в полосе пропускания и равноволновую в полосе задержания.
- Фильтр Золотарева-Кауэра (тип С) – имеет равноволновую ЧХ как в полосе пропускания, так и в полосе задержания.

Цифровые фильтры так же могут реализовывать любую из рассмотренных ЧХ.

Выбор типа фильтра определяется требованиями предъявляемыми к ЧХ. При этом следует учитывать, что при прочих равных условиях, т.е. при отсутствии жестких требований к виду ЧХ, следует отдавать предпочтение равноволновым фильтрам, которые обеспечивают лучшие избирательные свойства при одинаковом порядке и позволяют уменьшить порядок фильтра при заданных  $f_{ГП}$  и  $f_{ГЗ}$ .

Цифровые фильтры в зависимости от вида АПФ разделяются на рекурсивные и не рекурсивные. В не рекурсивных фильтрах выходной сигнал, т.е. значения выходной последовательности в любой момент времени определяются лишь значениями входной последовательности в этот и предыдущие моменты времени:

$$y(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} b_m x(nT - kT). \quad (5)$$

Этому соответствует передаточная функция:

$$H(z) = \sum_{l=0}^N b_l z^{-l}. \quad (6)$$

Не рекурсивные фильтры имеют конечную импульсную характеристику и поэтому называются чаще всего КИХ (FIR) – фильтрами. Важной особенностью КИХ - фильтров является линейность ФЧХ и постоянство группового времени запаздывания (ГВЗ). Мощность собственных шумов КИХ – фильтра равна  $\phi$ .

В рекурсивных фильтрах значения выходной последовательности определяются как значения входной последовательности в текущий и предыдущие моменты времени, так и значениями выходной последовательности в предыдущие моменты времени.

$$y(nT) = -\sum_{m=1}^{M-1} a_m y(nT - mT) + \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(nT - kT). \quad (7)$$

Этому соответствует передаточная функция:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k}}{(1 + \sum_{m=1}^{M-1} a_m z^{-m})}. \quad (8)$$

Не рекурсивные фильтры имеют бесконечную импульсную характеристику и называются БИХ (ПР) – фильтрами. Они имеют нелинейную ФЧХ, не обладают постоянством ГВЗ и уровень собственных шумов у них выше.

Их преимуществом является то, что они позволяют получить заданные параметры ЧХ при меньшем порядке фильтра. Поэтому во многих случаях им отдают предпочтение.

Как правило, при реализации БИХ – фильтров их АПФ представляют в следующем виде, отличном от (8):

$$H(z) = C \prod_{i=1}^k \frac{1 + b_{1i} z^{-1} + b_{2i} z^{-2}}{1 + a_{1i} z^{-1} + a_{2i} z^{-2}}. \quad (9)$$

Такой вид АПФ соответствует каскадному соединению отдельных звеньев цифрового фильтра. Звенья или блоки, соответствующие каждому сомножителю в формуле (9), называются биквадратными блоками (ББ) и могут иметь различную аппаратную реализацию, обеспечивая заданный алгоритм обработки. Они описываются уравнениями:

$$y(nT) = -a_1 y(nT - T) - a_2 y(nT - 2T) + b_0 x(nT) + b_1 x(nT - T) + b_2 x(nT - 2T) \quad (10)$$

и неразрешенной функцией

$$H_{\text{ББ}}(z) = \frac{(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}. \quad (11)$$

Выражения (5) и (7) определяют алгоритм обработки входной и выходной последовательностей с целью получения текущего выходного отсчета. Рассчитанная АПФ будет обеспечивать требуемые параметры ЧХ при условии точной реализации всех участвующих в выражениях величин. Реально этого обеспечить невозможно. Поэтому важной задачей является выбор формы и точности представления величин, участвующих в вычислениях. При реализации алгоритма в виде программы для универсальной ЭВМ в подавляющем большинстве случаев используется представление чисел с плавающей точкой и точностью, обеспечиваемой выбранной ЭВМ и программной системой. Как правило, эта точность достаточна для обеспечения малой погрешности реализуемой ЧХ относительно расчетной.

При аппаратной реализации фильтров ситуация коренным образом изменяется. Для реализации арифметики с плавающей точкой и достаточно точного представления чисел требуются большие аппаратные затраты и снижается скорость обработки. Это заставляет использовать числа с фиксированной точкой и ограниченной разрядностью. Такое представление вносит существенные погрешности в реализацию ЧХ по отношению к реальной. Эти погрешности эквивалентны собственным шумам фильтра и среди них можно выделить следующие составляющие:

- Ошибки квантования входного сигнала.

- Ошибки квантования коэффициентов фильтра.
- Ошибки округления результатов арифметических операций.

Ошибки квантования входного сигнала приводят к появлению шума округления. Дисперсия этого шума  $\sigma_{\text{Вх}}^2$  связана с разрядностью  $S$  входного сигнала ( $S_{\text{Вх}}$ ) зависимостью:

$$\sigma_{\text{Вх}}^2 = \frac{2^{-2S_{\text{Вх}}}}{12}. \quad (12)$$

Эти шумы вызывают шум на выходе КИХ – фильтра с дисперсией:

$$\sigma_{\text{Вых}}^2 = \sigma_{\text{Вх}}^2 \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{b}_l^2, \quad (13)$$

где  $\tilde{b}_l$  - округленные значения коэффициентов КИХ – фильтра.

Выражение (13) справедливо при отсутствии ошибок округления результатов операций. При учете ошибок округления выражение для дисперсии шума на выходе КИХ – фильтра имеет вид:

$$\sigma_{\text{Вых}}^2 = \sigma_{\text{Вх}}^2 \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{b}_l^2 + \frac{(N+1)\sigma_n^2}{2}, \quad (14)$$

где  $\sigma_n^2 = \frac{2^{-2S_g}}{12}$  - дисперсия шумов округления.

Полагая, что мощность собственных шумов фильтра должна быть мала по сравнению с мощностью шума округления входного сигнала, получаем соотношения для выбора разрядностей:

$$\frac{(N+1)\sigma_n^2}{2} = K\sigma_{\text{Вх}}^2 \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{b}_l^2, \quad (15)$$

где  $K \ll 1$ , может быть взято  $K \approx 0,1$ .

Из этих выражений следуют формулы для выбора разрядностей квантования входного сигнала и промежуточных результатов:

$$S_{\text{Вх}} = \text{int} \left[ \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{(1+k) \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{b}_l}{12\sigma_{\text{Вых}}^2} \right) \right]$$

$$S_g = \text{int} \left[ \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{N+1}{K \cdot 2^{-2S_{\text{Вх}}+1} \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{b}_l^2} \right) \right]$$

Если принять  $\sigma_{\text{Вых}}^2 = 10^{-8}$ ,  $\sum_{l=0}^{N-1} \tilde{b}_l \approx 1$ ,  $K=0,1$ , то получим:

$$S_{\text{Вх}} = \text{int} \left[ \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{1,1}{12 \cdot 10^{-8}} \right) \right] = \text{int} \left[ \frac{1}{2} \log_2 \left( 0,9 \cdot 10^7 \right) \right] \cong \text{nt} \left[ \frac{1}{2} \cdot 23 \right] \approx 12$$

Рекомендуется использовать для квантования входного сигнала фильтра базовой полосы 12 разрядов. При этом для обеспечения малой мощности собственных шумов фильтра должна быть обеспечена следующая разрядность данных и результатов вычислений (при  $N = 30$ ).

$$S_g = \text{int} \left[ \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{31}{0,1 \cdot 2^{-23} \cdot 1} \right) \right] = \text{int} \left[ \frac{1}{2} \log_2 (31 \cdot 2^{26}) \right] = \text{int} \left[ \frac{1}{2} \log_2 2^{31} \right] \approx 16$$

Различные типы структур реализации фильтров в пакете ADS фирмы Hewlett Packard. Система ADS включает в себя подсистему анализа и синтеза цифровых фильтров (Digital Filter Design). Исходными данными для синтеза являются:

1. Тип фильтра: КИХ – фильтр с конечной импульсной характеристикой; БИХ – фильтр с бесконечной импульсной характеристикой.
2. Тип частотной характеристики для фильтра: фильтр НЧ; фильтр ВЧ; полосовой; заграждающий и т.д.
3. Разновидность фильтра:
  - для КИХ – фильтров:
    - фильтр Чебышева;
    - среднеквадратичный фильтр;
    - взвешенный с прямоугольной функцией;
    - взвешенный с треугольной функцией;
    - функцией Кайзера;
    - функцией Хэмминга;
    - функцией Хеннинга;
    - Дольф-Чебышевской функцией;
    - Функцией Блэкмана;
  - для БИХ – фильтров:
    - фильтр Чебышева;
    - фильтр Баттерворта или эллиптический фильтр (фильтр Кауэра).
4. Порядок фильтра – может задаваться явно, в этом случае недоступны для определения некоторые параметры АЧХ фильтра (например, частота, и уровень подавления сигнала для ФНЧ), т.к. для фильтра с данным порядком они рассчитываются. При автоматическом определении порядка фильтра задаются параметры АЧХ фильтра:
  - частота дискретизации;
  - параметры АЧХ – полоса пропускания, амплитуда, неравномерность в полосе, частота и уровень подавления сигнала;
5. Структура реализации:

Пакет ADS предоставляет разработчику возможность выбора структуры реализации проектируемого фильтра. Структура реализации фильтра выбирается с использованием сгенерированной схемы проектируемого фильтра, реализация полностью зависит от сгенерированной схемы. Рассмотрим более подробно реализации для каждого типа фильтров.

Чтобы определить структуру для реализации КИХ фильтра, имеющего тип данных с фиксированной точкой, необходимо выбрать соответствующую опцию в окне «Структуры реализации» (Рис. 1).

## Опции выбора структур реализации

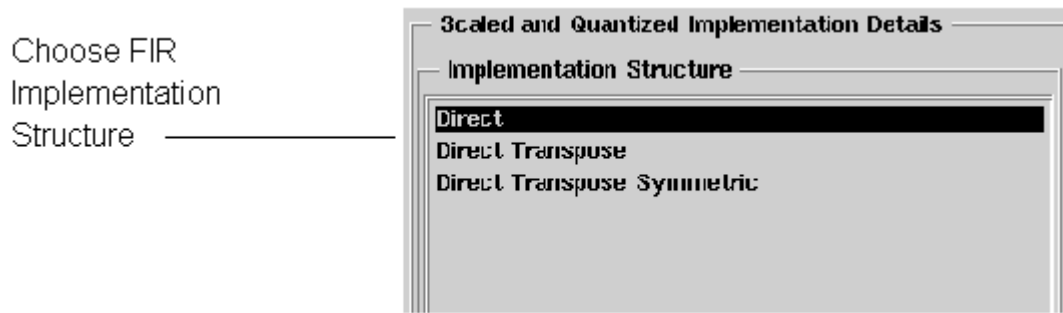


Рис. 1

Различные структуры реализации используются для минимизации эффектов дискретизации, которые появляются в результате понижения частоты с использованием цифрового формата данных с фиксированной точкой. При использовании идеального цифрового формата данных с плавающей точкой, генерируемая схема будет содержать остатки констант для всех структур реализации. Такой подход используется для реализации КИХ фильтра, имеющего тип данных с плавающей запятой (Рис. 2).

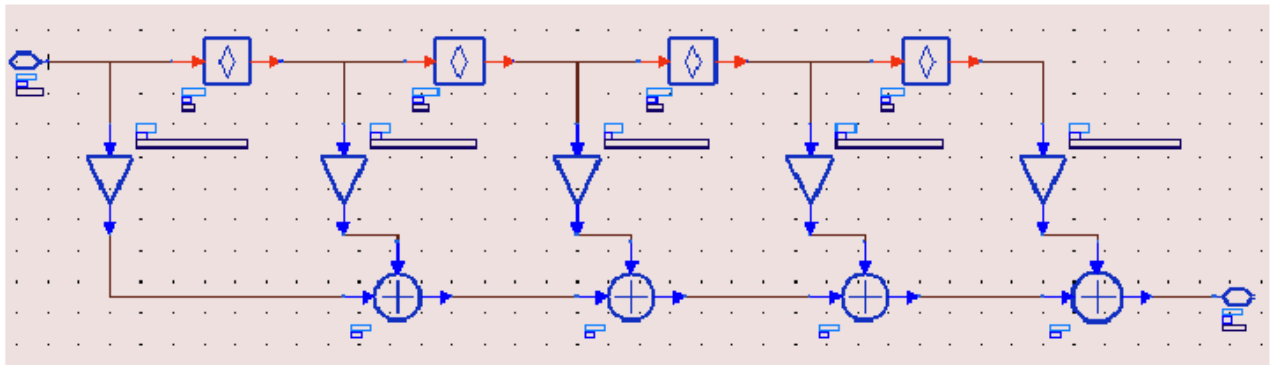


Рис. 2

*Direct* - прямая структура в основном используется для реализации самых простых КИХ – фильтров с фиксированной запятой. Данная структура позволяет сильно распараллелить архитектуру проектируемого фильтра, так как все сумматоры и умножители могут быть реализованы одновременно. Конечное соединение может быть выполнено как с помощью одноходового, так и с помощью многоходового сумматора или с использованием параллельных сумматоров. В данной структуре последние N входов выбираются непосредственно используя соответствующие им боки задержки (Рис. 3).

*Direct Transpose* - прямая структура с преобразованием, в данной структуре входы умножаются на каждый коэффициент фильтра перед задержкой. В результате умножения, при реализации структуры фильтра, могут быть отклонения в случае, если фильтр содержит дублирующиеся коэффициенты (Рис. 4).

*Direct Transpose Symmetric* - симметричная прямая структура реализации с преобразованием, данный тип реализации доступен только для симметричных КИХ-фильтров, но является более усовершенствованным по своим возможностям, чем прямая структура реализации с преобразованием (Рис. 5).

Прямая структура фильтра

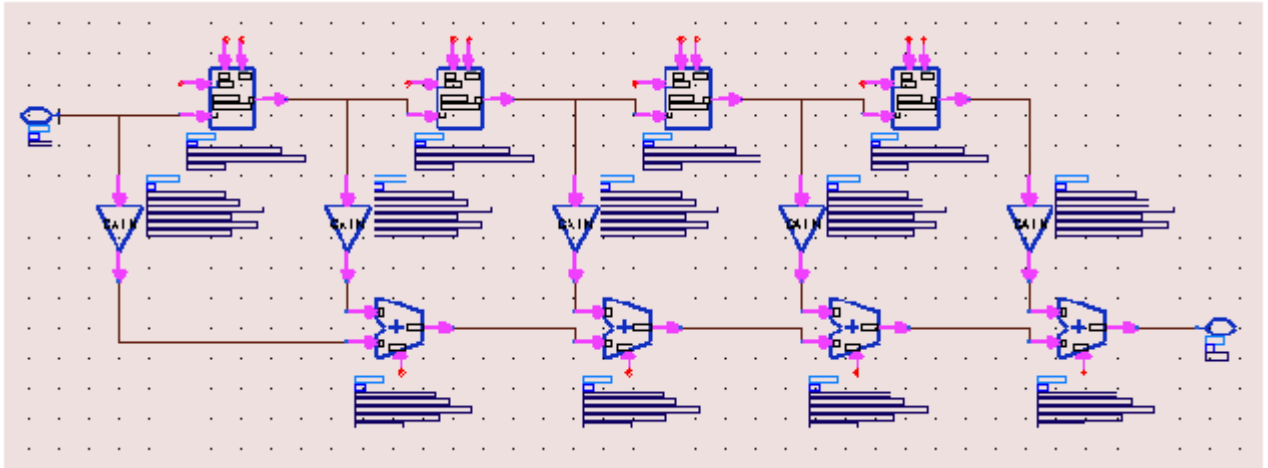


Рис. 3

Прямая структура с преобразованием

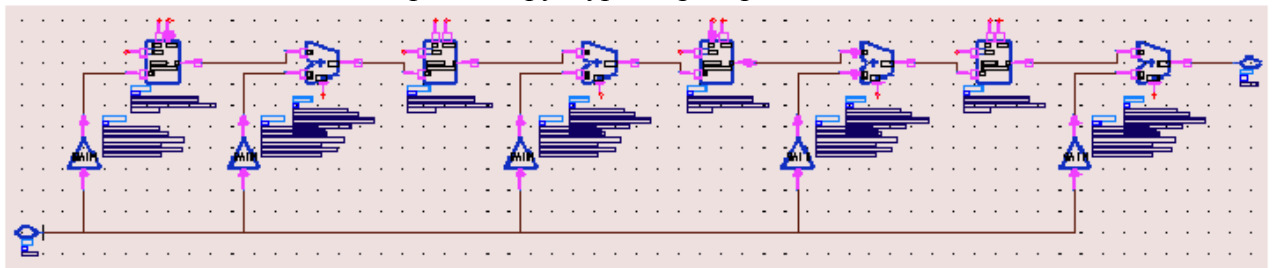


Рис. 4

Симметричная прямая структура

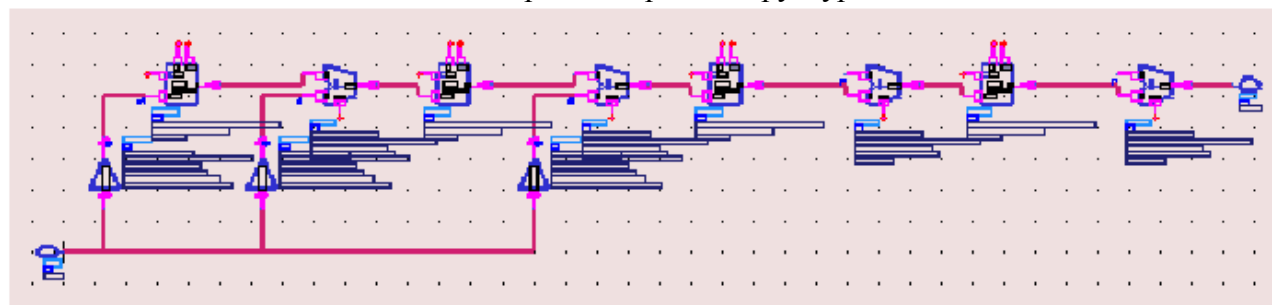


Рис. 5

Так же как и для КИХ - фильтров, при реализации БИХ - фильтров, необходимо выбрать один из типов в соответствующем диалоговом окне (Рис. 6).

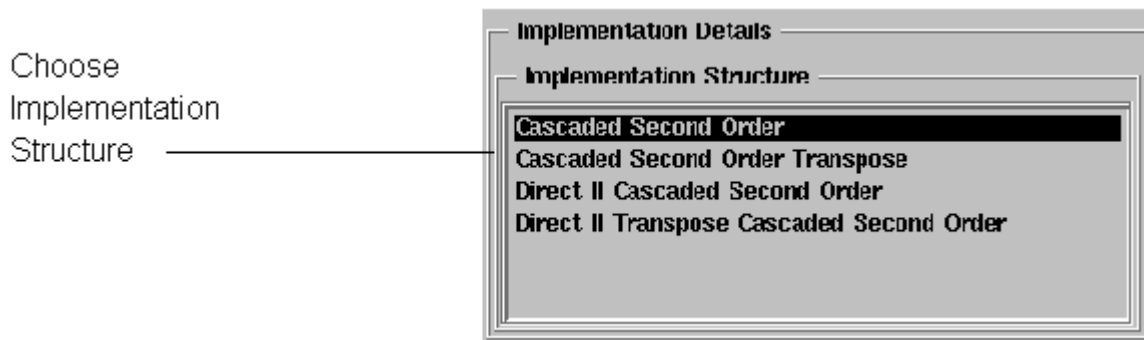


Рис. 6

Рассмотрим более подробно каждую из предлагаемых в пакете HP ADS структур реализации БИХ - фильтров.

*Cascaded Second Order* - каскадный второго порядка, при выборе данного типа реализации фильтр будет иметь последовательную структуру, при этом используется тип данных с фиксированной запятой. Данная структура напрямую основывается на разностных уравнениях ПР- фильтров (Рис. 7).

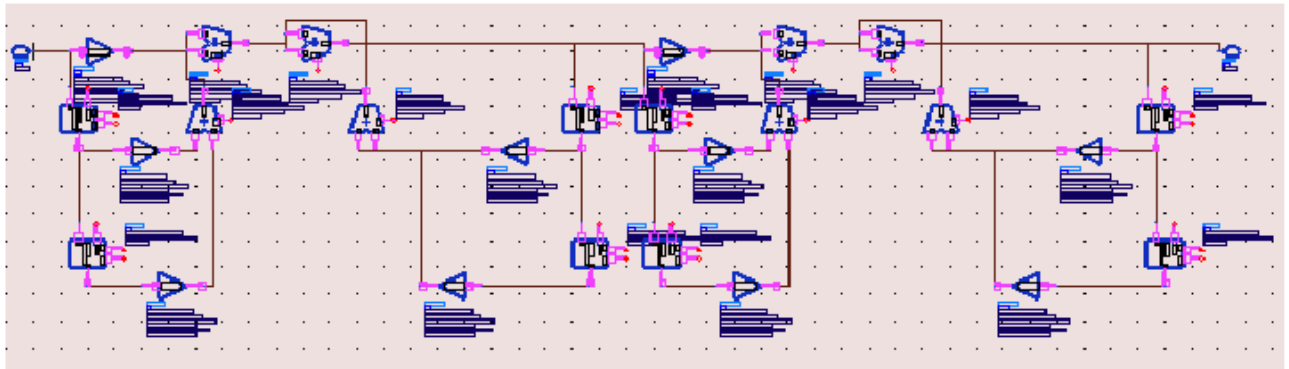


Рис. 7

*Cascaded Second Order* - каскадный фильтр второго порядка с преобразованием, рассматриваемая структура реализации является обратной по отношению к каскадному фильтру второго порядка (полюсы и нули меняются местами соответственно). Используемый тип данных при этом виде реализации – с фиксированной запятой (Рис. 8).



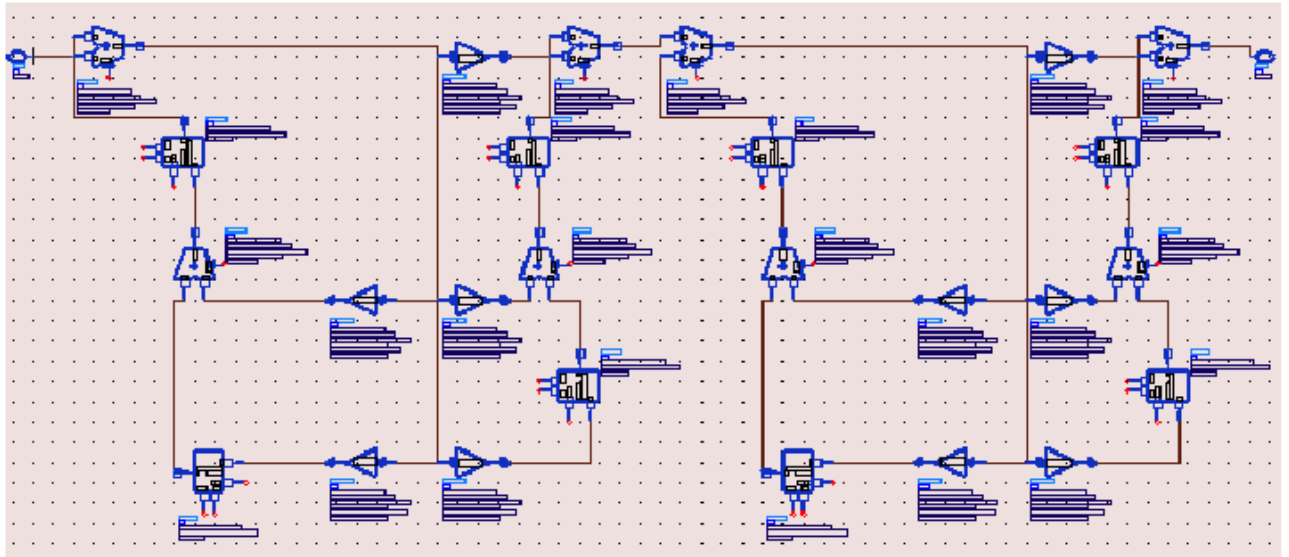


Рис. 8

*Direct II Cascaded Second Order* - прямой каскадный второго порядка, при выборе данного типа реализации, проект схема будет сгенерирована с минимальным числом задержек и умножителей. Данные такого БИХ - фильтра будут иметь тип с фиксированной запятой (Рис. 9).

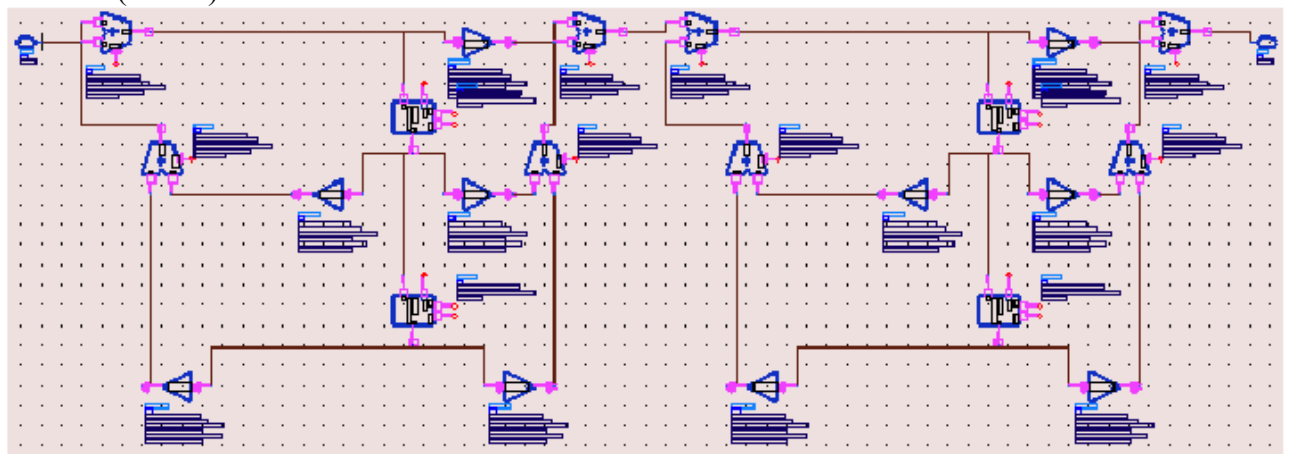


Рис. 9

*Direct II Transpose Cascaded Second Order* - Прямой каскадный второго порядка с преобразованием, данная структура реализации является обратной по отношению к прямой каскадной второго порядка (полусы и нули меняются местами соответственно). Данная структура используется при реализации процессора с фиксированной запятой или если присутствует шум (Рис. 10).

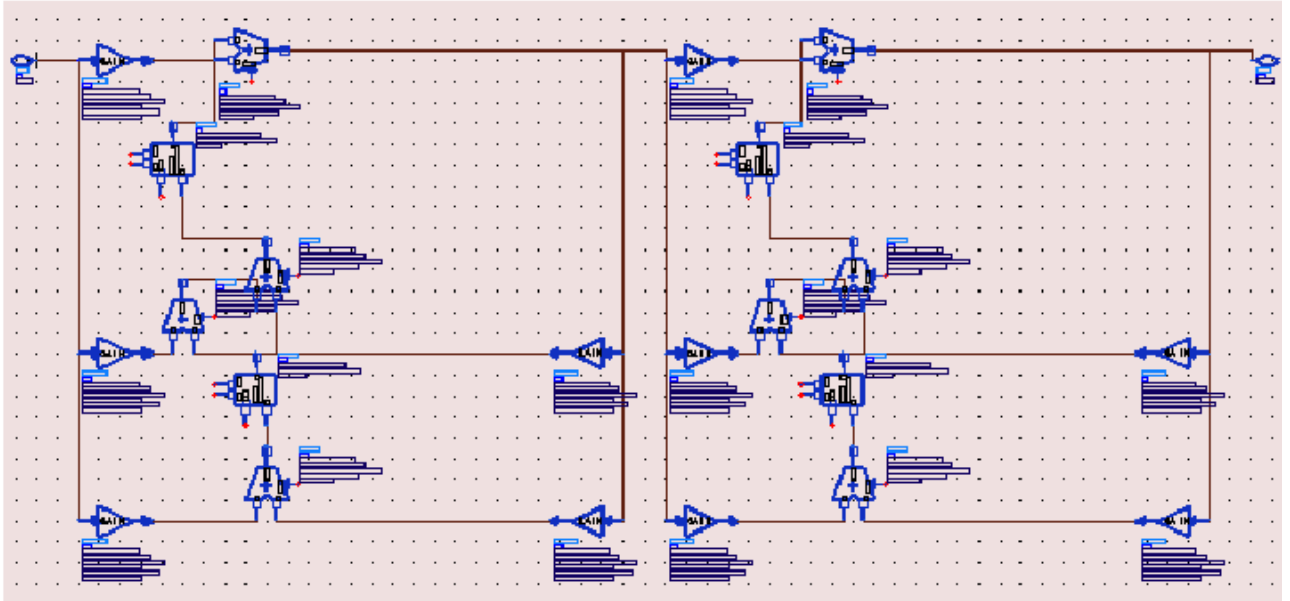


Рис. 10

1. Формат данных – с плавающей и с фиксированной запятой (задается разрядность).

После задания параметров фильтра осуществляется его синтез – расчет характеристик фильтра. В редакторе результатов можно просмотреть АЧХ, импульсную и переходную характеристики фильтра, а так же коэффициент фильтра.

Следующий шаг – генерация принципиальной схемы фильтра (определяется структурой реализации). Полученную схему можно моделировать, а так же использовать для генерации HDL-кода.

DSP синтез включает в себя несколько шагов:

- получение поведенческой модели;
- определение спецификации – выбор библиотеки, типа (конвейерный или нет), периода синхронизации;
- итерационной оценки вариантов реализации схемы и оптимизации по нескольким параметрам: площади кристалла (количеству сумматоров и умножителей), частоте (или суммарной задержке).

#### **Задание на курсовую работу:**

1. Рассчитать амплитудно-частотную характеристику фильтра по заданным параметрам.
2. Рассчитать коэффициенты фильтра.
3. Сгенерировать принципиальную схему фильтра.
4. Сгенерировать HDL-код для заданного типа кристалла.

### Варианты заданий

Вариант	Тип ИХ	Полоса пропускания кГц	Неравномерность в полосе, дБ	Частота заграждения кГц	Уровень подавления дБ	Разрядность данных	Частота дискретизации, МГц
1.	КИХ	0 - 590	3	740	40	16	40
2.	БИХ	0 - 590	3	740	40	16	40
3.	КИХ	0 - 590	3	740	40	16	20
4.	БИХ	0 - 590	3	740	40	16	20
5.	КИХ	0 - 590	3	740	40	16	10
6.	БИХ	0 - 590	3	740	40	16	10
7.	КИХ	0 - 590	3	740	40	16	5
8.	БИХ	0 - 590	3	740	40	16	5
9.	КИХ	0 - 10 000	1.5	15 000	40	16	40
10.	БИХ	0 - 10 000	1.5	15 000	40	16	40
11.	КИХ	0 - 5 000	1.5	7 500	40	16	20
12.	БИХ	0 - 5 000	1.5	7 500	40	16	20
13.	КИХ	0 - 590	3	740	40	12	40
14.	БИХ	0 - 590	3	740	40	12	40
15.	КИХ	0 - 590	3	740	40	12	20
16.	БИХ	0 - 590	3	740	40	12	20
17.	КИХ	0 - 590	3	740	40	12	10
18.	БИХ	0 - 590	3	740	40	12	10
19.	КИХ	0 - 590	3	740	40	12	5
20.	БИХ	0 - 590	3	740	40	12	5
21.	КИХ	0 - 10 000	1.5	15 000	40	12	40
22.	БИХ	0 - 10 000	1.5	15 000	40	12	40
23.	КИХ	0 - 5 000	1.5	7 500	40	12	20
24.	БИХ	0 - 5 000	1.5	7 500	40	12	20