



**В.В.Морозов**  
**В.И.Панюхин**  
**В.В.Панюхин**

**ЗУБЧАТО-ВИНТОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ  
ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ  
В ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ**

Министерство образования Российской Федерации

Владимирский государственный университет

В.В. МОРОЗОВ

В.И. ПАНЮХИН

В.В. ПАНЮХИН

**ЗУБЧАТО-ВИНТОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ  
ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ**

Под редакцией профессора В.В. Морозова

Владимир 2000

УДК 621.831  
М80

Рецензенты:

Доктор технических наук, зам. технического директора  
ОАО НПО «Магнетон»  
И.В. Беляев

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой  
Владимирского государственного педагогического университета  
Н.Г. Наянзин

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Владимирского государственного университета

**Морозов В.В., Панюхин В.И., Панюхин В.В.**

М80 Зубчато-винтовые передачи для преобразования вращательного движения в поступательное / Под. ред. В.В. Морозова; Владим. гос. ун-т. Владимир, 2000. 158 с.  
ISBN 5-89368-205-X

В монографии отражены результаты исследований исполнительных механизмов преобразования вращательного движения в поступательное. Дан анализ статических и кинематических характеристик различных видов нового класса механизмов. Особое внимание уделено рассмотрению характеристик КПД и самоторможения.

Монография предназначена для инженеров, занимающихся проектированием и исследованием исполнительных механизмов преобразования вращательного движения в поступательное, аспирантов и студентов старших курсов.

Ил. 43. Табл. 2. Библиогр.: 12 назв.

УДК 621.831

ISBN 5-89368-205-X

© Владимирский государственный университет, 2000

© Морозов В.В., Панюхин В.И.,  
Панюхин В.В., 2000

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	6
Глава 1. Общие положения.....	7
1.1. Виды зубчато-винтовых передач .....	7
1.2. Режимы работы механических передач. Критерии работоспособности и самоторможения.....	10
Глава 2. Цилиндрические трёхзвенные передачи зацеплением ...	16
2.1. Виды трёхзвенных цилиндрических передач зацеплением	16
2.2. Реечные передачи I вида .....	18
2.2.1. Передаточная функция .....	18
2.2.2. Усилия в зацеплении.....	20
2.2.3. Характеристики потерь на трение .....	22
2.2.4. Условия работоспособности и самоторможения.....	23
2.3. Реечные передачи II вида.....	25
2.3.1. Усилия в зацеплении.....	25
2.3.2. Характеристики потерь на трение .....	26
2.3.3. Условия работоспособности и самоторможения.....	26
Глава 3. Трёхзвенные гиперболоидные передачи .....	27
3.1. Виды трёхзвенных гиперболоидных передач .....	27
3.2. Передаточная функция.....	28
3.3. Усилия в зацеплении .....	29
3.4. КПД трёхзвенных гиперболоидных передач .....	32
Глава 4. Многозвенные гиперболоидные передачи .....	35
4.1. Многозвенные передачи с кольцевыми роликами.....	35
4.2. Роликовинтовая планетарная передача винт – гайка .....	37
4.2.1. Устройство передачи .....	37
4.2.2. Передаточная функция .....	39
4.2.3. Усилия в зацеплениях .....	40
4.2.4. КПД прямого и обратного хода .....	41
4.3. Передача на основе планетарной схемы 2К-Н.....	43
4.3.1. Устройство и принцип действия.....	43
4.3.2. Передаточная функция .....	44
4.3.3. КПД прямого хода.....	45
4.3.4. КПД обратного хода. Условия самоторможения .....	49
4.3.5. Передача с параметром $m < 1$ .....	51
4.3.6. Усилия в зацеплениях .....	52

4.3.7. Передачи на основе схемы 2К-Н с внутренними зацеплениями.....	56
4.3.8. Упрощённые конструкции передач на основе схемы 2К-Н.....	57
4.4. Передача на основе планетарной схемы 3к [12].....	59
4.4.1. Устройство и принцип действия.....	59
4.4.2. Передаточная функция.....	59
4.4.3. КПД прямого хода.....	60
4.4.4. КПД обратного хода. Условия самоторможения.....	65
4.4.5. Передача с параметром $q < 1$ .....	67
4.4.6. Усилия в зацеплениях.....	68
Глава 5. Трёхзвенные фрикционные передачи.....	73
5.1. Разновидности трёхзвенных фрикционных передач.....	73
5.2. Условия достаточности сцепления.....	80
5.3. Определение направлений торцовой проекции силы трения в винтовых зацеплениях.....	82
5.4. Передаточные функции.....	83
5.5. КПД прямого хода.....	86
5.6. КПД обратного хода. Условия самоторможения.....	88
5.7. Усилия в зацеплении.....	90
Глава 6. Многозвенные фрикционные передачи.....	91
6.1. Модификации трёхзвенных передач.....	91
6.2. Фрикционные роliko-винтовые планетарные передачи.....	94
6.2.1. Устройство и разновидности.....	94
6.2.2. Условия достаточности сцепления.....	98
6.2.3. Определение направления торцовой проекции силы трения во внеполюсных винтовых зацеплениях.....	99
6.2.4. Передаточные функции [6].....	101
6.2.5. КПД прямого хода.....	109
6.2.6. КПД обратного хода. Условия самоторможения.....	119
6.2.7. Передаточные функции и КПД передач, содержащих звенья с кольцевой нарезкой.....	121
6.2.8. Усилия в зацеплениях.....	123
Глава 7. Роликовинтовые вариаторы.....	127
7.1. Устройство и принцип действия.....	127
7.2. Определение необходимой величины момента тормозного устройства.....	130

---

Глава 8. Геометрический расчёт винтовых зацеплений .....	134
8.1. Профили винтовых зубьев .....	134
8.2. Эвольвентное зацепление колёс с винтовыми зубьями ....	135
8.2.1 Реечные передачи I вида.....	135
8.2.2. Многозвенные планетарные передачи .....	138
8.2.3. Фрикционные передачи .....	144
8.3. Зацепление колёс с винтовыми зубьями, нарезанными методом копирования .....	145
8.3.1. Геометрия круговых профилей внешнего и внутреннего зацепления .....	145
8.3.2. Геометрия круговых профилей в зацеплениях II вида .....	150
8.3.3. Оценка степени приближения архимедовых профилей к эвольвентным .....	154
8.3.4. Порядок геометрического расчёта.....	155
Библиографический список.....	159

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Настоящая работа содержит систематическое изложение основ теории зубчато-винтовых передач, предназначенных для преобразования вращательного движения в поступательное. Основное внимание уделено описанию и анализу новых и малоизвестных конструкций, используемых для этой цели. По сравнению с передачами винт-гайка и зубчато-реечными передачами, эти конструкции существенно расширяют возможности выбора оптимального варианта с учётом конкретных требований, предъявляемых к тому или иному приводу. Могут быть получены практически любые значения передаточной функции. Возможно также получение самотормозящихся передач, КПД которых не менее чем вдвое превышает КПД самотормозящихся передач винт-гайка. Впервые изложена методика расчёта фрикционных ролико-винтовых вариаторов, в том числе таких, которые при неизменной скорости и направлении вращения приводного двигателя позволяют не только обеспечить плавное изменение скорости выходного звена, но и направления его движения, т.е. выполняют функции реверсивного механизма.

Работа предназначена для инженерно-технических работников, связанных с проектированием и эксплуатацией механических передач.

## ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

### 1.1. Виды зубчато-винтовых передач

Основное конструктивное отличие зубчато-винтовых передач (ЗВП), обеспечивающих преобразование вращательного движения в поступательное, от других устройств, предназначенных для этой цели (например, кулачковых или кривошипно-ползунных механизмов), заключается в том, что заданное преобразование осуществляется при помощи зубчатых зацеплений: прямозубых (например, в прямозубых реечных передачах) или винтовых (например, в передачах винт – гайка). Если принять, что поступательное движение выходного звена ЗВП является частным случаем его вращательного движения вокруг оси, удалённой в бесконечность, то все эти зацепления можно рассматривать как разновидности обычных зубчатых зацеплений, предназначенных для передачи и редуцирования вращательного движения. При этом звенья передачи с винтовой нарезкой (винты, гайки) следует рассматривать как разновидности зубчатых колёс, а витки этой нарезки как разновидность зубьев. Обоснованность такого представления зацеплений ЗВП подтверждается также тем, что рассматриваемые ЗВП полностью соответствуют определению термина «зубчатая передача» в ГОСТ 16530-70: «Зубчатая передача – трёхзвенный механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колёсами, образующими с неподвижным звеном вращательные или поступательные пары».

Виды известных трёхзвенных зубчатых передач различаются в основном по расположению осей вращения колёс в пространстве и по взаимному расположению самих колёс [10]. По этим же признакам могут быть классифицированы и ЗВП. Так, из числа возможных ЗВП, содержащих только цилиндрические колёса, существуют два вида: цилиндрические и гиперболоидные (винтовые).

К *цилиндрическим* относятся только ЗВП, у которых ось вращения входного колеса параллельна условной оси вращения выходного колеса, удалённой в бесконечность (рис. 1.1,а).

К *гиперболоидным* (винтовым) относятся ЗВП, у которых эти оси перекрещиваются в пространстве (рис. 1.1,б).

При классифицировании ЗВП по расположению осей колёс в пространстве вместо условной оси вращения выходного колеса можно использовать ось его поступательного перемещения. В этом случае признаком цилиндрической ЗВП будет перекрещивание в пространстве этой оси поступательного перемещения с осью вращения входного колеса под прямым углом. У гиперboloидных (винтовых) ЗВП эти оси могут совпадать, быть параллельными или перекрещиваться в пространстве под углом, отличным от прямого.

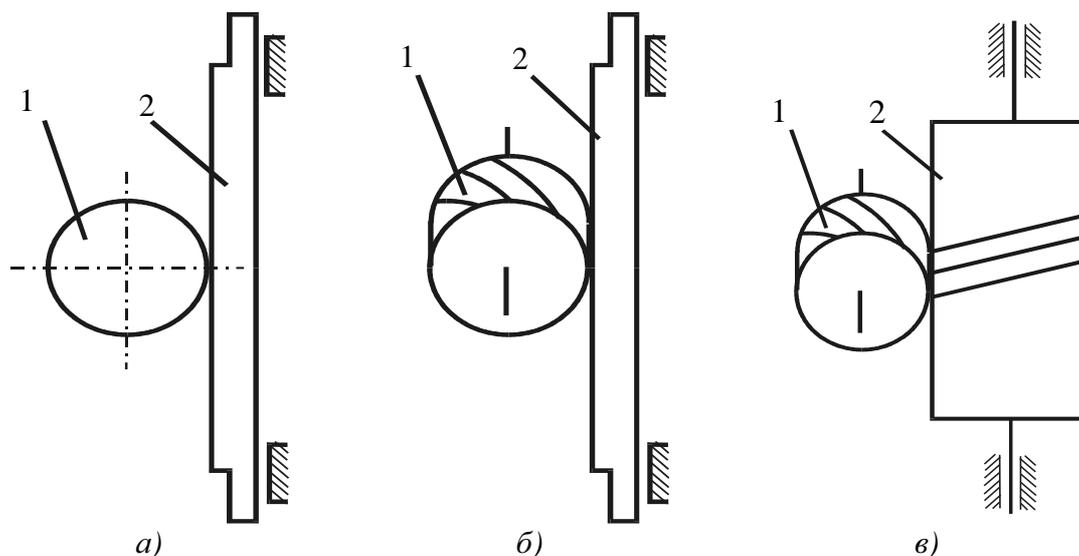


Рис. 1.1. Трёхзвенные передачи для преобразования вращательного движения звена 1 в поступательное звено 2: а – реечная цилиндрическая; б – реечная гиперboloидная; в – фрикционная гиперboloидная

По сравнению с известными видами трёхзвенных зубчатых передач гиперboloидные ЗВП обладают той особенностью, что передача мощности от входного звена к выходному в них может осуществляться не только за счёт зацепления зубьев (витков), но и за счёт сил трения, возникающих между зубьями (витками) колёс, то есть они могут работать как фрикционные передачи. В этом случае для обеспечения работоспособности передачи параметры зацепления должны быть выбраны так, чтобы силы трения, возникающие в этом зацеплении под действием внешней нагрузки, были достаточны для передачи заданной мощности. Схема трёхзвенной фрикционной ЗВП (рис. 1.1,в) отличается от схемы зубчато-винтовой передачи зацеплением (рис. 1.1,б) тем, что выходное звено имеет винтовую нарезку и образует со стойкой не поступательную неподвижную кинематическую пару, а двухподвижную цилиндрическую.

Способность фрикционных ЗВП работать без специальных нажимных устройств является важным преимуществом этих передач. На основе фрикционных ЗВП появляется возможность создания вариаторов.

При классификации по взаимному расположению колёс друг относительно друга ЗВП не имеют никаких отличий от обычных зубчатых передач: они могут быть передачами внешнего зацепления, когда оба колеса имеют внешние зубья, и внутреннего зацепления, когда одно колесо имеет внешние зубья, а другое – внутреннее. Реечное зацепление может рассматриваться как частный случай одного из этих двух видов.

Кроме упомянутых двух основных признаков классификации ЗВП, отдельные их разновидности могут иметь варианты исполнения, отличающиеся друг от друга соотношением величин углов наклона витков и их направлений. При этом, в отличие от обычных зубчатых передач, ЗВП могут иметь колёса с нулевым числом зубьев, то есть с кольцевой нарезкой, что в ряде случаев существенно влияет на конструкцию и характеристики работы передачи. Ниже для тех случаев, где такие варианты возможны, приводится анализ свойств и особенностей каждого из них.

В большинстве случаев на практике используются не трёхзвенные, а многозвенные ЗВП, которые представляют собой параллельное соединение трёхзвенных ЗВП или последовательное соединение различных видов зубчатых передач с трёхзвенными ЗВП. Часто применяются также комбинированные соединения многозвенных, в том числе и планетарных, передач. Многозвенные передачи обычно имеют своей целью повышение нагрузочной способности или получение таких значений передаточной функции, которые не способны обеспечить трёхзвенные ЗВП.

Принятая классификация ЗВП, предназначенных для преобразования вращательного движения в поступательное, позволяет при выборе типа передачи и её расчёте использовать известные положения теории зубчатых зацеплений. Так, из этих положений следует, что наибольшее значение КПД при прочих равных условиях может быть получено при использовании цилиндрических передач. В то же время наиболее глубокое редуцирование вращательного движения может быть обеспечено при помощи гиперболоидных передач.

## 1.2. Режимы работы механических передач. Критерии работоспособности и самоторможения

На рис. 1.2 представлена схема произвольной механической передачи, предназначенной для преобразования вращательного движения в поступательное. Входное звено 1 передачи кинематически связано с приводным двигателем, а выходное 2 – с исполнительным органом.

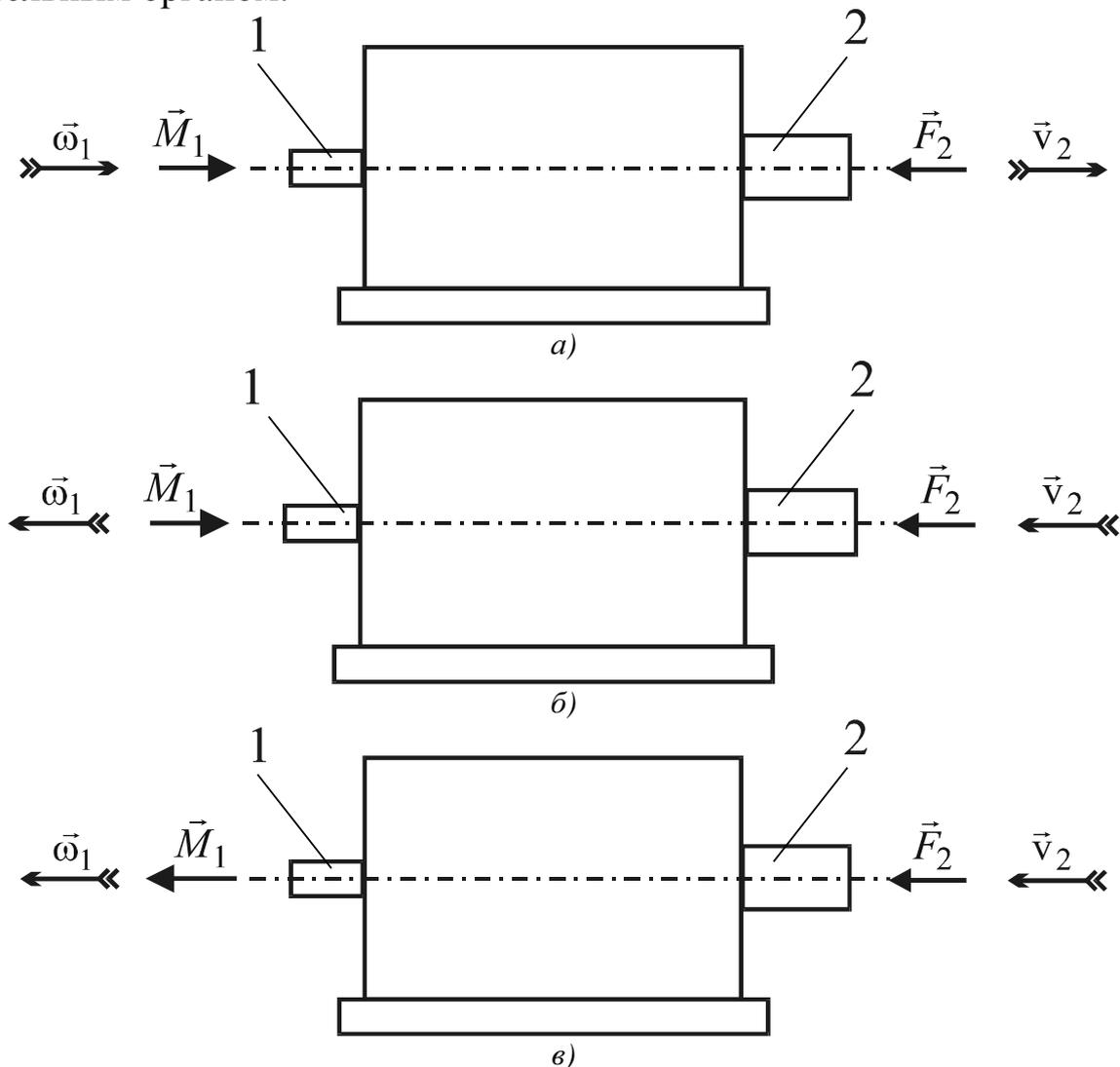


Рис. 1.2. Режимы работы механических передач: а – тяговый прямого хода; б – тяговый обратного хода; в – от торможение

Мощность  $P$ , передаваемая каким-либо звеном передачи, принято считать положительной, если направление приложенного к этому звену внешнего усилия или момента совпадает с направлением скорости движения звена. Если же эти направления противо-

положны, то мощность считается отрицательной [2]. По знакам мощностей  $P_1$  и  $P_2$  на входном и выходном звеньях можно определить, в каком режиме нагрузки работает передача и какое из звеньев является ведущим, а какое – ведомым.

Если выполняется условие

$$P_1 > 0; P_2 < 0, \quad (1.1)$$

то мощность передаётся от первого звена ко второму, следовательно, первое звено является ведущим, а второе – ведомым (рис. 1.2,а). Такая работа передачи, когда ведущим является именно первое звено, обычно называется прямым ходом. При этом режим нагрузки, характеризующийся различными знаками мощностей на входном и выходном звеньях, называется тяговым [2].

Основной характеристикой потерь на трение в тяговом режиме прямого хода служит КПД прямого хода  $\eta_{12}$ , который определяется так [2]:

$$\eta_{12} = -\frac{P_2}{P_1}. \quad (1.2)$$

При выполнении условия

$$P_1 < 0; P_2 > 0 \quad (1.3)$$

режим нагрузки будет также тяговым, но мощность здесь передаётся от выходного звена к входному, и, следовательно, выходное звено является ведущим, а входное – ведомым (рис. 1.2,б). Этот случай, в отличие от прямого хода, называется обратным ходом.

Основной характеристикой потерь в тяговом режиме обратного хода является КПД обратного хода  $\eta_{21}$ , который по аналогии с (1.2) равен:

$$\eta_{21} = -\frac{P_1}{P_2}. \quad (1.4)$$

В некоторых самотормозящихся передачах возможна работа в так называемом режиме оттормаживания [2] (рис. 1.2,в), для которого характерно выполнение условий:

$$P_1 > 0; P_2 > 0. \quad (1.5)$$

В этом режиме вся подводимая к звеньям 1 и 2 мощность расходуется на преодоление трения, возникающего в кинематических парах передачи. Если судить по знакам мощностей, то, казалось бы, оба звена здесь можно назвать ведущими, однако внешняя нагрузка, приложенная к выходному звену 2, является причиной появления на нём тормозного усилия, способного удержать эту на

грузку, в результате чего движение его под действием только этой нагрузки становится невозможным. Учитывая, что результирующее действие выходного звена является тормозным, ведущим в режиме оттормаживания следует считать только входное звено 1.

Для характеристики режима оттормаживания введено понятие коэффициента затраты мощности при оттормаживании, или просто коэффициента оттормаживания  $\mu_{12}$ , который определяется как отношение мощности входного (ведущего) звена 1 к мощности выходного звена 2 [2]:

$$\mu_{12} = \frac{P_1}{P_2}. \quad (1.6)$$

*Самотормозящимися* называют такие передачи, в которых вследствие сил трения, возникающих в их кинематических парах, движение звеньев в каких-либо режимах оказывается невозможным.

Приняв для определённости прямой ход в качестве основного рабочего режима, самотормозящимися можно считать передачи, способные работать только в режимах прямого хода и исключаящие возможность обратного хода.

Таким образом, существуют четыре группы передач, отличающиеся друг от друга возможными режимами работы.

Первые три группы – это самотормозящиеся передачи, одна из которых способна работать при прямом ходе как в тяговом режиме, так и в режиме оттормаживания (1-й вариант), вторая – только в тяговом режиме (2-й вариант), а третья – только в режиме оттормаживания (3-й вариант). Четвёртую группу составляют несамотормозящиеся передачи, обеспечивающие возможность работы в тяговом режиме как прямого, так и обратного хода.

В качестве критерия работоспособности передачи в тяговом режиме удобно использовать её КПД, поскольку любую передачу можно считать работоспособной в тяговом режиме, если её расчётное значение КПД не принимает отрицательных значений и меньше единицы. В соответствии с этим критерием условия работоспособности передачи в тяговом режиме запишутся так:

- при прямом ходе:

$$0 \leq \eta_{12} < 1; \quad (1.7)$$

- при обратном ходе:

$$0 \leq \eta_{21} < 1. \quad (1.8)$$

В качестве критерия работоспособности самотормозящейся передачи в режиме оттормаживания можно принять конечное положительное значение его коэффициента оттормаживания:

$$0 \leq \mu_{12} < \infty. \quad (1.9)$$

Невыполнение условий работоспособности в тяговом режиме означает самоторможение передачи в этом режиме. Из условий (1.2) и (1.3) следует, что критерии самоторможения для тяговых режимов имеют вид:

- при прямом ходе:

$$\eta_{12} < 0 \quad \text{или} \quad \eta_{12} \geq 1; \quad (1.10)$$

- при обратном ходе:

$$\eta_{21} < 0 \quad \text{или} \quad \eta_{21} \geq 1. \quad (1.11)$$

Невыполнение условия (1.9) для режима оттормаживания означает или самоторможение (при  $\mu_{12} = \infty$ ) или способность передачи работать в тяговом режиме обратного хода (при  $\mu_{12} < 0$ ).

Очевидно, что значения КПД в условиях (1.10) и (1.11) следует считать формальными. Силы трения по своей природе являются реактивными и величины их для одной и той же кинематической пары при одинаковой внешней нагрузке могут существенно отличаться в зависимости от того, в каком состоянии находится передача: в состоянии самоторможения (покоя) или в состоянии движения. Формулы же для определения КПД выводятся с учётом сил трения, соответствующих состоянию движения. Поэтому подстановка в эти формулы параметров передачи, находящейся в состоянии самоторможения, и даёт формальные значения КПД, содержащиеся в условиях (1.10) и (1.11).

Ниже приведены результаты кинематического и силового анализа работы трёхзвенных и ряда многозвенных передач в различных режимах работы привода, а также рассмотрены особенности их геометрического расчёта.

При этом для самотормозящихся ЗВП условия самоторможения приведены только для первого варианта, обеспечивающего возможность прямого хода как в тяговом режиме, так и в режиме оттормаживания, поскольку второй и третий варианты допускают только одностороннее движение выходного звена, как это имеет место, например, в элеваторах или конвейерах. В тех же приводах, где используются ЗВП, для выходного звена характерно возвратно-поступательное движение.

Основным видом трения в ЗВП является трение скольжения в зацеплении. Определение сил трения скольжения  $F_T$  чаще всего производится на основе закона Амонтона, то есть принимается, что эти силы прямо пропорциональны нормальным усилиям  $F_n$  и коэффициентам трения скольжения  $f$ :

$$F_T = f F_n. \quad (1.12)$$

Приведённые ниже расчётные зависимости позволяют использовать любые другие закономерности для определения сил трения.

Для того чтобы обеспечить возможность учёта в случае необходимости и других сил трения, возникающих в результате действия усилий в зацеплении, таких, как трение качения на сопряжённых профилях, трение в опорах звеньев и т.п., используется понятие эквивалентного коэффициента трения  $f^0$ . Эквивалентным коэффициентом трения считается такой условный коэффициент трения скольжения в зацеплении, который при вращательном движении звена обеспечивает в этом зацеплении при неизменном нормальном усилии силу трения скольжения, момент которой относительно оси вращения звена равен суммарному моменту относительно той же оси всех подлежащих учёту сил трения, приложенных к звену. При поступательном движении звена эквивалентный коэффициент трения обеспечивает в зацеплении силу трения, равную сумме проекций всех подлежащих учёту сил трения на направление движения.

Таким образом, если винтовое зацепление образовано звеньями  $i$  и  $j$ , то величины эквивалентных коэффициентов трения  $f_{ij}^0$  и  $f_{ji}^0$  могут быть найдены из следующих соотношений.

При вращательном движении звеньев:

$$M_{Ti} = f_{ij} F_{nij} h_i + \sum M_{Tid} = f_{ij}^0 F_{nij} h_i; \quad (1.13)$$

$$M_{Tj} = f_{ij} F_{nji} h_j + \sum M_{Tjd} = f_{ji}^0 F_{nji} h_j, \quad (1.14)$$

где  $M_{Ti}$  и  $M_{Tj}$  – дополнительные моменты сил трения, действующие соответственно на звенья  $i$  и  $j$ ;  $f_{ij}$  – коэффициент трения скольжения в зацеплении звеньев  $i$  и  $j$ ;  $F_{nij}$  и  $F_{nji}$  – нормальные усилия в зацеплении;  $h_i$  и  $h_j$  – плечи сил трения скольжения  $F_{Tij}$  и  $F_{Tji}$  относительно соответствующих осей вращения звеньев  $i$  и  $j$ ;  $\sum M_{Tid}$  и  $\sum M_{Tjd}$  – подлежащие учёту дополнительные (то есть, кроме моментов трения скольжения в зацеплении) моменты тре-

ния, действующие соответственно на звенья  $i$  и  $j$ , зависящие от нормальных усилий  $F_{nij}$  и  $F_{nji}$ .

Из (1.13) и (1.14) находим:

$$f_{ij}^0 = f_{ij} + \frac{\sum M_{Ti\partial}}{F_{nij} h_i}; \quad (1.15)$$

$$f_{ji}^0 = f_{ij} + \frac{\sum M_{Tj\partial}}{F_{nji} h_j}. \quad (1.16)$$

Если в рассматриваемом зацеплении одно из звеньев, например  $j$ , является выходным и, кроме вращательного, совершает также поступательное движение, то для этого поступательного движения также может быть найден эквивалентный осевой коэффициент трения  $f_{aji}^0$  в соответствии с уравнением:

$$F_{aTji} = f_{ij} F_{nji} \sin \theta + \sum F_{aTj\partial} = f_{aji}^0 \sin \theta, \quad (1.17)$$

где  $F_{aTji}$  – сумма осевых проекций сил трения, действующих на звено  $j$ ;  $\theta$  – угол между направлением сил трения  $F_{Tji}$  и торцовой плоскостью;  $F_{aTj\partial}$  – подлежащая учёту сумма дополнительных (т.е. кроме осевой проекции силы трения  $F_{Tji}$ ) осевых проекций сил трения, действующих на звено  $j$ , зависящих от нормального усилия  $F_{nji}$ .

Из (1.17) следует:

$$f_{aji}^0 = f_{ij} + \frac{\sum F_{aTj\partial}}{F_{nji} \sin \theta}. \quad (1.18)$$

Необходимо заметить, что при определении сил трения по закону Амонтона во втором слагаемом правой части формул (1.15), (1.16) и (1.18) и числитель, и знаменатель прямо пропорциональны нормальным усилиям, и, следовательно, значение эквивалентных коэффициентов трения будет зависеть только от коэффициентов трения в кинематических парах передачи и от геометрических размеров звеньев.

## ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ТРЁХЗВЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

### 2.1. Виды трёхзвенных цилиндрических передач зацеплением

К числу трёхзвенных цилиндрических ЗВП относятся прежде всего известные реечные зубчатые передачи, которые ниже обозначены как передачи I вида. Эти передачи можно рассматривать как предельный случай внешнего зацепления зубчатых колёс с отрицательным передаточным отношением, когда число зубьев одного колеса становится бесконечно большим. Зубья шестерни и рейки такой передачи могут иметь любую из известных форм. На рис. 2.1 показана конструктивная схема передачи с винтовыми зубьями. Характерной особенностью зацеплений таких передач является то, что полюс зацепления  $P$  и само зацепление располо-

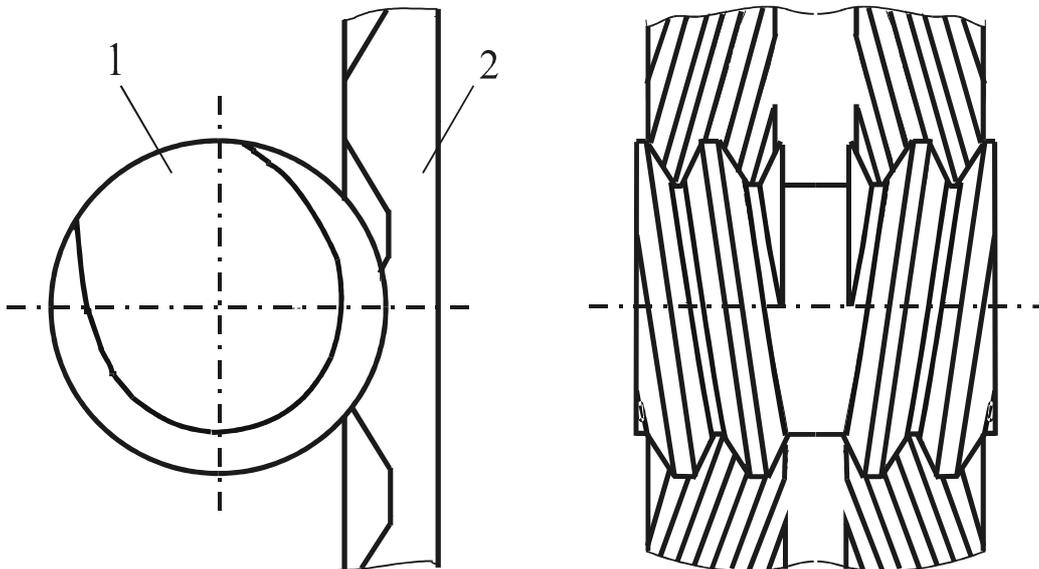


Рис. 2.1. Реечная цилиндрическая передача I вида

жены по одну сторону от оси шестерни (рис. 2.2), т.е. так, как при обычном внешнем зацеплении.

Но существуют также реечные передачи II вида с винтовыми зубьями (рис. 2.3), которые являются предельным случаем зацепления двух колёс с внешними зубьями с положительным передаточным отношением [9], когда полюс зацепления и само зацепле-

ние расположены по разные стороны от оси шестерни (рис. 2.4), т.е. так, как при обычном внутреннем зацеплении. Зубья (витки) такого зацепления имеют одинаковые направления наклона контактирующих зубьев, в отличие от известных косозубых реечных передач, где эти направления противоположны.

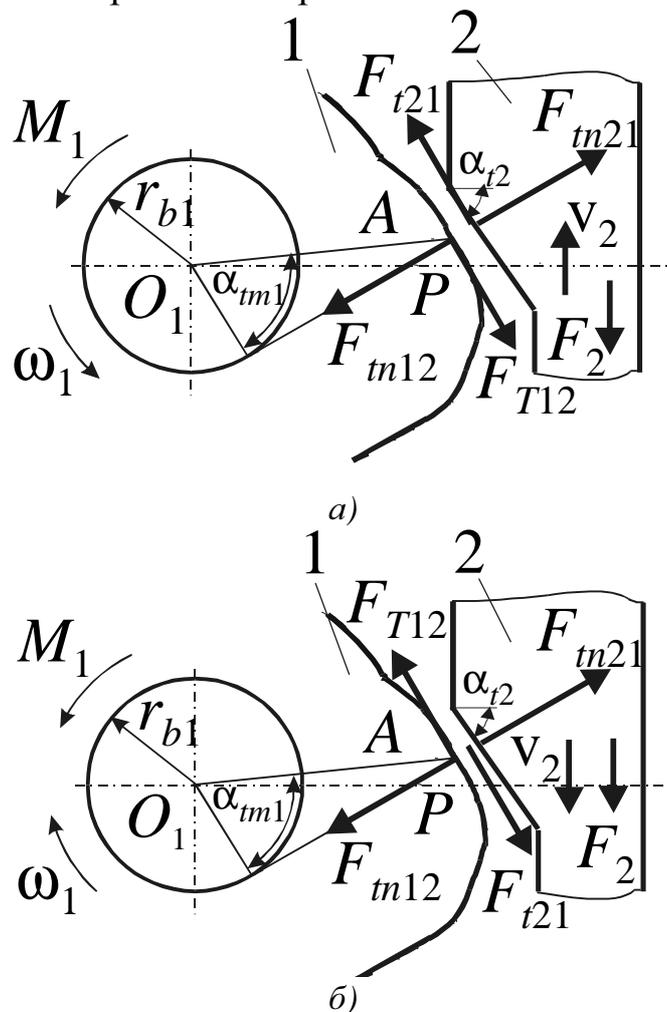


Рис. 2.2. Схема усилий в торцовом сечении реечной передачи I вида:

*a* – в тяговом режиме прямого хода; *б* – в тяговом режиме обратного хода

Сведения об исследовании каждого из этих двух видов реечных передач уже опубликованы [4, 9], поэтому здесь приводятся, в основном, только результаты этих исследований. Параметры реечных передач и внешняя нагрузка на их звенья предполагаются известными.

## 2.2. Реечные передачи I вида

### 2.2.1. Передаточная функция

Скорость перемещения рейки  $v_2$  при прямом ходе соответствует окружной скорости шестерни  $v_{w1}$  на начальной окружности:

$$v_2 = v_{w1} = \omega_1 r_{w1}, \quad (2.1)$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость шестерни;  $r_{w1}$  – радиус начальной окружности.

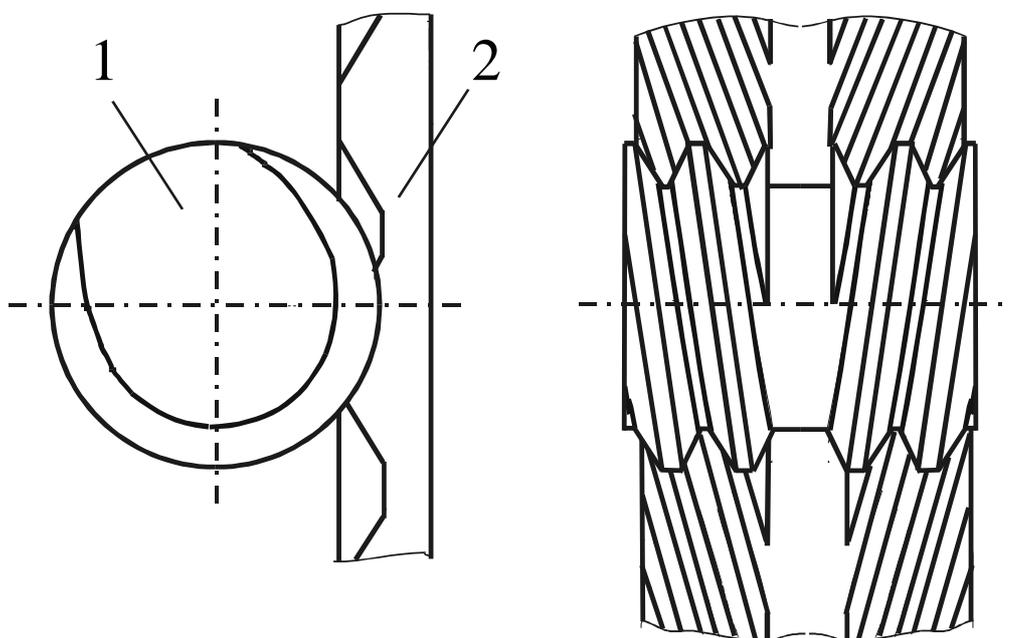


Рис. 2.3. Реечная цилиндрическая передача II вида

В реечном зацеплении радиусы  $r_{w1}$  и  $r_1$  начальной и делительной окружностей шестерни совпадают, откуда

$$r_{w1} = r_1 = \frac{m z_1}{2 \cos \beta}, \quad (2.2)$$

где  $m$  – нормальный модуль;  $z_1$  – число зубьев шестерни;  $\beta$  – угол наклона зубьев на делительной окружности.

Из (2.1) и (2.2) следует, что передаточная функция  $v_2/\omega_1$  при прямом ходе определяется так:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = r_{w1} = r_1 = \frac{m z_1}{2 \cos \beta}. \quad (2.3)$$

Если параметры шестерни с винтовыми зубьями выражены через осевой шаг  $p_x$  и угол наклона  $\beta_{m1}$  на среднем диаметре  $d_{m1}$ , то передаточная функция может быть выражена так:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{p_x z_1}{2\pi} \operatorname{tg} \beta_{m1}. \quad (2.4)$$

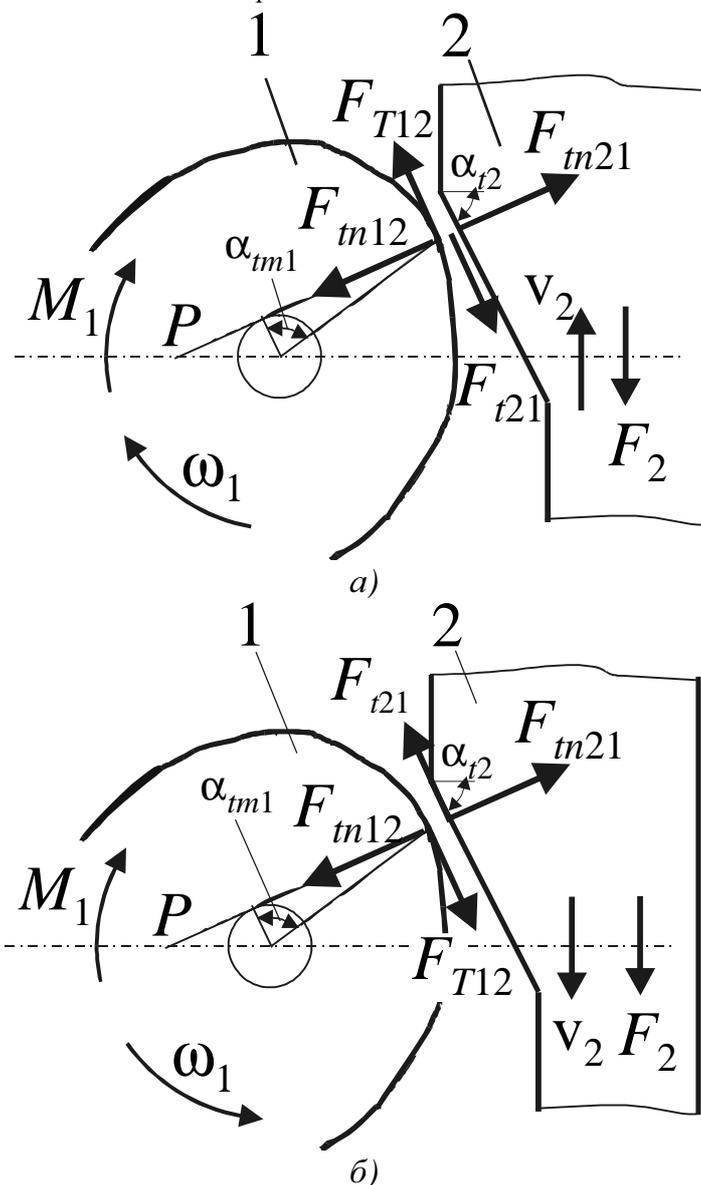


Рис. 2.4. Схема усилий в торцовом сечении реечной передачи II вида:  
а – в тяговом режиме прямого хода; б – в тяговом режиме обратного хода

При обратном ходе передаточная функция  $\omega_1/v_2$  соответственно будет иметь вид:

$$\frac{\omega_1}{v_2} = \frac{2 \cos \beta}{m z_1} = \frac{2\pi}{p_x z_1 \operatorname{tg} \beta_{m1}}. \quad (2.5)$$

### 2.2.2. Усилия в зацеплении

При определении усилий в зацеплениях обычных зубчатых передач силами трения обычно пренебрегают ввиду их незначительности. Однако в тех зацеплениях, в которых рабочие участки профилей удалены от полюса зацепления, силы трения могут быть значительными и, следовательно, должны быть учтены. Поскольку в некоторых рассматриваемых здесь реечных и других видах передач используются именно такие зацепления, особенностью изложенных ниже методик определения усилий в зацеплениях является то, что эти усилия определяются с учётом сил трения.

На рис. 2.2 показаны усилия, действующие в торцовом сечении на звенья реечной передачи I вида в тяговом режиме прямого (рис. 2.2,а) и обратного (рис. 2.2,б) хода при установившемся движении. Зазор в зацеплении показан условно.

В тяговом режиме прямого хода приведённое к рейке усилие  $F_2$  внешней нагрузки преодолевается движущим моментом  $M_1$ , приведённым к валу шестерни. В процессе передачи мощности от шестерни к рейке в зацеплении возникают нормальные усилия, равнодействующие которых обозначены  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$ , а также силы трения, равнодействующие которых обозначены  $F_{T12}$  и  $F_{T21}$ . Линия действия нормальных усилий  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  отклонена от направления оси вращения шестерни на угол  $\gamma$ , величина которого зависит от угла наклона зубьев  $\beta_2$  и нормального угла профиля  $\alpha_{n2}$  [4]:

$$\cos \gamma = \sin \beta_2 \cos \alpha_{n2}. \quad (2.6)$$

Величина нормального усилия  $F_{n21}$  может быть определена из уравнения равновесия рейки:

$$F_2 = F_{m21} \cos \alpha_{t2} \pm F_{T21} \sin \alpha_{t2}, \quad (2.7)$$

где  $\alpha_{t2}$  – торцовый угол профиля рейки;  $F_{m21}$  – торцовая проекция нормального усилия  $F_{n21}$ :

$$F_{m21} = F_{n21} \sin \gamma. \quad (2.8)$$

Подставив  $F_{m21}$  в уравнение (2.7), с учётом (1.12) имеем:

$$F_{n21} = F_{n12} = \frac{F_2}{\cos \alpha_{t2} (\sin \gamma \pm f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2})}. \quad (2.9)$$

Здесь и далее верхний знак относится к заплоскому зацеплению, как на рис. 2.2, а нижний – к доплоскому, когда точка приложения сил  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  расположена между центром шестерни  $O_1$  и полюсом  $P$ .

Из схемы на рис. 2.2,*а* следует, что радиальное усилие  $F_{r12}$  на шестерню будет равно разности проекций сил  $F_{m12}$  и  $F_{t12}$  на радиус-вектор  $O_1A$ .

$$F_{r12} = F_{n12} \sin \gamma \sin \alpha_{tm1} \mp F_{T12} \cos \alpha_{tm1}, \quad (2.10)$$

где  $\alpha_{tm1}$  – торцовый угол профиля в точке приложения силы  $F_{n12}$ .

Подставив в уравнение (2.10) значения  $F_{n12}$  и  $F_{T12}$ , получим:

$$F_{r12} = F_2 \frac{\sin \gamma \sin \alpha_{tm1} \mp f \cos \alpha_{tm1}}{\cos \alpha_{t2} (\sin \gamma \pm f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2})}. \quad (2.11)$$

Окружное усилие  $F_{\tau12}$  на шестерню равно сумме проекций сил  $F_{m12}$  и  $F_{T12}$  на направление, перпендикулярное  $O_1A$ :

$$F_{\tau12} = F_{n12} \sin \gamma \cos \alpha_{tm1} \pm F_{T12} \sin \alpha_{tm1}, \quad (2.12)$$

или, после подстановки значений  $F_{n12}$  и  $F_{T12}$ ,

$$F_{\tau12} = F_2 \frac{\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} \pm f \sin \alpha_{tm1}}{\cos \alpha_{t2} (\sin \gamma \pm f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2})}. \quad (2.13)$$

Аналогично определяется усилие  $F_{\tau21}$ , действующее в направлении перемещения рейки, и усилие  $F_{r21}$ , перпендикулярное ему:

$$F_{\tau21} = F_2; \quad (2.14)$$

$$F_{r21} = F_2 \frac{\sin \gamma \operatorname{tg} \alpha_{t2} \mp f}{\sin \gamma \pm f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}. \quad (2.15)$$

В тяговом режиме обратного хода схема нагрузок на звенья передачи (см. рис. 2.2,*б*) отличается от схемы прямого хода тем, что скорости шестерни и рейки изменяют своё направление, и в связи с этим изменяют своё направление и силы трения. Поэтому формулы для определения усилий в зацеплении в тяговом режиме обратного хода принимают вид:

$$F_{n12} = \frac{F_2}{\cos \alpha_{t2} (\sin \gamma \mp f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2})}; \quad (2.16)$$

$$F_{r12} = F_2 \frac{\sin \gamma \sin \alpha_{tm1} \pm f \cos \alpha_{tm1}}{\cos \alpha_{t2} (\sin \gamma \mp f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2})}; \quad (2.17)$$

$$F_{\tau12} = F_2 \frac{\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} \mp f \sin \alpha_{tm1}}{\cos \alpha_{t2} (\sin \gamma \mp f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2})}; \quad (2.18)$$

$$F_{r21} = F_2 \frac{\sin \gamma \operatorname{tg} \alpha_{t2} \pm f}{\sin \gamma \mp f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}. \quad (2.19)$$

Усилие  $F_{\tau21}$ , как и при прямом ходе, остаётся равным  $F_2$  (2.14).

Схема нагрузок на звенья самотормозящейся реечной передачи I вида в режиме оттормаживания отличается от схемы на рис. 2.2,б только направлением движущего момента  $M_1$ . Поскольку направление этого момента не влияет на значения усилий в зацеплениях в формулах (2.16)...(2.20), они остаются в силе и для режима оттормаживания.

Полученные зависимости показывают, что при одной и той же внешней нагрузке  $F_2$  радиальные усилия  $F_{r12}$  и  $F_{r21}$  отличаются друг от друга так же, как и окружные  $F_{\tau12}$  и  $F_{\tau21}$ . При этом эти усилия, за исключением  $F_{\tau21}$ , имеют различные значения при прямом и обратном ходе.

Из уравнений (2.9) и (2.16) следует, что по сравнению с тяговым режимом прямого хода, в тяговом режиме обратного хода (для несамотормозящихся передач) и в режиме оттормаживания (для самотормозящихся передач), нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в заплоском зацеплении при одной и той же внешней нагрузке возрастают в  $n$  раз, где

$$n = \frac{\sin \gamma + f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}{\sin \gamma - f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}. \quad (2.20)$$

В доплоском зацеплении – наоборот, эти усилия в  $n$  раз возрастают в тяговом режиме прямого хода, по сравнению с тяговым режимом обратного хода.

### 2.2.3. Характеристики потерь на трение

В реечных передачах I вида с небольшими значениями коэффициентов смещения профиля зубьев КПД прямого и обратного хода тот же, что и в обычных зубчатых передачах. Так, по данным [8], средние значения КПД закрытых зубчатых передач на подшипниках качения при жидкой смазке составляют 0,97...0,98.

Для того чтобы обеспечить частичное или полное самоторможение при обратном ходе, используется заплоское зацепление, когда все точки контакта сопряжённых профилей располагаются за полюсом зацепления. Для таких зацеплений характеристики потерь находятся при помощи следующих зависимостей [4]:

$$\eta_{12} = \frac{\sin \gamma + f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}{\sin \gamma + f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm1}}; \quad (2.21)$$

$$\eta_{21} = \frac{\sin \gamma - f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm1}}{\sin \gamma - f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}; \quad (2.22)$$

$$\mu_{12} = \frac{f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm1} - \sin \gamma}{\sin \gamma - f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}; \quad (2.23)$$

где  $\gamma$  – угол отклонения нормали в зацеплении от оси вращения шестерни;  $\alpha_{tm1}$  – торцовый угол профиля зуба шестерни на среднем диаметре;  $\alpha_{t2}$  – торцовый угол профиля зуба рейки.

Величина угла  $\gamma$  зависит от угла наклона зуба шестерни  $\beta_{m1}$  и нормального угла профиля  $\alpha_{mn1}$ :

$$\cos \gamma = \sin \beta_{m1} \cos \alpha_{mn1}. \quad (2.24)$$

Дополюсные реечные передачи могут быть использованы в тех случаях, когда по каким-либо причинам требуется, чтобы КПД при обратном ходе был выше, чем при прямом. КПД прямого  $\eta_{12}$  и обратного  $\eta_{21}$  хода доплюсной передачи определяется соответственно по формулам [4]:

$$\eta_{12} = \frac{\sin \gamma - f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}{\sin \gamma - f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm1}}; \quad (2.25)$$

$$\eta_{21} = \frac{\sin \gamma + f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm1}}{\sin \gamma + f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}. \quad (2.26)$$

#### 2.2.4. Условия работоспособности и самоторможения

Из уравнений (2.21) и (2.22) следует, что доплюсные реечные передачи I вида способны работать в тяговом режиме прямого хода при любых параметрах зацепления, в то время как тяговый режим обратного хода возможен лишь при выполнении условия:

$$f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm1} < \sin \gamma. \quad (2.27)$$

Невыполнение этого условия означает самоторможение передачи при обратном ходе. Условие самоторможения доплюсной передачи при обратном ходе может быть также выражено через нормальный угол профиля  $\alpha_{yn1}$  и угол наклона зуба  $\beta_{y1}$  шестерни в точках контакта:

$$\cos \beta_{y1} \leq \operatorname{tg} \alpha_{yn1} \sqrt{\sqrt{0,25 + \left( \frac{f_{12\min}^0}{\sin \alpha_{yn1}} \right)^2} - 0,5}, \quad (2.28)$$

где  $f_{12\min}^0$  – минимально возможное значение эквивалентного коэффициента трения скольжения на шестерне.

Работа самотормозящейся передачи в режиме оттормаживания, как это следует из уравнения (2.9), возможна при выполнении условия:

$$f_{21}^0 \operatorname{tg} \alpha_{r2} < \sin \gamma. \quad (2.29)$$

С учётом возможных колебаний значения коэффициентов трения в зацеплении и опорах передачи условие (2.29) может быть также выражено через нормальный угол профиля  $\alpha_{n2}$  и угол наклона её зубьев  $\beta_2$ :

$$\cos \beta_2 > \operatorname{tg} \alpha_{n2} \sqrt{0,25 + \left( \frac{f_{21\max}^0}{\sin \alpha_{n2}} \right)^2} - 0,5, \quad (2.30)$$

где  $f_{21\max}^0$  – максимально возможное значение эквивалентного коэффициента трения скольжения на зубьях рейки.

При невыполнении условия (2.30) передача способна работать только в тяговом режиме, т.е. в этом случае имеет место второй вариант самоторможения.

Самотормозящиеся заплосные реечные передачи I вида обладают теми же свойствами, что и самотормозящиеся зубчатые передачи первой группы [4] и способны обеспечить в тяговом режиме прямого хода КПД в 2...3 раза выше, чем у самотормозящихся передач винт–гайка.

В отличие от заплосных, доплосные передачи способны работать при любых параметрах при обратном ходе, а тяговый режим прямого хода возможен лишь при выполнении условий (2.29) или (2.30).

### 2.3. Реечные передачи II вида

На рис. 2.3 показана конструктивная схема реечной передачи II вида. Основное конструктивное отличие этой передачи от передачи I вида заключается в том, что в зацеплении находятся зубья не с различными, а с одинаковыми направлениями наклона. Поэтому ось шестерни и само зацепление находятся по одну сторону от полюса зацепления, в то время как в передаче I вида полюс располагается между осью шестерни и зацеплением. Таким образом, при аналогичных расположениях шестерни относительно рейки и одинаковых направлениях её вращения, рейки в передачах I и II вида будут двигаться в разные стороны.

Практически передачи II вида могут быть осуществлены только при достаточно больших углах наклона зубьев. Передаточная функция реечных передач II вида определяется при помощи тех же зависимостей (2.3) – (2.6), что и в передачах I вида.

#### 2.3.1. Усилия в зацеплении

Схемы усилий, действующих в торцовом сечении на звенья реечной передачи II вида в тяговом режиме прямого и обратного хода, показаны соответственно на рис. 2.4,а и 2.4,б. Из сопоставления этих схем со схемами на рис. 2.2,а и 2.2,б видно, что расположение усилий в зацеплении на рис. 2.4,а аналогично расположению усилий на рис. 2.2,б, а расположение усилий на рис. 2.4,б аналогично их расположению на рис. 2.2,а. Поэтому нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в тяговом режиме прямого хода для реечных передач II вида могут быть определены по формуле (2.16), а при обратном ходе и в режиме оттормаживания – по формуле (2.9).

Соответственно радиальные  $F_{r12}$  и  $F_{r21}$ , а также окружные усилия  $F_{\tau12}$  и  $F_{\tau21}$  в тяговом режиме прямого хода определяются из формул (2.17), (2.19), (2.18) и (2.14), а при обратном ходе и в режиме оттормаживания – из формул (2.11), (2.15), (2.13) и (2.14).

Из изложенного следует, что в реечных передачах II вида в тяговом режиме прямого хода нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  возрастают в  $n$  раз по сравнению с тяговым режимом обратного хода (в несамотормозящихся передачах) или в режиме оттормаживания (в самотормозящихся передачах). Кратность  $n$  возрастания определяется по формуле (2.20).

### 2.3.2. Характеристики потерь на трение

Характеристики потерь на трение для реечных передач II вида те же, что и для цилиндрических зубчатых передач внешнего зацепления с положительным передаточным отношением [4]:

$$\eta_{12} = \frac{\sin \gamma - f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}{\sin \gamma + f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{m1}}; \quad (2.31)$$

$$\eta_{21} = \frac{\sin \gamma - f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{m1}}{\sin \gamma + f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}; \quad (2.32)$$

$$\mu_{12} = \frac{f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{m1} - \sin \gamma}{\sin \gamma + f_a^0 \operatorname{tg} \alpha_{t2}}. \quad (2.33)$$

### 2.3.3. Условия работоспособности и самоторможения

Из уравнения (2.31) следует, что реечная передача II вида способна работать в тяговом режиме прямого хода только при выполнении условия, имеющего вид (2.29) или (2.30). Если эти условия не выполнены, то передача способна работать только в режиме оттормаживания, т.е. имеет место третий вариант самоторможения.

Тяговый режим обратного хода в соответствии с уравнением (2.32) возможен при выполнении условия:

$$f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{m1} < \sin \gamma \quad (2.34)$$

или

$$\cos \beta_{y1} > \operatorname{tg} \alpha_{yn1} \sqrt{0,25 + \left( \frac{f_{12\max}^0}{\sin \alpha_{yn1}} \right)^2} - 0,5. \quad (2.35)$$

Если условия (2.34) и (2.35) не выполнены, то при обратном ходе в передаче может иметь место самоторможение.

Условие гарантированного самоторможения имеет тот же вид (2.28), что и в передачах I вида.

В отличие от передач I вида, в самотормозящихся передачах II вида режим оттормаживания возможен при любых параметрах профиля рейки. Самотормозящиеся передачи II вида обладают теми же свойствами, что и самотормозящиеся зубчатые передачи второй группы [4] и способны обеспечить в режиме оттормаживания более низкие значения коэффициента оттормаживания по сравнению с самотормозящимися передачами винт – гайка.

## ТРЕХЗВЕННЫЕ ГИПЕРБОЛОИДНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Для преобразования вращательного движения в поступательное в приводах различных машин и приборов чаще всего используются гиперболоидные передачи. При этом применяются почти исключительно передачи с соосным или параллельным расположением оси вращения входного звена и оси перемещения выходного звена. Это объясняется тем, что гиперболоидные передачи непосредственно или в комбинации с различными видами зубчатых передач позволяют получить компактные конструкции соосных приводов, в которых ось перемещения выходного звена является продолжением оси вращения двигателя. Учитывая это обстоятельство, ниже рассматриваются гиперболоидные передачи только с таким расположением этих осей.

### 3.1. Виды трёхзвенных гиперболоидных передач

Основной разновидностью трёхзвенных гиперболоидных передач является известная передача винт-гайка с соосным расположением оси вращения входного звена и направлением перемещения выходного (рис. 3.1,а). На рис. 3.1 показаны разновидности, представляющие собой модификации гайки: на рис. 3.1,б – передача с параллельным расположением осей винта и гайки, на рис. 3.1,в винт входит в зацепление с рейкой, а на рис. 3.1,г – с роликом, имеющим винтовую или кольцевую нарезку.

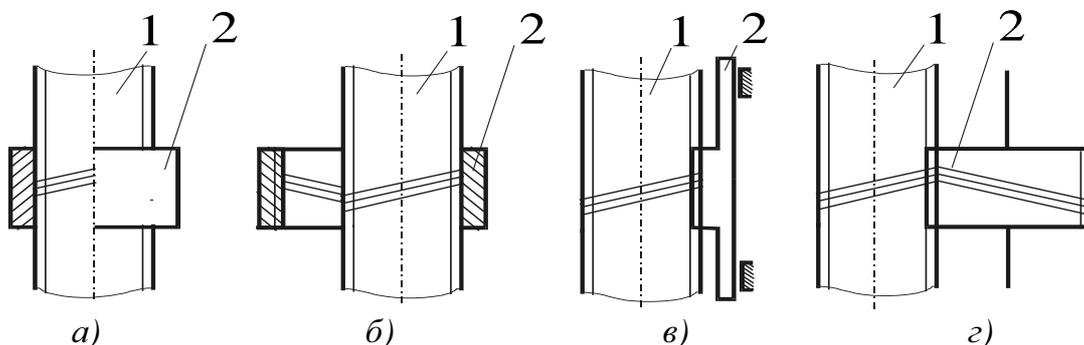


Рис. 3.1. Трёхзвенные гиперболоидные передачи: а – соосная передача винт – гайка; б – передача винт – гайка с параллельным расположением осей; в – ортогональная реечная передача; г – передача винт – винт

В передачах на рис. 3.1,а, б и г ведущим звеном может быть как винт, так и гайка (см. рис. 3.1,а и б) или ролик (см. рис. 3.1,г).

При этом предполагается, что ведомое звено, как и рейка на рис. 3.1,в образуют со стойкой одноподвижную поступательную кинематическую пару. Далее для определённости принято, что ведущим звеном является винт 1, а ведомым – звено 2.

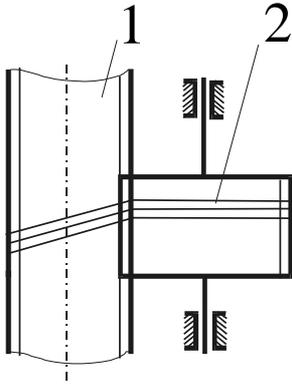


Рис. 3.2. Гиперboloидная передача винт – кольцевой ролик

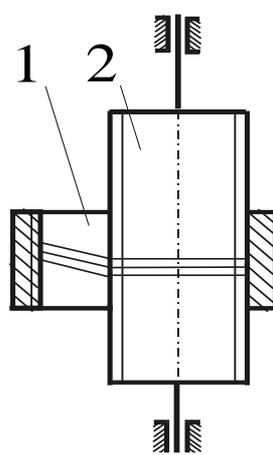


Рис. 3.3. Гиперboloидная передача гайка – кольцевой ролик

быть только кольцевой. Аналогичное отличие имеет и передача на рис. 3.3 от передачи на рис. 3.1,б: ведомое звено 2 соединяется со стойкой при помощи цилиндрической кинематической пары и нарезка на нём должна быть кольцевой.

Две разновидности трёхзвенных гиперboloидных передач показаны на рис. 3.2 и 3.3. Первая из них отличается от передачи на рис. 3.1,г тем, что звено 2 соединяется со стойкой при помощи двухподвижной цилиндрической кинематической пары и нарезка на нём может

### 3.2. Передаточная функция

Для всех передач на рис. 3.1, 3.2 и 3.3 перемещение  $S_2^0$  выходного звена 2 за один оборот ведущего 1 равно ходу его нарезки  $p_{z1}$ :

$$S_2^0 = p_{z1} = p_{x1}z_1, \quad (3.1)$$

где  $p_{x1}$  – осевой шаг нарезки входного звена;  $z_1$  – число заходов нарезки входного звена.

Передаточная функция прямого хода  $v_2/\omega_1$  определится так:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{p_{x1}z_1}{2\pi}. \quad (3.2)$$

Передаточная функция может быть также выражена через радиус основной окружности  $r_{b1}$  нарезки входного звена и угол  $\gamma$  отклонения нормали в зацеплении от оси вращения этого звена:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = r_{b1} \operatorname{tg} \gamma. \quad (3.3)$$

### 3.3. Усилия в зацеплении

На рис. 3.4 представлена схема торцовых усилий, действующих на звенья передачи по схеме рис. 3.1,з в тяговом режиме прямого хода.

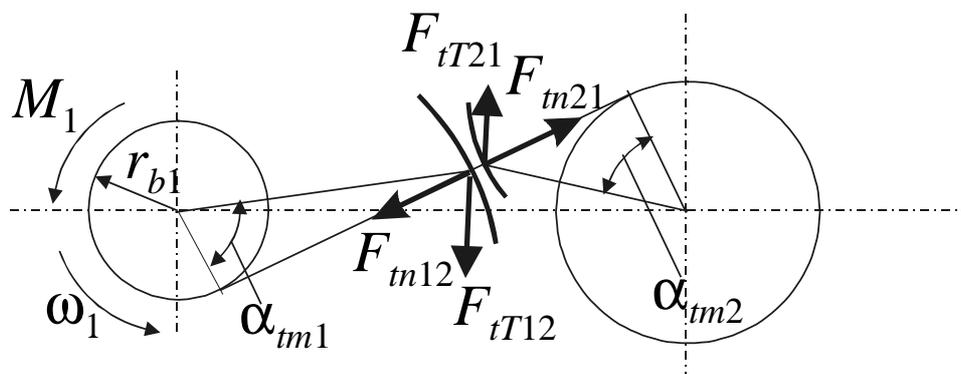


Рис. 3.4. Схема усилий в торцовом сечении трёхзвенной передачи винт–винт

Нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  могут быть определены из условия равновесия звена 1:

$$M_1 = r_{b1} \left( F_{tm12} + \frac{F_{tT12}}{\cos \alpha_{tm1}} \right), \quad (3.4)$$

где  $F_{tm12}$  и  $F_{tT12}$  – торцовые проекции соответственно нормального усилия  $F_{n12}$  и силы трения  $F_{T12}$ ;  $\alpha_{tm1}$  – торцовый угол профиля нарезки звена 1 на среднем диаметре.

Имеем

$$F_{tm12} = F_{n12} \sin \gamma; \quad (3.5)$$

$$F_{tT12} = F_T \cos \lambda_1, \quad (3.6)$$

где  $\lambda_1$  – угол подъёма винтовой нарезки звена 1 на среднем диаметре.

Подставив значения  $F_{tm12}$  и  $F_{tT12}$  в формулу (3.4), с учётом выражения (1.12) получим:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{r_{b1} \left( \sin \gamma + f_{12}^0 \frac{\cos \lambda_1}{\cos \alpha_{tm1}} \right)}. \quad (3.7)$$

В соответствии со схемой на рис. 3.4 радиальное  $F_{r12}$  и окружное  $F_{\tau12}$  усилия на звено 1 определяются так:

$$F_{r12} = \frac{M_1 \sin \gamma \sin \alpha_{tm1}}{r_{b1} \left( \sin \gamma + f_{12}^0 \frac{\cos \lambda_1}{\cos \alpha_{tm1}} \right)}; \quad (3.8)$$

$$F_{\tau 12} = \frac{M_1 (\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} + f \cos \lambda_1)}{r_{b1} \left( \sin \gamma + f_{12}^0 \frac{\cos \lambda_1}{\cos \alpha_{tm1}} \right)}. \quad (3.9)$$

Формулы (3.8) и (3.9) могут быть использованы для определения радиальных и окружных усилий на входном звене для всех передач на рис. 3.1.

Радиальные и окружные усилия на выходных звеньях передач на рис. 3.1, *а*, *б* и *г* с одинаковыми углами подъёма нарезки на звеньях равны соответствующим усилиям на входных звеньях.

При неодинаковых углах подъёма нарезки эти усилия в передачах по схемам рис. 3.1, *б* и *г* определяются так:

$$F_{r21} = \frac{M_1 [\sin \gamma \sin \alpha_{tm2} - f_{12} \sin (\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2}) \cos \lambda_1]}{r_{b1} \left( \sin \gamma + f_{12}^0 \frac{\cos \lambda_1}{\cos \alpha_{tm1}} \right)}, \quad (3.10)$$

$$F_{\tau 21} = \frac{M_1 [\sin \gamma \cos \alpha_{tm2} + f_{12} \cos (\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2}) \cos \lambda_1]}{r_{b1} \left( \sin \gamma + f_{12}^0 \frac{\cos \lambda_1}{\cos \alpha_{tm1}} \right)}, \quad (3.11)$$

где  $\alpha_{tm2}$  – торцовый угол профиля нарезки выходного звена 2.

Формулы (3.10) и (3.11) могут быть использованы и для определения усилий  $F_{r21}$  и  $F_{\tau 21}$  в передаче на рис. 3.1, *в*, если в них вместо угла  $\alpha_{tm2}$  принять торцовый угол  $\alpha_{t2}$  профиля рейки.

Усилия, действующие на звенья передачи по схеме рис. 3.2 в тяговом режиме прямого хода, показаны на схеме рис. 3.5.

Нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в зацеплении могут быть найдены из уравнения равновесия звена 2:

$$F_2 = F_{an21} - F_{aT21}, \quad (3.12)$$

где  $F_{an21}$  и  $F_{aT21}$  – осевые проекции соответственно нормального усилия  $F_{n21}$  и силы трения  $F_{T21}$ :

$$F_{an21} = F_{n21} \cos \gamma; \quad (3.13)$$

$$F_{aT21} = F_{T21} \sin \gamma. \quad (3.14)$$

Подставив эти значения  $F_{an21}$  и  $F_{aT21}$  в (3.12), с учётом (1.12) получим:

$$F_{n21} = F_{n12} = \frac{F_2}{\cos \gamma + f_a^0 \sin \gamma}. \quad (3.15)$$

Радиальные  $F_{r12}$  и  $F_{r21}$  и окружные  $F_{\tau12}$  и  $F_{\tau21}$  усилия в соответствии со схемой на рис. 3.5 определяются так:

$$F_{r12} = F_2 \frac{\sin \alpha_{tm1} (\operatorname{tg} \gamma + f_{12})}{1 - f_a^0 \operatorname{tg} \gamma}; \quad (3.16)$$

$$F_{r21} = F_2 \frac{\operatorname{tg} \gamma + f_{12}}{1 - f_a^0 \operatorname{tg} \gamma}; \quad (3.17)$$

$$F_{\tau12} = F_2 \frac{\cos \alpha_{tm1} (\operatorname{tg} \gamma + f_{12})}{1 - f_a^0 \operatorname{tg} \gamma}. \quad (3.18)$$

Окружное усилие  $F_{\tau21}$  в соответствии со схемой на рис. 3.5 отсутствует.

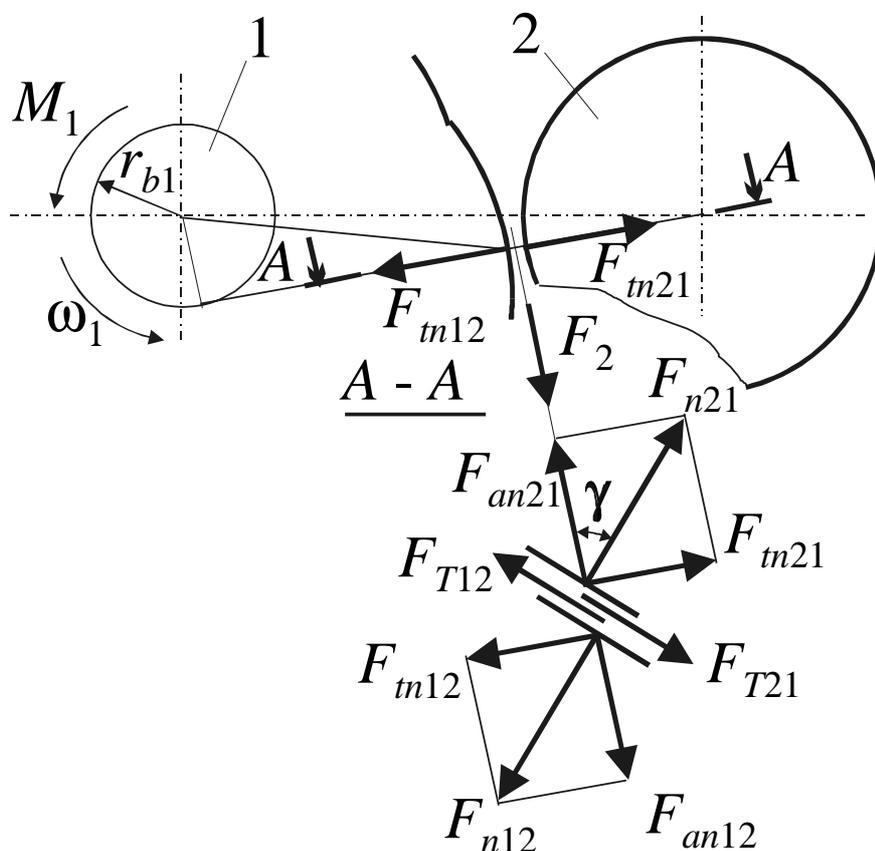


Рис. 3.5. Схема усилий в зацеплении в тяговом режиме прямого хода передачи винт – кольцевой ролик (см. рис. 3.2)

Для определения усилий в зацеплении в тяговом режиме обратного хода (для несамотормозящихся передач) или в режиме оттормаживания (для самотормозящихся передач) в формулах (3.4) – (3.18) достаточно изменить знак «+» на «-» и «-» на «+» перед теми слагаемыми, которые учитывают силы трения, т.е. перед слагаемыми, содержащими коэффициенты трения  $f$  или  $f_a^0$ .

### 3.4. КПД трёхзвенных гиперболоидных передач

КПД прямого  $\eta_{12}$  и обратного  $\eta_{21}$  хода наиболее известной передачи на рис. 3.1,*a* приводится в большинстве технических изданий, содержащих описание резьбовых соединений или передач винт-гайка [6]:

$$\eta_{12} = \frac{\operatorname{tg} \lambda_1}{\operatorname{tg}(\lambda_1 + \rho_{\text{пр}})}; \quad (3.19)$$

$$\eta_{21} = \frac{\operatorname{tg}(\lambda_1 - \rho_{\text{пр}})}{\operatorname{tg} \lambda_1}, \quad (3.20)$$

где  $\rho_{\text{пр}}$  – приведённый угол трения в сопряжении звеньев, учитывающий угол профиля  $\alpha_n$  винтовой нарезки:

$$\rho_{\text{пр}} = \operatorname{arctg} f_{\text{пр}}; \quad (3.21)$$

$$f_{\text{пр}} = \frac{f}{\cos \alpha_{n1}}. \quad (3.22)$$

Эти формулы справедливы для всех передач, показанных на рис. 3.1, независимо от угла наклона витков выходного звена и их направлений.

КПД  $\eta_{12}$  прямого хода передачи на рис. 3.2,*a* может быть определён по формуле (1.2):

$$\eta_{12} = -\frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2 v_2}{M_1 \omega_1}, \quad (3.23)$$

где  $M_1$  – движущий момент, приведённый к винту 1;  $F_2$  – усилие нагрузки, приведённое к звену 2.

Момент  $M_1$  и усилие  $F_2$  могут быть найдены из схемы усилий, действующих на звенья передачи в тяговом режиме прямого хода (рис. 3.5) и из уравнения (3.12):

$$M_1 = r_{b1}(F_{m12} + F_{iT12}) = r_{b1}(F_{n12} \sin \gamma + F_{T12} \cos \gamma). \quad (3.24)$$

Подставив в уравнение (3.23) эти значения  $M_1$  и  $F_2$ , а также значение передаточной функции из выражения (3.3), после преобразований получим:

$$\eta_{12} = \operatorname{tg} \gamma \frac{1 - f_a^0 \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma + f_{12}^0}. \quad (3.25)$$

Если учитывать только трение скольжения в зацеплении, формула (3.25) принимает вид:

$$\eta_{12} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho)}, \quad (3.26)$$

где  $\rho$  – угол трения скольжения.

Схема усилий на звенья передачи при обратном ходе отличается от схемы на рис. 3.5 тем, что скорости движения звеньев, а, следовательно, и направления сил трения  $F_{T12}$  и  $F_{T21}$  изменяют свои направления на противоположные. КПД обратного хода  $\eta_{21}$  в соответствии с (1.3) определится так:

$$\eta_{21} = -\frac{P_1}{P_2} = \frac{M_1 \omega_1}{F_2 v_2}, \quad (3.27)$$

где

$$F_2 = F_{n21} \cos \gamma + F_{T21} \sin \gamma; \quad (3.28)$$

$$M_1 = r_{b1} (F_{n12} \sin \gamma - F_{T12} \cos \gamma). \quad (3.29)$$

После подстановки этих значений  $F_2$  и  $M_1$  в (3.27) с учётом (3.3) получим:

$$\eta_{21} = \frac{\operatorname{tg} \gamma - f_{12}^0}{\operatorname{tg} \gamma (1 + f_a^0 \operatorname{tg} \gamma)}, \quad (3.30)$$

или, с учётом только трения скольжения в зацеплении:

$$\eta_{21} = \frac{\operatorname{tg}(\gamma - \rho)}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (3.31)$$

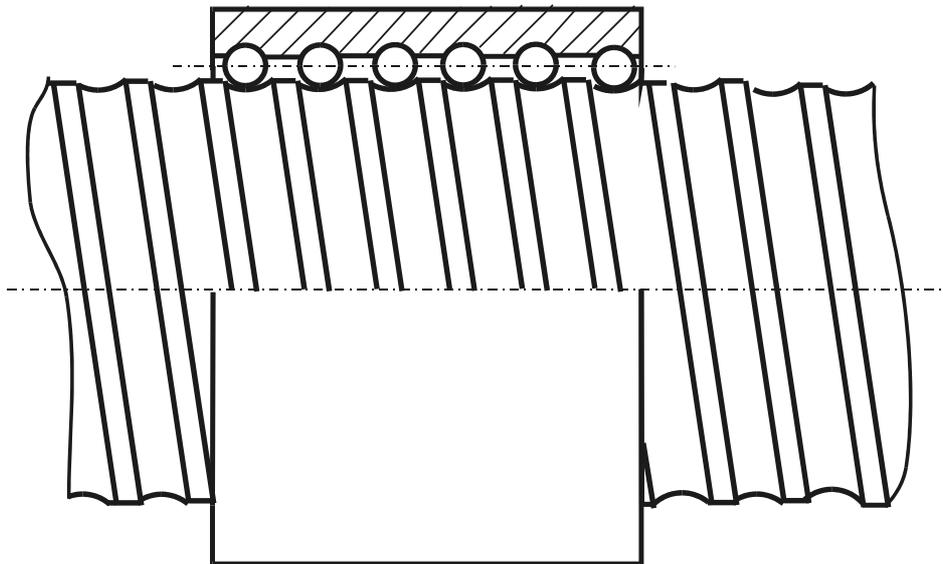


Рис. 3.6. Шариковинтовая передача винт – гайка

Формулы (3.23) – (3.31) справедливы и для передач рис. 3.3.

Из сопоставления формул (3.19) и (3.20), с одной стороны, и (3.25) и (3.30), с другой, видно, что в передачах, выполненных по схемам рис. 3.2 и 3.3, КПД прямого и обратного хода при одинаковых значениях передаточной функции может быть значительно выше, чем в передачах по схемам рис. 3.1 за счёт использования нарезок с большим углом профиля.

Повышение КПД в трёхзвенных передачах по схеме рис. 3.1,*a* возможно также при использовании известных шариковинтовых передач винт-гайка (рис. 3.6) [6].

Условие самоторможения передачи по схеме рис. 3.1,*a* в соответствии с (3.30) имеет вид:

$$\operatorname{tg} \gamma < f_{12}^0, \quad (3.32)$$

или, с учётом только трения скольжения в зацеплении:

$$\gamma < \rho. \quad (3.33)$$

## МНОГОЗВЕННЫЕ ГИПЕРБОЛОИДНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

### 4.1. Многозвенные передачи с кольцевыми роликами

Одним из серьёзных недостатков трёхзвенных гиперболоидных передач на рис. 3.1 является низкий КПД, что связано с большими потерями на трение из-за значительных скоростей относительного скольжения звеньев в винтовом зацеплении. Из приведённого выше анализа схемы передачи на рис. 3.2 видно, что при внешнем зацеплении потери на трение могут быть значительно снижены, если использовать зацепление входного винта с кольцевым роликом, имеющим возможность свободного вращения вокруг своей оси. Такой же эффект может быть получен и при внутреннем зацеплении, если гайка 2 имеет кольцевую нарезку и установлена на дополнительном выходном звене 3 при помощи опор качения (рис. 4.1,а).

Схема усилий, действующих в торцовом сечении на звенья передачи по рис. 4.1,а в тяговом режиме прямого хода, показана на рис. 4.2. Из сопоставления этой схемы со схемой на рис. 3.5 видно, что усилия в зацеплении здесь могут быть найдены по формулам (3.13) – (3.17), а КПД прямого  $\eta_{12}$  и обратного  $\eta_{21}$  хода по формулам, аналогичным формулам (3.25) и (3.30):

$$\eta_{13} = \operatorname{tg} \gamma \frac{1 - f_a^0 \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma + f_{12}^0}. \quad (4.1)$$

$$\eta_{31} = \frac{\operatorname{tg} \gamma - f_{12}^0}{\operatorname{tg} \gamma (1 + f_a^0 \operatorname{tg} \gamma)}. \quad (4.2)$$

При учёте только трения скольжения в зацеплении формулы (4.1) и (4.2) принимают вид, аналогичный (3.26) и (3.30).

Передачи на рис. 4.1,б и 4.1,в представляют собой модификации передач, показанных соответственно на рис. 3.3 и 3.2. В этих модификациях ведущее звено 1 входит в зацепление с несколькими роликами 2, установленными на дополнительном выходном звене – сепараторе 3.

Увеличение числа роликов позволяет увеличить величину передаваемой мощности и обеспечить соосность входного и выходного звеньев.

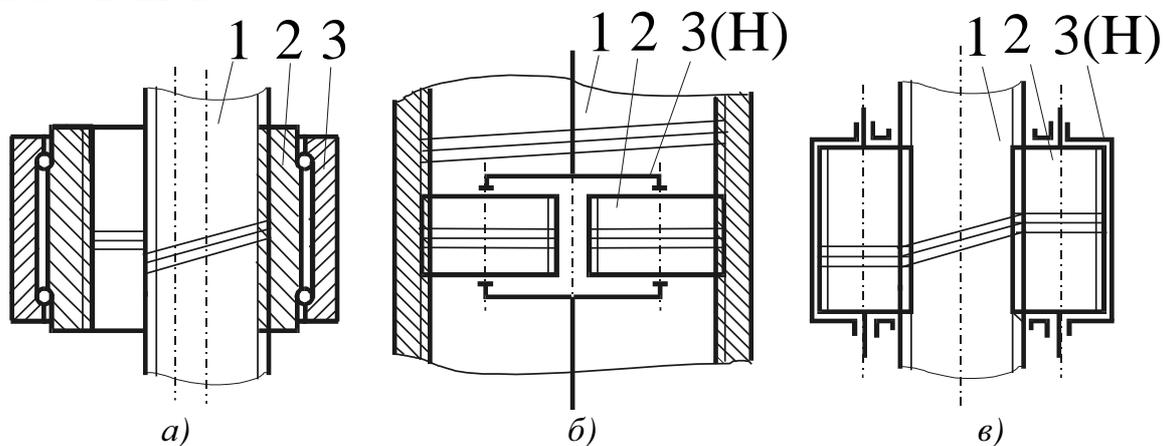


Рис. 4.1. Многозвенные передачи с кольцевыми роликами:  
 а – с параллельным расположением осей; б – соосная передача с зацеплением гайки и роликов; в – соосная передача с зацеплением винта и роликов

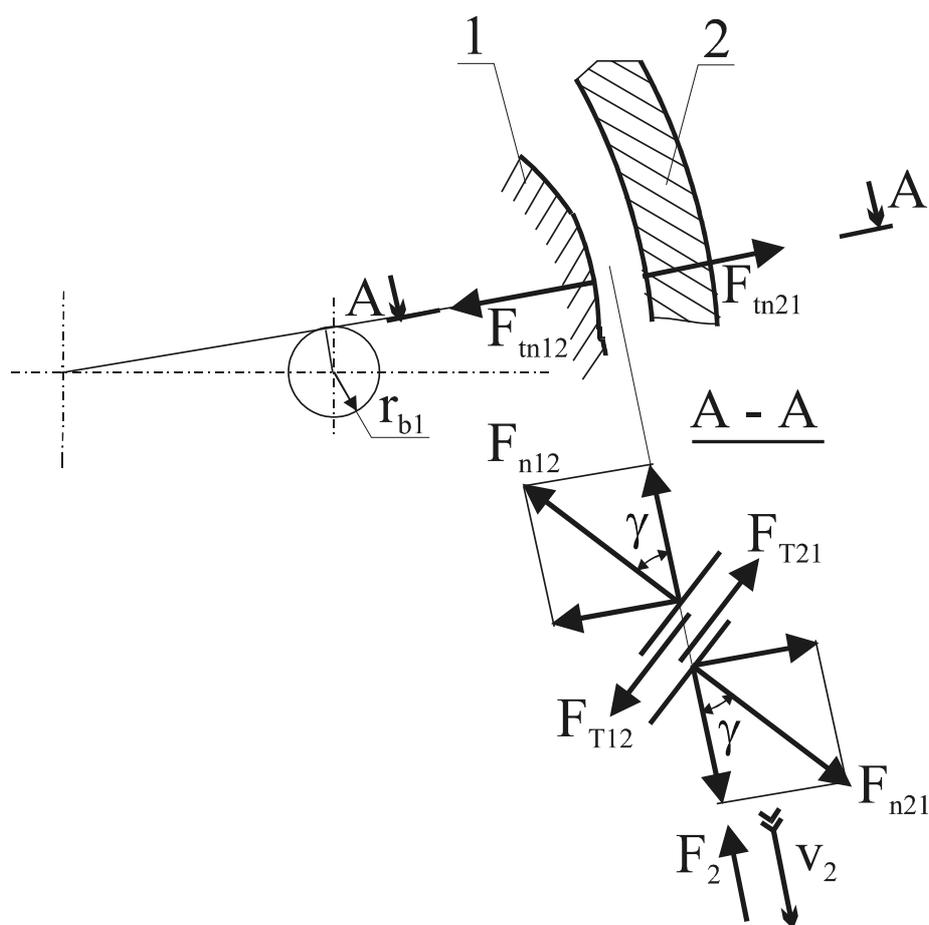


Рис. 4.2. Схема усилий в торцовом сечении передачи с параллельным расположением осей (рис. 4.1.а)

Передаточная функция  $v_2/\omega_1$  передач на рис. 4.1,б и в при ведущем звене  $I$  определяется аналогично (3.2) и (3.3):

$$\frac{v_3}{\omega_1} = \frac{P_x z_1}{2\pi} = r_{b1} \operatorname{tg} \gamma, \quad (4.3)$$

а усилия в зацеплении – по формулам (3.13) – (3.17) с учётом фактического числа роликов в передаче.

В передачах на рис. 4.1,б и в ведущим звеном может быть не только звено  $I$ , но и дополнительное звено – сепаратор  $3$ . В этом случае передача становится планетарной, а сепаратор  $3$  – водилом. При этом передаточная функция  $v_1/\omega_H$  также определяется по формулам, аналогичным (3.2) и (3.3):

$$\frac{v_1}{\omega_H} = \frac{P_x z_1}{2\pi} = r_{b1} \operatorname{tg} \gamma, \quad (4.4)$$

а усилия в зацеплении – по формулам (3.15) – (3.18) с учётом числа роликов.

Опоры роликов  $2$  на сепараторе (водиле) передач на рис. 4.1,б и в должны быть рассчитаны с учётом осевой нагрузки, передаваемой от ведущего звена к ведомому.

Если конструкция передач на рис. 4.1,б и в предусматривает возможность регулирования осевого положения роликов при сборке, то число роликов ограничено только необходимостью выполнения условия соседства, а звено  $I$  может иметь любое число зубьев (заходов). При одинаковом осевом расположении нарезки роликов число заходов звена  $I$  должно быть кратно числу роликов.

## 4.2. Роликовинтовая планетарная передача винт – гайка

### 4.2.1. Устройство передачи

Из числа многозвенных гиперболоидных передач роликовинтовые планетарные передачи получили наибольшее распространение и выпускаются несколькими фирмами. Одна из таких передач, выпускаемая фирмой Skefrol, представлена на рис. 4.3,а [8]. Эта передача состоит из винта  $1$ , гайки  $2$  и резьбовых роликов  $3$ , размещаемых между винтом и гайкой. Чтобы избежать выкатывания роликов из гайки, на концах роликов нарезаны прямые зубья, которые входят в зацепление с венцами  $4$ , закреплёнными в гайке.

Ролики установлены в сепараторе 5. Резьбовые нарезки винта, гайки и роликов имеют одинаковые направления. При этом винт и гайка имеют одинаковое число заходов, а гайка и ролики – одинаковые углы подъёма нарезки. Входным звеном передачи может быть как гайка, так и винт.

По сравнению с шариковинтовыми передачами роликовинтовые планетарные передачи обладают большей несущей способностью и жёсткостью.

В отличие от передачи на рис. 4.1,б и в, опоры роликов в сепараторе здесь не несут осевой нагрузки.

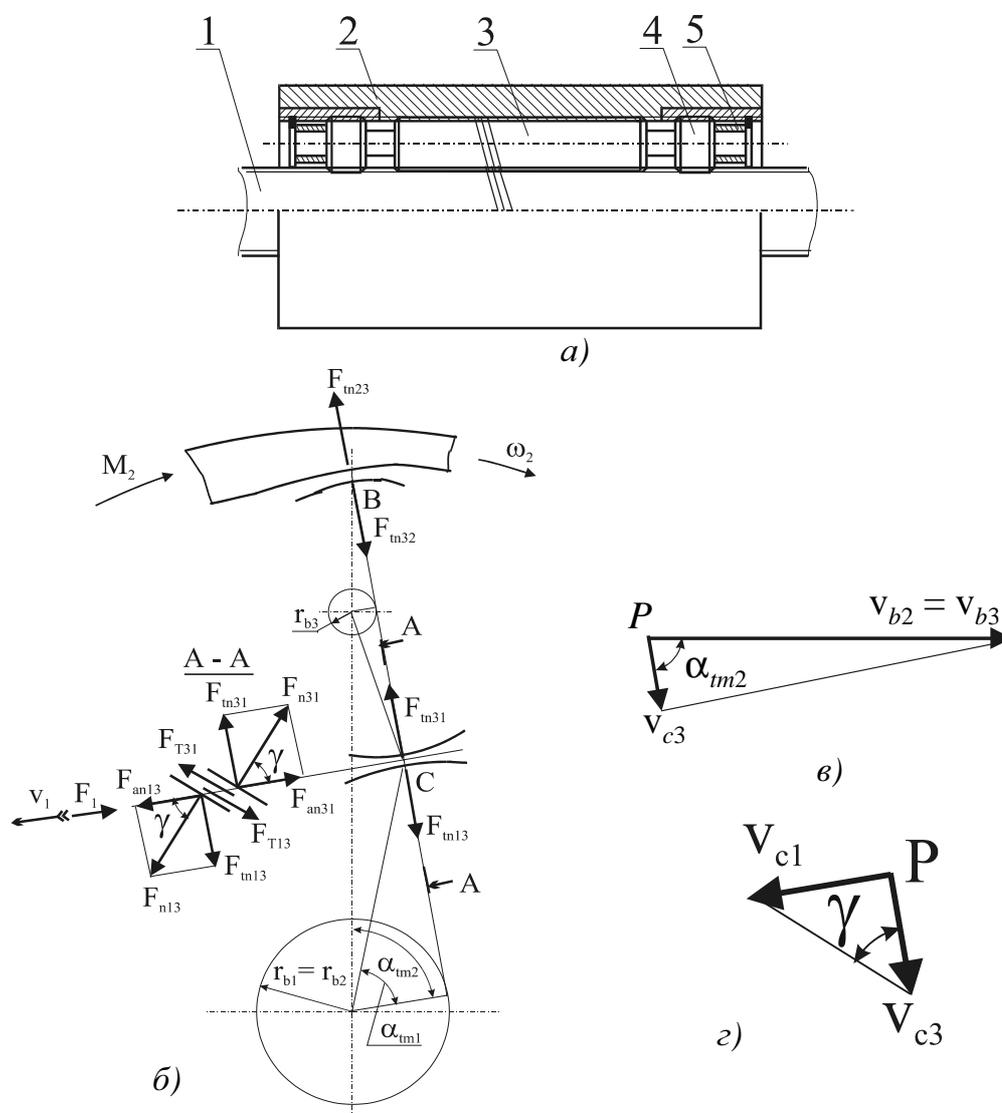


Рис. 4.3. Роликовинтовая планетарная передача винт-гайка:  
 а – конструктивная схема; б – схема усилий в торцовом сечении в тяговом режиме прямого хода; в – план скоростей в торцовом сечении; г – план скоростей в плоскости, касательной к основным цилиндрам

### 4.2.2. Передаточная функция

Передаточная функция роликовинтовой планетарной передачи находится из анализа схемы усилий в торцовом сечении рис. 4.3,б.

При входной гайке 2 в тяговом режиме прямого хода скорости  $v_{B1}$  и  $v_{B3}$  точек приложения равнодействующих нормальных усилий  $F_{n13}$  и  $F_{n31}$  одинаковы, поскольку эти точки расположены в полюсе зацепления гайки и роликов:

$$v_{B1} = v_{B3} = \left| \omega_2 \frac{r_{b2}}{\cos \alpha_{m2}} \right|. \quad (4.5)$$

Скорость  $v_{C3}$  точки  $C$  контакта ролика с винтом и скорость точки  $B$  ролика связаны соотношением:

$$v_{C3} = v_{B3} + v_{B3C3}. \quad (4.6)$$

В соответствии с этим соотношением скорость  $v_{C3}$  определяется из плана скоростей на рис. 4.3,в:

$$v_{C3} = v_{B3} \cos \alpha_{m2}, \quad (4.7)$$

или, с учётом (4.5),

$$v_{C3} = \omega_2 r_{b2}. \quad (4.8)$$

Искомая скорость  $v_{C1}$  осевого перемещения винта и скорость  $v_{C3}$ , в свою очередь, связаны соотношением:

$$v_{C1} = v_{C3} + v_{C3C1}. \quad (4.9)$$

Особенность рассматриваемой передачи заключается в том, что при одинаковых числах заходов винта 1 и гайки 2 радиусы их основных окружностей  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$  одинаковы и, следовательно, торцовые проекции нормальных усилий  $F_{n31}$  и  $F_{n32}$ , действующих на ролик в точках  $C$  и  $B$ , располагаются на одной прямой, как показано на рис. 4.3,б. Таким образом, равновесие ролика возможно лишь в том случае, если и торцовая проекция силы трения  $F_{T3}$ , а, следовательно, и проекция относительной скорости  $v_{C3C1}$ , будут расположены на этой прямой. План скоростей, построенный в соответствии с уравнением (4.9) в плоскости, касательной к основным цилиндрам (в сечении  $A-A$  на рис. 4.3,б), показан на рис. 4.3,г. Из этого плана скорость выходного звена 1 определится так:

$$v_{C1} = v_1 = v_{C3} \operatorname{tg} \gamma, \quad (4.10)$$

или, с учётом (4.8),

$$v_1 = \omega_2 r_{b2} \operatorname{tg} \gamma. \quad (4.11)$$

Таким образом, при входной гайке передаточная функция  $v_1/\omega_2$  имеет вид:

$$\frac{v_1}{\omega_2} = r_{b2} \operatorname{tg} \gamma, \quad (4.12)$$

или

$$\frac{v_1}{\omega_2} = \frac{P_x z_1}{2\pi}. \quad (4.13)$$

Анализ работы передачи при входном винте показывает, что передаточная функция  $v_2/\omega_1$  определяется аналогично:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{P_x z_1}{2\pi} = r_{b1} \operatorname{tg} \gamma. \quad (4.14)$$

### 4.2.3. Усилия в зацеплениях

Усилия, действующие в зацеплениях передачи в тяговом режиме прямого хода в случае, когда входным звеном является гайка 2, показаны на схеме рис. 4.3,б.

Суммарное нормальное усилие в зацеплении винта 1 с роликами 3 находим из уравнения равновесия выходного винта 1:

$$F_1 = F_{an13} - F_{T13} \sin \gamma = F_{n13} \cos \gamma - F_{T13} \sin \gamma, \quad (4.15)$$

откуда

$$F_{n13} = F_{n31} = \frac{F_1}{\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma}, \quad (4.16)$$

где  $F_1$  – внешняя нагрузка на винт 1.

Радиальные и окружные усилия, действующие в каждом отдельном зацеплении ролика с винтом и гайкой в соответствии со схемой на рис. 4.3,а определяются так:

$$F_{r13} = F_1 \frac{\sin \alpha_{m1} (\sin \gamma + f_{13} \cos \gamma)}{n (\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma)}, \quad (4.17)$$

где  $n$  – число роликов;

$$F_{r31} = F_1 \frac{\sin \alpha_{m3} (\sin \gamma + f_{13} \cos \gamma)}{n (\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma)}; \quad (4.18)$$

$$F_{\tau13} = F_1 \frac{\cos \alpha_{m1} (\sin \gamma + f_{13} \cos \gamma)}{n (\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma)}; \quad (4.19)$$

$$F_{\tau31} = F_1 \frac{\cos \alpha_{m3} (\sin \gamma + f_{13} \cos \gamma)}{n (\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma)}; \quad (4.20)$$

$$F_{r23} = F_{r32} = \frac{F_1 \sin \gamma \sin \alpha_{tm3}}{n(\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma)}; \quad (4.21)$$

$$F_{\tau23} = F_{\tau32} = \frac{F_1 \sin \gamma \cos \alpha_{tm3}}{n(\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma)}. \quad (4.22)$$

Для определения усилий в зацеплениях в тяговом режиме обратного хода в формулах (4.16) – (4.22) достаточно изменить знак перед значениями коэффициента трения  $f_{13}^0$ .

Формулы (4.16) – (4.22) могут быть использованы и при определении усилий в зацеплениях при входном винте 1.

#### 4.2.4. КПД прямого и обратного хода

Если входным звеном передачи является гайка 2, то КПД прямого хода  $\eta_{21}$  может быть определён по формуле, аналогичной (1.2):

$$\eta_{21} = -\frac{P_1}{P_2} = \frac{v_1 F_1}{\omega_2 M_2}. \quad (4.23)$$

Отношение  $F_1/M_2$  можно найти из схемы нагрузок на звенья передачи на рис. 4.3,б. Условно приведя все силы, действующие в зацеплениях передачи, к одному ролику, уравнения равновесия можно записать так:

гайка 2:

$$M_2 = r_{b2} F_{m23} = r_{b2} F_{n23} \sin \gamma; \quad (4.24)$$

ролик 3:

$$F_{m32} = F_{m31} + F_{T31} \cos \gamma,$$

или

$$F_{n32} \sin \gamma = F_{n31} \sin \gamma + F_{T31} \cos \gamma. \quad (4.25)$$

Совместное решение уравнений (4.24) и (4.25) вместе с уравнением (4.15) даёт следующее значение отношения  $F_1/M_2$ :

$$\frac{F_1}{M_2} = \frac{\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma}{r_{b2} (\sin \gamma + f_{31}^0 \cos \gamma)}. \quad (4.26)$$

Подставив значения передаточной функции  $v_1/\omega_2$  из (4.12) и отношения  $F_1/M_2$  из (4.26) в уравнение (4.23), получим:

$$\eta_{21} = \operatorname{tg} \gamma \frac{\cos \gamma - f_{13}^0 \sin \gamma}{\sin \gamma + f_{31}^0 \cos \gamma}. \quad (4.27)$$

КПД обратного хода  $\eta_{12}$  определяется аналогично (1.4):

$$\eta_{12} = -\frac{P_2}{P_1} = \frac{\omega_2 M_2}{v_1 F_1}. \quad (4.28)$$

Схема нагрузок на звенья передачи при обратном ходе отличается от схемы на рис. 4.3,б только противоположными направлениями скоростей движения звеньев и сил трения. Таким образом, уравнения движения звеньев в этом случае имеют вид:

винт 1:

$$F_1 = F_{am13} + F_{T13} \sin \gamma = F_{n13} \cos \gamma + F_{T13} \sin \gamma, \quad (4.29)$$

ролик 3:

$$F_{m32} = F_{m31} - F_{T31} \cos \gamma, \quad (4.30)$$

или

$$F_{n32} \sin \gamma = F_{n31} \sin \gamma - F_{T31} \cos \gamma; \quad (4.31)$$

для гайки 2 остаётся в силе уравнение (4.24).

Совместное решение уравнений (4.29), (4.30) и (4.24) даёт следующее значение отношения  $M_2/F_1$ :

$$\frac{M_2}{F_1} = \frac{r_{b2}(\sin \gamma - f_{31}^0 \cos \gamma)}{\cos \gamma + f_{13}^0 \sin \gamma}. \quad (4.32)$$

Подставив  $M_2/F_1$  в уравнение (4.28), с учётом (4.12) получим

$$\eta_{12} = \frac{\sin \gamma - f_{31}^0 \cos \gamma}{\operatorname{tg} \gamma (\cos \gamma + f_{13}^0 \sin \gamma)}. \quad (4.33)$$

Если учитывать только трение скольжения в зацеплении, то формулы (4.27) и (4.32) соответственно примут вид:

$$\eta_{21} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho)}; \quad (4.27')$$

$$\eta_{12} = \frac{\operatorname{tg}(\gamma - \rho)}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (4.32')$$

Анализ работы передачи при входном винте 1 и выходной гайке 2 показывает, что КПД прямого  $\eta_{12}$  и обратного  $\eta_{21}$  хода определяются аналогично:

$$\eta_{12} = \operatorname{tg} \gamma \frac{\cos \gamma - f_{31}^0 \sin \gamma}{\sin \gamma + f_{13}^0 \cos \gamma}; \quad (4.34)$$

$$\eta_{21} = \frac{\sin \gamma - f_{13}^0 \cos \gamma}{\operatorname{tg} \gamma (\cos \gamma + f_{31}^0 \sin \gamma)}. \quad (4.35)$$

При учёте только трения скольжения в зацеплении эти формулы соответственно примут вид (3.26) и (3.31).

Зависимости (4.23) и (4.34) показывают, что, независимо от того, какое звено передачи на рис. 4.3 является входным: винт или гайка, тяговый режим прямого хода возможен при любых параметрах зацеплений передачи. Что касается обратного хода, то из (4.33) и (4.35) следует, что формально КПД обратного хода может принять отрицательные значения и, следовательно, может наступить самоторможение, но на практике выпускаются только несамотормозящиеся передачи. Это объясняется тем, что, во-первых, при многозаходных нарезках винта и гайки отрицательное значение КПД обратного хода в уравнениях (4.33) и (4.35) практически получить невозможно, и, во-вторых, самотормозящаяся роликвинтовая передача теряет своё главное преимущество перед обычными передачами винт-гайка: возможность работы с высоким КПД прямого хода. Поэтому при тех параметрах, которые являются оптимальными для роликвинтовых передач в отношении несущей способности и КПД, они способны работать и в тяговом режиме обратного хода.

### 4.3. Передача на основе планетарной схемы 2К-Н

#### 4.3.1. Устройство и принцип действия

На рис. 4.4 представлена конструктивная схема известной планетарной передачи 2К-Н (вариант «С») с внешними зацеплениями, содержащая два центральных колеса 1 и 4, блок сателлитов из двух венцов 2 и 3 и водило Н [7].

Особенность рассматриваемой передачи заключается в том, что звено 1 имеет винтовые зубья и образует с неподвижным звеном (корпусом) не вращательную кинематическую пару, как в из-

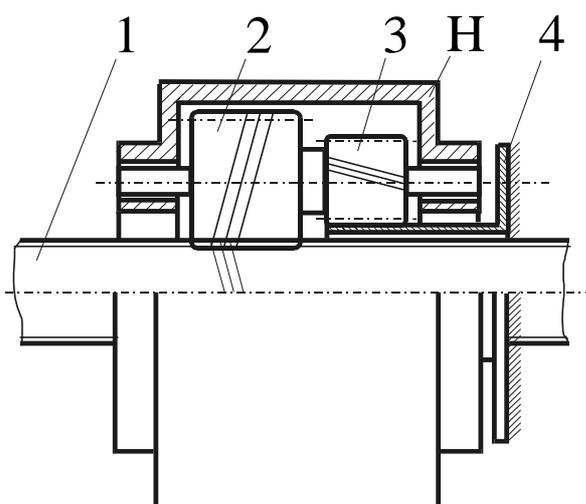


Рис. 4.4. Схема планетарной передачи 2К-Н с внешними зацеплениями

вестной схеме 2К-Н, а поступательную, и, следовательно, может перемещаться только поступательно. Винтовые зубья имеет также сопряжённое со звеном 1 колесо 2, а колёса 3 и 4 могут иметь как прямые, так и косые или винтовые зубья.

Таким образом, если в схеме на рис. 4.4 ведущим звеном является водило Н, то рассматриваемая передача позволяет не только редуцировать вращательное движение этого звена, но и преобразовать его в поступательное.

### 4.3.2. Передаточная функция

Передаточное отношение  $i_{H1}$  известной планетарной передачи 2К-Н при ведущем водиле Н определяется так [10]:

$$i_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{1}{1 - z_2 z_4 / z_1 z_3} = \frac{1}{1 - m}, \quad (4.36)$$

где  $\omega_H$  и  $\omega_1$  – угловые скорости соответственно водила Н и звена 1;  $z_i$  – числа зубьев (или заходов)  $i$ -го колёса ( $i = 1 \dots 4$ );

$$m = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (4.37)$$

Каждому полному обороту выходного колеса 1 в известной схеме 2К-Н после замены вращательной кинематической пары на поступательную будет соответствовать его осевое перемещение на величину осевого хода  $p_z$  нарезки винтовых зубьев колеса 1:

$$p_z = p_x z_1, \quad (4.38)$$

где  $p_x$  – осевой шаг.

Таким образом, если частота вращения звена 1 в известной схеме 2К-Н составляет  $n_1$  об/мин., то скорость  $v_1$  его поступательного движения в рассматриваемой передаче определится так:

$$v_1 = n_1 p_x z_1 \text{ мм/мин},$$

или

$$v_1 = \frac{\omega_H}{2\pi} p_x z_1 \text{ мм/с}. \quad (4.39)$$

Следовательно, передаточная функция  $v_1/\omega_H$  передачи поступательного перемещения на основе планетарной схемы 2К-Н (вариант «С») может быть определена по формуле:

$$\frac{v_1}{\omega_H} = \frac{p_x z_1}{2\pi i_{H1}}. \quad (4.40)$$

Передаточная функция может быть также выражена через радиус основной окружности  $r_{b1}$  винтовой нарезки колеса 1 и угол  $\gamma_{12}$  отклонения нормали в точке контакта зубьев (витков) колёс 1 и 2 от оси вращения водила Н:

$$\frac{v_1}{\omega_H} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12}}{i_{H1}} = r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} (1 - m). \quad (4.41)$$

### 4.3.3. КПД прямого хода

КПД прямого хода  $\eta_{H1}$  при ведущем водиле  $H$  в соответствии с формулой (1.2) определяется так:

$$\eta_{H1} = -\frac{F_1 v_1}{M_H \omega_H}. \quad (4.42)$$

Схема усилий, действующих в зацеплениях передачи при  $m > 1$  в тяговом режиме прямого хода, показана на рис. 4.5,а. Все усилия, приложенные к отдельным сателлитам, условно приведены к одному сателлиту.

Уравнения равновесия звеньев при установившемся движении имеют вид:

водило Н:

$$M_H = F_{m34}(r_{b3} + r_{b4}) + F_{T34}(r_{b3} \operatorname{tg} \alpha_{m3} + r_{b4} \operatorname{tg} \alpha_{m4}) - (F_{m21} + F_{iT21} \sin \delta)(r_{b1} + r_{b2}) - F_{iT21} \cos \delta (r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{m1} + r_{b4} \operatorname{tg} \alpha_{m2}); \quad (4.43)$$

сателлит с приведёнными усилиями:

$$(F_{m21} + F_{iT21} \sin \delta + F_{iT21} \cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m2})r_{b2} = (F_{m34} + F_{T34} \operatorname{tg} \alpha_{m3})r_{b3}; \quad (4.44)$$

выходное звено 1:

$$F_1 = F_{an12} - F_{aT12}, \quad (4.45)$$

где  $\delta$  – угол между торцовой проекцией силы трения  $F_{iT21}$  и линией пересечения торцовой и касательной плоскостей;  $F_{m21}$ ,  $F_{m34}$  и  $F_{iT21}$  – торцовые проекции соответственно нормальных усилий  $F_{n21}$ ,  $F_{n34}$  и силы трения  $F_{T21}$ ;  $F_{an12}$  и  $F_{aT12}$  – осевые проекции нормального усилия  $F_{n12}$  и силы трения  $F_{T12}$ .

Эти проекции определяются так:

$$F_{m21} = F_{n21} \sin \gamma_{12}; \quad (4.46)$$

$$F_{m34} = F_{n34} \sin \gamma_{34}; \quad (4.47)$$

$$F_{iT21} = F_{T21} \cos \theta = f_{21}^0 F_{n21} \cos \theta; \quad (4.48)$$

$$F_{an12} = F_{n12} \cos \gamma_{12}; \quad (4.49)$$

$$F_{aT12} = F_{T12} \sin \theta = f_a^0 F_{n12} \sin \theta. \quad (4.50)$$

В уравнениях (4.48) и (4.50)  $\theta$  – угол между направлением силы трения  $F_{T21}$  и торцевой плоскостью.

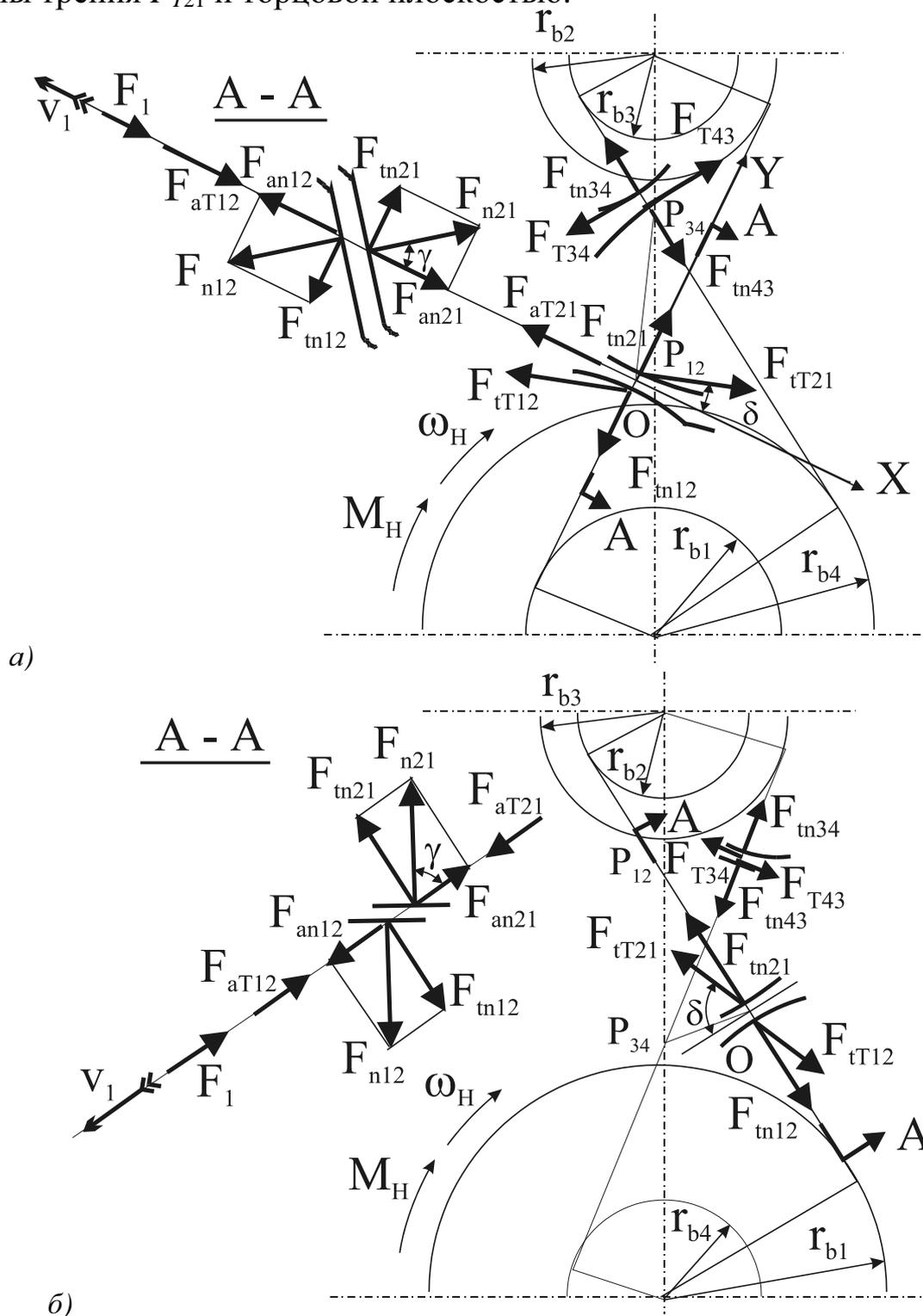


Рис. 4.5. Схема усилий в торцевом сечении передачи на основе схемы 2K-H с внешними зацеплениями: а – с параметром  $t > 1$ ; б – с параметром  $t < 1$

С учётом уравнений (4.46) – (4.50), а также выражения (1.12), система (4.43) - (4.45) может быть представлена в виде:

$$M_H = F_{n34} \sin \gamma_{34} [r_{b3}(1+k_{34}) + r_{b4}(1+k_{43})] - ; \quad (4.51)$$

$$- F_{n21} \sin \gamma_{12} [r_{b1}(1+k_{\tau 12}) + r_{b2}(1+k_{21})]$$

$$F_{n21} r_{b2} \sin \gamma_{12} (1+k_{21}) = F_{n34} r_{b3} \sin \gamma_{34} (1+k_{34}); \quad (4.52)$$

$$F_1 = F_{n12} \cos \gamma_{12} (1-k_{a12}), \quad (4.53)$$

где

$$k_{a12} = \frac{f_a^0 \sin \theta}{\cos \gamma_{12}}; \quad (4.54)$$

$$k_{\tau 12} = \frac{f_{12}^0 \cos \theta}{\sin \gamma_{12}} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m1} + \sin \delta); \quad (4.55)$$

$$k_{21} = \frac{f_{12}^0 \cos \theta}{\sin \gamma_{12}} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m2} + \sin \delta); \quad (4.56)$$

$$k_{34} = \frac{f_{34}^0 \operatorname{tg} \alpha_{m3}}{\sin \gamma_{34}}; \quad (4.57)$$

$$k_{43} = \frac{f_{34}^0 \operatorname{tg} \alpha_{m4}}{\sin \gamma_{34}}. \quad (4.58)$$

Совместное решение уравнений (4.51) – (4.53) даёт:

$$\frac{F_1}{M_H} = \frac{1}{r_{b2} \operatorname{tg} \gamma_{12} \left( \frac{z_4}{z_3 \eta_{21} \eta_{43}} - \frac{z_1}{z_2 \eta_{11}} \right)}, \quad (4.59)$$

где

$$\eta_{11} = \frac{1-k_{a12}}{1+k_{\tau 12}}; \quad (4.60)$$

$$\eta_{21} = \frac{1-k_{a12}}{1+k_{21}}; \quad (4.61)$$

$$\eta_{43} = \frac{1+k_{34}}{1+k_{43}}. \quad (4.62)$$

Подставив значения передаточной функции из (4.41) и отношение  $F_1/M_H$  из (4.59) в уравнение (4.42), получим следующее выражение для определения КПД прямого хода  $\eta_{H1}$  передачи поступательного перемещения на основе планетарной схемы 2К-Н при  $m > 1$ :

$$\eta_{H1} = \frac{m-1}{\frac{m}{\eta_{21}\eta_{43}} - 1} \cdot \eta_{11}. \quad (4.63)$$

Следует обратить внимание на то, что  $\eta_{11}$  и  $\eta_{21}$  в уравнениях (4.59) и (4.63) представляют собой КПД прямого хода при преобразовании вращательного движения соответственно звена 1 и звена 2 относительно мгновенного центра вращения  $P_{34}$  в поступательное движение звена 1, а  $\eta_{43}$  – КПД прямого хода при передаче движения от колеса 4 к колесу 3 при неподвижных осях колёс.

Чтобы определить величину угла  $\theta$  в уравнениях (4.48), (4.50), (4.55) и (4.56), рассмотрим в торцовой плоскости (рис. 4.5,а) систему прямоугольных координат  $xOy$  с началом в точке  $O$  приложения нормальных усилий  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$ . Осью абсцисс является линия пересечения торцовой и касательной плоскостей, а осью ординат – торцовая проекция нормали в рассматриваемой точке контакта.

В этой системе положение конца вектора торцовой проекции силы трения будет определяться абсциссой  $X$  и ординатой  $Y$ , а длина этой проекции будет равна  $\sqrt{X^2 + Y^2}$ . Поскольку угол между торцовой и касательной плоскостями равен  $\gamma_{12}$ , отклонение конца вектора силы трения от торцовой плоскости составит  $Y \cdot \operatorname{tg} \gamma_{12}$ , а искомый угол  $\theta$  определится так:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{Y \operatorname{tg} \gamma_{12}}{\sqrt{X^2 + Y^2}}. \quad (4.64)$$

Учитывая, что отношение ординаты  $Y$  к длине торцовой проекции  $\sqrt{X^2 + Y^2}$  равно  $\sin \delta$ , получим:

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta. \quad (4.65)$$

Величина угла  $\delta$  может быть найдена из треугольника  $P_{12}OP_{34}$  (рис. 4.5,а). В этом треугольнике угол при вершине  $P_{34}$  равен  $90^\circ - (\delta + \alpha_{tw12})$ , а при вершине  $O$  –  $\delta$ , следовательно,

$$\frac{\sin \delta}{\cos(\delta + \alpha_{tw12})} = \frac{P_{12}P_{34}}{OP_{12}}. \quad (4.66)$$

Стороны треугольника  $P_{12}P_{34}$  и  $OP_{12}$  определяются так:

$$P_{12}P_{34} = \frac{r_{b4}}{\cos \alpha_{tw34}} - \frac{r_{b3}}{\cos \alpha_{tw12}}; \quad (4.67)$$

$$OP_{12} = r_{b1} (\operatorname{tg} \alpha_{tw12} - \operatorname{tg} \alpha_{tm1}), \quad (4.68)$$

где  $\alpha_{tw12}$  и  $\alpha_{tw34}$  – торцовые углы зацепления колёс 1–2 и 3–4;  $\alpha_{tm1}$  – торцовый угол профиля колеса 1 в точке контакта.

Подставив значения  $P_{12}P_{34}$  и  $OP_{12}$  из (4.67) и (4.68) в уравнение (4.66), после преобразований получим

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r_{b4} \cos \alpha_{tw12} - r_{b1} \cos \alpha_{tw34}}{r_{b4} \sin \alpha_{tw12} - r_{b1} \cos \alpha_{tw34} \operatorname{tg} \alpha_{tm1}}. \quad (4.69)$$

В частном случае, когда точка О контакта на рис. 4.5 располагается на линии центров, т.е. когда  $\alpha_{tm1} = \alpha_{tw12}$ , величина углов  $\delta$  и  $\theta$  принимает значения:

$$\delta = 90^0 - \alpha_{tw12}; \quad (4.70)$$

$$\theta = \lambda_1, \quad (4.71)$$

где  $\lambda_1$  – угол подъёма нарезки звена 1.

Если в этом случае учитывать только трение скольжения в зацеплении, коэффициенты  $k_{a12}$ ,  $k_{\tau12}$  и  $k_{21}$  определяются так:

$$k_{a12} = \frac{f_{12} \operatorname{tg} \lambda_1}{\cos \alpha_{n1}} = f_{12np} \operatorname{tg} \lambda_1; \quad (4.72)$$

$$k_{\tau12} = k_{21} = \frac{f_{12}}{\cos \alpha_{n1} \operatorname{tg} \lambda_1} = \frac{f_{12np}}{\operatorname{tg} \lambda_1}. \quad (4.73)$$

Подставив эти значения в формулы (4.60) и (4.61), получим

$$\eta_{11} = \eta_{21} = \frac{\operatorname{tg} \lambda_1}{\operatorname{tg}(\lambda_1 + \rho_{12np})}, \quad (4.74)$$

где

$$\rho_{12np} = \operatorname{arctg} f_{12np}.$$

Формула (4.63) в этом частном случае примет вид:

$$\eta_{H1} = \frac{(1-m) \operatorname{tg} \lambda_1}{(1-m\eta_{43}) \operatorname{tg}(\lambda_1 + \rho_{12np})}. \quad (4.75)$$

#### 4.3.4. КПД обратного хода. Условия самоторможения

Схема усилий, действующих на звенья передачи при обратном ходе, отличается от схемы на рис. 4.5,а тем, что звено 1 – ведущее, а водило  $H$  – ведомое. При этом направления движения звеньев и сил трения  $F_{T12}$ ,  $F_{T21}$ ,  $F_{T34}$  и  $F_{T43}$  изменятся на противоположные.

В соответствии с (1.4) для КПД обратного хода  $\eta_{1H}$  имеем:

$$\eta_{1H} = -\frac{M_H \omega_H}{F_1 v_1}. \quad (4.76)$$

Уравнения движения звеньев в тяговом режиме обратного хода имеют вид:

звено 1:

$$F_1 = F_{an12} + F_{aT12}; \quad (4.77)$$

спутник с приведёнными усилиями:

$$(F_{m21} - F_{iT21} \sin \delta - F_{iT21} \cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{im2}) r_{b2} = (F_{m34} - F_{T34} \operatorname{tg} \alpha_{im3}) r_{b3}; \quad (4.78)$$

водило  $H$ :

$$M_H = F_{m34}(r_{b3} + r_{b4}) - F_{T34}(r_{b3} \operatorname{tg} \alpha_{im3} + r_{b4} \operatorname{tg} \alpha_{im4}) - \\ - (F_{m21} - F_{iT21} \sin \delta)(r_{b1} + r_{b2}) + F_{iT21} \cos \delta (r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{im1} + r_{b4} \operatorname{tg} \alpha_{im2}). \quad (4.79)$$

По аналогии с уравнениями (4.43) – (4.45) уравнения (4.77) – (4.79) могут быть представлены в виде:

$$F_1 = F_{n12} \cos \gamma_{12} (1 + k_{a12}); \quad (4.80)$$

$$F_{n21} r_{b2} \sin \gamma_{12} (1 - k_{21}) = F_{n34} r_{b3} \sin \gamma_{34} (1 - k_{34}); \quad (4.81)$$

$$M_H = F_{n34} \sin \gamma_{34} [r_{b3} (1 - k_{34}) + r_{b4} (1 - k_{43})] - \\ - F_{n21} \sin \gamma_{12} [r_{b1} (1 - k_{\tau12}) + r_{b2} (1 - k_{21})]. \quad (4.82)$$

Совместное решение уравнений (4.80) – (4.82) даёт следующее значение отношения  $M_H / F_1$ :

$$\frac{M_H}{F_1} = r_{b2} \operatorname{tg} \gamma_{12} \left[ \frac{z_4}{z_3} \eta_{12} \eta_{34} - \frac{z_1}{z_2} \eta_{11}^O \right], \quad (4.83)$$

где

$$\eta_{11}^O = \frac{1 - k_{\tau12}}{1 + k_{a12}}; \quad (4.84)$$

$$\eta_{12} = \frac{1 - k_{21}}{1 + k_{a12}}; \quad (4.85)$$

$$\eta_{34} = \frac{1 - k_{43}}{1 - k_{34}}. \quad (4.86)$$

Подставив значения передаточной функции из (4.41) и отношение  $M_H / F_1$  из (4.83) в уравнение (4.76), получим КПД прямого хода  $\eta_{1H}$  передачи при  $m > 1$ :

$$\eta_{1H} = \frac{m \eta_{12} \eta_{34} - \eta_{11}^O}{m - 1}. \quad (4.87)$$

Величины  $\eta_{11}^O$ ,  $\eta_{12}$  и  $\eta_{34}$  представляют собой КПД обратного хода тех кинематических пар, КПД прямого хода которых обозначены соответственно  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{21}$  и  $\eta_{43}$ .

В частном случае, когда  $\alpha_{tm1} = \alpha_{tw12}$  и  $f_{12}^0 = f_{12} = f_{21}$ , величины  $\eta_{11}^o$  и  $\eta_{12}$  принимают следующее значение:

$$\eta_{11}^o = \eta_{12} = \frac{t \operatorname{tg}(\lambda_1 - \rho_{12\text{пр}})}{\operatorname{tg} \lambda_1}, \quad (4.88)$$

а формула (4.87) принимает вид:

$$\eta_{1H} = \frac{(m\eta_{34} - 1) \operatorname{tg}(\lambda_1 - \rho_{12\text{пр}})}{(m - 1) \operatorname{tg} \lambda_1}. \quad (4.89)$$

Замечание. Знаки перед коэффициентами  $k_{34}$  и  $k_{43}$  в формулах (4.62) и (4.85) справедливы, когда зацепление колёс 3 и 4 расположено относительно полюса  $P_{34}$  так, как показано на рис. 4.6. Если это зацепление будет расположено по другую сторону от полюса, то знаки должны быть изменены на противоположные.

Из уравнения (4.87) следует, что самоторможение передачи при  $m > 1$  в общем случае имеет место, если выполнено условие:

$$\eta_{11}^o > m\eta_{12}\eta_{34}. \quad (4.90)$$

В частном случае, когда  $\alpha_{tm1} = \alpha_{tw12}$  и  $f_{12}^0 = f_{12}$ , самоторможение имеет место при выполнении хотя бы одного из следующих условий:

$$\eta_{34} < \frac{1}{m}, \quad (4.91)$$

или

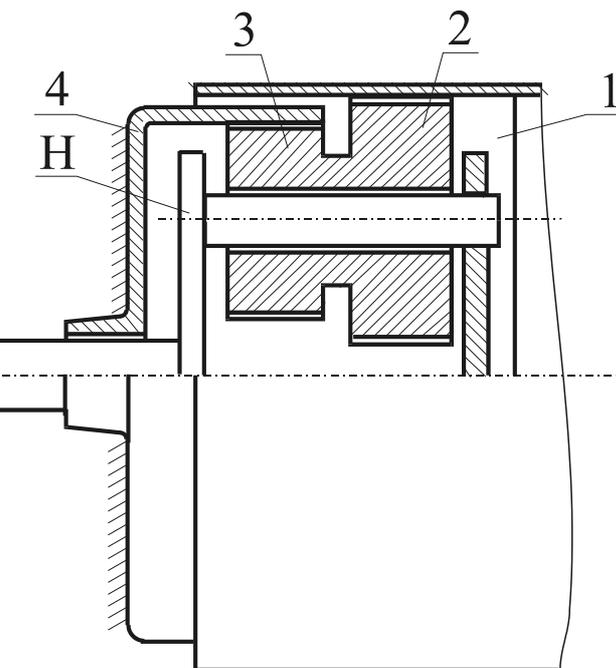


Рис. 4.6. Схема планетарной передачи 2К-Н с внутренними зацеплениями

$$\rho_{12\text{пр}} > \lambda_1. \quad (4.92)$$

#### 4.3.5. Передача с параметром $m < 1$

Все зависимости, полученные выше, относятся к передаче на основе схемы 2К-Н с параметром  $m > 1$ . Анализ аналогичной передачи с параметром  $m < 1$ , схема нагрузки на звенья которой пока-

зана на рис. 4.5,б, показывает, что в этом случае формулы для КПД прямого хода  $\eta_{H1}$  и обратного хода  $\eta_{1H}$  принимают вид:

в общем случае

$$\eta_{H1} = \frac{1-m}{\frac{1}{\eta_{11}} - m \frac{\eta_{34}}{\eta_{21}}}; \quad (4.93)$$

$$\eta_{1H} = \frac{\eta_{11}^o - m \frac{\eta_{12}}{\eta_{43}}}{1-m}; \quad (4.94)$$

в частном случае при  $\alpha_{tm1} = \alpha_{tw12}$ :

$$\eta_{H1} = \frac{(1-m) \operatorname{tg} \lambda_1}{(1-m\eta_{34}) \operatorname{tg}(\lambda_1 + \rho_{12np})}; \quad (4.95)$$

$$\eta_{1H} = \frac{(1-\frac{m}{\eta_{43}}) \operatorname{tg}(\lambda_1 - \rho_{12np})}{(1-m) \operatorname{tg} \lambda_1}. \quad (4.96)$$

Угол  $\delta$  определяется по формуле, аналогичной (4.69):

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r_{b1} \cos \alpha_{tw34} - r_{b4} \cos \alpha_{tw12}}{r_{b1} \sin \alpha_{tw12} - r_{b1} \cos \alpha_{tw34} \operatorname{tg} \alpha_{tm1}}. \quad (4.97)$$

Условия самоторможения передачи при  $m < 1$  следуют из уравнений (4.94) и (4.96):

в общем случае

$$m\eta_{12} > \eta_{11}^o \eta_{43}; \quad (4.98)$$

в частном случае при  $\alpha_{tm1} = \alpha_{tw12}$ :

$$\eta_{43} < m \text{ или } \rho_{12np} > \lambda_1. \quad (4.99)$$

#### 4.3.6. Усилия в зацеплениях

Нормальные усилия в зацеплениях колёс передач на рис. 4.4 и 4.6 в соответствии со схемами усилий, действующих на звенья этих передач на рис. 4.5, 4.7 и 4.8 могут быть определены из уравнений равновесия этих звеньев.

Для передач с параметром  $m > 1$  в тяговом режиме прямого хода в соответствии с уравнениями (4.51) – (4.53) эти нормальные усилия определяются так:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_1}{n \cos \gamma_{12} (1 - k_{a12})}, \quad (4.100)$$

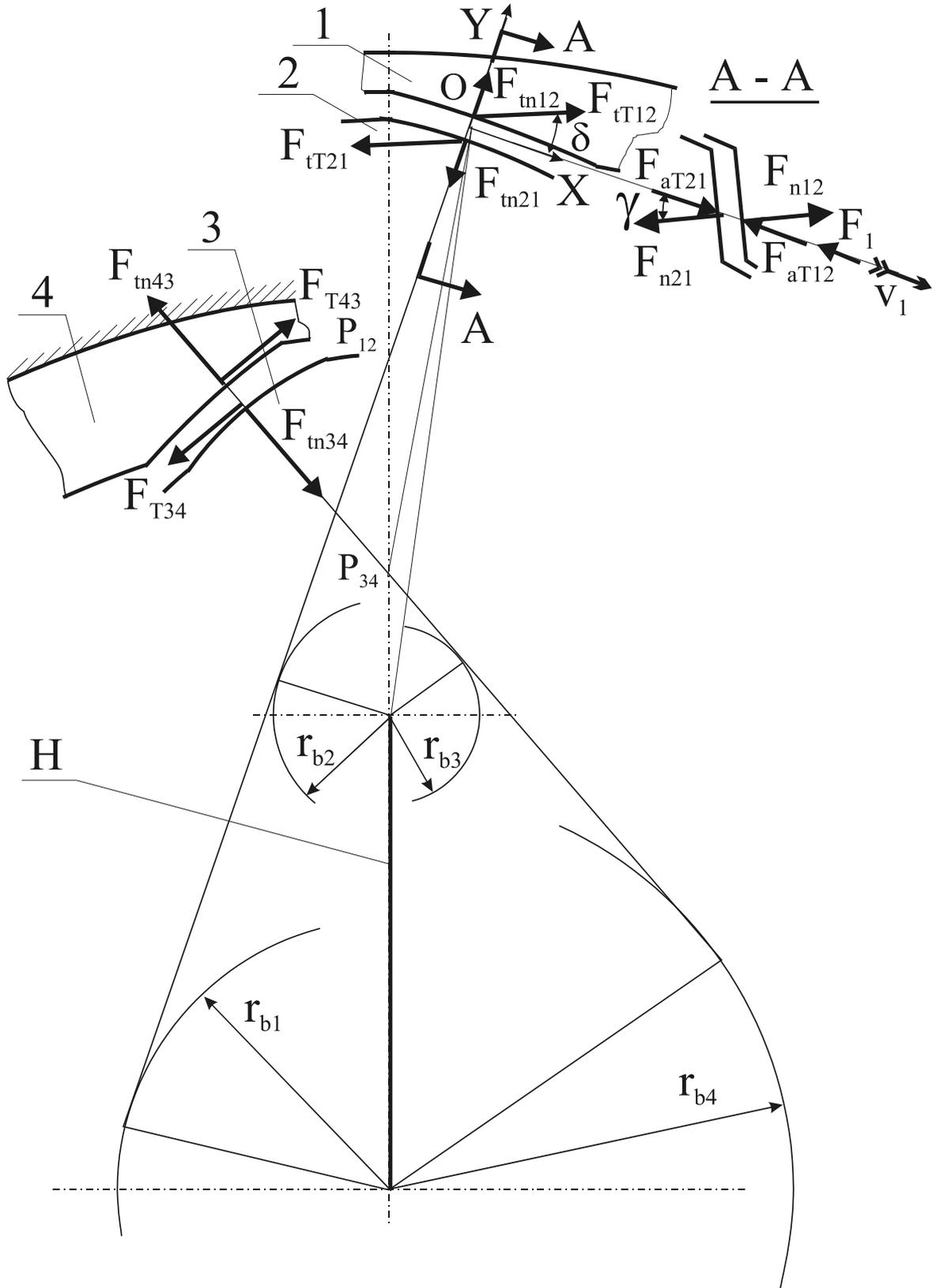


Рис. 4.7. Схема усилий в торцовом сечении передачи на основе схемы 2К-Н с внутренними зацеплениями с параметром  $t > 1$

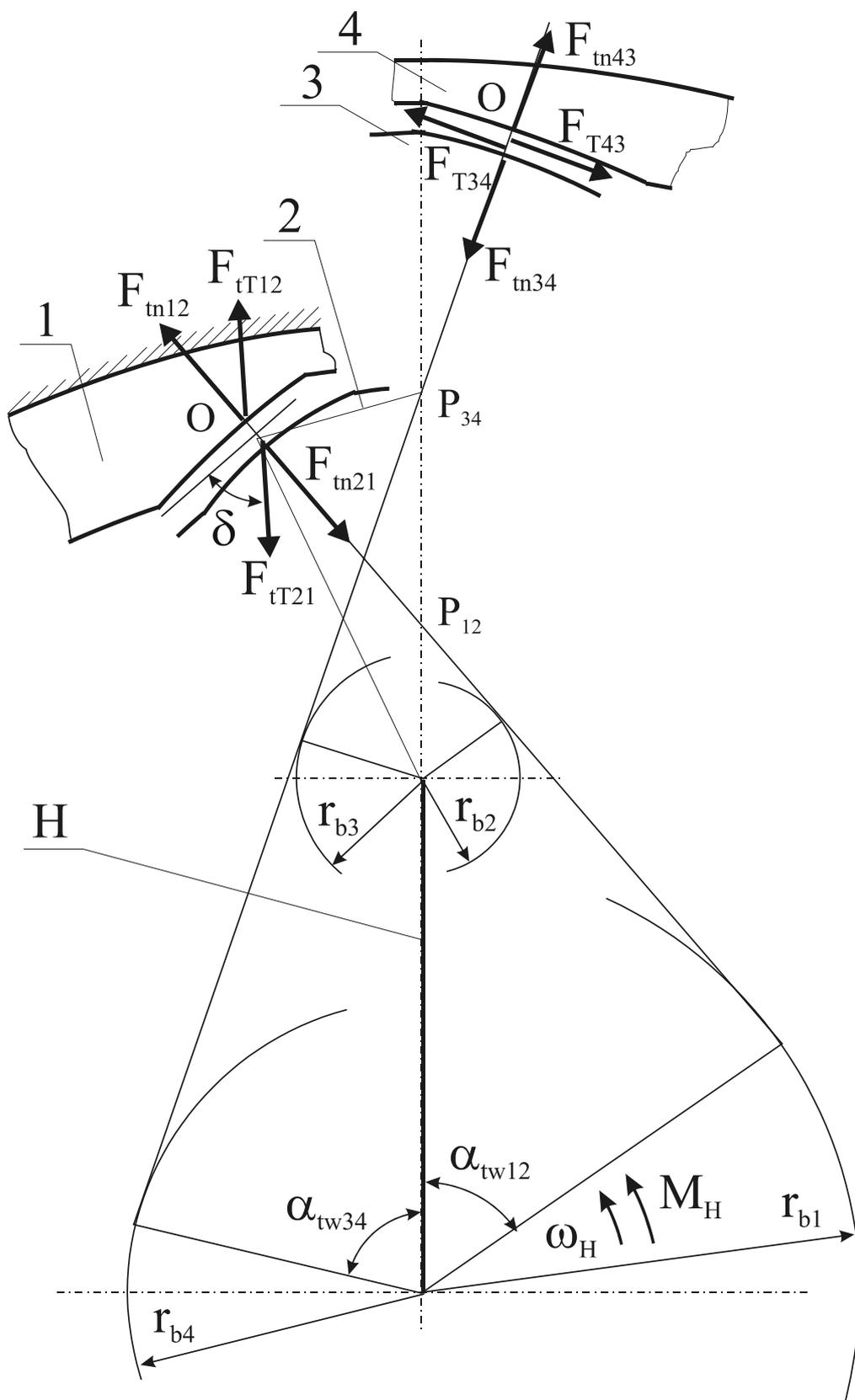


Рис. 4.8. Схема усилий в торцовом сечении передачи на основе схемы 2K-H с внутренними зацеплениями с параметром  $m < 1$

или

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_H}{nr_{b2} \sin \gamma_{12} (1 - k_{a12}) \left( \frac{z_4}{z_3 \eta_{21} \eta_{43}} - \frac{z_1}{z_2 \eta_{11}} \right)}; \quad (4.101)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_1 r_{b2} \operatorname{tg} \gamma_{12}}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 + k_{34}) \eta_{21}}; \quad (4.102)$$

или

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{M_H}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 + k_{34}) \left( \frac{z_4}{z_3 \eta_{43}} - \frac{z_1 \eta_{21}}{z_2 \eta_{11}} \right)}. \quad (4.103)$$

Аналогично определяются нормальные усилия в тяговом режиме прямого хода для передач с параметром  $m < 1$ :

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_H}{nr_{b2} \sin \gamma_{12} (1 - k_{a12}) \left( \frac{z_1}{z_2 \eta_{11}} - \frac{z_4 \eta_{34}}{z_3 \eta_{21}} \right)}; \quad (4.104)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_1 r_{b2} \operatorname{tg} \gamma_{12}}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 - k_{34}) \eta_{21}} = \frac{M_H}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 - k_{34}) \left( \frac{z_1 \eta_{21}}{z_2 \eta_{11}} - \frac{z_4 \eta_{34}}{z_3} \right)}. \quad (4.105)$$

В тяговом режиме обратного хода нормальные усилия в передачах с параметром  $m > 1$  определяются по формулам:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_1}{n \cos \gamma_{12} (1 + k_{a12})}, \quad (4.106)$$

или

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_H}{nr_{b2} \sin \gamma_{12} \left( \frac{z_4}{z_3} \eta_{12} \eta_{34} - \frac{z_1}{z_2} \eta_{11}^o \right) (1 + k_{a12})}; \quad (4.107)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_1 r_{b2} \eta_{12} \operatorname{tg} \gamma_{12}}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 - k_{34})}; \quad (4.108)$$

или

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{M_H}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 - k_{34}) \left( \frac{z_4}{z_3} \eta_{34} - \frac{z_1 \eta_{11}^o}{z_2 \eta_{12}} \right)}. \quad (4.109)$$

Нормальные усилия в передачах с параметром  $m < 1$  в тяговом режиме обратного хода определяются аналогично:

$F_{n12}$  и  $F_{n21}$  – по формуле (4.106) или

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_H}{nr_{b2} \sin \gamma_{12} (1 + k_{a12}) \left( \frac{z_1 \eta_{11}^O}{z_2} - \frac{z_4 \eta_{12}}{z_3 \eta_{43}} \right)}; \quad (4.110)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_1 r_{b2} \eta_{12} \operatorname{tg} \gamma_{12}}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 + k_{34})}, \quad (4.111)$$

или

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{M_H}{nr_{b3} \sin \gamma_{34} (1 + k_{34}) \left( \frac{z_1 \eta_{11}^O}{z_2 \eta_{12}} - \frac{z_4}{z_3 \eta_{43}} \right)}. \quad (4.112)$$

Радиальные и окружные усилия в зацеплениях в соответствии со схемами на рис. 4.7 и 4.8 могут быть найдены из зависимостей:

$$F_{r12} = F_{n12} [\sin \gamma_{12} \sin \alpha_{tm1} \pm f_{12} \cos \theta \cos(\alpha_{tm1} + \delta)]; \quad (4.113)$$

$$F_{\tau12} = F_{n12} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} \pm f_{12} \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} + \delta)]; \quad (4.114)$$

$$F_{r21} = F_{n21} [\sin \gamma_{12} \sin \alpha_{tm2} \pm f_{12} \cos \theta \cos(\alpha_{tm2} + \delta)]; \quad (4.115)$$

$$F_{\tau21} = F_{n21} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} \pm f_{12} \cos \theta \sin(\alpha_{tm2} + \delta)]; \quad (4.116)$$

$$F_{r34} = F_{n34} (\sin \gamma_{34} \sin \alpha_{tm3} \mp f_{34} \cos \alpha_{tm3}); \quad (4.117)$$

$$F_{\tau34} = F_{n34} (\sin \gamma_{34} \cos \alpha_{tm3} \pm f_{34} \sin \alpha_{tm3}); \quad (4.118)$$

$$F_{r43} = F_{n43} (\sin \gamma_{34} \sin \alpha_{tm4} \mp f_{34} \cos \alpha_{tm4}); \quad (4.119)$$

$$F_{\tau43} = F_{n43} (\sin \gamma_{34} \cos \alpha_{tm4} \pm f_{34} \sin \alpha_{tm4}); \quad (4.120)$$

В уравнениях (4.113) – (4.120) верхний знак соответствует прямому ходу, а нижний – обратному.

Замечание. Если зацепление колёс 3 и 4 расположено по другую сторону от полюса по сравнению со схемами на рис. 4.7 и 4.8, то знаки перед слагаемыми, содержащими коэффициенты трения  $f_{34}$  должны быть изменены на противоположные.

#### 4.3.7. Передачи на основе схемы 2К-Н с внутренними зацеплениями

На рис. 4.6 представлена конструктивная схема варианта планетарной передачи 2К-Н с внутренними зацеплениями центральных колёс 1 и 4 с венцами 2 и 3 сателлитов, установленных в опорах водила  $H$ .

Если по аналогии с передачей на рис. 4.4 звено 1 и сопряжённое с ним колесо 2 имеют винтовые зубья, а опоры звена 1 в корпусе позволяют ему двигаться только поступательно в осевом направлении, то эта передача также может быть использована не только для редуцирования вращательного движения водила  $H$ , но и для преобразования его в поступательное движение звена 1.

Схемы нагрузок на звенья передач с внутренними зацеплениями представлены на рис. 4.7 (при  $m > 1$ ) и на рис. 4.8 (при  $m < 1$ ). Анализ передаточных функций этих передач и их работы в режимах прямого и обратного хода показывает, что для их расчёта могут быть использованы все зависимости, полученные выше для передач с внешними зацеплениями с сохранением всех обозначений и индексов.

#### 4.3.8. Упрощённые конструкции передач на основе схемы 2К-Н

Примеры устройства передач упрощённой конструкции на основе схемы 2К-Н с внешними и внутренними зацеплениями показаны соответственно на рис. 4.9 и 4.10.

Особенность этих конструкций заключается в том, что звено 1 в них одновременно выполняет функции обоих центральных колёс. Для этого на звене 1, кроме винтовой нарезки, на её вершинах выполнена также прямозубая нарезка, входящая в зацепление с венцом 3, нарезка которого также выполнена прямозубой. Таким образом, необходимость в наличии отдельного центрального неподвижного колеса отпадает, что существенно упрощает конструкцию передач.

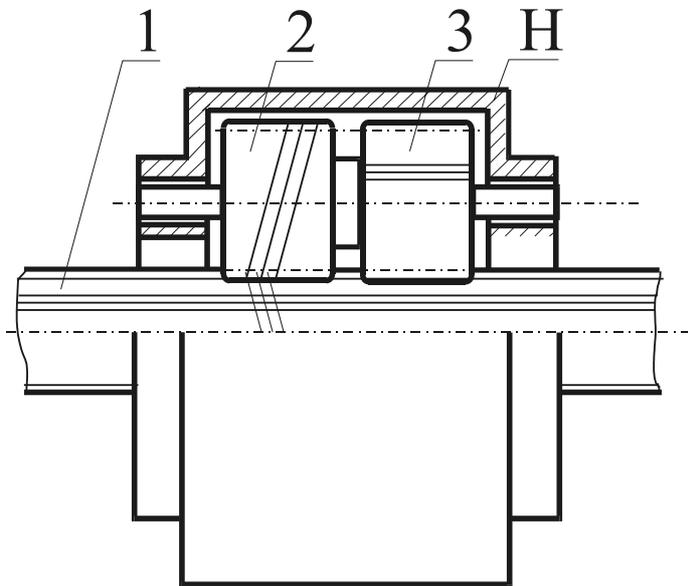


Рис. 4.9. Схема упрощённой конструкции планетарной передачи 2К-Н с внешними зацеплениями

Недостатком упрощённых конструкций является некоторое снижение КПД передач, поскольку к силам трения, действующим на выходное звено при его поступательном перемещении, добавляется осевая сила трения в прямозубом зацеплении звена 1 и венца 3.

Из изложенного следует, что расчёт упрощённых передач может быть выполнен на основе зависимостей, полученных выше

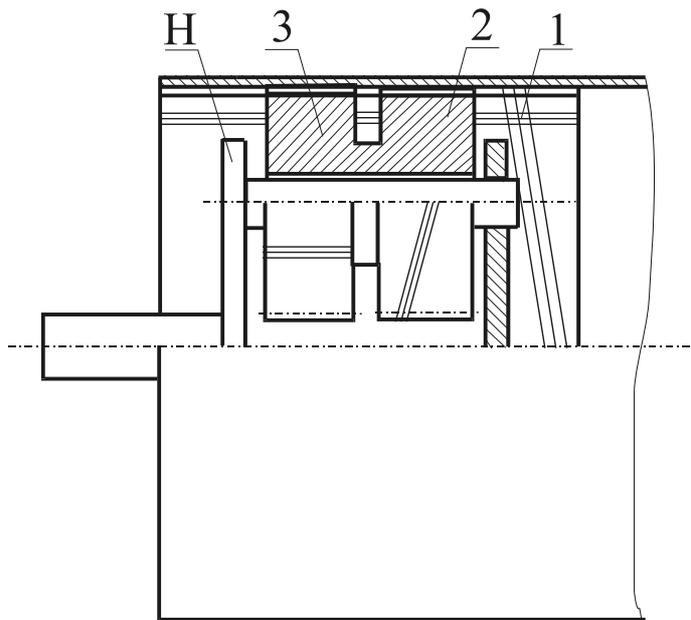


Рис. 4.10. Схема упрощённой конструкции планетарной передачи 2К-Н с внутренними зацеплениями

при анализе передач с внешними зацеплениями на рис. 4.4.

Передаточная функция  $v_1/\omega_H$  может быть определена по формуле (4.40) или (4.41), если значение параметра  $m$  принять равным

$$m = \frac{z_{1П} z_2}{z_{1В} z_3}, \quad (4.121)$$

где  $z_{1П}$  – число зубьев прямозубой нарезки на звене 1;  $z_{1В}$  – число зубьев (заходов) винтовой нарезки на звене 1.

Для определения КПД прямого  $\eta_{H1}$  и обратного  $\eta_{1H}$  хода могут быть использованы формулы (4.63), (4.75), (4.87), (4.89), (4.93) – (4.96), если значение  $m$  в них принять из (4.121), а при определении значений  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{21}$ ,  $\eta_{11}^0$  и  $\eta_{12}$  по формулам (4.60), (4.61), (4.84) и (4.85) вместо коэффициента  $k_{a12}$  в них принять коэффициент  $k'_{a12}$ , учитывающий дополнительное трение в прямозубом зацеплении

$$k'_{a12} = \frac{f_{12}^0 \sin \theta}{\cos \gamma_{12}} + \frac{f_{34}^0 r_{b2} (1 + k_{21}) \operatorname{tg} \gamma_{12}}{r_{b3} (1 - k_{34}) \sin \gamma_{34}}, \quad (4.122)$$

Этот же коэффициент  $k'_{a12}$  должен быть принят и при определении величин  $\eta_{11}^0$  и  $\eta_{12}$  в условиях самоторможения (4.90) и (4.98) и при определении нормальных усилий по формулам (4.101) – (4.112).

## 4.4. Передача на основе планетарной схемы 3к

### 4.4.1 Устройство и принцип действия

На рис. 4.11 показана схема одного из вариантов известной планетарной передачи 3к, содержащая три центральных колеса 1, 4 и 6, блок сателлитов с тремя венцами 2, 3 и 5 и водило Н [7]. На основе этой схемы получается передача с поступательным перемещением выходного звена 6, если по аналогии с передачами на рис. 4.4 и 4.6 это звено 6 имеет винтовые зубья, а его опоры в корпусе обеспечивают ему возможность только поступательного перемещения. Винтовые зубья в этом случае должны иметь также сопряжённое со звеном 6 колесо 5, а остальные две пары колёс 1–2 и 3–4 могут иметь зубья любой формы: винтовые, косые или прямые.

Полученная таким образом передача, как и передачи на рис. 4.4 и 4.6, может быть использована как для изменения значения скорости вращения входного звена 1, так и для преобразования этого вращения в поступательное движение.

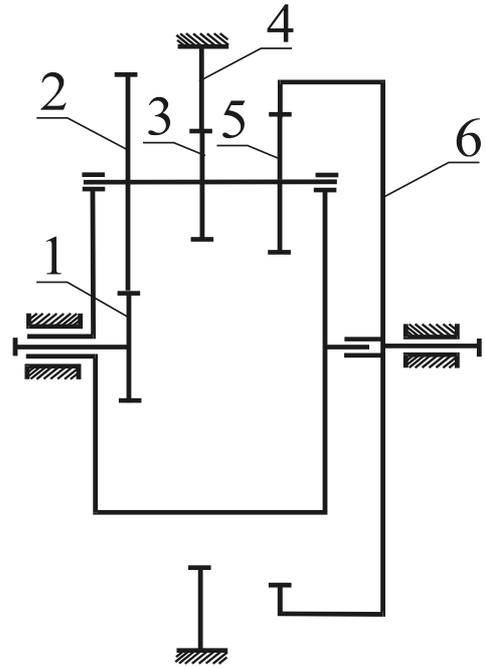


Рис. 4.11. Схема планетарной передачи 3к

### 4.4.2. Передаточная функция

Передаточное отношение  $i_{16}$  известной планетарной передачи 3к при входном звене 1 определяется так [7]:

$$i_{16} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = \frac{1+m}{1-q}, \quad (4.123)$$

где  $m$  — параметр передачи, определяемый, как и для передачи на рис. 4.4 и 4.6, по формуле (4.37);  $q$  — параметр передачи, определяемый зависимостью:

$$q = \frac{z_4 z_5}{z_3 z_6}. \quad (4.124)$$

Каждому полному обороту выходного колеса б после замены вращательной кинематической пары, соединяющей его с корпусом, на поступательную пару будет соответствовать осевое перемещение этого колеса на величину хода его винтовой нарезки  $p_z$ :

$$p_z = p_x z_6, \quad (4.125)$$

где  $p_x$  – осевой шаг нарезки.

Таким образом, если частота вращения выходного звена б в известной схеме 3к составляет  $n_6$  об/мин, то скорость  $v_6$  его поступательного перемещения после замены вращательной кинематической пары на поступательную будет равна:

$$v_6 = n_6 p_x z_6 \text{ мм/мин}, \quad (4.126)$$

или

$$v_6 = \frac{\omega_1}{2\pi} p_x z_6 \text{ мм/с}. \quad (4.127)$$

Из уравнения (4.127) следует, что передаточная функция  $v_6/\omega_1$  передачи поступательного перемещения на основе планетарной схемы 3к определяется так:

$$\frac{v_6}{\omega_1} = \frac{p_x z_6}{2\pi \cdot i_{16}} = \frac{p_x z_6 (1-q)}{2\pi(1+m)}. \quad (4.128)$$

Передаточная функция может быть также выражена через радиус  $r_{b6}$  основной окружности винтовой нарезки колеса б и угол  $\gamma_{56}$  отклонения нормали в точках контакта колёс 5 и б от оси вращения колеса б:

$$\frac{v_6}{\omega_1} = \frac{r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56}}{i_{16}} = r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56} \frac{1-q}{1+m}. \quad (4.129)$$

#### 4.4.3 КПД прямого хода

На рис. 4.12 представлена схема усилий, действующих на звенья передачи 3к с поступательным движением выходного звена б в тяговом режиме прямого хода, когда параметр  $q > 1$ . При этом предполагается, что в общем случае зацепления колёс 1–2, 3–4 и 5–6 могут быть выполнены со смещением исходного контура.

В соответствии с формулой (1.2) КПД прямого хода  $\eta_{16}$  определяется по формуле:

$$\eta_{16} = -\frac{F_6 v_6}{M_1 \omega_1}. \quad (4.130)$$

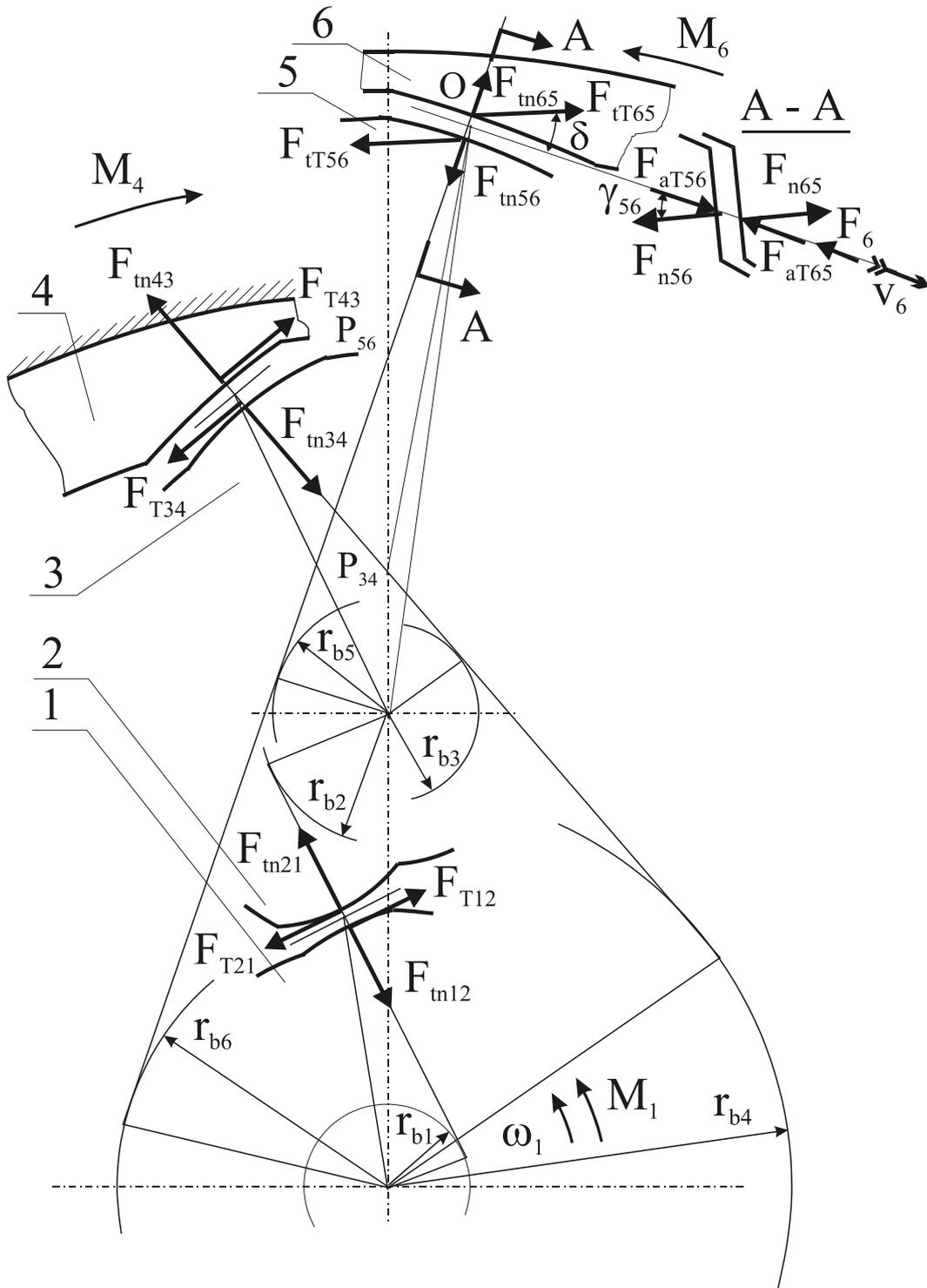


Рис. 4.12. Схема усилий в торцовом сечении передачи на основе планетарной схемы  $3k$  с параметром  $q > 1$

Для определения отношения  $F_6/M_1$  могут быть использованы уравнения равновесия звеньев передачи при установившемся движении в тяговом режиме прямого хода. Все усилия, приложенные

к отдельным сателлитам, условно приведены к венцам одного сателлита.

Входной вал колеса 1:

$$M_1 = r_{b1}(F_{m12} + F_{T12} \operatorname{tg} \alpha_{m1}). \quad (4.131)$$

Блок сателлитов с венцами 2, 3 и 5:

$$\begin{aligned} & r_{b2}(F_{m21} + F_{T21} \operatorname{tg} \alpha_{m2}) = \\ & = r_{b5}[F_{m56} + F_{iT56}(\sin \delta + \operatorname{tg} \alpha_{m5} \cos \delta)] - r_{b3}(F_{m34} - F_{T34} \operatorname{tg} \alpha_{m3}). \end{aligned} \quad (4.132)$$

Корпус передачи с колесом 4:

$$M_4 = r_{b4}(F_{m43} - F_{T43} \operatorname{tg} \alpha_{m4}). \quad (4.133)$$

Выходное звено с колесом 6:

$$M_6 = r_{b6}[F_{m65} + F_{iT65}(\sin \delta + \operatorname{tg} \alpha_{m6} \cos \delta)]; \quad (4.134)$$

$$F_6 = F_{an65} - F_{aT65}. \quad (4.135)$$

Передача в целом:

$$M_6 = M_4 - M_1, \quad (4.136)$$

где  $\delta$  – угол между торцовыми проекциями сил трения  $F_{T56}$  и  $F_{T65}$  и линией пересечения торцовой и касательной плоскостей;  $F_{m12}$ ,  $F_{m21}$ ,  $F_{m34}$ ,  $F_{m43}$ ,  $F_{m56}$  и  $F_{m65}$  – торцовые проекции соответствующих нормальных усилий;  $F_{iT56}$  и  $F_{iT65}$  – торцовые проекции сил трения  $F_{T56}$  и  $F_{T65}$ ;  $F_{an65}$  – осевая проекция нормального усилия  $F_{n65}$ ;  $F_{aT65}$  – осевая проекция силы трения  $F_{T65}$ .

Значения указанных проекций определяются из соотношений:

$$F_{m12} = F_{m21} = F_{n12} \sin \gamma_{12}; \quad (4.137)$$

$$F_{m34} = F_{m43} = F_{n34} \sin \gamma_{34}; \quad (4.138)$$

$$F_{m56} = F_{m65} = F_{n56} \sin \gamma_{56}; \quad (4.139)$$

$$F_{iT56} = F_{iT65} = F_{T56} \cos \theta = f_{56}^0 F_{n56} \cos \theta; \quad (4.140)$$

$$F_{an65} = F_{n65} \cos \gamma_{56}; \quad (4.141)$$

$$F_{aT65} = F_{T65} \sin \theta = f_{65}^0 F_{n65} \sin \theta, \quad (4.142)$$

где  $\theta$  – угол между направлениями сил трения  $F_{T56}$  и  $F_{T65}$  и торцовой плоскостью, определяемый по формуле (4.65).

Уравнения (4.131) – (4.135) могут быть представлены соответственно в виде:

$$M_1 = F_{n12} r_{b1} \sin \gamma_{12} (1 + k_{12}); \quad (4.143)$$

$$F_{n21} r_{b2} \sin \gamma_{12} (1 + k_{21}) = F_{n56} r_{b5} \sin \gamma_{56} (1 + k_{56}) - F_{n34} r_{b3} (1 - k_{34}); \quad (4.144)$$

$$M_4 = F_{n43} r_{b4} (1 - k_{43}); \quad (4.145)$$

$$M_6 = F_{n65} r_{b6} (1 + k_{\tau 65}); \quad (4.146)$$

$$F_6 = F_{n65} \cos \gamma_{56} (1 - k_{a65}), \quad (4.147)$$

где

$$k_{12} = \frac{f_{12}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm1}}{\sin \gamma_{12}}; \quad (4.148)$$

$$k_{21} = \frac{f_{21}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm2}}{\sin \gamma_{12}}; \quad (4.149)$$

$$k_{34} = \frac{f_{34}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm3}}{\sin \gamma_{34}}; \quad (4.150)$$

$$k_{43} = \frac{f_{43}^0 \operatorname{tg} \alpha_{tm4}}{\sin \gamma_{34}}; \quad (4.151)$$

$$k_{56} = \frac{f_{56}^0 \cos \theta}{\sin \gamma_{56}} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{tm5} + \sin \delta); \quad (4.152)$$

$$k_{\tau 65} = \frac{f_{65}^0 \cos \theta}{\sin \gamma_{56}} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{tm6} + \sin \delta); \quad (4.153)$$

$$k_{a65} = \frac{f_a^0 \sin \theta}{\cos \gamma_{56}}. \quad (4.154)$$

Угол  $\delta$  в уравнениях (4.152) и (4.153) определяется по формуле, аналогичной (4.69):

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r_{b5} \cos \alpha_{tw34} - r_{b3} \cos \alpha_{tw56}}{r_{b5} \cos \alpha_{tw34} \operatorname{tg} \alpha_{tm3} - r_{b3} \sin \alpha_{tw56}}. \quad (4.155)$$

Совместное решение уравнений (4.143) – (4.147) и (4.136) даёт следующее значение отношения  $F_6/M_1$ :

$$\frac{F_6}{M_1} = \frac{m\eta_{12} + \eta_{43}}{r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56} \left( \frac{q}{\eta_{56}} - \frac{\eta_{43}}{\eta_{66}} \right)}, \quad (4.156)$$

где  $\eta_{12}$  и  $\eta_{43}$  – КПД зубчатых передач с неподвижными осями, обеспечивающих передачу вращения соответственно от колеса 1 колесу 2 и от колеса 4 к колесу 3:

$$\eta_{12} = \frac{1 + k_{21}}{1 + k_{12}}; \quad (4.157)$$

$$\eta_{43} = \frac{1 - k_{34}}{1 - k_{43}}; \quad (4.158)$$

$\eta_{56}$  и  $\eta_{66}$  – КПД зубчатых передач с винтовыми зубьями и неподвижными осями, обеспечивающих преобразование вращательного движения соответственно звена 5 в поступательное движение звена 6 и вращательное движение звена 6 в его поступательное движение:

$$\eta_{56} = \frac{1 - k_{a65}}{1 + k_{56}}; \quad (4.159)$$

$$\eta_{66} = \frac{1 - k_{a65}}{1 + k_{\tau 65}}. \quad (4.160)$$

Подставив значение передаточной функции из (4.129) и отношение  $F_6/M_1$  из (4.156) в уравнение (4.130), получим следующее выражение для определения КПД прямого хода  $\eta_{16}$  передачи на основе планетарной схемы 3k при  $q > 1$ :

$$\eta_{16} = \frac{(m\eta_{12} + \eta_{43})(q-1)}{(m+1)\left(\frac{q}{\eta_{56}} - \frac{\eta_{43}}{\eta_{66}}\right)}. \quad (4.161)$$

В частном случае, когда точка  $O$  контакта на рис. 4.12 расположена на линии центров, т.е. когда  $\alpha_{tw56} = \alpha_{tm5}$ , величины углов  $\delta$  и  $\theta$  соответственно равны:

$$\delta = 90^\circ - \alpha_{tw56}; \quad (4.162)$$

$$\theta = \lambda_6, \quad (4.163)$$

где  $\lambda_6$  – угол подъёма винтовой нарезки звена 6.

Коэффициенты  $k_{56}$ ,  $k_{\tau 65}$  и  $k_{a65}$  в этом случае при учёте только трения скольжения равны:

$$k_{56} = k_{\tau 65} = \frac{f_{56}}{\cos \alpha_n \operatorname{tg} \lambda_6} = \frac{f_{56np}}{\operatorname{tg} \lambda_6}; \quad (4.164)$$

$$k_{a65} = \frac{f_{56} \operatorname{tg} \lambda_6}{\cos \alpha_{n6}} = f_{56np} \operatorname{tg} \lambda_6. \quad (4.165)$$

Подставив эти значения в формулы (4.159) и (4.160), получим:

$$\eta_{56} = \eta_{66} = \frac{\operatorname{tg} \lambda_6}{\operatorname{tg}(\lambda_6 + \rho_{56np})}. \quad (4.166)$$

Формула (4.161) в этом случае принимает вид:

$$\eta_{16} = \frac{(m\eta_{12} + \eta_{43})(q-1)\operatorname{tg} \lambda_6}{(m+1)(q - \eta_{43})\operatorname{tg}(\lambda_6 + \rho_{56np})}. \quad (4.167)$$

#### 4.4.4. КПД обратного хода. Условия самоторможения

Схема усилий, действующих на звенья передачи при обратном ходе, отличается от схемы на рис. 4.12 только тем, что ведущим становится звено б, а ведомым – звено 1. При этом направления движения звеньев и сил трения изменяются на противоположные.

В соответствии с (1.4) для КПД обратного хода  $\eta_{61}$  имеем:

$$\eta_{61} = -\frac{M_1 \omega_1}{F_6 v_6}. \quad (4.168)$$

Уравнения равновесия звеньев при установившемся движении в тяговом режиме обратного хода имеют вид:

звено б:

$$F_6 = F_{an65} + F_{aT65}; \quad (4.169)$$

$$M_6 = r_{b6} [F_{m65} - F_{iT65} (\sin \delta + \operatorname{tg} \alpha_{m6} \cos \delta)], \quad (4.170)$$

корпус передачи с колесом 4:

$$M_4 = r_{b4} (F_{m43} + F_{T43} \operatorname{tg} \alpha_{m4}), \quad (4.171)$$

блок сателлитов 2, 3 и 5:

$$\begin{aligned} & r_{b2} (F_{m21} - F_{T21} \operatorname{tg} \alpha_{m2}) = \\ & = r_{b5} [F_{m56} - F_{iT56} (\sin \delta + \operatorname{tg} \alpha_{m5} \cos \delta)] - r_{b3} (F_{m34} + F_{T34} \operatorname{tg} \alpha_{m3}), \end{aligned} \quad (4.172)$$

вал колеса 1:

$$M_1 = r_{b1} (F_{m12} - F_{T12} \operatorname{tg} \alpha_{m1}). \quad (4.173)$$

Уравнения (4.169) – (4.173) могут быть представлены в виде:

$$F_6 = F_{n65} \cos \gamma_{56} (1 + k_{a65}); \quad (4.174)$$

$$M_6 = F_{n65} r_{b6} \sin \gamma_{56} (1 - k_{\tau 65}); \quad (4.175)$$

$$M_4 = F_{n43} r_{b4} \sin \gamma_{34} (1 + k_{43}); \quad (4.176)$$

$$F_{n21} r_{b2} \sin \gamma_{12} (1 - k_{21}) = \quad (4.177)$$

$$= F_{n56} r_{b5} \sin \gamma_{56} (1 - k_{56}) - F_{n34} r_{b3} \sin \gamma_{34} (1 + k_{34});$$

$$M_1 = F_{n12} r_{b1} \sin \gamma_{12} (1 - k_{12}). \quad (4.178)$$

Из (4.136) и (4.174) – (4.178) определяется отношение  $M_1/F_6$ :

$$\frac{M_1}{F_6} = \frac{r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56} (q \eta_{34} \eta_{65} - \eta_{66}^o)}{m \frac{\eta_{34}}{\eta_{21}} + 1}, \quad (4.179)$$

где  $\eta_{21}$  и  $\eta_{34}$  – КПД зубчатых передач с неподвижными осями, обеспечивающих передачу вращения соответственно от колеса 2 к колесу 1 и от колеса 3 к колесу 4;

$$\eta_{21} = \frac{1 - k_{12}}{1 - k_{21}}; \quad (4.180)$$

$$\eta_{34} = \frac{1 + k_{43}}{1 + k_{34}}; \quad (4.181)$$

$\eta_{65}$  и  $\eta_{66}^o$  – КПД передач, обеспечивающих преобразование поступательного движения звена 6 во вращение звена 5 и звена 6;

$$\eta_{65} = \frac{1 - k_{56}}{1 + k_{a56}}; \quad (4.182)$$

$$\eta_{66}^o = \frac{1 - k_{\tau 65}}{1 + k_{a65}}. \quad (4.183)$$

Подставив значение передаточной функции из (4.129) и отношение  $M_1/F_6$  из (4.179) в уравнение (4.168), получим для КПД обратного хода  $\eta_{61}$  передачи на основе схемы 3к при  $q > 1$ :

$$\eta_{61} = \frac{(m+1)(q\eta_{34}\eta_{65} - \eta_{66}^o)}{(q-1)\left(m\frac{\eta_{34}}{\eta_{21}} + 1\right)}. \quad (4.184)$$

В частном случае, когда  $\alpha_{rv56} = \alpha_{m5}$  и  $f_{56}^0 = f_{56}$ , получим:

$$\eta_{65} = \eta_{66}^o = \frac{\operatorname{tg}(\lambda_6 - \rho_{56\text{пр}})}{\operatorname{tg} \lambda_6}. \quad (4.185)$$

Формула (4.184) в этом случае принимает вид:

$$\eta_{61} = \frac{(m+1)(q\eta_{34} - 1)\operatorname{tg}(\lambda_6 - \rho_{56\text{пр}})}{(q-1)\left(m\frac{\eta_{34}}{\eta_{21}} + 1\right)\operatorname{tg} \lambda_6}. \quad (4.186)$$

*Замечание.* Знаки перед коэффициентами  $k_{12}$ ,  $k_{21}$ ,  $k_{34}$  и  $k_{43}$  в формулах (4.157), (4.158), (4.180) и (4.181) справедливы лишь в тех случаях, когда зацепления колёс 1–2 и 3–4 расположены относительно своих полюсов так, как показано на рис. 4.12. Если какое-либо зацепление, или оба, расположены по другую сторону от своего полюса, то знаки перед коэффициентами, соответствующими этим зацеплениям, должны быть изменены на противоположные.

Из уравнения (4.184) следует, что самоторможение передачи при  $q > 1$  в общем случае имеет место, если выполнено хотя бы одно из условий:

$$-\infty < \eta_{21} < 0 \quad (4.187)$$

или

$$\eta_{66}^o > q\eta_{34}\eta_{65}. \quad (4.188)$$

При  $\alpha_{tw56} = \alpha_{tm5}$  и  $f_{56}^0 = f_{56}$ , условие (4.188) выполняется, если

$$\eta_{34} < \frac{1}{q} \quad \text{или} \quad \rho_{56np} > \lambda_6. \quad (4.189)$$

#### 4.4.5. Передача с параметром $q < 1$

Все зависимости, приведённые в пп. 4.4.3 и 4.4.4 относятся к передачам на основе схемы 3к с параметром  $q > 1$ . Анализ аналогичной передачи с параметром  $q < 1$ , схема которой показана на рис. 4.13, показывает, что в этом случае формулы для определения КПД прямого хода  $\eta_{16}$  и обратного  $\eta_{61}$  принимают вид:

в общем случае:

$$\eta_{16} = \frac{(1-q)(1+m\eta_{12}\eta_{34})}{(1+m)\left(\frac{1}{\eta_{66}} - q\frac{\eta_{34}}{\eta_{56}}\right)}; \quad (4.190)$$

$$\eta_{61} = \frac{(1+m)(\eta_{43}\eta_{66}^o - q\eta_{65})}{(1-q)\left(\frac{m}{\eta_{21}} + \eta_{43}\right)}, \quad (4.191)$$

в частном случае, когда  $\alpha_{tw56} = \alpha_{tm5}$ :

$$\eta_{16} = \frac{(1-q)(1+m\eta_{12}\eta_{34})\text{tg}\lambda_6}{(1+m)(1-q\eta_{34})\text{tg}(\lambda_6 + \rho_{56np})}; \quad (4.192)$$

$$\eta_{61} = \frac{(1+m)(\eta_{43} - q)\text{tg}(\lambda_6 - \rho_{56np})}{(1-q)\left(\frac{m}{\eta_{21}} + \eta_{43}\right)\text{tg}\lambda_6}. \quad (4.193)$$

Угол  $\delta$  определяется по формуле, аналогичной (4.155):

$$\text{tg}\delta = \frac{r_{b3} \cos \alpha_{tw56} - r_{b5} \cos \alpha_{tw34}}{r_{b5} \cos \alpha_{tw34} \text{tg} \alpha_{tm3} - r_{b3} \sin \alpha_{tw56}}. \quad (4.194)$$

Из уравнения (4.191) следует, что самоторможение передачи с параметром  $q < 1$  в общем случае имеет место, если выполнено по крайней мере одно из условий:

$$-\infty < \eta_{21} < 0 \quad \text{или} \quad q > \frac{\eta_{43}\eta_{66}^o}{\eta_{65}} \quad (4.195)$$

В частном случае, когда  $\alpha_{tw56} = \alpha_{tm5}$ , второе из условий (4.195) выполняется, если

$$q > \eta_{43} \quad \text{или} \quad \rho_{56пр} > \lambda_6. \quad (4.196)$$

#### 4.4.6 Усилия в зацеплениях

Нормальные усилия в зацеплениях колёс передачи на основе схемы 3к определим из уравнений равновесия звеньев. Для передачи с  $q > 1$ , схема усилий на звеньях которой показана на рис. 4.12, в соответствии с уравнениями (4.143), (4.144) и (4.147) нормальные усилия в тяговом режиме прямого хода определяются так:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{nr_{b1} \sin \gamma_{12} (1 + k_{12})}, \quad (4.197)$$

или

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_6 r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56} \left( \frac{q}{\eta_{56}} - \frac{\eta_{43}}{\eta_{66}} \right)}{nr_{b1} \sin \gamma_{12} (1 + k_{12}) (m\eta_{12} + \eta_{43})}; \quad (4.198)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{M_1}{nr_{b3} (1 - k_{34})} \left[ \frac{r_{b5} (m\eta_{12} + \eta_{43})}{r_{b6} \left( q - \frac{\eta_{43} \eta_{56}}{\eta_{66}} \right)} - \frac{r_{b2} \eta_{12}}{r_{b1}} \right], \quad (4.199)$$

или

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_6 \operatorname{tg} \gamma_{56}}{nr_{b3} (1 - k_{34})} \left[ \frac{r_{b5}}{\eta_{56}} - \frac{r_{b6} r_{b2} \left( \frac{q}{\eta_{56}} - \frac{\eta_{43}}{\eta_{66}} \right)}{r_{b1} \left( m + \frac{\eta_{43}}{\eta_{12}} \right)} \right]; \quad (4.200)$$

$$F_{n56} = F_{n65} = \frac{M_1 (m\eta_{12} + \eta_{43})}{nr_{b6} \sin \gamma_{56} (1 - k_{a65}) \left( \frac{q}{\eta_{56}} - \frac{\eta_{43}}{\eta_{66}} \right)}, \quad (4.201)$$

или

$$F_{n56} = F_{n65} = \frac{F_6}{n \cos \gamma_{56} (1 - k_{a65})}. \quad (4.202)$$

Аналогично определяются нормальные усилия в тяговом режиме прямого хода для передач с параметром  $q < 1$ :

$F_{n12}$  и  $F_{n21}$  – по уравнению (4.197) или

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_6 r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56} \left( \frac{1}{\eta_{66}} - q \frac{\eta_{34}}{\eta_{56}} \right)}{nr_{b2} \sin \gamma_{12} (1 + k_{12}) (1 + m\eta_{12}\eta_{34})}; \quad (4.203)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{M_1}{nr_{b3} (1 - k_{34})} \left[ \frac{r_{b5} (1 + m\eta_{12}\eta_{34})}{r_{b6} \eta_{56} \left( \frac{1}{\eta_{66}} - q \frac{\eta_{34}}{\eta_{56}} \right)} - \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \eta_{12} \right], \quad (4.204)$$

или

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_6 \operatorname{tg} \gamma_{56}}{nr_{b3} (1 - k_{34})} \left[ \frac{r_{b5}}{\eta_{56}} - \frac{r_{b6} r_{b2} \eta_{12} \left( \frac{1}{\eta_{66}} - q \frac{\eta_{34}}{\eta_{56}} \right)}{r_{b1} (1 + m\eta_{12}\eta_{34})} \right]; \quad (4.205)$$

$$F_{n56} = F_{n65} = \frac{M_1 (1 + m\eta_{12}\eta_{34})}{nr_{b6} \sin \gamma_{56} (1 - k_{a65}) \left( \frac{1}{\eta_{66}} - q \frac{\eta_{34}}{\eta_{56}} \right)}, \quad (4.206)$$

или по уравнению (4.202).

В тяговом режиме обратного хода нормальные усилия в передачах с параметром  $q > 1$  в соответствии с уравнениями (4.174) – (4.178) определяются так:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{nr_{b1} \sin \gamma_{12} (1 - k_{12})}, \quad (4.207)$$

или

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_6 r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56} (q\eta_{34}\eta_{65} - \eta_{66}^o)}{nr_{b1} \sin \gamma_{12} (1 - k_{12}) \left( m \frac{\eta_{34}}{\eta_{21}} + 1 \right)}; \quad (4.208)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{M_1}{nr_{b3} (1 + k_{34})} \left[ \frac{r_{b5} \left( m \frac{\eta_{34}}{\eta_{21}} + 1 \right)}{r_{b6} \left( q\eta_{34} - \frac{\eta_{66}}{\eta_{65}} \right)} - \frac{r_{b2}}{r_{b1} \eta_{21}} \right], \quad (4.209)$$

или

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_6 \operatorname{tg} \gamma_{56}}{nr_{b3}(1+k_{34})} \left[ r_{b5} \eta_{65} - \frac{r_{b6} r_{b2} (q \eta_{34} \eta_{65} - \eta_{66}^o)}{r_{b1} \left( m \eta_{34} + \frac{1}{\eta_{21}} \right)} \right]; \quad (4.210)$$

$$F_{n56} = F_{n65} = \frac{M_1 \left( m \frac{\eta_{34}}{\eta_{21}} + 1 \right)}{nr_{b6} \sin \gamma_{56} (1+k_{a65}) (q \eta_{34} \eta_{65} - \eta_{66}^o)}, \quad (4.211)$$

или

$$F_{n56} = F_{n65} = \frac{F_6}{n \cos \gamma_{56} (1+k_{a65})}. \quad (4.212)$$

Аналогично определяются нормальные усилия в тяговом режиме обратного хода для передач с параметром  $q < 1$ :

$F_{n12}$  и  $F_{n21}$  – по уравнению (4.207) или

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_6 r_{b6} \operatorname{tg} \gamma_{56} (\eta_{43} \eta_{66}^o - q \eta_{65})}{nr_{b1} \sin \gamma_{12} (1-k_{12}) \left( \frac{m}{\eta_{21}} + \eta_{43} \right)}; \quad (4.213)$$

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{M_1}{nr_{b3}(1+k_{34})} \left[ \frac{r_{b5} \left( \frac{m}{\eta_{21}} + \eta_{43} \right)}{r_{b6} (\eta_{43} \eta_{66}^o - q \eta_{65})} - \frac{r_{b2}}{r_{b1} \eta_{21}} \right], \quad (4.214)$$

или

$$F_{n34} = F_{n43} = \frac{F_6 \operatorname{tg} \gamma_{56}}{nr_{b3}(1+k_{34})} \left[ r_{b5} \eta_{65} - \frac{r_{b6} r_{b2} (\eta_{43} \eta_{66}^o - q \eta_{65})}{r_{b1} \left( \frac{m}{\eta_{21}} + \eta_{43} \right)} \right]; \quad (4.215)$$

$$F_{n56} = F_{n65} = \frac{M_1 \left( \frac{m}{\eta_{21}} + \eta_{43} \right)}{nr_{b6} \sin \gamma_{56} (1+k_{a65}) (\eta_{43} \eta_{66}^o - q \eta_{65})}, \quad (4.216)$$

или по уравнению (4.212).

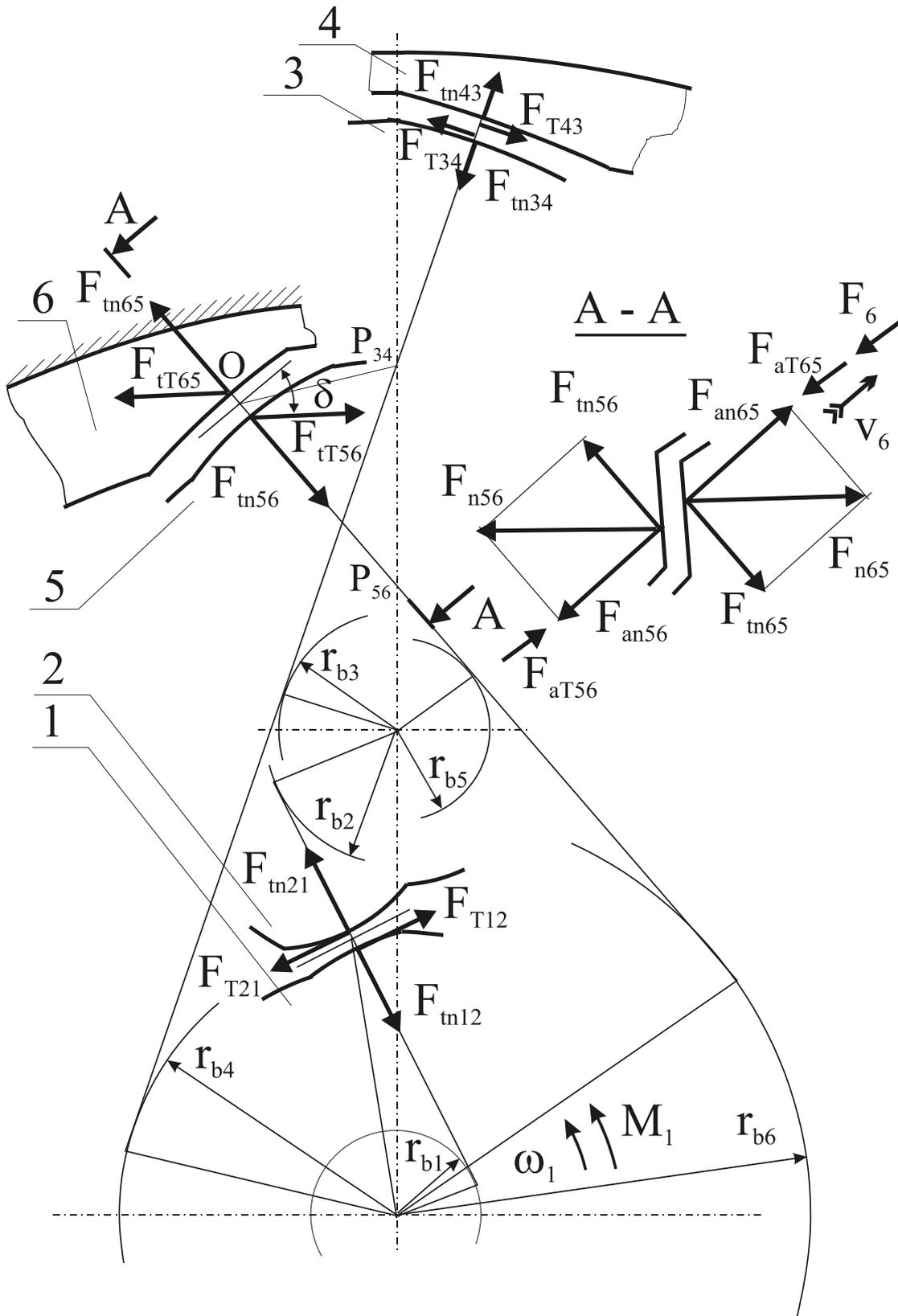


Рис. 4.13. Схема усилий в торцовом сечении передачи на основе планетарной схемы 3к с параметром  $q < 1$

Радиальные и окружные усилия в зацеплениях передач в соответствии со схемой на рис. 4.12 (при  $q > 1$ ) могут быть найдены из следующих соотношений:

$$F_{r12} = F_{n12} (\sin \gamma_{12} \sin \alpha_{tm1} \pm f_{12} \cos \alpha_{tm1}); \quad (4.217)$$

$$F_{\tau12} = F_{n12} (\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} \pm f_{12} \sin \alpha_{tm1}); \quad (4.218)$$

$$F_{r21} = F_{n21} (\sin \gamma_{12} \sin \alpha_{tm2} \pm f_{12} \cos \alpha_{tm2}); \quad (4.219)$$

$$F_{\tau21} = F_{n21} (\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} \pm f_{12} \sin \alpha_{tm2}); \quad (4.220)$$

$$F_{r34} = F_{n34} (\sin \gamma_{34} \sin \alpha_{tm3} \pm f_{34} \cos \alpha_{tm3}); \quad (4.221)$$

$$F_{\tau34} = F_{n34} (\sin \gamma_{34} \cos \alpha_{tm3} \mp f_{34} \sin \alpha_{tm3}); \quad (4.222)$$

$$F_{r43} = F_{n43} (\sin \gamma_{34} \sin \alpha_{tm4} \pm f_{34} \cos \alpha_{tm4}); \quad (4.223)$$

$$F_{\tau43} = F_{n43} (\sin \gamma_{34} \cos \alpha_{tm4} \mp f_{34} \sin \alpha_{tm4}); \quad (4.224)$$

$$F_{r56} = F_{n56} \left\{ \sin \gamma_{56} \sin \alpha_{tm5} \pm f_{56} \cos \vartheta \cos [180^\circ - (\alpha_{tm5} + \delta)] \right\}; \quad (4.225)$$

$$F_{\tau56} = F_{n56} \left[ \sin \gamma_{56} \cos \alpha_{tm5} \pm f_{56} \cos \vartheta \sin (\alpha_{tm5} + \delta) \right]; \quad (4.226)$$

$$F_{r65} = F_{n65} \left\{ \sin \gamma_{56} \sin \alpha_{tm6} \pm f_{56} \cos \vartheta \cos [180^\circ - (\alpha_{tm6} + \delta)] \right\}; \quad (4.227)$$

$$F_{\tau65} = F_{n65} \left[ \sin \gamma_{56} \cos \alpha_{tm6} \pm f_{56} \cos \vartheta \sin (\alpha_{tm6} + \delta) \right]. \quad (4.228)$$

В уравнениях (4.217) – (4.228) верхний знак соответствует прямому ходу, а нижний – обратному.

Уравнения (4.217) – (4.228) могут быть использованы и для определения радиальных и окружных усилий в зацеплениях передач в соответствии со схемой на рис. 4.13 с параметром  $q < 1$ , если считать, что верхние знаки в уравнениях (4.221) – (4.224) соответствуют обратному ходу, а нижние – прямому.

*Замечание.* Знаки перед слагаемыми, содержащими коэффициенты трения, справедливы лишь в тех случаях, когда зацепления колёс 1-2 и 3-4 расположены относительно своих полюсов так, как показано на рис. 4.12 и 4.13. Если какое-либо зацепление расположено по другую сторону от своего полюса, то знаки перед указанными слагаемыми должны быть изменены на противоположные.

## ТРЕХЗВЕННЫЕ ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

### 5.1. Разновидности трёхзвенных фрикционных передач

Схемы трёхзвенных фрикционных передач на рис. 5.1,*a* – 5.6,*a* отличаются от схем на рис. 3.1,*б* – 3.1,*г* тем, что их выходные звенья соединяются с корпусом не при помощи одноподвижных кинематических пар, а при помощи двухподвижных цилиндрических. Любое из двух подвижных звеньев фрикционных передач на рис. 5.1,*a* – 5.6,*a* может быть как входным, так и выходным, или тем и другим одновременно. Ниже принято, что если нет специальной оговорки, звено 1 является входным, а звено 2 – выходным.

Возможность преобразования вращения входного звена в поступательное движение выходного обеспечивается при помощи внеполюсных винтовых зацеплений, т.е. наличием различных углов подъёма  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  на соприкасающихся диаметрах контактирующих звеньев и соответствующим выбором параметров этих нарезов, обеспечивающим необходимую величину силы трения в зацеплении. При этом винтовые нарезки звеньев 1 и 2 могут отличаться не только величиной углов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , но и направлениями.

Сочетания видов винтовых нарезов, принятых в схемах на рис. 5.1 – 5.6, приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

*Сочетания видов винтовых нарезов*

№№ рисунков	Соотношение между углом $\lambda_1$ входного звена и углом $\lambda_2$ сопряжённого	Направления винтовых нарезов на звеньях 1 и 2
5.1	$\lambda_1 < \lambda_2$	противоположные
5.2	$\lambda_1 > \lambda_2$	противоположные
5.3	$\lambda_1 \neq \lambda_2$	одинаковые
5.4	$\lambda_1 < \lambda_2$	одинаковые
5.5	$\lambda_1 > \lambda_2$	одинаковые
5.6	$\lambda_1 \neq \lambda_2$	противоположные

Кроме передач по схемам рис.5.1 – 5.6, возможны трёхзвенные передачи с входным винтом и выходной гайкой, а также передачи, у которых винт или гайка одновременно выполняют функции и

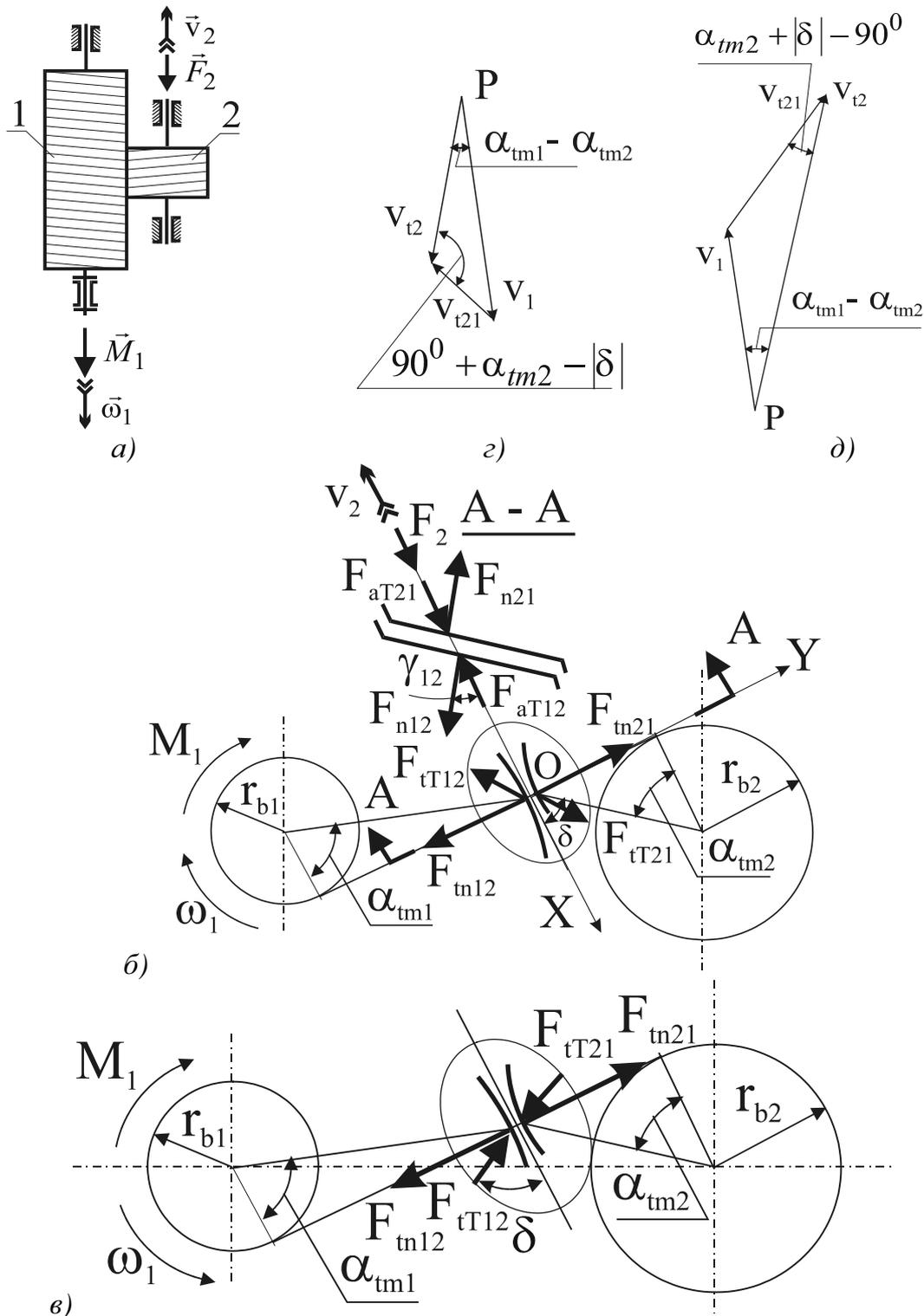


Рис. 5.1. Трёхзвенная фрикционная передача с внешним заплосным зацеплением: а – схема передачи; б, в – схемы торцовых усилий в тяговом режиме соответственно прямого и обратного хода; г, д – планы торцовых проекций скоростей на рабочих диаметрах соответственно при прямом и обратном ходе

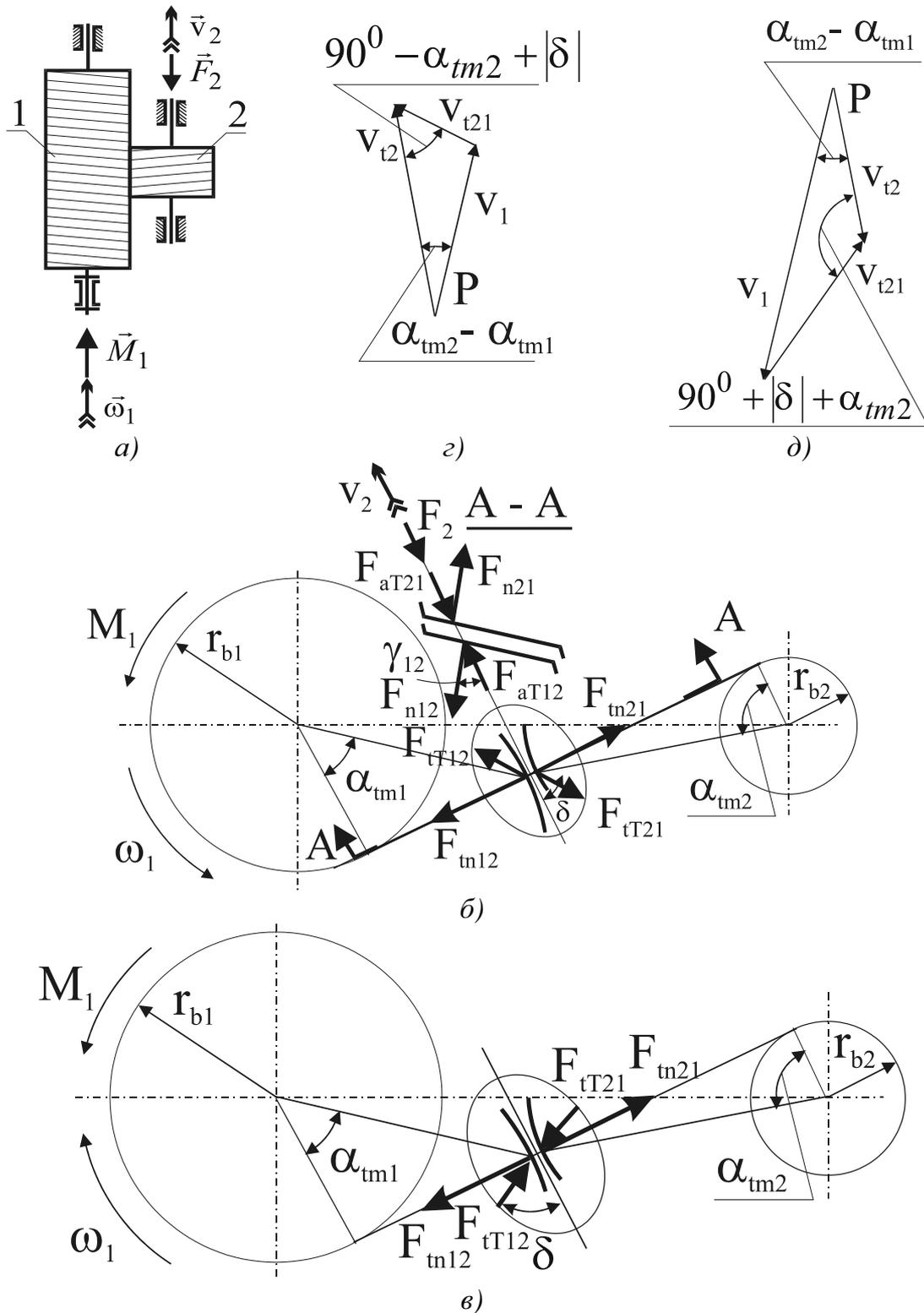


Рис. 5.2. Трёхзвенная фрикционная передача с внешним допюльным зацеплением: а – схема передачи; б, в – схемы торцовых усилий в тяговом режиме соответственно прямого и обратного хода; г, д – планы торцовых проекций скоростей на рабочих диаметрах соответственно при прямом и обратном ходе

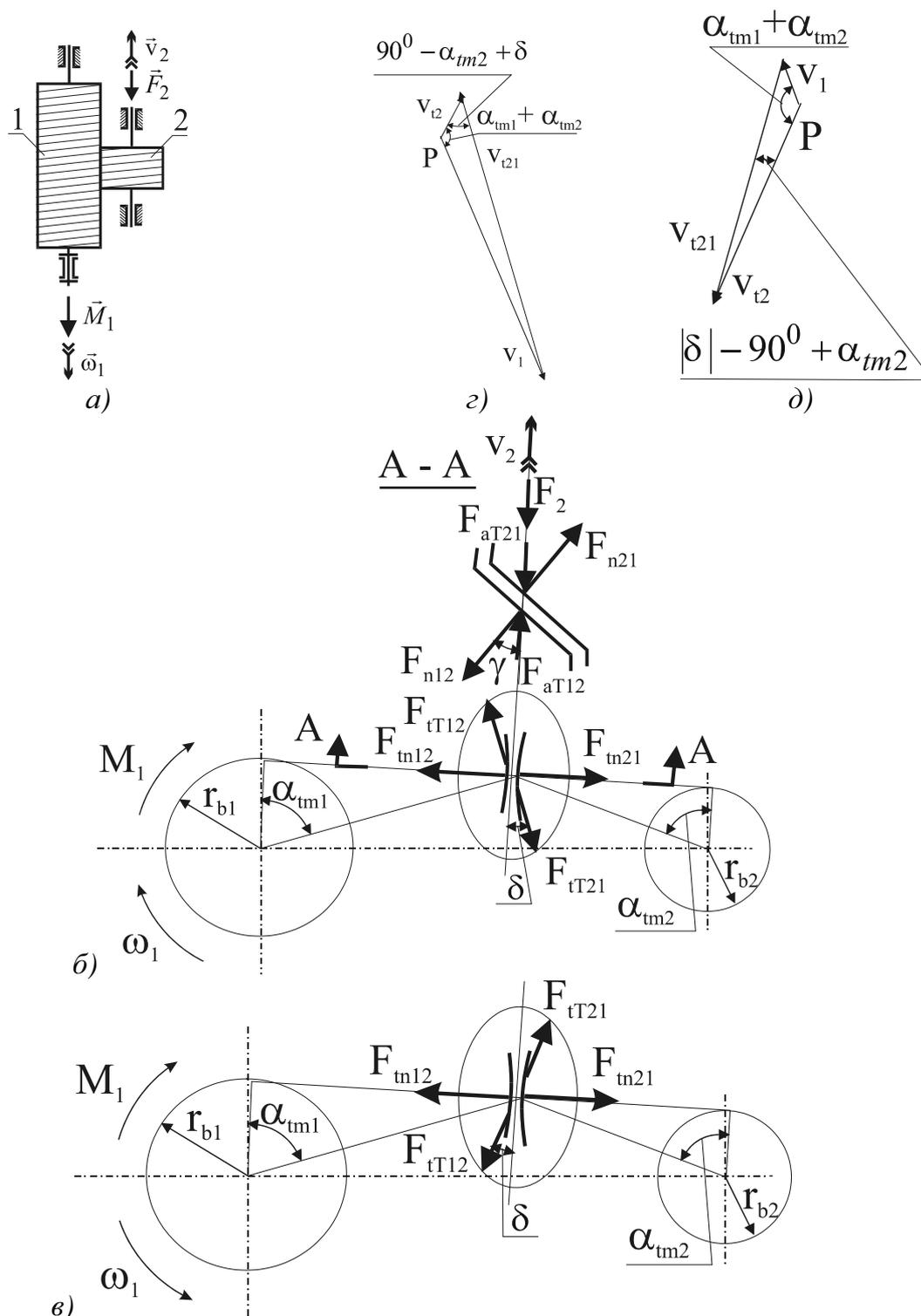


Рис. 5.3. Трёхзвенная фрикционная передача с зацеплением внешних зубьев (витков) при одинаковых направлениях их наклона: а – схема передачи; б, в – схемы торцовых усилий в тяговом режиме соответственно прямого и обратного хода; г, д – планы торцовых проекций скоростей на рабочих диаметрах соответственно при прямом и обратном ходе

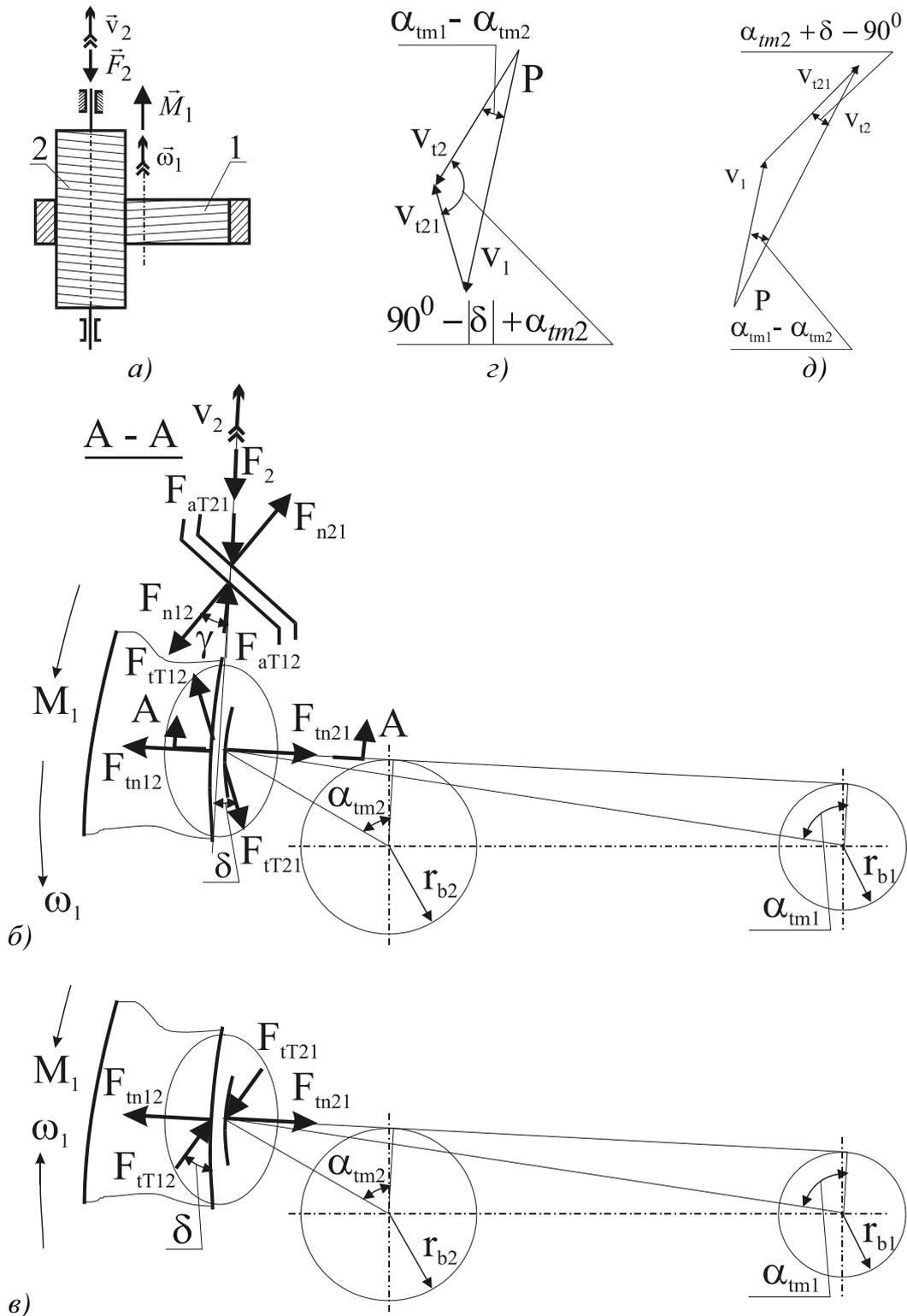


Рис. 5.4. Трёхзвенная фрикционная передача с внутренним зацеплением при  $\lambda_1 < \lambda_2$ : а – схема передачи; б, в – схемы торцовых усилий в тяговом режиме соответственно прямого и обратного хода; г, д – планы торцовых проекций скоростей на рабочих диаметрах соответственно при прямом и обратном ходе

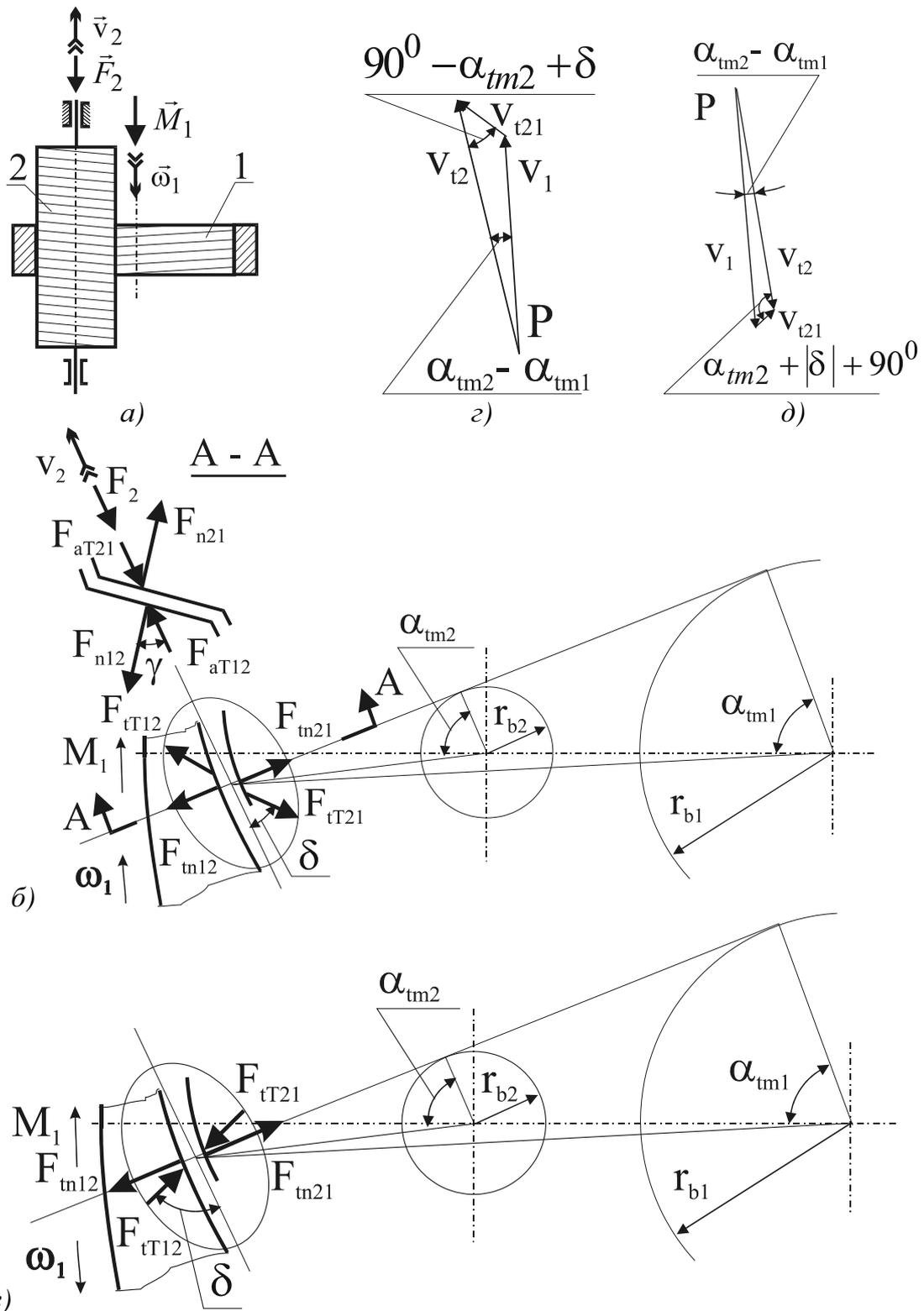


Рис. 5.5. Трёхзвенная фрикционная передача с внутренним зацеплением при  $\lambda_1 > \lambda_2$ : а – схема передачи; б, в – схемы торцовых усилий в тяговом режиме соответственно прямого и обратного хода; г, д – планы торцовых проекций скоростей на рабочих диаметрах соответственно при прямом и обратном ходе

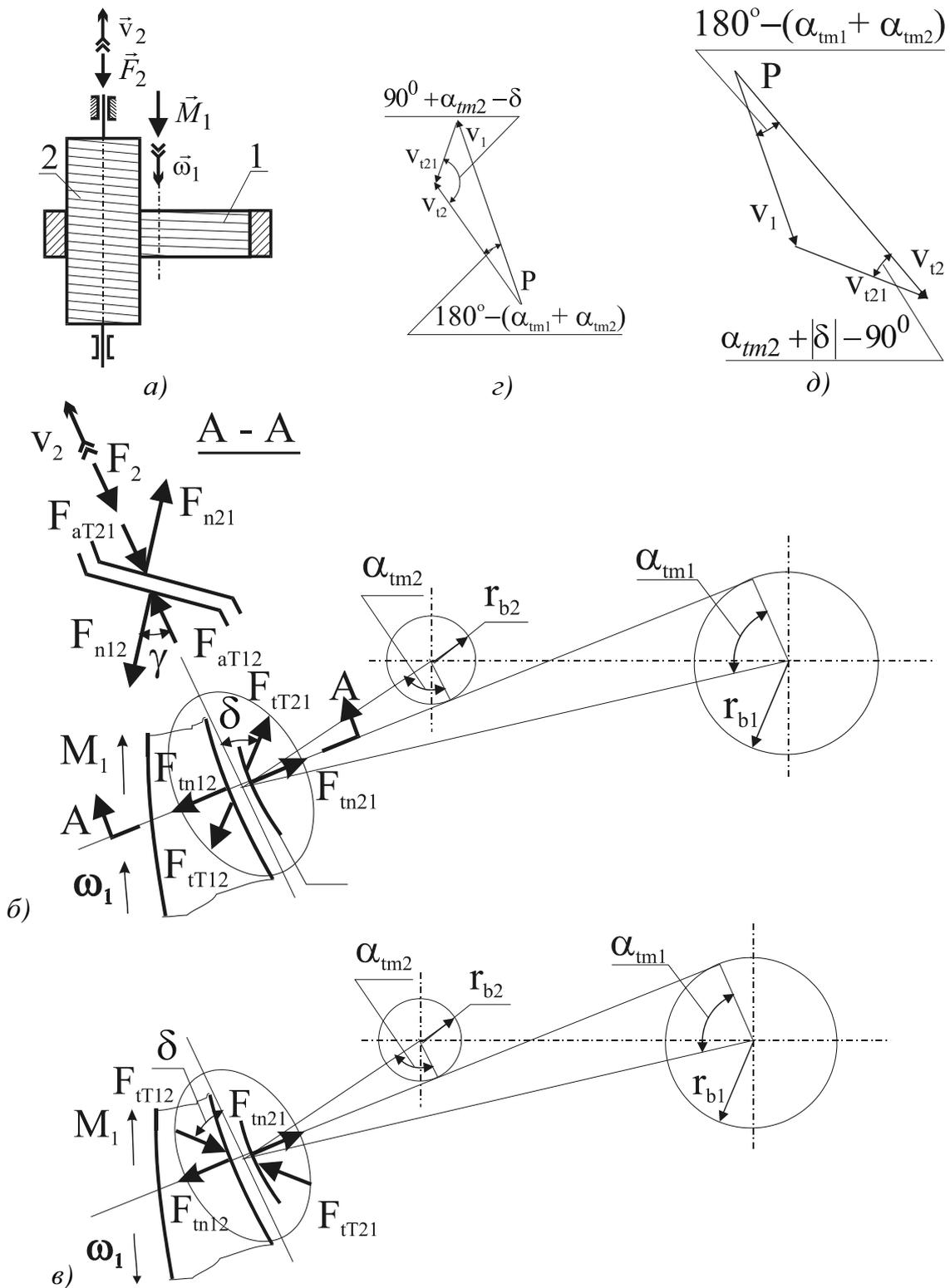


Рис. 5.6. Трёхзвенная фрикционная передача с зацеплением внутренних и внешних зубьев при противоположных направлениях их наклона: а – схема передачи; б, в – схемы торцовых усилий в тяговом режиме соответственно прямого и обратного хода; г, д – планы торцовых проекций скоростей на рабочих диаметрах соответственно при прямом и обратном ходе

входного, и выходного звеньев. Для всех этих передач также справедливы зависимости, полученные в результате анализа передач по схемам рис. 5.1 – 5.6 и приведённые ниже. При этом для внешнего зацепления могут быть использованы зависимости, полученные для передач по схемам рис. 5.1 – 5.3 с аналогичным соотношением углов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , а для внутренних – соответственно передачи по схемам рис. 5.4 – 5.6. Во всех случаях обозначения параметров с индексом 1 относятся к входному звену, а с индексом 2 – к выходному.

## 5.2. Условия достаточности сцепления

Для нормальной работы рассматриваемых фрикционных передач необходимо, чтобы между входным звеном 1 и выходным звеном 2 было обеспечено достаточное фрикционное сцепление. Условие достаточности такого сцепления определим сначала для передачи, схема которой показана на рис. 5.1,а.

Усилия, действующие на сопряжённые звенья этой передачи в торцовой плоскости (т.е. в плоскости, перпендикулярной оси входного звена 1) в тяговом режиме прямого хода, показаны на рис. 5.1,б. Действующие в зацеплении равнодействующие нормальных усилий  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$ , направленные под углом  $\gamma$  к оси вращения, дают на торцовую плоскость проекции  $F_{m12}$  и  $F_{m21}$ , направления которых касательны к основным окружностям винтовых нарезов звеньев 1 и 2 с радиусами  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$ . Силы трения  $F_{T12}$  и  $F_{T21}$  в винтовом зацеплении также дают на торцовую плоскость проекции  $F_{iT12}$  и  $F_{iT21}$ , направления которых определяются ниже. Окружности, на которых приложены равнодействующие  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  нормальных усилий, далее для определенности называются рабочими окружностями.

Для того, чтобы ориентировать в торцовой плоскости направления проекций  $F_{iT12}$  и  $F_{iT21}$ , на рис. 5.1,б выбрана система координат, начало  $O$  которой совмещено с точкой приложения нормальных усилий  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$ . Ось  $Y$  этой системы совпадает с направлением проекции  $F_{m21}$ , а ось  $X$  расположена перпендикулярно и совпадает с линией пересечения касательной и торцовой плоскостей, проходящих через точку  $O$ . В этой системе положение проекций

$F_{tT12}$  и  $F_{tT21}$  определяется по величине и знаку угла отклонения  $\delta$  этих проекций от оси  $X$ .

Усилия, действующие на звенья 1 и 2 передачи на схемах рис. 5.1,а и 5.1,б соответствуют установившемуся движению в тяговом режиме прямого хода. Из этих схем следует, что при принятых направлениях нарезок на звеньях 1 и 2 и заданных направлениях вращения входного звена 1 и внешней нагрузки  $F_2$ , движение выходного звена 2 вверх возможно только при положительном значении угла  $\delta$ . При нулевом значении этого угла звенья 1 и 2 могут только вращаться без относительного осевого перемещения, как обычные зубчатые колёса, а при отрицательном значении угла  $\delta$  осевое перемещение выходного звена возможно только вниз. Таким образом, искомое условие достаточности сцепления передачи в тяговом режиме прямого хода можно записать так:

$$\delta > 0. \quad (5.1)$$

В соответствии со схемой на рис. 5.1,б это условие будет выполняться, если

$$F_{T21}r_{b2} \operatorname{tg} \alpha_{m1} > F_{m21}r_{b2}. \quad (5.2)$$

С учётом (1.12) и (2.8) условие (5.2) принимает вид:

$$f_{21}^0 \operatorname{tg} \alpha_{m2} > \sin \gamma_{12}. \quad (5.3)$$

Выразив значения  $\alpha_{m2}$  и  $\gamma_{12}$  через  $\lambda_2$  и  $\alpha_{nm2}$ , получим:

$$\sin \lambda_2 < \operatorname{tg} \alpha_{nm2} \sqrt{0,25 + \left( \frac{f_{21}^0}{\sin \alpha_{nm2}} \right)^2} - 0,5. \quad (5.4)$$

Анализ схемы усилий на звенья передачи при обратном ходе на рис. 5.1,в показывает, что в этом случае условие достаточности сцепления передачи имеет вид:

$$\delta < 0. \quad (5.5)$$

В соответствии с этой схемой условие (5.5) будет выполнено, если выполнено условие достаточности сцепления (5.3) или (5.4) для прямого хода.

Учитывая, что при прямом и обратном ходе величина приведённого коэффициента трения  $f_{12\text{пр}}$  может быть различной, проверку работоспособности передачи следует производить по наименьшему значению  $f_{12}^0$ .

Определение условий достаточности сцепления в трёхзвенных фрикционных передачах на рис. 5.2,*a* – 5.6,*a* показывает, что условия (5.3) и (5.4) остаются в силе и для всех этих передач как при прямом, так и при обратном ходе.

### 5.3. Определение направлений торцовой проекции силы трения в винтовых зацеплениях

Направление торцовой проекции силы трения в винтовых внеплоскостных зацеплениях определим сначала для случая работы заплосной передачи по схеме рис. 5.1,*a* в тяговом режиме прямого хода. Схема усилий, действующих на звенья передачи в этом режиме, показана на рис. 5.1,*б*.

Поскольку силы трения скольжения  $F_{T12}$  и  $F_{T21}$ , действующие на звенья 1 и 2, всегда расположены в касательной плоскости к сопряжённым поверхностям витков, концы векторов всех возможных положений этих сил расположены в упомянутой плоскости на окружности с радиусом  $f_{12} F_{n12}$  и с центром в точке приложения сил  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$ . Касательная плоскость наклонена к торцовой плоскости под углом  $\gamma$ , и указанная окружность проектируется на торцовую плоскость в виде эллипса, показанного на рис. 5.1,*б*. В принятой выше системе координат  $XOY$  полуоси эллипса по осям  $X$  и  $Y$  равны  $f_{12}^0 F_{n12}$  и  $f_{12}^0 F_{n12} \cos \gamma$  соответственно.

Уравнение равновесия выходного звена 2 относительно оси его вращения в соответствии со схемой на рис. 5.1,*б* имеет вид:

$$F_{m21} r_{b2} - F_{iT21} r_{b2} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m2} - \sin \delta) = 0, \quad (5.6)$$

где проекции  $F_{m21}$  и  $F_{iT21}$  определяются соответственно по формулам (4.46) и (4.48). Подставив эти значения  $F_{m21}$  и  $F_{iT21}$  уравнение (5.6), получим:

$$\sin \gamma_{12} - f_{21}^0 \cos \theta (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m2} - \sin \delta) = 0, \quad (5.7)$$

где  $\theta$  – угол между силами трения  $F_{T12}$  и  $F_{T21}$  и торцовой плоскостью, определяемый по формуле (4.65). С учётом формулы (4.65) после преобразований уравнение (5.6) можно привести к виду:

$$A \sqrt{\cos^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \delta} = \operatorname{tg} \alpha_{m2} - \operatorname{tg} \delta, \quad (5.8)$$

где

$$A = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{f_{21}^0}. \quad (5.9)$$

Из уравнения (5.8) находим угол  $\delta$ , определяющий положение проекций сил трения в торцовой плоскости:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{A^2 - 1} \left[ A \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_{m2} - \cos \gamma (A^2 - 1)} - \operatorname{tg} \alpha_{m2} \right]. \quad (5.10)$$

Аналогично может быть определено положение торцовой проекции силы трения при обратном ходе. Схема усилий, действующих на звенья в торцовой плоскости при обратном ходе, показана на рис. 5.1,в. Уравнение равновесия звена 2 относительно оси его вращения в соответствии с этой схемой имеет вид:

$$F_{m21} r_{b2} - F_{t21} r_{b2} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m2} + \sin \delta) = 0, \quad (5.11)$$

По аналогии с уравнением (5.5) уравнение (5.11) может быть приведено к виду:

$$A \sqrt{\cos^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \delta} = \operatorname{tg} \alpha_{m2} + \operatorname{tg} \delta, \quad (5.12)$$

В соответствии с этим уравнением угол  $\delta$ , определяющий положение проекций сил трения в торцовой плоскости, при обратном ходе определяется так:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{A^2 - 1} \left[ \operatorname{tg} \alpha_{m2} - A \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_{m2} - \cos \gamma (A^2 - 1)} \right]. \quad (5.13)$$

Анализ схем передач на рис. 5.2 – 5.6 показывает, что уравнения (5.10) и (5.13) справедливы и для них.

В соответствии с условиями (5.1) и (5.5) работоспособными являются только те передачи, параметры которых при подстановке в уравнение (5.10) дают положительное значение угла  $\delta$ , а при подстановке в уравнение (5.13) – отрицательное.

#### 5.4. Передаточные функции

На рис. 5.1,з – 5.6,з построены планы торцовых проекций скоростей точек приложения нормальных усилий  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в тяговом режиме прямого хода, а на рис. 5.1,д – 5.6,д – в тяговом режиме обратного хода. Планы построены в соответствии с уравнением:

$$\mathbf{v}_{t2} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_{t21}, \quad (5.14)$$

где  $\mathbf{v}_{t2}$  – торцовая проекция скорости точки приложения силы  $F_{n21}$ ;  $\bar{v}_1$  – скорость точки приложения силы  $F_{n12}$ ;  $\mathbf{v}_{t21}$  – торцовая проекция относительной скорости точек приложения сил  $F_{n21}$  и  $F_{n12}$ .

В соответствии с планами на рис. 5.1,а – 5.6,а модуль торцовой проекции относительной скорости  $\mathbf{v}_{t21}$  может быть выражен так: для передач по схемам рис. 5.1,а и 5.4,а

$$v_{t21} = v_1 \frac{\sin(\alpha_{m1} - \alpha_{m2})}{\sin(90^\circ + \alpha_{m2} - \delta)} = v_1 \frac{\sin(\alpha_{m1} - \alpha_{m2})}{\cos(\alpha_{m2} - \delta)}; \quad (5.15)$$

для передач по схемам рис. 5.2,а и 5.5,а

$$v_{t21} = v_1 \frac{\sin(\alpha_{m2} - \alpha_{m1})}{\cos(\alpha_{m2} - \delta)}; \quad (5.16)$$

для передач по схемам рис. 5.3,а и 5.6,а

$$v_{t21} = v_1 \frac{\sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m2})}{\cos(\alpha_{m2} - \delta)}. \quad (5.17)$$

Скорость  $\mathbf{v}_1$  определяется угловой скоростью  $\omega_1$  звена 1 и средним радиусом  $r_{m1}$  винтовой нарезки этого звена:

$$v_1 = \omega_1 r_{m1} = \frac{\omega_1 r_{b1}}{\cos \alpha_{m1}}, \quad (5.18)$$

где  $r_{m1}$  – средний радиус винтовой нарезки.

Скорость  $\mathbf{v}_2$  осевого перемещения выходного звена 2 зависит от величины торцовой проекции относительной скорости  $\mathbf{v}_{t21}$  и угла между этой проекцией и самой относительной скоростью  $\mathbf{v}_{21}$ . Поскольку этот угол равен углу  $\theta$  между силой трения  $F_{T21}$  и её торцовой проекцией  $F_{iT21}$ , величина скорости  $v_2$  определится так:

$$v_2 = v_{t21} \operatorname{tg} \theta = v_{t21} \operatorname{tg} \gamma \sin \delta. \quad (5.19)$$

Подстановка значений  $\mathbf{v}_1$  из (5.18) и  $\mathbf{v}_{t21}$  из (5.19) в уравнения (5.15) – (5.17) даёт следующие зависимости для определения передаточных функций трёхзвенных фрикционных передач при прямом ходе.

Передачи по схемам рис. 5.1,а и 5.4,а:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma \sin \delta \sin(\alpha_{m1} - \alpha_{m2})}{\cos \alpha_{m1} \cos(\alpha_{m2} - \delta)}. \quad (5.20)$$

В частном случае, когда винт 1 имеет кольцевую нарезку ( $\lambda_1 = 0$ ), эта формула принимает вид:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{r_{m1} \operatorname{tg} \gamma \sin \delta \cos \alpha_{m2}}{\cos(\alpha_{m2} - \delta)}. \quad (5.21)$$

Передачи по схемам рис. 5.2,*a* и 5.5,*a*:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma \sin \delta \sin(\alpha_{tm2} - \alpha_{tm1})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\alpha_{tm2} - \delta)}. \quad (5.22)$$

Из формулы (5.22) следует, что передачи на рис. 3.3 и 3.4 являются частным случаем передач по схемам рис. 5.2,*a* и 5.5,*a*, когда звено 2 имеет кольцевую нарезку, и формула (3.3) может быть получена из формулы (5.22), если в ней принять  $\alpha_{tm2} = 90^\circ$ .

Передачи по схемам рис. 5.3,*a* и 5.6,*a*:

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} + \alpha_{tm2})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\alpha_{tm2} - \delta)}. \quad (5.23)$$

Аналогично на основе планов скоростей на рис. 5.1,*d* – 5.6,*d* могут быть найдены и передаточные функции при обратном ходе.

Передачи по схемам рис. 5.1,*a* и 5.4,*a*:

$$\frac{\omega_1}{v_2} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\alpha_{tm2} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma \sin |\delta| \sin(\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2})}, \quad (5.24)$$

или в частном случае при  $\lambda_1 = 0$ :

$$\frac{\omega_1}{v_2} = \frac{\cos(\alpha_{tm2} + |\delta|)}{r_{m1} \operatorname{tg} \gamma \sin |\delta| \sin(\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2})}. \quad (5.25)$$

Передачи по схемам рис. 5.2,*a* и 5.5,*a*:

$$\frac{\omega_1}{v_2} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\alpha_{tm2} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma \sin |\delta| \sin(\alpha_{tm2} - \alpha_{tm1})}, \quad (5.26)$$

или в частном случае при  $\lambda_2 = 0$ :

$$\frac{\omega_1}{v_2} = \frac{1}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma}. \quad (5.27)$$

Передачи по схемам рис. 5.3,*a* и 5.6,*a*:

$$\frac{\omega_1}{v_2} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\alpha_{tm2} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma \sin |\delta| \sin(\alpha_{tm1} + \alpha_{tm2})}. \quad (5.28)$$

### 5.5. КПД прямого хода

Для передач по схемам рис. 5.1,а – 5.6,а КПД прямого хода  $\eta_{12}$  определяется так:

$$\eta_{12} = -\frac{F_2 v_2}{M_1 \omega_1}. \quad (5.29)$$

Чтобы определить отношение  $F_2/M_1$  для передачи по схеме рис. 5.1,а, напишем уравнения равновесия звеньев в тяговом режиме прямого хода в соответствии со схемой на рис. 5.1,б.

Входное звено 1:

$$M_1 = r_{b1} \left[ F_{tT12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} - \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} - F_{m12} \right]. \quad (5.30)$$

Выходное звено 2:

$$F_2 = F_{n21} \cos \gamma - F_{aT21}, \quad (5.31)$$

где  $F_{m12}$  и  $F_{tT12}$  – торцовые проекции соответственно нормального усилия  $F_{n12}$  и силы трения  $F_{T12}$ ;  $F_{aT21}$  – осевая проекция силы трения  $F_{T21}$ .

Эти проекции определяются по формулам, аналогичным (4.46), (4.48) и (4.50):

$$F_{m12} = F_{n12} \sin \gamma; \quad (5.32)$$

$$F_{tT12} = f_{12}^0 F_{n12} \cos \theta; \quad (5.33)$$

$$F_{aT21} = f_a^0 F_{n21} \sin \theta. \quad (5.32)$$

С учётом значений этих проекций уравнения (5.30) и (5.31) принимают вид:

$$M_1 = F_{n12} r_{b1} \left[ f_{12}^0 \cos \theta \frac{\sin(\alpha_{tm1} - \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} - \sin \gamma \right]; \quad (5.35)$$

$$F_2 = F_{n21} (\cos \gamma - f_a^0 \sin \theta). \quad (5.36)$$

Подставив в формулу (5.29) значение передаточной функции из (5.20) и значения  $M_1$  и  $F_2$  из (5.35) и (5.36), получим следующее выражение для определения КПД прямого хода передачи по схеме рис. 5.1,а:

$$\eta_{12} = \frac{\operatorname{tg} \theta \sin(\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2}) (\cos \gamma - f_a^0 \sin \theta)}{\cos(\alpha_{tm2} - \delta) \left[ f_{12}^0 \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} - \delta) - \sin \gamma \cos \alpha_{tm1} \right]}. \quad (5.37)$$

Формулы (5.30) – (5.36), полученные для передач по схеме рис. 5.1,а, справедливы и для передач по схеме рис. 5.4,а.

В частном случае, когда звено 1 в передачах на рис. 5.1,*a* и 5.4,*a* имеет кольцевую нарезку ( $\lambda_1 = 0$ ), формула (5.37) принимает вид:

$$\eta_{12} = \frac{\operatorname{tg} \theta \cos \alpha_{tm1} (\cos \gamma - f_a^0 \sin \theta)}{f_a^0 \cos \theta \cos \delta \cos (\alpha_{tm2} - \delta)}. \quad (5.38)$$

Аналогичный анализ работы передач по схемам рис. 5.2,*a*, 5.3,*a*, 5.5,*a* и 5.6,*a* показывает, что их КПД прямого хода определяются по зависимостям, аналогичным (5.37):

– передачи по схемам рис. 5.2,*a* и 5.5,*a*:

$$\eta_{12} = \frac{\operatorname{tg} \theta \sin (\alpha_{tm2} - \alpha_{tm1}) (\cos \gamma - f_a^0 \sin \theta)}{\cos (\alpha_{tm2} - \delta) [\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} - f_{12}^0 \cos \theta \sin (\alpha_{tm1} - \delta)]}. \quad (5.39)$$

В частном случае, когда звено 2 имеет кольцевую нарезку ( $\lambda_2 = 0$ ), формула (5.39) принимает вид (3.25). В этом случае передача уже не относится к числу фрикционных передач.

В передачах по схемам рис. 5.3,*a* и 5.6,*a* КПД прямого хода определяется так:

$$\eta_{12} = \frac{\operatorname{tg} \theta \sin (\alpha_{tm1} + \alpha_{tm2}) (\cos \gamma - f_a^0 \sin \theta)}{\cos (\alpha_{tm2} - \delta) [\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} + f_{12}^0 \cos \theta \sin (\alpha_{tm1} + \delta)]}. \quad (5.40)$$

Из формул (5.37) – (5.40) следует, что для всех передач по схемам рис. 5.1,*a* – 5.6,*a* для обеспечения работоспособности в тяговом режиме прямого хода, кроме выполнения условия (5.1), требуется выполнение условия:

$$f_a^0 \sin \theta < \cos \gamma. \quad (5.41)$$

Однако это условие не выполняется только при очень больших углах профилей, лежащих за пределами обычно используемого диапазона этих углов, поэтому практически оно не накладывает никаких ограничений на выбор параметров реальных передач.

Таким образом, при выполнении условия (5.1) возможность работоспособности в тяговом режиме прямого хода требует проверки только в передачах по схемам рис. 5.2,*a* и 5.6,*a*, если  $\delta < \alpha_{tm1}$ . В этом случае требуется выполнение дополнительного условия:

$$f_{12}^0 \cos \theta \sin (\alpha_{tm1} - \delta) < \sin \gamma \cos \alpha_{tm1}. \quad (5.42)$$

### 5.6. КПД обратного хода. Условия самоторможения

КПД обратного хода  $\eta_{21}$  для передач по схемам рис. 5.1,а – 5.6,а определяется по формуле:

$$\eta_{21} = -\frac{M_1 \omega_1}{F_2 v_2}. \quad (5.43)$$

Схемы нагрузок на звенья рассматриваемых передач в тяговом режиме обратного хода в торцевой плоскости показаны на рис. 5.1,в – 5.6,в. Что же касается осевых усилий, то они отличаются от усилий при прямом ходе на рис. 5.1,б– 5.6,б только противоположными направлениями осевых составляющих  $F_{aT12}$  и  $F_{aT21}$  сил трения  $F_{T12}$  и  $F_{T21}$ .

Уравнения равновесия звеньев в передачах по схемам рис. 5.1,а и 5.4,а при обратном ходе имеют вид:

– звено 2:

$$F_2 = F_{n21} \cos \gamma + F_{aT21}, \quad (5.44)$$

– звено 1:

$$M_1 = r_{b1} \left[ F_{iT12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} + |\delta|)}{\cos \alpha_{tm1}} - F_{m12} \right], \quad (5.45)$$

или, с учётом значений  $F_{aT21}$ ,  $F_{iT12}$  и  $F_{m12}$ :

$$F_2 = F_{n21} (\cos \gamma + f_a^0 \sin \theta); \quad (5.46)$$

$$M_1 = F_{n12} r_{b1} \left[ f_{12}^0 \cos \theta \frac{\sin(\alpha_{tm1} + |\delta|)}{\cos \alpha_{tm1}} - \sin \gamma \right]. \quad (5.47)$$

Подстановка значений  $F_2$  из (5.46) и  $M_1$  из (5.47), а также значения передаточной функции  $\omega_1/v_2$  из (5.24) в формулу (5.43) даёт следующее выражение для определения КПД обратного хода  $\eta_{21}$  передач по схемам рис. 5.1,а и 5.4,а:

$$\eta_{21} = \frac{\cos(\alpha_{tm2} + |\delta|) [f_{12}^0 \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} + |\delta|) - \sin \gamma \cos \alpha_{tm1}]}{\operatorname{tg} \theta \sin(\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2}) (\cos \gamma + f_a^0 \sin \theta)}. \quad (5.48)$$

В частном случае, когда звено 1 имеет кольцевую нарезку ( $\lambda_1 = 0$ ), формула (5.48) принимает вид:

$$\eta_{21} = \frac{f_{12}^0 \cos \theta \cos |\delta| \cos(\alpha_{tm2} + |\delta|)}{\operatorname{tg} \theta \cos \alpha_{tm2} (\cos \gamma + f_a^0 \sin \theta)}. \quad (5.49)$$

Аналогично могут быть получены формулы для определения КПД обратного хода передач по схемам рис. 5.2,*a*, 5.3,*a*, 5.5,*a* и 5.6,*a*:

– передачи по схемам рис. 5.2,*a* и 5.5,*a*:

$$\eta_{21} = \frac{\cos(\alpha_{tm2} + |\delta|) [\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} - f_{12}^0 \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta \sin(\alpha_{tm2} - \alpha_{tm1}) (\cos \gamma + f_a^0 \sin \theta)}. \quad (5.50)$$

В частном случае, когда звено 2 в передачах на рис. 5.2,*a* и 5.5,*a* имеет кольцевую нарезку ( $\lambda_2 = 0$ ), формула (5.50) принимает вид (3.30).

В передачах по схемам рис. 5.3,*a* и 5.6,*a* КПД обратного хода определяется так:

$$\eta_{21} = \frac{\cos(\alpha_{tm2} + |\delta|) [\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} + f_{12}^0 \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} - |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta \sin(\alpha_{tm1} + \alpha_{tm2}) (\cos \gamma + f_a^0 \sin \theta)}. \quad (5.51)$$

Из формул (5.48) и (5.49) следует, что передачи по схемам рис. 5.1,*a* и 5.4,*a* не могут быть самотормозящимися, поскольку условие

$$\sin \gamma \cos \alpha_{tm1} > f_{12}^0 \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} + |\delta|). \quad (5.52)$$

не может быть выполнено, если выполнено условие (5.5).

Что касается передач по схемам рис. 5.2,*a*, 5.3,*a*, 5.5,*a* и 5.6,*a*, то, как показывает анализ формул (5.49) и (5.51), они могут быть самотормозящимися, если выполняются следующие условия:

– для передач по схемам рис. 5.2,*a* и 5.5,*a*:

$$f_{12}^0 \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} + |\delta|) > \sin \gamma \cos \alpha_{tm1}, \quad (5.53)$$

– для передач по схемам рис. 5.3,*a* и 5.6,*a* при  $|\delta| > \alpha_{tm1}$ :

$$f_{12}^0 \cos \theta \sin(|\delta| - \alpha_{tm1}) > \sin \gamma \cos \alpha_{tm1}. \quad (5.54)$$

Практически условия (5.53) и (5.54) могут быть выполнены только при малых углах профилей винтовой (или круговой) нарезки.

### 5.7. Усилия в зацеплении

В тяговом режиме прямого хода нормальные усилия в зацеплениях передач по схемам рис. 5.1,*a* и 5.4,*a* в соответствии с уравнением (5.35) равны:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{r_{b1} [f_{12}^0 \cos \theta (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m1} - \sin \delta) - \sin \gamma]}. \quad (5.55)$$

Аналогично определяются эти усилия для передач по схемам рис. 5.2,*a* и 5.5,*a*:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{r_{b1} [\sin \gamma - f_{12}^0 \cos \theta (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m1} - \sin \delta)]}, \quad (5.56)$$

а также для передач по схемам рис. 5.3,*a* и 5.6,*a*:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{r_{b1} [\sin \gamma + f_{12}^0 \cos \theta (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m1} + \sin \delta)]}. \quad (5.57)$$

Для всех этих передач нормальные усилия в соответствии с уравнением (5.36) могут также быть определены по формуле:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_2}{\cos \gamma - f_a^0 \sin \theta}. \quad (5.58)$$

В тяговом режиме обратного хода для всех передач по схемам рис. 5.1,*a* – 5.6,*a* нормальные усилия в соответствии с уравнением (5.46) определяются так:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_2}{\cos \gamma + f_a^0 \sin \theta}. \quad (5.59)$$

Из схем на рис. 5.1 – 5.6 радиальные и окружные усилия определяются так:

$$F_{r12} = F_{n12} [\sin \gamma \sin \alpha_{m1} + f_{12} \cos \theta \cos(\alpha_{m1} - \delta)]; \quad (5.60)$$

$$F_{\tau12} = F_{n12} [\sin \gamma \cos \alpha_{m1} - f_{12} \cos \theta \sin(\alpha_{m1} - \delta)]; \quad (5.61)$$

$$F_{r21} = F_{n21} [\sin \gamma \sin \alpha_{m2} + f_{12} \cos \theta \cos(\alpha_{m2} - \delta)]; \quad (5.62)$$

$$F_{\tau21} = F_{n21} [\sin \gamma \cos \alpha_{m2} - f_{12} \cos \theta \sin(\alpha_{m2} - \delta)]. \quad (5.63)$$

В формулах (5.60) – (5.63) значения угла  $\delta$  при обратном ходе принимаются со знаком « $\leftarrow$ ».

## МНОГОЗВЕННЫЕ ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

### 6.1. Модификации трёхзвенных передач

К многозвенным фрикционным ЗВП, также, как в известных зубчатых механизмах, относятся такие передачи, которые получены на основе простых трёхзвенных передач путём увеличения числа их звеньев.

Чаще всего применение многозвенных передач связано с необходимостью повышения нагрузочной способности, что достигается за счёт увеличения числа параллельных зацеплений, участвующих в передаче полезной нагрузки. Кроме этого, в большинстве случаев требуется, чтобы выходное звено, в отличие от передач на рис. 5.1 – 5.6, имело только поступательное движение. Применение многозвенных передач позволяет также существенно расширить диапазон возможных значений передаточной функции.

Также как зубчатые передачи, многозвенные зубчато-винтовые передачи подразделяются на два основных вида: передачи с неподвижными осями звеньев и планетарные, оси отдельных звеньев которых перемещаются относительно основания передачи.

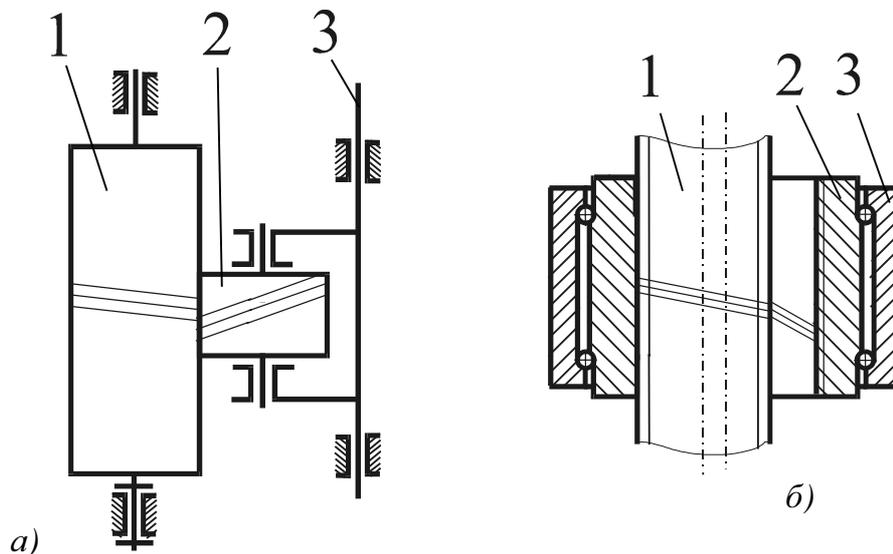


Рис. 6.1. Четырёхзвенные фрикционные передачи:  
а – с внешним зацеплением; б – с внутренним зацеплением

На рис. 6.1,а и 6.1,б показаны схемы четырёхзвенных ЗВП, полученных на основе трёхзвенных передач по схемам рис. 5.1,а и 5.4,а путём присоединения дополнительного звена 3, которое яв-

ляется выходным и которое, в отличие от выходного звена 2 исходных схем, движется только поступательно. Аналогичные четырёхзвенные передачи могут быть получены на основе других трёхзвенных фрикционных передач.

В передаче на рис. 6.2,а и 6.2,б при ведущем звене 1 выходное звено 3 также движется только поступательно. При этом одновременно обеспечено повышение нагрузочной способности передачи за счёт того, что полезная нагрузка от входного звена 1 к выходному 3 передаётся параллельно через несколько винтовых роликов 2. Однако работоспособность таких передач возможна только при синхронизации вращения всех роликов 2, что может быть достигнуто, например, как в передаче на рис. 4.3 – путём нанесения на вершинах витков по концам роликов прямозубой нарезки, входя-

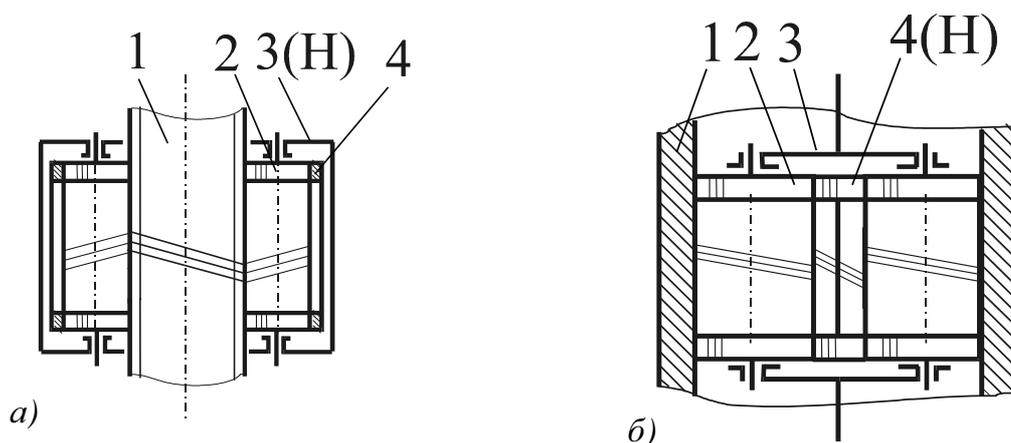


Рис. 6.2. Фрикционные передачи с параллельными роликами:  
а – с внешним зацеплением; б – с внутренним зацеплением

щей в зацепление с общим прямозубым колесом 4.

Передачи на рис. 6.2 могут быть использованы не только для преобразования вращательного движения звена 1 в поступательное звена 3, но и для преобразования вращательного движения звена 3 в поступательное движение звена 1. В этом случае передача становится планетарной, а звено 3 выполняет функцию водила  $H$ .

Очевидно, что передаточная функция  $v_3/\omega_1$  для передач на рис. 6.1 может быть определена по тем же формулам, что и для передач по схемам рис. 5.1,а – 5.6,а в зависимости от вида зацепления (внешнее или внутреннее) и от соотношения углов подъёма  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и направлений нарезки звеньев 1 и 2.

Это же в полной мере относится и к передачам на рис. 6.2 при входном звене 1.

Когда в этой передаче входным становится водило  $H$ , а выходным – звено 1, передаточная функция  $v_1/\omega_H$  может быть определена из рассмотрения работы передачи в системе координат, связанной с водилом  $H$ . Относительно этой системы оси всех звеньев и само водило неподвижны, а звено 1 вращается со скоростью, равной скорости  $\omega_H$  водила. Таким образом, в системе координат, связанной с водилом, звенья передачи имеют точно такие же скорости, как при движении в неподвижной системе координат при входном звене 1, вращающемся со скоростью  $\omega_H$  водила. Следовательно, передаточная функция  $v_1/\omega_H$  планетарных передач на рис. 6.2 при преобразовании вращательного движения водила  $H$  (звена 3) в поступательное движение звена 1 равна передаточной функции  $v_3/\omega_1$  той же передачи с неподвижными осями при преобразовании вращения звена 1 в поступательное движение звена 3.

Для всех передач на рис. 6.1 и 6.2 передаточная функция одинакова, причем для передач на рис. 6.2 независимо от того, какое звено – 1 или 3 – будет входным. Например, при соотношении углов  $\lambda_1 < \lambda_2$  эта передаточная функция при прямом ходе определяется по формуле, соответствующей передачам на рис. 5.1,а и 5.4,а:

$$\frac{v_3}{\omega_1} = \frac{v_1}{\omega_H} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\alpha_{tm2} - \delta)}. \quad (6.1)$$

Без учёта потерь на трение в опорах звена 3 в передачах на рис. 6.1 и потерь в прямозубых зацеплениях, синхронизирующих вращение роликов 2 в передачах на рис. 6.2, КПД прямого и обратного хода для этих передач может быть определён, как и передаточные функции, по формулам, полученным выше для трёхзвенных фрикционных передач с аналогичными зацеплениями.

Например, КПД прямого хода передач на рис. 6.1 и 6.2, для которых приведена формула (6.1) для определения передаточной функции, может быть определён по формуле (5.37), полученной для передач по схемам рис. 5.1,а и 5.4,а:

$$\eta_{13} = \eta_{H1} = \frac{\operatorname{tg} \theta \sin(\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2}) (\cos \gamma - f_a^0 \sin \theta)}{\cos(\alpha_{tm2} - \delta) [f_{12}^0 \cos \theta \sin(\alpha_{tm1} - \delta) - \sin \gamma \cos \alpha_{tm1}]}. \quad (6.2)$$

Для определения усилий в зацеплениях модификаций трёхзвенных передач на рис. 6.1 и 6.2 могут быть непосредственно использованы формулы (5.68) – (5.76).

## 6.2. Фрикционные роliko-винтовые планетарные передачи

### 6.2.1. Устройство и разновидности

Существенным недостатком модификаций трёхзвенных фрикционных передач на рис. 6.2 является то, что основные осевые нагрузки передаются через опоры роликов. Этого недостатка лишены фрикционные роliko-винтовые планетарные передачи, разновидности которых показаны на рис. 6.3 и 6.4 [5]. Эти передачи, также роliko-винтовые передачи винт-гайка на рис. 6.3, содержат винт 1, гайку 2 и установленные в сепараторе резьбовые ролики 3, расположенные между винтом и гайкой. Для предотвращения произвольного осевого перемещения роликов также используется дополнительное прямозубое зацепление. Отличие заключается в том, что числа заходов винта и гайки могут иметь любые несовпадающие значения. Кроме этого, возможны варианты, когда с одинаковыми углами подъёма винтовой нарезки выполнено не зацепление ролика с гайкой, а зацепление ролика с винтом. В этом случае нарезки имеют противоположные направления, и, чтобы исключить возможность осевого перемещения роликов относительно винта, прямозубая нарезка на их концах входит в зацепление с прямозубыми венцами, закреплёнными на винте. Во втором же внеполносном зацеплении роликов с сопряжённым звеном, где углы наклона витков различны, направления винтовых нарезок могут быть как одинаковыми, так и противоположными.

Ещё одна особенность фрикционных роliko-винтовых планетарных передач заключается в том, что их отдельные звенья вместо винтовой могут иметь кольцевую нарезку, т.е. нарезку с нулевым числом заходов. Это расширяет кинематические возможности этих передач и в ряде случаев позволяет упростить их конструкцию. Так, если ролики и одно из сопряжённых с ними звеньев выполнено с кольцевой нарезкой, то осевое перемещение роликов исключается без применения дополнительного зацепления.

Таким образом, возможны различные исполнения фрикционных роliko-винтовых передач, в зависимости от того, какое звено передачи является входным и какое выходным, какое звено имеет одинаковый с роликом угол подъёма винтовой нарезки и каково соотношение между углами подъёма и направлениями винтовых

нарезок роlikов в зацеплениях с винтом и гайкой. Все эти возможные варианты исполнения перечислены в табл. 6.1. В этой таблице и  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  – углы подъема винтовых нарезок на средних диаметрах соответственно винта, роlikов и гайки.

Таблица 6.1

*Варианты исполнения фрикционных роliko-винтовых передач*

№ п/п	Входное звено	Выходное звено	Соотношение углов $\lambda_1$ , $\lambda_2$ и $\lambda_3$	Направления винтовых нарезок на винте и гайке
1	винт	гайка	$\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
2	винт	гайка	$\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
3	винт	гайка	$\lambda_1 \neq \lambda_2 = \lambda_3$	одинаковые
4	винт	винт	$\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
5	винт	винт	$\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
6	винт	винт	$\lambda_1 \neq \lambda_2 = \lambda_3$	одинаковые
7	гайка	винт	$\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
8	гайка	винт	$\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
9	гайка	винт	$\lambda_1 \neq \lambda_2 = \lambda_3$	одинаковые
10	гайка	гайка	$\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
11	гайка	гайка	$\lambda_1 < \lambda_2 = \lambda_3$	противоположные
12	гайка	гайка	$\lambda_1 \neq \lambda_2 = \lambda_3$	одинаковые
13	винт	гайка	$\lambda_1 = \lambda_2 < \lambda_3$	противоположные
14	винт	гайка	$\lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3$	противоположные
15	винт	гайка	$\lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$	одинаковые
16	винт	винт	$\lambda_1 = \lambda_2 < \lambda_3$	противоположные
17	винт	винт	$\lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3$	противоположные
18	винт	винт	$\lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$	одинаковые
19	гайка	винт	$\lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3$	противоположные
20	гайка	винт	$\lambda_1 = \lambda_2 < \lambda_3$	противоположные
21	гайка	винт	$\lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$	одинаковые
22	гайка	гайка	$\lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3$	противоположные
23	гайка	гайка	$\lambda_1 = \lambda_2 < \lambda_3$	противоположные
24	гайка	гайка	$\lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$	одинаковые

Номера, которыми обозначены в настоящей главе различные варианты фрикционных роliko-винтовых планетарных передач, соответствуют их порядковым номерам в табл. 6.1.

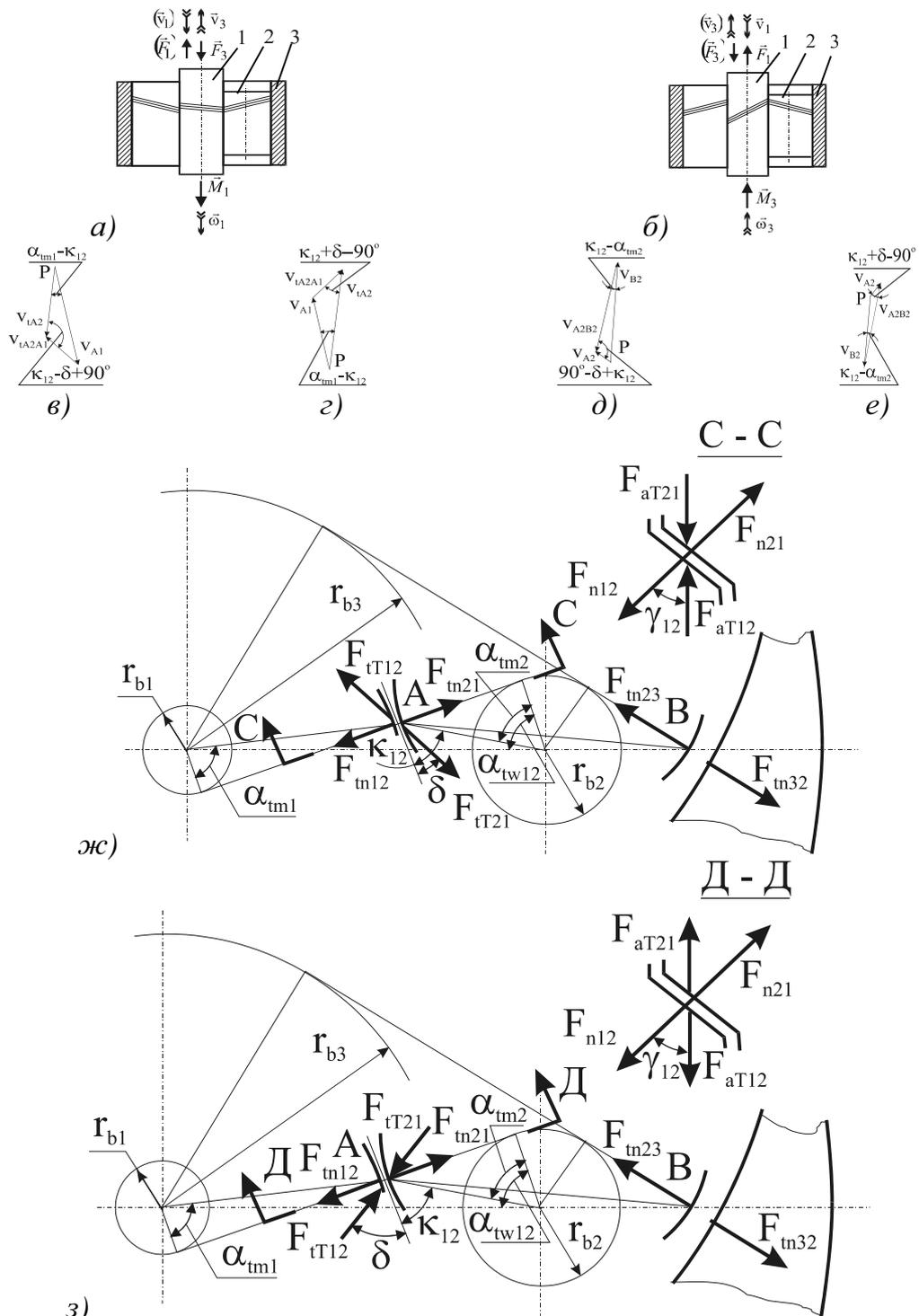


Рис. 6.3. Фрикционные роliko-винтовые передачи с внеполюсным зацеплением винта и роликов: а – входной винт; б – входная гайка; в, г – планы торцовых скоростей при прямом и обратном ходе для схемы на рис. 6.3,а; д, е – планы торцовых скоростей при прямом и обратном ходе для схемы на рис. 6.3,б; ж, з – схемы торцовых усилий в тяговом режиме прямого и обратного хода

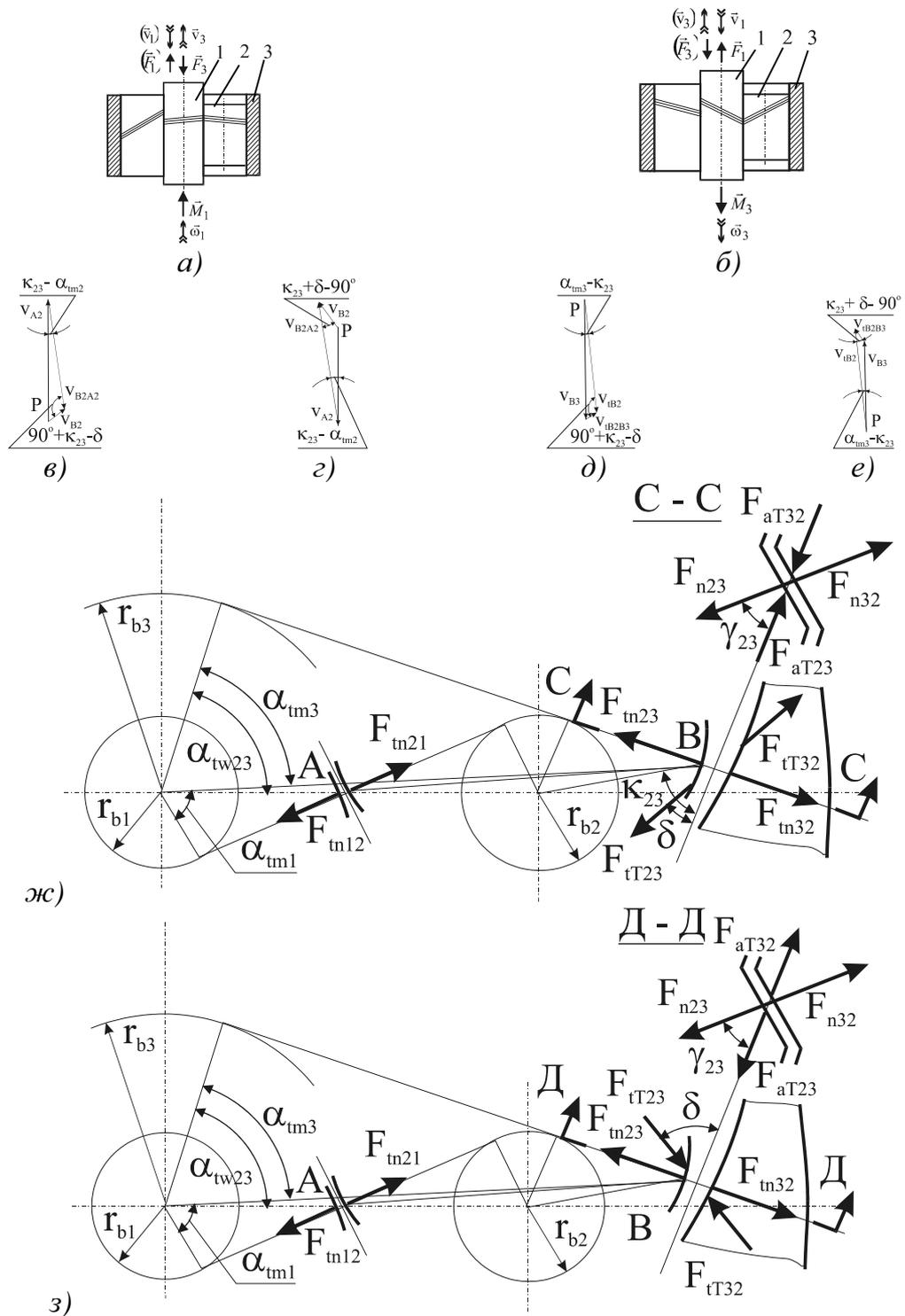


Рис. 6.4. Фрикционные роliko-винтовые передачи с внеполюсным зацеплением роlikов и гайки: а – входной винт; б – входная гайка; в, г – планы торцовых скоростей при прямом и обратном ходе для схемы на рис. 6.4,а; д, е – планы торцовых скоростей при прямом и обратном ходе для схемы на рис. 6.4,б; ж, з – схемы торцовых усилий в тяговом режиме прямого и обратного хода

### 6.2.2. Условия достаточности сцепления

Определённость движения выходного звена во фрикционных роliko-винтовых передачах возможна только при наличии достаточных дополнительных связей в зацеплениях роликов с винтом и гайкой. Такими связями в зацеплениях винта и роликов в передачах № 1–12 табл. 6.1 являются, как и в рассмотренных выше трёхзвенных передачах, фрикционные связи, а в зацеплениях роликов и гайки дополнительные прямозубые зацепления. В передачах с номерами от 13 до 24, наоборот, дополнительными связями в зацеплениях винта и роликов служат прямозубые зацепления, а в зацеплениях роликов и гайки – фрикционные связи.

Условие достаточности фрикционного сцепления в зацеплении винта и роликов определим сначала для передачи № 1, схема которой показана на рис. 6.3,а, а усилия, действующие на звенья в торцовом сечении – на рис. 6.3,ж, где отклонение  $\delta$  проекций сил трения  $F_{iT12}$  и  $F_{iT21}$  в зацеплении винта и ролика определяется в той же системе координат, что и для передачи на рис. 5.1,а.

Так же, как и в передаче на рис. 5.1,а, при указанном на рис. 6.3,а направлении вращения входного звена 1, движение выходного звена 3 вверх в тяговом режиме возможно только при положительных значениях угла  $\delta$ . Следовательно, сцепление в зацеплении винта и роликов будет достаточным при условии

$$F_{iT21} l_{AB} \sin \kappa_{12} > F_{m21} l_{AB} \cos \kappa_{12}, \quad (6.3)$$

где  $l_{AB}$  – расстояние между точками контакта ролика с винтом и гайкой;  $\kappa_{12}$  – угол между линией, соединяющей точки контакта ролика с винтом и гайкой, и линией пересечения касательной и торцовой плоскостей в точке контакта ролика с винтом

$$\kappa_{12} = \frac{\alpha_{tw12} + \alpha_{tm2}}{2}, \quad (6.4)$$

где  $\alpha_{tw12}$  – торцовый угол зацепления винта и ролика.

С учётом того, что при  $\delta = 0$  сила трения  $F_{T21}$  лежит в касательной плоскости, т.е.

$$F_{iT21} = F_{T21} = f_{21}^0 F_{n21}, \quad (6.5)$$

выражение (6.3) можно представить в виде:

$$f_{21}^0 \operatorname{tg} \kappa_{12} > \sin \gamma_{12}, \quad (6.6)$$

которое и является условием достаточности сцепления в зацеплении винта и роликов.

Анализ других передач показывает, что условие (6.6) справедливо для всех передач в табл. 6.1 с номерами от 1 до 12. Для передач с номерами от 13 до 24 условие достаточности сцепления в зацеплении роликов и гайки имеет вид:

$$f_{23}^0 \operatorname{tg} \kappa_{23} > \sin \gamma_{23}, \quad (6.7)$$

где

$$\kappa_{23} = \frac{\alpha_{rw23} + \alpha_{m2}}{2}; \quad (6.8)$$

В условии (6.8) угол  $\alpha_{rw23}$  – торцовый угол зацепления роликов и гайки, а  $\gamma_{23}$  – угол отклонения нормали в точках приложения усилий  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$  от оси вращения ролика.

Анализ работы передач при обратном ходе показывает, что условия достаточности сцепления также определяются выражениями (6.6) и (6.7).

Учитывая, что эквивалентные коэффициенты трения  $f_{21}^0$  и  $f_{23}^0$  при прямом и при обратном ходе могут отличаться друг от друга, в условиях (6.6) и (6.7) принимаются наименьшие их значения.

### 6.2.3. Определение направления торцовой проекции силы трения во внеполюсных винтовых зацеплениях

В качестве примера определим направление силы трения в винтовом зацеплении винта и роликов при работе в тяговом режиме прямого хода передачи с номером 1 в табл. 6.1 (рис. 6.3,а). Уравнение равновесия ролика относительно точки контакта  $B$  с гайкой в соответствии со схемой усилий, действующих на звенья передачи в торцовом сечении (рис. 6.3,ж), имеет вид [6]:

$$F_{m21} l_{AB} \cos \kappa_{12} = F_{tT21} l_{AB} \sin(\kappa_{12} - \delta), \quad (6.9)$$

или, после подстановки значений  $F_{m21}$  из (4.46) и  $F_{tT21}$  из (4.48):

$$\sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12} = f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \delta). \quad (6.10)$$

После преобразований это уравнение можно записать так:

$$A \sqrt{\cos^2 \gamma_{12} + \operatorname{tg}^2 \delta} = \operatorname{tg} \kappa_{12} - \operatorname{tg} \delta, \quad (6.11)$$

где коэффициент  $A$  определяется из (5.9).

Решение уравнения (6.11) даёт следующее значение угла  $\delta$ , определяющее положение проекций сил трения  $F_{tT12}$  и  $F_{tT21}$  в тор-

цовой плоскости при работе передачи в тяговом режиме прямого хода:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{A^2 - 1} \left[ A \sqrt{\operatorname{tg}^2 \kappa_{12} - (A^2 - 1) \cos \gamma_{12}} - \operatorname{tg} \kappa_{12} \right]. \quad (6.12)$$

Аналогично может быть найдена зависимость для определения значения угла  $\delta$  при работе передачи в режиме обратного хода. Схема торцовых усилий, действующих на звенья передачи в этом режиме,

показана на рис. 6.3,з. Уравнение равновесия ролика 2 относительно точки  $B$  его контакта с гайкой в соответствии с этой схемой имеет вид:

$$F_{m21} l_{AB} \cos \kappa_{12} = F_{iT21} l_{AB} \sin(\kappa_{12} + \delta), \quad (6.13)$$

или

$$\cos \kappa_{12} = f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\kappa_{12} + \delta). \quad (6.14)$$

После преобразований уравнения (6.14) получим:

$$A \sqrt{\cos^2 \gamma_{12} + \operatorname{tg}^2 \delta} = \operatorname{tg} \kappa_{12} + \operatorname{tg} \delta. \quad (6.15)$$

В соответствии с этим уравнением угол  $\delta$ , определяющий положение проекций  $F_{iT12}$  и  $F_{iT21}$ , при обратном ходе может быть найден так:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{A^2 - 1} \left[ \operatorname{tg} \kappa_{12} - A \sqrt{\operatorname{tg}^2 \kappa_{12} - (A^2 - 1) \cos \gamma_{12}} \right]. \quad (6.16)$$

Анализ других передач, перечисленных в таблице 6.1, показывает, что формулы (6.12) и (6.16) могут быть использованы для всех передач с номерами от 1 до 12 включительно.

Для передач с номерами от 13 до 24 формулы для определения угла  $\delta$  имеют аналогичный вид:

при прямом ходе

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{A^2 - 1} \left[ A \sqrt{\operatorname{tg}^2 \kappa_{23} - (A^2 - 1) \cos \gamma_{23}} - \operatorname{tg} \kappa_{23} \right]; \quad (6.17)$$

при обратном ходе

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{A^2 - 1} \left[ \operatorname{tg} \kappa_{23} - A \sqrt{\operatorname{tg}^2 \kappa_{23} - (A^2 - 1) \cos \gamma_{23}} \right]. \quad (6.18)$$

### 6.2.4. Передаточные функции [6]

#### Передачи № 1 – 6 (табл. 6.1)

Под номерами 1 – 6 в табл. 6.1 перечислены передачи с входным винтом и одинаковыми углами подъёма винтовой нарезки на роliках и гайке.

На рис. 6.3,а показана схема передачи с номером 1 и направления скоростей и внешних нагрузок на входное и выходное звенья. Для этой же передачи на рис. 6.3.в построен план торцовых проекций скоростей винта 1 и роliка 2 в точке  $A$  приложения нормальных усилий  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  при работе в режиме прямого хода. План скоростей построен в соответствии с уравнением:

$$\mathbf{v}_{tA2} = \mathbf{v}_{A1} + \mathbf{v}_{tA2A1}, \quad (6.19)$$

где  $\mathbf{v}_{A1}$  – скорость точки  $A$  винта 1;  $\mathbf{v}_{tA2}$  – торцовая проекция скорости точки  $A$  роliка 2;  $\mathbf{v}_{tA2A1}$  – торцовая проекция скорости точки  $A$  роliка относительно точки  $A$  винта.

В соответствии с планом скоростей на рис. 6.3,в торцовая проекция скорости точки  $A$  роliка относительно точки  $A$  винта может быть выражена через скорость  $\mathbf{v}_{A1}$  точки  $A$  винта:

$$\mathbf{v}_{tA2A1} = \mathbf{v}_{A1} \frac{\sin(\alpha_{m1} - \kappa_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta)}, \quad (6.20)$$

где

$$\mathbf{v}_{A1} = \omega_1 r_{m1} = \omega_1 \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_{m1}}. \quad (6.21)$$

Скорость осевого перемещения гайки  $\mathbf{v}_3$  равна скорости осевого перемещения роliков  $\mathbf{v}_2$ , которая связана со скоростью  $\mathbf{v}_{tA2A1}$  соотношением:

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_{tA2A1} \operatorname{tg} \theta_{12} = \mathbf{v}_3. \quad (6.22)$$

Подставив значения  $\mathbf{v}_{A1}$  из (6.21) и  $\mathbf{v}_{tA2A1}$  из (6.22) в уравнение (6.20), получим следующее выражение для определения передаточной функции  $\mathbf{v}_3/\omega_1$  передачи № 1 на рис. 6.3,а при работе в тяговом режиме прямого хода:

$$\frac{\mathbf{v}_3}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{m1} - \kappa_{12})}{\cos \alpha_{m1} \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.23)$$

Передаточные функции для передач с номерами 2 и 3 в табл. 6.1 определяются из аналогичных соотношений и имеют аналогичный вид:

передача № 2

$$\frac{v_3}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm1})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} - \delta)}; \quad (6.24)$$

передача № 3

$$\frac{v_3}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} + \kappa_{12})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.25)$$

Передача № 4 может быть получена из передачи № 1, если в последней гайку закрепить неподвижно, а винту предоставить возможность не только вращательного движения, но и поступательного вдоль его оси. Очевидно, что при неизменной скорости вращения винта скорость его поступательного движения в передаче № 4 будет равной скорости перемещения гайки в передаче № 1. Изменится только направление движения. Таким образом, чтобы схему передачи № 1 на рис. 6.3,а превратить в схему передачи № 4, достаточно скорость  $v_3$  и усилие  $F_3$ , приложенные к гайке, заменить имеющими противоположные направления скоростью  $v_1$  и усилием  $F_1$ , приложенными к винту (на рис. 6.3,а обозначения  $v_1$  и  $F_1$  приведены в скобках). Схемы торцовых усилий в зацеплениях на рис. 6.3,ж и 6.3,з в передаче № 4 остаются неизменными. Аналогично можно получить передачи с номерами 5 и 6 соответственно из передач № 2 и № 3.

Из изложенного следует, что значения передаточных функций передач с номерами от 4 до 6 не отличаются от соответствующих передаточных функций передач с номерами от 1 до 3:

передача № 4

$$\frac{v_1}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} - \kappa_{12})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.26)$$

передача № 5

$$\frac{v_1}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm1})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} - \delta)}; \quad (6.27)$$

передача № 6

$$\frac{v_1}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} + \kappa_{12})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.28)$$

Передаточная функция  $\omega_1/v_3$  передачи № 1 при обратном ходе, определяемая планом скоростей на рис. 6.3,з, имеет вид:

$$\frac{\omega_1}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} - \kappa_{12})}. \quad (6.29)$$

Для передач 2 – 6 получены следующие зависимости для определения передаточных функций при обратном ходе:

передача № 2

$$\frac{\omega_1}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm1})}; \quad (6.30)$$

передача № 3

$$\frac{\omega_1}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} + \kappa_{12})}; \quad (6.31)$$

передача № 4

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} - \kappa_{12})}; \quad (6.32)$$

передача № 5

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm1})}; \quad (6.33)$$

передача № 6

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{tm1} + \kappa_{12})}. \quad (6.34)$$

### Передачи № 7 – 12

Под номерами 7 – 12 в табл. 6.1 перечислены передачи с входной гайкой и одинаковыми углами подъема винтовой нарезки на роliках и гайке.

На рис. 6.3,б представлена схема передачи № 7 и направления скоростей и внешних нагрузок на входную гайку 3 и выходной винт 1. Для этой же передачи на рис. 6.3,д показан план скоростей роliка 2 в точках контакта  $A$  и  $B$  с винтом и гайкой для режима прямого хода. План скоростей построен на основе уравнения:

$$\mathbf{v}_{A2} = \mathbf{v}_{B2} + \mathbf{v}_{A2B2}, \quad (6.35)$$

где  $\mathbf{v}_{A2}$  – скорость точки  $A$  роliка 2;  $\mathbf{v}_{B2}$  – скорость точки  $B$  роliка 2;  $\mathbf{v}_{A2B2}$  – скорость точки  $A$  роliка относительно точки  $B$ .

В соответствии с планом скоростей на рис. 6.3,д скорость точки  $A$   $v_{A2}$  ролика может быть выражена через скорость  $v_{B2}$  точки  $B$ :

$$v_{A2} = v_{B2} \frac{\sin(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.36)$$

Скорость  $v_{B2}$  точки  $B$  ролика, в свою очередь, может быть выражена через скорость  $v_{B3}$  гайки и её угловую скорость  $\omega_3$ :

$$v_{B2} = v_{B3} = \omega_3 r_{m3} = \omega_3 \frac{r_{b3}}{\cos \alpha_{m3}}. \quad (6.37)$$

Учитывая, что торцовая проекция  $v_{tA1}$  скорости  $v_{A1}$  точки  $A$  винта равна скорости  $v_{A2}$  точки  $A$  ролика, скорость  $v_1$  осевого перемещения винта может быть определена так:

$$v_1 = v_{A1} \operatorname{tg} \theta_{12} = v_{A2} \operatorname{tg} \theta_{12} = v_{A2} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta. \quad (6.38)$$

Подставив значения  $v_{B2}$  из (6.37) и  $v_{A2}$  из (6.38) в уравнение (6.36), получим следующее выражение для определения передаточной функции  $v_1/\omega_3$  передачи № 7 в тяговом режиме прямого хода:

$$\frac{v_1}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.39)$$

Аналогично могут быть получены и формулы для определения передаточных функций в передачах № 8 и № 9. При этом для передачи № 9 формула имеет тот же вид (6.39), что и для передачи № 7, а для передачи № 8 отличается только знаком:

$$\frac{v_1}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{12})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.40)$$

Передача № 10 отличается от передачи № 7 на рис. 6.3.б только тем, что гайка 3 в ней служит не только входным, но и выходным звеном, а винт 1 закреплён неподвижно. Таким образом, схеме на рис. 6.3,б можно считать схемой передачи № 10, если в ней скорость  $v_1$  и усилие  $F_1$  заменить на скорость  $v_3$  и усилие  $F_3$  с противоположными направлениями (на рис. 6.3,б обозначены в скобках). Схемы торцовых усилий на звенья передачи при прямом и обратном ходе на рис. 6.3,ж и 6.3,з остаются неизменными и для передачи № 10.

Поскольку скорость винта относительно гайки в передаче № 7 и осевая скорость гайки относительно винта в передаче № 10 при одинаковых параметрах передач и одинаковых входных скоростях

гайки будут одинаковы, передаточная функция  $v_3/\omega_1$  передачи № 10 может быть определена по той же формуле (6.39), что и для передачи № 7:

$$\frac{v_3}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.41)$$

Передачи № 11 и № 8, а также № 12 и № 9 имеют друг от друга отличия, аналогичные отличию передач № 10 и № 7. Поэтому для передачи № 11 передаточная функция соответствует правой части формулы (6.41):

$$\frac{v_3}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{12})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} - \delta)}, \quad (6.42)$$

а для передачи № 12 передаточная функция определяется по формуле (6.41).

План скоростей ролика 2 передачи № 7 при обратном ходе представлен на рис. 6.3,е. Передаточная функция  $\omega_3/v_1$  передачи, полученная на основе этого плана, имеет такое значение:

$$\frac{\omega_3}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}, \quad (6.43)$$

Эта же формула может быть использована для определения передаточной функции передачи № 9 при обратном ходе, а для передач № 8, 10, 11 и 12 эти передаточные функции имеют вид:

передача № 8

$$\frac{\omega_3}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{12})}; \quad (6.44)$$

передачи № 10 и № 12

$$\frac{\omega_3}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}; \quad (6.45)$$

передача № 11

$$\frac{\omega_3}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{12})}. \quad (6.46)$$

### Передачи № 13 – 18

Под номерами 13 – 18 в табл. 6.1 перечислены передачи с входным винтом и одинаковыми углами подъёма винтовой нарезки на винте и роликах.

На рис. 6.4,а показана схема передачи № 13 и направления скоростей и нагрузок на входной винт 1 и выходную гайку 3. Для этой же передачи на рис. 6.4,в показан план скоростей ролика 2 в точках контакта  $A$  и  $B$  с винтом и гайкой для тягового режима прямого хода. План скоростей построен по уравнению

$$\mathbf{v}_{B2} = \mathbf{v}_{A2} + \mathbf{v}_{B2A2}, \quad (6.47)$$

где  $\mathbf{v}_{A2}$  – скорость точки  $A$  ролика;  $\mathbf{v}_{B2}$  – скорость точки  $B$  ролика;  $\mathbf{v}_{B2A2}$  – скорость точки  $B$  ролика относительно точки  $A$ .

В соответствии с планом скоростей на рис. 6.4,в скорость точки  $B$  ролика  $v_{B2}$  может быть выражена через скорость  $v_{A2}$  точки  $A$ :

$$v_{B2} = v_{A2} \frac{\sin(\kappa_{23} - \alpha_{tm2})}{\cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.48)$$

Скорость  $v_{A2}$  точки  $A$  ролика, в свою очередь, может быть выражена через скорость  $v_{A1}$  винта и его угловую скорость  $\omega_1$ :

$$v_{A2} = v_{A1} = \omega_1 r_{m1} = \omega_1 \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_{tm1}}. \quad (6.49)$$

Учитывая, что торцовая проекция  $v_{iB3}$  скорости  $v_{B3}$  гайки равна скорости  $v_{B2}$  ролика, скорость  $v_3$  осевого перемещения гайки может быть определена так:

$$v_3 = v_{iB3} \operatorname{tg} \theta_{23} = v_{B2} \operatorname{tg} \theta_{23} = v_{B2} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta. \quad (6.50)$$

Подставив значения  $v_{A2}$  из (6.49) и  $v_{B2}$  из (6.50) в (6.48), получим следующее выражение для определения передаточной функции  $v_3/\omega_1$  передачи № 13 в тяговом режиме прямого хода:

$$\frac{v_3}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{tm2})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.51)$$

Аналогичный анализ передач № 14 и № 15 показывает, что формула (6.51) может быть использована также для определения передаточной функции передачи № 15, а для передачи № 14 передаточная функция определяется так:

$$\frac{v_3}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{tm2} - \kappa_{23})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.52)$$

Передачи № 16, 17 и 18 отличаются от передач № 13, 14 и 15 только тем, что выходным звеном в них служит не гайка, а винт (направления скорости  $v_1$  и внешнего усилия  $F_1$  в этом случае на рис. 6.4,а обозначены в скобках). Как уже отмечалось, значения передаточных функций при этом остаются неизменными:

передачи № 16 и № 18

$$\frac{v_1}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{tm2})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.53)$$

передача № 17

$$\frac{v_1}{\omega_1} = \frac{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{tm2} - \kappa_{23})}{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.54)$$

Передаточная функция  $\omega_1/v_3$  передачи № 13 при обратном ходе, полученная на основе плана скоростей этой передачи на рис. 6.4,з, имеет вид:

$$\frac{\omega_1}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{tm2})}, \quad (6.55)$$

Аналогично могут быть получены передаточные функции обратного хода передачи № 14 – 18:

передача № 14

$$\frac{\omega_1}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{tm2} - \kappa_{23})}; \quad (6.56)$$

передача № 15 – см. формулу (6.54);

передачи № 16 и № 18

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{tm2})}; \quad (6.57)$$

передача № 17

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{tm2} - \kappa_{23})}. \quad (6.58)$$

### Передачи № 19 – 24

Под номерами 19 – 24 в табл. 6.1 перечислены передачи с входной гайкой и одинаковыми углами подъема винтовой нарезки на винте и роликах.

На рис. 6.4,б показана схема передачи № 19 и направления скоростей и нагрузок на входную гайку 3 и выходной винт 1. Для этой же передачи на рис. 6.4,д показан план торцовых проекций скоростей ролика 2 и гайки 3 в точке В приложения нормальных усилий  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$  при работе в тяговом режиме прямого хода. План скоростей построен в соответствии с уравнением:

$$\mathbf{v}_{tB2} = \mathbf{v}_{B3} + \mathbf{v}_{tB2B3}, \quad (6.59)$$

где  $v_{tB2}$  – торцовая проекция скорости точки  $B$  ролика;  $v_{B3}$  – скорость точки  $B$  гайки;  $v_{tB2B3}$  – торцовая проекция скорости точки  $B$  ролика относительно точки  $B$  гайки.

В соответствии с планом скоростей на рис. 6.4,д торцовая проекция скорости точки  $B$  ролика относительно точки  $B$  гайки  $v_{tB2B3}$  может быть выражена через скорость  $v_{B3}$  точки  $B$  гайки:

$$v_{tB2B3} = v_{B3} \frac{\sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta)}, \quad (6.60)$$

где

$$v_{B3} = \omega_3 r_{m3} = \omega_3 \frac{r_{b3}}{\cos \alpha_{m3}}. \quad (6.61)$$

Скорость осевого перемещения винта  $v_1$  равна скорости  $v_2$  осевого перемещения роликов, которая связана со скоростью  $v_{tB2B3}$  соотношением:

$$v_2 = v_{tB2B3} \operatorname{tg} \theta_{23} = v_1. \quad (6.62)$$

Подставив значения  $v_{B3}$  из (6.61) и  $v_{tB2B3}$  из (6.62) в (6.60), получим выражение для определения передаточной функции  $v_1/\omega_3$  передачи № 19 на рис. 6.4,б для тягового режима прямого хода:

$$\frac{v_1}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.63)$$

Передаточные функции для передач № 20 и № 21 определяются из аналогичных соотношений и имеют аналогичный вид:

передача № 20

$$\frac{v_1}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m3})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} - \delta)}, \quad (6.64)$$

передача № 21

$$\frac{v_1}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{m3} + \kappa_{23})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.65)$$

Передачи с номерами 22, 23 и 24 отличаются соответственно от передач с номерами 19, 20 и 21 только тем, что выходным звеном в них является не винт, а гайка (на рис. 6.4,б направления скорости гайки  $v_3$  и внешнего усилия  $F_3$  в этом случае обозначены в скобках). Выше уже отмечалось, что при этом значения передаточных функций при этом остаются неизменными. Поэтому передаточные функции прямого хода передач № 22, 23 и 24 соответственно имеют те же значения, что и передач № 19, 20 и 21:

передача № 22

$$\frac{v_3}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\alpha_{m3} - \delta)}; \quad (6.66)$$

передача № 23

$$\frac{v_3}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m3})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\alpha_{m3} - \delta)}; \quad (6.67)$$

передача № 24

$$\frac{v_3}{\omega_3} = \frac{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{m3} + \kappa_{23})}{\cos \alpha_{m3} \cos(\alpha_{m3} - \delta)}. \quad (6.68)$$

Передаточная функция  $\omega_3/v_1$  передачи № 19, определённая с помощью плана скоростей на рис. 6.4,е, имеет вид:

$$\frac{\omega_3}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23})}. \quad (6.69)$$

Аналогично получены зависимости для определения передаточных функций при обратном ходе для передач 20 – 24:

передача № 20

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m3})}; \quad (6.70)$$

передача № 21

$$\frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} + \alpha_{m3})}; \quad (6.71)$$

передача № 22

$$\frac{\omega_3}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23})}; \quad (6.72)$$

передача № 23

$$\frac{\omega_3}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m3})}; \quad (6.73)$$

передача № 24

$$\frac{\omega_3}{v_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} \cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{b3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \sin(\kappa_{23} + \alpha_{m3})}. \quad (6.74)$$

### 6.2.5. КПД прямого хода [5]

В соответствии с уравнением (1.2) КПД прямого хода определяется так:

передачи с № от 1 до 3 и от 13 до 15

$$\eta_{13} = -\frac{F_3 v_3}{M_1 \omega_1}; \quad (6.75)$$

передачи с № от 4 до 6 и от 16 до 18

$$\eta_{11} = -\frac{F_1 v_1}{M_1 \omega_1}; \quad (6.76)$$

передачи с № от 7 до 9 и от 19 до 21

$$\eta_{31} = -\frac{F_1 v_1}{M_3 \omega_3}; \quad (6.77)$$

передачи с № от 10 до 12 и от 22 до 24

$$\eta_{33} = -\frac{F_3 v_3}{M_3 \omega_3}. \quad (6.78)$$

### Передача № 1

Для определения отношения  $F_3/M_1$  в передаче № 1 используем схему этой передачи на рис. 6.3,а, где указаны направления движущего момента  $M_1$  и усилия внешней нагрузки  $F_3$  при движении выходной гайки вверх, и схему на рис. 6.3,ж, где показаны возникающие усилия в зацеплениях роликов с винтом и гайкой. Приняв, что все действующие усилия в зацеплениях роликов с винтом и гайкой приведены к одному ролику, получаем уравнения равновесия винта в тяговом режиме прямого хода:

$$M_1 = r_{b1} \left[ F_{tT12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} - \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} - F_{m12} \right]; \quad (6.79)$$

$$F_1 = F_{n12} \cos \gamma_{12} - F_{aT12}, \quad (6.80)$$

где  $F_1$  – осевое усилие, передаваемое через ролики на винт со стороны гайки и равное  $F_3$ .

С учётом (5.32) – (5.34) уравнения (6.79) и (6.80) примут вид:

$$M_1 = F_{n12} r_{b1} \left[ f_{12}^0 \cos \theta_{12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} - \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} - \sin \gamma_{12} \right]; \quad (6.81)$$

$$F_1 = F_3 = F_{n12} (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12}). \quad (6.82)$$

Из уравнений (6.81) и (6.82) находим отношение  $F_3/M_1$ :

$$\frac{F_3}{M_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{r_{b1} [f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \delta) - \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1}]}. \quad (6.83)$$

Подставив значения  $F_3/M_1$  из (6.83) и  $v_3/\omega_1$  из (6.23) в уравнение (6.75), получим:

$$\eta_{13} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \kappa_{12})(\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \delta) - \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1}]}. \quad (6.84)$$

### Передача № 2

Усилия, действующие на винт в передаче № 2, полностью соответствуют усилиям, действующим на винт в передаче на рис. 5.2,а и показанным на схеме рис. 5.2,б. В соответствии с этой схемой уравнение равновесия винта в режиме прямого хода в передаче № 2 выглядит так:

$$M_1 = r_{b1} \left[ F_{m12} - F_{tT12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} - \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} \right], \quad (6.85)$$

или, после подстановки значений  $F_{m12}$  и  $F_{tT12}$ ,

$$M_1 = F_{n12} r_{b1} \left[ \sin \gamma_{12} - f_{12}^0 \cos \theta_{12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} - \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} \right]. \quad (6.86)$$

Уравнение равновесия осевых усилий на винт (6.80) для передачи № 1 справедливо и для передачи № 2. Из (6.82) и (6.86) находим отношение  $F_3/M_1$ :

$$\frac{F_3}{M_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{r_{b1} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} - f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \delta)]}. \quad (6.87)$$

Подставив значения  $F_3/M_1$  из (6.87) и  $v_3/\omega_1$  из (6.24) в уравнение (6.75), получим:

$$\eta_{13} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm1})(\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} - f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \delta)]}. \quad (6.88)$$

### Передача № 3

Усилия, действующие на винт в передаче № 3, полностью соответствуют усилиям, действующим на винт в передаче на рис. 5.3,а и представленным на схеме рис. 5.3,б. В соответствии с этой схемой уравнение равновесия винта в режиме прямого хода в передаче № 3 имеет вид:

$$M_1 = r_{b1} \left[ F_{m12} + F_{tT12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} + \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} \right], \quad (6.89)$$

или, после подстановки значений  $F_{m12}$  и  $F_{tT12}$ ,

$$M_1 = F_{n12} r_{b1} \left[ \sin \gamma_{12} + f_{12}^0 \cos \theta_{12} \frac{\sin(\alpha_{tm1} + \delta)}{\cos \alpha_{tm1}} \right]. \quad (6.90)$$

Уравнение равновесия осевых усилий на винт (6.82) для передачи № 1 справедливо и для передачи № 3. Таким образом, отношение  $F_3/M_1$  для этой передачи будет равно:

$$\frac{F_3}{M_1} = \frac{\cos \alpha_{tm1} (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{r_{b1} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} + f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} + \delta)]}. \quad (6.91)$$

Подставив значения  $F_3/M_1$  из (6.91) и  $v_3/\omega_1$  из (6.25) в уравнение (6.75), получим:

$$\eta_{13} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} + \alpha_{tm1}) (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} + f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} + \delta)]}. \quad (6.92)$$

#### Передачи № 4, 5 и 6

Работа передач № 4, 5 и 6 в тяговом режиме прямого хода отличается от работы передач № 1, 2 и 3 только тем, что внешняя нагрузка передаётся на винт не через ролики, а непосредственно. Поэтому уравнения равновесия винта для передач № 1 и 4, № 2 и 5, № 3 и 6 остаются неизменными, а, следовательно, неизменными остаются и отношения  $F_1/M_1$ . Поскольку передаточные функции  $v_1/\omega_1$  передач № 4, 5 и 6 также не отличаются от соответствующих передаточных функций передач № 1, 2 и 3, одинаковыми будут и значения КПД прямого хода соответствующих передач:

передача № 4

$$\eta_{11} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \kappa_{12}) (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \delta) - \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1}]}; \quad (6.93)$$

передача № 5

$$\eta_{11} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm1}) (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} - f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \delta)]}; \quad (6.94)$$

передача № 6

$$\eta_{11} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} + \alpha_{tm1}) (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} + f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} + \delta)]}. \quad (6.95)$$

## Передачи № 7, 8 и 9

Для определения отношения  $F_1/M_3$  в передаче № 7 может быть использована схема этой передачи на рис. 6.3,б, где указаны направления внешнего движущего момента  $M_3$  и усилия внешней нагрузки  $F_1$  при движении выходного винта 1 вниз, а также схема на рис. 6.3,ж, где показаны возникающие при этом усилия в зацеплениях ролика с винтом и гайкой. В соответствии с этими схемами могут быть составлены следующие уравнения равновесия звеньев передачи при установившемся движении в тяговом режиме прямого хода:

гайка 3

$$M_3 = F_{m32}r_{b3}; \quad (6.96)$$

ролик 2 с приведёнными силами

$$F_{m23}r_{b2} = r_{b2} \left[ F_{m21} - F_{tT21} \frac{\sin(\alpha_{tm2} - \delta)}{\cos \alpha_{tm2}} \right]; \quad (6.97)$$

винт 1

$$F_1 = F_{n12} \cos \gamma_{12} - F_{aT12}. \quad (6.98)$$

С учётом значений  $F_{m32}$ ,  $F_{m23}$ ,  $F_{m21}$ ,  $F_{m12}$  и  $F_{aT12}$  уравнения (6.96) – (6.98) примут вид:

$$M_3 = F_{n32}r_{b3} \sin \gamma_{23}; \quad (6.99)$$

$$F_{n23} \sin \gamma_{23} = F_{n21} \left[ \sin \gamma_{12} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \frac{\sin(\alpha_{tm2} - \delta)}{\cos \alpha_{tm2}} \right]; \quad (6.100)$$

$$F_1 = F_{n12} (\cos \gamma_{12} - f_{12}^0 \sin \theta_{12}). \quad (6.101)$$

Из уравнений (6.99) – (6.101) получим следующее выражение для определения отношения  $F_1/M_3$ :

$$\frac{F_1}{M_3} = \frac{\cos \alpha_{tm2} (\cos \gamma_{12} - f_{12}^0 \sin \theta_{12})}{r_{b3} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} - \delta)]}. \quad (6.102)$$

Подставив значения  $F_1/M_3$  из (6.102) и  $v_1/\omega_3$  из (6.39) в уравнение (6.77), получим:

$$\eta_{31} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm2}) (\cos \gamma_{12} - f_{12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} - \delta)]}. \quad (6.103)$$

Уравнения равновесия звеньев передач № 8 и № 9 ничем не отличаются от уравнений (6.96) – (6.101) для передачи № 7. Передаточные функции передач № 9 и № 7 также одинаковы. Таким

образом, КПД прямого хода передачи № 9 может быть определён по формуле (6.103), а КПД передачи № 8 с учётом значения её передаточной функции из (6.40) так:

$$\eta_{31} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{12})(\cos \gamma_{12} - f_{12}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{m2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.104)$$

### Передачи № 10, 11 и 12

Для определения отношения  $F_3/M_3$  в передаче № 10 так же, как в случае передачи № 7, могут быть использованы схемы на рис. 6.3,б и 6.3,ж. При этом уравнения равновесия гайки и ролика (6.96) и (6.97), полученные для передачи № 7, остаются неизменными, а вместо уравнения (6.98) должны быть рассмотрены уравнения осевых проекций на гайку 3 и ролик 2:

$$F_3 = F_{n32} \cos \gamma_{23} \quad (6.105)$$

и

$$F_{n23} \cos \gamma_{23} = F_{n21} \cos \gamma_{12} - F_{aT21} = F_{n21} (\cos \gamma_{12} - f_{a21}^0 \sin \theta_{12}). \quad (6.106)$$

Совместное решение уравнений (6.96), (6.97), (6.105) и (6.106) даёт следующее значение отношения  $F_3/M_3$ :

$$\frac{F_3}{M_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} (\cos \gamma_{12} - f_{a21}^0 \sin \theta_{12})}{r_{b3} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{m2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.107)$$

Подставив значения  $F_3/M_3$  из (6.107) и  $v_3/\omega_3$  из (6.41) в уравнение (6.78), получим:

$$\eta_{33} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \alpha_{m2})(\cos \gamma_{12} - f_{a21}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{m2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.108)$$

Уравнения равновесия звеньев передач № 11 и № 12 ничем не отличаются от уравнений (6.96), (6.97), (6.105) и (6.106) для передачи № 10. Передаточные функции передач № 10 и № 12 также одинаковы. Поэтому КПД прямого хода передачи № 12 может быть определён из уравнения (6.108), а КПД передачи № 11 с учётом её передаточной функции из (6.42) так:

$$\eta_{33} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{12})(\cos \gamma_{12} - f_{a21}^0 \sin \theta_{12})}{\cos(\kappa_{12} - \delta) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{m2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.109)$$

## Передаточные № 13, 14 и 15

Усилия, действующие на звенья передачи № 13 в тяговом режиме прямого хода, показаны на схемах рис. 6.4,б и 6.4,ж. Уравнения равновесия звеньев, составленные на основе этих схем, аналогичны уравнениям (6.96) – (6.98) для передачи № 7:

винт 1

$$M_1 = F_{m12}r_{b1} = F_{n12}r_{b1} \sin \gamma_{12}; \quad (6.110)$$

ролик 2

$$F_{m21}r_{b2} = r_{b2} \left[ F_{m23} - F_{tT23} \frac{\sin(\alpha_{m2} - \delta)}{\cos \alpha_{m2}} \right]; \quad (6.111)$$

гайка 3

$$F_3 = F_{n32} \cos \gamma_{23} - F_{aT12}. \quad (6.112)$$

После подстановки значений  $F_{m21}$ ,  $F_{m23}$ ,  $F_{tT23}$  и  $F_{aT12}$  уравнения (6.111) и (6.112) примут вид:

$$F_{n21} \sin \gamma_{12} = F_{n23} \left[ \sin \gamma_{23} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \frac{\sin(\alpha_{m2} - \delta)}{\cos \alpha_{m2}} \right]; \quad (6.113)$$

$$F_3 = F_{n32} (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23}). \quad (6.114)$$

Из уравнений (6.110), (6.113) и (6.114) получим следующее отношение  $F_3/M_1$ :

$$\frac{F_3}{M_1} = \frac{\cos \alpha_{m2} (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{r_{b1} [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.115)$$

Подставив значения  $F_3/M_1$  из (6.115) и  $v_3/\omega_1$  из (6.51) в уравнение (6.75), получим:

$$\eta_{13} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m2}) (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.116)$$

Для передач № 14 и № 15 уравнения равновесия звеньев одинаковы с уравнениями (6.110) – (6.114) для передачи № 13. Поскольку передаточные функции передач № 15 и № 13 также одинаковы, уравнение (6.116) может быть использовано и для определения КПД прямого хода передачи № 15. КПД передачи № 14 определяется с учётом значения её передаточной функции из (6.56):

$$\eta_{13} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{12}) (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.117)$$

*Передачи № 16, 17 и 18*

Отношение  $F_1/M_1$  в передаче № 16, как и для передачи № 13, может быть определено при помощи схем на рис. 6.4,а и 6.4,ж. Уравнения равновесия винта и ролика (6.110) и (6.111) передачи № 13 справедливы и для передачи № 16, а вместо уравнения (6.112) необходимо рассмотреть уравнения осевых проекций на ролик 2 и винт 1.

Имеем

$$F_{n21} \cos \gamma_{12} = F_{n23} \cos \gamma_{23} - F_{aT23} = F_{n23} (\cos \gamma_{23} - f_{a23}^0 \sin \theta_{23}). \quad (6.118)$$

и

$$F_1 = F_{n12} \cos \gamma_{12}. \quad (6.119)$$

Из совместного решения уравнений (6.109), (6.110), (6.118) и (6.119) получим следующее значение отношения  $F_1/M_1$ :

$$\frac{F_1}{M_1} = \frac{\cos \alpha_{m2} (\cos \gamma_{23} - f_{a23}^0 \sin \theta_{23})}{r_{b1} [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.120)$$

Подставив это значение  $F_1/M_1$  из (6.120) и значение  $v_1/\omega_1$  из (6.57) в уравнение (6.76), получим:

$$\eta_{11} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m2}) (\cos \gamma_{23} - f_{a23}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.121)$$

Уравнение (6.121) может быть использовано также и для определения КПД прямого хода передачи № 18, поскольку уравнения равновесия звеньев для этой передачи и передаточная функция те же, что у передачи № 16. Те же уравнения равновесия, что у передачи № 16, имеет и передача № 17, поэтому её КПД с учётом значения её передаточной функции из (6.58) определяется так:

$$\eta_{11} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{23}) (\cos \gamma_{23} - f_{a23}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \delta)]}. \quad (6.122)$$

*Передача № 19*

В соответствии со схемами на рис. 6.4,б и 6.4,ж уравнения равновесия гайки 3 в тяговом режиме прямого хода аналогичны уравнениям (6.79) и (6.80):

$$M_3 = r_{b3} \left[ F_{iT32} \frac{\sin(\alpha_{m3} - \delta)}{\cos \alpha_{m3}} - F_{m32} \right]; \quad (6.123)$$

$$F_3 = F_{n32} \cos \gamma_{23} - F_{tT32}, \quad (6.124)$$

где  $F_3$  – осевое усилие, передаваемое на гайку 3 через ролики со стороны винта 1 и равное  $F_1$ .

Уравнения (6.123) и (6.124) после подстановки значений  $F_{m32}$  и  $F_{tT32}$  принимают вид:

$$M_3 = F_{n32} r_{b3} \left[ f_{32}^0 \cos \theta_{32} \frac{\sin(\alpha_{m3} - \delta)}{\cos \alpha_{m3}} - \sin \gamma_{23} \right]; \quad (6.125)$$

$$F_3 = F_1 = F_{n32} (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23}). \quad (6.126)$$

Из этих уравнений находим отношение  $F_1/M_3$ :

$$\frac{F_1}{M_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{r_{b3} [f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} - \delta) - \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}]}. \quad (6.127)$$

Подставив значения  $F_1/M_3$  из (6.127) и  $v_1/\omega_3$  из (6.64) в уравнение (6.77), получим:

$$\eta_{31} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23}) (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} - \delta) - \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}]}. \quad (6.128)$$

### Передача № 20

Усилия, действующие на гайку в передаче № 20 и в передаче на рис. 5.5,а идентичны и показаны на схеме рис. 5.5,б. В соответствии с этой схемой уравнение равновесия гайки в режиме прямого хода в передаче № 20 может быть записано так:

$$M_3 = r_{b3} \left[ F_{m32} - F_{tT32} \frac{\sin(\alpha_{m3} - \delta)}{\cos \alpha_{m3}} \right], \quad (6.129)$$

или, учитывая значения  $F_{m32}$  и  $F_{tT32}$ ,

$$M_3 = F_{n32} r_{b3} \left[ \sin \gamma_{23} - f_{32}^0 \cos \theta_{32} \frac{\sin(\alpha_{m3} - \delta)}{\cos \alpha_{m3}} \right]. \quad (6.130)$$

Уравнение равновесия осевых усилий на гайку (6.126), полученное для передачи № 19, справедливо и для передачи № 20. Из (6.126) и (6.130) получим следующее значение отношения  $F_1/M_3$  для передачи № 20:

$$\frac{F_1}{M_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{r_{b3} [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} - f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} - \delta)]}. \quad (6.131)$$

Подставив значения  $F_1/M_3$  из (6.131) и  $v_1/\omega_3$  из (6.64) в уравнение (6.77), получим:

$$\eta_{31} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m3}) (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} - f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} - \delta)]}. \quad (6.132)$$

### Передача № 21

Усилия, действующие на гайку 3 в передаче № 21 и в передаче на рис. 5.6,а аналогичны и представлены на схеме рис. 5.6,б.

В соответствии с этой схемой уравнение равновесия гайки в режиме прямого хода в передаче № 21 имеет вид:

$$M_3 = r_{b3} \left[ F_{m32} + F_{t32} \frac{\sin(\alpha_{m3} + \delta)}{\cos \alpha_{m3}} \right], \quad (6.133)$$

или

$$M_3 = F_{n32} r_{b3} \left[ \sin \gamma_{23} + f_{32}^0 \cos \theta_{32} \frac{\sin(\alpha_{m3} + \delta)}{\cos \alpha_{m3}} \right]. \quad (6.134)$$

Уравнение равновесия осевых усилий на гайку (6.126) остаётся в силе и для передачи № 21. Из (6.126) и (6.134) получим следующее отношение  $F_1/M_3$ :

$$\frac{F_1}{M_3} = \frac{\cos \alpha_{m3} (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{r_{b3} [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} + f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} + \delta)]}. \quad (6.135)$$

Подставив значения  $F_1/M_3$  из (6.135) и  $v_1/\omega_3$  из (6.65) в уравнение (6.77), получим:

$$\eta_{31} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} + \alpha_{m3}) (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} + f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} + \delta)]}. \quad (6.136)$$

### Передачи № 22, 23 и 24

Работа передач № 22, 23 и 24 в тяговом режиме прямого хода отличается от работы соответственно передач № 19, 20 и 21 только тем, что внешняя нагрузка передаётся на гайку не через ролик, а непосредственно. Поэтому уравнения равновесия гайки соответственно для передач № 19 и 22, 20 и 23, 21 и 24 остаются неизменными, а, следовательно, неизменными остаются и отношения

$F_1/M_3$ . Поскольку передаточные функции соответствующих передач тоже одинаковы, одинаковы будут и КПД прямого хода:

передача № 22

$$\eta_{33} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23})(\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [f_{32}^0 \cos \theta_{32} \sin(\alpha_{m3} - \delta) - \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}]}; \quad (6.137)$$

передача № 23

$$\eta_{33} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m3})(\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} - f_{32}^0 \cos \theta_{32} \sin(\alpha_{m3} - \delta)]}; \quad (6.138)$$

передача № 24

$$\eta_{33} = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} + \alpha_{m3})(\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{\cos(\kappa_{23} - \delta) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} + f_{32}^0 \cos \theta_{32} \sin(\alpha_{m3} + \delta)]}. \quad (6.139)$$

### 6.2.6. КПД обратного хода. Условия самоторможения

В соответствии с уравнением (1.4) КПД обратного хода определяется по формулам:

передачи с № от 1 до 3 и от 13 до 15

$$\eta_{31} = -\frac{M_1 \omega_1}{F_3 v_3}; \quad (6.140)$$

передачи с № от 4 до 6 и от 16 до 18

$$\eta_{11} = -\frac{M_1 \omega_1}{F_1 v_1}; \quad (6.141)$$

передачи с № от 7 до 9 и от 19 до 21

$$\eta_{13} = -\frac{M_3 \omega_3}{F_1 v_1}; \quad (6.142)$$

передачи с № от 10 до 12 и от 22 до 24

$$\eta_{33} = -\frac{M_3 \omega_3}{F_3 v_3}. \quad (6.143)$$

КПД обратного хода определяется при помощи уравнений равновесия звеньев передач при установившемся движении в тяговом режиме обратного хода, составленных на основе схемы усилий, действующих на звенья передач в этом режиме на рис. 6.3,а, 6.3,з, 6.4,а, 6.4,з, а также схем с аналогичной нагрузкой звеньев на рис. 5.2,в, 5.3,в, 5.5,в и 5.6,в.

Поскольку преобразования уравнений при определении КПД прямого и обратного хода аналогичны, ниже приводятся только

окончательные зависимости для определения КПД обратного хода передач, перечисленных в табл. 6.1:

передачи № 1 и 4

$$\eta_{31}(\eta_{11}) = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|) [f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} + |\delta|) - \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1}]}{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \kappa_{12}) (\cos \gamma_{12} + f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}; \quad (6.144)$$

передачи № 2 и 5

$$\eta_{31}(\eta_{11}) = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} - f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm1}) (\cos \gamma_{12} + f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}; \quad (6.145)$$

передачи № 3 и 6

$$\eta_{31}(\eta_{11}) = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} + f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} + \alpha_{tm1}) (\cos \gamma_{12} + f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}; \quad (6.146)$$

передачи № 7 и 9

$$\eta_{13} = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm2}) (\cos \gamma_{12} + f_{12}^0 \sin \theta_{12})}; \quad (6.147)$$

передача № 8

$$\eta_{13} = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} - \kappa_{12}) (\cos \gamma_{12} + f_{12}^0 \sin \theta_{12})}; \quad (6.148)$$

передачи № 10 и 12

$$\eta_{33} = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \alpha_{tm2}) (\cos \gamma_{12} + f_{a21}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.149)$$

передача № 11

$$\eta_{33} = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|) [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} - \kappa_{12}) (\cos \gamma_{12} + f_{32}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.150)$$

передачи № 13 и 15

$$\eta_{31} = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{tm2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{tm2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} - \alpha_{tm2}) (\cos \gamma_{23} + f_{32}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.151)$$

передача № 14

$$\eta_{31} = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{tm2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{tm2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\alpha_{tm2} - \kappa_{23}) (\cos \gamma_{23} + f_{32}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.152)$$

передачи № 16 и 18

$$\eta_{11} = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m2}) (\cos \gamma_{23} + f_{a23}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.153)$$

передача № 17

$$\eta_{11} = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2} - f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} - \kappa_{23}) (\cos \gamma_{23} + f_{a23}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.154)$$

передачи № 19 и 22

$$\eta_{13}(\eta_{33}) = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|) [f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} + |\delta|) - \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}]}{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} - \kappa_{23}) (\cos \gamma_{23} + f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.155)$$

передачи № 20 и 23

$$\eta_{13}(\eta_{33}) = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} - f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} - \alpha_{m3}) (\cos \gamma_{23} + f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}; \quad (6.156)$$

передачи № 21 и 24

$$\eta_{13}(\eta_{33}) = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|) [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3} + f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} + |\delta|)]}{\operatorname{tg} \theta_{23} \sin(\kappa_{23} + \alpha_{m3}) (\cos \gamma_{23} + f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}. \quad (6.157)$$

Анализ полученных зависимостей для определения КПД обратного хода фрикционных роliko-винтовых планетарных передач показывает, что при выполнении условий достаточности сцепления (6.6) или (6.7) передачи с номерами 1, 4, 19 и 22 практически не могут быть выполнены самотормозящимися и, будучи работоспособными в тяговом режиме прямого хода, сохраняют эту работоспособность и при обратном ходе. Это относится и к большинству всех остальных передач, за исключением тех, которые выполнены с малыми углами профилей нарезки. Последние могут быть самотормозящимися, если их параметры на всём диапазоне возможных колебаний эквивалентных коэффициентов трения удовлетворяют следующим условиям:

для передач № 2 и 5

$$f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{m1} + |\delta|) > \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{m1}; \quad (6.158)$$

для передач № 3 и 6

$$f_{12}^0 \cos \theta_{12} \sin(|\delta| - \alpha_{m1}) > \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{m1}; \quad (6.159)$$

для передач с номерами от 7 до 12

$$f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{m2} + |\delta|) > \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{m2}; \quad (6.160)$$

для передач с номерами от 13 до 18

$$f_{23}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m2} + |\delta|) > \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m2}; \quad (6.161)$$

для передач № 20 и 23

$$f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{m3} + |\delta|) > \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}; \quad (6.162)$$

для передач № 21 и 24

$$f_{32}^0 \cos \theta_{23} \sin(|\delta| - \alpha_{m3}) > \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}. \quad (6.163)$$

### 6.2.7. Передаточные функции и КПД передач, содержащих звенья с кольцевой нарезкой

*Передачи № 1, 3, 4 и 6 с кольцевой нарезкой винта*

Передаточная функция прямого хода:

$$\frac{v_3}{\omega_1} \left( \text{или } \frac{v_1}{\omega_1} \right) = \frac{r_{m1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \cos \kappa_{12}}{\cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.164)$$

Передаточная функция обратного хода:

$$\frac{\omega_1}{v_3} \left( \text{или } \frac{\omega_1}{v_1} \right) = \frac{\cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{m1} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \cos \kappa_{12}}. \quad (6.165)$$

КПД прямого хода:

$$\eta_{13} \text{ (или } \eta_{11}) = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \cos \kappa_{12} (\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}{f_{12}^0 \cos \theta_{12} \cos \delta \cos(\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.166)$$

КПД обратного хода:

$$\eta_{31} \text{ (или } \eta_{11}) = \frac{f_{12}^0 \cos \theta_{12} \cos |\delta| \cos(\kappa_{12} + |\delta|)}{\operatorname{tg} \theta_{12} \cos \kappa_{12} (\cos \gamma_{12} + f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}. \quad (6.167)$$

*Передачи № 19, 21, 22 и 24 с кольцевой нарезкой гайки*

Передаточная функция прямого хода:

$$\frac{v_1}{\omega_3} \left( \text{или } \frac{v_3}{\omega_3} \right) = \frac{r_{m3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \cos \kappa_{23}}{\cos(\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.168)$$

Передаточная функция обратного хода:

$$\frac{\omega_3}{v_1} \left( \text{или } \frac{\omega_3}{v_3} \right) = \frac{\cos(\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{m3} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \cos \kappa_{23}}. \quad (6.169)$$

КПД прямого хода:

$$\eta_{31} \text{ (или } \eta_{33}) = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \cos \kappa_{23} (\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}{f_{32}^0 \cos \theta_{23} \cos \delta \cos (\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.170)$$

КПД обратного хода:

$$\eta_{13} \text{ (или } \eta_{33}) = \frac{f_{32}^0 \cos \theta_{23} \cos |\delta| \cos (\kappa_{23} + |\delta|)}{\operatorname{tg} \theta_{23} \cos \kappa_{23} (\cos \gamma_{23} + f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}. \quad (6.171)$$

*Передачи № 13, 15, 16 и 18 с кольцевой нарезкой винта и роликов*

Передаточная функция прямого хода:

$$\frac{v_3}{\omega_1} \left( \text{или } \frac{v_1}{\omega_1} \right) = \frac{r_{m1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \cos \kappa_{23}}{\cos (\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.172)$$

Передаточная функция обратного хода:

$$\frac{\omega_1}{v_3} = \frac{\omega_1}{v_1} = \frac{\cos (\kappa_{23} + |\delta|)}{r_{m1} \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta \cos \kappa_{23}}. \quad (6.173)$$

КПД прямого хода:

$$\eta_{13} \text{ (или } \eta_{11}) = \frac{\operatorname{tg} \theta_{23} \cos \kappa_{23} (\cos \gamma_{23} - f_{32}^0 \sin \theta_{23})}{f_{23}^0 \cos \theta_{23} \cos \delta \cos (\kappa_{23} - \delta)}. \quad (6.174)$$

КПД обратного хода:

$$\eta_{31} \text{ (или } \eta_{11}) = \frac{f_{23}^0 \cos \theta_{23} \cos |\delta| \cos (\kappa_{23} + |\delta|)}{\operatorname{tg} \theta_{23} \cos \kappa_{23} (\cos \gamma_{23} + f_{32}^0 \sin \theta_{23})}. \quad (6.175)$$

*Передачи № 7, 9, 10 и 12 с кольцевой нарезкой гайки и роликов*

Передаточная функция прямого хода:

$$\frac{v_1}{\omega_3} \left( \text{или } \frac{v_3}{\omega_3} \right) = \frac{r_{m3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \cos \kappa_{12}}{\cos (\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.176)$$

Передаточная функция обратного хода:

$$\frac{\omega_3}{v_1} \left( \text{или } \frac{\omega_3}{v_3} \right) = \frac{\cos (\kappa_{12} + |\delta|)}{r_{m3} \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta \cos \kappa_{12}}. \quad (6.177)$$

КПД прямого хода:

$$\eta_{31} \text{ (или } \eta_{33}) = \frac{\operatorname{tg} \theta_{12} \cos \kappa_{12} (\cos \gamma_{12} - f_{12}^0 \sin \theta_{12})}{f_{21}^0 \cos \theta_{12} \cos \delta \cos (\kappa_{12} - \delta)}. \quad (6.178)$$

КПД обратного хода:

$$\eta_{13} \text{ (или } \eta_{33}) = \frac{f_{21}^0 \cos \theta_{12} \cos |\delta| \cos (\kappa_{12} + |\delta|)}{\operatorname{tg} \theta_{12} \cos \kappa_{12} (\cos \gamma_{12} + f_{12}^0 \sin \theta_{12})}. \quad (6.179)$$

Передаточные функции и КПД всех других вариантов передач, содержащих звенья с кольцевой нарезкой, определяются по приведённым выше формулам для общих случаев.

### 6.2.8. Усилия в зацеплениях

Нормальные усилия в режимах прямого и обратного хода могут быть найдены из уравнений равновесия звеньев, приведённых выше при определении КПД прямого и обратного хода.

В передачах № 1 и 4 нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в зацеплении винта и роликов в тяговом режиме прямого хода в соответствии с уравнением (6.81) определяются так:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{nr_{b1} [f_{12}^0 \cos \theta_{12} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m1} - \sin \delta) - \sin \gamma_{12}]}, \quad (6.180)$$

где  $n$  – число роликов.

Аналогично определяются эти усилия в передачах от № 2 до № 12:

передачи № 2 и 5 – в соответствии с уравнением (6.86):

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{nr_{b1} [\sin \gamma_{12} - f_{12}^0 \cos \theta_{12} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m1} - \sin \delta)]}; \quad (6.181)$$

передачи № 3 и 6 – в соответствии с уравнением (6.90):

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{nr_{b1} [\sin \gamma_{12} + f_{12}^0 \cos \theta_{12} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m1} + \sin \delta)]}; \quad (6.182)$$

передачи от № 7 до 12 – в соответствии с уравнениями (6.99) и (6.100):

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_3}{nr_{b3} [\sin \gamma_{12} - f_{21}^0 \cos \theta_{12} (\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{m2} - \sin \delta)]}; \quad (6.183)$$

передачи от № 13 до 18 – в соответствии с уравнением (6.112):

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{M_1}{nr_{b1} \sin \gamma_{12}} = \frac{F_3}{n \cos \gamma_{12}}. \quad (6.184)$$

В передачах от № 19 до 24 нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  удобнее выразить через усилие внешней нагрузки  $F_1$  (для передач

от № 19 до 21) или  $F_3$  (для передач от № 22 до 24) в соответствии со схемами на рис. 6.4,ж, а также 5.5,б и 5.6,б:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_{1,3}}{n \cos \gamma_{12}}. \quad (6.185)$$

В передачах от № 1 до № 12 нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в тяговом режиме прямого хода в соответствии с уравнениями (6.82) и (6.101) могут быть найдены также через усилие внешней нагрузки  $F_3$  (для передач № 1, 2, 3, 7, 8 и 9) или  $F_1$  (для передач № 4, 5, 6, 10, 11 и 12):

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_{3,1}}{n(\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}. \quad (6.186)$$

В этих же передачах от № 1 до 12 через усилия  $F_3$  или  $F_1$  удобно выразить нормальные усилия  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$ :

$$F_{n23} = F_{n32} = \frac{F_{3,1}}{n \cos \gamma_{23}}. \quad (6.187)$$

Нормальные усилия  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$  в передачах от № 13 до 18 в тяговом режиме прямого хода в соответствии с уравнениями (6.112) и (6.118) равны:

$$F_{n23} = F_{n32} = \frac{M_1}{nr_{b1}[\sin \gamma_{23} - f_{23}^0 \cos \theta_{23}(\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{tm2} - \sin \delta)]}. \quad (6.188)$$

Так же определяются  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$  в передачах от № 19 до 24: передачи № 19 и 22 – в соответствии с уравнением (6.125):

$$F_{n23} = F_{n32} = \frac{M_3}{nr_{b3}[f_{32}^0 \cos \theta_{23}(\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{tm3} - \sin \delta) - \sin \gamma_{23}]}; \quad (6.189)$$

передачи № 20 и 23 – в соответствии с уравнением (6.130):

$$F_{n23} = F_{n32} = \frac{M_3}{nr_{b3}[\sin \gamma_{23} - f_{32}^0 \cos \theta_{23}(\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{tm3} - \sin \delta)]}; \quad (6.190)$$

передачи № 21 и 24 – в соответствии с уравнением (6.134):

$$F_{n23} = F_{n32} = \frac{M_3}{nr_{b3}[\sin \gamma_{23} + f_{32}^0 \cos \theta_{23}(\cos \delta \operatorname{tg} \alpha_{tm3} - \sin \delta)]}. \quad (6.191)$$

Усилия  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$  в тяговом режиме прямого хода в передачах от № 13 до 24 могут быть также найдены через усилие внешней нагрузки  $F_1$  (в передачах от № 19 до 21) и  $F_3$  (в передачах от № 22 до 24):

$$F_{n23} = F_{n32} = \frac{F_{1,3}}{n(\cos \gamma_{23} - f_{a32}^0 \sin \theta_{23})}. \quad (6.192)$$

В тяговом режиме обратного хода усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в передачах от № 1 до № 12 и усилия  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$  в передачах от № 13 до № 24 определяются соответственно по формулам:

$$F_{n12} = F_{n21} = \frac{F_{3,1}}{n(\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12})}; \quad (6.193)$$

$$F_{n23} = F_{n32} = \frac{F_{1,3}}{n(\cos \gamma_{23} + f_{a23}^0 \sin \theta_{23})}. \quad (6.194)$$

Нормальные усилия  $F_{n12}$  и  $F_{n21}$  в передачах от № 13 до 24, а также усилия  $F_{n23}$  и  $F_{n32}$  в передачах от № 1 до 12 определяются при помощи тех же зависимостей (6.184), (6.185) и (6.187), что и при прямом ходе.

Радиальные и окружные усилия в зацеплениях передач, содержащихся в табл. 6.1, в соответствии со схемами на рис. 6.3 и 6.4 определяются так:

передачи от № 1 до 12:

$$F_{r12} = F_{n12} [\sin \gamma_{12} \sin \alpha_{tm1} + f_{12} \cos \theta_{12} \cos(\alpha_{tm1} - \delta)]; \quad (6.195)$$

$$F_{\tau12} = F_{n12} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1} - f_{12} \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm1} - \delta)]; \quad (6.196)$$

$$F_{r21} = F_{n21} [\sin \gamma_{12} \sin \alpha_{tm2} + f_{12} \cos \theta_{12} \cos(\alpha_{tm2} - \delta)]; \quad (6.197)$$

$$F_{\tau21} = F_{n21} [\sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm2} - f_{12} \cos \theta_{12} \sin(\alpha_{tm2} - \delta)]; \quad (6.198)$$

$$F_{r23} = F_{r32} = F_{n23} \sin \gamma_{23} \sin \alpha_{tm2}; \quad (6.199)$$

$$F_{\tau23} = F_{\tau32} = F_{n32} \sin \gamma_{23} \cos \alpha_{tm2}; \quad (6.200)$$

передачи от № 13 до 24:

$$F_{r12} = F_{r21} = F_{n12} \sin \gamma_{12} \sin \alpha_{tm1}; \quad (6.201)$$

$$F_{\tau12} = F_{\tau21} = F_{n21} \sin \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1}; \quad (6.202)$$

$$F_{r23} = F_{n23} [\sin \gamma_{23} \sin \alpha_{tm2} + f_{23} \cos \theta_{23} \cos(\alpha_{tm2} - \delta)]; \quad (6.203)$$

$$F_{\tau23} = F_{n23} [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{tm2} - f_{23} \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{tm2} - \delta)]; \quad (6.204)$$

$$F_{r32} = F_{n32} [\sin \gamma_{23} \sin \alpha_{tm3} + f_{23} \cos \theta_{23} \cos(\alpha_{tm3} - \delta)]; \quad (6.205)$$

$$F_{\tau32} = F_{n32} [\sin \gamma_{23} \cos \alpha_{tm3} - f_{23} \cos \theta_{23} \sin(\alpha_{tm3} - \delta)]. \quad (6.206)$$

## РОЛИКОВИНТОВЫЕ ВАРИАТОРЫ

### 7.1. Устройство и принцип действия

Рассматриваемые здесь вариаторы с поступательным перемещением выходного звена разработаны на основе фрикционных роliko-винтовых передач, изложенных в предыдущей главе. Отличие роliko-винтовых вариаторов от этих передач заключается в том, что они содержат тормозное устройство, обеспечивающее дополнительное нагружение роlikов передачи тормозным моментом, величина которого может регулироваться в заданном диапазоне. Изменение величины тормозного момента ведёт к изменению направления силы трения в заплоскостных зацеплениях роlikов с сопряжённым звеном, где углы подъёма нарезки различны, и, следовательно, к изменению скорости перемещения выходного звена. В некоторых передачах таким образом может быть изменена не только скорость движения выходного звена, но и направление этой скорости, то есть эти передачи могут выполнять функции реверсивных механизмов.

Таким образом, каждая из 24 передач, перечисленных в табл. 6.1, может быть превращена в вариатор, если в неё будет встроено тормозное устройство любой конструкции, способное нагружать роlikи или их сепаратор дополнительным тормозным моментом.

В качестве примера на рис. 7.1 показана конструктивная схема роlikoвинтового вариатора по АС. СССР № 1779855 [11], полученного на основе передачи № 1 в табл. 6.1.

Так же, как исходная передача № 1, вариатор содержит винт 1, гайку 3 и установленные в сепараторе 4 роlikи 2, расположенные между винтом и гайкой. Встроенное тормозное устройство установлено на гайке 3 и состоит из тормозного шкива 5, являющегося частью сепаратора 4, колодок 6, имеющих возможность перемещаться относительно гайки в радиальном направлении, и механизма управления этим перемещением (на рис. 7.1,а не показан). Возможность радиального перемещения колодок относительно пальцев 7, запрессованных в гайку 3, обеспечивается благодаря наличию пазов 8.

Вариатор по схеме рис. 7.1,*а* работает следующим образом. Если тормозной момент на шкиве 5 отсутствует, то есть когда тормоз разомкнут, то никакой разницы в работе этого вариатора и исходной передачи нет, и, следовательно, его передаточная функ-

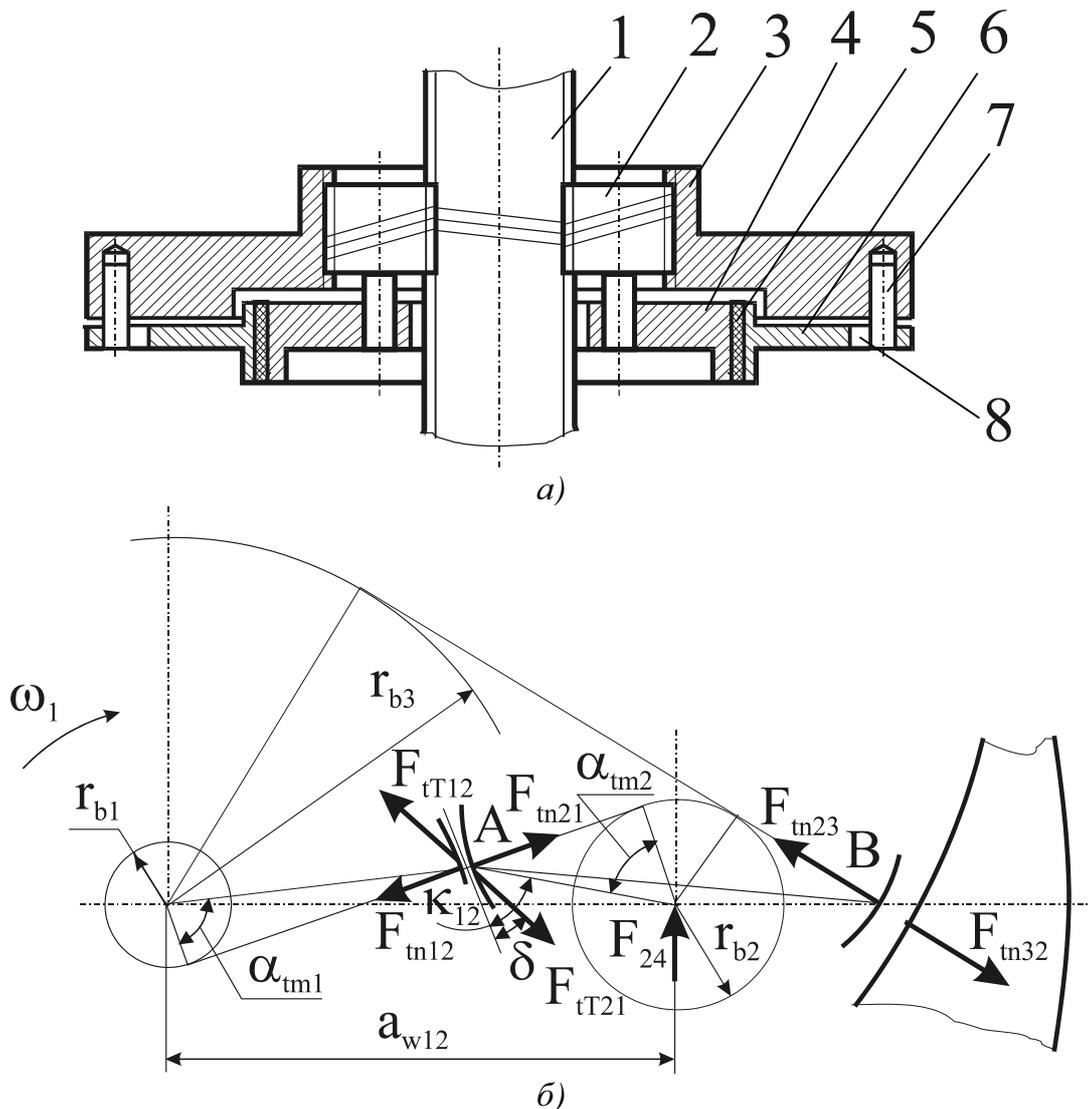


Рис. 7.1. Роликовинтовой вариатор: *а* – конструктивная схема; *б* – схема торцовых усилий, действующих на звенья сепаратора в тяговом режиме прямого хода

ция и КПД прямого и обратного хода могут быть определены по формулам, приведённым в предыдущей главе для передачи № 1. После замыкания тормоза и появления на шкиве 5 тормозного момента равновесное состояние роликов 2 нарушается, и происходит изменение направления силы трения скольжения в зацеплении винта и роликов в сторону увеличения плеча этой силы относи-

тельно опорной точки контакта роликов с гайкой. В результате изменения направления силы трения уменьшается угол  $\delta$  между торцевой проекцией этой скорости и линией пересечения касательной и торцевой плоскостей (рис. 6.3,ж), и следовательно, уменьшается скорость осевого перемещения роликов и гайки. При определённом значении тормозного момента угол  $\delta$  окажется равным нулю, и, следовательно, станет равной нулю скорость выходного движения гайки.

Дальнейшее увеличение тормозного момента приведёт к тому, что угол  $\delta$  станет отрицательным, и снова начнётся осевое перемещение гайки, но уже в противоположную сторону. При этом скорость этого перемещения будет возрастать по мере увеличения тормозного момента до тех пор, пока не прекратится вращение сепаратора вместе с роликами. После прекращения этого вращения скорость гайки независимо от величины тормозного момента останется неизменной и будет соответствовать перемещению на величину хода нарезки винта за каждый его полный оборот.

При уменьшении величины тормозного момента на шкиве все изменения скорости будут происходить в обратной последовательности.

Аналогично работают и все другие вариаторы, полученные на основе фрикционных роliko-винтовых передач с противоположными направлениями винтовых нарезок на винте и гайке.

Работа вариаторов, полученных на основе передач с одинаковым направлением нарезок винта и гайки, при разомкнутом тормозе не отличается от работы исходных фрикционных передач. Однако после замыкания тормоза и возрастания тормозного момента на тормозном шкиве вплоть до полного прекращения его вращения происходит лишь изменение скорости выходного звена до значения, соответствующего ходу нарезки выходного звена за один его оборот. Таким образом, в отличие от предыдущей группы вариаторов, независимо от величины тормозного момента, остановки выходного звена и дальнейшего изменения направления его скорости здесь не происходит.

Рассматриваемые вариаторы могут найти применение в приводах самых различных технологических машин, где требуется плавное изменение скорости перемещения выходного звена при постоянной скорости вращения приводного двигателя. А первая

группа вариаторов, в которую входит вариатор по схеме рис. 7.1,а, может быть использована не только для обеспечения плавного изменения скорости выходного звена, но и в качестве реверсивного механизма, обеспечивающего при неизменной скорости и направлении вращения приводного двигателя плавное изменение направления движения этого звена. При этом получение этих важных качеств достигается достаточно простым способом.

## 7.2. Определение необходимой величины момента тормозного устройства

Величину дополнительного тормозного момента, необходимую для регулирования скорости выходного звена в заданных пределах, в качестве примера определим для вариатора по схеме рис. 7.1,а. Усилия, действующие на звенья этого вариатора в тяговом режиме прямого хода, показаны на рис. 7.1,б. Условно приводя все силы, действующие на ролики вариатора, к одному ролику, уравнения равновесия относительно опорной точки В этого ролика в его зацеплении с гайкой можно записать так:

$$F_{m21} l_{AB} \cos \kappa_{12} = F_{iT21} l_{AB} \sin(\kappa_{12} - \delta) - F_{24} r_{w23}, \quad (7.1)$$

где  $F_{24}$  – общее усилие, приложенное к роликам со стороны сепаратора в результате действия дополнительного тормозного момента;  $r_{w23}$  – радиус начальной окружности ролика в его зацеплении с гайкой.

Приняв, что активные участки профилей роликов в зацеплениях с винтом и гайкой одинаково удалены от его оси, величину  $l_{AB}$  в уравнении (7.1) можно выразить так:

$$l_{AB} = 2r_{w23} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{tm2}) = 2r_{b2} \frac{\cos(\kappa_{12} - \alpha_{tm2})}{\cos \alpha_{tm2}}. \quad (7.2)$$

Усилие  $F_{24}$  и дополнительный тормозной момент  $M_T$  на сепараторе связаны соотношением:

$$M_T = F_{24} a_{w12}. \quad (7.3)$$

Усилие  $F_{m21}$  в уравнении (7.1) в соответствии с (4.46) и (6.193) может быть выражено через усилие внешней нагрузки  $F_3$ :

$$F_{m21} = F_{n21} \sin \gamma_{12} = \frac{F_3 \sin \gamma_{12}}{\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12}}. \quad (7.4)$$

В соответствии с (4.48) и (4.45) через усилие внешней нагрузки  $F_3$  может также быть выражена и торцовая проекция  $F_{iT21}$  силы трения:

$$F_{iT21} = f_{21}^0 F_{n21} \cos \theta_{12} = \frac{F_3 f_{21}^0 \cos \theta_{12}}{\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12}}. \quad (7.5)$$

Подставив значения  $l_{AB}$  из (7.2),  $F_{23}$  из (7.3),  $F_{m21}$  из (7.4) и  $F_{iT21}$  из (7.5) в уравнение (7.1), после преобразований получим выражение для определения момента  $M_T$ :

$$M_T = \frac{2F_3 a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{12} - f_{a12}^0 \sin \theta_{12}} [f_{21}^0 \cos \theta_{12} \sin(\kappa_{12} - \delta) - \sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12}], \quad (7.6)$$

или, с учётом значения угла  $\theta_{12}$  из (4.65),

$$M_T = \frac{2F_3 a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \sin^2 \delta} - f_{a12}^0 \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta} \times [f_{21}^0 \sin(\kappa_{12} - \delta) - \sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \sin^2 \delta}]. \quad (7.7)$$

Уравнение (7.7) позволяет найти величину дополнительного тормозного момента  $M_T$ , обеспечивающего получение любой передаточной функции в диапазоне от значения, определяемого формулой (6.23), соответствующей отсутствию тормозного момента, до передаточной функции при полном прекращении вращения сепаратора с роликами. Для этого достаточно по формуле (6.23) найти угол  $\delta$ , соответствующий заданной передаточной функции и подставить значение этого угла в формулу (7.7).

В частности, для того чтобы передаточная функция вариатора по схеме рис. 7.1,а стала равной нулю, в соответствии с формулой (6.23) необходимо, чтобы угол  $\delta$  на схеме рис. 7.1,б также был равен нулю. Подставив это нулевое значение угла  $\delta$  в формулу (7.7), получим то значение дополнительного тормозного момента  $M_T^0$ , которое необходимо приложить к сепаратору, чтобы, независимо от скорости вращения входного винта, обеспечить прекращение движения выходной гайки:

$$M_T^0 = \frac{2F_3 a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{12}} (f_{21}^0 \sin \gamma_{12} - \sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12}). \quad (7.8)$$

Полное прекращение вращения сепаратора и роликов произойдёт в том случае, когда направление торцовой проекции  $F_{iT12}$  силы трения будет совпадать с направлением скорости винта в

точке приложения нормального усилия  $F_{n12}$ , то есть когда угол  $\delta$  на схеме рис. 7.1,б будет равен  $-(90^\circ - \alpha_{tm1})$ . Подставив это значение угла  $\delta$  в формулу (7.7), получим необходимый максимальный регулируемый тормозной момент  $M_{T\max}$ , который обеспечивает изменение передаточной функции вариатора от значения, определяемого формулой (6.23), до нуля в одну сторону и далее в другую сторону от нуля до значения, соответствующего перемещению гайки на величину хода нарезки винта за один оборот:

$$M_{T\max} = \frac{2F_3 a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{tm2})}{\cos \gamma_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \cos^2 \alpha_{tm1}} + f_{a12}^0 \operatorname{tg} \gamma_{12} \cos \alpha_{tm1}} \times \\ \times \left[ f_{21}^0 \cos(\kappa_{12} - \alpha_{tm1}) - \sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \cos^2 \alpha_{tm1}} \right]. \quad (7.9)$$

Уравнения (7.7) – (7.9), полученные для вариатора на основе фрикционной передачи № 1 в табл. 6.1, могут быть использованы также и для расчёта вариаторов, полученных на основе передачи № 4, если в них внешнюю нагрузку  $F_3$  заменить внешней нагрузкой  $F_1$ .

Уравнения (7.7) и (7.9) действительны также для вариаторов, полученных на основе фрикционных передач с номерами 3, 6, 9 и 12 в табл. 6.1, для которых по формуле (7.9) определяется максимальный момент, обеспечивающий изменение передаточной функции от значения для исходной передачи до значения, соответствующего перемещению выходного звена на величину хода нарезки входного звена за один оборот без изменения направления движения.

Значения моментов  $M_T$ ,  $M_T^0$  и  $M_{T\max}$  для вариаторов, полученных на основе фрикционных передач с номерами 2, 5, 7, 8, 10 и 11, определяются по формулам, аналогичным соответственно (7.7), (7.8) и (7.9):

$$M_T = \frac{2F_{3,1} a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{tm2})}{\cos \gamma_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \sin^2 \delta} - f_{a12}^0 \operatorname{tg} \gamma_{12} \sin \delta} \times \\ \times \left[ \sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \sin^2 \delta} - f_{21}^0 \sin(\kappa_{12} - \delta) \right]; \quad (7.10)$$

$$M_T^0 = \frac{2F_{3,1} a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{tm2})}{\cos \gamma_{12}} (\sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12} - f_{21}^0 \sin \gamma_{12}); \quad (7.11)$$

$$M_{T \max} = \frac{2F_{3,1} a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \cos^2 \alpha_{m1}} + f_{a12}^0 \operatorname{tg} \gamma_{12} \cos \alpha_{m1}} \times \\ \times \left[ \sin \gamma_{12} \cos \kappa_{12} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{12} \cos^2 \alpha_{m1}} - f_{21}^0 \cos(\kappa_{12} - \alpha_{m1}) \right]. \quad (7.12)$$

Анализ вариаторов, полученных на основе фрикционных передач № 19 и № 22, показывает, что формулы для определения моментов  $M_T$ ,  $M_T^0$  и  $M_{T \max}$  для них аналогичны формулам (7.7) – (7.9):

$$M_T = \frac{2F_{1,3} a_{w12} \cos(\kappa_{12} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \sin^2 \delta} - f_{a32}^0 \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta} \times \\ \times \left[ f_{23}^0 \sin(\kappa_{23} - \delta) - \sin \gamma_{23} \cos \kappa_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \sin^2 \delta} \right]; \quad (7.13)$$

$$M_T^0 = \frac{2F_{1,3} a_{w12} \cos(\kappa_{23} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{23}} (f_{23}^0 \sin \gamma_{23} - \sin \gamma_{23} \cos \kappa_{23}); \quad (7.14)$$

$$M_{T \max} = \frac{2F_{1,3} a_{w12} \cos(\kappa_{23} - \alpha_{m3})}{\cos \gamma_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \cos^2 \alpha_{m3}} + f_{a32}^0 \operatorname{tg} \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}} \times \\ \times \left[ f_{23}^0 \cos(\kappa_{23} - \alpha_{m3}) - \sin \gamma_{23} \cos \kappa_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \cos^2 \alpha_{m3}} \right]. \quad (7.15)$$

Формулы (7.13) и (7.15) справедливы также для вариаторов на основе передач с номерами 15, 18, 21 и 24, работа которых аналогична работе вариаторов на базе передач 3, 6, 9 и 12.

Для вариаторов, исходными для которых являются передачи с номерами 13, 14, 16, 17, 20 и 23, формулы для определения моментов  $M_T$ ,  $M_T^0$  и  $M_{T \max}$  аналогичны (7.10) – (7.12):

$$M_T = \frac{2F_{3,1} a_{w12} \cos(\kappa_{23} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \sin^2 \delta} - f_{a32}^0 \operatorname{tg} \gamma_{23} \sin \delta} \times \\ \times \left[ \sin \gamma_{23} \cos \kappa_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \sin^2 \delta} - f_{23}^0 \sin(\kappa_{23} - \delta) \right]; \quad (7.16)$$

$$M_T^0 = \frac{2F_{3,1} a_{w12} \cos(\kappa_{23} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{23}} (\sin \gamma_{23} \cos \kappa_{23} - f_{23}^0 \sin \gamma_{23}); \quad (7.17)$$

$$M_{T \max} = \frac{2F_{3,1} a_{w12} \cos(\kappa_{23} - \alpha_{m2})}{\cos \gamma_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \cos^2 \alpha_{m3}} + f_{a32}^0 \operatorname{tg} \gamma_{23} \cos \alpha_{m3}} \times \\ \times \left[ \sin \gamma_{23} \cos \kappa_{23} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{23} \cos^2 \alpha_{m3}} - f_{23}^0 \cos(\kappa_{23} - \alpha_{m3}) \right]. \quad (7.18)$$

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВИНТОВЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

### 8.1. Профили винтовых зубьев

В качестве главных поверхностей зубьев цилиндрических зубчатых передач чаще всего используются эвольвентные или круговые поверхности, каждая из которых обладает известными преимуществами и недостатками [8]. Однако при больших углах наклона зубьев, когда приведённые радиусы кривизны сопряжённых профилей существенно возрастают, эвольвентные и круговые профили становятся весьма близкими, и разница между ними часто не выходит за пределы поля допусков на обработку.

Таким образом, с точки зрения нагрузочной способности при равной твёрдости главных поверхностей эти профили для винтовых зацеплений следует считать равноценными так же, как считаются равноценными червяки с эвольвентной, конволютной, архимедовой и цилиндрической главными поверхностями [10]. Очевидно, что все эти поверхности могут быть использованы и в качестве главных поверхностей винтовых зубьев, имеющих углы наклона того же порядка, что и у витков червяков общего назначения. Следовательно, выбор конкретной формы главных поверхностей в винтовых зацеплениях, как и в червячных передачах, определяется технологическими соображениями и зависит от требуемой твёрдости главных поверхностей зубьев, масштабов производства, наличия специального оборудования и т.п.

Из приведённых в предыдущих главах зависимостей следует, что условия самоторможения в реечных и планетарных передачах, а также требуемые значения передаточных функций во фрикционных передачах могут быть реализованы только при определённых значениях углов наклона зубьев (витков) на каждой из контактирующих поверхностей сопряжённых звеньев винтовых зацеплений. Поэтому особенность геометрического расчёта этих зацеплений заключается в том, что кроме обычных исходных данных, используемых при расчёте зубчатых передач, должны быть известны те углы наклона винтовых зубьев на каждом из сопряжённых звеньев, которые обеспечивают выполнение требуемых условий.

Так, например, для получения самотормозящейся реечной передачи I вида углы наклона зубьев шестерни и рейки определяются соответственно по формулам (2.28) и (2.30), а для обеспечения заданного значения передаточной функции фрикционной передачи по схеме рис. 5.1,а углы наклона зубьев винта  $\beta_{m1}$  и роликов  $\beta_{m2}$  могут быть найдены из уравнений (5.20) и (5.15), предварительно задавшись нормальным углом профиля винта  $\alpha_{nm1}$  или ролика  $\alpha_{nm2}$  и выразив углы  $\gamma$ ,  $\alpha_{tm1}$  и  $\alpha_{tm2}$  в этих формулах через искомые углы  $\beta_{m1}$  и  $\beta_{m2}$  [4]:

$$\cos \gamma = \sin \beta_{m1} \cos \alpha_{nm1} = \sin \beta_{m2} \cos \alpha_{nm2}; \quad (8.1)$$

$$\cos \alpha_{tm1} = \operatorname{ctg} \gamma \operatorname{ctg} \beta_{m1}; \quad (8.2)$$

$$\cos \alpha_{tm2} = \operatorname{ctg} \gamma \operatorname{ctg} \beta_{m2}. \quad (8.3)$$

## 8.2. Эвольвентное зацепление колёс с винтовыми зубьями

### 8.2.1 Реечные передачи I вида

Схема эвольвентного реечного зацепления с винтовыми зубьями показана на рис. 8.4. Оно отличается от обычного стандартного зацепления тем, что вследствие значительного увеличения величины торцового угла зацепления  $\alpha_{tw}$  при любом относительном положении сопряжённых профилей торцовые проекции контактных линий совпадают по величине с активным участком  $B_1B_2$  линии зацепления. Следовательно, и торцовые проекции точек приложения равнодействующих нормальных усилий на контактных линиях зацепления в любом из этих положений будут занимать на линии зацепления неизменное положение, которое на рис. 8.1 обозначено буквой  $M$ . В процессе зацепления точки приложения равнодействующих нормальных усилий на контактных линиях перемещаются относительно шестерни вместе с этими линиями не в радиальном направлении, как, например, в прямозубом зацеплении, а в осевом. Именно это обстоятельство обеспечивает значительное повышение плавности работы зацепления с винтовыми зубьями по сравнению с прямозубым и косозубым зацеплениями.

Геометрический расчёт несамотормозящихся реечных зацеплений I вида ничем не отличается от расчёта стандартных косозубых передач и приводится в справочной литературе [10].

Особенность геометрического расчёта самотормозящихся зацеплений заключается в том, что углы наклона зубьев шестерни и

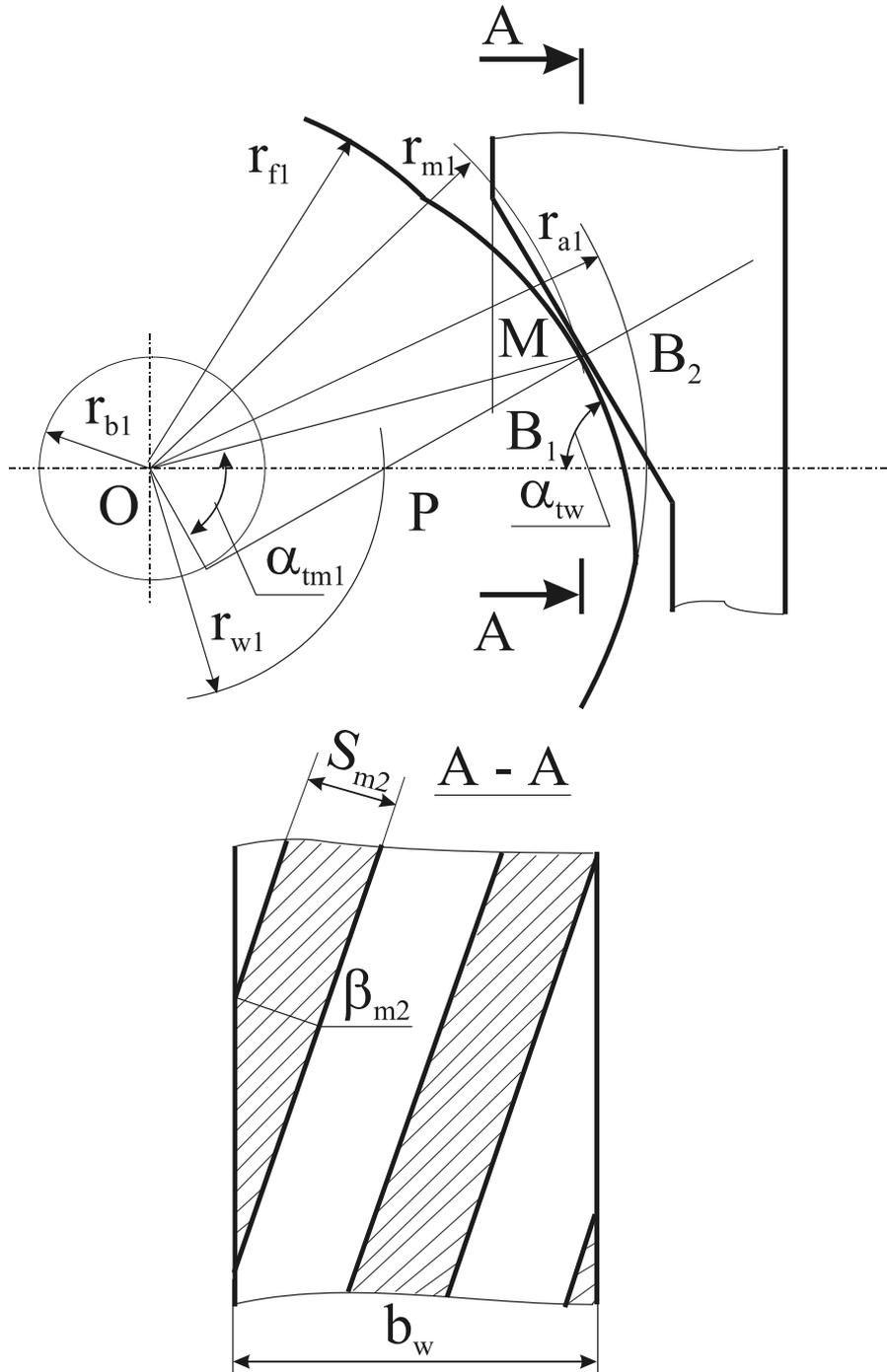


Рис. 8.1. Эвольвентное реечное зацепление

рейки выбираются не произвольно, а в соответствии с условиями (2.28) и (2.30), первое из которых должно быть выполнено в точках приложения равнодействующих нормальных усилий на контактирующих поверхностях, а второе – для всех точек поверхностей.

Чтобы определить величину коэффициента относительного смещения шестерни  $x_1$ , необходимую для выполнения условия (2.28), примем, что точки приложения нормальных усилий на зубьях шестерни, а следовательно, и точка  $M$  на рис. 8.1, *a* удалены от окружности вершин на расстояние  $h_k m$ , где  $h_k$  – коэффициент удаления,  $m$  – нормальный модуль. Тогда расстояние  $r_{m1}$  от точки  $M$  до оси шестерни можно выразить так:

$$r_{m1} = r_1 + (h_a^* + x_1 - h_k) m = \left( \frac{z_1}{2 \cos \beta} + h_a^* + x_1 - h_k \right) m, \quad (8.4)$$

где  $r_1$  – радиус делительной окружности шестерни;  $z_1$  – число зубьев шестерни;  $\beta$  – делительный угол наклона зубьев;  $h_a^*$  – коэффициент высоты головки исходного контура.

Для определённости радиус  $r_{m1}$  назван рабочим радиусом.

Требуемый в соответствии с условием самоторможения (2.28) угол  $\beta_{m1}$  на окружности радиуса  $r_{m1}$  и угол  $\beta$  связаны уравнением:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_{m1} \frac{r_1}{r_{m1}}, \quad (8.5)$$

В реечном зацеплении угол  $\beta$  равен углу наклона зубьев рейки  $\beta_2$ , который определяется из условия (2.30).

Подставив в формулу (8.5) значения  $r_1$  и  $r_{m1}$  из (8.4), после преобразований получим искомый коэффициент смещения  $x_1$ :

$$x_1 = \frac{z_1}{2 \sin \beta_2} (\operatorname{tg} \beta_{m1} - \operatorname{tg} \beta_2) + h_k - h_a^*. \quad (8.6)$$

Если принять  $h_k = h_a^*$ , получим:

$$x_1 = \frac{z_1}{2 \sin \beta_2} (\operatorname{tg} \beta_{m1} - \operatorname{tg} \beta_2). \quad (8.7)$$

После определения значений  $\beta$  и  $x_1$  осуществляется обычный для эвольвентного зацепления расчёт по определению геометрических параметров шестерни и рейки [10]. При этом необходимо проверить условие заплотности зацепления:

$$r_{w1} < r_{f1} + c^* m, \quad (8.8)$$

где  $r_{w1}$  – начальный радиус шестерни;  $r_{f1}$  – радиус окружности впадин шестерни;  $c^*$  – коэффициент радиального зазора.

Если условие (8.8) не выполняется, следует увеличить угол  $\beta_{m1}$  или уменьшить коэффициент  $h_a^*$ .

В передачах с винтовыми зубьями колёс на прилегающих к торцам участках зубья имеют неполную толщину (рис. 8.1), и это необходимо учитывать при определении осевой составляющей  $\varepsilon_\beta$  коэффициента перекрытия. Чтобы не перегружать эти участки зубьев, величину  $\varepsilon_\beta$  следует определять так:

$$\varepsilon_\beta \geq \frac{(b_w - S_{m2} \sin \beta_{m2}) \sin \beta}{\pi m}, \quad (8.9)$$

где  $S_{m2}$  – нормальная толщина зуба рейки в точке  $M$  (рис. 8.1,а);  $b_w$  – рабочая ширина рейки, которая определяется так:

$$b_w = \frac{\pi m \varepsilon_\beta}{\sin \beta} + S_{m2} \sin \beta_{m2}. \quad (8.10)$$

Если зацепление реечной передачи выполнено шевронным, условие  $\varepsilon_\beta > 1$  должно быть выполнено для каждого полушеврона.

Осевую составляющую коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\beta$  следует принимать в соответствии с формулами (8.9) и (8.10) также во всех других видах зацеплений с винтовыми зубьями независимо от формы профилей боковых поверхностей.

### 8.2.2. Многозвенные планетарные передачи

В многозвенных планетарных передачах зацепления с винтовыми зубьями могут быть использованы как для преобразования вращательного движения в поступательное, так и для получения эффекта самоторможения при обратном ходе. В первом случае выбор геометрических параметров зацепления сводится к определению необходимых значений шага и числа заходов винтовой нарезки выходного звена, обеспечивающих требуемое значение передаточной функции, и дополнительных пояснений не требует.

Если же зацепление используется для получения эффекта самоторможения, то в соответствии с приведёнными выше условиями самоторможения это также может быть обеспечено путём надлежащего выбора параметров винтовой нарезки выходного звена. Однако КПД такого зацепления будет того же порядка, что и КПД самотормозящихся передач винт-гайка скольжения. Значительно более высокий КПД передачи можно получить, если выполнить условия самоторможения для какого-либо цилиндрического зацепления, входящего в состав многозвенной планетарной передачи.

*Внешнее самотормозящееся цилиндрическое зацепление*

Приведённые выше условия самоторможения многозвенных планетарных передач могут быть выражены через геометрические параметры соответствующих винтовых зацеплений, если предварительно эти условия выразить через углы наклона зубьев колёс этих зацеплений, углы их профилей и эквивалентные коэффициенты трения. После этого, задавшись углом профиля одного из колёс и подсчитав значение эквивалентного коэффициента трения, можно найти углы наклона зубьев и угол профиля второго колеса. При этом так же, как в случае реечного зацепления, расчётным углом наклона зубьев шестерни должен быть угол на окружности приложения равнодействующих нормальных усилий, а на колесе – на диаметре вершин.

Например, для многозвенной передачи на основе планетарной схемы 3к (рис. 4.13) условия самоторможения (4.187) цилиндрического зацепления колёс 1 и 2 будут выполнены, если расчётные углы на шестерне  $\beta_{m1}$  и колесе  $\beta_{a2}$  имеют такие значения [4]:

$$\cos \beta_{m1} \leq \operatorname{tg} \alpha_{nm1} \sqrt{\sqrt{0,25 + \left( \frac{f_{12\min}^0}{\sin \alpha_{nm1}} \right)^2} - 0,5}; \quad (8.11)$$

$$\cos \beta_{a2} > \operatorname{tg} \alpha_{na2} \sqrt{\sqrt{0,25 + \left( \frac{f_{21\max}^0}{\sin \alpha_{na2}} \right)^2} - 0,5}. \quad (8.12)$$

Схема внешнего заплоского цилиндрического зацепления с винтовыми зубьями показана на рис. 8.2. По сравнению с обычным стандартным зацеплением оно имеет те особенности, что и реечное зацепление. Здесь же в процесс зацепления сопряжённых профилей торцовые проекции точек приложения равнодействующих нормальных усилий занимает на линии зацепления неизменное положение, обозначенное на рис. 8.2 буквой  $M$ , которая удалена от окружностей вершин на расстояние  $h_a^* m$ , где  $h_a^*$  – коэффициент высоты головки.

Примем, что угол наклона  $\beta_{m1}$  зубьев шестерни, определяемый условием самоторможения (8.8), должен соответствовать окружности рабочего радиуса  $r_{m1}$ , проходящей через точку  $M$ , а условие возможности работы зацепления в режиме оттормаживания (8.12) должно быть выполнено для всех точек контакта на колесе, т.е.

этот угол должен соответствовать окружности вершин колеса с радиусом  $r_{a2}$ . Радиусы  $r_{m1}$  и  $r_{a2}$  могут быть выражены так:

$$r_{m1} = r_1 + (x_1 - \Delta y)m; \quad (8.13)$$

$$r_{a2} = r_2 + (h_a^* + x_2 - \Delta y)m, \quad (8.14)$$

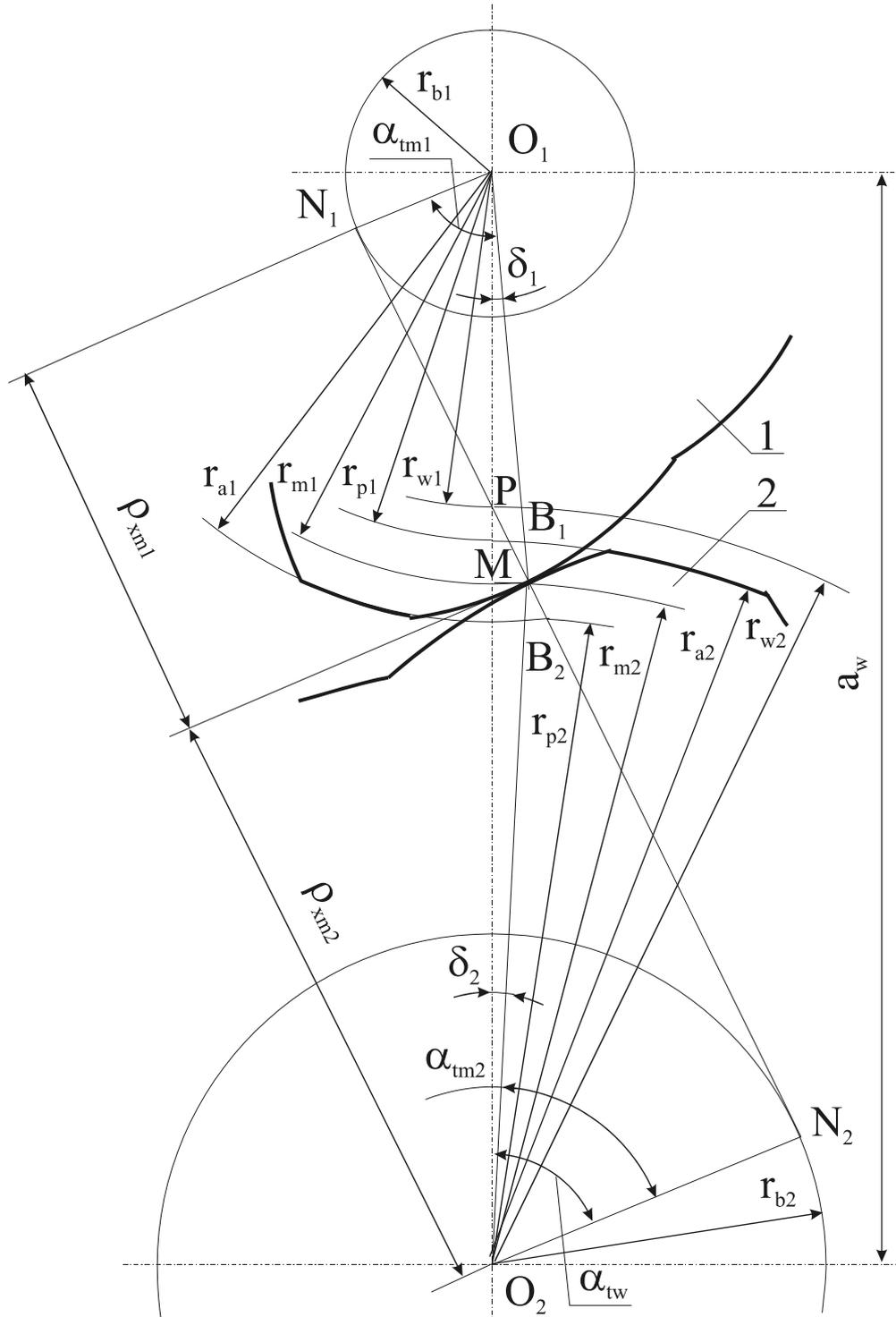


Рис. 8.2. Схема внешнего винтового зацепления в торцовом сечении

где  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы делительных окружностей колёс;  $x_1$  и  $x_2$  – коэффициенты смещения колёс;  $\Delta y$  – коэффициент уравнительного смещения.

Радиусы  $r_{m1}$  и  $r_{a2}$  связаны с расчётными углами  $\beta_{m1}$  и  $\beta_{a2}$  и делительным углом наклона линии зубьев  $\beta$  так [10]:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_{m1} \frac{r_1}{r_{m1}}; \quad (8.15)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_{a2} \frac{r_2}{r_{a2}}. \quad (8.16)$$

Подставив в эти соотношения значения  $r_{m1}$  из (8.13) и  $r_{a2}$  из (8.14), а также значения радиусов  $r_1$  и  $r_2$ , получим:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z_1 \operatorname{tg} \beta_{m1}}{z_1 + 2 \cos \beta (h_a^* + x_1 - \Delta y - h_k)}; \quad (8.17)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z_2 \operatorname{tg} \beta_{a2}}{z_2 + 2 \cos \beta (h_a^* + x_2 - \Delta y)}. \quad (8.18)$$

Если задаться значением  $h_a^*$  и коэффициентом смещения одного из колёс, то коэффициент смещения другого колеса и делительный угол  $\beta$  наклона зубьев находятся из системы уравнений, состоящей из соотношений (8.17), (8.18) и следующих известных зависимостей между параметрами зубчатого зацепления [10]:

$$\cos \beta_b = \sin \beta_{m1} \cos \alpha_{nm1}; \quad (8.19)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_b \cos \alpha_t; \quad (8.20)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta; \quad (8.21)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{tw} = \operatorname{inv} \alpha_t + \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2}; \quad (8.22)$$

$$y = \frac{\cos \alpha_t - \cos \alpha_{tw}}{\cos \alpha_{tw}} \cdot \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2}; \quad (8.23)$$

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y, \quad (8.24)$$

где  $\beta_b$  – основной угол наклона линии зуба;  $\alpha$  – угол профиля исходного контура;  $\alpha_t$  – торцовый угол профиля;  $\alpha_{tw}$  – торцовый угол зацепления;  $y$  – коэффициент воспринимаемого смещения.

Для равносмещённых зацеплений, когда  $x_1 = -x_2 = x$ , делительный угол  $\beta$  и коэффициент смещения  $x$  найдем из уравнений:

$$\operatorname{tg} \beta (z_1 + z_2) + 2h_a^* \sin \beta = z_1 \operatorname{tg} \beta_{m1} + z_2 \operatorname{tg} \beta_{a2}; \quad (8.25)$$

$$x = \frac{z_1}{2 \sin \beta_1} (\operatorname{tg} \beta_{m1} - \operatorname{tg} \beta). \quad (8.26)$$

Заполнюность зацепления будет обеспечена, если выполняется условие:

$$r_{a2} < r_{w2}. \quad (8.27)$$

### *Внутреннее самотормозящееся цилиндрическое зацепление*

Схема заплнюсного внутреннего эвольвентного цилиндрического зацепления показана на рис. 8.3. В отношении положения равнодействующих нормальных усилий на рабочих поверхностях профилей зубьев колёс это зацепление обладает теми же особенностями, что и внешнее зацепление на рис. 8.2, т.е. торцовые проекции точек приложения равнодействующих нормальных усилий здесь также занимают на линии зацепления неизменное положение в точке  $M$ , удалённой от окружностей вершин на расстояние  $h_a^* m$ .

Расчётный угол  $\beta_{m1}$  наклона зуба шестерни здесь также определяется условием (8.11) и также соответствует окружности с радиусом  $r_{m1}$ , проходящей через точку  $M$ .

Условие обеспечения возможности работы внутреннего зацепления в режиме оттормаживания будет выполнено для всех точек контакта на зубьях колеса, если

$$\cos \beta_{c2} > \operatorname{tg} \alpha_{nc2} \sqrt{0,25 + \left( \frac{f_{21\max}^0}{\sin \alpha_{nc2}} \right)^2} - 0,5. \quad (8.28)$$

где  $\beta_{c2}$  – угол наклона линии зубьев колеса на окружности радиуса  $r_{c2}$ , который меньше радиуса окружности впадин на величину радиального зазора, т.е. на величину  $c \cdot m$ ;  $\alpha_{nc2}$  – нормальный угол профиля зуба колеса на окружности с радиусом  $r_{c2}$ .

Таким образом, радиус  $r_{m1}$  при внутреннем зацеплении также может быть выражен уравнением (8.13), а радиус  $r_{c2}$  – так:

$$r_{c2} = r_2 + (h_a^* + x_2 - \Delta y) m. \quad (8.29)$$

Учитывая, что правые части уравнений (8.29) и (8.14) не отличаются друг от друга, геометрические параметры колёс внутреннего цилиндрического зацепления могут быть определены при помощи тех же зависимостей, что и для внешнего, т.е. при помощи уравнений (8.17) - (8.27).

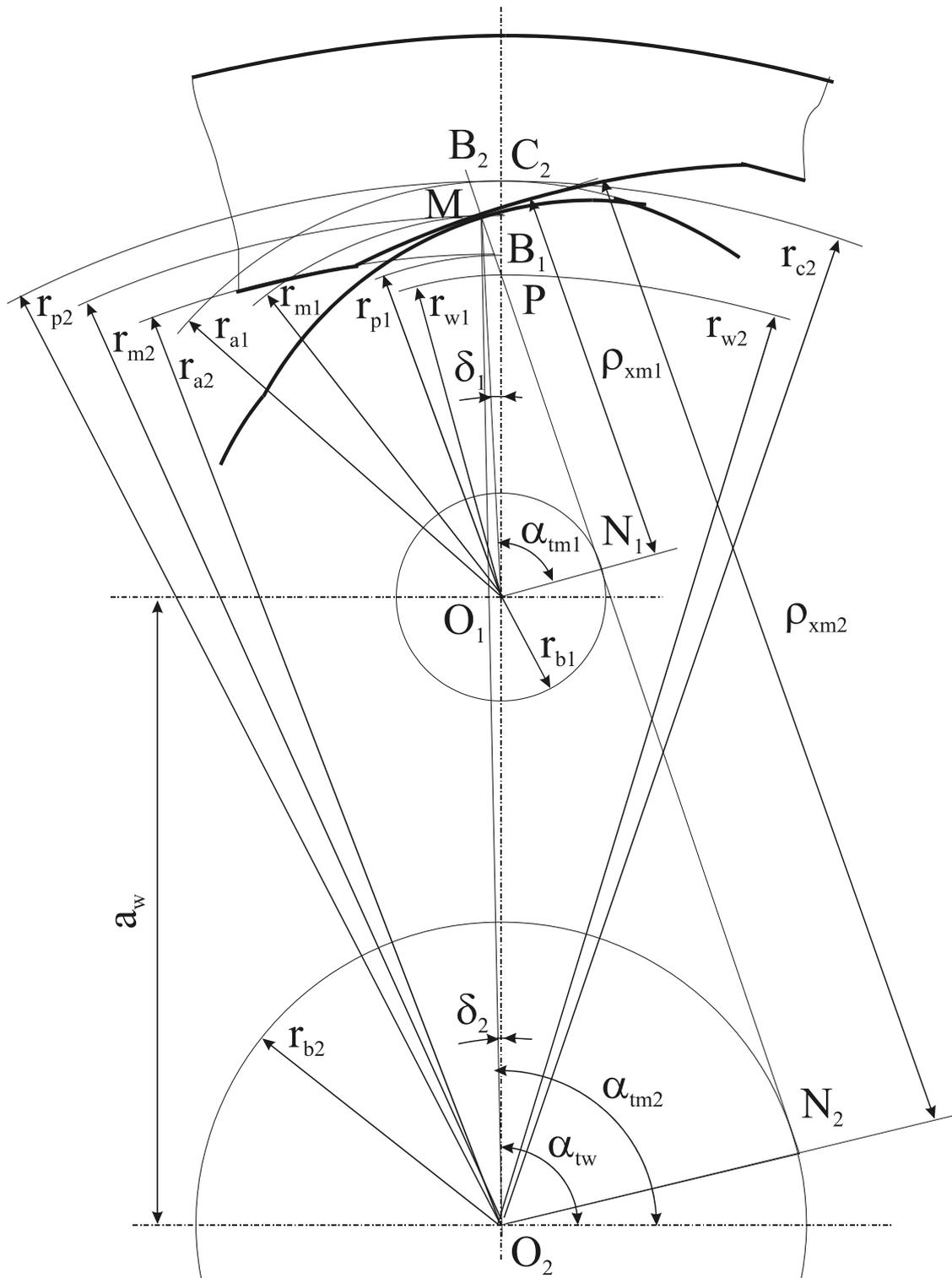


Рис. 8.3. Схема внутреннего винтового зацепления в торцовом сечении

Условие заплотности зацепления здесь имеет вид:

$$r_{a2} > r_{w2}. \quad (8.30)$$

### 8.2.3. Фрикционные передачи

Во фрикционных передачах с поступательным перемещением выходного звена зацепления с винтовыми зубьями используются, как правило, одновременно для преобразования вращательного движения в поступательное и для изменения скорости этого движения. После того, как при помощи зависимостей, определяющих значение передаточной функции и направление торцовой проекции силы трения в зацеплении, определены те расчётные значения углов наклона зубьев, которые обеспечивают получение заданной выходной скорости, определение остальных параметров зацепления осуществляется в порядке, аналогичном изложенному выше для самотормозящихся цилиндрических зубчатых зацеплений.

Единственное отличие заключается в том, что здесь оба расчётных угла должны соответствовать окружности расположения точек приложения равнодействующих нормальных усилий в зацеплении. Таким образом, рабочий радиус  $r_{m1}$  для первого звена будет определяться уравнением (8.10), а рабочий радиус  $r_{m2}$  для второго – аналогично:

$$r_{m2} = r_2 \pm (\pm x_2 \mp \Delta y)m, \quad (8.31)$$

где верхние знаки относятся к внешнему зацеплению, а нижние – к внутреннему.

Радиус  $r_{m2}$  связан с делительным углом наклона уравнением:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_{m2} \frac{r_2}{r_{m2}}. \quad (8.32)$$

После подстановки значения  $r_{m2}$  из (8.31) уравнение (8.32) принимает вид:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z_2 \operatorname{tg} \beta_{m2}}{z_2 \pm 2 \cos \beta (\pm x_2 \mp \Delta y)}. \quad (8.33)$$

Задавшись значением коэффициента смещения одного из колёс, из системы уравнений (8.14), (8.16) – (8.19) и (8.33) найдем коэффициент смещения другого колеса и делительный угол  $\beta$  наклона зубьев.

Для равносмещённых зацеплений делительный угол  $\beta$  наклона зубьев определяется так:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z_1 \operatorname{tg} \beta_{m1} + z_2 \operatorname{tg} \beta_{m2}}{z_1 + z_2}, \quad (8.34)$$

а коэффициент смещения  $x$  – по формуле (8.26).

Для внешних зацеплений условие заплоскости имеет вид (8.27), а для внутренних – вид (8.30).

### **8.3. Зацепление колёс с винтовыми зубьями, нарезанными методом копирования**

При выборе формы боковых поверхностей в зацеплениях с винтовыми зубьями с эксплуатационной точки зрения наиболее предпочтительны эвольвентные профили, обеспечивающие в зацеплении линейный контакт. Такие колёса могут быть профилированы кругом с прямолинейной кромкой подобно цилиндрическим косозубым колёсам, и поэтому они могут быть изготовлены с зубьями (витками) высокой твёрдости, что позволяет существенно повысить нагрузочную способность передач [10].

Однако существующее стандартное оборудование для нарезания колёс методом обкатки не всегда позволяет реализовать такие значения углов наклона зубьев, которые необходимы, например, для получения эффекта самоторможения. Кроме этого, для некоторых видов зацеплений, таких, как реечное II вида или зацепление колёс с внешними зубьями при одинаковом их направлении, стандарты и технология нарезания зубьев колёс ещё не разработаны.

В связи с этим во многих случаях появляется необходимость использования для нарезания винтовых колёс тех технологий, которые основаны на методе копирования и используются при изготовлении цилиндрических червяков с эвольвентным, конволютным, цилиндрическим и архимедовым профилями [10].

Одно из самых простых в технологическом отношении зацеплений можно получить на основе эвольвентного зацепления, если эвольвенты главных поверхностей зубьев заменить круговыми профилями, очерченными дугами окружностей, радиусы кривизны которых равны или близки радиусам кривизны эвольвент в точках приложения равнодействующих нормальных усилий.

#### ***8.3.1. Геометрия круговых профилей внешнего и внутреннего зацепления***

Чтобы определить осевые радиусы кривизны круговых профилей, эквивалентных эвольвентным профилям внешних (рис. 8.2) и внутренних (рис. 8.3) зубчатых зацеплений с винтовыми зубья-

ми, примем, что после замены эвольвентных профилей круговыми неизменными остаются: основная окружность, окружности вершин и впадин, межосевые расстояния, а также положение точки  $M$  контакта сопряжённых профилей и расстояния  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$  от этой точки до осей колёс. Таким образом, неизменным остаётся положение полюса зацепления, а значит, и передаточное отношение. Постоянство передаточного отношения обеспечивается неизменностью положения общей нормали, как и в передачах Новикова. При сопоставлении параметров колёс с круговыми и эвольвентными профилями все размеры последних предполагаются известными.

В торцовом сечении радиусы кривизны эвольвентных профилей колёс  $\rho_{tm1}$  и  $\rho_{tm2}$  в точке  $M$  соответствуют отрезкам  $N_1M$  и  $N_2M$  на рис. 8.2 и 8.3. Через параметры колёс эти радиусы могут быть выражены так:

$$\rho_{tm1,2} = \sqrt{r_{m1,2}^2 - r_{b1,2}^2}. \quad (8.35)$$

Осевые радиусы кривизны  $\rho_{xm1}$  и  $\rho_{xm2}$  могут быть найдены с помощью теоремы Менье [1]:

$$\rho_{xm1,2} = \operatorname{tg} \beta_b \sqrt{r_{m1,2}^2 - r_{b1,2}^2}, \quad (8.36)$$

где  $\beta_b$  – основной угол наклона линий зубьев.

Этот угол может быть выражен через радиусы кривизны  $r_{b1,2}$ ,  $r_{m1,2}$  и углы  $\beta_{m1,2}$  [10]:

$$\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta_{m1,2} \frac{r_{b1,2}}{r_{m1,2}}. \quad (8.37)$$

Подставив эти значения угла  $\beta_b$  в уравнение (8.36), получим:

$$\rho_{xm1,2} = r_{b1,2} \operatorname{tg} \beta_{m1,2} \sqrt{1 - \frac{r_{b1,2}^2}{r_{m1,2}^2}}. \quad (8.38)$$

При предварительных расчётах осевые радиусы кривизны круговых профилей могут быть приняты равными радиусам  $\rho_{xm1}$  и  $\rho_{xm2}$ . В дальнейшем, после оценки степени близости круговых профилей к эвольвентным, они в случае необходимости, могут быть скорректированы в нужную сторону.

Оценку близости круговых профилей к эвольвентным удобно производить по величине осевых зазоров  $\Delta_{xa1}$  и  $\Delta_{xa2}$  между рабочими боковыми поверхностями зубьев на диаметрах вершин колёс. В эвольвентном зацеплении такие зазоры отсутствуют, поэтому,

чем меньше они в зацеплении с круговыми профилями, тем ближе оно к эвольвентному.

Осевые зазоры появляются между нерабочими боковыми поверхностями зубьев из-за того, что углы наклона зубьев на рабочих диаметрах колёс различны. На рис. 8.4, где изображено сечение зубьев внешнего шевронного зацепления плоскостью, проходящей через общую точку контакта перпендикулярно линии центров, показан осевой зазор  $\Delta_{xm}$  на окружностях радиусов  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$ . Величина зазора определяется разностью осевых перемещений каких-либо двух точек, движущихся по дугам окружностей с радиусами  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$ , соответствующим удвоенным углам  $\delta_1$  и  $\delta_2$  (рис. 8.2) [3]:

$$\Delta_{xm} = 2(\delta_2 r_{m2} \operatorname{ctg} \beta_{m2} - \delta_1 r_{m1} \operatorname{ctg} \beta_{m1}). \quad (8.39)$$

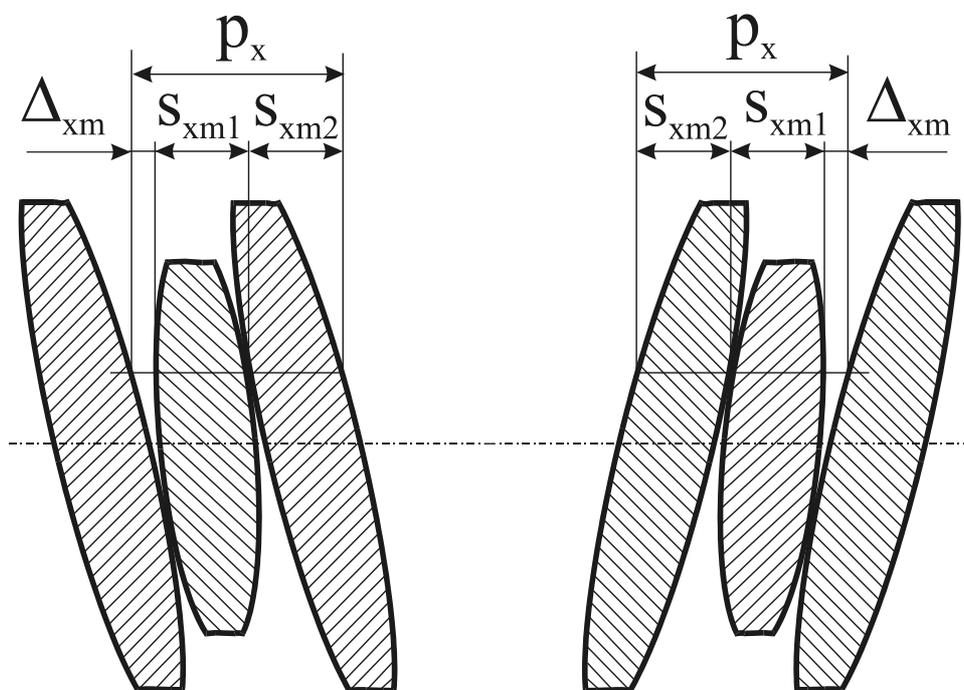


Рис. 8.4. Сечение внешнего шевронного зацепления с круговыми профилями плоскостью, перпендикулярной линии центров колёс

Так же определяется величина  $\Delta_{xm}$  для внутреннего зацепления (рис. 8.3). Углы  $\delta_1$  и  $\delta_2$  определяются из схем на рис. 8.2 и 8.3:

$$\delta_1 = \alpha_{tm1} - \alpha_{tw}; \quad \delta_2 = \pm \alpha_{tw} \mp \alpha_{tm2}. \quad (8.40)$$

В уравнении (8.33) и далее верхние знаки относятся к внешнему зацеплению, а нижние – к внутреннему. Подставляя значения этих углов в (8.39) и выражая углы  $\beta_{m1}$  и  $\beta_{m2}$  через  $\beta$ , получим:

$$\Delta_{xm} = \frac{m}{\sin \beta} [\pm (z_2 \pm z_1) \alpha_{tw} - z_1 \alpha_{tm1} \mp z_2 \alpha_{tm2}]. \quad (8.41)$$

Аналогично можно получить выражение для зазоров  $\Delta_{xa1}^{\vartheta}$  и  $\Delta_{xa2}^{\vartheta}$  на окружностях вершин между нерабочими сторонами эвольвентных профилей в плоскости, проходящей через ось колеса и точку контакта профилей на рабочих сторонах. Переходя от модуля к осевому шагу  $p_x$ , получим:

$$\Delta_{xa1,2}^{\vartheta} = \frac{p_x}{\pi} \left[ \pm (z_2 \pm z_1) \alpha_{tw} - z_{1,2} \alpha_{ta1,2} \mp z_{2,1} \alpha_{tp2,1} \right]. \quad (8.42)$$

Осевой шаг эвольвентных профилей на окружности вершин каждого из колёс складывается из осевой толщины зубьев  $S_{xa}$  на этой окружности, осевой толщины зуба  $S_{xp}$  на окружности нижних точек активного профиля сопряжённого колеса и зазора  $\Delta_{xa}^{\vartheta}$ :

$$p_x = S_{xa1,2}^{\vartheta} + S_{xp2,1}^{\vartheta} + \Delta_{xa1,2}^{\vartheta}. \quad (8.43)$$

При переходе к круговым профилям между рабочими сторонами профилей на окружностях вершин появляются осевые зазоры  $\Delta_{xa1}$  и  $\Delta_{xa2}$ , величину которых можно определить, если в формулу (8.43) вместо осевых толщин эвольвентных зубьев подставить осевые толщины  $S_{xa}$  и  $S_{xp}$  зубьев с круговыми профилями:

$$\Delta_{xa1,2} = \frac{1}{2} (p_x - S_{xa1,2} - S_{xp2,1} - \Delta_{xa1,2}^{\vartheta}). \quad (8.44)$$

Толщины зубьев с круговыми профилями  $S_{xa}$  и  $S_{xp}$  в уравнении (8.44) могут быть найдены из схемы осевого сечения зуба шестерни на рис. 8.5. В соответствии с этой схемой искомые толщины могут быть выражены так:

$$S_{xa1} = S_{xm1} - 2(r_{a1} - r_{m1}) \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_{xa1} + \alpha_{xm1}}{2} \right); \quad (8.45)$$

$$S_{xa2} = S_{xm2} - 2(\pm r_{a2} \mp r_{m2}) \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_{xa2} + \alpha_{xm2}}{2} \right); \quad (8.46)$$

$$S_{xp1} = S_{xm1} + 2(r_{m1} - r_{p1}) \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_{xm1} + \alpha_{xp1}}{2} \right); \quad (8.47)$$

$$S_{xp2} = S_{xm2} + 2(\pm r_{m2} \mp r_{p2}) \operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_{xm2} + \alpha_{xp2}}{2} \right); \quad (8.48)$$

где  $\alpha_{xa1,2}$  – осевые углы круговых профилей на окружностях вершин колёс;  $\alpha_{xm1,2}$  – осевые углы круговых профилей на окружностях с радиусами  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$ ;  $\alpha_{xp1,2}$  – осевые углы круговых профилей на окружностях нижних точек активных эквивалентных эволь-

вентных профилей;  $S_{xm1,2}$  – осевые толщины зубьев с круговыми профилями на окружностях с радиусами  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$ ;  $r_{p1,2}$  – радиусы окружностей нижних точек активных эквивалентных эвольвентных профилей колёс.

Осевые углы  $\alpha_{xa1,2}$  в формулах (8.45) и (8.46) определяются из известной зависимости:

$$\operatorname{tg} \alpha_{xm1,2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{nm1,2}}{\sin \beta_{m1,2}}, \quad (8.49)$$

где  $\alpha_{nm1,2}$  – нормальные углы профилей на окружностях с радиусами  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$ .

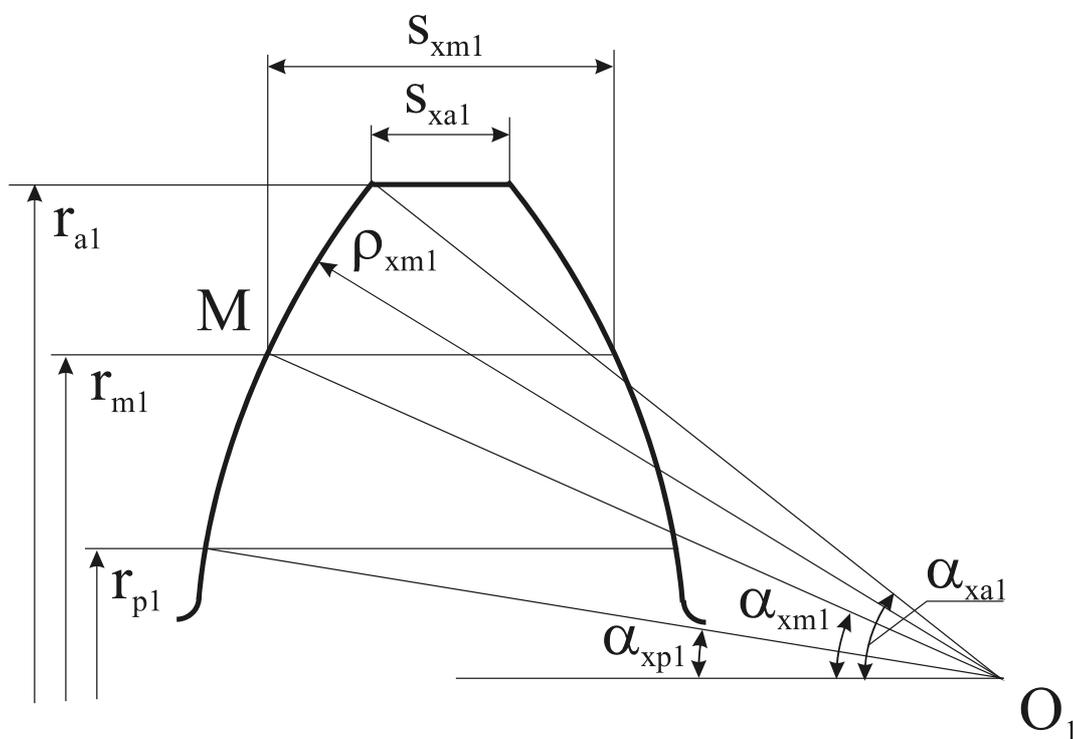


Рис. 8.5. Схема осевого сечения зуба с круговым профилем

Осевые углы  $\alpha_{xa1,2}$  и  $\alpha_{xp1,2}$  находим из схемы на рис. 8.5:

$$\sin \alpha_{xa1} = \sin \alpha_{xm1} + \frac{1}{\rho_{xm1}} (r_{a1} - r_{m1}); \quad (8.50)$$

$$\sin \alpha_{xa2} = \sin \alpha_{xm2} + \frac{1}{\rho_{xm2}} (\pm r_{a2} \mp r_{m2}); \quad (8.51)$$

$$\sin \alpha_{xp1} = \sin \alpha_{xm1} - \frac{1}{\rho_{xm1}} (r_{m1} - r_{p1}); \quad (8.52)$$

$$\sin \alpha_{xp2} = \sin \alpha_{xm2} - \frac{1}{\rho_{xm2}} (\pm r_{m2} \mp r_{p2}). \quad (8.53)$$

Радиусы  $r_{p1,2}$  в формулах (8.44) и (8.45) определяются так:

$$r_{p1,2} = \sqrt{\left(\pm a_w \sin \alpha_{tw} \mp \sqrt{r_{a2,1}^2 - r_{b2,1}^2}\right)^2 + r_{b1,2}^2}. \quad (8.54)$$

Осевые толшины  $S_{xm1}$  и  $S_{xm2}$  зубьев с круговыми эвольвентными зубьями одинаковы и могут быть определены из известной зависимости для эвольвентных колёс:

$$S_{xm1,2} = \frac{2r_{m1,2}}{\operatorname{tg} \beta_{m1,2}} \left( \frac{\pi}{2z_{1,2}} \pm \frac{2x_{1,2} \operatorname{tg} \alpha}{z_{1,2}} \pm \operatorname{inv} \alpha_t \mp \operatorname{inv} \alpha_{tm1,2} \right). \quad (8.55)$$

Эти же толшины можно определить из схемы на рис. 8.4. Если осевые толшины колёс с круговыми зубьями на окружностях с радиусами  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$  принять одинаковыми, то, учитывая значение осевого зазора  $\Delta_{xm}$  из (8.41), получим:

$$S_{xm1,2} = \frac{p_x}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} \left[ \pm (z_2 \pm z_1) \alpha_{tw} - z_1 \alpha_{tm1,2} \mp z_2 \alpha_{tm2,1} \right] \right\}. \quad (8.56)$$

В формуле (8.56) все углы выражены в радианах. Если эти углы выразить в градусах, получим:

$$S_{xm1,2} = \frac{p_x}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{180} \left[ \pm (z_2 \pm z_1) \alpha_{tw} - z_1 \alpha_{tm1,2} \mp z_2 \alpha_{tm2,1} \right] \right\}. \quad (8.57)$$

Следует заметить, что толшины зубьев с круговыми профилями с целью обеспечения, например, их равнопрочности, могут быть приняты различными по величине, но при этом их суммарная величина должна быть равна удвоенному значению правой части уравнений (8.49) или (8.50).

После определения величин зазоров  $\Delta_{xa1}$  и  $\Delta_{xa2}$  можно сделать заключение о необходимости их коррекции. Если какой-либо из них или оба получились отрицательными, то есть вместо зазора имеет место натяг, то радиусы кривизны или один из них следует уменьшить. Если же зазоры слишком велики, то их можно уменьшить за счёт увеличения радиусов кривизны.

### 8.3.2. Геометрия круговых профилей в зацеплениях II вида

Принятая терминология обозначения разновидностей зубчатых зацеплений к внешним относит такие зацепления, при которых аксоидные поверхности зубчатых колёс располагаются одна вне другой (ГОСТ 16530–70) или такие, в которых оба колеса имеют внешние зубья [10]. Соответственно к внутренним зацеплениям

относятся зацепления с аксоидами, расположенными одна внутри другой или такие, в которых одно колесо имеет внешние зубья, а другое – внутренние. Все зубчатые зацепления, соответствующие этой принятой терминологии, обладают одним общим признаком: полюс зацепления и само зацепление находятся по одну сторону от оси шестерни.

Однако существуют зацепления, в которых полюс зацепления и само зацепление находятся по разные стороны от оси шестерни. В связи с тем, что эти зацепления не вписываются в рамки принятой терминологии, они здесь для определённости названы зацеплениями II вида. К числу зацеплений II вида относятся зацепления винтов и роликов в передачах № 3, 6, 9 и 12 (табл. 6.1), в которых эти винты и ролики имеют внешние зубья (витки) с одинаковыми направлениями винтовых нарезок. Поэтому аксоидные поверхности этих зацеплений расположены одна внутри другой (рис. 8.6).

Другая разновидность зацеплений II вида использована в передачах № 15, 18, 21 и 24, где ролики имеют внешние зубья (витки), а гайки – внутренние. Поскольку направления их винтовых нарезок противоположны, аксоидные поверхности этих зацеплений расположены одна вне другой (рис. 8.7). К числу зацеплений II вида относятся также реечные зацепления II вида и зацепление винта и роликов в роликовинтовой передаче на рис. 4.3.

Наиболее предпочтительными здесь также остаются эвольвентные профили, которые во многих случаях могут быть заменены практически равноценными круговыми или любыми другими, используемыми при изготовлении червяков.

Для всех этих профилей в процессе зацепления торцовая проекция точек приложения равнодействующих нормальных усилий, как и в зацеплениях на рис. 8.2 и 8.3, занимает на линии зацепления неизменное положение в точке  $M$  (рис. 8.6 и 8.7).

При использовании круговых профилей торцовые радиусы кривизны  $\rho_{tm1}$  и  $\rho_{tm2}$  в зацеплениях на рис. 8.6 и 8.7 соответствуют отрезкам  $N_1M$  и  $N_2M$  и определяются по формуле (8.35), а осевые – по формуле (8.38).

Осевые зазоры между нерабочими боковыми поверхностями зубьев в зацеплениях II вида появляются не только из-за разницы величин углов наклона зубьев на рабочих поверхностях, но и из-за того, что направления наклона зубьев в зацеплениях колёс с внеш-

ним расположением аксоидных поверхностей (рис. 8.6) совпадают, а с внутренними – противоположны. Поэтому величина осевых зазоров на окружностях рабочих радиусов  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$  определяется не разностью, как в зацеплениях на рис. 8.2 и 8.3, а суммой осевых перемещений каких-либо двух точек, движущихся по дугам окружностей с радиусами  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$ , соответствующим удвоенным углам  $\delta_1$  и  $\delta_2$  на рис. 8.6 и 8.7:

$$\Delta_{xm} = 2(\delta_1 r_{m1} \operatorname{ctg} \beta_{m1} + \delta_2 r_{m2} \operatorname{ctg} \beta_{m2}). \quad (8.58)$$

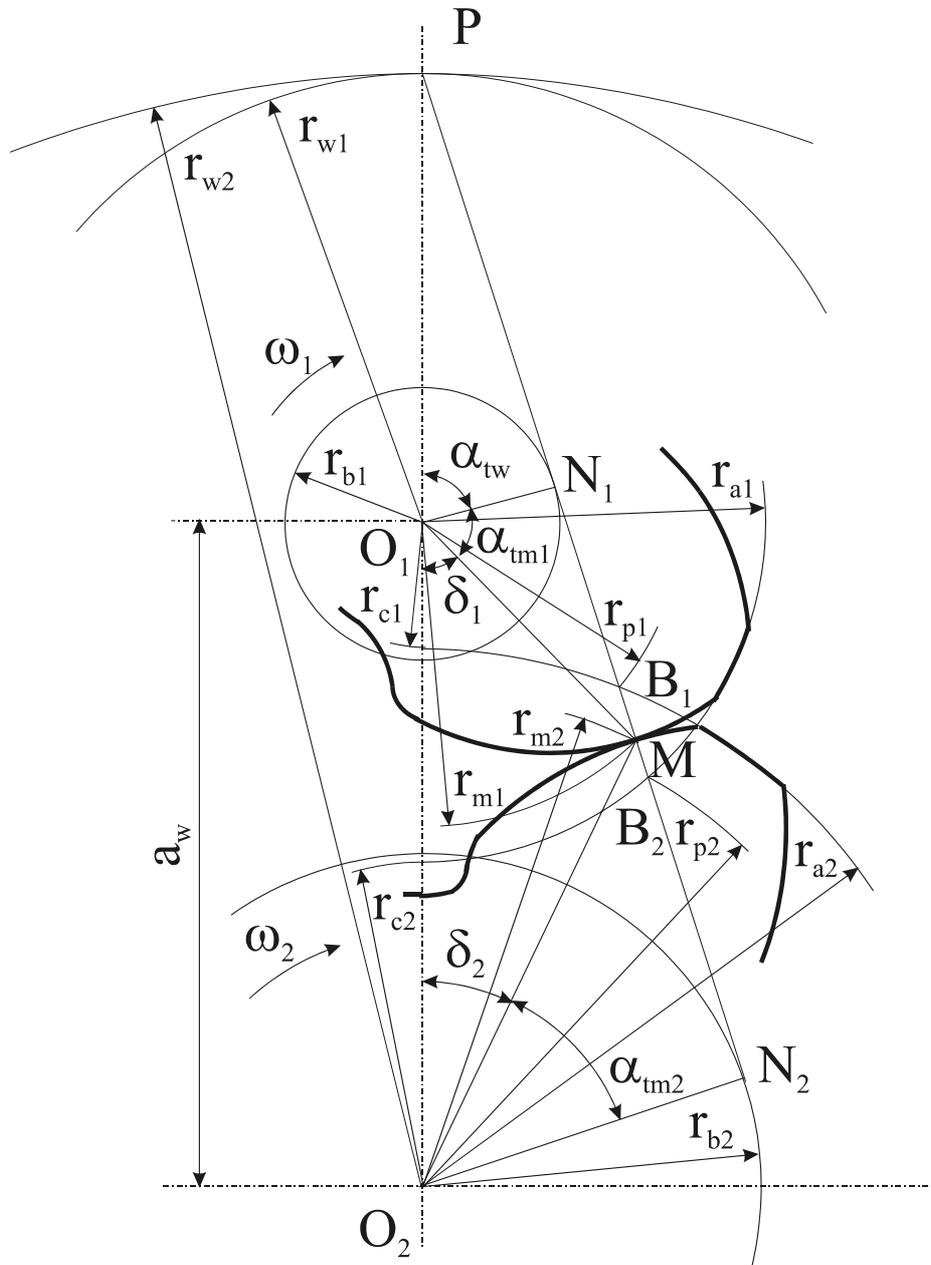


Рис. 8.6. Схема зацепления колёс с внешними зубьями при одинаковых направлениях наклона

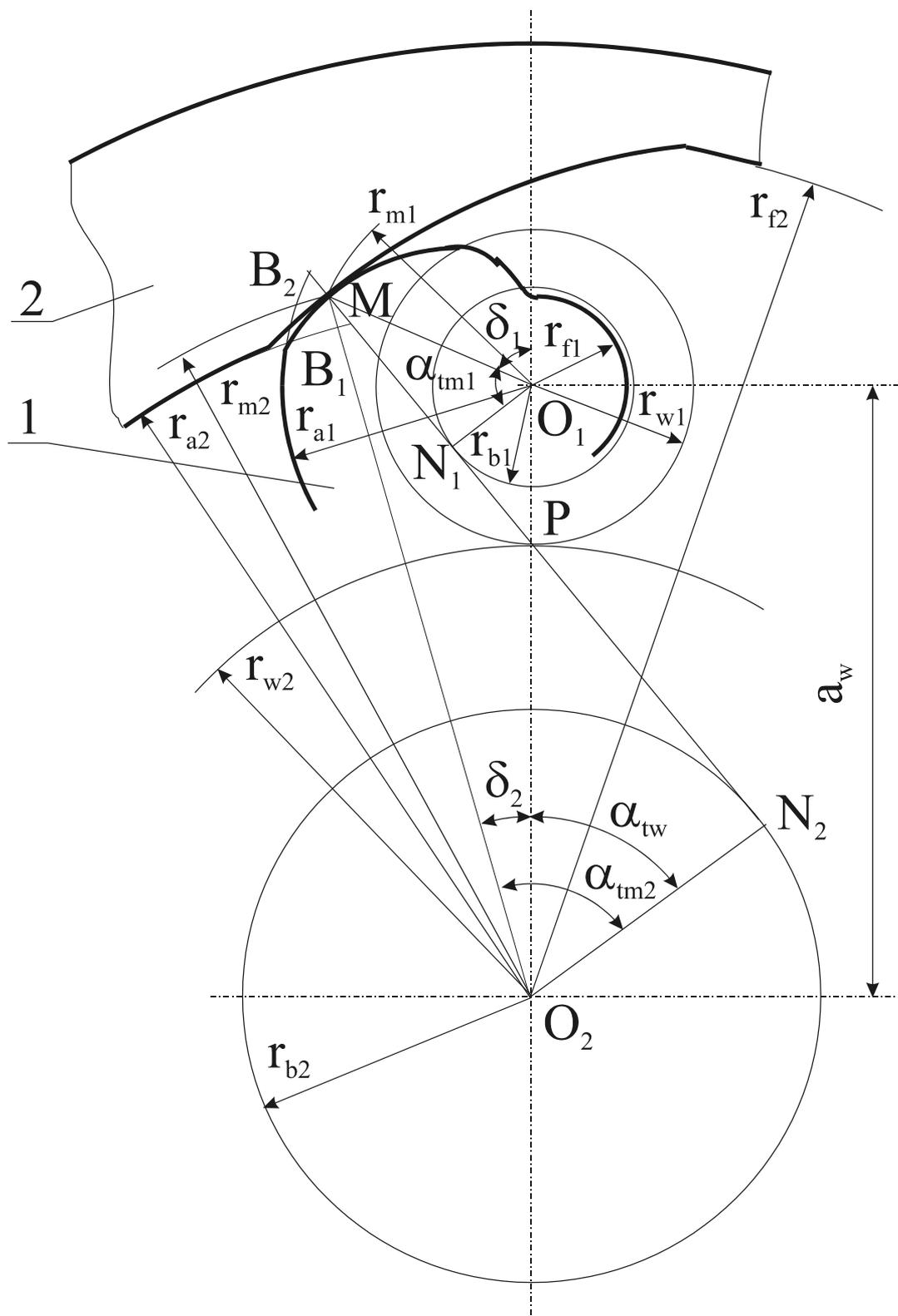


Рис. 8.7. Схема зацепления зубьев шестерни с внутренними зубьями колёса при разных направлениях наклона

Углы  $\delta_1$  и  $\delta_2$  в соответствии со схемами на рис. 8.6 и 8.7 определяются так:

$$\delta_1 = \pi - (\alpha_{tm1} + \alpha_{tw}); \quad \delta_2 = \pm \alpha_{tw} \mp \alpha_{tm2}. \quad (8.59)$$

В уравнении (8.59), определяющем значение  $\delta_2$ , и далее верхние знаки относятся к зацеплениям с внешним расположением колёс (рис. 8.6), а нижние – с внутренним (рис. 8.7).

Подставив значения углов  $\delta_1$  и  $\delta_2$  из (8.59) в уравнение (8.58) и выразив углы  $\beta_{m1}$  и  $\beta_{m2}$  через угол  $\beta$ , получим:

$$\Delta_{xm} = \frac{m}{\sin \beta} [\pm (z_2 \mp z_1) \alpha_{tw} + z_1 (\pi - \alpha_{tm1}) \mp z_2 \alpha_{tm2}]. \quad (8.60)$$

Значения осевых зазоров  $\Delta_{xa1}^{\circ}$  и  $\Delta_{xa2}^{\circ}$  на окружностях вершин между нерабочими сторонами эвольвентных профилей в осевой плоскости, проходящей через точку контакта рабочих профилей, можно получить аналогично (8.42):

$$\Delta_{xa1,2}^{\circ} = \frac{p_x}{\pi} [\pm (z_2 \mp z_1) \alpha_{tw} - z_1 (\pi - \alpha_{ta1}) \mp z_2 \alpha_{tp2}]. \quad (8.61)$$

Осевые зазоры  $\Delta_{xa1}$  и  $\Delta_{xa2}$  на окружностях вершин могут быть найдены при помощи уравнения (8.44), значения  $\Delta_{xa1}^{\circ}$  и  $\Delta_{xa2}^{\circ}$  в котором должны быть приняты из (8.61). Значения  $S_{xa1,2}$  и  $S_{xp1,2}$  могут быть определены по уравнениям (8.45) – (8.48), если толщины зубьев  $S_{xm1}$  и  $S_{xm2}$  в них будут подсчитаны по формуле:

$$S_{xm1,2} = \frac{p_x}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{\pi} [\pm (z_2 \mp z_1) \alpha_{tw} + z_1 (\pi - \alpha_{tm1}) \mp z_2 \alpha_{tm2}] \right\}. \quad (8.62)$$

### 8.3.3. Оценка степени приближения архимедовых профилей к эвольвентным

С технологической точки зрения архимедовы профили винтовых зубьев колёс являются наиболее простыми и во многих случаях могут обеспечить вполне допустимое приближение к эвольвентным профилям. Кроме этого, архимедовы профили могут быть использованы при предварительной обработке винтовой нарезки, например, перед шлифованием эвольвентных профилей.

Архимедовы профили можно рассматривать как частный случай круговых профилей, когда их радиусы кривизны имеют бесконечно большое значение. Таким образом, при оценке степени при-

ближения архимедовых профилей к эвольвентным могут быть использованы зависимости, полученные для круговых профилей.

Осевые зазоры между рабочими профилями могут быть определены при помощи уравнения (8.44), значения толщин зубьев  $S_{xa1,2}$  и  $S_{xp1,2}$  в котором для архимедовых профилей определяются так:

$$S_{xa1} = S_{xm1} - 2(r_{a1} - r_{m1}) \operatorname{tg} \alpha_{xm1}; \quad (8.63)$$

$$S_{xa2} = S_{xm2} - 2(\pm r_{a2} \mp r_{m2}) \operatorname{tg} \alpha_{xm2}; \quad (8.64)$$

$$S_{xp1} = S_{xm1} + 2(r_{m1} - r_{p1}) \operatorname{tg} \alpha_{xm1}; \quad (8.65)$$

$$S_{xp2} = S_{xm2} + 2(\pm r_{m2} \mp r_{p2}) \operatorname{tg} \alpha_{xm2}. \quad (8.66)$$

#### 8.3.4. Порядок геометрического расчёта

В отличие от зубчатых колёс, нарезанных методом огибания, основным геометрическим параметром которых являются нормальный модуль и угол главного профиля исходного контура, для колёс с винтовыми зубьями, нарезаемыми методом копирования, в качестве основных исходных параметров удобнее принять осевой шаг  $p_x$  и нормальный угол профиля  $\alpha_{nm}$  одного из колёс на окружности рабочего диаметра.

Кроме этого, должны быть предварительно подсчитаны необходимые значения углов наклона зубьев колёс  $\beta_{m1}$  и  $\beta_{m2}$  на окружностях рабочих диаметров (для несамотормозящихся зацеплений) или на окружностях вершин (для выходного колеса самотормозящегося зацепления). Должны быть также известны числа зубьев (заходов) колёс  $z_1$  и  $z_2$  и коэффициенты высоты головки  $h_a$  и радиального зазора  $c$ .

На основе этих исходных данных может быть рекомендован изложенный ниже порядок определения геометрических параметров зацеплений с винтовыми зубьями колёс. При этом приняты стандартные значения коэффициентов  $h_a^*$  и  $c$  в долях нормального модуля на рабочих окружностях.

*Зацепления с одинаковым относительным расположением колёс и их аксоидных поверхностей*

1. Радиусы рабочих окружностей  $r_{m1}$  и  $r_{m2}$ :  
для несамотормозящихся зацеплений

$$r_{m1,2} = \frac{P_x}{2\pi} z_{1,2} \operatorname{tg} \beta_{m1,2}; \quad (8.67)$$

для самотормозящихся зацеплений радиус  $r_{m1}$  определяется по формуле (8.67), а радиус  $r_{m2}$  – так:

$$r_{m2} = \frac{P_x}{2\pi} \left( \frac{z_2}{2} \operatorname{tg} \beta_{a2} - h_a^* \sin \beta_{a2} \right). \quad (8.68)$$

2. Угол  $\gamma$  наклона общей нормали на рабочих окружностях к осям колёс:

$$\cos \gamma = \sin \beta_{m1} \cos \alpha_{nm1} = \sin \beta_{m2} \cos \alpha_{nm2}. \quad (8.69)$$

3. Радиусы основных окружностей  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$ :

$$r_{b1,2} = \frac{P_x}{2\pi} z_{1,2} \operatorname{ctg} \gamma. \quad (8.70)$$

4. Торцовые углы профилей на рабочих окружностях:

$$\cos \alpha_{tm1,2} = \operatorname{ctg} \beta_{m1,2} \operatorname{ctg} \gamma. \quad (8.71)$$

5. Межосевое расстояние  $a_w$ :

$$a_w = \sqrt{r_{m1}^2 + r_{m2}^2 \pm 2r_{m1}r_{m2} \cos(\alpha_{tm1} - \alpha_{tm2})}, \quad (8.72)$$

где здесь и далее верхний знак относится к внешнему относительному расположению колёс, а нижний – к внутреннему.

6. Нормальный угол профиля  $\alpha_{nm2}$ , если угол  $\alpha_{nm1}$  был задан:

$$\cos \alpha_{nm2} = \frac{\cos \gamma}{\sin \beta_{m2}}. \quad (8.73)$$

7. Радиусы начальных окружностей  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$ :

$$r_{w1,2} = \frac{z_{1,2} a_w}{z_2 \pm z_1}. \quad (8.74)$$

8. Торцовый угол зацепления  $\alpha_{tw}$ :

$$\cos \alpha_{tw} = \frac{r_{b1}}{r_{w1}} = \frac{r_{b2}}{r_{w2}}. \quad (8.75)$$

9. Радиусы окружностей вершин  $r_{a1}$  и  $r_{a2}$ :

$$r_{a1} = r_{m1} + \frac{h_a^*}{\pi} P_x \sin \beta_{m1}; \quad (8.76)$$

$$r_{a2} = r_{m2} \pm \frac{h_a^*}{\pi} p_x \sin \beta_{m2}. \quad (8.77)$$

10. Радиусы окружностей впадин  $r_{f1}$  и  $r_{f2}$ :

$$r_{f1} = \pm a_w \mp r_{a2} - \frac{c^*}{\pi} p_x \sin \beta_{m1}; \quad (8.78)$$

$$r_{f2} = a_w \mp r_{a1} \mp \frac{c^*}{\pi} p_x \sin \beta_{m2}. \quad (8.79)$$

11. Осевые толшины зубьев на рабочих окружностях  $S_{xm1}$  и  $S_{xm2}$  определяются по формулам (8.56) или (8.57).

12. Нормальные толшины зубьев на рабочих окружностях  $S_{nm1}$  и  $S_{nm2}$ :

$$S_{nm1,2} = S_{xm1,2} \sin \beta_{m1,2}. \quad (8.80)$$

13. Высота  $h_a^0$  замера толщины зубьев:

$$h_{a1,2}^0 = r_{a1,2} - r_{m1,2}. \quad (8.81)$$

14. Осевые углы профилей на рабочих диаметрах:

$$\operatorname{tg} \alpha_{xm1,2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{nm1,2}}{\sin \beta_{m1,2}}. \quad (8.82)$$

В случае, когда требуется вписать зацепление в заданное межосевое расстояние, расчёт целесообразно начинать с определения осевого шага. Для этого подсчитывается межосевое расстояние при единичном шаге, а искомый шаг получается как отношение заданного межосевого расстояния к полученному при единичном шаге. При необходимости шаг может быть округлён до ближайшего желаемого значения с последующей проверкой выполнения требуемых условий получения необходимого значения передаточной функции или условий самоторможения.

При необходимости произвести оценку степени приближения круговых или архимедовых профилей к эвольвентным параметры эквивалентного эвольвентного равносмещённого зацепления определяются так [3]:

торцовый модуль  $m_t$ :

$$m_t = \frac{2r_1}{z_1} = \frac{2r_{w1}}{z_1}; \quad (8.83)$$

угол  $\beta$  наклона зубьев на диаметрах делительных окружностей:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r_1}{r_{m1}} \operatorname{tg} \beta_{m1} = \frac{r_{w1}}{r_{m1}} \operatorname{tg} \beta_{m1}; \quad (8.84)$$

угол профиля в торцовом сечении  $\alpha_t$ :

$$\alpha_t = \alpha_{tw}; \quad (8.85)$$

нормальный угол профиля  $\alpha$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta; \quad (8.86)$$

нормальный модуль  $m$ :

$$m = m_t \cos \beta; \quad (8.87)$$

коэффициент высоты головки  $h_{aэ}^*$ :

$$h_{aэ}^* = \frac{h_a^* p_x \sin \beta_{m1}}{\pi m}; \quad (8.88)$$

коэффициент радиального зазора  $c_э^*$ :

$$c_э^* = \frac{c^* p_x \sin \beta_{m1}}{\pi m}. \quad (8.89)$$

### *Зацепления с противоположным относительным расположением колёс и их аксоидных поверхностей*

Геометрические параметры зацеплений с противоположным относительным расположением колёс и их аксоидных поверхностей могут быть определены в том же порядке и по тем же формулам, что и для зацеплений с одинаковым расположением. Исключение составляют лишь формулы для определения следующих параметров:

межосевое расстояние  $a_w$ :

$$a_w = \sqrt{r_{m1}^2 + r_{m2}^2 \pm 2r_{m1}r_{m2}|\cos(\alpha_{tm1} + \alpha_{tm2})|}; \quad (8.90)$$

радиусы начальных окружностей  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$ :

$$r_{w1,2} = \frac{z_{1,2} a_w}{z_2 \mp z_1}. \quad (8.91)$$

Осевые толщины зубьев на рабочих окружностях  $S_{xm1}$  и  $S_{xm2}$  определяются по формуле (8.62).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

---

1. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
2. Нелинейные задачи динамики и прочности машин / Под ред. В.Л. Вейца. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. – 336 с.
3. *Панюхин В.В.* Геометрический расчёт самотормозящихся зубчатых передач с точечным контактом // Изв. вузов. Машиностроение. – 1984. – № 12. – С. 28–33.
4. *Панюхин В.И.* Самотормозящиеся механизмы. – Владимир: Изд-во ВСНТО, 1981. – 58 с.
5. *Панюхин В.И., Морозов В.В.* КПД и условия самоторможения роликовинтовых передач // Изв. вузов. Машиностроение. – 1989. – № 2. – С. 38–42.
6. *Панюхин В.И., Морозов В.В.* Передаточные функции роликовых планетарных передач винт-гайка // Изв. вузов. Машиностроение. – 1988. – № 5. – С. 31–36.
7. Планетарные передачи / Справочник. Под ред. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева. – Л.: Машиностроение, 1977. – 536 с.
8. *Решетов Д.Н.* Детали машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 656 с.
9. *Скворцова Н.А., Панюхин В.В.* Самотормозящиеся зубчатые передачи с положительным передаточным отношением // Изв. вузов. Машиностроение. – 1984. – № 5. – С. 32–36.
10. Справочник по геометрическому расчёту эвольвентных зубчатых и червячных передач / Под ред. И.А. Болотовского. М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.
11. А.с. СССР № 1779855 (МКИ F 16 Н 25/20). Роликовинтовой механизм / В.В. Морозов, В.И. Панюхин, А.В. Батовский (СССР). – № 4812758 /28. Оpubл. 07.12.92. Бюл. № 45 // Открытия. Изобретения. – 1992. – № 45.
12. Патент РФ № 2017030 (МКИ F 16 Н 1/30). Планетарная передача / В.В. Морозов, В.И. Панюхин, А.В. Батовский (СССР). – № 4952867 /28. Оpubл. 30.07.94. Бюл. № 14 // Открытия. Изобретения. – 1994. – № 14.

*Научное издание*

МОРОЗОВ Валентин Васильевич  
ПАНЮХИН Вадим Иванович  
ПАНЮХИН Виктор Вадимович

ЗУБЧАТО-ВИНТОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ  
ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ  
В ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ

Монография

Редактор Е.П. Викулова

Компьютерная верстка А.Б. Костерин

Изд. лиц. № 020275 От 13.11.96. Подписано в печать 29.09.2000.  
Формат 60x84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Таймс.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,19. Уч.-изд. л. 10,01. Тираж 500 экз.  
Заказ

Владимирский государственный университет.  
Подразделение оперативной полиграфии  
Владимирского государственного университета.  
Адрес университета и подразделения оперативной полиграфии:  
600000, Владимир, ул. Горького, 87