

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Владимирский государственный университет

Б.К. Попов, Б.Б. Гоголев,
А.А. Рязанов, М.А. Каляев

КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ПО ТЕОРИИ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

*АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ
С НИЗШИМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ*

Учебное пособие

Владимир 2004

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41я 73

К 93

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор
Владимирского юридического института
Министерства юстиции РФ

В.В. Панюхин

Доктор технических наук, профессор
Владимирского государственного университета

А.В. Белевич

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Попов, Б.К. Курсовое проектирование по теории машин и механизмов. Анализ плоских механизмов с низшими кинематическими парами : учеб. пособие / Б. К. Попов [и др.] ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Редакционно-издательский комплекс ВлГУ, 2004. – 128 с. – ISBN № 5-89368-516-4.

Изложены теоретические основы кинематического, динамического и силового анализа. Приведены примеры выполнения этих исследований применительно к курсовому проекту. В приложении даны задания к курсовому проектированию.

Предназначено для студентов всех форм обучения специальностей 101200 – двигатели внутреннего сгорания; 120100 – технология машиностроения; 120300 – машины и технология литейного производства; 120700 – машины и технология высокоэффективных процессов обработки; 150200 – автомобили и автомобильное хозяйство; 230100 – сервис транспортных и технологических машин и оборудования в автомобильном транспорте.

Табл. 3. Ил. 36. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.01(075.8)

ББК 34.41я 73

ISBN № 5-89368-516-4

© Владимирский государственный университет, 2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	5
I. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	6
1. Задачи и методы кинематического анализа	6
2. Аналитические методы кинематического анализа	6
2.1. Функции положения механизма	7
2.2. Выбор начальных звеньев	8
2.3. Определение скорости звеньев. Аналогии скоростей	9
2.4. Определение ускорений звеньев. Аналогии ускорений.....	11
2.5. Порядок и примеры кинематического анализа механизмов	13
3. Графический метод кинематического анализа механизмов.....	16
3.1. Построение планов положений звеньев механизма	16
3.2. Построение кинематических диаграмм	19
4. Кинематическое исследование механизмов методом планов	23
4.1. Общие положения	23
4.2. Примеры построения планов скоростей и ускорений.....	26
II. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.....	37
1. Задачи исследования.....	37
2. Силы, действующие на звенья механизма.....	37
3. Динамические модели механизмов и машин.	38
4. Общая схема (последовательность) исследования движения механизмов под действием сил.....	39
5. Приведение масс и сил	39
6. Уравнения движения механизма (машины) с жесткими звеньями....	41
7. Примеры динамического исследования механизмов	42
Пример 1. Исследование движения мальтийского механизма в стационарном режиме	42
Пример 2. Исследование движения кривошипно-ползунного механизма горизонтально-ковочной машины в нестационарном режиме	54
III. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ	65
1. Общие положения	65
1.1. Задачи и методика силового расчета.....	65
1.2. Определение сил инерции	65
1.3. Силовой расчет статически определимых механизмов	68

2. Примеры силового расчета механизмов методом кинетостатики	69
Пример 1. Силовой расчет шестизвенного механизма гайковырубного автомата при непрерывном вращении начального звена.....	69
Пример 2. Силовой расчет шестизвенного кулисного механизма строгального станка с учетом неравномерности вращения начального звена.	81
Пример 3. Силовой расчет зубчатого механизма, передающего вращение от электродвигателя к рабочей машине роторного типа.....	90
Список рекомендуемой литературы.....	96

ПРЕДИСЛОВИЕ

Курсовой проект по теории механизмов и машин завершает естественно-научную подготовку и закрепляет и углубляет знания, полученные студентами при изучении высшей математики, физики, теоретической механики, инженерной графики и теории механизмов и машин.

При выполнении курсового проекта студенты знакомятся с основными этапами проектирования и исследования машин, существующими методами и методиками. Комплексный характер работы позволяет воспитать у будущих инженеров системный подход к проектированию механизмов и машин, глубже понять основы их функционирования.

Пособие содержит три раздела и приложение. Первый раздел посвящён кинематическому анализу рычажных механизмов. Второй – вопросам динамического анализа. В третьем разделе рассматривается силовой расчёт различных механизмов. Каждый раздел имеет подробно рассмотренные примеры, иллюстрирующие особенности практического применения теоретических положений.

Основной упор в изложении сделан на графоаналитические методы. Однако это не исключает применения в курсовом проектировании аналитических методов, использование которых определяется уровнем подготовленности студентов и степенью владения ими вычислительной техникой и современными программными средствами. При этом, на наш взгляд, применение аналитических методов не должно полностью исключать графическую часть. Пусть в сокращённом объёме, как инструмент проверки аналитических решений, графические методы должны быть сохранены в силу их наглядности и незаменимости в учебном процессе.

В приложении приведены задания на курсовой проект, предусматривающие кинематический, динамический и силовой анализ рычажных механизмов. При этом в зависимости от специфики специальности задание на курсовой проект может быть сокращено или дополнено другими разделами курса теории механизмов и машин.

І. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Основные задачи кинематического анализа механизмов заключаются в определении его кинематических параметров: перемещений звеньев и траекторий отдельных точек, а также их скоростей и ускорений. Необходимость в решении этих задач возникает, например при проектировании новых машин, когда сопоставляются различные варианты их кинематических схем.

Для решения задач кинематического анализа может быть использован один из следующих методов:

- 1) графический (метод кинематических диаграмм);
- 2) графоаналитический (метод планов);
- 3) аналитический.

Первый из этих методов является наименее трудоемким, однако точность его невысока, и может быть использован для предварительной оценки кинематических параметров.

Второй метод позволяет получить кинематические параметры с точностью, которая во многих случаях вполне достаточна, однако трудоемкость этого метода несколько выше, чем первого.

Третий метод позволяет получить кинематические параметры с любой точностью, но трудоемкость его в большинстве случаев весьма высока. Следует заметить, что при использовании ЭВМ эта трудоемкость может быть снижена.

Таким образом, выбор метода кинематического анализа зависит от требуемой точности результатов. При решении задач кинематического анализа в качестве исходных данных должны быть известны размеры всех элементов кинематической схемы механизма, а для определения скоростей и ускорений также законы движения входных звеньев. При выполнении курсового проекта законы движения входных звеньев определяются в процессе динамического анализа механизма, а размеры элементов кинематической схемы задаются, а частично и определяются в процессе кинематического синтеза, который предшествует кинематическому анализу.

2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

В настоящее время разработаны общие методы, которые позволяют аналитически определить все кинематические параметры как плоских, так

и пространственных механизмов. Так, для решения задач о положениях звеньев всегда может быть использован метод преобразования координат в форме, предложенной Ю.Ф. Морошкиным.

Задачи об определении скоростей и ускорений точек и звеньев механизма всегда могут быть приведены к решению системы линейных уравнений, полученных после дифференцирования уравнений перемещения по времени. Метод преобразования координат позволяет для любых механизмов при определении кинематических параметров автоматизировать процесс вычисления с помощью ЭВМ, применяя стандартные программы преобразования координат звеньев, входящих в наиболее распространенные кинематические пары.

При исследовании плоских механизмов во многих случаях оказывается целесообразным использование метода замкнутых контуров, предложенного В. А. Зинovieвым. По этому методу положение каждого звена определяется связанным с ним вектором так, что последовательность этих векторов образует один или несколько замкнутых контуров (см. примеры в п. 2.5.). Условия замкнутости векторных контуров в плоских механизмах дают достаточное число уравнений для определения положений звеньев. Для решения задачи о положениях звеньев могут быть использованы и любые другие геометрические приемы, позволяющие установить зависимость между обобщенными координатами и искомыми перемещениями.

2.1. ФУНКЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

Аналитические методы определения положений звеньев сводятся к отысканию функции положения механизма. Функцией положения механизма называется зависимость координат выходного звена от обобщенных координат механизма. При необходимости исследовать положение какого-нибудь промежуточного звена, его следует условно считать выходным. Функция положения может быть записана как в явной форме

$$q_n = q_n(q_1, q_2, \dots, q_S), \quad (2.1)$$

так и в неявной

$$\Phi_n(q_1, \dots, q_S, q_n) = 0, \quad (2.2)$$

где n – индекс (номер) выходного звена; q_1, q_2, \dots, q_S – обобщенные координаты механизма.

Для определения функции положения не обязательно знать законы движения начальных звеньев, т. е. зависимости обобщенных координат от

времени. Функция положения вполне определяется значениями каждой из обобщенных координат. Таким образом, функция положения является основной кинематической характеристикой механизма, и именно она определяет закон преобразования перемещения начального звена, реализуемый механизмом.

Если требуется найти закон движения выходного звена по заданным законам изменения обобщенных координат от времени, то сначала находят функцию положения в явном (2.1) или неявном (2.2) виде. Затем подставляют в соотношения (2.1) или (2.2) заданные зависимости обобщенных координат от времени и находят искомую зависимость перемещения выходного звена в явном виде

$$q_n = q_n(q_1, \dots, q_S, t), \quad (2.3)$$

или неявном виде

$$\Phi_n(q_1, \dots, q_S, q_n, t) = 0. \quad (2.4)$$

Скорость и ускорение выходного звена могут быть найдены дифференцированием уравнений (2.3) или (2.4) по времени. Но, как показано ниже, для этой цели можно использовать и уравнения (2.1) и (2.2), рассматривая их как сложные функции.

2.2. ВЫБОР НАЧАЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ

При определении кинематических характеристик механизма не обязательно, чтобы начальные звенья совпадали с входными, часто удобно за начальные принимать те звенья, при которых наивысший класс структурных групп, входящих в структуру механизма, оказывался минимальным.

Например, в механизме, схема которого показана на рис. 1, при начальном звене 1 (или звене 3) имеются две структурные группы второго

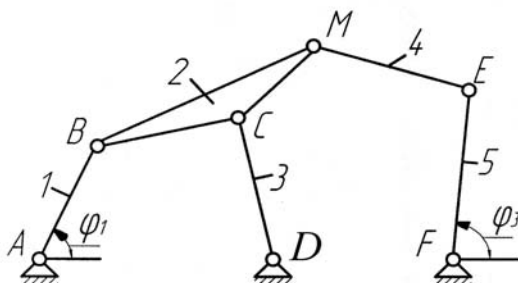


Рис. 1

класса 2–3 и 4–5 (или 1–2 и 4–5); а при начальном звене 5 одна структурная группа третьего класса. С повышением класса структурной группы увеличивается трудоемкость вычислений или построений, необходимых для определения положений звеньев группы. Поэтому для механизма на рис. 1 за начальные звенья целесообразно выбирать или звено 1, или звено 3.

Поэтому для механизма на рис. 1 за начальные звенья целесообразно выбирать или звено 1, или звено 3.

Пусть звено 1 является входным звеном, а звено 5 – выходным. Тогда при заданном законе движения звена 1 для определения закона движения звена 5 сначала находится функция положения механизма $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_1)$. Затем путем подстановки заданного закона движения начального звена $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ в найденную функцию положения получаем искомый закон движения звена 3: $\varphi_5 = \varphi_5(t)$ или $\Phi(\varphi_5, t) = 0$. Так же следует поступать и при входном звене 5. Если же входным звеном будет звено 5, а звено 1 – выходным, то для определения искомого закона движения звена 1 сначала следует найти функцию положения механизма, условно считая звено 5 выходным. Эта функция находится из решения задачи о положениях звеньев механизма при заданных значениях обобщенной координаты звена 1. Подстановка заданного закона движения $\varphi_5 = \varphi_5(t)$ в функцию положения, представленную в неявном виде $\Phi(\varphi_1, \varphi_5) = 0$, дает искомый закон движения в неявном виде $\Phi(\varphi_1, t) = 0$. Если же функция положения найдена в явном виде $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_1)$, то ее следует привести к виду $\varphi_1 = \varphi_1(\varphi_5)$, и тогда подстановка заданного закона движения $\varphi_5 = \varphi_5(t)$ дает непосредственно искомый закон движения выходного звена $\varphi_1 = \varphi_1(t)$.

2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВЕНЬЕВ. АНАЛОГИ СКОРОСТЕЙ

Методику определения скорости выходного звена рассмотрим применительно к механизмам, подлежащим исследованию при курсовом проектировании, функция положения которых может быть записана в явном виде. Подвижность этих механизмов равна единице, и уравнение (2.1) принимает вид $q_n = q_n(q_1)$.

Продифференцировав эту функцию по времени, получим скорость выходного звена

$$\frac{dq_n}{dt} = \frac{dq_n(q_1)}{dt} = \frac{dq_n}{dq_1} \cdot \frac{dq_1}{dt}, \quad (2.5)$$

где $\frac{dq_n}{dq_1}$ – первая производная перемещения выходного звена по обобщенной координате, называемая аналогом скорости;

$\frac{dq_1}{dt}$ – первая производная обобщенной координаты по времени, т.е. скорость начального звена.

Из уравнения (2.5) видно, что аналог скорости $\frac{dq_n}{dq_1}$, как и функция положения, является одной из основных характеристик механизма, поскольку именно он определяет закон преобразования скорости начального звена, реализуемый механизмом. Рассмотрим зависимость между скоростями начального и выходного звеньев для различных случаев преобразования движения. При преобразовании вращательного движения начального звена во вращательное движение выходного функция положения имеет вид:

$$\varphi_n = \varphi_n(\varphi_1), \quad (2.6)$$

где φ_1 и φ_n – углы поворота соответственно начального и выходного звеньев.

Тогда угловая скорость ω_n выходного звена определяется так:

$$\omega_n = \frac{d\varphi_n}{dt} = \frac{d\varphi_n}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_n}{d\varphi_1} \cdot \omega_1. \quad (2.7)$$

В уравнении (2.7) ω_1 – угловая скорость начального звена; $\frac{d\varphi_n}{d\varphi_1}$ – аналог угловой скорости, являющийся безразмерной величиной. Здесь аналог угловой скорости эквивалентен передаточному отношению i_{n1} от выходного звена к начальному.

$$\frac{d\varphi_n}{d\varphi_1} = \frac{\omega_n}{\omega_1} = i_{n1}. \quad (2.8)$$

Если преобразуется вращательное движение в поступательное, функция положения принимает вид

$$S_n = S_n(\varphi_1), \quad (2.9)$$

где S_n – перемещение выходного звена.

Линейная скорость V_n выходного звена здесь будет равна

$$V_n = \frac{dS_n}{dt} = \frac{dS_n}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{dS_n}{d\varphi_1} \cdot \omega_1. \quad (2.10)$$

Аналог линейной скорости $\frac{dS_n}{d\varphi_1}$ в уравнении (2.10) имеет размерность длины и может быть выражен так: $\frac{dS_n}{d\varphi_1} = \frac{V_n}{\omega_1}$.

При преобразовании поступательного движения во вращательное, функция положения запишется так:

$$\varphi_n = \varphi_n(S_1), \quad (2.11)$$

где S_1 – перемещение начального звена.

Угловая скорость ω_n выходного звена в этом случае равна:

$$\omega_n = \frac{d\varphi_n}{dt} = \frac{d\varphi_n}{dS_1} \cdot \frac{dS_1}{dt} = \frac{d\varphi_n}{dS_1} \cdot V_1, \quad (2.12)$$

где V_1 – скорость поступательного перемещения начального звена.

Аналог угловой скорости $\frac{d\varphi_n}{dS_1}$ здесь имеет размерность, обратную длине и

равен $\frac{d\varphi_n}{dS_1} = \frac{\omega_n}{V_1}$.

И, наконец, при преобразовании поступательного движения в поступательное функция положения примет вид

$$S_n = S_n(S_1). \quad (2.13)$$

Линейная скорость V_n выходного звена будет равна

$$V_n = \frac{dS_n}{dt} = \frac{dS_n}{dS_1} \cdot \frac{dS_1}{dt} = \frac{dS_n}{dS_1} \cdot V_1. \quad (2.14)$$

Аналог линейной скорости $\frac{dS_n}{dS_1}$ является безразмерным $\frac{dS_n}{dS_1} = \frac{V_n}{V_1}$.

2.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ. АНАЛОГИ УСКОРЕНИЙ

Для определения ускорений звеньев механизмов, скорости которых были найдены выше, продифференцируем уравнение (2.5) по времени

$$\frac{d^2 q_n}{dt^2} = \frac{d^2 q_n}{dt_1^2} \cdot \left(\frac{dq_1}{dt} \right)^2 + \frac{dq_n}{dq_1} \cdot \frac{d^2 q_1}{dt^2}. \quad (2.15)$$

Здесь $\frac{d^2 q_n}{dt_1^2}$ – вторая производная перемещений выходного звена по обобщенной координате, называемая аналогом ускорения;

$\frac{d^2 q_1}{dt^2}$ – вторая производная перемещения начального звена по времени,

т.е. ускорение начального звена. Кроме аналога ускорения $\frac{d^2 q_n}{dq_1^2}$ и ускоре-

ния $\frac{d^2 q_1}{dt^2}$ правая часть уравнения (2.15) содержит также аналог скорости

выходного звена $\frac{dq_n}{dq_1}$ и скорость $\frac{dq_1}{dt}$ начального звена.

Таким образом, для определения ускорения выходного звена кроме скорости и ускорения начального звена должны быть известны также аналог скорости и аналог ускорения выходного звена, который также относится к числу основных кинематических характеристик механизма. В частном случае, когда угловая скорость начального звена постоянна, уравнение (2.15) принимает вид

$$\frac{d^2 q_n}{dt^2} = \frac{d^2 q_n}{dq_1^2} \cdot \left(\frac{dq_1}{dt} \right)^2. \quad (2.16)$$

Напишем вид уравнения (2.15) для различных случаев преобразования движения. При преобразовании вращательного движения во вращательное угловое ускорение ε_n выходного звена

$$\varepsilon_n = \frac{d^2 \varphi_n}{dt^2} = \frac{d^2 \varphi_n}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{d\varphi_n}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1, \quad (2.17)$$

где ε_1 – угловое ускорение начального звена.

Аналог углового ускорения $\frac{d^2 \varphi_n}{d\varphi_1^2}$, как и аналог угловой скорости, здесь является безразмерной величиной.

При преобразовании вращательного движения в поступательное линейное ускорение a_n выходного звена

$$a_n = \frac{d^2 S_n}{dt^2} = \frac{d^2 S_n}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{dS_n}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1. \quad (2.18)$$

В этом случае аналог линейного ускорения $\frac{d^2 S_n}{d\varphi_1^2}$, как и аналог линейной скорости, имеет размерность длины. При преобразовании поступательного движения во вращательное ускорение ε_n выходного звена

$$\varepsilon_n = \frac{d^2 \varphi_n}{dt^2} = \frac{d^2 \varphi_n}{dS_1^2} \cdot V_1^2 + \frac{d\varphi_n}{dS_1} \cdot a_1, \quad (2.19)$$

где a_1 – линейное ускорение начального звена.

Аналог углового ускорения $\frac{d^2 \varphi_n}{dS_1^2}$ здесь имеет размерность, обратную квадрату длины. При преобразовании поступательного движения в посту-

пательное линейное ускорение a_n выходного звена

$$a_n = \frac{d^2 S_n}{dt^2} = \frac{d^2 S_n}{dS_1^2} V_1^2 + \frac{dS_n}{dS_1} a_1. \quad (2.20)$$

Аналог линейного ускорения $\frac{d^2 S_n}{dS_1^2}$ имеет размерность обратную длине.

2.5. ПОРЯДОК И ПРИМЕРЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ

Из уравнений (2.5) и (2.15) видно, что скорости и ускорения звеньев механизма могут быть найдены лишь после того, как станет известным закон изменения скорости начального звена. Но для определения последнего требуется проведение динамического анализа механизма. Поэтому задача определения скоростей и ускорений звеньев может быть решена только в два этапа.

На первом этапе, который предшествует динамическому анализу, определяются основные кинематические характеристики, зависящие только от структуры механизма и геометрических размеров его звеньев, т.е. функции положения звеньев, аналоги скорости и ускорения. После того как основные кинематические характеристики механизма найдены, возможно проведение динамического анализа механизма, в ходе которого определяются законы движения начальных звеньев. Далее выполняется второй этап кинематического анализа – определяются скорости и ускорения звеньев.

Таким образом, основная работа при кинематическом анализе механизма приходится на решение задач первого этапа. Рассмотрим примеры определения основных кинематических характеристик механизма.

Пример 1. Найти основные кинематические характеристики кривошипно-ползунного механизма на рис. 2. Длина звеньев $l_{AB} = r$, $l_{BC} = l$.

Решение. Для получения основных кинематических характеристик выберем систему координат Axy с началом в точке A , совместив ось x с осью направляющих ползуна 3, в качестве начального звена примем кривошип 1, а его угол поворота φ_1 , отсчитываемый от направления оси x , – в качестве обобщенной координаты.

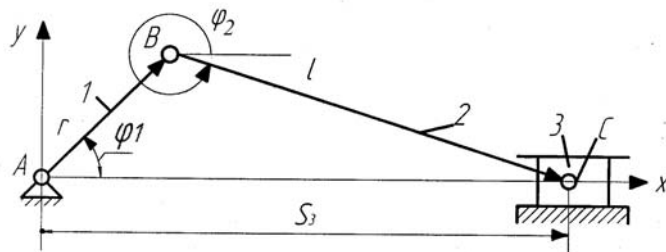


Рис. 2

Напишем условие замкнутости контура $ABCA$: $\bar{l}_{AC} = \bar{l}_{AB} + \bar{l}_{BC}$ или в проекциях на оси x и y

$$S_3 = r \cos(\varphi_1) + l \cos(\varphi_2) \quad (2.25)$$

$$0 = r \sin(\varphi_1) - l \sin(\varphi_2), \quad (2.26)$$

где S_3 – расстояние от ползуна 3 до начала координат A ;

φ_2 – угол отклонения вектора \bar{l}_{BC} от оси x .

Из уравнения (2.26) находим значение $\sin(\varphi_2)$

$$\sin(\varphi_2) = \sin(\varphi_1) / \lambda, \quad (2.27)$$

где $\lambda = l/r$. Отсюда находим значение

$$\cos(\varphi_2) = \sqrt{1 - \sin^2(\varphi_2)} = \sqrt{\lambda^2 - \sin^2(\varphi_1)} / \lambda. \quad (2.28)$$

Подставив значения $\cos(\varphi_2)$ из (2.28) в уравнение (2.25), получим после преобразований

$$S_3 = r \cdot \left(\cos(\varphi_1) + \sqrt{\lambda^2 - \sin^2(\varphi_1)} \right). \quad (2.29)$$

Уравнение (2.29), определяющее расстояние S_3 ползуна 3 от начала координат A в зависимости от значения обобщенной координаты φ_1 представляет собой функцию положения ползуна в принятой системе координат. Дифференцируя функцию положения (2.29) по обобщенной координате φ_1 , получим аналог линейной скорости ползуна

$$\frac{dS_3}{d\varphi_1} = -r \cdot \left(\sin(\varphi_1) + \frac{\sin(2\varphi_1)}{2\sqrt{\lambda^2 - \sin^2(\varphi_1)}} \right). \quad (2.30)$$

Аналог линейного ускорения ползуна получим после дифференцирования уравнения (2.30) по обобщенной координате

$$\frac{d^2S_3}{d\varphi_1^2} = -r \cdot \left(\cos(\varphi_1) + \frac{\cos(2\varphi_1)}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2(\varphi_1)}} + \frac{\sin^2(2\varphi_1)}{4\sqrt{(\lambda^2 - \sin^2(\varphi_1))^3}} \right). \quad (2.31)$$

Пример 2. Найти основные кинематические характеристики для механизма строгального станка (рис. 3), если известны расстояния $l_{AB} = l_1$, $l_{AC} = l_6$, $l_{CD} = l_3$.

Решение. Примем систему координат S_{xy} , начало которой совмещено с осью вращения кулисы 3, а ось ординат – со стойкой AC . Углы φ_1 и

φ_3 , определяющие положения звеньев 1 и 3, отсчитываются от положительного направления оси абсцисс. В качестве начального звена примем ведущее звено 1, а угол φ_1 – в качестве обобщенной координаты. Найдем сначала функцию положения $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_1)$ звена 3, для этого напишем условия замкнутости контура $CABC$

$$\bar{l}_{CA} + \bar{l}_{AB} = \bar{l}_{CB}. \quad (2.38)$$

Уравнения проекций на оси x и y запишутся так

$$l_1 \cos(\varphi_1) = l_{CB} \cos(\varphi_3) \quad (2.39)$$

$$l_6 + l_1 \sin(\varphi_1) = l_{CB} \sin(\varphi_3). \quad (2.40)$$

Определив из (2.39) значение l_{CB} и поставив его в (2.40), получим после преобразований

$$\operatorname{tg}(\varphi_3) = (\sin(\varphi_1) + \lambda) / \cos(\varphi_1), \quad (2.41)$$

где $\lambda = l_6 / l_1$. Уравнение (2.41) представляет собой функцию положения кулисы 3. Рассмотрим теперь замкнутый контур $CEDC$. Условие его замкнутости запишется так: $\bar{l}_{CE} + \bar{l}_{ED} = \bar{l}_{CD}$, или в проекциях на ось x

$$S_5 = l_3 \cos(\varphi_3), \quad (2.42)$$

где S_5 – расстояние точки D суппорта 5 от оси y .

Расстояние S_5 может быть принято в качестве координаты выходного звена 5. Тогда функцию положения найдем при помощи уравнения (2.42) поставив в него значение φ_3 из (2.41)

$$\cos(\varphi_3) = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\varphi_3)}} = \frac{\cos(\varphi_1)}{\sqrt{1 + 2\lambda \cdot \sin(\varphi_1) + \lambda^2}},$$

$$S_5 = \frac{l_3 \cdot \cos(\varphi_1)}{\sqrt{1 + 2\lambda \cdot \sin(\varphi_1) + \lambda^2}}. \quad (2.43)$$

Дифференцируя уравнение (2.43) по обобщенной координате φ_1 , получим аналог линейной скорости суппорта 5

$$\frac{dS_5}{d\varphi_1} = -l_3 \cdot \left(\frac{\sin(\varphi_1) \cdot (1 + 2\lambda \cdot \sin(\varphi_1) + \lambda^2) + \lambda \cdot \cos^2(\varphi_1)}{\sqrt{(1 + 2\lambda \cdot \sin(\varphi_1) + \lambda^2)^3}} \right).$$

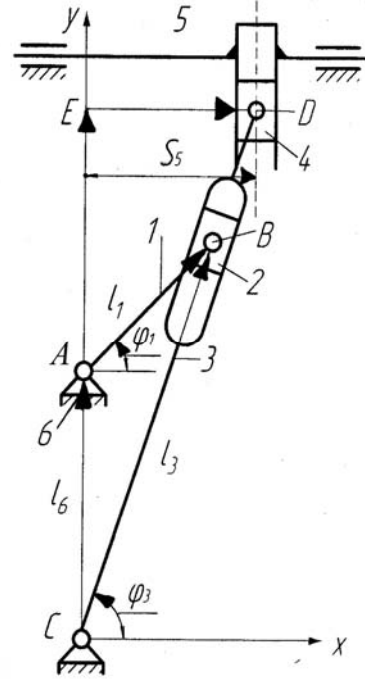


Рис. 3

После повторного дифференцирования получаем аналог линейного ускорения суппорта

$$\frac{d^2 S_5}{d\varphi_1^2} = l_3 \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \left(\frac{(3\lambda \cdot \sin(\varphi_1) - 1) \cdot (1 + 2\lambda \cdot \sin(\varphi_1) + \lambda^2) + 3\lambda^3 \cdot \cos(\varphi_1)}{\sqrt{(1 + 2\lambda \cdot \sin(\varphi_1) + \lambda^2)^5}} \right).$$

3. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ

Применение всех графических методов связано с графическим изображением на плоскости исследуемых параметров, таких как перемещение, скорость и др. В связи с этим возникает необходимость применения масштабов этих параметров. Масштабным коэффициентом или масштабом принято называть число, которое показывает, сколько единиц какой-либо физической величины соответствует одному миллиметру ее графического изображения. На рис. 4 масштаб μ_l длины определяется так:

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB} = \frac{0,3}{24} = 0,0125 \text{ м/мм},$$

где $l_{AB} = 0,3 \text{ м}$ – действительная длина звена 1,
 $AB = 24 \text{ мм}$ – длина отрезка, изображающего звено 1.

3.1. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ ПОЛОЖЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА

Под планом положения звеньев механизма понимают его упрощенную кинематическую схему, изображающую взаимное расположение звеньев в какой-либо определенный момент движения. Поскольку взаимное расположение всех звеньев механизма определяется положением его входных звеньев, построение планов положений начинается с вычерчивания последних в выбранные моменты времени в соответствии с заданными законами их движения. После того как входные звенья изображены, к ним последовательно присоединяются звенья структурных групп (групп Ассур), входящих в состав механизма. Положения звеньев структурных групп определяются при помощи геометрических приемов, основанных на предположении о том, что размеры звеньев во время работы механизма остаются неизменными.

Рассмотрим примеры определения положений звеньев различных структурных групп и механизма в целом. При этом для обозначения классов и видов структурных групп воспользуемся классификацией И.И. Артоболевского.

Пример 3. Определить положение звеньев 1 и 2 структурной группы второго класса первого вида после перемещения одной кинематической пары из положения A_1 в положение A_2 , а другой – из положения C_1 в положение C_2 (рис. 4).

Решение. Для того чтобы найти новое положение звеньев 1 и 2, достаточно найти новое положение внутренней кинематической пары B . Учитывая, что расстояния между точками A и B , а также между точками C и B остаются неизменными, точка B должна располагаться одновременно на окружности радиуса AB с центром в точке A_2 и на окружности радиуса BC с центром в точке C_2 . Из двух точек пересечения этих окружностей истинное положение точки B_2 определяет та, которая не нарушает последовательности при перемещении звеньев 1 и 2.

Пример 4. Определить положение звеньев 1 и 2 структурной группы второго класса второго вида после перемещения внешней вращательной кинематической пары из положения A_1 в положение A_2 , а направляющей внешней поступательной пары из положения X_1-X_1 в положение X_2-X_2 (рис. 5).

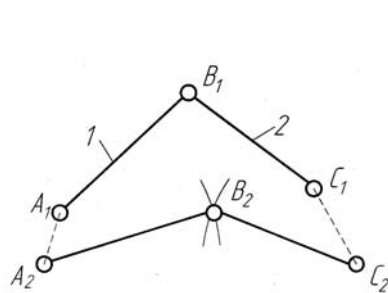


Рис. 4

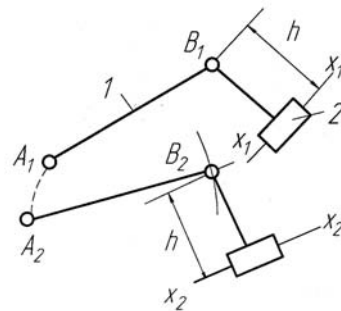


Рис. 5

Решение. Геометрическим местом точек, удаленных от A_2 на расстояние, равное расстоянию между точками A и B , будет, как и в примере 1, окружность радиуса AB с центром в точке A_2 , а геометрическим местом точек, равноудаленных от оси направляющей звена 2 – линия, параллельная этой оси и лежащая от нее на расстоянии h , которое определяется из исходного положения звеньев. Точка пересечения этих геометрических мест, учитывающая последовательность положений звеньев, и определит новое положение внутренней кинематической пары B_2 .

Пример 5. Построить планы положений звеньев механизма строгального станка, если заданы размеры $l_{OA} = 0,26\text{ м}$; $l_{OC} = 0,7\text{ м}$; $l_{CB} = 1,14\text{ м}$; $H = 0,6\text{ м}$ (рис. 6) и направление вращения звена 1.

Решение. За время одного оборота входного звена – кривошипа 1 выходное звено – суппорт 5 вместе с закрепленным на нем резцом совершает рабочий ход (резание) и затем возвращается в исходное положение. Эти движения составляют цикл работы станка. Поэтому достаточно рассмотреть положения и перемещения звеньев механизма за один цикл, т.е. за один оборот входного звена 1. С этой целью следует принять несколько положений звена 1, лучше равноотстоящих, и изобразить их, выбрав масштаб длин. При этом за начальное положение удобно взять такое, при котором выходное звено 5 находится в одной из крайних позиций, обычно соответствующей началу рабочего хода.

Для механизма на рис. 6 в качестве начального положения кривошипа 1 принято OA_0 , перпендикулярное оси кулисы 3. Ему соответствует крайнее левое положение суппорта 5. Чтобы построить это положение, выберем на плоскости точку O и в выбранном масштабе $\mu_l = 0,015 \text{ м/мм}$ отложим от нее вниз по вертикали заданное расстояние $OC = l_{OC} / \mu_l = 0,7 / 0,015 = 47 \text{ мм}$. Проведя затем из центра O окружность радиуса $OA = l_{OA} / \mu_l = 0,26 / 0,015 = 17 \text{ мм}$, получим траекторию точки A . Если теперь из точки C провести касательную CB_0 к этой окружности, то точка касания A_0 определит начальное положение OA_0 кривошипа, а сама линия CB_0 – начальное положение кулисы 3.

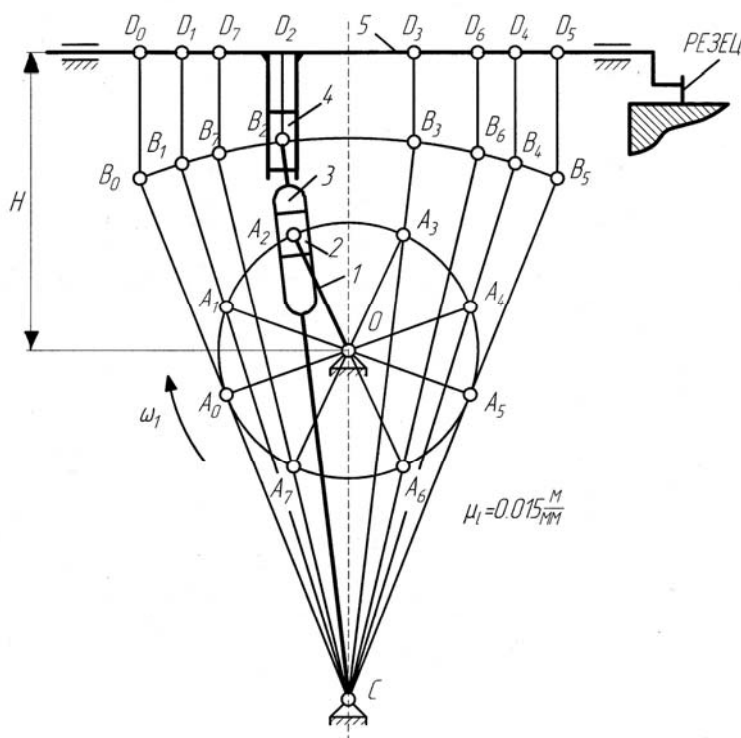


Рис. 6

Приняв число равноотстоящих положений равным восьми, отложим от исходного положения OA_0 через каждые 45° остальные семь, пронумеровав последовательно точки A в направлении вращения: A_0, A_1, \dots, A_7 .

Найденные положения точки A определяют одновременно и положение звена 2, входящего вместе с кулисой 3 в состав первой присоединенной структурной группы. В рассматриваемой схеме ось кулисы также проходит через точку A , поэтому для

определения положений этой кулисы достаточно соединить неподвижную точку C с точками A_0, A_1, \dots, A_7 .

Отложив на найденных направлениях отрезки CB_0, CB_1, \dots, CB_7 , соответствующие заданной длине кулисы l_{CB} , находим положения B_0, B_1, \dots, B_7 , точки B , в которой кулиса 3 присоединяется к ползуну 4 второй структурной группы, включающей в себя также суппорт 5. Таким образом, положения ползуна 4 также определены.

Ось направляющей суппорта 5 расположена горизонтально на заданном расстоянии H от точки O . Ось вертикальной направляющей ползуна 4, расположенной на суппорте, проходит через точку B . Проведя через положения B_0, B_1, \dots, B_7 этой точки вертикали и найдя точки D_0, D_1, \dots, D_7 их пересечения с осью направляющей суппорта, определим тем самым положения самого суппорта 5, все точки которого, в том числе и закрепленный на нем резец, имеют такие же перемещения, как и точка D . Кроме восьми равноотстоящих положений следует построить также положение, соответствующее крайней правой позиции кулисы 3 и суппорта 5. В рассмотренном примере оно практически слилось с положением 5.

3.2. ПОСТРОЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ

Кинематической диаграммой называется график изменения какого-либо кинематического параметра механизма в функции времени или обобщённой координаты. Для характеристики движения точки или звена необходимо иметь три диаграммы: перемещения, скорости (или аналога скорости) и ускорения (или аналога ускорения) в функции времени (или обобщённой координаты). При этом если одна из этих диаграмм построена, то остальные могут быть получены путём её графического дифференцирования или интегрирования, так как линейное перемещение S какой-либо точки, её скорость V и ускорение a связаны известными зависимостями $V = dS/dt$, $a = dV/dt = d^2S/dt^2$, а угловое перемещение φ какого-либо звена, его угловая скорость ω и ускорение ε – соответственно $\omega = d\varphi/dt$, $\varepsilon = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$. Аналогично можно написать зависимости между линейным перемещением S какой-либо точки, аналогом её скорости S' и аналогом ускорения S'' : $S' = dS/dq$; $S'' = dS'/dq = d^2S/dq^2$, а также зависимости между угловым перемещением φ какого-либо звена, аналогом его угловой скорости φ' и аналогом углового ускорения φ'' : $\varphi' = d\varphi/dq$, $\varphi'' = d\varphi'/dq = d^2\varphi/dq^2$, где q – обобщённая координата.

Пример 6. Построить кинематические диаграммы (графики), характеризующие движение суппорта 5 строгального станка (см. рис. 6), если известно, что входное звено 1 вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 5 \text{ с}^{-1}$.

Решение. Построим сначала график перемещения точки D суппорта $S_D = S_D(t)$. Для этого выберем систему координат (рис. 7,а), по оси ординат которой будем откладывать перемещение S_D , а по оси абсцисс – время t . От начала O координат отложим по оси абсцисс отрезок $l = 80 \text{ мм}$, который будет соответствовать времени одного оборота звена 1 механизма. Тогда масштаб времени μ_t определится так:

$$\mu_t = 2\pi / (\omega_1 \cdot l) = 2\pi / 5 \cdot 80 = 0,0157 \text{ с/мм}.$$

Если угловая скорость входного звена задана частотой вращения n_1 об/мин, то μ_t определяется выражением $\mu_t = 60 / (n_1 \cdot l) \text{ с/мм}$. Отрезок l разделим на восемь равных участков 0–1, 1–2, ..., 7–0; точки 0, 1, 2, ..., 7, определяющие границы участков, будут соответствовать моментам времени, когда звено 1 механизма на рис. 6 занимает соответственно положения OA_0, OA_1, \dots, OA_7 . Величины перемещений S_D суппорта от его исходного левого положения легко могут быть определены из планов положений механизма (см. рис. 6). Чтобы найти перемещение S_D на участке 0–1, следует умножить расстояние между точками D_0 и D_1 на масштаб μ_l : $S_{D1} = \mu_l \cdot D_0D_1 = 0,015 \cdot 6,5 = 0,098 \text{ м}$. Аналогично для участка 0–2: $S_{D2} = \mu_l \cdot D_0D_2 = 0,015 \cdot 21 = 0,315 \text{ м}$ и т.д. Теперь найденные перемещения нужно отложить от точек 1, 2, ..., 7 (рис. 7,а) вверх по оси ординат, выбрав предварительно масштаб перемещения μ_s по этой оси $\mu_s = 0,03 \text{ м/мм}$. Отрезки h_1, h_2, \dots, h_7 , изображающие перемещения $S_{D1}, S_{D2}, \dots, S_{D7}$, определяются так:

$$h_1 = S_{D1} / \mu_s = 0,098 / 0,03 = 3 \text{ мм},$$

$$h_2 = S_{D2} / \mu_s = 0,315 / 0,03 = 10,5 \text{ мм} \text{ и т.д.}$$

Соединив верхние точки отрезков плавной линией, получаем график $S_D = S_D(t)$.

Учитывая, что в рассматриваемом примере угловая скорость ω_1 входного звена постоянна и, следовательно, в равные отрезки времени это звено поворачивается на одинаковые углы, построенный график будет одновременно и графиком перемещения суппорта в функции обобщенной координаты, которой здесь является угол φ поворота входного звена,

$S_D = S_D(\varphi)$. Масштаб по оси абсцисс этого графика

$$\mu_\varphi = 2\pi/l = 2\pi/80 = 0,0785 \text{ 1/мм.}$$

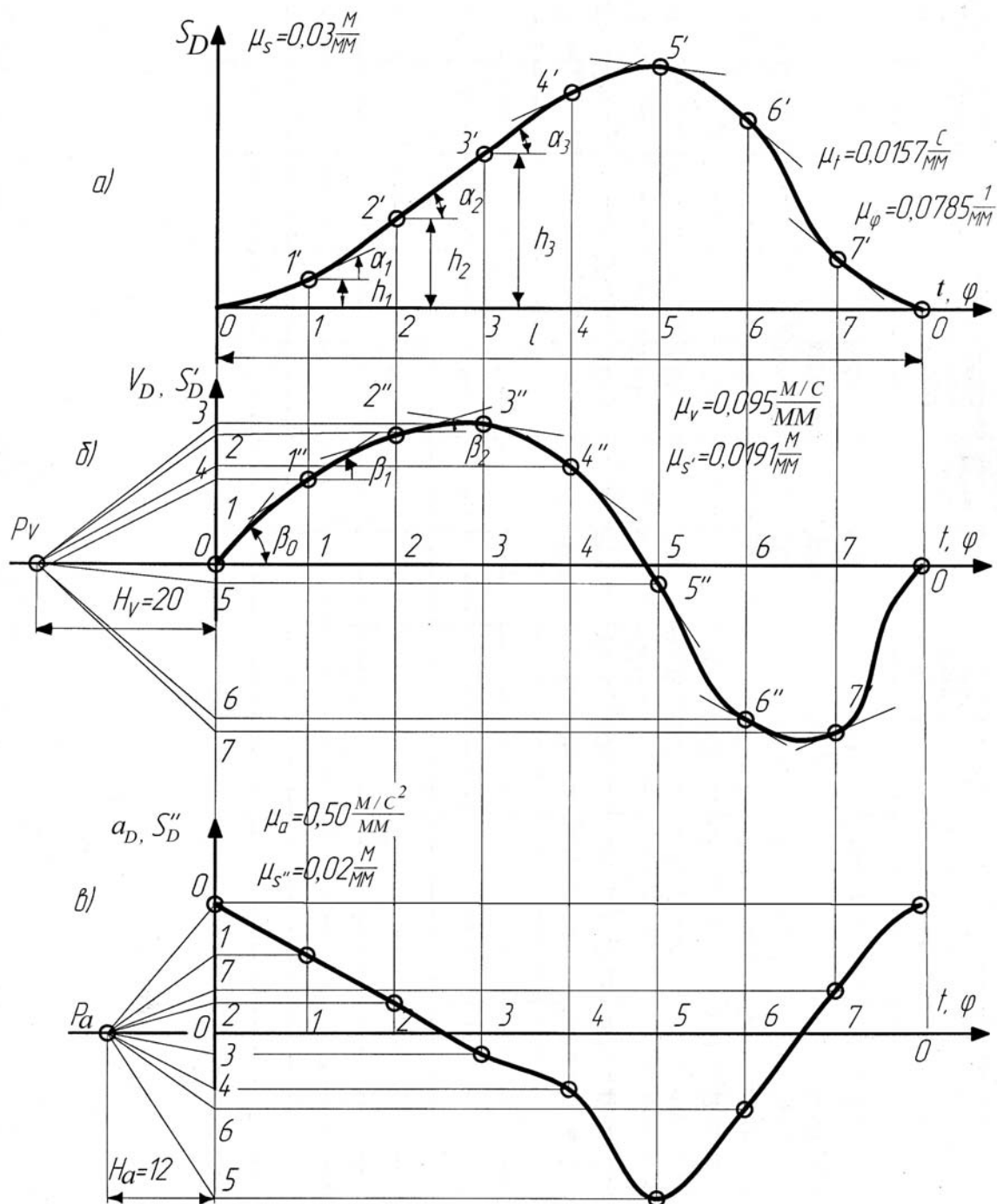


Рис. 7

График скорости точки $D - V_D = V_D(t)$ построим графическим дифференцированием графика $S_D = S_D(t)$ по времени. Известно несколько методов графического дифференцирования. Ниже излагается метод касательных,

который основан на том, что тангенсы углов наклона касательных к непрерывной кривой в каких-либо точках прямо пропорциональны значениям первых производных кривой в этих точках.

Оси координат графика $V_D = V_D(t)$ выберем так, как показано на рис. 7,б, приняв по оси абсцисс тот же масштаб времени μ_t , что и у графика $S_D = S_D(t)$. Ось абсцисс графика $V_D = V_D(t)$ продолжим влево и выберем на этом продолжении точку P_V на некотором расстоянии H_V от оси ординат (пусть $H_V = 20$ мм). Далее в точках $0, 1', 2', \dots, 7'$, кривой $S_D = S_D(t)$ проведём касательные, а через точку P_V графика $V_D = V_D(t)$ лучи P_V0, P_V1, \dots, P_V7 , параллельные соответствующим касательным. Поскольку все лучи проведены из одной точки, они отсекут на оси ординат графика $V_D = V_D(t)$ отрезки $0-0$ (равен нулю), $0-1, \dots, 0-7$, пропорциональные тангенсам углов α_0 (равен нулю), $\alpha_1, \dots, \alpha_7$ наклона касательных к кривой $S_D = S_D(t)$ в точках $0, 1', 2', \dots, 7'$, и следовательно, пропорциональные скоростям точки D в соответствующих положениях $0, 1, 2, \dots, 7$. Поэтому, если отрезки $0-1, 0-2, \dots, 0-7$ перенести на соответствующие ординаты, проведенные через точки $1, 2, \dots, 7$ оси абсцисс и соединить полученные точки плавной линией, получим график $V_D = V_D(t)$, масштаб которого по оси ординат будет равен

$$\mu_V = \mu_S / (\mu_t \cdot H_V) = 0,03 / (0,0157 \cdot 20) = 0,095 \text{ мс}^{-1} / \text{мм}.$$

Из последнего равенства видно, что расстояние H_V влияет на величину масштаба μ_V , поэтому положение точки P_V на оси абсцисс следует выбирать так, чтобы искомая кривая разместилась на отведённом для неё месте чертежа.

Если аналогично продифференцировать график $S_D = S_D(\varphi)$ по обобщённой координате φ , то получим график аналога S'_D линейной скорости точки D в функции обобщённой координаты φ : $S'_D = S'_D(\varphi)$, масштаб которого по оси ординат будет равен

$$\mu_{S'} = \mu_S / (\mu_\varphi \cdot H_V) = 0,03 / (0,0785 \cdot 20) = 0,0191 \text{ м} / \text{мм}.$$

Для построения графика ускорения $a_D = a_D(t)$ суппорта станка продифференцируем по времени график $V_D = V_D(t)$. Выберем оси координат этого графика так, как показано на рис. 7,в и на оси абсцисс на расстоянии $H_a = 12$ мм от оси ординат возьмём точку P_a . В точках $0, 1'', 2'', \dots, 7''$, кривой $V_D = V_D(t)$ проведём касательные, а из точки P_a — лучи P_a0, P_a1, \dots, P_a7 , параллельные этим касательным. Если теперь полученные на оси ординат отрезки $0-0, 0-1, \dots, 0-7$, как и в предыдущем случае, перенести на соот-

ветствующие ординаты, проведённые через точки 0, 1, ..., 7 оси абсцисс (рис. 7,в) и соединить полученные точки плавной кривой, получим график $a_D = a_D(t)$, масштаб которого μ_a по оси ординат определяется так:

$$\mu_a = \mu_V / (\mu_t \cdot H_a) = 0,095 / (0,0157 \cdot 12) = 0,50 \text{ мс}^{-2} / \text{мм}.$$

Если аналогично продифференцировать график $S'_D = S'_D(\varphi)$ по обобщённой координате φ , то получим график аналога S''_D ускорения точки D в функции обобщённой координаты φ : $S''_D = S''_D(\varphi)$, масштаб которого по оси ординат будет равен

$$\mu_{S''} = \mu_{S'} / (\mu_\varphi \cdot H_a) = 0,0191 / (0,0785 \cdot 12) = 0,02 \text{ м} / \text{мм}.$$

4. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ ПЛАНОВ

4.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Планы положений механизмов в рассматриваемом методе строятся так же, как это описано в п. 3.1, поэтому остановимся подробнее на методике определения скоростей и ускорений, которая существенно отличается от изложенной выше. Как уже отмечалось, при определении скоростей и ускорений звеньев механизма должны быть известны законы движения входных звеньев. Тогда, используя известные из курса теоретической механики соотношения, можно последовательно найти скорости и ускорения всех присоединённых структурных групп.

Напомним те положения курса теоретической механики, которые могут быть использованы при построении планов скоростей и ускорений. Плоскопараллельное движение звена, как твёрдого тела, может быть представлено состоящим из поступательного движения со скоростью какой-либо точки этого звена, принятой за полюс, и вращательного движения вокруг полюса. Если точки B и C принадлежат одному звену (рис. 8, звено 2), то скорости этих точек \bar{V}_B и \bar{V}_C связаны векторным уравнением

$$\bar{V}_C = \bar{V}_B + \bar{V}_{CB}, \quad (4.1)$$

где \bar{V}_{CB} – скорость точки C относительно точки B , вектор которой направлен перпендикулярно линии BC в сторону, соответствующую направлению угловой скорости ω_2 звена 2. Величина относительной скорости \bar{V}_{CB} и угловая скорость ω_2 связаны соотношением

$$V_{CB} = \omega_2 \cdot l_{BC},$$

где l_{BC} – расстояние между точками B и C .

Между ускорениями \bar{a}_B и \bar{a}_C точек B и C может быть написано аналогичное соотношение

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}, \quad (4.2)$$

где \bar{a}_{CB} – ускорение точки C относительно точки B .

Поскольку относительное движение точки C криволинейно, ускорение \bar{a}_{CB} может быть разложено на нормальную \bar{a}_{CB}^n и тангенциальную \bar{a}_{CB}^τ составляющие $\bar{a}_{CB} = \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau$.

Вектор \bar{a}_{CB}^n имеет направление по линии BC от точки C к точке B , а величина его равна $a_{CB}^n = V_{CB}^2 / l_{BC} = \omega_2^2 \cdot l_{BC}$.

Вектор \bar{a}_{CB}^τ направлен перпендикулярно линии BC в соответствии с направлением углового ускорения ε_2 , а величина его равна $\bar{a}_{CB}^\tau = \varepsilon_2 \cdot l_{BC}$. После разложения вектора \bar{a}_{CB} на составляющие \bar{a}_{CB}^n и \bar{a}_{CB}^τ уравнение (4.2) имеет вид

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau. \quad (4.3)$$

При необходимости установить зависимость между скоростями и ускорениями двух точек, принадлежащих различным звеньям плоского механизма, следует учитывать вид связей, накладываемых на эти звенья соединяющими их кинематическими парами. Так, если два звена механизма образуют низшую вращательную кинематическую пару (см. рис. 8), то они имеют одну общую точку – ось вращения, скорость которой может рассматриваться одновременно принадлежащей как одному, так и другому звену. Для схемы на рис. 8, например, $\bar{V}_{B_1} = \bar{V}_{B_2}$. То же можно сказать и об ускорениях оси вращательной кинематической пары: $\bar{a}_{B_1} = \bar{a}_{B_2}$.

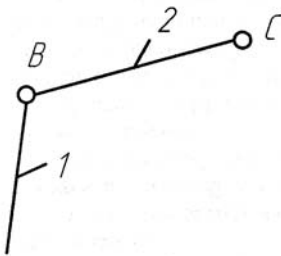


Рис. 8

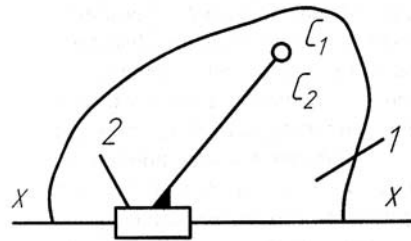


Рис. 9

Если два звена образуют поступательную кинематическую пару (рис. 9), то необходимые зависимости можно установить на основе закономерности сложного движения точки. Движение точки C_2 звена 2 можно

рассматривать как сложное, состоящее из переносного движения вместе с точкой C_1 звена 1, которая совмещена с точкой C_2 , и движения относительно этой точки. Тогда в соответствии с теоремой о сложении скоростей можно написать уравнение, связывающее скорости точек C_2 и C_1

$$\bar{V}_{C_2} = \bar{V}_{C_1} + \bar{V}_{C_2C_1}, \quad (4.4)$$

где $\bar{V}_{C_2C_1}$ – скорость движения звена 2 относительно звена 1, направленная параллельно направляющей $x-x$.

Ускорение \bar{a}_{C_2} точки C_2 в соответствии с теоремой Кориолиса можно выразить равенством

$$\bar{a}_{C_2} = \bar{a}_{C_1} + \bar{a}_{C_2C_1} + \bar{a}_{C_2C_1}^k, \quad (4.5)$$

где \bar{a}_{C_1} – ускорение точки C_1 в переносном движении;

$\bar{a}_{C_2C_1}$ – ускорение точки C_2 относительно точки C_1 ;

$\bar{a}_{C_2C_1}^k$ – ускорение Кориолиса.

В общем случае криволинейного движения относительное ускорение $\bar{a}_{C_2C_1}$ состоит из двух составляющих: нормальной $\bar{a}_{C_2C_1}^n$ и тангенциальной $\bar{a}_{C_2C_1}^\tau$. Но в случае, показанном на рис. 9, относительное движение прямолинейно, и, следовательно, составляющая $\bar{a}_{C_2C_1}^n$ равна нулю. Таким образом, для схемы на рис. 9 уравнение (4.5) принимает вид

$$\bar{a}_{C_2} = \bar{a}_{C_1} + \bar{a}_{C_2C_1}^\tau + \bar{a}_{C_2C_1}^k \quad (4.6)$$

Составляющая $\bar{a}_{C_2C_1}^\tau$ имеет направление, параллельное $x-x$. Величина ускорения Кориолиса равна $\bar{a}_{C_2C_1}^k = 2\omega_1 \cdot V_{C_2C_1}$, где ω_1 – угловая скорость звена 1.

Чтобы определить направление вектора ускорения Кориолиса, необходимо вектор относительной скорости $\bar{V}_{C_2C_1}$ повернуть на 90° в направлении угловой скорости ω_1 . Направление вектора $\bar{a}_{C_2C_1}^k$ совпадает с направлением повернутого таким образом вектора $\bar{V}_{C_2C_1}$. Используя перечисленные соотношения, можно связать неизвестные величины скоростей и ускорений с известными и определить искомые параметры. Графическое построение для решения векторных уравнений называется планом.

При построении планов скоростей и ускорений необходимо учитывать следующие их особенности и свойства:

а) векторы, исходящие из полюса, изображают в одинаковом масштабе абсолютные скорости (ускорения) соответствующих точек звеньев механизма. Точки планов скоростей и ускорений, соответствующие неподвижным точкам механизма, находятся в полюсе;

б) векторы, соединяющие концы векторов абсолютных скоростей (ускорений), изображают величины и направления соответствующих относительных скоростей (ускорений);

в) векторы относительных скоростей (ускорений) каких-либо точек одного звена образуют на плане скоростей (ускорений) фигуру, подобную той, которую эти точки образуют на звене. При этом на планах скоростей стороны подобных фигур повернуты на 90° , а на планах ускорений – на угол μ , равный $\mu = \arctg(\varepsilon/\omega^2)$, где ω – угловая скорость звена; ε – угловое ускорение звена. Вершины подобных фигур на планах скоростей и ускорений при обходе фигур в каком-либо определённом направлении (например, по направлению движения часовой стрелки) должны встречаться в одном и том же порядке.

4.2. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

Пример 7. Построить план скоростей для звеньев структурной группы II класса первого вида в положении, показанном на рис. 10 в масштабе $\mu_l = 0,01 \text{ м/мм}$, если известны скорости \vec{V}_B и \vec{V}_D внешних кинематических пар B и D : $\vec{V}_B = 4,6 \text{ м/с}$, $\vec{V}_D = 3,7 \text{ м/с}$.

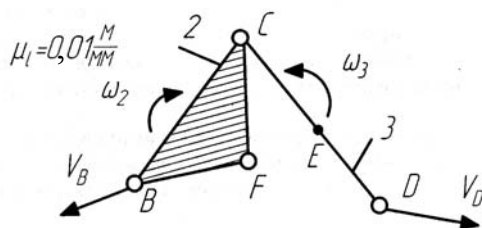


Рис. 10

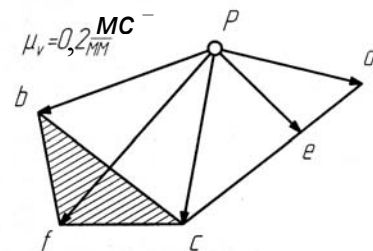


Рис. 11

Решение. Определим сначала скорость \vec{V}_C внутренней кинематической пары C . Эта скорость может быть выражена через известные скорости \vec{V}_B и \vec{V}_D при помощи уравнений

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}, \quad (4.7)$$

$$\vec{V}_C = \vec{V}_D + \vec{V}_{CD}. \quad (4.8)$$

Приравняв правые части уравнения (4.7) и (4.8), получим

$$\vec{V}_B + \vec{V}_{CB} = \vec{V}_D + \vec{V}_{CD}. \quad (4.9)$$

В векторном уравнении (4.9) неизвестны только величины (модули) относительных скоростей \vec{V}_{CB} и \vec{V}_{CD} , которые определим из плана скоростей.

Задавшись масштабом плана $\mu_V = 0,2 \text{ мс}^{-1}/\text{мм}$, определим длины векторов \overline{pb} и \overline{pd} , которые изображают на плане скоростей \vec{V}_B и \vec{V}_D ; $pb = V_B/\mu_V = 4,6/0,2 = 23 \text{ мм}$; $pd = V_D/\mu_V = 3,7/0,2 = 18,5 \text{ мм}$. Найденные длины векторов \overline{pb} и \overline{pd} отложим от полюса p плана скоростей (рис. 11) по заданным на рис. 10 направлениям векторов \vec{V}_B и \vec{V}_D .

В соответствии с уравнением (4.9) через точку b плана проведём направление относительной скорости \vec{V}_{CB} , перпендикулярное линии CB на рис.12, а через точку d – направление относительной скорости \vec{V}_{CD} , перпендикулярное линии CD . Точка c пересечения этих двух направлений определит длину векторов \overline{bc} и \overline{dc} , изображающих в выбранном масштабе μ_V плана относительные скорости \vec{V}_{CB} и \vec{V}_{CD} . Соединив точку c с полюсом p плана, находим величину скорости точки C : $V_C = \mu_V \cdot (pc) = 0,2 \cdot 23 = 4,6 \text{ м/с}$.

Аналогично определяются величины относительных скоростей \vec{V}_{CB} и \vec{V}_{CD} .

$$V_{CB} = \mu_V \cdot (cb) = 0,2 \cdot 23 = 4,6 \text{ м/с}; \quad V_{CD} = \mu_V \cdot (cd) = 0,2 \cdot 29 = 5,8 \text{ м/с}.$$

Стрелки на векторах \overline{bc} и \overline{dc} следует поставить в соответствии с векторным уравнением (4.9). При принятой форме обозначения относительных скоростей вектор относительной скорости направлен к той точке, которая стоит первой в индексе скорости.

Найденные значения относительных скоростей \vec{V}_{CB} и \vec{V}_{CD} могут быть использованы для определения угловых скоростей звеньев 2 и 3 (см. рис. 10).

$$\omega_2 = V_{CB}/l_{CB} = V_{CB}/(\mu_l \cdot BC) = 4,6/(0,01 \cdot 20) = 23 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_3 = V_{CD}/l_{CD} = V_{CD}/(\mu_l \cdot DC) = 5,8/(0,01 \cdot 24) = 24,2 \text{ с}^{-1}.$$

Для определения направления угловых скоростей надо условно перенести векторы \vec{V}_{CB} и \vec{V}_{CD} в точку C и тогда станет очевидным, что звено 2 вращается по направлению вращения часовой стрелки, а звено 3 в противоположном направлении.

После того, как для каждого звена рассматриваемой схемы на плане скоростей получены векторы скоростей каких-либо двух точек, задача построения плана может считаться решённой, поскольку если потребуется найти ещё скорость какой-либо третьей точки, то это легко может быть сделано методом подобия. Чтобы найти на плане скоростей скорость \vec{V}_F точки F звена 2 (см. рис. 10), надо на векторе \overline{bc} плана скоростей (см. рис. 11) построить треугольник bcf , подобный треугольнику BCF (см. рис. 10) и сходственно расположенный. Тогда скорость \vec{V}_F будет определяться на плане скоростей вектором \overline{pf} .

$$\vec{V}_F = \mu_V \cdot (pf) = 0,2 \cdot 2,9 = 5,8 \text{ м/с}.$$

Определим теперь скорость \vec{V}_E точки E звена 3 (см. рис. 10). Поскольку точки C, E, D лежат на одной линии CD , концы векторов абсолютных скоростей этих точек на плане скоростей также должны лежать на одной линии cd плана (см. рис. 11). Положение точки e на плане скоростей определится из соотношения $(de)/(dc) = DE/DC$, откуда

$$(de) = (dc) \cdot DE/DC = (29 \cdot 9)/24 = 11 \text{ мм}.$$

Соединив точку e с полюсом плана скоростей, находим направление и величину скорости точки E

$$V_E = \mu_V \cdot (pe) = 0,2 \cdot 15 = 3 \text{ м/с}.$$

Пример 8. Для звеньев структурной группы, рассмотренной в примере 7, построить план ускорений, если известны ускорения \vec{a}_B и \vec{a}_D внешних кинематических пар B и D , направления которых показаны на рис. 12, $a_B = 160 \text{ м/с}^2$, $a_D = 220 \text{ м/с}^2$.

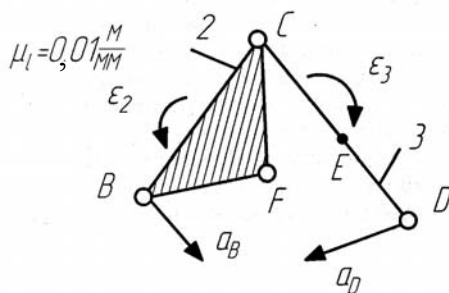


Рис. 12

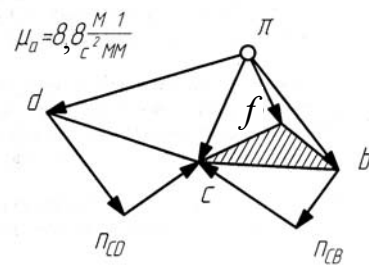


Рис. 13

Решение. Определим сначала ускорение \vec{a}_C точки C . По аналогии с уравнением (4.3) это ускорение может быть выражено так:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau; \quad (4.10)$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{CD}^n + \vec{a}_{CD}^\tau. \quad (4.11)$$

Здесь \bar{a}_{CB}^n и \bar{a}_{CD}^n – вектора нормальных составляющих ускорений точки C при ее движении относительно точки B и относительно точки D соответственно. Вектор \bar{a}_{CB}^n направлен параллельно BC , а вектор \bar{a}_{CD}^n – параллельно DC . Используя найденные в примере 7 значения \bar{V}_{CB} и \bar{V}_{CD} , найдём величины \bar{a}_{CB}^n и \bar{a}_{CD}^n :

$$a_{CB}^n = V_{CB}^2 / l_{BC} = V_{CB}^2 / (\mu_l \cdot BC) = 4,6^2 / (0,01 \cdot 20) = 106 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{CD}^n = V_{CD}^2 / l_{DC} = V_{CD}^2 / (\mu_l \cdot DC) = 5,8^2 / (0,01 \cdot 24) = 140 \text{ м/с}^2.$$

Значения \bar{a}_{CB}^n и \bar{a}_{CD}^n можно найти также и через угловые скорости звеньев $a_{CB}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BC}$, $a_{CD}^n = \omega_3^2 \cdot l_{DC}$.

Тангенциальные составляющие \bar{a}_{CB}^τ и \bar{a}_{CD}^τ ускорений точки C относительно точек B и D в уравнениях (4.10) и (4.11) известны только по направлениям: первая из них перпендикулярна линии BC , а вторая – CD .

Выбрав на плоскости положение полюса π плана ускорений (рис. 13), отложим от него в соответствии с уравнением (4.10) векторы $\bar{\pi b}$ и \bar{bn}_{CB} , изображающие в масштабе $\mu_a = 8,8 \text{ мс}^{-2} / \text{мм}$ векторы \bar{a}_B и \bar{a}_{CB}^n

$$\pi b = a_B / \mu_a = 160 / 8,8 = 18 \text{ мм},$$

$$bn_{CB} = a_{CB}^n / \mu_a = 106 / 8,8 = 12 \text{ мм}.$$

Величина вектора \bar{a}_{CB}^τ пока неизвестна, поэтому через конец вектора \bar{bn}_{CB} на плане ускорений проведём известное направление этой составляющей. Аналогично отложим от полюса π векторы $\bar{\pi d}$ и \bar{dn}_{CD} , изображающие в выбранном масштабе μ_a векторы \bar{a}_D и \bar{a}_{CD}^n уравнения (4.11)

$$\pi d = a_D / \mu_a = 220 / 8,8 = 25 \text{ мм},$$

$$dn_{CD} = a_{CD}^n / \mu_a = 140 / 8,8 = 16 \text{ мм}.$$

Далее через точку n_{CD} проведём известное направление тангенциальной составляющей \bar{a}_{CD}^τ . Так как правые части уравнений (4.10) и (4.11) равны, а начала векторов $\bar{\pi b}$ и $\bar{\pi d}$ совпадают, должны совпадать и концы векторов, изображающих на плане ускорений величины тангенциальных составляющих \bar{a}_{CB}^τ и \bar{a}_{CD}^τ .

Следовательно, точка c пересечения направления этих составляющих и определит их величины

$$a_{CB}^{\tau} = \mu_a \cdot (n_{CB}c) = 8,8 \cdot 14 = 123,2 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{CD}^{\tau} = \mu_a \cdot (n_{CD}c) = 8,8 \cdot 11 = 96,8 \text{ м/с}^2.$$

Соединив точку c с полюсом π , находим величину ускорения точки C :

$$a_C = \mu_a \cdot (\pi c) = 8,8 \cdot 14 = 123,2 \text{ м/с}^2.$$

Если соединить точку c с точками b и d , получим векторы \overline{bc} и \overline{dc} , изображающие в масштабе μ_a векторы полных относительных ускорений $\overline{a_{CB}}$ и $\overline{a_{CD}}$,

$$a_{CB} = \mu_a \cdot (bc) = 8,8 \cdot 16 = 140,8 \text{ м/с}^2, \quad a_{CD} = \mu_a \cdot (dc) = 8,8 \cdot 20 = 176 \text{ м/с}^2.$$

После определения величин $\overline{a_{CB}^{\tau}}$ и $\overline{a_{CD}^{\tau}}$, можно найти угловые ускорения ε_2 и ε_3 звеньев 2 и 3

$$\varepsilon_2 = a_{CB}^{\tau} / l_{CB} = a_{CB}^{\tau} / (\mu_l \cdot BC) = 123,2 / (0,01 \cdot 20) = 616 \text{ с}^{-2},$$

$$\varepsilon_3 = a_{CD}^{\tau} / l_{CD} = a_{CD}^{\tau} / (\mu_l \cdot DC) = 96,8 / (0,01 \cdot 24) = 403 \text{ с}^{-2}.$$

Для определения направлений угловых ускорений надо условно перенести направления тангенциальных составляющих $\overline{a_{CB}^{\tau}}$ и $\overline{a_{CD}^{\tau}}$ в точку C , тогда очевидно, что на рис. 12 угловое ускорение ε_2 направлено против хода часовой стрелки, а ускорение ε_3 – по ходу часовой стрелки.

Определим методом подобия ускорение точки E звена 2. Для этого на отрезке bc плана ускорений построим треугольник bce , подобный треугольнику BCE (см. рис. 12). Величины отрезков недостающих сторон треугольника bce на рис. 13 определяются из пропорций

$$(bf)/(bc) = BF/BC \quad \text{и} \quad (cf)/(bc) = CF/BC,$$

откуда $(bf) = (bc) \cdot BF/BC = 23 \cdot 13/21 = 14 \text{ мм},$

$$(cf) = (bc) \cdot CF/BC = 23 \cdot 14/21 = 15 \text{ мм}.$$

Сделав из точек b и c засечки радиусами bf и cf с учётом обеспечения сходственности расположения вершин подобных треугольников, найдём положение точки f . Соединив эту точку с полюсом π , находим направление и величину ускорения $\overline{a_F}$:

$$a_F = \mu_a \cdot (\pi f) = 8,8 \cdot 9 = 79,2 \text{ м/с}^2.$$

Пример 9. Построить планы скоростей и ускорений для механизма строгального станка при положении звеньев, показанном на рис. 14,а, в масштабе длин $\mu_l = 0,02 \text{ м/мм}$. Известно, что входное звено 1 вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$.

Решение. Структурный анализ показывает, что механизм строгального станка (рис. 14,а) состоит из механизма 1-го класса с входным звеном 1 и двух присоединенных к нему структурных групп II-го класса. Сначала присоединена группа третьего вида, включающая в себя камень 2 и кулису 3, а затем – группа второго вида, содержащая шатун 4 и ползун 5. Построение плана скоростей (рис. 14,б) начнем с определения скоростей точек A и C , в которых присоединяются внешние кинематические пары первой структурной группы. Поскольку точка A одновременно принадлежит звеньям 1 и 2, ее скорость определится так:

$$V_A = V_{A_1} = V_{A_2} = \omega_1 \cdot l_{OA} = \omega_1 \cdot \mu_l \cdot OA = 6 \cdot 0,02 \cdot 15 = 1,8 \text{ м/с}$$

Вектор \bar{V}_A направлена перпендикулярно OA в сторону вращения звена 1. В точке C кулиса 3 соединена со стойкой, поэтому скорость и ускорение этой точки кулисы равны нулю.

Выбрав масштаб плана скоростей, равным $\mu_V = 0,063 \text{ мс}^{-1}/\text{мм}$, отложим от его полюса p вектор $\overline{pa_{1,2}}$, изображающий вектор \bar{V}_A скорости точки A ; $pa_{1,2} = V_A / \mu_V = 1,8 / 0,063 = 29 \text{ мм}$. Начало и конец нулевого вектора скорости точки C будут совпадать с полюсом p .

План скоростей для первой присоединенной структурной группы построим от того же полюса p . Для этого необходимо кроме скорости точки C найти скорость еще какой-либо точки звена 3. Такой точкой, скорость которой может быть выражена через известные скорости \bar{V}_A и \bar{V}_C с минимальным числом неизвестных величин, является совмещенная с точкой A_2 звена 2 точка A_3 , лежащая на оси кулисы 3. Для определения скорости \bar{V}_{A_3} напомним уравнения, аналогичные (4.1) и (4.4)

$$\bar{V}_{A_3} = \bar{V}_C + \bar{V}_{A_3C}, \quad \bar{V}_{A_3} = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{A_3A_2},$$

где \bar{V}_{A_3C} , $\bar{V}_{A_3A_2}$ – векторы скоростей точки A_3 относительно точек C и A_2 . Вектор \bar{V}_{A_3C} имеет направление, перпендикулярное A_3C а вектор $\bar{V}_{A_3A_2}$ – параллельное оси кулисы 3. Проведя в соответствии с написанными уравнениями через точку c плана скоростей на рис. 14,б направление вектора \bar{V}_{A_3C} , а через конец вектора $\overline{pa_{1,2}}$ направление вектора $\bar{V}_{A_3A_2}$, получим точку пересечения a_3 , которая и определяет направления и величины векторов \bar{V}_{A_3C} и $\bar{V}_{A_3A_2}$

$$V_{A_3C} = \mu_V \cdot (pa_3) = 0,063 \cdot 24 = 1,54 \text{ м/с},$$

$$V_{A_3A_2} = \mu_V \cdot (a_2a_3) = 0,063 \cdot 15 = 0,94 \text{ м/с}.$$

Теперь, когда известны скорости двух точек C и A_3 третьего звена, скорость точки B находим методом подобия. Поскольку на звене 3 точки C , A и B расположены на одной прямой, концы векторов скоростей c , a_3 и b этих точек также должны быть расположены на одной прямой, при этом должно быть выполнено следующее соотношение:

$$(cb)/(ca_3) = CB/CA_3,$$

откуда

$$(cb) = (ca_3) \cdot CB/CA_3 = 24 \cdot 76/51 = 36 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_B = \mu_V \cdot (pb) = 0,063 \cdot 36 = 2,27 \text{ м/с}.$$

Угловая скорость ω_3 кулисы 3 может быть определена так

$$\omega_3 = V_B/l_{BC} = V_B/(\mu_l \cdot BC) = 2,27/(0,02 \cdot 76) = 1,51 \text{ с}^{-1}.$$

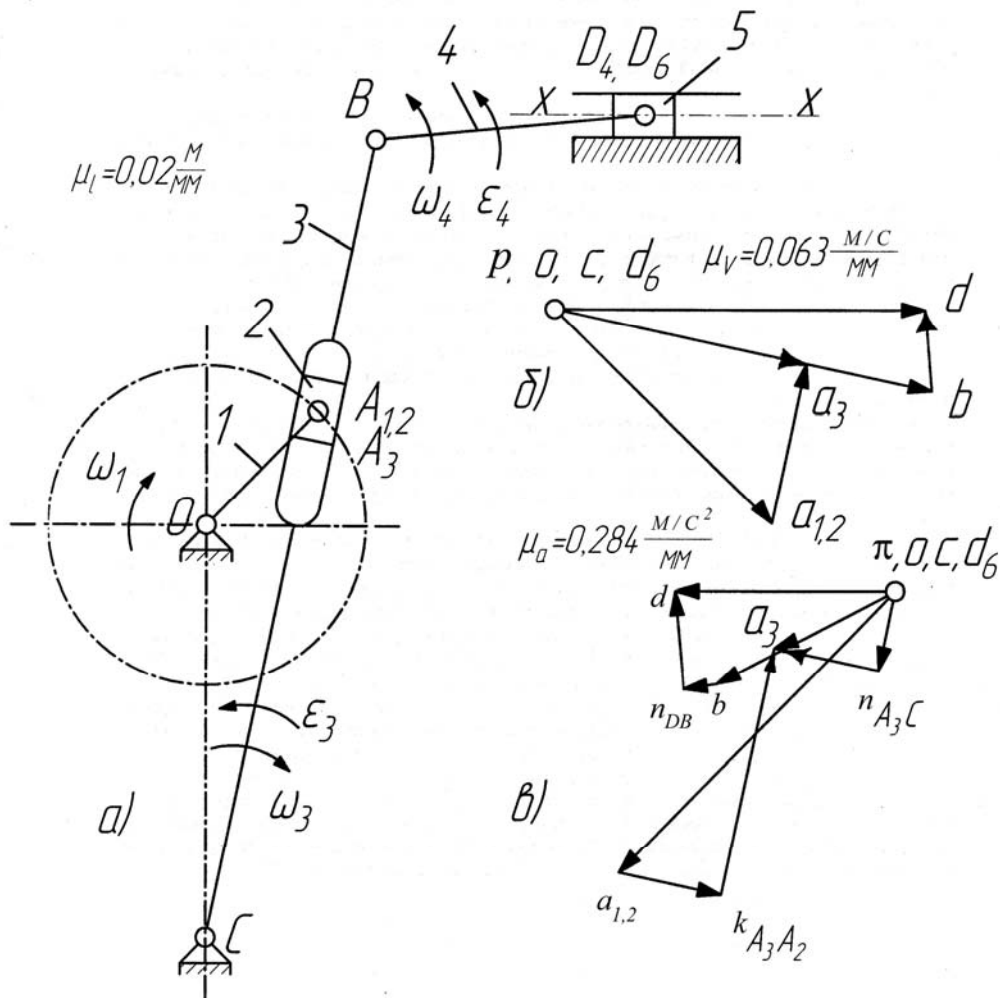


Рис. 14

Направление вектора \bar{V}_B показывает, что скорость ω_3 направлена по ходу стрелки часов.

От полюса p плана скоростей (рис. 14,б) построим и план скоростей для второй структурной группы. Скорость \bar{V}_B внешней вращательной кинематической пары этой группы определена выше. Из кинематической схемы механизма (рис. 14,а) видно, что направляющие второй внешней кинематической пары, в которых перемещается ползун 5, неподвижны. Скорость \bar{V}_D внутренней кинематической пары выразим при помощи уравнений, аналогичных (4.1) и (4.4)

$$\bar{V}_D = \bar{V}_B + \bar{V}_{DB}, \quad \bar{V}_D = \bar{V}_{D_6} + \bar{V}_{DD_6},$$

где \bar{V}_{DB} – скорость точки D относительно точки B , направление которой перпендикулярно линии BD , \bar{V}_{D_6} – скорость совмещенной с точкой D точки D_6 , лежащей на оси $x-x$ неподвижных направляющих, равная нулю, \bar{V}_{DD_6} – скорость точки D относительно стойки, направление которой параллельно $x-x$.

В соответствии с написанными уравнениями проведем через конец вектора \overline{pb} , изображающего вектор \bar{V}_B , направление скорости \bar{V}_{DB} , а через точку d_6 плана, располагающуюся в полюсе, направление скорости \bar{V}_{DD_6} . Точка пересечения этих направлений d и определяет векторы \overline{pd} , $\overline{dd_6}$ и \overline{bd} , изображающие в масштабе плана скорости \bar{V}_D , \bar{V}_{DD_6} и \bar{V}_{DB}

$$V_D = V_{DD_6} = \mu_V \cdot (pd) = 0,063 \cdot 35 = 2,18 \text{ м/с},$$

$$V_{DB} = \mu_V \cdot (bd) = 0,063 \cdot 9 = 0,57 \text{ м/с}.$$

Определив величину скорости \bar{V}_{DB} , можно найти угловую скорость ω_4 звена 4, направление которой в соответствии с направлением \bar{V}_{DB} противоположно направлению вращения стрелки часов

$$\omega_4 = V_{DB} / l_{BD} = V_{DB} / (\mu_l \cdot BD) = 0,57 / (0,02 \cdot 25) = 1,141 \text{ с}^{-1}.$$

Построим теперь для механизма строгального станка (рис. 16,а) план ускорений. Сначала определим ускорение \bar{a}_A внешней кинематической пары A первой структурной группы:

$$a_A = a_{A_1} = a_{A_2} = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = \omega_1^2 \cdot \mu_l \cdot OA = 6^2 \cdot 0,02 \cdot 15 = 10,8 \text{ м/с}^2$$

Ускорение \bar{a}_C второй внешней кинематической пары C , как уже указывалось, равно нулю. Для определения ускорения \bar{a}_{A_3} точки A_3 кулисы 3 напишем уравнения, аналогичные (4.3) и (4.6)

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_C + \bar{a}_{A_3C}^n + \bar{a}_{A_3C}^\tau,$$

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3A_2}^\tau + \bar{a}_{A_3A_2}^k.$$

В этих уравнениях известны векторы \bar{a}_C и \bar{a}_{A_2} . Кроме этого можно найти при помощи уже построенного плана скоростей векторы $\bar{a}_{A_3C}^n$ и $\bar{a}_{A_3A_2}^k$

$$a_{A_3C}^n = \omega_3^2 \cdot l_{AC} = \omega_3^2 \cdot \mu_l \cdot AC = 1,5^2 \cdot 0,02 \cdot 51 = 2,3 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{A_3A_2}^k = 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{A_3A_2} = 2 \cdot 1,5 \cdot 0,94 = 2,82 \text{ м/с}^2.$$

Вектор $\bar{a}_{A_3C}^n$ направлен параллельно A_3C от A_3 к C , а для определения направления вектора $\bar{a}_{A_3A_2}^k$ повернем вектор $\bar{V}_{A_3A_2}$ на 90° по направлению ω_3 .

Векторы $\bar{a}_{A_3C}^\tau$ и $\bar{a}_{A_3A_2}^\tau$ известны только по направлению: первый из них направлен перпендикулярно A_3C , а второй – параллельно. Для определения величины этих векторов построим в соответствии с написанными уравнениями план ускорений, приняв масштаб его $\mu_a = 0,284 \text{ мс}^{-2}/\text{мм}$ (рис. 14,в).

От полюса π плана отложим векторы $\overline{\pi c}$ и $\overline{c n}_{A_3C}$, изображающие \bar{a}_C и $\bar{a}_{A_3C}^n$. Поскольку ускорение \bar{a}_C равно нулю, длина отрезка πc будет также равна нулю.

$$c n_{A_3C} = a_{A_3C}^n / \mu_a = 2,3 / 0,284 = 8 \text{ мм}.$$

Через конец отложенного вектора $\bar{a}_{A_3C}^n$ проведем направление $\bar{a}_{A_3C}^\tau$. От того же полюса π отложим векторы $\overline{\pi a_1} = \overline{\pi a_2}$, соответствующие векторам $\bar{a}_{A_1} = \bar{a}_{A_2}$, а от конца этих векторов, точки a_2 , – вектор $\overline{a_2 k}_{A_3A_2}$, соответствующий ускорению $\bar{a}_{A_3A_2}^k$.

$$\pi a_1 = \pi a_2 = a_A / \mu_a = 10,8 / 0,284 = 38 \text{ мм},$$

$$a_2 k_{A_3A_2} = a_{A_3A_2}^k / \mu_a = 0,84 / 0,284 = 10 \text{ мм}.$$

Далее через конец вектора $\overline{a_2 k}_{A_3A_2}$ проведем направление вектора $\bar{a}_{A_3A_2}^\tau$. Точка a_3 пересечения направлений векторов $\bar{a}_{A_3C}^\tau$ и $\bar{a}_{A_3A_2}^\tau$ и определяет в масштабе плана их величины

$$a_{A_3C}^\tau = \mu_a \cdot (n_{A_3C} a_3) = 0,284 \cdot 10 = 2,84 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{A_3A_2}^\tau = \mu_a \cdot (k_{A_3A_2} a_3) = 0,284 \cdot 24 = 6,82 \text{ м/с}^2.$$

Соединив точку a_3 с полюсом, находим направление и величину ускорения \bar{a}_{A_3} точки A_3 кулисы

$$a_{A_3} = \mu_a \cdot (\pi a_3) = 0,284 \cdot 13 = 3,69 \text{ м/с}^2.$$

После того, как определены величина и направление вектора $\bar{a}_{A_3C}^\tau$, можно найти угловое ускорение ε_3 звена 3.

$$\varepsilon_3 = a_{A_3C}^\tau / l_{A_3C} = a_{A_3C}^\tau / (\mu_l \cdot A_3C) = 2,84 / (0,02 \cdot 51) = 2,78 \text{ с}^{-2}$$

Направление этого ускорения противоположно направлению вращения стрелки часов. Ускорение \bar{a}_B точки B звена 3 определяем методом подобия

$$cb/ca_3 = CB/CA_3,$$

откуда

$$cb = (ca_3) \cdot CB/CA_3 = 13 \cdot 76/51 = 19 \text{ мм},$$

$$a_B = \mu_a \cdot (\pi b) = 0,284 \cdot 19 = 5,4 \text{ м/с}^2.$$

От полюса π на рис. 14,б построим план ускорений и для второй структурной группы. Ускорения точки B и направляющей $x-x$, к которым присоединена эта группа, известны. Для определения ускорения внутренней кинематической пары D напишем уравнения, также аналогичные (4.3) и (4.6):

$$\bar{a}_D = \bar{a}_B + \bar{a}_{DB}^n + \bar{a}_{DB}^\tau,$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_{D6} + \bar{a}_{DD6}^\tau + \bar{a}_{DD6}^k.$$

Во втором уравнении векторы \bar{a}_{D6} и \bar{a}_{DD6}^k равны нулю, так как направляющие ползуна 5 неподвижны. В первом уравнении, кроме известного вектора \bar{a}_B , можно найти величину вектора \bar{a}_{DB}^n :

$$\bar{a}_{DB}^n = \omega_4^2 \cdot l_{DB} = \omega_4^2 \cdot \mu_l \cdot DB = 1,14^2 \cdot 0,02 \cdot 25 = 0,65 \text{ м/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_{DB}^n имеет направление, параллельное DB от D к B . Векторы \bar{a}_{DB}^τ и \bar{a}_{DD6}^τ также известны по направлению: первый направлен перпендикулярно DB , а второй – параллельно оси $x-x$. Величины ускорений определим из построения плана ускорений. Для этого в соответствии с первым уравнением из конца вектора $\bar{\pi b}$ отложим вектор \bar{bn}_{DB} , а через его конец проведем направления \bar{a}_{DB}^τ . Затем в соответствии со вторым уравнением, через полюс π плана проведем направление вектора \bar{a}_{DD6}^τ . Точка d пересече-

чения направлений векторов \vec{a}_{DB}^{τ} и $\vec{a}_{DD_6}^{\tau}$ и определяет искомые величины

$$a_D = a_{DD_6}^{\tau} = \mu_a \cdot (\pi d) = 0,284 \cdot 20 = 5,68 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{DB}^{\tau} = \mu_a \cdot (n_{DB}d) = 0,284 \cdot 9 = 2,6 \text{ м/с}^2.$$

Угловое ускорение ε_5 звена 5 определяется так

$$\varepsilon_6 = a_{DB}^{\tau} / l_{DB} = a_{DB}^{\tau} / (\mu_l \cdot DB) = 2,6 / (0,02 \cdot 25) = 5,2 \text{ с}^{-2}.$$

Направление ε_5 также противоположно направлению вращения стрелки часов.

II. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Движение механизмов и машин происходит в результате действия на них различных сил. При проектировании механизмов машин необходимо определять движение входных и выходных звеньев с тем, чтобы выяснить соответствие этого движения требованиям выполняемого машиной рабочего процесса.

В связи с этим различают идеальное движение машины, при котором предусмотренный закон движения выполняется абсолютно точно, и фактическое, реальное движение, которое по ряду причин в той или иной мере отличается от идеального. Расхождения между действительным и идеальным законами движения называются динамическими ошибками. Динамические ошибки снижают качество выполняемого машиной рабочего процесса, а также отрицательно влияют на ее надежность и долговечность. Поэтому определение как идеальных (программных) законов движения механизмов, так и динамических ошибок составляет одну из основных задач динамического анализа. Кроме того, динамический анализ позволяет определить необходимую величину и мощность внешних сил на входном звене, время перемещения механизма из одного положения в другое (быстродействие) и некоторые другие характеристики.

2. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЗВЕНЬЯ МЕХАНИЗМА

Физическая природа сил, действующих в машинах и механизмах, может быть различной. Это силы давления газа или жидкости, силы упругости, силы тяжести, электромагнитные силы и др. Исследуя движение механизмов, удобно делить все силы, независимо от их природы, на две группы:

а) силы движущие, совершающие положительную работу; основная движущая сила, или движущий момент прикладывается к входному звену механизма с целью приведения его в движение;

б) силы сопротивления, работа которых отрицательна; основная движущая сила, или момент сопротивления, прикладывается к выходному звену и представляет собой реакцию обрабатываемого или перемещаемого объекта на это звено; она называется силой полезного сопротивления.

Силы могут быть как постоянными, так и переменными по величине. Для исследования движения механизма все приложенные к нему внешние силы должны быть известны, причем основная движущая сила или момент задается в виде механической характеристики двигателя, а сила полезного сопротивления – в виде механической характеристики рабочей машины. Приступая к исследованию движения механизма, необходимо четко уяснить, какие внешние силы действуют на механизм и каковы их характеристики.

3. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Для исследования движения механизма составляют его динамическую модель, которая всегда должна быть проще реальной системы. Наиболее простая динамическая модель любого механизма, имеющего одно входное звено, представляет собой абсолютно твердое тело (жесткое звено), приводимое в движение от некоторого двигателя (рис. 1). Такая модель называется одномассовой динамической моделью. Здесь $M_{ПД}$ – приведенный момент движущих сил, $M_{ПС}$ – приведенный момент сил сопротивления, $J_{П}$ – приведенный момент инерции.

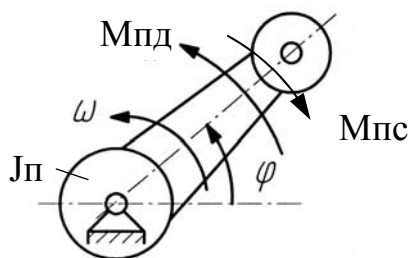


Рис. 1

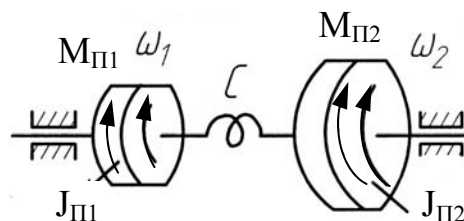


Рис. 2

Одномассовые динамические модели с успехом используются для решения таких задач динамики, как определение средней скорости и ускорения движения, мощности двигателя, необходимой для привода в движение, времени разгона и остановки машины, тормозного усилия, необходимого для остановки машины на заданном тормозном перемещении и др. Указанные модели могут использоваться для определения динамических нагрузок в случаях, когда жесткость звеньев механизма заранее довольно высока, т.е. их упругими податливостями можно пренебречь.

Более точное определение закона движения и динамических нагрузок требует составления динамических моделей механизмов с учетом податливости звеньев. Сложность таких моделей и методов их исследования зависит от структуры механизмов и машины в целом, от числа упругих

элементов и других факторов, учитываемых в процессе динамического анализа. Одна из наиболее простых моделей, учитывающая только угловую податливость звеньев передаточного механизма между двигателем и рабочей машиной, имеет вид, показанный на рис. 2. Это так называемая двухмассовая динамическая модель. Здесь C – жесткость передаточного механизма, J_{III} , J_{III} – приведенные моменты инерции звеньев, M_{III} , M_{III} – приведенные моменты движущих сил и сил сопротивления.

Динамические модели, составленные с учетом упругости звеньев, позволяют исследовать дополнительные динамические ошибки и дополнительные динамические нагрузки, вызванные упругими колебаниями. При таком исследовании определяют условия наступления резонансов и назначают меры их предупреждения.

В дальнейшем даются указания по методам анализа механизмов с помощью одномассовых моделей, рассматриваемых в курсовых проектах.

4. ОБЩАЯ СХЕМА (ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ) ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ

Для механизмов с жесткими звеньями и степенью подвижности $W = 1$ эта схема (последовательность) такова:

1. Выделяют из механизма входное или выходное звено вместе со стойкой.

2. Приводят к этому звену массы всех звеньев механизма, а также действующие на них внешние силы. В результате получают динамическую модель механизма согласно рис. 1. Ее подвижное звено называют звеном приведения.

3. Решают уравнение движения звена приведения и находят закон его движения в требуемой форме. Попутно при решении могут быть определены необходимая мощность двигателя, время движения механизма на заданном перемещении, необходимое тормозное усилие на заданном пути торможения и другие величины.

4. Найдя закон движения звена приведения, определяют скорости и ускорения остальных звеньев методами кинематики.

5. ПРИВЕДЕНИЕ МАСС И СИЛ

Целью приведения масс и сил является определение приведенного момента инерции (или приведенной массы) и приведенного момента сил (или приведенной силы).

Пусть звено приведения совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси. Обозначим угловую скорость звена ω . Приведенным моментом инерции J_{II} называют условный (расчетный) момент инерции звена приведения, определяемый из условия равенства кинетических энергий

$$J_{II} \cdot \omega^2 / 2 = \sum_{i=1}^n T_i. \quad (1)$$

В левой части этого равенства имеем кинетическую энергию звена приведения, а в правой – сумму кинетических энергий n звеньев механизма. Из выражения (1) получаем

$$J_{II} = \left(2 \sum_{i=1}^n T_i \right) / \omega^2. \quad (2)$$

Таким образом, чтобы получить формулу для определения приведенного момента инерции конкретного механизма, нужно написать выражение суммарной кинетической энергии звеньев механизма и затем разделить это выражение на половину квадрата скорости звена приведения.

Приведенным моментом силы M_{II} называют условный (расчетный) момент, приложенный к звену приведения, определяемый из условия равенства мгновенных мощностей

$$M_{II} \cdot \omega = \sum_{i=1}^n N_i. \quad (3)$$

В левой части этого равенства имеем мощность момента M_{II} на звене приведения, а в правой – сумму мощностей моментов и сил, действующих на n звеньях механизма. Из выражения (3) получаем

$$M_{II} = \left(\sum_{i=1}^n N_i \right) / \omega. \quad (4)$$

Таким образом, чтобы получить формулу для определения приведенного момента сил конкретного механизма, нужно написать выражение суммарной мощности сил и моментов на звеньях механизма, а затем разделить это выражение на скорость звена приведения.

Совершенно аналогично вводятся понятия приведенной массы и приведенной силы и получаются формулы для их определения. В дальнейшем будем пользоваться только понятиями приведенного момента инерции и приведенного момента сил. Примеры их определения рассмотрены ниже.

6. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА (МАШИНЫ) С ЖЕСТКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

Как уже отмечалось, уравнение движения механизма или машины с жесткими звеньями сводится к уравнению движения одного звена – звена приведения. Уравнение движения может быть представлено в двух формах:

$$\text{в интегральной} \quad \frac{J_{\Pi} \cdot \omega^2}{2} - \frac{J_{\Pi 0} \cdot \omega_0^2}{2} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{\Pi} d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} (M_{\Pi Д} + M_{\Pi С}) d\varphi; \quad (5)$$

$$\text{в дифференциальной} \quad J_{\Pi} \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{\Pi}}{d\varphi} = M_{\Pi} = M_{\Pi Д} + M_{\Pi С}, \quad (6)$$

где φ – угол поворота звена приведения (обобщенная координата);

ω – угловая скорость звена приведения (обобщенная скорость);

J_{Π} – приведенный момент инерции;

M_{Π} – приведенный момент сил, складывающийся из приведенного момента движущих сил $M_{\Pi Д}$ и приведенного момента сил сопротивления $M_{\Pi С}$;

$\varphi_0, \omega_0, J_{\Pi 0}$ значения φ, ω и J_{Π} в начальный момент рассматриваемого интервала времени.

Решение уравнений (5) и (6) позволяет определить закон движения звена приведения в виде зависимости обобщенной скорости от времени $\omega = \omega(t)$ или от обобщенной координаты $\omega = \omega(\varphi)$. Для большинства реальных машин уравнения движения могут быть решены лишь численными методами (в том числе с применением ЭВМ), т.е. зависимости $\omega(t)$ или $\omega(\varphi)$ получаются не в виде формул, а в виде таблицы значений или графиков, построенных по точкам.

Выбор формы уравнения движения и метода его решения зависит от характеристик двигателя и исполнительного механизма машины. Наиболее часто встречаются следующие случаи:

$$1) J_{\Pi} = const, \quad M_{Д} = M_{Д}(\omega), \quad M_{\Pi С} = M_{\Pi С}(\omega) \quad \text{или} \quad M_{\Pi С} = const.$$

Примерами таких агрегатов являются машины роторного типа или грузоподъемные устройства с приводом от электродвигателя.

2) $J_{\Pi} = J_{\Pi}(\varphi), \quad M_{Д} = M_{Д}(\varphi), \quad M_{\Pi С} = M_{\Pi С}(\varphi)$ или $M_{\Pi С} = const$ например, машины и механизмы с приводом от поршневого двигателя внутреннего сгорания или от пружинного двигателя.

3) $J_{\Pi} = J_{\Pi}(\varphi), \quad M_{Д} = M_{Д}(\omega), \quad M_{\Pi С} = M_{\Pi С}(\varphi)$ – большинство технологических машин с приводом от электродвигателя.

7. ПРИМЕРЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ

ПРИМЕР 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАЛЬТИЙСКОГО МЕХАНИЗМА В СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

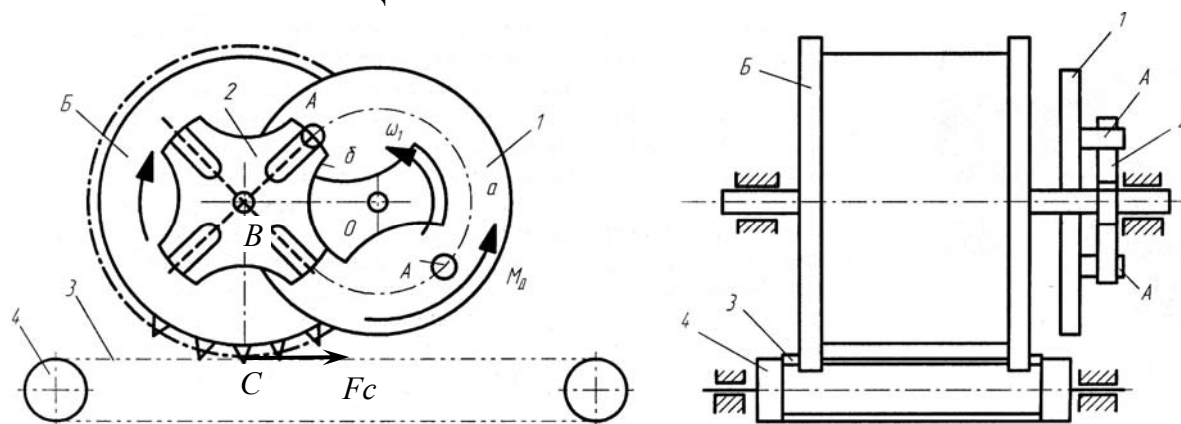


Рис. 3

Механизм (рис. 3) используется для преобразования непрерывного вращательного движения звена 1 в прерывистое движение с остановками звена 2, называемого мальтийским крестом.

Звено 1 имеет две цевки А, которые при вращении звена входят поочередно в пазы креста, вызывая его поворот. За время зацепления цевки с крестом звено 1 и крест поворачиваются на 90° . При дальнейшем повороте звена 1 на 90° (до подхода следующей цевки к пазу) крест остается в покое. Самопроизвольный поворот креста по инерции предотвращается в этот период запирающей дугой a , скользящей по дуге δ креста. Затем цикл движения повторяется. Таким образом, период движения механизма соответствует половине оборота звена 1 и включает в себя одну фазу движения и одну фазу покоя звена 2.

На одной оси вращения с крестом закреплен зубчатый барабан B , который вращаясь вместе с крестом, увлекает своими зубцами транспортерную ленту 3, натянутую на ролики 4. В результате лента движется периодически с выстоями. Соппротивление F_C движению ленты постоянно. Механизм приводится в движение от электродвигателя постоянного тока с последовательным возбуждением через зубчатый редуктор.

Содержание задания

1. Определить основные размеры механизма и частоту вращения звена 1; вычертить кинематическую схему механизма и построить планы положений с шагом изменения угла поворота звена 1 $\Delta\varphi_1 = 10^\circ$.

2. Привести массы механизма и силы сопротивления к звену приведения; построить графики приведенного момента инерции и приведенных моментов сил.

3. Определить динамическую ошибку по скорости звена 1 и построить график ее изменения в функции φ_1 .

4. Определить закон движения звена 1 в конечном виде, т. е. зависимость угла поворота φ_1 от времени; построить график $\varphi_1(t)$.

5. Рассчитать и построить график углового ускорения звена 1.

6. Определить продолжительность фаз движения и выстоя транспортной ленты, а также в одном из положений – скорость и ускорение точки A звена 1 и скорость и ускорение ленты.

Исходные данные

Перемещение ленты за время поворота звена 2 на 90° (шаг движения) $S = 0,16 \text{ м}$.

Максимальное допустимое ускорение ленты $a = 20 \text{ м/с}^2$.

Отношение длины кривошипа к радиусу барабана $l_{OA}/R_6 = 0,7$.

Аналог максимального углового ускорения креста $\varphi_2'' = 5,35$.

Сила сопротивления движению ленты $F_C = 200 \text{ Н}$.

Приведенный к звену 1 момент инерции ротора электродвигателя и зубчатого редуктора $J_{II} = 30 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Массы звена 2 и ленты 3 принять по приближенным зависимостям $m_3 = 10 \cdot m_2 \text{ кг}$, $m_2 = 10^4 \cdot R_6^2 \text{ кг}$, где R_6 – в метрах.

Момент инерции звена 2 относительно его оси вращения принять по приближенной зависимости $J_2 = m_2 \cdot R_6^2 / 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Допустимый коэффициент неравномерности движения звена 1 $\delta = 0,1$.

КПД механизма $\eta = 0,9$.

Выполнение задания

1. Определение основных размеров механизма

Используем следующие общеизвестные зависимости, полагая $\omega_1 = const$: угловое ускорение звена 2 $\varepsilon_2 = \varphi_2'' \cdot \omega_1^2$, где φ_2'' – аналог углового ускорения звена 2, ω_1 – угловая скорость звена 1 (обобщенная скорость), касательное ускорение точки C , равное ускорению ленты, $a = \varepsilon_2 \cdot R_6$; шаг движения ленты, равный $1/4$ длины окружности барабана $S = (2 \cdot \pi \cdot R_6) / 4 = \pi \cdot R_6 / 2$.

С помощью этих зависимостей определяем

$$R_6 = 2S/\pi = 2 \cdot 0,16/3,14 = 0,102 \text{ м}; \quad \varepsilon_2 = a/R_6 = 20/0,102 = 198 \text{ с}^{-2};$$

$$\omega_1 = \sqrt{\varepsilon_2/\varphi_2''} = \sqrt{198/5,35} = 6,08 \text{ с}^{-1}.$$

Требуемая частота вращения звена 1

$$n_1 = 30\omega_1/\pi = 30 \cdot 6,08/3,14 = 58 \text{ мин}^{-1}.$$

Далее находим размеры

$$l_{OA} = 0,7R_6 = 0,7 \cdot 0,102 = 0,071 \text{ м}; \quad l_{OB} = l_{OA}/\sin(45^\circ) = 0,071/0,707 = 0,1 \text{ м}.$$

Строим кинематическую схему механизма и планы положений (рис. 4,а). С учётом отведённой для построения части формата выбираем масштаб линейных размеров $\mu_l = 0,003 \text{ м/мм}$. Чертим горизонтальный отрезок длиной $BO = l_{BO}/\mu_l = 0,1/0,003 = 33 \text{ мм}$. С центром в точке О проводим полуокружность радиусом $OA = l_{OA}/\mu_l = 0,071/0,003 = 24 \text{ мм}$, а из точки В – две касательные к ней BA_0 и BA_9 . Точки касания A_0 и A_9 определяем, засекая окружность тем же радиусом из точки В. Дугу A_0A_9 делим на 9 равных частей (шаг $\Delta\varphi_1 = 10^\circ$) и нумеруем положения точки А в заданном направлении вращения звена 1. В положении 3 ($\varphi_1 = 30^\circ$) изображаем схему механизма, включая часть зубчатого обода барабана радиусом $BC = R_6/\mu_l = 0,102/0,003 = 34 \text{ мм}$, а также часть транспортной ленты. Соединив прямыми точки О и В с остальными точками A_1, A_2, \dots, A_8 , получаем планы положений звеньев. Кроме обозначений точек на схеме указываем номера звеньев, заданное направление вращения звена 1, радиус барабана в мм. Указываем масштаб μ_l чертежа.

2. Выбор звена приведения. Приведение масс и сил сопротивления

Звеном приведения может быть всякое звено, положение которого однозначно определяет положение остальных звеньев. В данном механизме таковым является только звено 1. Выведем формулу для вычисления приведенного к звену 1 момента инерции согласно выражению (2). Для этого напишем выражение кинетической энергии звеньев:

Звено 1. $T_1 = 0,5 \cdot J'_{II} \cdot \omega_1^2$ (заметим, что согласно исходным данным величина J'_{II} учитывает инерционность ротора двигателя и звеньев передаточного механизма).

$$\text{Звено 2. } T_2 = 0,5 \cdot J_2 \cdot \omega_2^2.$$

Звено 3 (транспортная лента). $T_3 = 0,5 \cdot m_3 \cdot V_C^2$ (скорости всех точек ленты одинаковы и равны скорости точки С барабана).

Приведенный момент инерции по формуле (2)

$$J_{II} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{0,5 \cdot \omega_1^2} = J'_{II} + J_2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + m_3 \frac{V_C^2}{\omega_1^2} = J'_{II} + \tilde{J}_{II}.$$

Здесь J'_{II} – заданная постоянная часть приведенного момента инерции, а через \tilde{J}_{II} обозначена переменная его часть равная:

$$\tilde{J}_{II} = J_2 (\omega_2 / \omega_1)^2 + m_3 (V_C / \omega_1)^2$$

и подлежащая определению. Подставим $V_C = \omega_2 \cdot R_6$:

$$\tilde{J}_{II} = (J_2 + m_3 \cdot R_6^2) \cdot (\omega_2 / \omega_1)^2 \quad (7)$$

Для определения входящего в это выражение передаточного отношения $i_{21} = \omega_2 / \omega_1$ воспользуемся основной теоремой зацепления, согласно которой профильная нормаль, проведенная через контактную точку высшей пары, делит межосевое расстояние на части обратно пропорциональные угловым скоростям звеньев. Например, приведя нормаль $n-n$ к профилю паза креста в положении 3, находим точку P_3 – полюс зацепления и $i_{21} = \omega_2 / \omega_1 = OP_3 / BP_3 = 19/14 = 1,36$. Можно провести все нормали непосредственно на планах положений или же сделать для наглядности дополнительные построения, понятные из рис. 4,б.

Положение, соответствующее углу $\varphi_1 = 45^\circ$, условно будем обозначать номером 4'. В этом положении профильная нормаль перпендикулярна линии OB . В начальном же положении нормаль совпадает с линией OA_0 , т.е. полюс зацепления находится в точке O и $i_{21} = 0$.

Определяем по рекомендуемым приближенным формулам

$$m_2 = 10^4 R_6^3 = 10^4 \cdot 0,102^3 = 10,6 \text{ кг},$$

$$J_2 = m_2 \cdot R_6^2 / 1,3 = 10,6 \cdot 0,102^2 / 1,3 = 0,085 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$m_3 = 10 \cdot m_2 = 10 \cdot 10,6 = 106 \text{ кг},$$

$$J_2 + m_3 \cdot R_6^2 = 0,085 + 106 \cdot 0,102^2 = 1,188 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Результаты вычислений \tilde{J}_{II} по формуле (7) приведены в табл. 1. По полученным значениям построен график $\tilde{J}_{II}(\varphi)$ (рис. 4,в). Отрезок оси абсцисс, изображающий угол $\varphi_1 = \pi/2$, принят равным 90 мм (1° в 1мм); тогда масштаб углов поворота $\mu_\varphi = \frac{\pi}{2} : 90 = 0,01745 \text{ рад/мм}$. Масштаб момента инерции принят равным $\mu_J = 0,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{мм}$. Шаг шкалы момента инерции с интервалом $\Delta \tilde{J}_{II} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ равен $\Delta \tilde{J}_{II} / \mu_J = 1/0,2 = 5 \text{ мм}$.

Таблица 1

Вычисляемые положения	Номер положения механизма										
	0	1	2	3	4	4'	5	7	9	12	18 (0)
$\varphi_1, \text{град}$	0	10	20	30	40	45	50	70	90	120	180
i_{21}	0	0,23	0,64	1,36	2,24	2,41	2,24	0,64	0	0	0
$\tilde{J}_{II}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0	0,063	0,487	2,200	5,960	6,900	5,960	0,487	0	0	0
$M_{II}, \text{Н} \cdot \text{м}$	0	-5,20	-14,45	-30,75	-50,6	-54,50	-50,6	-14,45	0	0	0
$u_D, \text{мм}$	0	1	1,3	0	-3,5	-6,5	-9	-14,5	-13	-8,7	0
$A, \text{Дж}$	0	1,4	1,8	0	-4,9	-9,1	-12,6	-20,2	-18,2	-12,1	0
$J_{II}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	30,0	30,06	30,49	32,20	35,96	36,90	35,96	30,49	30,0	30,0	30,0
$\omega_i, \text{с}^{-1}$	6,23	6,23	6,16	6,01	5,66	5,57	5,63	6,07	6,13	6,16	6,23
$\Delta\omega_i, \text{с}^{-1}$	0,15	0,15	0,08	-0,07	-0,42	-0,51	-0,45	-0,01	0,05	0,08	0,15
$\Delta\varphi, \text{рад}$	0	$\pi/18$	$\pi/18$	$\pi/18$	$\pi/18$	$\pi/36$	$\pi/36$	$\pi/18$	$\pi/18$	$\pi/6$	$\pi/6$
$\Delta t_i, \text{с}$	0	0,0280	0,0282	0,0287	0,0299	0,0155	0,0156	0,0291	0,0286	0,0852	0,0842
$t_i, \text{с}$	0	0,0280	0,0562	0,0849	0,1148	0,1303	0,1459	0,2053	0,2626	0,3478	0,5167
$dJ_{II}/d\varphi_i$	0	1,00	5,28	16,30	18,95	0	-18,95	-5,28	0	0	0
$\varepsilon_i, \text{с}^{-2}$	0,38	-0,44	-3,38	-9,76	-9,55	-1,17	7,25	3,08	0,38	0,38	0,38

* С целью сокращения размеров таблицы в нее не включены результаты расчетов для 6, 8, 10, 11, 13, 14, 15, 16 и 17 положений

Силами сопротивления в данном механизме являются сила F_C и силы трения в кинематических парах; последние могут быть приближенно учтены с помощью КПД.

Выведем формулу для вычисления приведенного момента сопротивления согласно выражению (4). Для этого напишем выражение мощности этих сил.

Мощность силы F_C : $N(F_C) = -F_C \cdot V_C$; вектор силы образует с вектором скорости угол 180° , поэтому скалярное произведение $F_C \cdot V_C$ умножено на $\cos(180^\circ) = -1$. Так как $\eta = N(F_C)/N_D = N(F_C)/(N(F_C) + N_T)$, то суммарная мощность сил сопротивления $\sum N_C = N(F_C) + N_T = N(F_C)/\eta$.

Приведенный к звену 1 момент сил сопротивления по формуле (4)

$$M_{ПС} = \frac{\sum N_C}{\omega_1} = \frac{N(F_C)}{\eta \cdot \omega_1} = -\frac{F_C \cdot V_C}{\eta \cdot \omega_1},$$

или после подстановки $V_C = \omega_2 \cdot R_6$

$$M_{ПС} = -F_C R_6 i_{21} / \eta. \quad (8)$$

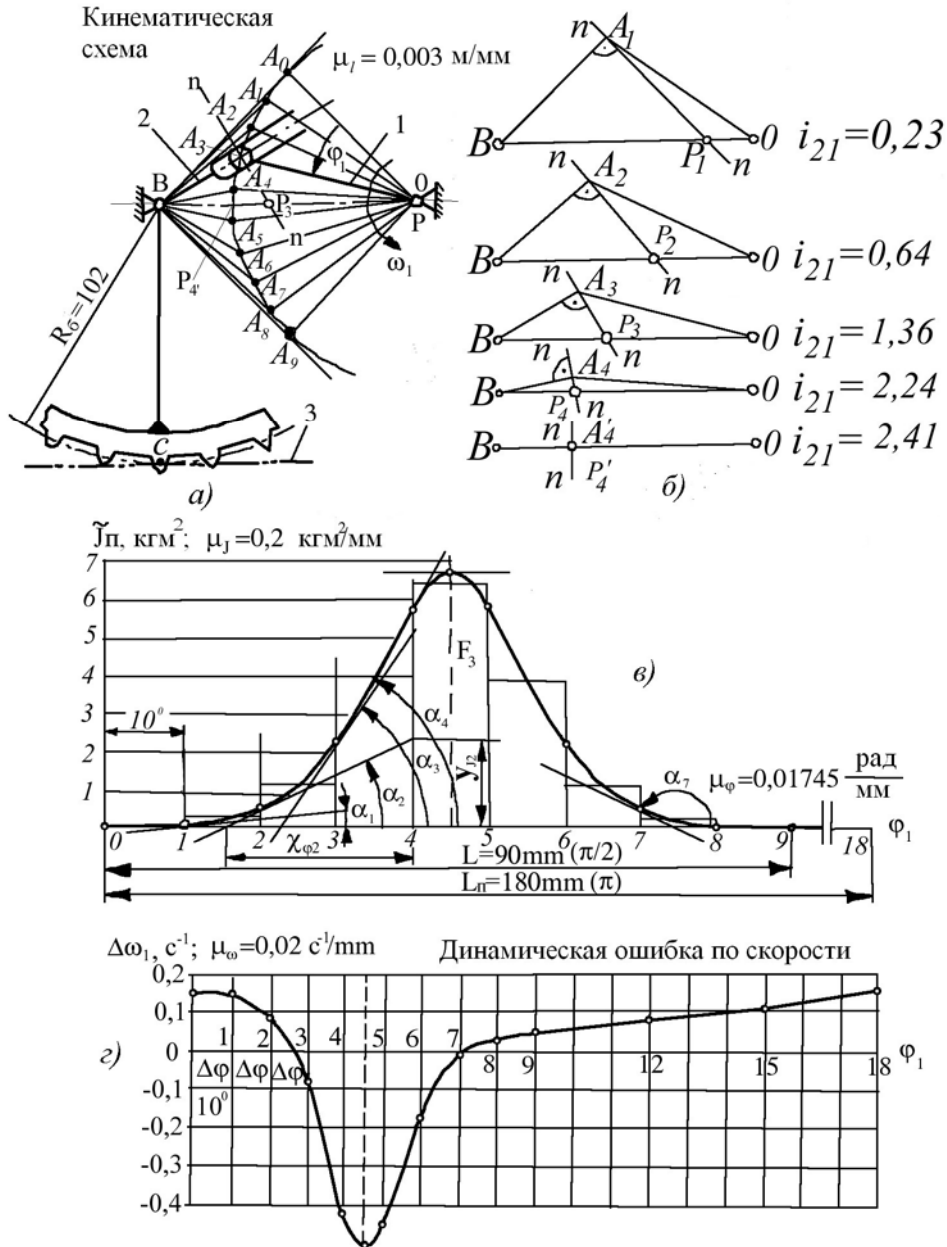


Рис. 4

Постоянный коэффициент в формуле (8)

$$-F_C R_6 / \eta = -200 \cdot 0,102 / 0,9 = -22,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Результаты вычислений $M_{ПС}$ приведены в табл. 1.

Для построения графика $M_{ПС}(\varphi_1)$ (рис. 5,а) принимаем длину отрезка, изображающего угол $\varphi_1 = \pi/2$, равной 45 мм (2° в 1 мм); при этом $\mu_\varphi = \frac{\pi}{2} : 45 = 0,0349 \text{ рад/мм}$. Масштаб моментов принят равным $\mu_M = 2 \text{ Н} \cdot \text{м/мм}$; ординаты графика $Y_M = M_C / \mu_M \text{ мм}$ отложены в положительном направлении оси моментов, т.е. с обратным знаком. Шаг шкалы моментов с интервалом $\Delta M = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$ равен $\Delta M / \mu_M = 10/2 = 5 \text{ мм}$.

Определяем величину движущего момента $M_{ПД}$. Для электродвигателя любого типа M_D зависит от ω , но поскольку исследуется стационарный режим движения, при котором колебания угловой скорости сравнительно невелики, обычно считают в первом приближении $M_D - const$. Величину $M_{ПД}$ определим из условия равенства нулю суммы работ движущих сил и сил сопротивления за один период движения, т.е. на перемещении звена привода $\varphi_1 = \pi$.

Работу сил сопротивления определяем по графику $M_{ПС}(\varphi_1)$. Заменяв истинный график ступенчатым с сохранением площадей, вычисляем площадь между кривой $M_{ПС}(\varphi_1)$ и осью абсцисс: $F_M = 510 \text{ мм}^2$. Работа сил сопротивления

$$|A_C|_0^\pi = F_M \cdot \mu_M \cdot \mu_\varphi = 510 \cdot 2 \cdot 0,0349 = 35,6 \text{ Дж}.$$

Работа движущего момента также равна этой величине $A_D = M_{ПД} \cdot \pi = 35,6 \text{ Дж}$. Отсюда получаем приведенный движущий момент

$$M_{ПД} = 35,6 / \pi = 11,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Высота (ордината) графика

$$Y_D = M_{ПД} / \mu_M = 11,3 / 2 = 5,65 \text{ мм}.$$

3. Вычисление динамической ошибки по скорости

Для вычисления динамической ошибки предварительно нужно определить значение скорости ω_1 звена привода в различных положениях механизма. Для этого используем уравнение движения в интегральной форме (5), из которого находим

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2}{J_{\Pi}} \int_{\varphi_{10}}^{\varphi_1} (M_{ПД} + M_{ПС}) d\varphi_1 + \frac{J_{\Pi 0}}{J_{\Pi}} \omega_{10}^2}. \quad (9)$$

Здесь $J_{\Pi} = J'_{\Pi} + \tilde{J}_{\Pi} = 30 + \tilde{J}_{\Pi}$ (см. табл. 1).

Чтобы определить значение интеграла, проинтегрируем график $M_{ПС}(\varphi_1)$ по углу φ_1 , для чего зададимся желаемой высотой интегрального графика $h_A^* = 25 \text{ мм}$ (рис. 5,б) и определим соответствующий этой высоте базис интегрирования $H_M = F_M / h_A^* = 510/25 = 20,4 \text{ мм}$. Принимаем $H_M = 20 \text{ мм}$.

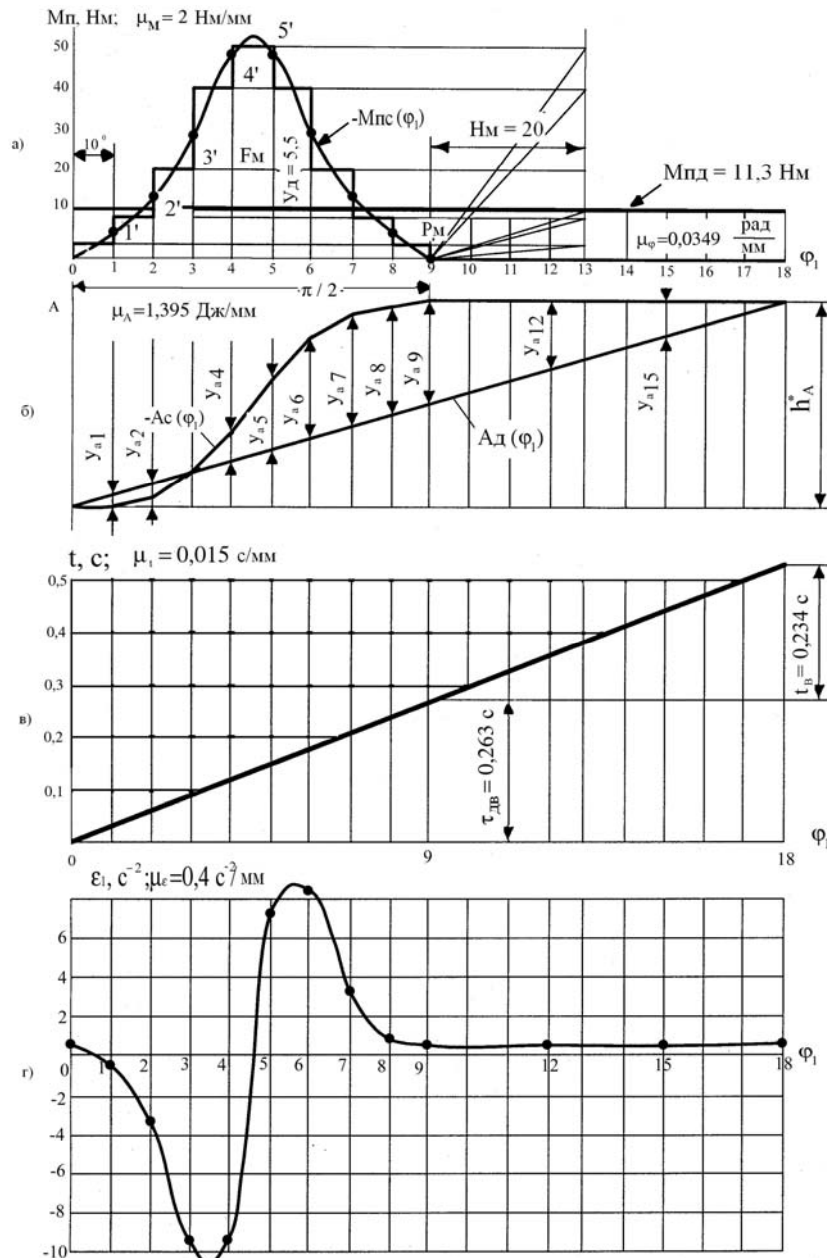


Рис. 5

Ввиду недостаточности места на формате базис H_M можно взять не слева от начала координат, как обычно, а в любом удобном месте на оси абсцисс. После интегрирования получили $h_A = 26 \text{ мм}$ (рис. 5,б). Инте-

графальный график представляет изменение работы сил сопротивления $-A_C(\varphi_1)$ в масштабе

$$\mu_A = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot H_M = 2 \cdot 0,0349 \cdot 20 = 1,395 \text{ Дж/мм}.$$

Соединив прямой линией начало графика с его концом, получаем график работы движущих сил $A_D(\varphi_1)$. Для контроля дифференцируем его: луч, проведенный из полюса интегрирования P_M параллельно графику $A_D(\varphi_1)$ (штриховая линия), должен давать полученную ранее высоту Y_D графика движущего момента $M_{ПД}(\varphi_1)$.

Определяем значения интеграла, т.е. значения работы сил в формуле (9).

$$\text{Интервал 0-1, } \varphi_1 = 10^\circ: A_1 = \int_{\varphi_1=0}^{\varphi_1=10} (M_{ПД} + M_{ПС}) d\varphi_1 = Y_{A1} \cdot \mu_A = 1 \cdot 1,395 = 1,4 \text{ Дж},$$

$$\text{Интервал 0-2, } \varphi_1 = 20^\circ: A_2 = \int_{\varphi_1=0}^{\varphi_1=20} (M_{ПД} + M_{ПС}) d\varphi_1 = Y_{A2} \cdot \mu_A = 1,3 \cdot 1,395 = 1,8 \text{ Дж},$$

$$\text{Интервал 0-3, } \varphi_1 = 30^\circ: A_3 = Y_{A3} \cdot \mu_A = 0 \cdot 1,395 = 0 \text{ Дж},$$

$$\text{Интервал 0-4, } \varphi_1 = 40^\circ: A_4 = Y_{A4} \cdot \mu_A = -3,5 \cdot 1,395 = -4,9 \text{ Дж} \text{ и т.д.}$$

Вычислять интеграл с точностью, превышающей две-три значащие цифры, не следует, так как точность измерения ординат Y_A не превышает 0,3...0,5 мм. Результаты вычислений указываем в таблице.

В формуле (9) остается неизвестной величина произведения $J_{П0} \cdot \omega_{10}^2$ удвоенного значения кинетической энергии механизма в начальном положении. Для её определения в стационарном режиме движения можно использовать лишь приближенные методы. Применим один из них. Вычисляем:

- среднее за период движения значение приведенного момента инерции, определив предварительно площадь $F_J = 840 \text{ мм}^2$ между графиком

$$\tilde{J}_{П}(\varphi_1) \text{ и осью абсцисс } \text{ср}J_{П} = J'_{П} + \frac{F_J}{L_{П}} \mu_J = 30 + \frac{840}{180} \cdot 0,2 = 30,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

площадь F_J делится в нашем случае не на 90, а на 180 мм, так как на рис. 4,6 график изображается лишь на половине периода движения;

- среднее значение угловой скорости звена приведения

$$\text{ср}\omega_1 = \pi \cdot n_1 / 30 = 3,14 \cdot 58 / 30 = 6,08 \text{ с}^{-1};$$

- среднее значение кинетической энергии механизма

$$T_{CP} = 0,5(cpJ_{II})(cp\omega_1)^2 = 0,5 \cdot 30,94 \cdot 6,08^2 = 572 \text{ Дж};$$

- среднее значение работ A за период движения

$$A_{CP} = \sum_{i=1}^{18} A_i / 18 = -170/18 \approx -9 \text{ Дж};$$

- значение кинетической энергии в начальном (нулевом) положении

$$T_0 = T_{CP} - A_{CP} = 572 - (-9) = 581 \text{ Дж}.$$

Теперь можно принять

$$J_{II0} \cdot \omega_{10}^2 = 2T_0 = 2 \cdot 581 = 1162 \text{ Дж}$$

и затем вычислять угловую скорость ω_1 по формуле (1.3):

$$\text{в нулевом положении} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{2}{30} \cdot 0 + \frac{1162}{30}} = 6,23 \text{ с}^{-1};$$

$$\text{в первом положении} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{2}{30,06} \cdot 1,4 + \frac{1162}{30,06}} = 6,23 \text{ с}^{-1}; \text{ и т.д.}$$

Результаты вычислений указываем в табл. 1, туда же заносим и величины динамической ошибки по скорости $\Delta\omega_1 = \omega_1 - cp\omega_1$

Коэффициент неравномерности движения $\delta = (\omega_{1\max} - \omega_{1\min})/cp\omega_1 = (6,23 - 5,57)/6,08 = 0,11$ лишь немногим превышает заданный допустимый. Следовательно, не требуется увеличивать приведенный момент инерции за счет дополнительных вращающихся масс.

4. Определение зависимости угла поворота звена приведения от времени $\varphi_1(t)$

Известно, что $\omega = d\varphi/dt$, откуда получаем

$$dt = d\varphi/\omega, \quad (10)$$

$$t = t(\varphi) = \int \frac{1}{\omega} d\varphi. \quad (11)$$

Для нахождения искомой зависимости $\varphi_1(t)$ достаточно найти зависимость $t(\varphi_1)$, используя выражение (11), и принять в ней за аргумент времени t . С этой целью сначала можно построить график зависимости $\frac{1}{\omega_1}(t)$, а затем проинтегрировать его любым методом. Можно, однако, сделать по-другому. В данном примере используем метод конечных приращений, т.е. заменим дифференциалы в выражении (10) конечными значениями Δt и $\Delta\varphi$,

а текущее значение ω – средним арифметическим в интервале $\Delta\varphi$. Получим следующую формулу для определения времени перемещения механизма из положения $i-1$ в положение i :

$$\Delta t_i = \frac{2 \cdot \Delta\varphi}{\omega_{i-1} + \omega_i}; \quad (12)$$

для упрощения записи индекс “1” звена приведения опущен.

Вычисления по формуле (12):

$$\text{интервал } 0-1, \Delta\varphi_1 = \pi/18 = 0,1745 \text{ рад}, \Delta t_1 = \frac{2 \cdot \Delta\varphi_1}{\omega_0 + \omega_1} = \frac{2 \cdot 0,1745}{6,23 + 6,23} = 0,0280 \text{ с},$$

$$\text{интервал } 1-2, \Delta\varphi_2 = \pi/18 = 0,1745 \text{ рад}, \Delta t_2 = \frac{2 \cdot \Delta\varphi_2}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{2 \cdot 0,1745}{6,23 + 6,16} = 0,0282 \text{ с},$$

$$\text{интервал } 2-3, \Delta\varphi_3 = \pi/18 = 0,1745 \text{ рад}, \Delta t_3 = \frac{2 \cdot \Delta\varphi_3}{\omega_2 + \omega_3} = \frac{2 \cdot 0,1745}{6,16 + 6,01} = 0,0287 \text{ с}$$

и т.д.

Результаты вычислений указаны в табл. 1, в ней же приведены значения

$$\text{времени нарастающим итогом } t_k = \sum_{i=1}^k \Delta t_i.$$

5. Определение ускорения звена приведения

Наиболее точно ускорение звена 1 определяется из уравнения движения в дифференциальной форме (6):

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J_{\Pi}} (M_{\Pi Д} + M_{\Pi С} - \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ_{\Pi}}{d\varphi}). \quad (13)$$

Входящие в уравнение величины, кроме производной момента инерции $dJ_{\Pi}/d\varphi$, уже известны во всех положениях механизма. Значения $dJ_{\Pi}/d\varphi$ определим с помощью графика $\tilde{J}_{\Pi}(\varphi_1)$. Для этого проведем возможно точнее касательные к графику (рис. 4,в) в положениях 0, 1, 2, 3, 4, 4', 5 и определим тангенсы углов α наклона касательных к оси абсцисс, например, в положении 2 $tg\alpha_2 = Y_{J2} / X_{\varphi 2}$. Далее можем написать

$$\frac{dJ_{\Pi}}{d\varphi} = \frac{d(Y_J \cdot \mu_J)}{d(X_{\varphi} \cdot \mu_{\varphi})} = \frac{\mu_J}{\mu_{\varphi}} \frac{dY_J}{dX_{\varphi}} = \frac{\mu_J}{\mu_{\varphi}} \cdot tg\alpha.$$

Выполняем вычисления по этой формуле

в положении 0: $tg\alpha_0 = 0$, $(dJ_{\Pi}/d\varphi)_0 = 0$;

в положении 1: $tg\alpha_1 = \frac{2}{23} = 0,087$, $(dJ_{II}/d\varphi)_1 = \frac{0,2}{0,01745} \cdot 0,087 = 1,00$;

в положении 2: $tg\alpha_2 = \frac{11,5}{25} = 0,460$, $(dJ_{II}/d\varphi)_2 = \frac{0,2}{0,01745} \cdot 0,46 = 5,28$; и т.д.

Ввиду симметричности графика приведенного момента инерции значения $dJ_{II}/d\varphi$ в положениях 5 и 9 будут повторяться в обратном порядке и с обратным знаком. Например, в положении 7

$$tg\alpha_7 = -tg\alpha_2 \text{ и } (dJ_{II}/d\varphi)_7 = -(dJ_{II}/d\varphi)_2 = -5,28.$$

Теперь вычисляем угловое ускорение по уравнению (13):

$$\text{положение 0: } \varepsilon_0 = \frac{1}{30,0} (11,3 + 0 - \frac{6,23^2}{2} \cdot 0) = 0,38 \text{ c}^{-2},$$

$$\text{положение 1: } \varepsilon_1 = \frac{1}{30,06} (11,3 + (-5,20) - \frac{6,23^2}{2} \cdot 1,0) = -0,44 \text{ c}^{-2},$$

$$\text{положение 2: } \varepsilon_2 = \frac{1}{30,49} (11,3 + (-14,45) - \frac{6,16^2}{2} \cdot 5,28) = -3,38 \text{ c}^{-2}, \text{ и т.д.}$$

Результаты расчетов заносим в табл. 1.

Данные табл. 1 используем для построения графиков $\Delta\omega_1(\varphi_1)$ (рис. 4,з) $t(\varphi_1)$ (рис. 5,в) и $\varepsilon_1(\varphi_1)$ (рис. 5,г). Масштаб по осям абсцисс принимаем одинаковым для всех графиков и равным $\mu_\varphi = 0,0349 \text{ рад/мм}$ (2° в 1 мм), а масштабы по осям ординат

$$\mu_\omega = 0,02 \text{ c}^{-1}/\text{мм}; \mu_t = 0,015 \text{ c}/\text{мм}; \mu_\varepsilon = 0,4 \text{ c}^{-2}/\text{мм}$$

с соответствующими шагами шкал для $\Delta\omega_1 - 0,1/\mu_\omega = 0,1/0,02 = 5 \text{ мм}$, для $t - 0,1/\mu_t = 0,1/0,015 = 6,7 \text{ мм}$, для $\varepsilon - 2/\mu_\varepsilon = 2/0,4 = 5 \text{ мм}$.

6. *Определение продолжительности фаз движения и выстоя ленты, скорости и ускорения ленты и точки А*

Продолжительность фаз движения и выстоя транспортерной ленты определяется графиком $t(\varphi_1)$, на котором фаза движения (1/4 оборота звена 1) изображается отрезком 0–9 оси абсцисс, а фаза выстоя – отрезком 9–18. Вместо графика можно использовать данные табл. 1. Полная продолжительность цикла с точностью до 0,001 с $t_{II} = 0,517 \text{ с}$. Продолжительность движения ленты $t_{ДВ} = 0,263 \text{ с}$. Продолжительность выстоя ленты $t_{ВЫС} = t_{II} - t_{ДВ} = 0,517 - 0,263 = 0,254 \text{ с}$.

Скорости и ускорения определим в положении 3, где ускорение ленты близко к максимальному. Необходимые для вычислений величины берем из табл. 1. Аналог углового ускорения звена 2 (справочная формула)

$$\varphi_2'' = \frac{\lambda(1 - \lambda^2)\sin(45^\circ - \varphi_1)}{\left[1 - 2\lambda\cos(45^\circ - \varphi_1) + \lambda^2\right]^2},$$

где $\lambda = l_{OA}/l_{OB} = \sin 45^\circ = 0,707$, и в 3-ем положении при $\varphi_1 = 30^\circ$

$$\varphi_2'' = \frac{0,707(1 - 0,707^2) \cdot 0,2588}{(1 - 2 \cdot 0,707 \cdot 0,9659 + 0,707^2)^2} = 5,02.$$

Угловая скорость и угловое ускорение звена 2

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \varphi_2' = 6,01 \cdot 1,36 = 8,16 \text{ c}^{-1},$$

$$\varepsilon_2 = \omega_1^2 \cdot \varphi_2'' + \varepsilon_1 \cdot \varphi_2' = 6,01^2 \cdot 5,02 + (-9,76) \cdot 1,36 = 168,2 \text{ c}^{-2}.$$

Скорость и ускорение ленты

$$V_L = V_C = \omega_2 \cdot R_C = 8,16 \cdot 0,102 = 0,83 \text{ м/с},$$

$$a_L = a_C^T = \varepsilon_2 \cdot R_C = 168,2 \cdot 0,102 = 17,2 \text{ м/с}^2.$$

Скорость точки A звена 1

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 6,01 \cdot 0,071 = 0,43 \text{ м/с}.$$

Ускорение точки A

$$\text{нормальное} - a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 6,01^2 \cdot 0,071 = 2,56 \text{ м/с}^2,$$

$$\text{касательное} - a_A^T = \varepsilon_1 \cdot l_{OA} = -9,76 \cdot 0,071 = -0,693 \text{ м/с}^2.$$

ПРИМЕР 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА ГОРИЗОНТАЛЬНО-КОВОЧНОЙ МАШИНЫ В НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

Коленчатый вал 1 механизма (см. рис. 6) приводится в движение от электродвигателя при помощи зубчатого редуктора и фрикционной муфты, которые на схеме не показаны. Ползун 3 с закреплённым на нём пуансоном совершает возвратно-поступательное движение и при движении вправо осуществляет деформацию заготовки, зажатой в матрице. Усилие высадки F , действующее на ползун, переменное и задано характеристикой на рис. 6,б. Момент трения на ведомом диске фрикционной муфты можно считать постоянным.

Горизонтально-ковочная машина может работать как в режиме однократной высадки с циклом работы “разбег-выбег” (нестационарный режим)

так и в режиме многократной высадки при непрерывном вращении коленчатого вала (стационарный режим). В режиме однократной высадки работа происходит следующим образом. В момент включения фрикционной муфты механизм занимает исходное положение OA_0B_0 . После поворота кривошипа на угол φ_{1p} муфта выключается и одновременно включается тормозное устройство, действующее до полной остановки механизма в исходном по-

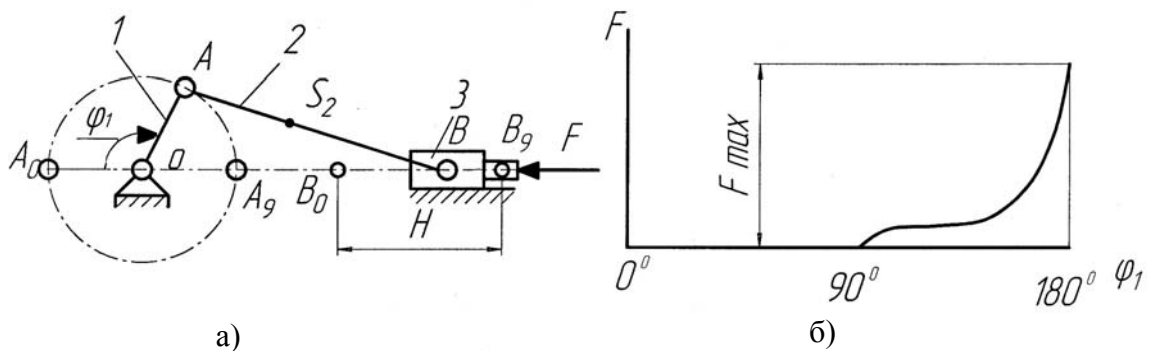


Рис. 6

ложении OA_0B_0 , в которое он должен приходить без жесткого удара.

Содержание задания

1. Определить основные размеры механизма с учётом полного хода ползуна 3; вычертить кинематическую схему механизма и построить планы положений с шагом изменения угла поворота кривошипа согласно табл. 2. (см. исходные данные).
2. Привести массы механизма и силы полезного сопротивления к звену приведения; построить графики приведённого момента инерции и приведённых моментов сил.
3. Построить графики работ силы сопротивления и движущего момента за один цикл нестационарного движения “разбег-выбег”. Определить величину тормозного момента.
4. Вычислить значения угловой скорости звена 1 и построить график её изменения в функции φ_1 .
5. Рассчитать и построить график углового ускорения звена 1.
6. Определить закон движения звена 1 в конечном виде, т.е. зависимость угла поворота φ_1 от времени; построить график $\varphi_1(t)$.
7. Определить продолжительность цикла работы механизма в режиме одноразовой высадки. В одном из положений определить скорость и ускорение ползуна 3.

Исходные данные

Полный ход ползуна $H = 0,15 \text{ м}$.

Отношение длины шатуна к длине кривошипа $\lambda = l_{AB} / l_{OA} = 3,6$.

Координата центра масс шатуна $l_{AS_2} = 0,333 \cdot l_{AB}$.

Масса звена 1 или 2, отнесённая к одному метру длины звена, $\mu = 300 \text{ кг}$.

Угол поворота звена 1 к моменту выключения муфты $\varphi_{1p} = 180^\circ$.

Масса ползуна 3 с пуансоном $m_3 = 5 \cdot m_1$.

Центральный момент инерции шатуна – принять по приближенной зависимости $J_{S_2} = m_2 \cdot l_{AB}^2 / 10 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Приведённый к звену 1 момент инерции механизмов, передающих движение на коленчатый вал, включая ротор двигателя и собственный момент инерции коленчатого вала $J'_{II} = 18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Максимальное усилие высадки $F_{\max} = 50 \text{ кН}$.

Коэффициент полезного действия механизма $\eta = 0,85$.

Таблица 2

Значения усилия высадки F в долях F_{\max} в зависимости от угла поворота коленчатого вала φ_1 , измеряемого от положения OA_0 в направлении вращения кривошипа

φ_1	0°	30°	60°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
F/F_{\max}	0	0	0	0	0,110	0,165	0,200	0,485	0,910	1,000

Выполнение задания

1. Определение основных размеров механизма

Непосредственно из рис. 6,а находим $2l_{OA} = H$, откуда длина кривошипа $l_{OA} = H/2 = 0,15/2 = 0,075 \text{ м}$. Длина шатуна $l_{AB} = \lambda \cdot l_{OA} = 3,5 \cdot 0,075 = 0,27 \text{ м}$.

Строим кинематическую схему механизма и планы положений (рис. 7). С учётом отведённой для построения части формата выбираем масштаб линейных размеров $\mu_l = 0,0045 \text{ м/мм}$. Из произвольной точки O проводим окружность радиуса $OA = l_{OA} / \mu_l = 0,075 / 0,0045 = 16,5 \text{ мм}$. Проводим горизонтальную линию через точки A_0 и O и от линии A_0O откладываем углы φ_1 согласно табл. 2 в заданном направлении вращения кривошипа.

Из полученных точек $A_0, A_1, A_2, \dots, A_9$ делаем на продолжении линии A_0O засечки радиусом $AB = l_{AB} / \mu_l = 0,27 / 0,0045 = 60$ мм. Получаем точки B_0, B_1, \dots, B_9 и положения шатуна $A_0B_0, A_1B_1, \dots, A_9B_9$. В одном из положений оформляем рисунок кинематической схемы механизма с использованием принятых обозначений звеньев и кинематических пар. На схеме указываем номера звеньев, заданное направление вращения кривошипа и ход ползуна H в м. Указываем также масштаб μ_l чертежа.

2. Выбор звена приведения. Приведение масс и сил сопротивления

Звеном приведения может быть всякое звено, положение которого однозначно определяет положения остальных звеньев. В кривошипно-ползунном механизме это кривошип 1. Выведем формулу для вычисления приведённого к звену 1 момента инерции согласно выражению (2). Для этого записываем выражения кинетической энергии звеньев.

Звено 1 (вращательное движение) $T_1 = 0,5J'_{II}\omega_1^2$ (отметим, что согласно исходным данным момент инерции J'_{II} учитывает инерционность ротора двигателя и звеньев передаточного механизма).

Звено 2 (плоскопараллельное движение) $T_2 = 0,5m_2V_{S_2}^2 + 0,5J_{S_2}\omega_2^2$.

Звено 3 (поступательное движение) $T_3 = 0,5m_3V_B^2$.

Приведённый момент инерции по формуле (2)

$$J_{II} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{0,5\omega_1^2} = J'_{II} + m_2 \left(\frac{V_{S_2}}{\omega_1} \right)^2 + J_{S_2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left(\frac{V_B}{\omega_1} \right)^2 = J'_{II} + \tilde{J}_{II}.$$

Здесь J'_{II} – заданная постоянная часть приведённого момента инерции, а через \tilde{J}_{II} обозначена переменная его часть

$$\tilde{J}_{II} = m_2 (V_{S_2} / \omega_1)^2 + J_{S_2} (\omega_2 / \omega_1)^2 + m_3 (V_B / \omega_1)^2.$$

Для её определения подставим $\omega_1 = V_A / l_{OA}$ и $\omega_2 = V_{BA} / l_{BA}$, получим

$$\tilde{J}_{II} = m_2 l_{OA}^2 (V_{S_2} / V_A)^2 + J_{S_2} (l_{OA} / l_{AB})^2 (V_{BA} / V_A)^2 + m_3 l_{OA}^2 (V_B / V_A)^2. \quad (14)$$

Для вычисления входящих в это выражение первых передаточных функций (аналогов скорости) V_{S_2} / V_A , V_{BA} / V_A , и V_B / V_A строим планы скоростей механизма во всех его положениях (рис. 8) от 0-го до 9-го включительно. Вектор \overline{pa} , изображающий скорость точки A на всех планах,

примем равным $pa = 20 \text{ мм}$. Планы скоростей в интервале изменения φ_1 от 180° до 360° будут симметричны построенным для симметричных положений механизма, поэтому их можно не строить, а лишь указать в скобках при полюсе номера симметричных положений. Теперь выражения аналогов скорости можем записать так:

$$V_{S_2}/V_A = ps_2/pa; V_{BA}/V_A = ba/pa; V_B/V_A = pb/pa \quad (15)$$

Определим постоянные коэффициенты в (14), используя исходные данные.

$$m_1 = \mu \cdot l_{OA} = 300 \cdot 0,075 = 23 \text{ кг},$$

$$m_2 = \mu \cdot l_{AB} = 300 \cdot 0,27 = 81 \text{ кг},$$

$$J_{S_2} = m_2 l_{AB}^2 / 10 = 81 \cdot 0,27^2 / 10 = 0,59 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$m_3 = 5m_1 = 5 \cdot 23 = 115 \text{ кг},$$

$$m_2 l_{OA}^2 = 81 \cdot 0,075^2 = 0,456 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$J_{S_2} (l_{OA}/l_{AB})^2 = 0,59 \cdot (0,075/0,27)^2 = 0,0455 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$m_3 l_{OA}^2 = 115 \cdot 0,075^2 = 0,647 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

(16)

С учётом (15) и (16) выражение (14) получает вид:

$$\tilde{J}_{II} = 0,456 \cdot (ps_2/pa)^2 + 0,0455(ba/pa)^2 + 0,647(pb/pa)^2.$$

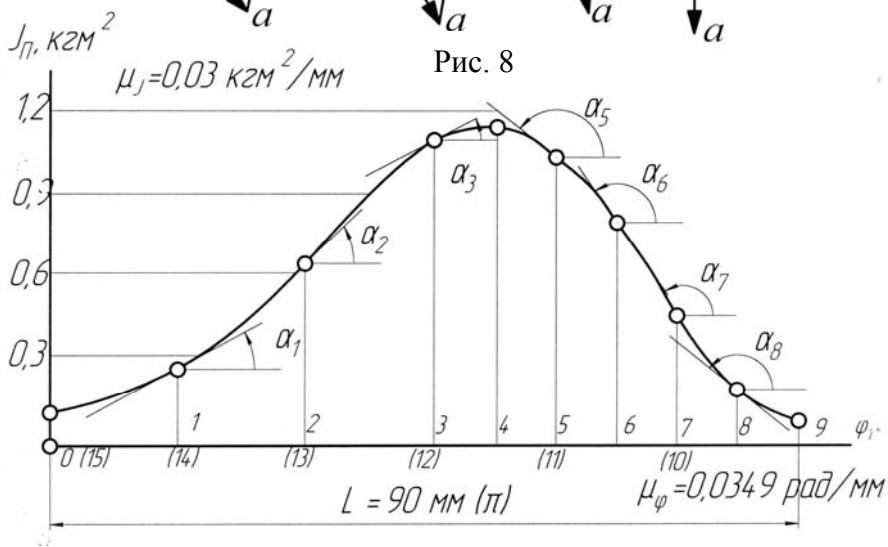
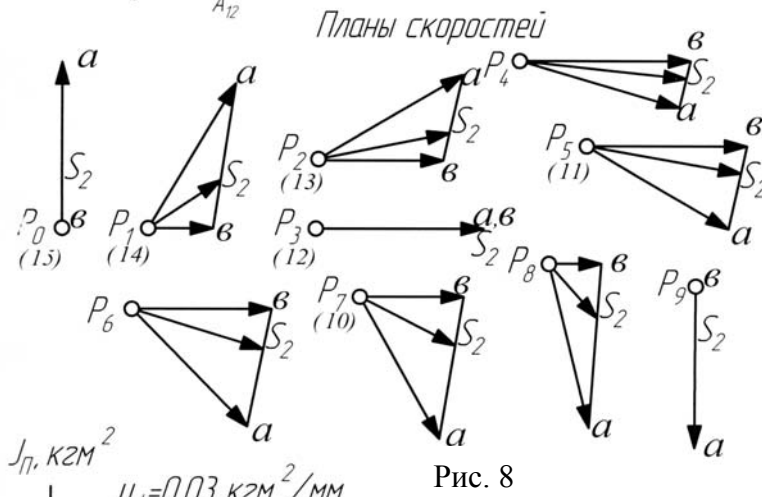
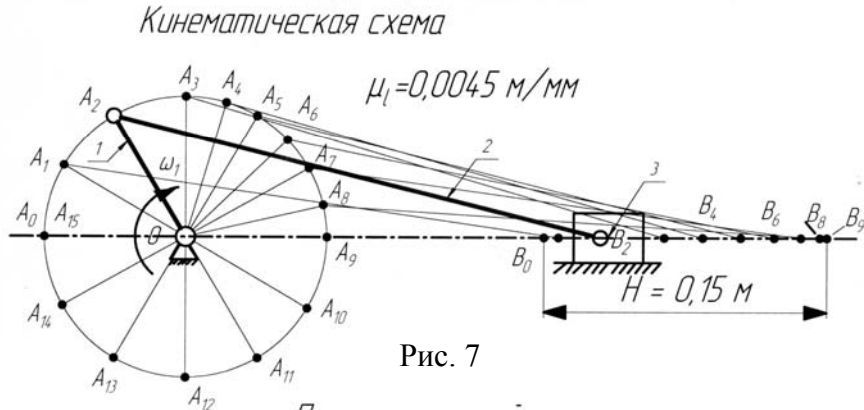
Измерив в каждом положении отрезки планов скоростей, вычисляем \tilde{J}_{II} . Результаты расчёта сводим в табл. 2. По полученным значениям строим график $\tilde{J}_{II}(\varphi_1)$ (рис. 9) в интервале $\varphi_1 = 0^\circ \dots 180^\circ$. Отрезок оси абсцисс, изображающий угол $\varphi_1 = \pi$, принят равным $L=90 \text{ мм}$ (2° в 1 мм), тогда масштаб угла поворота $\mu_\varphi = \pi/90 = 0,0349 \text{ рад/мм}$.

Масштаб момента инерции принят равным $\mu_J = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{мм}$. Шаг шкалы момента инерции с интервалом $\Delta \tilde{J}_{II} = 0,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ равен $\Delta \tilde{J}_{II} / \mu_J = 0,3/0,03 = 10 \text{ мм}$. Ввиду симметричности значений \tilde{J}_{II} на участке $\varphi_1 = 180^\circ \dots 360^\circ$ можно ограничиться построенной частью графика, указав на оси абсцисс в скобках номера соответствующих положений от 10-го до 15-го, совпадающего с нулевым.

Силами сопротивления в данном механизме являются сила F и силы трения в кинематических парах. Работу последних можно приблизительно учесть с помощью КПД. Выведем формулу для вычисления приведённого момента сил сопротивления согласно выражению (4).

По аналогии с предыдущим примером имеем $\sum N_C = N(F)/\eta$. Приведённый момент сил сопротивления

$$M_{ПС} = \sum N_C / \omega_1 = (-F \cdot V_B) / (\eta \cdot \omega_1).$$



После подстановки $\omega_1 = V_A / l_{OA}$ получаем

$$M_{ПС} = -\frac{F \cdot l_{OA}}{\eta} \left(\frac{V_B}{V_A} \right) = -\frac{F \cdot l_{OA}}{\eta} \left(\frac{pb}{ra} \right). \quad (17)$$

Здесь pb/pa – отношение отрезков плана скоростей, найденное для всех положений ранее, а F – переменная сила сопротивления, определяемая так $F = F_{\max} (F/F_{\max})$, где отношения F/F_{\max} берутся согласно табл. 2. Постоянный коэффициент в формуле (17) $l_{OA}/\eta = 0,075/0,85 = 0,0882$. Результаты вычисления $M_{ПС}$ по формуле (17) представлены в табл. 4. По данным таблицы строим график $M_{ПС}(\varphi_1)$ с обратным знаком на интервале $\varphi_1 = 0^\circ \dots 360^\circ$ (рис. 10). Длину оси абсцисс, соответствующую одному циклу движения, т.е. углу $\varphi_1 = 2\pi$, примем $L=96$ мм. (15° в 4 мм.), при этом имеем масштаб угла поворота $\mu_\varphi = 2\pi/L = 6,28/96 = 0,0655$ рад/мм. Масштаб моментов примем $\mu_M = 50$ Н·м/мм. Шаг шкалы моментов с интервалом $\Delta M_{ПС} = 250$ Н·м равен $\Delta M_{ПС}/\mu_M = 250/50 = 5$ мм.

3. Построение графиков работ за цикл движения

График работы сил сопротивления $A_C(\varphi_1)$ получаем в результате интегрирования графика $M_{ПС}(\varphi_1)$. С этой целью заменяем график $M_{ПС}(\varphi_1)$ ступенчатым, вычисляем ограниченную им и осью абсцисс площадь $S_M = 390$ мм². Задаёмся высотой графика работы $h_{AC} = 30$ мм и определяем базис интегрирования $H_M = S_M/h_{AC} = 390/30 = 13$ мм (рис. 10). Ввиду недостаточности места на формате отрезок H_M берём в любом удобном месте оси абсцисс.

Движущей силой в данном механизме является момент трения фрикционной муфты, постоянный по величине. Поэтому график работы движущей силы $A_D(\varphi_1)$ изобразится прямой линией ov . Эту линию проведём произвольно, но так, чтобы она нигде не пересекалась с графиком $-A_C(\varphi_1)$, в противном случае механизм остановится до окончания цикла работы. Более того, для гарантии необходимо, чтобы к окончанию высадки (положение 9) механизм имел некоторый запас кинетической энергии. С учётом этого замечания примем отрезок $ab \approx (1/4 \dots 1/6)h_{AC}$. Кинетическая энергия механизма, которую он будет иметь в 9-м положении, при дальнейшем движении до исходного положения должна поглотиться тормозом также с постоянным моментом трения M_T . График работы сил трения в тормозе $-A_T(\varphi_1)$ строим, проведя сначала горизонтальную прямую bc (соответствует отключённому движущему моменту), а затем прямую ac . Вычисляем масштаб графиков работ

$$\mu_A = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot H_M = 50 \cdot 0,0655 \cdot 13 = 42,6 \text{ Дж/мм}.$$

Таблица 3

Вычисляемые величины*	Номер положения механизма										
	0	1	2	3	4	5	7	9	11	13	15 (0)
$\varphi_1, \text{град}$	0	30	60	90	105	120	150	180	240	300	360
ps_2/ra	0,33	0,52	0,8	1	1,02	0,96	0,65	0,33	0,96	0,8	0,33
ba/ra	1	0,87	0,53	0	0,27	0,52	0,88	1	0,52	0,53	1
pb/ra	0	0,4	0,73	1	1,03	0,98	0,63	0	0,98	0,73	0
$\tilde{J}_{II}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,095	0,261	0,648	1,102	1,149	1,052	0,484	0,095	1,052	0,648	0,095
$F, \text{Н}$	0	0	0	0	5500	8250	24300	50000	0	0	0
$M_{II}, \text{Н} \cdot \text{м}$	0	0	0	0	-499	-713	-1350	0	0	0	0
$J_{II}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	18,09	18,26	18,65	19,10	19,15	19,05	18,48	18,09	19,05	18,65	18,09
$y_A, \text{мм}$	0	6	11,5	17,5	18,5	18	14	6	4	2	0
$A_i, \text{Дж}$	0	255	490	745	788	767	596	256	170	85	0
$\omega_i, \text{с}^{-1}$	0	5,28	7,25	8,83	9,07	8,97	8,03	5,32	4,22	3,02	0
$\Delta\varphi, \text{рад}$	0	$\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/12$	$\pi/12$	$\pi/12$	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/6$
$\Delta t_i, \text{с}$	0	0,1983	0,0836	0,0651	0,0292	0,0290	0,0314	0,0456	0,1161	0,1568	0,4826
$t_i, \text{с}$	0	0,198	0,282	0,347	0,376	0,405	0,466	0,549	0,769	1,059	1,734
$\text{tg}(\alpha)$	0	0,555	1,035	0,555	0	-0,733	-1,61	0	0,733	-1,035	0
$dJ_{II}/d\varphi_i$	0	0,477	0,89	0,477	0	-0,631	-1,385	0	0,631	-0,89	0
$\varepsilon_i, \text{с}^{-2}$	26,2	25,6	24,2	23,9	-1,25	-11,2	-45	26,2 -4,5	-4,6	-4,1	-4,5

* С целью сокращения размеров таблицы в нее не включены результаты расчетов для положений 6, 8, 10, 12 и 14.

Продифференцировав графики $A_D(\varphi_1)$ и $-A_T(\varphi_1)$, т.е. проведя из полюса P штриховыми линиями лучи, параллельные ob и ac , определяем необходимые величины движущего $M_{ПД}$ и тормозного $M_{ПТ}$ моментов, приведённых к валу звена 1.

$$M_{ПД} = y_{MD} \cdot \mu_M = 9,5 \cdot 50 = 475 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{ПТ} = -y_{MT} \cdot \mu_M = -1,5 \cdot 50 = -75 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Можно вычислить эти моменты точнее

$$M_{ПД} = \left(A_D \Big|_{\varphi=0}^{\pi} \right) / (\pi - 0) = (db) \cdot \mu_A / \pi = 35 \cdot 42,6 / 3,14 = 474,6 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{ПТ} = \left(A_T \Big|_{\varphi=\pi}^{2\pi} \right) / (2\pi - \pi) = -(ab) \cdot \mu_A / \pi = -6 \cdot 42,6 / 3,14 = -81,4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

4. Вычисление значений угловой скорости звена I

Скорость определяем из уравнения движения в интегральной форме (5), из которого при начальных условиях $\varphi_1 = 0$, $\omega_1 = 0$ находим

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2}{J_{II}} \int_0^{\varphi} (M_{ПД} + M_{ПС}) d\varphi}.$$

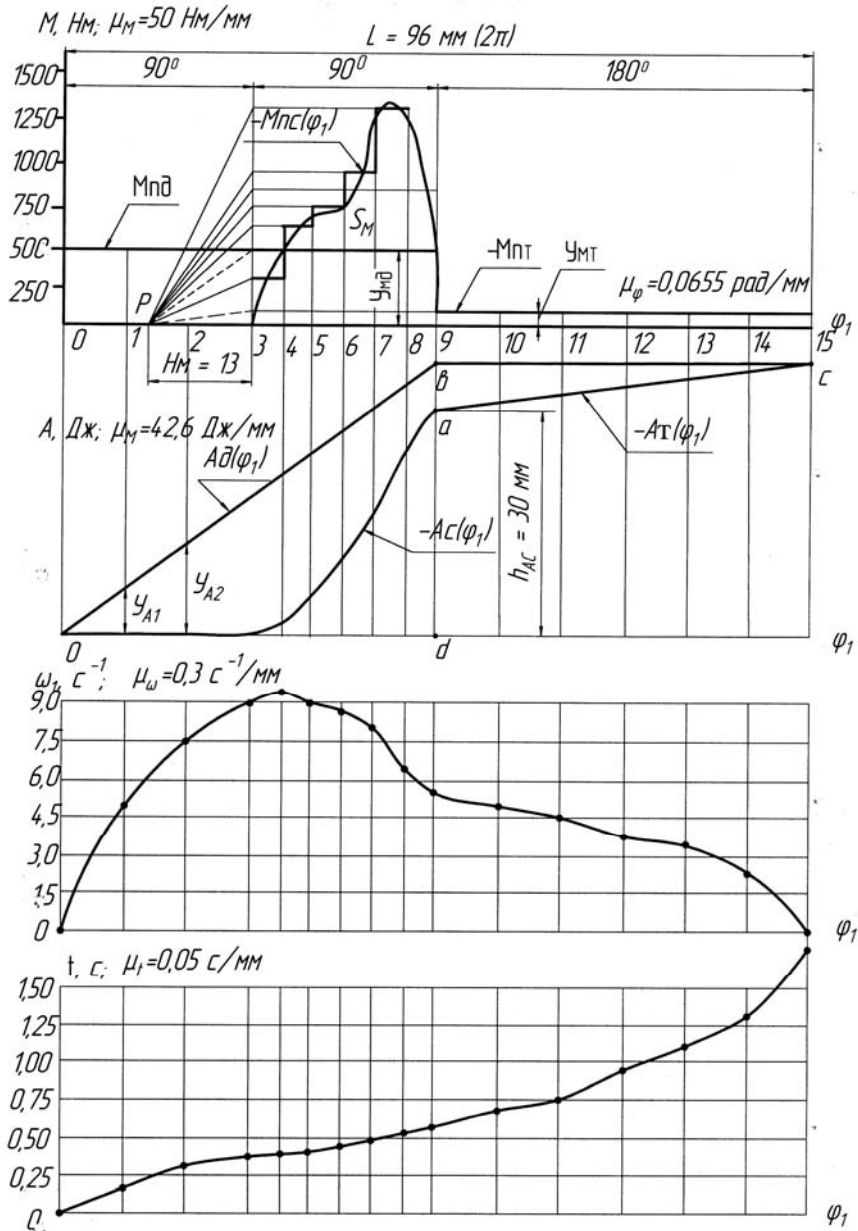


Рис. 10

Здесь $J_{II} = J'_{II} + \tilde{J}_{II} = 18 + \tilde{J}_{II}$ (см. табл. 3), а величина интеграла, т.е. совершаемая силами работа, определяется как сумма работ $A = A_D + A_C$

с помощью построенных графиков:

$$\text{интервал } 0-1: A_1 = \int_0^{\varphi_1} (M_{ПД} + M_{ПС}) d\varphi = Y_{A1} \cdot \mu_A = 6 \cdot 42,6 = 255 \text{ Дж},$$

$$\text{интервал } 0-2: A_2 = \int_0^{\varphi_2} (M_{ПД} + M_{ПС}) d\varphi = Y_{A2} \cdot \mu_A = 11,5 \cdot 42,6 = 490 \text{ Дж}, \text{ и т.д.}$$

Результаты расчётов сведены в табл. 3, а затем построен график $\omega_1(\varphi_1)$ в масштабе по осям координат $\mu_\varphi = 0,0655 \text{ рад/мм}$ (как и на графике моментов) и $\mu_\omega = 0,3 \text{ с}^{-1}/\text{мм}$. Шаг шкалы ординат равен $\Delta\omega_1/\mu_\omega = 1,5/0,3 = 5 \text{ мм}$.

5. Определение ускорения звена приведения 1

Выполняется аналогично примеру 1. Для положений 0...9 расчётное уравнение имеет вид (13), а для положений 9...15

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{J_{П}} \left(M_{ПГ} - \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dJ_{П}}{d\varphi} \right). \quad (18)$$

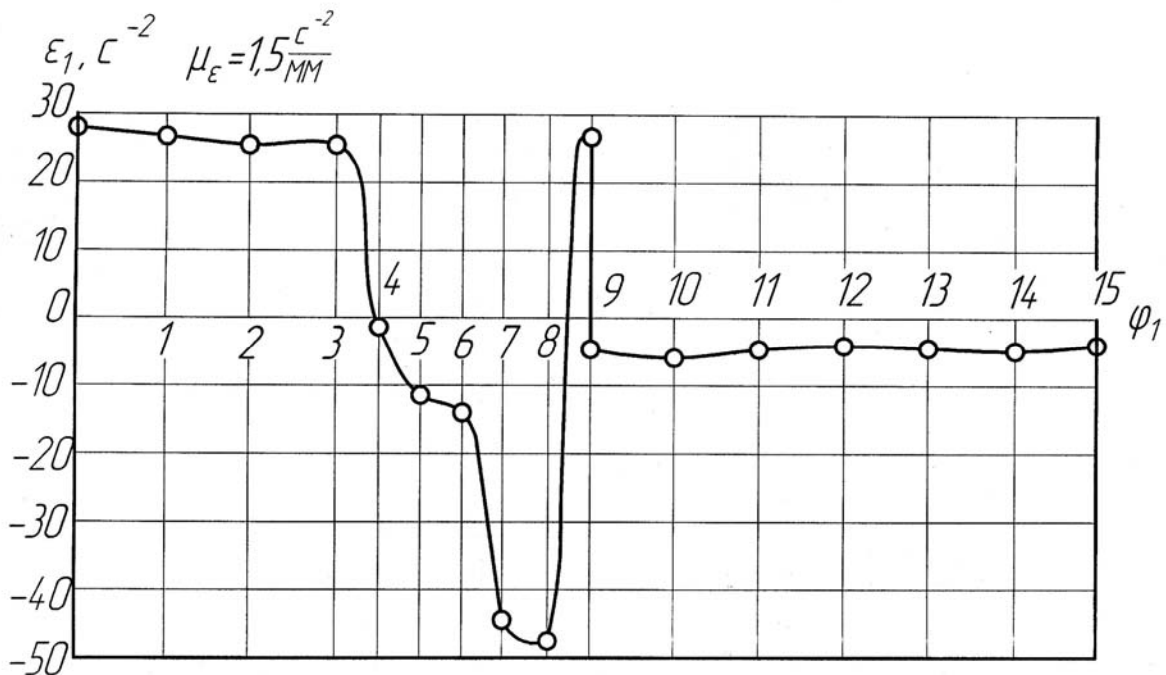


Рис. 11

Ввиду резкого изменения действующих сил в положении 9 (движущий момент прекращает своё действие почти мгновенно), ускорение ε_1 подсчитывается дважды – один раз по формуле (13), второй – по формуле (18).

Результаты расчёта величины ускорения ε_1 представлены в табл. 3, а на рис. 11 построен график $\varepsilon_1(\varphi_1)$.

6. *Определение зависимости угла поворота звена приведения I от времени*

Выполняется аналогично примеру 1. Результаты вычислений приведены в табл. 3, а график $t(\varphi_1)$ построен на рис. 10. Этот график может рассматриваться как зависимость $\varphi_1(t)$.

7. *Определение продолжительности цикла работы механизма, скорости и ускорения ползуна*

Продолжительность цикла работы $t_{Ц} = 1,73$ с получена в табл. 3 в результате сложения интервалов времени Δt_i . Она указана также на графике $t(\varphi_1)$. Скорость и ускорение ползуна 3 определим в положении 1 ($\varphi_1 = 30^\circ$). Сначала вычисляем аналоги скорости и ускорения ползуна, используя справочные формулы

$$S'_B = l_{OA} \left(\sin \varphi_1^* + \frac{1}{2\lambda} \sin 2\varphi_1^* \right), \quad S''_B = l_{OA} \left(\cos \varphi_1^* + \frac{1}{\lambda} \cos 2\varphi_1^* \right),$$

где угол φ_1^* должен измеряться от направления OA_9 , т.е. $\varphi_1^* = 180^\circ - \varphi_1 = 150^\circ$. Подставляем численные значения и вычисляем

$$S'_B = 0,075 \cdot \left[0,5 + \frac{1}{2 \cdot 3,6} (-0,866) \right] = 0,0285 \text{ м}$$

(заметим, что определение аналога скорости в 1-м положении с помощью плана скоростей даёт $S'_B = (pb/pa) \cdot l_{OA} = 0,4 \cdot 0,075 = 0,03$ м)

$$S''_B = 0,075 \cdot \left(-0,866 + \frac{1}{3,6} \cdot 0,5 \right) = 0,0545 \text{ м}.$$

Скорость ползуна

$$V_B = \omega_1 \cdot S'_B = 5,28 \cdot 0,0285 = 1,5 \text{ м/с}.$$

Ускорение ползуна

$$a_B = \omega_1^2 \cdot S''_B + \varepsilon_1 \cdot S'_B = 5,28^2 \cdot 0,0545 + 25,6 \cdot 0,0285 = 2,25 \text{ м/с}^2.$$

III. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. ЗАДАЧИ И МЕТОДИКА СИЛОВОГО РАСЧЕТА

Силовой расчет механизмов является одним из этапов процесса их синтеза. В ходе силового расчета определяются силы, действующие на звенья механизмов, и реакции в кинематических парах, возникающие под действием этих сил во время работы машины. Только после определения этих сил можно рассчитать звенья на прочность, жесткость и т.д.

Наиболее распространенным методом силового расчета является метод кинетостатики, который основан на использовании известного принципа Даламбера. Этот принцип применительно к механизмам может быть сформулирован так: если ко всем внешним силам, действующим на движущуюся систему звеньев механизма, добавить силы инерции, то полученная таким искусственным способом система сил будет уравновешена. Следовательно, применяя принцип Даламбера, для определения реакций в кинематических парах механизмов можно использовать уравнения статики.

Ниже метод кинетостатики излагается применительно к схемам плоских механизмов, аналогичных тем, которые содержатся в заданиях на курсовое проектирование по теории механизмов и машин.

1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ИНЕРЦИИ

Силой инерции принято называть реакцию массы на сообщаемое ей ускорение .

В общем случае все точки отдельного звена движутся с различными по величине и направлению ускорениями. Следовательно, в соответствии с принципом Даламбера к каждой из этих точек следует приложить элементарную силу инерции $d\bar{F}_{Ii}$, равную произведению массы dm_i этой точки на ее полное ускорение \bar{a}_i и направленную в сторону противоположную этому ускорению $d\bar{F}_{Ii} = -\bar{a}_i \cdot dm_i$.

Из теоретической механики известно, что все элементарные силы инерции звена, совершающего плоскопараллельное движение и имеющего плоскость симметрии, параллельную плоскости движения, могут быть сведены к результирующей силе инерции $d\bar{F}_I$, приложенной в центре масс S звена и паре сил с моментом \bar{M}_I (рис. 1).

$$\bar{F}_H = -m \cdot \bar{a}_S, \quad (1)$$

$$\bar{M}_H = -J_S \cdot \bar{\varepsilon}, \quad (2)$$

где m - масса звена; \bar{a}_S – ускорение центра масс звена; J_S – момент инерции звена относительно оси, проходящей через точку S перпендикулярно плоскости движения; $\bar{\varepsilon}$ – угловое ускорение звена.

В дальнейшем будем называть \bar{M}_H инерционным моментом. Знаки минус в формулах (1) и (2) указывают на то, что результирующая \bar{F}_H направлена противоположно \bar{a}_S , а момент \bar{M}_H – противоположно $\bar{\varepsilon}$.

Рассмотрим частные случаи движения звеньев

1. Звено совершает поступательное движение с ускорением \bar{a}_S (рис. 2). Здесь угловое ускорение $\bar{\varepsilon}$ равно нулю и, следовательно, инерционный момент \bar{M}_H согласно уравнению (2) будет также равен нулю.

2. Звено вращается вокруг оси, проходящей через его центр масс S (рис. 3). В этом случае ускорение $\bar{a}_S = 0$ и, следовательно, согласно уравнению (1) равна нулю результирующая сила \bar{F}_H .

3. Звено вращается вокруг оси, не проходящей через его центр масс (рис. 4). Так же как и в общем случае, результирующая сила \bar{F}_H и момент \bar{M}_H (рис. 4,а) определяются по формулам (1) и (2). Однако силу \bar{F}_H и момент \bar{M}_H можно заменить только силой, равной \bar{F}_H (рис. 4,б), если ее параллельно самой себе перенести в центр качания звена, точку K . Расстояние от оси вращения O до точки K определяется по формуле:

$$l_{OK} = l_{OS} + J_S / (m \cdot l_{OS}). \quad (3)$$

При плоскопараллельном движении, показанном на рис. 1, действие силы \bar{F}_H и момента \bar{M}_H можно заменить одной силой \bar{F}_H , приложенной в точке T (рис. 5,а), если движение звена считать состоящим из переносного поступательного движения с ускорением, например, точки B и относительного движения вокруг точки B . Тогда и результирующую силу \bar{F}_H можно будет представить суммой двух составляющих: переносной \bar{F}_H^e и относительной \bar{F}_H^r . При этом составляющая \bar{F}_H^e в переносном движении направлена в сторону противоположную ускорению \bar{a}_B точки B (или вектору $\overline{\pi b}$ на плане ускорений, рис. 5,б) и приложена в центре масс S , а составляющая \bar{F}_H^r в относительном движении направлена противоположно

ускорению \bar{a}_{SB} точки S относительно B (или вектору \bar{bs} на плане ускорений) и приложена в центре качания K , расстояние до которого в соответствии с уравнением (3) определено так:

$$l_{BK} = l_{BS} + J_S / (m \cdot l_{BS}).$$

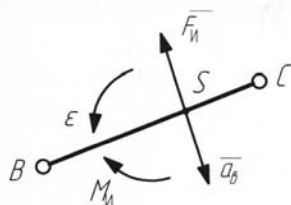


Рис. 1

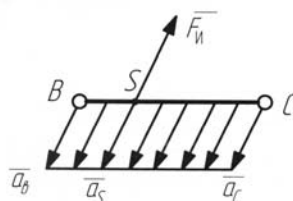


Рис. 2

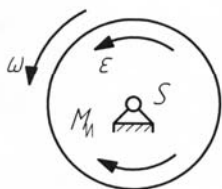


Рис. 3

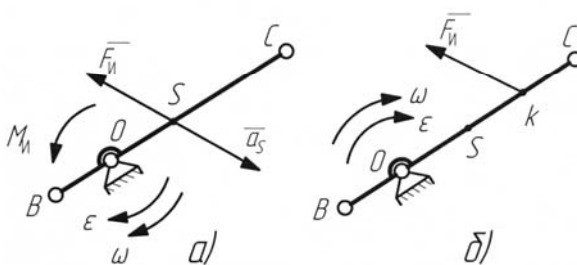


Рис. 4

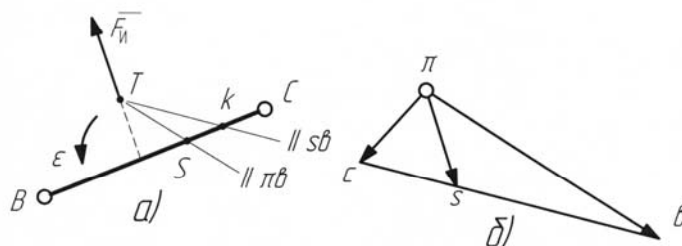


Рис. 5

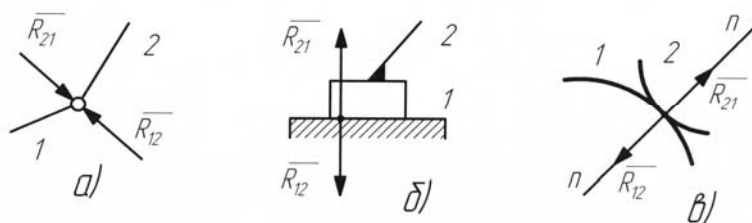


Рис. 6

Таким образом, точка T является точкой пересечения направления ускорения \bar{a}_B точки B , проведенного через центр масс звена S , и направления относительного ускорения \bar{a}_{SB} точки S относительно B , проведенного через центр качания K .

Направление результирующей \bar{F}_H , приложенной в точке T , противоположно ускорению \bar{a}_S центра масс (или вектору $\bar{\pi}s$ на плане ускорений).

1.3. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ МЕХАНИЗМОВ

При выполнении силового расчета закон движений начального звена механизма считается известным, что позволяет определить необходимые ускорение и силы инерции. С целью упрощения расчета обычно принимают ряд допущений, к числу которых относятся следующие:

1) силы трения в кинематических парах не учитываются, т.е. определяют лишь нормальные реакции, а касательными (силами трения скольжения) пренебрегают;

2) динамические параметры звеньев (массы, моменты инерции, положения центров масс) назначаются ориентировочно;

3) если механизм плоский, то считается, что все нагрузки на его звенья и реакции в кинематических парах образуют плоскую систему сил.

Следует заметить, что после уточнения исходных данных в процессе синтеза механизма результаты силового расчета могут быть также уточнены.

При нахождении нормальных реакций в кинематических парах число определяемых неизвестных должно соответствовать числу наложенных связей, т.е. в плоском механизме в каждой из кинематических пар 5-го класса определяются две неизвестные, а именно: во вращательной паре (рис. 6,а) – величина и направление реакции (точкой приложения считается центр пары), а в поступательной паре (рис. 6,б) – величина и точка приложения (линия действия реакции перпендикулярна относительной скорости звеньев). В высшей кинематической паре (рис. 6,в) определяется только величина реакции, поскольку точкой ее приложения является точка контакта звеньев, а линия действия направлена по нормали $n-n$ к профилям звеньев в точке контакта.

Заметим, что показанные на рис. 6 реакции – это лишь равнодействующие действительных сил, распределенных по поверхностям или линиям контакта звеньев.

Как известно, статически определимыми кинематическими цепями являются структурные группы (группы Ассур). Поэтому силовому исследованию механизма предшествует его структурный анализ, в ходе которого выделяются начальный механизм и структурные группы, а также устанавли-

ваются порядок их присоединения. Силовой расчет начинается с последней из присоединенных групп и заканчивается расчетом начального механизма.

Наиболее удобный метод определения реакций в кинематических парах – метод планов сил, используемый в дальнейшем.

Для удобства расчетов и построения каждой внешней силе приписывается цифровой индекс, соответствующий номеру звена, к которому эта сила приложена. Например, \bar{G}_3 – вес 3-го звена, $M_{И2}$ – инерционный момент 2-го звена и т.д. Каждой реакции приписывается двойной цифровой индекс. В нем первая цифра указывает номер звена, к которому приложена реакция, а вторая – номер звена, со стороны которого она действует. Например, \bar{R}_{21} – реакция первого звена на второе, \bar{R}_{12} – реакция второго звена на первое и т.д. Очевидно, что в соответствии с третьим законом механики $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ и вообще $\bar{R}_{ik} = -\bar{R}_{ki}$.

При определении реакций в опорах начального звена необходимо учитывать способ его соединения с ведущим механизмом (для рабочих машин) или с ведомым (для двигателей). Если это соединение осуществляется при помощи муфты, то к начальному звену должен быть приложен момент, заменяющий действие этой муфты, который принято называть уравнивающим моментом. Если же начальное звено приводится в движение, например, через зубчатую передачу, то к зубчатому колесу, жестко соединенному с начальным звеном, должна быть приложена в точке контакта зубьев так называемая уравнивающая сила, направленная по линии зацепления, т.е. по нормали к рабочему профилю зуба.

Ниже приведены примеры силового расчета плоских механизмов без учета трения в кинематических парах.

2. ПРИМЕРЫ СИЛОВОГО РАСЧЕТА МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ КИНЕТОСТАТИКИ

ПРИМЕР 1. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ШЕСТИЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА ГАЙКОВЫРУБНОГО АВТОМАТА ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ ВРАЩЕНИИ НАЧАЛЬНОГО ЗВЕНА

Задание. Определить реакции в кинематических парах исполнительного механизма автомата при заданном положении кривошипа 1, определяемом углом φ . Кинематическая схема механизма представлена на рис. 7,а.

Исходные данные. Значение обобщенной координаты $\varphi = 180^\circ$; размеры механизма $l_{OA} = 0,12 \text{ м}$, $l_{AB} = 0,44 \text{ м}$, $l_{BC} = l_{BD} = 0,31 \text{ м}$, $l_{AS_2} = 0,5 \cdot l_{AB}$, $l_{BS_3} = l_{BS_4} = 0,5 \cdot l_{BC} = 0,5 \cdot l_{BD}$, $a = 0,3 \text{ м}$, $b = 0,47 \text{ м}$; частота вращения кривошипа $n_1 = 85 \text{ с}^{-1}$, вращения равномерное ($\varepsilon_1 = 0$) массы звеньев $m_1 = 60 \text{ кг}$, $m_2 = 11 \text{ кг}$, $m_3 = m_4 = 19 \text{ кг}$, $m_5 = 67 \text{ кг}$; моменты инерции звеньев $J_{S_2} = 0,21 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $J_{S_3} = J_{S_4} = 0,18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; усилие сопротивления в заданном положении $F_C = 500 \text{ Н}$; движущие усилие приложено к кривошипу 1 в виде вращающего момента M_y . Предполагается, что для заданного положения механизма построены план скоростей в масштабе $\mu_V = 0,02 \text{ мс}^{-1}/\text{мм}$ (рис. 7,б) и план ускорений в масштабе $\mu_a = 0,215 \text{ мс}^{-2}/\text{мм}$ (рис. 7,в).

Выполнение задания

1. Построение схемы механизма в заданном положении

Учитывая размер площади, отведенной для построений схемы механизма выбираем масштаб размеров $\mu_l = 0,0075 \text{ м/мм}$ и определяем длины отрезков изображающих заданные размеры на рис. 7,а

$$\begin{aligned}
 OA &= l_{OA} / \mu_l = 0,12 / 0,0075 = 16 \text{ мм}, & OE &= b / \mu_l = 0,47 / 0,0075 = 63 \text{ мм}, \\
 EC &= a / \mu_l = 0,3 / 0,0075 = 40 \text{ мм}, & AB &= l_{AB} / \mu_l = 0,44 / 0,0075 = 59 \text{ мм}, \\
 BC &= BD = l_{BC} / \mu_l = l_{BD} / \mu_l = 0,31 / 0,0075 = 41 \text{ мм}.
 \end{aligned}$$

Проводим окружность $\varnothing OA$ и по заданному углу $\varphi = 120^\circ$ строим положение кривошипа, а затем и остальных звеньев. По заданным размерам l_{AS_2} , l_{BS_3} и l_{BS_4} отмечаем положение центров масс звеньев S_2 , S_3 и S_4 .

2. Выделение структурных групп и начального механизма

Выделяем из механизма на рис 7,а сначала структурную группу II класса 2-го вида, состоящую из звеньев 4 и 5, затем структурную группу II класса 1-го вида, состоящую из звеньев 2 и 3, и наконец, начальный механизм, состоящий из кривошипа 1 и стойки 0. Структурные группы и начальный механизм вычерчиваем в масштабе $\mu_l = 0,0075 \text{ м/мм}$ на рис. 7,з, 8,а, 8,г, сохраняя заданное положение звеньев относительно некоторой неподвижной системы координат.

3. Определение сил тяжести звеньев

Силы тяжести определяем по известной формуле $G = m \cdot g$, где m – масса звена и g – ускорение свободного падения. $G_1 = m_1 \cdot g = 60 \cdot 9,81 = 589 \text{ Н}$
Аналогично находим $G_2 = 108 \text{ Н}$, $G_3 = G_4 = 188 \text{ Н}$, $G_5 = 657 \text{ Н}$.

4. Определение величин результирующих сил инерции

Модули результирующих сил инерции определяем по формуле (1)

$$F_{И2} = m_2 \cdot a_{S_2} = m_2 \cdot \mu_a \cdot (\pi s_2) = 11 \cdot 0,215 \cdot 42,5 = 100 \text{ Н},$$

$$F_{И3} = m_2 \cdot a_{S_3} = m_3 \cdot \mu_a \cdot (\pi s_3) = 19 \cdot 0,215 \cdot 21,5 = 87 \text{ Н}.$$

Аналогично находим $F_{И4} = 90 \text{ Н}$, $F_{И5} = 115 \text{ Н}$.

Сила инерции кривошипа 1 равна нулю, так как его центр масс S_1 совпадает с неподвижной осью вращения O .

Величины инерционных моментов $M_{И2}$, $M_{И3}$ и $M_{И4}$ не определяем, поскольку предполагаем заменить их действие параллельным смещением сил инерции $\bar{F}_{И2}$, $\bar{F}_{И3}$ и $\bar{F}_{И4}$ относительно центров масс.

5. Определение точек приложения сил инерции

Звено 2 совершает плоскопараллельное движение. Если принять, что это движение состоит из поступательного с ускорением \bar{a}_A точки A и вращательного вокруг точки A , то с учетом действия инерционного момента $M_{И2}$ равнодействующая сил инерции $\bar{F}_{И2}$ (рис. 8,а) должна быть приложена в точке T_2 пересечения направления ускорения \bar{a}_A (или вектора $\overline{\pi a}$ на плане ускорений), проведенного через центр масс S_2 звена, и направления относительно ускорения \bar{a}_{S_2A} (или вектора $\overline{as_2}$ на плане ускорений), проведенного через центр качания K_2 . Расстояние l_{AK_2} в соответствии с формулой (3) определяется так:

$$l_{AK_2} = l_{AS_2} + J_{S_2} / (m_2 \cdot l_{AS_2}) = 0,22 + 0,21 / (11 \cdot 0,22) = 0,306 \text{ м}.$$

Длина отрезка AK_2 на рис. 8,а равна

$$AK_2 = l_{AK_2} / \mu_l = 0,306 / 0,0075 = 41 \text{ мм}.$$

Звено 3 совершает вращательное движение вокруг точки C . В этом случае равнодействующая $\bar{F}_{И3}$ сил инерции с учетом инерционного момента $M_{И3}$ должна быть приложена в центре качания K_3 , находящегося от точки C на расстоянии

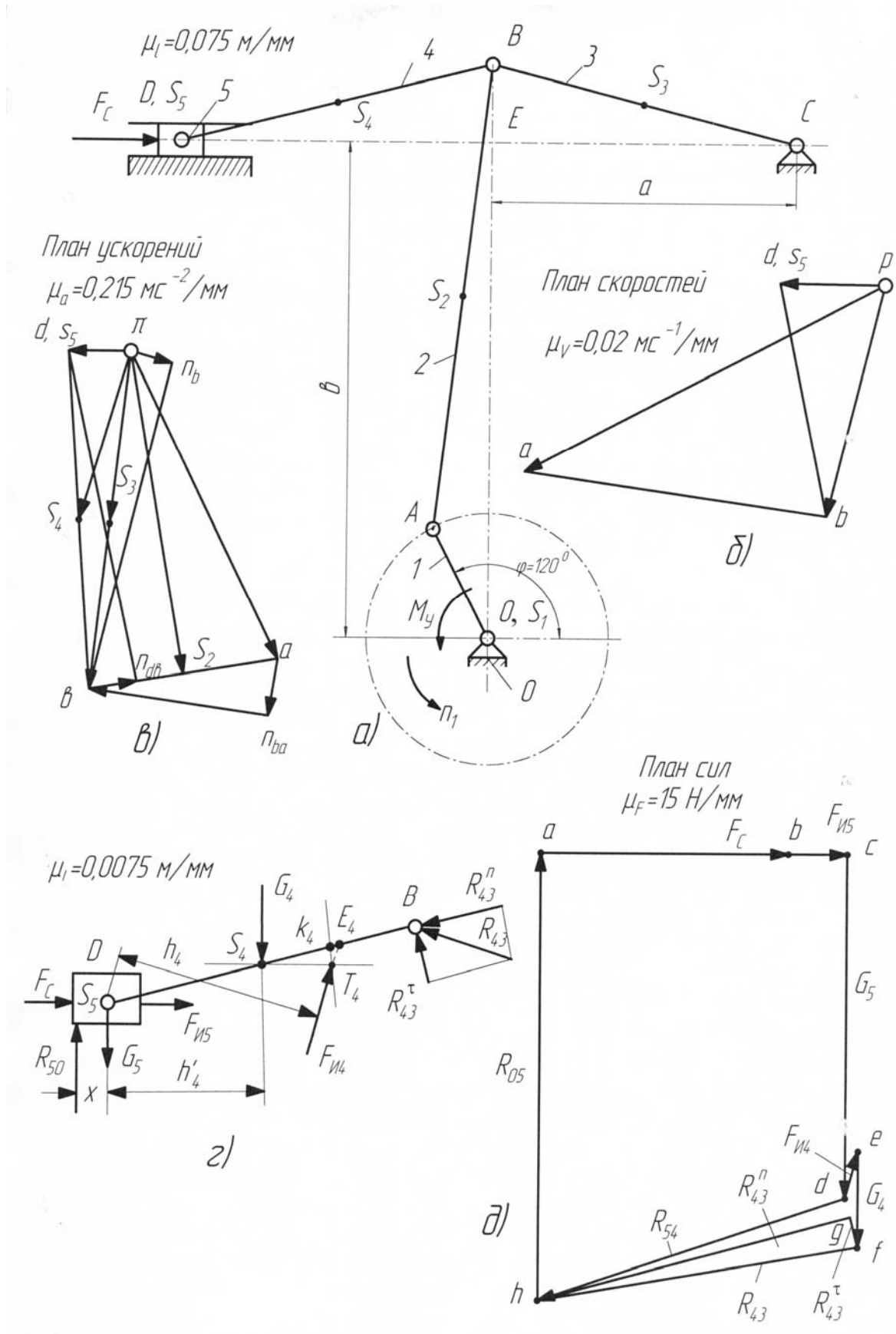


Рис. 7

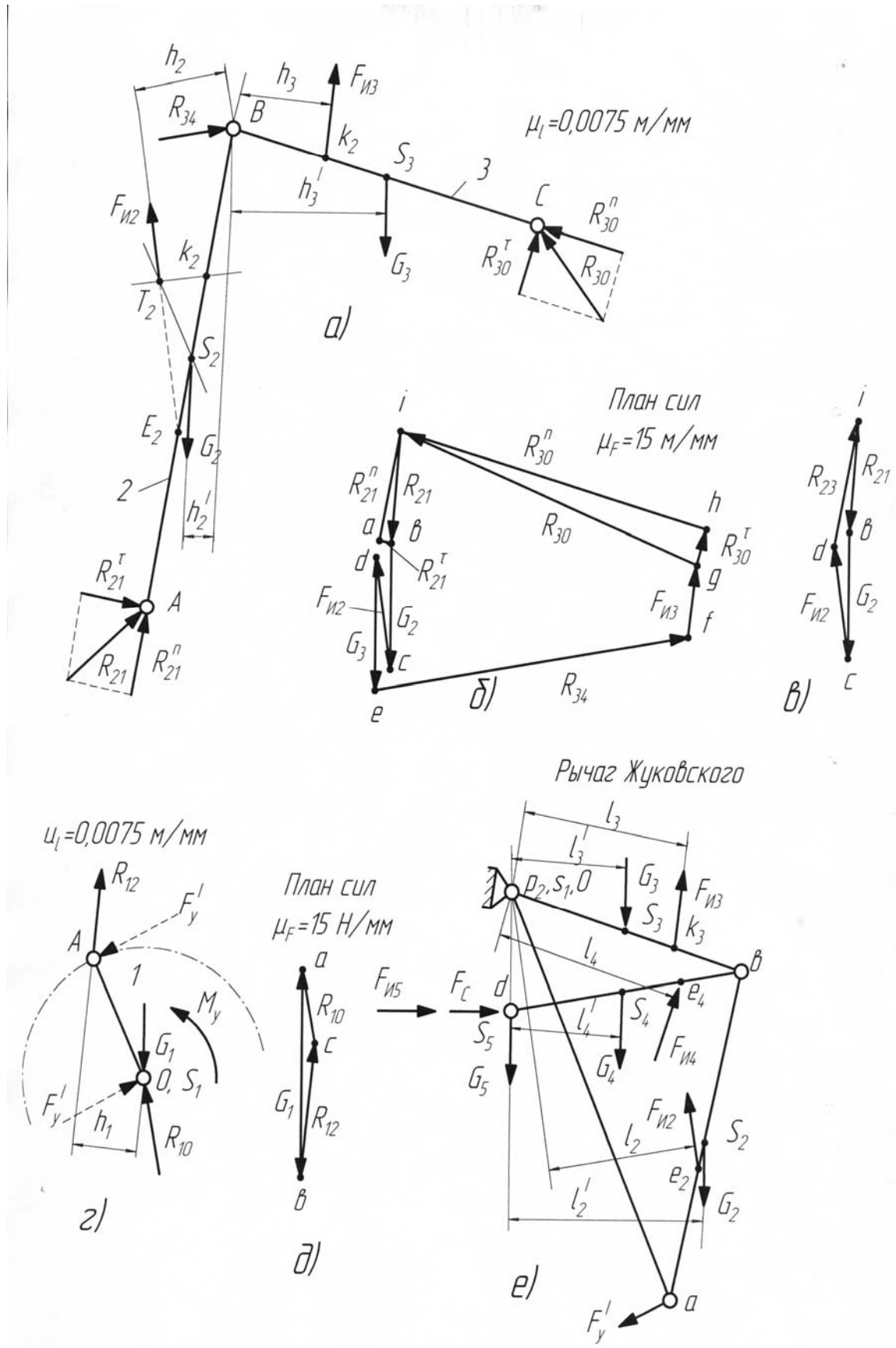


Рис. 8

$$l_{CK_3} = l_{CS_3} + J_{S_3} / (m_3 \cdot l_{CS_3}) = 0,155 + 0,18 / (19 \cdot 0,155) = 0,216 \text{ м}.$$

Длина отрезка CK_3 на рис. 8,а равна

$$CK_3 = l_{CK_3} / \mu_l = 0,216 / 0,0075 = 29 \text{ мм}.$$

Примем, что плоскопараллельное движение звена 4 состоит из поступательного с ускорением \bar{a}_D точки D и вращательного относительно точки D . Тогда с учетом действия инерционного момента $M_{И4}$ равнодействующая $\bar{F}_{И4}$ сил инерции (рис. 7,з) должна быть приложена в точке T_4 пересечения направления ускорения \bar{a}_D (или вектора $\overline{\pi d}$ на плане ускорений), проведенного через центр масс S_4 звена, и направления относительного ускорения \bar{a}_{S_4D} (или вектора $\overline{ds_4}$ на плане ускорений), проведенного через центр качания K_4 , Расстояние l_{DK_4} от точки D до центра качания K равно

$$l_{DK_4} = l_{DS_4} + J_{S_4} / (m_4 \cdot l_{DS_4}) = 0,155 + 0,18 / (19 \cdot 0,155) = 0,216 \text{ м}.$$

Длина отрезка DK_4 на рис. 7,з равна

$$DK_4 = l_{DK_4} / \mu_l = 0,216 / 0,0075 = 29 \text{ мм}.$$

6. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 4–5

Прежде всего приложим к звеньям структурной группы на рис. 7,з действующие на них внешние силы и силу инерции. Силу сопротивлений F_C прикладываем в соответствии с заданной схемой механизма к звену 5 по горизонтальной оси, проходящей через точку D . Найденные ранее силы тяжести G_4 и G_5 прикладываем соответственно в центрах масс звеньев S_4 и S_5 . Силу инерции $\bar{F}_{И4}$ прикладываем в найденной, выше точке T_4 и направляем в сторону, противоположную ускорению \bar{a}_{S_4} центра масс S_4 звена 4 (или вектору $\overline{\pi s_4}$ на плане ускорений). Звено 5 совершает поступательное движения, поэтому силу инерции $\bar{F}_{И5}$ прикладываем в центре масс S_5 звена 5 и направляем в сторону, противоположную ускорению \bar{a}_{S_5} этого центра (или вектору $\overline{\pi s_5}$ на плане ускорений).

Далее действие отсоединенных от группы звеньев заменим реакциями. В точке B механизма соединяются три звена – 2, 3 и 4. Для определенности примем, что звено 2 соединено со звеном 3, а звено 3 со звеном 4. Тогда действие звена 3, отсоединенного от звена 4, заменяем реакцией \bar{R}_{43} ,

направление которой пока показываем произвольно. Отсоединенную стойку 0 заменяем реакцией \bar{R}_{50} , направление линии действия которой известно (перпендикулярно направлению скорости звена 5), а расстояние x от точки приложения до шарнира D еще предстоит определить.

В соответствии с принципом Даламбера система сил, приложенная к структурной группе на рис. 7,2, уравновешена.

Напишем векторное уравнение равновесия группы:

$$\bar{R}_{50} + \bar{F}_C + \bar{F}_{II5} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{II4} + \bar{G}_4 + \bar{R}_{43} = 0. \quad (4)$$

В этом уравнении три неизвестных: величины реакций \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43} и направление реакции \bar{R}_{43} . Поскольку одно векторное уравнение может быть решено лишь при наличии двух неизвестных, написанного уравнения недостаточно для определения реакций. Представим реакцию \bar{R}_{43} двумя ее составляющими, одну из которых \bar{R}_{43}^n направим по линии BD , а другую \bar{R}_{43}^{τ} – перпендикулярно:

$$\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^{\tau}. \quad (5)$$

Составляющую \bar{R}_{43}^{τ} можно определить из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 4 относительно точки D :

$$G_4 \cdot h'_4 - F_{II4} \cdot h_4 - R_{43}^{\tau} \cdot (DB) = 0,$$

откуда $R_{43}^{\tau} = (G_4 \cdot h'_4 - F_{II4} \cdot h_4) / (DB) = (186 \cdot 20 - 90 \cdot 26) / 41 = 34 \text{ Н}$.

Длины отрезков h'_4 , h_4 , и DB взяты в миллиметрах со схемы группы на рис. 7,2.

Подставим в уравнение (4) значение R_{43} из (5)

$$\bar{R}_{50} + \bar{F}_C + \bar{F}_{II5} + \bar{G}_5 + \bar{F}_{II4} + \bar{G}_4 + \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^{\tau} = 0. \quad (6)$$

В уравнении (6) неизвестны лишь величины векторов \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43}^n , которые могут быть найдены графически при помощи плана сил. Для построения плана сил задаемся масштабом $\mu_F = 15 \text{ Н/мм}$ и вычисляем длины векторов, изображающих известные силы уравнения (6);

$$ab = F_C / \mu_F = 500 / 15 = 33 \text{ мм}, \quad bc = F_{II5} / \mu_F = 115 / 15 = 8 \text{ мм}, \quad cd = G_5 / \mu_F = 44 \text{ мм}, \\ de = F_{II4} / \mu_F = 6 \text{ мм}, \quad ef = G_4 / \mu_F = 12,5 \text{ мм}, \quad fg = R_{43}^{\tau} / \mu_F = 2 \text{ мм}.$$

От произвольной точки a – полюса плана сил (рис. 7,д) параллельно силе \bar{F}_C откладываем в том же направлении вектор \bar{ab} , изображающий эту

силу. Из конца вектора \overline{ab} (точки b) параллельно силе $\overline{F_{II5}}$, сохраняя ее направление, откладываем вектор \overline{bc} . Далее аналогично и последовательно откладываем векторы \overline{cd} силы $\overline{G_5}$, \overline{de} силы $\overline{F_{II4}}$, \overline{ef} силы $\overline{G_4}$, \overline{fg} силы $\overline{R_{43}^r}$. Поскольку сумма векторов, входящих в уравнении (6), равна нулю, их изображения на плане сил, отложенные указанным способом, должны образовать замкнутый многоугольник. Чтобы получить такой многоугольник, проведем через точку a плана известное направление реакции $\overline{R_{50}}$, а через конец вектора \overline{fg} (точку g) – известное направление составляющей $\overline{R_{43}^n}$. Точка h , пересечение этих направлений, определит векторы \overline{fh} силы $\overline{R_{43}}$ и \overline{ha} силы $\overline{R_{50}}$.

$$R_{43} = (fh) \cdot \mu_F = 42 \cdot 15 = 630 \text{ Н}, \quad R_{50} = (ha) \cdot \mu_F = 57 \cdot 15 = 855 \text{ Н}.$$

Чтобы найти расстояние x точки приложения силы $\overline{R_{50}}$ от точки D , необходимо в общем случае составить уравнение моментов всех сил действующих на звено 5 относительно точки D . Однако, в рассматриваемом случае и без такого уравнения видно, что поскольку все силы, действующие на звено 5, проходят через точку D , то и реакция $\overline{R_{50}}$ должна проходить через нее, т.е. расстояние x равно нулю. Вектор \overline{fh} , являясь геометрической суммой векторов \overline{fg} и \overline{gh} , представляет в принятом масштабе μ_F полную реакцию $\overline{R_{43}}$.

Чтобы определить реакции в кинематической паре D , напомним уравнение равновесия сил, действующих на звено 5:

$$\overline{R_{50}} + \overline{F_C} + \overline{F_{II5}} + \overline{G_5} + \overline{R_{54}} = 0. \quad (7)$$

Векторы $\overline{R_{50}}$, $\overline{F_C}$, $\overline{F_{II5}}$ и $\overline{G_5}$ уже отложены в нужной последовательности от точки h плана на рис. 7,д. Поэтому искомая реакция $\overline{R_{54}}$ будет представлена на этом плане замыкающим вектором \overline{dh}

$$R_{54} = (dh) \cdot \mu_F = 42 \cdot 15 = 630 \text{ Н}.$$

7. Определение реакции в кинематических парах структурной группы 2–3

Сначала приложим к звеньям структурной группы 2–3 (рис. 8,а) внешние силы и силы инерции. Найденные ранее силы тяжести $\overline{G_2}$ и $\overline{G_3}$ прикладываем в центрах масс звеньев S_2 и S_3 . Силу инерции $\overline{F_{II2}}$ прикладываем в найденной точке T_2 и направляем в сторону, противополож-

ную ускорению \bar{a}_{S_2} центра масс звена 2 (или вектору $\overline{\pi s_2}$ на плане ускорений). Силу инерции \bar{F}_{I3} прикладываем в центре качания K_3 звена 3 и направляем противоположно ускорению \bar{a}_{S_3} центра масс S_3 звена 3 (или вектору $\overline{\pi s_3}$ на плане ускорений). Действие отсоединенных от группы звеньев заменяем реакциями. В точке B от звена 3 отсоединено звено 4, его действие заменяем реакцией \bar{R}_{34} , величина которой равна уже найденной выше реакции \bar{R}_{43} , но направление противоположно. Отсоединенное от звена 2 звено 1 заменяем реакцией \bar{R}_{21} , а отсоединенную от звена 3 стойку 0 – реакцией \bar{R}_{30} , направляя эти силы произвольно. Напишем уравнение равновесия подученной системы сил:

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{I2} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{I3} + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30} = 0. \quad (8)$$

Это уравнение содержит четыре неизвестных: величины и направления реакций \bar{R}_{21} и \bar{R}_{30} . Чтобы уменьшить число неизвестных в уравнении (8) до двух, представим каждую из неизвестных реакций двумя составляющими аналогично тому, как это было сделано выше с реакцией \bar{R}_{43}

$$\bar{R}_{21} = \bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^t, \quad (9)$$

$$\bar{R}_{30} = \bar{R}_{30}^n + \bar{R}_{30}^t, \quad (10)$$

направляя нормальные составляющие по звену, а касательные – перпендикулярно.

Составляющую \bar{R}_{21}^t найдем из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки B : $F_{I2} \cdot h_2 - G_2 \cdot h'_2 - R_{21}^t \cdot (AB) = 0$, откуда $R_{21}^t = (F_{I2} \cdot h_2 - G_2 \cdot h'_2) / (AB) = (100 \cdot 12 - 108 \cdot 4) / 59 = 13 \text{ Н}$,

Длины отрезков h_2 , h'_2 и AB взяты в миллиметрах со схемы группы на рис. 8,а.

Составляющую \bar{R}_{30}^t найдем из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 3 относительно точки B : $R_{30}^t \cdot (BC) + F_{I3} \cdot h_3 - G_3 \cdot h'_3 = 0$, откуда $R_{30}^t = (-F_{I3} \cdot h_3 + G_3 \cdot h'_3) / (BC) = (-87 \cdot 12 + 186 \cdot 20) / 41 = 65 \text{ Н}$. Здесь длины отрезков h_3 , h'_3 , BC также взяты со схемы на рис. 8,а.

Подставим в уравнение (8) значения \bar{R}_{21} и \bar{R}_{30} из (9) и (10).

$$\bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^r + \bar{G}_2 + \bar{F}_{II2} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{II3} + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30}^r + \bar{R}_{30}^n = 0. \quad (11)$$

В уравнении (11) неизвестны лишь величины векторов \bar{R}_{21}^n и \bar{R}_{30}^n , которые определим графически из плана сил. Для построения плана примем масштаб $\mu_F = 15 \text{ Н/мм}$ и вычислим длины векторов, изображающих известные силы:

$$\begin{aligned} ab &= F_{21}^r / \mu_F = 13/15 = 1 \text{ мм}, & bc &= G_2 / \mu_F = 108/15 = 7 \text{ мм}, \\ cd &= F_{II2} / \mu_F = 100/15 = 7 \text{ мм}, & de &= G_3 / \mu_F = 186/15 = 12,5 \text{ мм}, \\ ef &= R_{34} / \mu_F = 630/15 = 42 \text{ мм}, & fg &= F_{II3} / \mu_F = 87/15 = 6 \text{ мм}, \\ gh &= F_{30}^r / \mu_F = 65/15 = 4 \text{ мм}. \end{aligned}$$

От произвольной точки a – полюса плана сил (рис. 8,б) откладываем вектор \bar{ab} , изображающий силу \bar{R}_{21}^r , сохраняя ее направление. Из конца вектора \bar{ab} (точки b) по направлению силы \bar{G}_2 откладываем вектор \bar{bc} , изображающий эту силу. Далее последовательно откладываем векторы \bar{cd} силы \bar{F}_{II2} , \bar{de} силы \bar{G}_3 , \bar{ef} силы \bar{R}_{34} , \bar{fg} силы \bar{F}_{II3} и \bar{gh} силы \bar{R}_{30}^r . Проведя через точку a плана линию действия силы \bar{R}_{21}^n , а через точку h – линию действия силы \bar{R}_{30}^n , получим точку пересечения i , которая и определяет векторы \bar{ia} силы \bar{R}_{21}^n и \bar{hi} силы \bar{R}_{30}^n :

$$\bar{R}_{21}^n = (ia) \cdot \mu_F = 13,5 \cdot 15 = 200 \text{ Н},$$

$$\bar{R}_{30}^n = (hi) \cdot \mu_F = 41 \cdot 15 = 615 \text{ Н}.$$

Вектор \bar{ib} , являясь геометрической суммой векторов \bar{ia} и \bar{ab} , представляет в масштабе μ_F плана полную реакцию \bar{R}_{21} : $R_{21} = (ib) \cdot \mu_F = 14 \cdot 15 = 210 \text{ Н}$. Аналогично вектор \bar{gi} представляет на плане полную реакцию \bar{R}_{30} : $R_{30} = (gi) \cdot \mu_F = 41,5 \cdot 15 = 620 \text{ Н}$.

Для определения реакций в кинематической паре B напишем уравнение равновесия сил, действующих на звено 2:

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{II2} + \bar{R}_{23} = 0. \quad (12)$$

Векторы \bar{R}_{21} , \bar{G}_2 и \bar{F}_{II2} уже отложены на плане от точки i в нужной последовательности (рис. 8,б), поэтому искомая реакция \bar{R}_{23} на этом плане должна быть представлена замыкающим вектором \bar{di} . Чтобы исключить на рис. 8,б совпадение линий, затрудняющее рассмотрение чертежа, план сил, соответствующий уравнению (12), построен отдельно на рис. 8,в;

$$R_{23} = (di) \cdot \mu_F = 15 \cdot 15 = 225 \text{ Н}.$$

8. Определение реакции в опоре начального звена

К начальному звену (рис. 8,г) прикладываем в центре масс S_1 силу тяжести \bar{G}_1 , а действие отсоединенных звеньев 2 и 0 заменяем реакциями \bar{R}_{12} и \bar{R}_{10} , из которых первая равна уже найденной реакции \bar{R}_{21} , но имеет противоположное направление. Кроме этого к начальному звену прикладываем уравнивающий момент M_y , величина которого может быть найдена из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 1 относительно точки O :

$$R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l - M_y = 0, \quad (13)$$

откуда $M_y = R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l = 210 \cdot 8 \cdot 0,0075 = 12,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Поскольку в уравнение (13) входит момент M_y , плечо h_1 силы \bar{R}_{12} на рис. 8,г взято с учетом масштаба μ_F этого рисунка.

Чтобы найти реакцию \bar{R}_{10} в опоре звена 1, напишем уравнение равновесия сил, действующих на это звено:

$$\bar{G}_1 + \bar{R}_{12} + \bar{R}_{10} = 0. \quad (14)$$

В уравнении (14) неизвестны величина и направление реакции \bar{R}_{10} , которые определим при помощи плана сил. Примем масштаб плана $\mu_F = 15 \text{ Н/мм}$ и вычислим длины векторов сил \bar{G}_1 и \bar{R}_{12}

$$ab = G_1 / \mu_F = 589 / 15 = 39 \text{ мм}, \quad bc = R_{12} / \mu_F = 210 / 15 = 14 \text{ мм}.$$

Отложив от полюса a плана сил (рис. 8,д) векторы \overline{ab} и \overline{bc} , находим замыкающий вектор \overline{ca} , который представляет на плане искомую реакцию \bar{R}_{10} :

$$R_{10} = (ca) \cdot \mu_F = 27 \cdot 15 = 405 \text{ Н}.$$

9. Определение уравнивающего момента при помощи рычага

Жуковского

Чтобы получить рычаг Жуковского, поворачиваем план скоростей на 90° (рис. 8,е) и делаем полюс плана p опорной точкой. Далее параллельно самим себе переносим на рычаг все силы инерции и внешние силы, действующие на звенья механизма, заменив предварительно уравнивающий момент M_y , приложенный к звену 1, парой сил F'_y , одна из которых приложена в точке A звена 1 перпендикулярно линии OA , а другая – в точке O . Тогда $F'_y = M_y / l_{OA}$.

Действующую на кривошип 1 в точке A силу \bar{F}'_y , переносим соответственно в точку a рычага, силы тяжести $\bar{G}_2, \bar{G}_3, \bar{G}_4$ и \bar{G}_5 и аналогично переносим в соответствующие точки рычага s_2, s_3, s_4 и s_5 . Чтобы найти на рычаге Жуковского точку e_2 приложения силы $\bar{F}_{И2}$, продлим линию ее действия на рис. 8,а до пересечения с линией AB в точке E_2 . После этого делим отрезок ab рычага в том же отношении, в котором точка E_2 делит линию AB , и получим точку e_2 , в которую переносим силу $\bar{F}_{И2}$. Аналогично находим точку k_3 на отрезке pb , в которую переносим силу $\bar{F}_{И3}$, и точку e_4 на отрезке bd , в которую переносим силу $\bar{F}_{И4}$. Силы \bar{F}_C и $\bar{F}_{И5}$, приложенные к звену 5, переносим в точку d рычага. Внешние силы, приложенные к неподвижным точкам механизма (в данном примере это силы \bar{G}_1 , и \bar{F}'_y), на рычаг переносить не следует. Составляем уравнение моментов всех приложенных к рычагу Жуковского сил относительно опорной точки p :

$$F'_y \cdot (pa) - F_{И2} \cdot l_2 + G_2 \cdot l'_2 - F_{И3} \cdot l_3 + G_3 \cdot l'_3 - F_{И4} \cdot l_4 + G_4 \cdot l'_4 - (F_C + F_{И5}) \cdot (pd) = 0,$$

откуда

$$F'_y = \frac{1}{pa} [F_{И2} \cdot l_2 - G_2 \cdot l'_2 + F_{И3} \cdot l_3 - G_3 \cdot l'_3 + F_{И4} \cdot l_4 - G_4 \cdot l'_4 + (F_C + F_{И5}) \cdot (pd)] = \\ = \frac{1}{53} \cdot [100 \cdot 19 - 108 \cdot 27 + 87 \cdot 22 - 186 \cdot 15 + 90 \cdot 24 - 186 \cdot 15 + (500 + 115) \cdot 14] = 115 \text{ Н}.$$

Плечи всех сил взяты со схемы на рис. 8,е. Уравновешивающий момент, найденный при помощи рычага Жуковского, равен

$$M'_y = F'_y \cdot l_{OA} = 115 \cdot 0,12 = 13,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Сравниваем величины уравновешивающих моментов, полученных при силовом расчете механизма ($M_y = 12,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$) и с помощью рычага Н.Е. Жуковского ($M'_y = 13,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$), и вычисляем относительную погрешность, приняв за основу результат, полученный с помощью рычага Н.Е. Жуковского,

$$\Delta M_y = \left(\frac{M'_y - M_y}{M'_y} \right) \cdot 100\% = \left(\frac{13,8 - 12,6}{13,8} \right) \cdot 100\% = 8,7\%.$$

Относительная погрешность в вычислениях уравновешивающего момента не превышает допустимой при использовании графических методов расчета ($\pm 10\%$).

Примечание. С помощью рычага Жуковского можно проверить

лишь правильность составления и решения уравнений равновесия. Для полной проверки правильности силового расчета нужно величину M_y сравнить с величиной движущего момента M_D , полученной при исследовании движения механизма под действием заданных сил. При этом в идеальном случае должно получиться равенство $M_y = M_D$. Если равенства нет, то разность $M_y - M_D$ не должна превышать $\pm 10\%$ от M_D .

В случае, если погрешность окажется большей, следует учесть инерционный момент звена приведения, т.е. найти M_y из уравнения $\sum M_O = 0$, включив в него $M_{И1} = J_1 \cdot \varepsilon_1$. Если и после этого погрешность превысит 10% , то это будет свидетельствовать о допущенных серьезных ошибках в расчетах.

ПРИМЕР 2. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ШЕСТИЗВЕННОГО КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА СТРОГАЛЬНОГО СТАНКА С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ВРАЩЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО ЗВЕНА.

Задание. Определить реакции в кинематических парах строгального станка при заданном положении кривошипа 1, определяемом углом φ (рис. 9,а).

Исходные данные: $\varphi = 45^\circ$; $l_{OA} = 0,125$ м; $l_{OC} = 0,25$ м; $a = 0,5$ м; $l_{BC} = 0,5$ м; $l_{ED} = 0,5$ м; $l_{CS_3} = 0,5 \cdot l_{BC}$; $l_{BS_5} = 0,12$ м; $y = 0,05$ м; угловая скорость и угловое ускорение кривошипа $\omega_1 = 5,2$ с⁻¹, $\varepsilon_1 = -3,1$ с⁻² (берутся по результатам исследования движения механизма под действием сил); массы звеньев $m_1 = 45$ кг, $m_3 = 22$ кг, $m_5 = 52$ кг; момент инерции звена 1 с приведенными к нему массами звеньев привода $J_1 = 15,4$ кг·м²; момент инерции звена 3 $J_{S_3} = 0,9$ кг·м²; усилие сопротивления резанию в заданном положении $P_c = 1000$ Н. Движущее усилие передается кривошипу 1 при помощи зубчатой передачи с углом зацепления $\alpha_W = 24^\circ$ и начальными радиусами $r_{WIII} = 0,05$ м, $r_{WK} = 0,15$ м. Расположение зубчатых колес показано на рис. 9,а. Предполагается, что для заданного положения механизма построены план скоростей в масштабе $\mu_V = 0,016$ м·с⁻¹/мм (рис. 9,б) и план ускорений в масштабе $\mu_a = 0,064$ м·с⁻²/мм (рис. 9,в) с учетом ускорения ε_1 кривошипа.

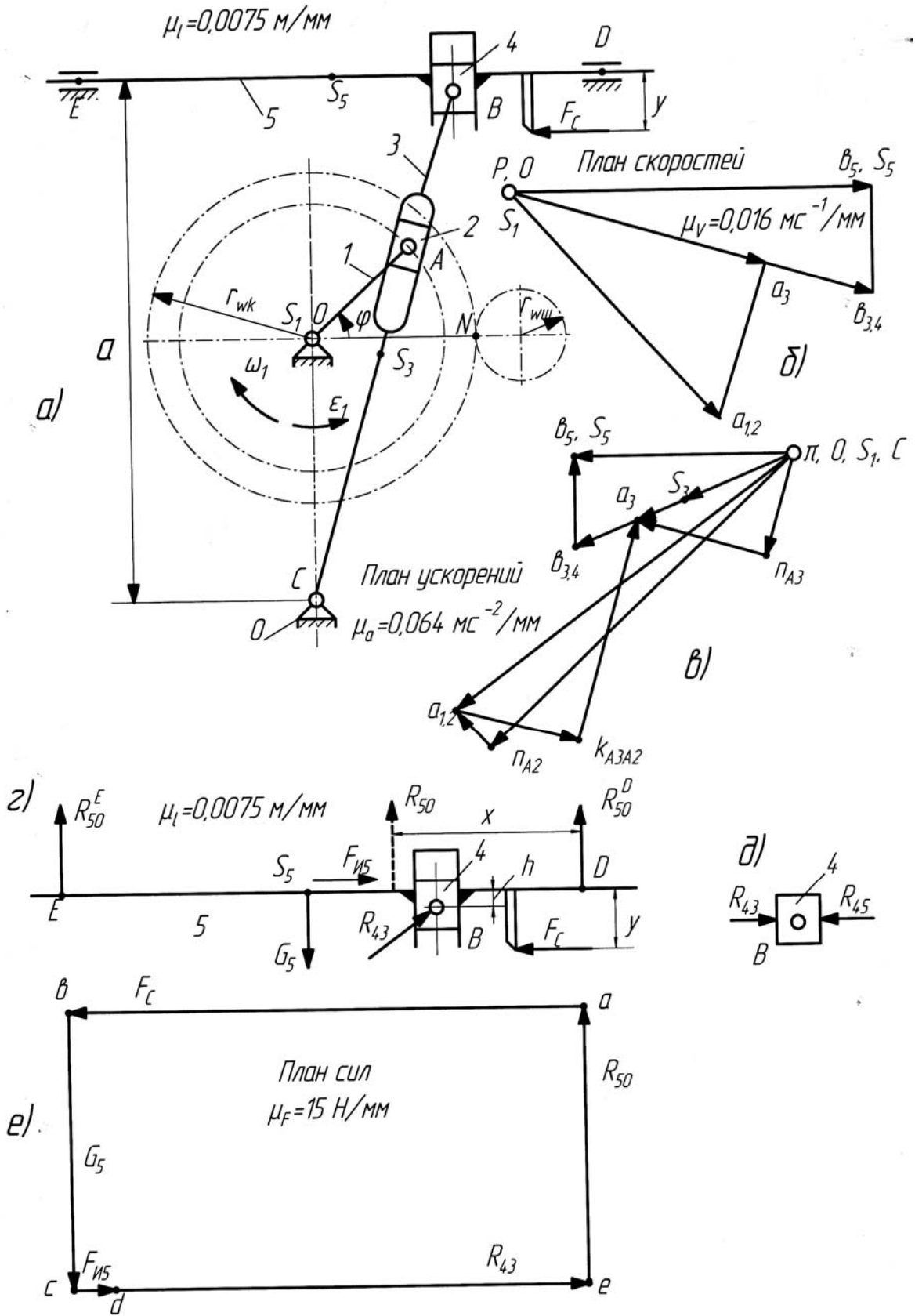


Рис. 9

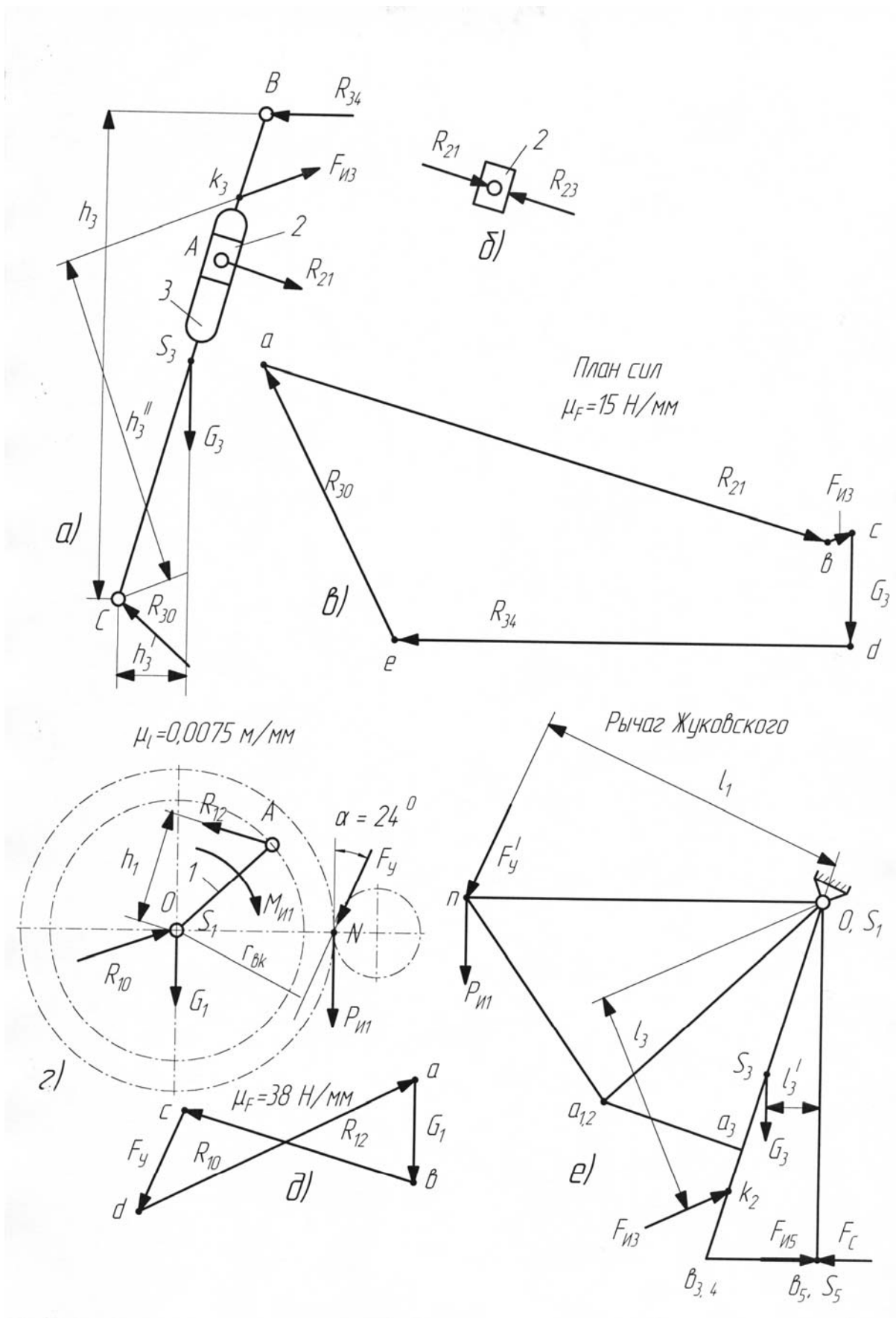


Рис. 10

Выполнение задания

1. Построение схемы механизма в заданном положении

Выбрав масштаб линейных размеров $\mu_l = 0,0075 \text{ м/мм}$, определяем длины отрезков на рис. 9,а, изображающих заданные размеры:

$$OA = l_{OA} / \mu_l = 0,125 / 0,0075 = 16,5 \text{ мм}, \quad OC = l_{OC} / \mu_l = 0,25 / 0,0075 = 33,5 \text{ мм},$$

расстояние от точки С до оси перемещения суппорта 5

$$a / \mu_l = 0,5 / 0,0075 = 67 \text{ мм}, \quad BC = l_{BC} / \mu_l = 0,5 / 0,0075 = 67 \text{ мм},$$

$$ED = l_{ED} / \mu_l = 0,5 / 0,0075 = 67 \text{ мм}, \quad CS_3 = 0,5 \cdot BC = 0,5 \cdot 67 = 33,5 \text{ мм},$$

$$BS_5 = l_{BS_5} / \mu_l = 0,12 / 0,0075 = 16 \text{ мм}, \text{ расстояние от оси перемещения суп-}$$

порта до режущей кромки резца $y / \mu_l = 0,05 / 0,0075 = 6,5 \text{ мм}$, размеры на-

чальных радиусов колес на схеме $r_{\text{ШШ}} / \mu_l = 0,05 / 0,0075 = 6,5 \text{ мм}$,

$$r_{\text{WK}} / \mu_l = 0,15 / 0,0075 = 20 \text{ мм}.$$

Примечание. Полученные значения длин округляются с точностью до 0,5 мм.

Вычерчиваем схему механизма, для чего от произвольной точки O – оси вращения кривошипа откладываем в заданном положении отрезок OA , а затем используем остальные размеры.

2. Выделение структурных групп и начального механизма

Выделяем из механизма на рис. 9,а сначала наиболее удаленную структурную группу II класса 5-го вида, состоящую из звеньев 4 и 5, затем структурную группу II класса 3-го вида, состоящую из звеньев 2 и 3, и, наконец, начальный механизм, состоящий из кривошипа 1 и стойки 0. Выделенные структурные группы и начальный механизм вычерчиваем в масштабе $\mu_l = 0,0075 \text{ м/мм}$ на рис. 9,з, 10,а и 10,з, сохраняя заданное положение звеньев относительно некоторой неподвижной системы координат.

3. Определение сил тяжести звеньев

$$\text{Силы тяжести звеньев равны } G_1 = m_1 \cdot g = 45 \cdot 9,81 = 441 \text{ Н}, \\ G_3 = m_3 \cdot g = 22 \cdot 9,81 = 216 \text{ Н}, \quad G_5 = m_5 \cdot g = 52 \cdot 9,81 = 510 \text{ Н}.$$

4. Определение величин результирующих сил инерции

Результирующие силы инерции определяем по формуле (1), находя значения ускорений при помощи плана ускорений на рис. 9,в.

$$F_{I1} = m_1 \cdot a_{S1} = m_1 \cdot (\pi s_1) \cdot \mu_a = 45 \cdot 0 \cdot 0,064 = 0,$$

$$M_{I1} = J_1 \cdot |\varepsilon_1| = 15,4 \cdot 3,1 = 47,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$F_{ИЗ} = m_3 \cdot a_{S_3} = m_3 \cdot (\pi s_3) \cdot \mu_a = 22 \cdot 15 \cdot 0,064 = 21 \text{ Н} ,$$

$$F_{И5} = m_5 \cdot a_{S_5} = m_5 \cdot (\pi s_5) \cdot \mu_a = 52 \cdot 27 \cdot 0,064 = 90 \text{ Н} .$$

Величину инерционного момента $M_{ИЗ}$ не определяем, поскольку его действие предполагаем, компенсировать перемещением силы инерции $\bar{F}_{ИЗ}$ из центра масс звена в центр качания.

5. Определение точек приложения сил инерции

Звено 3 совершает вращательное движение вокруг точки C . С учетом действия инерционного момента $M_{ИЗ}$ равнодействующая $\bar{F}_{ИЗ}$ должна быть приложена в центре качания K_3 , расстояние до которого от точки C в соответствии с уравнением (3) равно

$$l_{CK_3} = l_{CS_3} + J_{S_3} / (m_3 \cdot l_{CS_3}) = 0,25 + 0,9 / (22 \cdot 0,25) = 0,414 \text{ м} .$$

Длина отрезка CK_3 на рис. 10,а равна $CK_3 = l_{CK_3} / \mu_l = 0,414 / 0,0075 = 55 \text{ мм}$.

Звено 5 совершает поступательное движение, поэтому силу $\bar{F}_{И5}$ прикладываем в центре масс S_5 звена 5.

6. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 4–5

Сначала приложим к звену 5 на схеме рис. 9,г силу \bar{F}_C сопротивления резанию на заданном расстоянии y от оси перемещения суппорта. Затем в центре масс S_5 прикладываем найденные выше силу тяжести \bar{G}_5 и силу инерции $\bar{F}_{И5}$. Действие отсоединенного звена 3 заменяем реакцией \bar{R}_{43} , а действие стойки – реакцией \bar{R}_{50} . Из заданной схемы механизма видно, что реакция \bar{R}_{50} является равнодействующей усилий \bar{R}_{50}^E и \bar{R}_{50}^D , возникающих в опорах E и D суппорта.

Напишем векторное уравнение равновесия группы 4–5

$$\bar{R}_{50} + \bar{F}_C + \bar{G}_5 + \bar{F}_{И5} + \bar{R}_{43} = 0 . \quad (15)$$

В уравнении (15) три неизвестных: величины векторов \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43} и направление последнего. Направление вектора \bar{R}_{43} можно определить, если рассмотреть схему равновесия звена 4 (рис. 9,д). Из этой схемы видно, что на звено 4 действуют только реакции \bar{R}_{43} и \bar{R}_{45} отсоединенных звеньев 3 и 5, которые из условий равновесия звена должны быть равны по величине, но противоположны по направлению

$$\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{45} . \quad (16)$$

Линия действия реакций \bar{R}_{45} известна – она перпендикулярна вертикаль-

ной оси направляющих, по которым перемещается звено 4. Таким образом, оказывается известным и направление реакции \bar{R}_{43} .

Теперь величины векторов \bar{R}_{50} и \bar{R}_{43} в уравнении (15) могут быть найдены при помощи плана сил. Приняв масштаб плана $\mu_F = 15 \text{ Н/мм}$, вычислим длины векторов, изображающих известные силы уравнения (15):

$$ab = F_C / \mu_F = 1000 / 15 = 67 \text{ мм}, \quad bc = G_5 / \mu_F = 510 / 15 = 34 \text{ мм}, \\ cd = F_{II5} / \mu_F = 90 / 15 = 6 \text{ мм}.$$

От произвольной точки a – полюса плана сил (рис. 9,е) в соответствии с направлением вектора \bar{R}_C откладываем вектор \bar{ab} . Затем из его конца – вектор \bar{bc} , изображающий силу \bar{G}_5 , а за ним – вектор \bar{cd} , изображающий силу \bar{F}_{II5} . Проведя через точку a плана известную линию действия вектора \bar{R}_{50} , а через точку d – линию действия реакции \bar{R}_{43} , получим точку e пересечения этих линий, которая и определяет значения векторов \bar{ea} силы \bar{R}_{50} и \bar{de} силы \bar{R}_{43} :

$$R_{50} = (ea) \cdot \mu_F = 34 \cdot 15 = 510 \text{ Н}, \quad R_{43} = (de) \cdot \mu_F = 61 \cdot 15 = 920 \text{ Н}.$$

Из уравнения (16) следует, что величина реакции \bar{R}_{45} равна $R_{45} = R_{43} = 920 \text{ Н}$.

Чтобы найти положение линии действия результирующей \bar{R}_{50} , составим уравнение моментов сил, действующих на звено 5 относительно точки D :

$$R_{50} \cdot x + F_C \cdot y - G_5 \cdot (DS_5) \cdot \mu_l - R_{54} \cdot h \cdot \mu_l = 0,$$

откуда

$$x = (G_5 \cdot (DS_5) \cdot \mu_l + R_{54} \cdot h \cdot \mu_l - F_C \cdot y) / R_{50} = \\ = (510 \cdot 34,5 \cdot 0,0075 + 920 \cdot 2 \cdot 0,0075 - 1000 \cdot 0,05) / 510 = 0,19 \text{ м}.$$

Длины отрезков DS_5 и h_5 взяты в миллиметрах со схемы на рис. 9,з. Составляющие \bar{R}_{50}^E и \bar{R}_{50}^D результирующей \bar{R}_{50} можно найти из очевидных соотношений

$$R_{50}^E / R_{50}^D = x / (l_{ED} - x) = 0,19 / (0,5 - 0,19) = 0,613; \quad R_{50}^E + R_{50}^D = R_{50} = 510 \text{ Н},$$

откуда $R_{50}^E = 194 \text{ Н}$, $R_{50}^D = 316 \text{ Н}$.

7. Определение реакций в кинематических парах структурной группы 2–3

К звеньям группы 2–3 на рис. 10,а приложим внешние силы и силы

инерции. Найденную выше силу тяжести \bar{G}_3 прикладываем в центре масс S_3 звена 3, а силу инерции $\bar{F}_{И3}$ – в центре качания K_3 и направляем последнюю в сторону, противоположенную ускорению \bar{a}_{S_3} центра масс S_3 (или вектору $\bar{\pi s_3}$ на плане ускорений).

Действие звеньев, отсоединенных от группы, заменяем реакциями. В точке B от звена 3 отсоединено звено 4; его действие заменяем реакцией \bar{R}_{34} , величина которой равна найденной выше реакции \bar{R}_{43} , а направление противоположно. Отсоединенное от звена 2 звено 1 заменяем реакцией \bar{R}_{21} , а отсоединенную от звена 3 стойку 0 – реакцией \bar{R}_{30} .

Напишем уравнение равновесия системы сил, действующих на звенья структурной группы 2–3:

$$\bar{R}_{21} + \bar{F}_{И3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30} = 0. \quad (17)$$

Здесь неизвестны величины и направления реакций \bar{R}_{21} и \bar{R}_{30} . Направление реакции \bar{R}_{21} можно определить из схемы сил, действующих на звено 2 (рис. 10,б). Из этой схемы видно, что на ползун 2 действуют всего две силы – реакции \bar{R}_{21} и \bar{R}_{23} , которые, следовательно, должны быть равны по величине и противоположны по направлению: $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{23}$. Поскольку направление линий действия \bar{R}_{23} известно (оно перпендикулярно направлению кулисы 3), становится известной и линия действия реакции \bar{R}_{21} . Теперь можно найти её величину и направление из уравнения моментов всех сил, действующих на группу 2–3 относительно точки C :

$$R_{21} \cdot (AC) + F_{И3} \cdot h_3'' + G_3 \cdot h_3' - R_{34} \cdot h_3 = 0,$$

откуда

$$R_{21} = \frac{1}{AC} \cdot (R_{34} \cdot h_3 - F_{И3} \cdot h_3'' - G_3 \cdot h_3') = \frac{1}{45} \cdot (920 \cdot 64 - 21 \cdot 43 - 216 \cdot 8,5) = 1220 \text{ Н}$$

Положительное значение реакции \bar{R}_{21} указывает на то, что ее направление на схеме рис. 10,а было выбрано правильно. Длины отрезков AC , h_3 , h_3' и h_3'' при определении \bar{R}_{21} были взяты со схемы на рис. 10,а.

После определения реакции \bar{R}_{21} найдем реакцию \bar{R}_{30} из уравнения (17), решая его графически путем построения плана сил. Принимаем масштаб плана $\mu_F = 15 \text{ Н/мм}$ и вычисляем длины векторов, изображающих известные силы:

$$ab = R_{21}/\mu_F = 1220/15 = 81,5 \text{ мм}, \quad bc = F_{II2}/\mu_F = 21/15 = 1,5 \text{ мм},$$

$$cd = G_3/\mu_F = 215/15 = 14,3 \text{ мм}, \quad de = R_{34}/\mu_F = 920/15 = 61,3 \text{ мм}.$$

Отложив от полюса a плана сил (рис. 10, в) последовательно векторы \overline{ab} , \overline{bc} , \overline{cd} и \overline{de} , проводим замыкающий вектор \overline{ea} , который определяет величину и направление реакции \overline{R}_{30} : $R_{30} = (ea) \cdot \mu_F = 39 \cdot 15 = 585 \text{ Н}$. Что касается реакций, \overline{R}_{23} и \overline{R}_{32} , то они по величине равны реакции \overline{R}_{21}

$$R_{23} = R_{32} = 1220 \text{ Н}.$$

8. Определение реакции в опоре начального звена

Прикладываем к начальному звену на рис. 10, г силу тяжести \overline{G}_1 в центре масс S_1 и заменяем действие отсоединенных звеньев реакциями \overline{R}_{12} и \overline{R}_{10} . Действие шестерни на колесо, которое является частью начального звена 1, заменяем уравновешивающей силой \overline{F}_y . Эту силу направляем по линии зацепления зубчатой передачи, т.е. по нормали к рабочему профилю зуба на колесе. Добавляем к действующим силам инерционный момент M_{II1} звена 1. Определяем уравновешивающую силу из уравнения моментов относительно точки O

$$F_y \cdot r_{bK} + M_{II1} - R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l = 0,$$

где $r_{bK} = r_{WK} \cdot \cos(\alpha_W)$; отсюда

$$F_y = (R_{12} \cdot h_1 \cdot \mu_l - M_{II1}) / (r_{WK} \cdot \cos(\alpha_W)) =$$

$$= (1220 \cdot 14 \cdot 0,0075 - 47,7) / (0,15 \cdot 0,9135) = 587 \text{ Н}$$

Длина отрезка h_1 здесь взята со схемы на рис. 10, г.

Для определения реакции \overline{R}_{10} в опоре звена 1 напишем уравнение равновесия сил, действующих на это звено:

$$\overline{G}_1 + \overline{R}_{12} + \overline{F}_y + \overline{R}_{10} = 0.$$

В этом уравнении неизвестны только величина и направление реакции \overline{R}_{10} , для определения которых построим план сил в масштабе $\mu_F = 38 \text{ Н/мм}$.

Длины векторов известных сил в этом масштабе будут равны

$$ab = G_1/\mu_F = 441/38 = 11,6 \text{ мм}, \quad bc = R_{12}/\mu_F = 1220/38 = 32 \text{ мм},$$

$$cd = F_y/\mu_F = 587/38 = 15,4 \text{ мм}.$$

Отложив от полюса a плана сил на рис. 10, д векторы \overline{ab} , \overline{bc} и \overline{cd} прово-

дим замыкающий вектор \overline{da} , который определит величину и направление искомой реакции \overline{R}_{10} : $R_{10} = (da) \cdot \mu_F = 41 \cdot 38 = 1560 \text{ Н}$.

9. Определение уравнивающей силы при помощи рычага Жуковского

Повернув, план скоростей на 90° и рассматривая его как жесткий рычаг (рис. 10,е), перенесем на него параллельно самим себе все внешние силы, действующие на звенья механизма, а также силы инерции и инерционный момент $M_{И1}$. Силу тяжести \overline{G}_3 переносим в точку S_3 рычага; силы тяжести \overline{G}_1 и \overline{G}_5 на рычаге не показаны, так как они пройдут через опорную точку p рычага, и их моменты относительно этой точки будут равны нулю.

Чтобы найти на рычаге Жуковского точку K_3 приложения силы $\overline{F}_{И3}$, разделим отрезок pb_3 рычага в том же отношении, в котором точка K_3 делит звено BC . Силы \overline{F}_C и $\overline{F}_{И5}$, приложенные к звену 5, переносим в точку b_5 . Для определения на рычаге точки n приложения уравнивающей силы \overline{F}'_y построим на отрезке $pa_{1,2}$ треугольник $pa_{1,2}n$ подобный треугольнику OAN на схеме рис. 10,з. При этом стороны подобных треугольников должны быть расположены сходственно. Момент $M_{И1}$ представим силой $\overline{P}_{И1}$, приложенной к точке N перпендикулярно ON и равной

$$\overline{P}_{И1} = M_{И1} / r_{WK} = 47,7 / 0,15 = 318 \text{ Н}.$$

Составим уравнение моментов всех сил на рычаге Жуковского относительно точки p

$$(F_C - F_{И5}) \cdot (pb_5) - F_{И3} \cdot l_3 - G_3 \cdot l'_3 - F'_y \cdot l_1 - P_{И1} \cdot (pn) = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} F'_y &= [(F_C - F_{И5}) \cdot (pb_5) - F_{И3} \cdot l_3 - G_3 \cdot l'_3 - P_{И1} \cdot (pn)] / l_1 = \\ &= [(1000 - 90) \cdot 46,5 - 21 \cdot 30 - 216 \cdot 6 - 318 \cdot 48] / 44 = 565 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Расстояния pb_5 , l_3 , l'_3 , l_1 и pn здесь были взяты с чертежа на рис. 10,е.

Сравниваем величины уравнивающих сил, полученные при силовом расчете механизма $F_y = 587 \text{ Н}$ и с помощью рычага Жуковского $F'_y = 565 \text{ Н}$ и вычисляем относительную погрешность ΔF_y , приняв за основу результат, полученный с помощью рычага Жуковского:

$$\Delta F_y = \left((F_y - F'_y) / F'_y \right) \cdot 100\% = ((587 - 565) / 565) \cdot 100\% = 3,9\%.$$

Относительная погрешность не превышает допустимой ($\pm 10\%$).

Для более полной проверки результатов силового расчета следует величину момента силы F_y сравнить с величиной движущего момента

M_D , полученной при исследовании движения механизма (см. примечание в предыдущем примере).

ПРИМЕР 3. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА, ПЕРЕДАЮЩЕГО ВРАЩЕНИЕ ОТ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ К РАБОЧЕЙ МАШИНЕ РОТОРНОГО ТИПА.

Задание. Определить реакции в зацеплениях и опорах зубчатого механизма, состоящего из простой и планетарной ступеней (рис. 11,а) и движущегося в режиме разбега. Звено 5 механизма – ведущее, соединено с валом электродвигателя, звено 1 – ведомое, соединено с валом рабочей машины.

Исходные данные. Движение механизма задано мгновенными значениями угловой скорости и углового ускорения ведущего звена $\omega_5 = 100 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon_5 = 310 \text{ с}^{-2}$. Передаточное отношение от звена 5 к водилу $i_{5H} = 5,9$. Полное передаточное отношение $i_{51} = -9,77$. Число сателлитов $K = 3$. Начальные диаметры зубчатых колес $d_{W1} = 99,5 \text{ мм}$, $d_{W2} = 60,1 \text{ мм}$, $d_{W3} = 240 \text{ мм}$, $d_{W4} = 70 \text{ мм}$, $d'_{W4} = 100 \text{ мм}$, $d_{W5} = 70 \text{ мм}$. Угол зацепления колес 1 и 2 $\alpha_{W1} = 25^\circ$. Углы зацепления остальных зубчатых пар $\alpha = 20^\circ$. Моменты инерции звеньев относительно осей вращения: звена 1 совместно с ротором рабочей машины $J_1 = 5,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, водила H с колесом 2 $J_H = 0,06 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, сателлита 4 $J_C = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, звена 5 совместно с ротором электродвигателя $J_5 = 0,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Масса сателлита $m_C = 3 \text{ кг}$. Момент сил сопротивления рабочей машины на валу 1 $M_1 = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Выполнение задания

1. Вычерчивание схемы механизма

Схему механизма (рис. 11,а) изображаем в двух видах, приняв произвольное положение, водила H . Принимаем масштаб построения $M 1:5$ ($\mu_l = 0,005 \text{ м/мм}$) и при вычерчивании схем соблюдаем его только в отношении начальных диаметров зубчатых колес, дадим остальные размеры произвольно. На схеме указываем номера и радиусы колес; направление скорости ω_5 и ускорения ε_5 ведущего звена 5 (в режиме разбега они направлены одинаково); направление приложенного к ведущему звену движущего момента M_5 , совпадающее с направлением вращения звена; направление угловой скорости ω_1 ведомого звена 1 в соответствии со знаком передаточного отношения i_{51} (при отрицательном i_{51} скорости ω_1 и ω_5 направлены в противоположные стороны); направление момента сопротивле-

ния рабочей машины M_1 на ведомом звене, противоположное направлению вращения этого звена. Отмечаем также полюсы зацеплений P_1 , P_2 и P_3 .

2. Выделение начального механизма и структурных групп

Независимо от того, какое звено является ведущим, рекомендуется при наличии планетарного механизма принимать в качестве начального звена водило H . Тогда оно вместе со стойкой и неподвижным зубчатым колесом 3 образует начальный механизм. Такой выбор начального механизма делает решение задачи силового расчета наиболее простым.

Так как в механизме имеются высшие кинематические пары – зубчатые зацепления, условие статической определимости, которому отвечают структурные группы, принимает вид $3n - 2p_H - p_B = 0$. Этому условию удовлетворяет, в частности, отдельное звено ($n = 1$), если оно присоединяется с помощью одной низшей ($p_H = 1$) и одной высшей ($p_B = 1$) кинематической пары. В данном механизме статически определимыми звеньями являются звено 1, сателлит 4 и звено 5. Порядок силового расчета механизма – звено 1, звено 5, сателлит 4, водило H либо – звено 5, сателлит 4, звено 1, водило H .

3. Определение ускорений звеньев

Для зубчатого механизма с вращающимися звеньями проще определить ускорения по формулам, не строя планы ускорений. Угловые ускорения звеньев – это первые производные угловых скоростей по времени, поэтому для их определения могут быть использованы соотношения, аналогичные соотношениям для скоростей звеньев:

– угловое ускорение водила

$$\varepsilon_H = \varepsilon_5 / i_{5H} = 310 / 5,9 = 52,5 \text{ с}^{-2},$$

так как ε_H положительно, оно направлено в ту же сторону, что и ε_5 , в данном примере – по движению часовой стрелки;

– угловое ускорение звена 1

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_5 / i_{51} = 310 / (-9,77) = -31,7 \text{ с}^{-2},$$

так как ε_1 отрицательно, оно направлено в сторону противоположную ε_5 ;

– угловое ускорение сателлита 4 определяем через тангенциальное ускорение точки B относительно точки сателлита, совпадающей с P_2 ,

$$\varepsilon_4 = a_{BP_2}^\tau / l_{BP_2} = (a_B^\tau - a_{P_2}^\tau) / l_{BP_2} = (\varepsilon_H \cdot a_W - \varepsilon_5 \cdot r_{W5}) / r'_{W4},$$

где межцентровое расстояние центрального зубчатого колеса 5 и сателлита 4' $a_W = r_{W5} + r'_{W4} = 35 + 50 = 85 \text{ мм}$,

с учетом этого $\varepsilon_4 = (52,5 \cdot 85 - 310 \cdot 35) / 50 = -127,8 \text{ c}^{-2}$,

ε_4 отрицательно, следовательно направлено противоположно ε_5 .

Определяем нормальное и касательное ускорение центра масс сателлита – точки B :

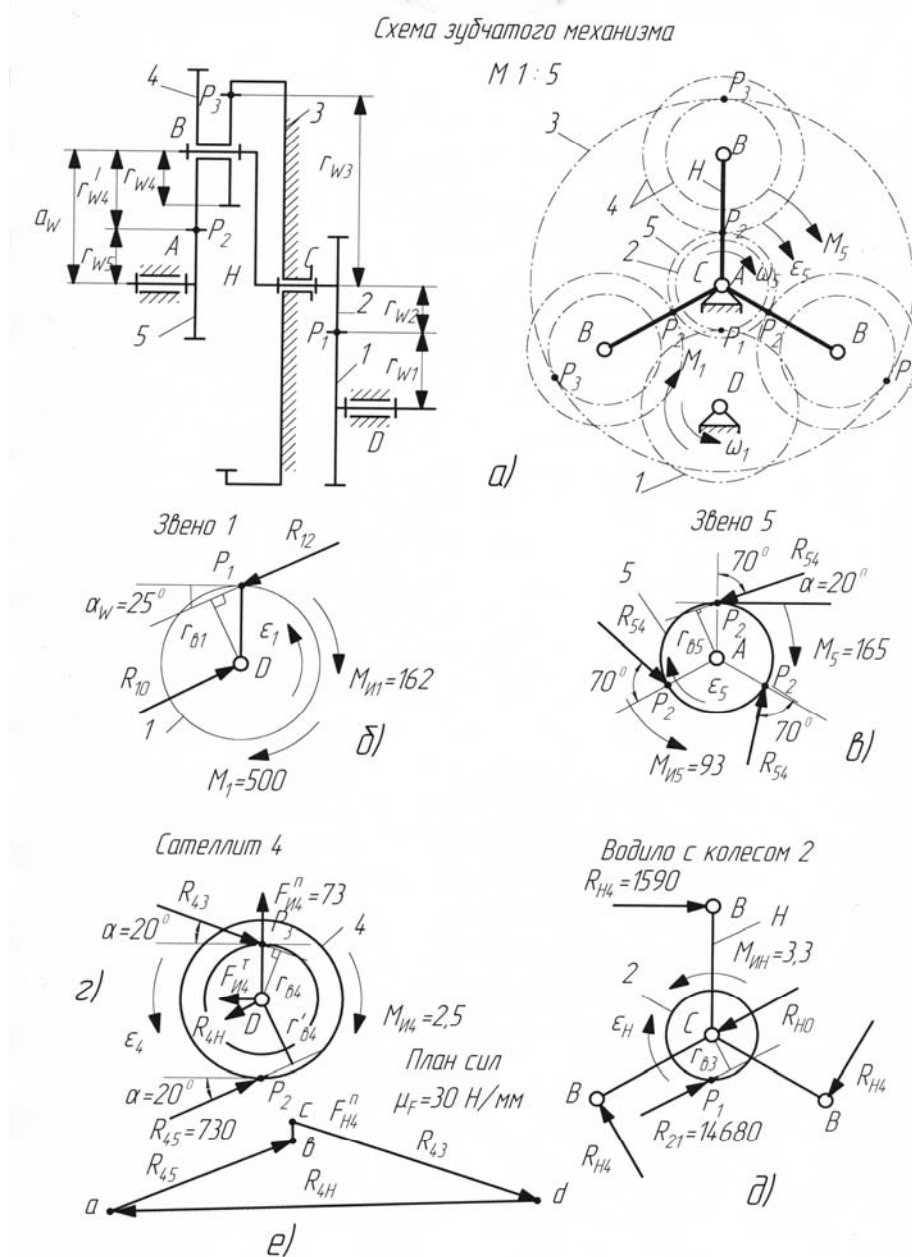


Рис. 11

$$a_B^n = \omega_H^2 \cdot a_W = (\omega_5 / i_{5H})^2 \cdot a_W = (100 / 5,9)^2 \cdot 85 \cdot 10^{-3} = 24,4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2},$$

$$a_B^{\tau} = \varepsilon_H \cdot a_W = 52,5 \cdot 85 \cdot 10^{-3} = 4,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

4. Определение сил инерции звеньев

Модули инерционных моментов:

$$M_{I1} = J_1 \cdot |\varepsilon_1| = 5,1 \cdot 31,7 = 162 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_{IH} = J_H \cdot |\varepsilon_H| = 0,06 \cdot 52,5 = 3,3 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_{И4} = J_C \cdot |\varepsilon_4| = 0,02 \cdot 127,8 = 2,5 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_{И5} = J_5 \cdot |\varepsilon_5| = 0,3 \cdot 310 = 93 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Модули центробежной и касательной сил инерции сателлита:

$$F_{И4}^y = m_C \cdot |a_B^n| = 3 \cdot 24,4 = 73 \text{ Н}, \quad F_{И4}^x = m_C \cdot |a_B^x| = 3 \cdot 4,5 = 13,5 \text{ Н}.$$

Центробежные и касательные силы инерции звеньев 1, 5 и H считаем равными нулю, так как эти звенья уравновешены, т.е. их центры масс находятся на осях вращения. Найденные моменты и силы инерции согласно принципу Даламбера показываем на схемах звеньев (рис. 11,б, в, г, е), направляя их противоположно соответствующим ускорениям.

5. Определение движущего момента на ведущем звене 5

Если величина движущего момента M_5 не задана, то предварительно следует ее определить из уравнения движения машинного агрегата. Для этого вычисляем:

– приведенный к звену 5 момент инерции машинного агрегата:

$$J_{II} = J_5 + J_1 \cdot \omega_1^2 / \omega_5^2 + J_H \cdot \omega_H^2 / \omega_5^2 + K \cdot J_C \cdot \omega_4^2 / \omega_5^2 + K \cdot m_C \cdot V_B^2 / \omega_5^2 =$$

$$= 0,3 + 5,1 \cdot 0,1024^2 + 0,06 \cdot 0,1695^2 + 3 \cdot 0,02 \cdot 0,412^2 + 3 \cdot 3 \cdot 0,0144^2 = 0,367 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

здесь предварительно определены $\omega_1 / \omega_5 = 1 / i_{51} = -0,1024$;

$$\omega_H / \omega_5 = 1 / i_{5H} = 0,1695, \quad \omega_4 / \omega_5 = r_{W5} / (r_{W4} + r'_{W4}) = 35 / (35 + 50) = 0,412,$$

$$V_B / \omega_5 = \omega_H \cdot a_W / \omega_5 = i_{H5} \cdot a_W = 0,1695 \cdot 85 \cdot 10^{-3} = 0,0144;$$

– приведенный к звену 5 момент сопротивления рабочей машины

$$M_{II} = M_1 \cdot \omega_1 / \omega_5 = M_1 / i_{51} = 500 / (-9,77) = -51,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Уравнение движения звена 5:

$$J_{II} \cdot \varepsilon_5 = M_5 + M_{II},$$

откуда $M_5 = J_{II} \cdot \varepsilon_5 - M_{II} = 0,367 \cdot 310 - (-51,2) = 165 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

6. Определение реакций в кинематических парах звена 1 (см. рис. 11,б)

Указываем действующую на звено нагрузку – внешний момент, сопротивление M_1 , реакцию \bar{R}_{12} колеса 2, направленную нормально к рабочему профилю зуба под углом $\alpha_W = 25^\circ$, реакцию \bar{R}_{10} стойки и добавляем инерционный момент $M_{И1}$, направленный противоположно ε_1 .

Величину реакции \bar{R}_{12} определяем из уравнения моментов относительно точки D

$$R_{12} = (M_1 + M_{И1}) / r_{b1} = (500 + 162) / 0,0451 = 14680 \text{ Н},$$

где основной радиус колеса 1 определен по формуле:

$$r_{b1} = d_{W1} \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\alpha_W) / 2 = 99,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9063 / 2 = 0,0451 \text{ м}.$$

Реакция \bar{R}_{10} определена из очевидного равенства

$$\bar{R}_{10} = -\bar{R}_{12}, R_{10} = 14680 \text{ Н}.$$

Заметим, что здесь и в дальнейшем мы пренебрегаем силами тяжести звеньев ввиду их незначительности по сравнению с другими силами.

7. Определение реакций в кинематических парах звена 5 (см. рис. 11,в)

Кроме движущего момента M_5 звено нагружено реакциями \bar{R}_{54} трех сателлитов, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. Прикладываем эти реакции в полосах зацепления P_2 нормально к рабочим профилям зубьев под углом $\alpha = 20^\circ$. Добавляем инерционный момент $M_{И5}$, направленный противоположно ε_5 . Делая допущение, что все три реакции одинаковы по величине, определяем их из уравнения моментов относительно точки A :

$$R_{54} = (M_5 - M_{И5}) / (K \cdot r_{b5}) = (165 - 93) / (3 \cdot 0,0352) = 682 \text{ Н},$$

где основной радиус колеса 5 определен по формуле:

$$r_{b5} = d_{W5} \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\alpha) / 2 = 75 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9397 / 2 = 0,0352 \text{ м}.$$

Реакция стойки \bar{R}_{50} в опоре A равна нулю, поскольку все три силы \bar{R}_{54} взаимно уравновешены при сделанном допущении о равенстве этих сил.

8. Определение реакций в кинематических парах сателлита (рис. 11,г)

Достаточно рассмотреть только один сателлит, например верхний. Прикладываем к нему в полюсе P_2 реакцию \bar{R}_{45} колеса 5, равную найденной силе \bar{R}_{54} , но противоположно направленную. Неизвестную реакцию \bar{R}_{43} опорного колеса 3 прикладываем в полюсе P_3 нормально к рабочему профилю зуба под углом $\alpha = 20^\circ$. Добавляем инерционный момент $M_{И4}$ и силы инерции $\bar{F}_{И4}^n$ и $\bar{F}_{И4}^t$ сателлита. Из уравнения моментов относительно точки B определяем величину реакции \bar{R}_{43}

$$R_{43} = (R_{45} \cdot r'_{b4} - M_{И4}) / r_{b4} = (730 \cdot 0,047 - 2,5) / 0,0329 = 967 \text{ Н},$$

где основные радиусы определены по формулам

$$r_{b4} = d_{W4} \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\alpha) / 2 = 70 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9397 / 2 = 0,0329 \text{ м};$$

$$r'_{b4} = d'_{W4} \cdot 10^{-3} \cdot \cos(\alpha) / 2 = 100 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9397 / 2 = 0,047 \text{ м}.$$

Для определения реакции \bar{R}_{H4} в опоре B составляем векторное уравнение равновесия сил на сателлите:

$$\bar{R}_{45} + \bar{F}_{И4}^n + \bar{F}_{И4}^t + \bar{R}_{43} + \bar{R}_{H4} = 0.$$

Строим по этому уравнению план сил, приняв масштаб $\mu_F = 30 \text{ Н/мм}$.

Для этого откладываем последовательно векторы (см. рис. 11,д)

$$ab = R_{45} / \mu_F = 730 / 30 = 24,5 \text{ мм}, \text{ параллельно } \bar{R}_{45};$$

$$bc = F_{И4}^n / \mu_F = 73 / 30 = 2,5 \text{ мм}, \text{ параллельно } \bar{F}_{И4}^n;$$

$$cd = R_{43}/\mu_F = 967/30 = 32 \text{ мм}, \text{ параллельно } \bar{R}_{43}.$$

Вектором $\bar{F}_{И4}^T$ пренебрегаем ввиду невозможности построения в выбранном масштабе. Замыкающий вектор \bar{da} плана сил определяет искомую реакцию \bar{R}_{4H} :

$$R_{4H} = (da) \cdot \mu_F = 53 \cdot 30 = 1590 \text{ Н}.$$

9. Определение реакции в опоре С водила (рис. 11,е)

Для водила H , составляющего одно звено с колесом 2, неизвестной остается только реакция стойки \bar{R}_{H0} . Прежде чем определить эту реакцию, необходимо проверить равенство нулю суммы моментов всех сил, действующих на водило, относительно точки C .

Прикладываем в верхней точке B силу \bar{R}_{H4} , равную найденной реакции \bar{R}_{4H} , но направленную противоположно ей. Такие же силы прикладываем в остальных точках B , направляя их под тем же углом к CB . В полюсе P_1 прикладываем реакцию \bar{R}_{21} звена 1, равную найденной ранее реакции \bar{R}_{12} , но противоположно направленную. Добавляем инерционный момент $M_{ИH}$. Проверяем

$$\begin{aligned} \sum M_C &= K \cdot R_{H4} \cdot l - M_{ИH} - R_{21} \cdot r_{b2} = \\ &= 3 \cdot 1590 \cdot 0,085 - 3,3 - 14680 \cdot 0,0272 = 405,4 - 403,1 = 2,3 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

где плечо l силы \bar{R}_{H4} определено по чертежу, в данном случае $l = l_{CB} = a_W$. Ошибка составляет $(2,3/405,4) \cdot 100\% = 0,6\%$, что вполне допустимо при использовании графических построений (плана сил).

Ввиду того, что все силы \bar{R}_{H4} взаимно уравновешены (образуют замкнутый равносторонний треугольник сил), условие равновесия сил на водиле может быть сведено к равенству $\bar{R}_{H0} + \bar{R}_{21} = 0$, откуда следует

$$R_{H0} = R_{21} = 14680 \text{ Н}.$$

Таким образом, определены реакции во всех кинематических парах зубчатого механизма.

Напомним, что в рассмотренных примерах найдены лишь приближенные значения реакций, так как, во-первых, не учитывалось трение в кинематических парах, во-вторых, рассматривались плоские системы сил, что не вполне соответствует реальным конструкциям механизмов.

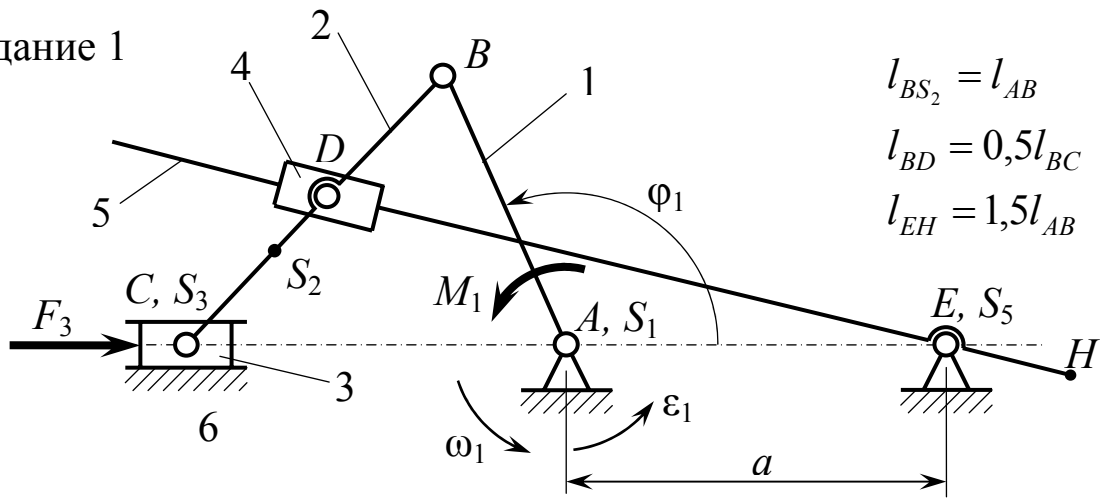
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1988. – 678 с.
2. Левитская, О.Н., Левитский, Н.И. Курс теории механизмов и машин: учеб. пособие для мех. спец. вузов / О. Н. Левитская, Н.И. Левитский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985. – 279 с.
3. Смелягин, А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учеб. пособие / А. И. Смелягин. – М.: ИНФРА, 2003. – 263 с. – ISBN 5-16-001623-6.

ПРИЛОЖЕНИЕ

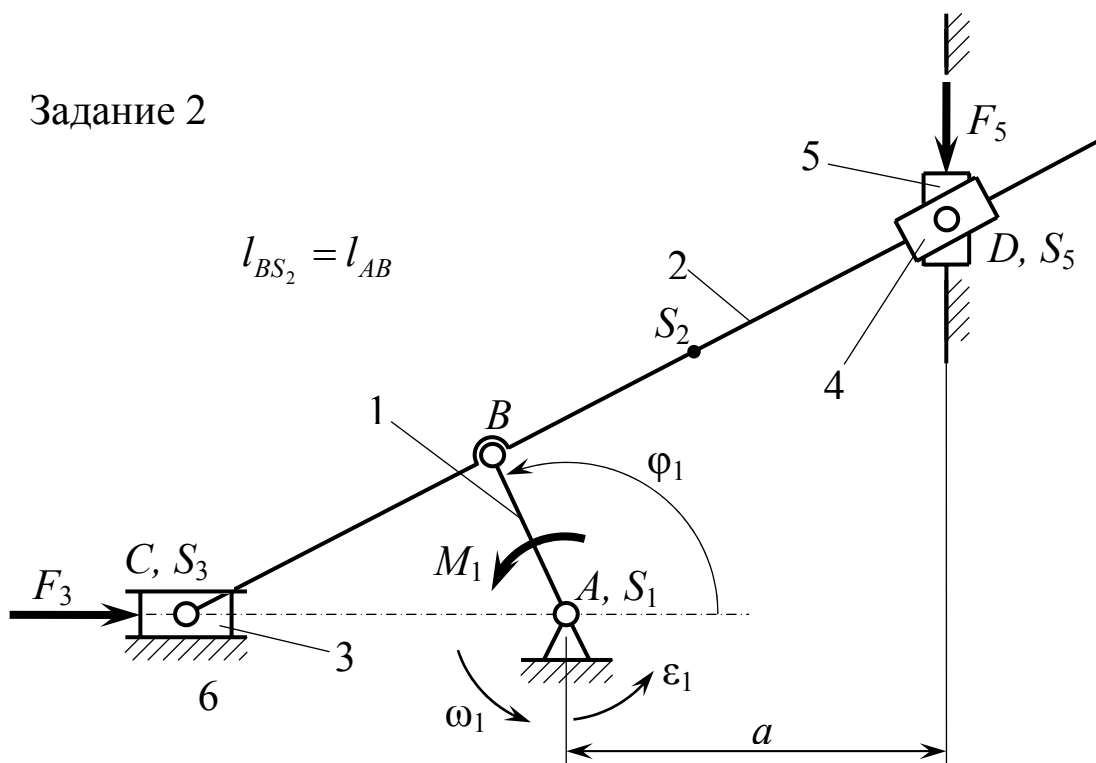
Задания для выполнения курсового проекта

Задание 1



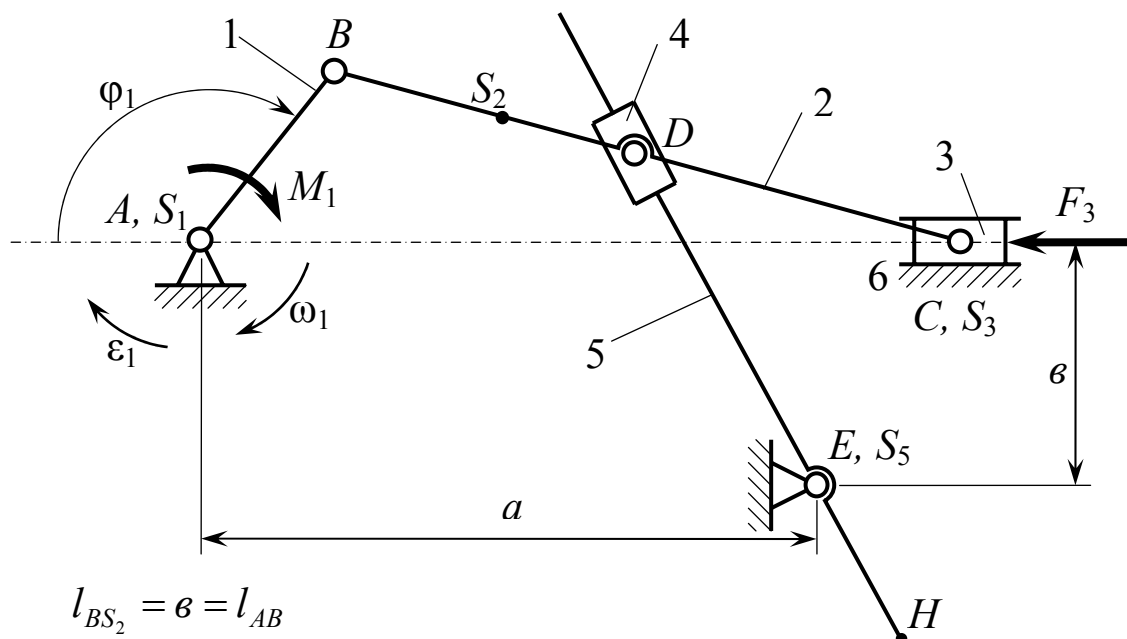
Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	30	45	60	120	135
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,15	0,20	0,25
l_{BC}	м	0,30	0,36	0,45	0,60	0,75
a	м	0,15	0,18	0,22	0,30	0,38
ω_1	рад·с ⁻¹	25	27	30	33	35
ε_1	рад·с ⁻²	70	80	100	120	130
m_1	кг	11	12	13	15	17
m_2	кг	24	25	26	24	30
m_3	кг	45	40	35	38	40
m_5	кг	35	32	30	32	30
J_{1S}	кг·м ²	4,0	3,8	3,6	3,5	3,8
J_{2S}	кг·м ²	2,0	1,6	1,2	1,3	1,6
J_{5S}	кг·м ²	1,0	0,8	0,6	0,6	0,8
F_3	Н	5000	3500	4000	3800	4400

Задание 2



Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	30	45	60	120	135
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,15	0,18	0,20
L_{BC}	м	0,30	0,36	0,45	0,54	0,60
a	м	0,20	0,24	0,30	0,36	0,40
ω_1	рад·с ⁻¹	20	25	30	25	28
ε_1	рад·с ⁻²	45	70	100	70	85
m_1	кг	15	20	17	13	12
m_2	кг	30	25	34	26	24
m_3	кг	50	40	50	40	35
m_5	кг	80	90	100	70	65
J_{1S}	кг·м ²	1,8	1,9	1,7	1,6	1,5
J_{2S}	кг·м ²	2,5	2,2	2,0	1,8	1,7
F_3	Н	8000	7000	7500	6000	5000
F_5	Н	4000	3500	4000	3000	2500

Задание 3



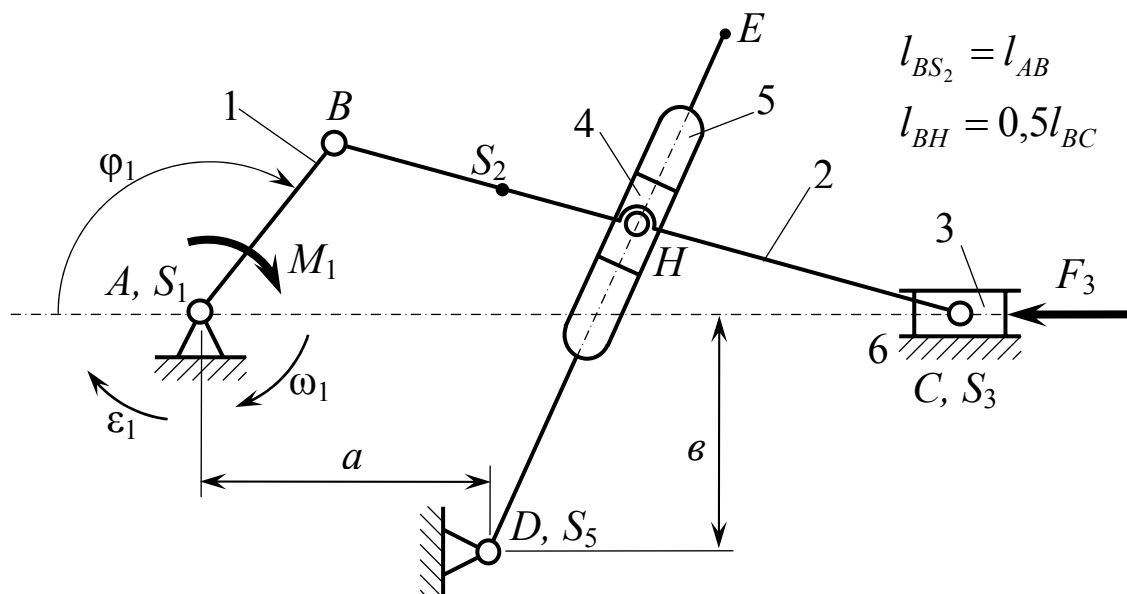
$$l_{BS_2} = b = l_{AB}$$

$$l_{BD} = 0,5l_{BC}$$

$$l_{EH} = 0$$

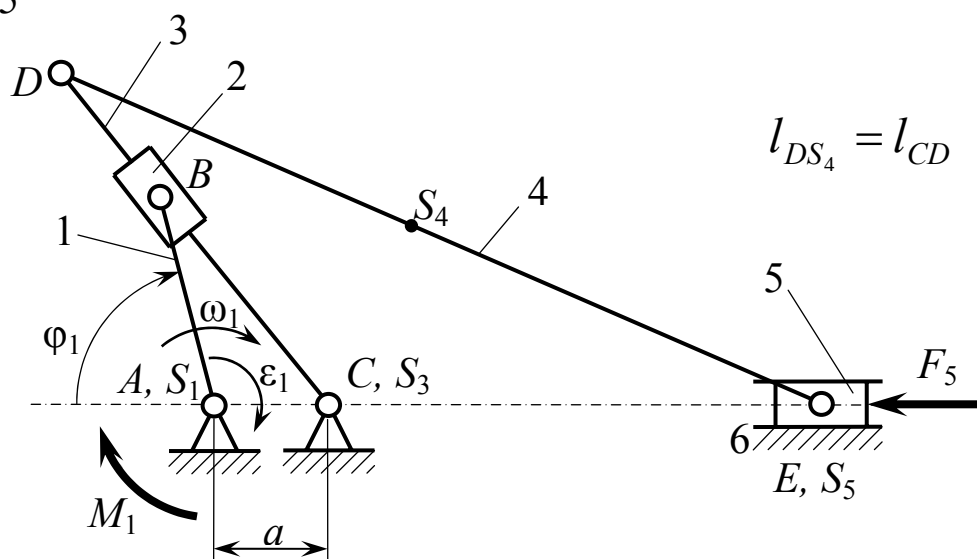
Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	120	30	60	45	60
l_{AB}	м	0,15	0,20	0,25	0,30	0,28
L_{BC}	м	0,45	0,60	0,75	0,90	0,84
a	м	0,30	0,40	0,50	0,60	0,56
ω_1	рад·с ⁻¹	30	32	34	36	35
ε_1	рад·с ⁻²	100	105	110	140	150
m_1	кг	12	13	15	17	18
m_2	кг	24	26	30	35	36
m_3	кг	35	40	45	50	55
m_5	кг	30	35	40	42	48
J_{1S}	кг·м ²	1,6	2,0	2,2	2,5	2,8
J_{2S}	кг·м ²	0,8	1,0	1,1	1,3	1,5
J_{5S}	кг·м ²	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
F_3	Н	3500	4000	5000	4500	5000

Задание 4



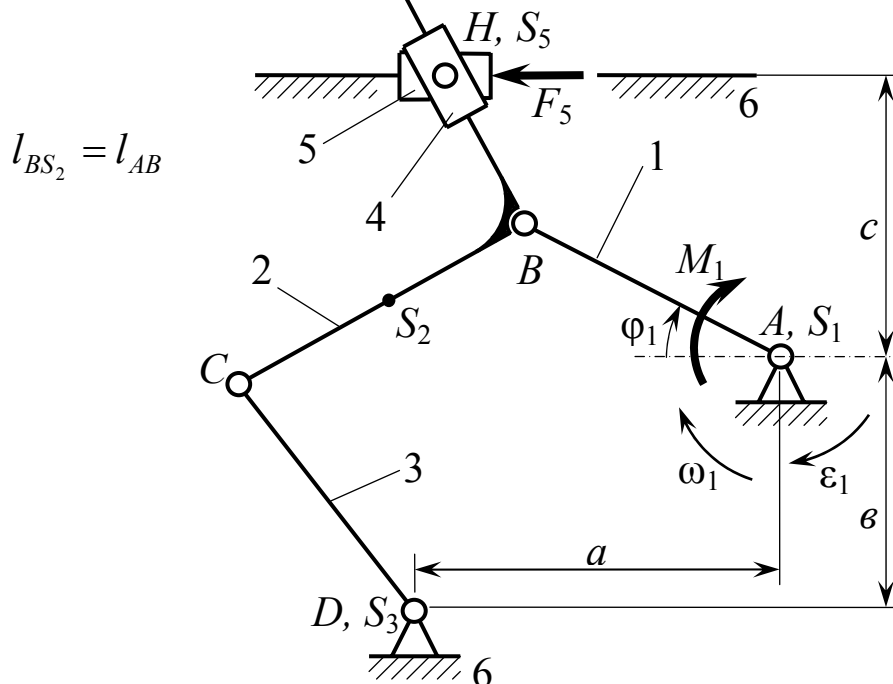
Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	45	60	120	150	135
l_{AB}	м	0,25	0,40	0,25	0,20	0,30
l_{BC}	м	0,75	1,20	0,75	0,60	0,90
l_{DE}	м	1,00	1,60	1,00	0,80	1,20
a	м	0,38	0,60	0,38	0,30	0,45
b	м	0,50	0,80	0,50	0,40	0,60
ω_1	рад·с ⁻¹	40	42	44	46	50
ε_1	рад·с ⁻²	175	190	125	230	250
m_1	кг	10	17	15	10	13
m_2	кг	15	20	22	15	18
m_3	кг	20	35	30	20	25
m_5	кг	18	23	25	18	22
J_{1S}	кг·м ²	0,46	0,42	0,66	0,35	0,33
J_{2S}	кг·м ²	0,23	0,22	0,33	0,18	0,17
J_{5S}	кг·м ²	0,26	0,25	0,36	0,22	0,21
F_3	Н	3000	3000	3500	2500	2000

Задание 5



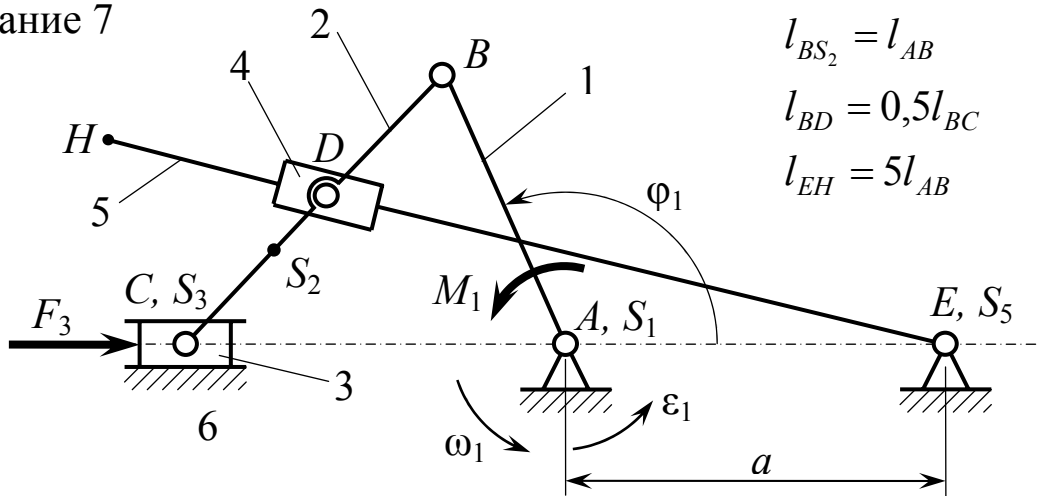
Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	45	60	120	135	120
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,15	0,14	0,12
l_{CD}	М	0,20	0,24	0,30	0,28	0,24
l_{DE}	м	0,40	0,48	0,60	0,56	0,48
a	м	0,05	0,06	0,08	0,07	0,06
ω_1	рад·с ⁻¹	30	33	35	37	40
ε_1	рад·с ⁻²	100	120	135	80	110
m_1	кг	25	30	20	22	20
m_3	кг	20	28	16	18	17
m_4	кг	30	35	25	28	24
m_5	кг	50	60	40	45	40
J_{1S}	кг·м ²	0,25	0,26	0,27	0,24	0,30
J_{3S}	кг·м ²	0,15	0,13	0,14	0,12	0,15
J_{4S}	кг·м ²	0,20	0,21	0,23	0,18	0,20
F_5	Н	3000	3000	3500	2500	2000

Задание 6



Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	90	105	120	135	150
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,14	0,18	0,20
l_{BC}	м	0,35	0,42	0,49	0,63	0,70
l_{CD}	м	0,30	0,36	0,42	0,54	0,60
a	м	0,20	0,24	0,28	0,36	0,40
b	м	0,30	0,36	0,42	0,54	0,60
c	м	0,25	0,30	0,35	0,45	0,50
ω_1	рад·с ⁻¹	20	22	24	28	30
ε_1	рад·с ⁻²	45	55	65	85	100
m_1	кг	40	42	38	35	30
m_2	кг	25	27	23	20	15
m_3	кг	20	22	21	18	13
m_5	кг	50	55	45	40	30
J_{1S}	кг·м ²	2,4	2,1	1,4	1,2	1,0
J_{2S}	кг·м ²	1,2	1,0	0,7	0,5	0,5
J_{3S}	кг·м ²	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1
F_5	Н	5000	5500	4500	4000	3000

Задание 7

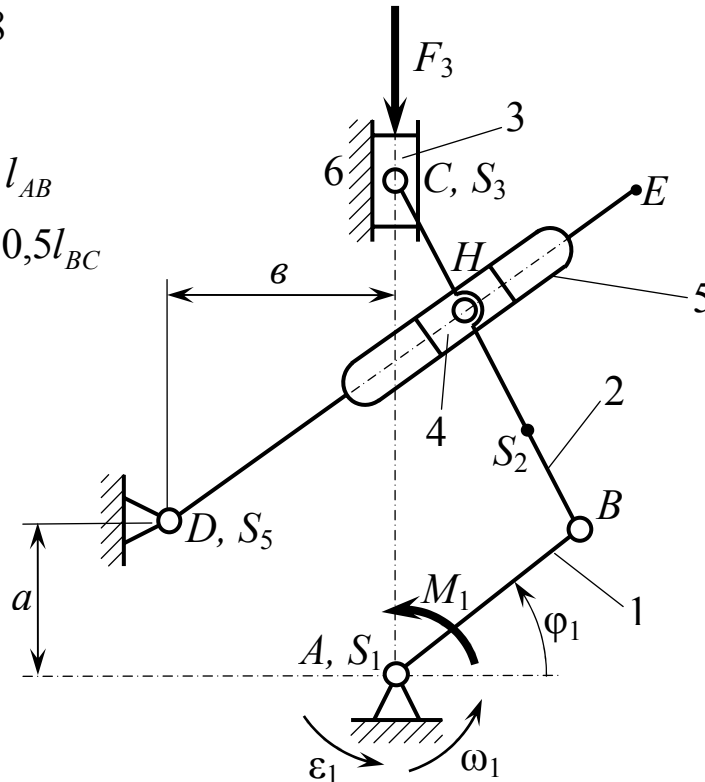


Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	90	105	120	135	150
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,14	0,18	0,20
L_{BC}	м	0,35	0,42	0,49	0,63	0,70
a	м	0,20	0,24	0,28	0,36	0,40
ω_1	рад·с ⁻¹	20	22	24	28	30
ε_1	рад·с ⁻²	45	55	65	875	100
m_1	кг	40	42	38	35	30
m_2	кг	25	27	23	20	15
m_3	кг	20	22	21	18	13
m_5	кг	50	55	45	40	30
J_{1S}	кг·м ²	2,4	2,1	1,4	1,2	1,0
J_{2S}	кг·м ²	2,0	1,6	1,2	1,3	1,6
J_{5S}	кг·м ²	2,2	2,0	1,8	2,0	1,7
F_3	Н	4500	5000	4800	4000	3800

Задание 8

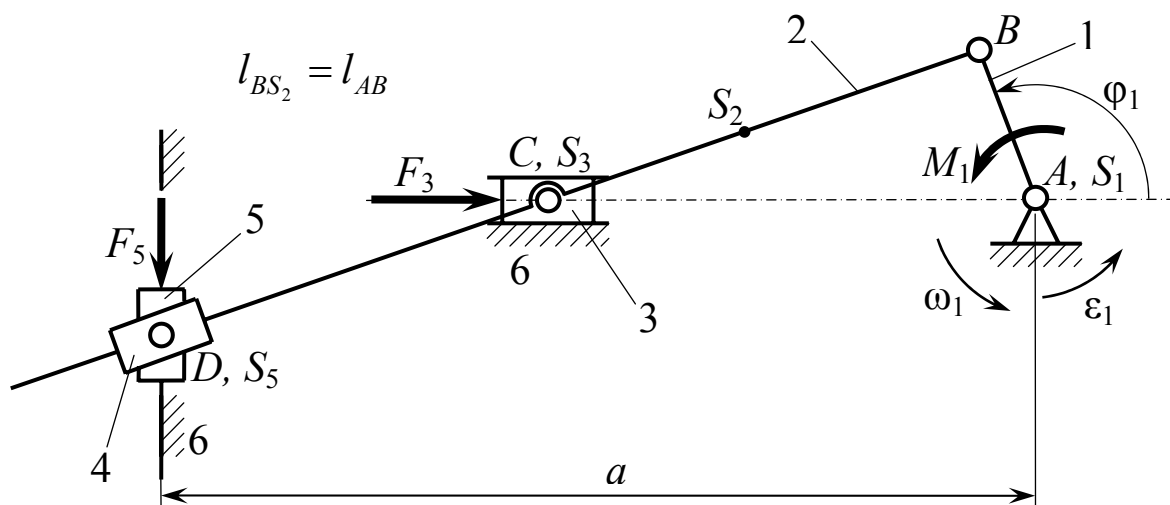
$$l_{BS_2} = l_{AB}$$

$$l_{BH} = 0,5l_{BC}$$



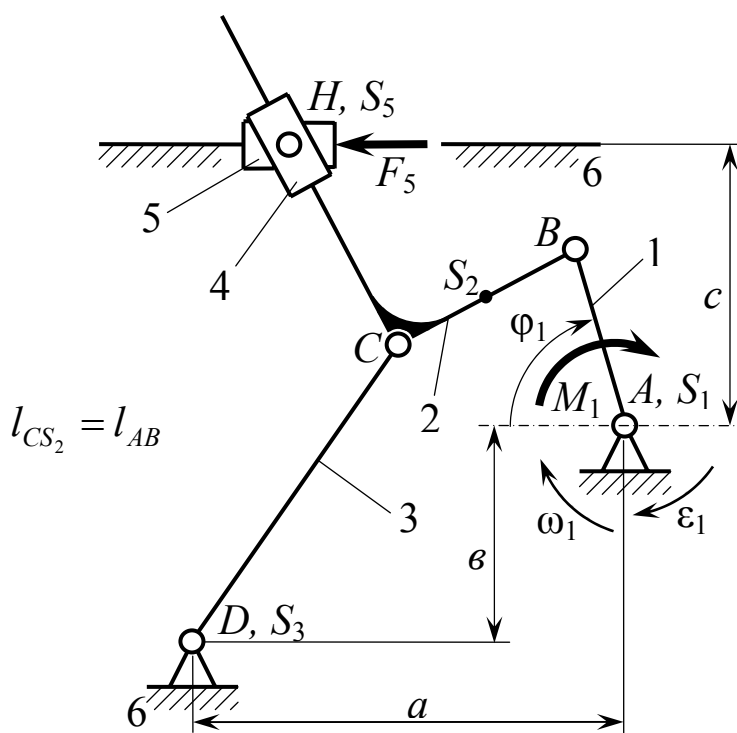
Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	30	45	60	120	135
l_{AB}	м	0,25	0,40	0,30	0,35	0,20
l_{BC}	м	0,75	1,20	0,90	1,05	0,60
l_{DE}	м	1,25	2,00	1,50	1,75	1,00
a	м	0,38	0,60	0,45	0,53	0,30
b	м	0,63	1,00	0,75	0,88	0,50
ω_1	рад·с ⁻¹	22	25	28	30	34
ε_1	рад·с ⁻²	55	70	85	100	120
m_1	кг	17	15	16	12	16
m_2	кг	13	12	11	10	13
m_3	кг	25	20	22	27	26
m_5	кг	18	17	16	16	18
J_{1S}	кг·м ²	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1
J_{2S}	кг·м ²	0,6	0,5	0,4	0,6	0,5
J_{5S}	кг·м ²	1,0	0,9	0,8	1,0	0,9
F_3	Н	300	2500	2000	2500	2000

Задание 9



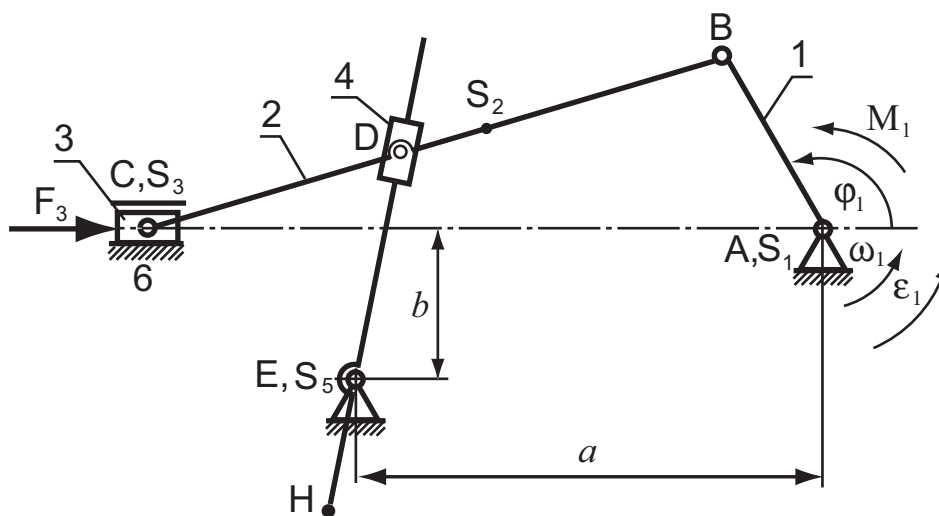
Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	45	60	135	120	30
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,15	0,18	0,20
l_{BC}	м	0,25	0,30	0,37	0,46	0,50
a	м	0,40	0,48	0,60	0,72	0,80
ω_1	рад·с ⁻¹	30	31	32	33	34
ϵ_1	рад·с ⁻²	100	105	110	120	125
m_1	кг	32	28	26	24	22
m_2	кг	28	25	22	20	18
m_3	кг	55	50	45	40	35
m_5	кг	25	24	22	20	18
J_{1S}	кг·м ²	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2
J_{2S}	кг·м ²	1,0	0,9	0,8	1,0	0,9
F_3	Н	7000	6500	6000	5500	5000
F_5	Н	3500	3700	3000	2800	2500

Задание 10



Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	90	105	120	135	150
l_{AB}	м	0,15	0,20	0,18	0,22	0,25
l_{BC}	м	0,52	0,70	0,63	0,77	0,88
l_{CD}	м	0,45	0,60	0,54	0,66	0,75
$a=c$	м	0,30	0,40	0,36	0,44	0,50
b	м	0,45	0,60	0,54	0,66	0,75
ω_1	рад·с ⁻¹	25	30	35	33	28
ε_1	рад·с ⁻²	70	100	120	125	90
m_1	кг	20	25	24	18	27
m_2	кг	10	13	12	9	13
m_3	кг	9	11	10	7	10
m_5	кг	40	45	48	38	55
J_{1S}	кг·м ²	2,5	2,8	2,3	2,4	2,1
J_{2S}	кг·м ²	1,0	1,2	0,9	1,0	1,1
J_{3S}	кг·м ²	0,3	0,2	0,3	0,4	0,2
F_5	Н	4500	5000	4800	4000	3800

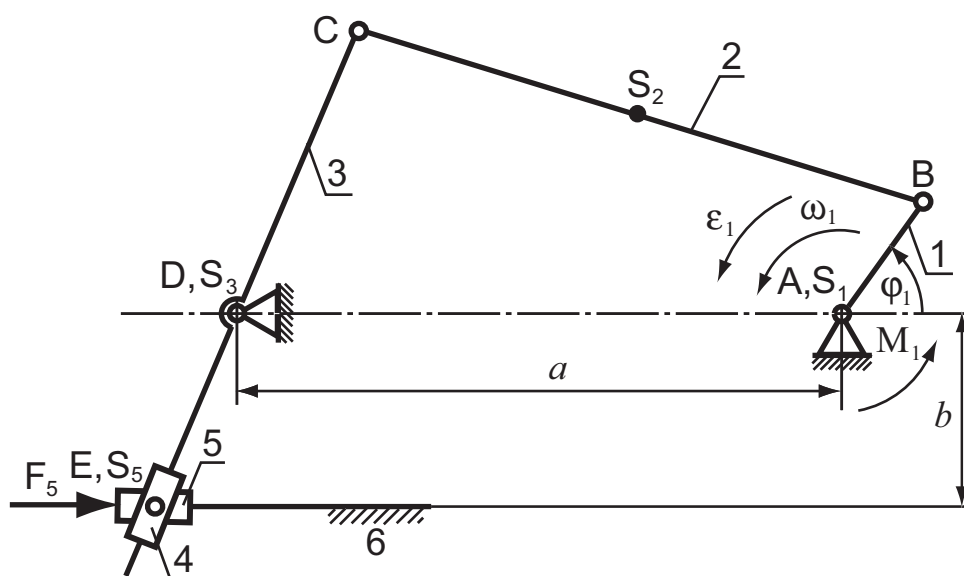
ЗАДАНИЕ 11



$$l_{BD} = 0,5 l_{BC}; \quad l_{BS_2} = b = 0,5 l_{AB}; \quad l_{EH} = a.$$

Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	120	135	60	45	30
l_{AB}	м	0,05	0,06	0,07	0,08	0,1
l_{BC}	м	0,15	0,18	0,21	0,24	0,3
a	м	0,1	0,12	0,14	0,16	0,20
ω_1	c^{-1}	15	17	20	23	26
ε_1	c^{-2}	25	30	45	60	75
m_1	кг	18	17	20	21	22
m_2	кг	10	14	15	16	17
m_3	кг	20	28	30	32	35
m_5	кг	17	25	24	27	30
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	2,0	2,8	3,0	3,4	3,5
J_{2S}	$кг \cdot м^2$	0,25	0,32	0,35	0,37	0,4
J_{5S}	$кг \cdot м^2$	0,12	0,16	0,18	0,20	0,21
F_5	Н	4000	3700	3500	3000	3200

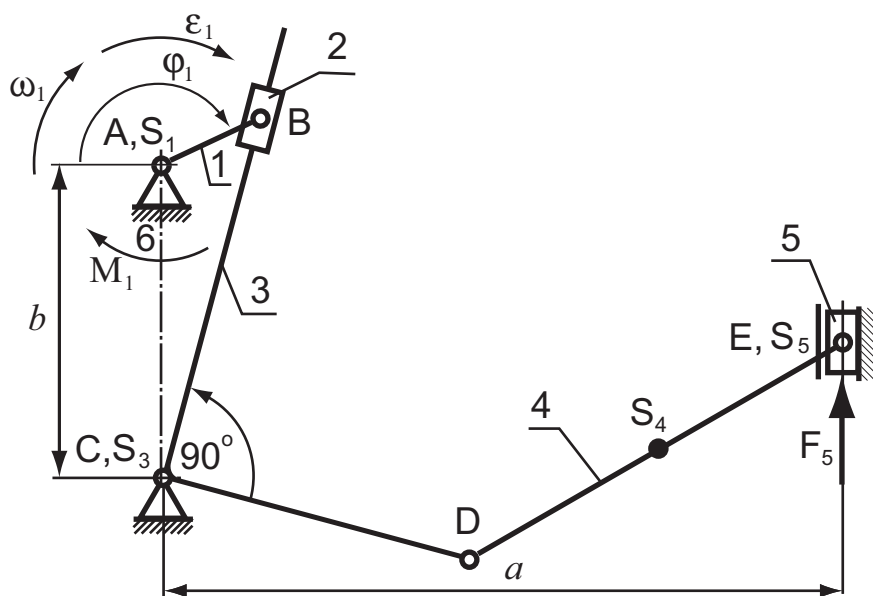
ЗАДАНИЕ 12



$$l_{BS_2} = 0,5 l_{BC}$$

Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	30	45	60	90	45
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
l_{BC}	м	0,35	0,42	0,49	0,56	0,65
l_{CD}	м	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
a	м	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
b	м	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
ω_1	c^{-1}	25	27	30	35	32
ε_1	c^{-2}	45	60	75	85	105
m_1	кг	15	17	18	20	22
m_2	кг	20	22	23	24	25
m_3	кг	16	18	20	22	23
m_5	кг	30	35	40	45	48
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	0,8	1,0	0,8	1,0	1,1
J_{2S}	$кг \cdot м^2$	0,4	0,5	0,4	0,5	0,6
J_{3S}	$кг \cdot м^2$	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5
F_5	Н	4500	4700	5500	3800	4000

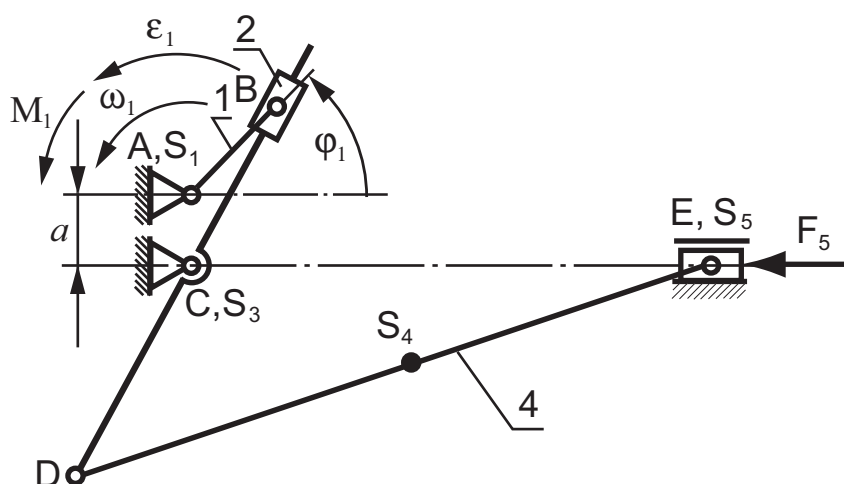
ЗАДАНИЕ 13



$$l_{CD} = b = 2l_{AB}; l_{DS_4} = 0,5l_{DE}$$

Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	120	60	135	45	150
l_{AB}	м	0,10	0,15	0,12	0,14	0,12
l_{DE}	м	0,25	0,37	0,30	0,35	0,30
a	м	0,30	0,45	0,36	0,42	0,36
ω_1	c^{-1}	25	27	30	34	36
ε_1	c^{-2}	70	80	100	135	140
m_1	кг	15	12	11	10	12
m_3	кг	30	25	22	20	25
m_4	кг	20	18	14	12	15
m_5	кг	60	50	45	40	50
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	0,3	0,4	0,3	0,2	0,4
J_{3S}	$кг \cdot м^2$	0,15	0,16	0,17	0,18	0,2
J_{4S}	$кг \cdot м^2$	0,1	0,11	0,09	0,1	0,12
M_1	Н·м	260	270	280	290	300

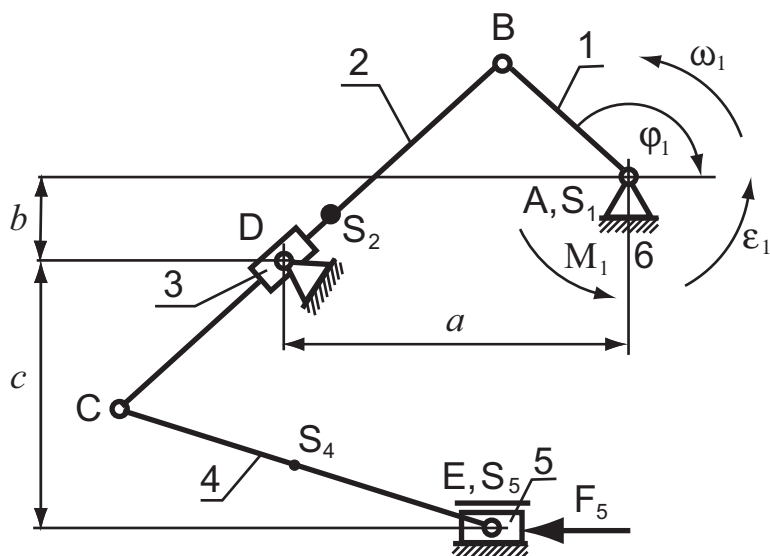
ЗАДАНИЕ 14



$$l_{DS_4} = 0,5 l_{DE}$$

Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	60	45	120	135	60
l_{AB}	м	0,12	0,15	0,10	0,12	0,14
l_{CD}	м	0,18	0,22	0,15	0,18	0,21
l_{DE}	м	0,48	0,60	0,40	0,48	0,56
a	м	0,06	0,07	0,05	0,06	0,07
ω_1	c^{-1}	20	23	25	28	30
ε_1	c^{-2}	45	80	70	85	90
m_1	кг	18	19	18	19	16
m_2	кг	12	13	12	13	10
m_4	кг	15	16	15	16	13
m_5	кг	50	55	45	50	40
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	0,5	0,5	0,4	0,3	0,4
J_{2S}	$кг \cdot м^2$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5
J_{4S}	$кг \cdot м^2$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,6
M_1	Н·м	260	270	280	290	300

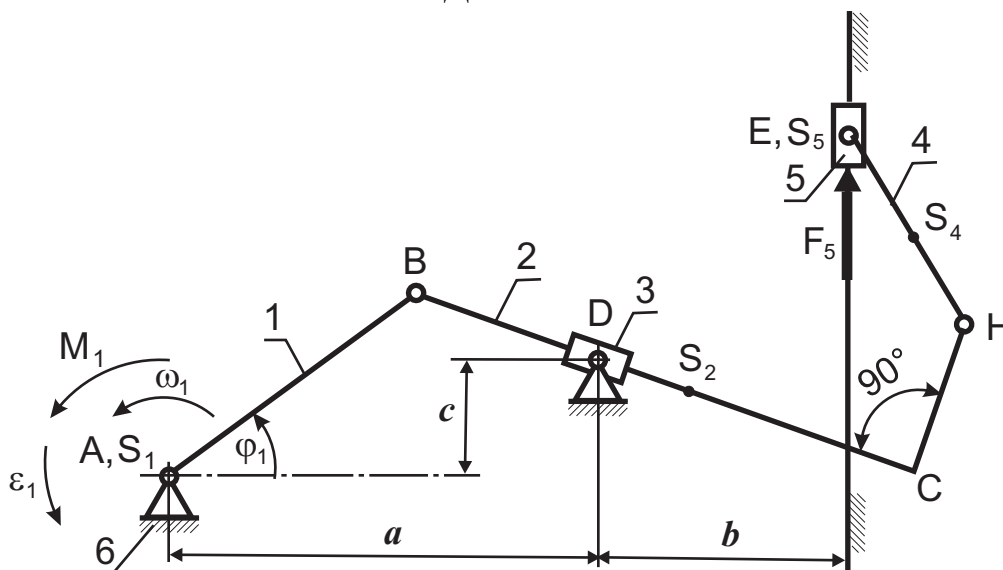
ЗАДАНИЕ 15



$$l_{BS_2} = 0,5 l_{BC}; \quad l_{CS_4} = 0,5 l_{CE}$$

Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	60	45	75	90	60
l_{AB}	м	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12
l_{BC}	м	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60
l_{CE}	м	0,20	0,24	0,32	0,40	0,48
a	м	0,13	0,15	0,20	0,25	0,30
b	м	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12
c	м	0,10	0,12	0,16	0,20	0,24
ω_1	c^{-1}	25	28	30	34	32
ε_1	c^{-2}	70	85	100	120	110
m_1	кг	20	19	15	12	18
m_2	кг	18	16	14	10	16
m_4	кг	15	14	12	9	14
m_5	кг	50	45	40	35	40
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	0,4	0,5	0,6	0,5	0,6
J_{2S}	$кг \cdot м^2$	0,8	1,0	1,2	1,0	1,2
J_{4S}	$кг \cdot м^2$	0,6	0,8	0,9	0,8	0,9
F_5	Н	5000	4500	4000	3500	4000

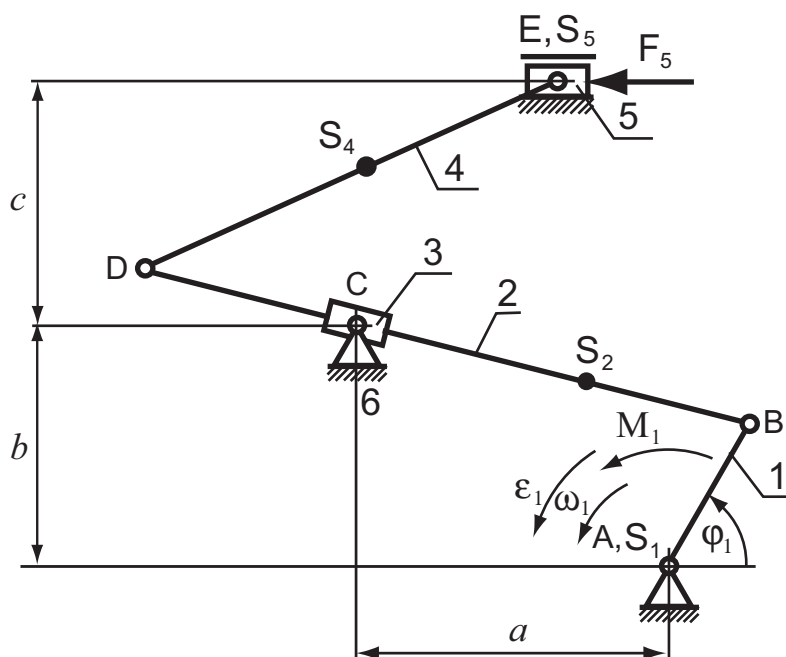
ЗАДАНИЕ 16



$$l_{CS_2} = l_{CH} = b = l_{AB}; \quad l_{HS_4} = 0,5 l_{HE}$$

Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	45	60	75	90	105
l_{AB}	м	0,15	0,18	0,20	0,22	0,25
l_{BC}	м	0,45	0,54	0,60	0,66	0,75
l_{EH}	м	0,30	0,35	0,40	0,44	0,50
a	м	0,22	0,27	0,30	0,33	0,38
c	м	0,08	0,09	0,1	0,11	0,13
ω_1	c^{-1}	22	23	26	28	30
ε_1	c^{-2}	55	60	70	35	105
m_1	кг	22	19	18	16	20
m_2	кг	20	18	16	14	18
m_4	кг	13	12	12	11	12
m_5	кг	35	45	50	55	60
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	2,4	2,3	2,5	2,5	2,7
J_{2S}	$кг \cdot м^2$	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
J_{4S}	$кг \cdot м^2$	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
F_5	Н	5500	5000	4500	4800	6000

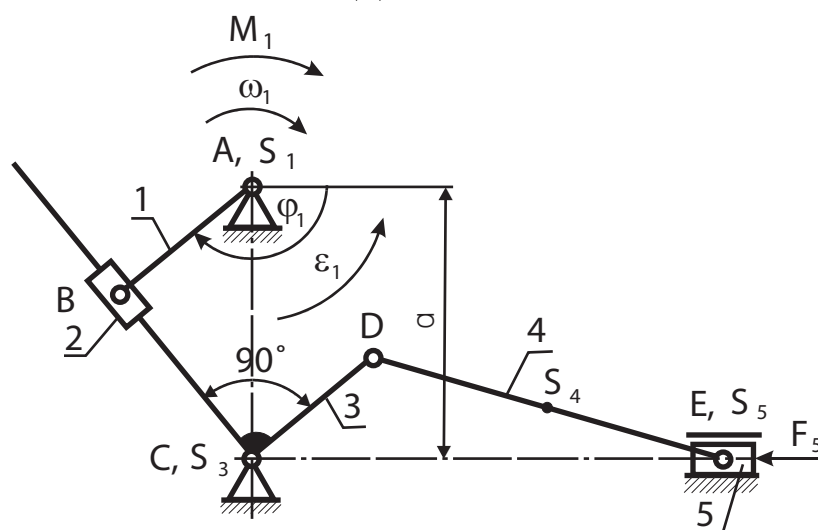
ЗАДАНИЕ 17



$$l_{BS_2} = 0,5 l_{AB}; \quad l_{DS_4} = 0,5 l_{DE}$$

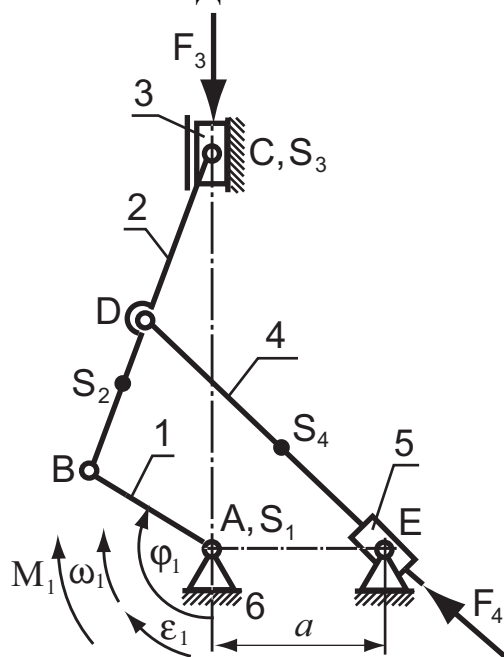
Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	45	60	90	120	135
l_{AB}	м	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
l_{BD}	м	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
l_{DE}	м	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
a	м	0,35	0,42	0,49	0,56	0,6
$b = c$	м	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27
ω_1	c^{-1}	30	32	34	36	38
ϵ_1	c^{-2}	100	110	125	130	135
m_1	кг	18	20	22	24	26
m_2	кг	20	22	24	26	28
m_4	кг	10	11	12	13	14
m_5	кг	25	30	35	38	40
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	0,6	0,7	0,8	0,9	0,8
J_{2S}	$кг \cdot м^2$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
J_{4S}	$кг \cdot м^2$	0,2	0,35	0,4	0,45	0,5
F_5	Н	3000	3500	3800	3500	4000

ЗАДАНИЕ 18



Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	210	60	120	120	60
l_{AB}	м	0,18	0,17	0,14	0,15	0,16
l_{CD}	м	0,20	0,22	0,35	0,15	0,25
l_{DE}	м	0,75	0,68	0,56	0,60	0,64
l_{DS_4}	м	0,35	0,34	0,28	0,30	0,32
a	м	0,50	0,61	0,82	0,65	0,55
ω_1	c^{-1}	50	45	40	43	50
ε_1	c^{-2}	250	200	150	180	250
m_1	кг	20	15	25	22	30
m_3	кг	30	25	40	45	50
m_4	кг	20	18	22	25	30
m_5	кг	150	150	170	130	180
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	2,4	2,6	2,5	1,8	2,6
J_{3S}	$кг \cdot м^2$	1,8	1,5	1,7	2,0	2,2
J_{4S}	$кг \cdot м^2$	1,2	1,6	1,3	1,5	1,8
M_1	$Н \cdot м$	400	300	380	370	420
F_5	Н					

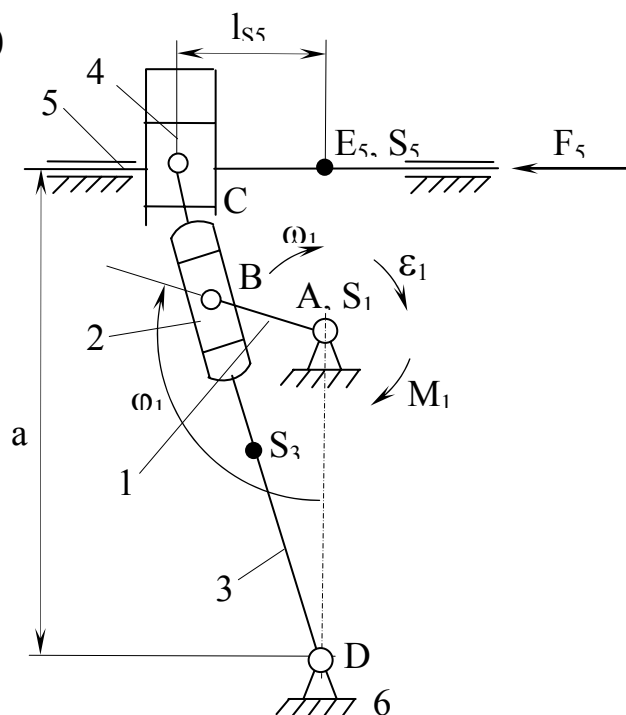
ЗАДАНИЕ 19



$$l_{DS4} = l_{BS2}; \quad m_4 = m_2; \quad J_{4S} = J_{2S}.$$

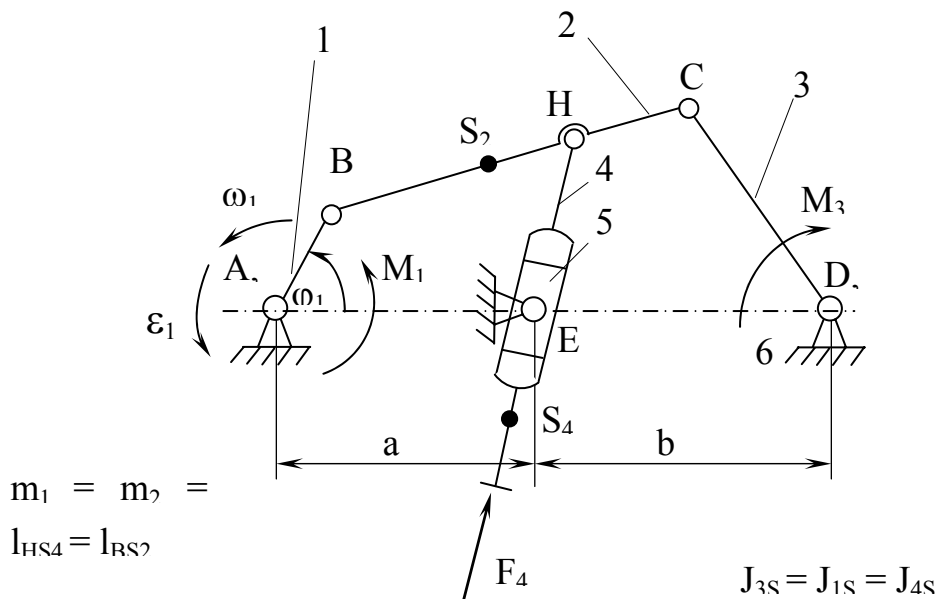
Обозначение	Единица измерения	Вариант				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	45	120	30	60	120
l_{AB}	м	0,24	0,26	0,20	0,30	0,22
l_{DC}	м	1,2	1,3	1,0	1,5	1,2
l_{BS2}	м	0,24	0,26	0,20	0,30	0,22
l_{DC}	м	0,6	0,65	0,50	0,75	0,6
a	м	0,24	0,26	0,20	0,30	0,22
ω_1	c^{-1}	25	30	50	25	20
ϵ_1	c^{-2}	60	90	120	65	50
m_1	кг	30	25	20	25	20
m_2	кг	50	40	45	55	35
m_3	кг	90	80	70	100	65
J_{1S}	$кг \cdot м^2$	0,50	0,70	0,60	0,40	0,50
J_{2S}	$кг \cdot м^2$	0,50	0,40	0,45	0,50	0,70
F_4	Н	600	500	450	700	500
M_1	Н·м	230	250	260	270	250

Задание 20



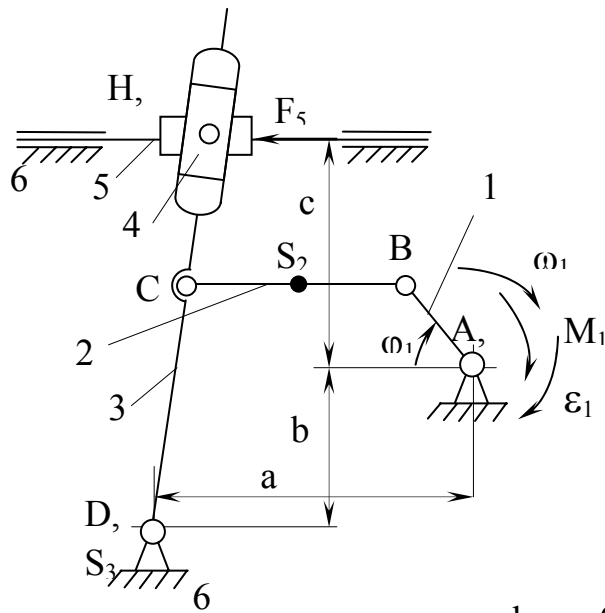
Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	120	150	210	240	150
l_{AB}	м	0,16	0,11	0,13	0,1	0,12
l_{CD}	м	0,6	0,76	0,72	0,7	0,72
l_{AD}	м	0,3	0,38	0,36	0,35	0,34
l_{DS2}	м	0,34	0,38	0,36	0,35	0,38
l_{S5}	м	0,14	0,15	0,16	0,18	0,19
a	м	0,6	0,71	0,61	0,66	0,71
ω_1	рад с ⁻¹	18	12	16	15	17
ε_1	рад с ⁻²	32	15	25	22	30
m_1	кг	20	18	21	19	17
m_3	кг	26	20	23	22	19
m_5	кг	70	72	65	76	68
J_{1S}	кг м ²	1,8	1,1	1,2	1,3	1,0
J_{3S}	кг м ²	2,5	1,1	0,9	1,2	0,8
F_5	Н	2000	1800	1700	2000	1900

Задание 21



Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	60	120	135	30	45
l_{AB}	м	0,12	0,13	0,15	0,17	0,18
l_{BC}	м	0,45	0,5	0,52	0,64	0,7
l_{BH}	м	0,3	0,32	0,38	0,42	0,45
l_{CD}	м	0,3	0,33	0,37	0,41	0,45
l_{BS2}	м	0,23	0,25	0,29	0,32	0,35
a	м	0,39	0,38	0,44	0,49	0,52
b	м	0,4	0,43	0,5	0,56	0,6
ω_1	рад с ⁻¹	15	16	18	20	25
ε_1	рад с ⁻²	24	26	30	40	60
m_1	кг	30	35	38	42	45
m_3	кг	70	80	85	90	100
J_{1S}	кг м ²	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4
J_{2S}	кг м ²	1,0	1,1	1,2	1,3	1,5
F_4	Н	200	220	250	300	350
M_3	Нм	400	450	400	450	500

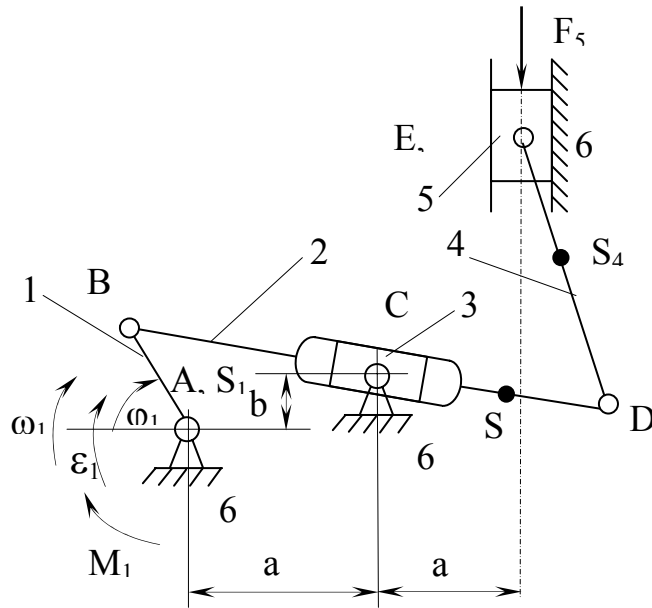
Задание 22



$$I_{BS2} = 0,5 I_{BC}$$

Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	30	45	60	70	90
l_{AB}	м	0,1	0,15	0,2	0,22	0,25
l_{BC}	м	0,2	0,3	0,4	0,44	0,5
l_{CD}	м	0,2	0,3	0,4	0,44	0,5
a	м	0,3	0,45	0,6	0,66	0,75
b	м	0,1	0,15	0,2	0,22	0,25
c	м	0,1	0,22	0,3	0,33	0,38
ω_1	рад с ⁻¹	20	23	26	28	31
ε_1	рад с ⁻²	45	60	75	85	105
m_1	кг	22	21	20	19	18
m_2	кг	25	23	22	21	23
m_3	кг	24	25	21	22	24
m_5	кг	30	35	40	45	50
J_{1S}	кг м ²	0,3	0,28	0,26	0,27	0,29
J_{2S}	кг м ²	0,22	0,24	0,26	0,28	0,3
J_{3S}	кг м ²	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19
F_4	Н	6500	6000	5500	5000	4000

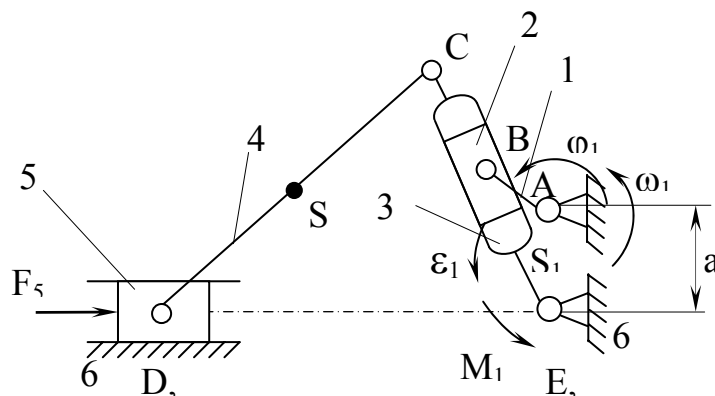
Задание 23



$$I_{DS2} = I_{AB} ; \quad I_{DS4} = 0,5 I_{DE}$$

Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	30	45	60	90	60
l_{AB}	м	0,2	0,22	0,24	0,26	0,3
l_{BD}	м	0,8	0,88	0,96	1,04	1,2
l_{DE}	м	0,4	0,44	0,48	0,52	0,6
a	м	0,3	0,33	0,36	0,39	0,45
b	м	0,1	0,11	0,12	0,13	0,15
ω_1	рад с ⁻¹	27	25	33	36	40
ε_1	рад с ⁻²	80	70	120	140	150
m_1	кг	20	23	24	27	26
m_2	кг	15	18	20	24	26
m_4	кг	8	9	10	11	12
m_5	кг	35	40	45	48	50
J_{2S}	кг м ²	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
J_{4S}	кг м ²	0,15	0,2	0,25	0,3	0,32
F_5	Н	3500	4000	4500	4000	3500

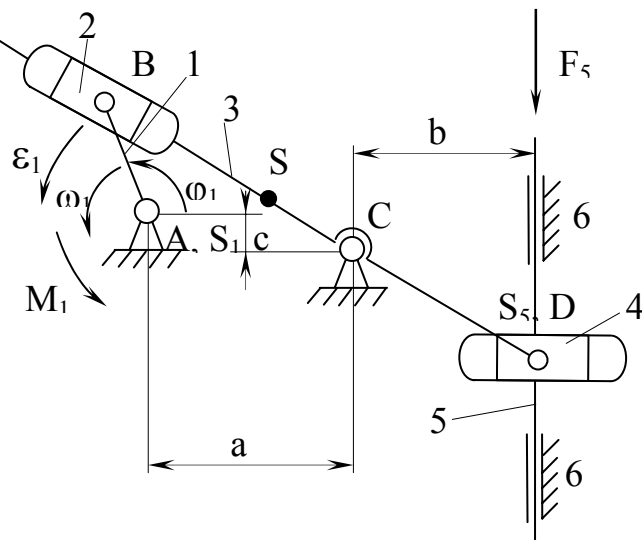
Задание 24



$$I_{CS4} = 0.3$$

Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	30	60	120	180	150
l_{AB}	м	0,1	0,12	0,15	0,12	0,1
l_{CE}	м	0,25	0,27	0,25	0,24	0,25
l_{CD}	м	0,75	0,8	0,85	0,75	0,7
a	м	0,05	0,08	0,08	0,1	0,04
ω_1	рад с ⁻¹	60	50	40	65	70
ε_1	рад с ⁻²	390	270	175	200	290
M_1	Нм	230	240	270	210	190
m_4	кг	9	8,5	8	9,5	10
m_5	кг	18	17	16	19	20
m_1	кг	4,5	5	4	4,7	5,2
J_{1S}	кг м ²	0,06	0,07	0,09	0,05	0,04
J_{3S}	кг м ²	0,2	0,22	0,23	0,18	0,2
J_{4S}	кг м ²	0,1	0,11	0,12	0,1	0,1
m_3	кг	0,4	0,45	0,42	0,43	0,46

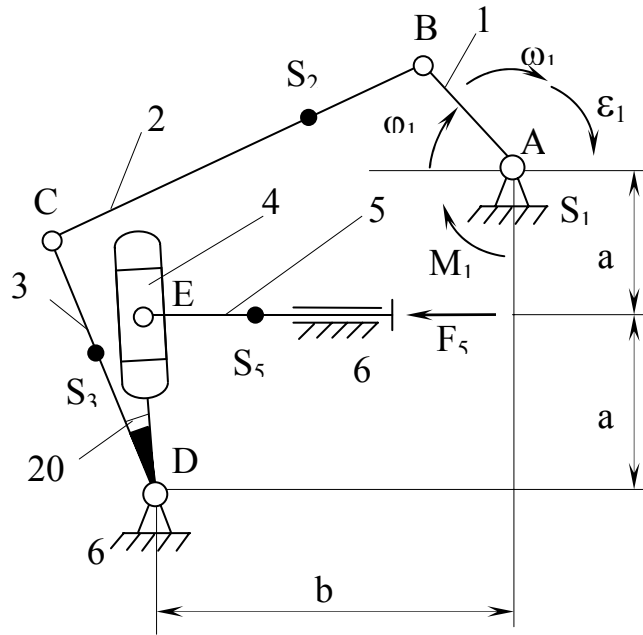
Задание 25



$$I_{CS3} = I_{AB}$$

Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	95	120	135	120	150
l_{AB}	м	0,1	0,12	0,15	0,12	0,1
b	м	0,15	0,16	0,18	0,2	0,22
a	м	0,15	0,19	0,16	0,2	0,27
l_{CD}	м	0,18	0,2	0,2	0,22	0,2
c	м	0,02	0,03	0,03	0,04	0,03
ω_1	рад с ⁻¹	10	9	8	9	9,5
ε_1	рад с ⁻²	8	9	7	6	7
M_1	Нм	120	110	100	10	120
m_1	кг	2,0	3,0	3,5	3,0	3,5
m_3	кг	5	6	7	6	7
m_5	кг	30	32	35	30	35
J_{1S}	кг м ²	0,1	0,12	0,15	0,16	0,18
J_{3S}	кг м ²	0,3	0,36	0,45	0,5	0,54

Задание 26

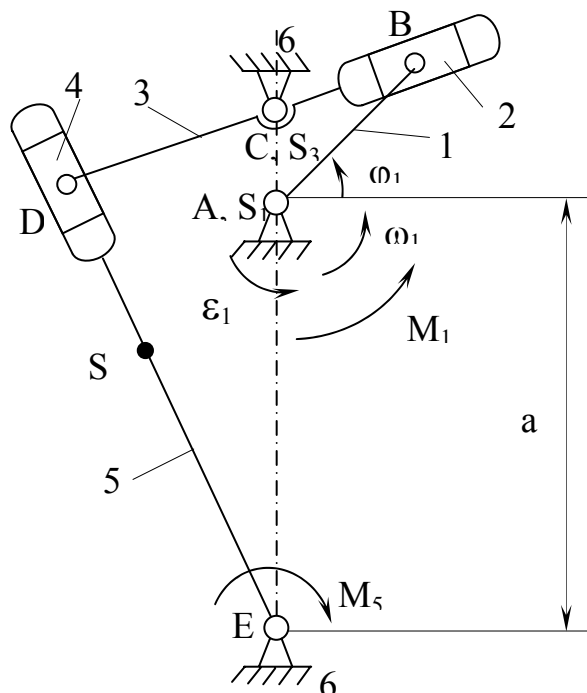


$$m_5 = m_2$$

$$I_{BS2} = 0,4 I_{BC} ; I_{CS3} = 0,4 I_{CD} =$$

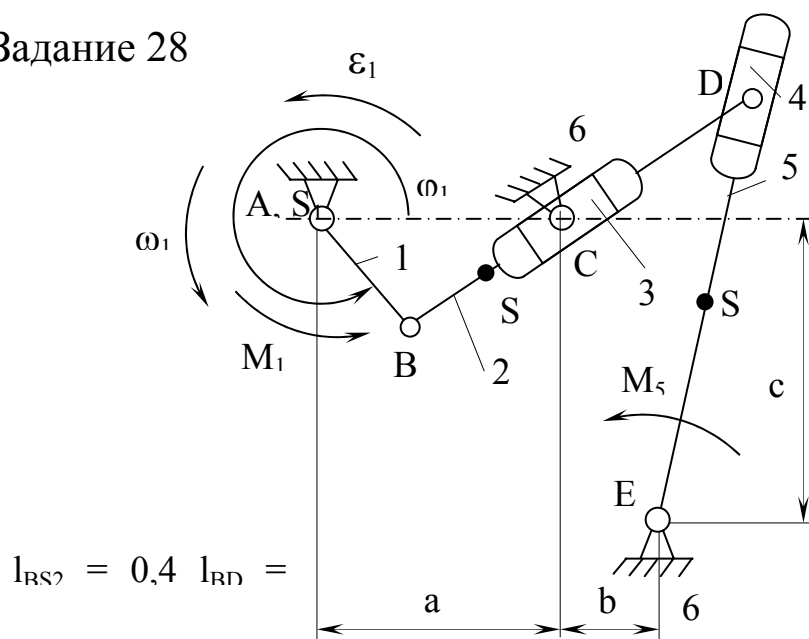
Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	30	60	80	120	150
l_{AB}	м	0,1	0,12	0,15	0,16	0,18
l_{BC}	м	0,5	0,55	0,9	0,75	0,8
l_{CD}	м	0,4	0,5	0,6	0,65	0,75
a	м	0,2	0,22	0,28	0,3	0,34
b	м	0,4	0,5	0,6	0,65	0,75
ω_1	рад с ⁻¹	30	25	20	18	15
ε_1	рад с ⁻²	40	30	50	15	10
m_1	кг	50	60	70	80	90
m_2	кг	18	20	22	24	26
m_3	кг	20	22	24	26	28
J_{1S}	кг м ²	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
J_{2S}	кг м ²	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
J_{3S}	кг м ²	0,6	0,9	1,0	1,2	1,4
F_5	Н	5	6	6	8	8

Задание 27



Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	30	60	120	200	320
l_{AB}	м	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18
l_{BC}	м	0,03	0,04	0,05	0,08	0,07
l_{CD}	м	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16
l_{ES5}	м	0,1	0,22	0,24	0,26	0,28
a	м	0,16	0,28	0,32	0,36	0,4
ω_1	рад с ⁻¹	10	15	20	25	30
ε_1	рад с ⁻²	8	10	15	20	35
m_1	кг	25	35	40	45	50
m_3	кг	25	35	40	45	50
m_5	кг	30	40	50	60	70
J_{1S}	кг м ²	0,15	0,18	0,2	0,25	0,3
J_{3S}	кг м ²	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
J_{5S}	кг м ²	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
M_1	Нм	70	80	90	100	110

Задание 28

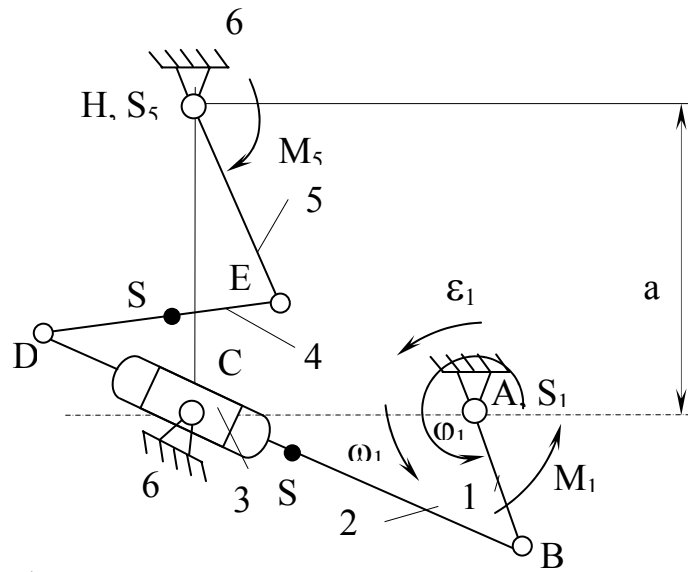


$$I_{BS2} = 0,4 I_{BD} =$$

Направление M_5 противоположно ω

Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	30	90	120	210	270
l_{AB}	м	0,28	0,54	0,6	0,7	0,18
l_{BD}	м	0,18	0,25	0,3	0,35	0,4
a	м	0,18	0,25	0,3	0,35	0,4
b	м	0,08	0,15	0,18	0,22	0,2
c	м	0,18	0,22	0,25	0,28	0,32
ω_1	рад s^{-1}	15	20	25	30	32
ϵ_1	рад s^{-2}	10	15	20	35	45
m_1	кг	50	60	70	80	90
m_2	кг	30	40	50	60	70
m_5	кг	40	50	60	70	80
J_{1S}	кг m^2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
J_{2S}	кг m^2	0,7	0,8	1,0	1,2	1,4
J_{5S}	кг m^2	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
M_5	кНм	2	4	5	6	8

Задание 29

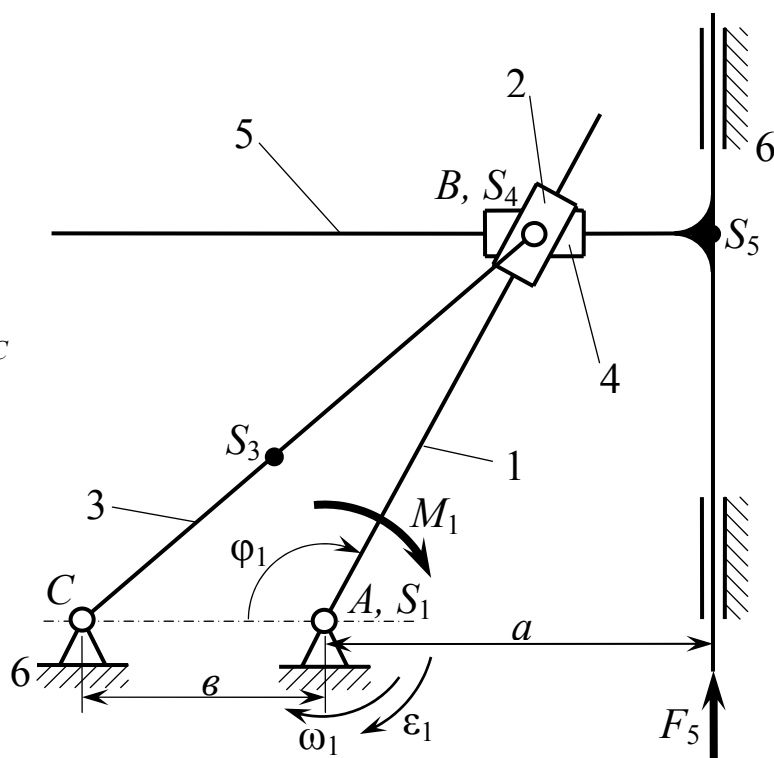


$$I_{BS2} = 0,5 I_{BD} ; \quad I_{DS4} = 0,5$$

Обозначение	Единицы измерения	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град	60	90	150	210	270
l_{AB}	м	0,1	0,12	0,14	0,16	0,17
l_{BD}	м	0,4	0,5	0,55	0,65	0,7
l_{DE}	м	0,24	0,5	0,55	0,65	0,7
l_{EH}	м	0,18	0,22	0,25	0,28	0,32
a	м	0,26	0,32	0,36	0,42	0,46
ω_1	рад с ⁻¹	8	10	6	8	10
ε_1	рад с ⁻²	4	6	3,5	4	6
m_1	кг	60	70	80	90	100
m_2	кг	30	40	50	60	80
m_4	кг	20	30	40	50	60
J_{1S}	кг м ²	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
J_{2S}	кг м ²	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
J_{4S}	кг м ²	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6
J_{5S}	кг м ²	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
M_5	Нм	200	400	500	600	800

Задание 30

$$l_{CS_3} = 0,5l_{BC}$$



Обозначение	Ед. измер.	Варианты				
		А	Б	В	Г	Д
φ_1	град.	120	140	160	200	240
l_{BC}	м	0,26	0,30	0,33	0,37	0,47
a	м	0,20	0,23	0,26	0,28	0,32
v	м	0,12	0,14	0,10	0,18	0,20
ω_1	рад·с ⁻¹	6	8	10	12	15
ε_1	рад·с ⁻²	4	5	6	7	8
m_1	кг	20	25	30	35	40
m_3	кг	20	25	26	28	30
m_4	кг	8	10	12	14	15
m_5	кг	15	20	25	30	35
J_{1S}	кг·м ²	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
J_{3S}	кг·м ²	0,15	0,25	0,40	0,55	0,70
F_5	Н	2000	3000	4000	5000	4000

Учебное издание

ПОПОВ Борис Константинович
ГОГОЛЕВ Борис Борисович
РЯЗАНОВ Андрей Алексеевич
и др.

КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПО ТЕОРИИ
МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

*АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ
С НИЗКИМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ*

Учебное пособие

Редактор Е.В. Невская
Корректор В.В. Гурова
Компьютерная верстка Д.Н. Ях, С.В. Павлухина

ЛР № 020275. Подписано в печать 14.12.04.

Формат 60x84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Таймс.
Печать на ризографе. Усл. печ. л. 7.44. Уч.-изд. л. 7.95. Тираж 300 экз.

Заказ

Редакционно-издательский комплекс
Владимирского государственного университета.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.