

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего  
профессионального образования  
«Владимирский государственный гуманитарный университет»

Е.П. ДАВЛЕТЯРОВА  
И.А. ГОРДЕЕВА  
А.В. ШУТОВ Ю.А. МЕДВЕДЕВ

# ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАТЕМАТИКЕ

ПРАКТИКУМ

Рекомендовано УМО по специальностям педагогического образования в  
качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по специальности 050201.65 - Математика

**ВЛАДИМИР  
2012**

ББК [32.81+22.18]я7  
ISBN 5-87846-505-1

**Давлетярова Е.П., Гордеева И.А., Шутов А.В., Медведев Ю.А.**

Информационные технологии в математике (практикум). – Владимир: ВГГУ, 2012. – 104 с.

Практикум включает более 200 заданий, посвященных современной среде символьных вычислений Mathcad, а также издательской системе Latex. Пособие содержит теоретический материал, необходимый для выполнения практических заданий, а также задания для самостоятельной работы студентов.

Работа предназначена для проведения практических занятий со студентами физико-математических факультетов педагогических и гуманитарных вузов по дисциплине «Информационные технологии в математике», а также может быть использована в учебном процессе общеобразовательных учреждений.

**Рецензенты:**

доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Вычислительные системы и сети» Московского государственного института электроники и математики (МИЭМ) **В.С. Жданов**,

доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Информатика и защита информации» Владимирского государственного университета  
**М.Ю. Монахов**.

**Ответственный за выпуск:** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и вычислительной техники ВГГУ  
**С.Б. Наумова**.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВГГУ.

ББК [32.81+22.18]я7

ISBN 5-87846-505-1

© ГОУ ВПО «Владимирский государственный гуманитарный университет», 2012

© Давлетярова Е.П., Гордеева И.А., Шутов А.В., Медведев Ю.А., 2012

## ВВЕДЕНИЕ

Первая часть учебного пособия посвящена пакету символьных вычислений Mathcad.

В отдельных сферах деятельности часто возникают задачи, связанные с проведением математических расчетов типа решения систем уравнений, интегрирования, статистической обработки информации и т.п., которые требуют использования инструментальных программных средств. Таких специальных инструментальных программ существует огромное количество. Традиционно особое место среди них занимает система Mathcad, особенностями которой являются:

- простой и понятный интерфейс;
- богатый набор шрифтов;
- эффективные средства цветового оформления документов;
- поддержка всех типов принтеров;
- запись математических формул в привычном виде;
- возможность выполнять как численные, так и аналитические (символьные) вычисления;
- корректное оперирование с единицами измерения выводимых числовых результатов;
- эффективные средства построения различных видов двумерных и трехмерных графиков;
- создание анимационных (движущихся) графиков;
- возможность импорта любых графических изображений;
- возможность использования фрагментов видеофильмов и звукового сопровождения;
- возможность подготовки электронных уроков и книг с действующими в реальном времени примерами;
- мощная справочная база и встроенные в систему электронные книги, содержащие справки, иллюстрации и примеры применения системы по ряду разделов математики, механики, физики, электротехники и радиотехники.

Во второй части рассматриваются основные приемы работы с издательской системой LATEX 2ε.

В настоящее время наиболее распространенным текстовым редактором является Microsoft Word. Однако этот редактор не предназначен для набора больших математических текстов. Набор формул средствами Word в принципе возможен, но связан с рядом проблем: невысокая скорость набора, неудачное форматирование, большой размер получаемого файла. Поэтому для набора математических текстов фактическим стандартом стала другая программа, позволяющая при печати получать текст типографского качества, включая в него сколь угодно сложные математические формулы. Эта программа называется TEX. Она была создана в 1977 году американским математиком и программистом Дональдом Кнудом. На базе TEX'a было создано много издательских систем, наиболее популярной из которых является система LATEX, созданная Лесли Лэмпортом.

В учебном пособии рассматривается одна из последних версий LATEX'a, называемая LATEX 2ε и описываются основные приемы использования данной издательской системы, связанные с подготовкой математических статей.

Данное учебное пособие может быть использовано при проведении лабораторных занятий по дисциплине «Информационные технологии в математике», а также для самостоятельного изучения пакета символьных вычислений Mathcad и издательской системы LATEX 2ε.

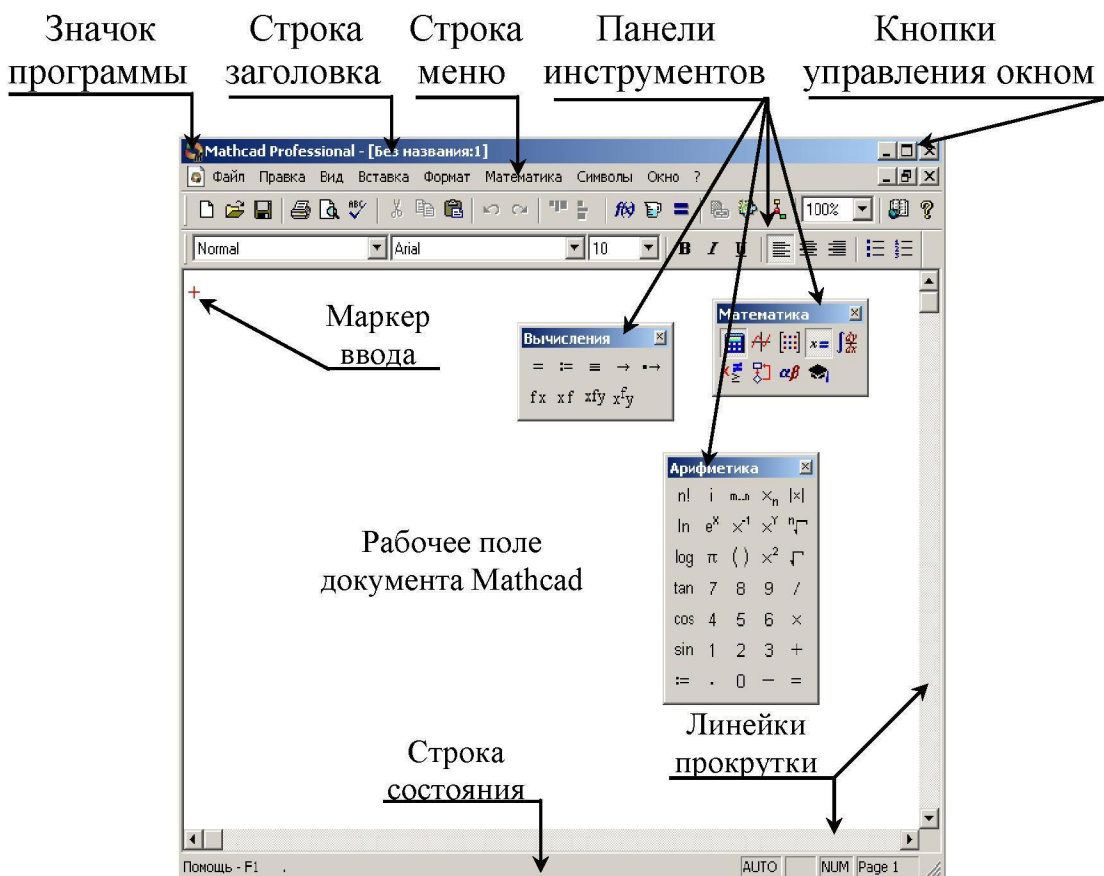
**ПАКЕТ  
СИМВОЛЬНЫХ  
ВЫЧИСЛЕНИЙ  
MATHCAD**

ЗАПУСК ПРОГРАММЫ. ЭКРАН MATHCAD. ВВОД, ВЫЧИСЛЕНИЕ И РЕДАКТИРОВАНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ. ОПЕРАЦИИ ВВОДА И ПРИСВАИВАНИЯ. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИЙ

### Способы запуска Mathcad:

1. Через *Главное меню Windows*: Пуск – Программы – MathSoft Apps – Mathcad 2000 Professional.
2. Через *Проводник* или *Мой компьютер*: открыть папку, в которой должен находиться новый файл *Mathcad* и выбрать в меню *Файл – Создать – Mathcad Document*.
3. Дважды щелкнуть левой клавишей мыши по любому ранее созданному файлу *Mathcad*.

### Окно Mathcad:




### Способы открытия документа Mathcad:

1. Дважды щелкнуть левой клавишей мыши по любому ранее созданному файлу *Mathcad*.

2. Запустить *Mathcad*, выбрать в меню *Файл* пункт *Открыть...*, в появившемся окне указать папку, в которой находится открываемый документ, дважды щелкнуть левой клавишей мыши на имени открываемого файла.

### Способы сохранения документа *Mathcad*:

1. **Сохранение нового документа:** выбрать в меню *Файл* пункт *Сохранить как...* (или *Сохранить*), в появившемся окне выбрать папку, в которой должен быть сохранен документ, ввести имя файла и нажать кнопку *Сохранить*.

2. **Сохранение ранее созданного документа под старым именем:** выбрать в меню *Файл* пункт *Сохранить* или нажать кнопку  на панели инструментов *Стандартная*.

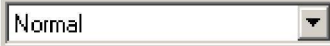
3. **Сохранение ранее созданного документа под новым именем:** выбрать в меню *Файл* пункт *Сохранить как...*, в появившемся окне выбрать папку, в которой должен быть сохранен документ, ввести новое имя файла и нажать кнопку *Сохранить*.

### Ввод текста:

- щелчком левой клавиши мышки установить *Маркер ввода* в то место, где должен быть текст (в месте щелчка появится курсор – маленький красный крестик);
- нажать клавишу двойной кавычки на английском регистре;
- ввести необходимый текст (перед вводом текста с помощью панели инструментов *Форматирование* можно установить необходимые параметры текста; переход на новую строку осуществляется по нажатию клавиши *Enter* или автоматически);
- для завершения ввода установить *Маркер ввода* вне текстового блока.

### Панель инструментов *Форматирование*:




 – стиль отображения текстовых блоков;


 – шрифт символов;


 – размер символов;

 – полужирное начертание символов;

 – наклонное (курсивное) начертание символов;

 – подчеркнутое начертание символов;

 – выравнивание текста по левому краю текстового блока;

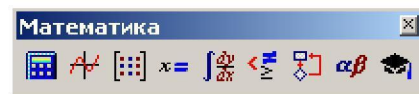
 – выравнивание текста по центру текстового блока;

 – выравнивание текста по правому краю текстового блока;

 – создание маркированного списка;

 – создание нумерованного списка.

### Панель инструментов Математика:



 – панель инструментов *Арифметика*;

 – панель инструментов *Графики*;

 – панель инструментов *Матрицы*;

 – панель инструментов *Вычисления*;

 – панель инструментов *Матанализ*;

 – панель инструментов *Булево*;

 – панель инструментов *Программирование*;

 – панель инструментов *Греческий алфавит*;

 – панель инструментов *Символы*.

### Ввод математических выражений:

- щелчком левой клавиши мышки установить *Маркер ввода* в то место, где должно быть выражение;



- с помощью клавиатуры и шаблонов математических операторов и символов, находящихся на панелях инструментов *Арифметика*, *Матрицы*, *Матанализ* и др., ввести нужное выражение;
- закончить ввод, нажав клавишу *Enter* или щелкнув мышкой вне зоны выражения.

Значения выражений можно присваивать переменным или функциям. Для обозначения переменных и функций используют произвольный набор символов, при этом учитывают их регистр.

#### **Задание значений переменных и определение функций:**

- ввести имя переменной или функции (после имени функции в скобках нужно указать ее аргументы);
- ввести знак присваивания ( $:=$ ), набрав двоеточие (:);
- ввести математическое выражение.

Например,  $a:=7$ ;  $a:=b+c$ ;  $f(x,y):=x+\sin(y)$

#### **Редактирование математических выражений:**

- щелчком левой клавиши мыши или с помощью клавиш управления курсором установить курсор в нужное место выражения (при этом синий уголок будет показывать текущий операнд выражения, он может быть расширен клавишей *Пробел*);
- внести необходимые изменения.

#### **Копирование и перемещение фрагментов документа с помощью Буфера обмена:**

- выделить нужный фрагмент документа;
- скопировать (вырезать для переноса) его в Буфер обмена;
- перейти в нужное место;
- вставить фрагмент из Буфера обмена.

#### **При работе с Буфером обмена можно использовать следующие средства:**

- меню *Правка* – пункты *Вырезать*, *Копировать* и *Вставить*;
- кнопки на Панели инструментов *Стандартная*;



### Удаление объектов:

- выделить объект;
- нажать клавишу *Delete*.

### Вычисление значений математических выражений:

- задать значения всех переменных, встречающихся в выражении;
- записать математическое выражение;
- последним символом в математическом выражении записать знак равенства (=);
- закончить ввод.

**Вставка встроенных математических функций:** меню *Вставка*, пункт *Функция...*

### Вычисление значений функций:

- задать значения всех аргументов функции;
- записать имя функции и указать в круглых скобках ее аргументы;
- записать знак равенства (=);
- закончить ввод.

### Прерывание вычислений:

- нажать клавишу *ESC*;
- на сообщение о прерывании ответить *Ok*.

После прерывания возобновить вычисления можно, нажав клавишу *F9*.

### Задания:

Набрать следующие задания и выполнить их.

1. Вычислить значения выражений:

а) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right);$	б) $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right);$
в) $\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{7}\right);$	г) $\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{7}\right).$

2. Вычислить значения выражений, где  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ :

а)  $1 - C_8^2 + C_8^4 - C_8^6 + C_8^8$ ;    б)  $1 - C_9^2 + C_9^4 - C_9^6 + C_9^8$ ;    в)  $C_9^1 - C_9^3 + C_9^5 - C_9^7 + C_9^9$ .

3. Вычислить значения выражений:

а)  $\frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 3}$ ;    б)  $\frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt[3]{2}}$ ;    в)  $\frac{7 - 4\sqrt[3]{49}}{2\sqrt[3]{49} + 7\sqrt[3]{7} - 21}$ ;  
 г)  $\frac{1}{\sqrt{5} - 2\sqrt{3} - 1}$ ;    д)  $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1}$ ;    е)  $\frac{7}{1 - \sqrt[4]{2} + \sqrt{2}}$ .

4. Вычислить значения выражений:

а)  $\frac{(\sqrt{3} + 1)^6}{(-1 + \sqrt{2})^8 (1 + \sqrt{5})^4}$ ;    б)  $\frac{(-5 + 2!)^{15}}{3^{20}} + \frac{(-1 + \sqrt{3})^{15}}{3^{15}}$ .


5. Вычислить значения функций в точках  $x = 0.5; 2; 5$ :

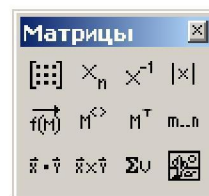
а)  $y = \sin^3 x \cos^2 x$ ;    б)  $y = \operatorname{tg}^3 x$ ;    в)  $y = \sqrt{1 + \sin x}$ ;  
 г)  $y = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;    д)  $y = \frac{2 - \sin x}{2 + \cos x}$ ;    е)  $y = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ ;  
 ж)  $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$ ;    з)  $y = \frac{1}{\cos 2x + \sin^2 x}$ ;    и)  $y = \frac{x^7 + 2}{(x^2 + x + 1)^2}$ ;  
 к)  $y = \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x}$ ;    л)  $y = \frac{e^x}{e^x + 1}$ ;    м)  $y = \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3}$ .

## ВЕКТОРНЫЕ И МАТРИЧНЫЕ ОПЕРАЦИИ


### Способы вызова панели инструментов Матрицы:

1. Выбрать пункт *Панели инструментов – Матрицы* меню Вид.

2. С помощью кнопки  (*Векторные и матричные операции*) на панели инструментов *Математика*.



### Панель инструментов Матрицы:

 – выделение n-элемента вектора (или комбинация клавиш  $A[n]$ , где A – имя переменной, хранится матрица, n – номер элемента);

в которой

 – нахождение обратной матрицы ( $A^{-1}$ );

 – вычисление определителя матрицы или модуля вектора ( $|A|$ );

 – векторизация матриц и векторов ( $A \text{ Ctrl -}$ );

 – выделение n-го столбца матрицы ( $A \text{ Ctrl } ^n$ );

$\underline{\text{Ctrl}}^T$  – транспонирование матрицы или вектора (*A Ctrl !*);

$\# \cdot \#$  – скалярное произведение векторов (*A1 \* A2*);

$\underline{\text{Ctrl}}^{\# \times \#}$  – векторное произведение (*A1 Ctrl \* A2*);

$\Sigma$  – вычисление суммы элементов вектора (*Alt \$ A*).

### Способы ввода элементов векторов и матриц:

1. Через индексированные переменные.


Для указания подстрочных индексов после имени переменной вводится знак открывающейся квадратной скобки.

Например,  $A/2$ : (отображаемое значение –  $A_2:=$ ),

$A/1,2$ : (отображаемое значение –  $A_{1,2}:=$ )

2. Выбрать команду *Матрицы* меню *Вычисления*.

3. С помощью комбинации клавиш *Ctrl V*.

4. Нажать кнопку  (*Создать матрицу или вектор*) на панели инструментов *Матрицы*.

Любое из действий 2-4 вызывает появление диалогового окна, в котором надо указать размер матрицы, т.е. количество ее строк  $m$  и столбцов  $n$ . Для векторов один из этих параметров должен быть равен 1. При  $n = 1$  получим вектор-столбец, а при  $m = 1$  – вектор-строку.

### Векторные и матричные функции:

- $length(V)$  – возвращает число элементов вектора;
- $last(V)$  – возвращает номер последнего элемента вектора;
- $max(V)$  – возвращает максимальный по значению элемент вектора или матрицы;
- $min(V)$  – возвращает минимальный по значению элемент вектора или матрицы;
- $augment(M1, M2)$  – объединяет в одну две матрицы  $M1$  и  $M2$ , имеющие одинаковое число строк (объединение идет «бок о бок»);

- *stack* ( $M1, M2$ ) – объединяет две матрицы  $M1$  и  $M2$ , имеющие одинаковое число столбцов («сажая»  $M1$  над  $M2$ );
- *submatrix* ( $A, i_1, i_2, j_1, j_2$ ) – возвращает субматрицу, состоящую из всех элементов матрицы  $A$ , содержащихся в строках от  $i_1$  по  $i_2$  и столбцах с  $j_1$  по  $j_2$  ( $i_1 \leq i_2$  и  $j_1 \leq j_2$ );
- *cols* ( $M$ ) – возвращает число столбцов матрицы  $M$ ;
- *rows* ( $M$ ) – возвращает число строк матрицы  $M$ ;
- *tr* ( $M$ ) – возвращает след (сумму диагональных элементов) квадратной матрицы  $M$ .

**Операция векторизации** – это одновременное проведение некоторой скалярной операции над всеми элементами вектора или матрицы или параллельное вычисление. Например, выражение  $\cos(v)$ , недопустимо, если  $v$  – матрица, т.к. аргументом функции  $\cos$  может быть только скалярная величина или вектор-столбец. Однако с оператором векторизации функция  $\overrightarrow{\cos(v)}$  возвращает матрицу, каждый элемент которой есть косинус соответствующего элемента исходной матрицы  $v$ .

**Задания:**

1. Вычислить  $A + B, AB, BA, 3A$ , если:

а)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$

б)  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 7 \end{bmatrix}.$

2. Вычислить произведение матриц, объединить данные матрицы в одну и выделить из результатов исходные матрицы:

а)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & -4 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix};$       б)  $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 \\ 2 & -1 & 6 \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 8 & 9 & 7 \\ -4 & -5 & -3 \end{bmatrix}.$

3. Используя векторизацию вычислить  $f(A)$ , если

$$\text{а) } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}, f(x) = x^2 - 5x + 7; \quad \text{б) } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, f(x) = 3x^2 - \sin(x) - 4.$$

4. Вычислить определители (для последнего примера  $a=5, b=3$ ):

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 & 8 \\ 4 & -2 & -1 & 7 \\ 6 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 4 & 5 \end{vmatrix};$$

$$\text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & -4 \\ 3 & -5 & 4 & 2 \\ -4 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 4 & -2 & 3 \end{vmatrix}; \quad \text{г) } \begin{vmatrix} \log_b a & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & \log_{a^2} b \end{vmatrix}.$$

5. Вычислить обратные для следующих матриц (для последнего примера  $\varphi=1$ ):

$$\text{а) } \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \text{б) } \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}; \quad \text{в) } \begin{bmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\text{г) } \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 9 & -2 \end{bmatrix}; \quad \text{д) } \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}.$$

6. Транспонировать следующие матрицы:

$$\text{а) } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}; \quad \text{б) } \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}; \quad \text{в) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \end{bmatrix}.$$

7. Найти сумму, разность, скалярное и векторное произведения, сумму элементов векторов, транспонировать векторы:

$$\text{а) } V = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } V = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

8. Найти сумму и произведение элементов векторов; выделить максимальный и минимальный элементы вектора; найти вектор, каждый

элемент которого будет натуральным логарифмом элементов данного вектора.

$$\text{а) } V = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } V = \begin{pmatrix} 20 \\ 35 \\ 40 \end{pmatrix}.$$

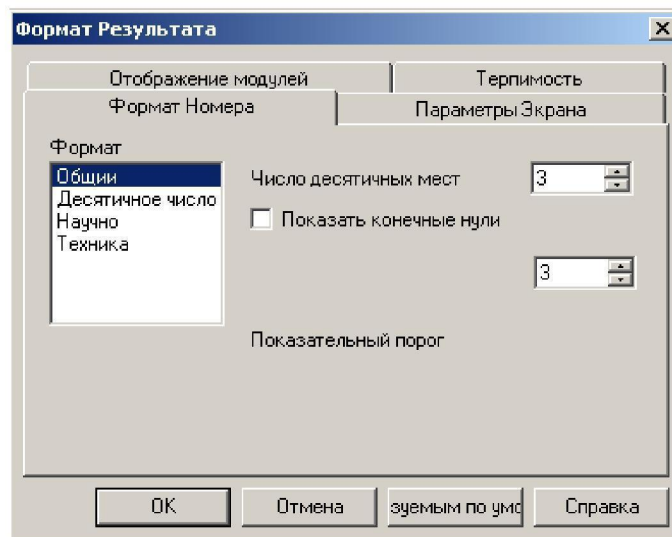
## ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СУММЫ, ПРОИЗВЕДЕНИЯ, ИНТЕГРАЛЫ, ПРЕДЕЛЫ

### Панель инструментов Матанализ:



- |  |  |
|--|--|
| $\frac{d}{dx}$ – производная;                      | $\frac{d^n}{dx^n}$ – производная n-го порядка; |
| $\prod_{n=1}^m$ – произведение для конечного ряда; | $\int_a^b$ – определенный интеграл;            |
| $\sum_{n=1}^m$ – суммирование для конечного ряда;  | $\infty$ – знак бесконечности;                 |
| $\lim_{x \rightarrow a^+}$ – предел справа;        | $\int$ – неопределенный интеграл;              |
| $\lim_{x \rightarrow a}$ – предел;                 | $\sum_n$ – сумма бесконечного ряда;            |
| $\lim_{x \rightarrow a^-}$ – предел слева;         | $\prod_n$ – произведение бесконечного ряда.    |

**Формат результата вычисления** можно установить с помощью команды *Формат – Результат – Формат Номера* (формат числа).



*Общий* – формат по умолчанию, в нем указывается количество чисел после запятой (*Число десятичных мест*), а также *Показательный порог* – число знаков до запятой, при превышении этого порога число представляется в нормализованном виде.

*Десятичное число* – формат, позволяющий указать в результате количество чисел после запятой.

*Научно* – отображает числа в экспоненциальной форме с нормализованной мантиссой при установке флажка *Показать экспоненты* как  $E\pm 000$ .

*Техника* – числа представляются так, что их порядок равен 0 или кратен 3 в зависимости от того, установлен или нет флажок *Показать экспоненты* как  $E\pm 000$ .

### Задания:

1. Вычислить определенный интеграл и установить формат результата вычисления *Научно* с отображением числа в экспоненциальной форме:

$$\begin{array}{llll}
 \text{а) } \int_2^3 \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx; & \text{б) } \int_{\pi/4}^{\pi/3} \operatorname{tg}^2 x dx; & \text{в) } \int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x dx; & \text{г) } \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx; \\
 \text{д) } \int_0^3 x \sqrt{1+x} dx; & \text{е) } \int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}; & \text{ж) } \int_0^{+\infty} e^{-x} dx; & \text{з) } \int_{-1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.
 \end{array}$$



2. На какую высоту за 10 с поднимется ракета, брошенная вертикально вверх, если скорость ее меняется по закону  $v = \left[ 2 + \frac{1}{(t+1)^2} \right]$  км/с. Чему равна средняя скорость полета ракеты?

3. Скорость точки в зависимости от времени  $t$  меняется по закону  $v=0,01t^3$  м/с. Какой путь пройдет точка за 10 с? Чему равна средняя скорость движения?

4. Найти среднее значение функции  $f(x) = \sqrt{x}$  на отрезке  $[1;9]$ .

5. Вычислить сумму и произведение первых 100 членов ряда, установить формат вывода результата *Общий* с пятью знаками после запятой и выводом незначащих нулей (флажок *Показать конечные нули*):

а)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots;$

б)  $\frac{1000}{1!} + \frac{1000^2}{2!} + \frac{1000^3}{3!} + \frac{1000^4}{4!} + \dots;$

в)  $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots;$

г)  $1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!} + \dots;$

д)  $x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \dots + \frac{(-1)^n x^n}{n!} + \dots;$

е)  $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \dots + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \dots;$

ж)  $\frac{2}{1000} + \frac{2^2}{2000} + \frac{2^3}{3000} + \dots;$

з)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots;$

и)  $\frac{1}{2} + \frac{1*3}{2*5} + \frac{1*3*5}{2*5*8} + \dots$

6. Вычислить двойные и тройные интегралы:

а)  $\int_0^1 dx \int_0^1 (x^2 + y^2)^2 dy;$

б)  $\int_0^2 x^2 dx \int_0^{\frac{x}{2}} y dy;$

в)  $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} x^2 dy;$

г)  $\int_0^1 dx \int_2^5 \frac{x}{y^2} dy;$

д)  $\int_{-1}^0 dx \int_0^1 e^{x-y} dy;$

е)  $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y xyz dz.$

7. Вычислить двойной интеграл  $I = \iint_S xy^2 dx dy$ , где  $S$  – прямоугольник  $0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 3$ .

## СОЗДАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ГРАФИКОВ

**Ранжированная переменная** – это переменная, которая может принимать некоторый упорядоченный ряд значений.

Для задания ранжированной переменной на отрезке  $[a,b]$  с шагом  $h$  используется выражение:

$$x := a,[a+h]..b$$

Например, задать переменную на отрезке  $[1,20]$  с шагом  $h = 0.1$  можно так:  $x := 1,1.1..20$ . В этом случае переменная  $x$  будет принимать следующие значения: 1, 1.1, 1.2, 1.3, ..., 19.8, 19.9, 20.

Если шаг  $h$  не указывается, то по умолчанию он равен 1.

**Табулирование функции** – это ее представление в виде таблицы.

Для того, чтобы осуществить табулирование функции необходимо:

- задать ранжированную переменную, значения которой будут аргументами табулируемой функции;
- задать функцию;
- вывести на экран значения функции.

Например,

$t := 1..5$	$x := 2, 1.5..0$										
$f(t) := t^2$	$y(x) := \cos(x)$										
$f(t) =$	$y(x) =$										
<table border="1"><tr><td>1</td></tr><tr><td>4</td></tr><tr><td>9</td></tr><tr><td>16</td></tr><tr><td>25</td></tr></table>	1	4	9	16	25	<table border="1"><tr><td>-0.416</td></tr><tr><td>0.071</td></tr><tr><td>0.54</td></tr><tr><td>0.878</td></tr><tr><td>1</td></tr></table>	-0.416	0.071	0.54	0.878	1
1											
4											
9											
16											
25											
-0.416											
0.071											
0.54											
0.878											
1											

**Панель инструментов Графики:**



– декартов график;



– приближение;



– слежение;





– трехмерная диаграмма;



– график поверхности;




– полярный график;

 – трехмерный точечный график;  – векторное поле.

**Способы построения графиков функций одной переменной  $f(x)$  в декартовой системе координат:**

**1. С использованием ранжированной переменной:**

- ввести интервал изменения аргумента функции (например,  $x$ );
- задать саму функцию (простые функции можно задавать непосредственно в шаблоне графика);
- приблизительно наметить место верхнего левого угла графика и установить на это место курсор;
- выбрать *Вставка – График – X-Y зависимость* или нажать кнопку  (декартов график) на панели инструментов *Графики* или нажать одновременно *Shift 2*, при этом появится шаблон графика, в котором надо указать имя переменной и имя функции рядом с соответствующими осями.

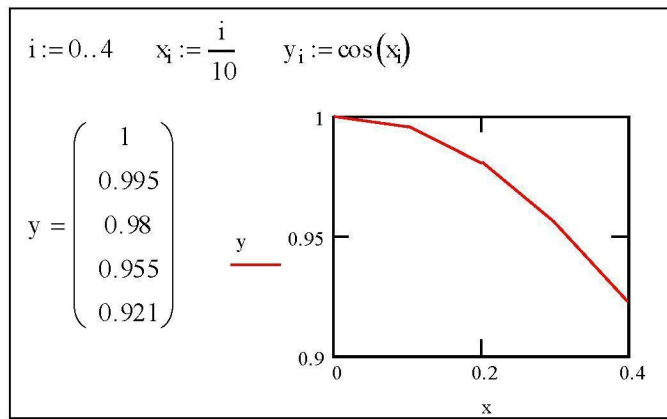
**2. Упрощенный способ построения двумерных графиков функции  $f(x)$ :**

- ввести выражение для правой части этой функции;
- отметить его курсором ввода (синим уголком);
- вывести шаблон двумерного графика (выбрать соответствующую команду меню, кнопку на панели графиков или *Shift 2*);
- ввести  $x$  в место ввода горизонтальной оси (черный прямоугольник);
- отведя указатель мыши в сторону, щелкнуть левой кнопкой.

**3. С использованием таблицы значений функции:**

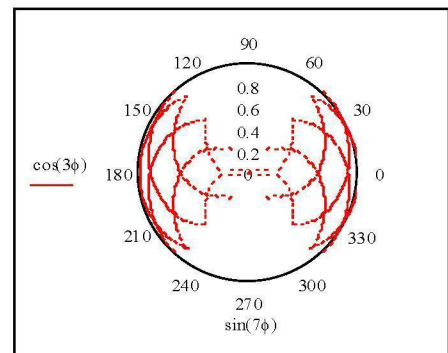
- задать интервал изменения индекса;
- задать зависимость переменной от индекса;
- задать массив, элементами которого являются значения функции;
- построить график.

Например,




## Построение графиков в полярной системе координат

В полярной системе координат каждая точка задается углом  $\phi$  и длиной его радиус-вектора  $R(\phi)$ . График функции обычно строится при изменении угла  $\phi$  в определенных пределах, чаще всего от 0 до  $2\pi$ .



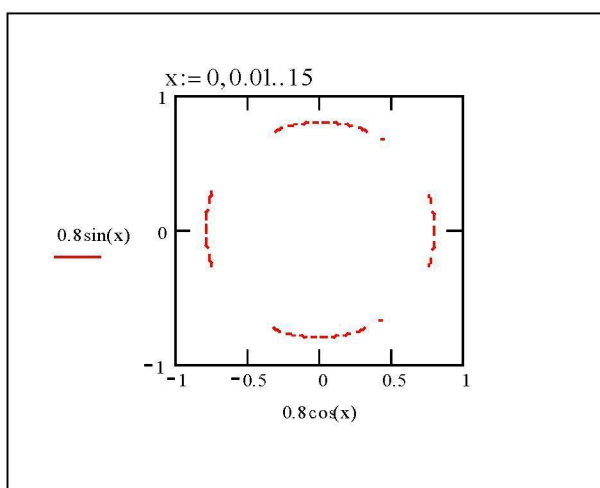
Для построения графиков в полярной системе координат нужно:

- перед построением графика задать пределы изменения ранжированной переменной  $\phi$ ;
- щелкнуть  (Полярный график) на панели инструментов *Графики* или вызвать команду меню *Вставка – График – Полярный график* или использовать сочетание клавиш *Ctrl 7*;
- ввести  $\phi$  в место ввода снизу и функцию  $R(\phi)$  в место ввода слева, а также указать нижний предел изменения длины радиус-вектора  $R(\phi)$  в место справа снизу и верхний предел изменения в место ввода справа сверху.

## Графики параметрически заданных функций

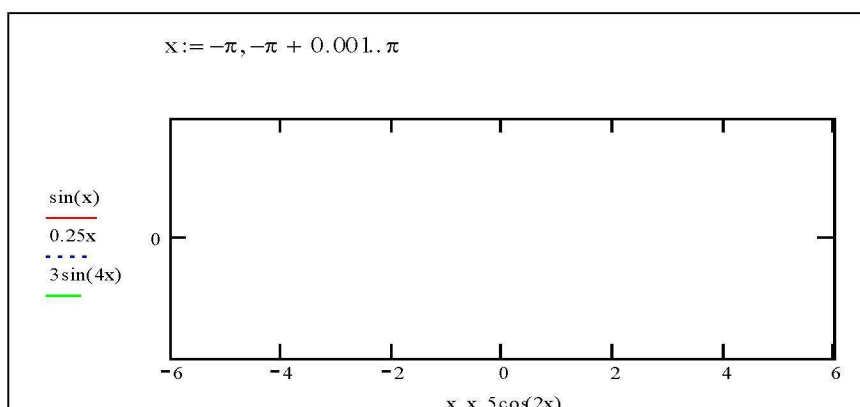
Для построения графиков параметрически заданных функций надо в шаблон графика по осям координат вместо аргумента и функции ввести их параметрическое задание.

Например,



### Построение графиков ряда функции на одном рисунке

Для построения графиков нескольких функций на одном рисунке нужно перечислить через запятую по оси Y и по оси X функции и их аргументы соответственно. Если аргумент функции указывается по оси Y, то саму функцию надо указать по оси X.

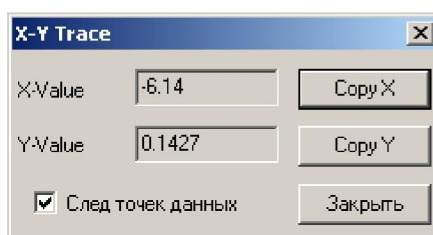


**Трассировка графиков** – это вывод на экран координат выделенной точки. При трассировке в окне графика появляется большое перекрестие из двух черных пунктирных линий.

### Способы вывода окна трассировки:

1. Команда *Трассировка...* контекстного меню графика.
2. Выбрать для выделенного графика пункт *След...* в подменю *График* меню *Формат*.

### Окно трассировки:



Кнопки *Сору X* и *Сору Y* позволяют занести соответствующие координаты текущей точки в буфер обмена.

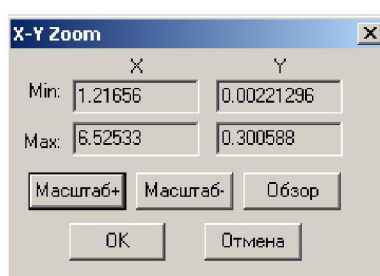
Кнопка *Закреть* завершает трассировку и закрывает окно трассировки.

Флажок *След точек данных* отвечает за то, что при трассировке указатель автоматически устанавливается на точку ближайшей кривой, отслеживая ее ход. При снятом флажке указатель может быть установлен в любую точку области графика, при этом координаты этой точки отображаются в окне трассировки.

**Способы вызова окна Масштаб для просмотра участков двумерных графиков:**

1. Команда *Масштаб...* контекстного меню графика.
2. Выбрать для выделенного графика пункт *Изменение масштаба...* в подменю *График* меню *Формат*.

**Окно изменения масштаба:**

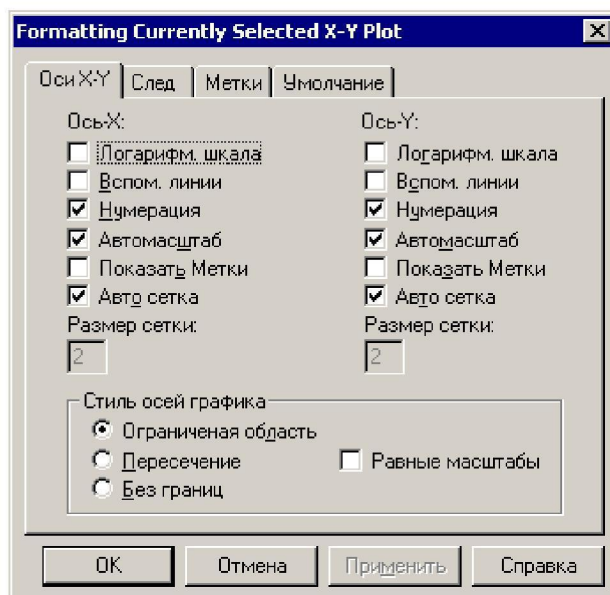


При этом в окне просмотра отображаются минимальные и максимальные значения X и Y, определяющие область просмотра. Кнопки *Масштаб+*, *Масштаб-* и *Обзор* позволяют увеличить выделенную часть графика, вернуться к виду графика до его последнего увеличения и вернуться к просмотру всего графика.

**Способы вызова окна форматирования двумерных графиков:**

1. Команда *Формат...* контекстного меню графика.
2. Выбрать для выделенного графика команду *Зависимость X-Y...* подменю *Графики* меню *Формат*.

**Окно форматирования двумерных графиков:**



Диалоговое окно форматирования имеет четыре вкладки:

- *Оси X-Y* – задание параметров отображения осей;
- *След* – задание параметров отображения линий графика;
- *Метки* – задание параметров отображения меток (надписей у осей);
- *Умолчание* – задание параметров по умолчанию.

#### **Вкладка Оси X-Y:**

- *Логарифмическая шкала* – установка логарифмического масштаба;
- *Вспомогательные линии* – вывод на экран линий сетки графика;
- *Нумерация* – вывод на экран цифровых данных по осям;
- *Автомасштаб* – автоматическое масштабирование графика;
- *Показать метки* – вывод делений по осям;
- *Авто сетка* – автоматическая установка масштабных линий;
- *Размер сетки* – установка заданного числа масштабных линий;
- *Стиль осей графика* – задание стиля отображения координатных осей:
  - *Ограниченная область* – оси в виде прямоугольника;
  - *Пересечение* – оси в виде креста;
  - *Нет* – отсутствие осей;
- флажок *Равные масштабы* позволяет установить одинаковые масштабы по осям графика.

### **Вкладка След:**

- *Имя в легенде* – указание названия графика у оси абсцисс;
- *Символ* – выбор символа для отметки базовых точек графика:

- *none* – без отметки;
- *box* – квадрат;
- *x's* – наклонный крестик;
- *dmnd* – ромб;
- *+ 's* – прямой крестик;
- *o's* – окружность.

- *Линия* – установка типа линий графика:

- *None* – линия не строится;
- *Dash* – пунктирная линия;
- *Solid* – непрерывная линия;
- *Dadot* – штрих-пунктирная линия.

- *Цвет* – установка цвета линий и базовых точек:

- *Red* – красный;
- *Cya* – голубой;
- *Blu* – синий;
- *Brn* – коричневый;
- *Grn* – зеленый;
- *Blc* – черный.

- *Тип* – установка типа графика:

- *Line* – построение линиями;
- *Points* – построение точками;
- *Err* – построение вертикальными точками с оценкой интервала погрешностей;
- *Bar* – построение в виде столбцов гистограмм;
- *Step* – построение ступенчатой линией;
- *Draw* – построение прямыми от точки до точки;
  - *Толщина* – установка толщины линии;
  - *Спрятать аргументы* – скрывает математические выражения на осях графика;
  - *Спрятать легенду* – скрывает имена кривых графика.

### **Вкладка Метки:**

- *Название* – установка титульной надписи к рисунку:

- *Сверху* – вывод названия графика над областью графика;
- *Ниже* – вывод названия графика под областью графика;
- *Показать название* – вывод на экран названия рисунка;



– *Метки осей* – вывод надписей по осям:

- *ось X* – установка надписи по оси X;
- *ось Y* – установка надписи по оси Y.

### **Вкладка Умолчание:**

- кнопка *Изменить по умолчанию* – позволяет отказаться от параметров, заданных на предыдущих вкладках, и вернуть их значения, установленные по умолчанию;
- флажок *Использовать для Умолчания* – позволяет сделать параметры, заданные на предыдущих вкладках, параметрами по умолчанию.

### **Задания:**

1. Используя упрощенный способ, построить графики функций и для каждого графика установить свои параметры форматирования:

а)  $y = 5x^{-2.5}$ ;      б)  $y = 1 - \sqrt{x}$ ;      в)  $y = \frac{1}{3} \cdot 2^{\frac{x-1}{2}} + 1$ ;

г)  $y = 1 + \lg(x + 2)$ ;      д)  $y = \sin\left(\frac{3\pi x}{4}\right)$ ;      е)  $y = \frac{\pi}{2} - \arccos(2x)$ ;

ж)  $y = -2^x + \cos(x)$ ;      з)  $y = x - \arctg(\tg(x))$ .

2. Вывести таблицы значений и построить графики функций в интервале  $[-15; 15]$  с шагом 0.01:

а)  $y = x^2$ ;      б)  $y = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 25x^2 - 0.3x + 0.1$ ;      в)  $y = x^3$ ;

г)  $y = \frac{x+1}{x-1}$ ;      д)  $y = \frac{1}{x+2} + \frac{3}{x^2+1}$ ;      е)  $y = \frac{1-x^3}{\sqrt{\pi}}$ .

3. Построить график функции в полярной системе координат по значениям полярного угла  $\varphi$ , принадлежащим отрезку  $[0; \pi]$  и меняющимся с шагом  $\pi/12$ :

- а)  $\rho = a\varphi$  (спираль Архимеда);
- б)  $\rho = a/\varphi$  (гиперболическая спираль);
- в)  $\rho = e^{a\varphi}$  ( $e = 2,718$ ) (логарифмическая спираль);
- г)  $\rho = a \cdot \sin(3\varphi)$  (трехлепестковая роза);

д)  $\rho = a \cdot \cos(2\varphi)$  (двухлепестковая роза);

е)  $\rho = a(1 - \cos(\varphi))$  (кардиоида).

Для каждого графика установить свои параметры форматирования и вывести в поле рисунка название графика и осей.

4. Построить график функции и указать ее период (использовать трассировку):

а)  $y = |\sin(x)| + |\cos(x)|$ ;      б)  $y = \frac{1}{2} \cos(2x)$ .

5. Построить фигуру, ограниченную линиями и вычислить ее площадь:

а)  $y = 2x$ ,  $y = (1+x)/x$ ,  $x = 3$ ;

б)  $y = 1 - x$ ,  $y = 3 - 2x - x^2$ ;

в)  $y = 2 \cos x$ ,  $y = 1$ ,  $x = -\pi/3$ ,  $x = \pi/3$ .

Координаты точек пересечения данных линий найти по рисунку.


6. Начертить график функции  $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 7$  на интервале  $[-4, 2]$  по значениям  $x$  через 0.2; по оси ординат выбрать масштаб в 20 раз меньший, чем по оси абсцисс. По графику найти наибольшее и наименьшее значения функции в интервале  $[-3, 2]$ . Выяснить в какой точке функция переходит от возрастания к убыванию. Найти точку пересечения графика функции с осью  $X$ .

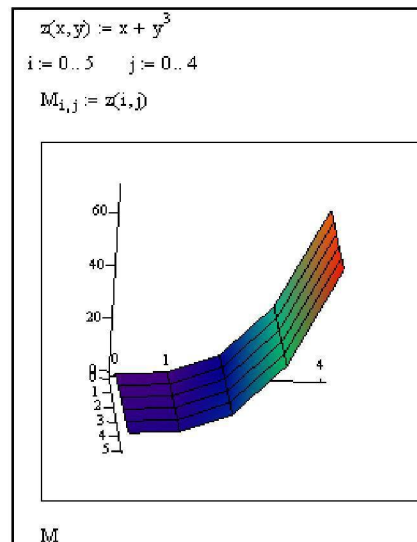
7. При изучении законов рассеивания шрапнели в теории стрельбы требуется построить график функции  $y = e^{A \cos^2 \alpha}$ . Выполнить построение при  $A = 2$ , давая  $\alpha$  значения от 0 до 90° через каждые 5°.

8. Стороны треугольника равны 1 см и 2 см. Построить график площади треугольника как функции угла  $x$ , заключенного между данными сторонами. Найти область определения этой функции и то значение аргумента  $x$ , при котором площадь треугольника наибольшая.


## ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ГРАФИКОВ

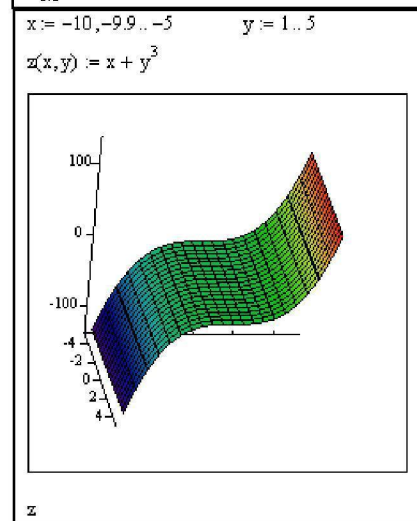
**Построение графика поверхности по заданной матрице аппликат точек:**

- задать функцию двух переменных  $x, y$ ;
- задать индексы для элементов матрицы;
- задать матрицу аппликат  $M_{i,j}$ ;
- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;
- ввести имя матрицы  $M$  на место ввода под осями;
- щелкнуть мышью вне пределов графика.




**Построение графика поверхности без задания матрицы:**

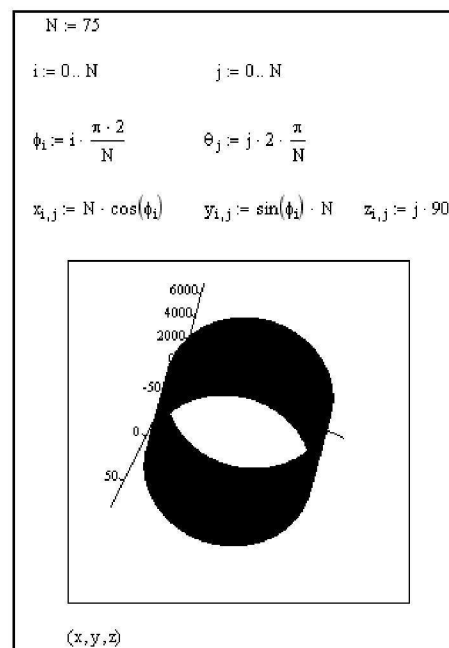
- определить значения ранжированных переменных  $x, y$  (необязательный шаг);
- определить функцию двух переменных  $z(x, y)$ ;
- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;



- ввести имя функции  $z$  на место ввода под осями;
- щелкнуть мышью вне пределов графика.


**Построение графика параметрически заданной поверхности:**

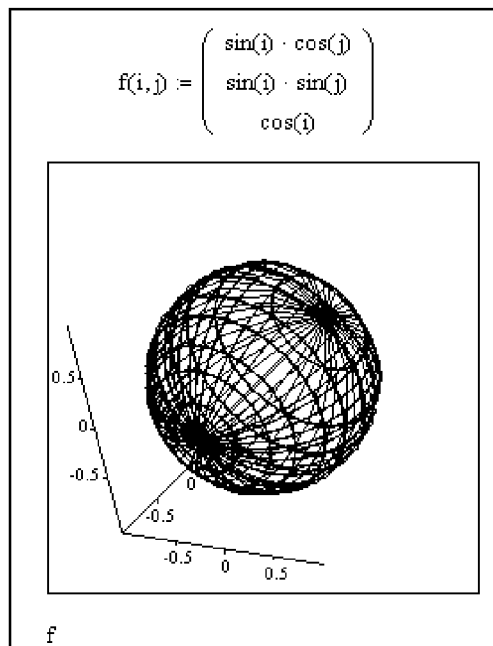
- задать матрицы, определяющие значения  $x, y, z$ ;
- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;
- ввести  $(x, y, z)$  на место ввода под осями;



- щелкнуть мышью вне пределов графика.

**Построение графика поверхности, заданной в векторной параметрической форме:**

- определить трехмерный вектор  $f$ , задающий поверхность;
- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;
- ввести имя функции  $z$  на место ввода под осями;
- щелкнуть мышью вне пределов графика.



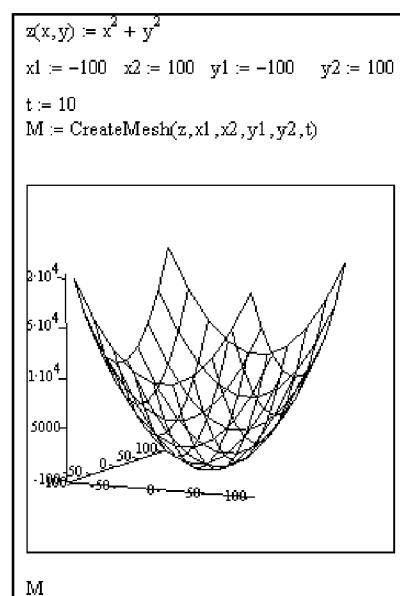
**Синтаксис функции CreateMesh:**


CreateMesh( $z, x1, x2, y1, y2, x, y, t$ ),

где  $z$  – функция двух переменных, задающая аппликаты поверхности;  $x1$  – левая граница отрезка изменения первого аргумента функции  $z$ ,  $x2$  – правая граница отрезка изменения первого аргумента функции  $z$ ,  $y1$  и  $y2$  – пределы изменения второго аргумента функции  $z$ ;  $t$  – аргумент, задающий число линий в изображаемой функции  $z$  (необязательный параметр);  $x$  и  $y$  указываются в том случае, если поверхность задается в векторной параметрической форме.

**Построение графика поверхности с помощью функции CreateMesh (поверхность задается уравнением):**

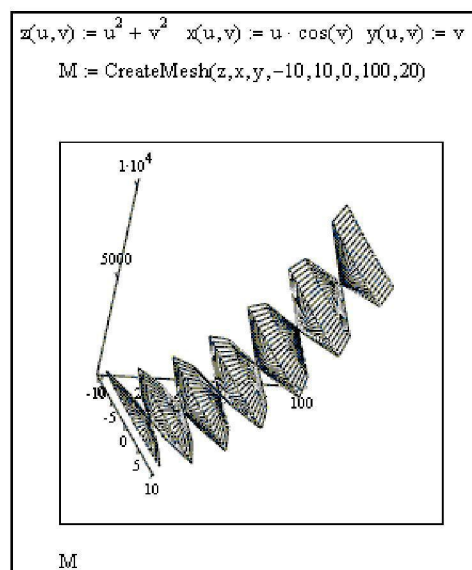
- определить функцию двух переменных  $z(x, y)$ ;
- задать пределы изменения переменных  $x, y$  ( $x1, x2, y1, y2$ ) и число линий в изображении –  $t$ ;




- с помощью функции CreateMesh создать матрицу поверхности  $M := \text{CreateMesh}(z, x1, x2, y1, y2, t)$ ;
- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;
- ввести имя матрицы  $M$  на место ввода под осями;
- щелкнуть мышью вне пределов графика.

**Построение графика поверхности с помощью функции CreateMesh (поверхность задается в векторной параметрической форме):**

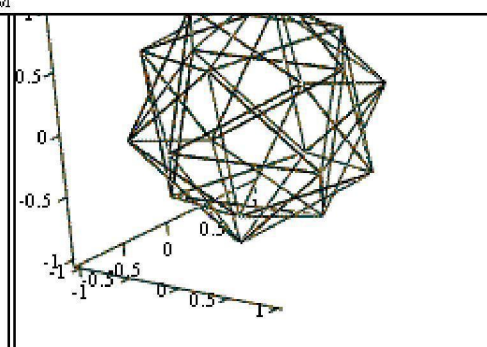
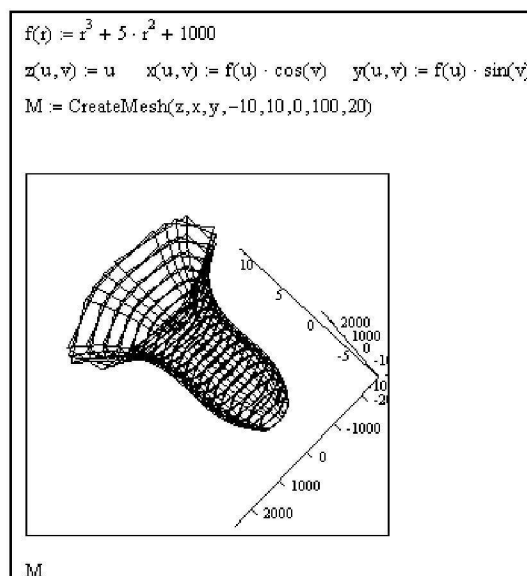
- определить функции двух переменных  $u$  и  $v$ , задающие абсциссы ( $x$ ), ординаты ( $y$ ) и аппликаты ( $z$ ) поверхности;
- задать пределы изменения переменных  $u, v$  ( $x1, x2, y1, y2$ ) и число линий в изображении –  $t$ ;
- с помощью функции CreateMesh создать матрицу поверхности  $M := \text{CreateMesh}(z, x, y, x1, x2, y1, y2, t)$ ;



- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;
- ввести имя матрицы  $M$  на место ввода под осями;
- щелкнуть мышью вне пределов графика.


**Построение поверхности, образованной вращением кривой вокруг оси OX:**

- задать функцию  $f$ , вращением которой будет построена поверхность;




- задать параметрически координаты  $x, y, z$  поверхности;
- задать границы изменения параметров, а также число линий сетки  $t$ ;
- построить поверхность с помощью функции CreateMesh.

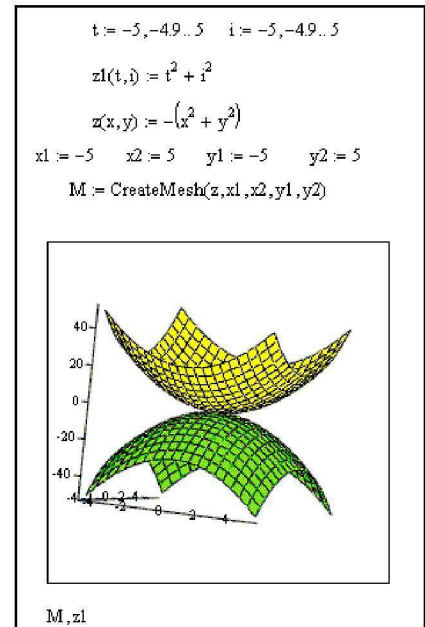
### Построение поверхностей с помощью функции Polyhedron:

- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;
- ввести Polyhedron("# $n$ "), где  $n$  – число от 1 до 80, на место ввода под осями;
- щелкнуть мышью вне пределов графика;

### Построение на одном графике нескольких

#### трехмерных объектов:

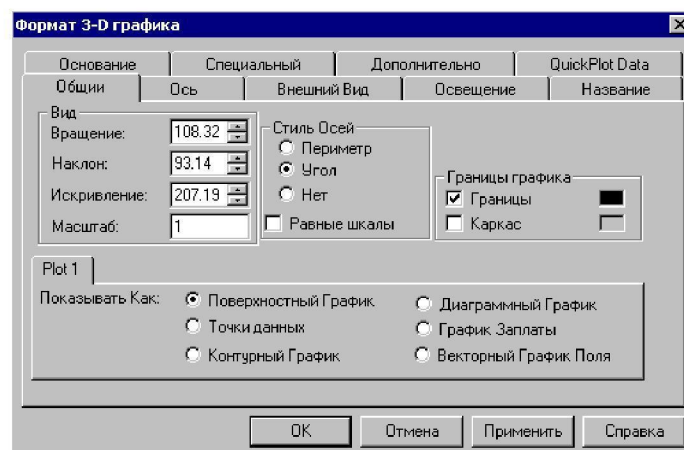
- щелкнуть шаблон трехмерного графика  на панели *Графики*;
- на месте ввода под осями указать поверхности, которые необходимо построить;
- щелкнуть мышью вне пределов графика.



### Способы вызова окна форматирования трехмерных графиков:

1. Контекстное меню рисунка – *Формат...* (или *Свойства*).
2. *Формат – График – 3D-график*.
3. Двойной щелчок на трехмерном графике.

### Окно форматирования трехмерных графиков:



**Вкладка Общие окна Формат 3D-графика** содержит следующие группы параметров:

1. *Вид:*

- *Вращение* – задает угол поворота (от -360 до 360 градусов);
- *Наклон* – задает угол наклона (от 0 до 180 градусов);
- *Искавление* – задает угол вращения (от -360 до 360 градусов);
- *Масштаб* – задает относительный размер (от 9.99999974737875e-005 до 10000, по умолчанию 1).

2. *Стиль осей:*

- *Периметр* – задает расположение осей по периметру;
- *Угол* – задает расположение осей в углу (по умолчанию);
- *Нет* – отменяет вывод осей;
- флажок *Равные шкалы* – задает равные масштабы по всем осям (по умолчанию отсутствует).

3. *Границы графика:*

- флажок *Границы* – показывает рамку вокруг рисунка (по умолчанию стоит), в прямоугольнике правее флажка можно установить цвет границы, щелкнув по нему левой клавишей мыши и выбрав нужный цвет;
- флажок *Каркас* – показывает описанный вокруг поверхности параллелепипед (по умолчанию отсутствует).

4. *Plot1* – переключатели типа фигуры (если фигур несколько, то для них будут вкладки *Plot2*, *Plot3* и т.д.).

**Вкладка Ось окна Формат 3D-графика** содержит следующие группы параметров для каждой из трех осей (вкладки *X-ось*, *Y-ось*, *Z-ось*):

1. *Сетки:*

- флажок *Рисовать линии* – задает вывод линий сетки;
- флажок *Рисовать метки* – задает вывод делений на осях по периметру каркаса;

- флажок *Автосетка* – осуществляет автоматический выбор числа делений на оси;
- *Цвет линии* – задает цвет линий сетки (при установке флажка *Рисовать линии*);
- *Число* – задает количество делений на оси (при отсутствии флажка *Автосетка*);
- *Толщина линии* – задает толщину линий сетки (при установке флажка *Рисовать линии*).

## 2. Формат оси:

- флажок *Нумерация* – задает вывод значений координат на оси;
- *Цвет оси* – задает цвет оси;
- *Толщина оси* – задает толщину оси.

## 3. Границы оси:

- флажок *Авто Шкала* – задает автоматическую установку масштаба;
- *Минимум* – задает значение минимальной координаты;
- *Максимум* – задает значение максимальной координаты.

**Вкладка Внешний вид окна Формат 3D-графика** содержит следующие группы параметров для каждой из поверхностей (вкладки *Plot1*, *Plot2* и т.д.):

1. *Параметры заливки* – установка параметров окраски поверхностей.

2. *Параметры линии* – установка параметров отображения линий поверхности и их окраски.

3. *Параметры точки* – установка параметров отображения точек поверхности и их окраски.

**Вкладка Освещение окна Формат 3D-графика** позволяет задать эффект освещения поверхности.

**Вкладка Название окна Формат 3D-графика** позволяет задать название рисунка и указать место его вывода.



**Вкладка Основание окна Формат 3D-графика** содержит 3 вкладки: *X-Y основание*, *Y-Z основание*, *X-Z основание* позволяющие задать параметры координатных плоскостей (цвет, линии сетки и т.д.).

**Вкладка Специальный окна Формат 3D-графика** содержит вкладки, относящиеся к каждой поверхности и позволяющие задавать такие параметры, как окраска и количество контурных линий, связь функциональной окраски с изменяющимися параметрами и др. Эти вкладки являются контекстно-зависимыми и их изменение возможно только для определенных видов графиков.

**Вкладка Дополнительно окна Формат 3D-графика** позволяет задать следующие параметры:

- флажок *Туман* – задает эффект дымки;
- флажок *Перспектива* – задает отображение поверхности в перспективе;
- *Вертикальная шкала* – задает масштаб по вертикали;
- *Дистанция обзора* – задает расстояние, с которого рассматривается фигура;
- группа параметров *Печать* – задает печать с обычным и повышенным качеством;
- группа параметров *Палитра* – задает параметры функциональной окраски по возрастанию значений координат точек вдоль осей X, Y, Z.

**Вкладка QuickPlot Data окна Формат 3D-графика** позволяет задать следующие параметры: система координат, начальное и конечное значение аргументов, количество линий сетки.

#### **Вращение трехмерного графика:**

- поместить указатель мыши в область графика;
- нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, двигать мышью в нужном направлении.

#### **Непрерывное вращение трехмерного графика:**

- поместить указатель мыши в область графика;
- нажать левую кнопку мыши и, удерживая нажатой клавишу *Shift*, двинуть мышью в нужном направлении.

**Удаление или приближение объекта:**

- поместить указатель мыши в область графика;
- нажать левую кнопку мыши и, удерживая нажатой клавишу *Ctrl*, двигать мышью в нужном направлении.

**Задания:**

1. Построить поверхности, задав матрицы аппликат:

а)  $z = \sin(x) + \cos(y)$ ;      б)  $z = x^5 / y$ ;      в)  $z = x^3 + y^2$ .

По-разному отформатировать поверхности (цвет, масштаб, освещение и т.д.).

2. Построить поверхности без задания матриц аппликат:

а)  $z = x^3 \cos(y)$ ;      б)  $z = \sin(x y)$ ;      в)  $z = x^2 - y^2$ .

По-разному отформатировать поверхности (цвет, освещение, масштаб и т.д.).

Каждую из поверхностей построить в трех различных системах координат (картезианской, сферической, цилиндрической).

3. Построить пучок плоскостей (не менее 3-х плоскостей).

4. Построить связку плоскостей (не менее 3-х плоскостей).

5. Построить параметрически заданные поверхности:

а)  $n=100$ ;  $i=0..100$ ;  $j=0..100$ ;  $\varphi_i=2\pi i/n$ ;  $\theta_j=2\pi j/n$ ;  $x_{i,j}=(5+2\cos(\theta_j))\cos(\varphi_i)$ ;  
 $y_{i,j}=(5+2\cos(\theta_j))\sin(\varphi_i)$ ;  $z_{i,j}=\sin(\theta_j)$ ;

б)  $n=100$ ;  $i=0..100$ ;  $j=0..100$ ;  $\varphi_i=2\pi i/n$ ;  $\theta_j=2\pi j/n$ ;  $x_{i,j}=(5+2\cos(\theta_j))\cos(\varphi_i)$ ;  
 $y_{i,j}=(5+2\cos(\theta_j))\sin(\varphi_i)$ ;  $z_{i,j}=0.1j$ .

6. Построить сферу с вырезом и задать название рисунка.

7. Построить тор с вырезом и осуществить его непрерывное вращение.

8. Используя функцию *Polyhedron*, построить все поверхности, номера которых кратны 11.

9. Построить поверхности, образованные вращением кривых

а)  $f(x)=x^2-8$ ;

б)  $f(x)=\cos(x)$ ;

в)  $f(x)=x^3$ .

10. Построить конус.

11. Построить эллипсоид.

### АНИМАЦИЯ ГРАФИКОВ

В системе Mathcad имеется встроенная переменная FRAME, принимающая целочисленные значения (по умолчанию она меняется от 0 до 9 с шагом 1). Любая функция, график которой планируется наблюдать в развитии, должна быть функцией этой переменной, означающей, по существу, просто номер текущего кадра. Диапазон изменения переменной FRAME задается в диалоговом окне, которое появляется при выборе команды *Анимация* меню *Вид*.

При создании анимационных рисунков все кадры строятся с одинаковыми координатами углов и, следовательно, с одинаковыми размерами и одинаковым положением на экране. Их вывод один за другим с заданной скоростью (по умолчанию 10 кадров в секунду) и создает «живую» картинку. Анимация осуществляется путем просмотра созданной последовательности кадров с помощью специального проигрывателя.

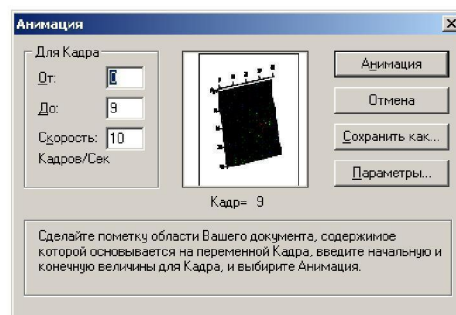
#### Этапы анимации графика:

1. Записать формулу, по которой будет построен график (в формуле должна присутствовать переменная FRAME или переменная, которая зависит от FRAME).

$\begin{aligned} g &:= 2\text{FRAME} \\ i &:= 0..40 \\ j &:= 0..40 \\ a_{i,j} &:= \sin\left(\frac{i}{5}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{i+j}{8}\right) + \exp\left[\frac{-(i-5-g)^2 - (j-10-g)^2}{50}\right] \end{aligned}$
--

2. Построить и отформатировать график данной функции так, чтобы при изменении аргументов функции ее график полностью помещался на рисунке и не требовал автоматического изменения масштаба:

- см. занятия 4 и 5;
- отключить все параметры автоматического масштабирования графиков.



3. Вывести диалоговое окно анимации:

- выбрать команду *Анимация* меню *Вид*.

4. В окне задать параметры анимации:

- в поле *От* надо задать начальное значение переменной FRAME;
- *До* – конечное значение переменной FRAME;
- *Скорость Кадров/Сек* задает частоту смены кадров;

– с помощью кнопки *Параметры* можно выбрать формат сжатия видеофайлов и систему работы с ними. Чем больше конечное значение переменной FRAME и выше частота кадров, тем более плавно происходит считывание, но увеличивается объем AVI-файлов;

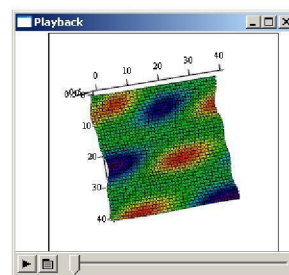
– выделить мышью нужный фрагмент изображения. Можно выделить любую часть графика и даже расположенные около него объекты, например, формулы;

- нажать кнопку *Анимация*.

5. Воспроизвести и сохранить анимированный рисунок:

– чтобы понаблюдать за изменением графика во времени надо щелкнуть в окне проигрывателя Playback на кнопке с изображением треугольника;

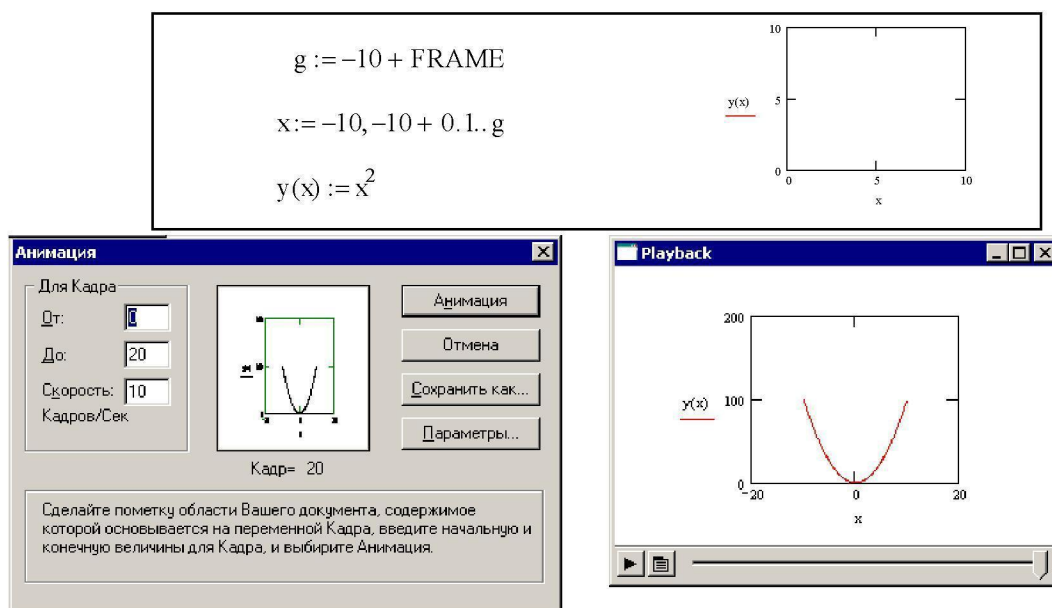
– щелкнуть по кнопке *Сохранить как...* диалогового окна *Анимация*. В появившемся



стандартном окне записи файлов на диск найти папку, в которую будет помещен записываемый файл. Файл записывается с расширением .avi,

принятым для файлов программной видеосистемы Microsoft Video for Windows

Например, анимируем функцию  $y = x^2$ .



### Задания:

#### 1. Анимировать функции:

а) указанные выше;

б)  $y = \cos(x)$ ;

в)  $z = \sin(x) \cdot \cos(y)$ ;

г)  $a_{i,j} := \exp \left[ \frac{-(i-5)^2 - (j-10)^2}{50} \right]$ .

2. Анимировать функцию  $y = \cos(x)$  таким образом, чтобы по графику данной функции перемещалась точка. Анимацию сохранить.

3. Анимировать и сохранить анимацию в отдельных \*.avi – файлах:

а) появление и увеличение выреза сферы;

б) увеличение радиуса сферы;

в) движение сферы по параболе;

г) преобразование сферы в эллипсоид.

4. Анимировать график поверхности, заданной параметрически, растягивая ее по оси z, сохранить полученный файл:

$$x(u,v) = \sin(u) \cdot \cos(v), \quad y(u,v) = \sin(u) \cdot \sin(v), \quad z(x,y) = v.$$


5. Анимировать преобразование графика плоскости в график гиперболического параболоида ( $z = x^2/a + y^2/b$ ), анимацию сохранить.

## СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

### **Инструменты для символьных вычислений:**

1. Меню *Символы*.
2. Панель инструментов *Символы*.

### **Способы вызова панели инструментов Символы:**

1. Меню *Вид – Панели инструментов – Символы*.
2. Кнопка *Символические операторы*  панели инструментов *Математика*.

### **Выделение объектов:**

1. Для перетаскивания объекта (выделение пунктирной линией):
  - установить указатель мыши на нужный объект;
  - нажать клавишу *Ctrl* или *Shift*;
  - щелкнуть левой кнопкой мыши;

или

- установить указатель мыши в верхний левый угол области, объекты которой нужно выделить;
- нажать левую клавишу мыши и, не отпуская ее, переместить указатель в нижний правый угол области.

2. Для выполнения символьных операций (выделение сплошной синей линией):
  - установить указатель мыши за выделяемую переменную;
  - щелкнуть левой клавишей мыши;
  - для выделения большей части выражения несколько раз нажать клавишу *Пробел*.

**Некоторые пункты меню Символы, используемые при работе с выделенным выражением:**

– *Расчеты* – преобразовать выражение с выбором вида преобразований (*Символические, С плавающей запятой... , Комплексные*);

– *Упростить* – выполнить такие операции, как приведение подобных слагаемых, приведение дробей к общему знаменателю, использование основных тригонометрических тождеств и т.д.;

– *Расширить* – раскрыть скобки и привести подобные слагаемые (для выделенного выражения);

– *Фактор* – разложить на множители (для целого числа – на простые множители);

– *Подобные* – раскрыть скобки и привести подобные слагаемые относительно выделенной части выражения;

– *Коэффициенты Полинома* – найти коэффициенты многочлена от выделенной переменной (получить вектор коэффициентов);

– *Переменные – Замена* – заменить выделенную переменную выражением, находящимся в буфере обмена;

– *Переменные – Дифференциалы* – продифференцировать выражение по выделенной переменной;

– *Переменные – Интеграция* – проинтегрировать данное выражение по выделенной переменной;

– *Переменные – Разложить на составляющие* – разложить данное выражение в ряд Тейлора относительно выделенной переменной;

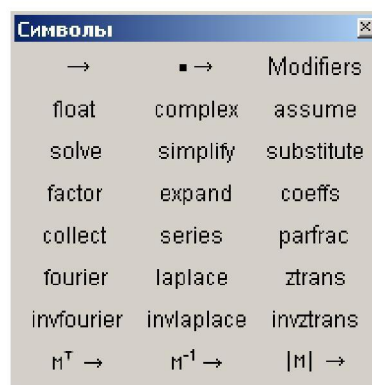
– *Переменные – Преобразование в Частичные Доли* – разложить выражение на элементарные дроби относительно выделенной переменной;

– *Матрицы – Транспонирование* – найти транспонированную матрицу;

– *Матрицы – Инвертировать* – найти обратную матрицу;

– *Матрицы – Определитель* – найти определитель матрицы.

## Панель инструментов Символы:



## Некоторые команды панели инструментов Символы:

→ – оператор символьного вывода (в символьных вычислениях является аналогом знака «=»);

*float* – преобразование в формат чисел с плавающей запятой;

*factor* – разложение выражения на элементарные дроби;

*collect* – раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых относительно данной части выражения;

*complex* – преобразования в комплексной форме;

*simplify* – упрощение выражений;

*expand* – раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых относительно данной переменной;

*series* – разложение в ряд по заданным переменным;

*substitute* – выполнение в заданном выражении указанной подстановки;

*coeffs* – возвращение вектора с коэффициентами многочлена;

*parfrac* – разложение на элементарные дроби;

$M^T \rightarrow$  – транспонирование матрицы;

$M^{-1} \rightarrow$  – нахождение обратной матрицы;

$|M| \rightarrow$  – вычисление определителя матрицы.



### Задания:

1. Вычислить предел и установить формат результата вычисления

*Техника:*

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 + 7}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 8x}{2x^2 - 7x^3}$ ;  
д)  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{2x}{\pi - x}$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - 2x + 8}{3x^2 + 1}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2x + 3}{\sqrt{25 - x^2} + 1}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin 2x}{2 \cos(\pi - x)}$ .

2. Найти разложение функции в ряд Тейлора:

- а)  $e^x$  (вывести на экран 6 членов ряда);  
б)  $\sin(x)$  (вывести на экран 6 членов ряда);  
в)  $\sin^2(x) + \cos^2(x)$  (с точностью до  $x^5$ );  
г)  $\sin^2(x) + \cos^3(x)$  (с точностью до  $x^{10}$ );  
д)  $\ln(x+10)$  (вывести на экран 10 членов ряда);  
е)  $(x+12)^{1/2}$  (с точностью до  $x^6$ ).

3. Найти первые три производные функции:

- а)  $f(x) = \sin(x^2)$ ; б)  $f(x) = \sin^3(x)$ ;  
в)  $f(x) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x)$ ; г)  $f(x) = \operatorname{tg}^3(x/2)$ ;  
д)  $f(x) = \frac{x}{2} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \operatorname{arcsin}(x)$ ; е)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$ ;  
ж)  $f(x) = x^n + n^x$ ; з)  $f(x) = (\operatorname{tg}(x) - \operatorname{ctg}(x))^2$ .

4. Написать уравнение касательной к функции в точке:

- а)  $y = x^2$ , (1,1); б)  $y = \sin(x)$ , ( $\pi$ ,0); в)  $y = x^3$ , (2,8).

5. Вычислить неопределенный интеграл:

- а)  $\int \sqrt{a^2 + b^2 x^2} x dx$ ; б)  $\int a^{x^3} x^2 dx$ ;  
в)  $\int \frac{7 dx}{\sqrt{3-5x^2}}$ ; г)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ .

6. Вычислить обратную и транспонированную матрицы и их определители:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & s \\ a & 0 & 0 \\ 3 & 2 & s \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & s \\ a & a & a \\ s & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

7. Осуществить подстановку  $b = \sin\left(\sqrt{\frac{\lg a + x^2}{a^3 + 1264 - \xi}}\right) + \sum_x \lg \frac{1}{x^2 + a^2}$ :

$$\text{а) } \sqrt{a^2 + b^2 x^2}; \quad \text{б) } \sin(a + b); \quad \text{в) } \sqrt[3]{\frac{x + b}{a + b}}; \quad \text{г) } a^2 + b^2.$$

8. Упростить выражение:

$$\text{а) } \sqrt{(-22)^2}; \quad \text{б) } 2\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{20}; \quad \text{в) } \frac{1 - b^{-1} + b^{-2}}{1 - b + b^2};$$

$$\text{г) } \frac{abc - 5ab - 4ac + 20c - 3bc + 15b + 12c - 60}{(c - 5)(a - 3)};$$

$$\text{д) } \sin^2(x) + \cos^2(x); \quad \text{е) } \frac{-5}{x} + \frac{5}{(x-1)} - \frac{5}{(x-1)^2} + \frac{6}{(x-1)^3} - \frac{4}{(x-1)^4}.$$

9. Разложить на множители:

$$\text{а) } abc - 5ab - 4ac + 20c - 3bc + 15b + 12c - 60; \quad \text{б) } 12345; \quad \text{в) } 56743;$$

$$\text{г) } 142; \quad \text{д) } 1 - 2\cos^2(x) + \cos^4(x); \quad \text{е) } x^3 - 6x^2 + 21x - 52; \quad \text{ж) } a^4 - 8a^2 + 16.$$

10. Разложить на элементарные дроби:

$$\text{а) } \frac{a+b}{c}; \quad \text{б) } \frac{x^2 - 5}{x(x-1)^4}; \quad \text{в) } \frac{x^4}{x^2 + 1}; \quad \text{г) } \frac{x+2}{x^2 + 5x - 6}.$$

## КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

Комплексное число  $z$  задается в алгебраической форме как  $a+bj$ , где  $j$  (или  $i$ ) – мнимая единица,  $a$  – действительная часть комплексного числа,  $b$  – мнимая часть. Знак умножения между мнимой частью комплексного числа и мнимой единицей не ставится. Ввод мнимой части обязателен (даже если  $b=1$ ).

Если  $\text{Re}(z)/\text{Im}(z) > 10^n$ , то  $z$  выводится как действительное число ( $z = \text{Re}(z)$ ).  
 Если  $\text{Im}(z)/\text{Re}(z) > 10^n$ , то  $z$  выводится как мнимое число ( $z = \text{Im}(z)$ ). Здесь  $n$  – порог для комплексного числа.

**Задание порога для комплексного числа:** *Формат – Результат...* – вкладка *Тертичность* – поле *Порог комплекса*.

**Некоторые функции комплексного аргумента:**

–  $\bar{z}$  – вычисление комплексно сопряженного числа (комплексное сопряжение выводится символом двойной кавычки после имени переменной);

–  $|z|$  – вычисление модуля комплексного числа (знак модуля находится на панели инструментов *Арифметика*);

–  $\text{arg}(z)$  – вычисление аргумента комплексного числа (в радианах);

–  $\text{Im}(z)$  – вычисление мнимой части комплексного числа;

–  $\text{Re}(z)$  – вычисление действительной части комплексного числа;

–  $\text{csgn}(z)$   $\left( \text{csgn}(z) = \begin{cases} 0, & \text{если } z = 0 \\ 1, & \text{если } \text{Re}(z) > 0 \text{ или } \text{Re}(z) = 0 \text{ и } \text{Im}(z) > 0 \\ -1, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \right)$  – функция

знака комплексного числа.

**Задания:**

1. Вычислить значение аргумента, модуль, сопряженное число, функцию знака, мнимую и действительную части следующих чисел:

а) 2;      б) -1;      в)  $i$ ;      г)  $\sqrt[3]{-1+i}$ ;      д)  $\frac{(1-i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{50}}$ ;

е)  $\sqrt{\arcsin(3) - \arccos(17)}$ ;      ж)  $\sum_{k=-20}^{10} \arcsin(k)$ ;      з)  $\prod_{a=1}^{37} a + ai$ .

2. Записать числа задания 1 в тригонометрической форме.

3. Найти частные производные по  $x$  и  $y$ :

а)  $\cos(x) + \sin(y)i$ ;      б)  $x^2 + \text{tg}(x y)i$ ;

в)  $\ln(x^2 + y) + x \sin(y)i$ ;      г)  $e^y + \ln(x^2)i$ .

## РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ

### Поиск корня нелинейного уравнения вида $F(x)=0$ :

– задать погрешность вычисления, т.е. определить значение системной переменной TOL (по умолчанию – 0.001);

– задать первое приближение, т.е. задать начальное значение переменной, в которой будет храниться корень уравнения;

– записать функцию root в виде:

root (Выражение, Имя\_переменной)  
или  
root(Выражение, Имя\_переменной,  $a$ ,  $b$ ),

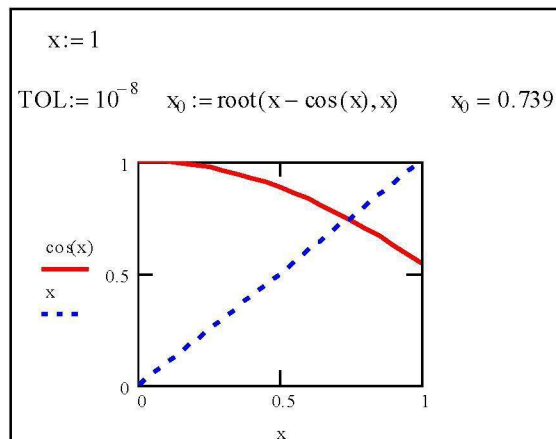
где *Выражение* – функция  $F(x)$ , *Имя\_переменной* – переменная, относительно которой ищется корень (в нашем случае –  $x$ ),  $a$  и  $b$  – границы интервала, на котором ищется корень (при их задании первое приближение можно не задавать).

Эта функция возвращает с точностью, заданной TOL, одно из значений переменной (ближайшее к начальному), при котором выражение равно 0.

Например,  $\text{root}(x^2-9, x, 0, 5) = 3$ .

### Поиск всех корней многочлена:

– задать вектор-столбец из коэффициентов многочлена (начиная со свободного члена);



– записать функцию polyroots (вектор\_коэффициентов).

Данная функция

$$3x^3 - 10x^2 + 13x + 14 = 0$$

$$V := \begin{pmatrix} 14 \\ 13 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix} \quad k := \text{polyroots}(V) \quad k = \begin{pmatrix} -0.667 \\ 2 - 1.732i \\ 2 + 1.732i \end{pmatrix}$$

возвращает вектор всех корней многочлена степени n, коэффициенты которого находятся в векторе-столбце, имеющем длину n+1.

### Способы решения систем линейных уравнений вида $A \cdot X = B$ :

1. С помощью векторных и матричных операторов (например, по формуле  $X = A^{-1} \cdot B$ ).

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & -3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 11 \\ 11 \\ 24 \end{pmatrix}$$

$$X := A^{-1} \cdot B \quad X1 := \text{Isolve}(A, B)$$

2. С помощью функции Isolve(A,B), которая возвращает вектор X для системы линейных уравнений  $A \cdot X = B$

$$X = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad X1 = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

при заданной матрице коэффициентов A и векторе свободных членов B.

### Решение систем уравнений с помощью блока Given

Блок Given имеет следующую структуру:

Начальные условия

Given

Уравнения

Ограничительные условия (можно не задавать)

Выражения с функциями *Find*, *Minerr*.

Начальные условия определяют начальные значения искомых переменных и задаются в виде имя\_переменной:=значение. Если переменных несколько, то используется векторное представление для начальных условий. Уравнения задаются в виде  $f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1, \dots, x_n)$  с применением жирного знака равенства (=) между левой и правой частями каждого уравнения. (Жирный знак равенства находится на панели инструментов Булево).

Ограничительные условия обычно задаются в виде неравенств или равенств, которым должны удовлетворять неизвестные системы.

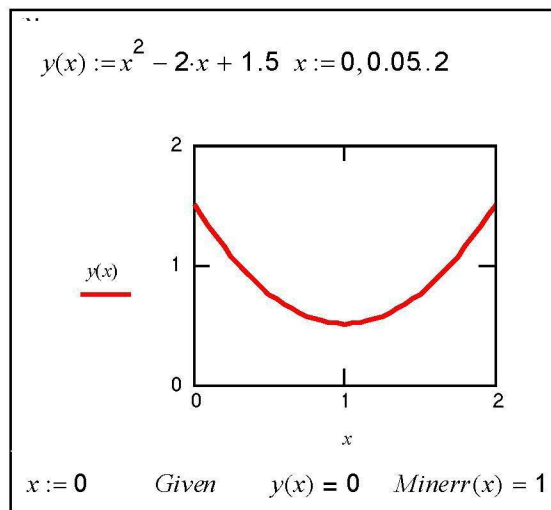
Функция  $Find(x_1, \dots, x_n)$  возвращает решение системы с точностью, заданной в переменной TOL. Используется в случае, когда решение реально существует.

Функция  $Minerr(x_1, \dots, x_n)$  пытается найти максимальное приближение даже к несуществующему решению путем минимизации среднеквадратичной погрешности решения.

Например,

```
x := 1      y := 1
Given
      x3 + y3 = 7
      (x - 1)(y - 1) = -2
      ( x ) := Find(x, y)   x = -1   y = 2
      ( y )
```

**вольного решения уравнений:**



**С  
ПОС  
ОБЫ  
СИМ**

1. Если задано некоторое выражение  $F(x)$  и выделена переменная  $x$ , команда *Символы – Переменные – Вычислить* возвращает символьные значения указанной переменной  $x$ , при которых  $F(x) = 0$ .

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$\left[ \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left[ -b + (b^2 - 4 \cdot a \cdot c)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \right], \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot \left[ -b - (b^2 - 4 \cdot a \cdot c)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \right] \right]$$

2. С помощью оператора  $solve, x \rightarrow$ .
3. С помощью блока  $Given \dots Find(\dots) \rightarrow$ .

**Задания:**

1. Решить системы линейных уравнений в матричной форме:

- |                              |                                 |
|------------------------------|---------------------------------|
| а) $x_1 - x_2 + 2x_3 = 11$   | б) $x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 4$      |
| $x_1 + 2x_2 - x_3 = 11$      | $2x_1 + x_2 - 3x_3 = -1$        |
| $4x_1 - 3x_2 - x_3 = 24;$    | $3x_1 - 2x_2 + x_3 = 11;$       |
| в) $(1 - i)x - (3 + i)y = 4$ | г) $(1 + i)x - 2iy = -2$        |
| $5x - (4 + 2i)y = 9 + 2i;$   | $(1 - i)x + (2 - i)y = 3 - 3i.$ |

2. С помощью функции  $root$  найти действительные корни уравнений, построить графики:



Переменные, указанные в списке параметров функции, являются *локальными*, поэтому их можно не определять до задания функции. Если переменная не указана в списке параметров функции, то она должна быть определена до задания функции.

Например,  $A := 10$   
 $\text{Fun}(x) := A \cdot (1 - \exp(x))$

Еще один способ определить переменную – сделать ее *глобальной*, используя символ  $\equiv$  (символ глобального присваивания). Тогда эту переменную можно определить и после задания функции, так как глобальная переменная может быть определена в любом месте документа.

Например,  $\text{Fun}(x) := A \cdot (1 - \exp(x))$   
 $A \equiv 10$

**Задания:**

1. Вычислить  $z$  – сумму значений функций

$$z = f(a,b) + f(a^2,b^2) + f(a^2-1,b) + f(a-b,b) + f(a^2+b^2,b^2-1),$$

$$\text{где } f(u,t) = \begin{cases} u^2 + t^2, & \text{если } u > 0, t > 0; \\ u^2 - t^2, & \text{если } u \leq 0, t \leq 0; \\ u - t, & \text{если } u > 0, t \leq 0; \\ u + t, & \text{если } u \leq 0, t > 0. \end{cases}$$

а)  $a = 2.5, b = -7.3;$

б)  $a = -0.5, b = 4.2;$

в)  $a = -0.2, b = 0.42;$

г)  $a = 23.7, b = 41.2.$

2. Вычислить  $z$  – сумму значений функций

$$z = f(\sin(x)+\cos(y),x+y) + f(\sin(x),\cos(y)) + f(x-y,x) + f(\sin^2(x)-2,a) + f(a+3,b^2-1),$$

$$\text{где } f(u,t) = \begin{cases} u + t, & \text{если } u > 1; \\ u - t, & \text{если } 0 \leq u \leq 1; \\ t - u, & \text{если } u < 0. \end{cases}$$

а)  $a = 2.5, b = -7.3;$

б)  $a = -0.5, b = 4.2;$



в)  $a = -0.2, b = 0.42;$

г)  $a = 23.7, b = 41.2.$

3. Вычислить значения функций при  $x = 5, y = -10$ :

а)  $F(x,y) = (\sin(x)+\cos(y)-\operatorname{tg}(x\cdot y))\cdot\operatorname{md}(x,y);$       б)  $Z(x,y) = \frac{|5x^2 - 25yx|}{\sqrt{\operatorname{md}(x,y)}};$


в)  $H(x,y) = e^x + \operatorname{md}(x,y) - 5\ln(y),$  где  $\operatorname{md}(x,y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^3 - y^3}.$

### ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СРЕДЕ MATHCAD

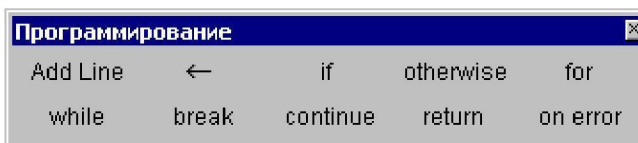
Программный модуль в системе Mathcad является телом функции пользователя и выделяется в тексте жирной вертикальной чертой.

#### Способы вызова панели инструментов Программирование:

1. Меню *Вид – Панели инструментов – Программирование.*

2. Кнопка  (*Инструменты программирования*) на панели инструментов *Математика.*

#### Панель инструментов Программирование:



*Add Line* – добавляет новую строку в программный блок.

$\leftarrow$  – в программе играет роль знака присваивания (локальное присваивание), например,  $a \leftarrow 5, r \leftarrow a^2 + 5 + \sin(b),$  при этом, при выходе из программы, значения переменных, к которым применялось локальное присваивание, будут потеряны.

*if* – ветвление в неполной форме. Задается в виде:


выражение if условие

Если условие выполняется, то возвращается значение выражения.

Например,

$$f(x) := \begin{cases} -1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ 1 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

Если при выполнении условия нужно выполнить несколько операторов, то выделяют выражение, стоящее перед оператором *if* и щелкают по кнопке *Add Line*.

В условной конструкции можно использовать составное условие. Для его создания нужно воспользоваться панелью инструментов *Булево*, вызвать которую можно через панель инструментов *Математика* (кнопка ).

*otherwise* – иначе в ветвлении в полной форме. Задается в виде:

выражение *otherwise*

Для вставки еще одного оператора в ветвь *otherwise* поступают также, как и в случае ветвления в неполной форме. Например,

$$f(x,y) := \begin{cases} \text{if } y < 0 \wedge x < 0 \\ \quad \begin{cases} s \leftarrow 2 \\ h \leftarrow 4 \end{cases} \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{cases} s \leftarrow 1 \\ h \leftarrow 0 \end{cases} \\ s + h \end{cases}$$

*for* – цикл с параметром. Задается в виде:

*for* параметр ∈ начальное значение .. конечное значение

где параметр цикла изменяется от начального значения до конечного с шагом 1. Например,

$$f(x,y) := \begin{cases} s \leftarrow 0 \\ p \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 2..5 \\ \quad \begin{cases} s \leftarrow s + x + y \\ p \leftarrow p \cdot x \end{cases} \\ s + p \end{cases}$$

Если в цикле нужно использовать несколько операторов, то выделяют первый оператор и нажимают *Add Line*.

*while* – цикл с предусловием. Задается в виде:

*while* условие

Например,

$$f(x,y) := \left| \begin{array}{l} s \leftarrow 0 \\ \text{while } x \leq y \\ \quad \left| \begin{array}{l} y \leftarrow y - x \\ s \leftarrow s + 1 \end{array} \right. \\ s \end{array} \right.$$

*break* – выход из ветвления, цикла или программы.

*continue* – используется для возврата в точку прерывания и продолжения работы программы.

*return* – прерывает работу программы и возвращает значение следующего за ней операнда. Например,

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} \text{return "chetnoe"} \quad \text{if } (\text{mod}(x,2)) = 0 \\ \text{return "nechetnoe"} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \quad \text{или} \quad f(x) := \left| \begin{array}{l} s \leftarrow x_0 \\ \text{for } i \in 0..3 \\ \quad x_i \leftarrow x_{(i+1)} \\ x_4 \leftarrow s \\ \text{return } x \end{array} \right.$$

*on error* – позволяет создавать процедуры обработки событий. Задается в виде: `выражение1 on error выражение2`

Если при выполнении выражения1 возникает ошибка, то выполняется выражение2.

### Задания:

1. Написать программу, которая осуществляет циклическую перестановку элементов вектора размерности 5, при которой *i*-ый элемент перемещается на место *i+1*-го, а последний – на место первого.
2. Написать программу, которая выясняет, является ли матрица симметрической.
3. Написать программу, которая выясняет, является ли число совершенным.
4. Написать программу, которая выясняет, является ли число простым.
5. Найти наибольшее число Фибоначчи, меньшее данного.
6. Написать программу, которая по данным числам *a*, *b*, *c* выясняет можно ли построить треугольник с такими длинами сторон.

7. Если данное число  $n$  является простым, то построить для него число Мерсена  $(2^n - 1)$ .

8. Написать программу, которая выясняет, являются ли данные два числа дружественными.

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1. Вычислить значение функции при  $x = 1,23$ .

$$y = \cos \pi x + \sin(x + 5x)$$

$$y = x + x^2 + (x^{3+x} - e^x)^{\cos x}$$

$$y = (\sin x + \cos x) / 3 + \tan(4 + 3x)$$

$$y = \lg x / \ln x - 3x + 85 - x$$

2. Вычислить значение выражения при различных значениях входящих в него параметров.

$$z(a, b, c) = f(a^3, b, -\sin(c)) - f(a * b * c, a, a) + 12 * f(b, c, \ln |a + b + c|),$$

$$\text{где } f(a, b, c) = \begin{cases} a + b + c, & \text{если } a + b + c < 7 \\ a - b - c, & \text{если } 7 \leq a + b + c < 15 \\ -a + b + c, & \text{если } a + b + c \geq 15 \end{cases}$$

$$a = 2, b = 3.2, c = -3.2$$

$$a = -2.4, b = 0.2, c = -1.324$$

$$a = 0.22, b = 1.2, c = 12.2$$

3. Вычислить сумму и произведение элементов матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & 12 & 4 \\ 10 & -2 & 12 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 12 \\ 3 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 13 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 78 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 39 & 12 \\ 0 & -12 & 6 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Вычислить сумму, разность и произведение двух матриц.

$$\begin{pmatrix} 3 & 12 & 4 \\ 10 & -2 & 12 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 & 12 \\ 3 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 12 & 4 \\ 10 & -2 & 12 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 13 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 78 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 12 & 4 \\ 10 & -2 & 12 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 39 & 12 \\ 0 & -12 & 6 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 12 & 4 \\ 10 & -2 & 12 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 12 & 4 \\ 10 & -2 & 12 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 12 \\ 3 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & -18 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 13 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 78 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 12 \\ 3 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & -18 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 39 & 12 \\ 0 & -12 & 6 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 13 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 78 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 13 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 78 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить сумму, разность и произведение элементов матрицы, стоящих на главной диагонали.

$$\begin{pmatrix} 3 & 12 & 4 \\ 10 & -2 & 12 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 12 \\ 3 & 2 & 8 \\ -2 & -3 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 13 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 78 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 39 & 12 \\ 0 & -12 & 6 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Решить уравнение с наперед заданной точностью  $\epsilon$  с помощью метода бисекции:

$$\sin x - x + 1 = 0; \quad \epsilon = 0.0001;$$

$$\cos x + x - 1 = 0; \quad \epsilon = 0.001;$$

$$x + \lg x = 2; \quad \epsilon = 0.01;$$

$$\cos x + x = 0; \quad \epsilon = 0.1;$$

$$\cos x - x = 0; \quad \epsilon = 0.01;$$

$$\sin 2x - \ln x = 0; \quad \epsilon = 0.0001;$$

$$8x + \operatorname{arctg} x = 0; \quad \epsilon = 0.00001;$$

7. Решить систему линейных уравнений с основной матрицей  $A$  и столбцом свободных членов  $b$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0.68 & 0.05 & -0.11 & 0.08 \\ 0.21 & -0.13 & 0.27 & -0.8 \\ -0.11 & -0.84 & 0.28 & 0.06 \\ -0.08 & 0.15 & -0.5 & -0.12 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2.15 \\ 0.44 \\ -0.83 \\ 1.16 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4.4 & -2.5 & 19.2 & -10.8 \\ 5.5 & -9.3 & -14.2 & 13.2 \\ 7.1 & -11.5 & 5.3 & -6.7 \\ 14.2 & 23.4 & -8.8 & 5.3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4.3 \\ 6.8 \\ -1.8 \\ 7.2 \end{pmatrix}$$

1 2 3 4 5

3

$$A = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{matrix} \quad b = \begin{matrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{matrix}$$

8. Вычислите неопределенный интеграл (результат проверить дифференцированием), первую и вторую производные следующих функций:

$$y = e^{\sin x} \sin 2x$$

$$y = \cos 3x / (4 + \sin 3x)$$

$$y = e^x \ln(1 + 3e^x)$$

$$y = x \arcsin 1/x$$

$$y = \ln \operatorname{ctg} 2x$$

$$y = (e^{\cos x} + 3)^2$$

$$y = 0.3 \sin x / \cos^2 x$$

9. Постройте график функции.

$$y = e^{\sin x} \sin 2x$$

$$y = \cos 3x / (4 + \sin 3x)$$

$$y = e^x \ln(1 + 3e^x)$$

$$y = x \arcsin 1/x$$

$$y = \ln \operatorname{ctg} 2x$$

$$y = (e^{\cos x} + 3)^2$$

$$y = 0.3 \sin x / \cos^2 x$$

10. Найдите предел функции.

$$y = (1 - 2x) / (3x - 2) \text{ при } x \rightarrow \infty$$

$$y = (x^3 + 1) / (2x^3 + 1) \text{ при } x \rightarrow \infty$$

$$y = 5x \operatorname{ctg} 3x \text{ при } x \rightarrow 0$$

$$y = (7 - 6x)^{x/(3x-3)} \text{ при } x \rightarrow 1$$

11. Вычислить значение определенного интеграла.

$$\int_{1.20}^{4.11} \frac{1}{x^6 + 1} dx$$

$$\int_{1.4}^{5.61} \frac{3+x}{x^5+4x^2-8} dx$$

$$\int_{1.999}^3 \frac{x^2+7}{-14x^2+15} dx$$

$$\int_{2.95}^{11} \frac{x^2-3}{x^7-0.17x} dx$$

$$\int_{0.005}^{1.215} \frac{5x+6}{0.1x^4+0.31} dx$$

12. Построить график функции, произвести форматирование шаблона (растянуть график, изменить цвет линий, увеличить их толщину и т.д.)

$$y = 2e^{-x/20}x^2 + 20x - 5 \quad x \in [-10,10]$$

$$y = \sin^3 x$$

$$y = \frac{\sin x}{x} \quad x \in [-15,15] \quad h = 1.2$$

$$y = \sin \frac{45}{x} \quad x \in [-15,15] \quad h = 0.05$$

$$y = \arccos x - 5x$$

$$y = \ln x + (x+1)^2$$

$$y = 2 \lg x - \frac{x}{2} + 1$$

$$y = \ln \frac{x}{3} - \cos \frac{\pi x}{4}$$

13. В одной плоскости построить график функций и произвести форматирование.

$$y = \sin x, \quad y1 = 0.25x, \quad y2 = 3 \sin 4x$$

$$y = \sin^3 x, \quad y1 = \sin^2 x, \quad y2 = \cos x$$

14. Задать одномерный массив, элементами которого являются значения функции  $f_i = -2 \sin x_i + 8$ ,  $x_i = 4i$ ,  $i = \overline{0.5}$ . Распечатать все элементы массива на экране и найти произведение четных элементов массива.



15. Построить поверхность, произвести ее заливку, включить освещение, произвести вращение, увеличить изображение.

$$z = x^2 + y^2$$

$$z = \cos(xy)$$

$$z = \sin(xy)$$

$$z = \cos x + \sin y$$

$$z = -(x^2 + y^2)$$

$$z = x^2 - \cos y$$

16. Построить поверхности в одном пространстве.

$$z = x^2 + y^2, z = -(x^2 + y^2)$$

$$z = \cos(xy), z = \sin(xy)$$

17. Дано уравнение прямой  $Ax + By = C$ , на которой лежит сторона квадрата. Дана точка  $M$ , являющаяся пересечением диагоналей этого квадрата. Написать уравнение и построить графики трех прямых, на которых лежат остальные стороны квадрата.

18. Дано уравнение плоскости  $Ax + By + Cz = D$ . Построить плоскость, параллельную заданной и отстоящую от нее на расстоянии  $R$  (изобразить графически).

19. Исследовать функцию  $y = f(x)$  (непрерывность, четность, выпуклость, точки перегиба и т.д.).

20. Кривая задана уравнением  $y = f(x)$ . Построить график этой кривой и вычислить ее длину между точками  $(a, f(a))$  и  $(b, f(b))$ .

21. Найти площадь фигур, ограниченных линиями: параболой  $y = 2x - x^2$  и осью  $Ox$ .

22. Составить программу, определяющую, является ли число  $N$  простым.

23. Составить программу канонического разложения числа  $N < 1000$  на простые множители.

24. Написать программу, вычисляющую модуль числа.

25. Написать программу для вычисления суммы чисел и диапазона от 1 до  $n$ .

26. Написать программу для вычисления произведения чисел и диапазона от 1 до  $n$ .

27. Написать программу для вычисления факториала  $n!$  при  $n > 0$ .

28. Написать программу для вычисления суммы делителей числа.

29. Написать программу, отвечающую на вопрос, является ли число совершенным.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Вычислить значения выражений:

а)  $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ ;

б)  $\frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt[3]{2}}$ .

2. Вычислить значения функций в точке  $x = 5$ :

а)  $y(x) = \frac{x^7 + 2}{(x^2 + x + 1)^2}$ ;

б)  $y(x) = \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x}$ ;

в)  $y(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ .

3. Вычислить  $A + B$ ,  $AB$ ,  $BA$ ,  $3A$ , если:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;

4. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

5. Вычислить обратную для следующей матрицы:  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

6. Транспонировать матрицу:  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ .

7. Вычислить определенный интеграл:  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \sin^2 x dx$ .

8. Вычислить сумму и произведение первых 100 членов ряда:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} + \dots$$

9. Вычислить двойные и тройные интегралы:

а)  $\int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2)^2 dy dx$ ;

б)  $\int_0^1 \int_0^x \int_0^y (x \cdot y \cdot z) dz dy dx$ .

10. Построить графики функций и для каждого графика установить свои параметры форматирования:

а)  $y = 5x^{-2.5}$ ;

б)  $y = -2^x + \cos(x)$ .

11. Построить поверхности:

а)  $z = \sin(x) + \cos(y)$ ;

б)  $z = x^5 / (y+100)$ .

12. Вычислить предел:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 + 7}$ ;

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x}.$$

13. Найти первые три производные функции:

$$\text{а) } f(x) = \sin(x^2);$$

$$\text{б) } f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3}.$$

14. Вычислить неопределенный интеграл:

$$\text{а) } \int \sqrt{a^2 + b^2 x^2} x dx;$$

$$\text{б) } \int a^{x^3} x^2 dx.$$

15. Вычислить обратную и транспонированную матрицы и их определители:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & s \\ a & a & a \\ s & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

16. Решить системы линейных уравнений в матричной форме:

$$\text{а) } x_1 - x_2 + 2x_3 = 11$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 11$$

$$4x_1 - 3x_2 - x_3 = 24;$$

$$\text{б) } x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 = -1$$

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 = 11.$$

17. С помощью функции  $\text{root}(f(x), x)$  при начальном значении  $x=0$  найти действительные корни уравнений:

$$\text{а) } |x+4| + |x-4| - x - 7 = 0;$$

б)  $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} - 3 = 0$ .

18. Используя функцию if вычислить  $z$  – сумму значений функций

$$z(a,b) = f(a,b) + f(a^2,b^2) + f(a^2-1,b) + f(a-b,b) + f(a^2+b^2,b^2-1),$$

$$\text{где } f(u,t) = \begin{cases} u^2 + t^2, & \text{если } u > 0, t > 0; \\ u^2 - t^2, & \text{если } u \leq 0, t \leq 0; \\ u - t, & \text{если } u > 0, t \leq 0; \\ u + t, & \text{если } u \leq 0, t > 0. \end{cases}$$

а)  $a = 2.5, b = -7.3$ ;

б)  $a = -0.5, b = 4.2$ .

19. Написать программу, которая по данным числам  $a, b, c$  выясняет можно ли построить треугольник с такими длинами сторон.

**ИЗДАТЕЛЬСКАЯ  
СИСТЕМА  
LATEX 2 $\epsilon$**

## НАБОР ТЕКСТА В $\text{\LaTeX}$ 2 $\epsilon$

### 1. Исходный файл и этапы его преобразования.

Исходный файл для системы  $\text{\LaTeX}$  представляет собой собственно текст документа вместе со спецсимволами и командами, с помощью которых системе передаются указания касательно размещения текста. Этот файл можно создать любым текстовым редактором, но при этом необходимо, чтобы в итоге получился так называемый "чистый" текстовый файл (ASCII-файл, т.е. текст не должен содержать шрифтовых выделений, разбивки на страницы и т.п.) расширение у которого `.tex`.

Исходный текст документа не должен содержать переносов ( $\text{\LaTeX}$ , в случае необходимости, их сделает сам). Слова отделяются друг от друга пробелами, при этом  $\text{\LaTeX}$  не различает, сколько именно пробелов вы оставили между словами. Конец строки также воспринимается как пробел. Отдельные абзацы должны быть отделены друг от друга пустыми строками.

В результате обработки файла с расширением `.tex`  $\text{\LaTeX}$ 'ом будет построен файл с расширением `.dvi`, содержащий сформированный выходной документ в виде, независимом от типа устройства вывода, который можно с помощью программ, называемых `dvi-драйверами`, распечатать на принтере, посмотреть на экране (он будет иметь такой же вид, как и при печати) и т.д. Кроме файла с расширением `.dvi` в результате трансляции будет сформирован и, так называемый, протокол работы, обычно имеющий расширение `.log` и содержащий сведения об ошибках, находящихся в исходном файле.

Кроме создания файла с расширением `.dvi` после компиляции возможно создание файла формата PDF.

Откомпилированный документ можно напечатать на принтере или посмотреть на экране монитора. Печать и вывод на экран дисплея документов DVI осуществляют специальные программы – DVI-обозреватели.

В комплект программ `MiKTeX` входит DVI-обозреватель YAP.

Печать и вывод на экран дисплея документов PDF выполняется программой Adobe Reader, бесплатно распространяемой фирмой Adobe.

Вследствие доступности программы Adobe Reader, документ PDF легко переносить с одного компьютера на другой и даже экспонировать на Web-сайтах, поскольку Adobe Reader легко встраивается в Web-браузеры.

С форматами DVI и PDF тесно связан также формат PS (PostScript). Возможно преобразование файла `.dvi` в `.ps` при помощи утилиты `dvips`. Также PostScript-файл можно преобразовать в `.pdf` при помощи программ Ghostscript или Adobe Distiller. Для просмотра `.ps` файлов используется программа Ghostscript.

В комплект программ MiKTeX входит также редактор WinEdit, который можно использовать для визуализации tex-файлов и преобразования их в другие форматы.

## 2. Спецсимволы.

Большинство символов в исходном тексте прямо обозначает то, что будет напечатано. Следующие 10 символов: { } \$ & # % \_ ^ ~ \ имеют особый статус; если вы употребите их в тексте "просто так" то скорее всего получите сообщение об ошибке. Печатное изображение знаков, соответствующих первым семи из них, можно получить, если в исходном тексте поставить перед соответствующим символом без пробела знак \.

Если символ % употребить в тексте не в составе комбинации \%, то он является "символом комментария": все символы, расположенные на строке после него, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X игнорирует (в том числе и сам %).

Знак ~ обозначает "неразрывный пробел" между словами. Это нужно для того, чтобы два соседние слова не попали на разные строки.

О назначении других спецсимволов речь пойдет ниже.

## 3. Команды и их задание в тексте.

С точки зрения их записи в исходном тексте команды делят на два типа. Первый тип – команды, состоящие из знака \ и одного символа после него, не являющегося буквой (например, \%, \\$ и т.д.).

Команды второго типа состоят из \ и последовательности букв, называемой именем команды (имя может состоять и из одной буквы). В имени команды, а также между \ и именем не должно быть пробелов; имя команды нельзя разрывать при переносе на другую строку. Кроме этого необходимо учитывать, что в имени команд прописные и строчные буквы различаются. Например, \large, \Large и \LARGE – это три разные команды.

После команды первого типа пробел в исходном тексте ставится или не ставится в зависимости от того, что вы хотите получить на печати. После команды второго типа в исходном тексте обязательно должен стоять либо пробел, либо символ, не являющийся буквой (это необходимо, чтобы T<sub>E</sub>X смог определить, где кончается имя команды и начинается дальнейший текст). С другой стороны, если после команды второго типа в исходном тексте следуют пробелы, то при трансляции они игнорируются.

## 4. Структура исходного документа.

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-файл начинается с преамбулы. Далее должна идти команда \begin{document}. Только после этой команды может идти собственно текст.

Заканчиваться файл должен командой \end{document}.



Преамбула – это набор команд, относящихся ко всему документу и устанавливающих различные параметры оформления текста. Первая команда преамбулы определяет тип создаваемого документа:

```
\documentclass[опции]{класс}
```

Здесь {класс} определяет тип создаваемого документа и является обязательным параметром. Существуют 3 основных класса документов:

*article* (статья) – стиль научных статей, отчетов, коротких документов. Этот стиль не содержит разделение на главы. Титульный лист, полученный командой `\maketitle`, помещается не на отдельном листе, а вверху первой страницы.

*report* (доклад) – стиль, предназначенный для более длинных технических документов (дипломных работ, диссертаций и т. д.). Этот стиль отличается от предыдущего тем, что содержит разделение на главы, и титульный лист занимает отдельную страницу.

*book* (книга) – основной стиль для издания книг. Гранки формируются исходя из того, что в окончательном варианте текст будет печататься на обеих сторонах листа.

Параметр [опции] является необязательным и изменяет поведение класса документов. Опции должны разделяться запятыми. Самыми употребляемыми опциями стандартных классов документов являются следующие:

*10pt*, *11pt*, *12pt* – устанавливает размер основного шрифта документа. По умолчанию устанавливается размер – 10pt.

*a4paper*, *a5paper*, *b5paper*, *letterpaper*, *legalpaper*, *executivepaper* – определяет формат используемой бумаги, в соответствии с которым Т<sub>Е</sub>X рассчитывает наиболее приемлемые размеры текста и полей. По умолчанию устанавливается формат – *letterpaper*.

*fleqn* – выключные формулы будут выровнены влево, а не отцентрированы.

*leqno* – формулы нумеруются слева, а не справа.

*titlepage*, *notitlepage* – указывает на то, должна ли начинаться новая страница после заголовка документа или нет. По умолчанию класс *article* не начинает новую страницу, а *book* и *report* – начинают.

После `\documentclass` может идти одна или несколько команд `\usepackage`. Аргумент этой команды – это список, через запятую, стилевых пакетов, подключаемых к документу и расширяющих базовые возможности Л<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X’а. При этом некоторые пакеты допускают задание своих личных стилевых опций. Например, для того, чтобы иметь возможность набора русских текстов необходимо подключить пакет *babel* и указать, что будет использоваться русский язык:

```
\usepackage[russian]{babel}
```

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X поддерживает 3 предопределенных комбинации верхнего и нижнего колонтитула – так называемые стили страницы:

*plain* – номера страниц ставятся внизу в середине строки, колонтитулов нет. Данный стиль установлен по умолчанию для класса `article`.

*headings* – печатает название текущей главы и номер страницы в верхнем колонтитуле каждой страницы, а нижний колонтитул остается пустым. Данный стиль установлен по умолчанию для классов `report` и `book`.

*empty* – нет ни колонтитулов, ни номеров страниц.

Какой из стилей будет использован определяется командой `\pagestyle{стиль}`

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X сам устанавливает значение таких параметров, как ширина и высота страницы, размеры полей и т.д., но при желании пользователь может изменить их при помощи, например, следующих команд:

`\textwidth=` – ширины текста.

`\oddsidemargin=` – величина левого поля (может быть как положительной, так и отрицательной). При этом поле отсчитывается не от самого края листа: предварительно делается отступ в один дюйм.

`\textheight=` – высота текста.

`\topmargin=` – величина верхнего поля или расстояние до колонтитула (может быть как положительной, так и отрицательной). При этом поле отсчитывается не от самого края листа: предварительно делается отступ в один дюйм.

В преамбуле можно также задавать макроопределения. Они используются для сокращения часто используемых длинных команд и последовательностей команд L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X'а и повышают удобство работы и скорость набора текста. Для создания макроопределений используется команда `\newcommand`.

Синтаксис данной команды имеет вид: `\newcommand {имя новой команды} [число аргументов] {определение макрокоманды}`. Имя новой команды должно начинаться с `\` и состоять из последовательности латинских букв, которая не является именем ранее определенной команды. Если какая-то команда была определена ранее, то ее можно переопределить с помощью `\renewcommand`. Количество аргументов у вновь определенной команды не может превышать 9 и по умолчанию равно 0. Определение макрокоманды – это текст, который подставляется вместо каждого появления новой команды во входном файле. Если в определении макрокоманды встречается параметр вида `#n`, то вместо него подставляется n-ый аргумент макрокоманды.

Приведем пример преамбулы:

```
\documentclass[12pt,a5paper]{book} % класс документа book,
% размер шрифта 12pt, размер бумаги a5
```

```

\usepackage[russian]{babel} % подключение кириллицы
\textwidth=11.5cm % ширина страницы 11.5 см
\textheight=165mm % высота страницы 165 мм
\topmargin=7mm % верхнее поле 7 мм
\newcommand{\be}{\begin{equation}} % в дальнейшем вместо коман-
ды \begin{equation} можно писать только \be
\newcommand{\s}[2]{\sum_{#1}^{#2}} % в дальнейшем, например,
вместо команды \sum_{i=1}^{2k-1} можно писать \s{i=1}{2k-1}

```

## 5. Группы.

Для ограничения группы внутри файла служат фигурные скобки. Как правило, задаваемые командами ЛАТЭХ'а изменения различных параметров действуют в пределах той группы, внутри которой была дана соответствующая команда; по окончании группы (после закрывающей фигурной скобки, соответствующей той фигурной скобке, что открывала группу) все эти изменения забываются и восстанавливается тот режим, который был до начала группы. При этом группы могут быть вложенными друг в друга.

Фигурные скобки в исходном тексте должны быть сбалансированы (это не относится к скобкам, входящим в состав команд  $\{$  и  $\}$ ): каждой открывающей скобке должна соответствовать закрывающая. Если это условие нарушено, при трансляции вы получите сообщение об ошибке.

## 6. Центрирование.

Для того, чтобы центрировать текст (например, заголовок) нужно до центрируемого текста написать команду `\begin{center}`, а после его окончания – `\end{center}`.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<pre> \begin{center} Все строки этого абзаца будут центрированы; пе- реносов слов не будет, ес- ли только такое слово, как дезоксирибонуклеи- новая кислота, не длин- ней строки. \end{center} </pre>	<pre> Все строки этого абзаца будут центрированы; переносов слов не будет, если только такое слово, как дезоксирибонук- леиновая кислота, не длинней строки. </pre>

## 7. Шрифты.

Переход с одного шрифта на другой осуществляется с помощью следующих команд:

Команда	Название и вид шрифта
<code>\bf</code>	<b>полужирный шрифт (boldface)</b>
<code>\it</code>	<i>курсив (italic)</i>
<code>\sl</code>	<i>наклонный шрифт (slanted)</i>
<code>\sf</code>	рубленный шрифт (sans serif)
<code>\sc</code>	КАПИТЕЛЬ (SMALL CAPS)
<code>\tt</code>	имитация пишущей машинки (typewriter)
<code>\rm</code>	прямой светлый шрифт (roman)

Команда	Название размера
<code>\tiny</code>	Малюсенький
<code>\scriptsize</code>	Очень маленький (как индексы)
<code>\footnotesize</code>	Маленький (как сноски)
<code>\small</code>	Мелкий
<code>\normalsize</code>	Нормальный
<code>\large</code>	Большой
<code>\Large</code>	Очень большой
<code>\LARGE</code>	Совсем большой
<code>\huge</code>	Громадный
<code>\Huge</code>	Грандиозный

Есть два пути изменения шрифта внутри текста:

1. Объединить текст, подлежащий выделению, в группу и задать изменение шрифта внутри этой группы. В этом случае текст, идущий после закрывающей фигурной скобки, будет напечатан также, как и текст, идущий до открывающей.

2. Можно просто поставить команду, изменяющую первоначальный шрифт. В этом случае переход к исходному (или другому) шрифту осуществляется с помощью соответствующей команды, задающей его.

Пример:

Набрано	Получилось
Можно <code>{\it выделить}</code> несколько слов в тексте. <code>\bf</code> В этом тексте тоже можно <code>\Large \sl</code> кое-что <code>\normalsize \rm</code> выделить.	Можно <i>выделить</i> несколько слов в тексте. <b>В этом тексте тоже можно КОЕ-ЧТО</b> выделить.

## 8. Форматирование абзацев.

Некоторые команды форматирования отдельных абзацев:

`\newpage` – начинает новую страницу.

`\linebreak` – обрывает строку, при этом оборванная строка будет выровнена по ширине текста.

`\-` – обозначение возможного места расщепления слова для переноса с одной строки на другую.

`\noindent` – подавляет абзацный отступ, действует только на тот абзац, который с нее начинается.

`\noperagebreak` – запрещает разрыв страницы в указанном месте.

`\smallskip`, `\medskip`, `\bigskip` – задают различные промежутки между данными абзацами.

`~` – порождает пробел, на котором запрещено разрывать строку.

## 9. Создание таблиц.

В  $\text{\LaTeX}$ 'е существует два способа создания таблиц: с помощью окружений `tabbing` и `tabular`. Их основные различия заключаются в следующем:

– С помощью окружения `tabbing` материал можно набрать только в виде отдельного абзаца, тогда как окружение `tabular` может быть помещено в любом месте текста, а также и в материале математического характера.

– Окружение `tabbing` может быть разделено между несколькими страницами, в то время как окружение `tabular` в его стандартном варианте на это не рассчитано.

– При работе с окружением `tabbing` пользователь должен задавать все позиции табуляции в явном виде. Окружение `tabular` в  $\text{\LaTeX}$ 'е может определять ширину колонок автоматически.

– Окружения `tabbing` не могут быть вложенными, в отличие от окружения `tabular`, вследствие чего с помощью `tabular` можно реализовывать таблицы сложной структуры.

Создание таблицы с помощью окружения `tabbing` начинается с команды `\begin{tabbing}` и заканчивается командой `\end{tabbing}`. Окружение `tabbing` разбивает текст на строки с выравниванием текста в колонках. Границами колонок служат точки табуляции. Табулятор установлен, если ему приписано расстояние от предыдущего табулятора. Самый левый (нулевой) табулятор всегда установлен там, где к началу процедуры `tabbing` находилась левая граница колонки текста. Точки табуляции устанавливаются командой `\=`, а команда `\>` передвигает текст к следующему (заранее установленному командой `\=` положению табулятора). Строки разделяются командой `\\`. Для установления дополнительного пробела можно использовать команду `\hspace{длина}\=`

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<pre>\begin{tabbing} Название \hspace{15mm}\= Автор\ \ Ревизор \&gt; Гоголь Н.В.\ \ Евгений Онегин \&gt; Пушкин А.С.\ \ Облако в штанах \&gt; Маяковский В.В. \end{tabbing}</pre>	<pre> Название          Автор Ревизор           Гоголь Н.В. Евгений Онегин   Пушкин А.С. Облако в штанах Маяковский В.В.</pre>

Создание таблицы с помощью окружения `tabular` начинается с команды `\begin{tabular}` и заканчивается командой `\end{tabular}`. Окружение `tabular` имеет аргументы `l`, `c`, `r`, и `|`. Аргументы `l`, `c` и `r` служат для указания способа выравнивания в колонках (по левому краю, центру и правому краю соответственно) и указываются для каждой колонки, ширина колонок при этом выравнивается автоматически. Символ `|` показывает, что между колонками нужно провести вертикальную черту на всю высоту таблицы. Для проведения в таблице горизонтальной черты используется команда `\hline`. Ячейки таблицы разделяются по вертикали командой `&`. Переход на следующую строку осуществляется по команде `\\`.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>									
<pre>\begin{tabular}{ l c r } \hline Фамилия &amp; Имя &amp; Долж- ность \\ \hline \hline Романов &amp; Петр &amp; импе- ратор \\ \hline Кутузов &amp; &amp; Михаил &amp; генерал \\ \hline \end{tabular}</pre>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Фамилия</th> <th>Имя</th> <th>Должность</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Романов</td> <td>Петр</td> <td>император</td> </tr> <tr> <td>Кутузов</td> <td>Михаил</td> <td>генерал</td> </tr> </tbody> </table>	Фамилия	Имя	Должность	Романов	Петр	император	Кутузов	Михаил	генерал
Фамилия	Имя	Должность								
Романов	Петр	император								
Кутузов	Михаил	генерал								

Аргументом окружения `tabular` может также выступать команда `{p ширина}`, которая указывается для каждого столбца таблицы. При ее использовании способ выравнивания текста в столбце не указывается. Выравнивание осуществляется по левому краю.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>									
<pre>\begin{tabular} { p{2cm}  p{2cm}    p{2.5cm} } \hline Фамилия &amp; Имя &amp; Должность \\ \hline \hline Романов &amp; Петр &amp; император \\ \hline Кутузов &amp; Михаил &amp; генерал \\ \hline \end{tabular}</pre>	<table border="1"><thead><tr><th>Фамилия</th><th>Имя</th><th>Должность</th></tr></thead><tbody><tr><td>Романов</td><td>Петр</td><td>император</td></tr><tr><td>Кутузов</td><td>Михаил</td><td>генерал</td></tr></tbody></table>	Фамилия	Имя	Должность	Романов	Петр	император	Кутузов	Михаил	генерал
Фамилия	Имя	Должность								
Романов	Петр	император								
Кутузов	Михаил	генерал								

## 10. Работа с графикой.

$\LaTeX$  предоставляет две возможности работы с графикой: вставка уже существующего рисунка и создание рисунка средствами псевдографики, существующими непосредственно в  $\LaTeX$ 'е.

Для создания рисунка средствами псевдографики в  $\LaTeX$  используется окружение `picture`:

```
\begin{picture}(длина рисунка, ширина рисунка)
команды псевдографики
\end{picture}
```

При создании рисунка средствами псевдографики используется векторная графика, начало координат при этом помещается в нижний левый угол.

Перечислим некоторые команды псевдографики.

Команда	Назначение
<code>\put(x,y)</code> {графический объект}	Устанавливает начальную точку графического объекта.
<code>\line(x_s,y_s){dx}</code>	Рисует линию из установленной начальной точки. Отношение $y_s/x_s$ задает тангенс угла наклона между линией и осью абсцисс, при этом $x_s, y_s$ – взаимно простые целые числа, лежащие в диапазоне от -6 до 6. Параметр $dx$ задает длину проекции линии на ось абсцисс, за исключением случая, когда прямая параллельна оси ординат. В этом случае данный параметр задает длину проекции линии на ось ординат.

`\vector(x_s, y_s){dx}`

Рисует стрелку. Параметры данной команды аналогичны параметрам команды `\line`, за исключением того, что  $x_s, y_s$  лежат в диапазоне от -4 до 4.

`\circle{диаметр}`

Рисует окружность указанного диаметра с центром в установленной точке.

`\circle*{диаметр}`

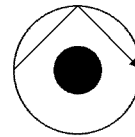
Рисует круг указанного диаметра с центром в установленной точке.

Пример:

*Набрано*

*Получилось*

```
\begin{picture}(50,50)
\put(0,20){\line(1,1){20}}
\put(20,40){\vector(1,-1){20}}
\put(20,20){\circle{40}}
\put(20,20){\circle*{20}}
\end{picture}
```



Для вставки в документ ранее нарисованного рисунка в преамбуле исходного файла необходимо подключить графический пакет `graphicx` с помощью команды `\usepackage{graphicx}`. Непосредственно вставка рисунка осуществляется с помощью команды

```
\includegraphics [width=ширина,height=высота]{имя файла}
```

Например, команда

```
\includegraphics [width=10cm,height=7cm]{fr22.bmp}
```

вставляет рисунок, находящийся в файле `fr22.bmp` текущего каталога и имеющий указанные размеры.

## 11. Разделы документа.

Стандартные классы поддерживают следующие команды разбиения документа на разделы:

`\part{название}` – часть;

`\chapter{название}` – глава (не используется в классе `article`);

`\section{название}` – параграф;

`\paragraph{название}` – пункт параграфа.

Оформление разделов и способ их нумерации зависят от класса документа и могут быть переопределены пользователем.

Кроме вышперечисленных разделов возможно создание автоматического оглавления и библиографии.

Формирование оглавления осуществляется с помощью команды



`\tableofcontents`. При этом в оглавление включаются все вышеперечисленные разделы документа.

Создание библиографии осуществляется с помощью окружения `thebibliography`. Обязательным параметром данной команды является последовательность символов, количество которых равно количеству разрядов в наибольшем номере библиографии. Каждая запись в теле процедуры `thebibliography` начинается с команды `\bibitem{ссылка}`. По умолчанию литература в библиографии нумеруется. Для ссылки на литературу в тексте документа используется команда `\cite{ссылка}`.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
В книге <code>\cite{Могилев1}</code> рассматривается ...	В книге [2] рассматривается ...
...	...
<code>\begin{thebibliography}{0}</code>	<b>Литература</b>
<code>\bibitem{Захарова}</code> Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании. - М.: Академия, 2003.	[1] Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании. - М.: Академия, 2003.
<code>\bibitem{Могилев1}</code> Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Информатика. - М.: Академия, 2003.	[2] Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Информатика. - М.: Академия, 2003.
<code>\bibitem{Могилев2}</code> Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Практикум по информатике. - М.: Академия, 2002.	[3] Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Практикум по информатике. - М.: Академия, 2002.
<code>\end{thebibliography}</code>	

## 12. Теоремы и теоремоподобные структуры.

При наборе математического текста такие его элементы, как теоремы, леммы, определения и т.д. требуют особого форматирования, для задания которого необходимо многократное использование длинного набора `TeX`овских команд. Для упрощения этого процесса используется команда `\newtheorem`, записываемая в преамбуле документа. Существует два варианта этой команды

```
\newtheorem{имя}{заголовок}[счетчик]
\newtheorem{имя}[предок]{заголовок}
```

Здесь имя – название окружения, которое будет использоваться для оформления теоремы, леммы, предложения и т.д.; заголовок – слова "Теорема", "Лемма", "Определение" и т.д.; счетчик – указание на раздел документа.

мента в рамках которого осуществляется нумерация теорем, лемм и т.д.; предок – имя окружения, используемого для оформления лемм, теорем и т.д., для которого вместе с описываемым окружением используется единая нумерация.

Например, пусть было набрано:

```
\newtheorem{teo}{Теорема}
```

```
\newtheorem{lemma}[teo]{Лемма}
```

```
\newtheorem{pred1}{Предложение}[section]
```

...

```
\begin{teo}
```

Проекция суммы нескольких векторов на данную ось равна сумме их проекций на эту ось.

```
\end{teo}
```

```
\begin{lemma}
```

Проекции равных векторов на одну и ту же ось равны между собой.

```
\end{lemma}
```

```
\begin{pred1}
```

Проекция замкнутой векторной линии на любую ось равна нулю.

```
\end{pred1}
```

В результате получится:

**Теорема 1.** *Проекция суммы нескольких векторов на данную ось равна сумме их проекций на эту ось.*

**Лемма 2.** *Проекции равных векторов на одну и ту же ось равны между собой.*

**Предложение 1.1** *Проекция замкнутой векторной линии на любую ось равна нулю.*

## НАБОР ФОРМУЛ В L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>

В документе, подготовленном с помощью L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X'a, различают математические формулы внутри текста и "выключные" (выделенные в отдельную строку). Формулы внутри текста окружаются знаками \$ (с обеих сторон). Выключные формулы окружаются парами знаков доллара \$\$ и \$\$ с обеих сторон. Формулами считаются как целые формулы, так и отдельные цифры и буквы, в том числе греческие, а также верхние и нижние индексы и спецзнаки. Пробелы внутри исходного текста, задающего формулу, игнорируются; пустые строки не разрешаются. L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X расставляет пробелы в математических формулах автоматически. Если надо оставить пробел перед или после внутритекстовой формулы, надо оставить его перед или после ограничивающего ее знака доллара. То же самое относится и к знакам препинания, следующим за внутритекстовой формулой: их также надо ставить после закрывающего формулу знака доллара. Каждая буква в формуле рассматривается как имя переменной и набирается шрифтом "математический курсив".

### 1. Степени и индексы.

Степени и индексы обозначаются с помощью знаков ^ и \_.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Из теоремы Ферма следует, что уравнение	Из теоремы Ферма следует, что уравне- ние
$x_1^{1993} + x_2^{1993} = x_3^{1993},$	$x_1^{1993} + x_2^{1993} = x_3^{1993},$
где $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ -- натуральные числа, не имеет решений.	где $x_1$ , $x_2$ , $x_3$ – на- туральные числа, не имеет решений.

### 2. Дроби.

Дроби, обозначаемые косой чертой, набираются непосредственно.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Неравенство	Неравенство
$x + 1/x > 0$ вы- полнено для всех $x > 0$ .	$x + 1/x > 0$ вы- полнено для всех $x > 0$ .

Дроби, в которых числитель расположен над знаменателем, набираются с помощью команды `\frac`. Для того, чтобы разделить числитель и знаменатель, их записывают в фигурных скобках.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
$\frac{(a+b)^2}{4} + \frac{(a-b)^2}{4} = ab$	$\frac{(a+b)^2}{4} + \frac{(a-b)^2}{4} = ab$

В некоторых случаях приходится набирать многоэтажные дроби или включать дроби во внутритекстовые формулы. Для того, чтобы вид у этих дробей был таким же как в выключных формулах используется команда `\displaystyle`.

### 3. Скобки и ограничители.

Круглые и квадратные скобки набираются как обычно, для фигурных скобок используются команды `\}` и `\{`, для других скобок и ограничителей также есть специальные команды.

Команда `\left` перед открывающейся скобкой (или перед ограничителем) в совокупности с командой `\right` перед соответствующей ей закрывающейся скобкой (или ограничителем) позволяет автоматически выбрать нужный размер скобки.

Перечислим скобки и некоторые другие символы (ограничители), которые с помощью `\left` и `\right` автоматически принимают нужный размер.

(	(	)	)
[	[	]	]
{	\{	}	\}
⌊	\lfloor	⌋	\rfloor
⌈	\lceil	⌋	\rceil
⟨	\langle	⟩	\rangle
			\
/	/	\	\backslash

Вместе с каждой командой `\left` в формуле должна присутствовать соответствующая ей команда `\right`, в противном случае L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X выдаст сообщение об ошибке.

Иногда необходимо в текст внести непарный ограничитель, например, дробную черту. В этом случае при наборе вместо второго ограничителя необходимо поставить `\left.` (или `\right.`). Тогда этот второй ограничитель на печать выводиться не будет.

В приведенном ниже примере после знака равенства по правилам ЛАТЭХ'а необходимо поставить косую черту, которая в тексте не нужна. Поэтому вместо нее мы пишем команду `\left` с точкой.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
$M = \frac{\int_a^b f(x) dx}{b-a}$	$M = \left( \int_a^b f(x) dx \right) / (b-a)$

Размер ограничителя можно указать неявно. Для этого предусмотрены ЛАТЭХ'овские команды `\bigl`, `\Bigl`, `\biggl`, `\Biggl` для левых ограничителей и `\bigr`, `\Bigr`, `\biggr`, `\Biggr` – для правых. Мы перечислили эти команды в порядке возрастания размера создаваемого ими ограничителя. Данные команды, в отличие от команд `\left`, `\right` не являются парными, т.е. можно написать `\bigl(` и не писать `\bigr)`.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
$\left( \sum_{k=1}^n x^k \right)^2$	$\left( \sum_{k=1}^n x^k \right)^2$

#### 4. Греческие буквы.

##### Прописные греческие буквы

Γ	<code>\Gamma</code>	Δ	<code>\Delta</code>
Θ	<code>\Theta</code>	Λ	<code>\Lambda</code>
Ξ	<code>\Xi</code>	Π	<code>\Pi</code>
Σ	<code>\Sigma</code>	Υ	<code>\Upsilon</code>
Φ	<code>\Phi</code>	Ψ	<code>\Psi</code>
Ω	<code>\Omega</code>		

##### Строчные греческие буквы

α	<code>\alpha</code>	β	<code>\beta</code>
γ	<code>\gamma</code>	δ	<code>\delta</code>
ε	<code>\epsilon</code>	ε	<code>\varepsilon</code>
ζ	<code>\zeta</code>	η	<code>\eta</code>
θ	<code>\theta</code>	ϑ	<code>\vartheta</code>
ι	<code>\iota</code>	κ	<code>\kappa</code>

$\lambda$	<code>\lambda</code>	$\mu$	<code>\mu</code>
$\nu$	<code>\nu</code>	$\xi$	<code>\xi</code>
$\pi$	<code>\pi</code>	$\varpi$	<code>\varpi</code>
$\rho$	<code>\rho</code>	$\varrho$	<code>\varrho</code>
$\sigma$	<code>\sigma</code>	$\varsigma$	<code>\varsigma</code>
$\tau$	<code>\tau</code>	$\upsilon$	<code>\upsilon</code>
$\phi$	<code>\phi</code>	$\varphi$	<code>\varphi</code>
$\chi$	<code>\chi</code>	$\psi$	<code>\psi</code>
$\omega$	<code>\omega</code>		

Буквы, не указанные выше, имеют такое же начертание, как латинские и поэтому для них специальных команд нет.

### 5. Символы бинарных операций.

$+$	<code>+</code>	$-$	<code>-</code>
$*$	<code>*</code>	$\pm$	<code>\pm</code>
$\mp$	<code>\mp</code>	$\times$	<code>\times</code>
$\div$	<code>\div</code>	$\setminus$	<code>\setminus</code>
$\cdot$	<code>\cdot</code>	$\circ$	<code>\circ</code>
$\bullet$	<code>\bullet</code>	$\cap$	<code>\cap</code>
$\cup$	<code>\cup</code>	$\uplus$	<code>\uplus</code>
$\sqcup$	<code>\sqcup</code>	$\sqcup$	<code>\sqcup</code>
$\vee$	<code>\vee</code>	$\wedge$	<code>\wedge</code>
$\oplus$	<code>\oplus</code>	$\ominus$	<code>\ominus</code>
$\otimes$	<code>\otimes</code>	$\odot$	<code>\odot</code>
$\oslash$	<code>\oslash</code>	$\triangleleft$	<code>\triangleleft</code>
$\triangleright$	<code>\triangleright</code>	$\amalg$	<code>\amalg</code>
$\diamond$	<code>\diamond</code>	$\wr$	<code>\wr</code>
$\star$	<code>\star</code>	$\dagger$	<code>\dagger</code>
$\ddagger$	<code>\ddagger</code>	$\triangleup$	<code>\triangleup</code>
$\bigcirc$	<code>\bigcirc</code>	$\triangledown$	<code>\triangledown</code>

### 6. Символы бинарных отношений.

$<$	<code>&lt;</code>	$>$	<code>&gt;</code>
$=$	<code>=</code>	$:$	<code>:</code>
$\leq$	<code>\le</code>	$\geq$	<code>\ge</code>
$\neq$	<code>\ne</code>	$\sim$	<code>\sim</code>
$\simeq$	<code>\simeq</code>	$\approx$	<code>\approx</code>
$\cong$	<code>\cong</code>	$\equiv$	<code>\equiv</code>
$\ll$	<code>\ll</code>	$\gg$	<code>\gg</code>
$\doteq$	<code>\doteq</code>	$\parallel$	<code>\parallel</code>
$\perp$	<code>\perp</code>	$\in$	<code>\in</code>
$\notin$	<code>\notin</code>	$\ni$	<code>\ni</code>

$\subset$	<code>\subset</code>	$\subseteq$	<code>\subseteq</code>
$\supset$	<code>\supset</code>	$\supseteq$	<code>\supseteq</code>
$\succ$	<code>\succ</code>	$\prec$	<code>\prec</code>
$\succcurlyeq$	<code>\succcurlyeq</code>	$\preceq$	<code>\preceq</code>
$\asymp$	<code>\asymp</code>	$\sqsubseteq$	<code>\sqsubseteq</code>
$\sqsupseteq$	<code>\sqsupseteq</code>	$\models$	<code>\models</code>
$\vdash$	<code>\vdash</code>	$\dashv$	<code>\dashv</code>
$\smile$	<code>\smile</code>	$\frown$	<code>\frown</code>
$\mid$	<code>\mid</code>	$\bowtie$	<code>\bowtie</code>
$\propto$	<code>\propto</code>		

## 7. Стрелки.

$\rightarrow$	<code>\to</code>	$\longrightarrow$	<code>\longrightarrow</code>
$\Rightarrow$	<code>\Rightarrow</code>	$\Longrightarrow$	<code>\Longrightarrow</code>
$\mapsto$	<code>\mapsto</code>	$\hookrightarrow$	<code>\hookrightarrow</code>
$\swarrow$	<code>\swarrow</code>	$\rightharpoonup$	<code>\rightharpoonup</code>
$\leftarrow$	<code>\gets</code>	$\longleftarrow$	<code>\longleftarrow</code>
$\Leftarrow$	<code>\Leftarrow</code>	$\Longleftarrow$	<code>\Longleftarrow</code>
$\hookleftarrow$	<code>\hookleftarrow</code>	$\leftrightarrow$	<code>\leftrightarrow</code>
$\downarrow$	<code>\downarrow</code>	$\Leftrightarrow$	<code>\Leftrightarrow</code>
$\uparrow$	<code>\uparrow</code>	$\Longleftrightarrow$	<code>\Longleftrightarrow</code>
$\Uparrow$	<code>\Uparrow</code>	$\longleftrightarrow$	<code>\longleftrightarrow</code>
$\Downarrow$	<code>\Downarrow</code>	$\updownarrow$	<code>\updownarrow</code>
$\Updownarrow$	<code>\Updownarrow</code>	$\rightharpoondown$	<code>\rightharpoondown</code>
$\searrow$	<code>\searrow</code>	$\leftharpoonup$	<code>\leftharpoonup</code>
$\nwarrow$	<code>\nwarrow</code>	$\leftharpoondown$	<code>\leftharpoondown</code>
$\mapsto$	<code>\longmapsto</code>	$\rightharpoonup$	<code>\rightharpoonup</code>
$\nearrow$	<code>\nearrow</code>		

Вертикальные стрелки могут менять свои размеры под действием команд `\left` и `\right`.

## 8. Операции с пределами и без.

Любую из ниже перечисленных операций можно снабдить верхним и/или нижним индексом.

<code>log</code>	<code>\log</code>	<code>lg</code>	<code>\lg</code>
<code>ln</code>	<code>\ln</code>	<code>arg</code>	<code>\arg</code>
<code>ker</code>	<code>\ker</code>	<code>dim</code>	<code>\dim</code>
<code>hom</code>	<code>\hom</code>	<code>deg</code>	<code>\deg</code>
<code>exp</code>	<code>\exp</code>	<code>sin</code>	<code>\sin</code>
<code>arcsin</code>	<code>\arcsin</code>	<code>cos</code>	<code>\cos</code>
<code>arccos</code>	<code>\arccos</code>	<code>tan</code>	<code>\tan</code>
<code>tg</code>	<code>\tg</code>	<code>arctan</code>	<code>\arctan</code>

arctg	<code>\arctg</code>	cot	<code>\cot</code>
sec	<code>\sec</code>	csc	<code>\csc</code>
sinh	<code>\sinh</code>	cosh	<code>\cosh</code>
tanh	<code>\tanh</code>	ctg	<code>\ctg</code>

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Нетрудно видеть, что $\log_{1/16} 2 = -1/4$ , а $\sin(\pi/6) = 1/2$ .	Нетрудно видеть, что $\log_{1/16} 2 = -1/4$ , а $\sin(\pi/6) = 1/2$ .

Выясним, как получить формулу

$$\sum_{i=1}^n n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

с дополнительными элементами под и над знаком операции (пределами). В исходной формуле "пределы" обозначаются точно также, как индексы; имея ввиду, что знак суммы генерируется командой `\sum`, получаем, что вышеназванную формулу можно получить так:

\$\$  

$$\sum_{i=1}^n n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
  
 \$\$

В этом примере существенно, что формула была выключной; во внутритекстовой формуле "пределы" печатаются на тех же местах, что и индексы.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Тот факт, что $\sum_{i=1}^n (2n-1) = n^2$ , следует из формулы для суммы арифметической прогрессии.	Тот факт, что $\sum_{i=1}^n (2n-1) = n^2$ , следует из формулы для суммы арифметической прогрессии.

Вот список операций, ведущих себя так же, как `\sum`:

$\sum$	<code>\sum</code>	$\prod$	<code>\prod</code>
$\bigcup$	<code>\bigcup</code>	$\bigcap$	<code>\bigcap</code>
$\coprod$	<code>\coprod</code>	$\bigoplus$	<code>\bigoplus</code>
$\bigotimes$	<code>\bigotimes</code>	$\bigodot$	<code>\bigodot</code>
$\bigvee$	<code>\bigvee</code>	$\bigwedge$	<code>\bigwedge</code>
$\biguplus$	<code>\biguplus</code>	$\bigsqcup$	<code>\bigsqcup</code>
lim	<code>\lim</code>	lim sup	<code>\limsup</code>
lim inf	<code>\liminf</code>	max	<code>\max</code>
min	<code>\min</code>	sup	<code>\sup</code>
inf	<code>\inf</code>	det	<code>\det</code>



Pr	\Pr	gcd	\gcd
Пример:			
<i>Набрано</i>		<i>Получилось</i>	
$\lim_{x \rightarrow 2} 1/x = 1/2$		$\lim_{x \rightarrow 2} 1/x = 1/2$	

Еще одна "математическая операция для которой требуются "пределы – это интеграл. В  $\text{\LaTeX}$ 'е есть команды `\int` для обычного знака интеграла  $\int$  и `\oint` для знака "контурного интеграла"  $\oint$ . При этом пределы интегрирования помещаются не сверху и снизу от знака интеграла, а по бокам (даже и в выключных формулах).

Пример:			
<i>Набрано</i>		<i>Получилось</i>	
$\int_0^1 x^2 dx = 1/3$		$\int_0^1 x^2 dx = 1/3$	

Если надо, чтобы "пределы" у какого-либо оператора стояли не над и под знаком оператора, а сбоку, то после команды для знака оператора надо записать команду `\nolimits`, а уже после нее – обозначения для "пределов".

Если же, напротив, необходимо, чтобы пределы интегрирования стояли над и под знаком интеграла, то надо непосредственно после `\int` записать команду `\limits`, а уже после нее обозначения для пределов интегрирования.

Пример:			
<i>Набрано</i>		<i>Получилось</i>	
$\int \limits_0^1 x^2 dx = 1/3$		$\int_0^1 x^2 dx = 1/3$	

Тот же прием с командой `\limits` можно применить, если хочется, чтобы во внутритекстовой формуле "пределы" у оператора стояли над и под ним, а не сбоку.

## 9. Спецзнаки.

$\partial$       `\partial`                       $\Delta$       `\triangle`

$\angle$	<code>\angle</code>	$\infty$	<code>\infty</code>
$\forall$	<code>\forall</code>	$\exists$	<code>\exists</code>
$\emptyset$	<code>\emptyset</code>	$\neg$	<code>\neg</code>
$\aleph$	<code>\aleph</code>	$\prime$	<code>\prime</code>
$\hbar$	<code>\hbar</code>	$\nabla$	<code>\nabla</code>
$i$	<code>\imath</code>	$j$	<code>\jmath</code>
$\ell$	<code>\ell</code>	$\sqrt{\quad}$	<code>\surd</code>
$\flat$	<code>\flat</code>	$\sharp$	<code>\sharp</code>
$\natural$	<code>\natural</code>	$\top$	<code>\top</code>
$\perp$	<code>\bot</code>	$\wp$	<code>\wp</code>
$\Re$	<code>\Re</code>	$\Im$	<code>\Im</code>
$\spadesuit$	<code>\spadesuit</code>	$\clubsuit$	<code>\clubsuit</code>
$\diamondsuit$	<code>\diamondsuit</code>	$\heartsuit$	<code>\heartsuit</code>
$\dagger$	<code>\dag</code>	$\S$	<code>\S</code>
$\copyright$	<code>\copyright</code>	$\ddagger$	<code>\ddag</code>
$\pounds$	<code>\pounds</code>	$\mathcal{L}$	<code>\pounds</code>

## 10. Корни.

Квадратный корень набирается с помощью команды `\sqrt`, обязательным аргументом которой является подкоренное выражение (записывается в фигурных скобках); корень произвольной степени набирается с помощью той же команды `\sqrt` с необязательным аргументом (записывается в квадратных скобках перед обязательным) – показателем корня.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
По общепринятому соглашению, <code>\sqrt[3]{x^3}=x</code> , но <code>\sqrt{x^2}= x </code> .	По общепринятому соглашению, $\sqrt[3]{x^3} = x$ , но $\sqrt{x^2} =  x $ .

## 11. Штрихи и многоточия.

Штрихи в математических формулах обозначаются знаком `'` и не оформляются как верхние индексы.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Согласно формуле Лейбница, <code>\$(fg)''=f''g+2f'g'+fg''\$</code>	Согласно формуле Лейбница, $(fg)'' = f''g + 2f'g' + fg''$

В математических формулах встречаются многоточия;  $\LaTeX$  различает многоточие расположенное внизу строки (обозначается `\ldots`), и

расположенное по центру строки (`\cdots`).

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
В детстве К.-Ф. Гаусс придумал, как быстро найти сумму	В детстве К.-Ф. Гаусс придумал, как быстро найти сумму
\$\$ 1+2+\cdots+100=5050; \$\$	$1 + 2 + \cdots + 100 = 5050;$
это случилось, когда школьный учитель задал классу найти сумму чисел $1, 2, \dots, 100$ .	это случилось, когда школьный учитель задал классу найти сумму чисел $1, 2, \dots, 100$ .

## 12. Надстрочные знаки.

Над любым фрагментом формулы можно поставить горизонтальную черту. Для этого используется команда `\overline`.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Часто используется обозначение	Часто используется обозначение
\$\$ \overline{a_n a_{n-1}\dots a_0}= 10^na_n+\cdots+a_0 \$\$	$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_0} = 10^n a_n + \cdots + a_0$
Особенно часто так пишут в научно-популярных книгах.	Особенно часто так пишут в научно-популярных книгах.

## 13. Пробелы вручную.

Бывают случаи, когда промежутки между словами в формулах, выбранные ЛАТЭХ'ом автоматически, выглядят неудачно. В этом случае в формулу можно включить команды, задающие промежутки в явном виде. Вот основные их них:

<code>\quad</code>	Пробел в 1 em		
<code>\qquad</code>	Пробел в 2 em		
<code>\,</code>	"Тонкий пробел"		
<code>\:</code>	"Средний пробел"		

`\;` "Толстый пробел" | |  
`\!` "Отрицательный тонкий пробел"

Команда `\!` из этой таблицы уменьшает промежуток на столько же, на сколько команда `\`, его увеличивает.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Пробелы надо корректировать в таких формулах, как <code>\int f(x)\,dx</code> , <code>\int\!\!\int f\,dxdy</code> или <code>\sqrt{3}\,x</code> .	Пробелы надо кор- ректировать в таких формулах, как $\int f(x) dx$ , $\iint f dx dy$ или $\sqrt{3}x$ .

#### 14. Горизонтальные фигурные скобки.

Чтобы нарисовать горизонтальную фигурную скобку под выражением (а под этой скобкой еще, возможно, и сделать подпись), надо воспользоваться командой `\underbrace`. Аргумент этой команды – тот фрагмент формулы, под которым надо провести скобку; подпись под скобкой, если она нужна, оформляется как нижний индекс.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<code>\$\$</code> <code>\underbrace{1+3+5+</code> <code>\cdots+2n-1}_{n};</code> слагаемых} =n^2 <code>\$\$</code>	$\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1}_n = n^2$

Горизонтальная фигурная скобка над фрагментом формулы генерируется командой `\overbrace`, надпись над ней оформляется как верхний индекс. В одной формуле могут присутствовать горизонтальные фигурные скобки как над, так и под фрагментом формулы.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<code>\$\$</code> <code>\overbrace</code> <code>{\underbrace{a+b+</code> <code>\cdots+z}_{26}+1+</code> <code>\cdots+10}^{36}</code> <code>\$\$</code>	$\overbrace{\underbrace{a + b + \dots + z}_{26} + 1 + \dots + 10}^{36}$

#### 15. Матрицы и системы.

Набор матрицы начинается командой `\begin{array}`. После `\begin{array}` должна следовать в фигурных скобках так называемая

преамбула матрицы, описывающая сколько столбцов будет у матрицы и как они будут выровнены. В преамбуле могут быть использованы следующие буквы: *c* – знак того, что содержимое столбца будет расположено по его центру, *l* – знак того, что столбец будет выровнен по левому краю, и *r* – знак того, что столбец будет выровнен по правому краю. Например, *cc1* в преамбуле означает, что в матрице будет три столбца, причем, содержимое первых двух столбцов будет расположено по центру столбца, а третий столбец будет выровнен по левому краю. Заканчивается набор матрицы командой `\end{array}`. Строки матрицы разделяются с помощью команды `\\` (последнюю строку заканчивать данной командой не надо), а элементы внутри одной строки, относящиеся к разным столбцам, отделяются друг от друга с помощью символа `&`. Если нужно, чтобы матрица была записана в скобках, то перед командой `\begin{array}` необходимо записать `\left(`, а после `\end{array}` – `\right)`. Например,

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<pre> <code>\$\$ \left  \begin{array}{cccc} a_{11} &amp; a_{12} &amp; \dots &amp; a_{1n} \\ a_{21} &amp; a_{22} &amp; \dots &amp; a_{2n} \\ \vdots &amp; \vdots &amp; \ddots &amp; \vdots \\ a_{n1} &amp; a_{n2} &amp; \dots &amp; a_{nn} \end{array} \right  \vdots &amp; \vdots &amp; &amp; \\ \ddots &amp; \vdots &amp; &amp; \\ a_{n1} &amp; a_{n2} &amp; &amp; \\ \ldots &amp; a_{nn} &amp; &amp; \\ \end{array} \right  \$\$</code> </pre>	$\left  \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{array} \right $

Набор систем осуществляется аналогично. Например,

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<pre> <code>\$\$ \left\{ \begin{array}{rcl} x^2+y^2 &amp; = &amp; 7 \\ x+y &amp; = &amp; 3. \end{array} \right. \$\$</code> </pre>	$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 7 \\ x + y = 3. \end{array} \right.$

В данном случае мы отвели по одному столбцу на левую часть каждого уравнения, на знак равенства и на правую часть.

## 16. Переносы в выключных формулах.

Переносы в выключных формула  $\text{\LaTeX}$  автоматически не делает, поэтому при необходимости их нужно делать вручную. Для этого можно использовать окружение `array`. В самом деле, всякую формулу из нескольких строк можно рассматривать как матрицу с одним столбцом.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<pre>\$\$ \begin{array}{l} e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}\backslash\backslash \quad{}+\frac{x^3}{3!}+ \cdots \end{array} \$\$</pre>	$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$

Команда `\quad` делает в тексте или формуле отступ длины `2em`. Если бы этой команды не было, то части формулы на двух строках начинались бы точно одна под другой, что менее понятно и считается неграмотным набором.

Знак `{}` перед знаком "плюс" в 3-й строке сделан затем, чтобы  $\text{\LaTeX}$  сделал правильный интервал между плюсом и  $\frac{x^3}{3!}$ : скобки `{}` ограничивают "пустую подформулу первый из плюсов во второй строке оказывается между двумя формулами, что и приводит к пробелу надлежащего размера.

## 17. Нумерация формул. Ссылки на формулы

Для того, чтобы организовать автоматическую нумерацию выключных формул и ссылки на них, нужно оформить формулу как окружение `equation` (знаков `$$` быть не должно). Каждая такая формула на печати автоматически получит номер.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<pre>Первая формула: \begin{equation} \begin{array}{l} e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}\backslash\backslash \quad+\frac{x^3}{3!}+ \cdots \end{array} \end{equation}</pre>	<p>Первая формула:</p> $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots \quad (1)$

Вторая формула:  
`\begin{equation}`  
`e^{\log x} = x`  
`\end{equation}`

Вторая формула:  

$$e^{\log x} = x \quad (2)$$

Чтобы на формулу можно было ссылаться, ее нужно пометить: в любом месте между `\begin{equation}` и `\end{equation}` поставить команду `\label` (эта команда имеет обязательный аргумент – "метку в качестве которой можно использовать любую последовательность букв, цифр и знаков препинания, не содержащую пробелов, фигурных скобок и символов `~` или `\`), и после этого команда `\ref` будет генерировать номер формулы, а команда `\pageref` (вместо `\ref`) – номер страницы, на которую попала эта формула.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
<code>\begin{equation} \label{e}</code> <code>e^{\log x} = x</code> <code>\end{equation}</code> Из формулы ( <code>\ref{e}</code> ) следует, что $e^{\log 5} = 5$ .	$e^{\log x} = x \quad (3)$ Из формулы (3) следует, что $e^{\log 5} = 5$ .

Кроме того, можно проставлять номера формул вручную. Чтобы номер выглядел при этом красиво, удобно воспользоваться командой `\eqno`, при этом выключная формула должна быть оформлена с помощью знаков `$$`. Но автоматических ссылок на таким образом пронумерованную формулу организовать нельзя.

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Тожество <code>\$\$</code> <code>\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \eqno (*)</code> <code>\$\$</code> известно каждому школьнику.	Тожество $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (*)$ известно каждому школьнику.

Если необходимо, чтобы номер формулы был не справа, а слева, то можно воспользоваться командой `\leqno`

Пример:

<i>Набрано</i>	<i>Получилось</i>
Тожество <code>\$\$</code> <code>2 \sin x \cos x = \sin(2x), \leqno(4)</code> <code>\$\$</code> также известно каждому школьнику.	Тожество $(4) \quad 2 \sin x \cos x = \sin(2x),$ также известно каждому школьнику.

# ЗАДАНИЯ ПО ЛАТЭХУ

Наберите следующие математические тексты, установив стиль документа `article`, размер шрифта 11 pt, размер бумаги a4, ширину левого поля 3 см (включая и автоматически пропускаемое пространство), номера страниц должны быть проставлены вверху каждого листа. Добавьте библиографию, содержащую 5 наименований и сделайте ссылки на литературу внутри текста документа. В конце набранного документа средствами ЛАТЭХ автоматически создайте оглавление.

## 1 Интегрирование по частям в определенном интеграле

Пусть  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  непрерывно дифференцируемые функции на отрезке  $[a, b]$ . Имеем

$$d[u(x)v(x)] = v(x)du(x) + u(x)dv(x).$$

Интегрируя это равенство в пределах от  $a$  до  $b$  и учитывая, что

$$du(x) = u'(x)dx \quad dv(x) = v'(x)dx,$$

находим

$$u(x)v(x) \Big|_a^b = \int_a^b v(x)u'(x)dx + \int_a^b u(x)v'(x)dx.$$

Отсюда получаем формулу *интегрирования по частям в определенном интеграле*

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(b)v(b) - u(a)v(a) - \int_a^b v(x)u'(x)dx. \quad (1)$$

Для краткости употребляется обозначение

$$u(b)v(b) - u(a)v(a) = u(x)v(x) \Big|_a^b.$$



Пример. Найти

$$\int_0^{2\pi} x \cos x dx$$

Полагая

$$u = x, \quad dv = \cos x dx = d(\sin x),$$

получим

$$du = dx, \quad v = \sin x.$$

Применяя формулу (1), будем иметь

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} x \cos x dx &= x \sin x \Big|_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi} \sin x dx = 2\pi \sin 2\pi - 0 \cdot \sin 0 + \cos x \Big|_0^{2\pi} = \\ &= \cos 2\pi - \cos 0 = 0. \end{aligned}$$

## 2 Арифметические операции над комплексными числами

Как известно, под *комплексным числом* понимается выражение вида

$$z = x + iy \equiv x + yi, \quad (2)$$

где  $x$  и  $y$  — действительные числа, а  $i$  — мнимая единица. Числа вида  $x + i0 = x$  отождествляются с действительными числами; в частности,  $0 + i0 = 0$ . Числа вида  $0 + iy = iy$  называются *чисто мнимыми*. Действительные числа  $x$  и  $y$  называются соответственно *действительной* и *мнимой* частями числа  $z$  и обозначаются следующим образом:

$$x = \operatorname{Re} z, \quad y = \operatorname{Im} z. \quad (3)$$

Под *модулем* комплексного числа  $z$  понимается неотрицательное число

$$|z| = |(\operatorname{Re} z)^2 + (\operatorname{Im} z)^2|^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x^2 + y^2} \geq 0. \quad (4)$$

*Сопряженным числом*  $\bar{z}$  к числу (2) называется комплексное число

$$\bar{z} = x + i(-y) \equiv x - iy. \quad (5)$$

Таким образом,

$$\operatorname{Re} \bar{z} = \operatorname{Re} z, \quad \operatorname{Im} \bar{z} = -\operatorname{Im} z \quad (6)$$

и

$$|\bar{z}| = |z|. \quad (7)$$

На множестве комплексных чисел следующим образом определено отношение равенства двух чисел, а также операции сложения, вычитания, умножения и деления.

I. Пусть  $z_1 = x_1 + iy_1$  и  $z_2 = x_2 + iy_2$ . Тогда

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow \operatorname{Re} z_1 = \operatorname{Re} z_2, \quad \operatorname{Im} z_1 = \operatorname{Im} z_2.$$

В частности,  $z = 0 \Leftrightarrow \operatorname{Re} z = 0, \quad \operatorname{Im} z = 0$ .

II.  $z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2)$ . Отсюда следует, что

$$\operatorname{Re}(z_1 \pm z_2) = \operatorname{Re} z_1 \pm \operatorname{Re} z_2$$

и

$$\operatorname{Im}(z_1 \pm z_2) = \operatorname{Im} z_1 \pm \operatorname{Im} z_2.$$

III.  $z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + x_2 y_1)$ . Отсюда, в частности, получаем важное соотношение

$$i^2 = (0 + i1)(0 + i1) = (0 - 1) + i(0 + 0) = -1. \quad (8)$$

Заметим, что правило умножения III получается формально путем умножения двучленов  $x_1 + iy_1$  и  $x_2 + iy_2$  с учетом (8). Очевидно также, что для  $z = x + iy$  и  $\bar{z} = x - iy$  имеем:

$$z\bar{z} = |z|^2 = x^2 + y^2.$$

$$\text{IV.} \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \bar{z}_2}{z_2 \bar{z}_2} = \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2) + i(x_2 y_1 - x_1 y_2)}{x_2^2 + y_2^2} \\ (z_2 \neq 0).$$

Легко проверить следующие свойства:

$$1) \quad \overline{(\bar{z})} = z; \quad 2) \quad \overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2;$$

$$3) \quad \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2; \quad 4) \quad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} \quad (z_2 \neq 0);$$

$$5) \quad \operatorname{Re} z = \frac{z + \bar{z}}{2}, \quad \operatorname{Im} z = \frac{z - \bar{z}}{2i}.$$

### 3 Система двух однородных уравнений с тремя неизвестными

Рассмотрим однородную систему

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Эта система всегда совместна, так как, очевидно, имеет нулевое решение  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ . Однако интересно найти ненулевые решения  $(x, y, z)$  системы (9). Пусть, например,  $z \neq 0$ . Тогда систему (9) можно переписать в виде

$$\begin{cases} a_1 \frac{x}{z} + b_1 \frac{y}{z} = -c_1, \\ a_2 \frac{x}{z} + b_2 \frac{y}{z} = -c_2. \end{cases} \quad (10)$$

Отсюда, предполагая, что

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0,$$

получаем

$$\frac{x}{z} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad (11)$$

$$\frac{y}{z} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix} = -\frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Введем в рассмотрение *матрицу коэффициентов* системы (9)

$$\left\| \begin{array}{ccc} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{array} \right\|. \quad (13)$$

Определители второго порядка  $D_1$ ,  $D_2$  и  $D_3$ , которые получаются из матрицы (13) путем вычеркивания соответствующего столбца, называются ее *минорами*. Таким образом имеем

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}, \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = D.$$

Используя эти обозначения, уравнения (11) и (12) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{x}{z} = \frac{D_1}{D_3}, \quad \frac{y}{z} = -\frac{D_2}{D_3}.$$

Отсюда получаем

$$\frac{x}{D_1} = \frac{y}{-D_2} = \frac{z}{D_3}. \quad (14)$$

Равенства (14), очевидно, справедливы также и для нулевого решения. Таким образом имеем следующее **правило**: *неизвестные однородной системы (9) пропорциональны соответствующим минорам ее матрицы коэффициентов, взятым с надлежащими знаками.*

Обозначая через  $t$  коэффициент пропорциональности для отношений (14), получим полную систему решений системы (9):

$$x = D_1 t, \quad y = -D_2 t, \quad z = D_3 t \quad (-\infty < t < +\infty). \quad (15)$$

При выводе формул (15) мы предполагали, что  $D = D_3 \neq 0$ . Однако, как легко убедиться, формулы (15) будут справедливы, если любой (хотя бы один) из миноров  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  отличен от нуля.

## 4 Некоторые элементарные свойства числовых рядов

**Теорема 1** *Сходимость ряда*

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$$

*не нарушается, если все члены его умножить на одно и то же число  $k$ , отличное от нуля, причем для сумм этих рядов выполнено равенство*

$$\sum_{n=1}^{\infty} k u_n = k \sum_{n=1}^{\infty} u_n.$$

Доказательство этой теоремы непосредственно вытекает из перехода к пределу при  $N \rightarrow \infty$  в равенстве

$$\sum_{n=1}^N k u_n = k \sum_{n=1}^N u_n.$$

Под *суммой (разностью)* двух рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n \quad \sum_{n=1}^{\infty} v_n$$

понимается соответственно ряд вида

$$\sum_{n=1}^{\infty} (u_n \pm v_n).$$

**Теорема 2** *Сумма (разность) двух сходящихся рядов есть ряд сходящийся, причем*

$$\sum_{n=1}^{\infty} (u_n \pm v_n) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} v_n. \quad (16)$$

Действительно, так как

$$\sum_{n=1}^N (u_n \pm v_n) = \sum_{n=1}^N u_n \pm \sum_{n=1}^N v_n$$

для любого конечного  $N$ , то при  $N \rightarrow \infty$  в пределе получим равенство (16).

## 5 Сходимость гармонического ряда

Рассмотрим гармонический ряд

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{n} + \dots \quad (17)$$

Общий член этого ряда

$$u_n = \frac{1}{n}$$

стремится к нулю при неограниченном возрастании  $n$ . Тем не менее покажем, что ряд (17) расходится. Для этого возьмем сумму  $2^m$  первых членов

рядов (17) и сгруппируем эти члены следующим образом:

$$\begin{aligned}
 S_{2^m} = & 1 + \frac{1}{2} + \underbrace{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}_{2 \text{ члена}} + \underbrace{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)}_{2^2 \text{ члена}} + \\
 & + \underbrace{\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16}\right)}_{2^3 \text{ членов}} + \dots + \\
 & + \underbrace{\left(\frac{1}{2^{m-1} + 1} + \frac{1}{2^{m-1} + 2} + \dots + \frac{1}{2^m}\right)}_{2^{m-1} \text{ членов}}.
 \end{aligned}$$

Легко видеть, что

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3} + \frac{1}{4} &> \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \\
 \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} &> \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \\
 \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} &> \\
 &> \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \\
 &\dots\dots\dots \\
 \frac{1}{2^{m-1} + 1} + \frac{1}{2^{m-1} + 2} + \dots + \frac{1}{2^m} &> \underbrace{\frac{1}{2^m} + \frac{1}{2^m} + \dots + \frac{1}{2^m}}_{2^{m-1} \text{ членов}} = \\
 &= \frac{2^{m-1}}{2^m} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, сумма членов, стоящих в каждой скобке, больше  $\frac{1}{2}$ . Так как общее число скобок, не считая двух первых членов, очевидно, равно  $m - 1$ , то

$$S_{2^m} > 1 + \frac{m}{2}$$

Если число членов  $n = 2^m$  в сумме  $S_{2^m}$  возрастает неограниченно, то и показатель  $m$  также возрастает неограниченно. Поэтому  $S_{2^m}$  стремится к бесконечности и, следовательно, гармонический ряд (17) расходится.

## 6 Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции

Функция

$$y = f(x) \quad (18)$$

называется *непрерывной* в точке  $x$ , если в этой точке

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0.$$

Функция (18) называется *дифференцируемой* в точке  $x$ , если в этой точке она имеет производную, т.е. если существует конечный предел:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'. \quad (19)$$

Между этими основными понятиями математического анализа имеется простая связь.

**Теорема 3** *Если функция дифференцируема в некоторой точке, то в этой точке функция непрерывна. Обратное утверждение неверно: непрерывная функция может не иметь производной.*

**Доказательство.** Пусть функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x$ , т.е. для этой функции выполнено равенство (19). Напишем тождество

$$\Delta y = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \Delta x \quad (\Delta x \neq 0).$$

Отсюда

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = y' \cdot 0 = 0.$$

Следовательно, функция  $y = f(x)$  непрерывна в точке  $x$ .

**Следствие 1** *Если функция разрывна в некоторой точке, то она не имеет производной в этой точке.*

Пример непрерывной функции, не имеющей производной в одной точке, представляет функция  $y = |x|$ .

Эта функция непрерывна при  $x = 0$ , но не является дифференцируемой для этого значения, так как в точке  $x = 0$  графика функции не

существует касательной.

Математикам удалось построить примеры непрерывных функций, недифференцируемых ни в одной точке (Вейерштрасс и др.).

Впервые отчетливое различие между понятиями непрерывности и дифференцируемости функции было дано гениальным русским математиком Н.И. Лобачевским.

Заметим, что производная  $y' = f'(x)$  непрерывной функции  $y = f(x)$  сама не обязательно является непрерывной. Если функция  $f(x)$  имеет непрерывную производную  $f'(x)$  на промежутке  $\langle a, b \rangle$ , то функция называется *гладкой* на этом промежутке  $\langle a, b \rangle$ . Функция  $f(x)$ , производная которой  $f'(x)$  допускает лишь конечное число точек разрыва, и притом первого рода, на данном промежутке  $\langle a, b \rangle$ , называется *кусочно гладкой* на этом промежутке.

## 7 Сводка формул дифференцирования

Приведем правила и формулы дифференцирования для функций одного и того же независимого переменного  $x$  (здесь  $u, v$  – функции,  $c$  – константа).

$$\text{I} \quad c' = 0$$

$$\text{II} \quad (u + v - w)' = u' + v' - w'$$

$$\text{III} \quad (cu)' = cu'$$

$$\text{IV} \quad (uv)' = uv' + vu'$$

$$\text{V} \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$$

$$\text{VI} \quad y'_x = y'_z \cdot z'_x$$

$$\text{VII} \quad x'_y = \frac{1}{y'_x}$$

$$\text{X} \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$$\text{XI} \quad (\operatorname{tg} x)' = \sec^2 x$$

$$\text{XII} \quad (\operatorname{ctg} x)' = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$\text{XIII} \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\text{XIV} \quad (a^x)' = a^x \ln a$$

$$\text{XV} \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{XVI} \quad (\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$



$$\begin{array}{ll} \text{VIII} & (x^n)' = nx^{n-1}, \quad x' = 1 \\ \text{IX} & (\sin x)' = \cos x \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{XVII} & (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2} \\ \text{XVIII} & (\operatorname{arcctg} x)' = \frac{-1}{1+x^2} \end{array}$$

## 8 Формула Тейлора для функции

Пусть функция  $f(x)$  имеет непрерывную производную  $N$ -го порядка  $f^{(N)}(x)$  (Отсюда, по смыслу операции дифференцирования, получаем, что в интервале  $(a, b)$  существуют непрерывные производные  $f(x) = f^{(0)}(x)$ ,  $f'(x)$ , ...,  $f^{(N-1)}(x)$ ) в интервале  $(a, b)$  и  $x_0 \in (a, b)$ . Построим многочлен Тейлора

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k \quad (20)$$

степени  $n$ , где  $n \leq N$ .

Многочлен  $P(x)$  можно рассматривать как некоторое приближение (аппроксимацию) данной функции. Обозначая через  $R_n(x)$  соответствующую ошибку (так называемый *остаточный член*), будем иметь

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x). \quad (21)$$

Покажем, что при  $x \rightarrow x_0$  остаточный член  $R_n(x)$  будет бесконечно малой порядка выше  $n$  (*теорема Пеано*). В самом деле, рассмотрим предел

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{R_n(x)}{(x - x_0)^n} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - \left[ f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n \right]}{(x - x_0)^n}. \quad (22)$$

Очевидно, мы имеем неопределенность вида  $\frac{0}{0}$ . Применяя правило Лопиталя последовательно  $n$  раз и учитывая непрерывность производной  $f^{(n)}(x)$ , находим

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{R_n(x)}{(x - x_0)^n} =$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x) - \left[ f'(x_0) + \frac{f''(x_0)}{1!}(x - x_0) + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{(n-1)!}(x - x_0)^{(n-1)} \right]}{n(x - x_0)^{n-1}} &= \\ \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x) - \left[ f''(x_0) + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{(n-2)!}(x - x_0)^{n-2} \right]}{n(n-1)(x - x_0)^{n-2}} &= \dots \\ \dots = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f^{(n)}(x) - [f^{(n)}(x_0)]}{n(n-1)\dots 1} &= 0. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$R_n(x) = o[(x - x_0)^n]. \quad (23)$$

Таким образом, получаем *локальную формулу Тейлора*:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + o[(x - x_0)^n]. \quad (24)$$

(В общем случае, формула (24) оказывается содержательной, если  $x$  принадлежит достаточно малой окрестности  $U_{x_0}$  точки  $x_0$ .) В частном случае, при  $a < 0 < b$  и  $x_0 = 0$ , будем иметь так называемую *локальную формулу Маклорена*:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k + o(x^n). \quad (25)$$

**П р и м е р.** Функцию  $f(x) = \sin x$  аппроксимировать в окрестности точки  $x_0 = 0$  многочленом Тейлора  $P_3(x)$  третьей степени.

Имеем

$$f(x) = \sin x, \quad f'(x) = \cos x, \quad f''(x) = -\sin x, \quad f'''(x) = -\cos x.$$

Отсюда

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = 1, \quad f''(0) = 0, \quad f'''(0) = -1.$$

На основании формулы (25) получаем

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^3). \quad (26)$$

Формулу (26) часто используют для нахождения синусов малых углов  $x$ , причем следует иметь в виду, что здесь  $x$  выражен в радианах.

Полагая  $x - x_0 = h$ ,  $x = x_0 + h$  и учитывая, что

$$f(x) - f(x_0) = f(x_0 + h) - f(x_0) = \Delta f(x_0),$$

формулу (24) можно записать в виде

$$\Delta f(x_0) = hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x_0) + o(h^n). \quad (27)$$

## 9 Приложение

Т а б л и ц а 1

Общий вид решений однородного уравнения  $y'' + py' + qy = 0$  ( $p$  и  $q$  постоянны) в зависимости от корней характеристического уравнения  $k^2 + pk + q = 0$

п/п	Характер корней $k_1$ и $k_2$ характеристического уравнения	Вид общего уравнения
I	Корни $k_1$ и $k_2$ действительные и различные	$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$
II	Корни равные: $k_1 = k_2$	$y = (C_1 + C_2 x) e^{k_1 x}$
III	Корни комплексные: $k_1 = \alpha + i\beta$ и $k_2 = \alpha - i\beta$	$y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

Т а б л и ц а 2

Характер частного решения  $z$  неоднородного уравнения  $y'' + py' + qy = f(x)$  ( $p$  и  $q$  постоянны) в зависимости от правой части  $f(x)$

п/п	Правая часть $f(x)$	Случаи	Частное решение
I	$f(x) = a e^{mx}$ ( $a, m$ постоянны)	$m^2 + pm + q \neq 0,$ $m^2 + pm + q = 0$	$z = A e^{mx},$ $z = A x e^{mx}$ или $z = A x^2 e^{mx}$
II	$f(x) = M \cos \omega x + N \sin \omega x$ ( $M, N, \omega$ постоянны; $\omega \neq 0$ )	$p^2 + (q - \omega^2)^2 \neq 0,$ $p = 0, q = \omega^2$	$z = A \cos \omega x + B \sin \omega x,$ $z = x(A \cos \omega x + B \sin \omega x)$
III	$f(x) = a x^2 + b x + c$ ( $a, b, c$ постоянны)	$q \neq 0,$ $q = 0, p \neq 0$	$z = A x^2 + B x + C,$ $z = x(A x^2 + B x + C)$

### Библиографический список

1. *Макаров, Е.* Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс / Е. Макаров. – СПб.: Питер, 2003. – 248 с.
2. *Дьяконов, Е.* Mathcad 2000: учебный курс / Е. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2000. – 592 с.
3. *Гордеева, И.А.* 11 практических занятий с Mathcad 2000 / И.А. Гордеева, Е.П. Давлетярова. – Владимир: ВГПУ, 2006. – 54 с.
4. *Медведев, Ю.А.* Информационные технологии в математике (практикум): учебное пособие / Ю.А. Медведев. – Владимир: ВГПУ, 2005. – 98 с.
5. *Котельников, И.А.* LATEX по-русски / И.А. Котельников, П.З. Чеботаев. – Новосибирск: Сибирский хронограф, 2004.
6. *Кнут, Д.Е.* Все про TEX / Д.Е. Кнут. – Протвино: Изд-во АО RD-TEX, 1993.
7. *Гуссенс, М.* Путеводитель по пакету LATEX и его расширению LATEX 2ε / Гуссенс М., Миттельбах Ф., Самарин А. – М.: Мир, 1999.
8. *Львовский, С.М.* Набор и верстка в пакете LATEX / С.М. Львовский. – М.: МЦНМО, 2003.
9. *Давлетярова, Е.П.* Издательская система LaTeX. Методические указания к выполнению практикума по курсу «Информационные технологии в математике» / Е.П. Давлетярова, А.В. Шутов, Ю.А. Медведев – Владимир: ВГГУ, 2009. – 44 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b> .....	3
<b>Часть 1. Пакет символьных вычислений Mathcad</b> .....	5
Запуск программы. Экран Mathcad. Ввод, вычисление и редактирование арифметических выражений. Операции ввода и присваивания. Вычисление значений функций .....	6
Векторные и матричные операции .....	11
Вычисление выражений, содержащих суммы, произведения, интегралы, пределы .....	15
Создание двумерных графиков .....	18
Построение трехмерных графиков .....	28
Анимация графиков .....	36
Символьные вычисления .....	39
Комплексные числа .....	44
Решение уравнений и их систем .....	45
Функции пользователя .....	48
Программирование в среде Mathcad .....	50
Задания для самостоятельной работы студентов .....	53
Контрольные задания .....	59
<b>Часть 2. Издательская система LATEX 2ε</b> .....	63
<i>Набор текста в LaTeX 2ε</i> .....	64
Исходный файл и этапы его преобразования .....	64
Спецсимволы .....	65
Команды и их задание в тексте .....	65
Структура исходного документа .....	65
Группы .....	68
Центрирование .....	68
Шрифты .....	69
Форматирование абзацев .....	70
Создание таблиц .....	70

Работа с графикой.....	72
Разделы документа .....	73
Теоремы и теоремоподобные структуры .....	74
Набор формул в LaTeX 2ε .....	76
Степени и индексы .....	76
Дроби .....	76
Скобки и ограничители.....	77
Греческие буквы .....	78
Символы бинарных операций .....	79
Символы бинарных отношений .....	79
Стрелки .....	80
Операции с пределами и без.....	80
Спецзнаки .....	82
Корни .....	83
Штрихи и многоточия .....	83
Надстрочные знаки.....	84
Пробелы вручную.....	84
Горизонтальные фигурные скобки .....	85
Матрицы и системы .....	85
Переносы в выключных формулах.....	87
Нумерация формул. Ссылки на формулы.....	87
<i>Задания по LaTeX</i> .....	89
<b>Библиографический список</b> .....	101

**Давлетярова Елена Петровна**  
**Гордеева Ирина Александровна**  
**Шутов Антон Владимирович**  
**Медведев Юрий Алексеевич**

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАТЕМАТИКЕ**  
(практикум)

Редактор – **О.С. Ефимова**

Компьютерный набор – **Е.П. Давлетярова, И.А. Гордеева**

---

Подписано в печать	2012	Формат 84 108 1/32
Усл. п. л. – 6,4		Уч. изд. л. – 6,5
Заказ		Тираж 500 экз.

---

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии ВГГУ  
600024, г. Владимир, ул. Университетская, 2, тел. 33-87-40