Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Кафедра управления и информатики
в технических и экономических системах

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ДИАГНОСТИКА СИСТЕМ

Методические указания к лабораторным работам

Составители:
О. М. КОЧУРОВ
А. С. ГРИБАКИН
В. С. ГРИБАКИН

Владимир 2013

УДК 519.711.3
ББК 22.181
И29

Рецензент
Кандидат технических наук, профессор кафедры
электротехники и электроэнергетики
Владимирского государственного университета
им. А. Г. и Н. Г. Столетовых
Г. П. Колесник

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

И29 **Идентификация** и диагностика систем : метод. указания к лаб. работам / Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых ; сост.: О. М. Кочуров, А. С. Грибакин, В. С. Грибакин. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2013. – 33 с.

Приведены лабораторные работы, посвященные современным методам идентификации динамических объектов. Описаны непараметрические и параметрические методы идентификации и их реализация в среде MATLAB, рассмотрены как средства встроенного пакета System Identification Toolbox, так и алгоритмы, реализация которых возможна с применением любого языка высокого уровня. Кроме вопросов идентификации рассмотрены вопросы моделирования и анализа линейных систем в среде MATLAB.

Предназначены для студентов 4-го курса (бакалавриата) очной формы обучения направления подготовки 220400.62 – Управление в технических системах.

Рекомендованы для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения.

Библиогр.: 8 назв.

УДК 519.711.3
ББК 22.181

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Задача идентификации, методы идентификации

Идентификацией называется «определение параметров и структуры математической модели, обеспечивающей наилучшее совпадение выходных координат модели и процесса при одинаковых входных воздействиях» (ГОСТ 20913-75 «Автоматизированные системы управления технологическими процессами»).

Другими словами, задача идентификации состоит в нахождении математической модели объекта, описывающей его наилучшим образом с точки зрения выбранного критерия.

Процедура идентификации включает следующие этапы [1]:

1. Выбор структуры модели на основании имеющейся априорной информации об исследуемом процессе и некоторых эвристических соображений.

2. Выбор критериев близости объекта и модели, основанных на специфике задачи.

3. Определение параметров модели, оптимальных с точки зрения выбранного критерия близости.

Можно выделить несколько групп подходов к решению задачи идентификации:

1) непараметрические методы идентификации;

2) идентификация по временным и частотным характеристикам на основе типовых передаточных функций;

3) идентификация на основе авторегрессионных моделей;

4) рекуррентные методы.

1.2. Непрерывные линейные системы

Напомним основные понятия, хорошо известные из курса математических основ теории систем и теории автоматического управления [2].

Наиболее удобной моделью линейной непрерывной системы является передаточная функция – отношение изображения Лапласа выходного сигнала к изображению входного при нулевых начальных условиях:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{L\{y(t)\}}{L\{u(t)\}}.$$

Основными временными характеристиками системы выступают переходная и импульсная характеристики.

Переходная характеристика $h(t)$ представляет собой реакцию системы (при нулевых начальных условиях) на воздействие в виде единичной ступенчатой функции

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geqslant 0 \end{cases}$$

Импульсная характеристика $g(t)$ есть реакция (при нулевых начальных условиях) на δ-импульс, который можно определить следующим образом:

$$\delta(t) = 0, \text{ при } t \neq 0; \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1.$$

Передаточная функция системы $G(s)$ есть преобразование Лапласа от ее импульсной характеристики:

$$G(s) = L\{g(t)\} = \int\limits_{0}^{\infty} g(t)e^{-st}dt.$$

Переходная характеристика связана с передаточной функцией преобразованием Карсона – Хевисайда:

$$G(s) = s\int\limits_{0}^{\infty} h(t)e^{-st}dt.$$

Приведем также формулы обратного перехода:

$$g(t) = L^{-1}\{G(s)\}; h(t) = L^{-1}\{G(s)/s\}.$$

Реакция системы на произвольное входное воздействие, прикладываемое в момент $t = 0$, может быть получена на основе интеграла Дюамеля – Карсона из переходной характеристики:

$$y(t) = u(0)h(t) + \int\limits_{0}^{t} u(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

или по импульсной характеристике:

$$y(t) = \int_0^t u(\tau)g(t-\tau)d\tau. \tag{1.1}$$

Для рассматриваемого класса систем подстановка в передаточную функцию $j\omega$ вместо переменной s дает комплексный коэффициент передачи системы:

$$G(s)\Big|_{s=j\omega} = K(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}, \tag{1.2}$$

который равен отношению изображений Фурье выходного и входного сигналов при нулевых начальных условиях.

Комплексный коэффициент передачи часто представляют в виде амплитудной и фазовой частотных характеристик:

$$K(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

где $A(\omega) = \big|K(j\omega)\big|$; $\varphi(\omega) = \arg K(j\omega)$.

1.3. Линейные дискретные системы

В дальнейшем часто речь будет идти о дискретных сигналах и дискретных системах. Напомним, что дискретные сигналы определены лишь в отдельные моменты времени kT, где k – целое число; T – элементарный шаг изменения времени, называемый периодом квантования. Будем обозначать

$$u(kT) = u_k;\ y(kT) = y_k.$$

Для дискретных систем также рассматривают переходную характеристику h_k – реакцию на сигнал вида

$$1(kt) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ 1, & k \geqslant 0 \end{cases}$$

и импульсную характеристику g_k – реакцию на единичный импульс

$$\delta(kT) = \begin{cases} 0, & k \neq 0 \\ 1, & k = 0 \end{cases}$$

При описании дискретных систем используется z-преобразование, которое играет такую же роль, как преобразование Лапласа при описании непрерывных систем.

Дискретная передаточная функция есть отношение z-преобразований выходного и входного сигналов и равна z-преобразованию импульсной характеристики:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Z\{y_k\}}{Z\{u_k\}};$$

$$G(z) = Z\{g_k\} = \sum_{k=0}^{\infty} g_k z^{-k}.$$

Для дискретных систем наряду с передаточной функцией часто используется модель в виде разностного уравнения, которая может быть легко получена из передаточной функции. Представим передаточную функцию в виде отношения многочленов числителя $B(z^{-1})$ и знаменателя $A(z^{-1})$:

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{Y(z)}{U(z)} \;\Rightarrow\; Y(z)A(z) = U(z)B(z);$$

$$Y(z)\left[1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}\right] = U(z)\left[b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}\right].$$

Применив обратное z-преобразование к обеим частям, получим разностное уравнение

$$y_k + a_1 y_{k-1} + \ldots + a_n y_{k-n} = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \ldots + b_m u_{k-m},$$

которое часто записывают в виде рекуррентной формулы, выражающей y_k через остальные отсчеты входного и выходного сигналов:

$$y_k = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \ldots + b_m u_{k-m} - a_1 y_{k-1} - \ldots - a_n y_{k-n}. \qquad (1.3)$$

При помощи рекуррентного соотношения (1.3) могут быть рассчитаны временные характеристики дискретной системы и вообще реакция на произвольный входной сигнал.

Реакция на произвольный сигнал может быть также получена путем дискретной свертки входного воздействия с импульсной характеристикой аналогично (1.1) для непрерывных систем:

$$y_k = \sum_{i=0}^{\infty} g_i u_{k-i}. \qquad (1.4)$$

Частотные характеристики могут быть получены путем подстановки в передаточной функции $z = e^{j\omega T}$.

$$G(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} = K(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \qquad (1.5)$$

1.4. Переход от непрерывной модели к дискретной

При моделировании линейных систем возникает необходимость нахождения дискретной передаточной функции, эквивалентной по своим временным и частотным характеристикам аналоговому прототипу, а также обратная задача.

Переход от непрерывной передаточной функции к дискретной может быть выполнен одним из следующих способов:

1. При помощи обратного преобразования Лапласа и z-преобразования со следующей цепочкой действий:

а) найти переходную характеристику:

$$h(t) = L^{-1}\{G(s)/s\};$$

б) провести дискретизацию по времени:

$$h_k = h(kT), k = 0, 1, 2\ldots$$

в) искомая дискретная передаточная функция получается из z-изображения полученной решетчатой функции по формуле

$$G(z) = Z\{h_k\}\frac{z-1}{z}.$$

2. При помощи замены производных в дифференциальном уравнении, описывающем непрерывную систему, разностями:

$$py(t) = \frac{dy(t)}{dt} \approx \frac{y_k - y_{k-1}}{T}.$$

Это приводит к следующей замене комплексной переменной s в передаточной функции:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T} = \frac{z-1}{zT}.$$

Такой способ дает приемлемые результаты лишь при малом периоде квантования T.

3. С применением билинейного z-преобразования, называемого также формулой Тастина [3]:

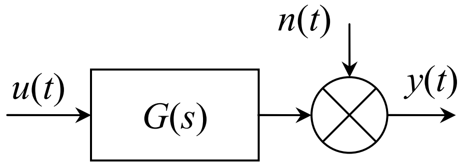
$$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}.$$

Этот метод широко используется на практике, так как устанавливает соответствие между s-областью и z-областью. Это позволяет применять к дискретным системам корневые методы анализа, в том числе проводить проверку устойчивости.

На практике применяются и другие методы: метод инвариантной импульсной характеристики, согласованного z-преобразования и пр.

1.5. Постановка задачи

Будем рассматривать непрерывную линейную систему с одним входом и одним выходом, структурная схема которой показана на рисунке.



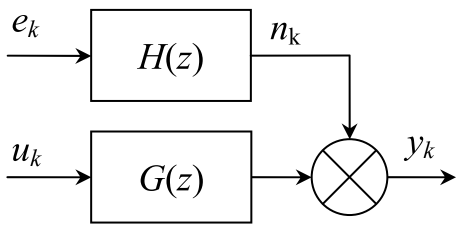
Динамика системы описывается передаточной функцией $G(s)$. Выходной сигнал $y(t)$ зависит от входного $u(t)$, который может быть измерен, а также от аддитивного неконтролируемого возмущения $n(t)$.

В задачу идентификации входит получение оценки передаточной функции $\hat{G}(s)$, а также спектральных характеристик возмущения. Моделью возмущения будем считать белый шум, обработанный линейным фильтром, с передаточной функцией $H(s)$. Определение спектральных свойств сводится к нахождению оценки $\hat{H}(s)$.

Рассматриваемые методы идентификации ориентированы на численные методы и методы цифровой обработки сигналов. Они требуют, чтобы наблюдаемые сигналы $u(t)$ и $y(t)$ были представлены последовательностями дискретных отсчетов, иначе говоря, таблицами экспериментальных данных.

Это обстоятельство вынуждает рассматривать искомую модель системы как дискретную. При необходимости на основе полученного описания дискретной модели может быть создана непрерывная модель реальной системы. Вопросы соответствия передаточных функций дискретных систем и их непрерывных прототипов были рассмотрены выше.

Окончательно изобразим структуру искомой модели, где e_k – дискретный белый шум.



Итак, целью идентификации будем считать нахождение оценок дискретных передаточных функций $\hat{G}(s)$ и $\hat{H}(s)$.

2. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Непараметрические методы описания динамики системы используют лишь дискретные отсчеты экспериментальных данных. При этом не выдвигаются какие-либо предположения в отношении структуры модели.

2.1. Оценка временных характеристик

Простейшими моделями системы, которые могут быть получены непосредственно из экспериментальных данных, являются переходная $h(kT)$ и импульсная $g(kT)$ характеристики.

В соответствии с (1.4) свертка произвольного входного сигнала системы с импульсной характеристикой дает реакцию системы на этот входной сигнал. Таким образом, зная отсчеты импульсной характеристики, можно прогнозировать реакцию на произвольный входной сигнал в любой момент дискретного времени k:

$$y_k = \sum_{i=0}^{m} g_i u_{k-i}. \qquad (2.1)$$

Такое уравнение соответствует передаточной функции:

$$G(z) = \frac{g_0 + g_1 z^{-1} + \cdots + g_m z^{-m}}{1}. \qquad (2.2)$$

Итак, сами отсчеты импульсной характеристики дают модель системы, которая может быть представлена в виде передаточной функции. Знаменатель ее равен единице, а коэффициенты числителя есть отсчеты импульсной характеристики. Такие модели известны как модели с конечной импульсной характеристикой [3, 4], поскольку для их получения всегда располагаем конечным числом дискретных отсчетов.

Оценка импульсной характеристики, в принципе, может быть получена путем решения уравнения (2.1). При этом y и u выступают известными коэффициентами, а g – искомыми переменными.

Однако в условиях помех и погрешностей измерений решение непосредственно уравнения вряд ли может давать удовлетворительные результаты.

Для устранения помех применяется корреляционный метод [5].

Взаимная корреляционная функция сигнала $y(t)$ и $u(t)$:

$$R_{yu}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int\limits_{-T}^{+T} u(t)y(t-\tau)dt.$$

Автокорреляционная функция сигнала $u(t)$:

$$R_{u}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int\limits_{-T}^{+T} u(t)u(t-\tau)dt.$$

Если $u(t)$ – входной сигнал линейной системы, $y(t)$ – выходной сигнал, а $g(t)$ – ее импульсная характеристика, то

$$R_{yu}(\tau) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} R_u(t)g(\tau-t)dt. \qquad (2.3)$$

Эта формула находит применение для нахождения импульсной характеристики на основе оценок корреляционных функций.

Поскольку на практике имеем дело с дискретными отсчетами корреляционных функций, уравнение (2.3) запишется в виде

$$\hat{R}_{yu}(k) = \sum_{i=0}^{M} \hat{R}_u(i)\hat{g}(k-i) \text{ или } \hat{R}_{yu}(k) = \sum_{i=0}^{M} \hat{g}(i)\hat{R}_u(i-k), \qquad (2.4)$$

где M – число отсчетов корреляционных функций, которыми располагаем.

Решив эту систему уравнений относительно $\hat{g}(k)$, получим M отсчетов импульсной характеристики.

Систему уравнений удобно записать в матричной форме. Для этого введем матрицу $\mathbf{R}_u$, составленную из дискретных отсчетов автокорреляционной функции R_u:

$$\mathbf{R}_u = \begin{pmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \dots & R_u(M-1) & R_u(M) \\ R_u(-1) & R_u(0) & \dots & R_u(M-2) & R_u(M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R_u(1-M) & R_u(2-M) & \dots & R_u(0) & R_u(1) \\ R_u(-M) & R_u(1-M) & \dots & R_u(-1) & R_u(0) \end{pmatrix}$$

Номера отсчетов корреляционной функции записаны в скобках, потому что нижний индекс использован, чтобы показать принадлежность к сигналу u. Исследуемые процессы являются вещественными, поэтому корреляционная функция четная, значит, $R_u(-k) \equiv R_u(k)$. Перепишем матрицу $\mathbf{R}_u$ с учетом этого свойства:

$$\mathbf{R}_u = \begin{pmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \dots & R_u(M-1) & R_u(M) \\ R_u(1) & R_u(0) & \dots & R_u(M-2) & R_u(M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R_u(M-1) & R_u(M-2) & \dots & R_u(0) & R_u(1) \\ R_u(M) & R_u(M-1) & \dots & R_u(1) & R_u(0) \end{pmatrix}$$

Интерпретируя $g(0 \dots M)$ и $R_{yu}(0 \dots M)$ как векторы-столбцы

$$g = \begin{pmatrix} g(0) \\ g(1) \\ \vdots \\ g(M-1) \\ g(M) \end{pmatrix} \text{ и } R_{yu} = \begin{pmatrix} R_{yu}(0) \\ R_{yu}(1) \\ \vdots \\ R_{yu}(M-1) \\ R_{yu}(M) \end{pmatrix},$$

запишем систему уравнений в матричной форме:

$$\mathbf{R}_u g = R_{yu}. \tag{2.5}$$

Решение в матричной форме получается по формуле

$$g = \mathbf{R}_u^{-1} R_{yu}, \tag{2.6}$$

где $\mathbf{R}_u^{-1}$ – обратная матрица $\mathbf{R}_u$.

Матрица $\mathbf{R}_u$ полностью определяется своими первыми строкой и столбцом, так как элементы любой диагонали, параллельной главной, одинаковы. Матрицы, обладающие таким свойством, называют тёплицевыми.

Оценки корреляционных функций, служащих коэффициентами в системе уравнений, могут быть получены по формулам

$$\begin{aligned} \hat{R}_u(k) &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} u(n)u(n-k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} u(n)u(n+k) \\ \hat{R}_{yu}(k) &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} y(n)u(n-k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} y(n+k)u(n) \end{aligned} \tag{2.7}$$

2.2 Оценка частотных характеристик

Из выражения (1.2) следует, что комплексный коэффициент передачи системы есть отношение изображений Фурье выходного и входного сигналов системы при нулевых начальных условиях.

Считая, что контролируемые сигналы представлены последовательностями своих дискретных отсчетов, запишем выражение для оценки комплексного коэффициента передачи системы:

$$\hat{\hat{K}}(j\omega) = \frac{\hat{Y}(j\omega)}{\hat{U}(j\omega)}. \qquad (2.8)$$

Здесь $\hat{U}(j\omega)$, $\hat{Y}(j\omega)$ – оценки изображений Фурье входа и выхода, полученные на основе классических формул дискретного преобразования Фурье [3]:

$$\hat{Y}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(k) e^{-j2\pi nk/N};$$

$$\hat{U}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} u(k) e^{-j2\pi nk/N},$$

где k – номера отсчетов дискретного сигнала; n – номера отсчетов спектральной функции, следующие через одинаковые промежутки $f_s/2N$ (f_s – частота квантования).

При использовании в качестве тестового сигнала белого шума, комплексный частотный спектр, вычисленный на основе (2.8), получается весьма изрезанным. Для сглаживания спектра оценку (2.8) заменяют выражением

$$\hat{K}(j\omega) = \frac{\int\limits_{-\pi}^{\pi} W(\Omega - \omega)|\hat{U}|^2 \hat{\hat{K}}(j\Omega) d\Omega}{\int\limits_{-\pi}^{\pi} W(\Omega - \omega)|\hat{U}|^2 d\Omega}.$$

Здесь $W(\omega)$ носит название весовой функции. В качестве весовых функций применяются так называемые оконные функции.

Сведения об оконных функциях и их характеристиках можно найти в литературе по цифровой обработке сигналов [3, 5].

Приведем пример. Обобщенное косинусное окно описывается выражением

$$w(n) = \begin{cases} a_0 + a_1 \cos\dfrac{2\pi n}{N-1} + a_2 \cos\dfrac{4\pi n}{N-1}; & 0 \leqslant n \leqslant N-1; \\ 0, & \text{при прочих } n. \end{cases}$$

В зависимости от значений параметров a_0, a_1, a_2 различают три формы обобщенного косинусного окна:

1) Хэннинга: $a_0 = 0,5$; $a_1 = -0,5$; $a_2 = 0$;

2) Хэмминга: $a_0 = 0,54$; $a_1 = -0,46$; $a_2 = 0$;

3) Блэкмана – Хэрриса: $a_0 = 0,42$; $a_1 = -0,5$; $a_2 = 0,08$.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Недостаток непараметрических методов состоит в том, что для получения качественной модели могут потребоваться десятки и сотни дискретных отсчетов. Естественным является стремление получить модель в более компактной форме, такой как дифференциальное уравнение или передаточная функция.

Модель в форме передаточной функции чаще всего определяется не более чем двумя десятками параметров – коэффициентами числителя и знаменателя. Передаточная функция несет важнейшую информацию о порядке системы, позволяя составить представление о структуре объекта, числе инерционных звеньев в его составе. Если передаточная функция, адекватно описывающая объект, оказалась сравнительно проста, то анализ системы возможен, не прибегая к вычислительной технике.

Параметрические методы предполагают выбор структуры модели исследуемой системы, который производится на основе априорной информации. Таким образом, параметрические методы требуют задания некоторого множества моделей и решают задачу поиска конкретной модели из выбранного множества.

3.1. Авторегрессия и метод наименьших квадратов

Передаточную функцию линейной дискретной системы можно привести к стандартному виду:

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + b_2 z^{m-2} + \ldots + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \ldots + a_n}.$$

Разделив числитель и знаменатель на z в некоторой степени, получим форму записи с многочленами по отрицательным степеням z:

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_n z^{-n}}.$$

От такой формы прост переход к разностному уравнению системы:

$$Y(z)A(z) = U(z)B(z);$$

$$Y(z)\left[1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}\right] = U(z)\left[b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}\right].$$

Здесь z^{-1} может интерпретироваться как оператор запаздывания на такт. Окончательно запишем разностное уравнение:

$$y_k + a_1 y_{k-1} + \ldots + a_n y_{k-n} = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \ldots + b_m u_{k-m}.$$

Выразим выходную величину системы:

$$y_k = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \ldots + b_m u_{k-m} - a_1 y_{k-1} - \ldots - a_n y_{k-n}.$$

Таким образом, модель линейной дискретной системы полностью определяется коэффициентами $a_{1\ldots n}$, $b_{0\ldots m}$.

Задача идентификации сводится к нахождению оценок коэффициентов так, чтобы получить результат, наилучшим образом согласующийся с экспериментальными данными, то есть чтобы в каждый момент дискретного времени k получить достаточно малое рассогласование ε_k между выходным сигналом модели $\hat{y}_k$ и системы y_k:

$$\varepsilon_k = y_k - \hat{y}_k \to 0.$$

Предположим, что в ходе экспериментального исследования системы были получены последовательности дискретных отсчетов входного и выходного сигналов системы. Обозначим эти последовательности соответственно $u_{1\ldots N}$ и $y_{1\ldots N}$.

Для каждого дискретного отсчета составим уравнение:

$$y_k - [b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \ldots + b_m u_{k-m} - a_1 y_{k-1} - \ldots - a_n y_{k-n}] = 0.$$

Получим систему из N линейных уравнений:

$$\begin{cases} y_1 - [b_0 u_1 + b_1 u_0 + \ldots + b_m u_{1-m} - a_1 y_0 - \ldots - a_n y_{1-n}] = 0 \\ y_2 - [b_0 u_2 + b_1 u_1 + \ldots + b_m u_{2-m} - a_1 y_1 - \ldots - a_n y_{2-n}] = 0 \\ \ldots \\ y_N - [b_0 u_N + b_1 u_{N-1} + \ldots + b_m u_{N-m} - a_1 y_{N-1} - \ldots - a_n y_{N-n}] = 0 \end{cases}$$

Решение системы относительно $a_{1\ldots n}$ и $b_{0\ldots m}$ дает искомые коэффициенты.

Задачу идентификации можно коротко сформулировать так:

$$\hat{\theta} = \mathrm{sol}\left\{ y_k - \sum_{i=0}^{m} b_k u_{k-i} + \sum_{i=1}^{n} a_k y_{k-i} = 0 \right\}, \quad k = 1 \ldots N.$$

Объединим все неизвестные коэффициенты в один вектор-столбец θ. Сформируем также вектор-столбец, содержащий выходные координаты системы Y. Составим матрицу экспериментальных данных по следующему правилу. Каждая строка матрицы Φ соответствует моменту k дискретного времени и представляет собой вектор:

$$\Phi_k = \begin{pmatrix} u_k & u_{k-1} & \ldots & u_{k-m} & -y_{k-1} & -y_{k-2} & \ldots & -y_{k-n} \end{pmatrix}, \quad k = 1 \ldots N.$$

Потребуются также следующие обозначения:

$$\theta = \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & \dots & b_m & a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{pmatrix}^T;$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{pmatrix}; \quad \Phi = \begin{pmatrix} u_1 & \cdots & u_{1-m} & -y_0 & \dots & -y_{1-n} \\ u_2 & \cdots & u_{2-m} & -y_1 & \dots & -y_{2-n} \\ & \cdots & & & \dots & \\ u_N & \cdots & u_{N-m} & -y_{N-1} & \dots & -y_{N-n} \end{pmatrix}. \qquad (3.1)$$

Используя введенные обозначения, запишем систему уравнений в матричной форме:

$$\Phi\theta = Y. \qquad (3.2)$$

При определенных условиях вектор θ может быть найден по формуле

$$\theta = \Phi^{-1}Y,$$

где Φ^{-1} – обратная матрица Φ.

На практике, как правило, точное решение системы (3.2) невозможно по следующим причинам:

1. Экспериментальные данные содержат ошибки измерений, помехи и другие случайные отклонения.

2. Система (3.2) составлена, опираясь на предполагаемую структуру модели, которая лишь до некоторой степени близости отражает свойства реальной системы.

Требуется найти такой вектор θ, который давал бы модель, возможно ближе описывающую свойства системы.

При этом система уравнений (3.2) должна быть переопределенной (число уравнений гораздо больше числа неизвестных), но вместе с тем может быть несовместной, то есть не иметь точных решений. Обращение матрицы Φ становится невозможным, так как она может не быть квадратной или может оказаться вырожденной (ее определитель равен нулю).

Поэтому необходимо искать псевдорешение [6]. Псевдорешением системы называется такой вектор θ, который при подстановке в (3.2) дает вектор невязки $\Phi\theta - Y$, минимальный по евклидовой норме (метод наименьших квадратов).

Псевдорешение может быть получено одним из двух способов:

$$\theta = \left[\Phi^T\Phi\right]^{-1}\Phi^T Y, \qquad (3.3)$$

$$\theta = \Phi^+ Y,$$

где Φ^T – транспонированная матрица Φ; Φ^+ – псевдообратная матрица Φ.

3.2. Частотная интерпретация метода наименьших квадратов

Покажем возможность применения идентификации с помощью авторегрессионных моделей в частотной области. Предположим, что экспериментальные данные представляют собой дискретные отсчеты комплексных частотных спектров входного $U(j\omega_k)$ и выходного $Y(j\omega_k)$ сигналов системы.

Такой набор данных может быть получен при тестировании системы гармоническим сигналом на разных частотах.

В соответствии с (1.5) подстановка в дискретную передаточную функцию $z = e^{j\omega T}$ дает комплексный частотный спектр системы, равный отношению спектров выходного и входного сигналов:

$$G(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} = \frac{b_0 + b_1 e^{-j\omega T} + b_2 e^{-2j\omega T} + \ldots + b_m e^{-mj\omega T}}{1 + a_1 e^{-j\omega T} + a_2 e^{-2j\omega T} + \ldots + a_n e^{-nj\omega T}} = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}.$$

Выполнив простейшие преобразования, запишем это выражение в форме уравнения:

$$\begin{aligned} &U(j\omega)\left(b_0 + b_1 e^{-j\omega T} + \ldots + b_m e^{-mj\omega T}\right) = \\ &\qquad = Y(j\omega)\left(1 + a_1 e^{-j\omega T} + \ldots + a_n e^{-nj\omega T}\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y(j\omega) = {}& U(j\omega)\left(b_0 + b_1 e^{-j\omega T} + \ldots + b_m e^{-mj\omega T}\right) - \\ &- Y(j\omega)\left(a_1 e^{-j\omega T} + \ldots + a_n e^{-nj\omega T}\right). \end{aligned}$$

Имея набор частот $\omega = \omega_1 \ldots \omega_N$, получим систему из N уравнений, для которой по аналогии с (3.1) определим вектор регрессоров и вектор свободных членов. Для краткости введем обозначения:

$$U_k = U(j\omega_k),\, Y_k = Y(j\omega_k);\, q_k^{-n} = e^{-jn\omega_k T}.$$

Получим:

$$\varPhi = \begin{pmatrix} U_1 & U_1 q_1^{-1} & U_1 q_1^{-2} & \cdots & U_1 q_1^{-m} & -Y_1 q_1^{-1} & -Y_1 q_1^{-2} & \cdots & -Y_1 q_1^{-n} \\ U_2 & U_2 q_2^{-1} & U_2 q_2^{-2} & \cdots & U_2 q_2^{-m} & -Y_2 q_2^{-1} & -Y_2 q_2^{-2} & \cdots & -Y_2 q_2^{-n} \\ & & & \cdots & & & & & \\ U_N & U_N q_N^{-1} & U_N q_N^{-2} & \cdots & U_N q_N^{-m} & -Y_N q_N^{-1} & -Y_N q_N^{-2} & \cdots & -Y_N q_N^{-n} \end{pmatrix};$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 & Y_2 & \ldots & Y_N \end{pmatrix}^T.$$

Решение системы уравнений

$$\theta = \varPhi^+ Y$$

даст вектор коэффициентов передаточной функции U_k и Y_k.

4. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа № 1. Непараметрические методы идентификации

Цель работы

Разработать в среде MATLAB программу, реализующую корреляционный метод анализа систем во временной области. Программа должна выполнить следующие действия:

1) сформировать последовательность отсчетов тестового сигнала;

2) провести имитацию реакции системы на тестовый сигнал при помощи подпрограммы, выданной преподавателем;

3) рассчитать оценки автокорреляционной функции выхода, взаимной корреляционной функции входа и выхода;

4) сформировать корреляционную матрицу;

5) найти оценку импульсной характеристики системы путем решения системы линейных уравнений в матричной форме;

6) провести проверку адекватности модели, сравнив реакцию на ступенчатое воздействие системы и модели;

7) рассчитать дисперсию адекватности модели.

Порядок работы

Основы программирования в среде MATLAB кратко изложены в прил. 1. Подробное описание можно найти в самоучителе [7]. Решение специфических задач анализа и идентификации систем рассмотрено в [8].

1. Создать рабочий каталог на диске; скопировать в него файл MODEL.M, выданный преподавателем. Запустить среду MATLAB и установить рабочий каталог в качестве каталога по умолчанию. Создать файл программы.

2. Задать частоту квантования f_s или период квантования T_s. Рекомендуется выбрать период квантования из диапазона от 1 до 10 мс. Создать вектор дискретного времени $0 \leqslant t \leqslant t_{max}$. Шаг квантования должен быть равен T_s. Рекомендуемое значение t_{max} от 0,5 до 5 с. Образец:

```
t=0:Ts:1;
```

Проследить, чтобы число элементов t было четным. Уменьшить число элементов на 1 можно командой вида

```
t=0:Ts:1-Ts;
```

3. Сформировать вектор тестового сигнала. Число элементов должно быть равно числу элементов в векторе времени. Предлагается в качестве тестового сигнала использовать двоичный белый шум с нулевым средним, для получения которого необходимо воспользоваться функциями `rand` и `sign`.

```
u=sign(rand(size(t))-0.5);
```

4. Вызвать функцию имитации выходных экспериментальных данных `model`. Формат вызова следующий:

```
[u y]=model(t,u,v,t0);
```

Входные параметры: `t` – вектор времени; `u` – вектор тестового сигнала; `v` – номер варианта; `t0` – время, отводимое для затухания переходного процесса. Если тестовый сигнал является центрированным, t_0 можно принять равным нулю.

Выходные параметры: `u` - вектор тестового сигнала; `y` – реакция системы. Функция возвращает результат для моментов времени $t > t_0$.

Рекомендуется выбрать t_0 от 0,2 до 1 с. Обязательно $t_0 < t_{max}$.

5. Вычислить оценки корреляционных функций. Существует несколько способов:

1) непосредственно по формулам (2.7). Тогда команды вычисления корреляционных функций могут быть такими:

```
for n=1:length(y)/2;
  Ryu(n)=sum(u(1:end/2).*y(n:end/2+n-1)) *2/N;
  Ruu(n)=sum(u(1:end/2).*u(n:end/2+n-1)) *2/N;
end
```

Переменная `N` должна быть равна числу элементов в `u` или `y`.

2) с помощью функции `xcorr`. Рекомендуется задать максимальное смещение, равное половине длины последовательности отсчетов сигналов. Четвертым параметром указать опцию `'biased'` – это необходимо для правильной нормировки результата.

```
Ruu=xcorr(u,u,N/2,'biased');
Ryu=xcorr(y,u,N/2,'biased');
```

6. Провести усреднение найденных оценок, повторив вычисления по пунктам (3 – 5) 10...50 раз для разных реализаций случайного тестового сигнала. При этом следует `Ryu` и `Ruu` сделать матрицами, в строках которых будут расположены отсчеты одной реализации. Приведем пример формирования матриц с помощью функции `xcorr`.

```
for k=1:20
  u=sign(rand(size(t))-0.5);
  [u y]=model(t,u,v,t0);
  Ryu(k,:)=xcorr(y,u,N/2,'biased');
  Ruu(k,:)=xcorr(u,u,N/2,'biased');
end
```

Для нахождения среднего служит функция `mean`.

Функция `xcorr` возвращает двустороннюю корреляционную функцию (для положительных и отрицательных моментов времени). Если корреляционные функции рассчитывались с ее помощью, рекомендуется отбросить все значения для отрицательных моментов времени, например следующими командами:

```
Ryu=Ryu(:,end/2:end);
Ruu=Ruu(:,end/2:end);
```

7. Построить осциллограммы тестового сигнала и реакции системы. Построить графики корреляционных функций. Вывод графиков производится с помощью команды `plot`.

8. По оценке автокорреляционной функции R_u сформировать корреляционную матрицу $\mathbf{R}_u$, как тёплицеву матрицу, образованную строкой и столбцом R_u. Для получения тёплицевой матрицы служит функция `toeplitz`.

9. Найти оценку импульсной характеристики, решив систему уравнений (2.5), с использованием функции `inv` (обратная матрица) и при необходимости оператора `.'` (транспонирование матрицы). Построить график полученной импульсной характеристики.

10. Проверить адекватность на примере переходной характеристики. Для этого сформировать вектор времени размерностью, совпадающей с числом отсчетов импульсной характеристики. При этом соблюдать выбранный в начале работы интервал квантования:

```
t=0:Ts:Ts*(length(g)-1);
```

Сформировать вектор, составленный из единичных элементов той же длины (функция `ones`):

```
u=ones(size(g));
```

Провести моделирование при переходном процессе (функция `model`). Входным сигналом служит вектор единиц (имитация ступенчатого воздействия), последний параметр $t_0 = 0$. Построить график экспериментальной переходной характеристики.

Провести предсказание переходной характеристики по имеющейся оценке импульсной характеристики (2.1). Свертку входного воздействия и импульсной характеристик удобно вычислять при помощи функции `filter`. В нашем случае, в соответствии с (2.2), числителем передаточной функции служат отсчеты импульсной характеристики, знаменатель равен единице.

```
h=filter(g,1,u);
```

Построить график расчетной переходной характеристики в той же системе координат.

Рассчитать дисперсию адекватности модели по формуле

$$D_a = D\left\{\hat{y}(kT) - h(kT)\right\},$$

где $\hat{y}(kT)$ – отсчеты предсказанной реакции на ступенчатое воздействие; $h(kT)$ – отсчеты экспериментальной переходной характеристики. Для нахождения дисперсии использовать функцию `std`, возвращающую среднеквадратическое значение процесса.

Сравнить полученное значение с дисперсией собственного шума системы. Для этого применить функцию `model` к последовательности нулевых отсчетов. Определить дисперсию реакции с помощью функции `std`.

Содержание отчета

1. Краткие теоретические сведения (импульсная характеристика, корреляционная функция, связь между ними).
2. Исходный текст М-программы с комментариями.
3. Графики: тестового сигнала, реакции на тестовый сигнал, корреляционных функций, импульсной характеристики, реакции на ступенчатое воздействие системы и модели (в одной системе координат).
4. Дисперсионные характеристики точности полученной модели.
5. Выводы.

Лабораторная работа № 2. Идентификация на основе авторегрессионных моделей

Цель работы

Разработать в среде MATLAB программу, реализующую авторегрессионный метод анализа систем во временной области.

Порядок работы

1. Создать рабочий каталог на диске; скопировать в него файл MODEL.M, выданный преподавателем. Запустить среду MATLAB и установить рабочий каталог в качестве каталога по умолчанию. Создать файл программы.

2. Задать частоту квантования f_s или период квантования T_s. Рекомендуется выбрать период квантования из диапазона от 5 до 20 мс. Создать вектор дискретного времени $0 \leqslant t \leqslant t_{max}$. Шаг квантования должен быть равен T_s. Рекомендуемое значение t_{max} от 0,5 до 5 с. Образец:

```
t=0:Ts:1;
```

3. Сформировать вектор тестового сигнала. Число элементов должно быть равно числу элементов в векторе времени. Предлагается в качестве тестового сигнала использовать двоичный белый шум с нулевым средним, для получения которого воспользоваться функциями `rand` и `sign`.

```
u=sign(rand(size(t))-0.5);
```

4. Вызвать функцию имитации выходных экспериментальных данных `model`. Формат вызова следующий:

```
[u y]=model(t,u,v,t0);
```

Входные параметры: `t` – вектор времени; `u` – вектор тестового сигнала; `v` – номер варианта (должен совпадать с номером варианта в лабораторной работе № 1); `t0` – время, отводимое для затухания переходного процесса.

Выходные параметры: `u` – вектор тестового сигнала; `y` – реакция системы. Функция возвращает результат для моментов времени $t > t_0$.

Рекомендуется выбрать t_0 от 0,2 до 1 с.

5. Выбрать одну из структур модели:

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}};$$

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}};$$

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}};$$

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}.$$

6. Сформировать матрицу координат системы Φ (3.1). Каждая строка состоит из последовательности входных отсчетов и выходных отсчетов, взятых с обратным знаком.

Для этого в цикле заполнить матрицу по строкам. Начальное значение счетчика следует выбрать, по крайней мере, на единицу больше порядка системы `N`. Необходимо также сформировать вектор `Y`, включив в него все элементы `y`, начиная с `N+1`. Например, для первой модели второго порядка код будет выглядеть так:

```
N=2;
for k=N+1:length(y)
  Phi(k-N,:)=[u(k-1) u(k-2) -y(k-1) -y(k-2)];
end
Y=y(N+1:end);
```

7. Найти вектор оценок искомых параметров по формуле (3.3). Для вычисления псевдообратной матрицы воспользоваться функцией `pinv`.

```
theta=pinv(Phi)*Y.';
```

8. При помощи функции `tf` создать модель системы, заполняя числитель и знаменатель компонентами вектора оценок θ. Например:

```
G=tf([theta(1) theta(2)],[1 theta(3) theta(4)],Ts)
```

9. При помощи функций `step`, `impulse` и `bode` построить временные и частотные характеристики модели.

10. Проверить адекватность модели, протестировав ее на трех видах сигналов: случайном, ступенчатом и гармоническом.

Частоту гармонического воздействия выбирать, опираясь на АЧХ системы. Для этого сформировать последовательность тестового сигнала и найти реакцию системы аналогично п. 3 – 4. Получить отклик модели на тестовый сигнал при помощи функции `lsim`. Построить в одной системе координат графики $y = f(t)$ и $\hat{y} = f(t)$.

Если результаты проверки адекватности оказались неудовлетворительными, изменить частоту квантования. Рекомендуется частоту квантования выбирать в 3 – 5 раз больше частоты среза системы (определяется по АЧХ).

Для случайного и гармонического сигналов рассчитать дисперсию выходной реакции по формуле

$$D_y = D\{y_k\}$$

и дисперсию ошибки по формуле

$$D_\varepsilon = D\left\{\hat{y}_k - y_k\right\},$$

где $\hat{y}_k$ – отсчеты предсказанной реакции на тестовый сигнал; y_k – отсчеты экспериментальной реакции. Для нахождения дисперсии использовать функцию `std`, возвращающую среднеквадратическое значение процесса.

Сравнить эти данные между собой и с дисперсией шума, которая была определена в лабораторной работе № 1.

11. При помощи функции `d2c` перейти к непрерывной модели.

12. Упростить ее, приняв равными нулю коэффициенты при старших степенях s, в том случае, если они окажутся пренебрежимо малы по сравнению с остальными.

Содержание отчета

1. Краткие теоретические сведения.
2. Исходный текст М-программы с комментариями.
3. Графики: временные и частотные характеристики модели, реакции модели и системы на все виды тестовых сигналов (в одной системе координат).
4. Передаточные функции дискретной и непрерывной моделей.
5. Выводы.

Лабораторная работа № 3. Идентификация при помощи пакетов расширения MATLAB

Цель работы

Разработать в среде MATLAB программу, реализующую авторегрессионный метод оценивания модели систем во временной области при помощи функций пакета расширения System Identification Toolbox.

Порядок работы

1. Создать рабочий каталог на диске; скопировать в него файл MODEL.M, выданный преподавателем. Запустить среду MATLAB и установить рабочий каталог в качестве каталога по умолчанию. Создать файл программы.

2. Задать частоту квантования f_s или период квантования T_s. Рекомендуется период квантования выбрать из диапазона от 1 до 20 мс. Создать вектор дискретного времени $0 \leqslant t \leqslant t_{max}$. Шаг квантования должен быть равен T_s. Рекомендуемое значение t_{max} от 0,5 до 5 с. Образец:

```
t=0:Ts:1;
```

3. Сформировать вектор тестового сигнала. Число элементов должно быть равно числу элементов в векторе времени. Предлагается в качестве тестового сигнала использовать гауссов белый шум с нулевым средним, для получения которого воспользоваться функцией `randn`.

```
u=randn(size(t));
```

4. Вызвать функцию имитации выходных экспериментальных данных `model`. Формат вызова следующий:

```
[u y]=model(t,u,v,t0);
```

Входные параметры: `t` – вектор времени; `u` – вектор тестового сигнала; `v` – номер варианта (должен совпадать с номером варианта в лабораторных работах № 1, 2); `t0` – время, отводимое для затухания переходного процесса.

Выходные параметры: `u` – вектор тестового сигнала; `y` – реакция системы. Функция возвращает результат для моментов времени $t > t_0$.

Рекомендуется выбрать t_0 от 0,2 до 1 с, причем $t_0 < t_{max}/2$.

5. Создать объект экспериментальных данных при помощи функции `iddata`:

```
d=iddata(y,u,Ts);
```

6. Построить осциллограммы входного и выходного сигналов при помощи команды `plot`. В качестве параметра достаточно передать единственную переменную `d`.

7. Выбрать структуру модели:

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}};$$

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}};$$

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}};$$

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}.$$

Передаточная функция по шуму предлагается в виде

$$H(z) = \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}.$$

Выбрать тип модели (см. прил. 2) и параметры n_a, n_b, n_c, n_d, n_f, n_k, определяющие порядки коэффициентов многочленов и число тактов запаздывания (в соответствии с выбранной структурой модели).

Вызвать одну из функций параметрической идентификации. Первым параметром служит объект данных, вторым – вектор порядков многочленов, например:

```
M=oe(d,[nB nF nK])
M=bj(d,[nB nC nD nF nK]);
M=pem(d,[nA nB nC nD nF nK]);
```

Зафиксировать полученные в результате решения авторегрессионной задачи полиномы. Записать на их основе передаточные функции по сигналу и шуму.

8. При помощи функций `step`, `impulse` и `bode` построить временные и частотные характеристики модели. Частотные характеристики должны быть получены для передаточных функций по сигналу и по шуму.

9. Проверить адекватность модели, протестировав ее на трех видах сигналов: случайном, ступенчатом и гармоническом.

Частоту гармонического воздействия выбирать, опираясь на АЧХ системы. Для этого сформировать последовательность тестового сигнала и найти реакцию системы; сформировать объект экспериментальных данных (аналогично п. 3 – 4). Сравнение реакции модели и системы проводить при помощи функции `compare`:

```
compare(d,M)
```

Содержание отчета

1. Краткие теоретические сведения.

2. Исходный текст М-программы с комментариями.

3. Графики: осциллограммы тестового сигнала и экспериментальных данных, временные и частотные характеристики модели, реакции модели и системы на все виды тестовых сигналов (в одной системе координат).

4. Передаточные функции дискретной и непрерывной моделей.

5. Выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называют идентификацией систем?

2. Какие основные этапы включает процедура идентификации?

3. Перечислите основные подходы к решению задачи идентификации.

4. Дайте определения моделей и запишите формулы, выражающие их взаимные связи (для непрерывных и дискретных систем):

а) дифференциальное уравнение (разностное уравнение);

б) передаточная функция;

в) амплитудная частотная, фазовая частотная, комплексная частотная характеристики.

5. Какие существуют пути перехода от непрерывной модели к дискретной и обратно?

6. В чем отличия пассивных и активных методов идентификации?

7. Объясните разницу между параметрическими и непараметрическими методами идентификации. В чем их преимущества и недостатки?

8. Как временные характеристики могут использоваться в качестве модели системы (для предсказания реакции на произвольный входной сигнал)?

9. Какие модели называются моделями с конечной импульсной характеристикой?

10. Что такое корреляционная функция?

11. Как связаны корреляционные функции для входа и выхода с импульсной характеристикой системы?

12. Что такое дисперсия, какой параметр сигнала она характеризует?

13. Изобразите автокорреляционную функцию белого шума, гармонического сигнала, постоянного сигнала.

14. Перечислите основные модели, применяемые для идентификации на основе типовых передаточных функций.

15. Изложите суть авторегрессионного метода идентификации.

16. Перечислите основные виды тестовых сигналов, применяемых для идентификации во временной и частотной области.

17. Опишите эксперимент идентификации во временной области.

18. Опишите эксперимент идентификации в частотной области.

СПИСОК БИБЛИОГРАФИЧЕСКИХ ССЫЛОК

1. Дейч А. М. Методы идентификации динамических объектов. – М. : Энергия, 1979. – 240 с.

2. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб. : Профессия, 2003. – 752 с.

3. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов : учеб. для вузов. – СПб. : Питер, 2006. – 751 с.

4. Основы цифровой обработки сигналов : курс лекций / А. И. Солонина [и др.]. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.

5. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М. : Наука, 1991. – 432 с.

6. Беклемишев Д. В. Дополнительные главы линейной алгебры. – М. : Наука, 1983. – 336 с.

7. Кетков Ю. Л., Кетков А. Ю., Шульц М. М. MATHLAB 6.x: программирование численных методов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 672 с.

8. Дьяконов В., Круглов В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем : спец. справ. – СПб. : Питер, 2002. – 448 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Основы работы в MATLAB

MATLAB – среда программирования сверхвысокого уровня, работающая в режиме интерпретатора. Кратко рассмотрим основные правила составления программ.

Каждая команда обычно размещается на отдельной строке. Символ «`;`» после команды подавляет вывод результата на экран и является необязательным. Допускается размещать несколько команд на одной строке, разделяя их символами «`,`» или «`;`». Для переноса части команды на другую строку используется символ «`...`». Комментарии обозначаются символом «%».

В именах переменных используются имена, составленные из латинских букв, цифр и символа подчеркивания. Регистр в именах различается. Следует избегать использования предопределенных переменных: `i`, `j` – мнимая единица; `pi` – число π.

Скалярная переменная, вектор или матрица создаются командой присваивания «`=`». Приведем примеры:

`A=5` создает скаляр:

$$A = 5;$$

`A=[a1 a2 a3]` или `A=[a1, a2, a3]` создает вектор-строку:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix};$$

`A=[a1; a2; a3]` создает вектор-столбец:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix};$$

`A=[a11 a12 a13; a21 a22 a23; a31 a32 a33]` создает матрицу;

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Удобно набирать матрицы, разбивая их на строки. Например, допустима такая запись:

```
A=[a11 a12 a13
   a21 a22 a23
   a31 a32 a33]
```

Допустимы трехмерные и многомерные массивы.

Создание вектора-строки, содержащего последовательность чисел от –10 до 10 с шагом 0,1 выполняется командой

```
A=0:0.1:10
```

Доступ к элементам матриц производится указанием индексов в круглых скобках. Примеры:

`A(3,5)` – элемент третьей строки и пятого столбца;

`A(3,:)` – все элементы третьей строки;

`A(3,5:7)` – элементы с пятого по седьмой третьей строки;

`A(3,5:end)` – элементы с пятого и до последнего третьей строки;

`A(5:end-1)` – элементы с пятого и до предпоследнего.

Знаки основных математических и логических операций приведены в табл. П1. Наиболее распространенные функции приведены в табл. П2.

Таблица П1

Наиболее распространенные операторы

Символ	Значение
`=`	Присвоить, создать переменную
`+`	Сложение
`-`	Вычитание
`*`	Умножение, матричное умножение
`/`	Деление, матричное деление
`^`	Возведение в степень, целочисленная степень квадратной матрицы
`.*`	Умножение соответствующих элементов матриц
`./`	Деление соответствующих элементов матриц
`.^`	Возведение каждого элемента матрицы в степень
`==`	Проверка равенства
`~=`	Проверка неравенства
`>, >=`	Больше, больше или равно
`<, <=`	Меньше, меньше или равно
`~`	Логическое НЕ
`|`	Логическое ИЛИ
`&`	Логическое И
`.'`	Транспонирование матрицы
`'`	Эрмитово сопряжение матрицы

Таблица П2

Наиболее распространенные функции

Обозначение функции в MATLAB	Математическая функция	Обозначение функции в MATLAB	Математическая функция
`y=sqrt(x)`	$y = \sqrt{x}$	`y=exp(x)`	$y = e^x$
`y=abs(x)`	$y = \|x\|$	`y=angle(x)`	$y = \arg x$
`y=real(x)`	$y = \Re x$	`y=imag(x)`	$y = \Im x$
`y=sin(x)`	$y = \sin x$	`y=asin(x)`	$y = \arcsin x$
`y=cos(x)`	$y = \cos x$	`y=acos(x)`	$y = \arccos x$
`y=tan(x)`	$y = \operatorname{tg} x$	`y=atan(x)`	$y = \operatorname{arctg} x$

Над матрицами допустимы операции по правилам алгебры, а также поэлементные операции. Признак поэлементной операции – точка перед знаком операции.

Например, если B и C – квадратные матрицы $n \times n$, то `C=A*B` дает матрицу C, каждый элемент которой определяется по правилу матричного умножения:

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jk}; \quad i, j = 0 \ldots n$$

`A=B.*C` дает матрицу C, каждый элемент которой равен произведению соответствующих элементов матриц A и B:

$$c_{ij} = a_{ij} b_{ij}.$$

Приведем краткое описание функций, применяемых при выполнении лабораторных работ. Многие функции допускают разные варианты вызова, наборы входных и выходных параметров. Мы ограничимся рассмотрением лишь наиболее распространенных вариантов.

Создание моделей

`H=tf(num,den)` – создает модель в форме непрерывной передаточной функции вида `num/den`. Здесь `num`, `den` – строки коэффициентов многочленов числителя и знаменателя.

`H=tf(num,den,Ts)` – аналогична предыдущей, но создает модель в форме дискретной передаточной функции при периоде дискретизации `Ts` в секундах.

Анализ систем во временной области

`y=step(sys,t)` – возвращает переходную характеристику системы `sys` в моменты времени `t`.

`[y t]=step(sys,t)` – параметр `t` может быть опущен. Тогда интервал времени определяется автоматически. Команда возвращает последовательность отсчетов времени.

`step(sys,t)` – выводит график переходной характеристики. Параметр `t` может быть опущен.

`y=impulse(sys,t)` – возвращает импульсную характеристику системы. Применяется аналогично `step`.

`y=lsim(sys,u,t)` – возвращает реакцию системы на произвольный входной сигнал `u` в моменты времени `t`.

`y=filter(b,a,u)` – возвращает реакцию дискретной системы на входной сигнал `u`. `b`, `a` – коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции. Функция `filter` аналогична `lsim` для дискретных систем.

Анализ систем в частотной области

`H=freqresp(sys,w)` – возвращает комплексную частотную характеристику системы на заданных частотах. Амплитудно-частотная характеристика получается командой `abs`, фазо-частотная – командой `angle`.

`bode(sys)` – графики частотных характеристик.

`nyquist(sys)` – годограф комплексной частотной характеристики (КЧХ).

Средства визуализации

`plot(x,y)` – строит график в координатах `x`, `y`.

`grid on` – добавляет сетку к графику.

`hold on` – обеспечивает наложение следующего графика на уже имеющийся.

`figure` – открывает новое окно для графика.

Работа с массивами

`length(x)` – возвращает число элементов массива вдоль самого длинного измерения.

`size(x)` – возвращает вектор размерности массива.

`repmat(A,M,N)` – возвращает матрицу, составленную из копий матрицы A; копирование выполняется M раз по вертикали и N по горизонтали.

`zeros(M,N)` – создает матрицу $M \times N$ с нулевыми элементами.

`ones(M,N)` – создает матрицу $M \times N$ с единичными элементами.

`inv(A)` - возвращает обратную матрицу A^{-1}.

`pinv(A)` – возвращает псевдообратную матрицу A^{+}.

`toeplitz(C,R)` – создает тёплицеву матрицу, образованную столбцом `C` и строкой `R`.

Моделирование случайных процессов

`rand(M,N)` – формирует матрицу `M` × `N`, заполненную случайными числами, равномерно распределенными на интервале (0, 1).

`randn(x,y)` – то же, но случайные числа подчинены нормальному закону распределения с нулевым средним и единичной дисперсией.

`mean(x)` – находит среднее процесса `x`.

`std(x)` – находит среднеквадратическое отклонение.

`xcorr(x,y,n,'biased')` – возвращает оценку взаимной корреляционной функции процессов `x` и `y`. Максимальный сдвиг по шкале дискретного времени определяется параметром `n`.

Приложение 2

Стандартные модели пакета System Identification

Название	Разностное уравнение	Передаточная функция по сигналу	Передаточная функция по шуму
AR (autoregressive) – модель авторегрессии	$A(z)y_k = e_k$	–	$H_{ye}(z) = \frac{1}{A(z)}$
ARX (autoregressive with external input) – модель авторегрессии с дополнительным входом	$A(z)y_k = B(z)u_{k-n_k} + e_k$	$G_{yu}(z) = \frac{B(z)}{A(z)}z^{-n_k}$	$H_{ye}(z) = \frac{1}{A(z)}$
ARMAX (autoregressive-moving average with external input) – авторегрессионная модель скользящего среднего с дополнительным входом	$A(z)y_k = B(z)u_{k-n_k} + C(z)e_k$	$G_{yu}(z) = \frac{B(z)}{A(z)}z^{-n_k}$	$H_{ye}(z) = \frac{C(z)}{A(z)}$
OE (output error) – модель «выход-ошибка»	$y_k = \frac{B(z)}{F(z)}u_{k-n_k} + e_k$	$G_{yu}(z) = \frac{B(z)}{F(z)}z^{-n_k}$	$H_{ye}(z) = 1$
BJ (Box-Jenkins) – модель Бокса – Дженкинса	$y_k = \frac{B(z)}{F(z)}u_{k-n_k} + \frac{C(z)}{D(z)}e_k$	$G_{yu}(z) = \frac{B(z)}{F(z)}z^{-n_k}$	$H_{ye}(z) = \frac{C(z)}{D(z)}$
PEM (prediction error) – ошибки предсказания	$A(z)y_k = \frac{B(z)}{F(z)}u_{k-n_k} + \frac{C(z)}{D(z)}e_k$	$G_{yu}(z) = \frac{B(z)}{A(z)F(z)}z^{-n_k}$	$H_{ye}(z) = \frac{C(z)}{A(z)D(z)}$

Примечание:

$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_{n_a} z^{-n_a}$

$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \ldots + n_{n_b} z^{-n_b+1}$

$C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + \ldots + c_{n_c} z^{-n_c}$

$D(z) = 1 + d_1 z^{-1} + \ldots + d_{n_d} z^{-n_d}$

$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + \ldots + f_{n_f} z^{-n_f}$