

Министерство образования и науки РФ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Владимирский государственный университет  
Кафедра теоретической и прикладной механики

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»**

Составитель  
Б.А. БЕЛЯЕВ

Владимир 2011

УДК 621. 01 (075.8)

ББК 34.412

К 65

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент

Владимирского государственного университета

*В.Н. Филимонов*

Печатается по решению редакционного совета

Владимирского государственного университета

**Конспект** лекций по дисциплине «Теория механизмов и машин» / Владим. гос. ун-т ; сост. Б.А. Беляев. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – 72 с.

Содержит 9 лекций по курсу ТММ. Предназначен для студентов 2-3-го курсов, изучающих дисциплину «Теория механизмов и машин». Он может быть полезен как при подготовке к экзаменам и зачётам, так и при выполнении курсовых работ и проектов. Конспект содержит информацию в достаточно сжатом виде и не может служить заменой учебников и учебных пособий. Его необходимо использовать вместе с базовыми учебниками по ТММ.

Предназначен для студентов дневной (бакалавры, инженеры) и заочной форм обучения специальностей факультетов «Механико-технологический» и «Автотранспортный», а также для изучающих дисциплины «Прикладная механика» и «Техническая механика».

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения.

Табл. 4. Ил. 64 . Библиогр.: 5 назв.

УДК 621. 01 (075.8)

ББК 34.412

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
Лекция 1. Основные понятия механизмов и машин .....	6
1.1. Механизм и его элементы.....	6
1.2. Классификация кинематических пар.....	6
1.3. Виды машин.....	8
Лекция 2. Анализ рычажных механизмов.....	12
2.1. Понятие о структурном синтезе и анализе.....	12
2.2. Основные структурные формулы.....	13
2.3. Структурная классификация механизмов по Л.В. Ассуру.....	14
Лекция 3. Кинематический анализ рычажных механизмов.....	16
3.1. Основные понятия и определения .....	16
3.2. Аналитический способ определения кинематических параметров рычажных механизмов.....	17
3.3. Понятие о расчётной схеме машинного агрегата и переход от неё к динамической модели.....	18
3.4. Приведение сил и масс рычажного механизма.....	19
Лекция 4. Реакции в кинематических парах рычажных механизмов. Основные понятия о КПД агрегата .....	24
4.1. Реакции в кинематических парах рычажных механизмов без учёта сил трения.....	24
4.2. Реакции в кинематических парах рычажных механизмов с учётом трения .....	26
4.3. Краткие сведения по определению КПД ( $\eta$ ) машинного агрегата.....	28
4.4. Основные сведения о виброзащите машинного агрегата.....	29
Лекция 5. Зубчатые передачи и их классификация.....	31
5.1. Эвольвентная зубчатая передача. Эвольвента окружности и её свойства.....	32
5.2. Эвольвентное зацепление и его свойства.....	33
5.3. Эвольвентное зубчатое колесо и его параметры.....	34
5.4. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача.....	37
5.5. Понятие о блокирующем контуре зубчатой передачи.....	39
5.6. Качественные показатели цилиндрической эвольвентной передачи.....	40

Лекция 6. Специальные передаточные (планетарные) механизмы.....	42
6.1. Сравнительный анализ передачи с неподвижными осями планетарной передачи.....	43
6.2. Определение передаточного отношения планетарного однорядного механизма (механизм Джеймса) .....	45
6.3. Синтез (проектирование) планетарных механизмов.....	46
Лекция 7. Кулачковые механизмы.....	47
7.1. Основные схемы кулачковых механизмов.....	48
7.2. Основные параметры кулачковых механизмов.....	49
7.3. Построение графика перемещений толкателя при заданном профиле кулачка.....	50
7.4. Понятие об угле давления.....	51
7.5. Вывод формулы для определения угла давления в кулачковом механизме.....	51
7.6. Понятие об отрезке кинематических отношений.....	52
Лекция 8. Синтез (проектирование) кулачковых механизмов по заданному закону движения толкателя.....	52
8.1. Построение закона движения оси толкателя.....	53
8.2. Определение минимального радиуса кулачковой шайбы по известному закону движения толкателя.....	55
8.3. Построение профиля кулачка.....	57
Лекция 9. Промышленные роботы и манипуляторы .....	59
9.1. Назначение и область применения.....	59
9.2. Классификация промышленных роботов.....	59
9.3. Принципиальное устройство промышленного робота.....	61
9.4. Основные понятия и определения. Структура манипуляторов. Геометрокинематические характеристики.....	63
Библиографический список.....	71

## ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин – это общеинженерная дисциплина, играющая роль связующего звена между циклом общенаучных и специальных дисциплин. Вместе с курсом теоретической механики, сопротивления материалов и деталей машин она образует группу предметов, закладывающих фундамент инженерного образования машиностроительного профиля. Значение этих дисциплин не снижается, а растёт.

Курс «*Теория механизмов и машин*» (сокращенно ТММ) иногда называют механикой машин, тем самым подчеркивая, что это специальный раздел механики, изучающий присущими механике методами системы машин и механизмов.

ТММ изучает общие свойства механизмов и машин, даёт общие методы их проектирования, пригодные для различных областей техники. ТММ обычно ограничивается только схемными решениями, так как именно схемы определяют основные параметры механизма. Никакими конструктивными и технологическими улучшениями нельзя исправить недостатки схемы. Сведения, содержащиеся в курсе ТММ, важны не только для конструкторов, но и для эксплуатационщиков, так как грамотная эксплуатация возможна только при чётком понимании принципов работы и основных свойств машин.

Все задачи курса ТММ можно условно разделить на две категории: *задачи анализа и задачи синтеза*.

*Анализ* состоит в исследовании кинематических и динамических свойств механизма по заданной схеме механизма и заданным размерам. *Задача синтеза* является обратной по отношению к задаче анализа. Однако не всегда существуют методы прямого решения задачи синтеза. Поэтому при проектировании приходится прибегать к многократному повторению задачи анализа с тем, чтобы выбрать из рассматриваемых вариантов наилучший.

Слово «*механика*» происходит от древнегреческого слова, которым называлось все искусно придуманное. В русском языке ещё во времена Петра I это слово звучало как «*машина*».

История машин имеет древние корни. В процессе овладения природой первобытный человек начал проникать вначале бессознательно, интуитивно в её тайны. Около 7 тыс. лет назад возникают первые цивилизации (Нил, Тигр и Евфрат, Инд, Жёлтая река). В 5 - 3 вв. до н. э. появилась водяная мельница - первая машина в мировой истории.

## Лекция 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

### 1.1. Механизм и его элементы

*Механизм* – совокупность подвижных материальных тел, одно из которых закреплено, а все остальные совершают вполне определенные движения относительно неподвижного материального тела.

*Звенья* – материальные тела, из которых состоит механизм.

*Стойка* – неподвижное звено.

Звено, к которому изначально сообщается движение, называется *входным* (начальным, ведущим); звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм – *выходное* звено (пример на рис. 1).

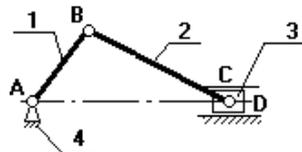


Рис. 1. Кривошипно-ползунный механизм

Если это компрессор, то звено 1 – входное (вращательное), а звено 3 – выходное (поступательное). Если это механизм ДВС, то звено 3 – входное, а звено 1 – выходное. 2 – шатун, 4 – стойка.

*Кинематическая пара* – подвижное соединение звеньев, допускающее их относительное движение.

Все кинематические пары на схеме обозначают буквами латинского алфавита, например *A, B, C* и т.д. (см. рис. 1).

Звенья бывают:

- простые – состоят из одной детали;
- сложные – состоят из нескольких, жёстко скреплённых друг с другом и совершающих одно и то же движение.

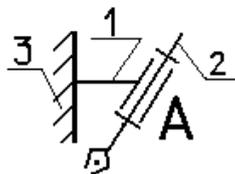


Рис. 2. Разомкнутая кинематическая цепь

Звенья, соединяясь друг с другом, образуют кинематические цепи, которые разделяют на:

- простые и сложные;
- замкнутые (см. рис. 1) и разомкнутые (рис. 2).

### 1.2. Классификация кинематических пар

В настоящее время в зависимости от решаемой задачи ТММ кинематические пары классифицируют по числу связей и по подвижности.

Если контакт звеньев осуществляется по поверхности, то такая пара называется *низшей*, если по линии или в точке – *высшей*.

В зависимости от числа наложенных связей различают пять классов кинематических пар (табл. 1).

Таблица 1

Классификация кинематических пар по числу связей и по подвижности

Класс пары	Число связей	Подвижность	Пространственная схема (пример)	Условные обозначения
I	1	5		
II	2	4		
III	3	3		

Окончание табл. 1

Класс пары	Число связей	Подвижность	Пространственная схема (пример)	Условные обозначения
IV	4	2		
V	5	2		<p>Вращательная КП</p> <p>Поступательная КП</p>

*Примечание.* Стрелки у координатных осей показывают возможные угловые и линейные относительные перемещения звеньев. Если стрелка перечеркнута, то данное движение в кинематической паре (КП) запрещено (т.е. на данное относительное движение наложена связь).

### 1.3. Виды машин

*Машина* - техническое устройство, выполняющее преобразование энергии, материалов и информации с целью облегчения физического и умственного труда человека, повышения его качества и производительности.

Существуют следующие виды машин.

1. *Энергетические машины* - преобразующие энергию одного вида в энергию другого вида. Эти машины бывают двух разновидностей.

*Двигатели* (рис. 3), которые преобразуют любой вид энергии в механическую (например, электродвигатели преобразуют электрическую энер-

гию, двигатели внутреннего сгорания преобразуют энергию расширения газов при сгорании в цилиндре).



Рис. 3. Двигатель

*Генераторы* (рис. 4), которые преобразуют механическую энергию в энергию другого вида (например, электрогенератор преобразует механическую энергию паровой или гидравлической турбины в электрическую).



Рис. 4. Генератор

2. *Рабочие машины* – машины, использующие механическую энергию для совершения работы по перемещению и преобразованию материалов. Эти машины тоже имеют две разновидности.

*Транспортные машины* (рис. 5), которые используют механическую энергию для изменения положения объекта (его координат).



Рис. 5. Транспортная машина

*Технологические машины* (рис. 6), использующие механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объекта.



Рис. 6. Технологическая машина

3. *Информационные машины* - машины, предназначенные для обработки и преобразования информации. Они подразделяются на следующие виды.

*Математические машины* (рис. 7), преобразующие входную информацию в математическую модель исследуемого объекта.



Рис. 7. Математическая машина

*Контрольно-управляющие машины* (рис. 8), преобразующие входную информацию (программу) в сигналы управления рабочей или энергетической машиной.

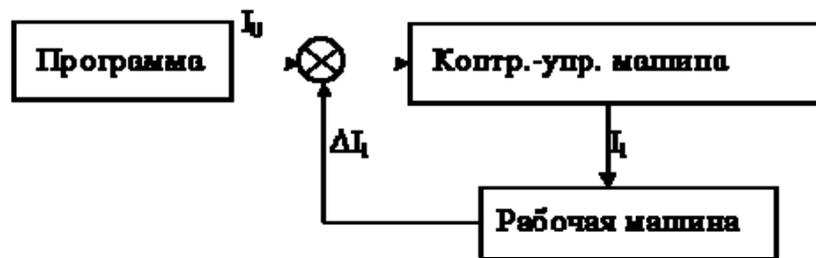


Рис. 8. Контрольно-управляющая машина

4. *Кибернетические машины* (рис. 9) – машины, управляющие рабочими или энергетическими машинами, которые способны изменять программу своих действий в зависимости от состояния окружающей среды (т.е. машины, обладающие элементами искусственного интеллекта).

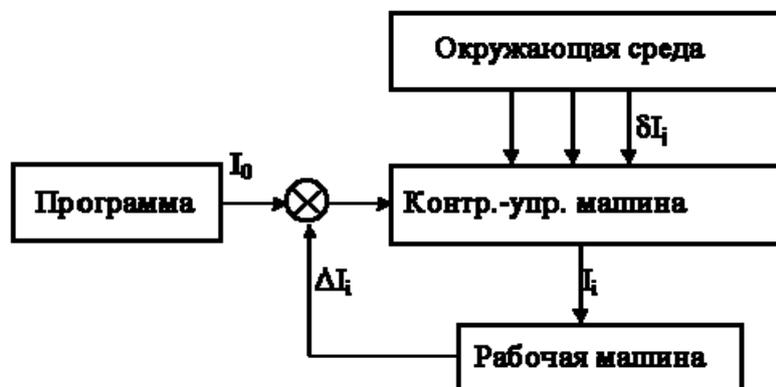


Рис. 9. Кибернетическая машина

Техническое объединение двигателя и технологической (рабочей машины) – *машинный агрегат (МА)* (рис. 10).



Рис. 10. Машинный агрегат

В качестве передаточного механизма могут быть использованы:

- фрикционные передачи (с использованием трения);
- цепные передачи (привод транспортёра);
- зубчатые передачи (редуктор).

В качестве рабочей машины наиболее часто используют рычажные механизмы.

Основные виды рычажных механизмов:

1. *Кривошипно-ползунный механизм:*

- а) центральный (см. рис.1);
- б) внеосный (дезоксимальный) (рис.11)

2. *Четырёхшарнирный механизм (рис. 12).*

Звенья 1, 3 могут быть кривошипами. Если звенья 1, 3 – кривошипы, то механизм двукривошипный. Если звено 1 – кривошип (совершает полный оборот), а звено 3 – коромысло (совершает неполный оборот), то механизм кривошипно-коромысловый. Если звенья 1, 3 – коромысла, то механизм двукоромысловый; 2 – шатун

3. *Кулисный механизм (рис. 13).*

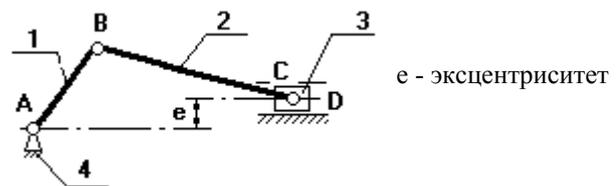


Рис. 11. Внеосный кривошипно-ползунный механизм

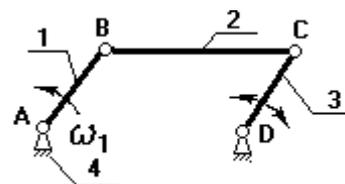


Рис. 12. Четырёхшарнирный механизм

4. *Гидроцилиндр* (в кинематическом отношении подобен кулисному механизму) (рис. 14).

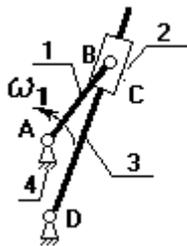


Рис. 13. Кулисный механизм: 1 - кривошип; 2 - камень кулисы (втулка) вместе со звеном 1 совершает полный оборот вокруг шарнира А ( $\omega_1$  – угловая скорость), а также движется вдоль звена 3, приводя его во вращение; 3 - коромысло (кулиса); 4 – стойка

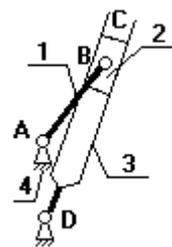


Рис. 14. Гидроцилиндр: 1 – кривошип; 2 – камень кулисы; 3 – тубус

## Лекция 2. АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

### 2.1. Понятие о структурном синтезе и анализе

*Задача структурного анализа* – определение параметров структуры заданного механизма - числа звеньев и структурных групп, числа и вида КП, числа подвижностей (основных и местных), контуров и числа избыточных связей.

*Задача структурного синтеза* – синтез структуры нового механизма, обладающего заданными свойствами: числом подвижностей, отсутствием местных подвижностей и избыточных связей, минимумом числа звеньев с парами определенного вида (например только вращательными как наиболее технологичными) и т.п.

*Подвижность механизма* - число независимых обобщенных координат, однозначно определяющее положение звеньев механизма на плоскости или в пространстве.

*Связь* - ограничение, наложенное на перемещение тела по данной координате.

*Избыточные (пассивные)* - такие связи в механизме, которые повторяют или дублируют связи, уже имеющиеся по данной координате и поэтому не изменяющие реальной подвижности механизма. При этом расчётная подвижность механизма уменьшается, а степень его статической неопределимости увеличивается.

*Местные подвижности* - подвижности механизма, которые не оказывают влияния на его функцию положения (и передаточные функции), а введены в механизм с другими целями (например, подвижность ролика в кулачковом механизме обеспечивает замену в высшей паре трения скольжения трением качения).

## 2.2. Основные структурные формулы

Основные структурные формулы были составлены для плоских механизмов П.Л. Чебышевым и М. Грюблером, для пространственных – П.О. Сомовым П.О. и А.П. Малышевым. Так как принципы, заложенные в построение всех этих формул одинаковы, то их можно записать в обобщенном виде:

$$W = H \cdot n + \sum_{i=1}^{H-1} (H-i) p_i,$$

где  $H$  - число степеней подвижности твёрдого тела (соответственно при рассмотрении механизма в пространстве  $H=6$ , на плоскости  $H=3$ );

$n$  - число подвижных звеньев в механизме;  $n = k - 1$ ;

$k$  - общее число звеньев механизма (включая и неподвижное звено - стойку);

$i$  - число подвижностей в кинематической паре;

$p_i$  - число кинематических пар с  $i$  подвижностями.

Для расчёта избыточных связей используется следующая зависимость:

$$q = W_0 + W_m - W,$$

где  $q$  - число избыточных связей в механизме;

$W_0$  - заданная или требуемая подвижность механизма;

$W_m$  - число местных подвижностей в механизме;

$W$  - расчетная подвижность механизма.

Согласно структурной формуле Чебышева определим число степеней свободы для плоского механизма, изображенного на рис. 15:  $W_{\text{шт}} = 3n - 2p_{\text{н}} - p_{\text{в}}$ , где  $n$  – число подвижных звеньев механизма,  $p_{\text{н}}$  – число низших КП,  $p_{\text{в}}$  – число высших КП.

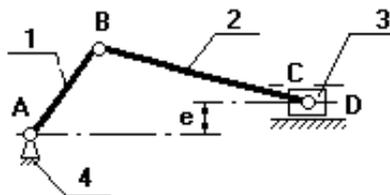


Рис. 15. Число степеней свободы по формуле Чебышева:  $n=3$ ;  $p_{\text{н}}=4$ ;  $p_{\text{в}}=0$ ;  $W=3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$

### 2.3. Структурная классификация механизмов по Л.В. Ассур

Для решения задач синтеза и анализа сложных рычажных механизмов профессором Петербургского университета Л.В. Ассуром была предложена оригинальная структурная классификация. По этой классификации механизмы, не имеющие избыточных связей и местных подвижностей, состоят из первичных механизмов и структурных групп Ассура (рис. 16).

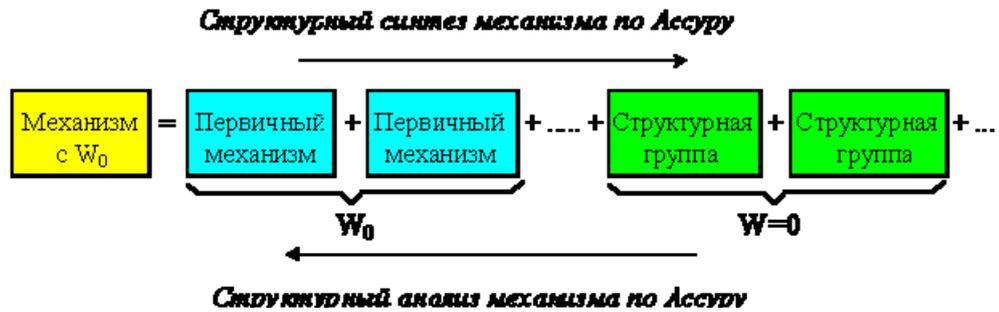


Рис. 16. Классификация по Л.В. Ассур

Под *первичным механизмом* понимают механизм, состоящий из двух звеньев (одно из которых неподвижное), образующих кинематическую пару с одной  $W_{nm}=1$  или несколькими  $W_{nm}=1$  подвижностями. Примеры первичных механизмов даны на рис. 17.

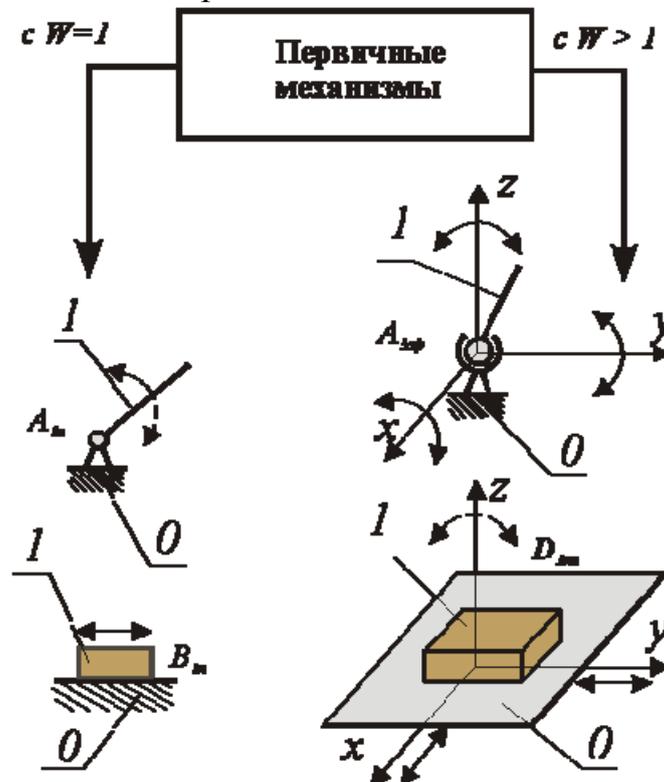


Рис. 17. Первичные механизмы

Структурной группой Ассура (или группой нулевой подвижности) называется кинематическая цепь, образованная только подвижными звеньями механизма, подвижность которой (на плоскости и в пространстве) равна нулю ( $W_{зп} = 0$ ).

Конечные звенья групп Ассура, входящие в две кинематические пары, из которых одна имеет свободный элемент звена, называются поводками. Группы могут быть различной степени сложности. Структурные группы Ассура делятся на классы в зависимости от числа звеньев, образующих группу, числа поводков в группе, числа замкнутых контуров внутри группы.

В пределах класса (по Ассуру) группы подразделяются по числу поводков на порядки (порядок группы равен числу ее поводков). Механизмы классифицируются по степени сложности групп, входящих в их состав. Класс и порядок механизма определяется классом и порядком наиболее сложной из входящих в него групп. Особенность структурных групп Ассура - их статическая определенность. Если группу Ассура свободными элементами звеньев присоединить к стойке, то образуется статически определимая ферма. Используя группы Ассура, удобно проводить структурный, кинематический и силовой анализы механизмов. Наиболее широко применяются простые рычажные механизмы, состоящие из групп Ассура 1-го класса 2-го порядка. Число разновидностей таких групп для плоских механизмов с низшими парами невелико, их всего пять (рис. 18).

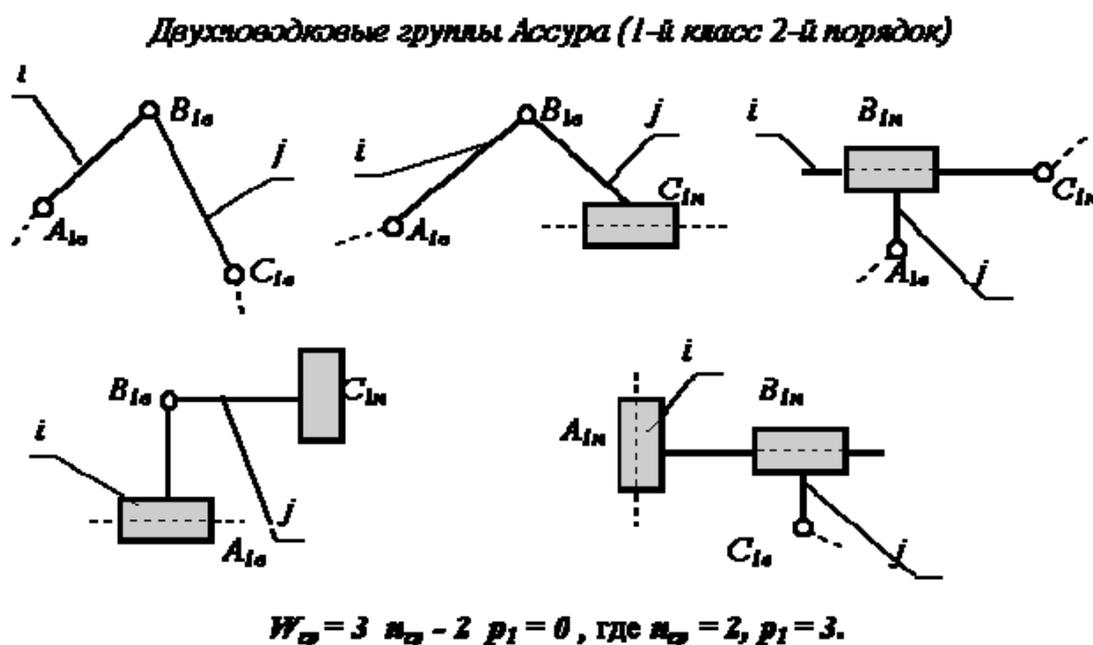


Рис. 18. Разновидности групп Ассура

Для этих групп разработаны типовые методы структурного, кинематического и силового анализа. При структурном синтезе механизма по Ассуру (см. рис. 16) к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью  $W_0$  последовательно присоединяются структурные группы с нулевой подвижностью.

Полученный таким образом механизм обладает рациональной структурой, т.е. не содержит избыточных связей и подвижностей. Структурному анализу по Ассуру можно подвергать только механизмы, не содержащие избыточных связей и подвижностей. Поэтому перед проведением структурного анализа необходимо устранить избыточные связи и выявить местные подвижности. Затем необходимо выбрать первичные механизмы и, начиная со звеньев, наиболее удаленных от первичных, выделять из состава механизма структурные группы нулевой подвижности (см. схему на рис. 16). При этом необходимо следить, чтобы звенья, остающиеся в механизме, не теряли связи с первичными механизмами.

## Лекция 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

### 3.1. Основные понятия и определения

Зависимость линейных координат в какой-либо точке механизма от обобщенной координаты – линейная функция положения данной точки в проекциях на соответствующие оси координат

$$X_c = f(\varphi_1),$$

Зависимость угловой координаты какого-либо звена механизма от обобщенной координаты – угловая функция положения данного звена

$$\varphi_2 = f(\varphi_1).$$

Первая производная линейной функции положения точки по обобщенной координате – линейная передаточная функция данной точки в проекциях на соответствующие оси координат (иногда называют «аналог линейной скорости...»)

$$\frac{dx_c}{d\varphi_1} = V_{qcx}; \quad \frac{dy_c}{d\varphi_1} = V_{qcy};$$

$$\frac{dx_c}{dt} \cdot \frac{dt}{\varphi_1} = V_{qcx};$$

$$\frac{dx_c}{dt} = V_c; \quad \frac{dt}{\varphi_1} = \omega_1;$$

$$\frac{V_{cx}}{\omega_1} = V_{qcx};$$

$$V_{cx} = \omega_1 \cdot V_{qcx}; \quad V_{cy} = \omega_1 \cdot V_{qcy}.$$

Полная скорость т. С (см. рис. 1) будет  $V_c = \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cy}^2}$ .

Первая производная угловой функции положения звена по обобщенной координате – передаточное отношение

$$\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = u_{2-1}; \quad \frac{dt}{dt} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = u_{2-1}.$$

Вторая производная линейной функции положения по обобщенной координате – аналог линейного ускорения точки в проекциях на соответствующие оси

$$\frac{d^2x_c}{d\varphi_1^2} = a_{qcx}; \quad \frac{d^2y_c}{d\varphi_1^2} = a_{qcy}.$$

Вторая производная угловой функции положения звена по обобщенной координате – аналог углового ускорения звена.

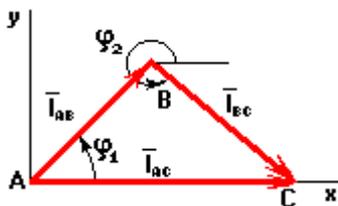
### 3.2. Аналитический способ определения кинематических параметров рычажных механизмов

Дано:  $\omega_1, l_{AB}, l_{BS2}, l_{BC}, l_{AC}$ .

Определить:  $v_i, a_i, \omega_2, \varepsilon_2$ .

Для исследования плоских рычажных механизмов для решения данной задачи целесообразно использовать метод проецирования векторного контура на оси координат.

Для определения функции положения точки С представим длины звеньев в виде векторов (рис. 19).



Условие замкнутости данного контура

$$\bar{l}_{AB} + \bar{l}_{BC} = \bar{l}_{AC}$$

$$l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{BC} \cdot \cos \varphi_2 = x_C \quad (1)$$

$$l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 - l_{BC} \cdot \sin \varphi_2 = \underbrace{y_C}_{=0} \quad (2)$$

Рис. 19. Векторное представление длин звеньев механизма

Из (3) следует, что

$$\varphi_2 = \arcsin\left(\frac{l_{AB} \cdot \sin \varphi_1}{l_{BC}}\right).$$

Продифференцируем (2) по обобщенной координате

$$l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{BC} \cdot \cos \varphi_2 \underbrace{\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}}_{=u_{2-1}} = \underbrace{V_{qcy}}_{=0}; \quad \frac{l_{AB} \cdot \cos \varphi_1}{l_{BC} \cdot \cos \varphi_2} = u_{2-1}.$$

Продифференцируем (1) по обобщенной координате

$$\begin{aligned} -l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 - l_{BC} \cdot \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} &= V_{qcx}; \\ V_{cx} &= \omega_1 \cdot V_{qcx}; \\ V_{cy} &= \omega_1 \cdot V_{qcy} = 0; \\ V_c &= \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cy}^2}. \end{aligned}$$

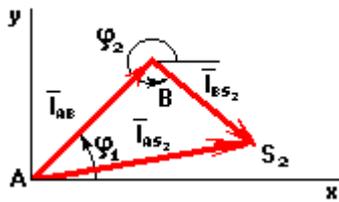


Рис. 20. Функции положения центра масс

Если необходимо определить функции положения центра масс (рис. 20), то выделим векторный контур  $ABS_2$ . Условие замкнутости данного векторного контура имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{l}_{AB} + \bar{l}_{BS_2} &= \bar{l}_{AS_2}; \\ l_{AB} \cdot \cos \varphi_1 + l_{BS_2} \cdot \cos \varphi_2 &= x_{S_2}; \\ l_{AB} \cdot \sin \varphi_1 - l_{BS_2} \cdot \sin \varphi_2 &= y_{S_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Продифференцируем (3) по обобщенной координате и получим аналогии линейных скоростей точек  $S_2$  в проекциях на оси  $x$  и  $y$

$$\begin{aligned} V_{S_2x} &= \omega_1 \cdot V_{qS_2x}; \\ V_{S_2y} &= \omega_1 \cdot V_{qS_2y}; \\ V_{S_2} &= \sqrt{V_{S_2x}^2 + V_{S_2y}^2}. \end{aligned}$$

### 3.3. Понятие о расчетной схеме машинного агрегата и переход от нее к динамической модели

На расчётной схеме рычажного механизма (см. рис. 1) отмечают основные силовые факторы, действующие в нём; основные массы звеньев, влияющие на закон движения звеньев механизма, и основные жесткости

звеньев. Выделены 3 основные массы, оказывающие самое большое влияние на закон движения. На рис. 21 показано первое (начальное) звено рычажного механизма. Это звено совершает вращательное движение. Закон движения должен быть один, поэтому

$$\omega_M = \omega_1, \varphi_M = \varphi_1.$$

Уравнение движения можно записать одним уравнением в виде изменения кинетической энергии

$$T - T_{\text{нач}} = A_{\Sigma};$$

$$\frac{I_{\Sigma}^{\text{прив}} \cdot \omega_M^2}{2} - T_{\text{нач}} = \int_{\varphi_{M \text{ нач}}}^{\varphi_{M \text{ кон}}} M_{\Sigma}^{\text{пр}} d\varphi_M.$$

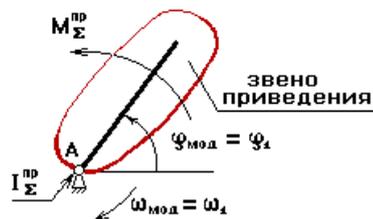


Рис. 21. Первое структурное звено

### 3.4. Приведение сил и масс рычажного механизма (рис. 22)

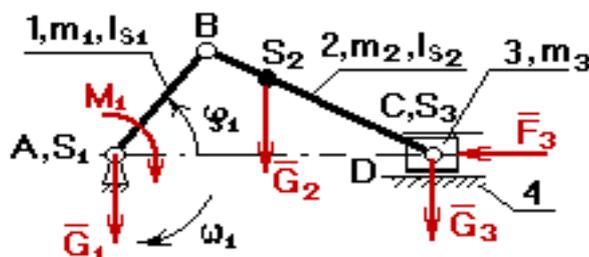


Рис. 22. Приведение сил и масс механизма

Нужно определить закон движения 1-го звена данного механизма.

Дано:  $\varphi_1, \omega_1, l_{AB}, l_{BC}, l_{BS2}, G_2, G_3, F_3, I_{S1}, I_{S2}$ .

Определить, как изменяется  $\omega_1$ .

При переходе от расчётной схемы к одно-массовой механической модели за звено приведения, как правило, принимают то звено, закон движения которого определяют (рис. 23).

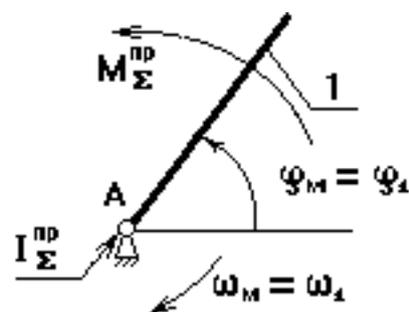


Рис. 23. Звено приведения

#### 3.4.1. Приведение масс

При переходе от расчетной схемы к модели необходимо обеспечить равенство кинетической энергии звена приведенной модели и реального механизма (рис. 24).

$$T_{\text{мод}} = T_{\text{мех}}.$$

Кинетическая энергия модели должна быть равна кинетической энергии всего механизма

$$T_{\text{мод}} = T_{\text{пост}} + T_{\text{вращ.}}$$

$$\frac{I_{\Sigma}^{\text{пр}} \cdot \omega_M^2}{2} = \sum \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} + \sum \frac{I_i \cdot \omega_i^2}{2}.$$

кинетическая энергия модели
кинетическая энергия поступ. движущ.звеньев
кинетическая энергия вращат. движущ.звеньев

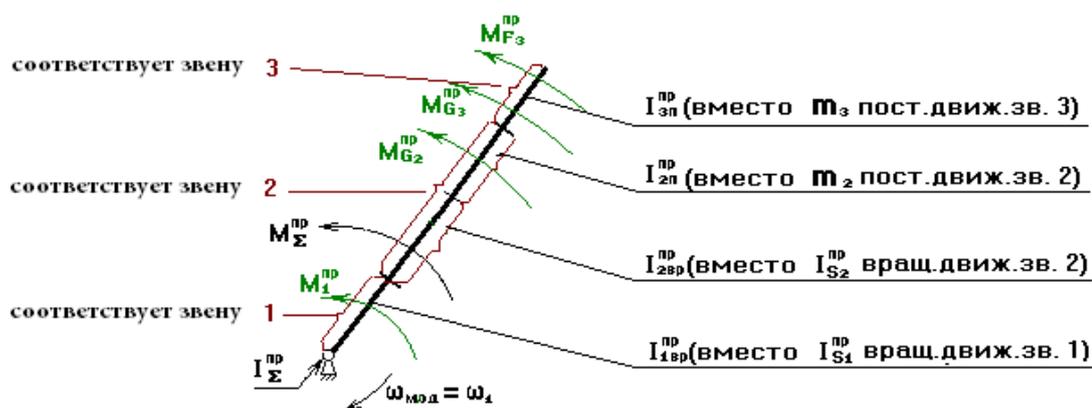
Для заданного механизма

$$\frac{I_{\Sigma}^{\text{пр}} \cdot \omega_M^2}{2} = \frac{m_3 \cdot v_C^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_{S2}^2}{2} + \frac{I_{S2} \cdot \omega_2^2}{2} + \frac{I_{S1} \cdot \omega_1^2}{2};$$

$$I_{\Sigma}^{\text{пр}} = m_3 \left( \frac{v_C}{\omega_M} \right)^2 + m_2 \left( \frac{v_{S2}}{\omega_M} \right)^2 + I_{S2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_M} \right)^2 + I_{S1} \left( \frac{\omega_1}{\omega_M} \right)^2;$$

$$\omega_M = \omega_1$$

$$I_{\Sigma}^{\text{пр}} = m_3 \cdot v_{qC}^2 + m_2 \cdot v_{qS2}^2 + I_{S2} \cdot u_{21}^2 + I_{S1}.$$



$$I_{\Sigma}^{\text{пр}} = I_{1вр}^{\text{пр}} + I_{2вр}^{\text{пр}} + I_{2п}^{\text{пр}} + I_{3п}^{\text{пр}}.$$

Рис. 24. Приведение масс

Приведение масс основано на равенстве кинетических энергий реальных звеньев и звена приведения одномассовой модели. Если требуется определить какую-либо составляющую  $I_{\Sigma}^{\text{пр}}$ , например  $I_{2вр}^{\text{пр}}$ , то записывают равенство

$$T_{2вр} = T_{\text{мод}};$$

$$\frac{I_{S2} \cdot \omega_2^2}{2} = \frac{I_{2вр}^{\text{пр}} \cdot \omega_M^2}{2};$$

$$I_{2вр}^{\text{пр}} = I_{S2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_M} \right)^2 = I_{S2} \cdot u_{21}^2.$$

### 3.4.2. Приведение сил

$A_{\Sigma}$  – работа суммарного приведенного момента на его возможное перемещение

$$T - T_{\text{нач}} = A_{\Sigma};$$

$$\frac{I_{\Sigma}^{\text{пр}} \times \omega_M^2}{2} - T_{\text{нач}} = \int_{\varphi_{M \text{ нач}}}^{\varphi_{M \text{ кон}}} M_{\Sigma}^{\text{пр}} d\varphi_M.$$

Приведение сил основано на равенстве секундных работ (мощностей) реальных сил и моментов, приложенных к звеньям механизма, на их возможных перемещениях и суммарном приведенном моменте, приложенном к звену приведения, на его возможном перемещении

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} d\varphi_1 = \sum F_i d s_i + \sum M_i d\varphi_i \frac{1}{dt};$$

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} \cdot \omega_M = \sum F_i \cdot v_i \cdot \cos(F_i \cdot y_i) + \sum M_i \cdot \omega_i;$$

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} = \sum F_i \underbrace{\frac{v_i}{\omega_M} \cos(F_i \cdot y_i)}_{\text{передат. функция}} + \sum M_i \underbrace{\frac{\omega_i}{\omega_M}}_{\text{передаточ. отношение}};$$

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} = \sum F_i \cdot v_{qi} \cdot \cos(F_i \cdot y_i) + \sum M_i \cdot u_{i-1}.$$

Вместо силы  $F_3$  – момент  $M_{F_3}^{\text{пр}}$ .

Если необходимо определить какую-либо составляющую суммарного приведенного момента, например  $M_{F_3}^{\text{пр}}$ , то необходимо записать равенство

$$A_{M_{\Sigma}^{\text{пр}}} = A_{F_3};$$

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} \cdot \omega_M = \sum F_i \cdot v_C \cdot \cos(F_i \cdot v_C);$$

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} = \sum F_i \cdot v_{qC} \cdot \cos(F_i \cdot v_C).$$

Формула для определения закона движения звена приведения в форме кинетической энергии (определение  $\omega_M$ )

$$\omega_M = \sqrt{\frac{2(A_{\Sigma} + T_{\text{нач}})}{I_{\Sigma}^{\text{пр}}}}.$$

### 3.4.3. Определение $A_{\Sigma}$ (графический метод)

Для определения  $A_{\Sigma}$  необходимо построить график  $M_{\Sigma}^{np} = f(\varphi_1)$ .  $M_{\Sigma}^{np}$  определяется по вышеприведенным зависимостям (рис. 25). График  $A_{\Sigma}$  строится методом графического интегрирования  $M_{\Sigma}^{np}$ .

Суть метода: на продолжении оси абсцисс слева выбирается произвольный отрезок интегрирования ОК, чем он длиннее, тем более пологим будет график  $A_{\Sigma}$ . Затем площадь под кривой  $M(\varphi_1)$  на каждой итерации заменяется площадью равновеликого прямоугольника.

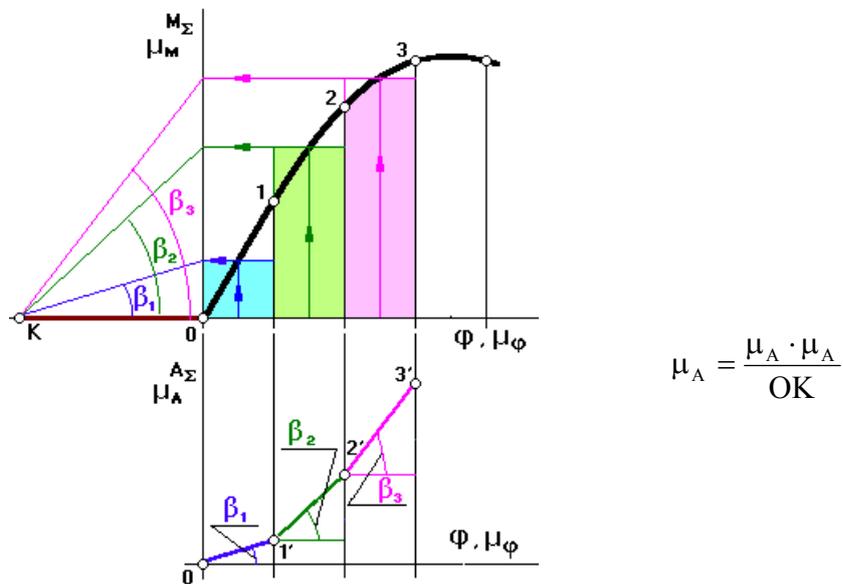


Рис. 25. Графический метод определения работы механизма

### 3.4.4. Определение закона движения звена приведения в дифференциальной форме (определение $\varepsilon$ звена приведения)

$$\frac{2 \cdot \omega_M \cdot I_{\Sigma}^{np} \cdot d\omega}{2 \cdot d\varphi} + \frac{\omega_M^2 \cdot dI_{\Sigma}^{np}}{2 \cdot d\varphi} = M_{\Sigma}^{np} \cdot \frac{dt}{dt};$$

$$\frac{\omega_M \cdot I_{\Sigma}^{np} \cdot \frac{d\omega}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}} + \frac{\omega_M^2 \cdot dI_{\Sigma}^{np}}{2 \cdot d\varphi} = M_{\Sigma}^{np};$$

$$\varepsilon_M = \frac{M_{\Sigma}^{np}}{2 \cdot I_{\Sigma}^{np}} - \frac{\omega_M^2}{2 \cdot I_{\Sigma}^{np}} \cdot \frac{dI_{\Sigma}^{np}}{d\varphi}.$$

### 3.4.5. Определение $\frac{dI_{\Sigma}^{np}}{d\varphi_M}$ графическим методом

Строим  $I_{\Sigma}^{np} = f(\varphi_1)$  график (рис. 26)

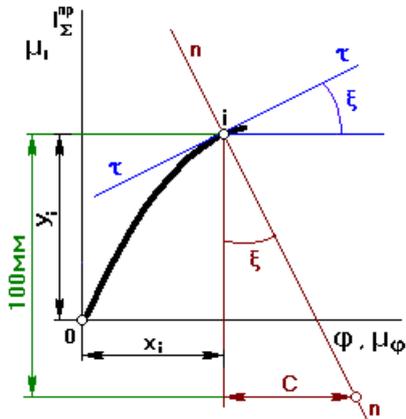


Рис. 26. Суммарный момент приведения

$$I_{\Sigma}^{np} = I_I^{np} + I_{2вр}^{np} + I_{2п}^{np} + I_{3п}^{np};$$

$$I_{\Sigma}^{np} = I_I^{np} + I_{II}^{np}.$$

В соответствии с определением производной проведём касательную к кривой в точке  $i$  и определим тангенс угла наклона этой касательной. Для этого проведём нормаль через точку  $i$ . Тогда

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{c}{100};$$

$$\frac{dI_{\Sigma}^{np}}{d\varphi} = \frac{d(y_{I_{\Sigma}^{np}}/\mu_I)}{d(x_{\varphi}/\mu_{\varphi})} = \frac{\mu_I}{\mu_{\varphi}} \cdot \frac{dy_{I_{\Sigma}^{np}}}{dx_{\varphi}} = \frac{\mu_I}{\mu_{\varphi}} \operatorname{tg} \xi;$$

$$\frac{dI_{\Sigma}^{np}}{d\varphi} = \frac{\mu_I}{\mu_{\varphi}} \cdot \frac{c}{100}.$$

### 3.4.6. Определение $\varepsilon_{\text{модели}}$ по известному графику $\omega_M = f(\varphi_1)$ (рис. 27)

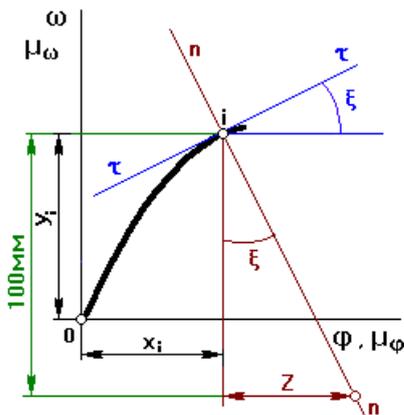


Рис. 27. Определение углового ускорения

$$\varepsilon_M = \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\omega}{d\varphi} \quad \omega = \omega_M \quad \frac{d(y_{\omega}/\mu_{\omega})}{d(x_{\varphi}/\mu_{\varphi})} =$$

$$= \omega_M \frac{\mu_{\omega}}{\mu_{\varphi}} \cdot \frac{d(y_{\omega})}{d(x_{\varphi})} = \omega_M \frac{\mu_{\omega}}{\mu_{\varphi}} \operatorname{tg} \xi,$$

где  $\operatorname{tg} \xi = \frac{z}{100}.$

Для определения угловой скорости  $\omega_M = \sqrt{\frac{2(A_{\Sigma} + T_{\text{нач}})}{I_{\Sigma}^{np}}},$

где  $I_{\Sigma}^{np} = \underbrace{I_I^{np}}_{\text{const}} + \underbrace{I_{II}^{np}}_{\text{var}}.$

Для того чтобы удерживать колебания угловой скорости  $\omega_M$  в заданных пределах, первая группа звеньев должна иметь  $(I_I^{пр})_{необх}$ .

Изменение  $\omega_M$  от  $\omega_{M\_max}$  до  $\omega_{M\_min}$  приводит к изменению кинетической энергии первой группы звеньев ( $\Delta T_I$ ), которое равно

$$\begin{aligned} (\Delta T_I)_{max} &= \frac{(I_I^{пр})_{необх} \cdot \omega_{M\_max}^2}{2} - \frac{(I_I^{пр})_{необх} \cdot \omega_{M\_min}^2}{2} = \\ &= \frac{(I_I^{пр})_{необх}}{2} (\omega_{M\_max} - \omega_{M\_min}) \cdot (\omega_{M\_max} + \omega_{M\_min}); \end{aligned}$$

$$\omega_{M\ CP} = \frac{\omega_{M\_max} + \omega_{M\_min}}{2};$$

$$\delta = \frac{\omega_{M\_max} - \omega_{M\_min}}{\omega_{M\ CP}};$$

$$(\Delta T_I)_{max} = (I_I^{пр})_{необх} \cdot \delta \cdot \omega_{M\ CP}^2;$$

$$(I_I^{пр})_{необх} = \frac{(\Delta T_I)_{max}}{\delta \cdot \omega_{M\ CP}^2};$$

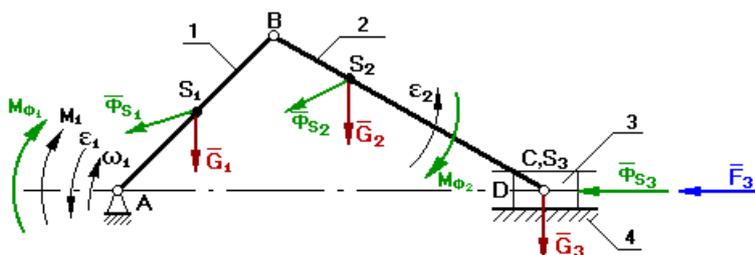
$$\omega_{M\ CP} = \frac{\pi \cdot n}{30}, \quad [\text{рад/с}].$$

## Лекция 4. РЕАКЦИИ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О КПД АГРЕГАТА

### 4.1. Реакции в кинематических парах рычажных механизмов без учёта сил трения

Данная задача может быть решена аналитическим способом.

Схема кривошипно-ползунного механизма представлена на рис. 28.



Дано:

$F_3, G_1, \Phi_{S1}, M_{\Phi 1}, G_2,$

$\Phi_{S2}, M_{\Phi 2}, G_3, \Phi_{S3},$

$\omega_i, \varepsilon_i, v_i, a_i.$

Определить:

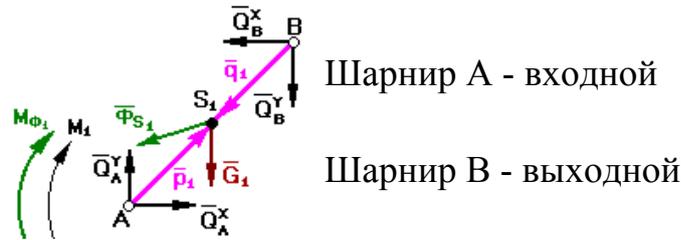
$M_1$  и  $Q_{ij}.$

Рис. 28. Схема рычажного механизма

Задачу начинают решать с того звена, к которому приложена известная сила или момент. Кроме того, введём понятие **входной шарнир** (проекции реакции Q на оси x и y положительны) и **выходной шарнир** (проекции реакции Q на оси - отрицательны).

Расстояние от входного шарнира до центра масс звена – p, а расстояние от выходного шарнира до центра масс звена – q.

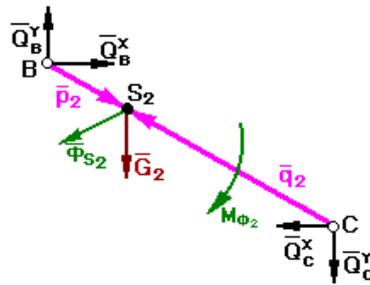
Звено 1



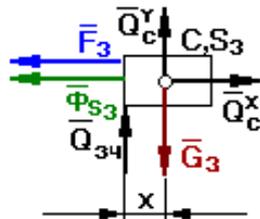
Звено 2

Шарнир В - входной

Шарнир С - выходной



Звено 3



При решении задачи используется принцип Даламбера:

$$\bar{\Phi}_{S_i} = -m_i \times \bar{a}_{S_i};$$

$$M_{\Phi_i} = -\epsilon_i \times I_{S_i}.$$

3-е звено:

$$Q_C^x = F_3 + \Phi_{S3};$$

$$Q_C^y + Q_{34} = G_3.$$

2-е звено:

$$Q_B^X - Q_C^X = \Phi_{S2}^X;$$

$$Q_B^Y - Q_C^Y = \Phi_{S2}^Y + G_2;$$

$$\bar{Q}_B \times \bar{p}_2 - \bar{Q}_C \times \bar{q}_2 = \bar{M}_{\Phi 2};$$

$$Q_B^X \times p_2^Y - Q_B^Y \times p_2^X - Q_C^X \times q_2^Y + Q_C^Y \times q_2^X = M_{\Phi 2}.$$

1-е звено:

$$Q_A^X - Q_B^X = \Phi_{S1}^X;$$

$$Q_A^Y - Q_B^Y = \Phi_{S1}^Y + G_1;$$

$$\bar{Q}_A \times \bar{p}_1 - \bar{Q}_B \times \bar{q}_1 - \bar{M}_1 = \bar{M}_{\Phi 1};$$

$$Q_A^X \times p_1^Y - Q_A^Y \times p_1^X - Q_B^X \times q_1^Y + Q_B^Y \times q_1^X - M_1 = M_{\Phi 1}.$$

Составим систему уравнений в матричной форме

Неизвестные		$Q_A^X$	$Q_A^Y$	$Q_B^X$	$Q_B^Y$	$Q_C^X$	$Q_C^Y$	$Q_{34}$	$M_1$	X	
$F_3 + \Phi_{S3}$	=	0	0	0	0	1	0	0	0		$Q_A^X$
$G_3$		0	0	0	0	0	1	1	0		$Q_A^Y$
$\Phi_{S2}^X$		0	0	1	0	-1	0	0	0		$Q_B^X$
$\Phi_{S2}^Y + G_2$		0	0	0	1	0	-1	0	0		$Q_B^Y$
$M_{\Phi 2}$		0	0	$p_2^Y$	$-p_2^X$	$-q_2^Y$	$q_2^X$	0	0		$Q_C^X$
$\Phi_{S1}^X$		1	0	-1	0	0	0	0	0		$Q_C^Y$
$\Phi_{S2}^Y + G_2$		0	1	0	-1	0	0	0	0		$Q_{34}$
$M_{\Phi 1}$		$p_1^Y$	$-p_1^X$	$-q_1^Y$	$q_1^X$	0	0	0	-1	$M_1$	
<b>b</b>		<b>A</b>							<b>x</b>		

Эта система решается методом Гаусса.

#### 4.2. Реакции в кинематических парах рычажных механизмов с учётом трения

Трение – сложный физико-химический процесс, сопровождающийся выделением тепла. Это вызвано тем, что перемещающиеся тела оказывают сопротивление относительно движению. Мерой интенсивности сопротивления относительно перемещению является сила (момент) трения.

Различают трение качения, трение скольжения, а также сухое, граничное и жидкостное трение.

Если суммарная высота микронеровностей взаимодействующих поверхностей:

- больше, чем высота слоя смазки, это - сухое трение;
- равна высоте слоя смазки - граничное трение;
- меньше, чем высота слоя смазки, - жидкостное.

#### 4.2.1. Учёт сил трения в поступательной кинематической паре (рис. 29)

Без учёта трения реакция направлена по нормали к взаимодействующим поверхностям (рис. 30, а). При учёте трения результирующая реакция  $Q_{21}$  отклоняется от общей нормали на угол трения  $\varphi$  в сторону, противоположную направлению движения (рис. 30, б).

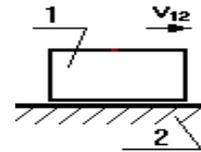
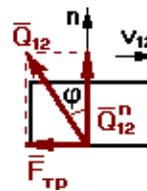
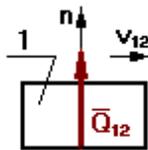


Рис. 29. Схема поступательной пары: 1- ползун; 2 - станина



$$F_{\text{тр}} = Q_{12}^n \cdot \text{tg } \varphi$$

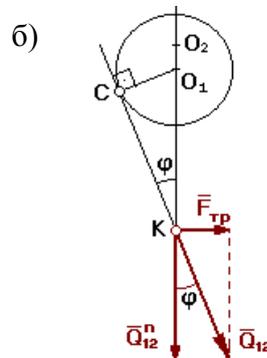
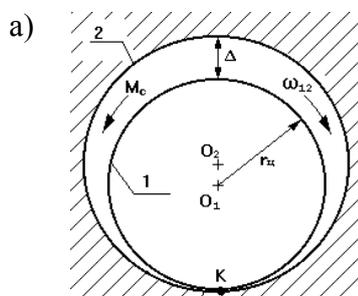
$$\text{tg } \varphi = f$$

$$F_{\text{тр}} = Q_{12}^n \cdot f$$

Рис. 30. Силы трения в кинематической паре: а) без учёта трения, б) с учётом трения

Коэффициент трения  $f$  определяется экспериментально и зависит от многих факторов.

#### 4.2.2. Учет трения во вращательной кинематической паре (рис. 31)



1 - цапфа  
 $r_{\text{ц}}$  - радиус цапфы  
 $\Delta$  - зазор  
 где 2 - радиус круга трения =  $O_1C$

Рис. 31. Вращательная пара

$$\text{Из } \triangle O_1CK \rightarrow \frac{O_1C}{O_1K} = \sin \varphi \rightarrow O_1C = O_1K \sin \varphi;$$

$$M_c = Q_{12} \cdot O_1C = Q_{12} \cdot r_{ц} \cdot \sin \varphi.$$

При малых углах  $\varphi \sin \varphi \approx \text{tg } \varphi = f$ . Тогда  $M_c = Q_{12} \cdot r_{ц} \cdot f$ .

При учёте трения во вращательной паре результирующая реакция отклоняется от общей нормали на угол трения  $\varphi$  и проходит касательно к кругу трения радиусом  $r$ .

### 4.3. Краткие сведения по определению КПД ( $\eta$ ) машинного агрегата

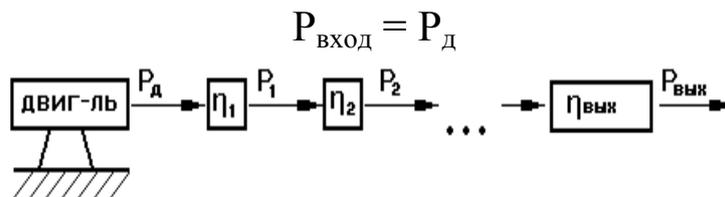
КПД машинного агрегата равен отношению работы сил полезного сопротивления к работе движущих сил за цикл установившегося режима

$$\eta = \frac{A_{\text{п.с.}}^{\text{цикл уст.реж.}}}{A_{\text{дв.сил}}^{\text{цикл уст.реж.}}};$$

$$\eta = \frac{\frac{A_{\text{п.с.}}}{t}}{\frac{A_{\text{дв.с.}}}{t}} = \frac{P_{\text{п.с.}}}{P_{\text{дв.с.}}} = \frac{M_c \cdot \omega_{\text{ВЫХ.ЗВ}}}{M_{\text{дв.с.}} \cdot \omega_{\text{ВХ.ЗВ}}} = \frac{M_c}{M_{\text{дв.с.}} \times u_{\text{ВХ.-ВЫХ}}};$$

$$u_{\text{ВХ.-ВЫХ}} = \frac{\omega_{\text{ВХ.ЗВ}}}{\omega_{\text{ВЫХ.ЗВ}}}; \quad \eta < 1.$$

#### 4.3.1. Определение КПД при последовательном соединении механизмов



$$P_1 = P_{\text{д}} \cdot \eta_1;$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_2 = P_{\text{д}} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2;$$

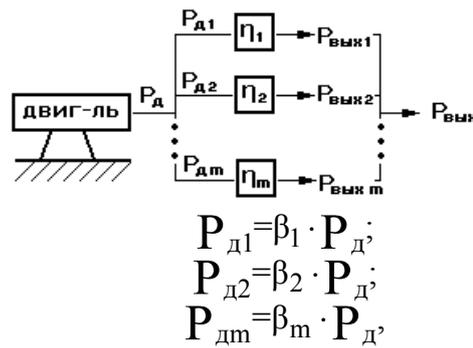
$$\dots$$

$$P_{\text{ВЫХ}} = P_{m-1} \cdot \eta_m = P_{\text{д}} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_m;$$

$$\eta = \frac{P_{\text{ВЫХ}}}{P_{\text{ВХ}}} = \frac{P_{\text{д}} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_m}{P_{\text{д}}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_m;$$

$$\eta = \prod_{i=1}^m \eta_i.$$

### 4.3.2. Определение КПД при параллельном соединении механизмов



где  $\beta_i$  – коэффициенты распределения мощности

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_m = 1.$$

Каждый  $\beta$  определяется назначением специалиста

$$P_{\text{ВЫХ}} = P_{\text{ВЫХ}1} + P_{\text{ВЫХ}2} + \dots + P_{\text{ВЫХ}m};$$

$$\eta = \frac{P_{\text{ВЫХ}}}{P_d} = \frac{P_{д1} \cdot \eta_1 + P_{д2} \cdot \eta_2 + \dots + P_{дm} \cdot \eta_m}{P_d} =$$

$$= \frac{P_d \cdot \beta_1 \cdot \eta_1 + P_d \cdot \beta_2 \cdot \eta_2 + \dots + P_d \cdot \beta_m \cdot \eta_m}{P_d} = \beta_1 \cdot \eta_1 + \beta_2 \cdot \eta_2 + \dots + \beta_m \cdot \eta_m;$$

$$\eta = \sum_{i=1}^m \beta_i \cdot \eta_i.$$

### 4.4. Основные сведения о виброзащите машинного агрегата

Вибрации нашли полезное применение в технике. Примерами этого считаются различные вибромассажеры, вибротранспортеры и т.д. Однако работа с инструментом, основанном на вибрации, приводит к профессиональным травмам и заболеваниям. Основные мероприятия, связанные с выявлением источника вибрации с целью последующего снижения его виброактивности или полного его устранения, называют *виброзащитой*.

Виброзащита осуществляется по следующим основным направлениям:

1. Уменьшение активности источника с помощью статического уравновешивания механизмов (полного или частичного), а также уравновешивания роторов.
2. Изменение конструкции объекта: установка гасителей колебаний, демпферов, виброизоляторов.

Рассмотрим статическое уравнивание рычажного механизма (рис. 32).

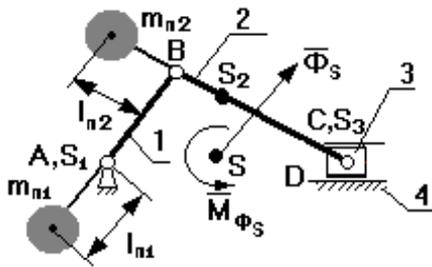


Рис. 32. Статическое уравнивание рычажного механизма (см. рис. 1)

Если  $\bar{\Phi}_s = 0$ , то такой механизм называется статически уравновешенным.

Если  $\bar{M}_{\Phi_s} = 0$ , то такой механизм называется моментно-уравновешенным.

Рассмотрим случай, когда необходимо уравновесить статически, т.е.  $\bar{\Phi}_s = 0$ . Этого можно добиться только тогда, когда  $\bar{a}_s = 0$ , так как

$$\bar{\Phi}_s = m \cdot \bar{a}_s \quad S \rightarrow A.$$

Когда центр масс совмещен с т. А, он становится неподвижным. Этого добиваются с помощью двух противовесов, один из которых устанавливается на продолжении шатуна 1, а другой на продолжении кривошипа 2.

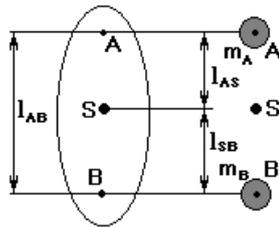


Рис. 33. Метод замещающих масс

Для того чтобы рассчитать массы противовесов, применяют метод замещающих масс (рис. 33), суть которого заключается в том, что масса каждого звена условно разносится по двум точкам. При этом должны выполняться следующие условия: разнесём массу этого звена по точкам А и В так, чтобы положение центра масс не изменилось:

$$m = m_A + m_B;$$

$$l_{AB} = l_{AS} + l_{BS};$$

$$m_A l_{AS} = m_B l_{BS}.$$

Сосредоточим массу 3-го звена в т. С. Массу 2-го звена разнесём по шарнирам В и С. Если на продолжении звена 2 поставить противовес массой  $m_{пр2}$  на расстоянии от т. В, равном  $l_{пр2}$ , то центр масс звеньев 2 и 3 переместится в т. В (рис. 34):

$$m_{пр2} \cdot l_{пр2} = (m_{2C} + m_{3C}) \cdot l_{BC}.$$

При этом либо задаются массой противовеса и определяют  $l_{пр2}$ , либо задаются  $l_{пр2}$  и определяют массу противовеса

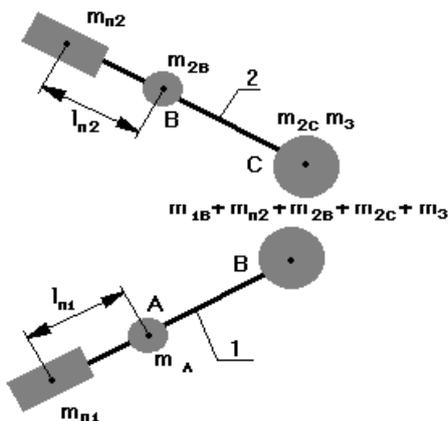


Рис. 34. Центры масс

$$m_{\text{пр1}} l_{\text{пр1}} = (m_{1B} + m_{\text{пр2}} + m_{2B} + m_{2C} + m_{3C}) l_{AB}.$$

После всех указанных мероприятий центр масс переместится в точку А, однако не всегда конструктивно возможно установить противовес на продолжении шатуна, тогда и ограничиваются установкой противовеса на звене 1.

В этом случае центр масс системы смещают на линию АС, и этот центр масс перемещается с постоянным ускорением  $a = \text{const}$ .

В этом случае механизм, частично статически уравновешенный, нежелательно устанавливать на высоком фундаменте, так как главный вектор сил инерции создает опрокидывающий момент, что недопустимо (рис. 35).

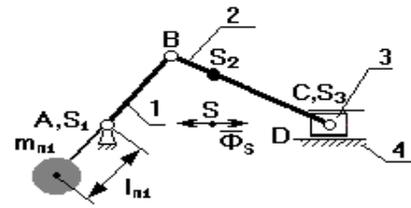


Рис. 35. Частично статически уравновешенный механизм (см. рис. 1)

## Лекция 5. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

*Зубчатыми передачами* называются механизмы с высшими кинематическими парами, в состав которых входят зубчатые колеса, рейки или секторы - звенья, снабженные профилированными выступами или зубьями. Зубчатые передачи бывают простые и сложные. Простая зубчатая передача - трёхзвенный механизм, состоящий из двух зубчатых колёс и стойки, в котором зубчатые колёса образуют между собой высшую пару, со стойкой - низшие (поступательные или вращательные).

Простые зубчатые передачи классифицируются:

- по виду передаточной функции (отношения)
  - с постоянным передаточным отношением;
  - переменным передаточным отношением;
- по расположению осей в пространстве
  - с параллельными осями;
  - пересекающимися осями;
  - перекрещивающимися осями;
- по форме профиля зуба
  - с эвольвентным профилем;
  - циклоидальным профилем;
  - круговым профилем (передачи Новикова);
- по форме линии зуба
  - с прямым зубом;

- косозубые;
- шевронные;
- с круговым зубом;
- по форме начальных поверхностей
  - цилиндрические;
  - конические;
  - гиперболоидные;
- по форме и виду зубчатых колес
  - червячные;
  - с некруглыми колесами;
  - винтовые.

### 5.1. Эвольвентная зубчатая передача. Эвольвента окружности и её свойства

*Эвольвентная зубчатая передача* - цилиндрическая зубчатая передача, профили зубьев которой выполнены по эвольвенте окружности.

*Эволютой* называется геометрическое место центров кривизны данной кривой. Данная кривая по отношению к эволюте называется эвольвентой. Согласно определению нормаль к эвольвенте (на которой лежит центр кривизны) является касательной к эволюте. Эвольвенты окружности описываются точками производящей прямой при ее перекатывании по окружности, которую называют основной.

#### Свойства эвольвенты окружности

Форма эвольвенты окружности определяется только радиусом основной окружности  $r_b$ . При  $r_b \rightarrow \infty$  эвольвента переходит в прямую линию. Производящая прямая считается нормалью к эвольвенте в рассматриваемой произвольной точке  $M_y$ . Отрезок нормали в произвольной точке эвольвенты  $l_{M_yN} = r$  равен радиусу ее кривизны и является касательной к основной окружности.

Эвольвента имеет две ветви и точку возврата  $M_0$ , лежащую на основной окружности. Эвольвента не имеет точек внутри основной окружности. Точки, связанные с производящей прямой, но не лежащие на ней при перекатывании, описывают так: точки, расположенные выше производящей прямой  $W$ , - укороченные эвольвенты, точки, расположенные ниже производящей прямой  $L$ , - удлиненные эвольвенты (рис. 35).

Параметрические уравнения эвольвенты получим из схемы, изображенной на рис. 36. Так как производящая прямая перекачивается по основной окружности без скольжения, то дуга  $M_0N$  равна отрезку  $NM_y$ . Для дуги окружности

$$M_0N = r_b \cdot (\text{inv } \alpha_y - \alpha_y), \quad \text{из}$$

треугольника  $\Delta OM_yN$

$$NM_y = r_b \cdot \text{tg } \alpha_y,$$

$$r_y = r_b / \cos \alpha_y.$$

Откуда  $\text{inv } \alpha_y = \text{tg } \alpha_y - \alpha_y$ ,  $r_y = r_b / \cos \alpha_y$ , получим параметрические уравнения эвольвенты.

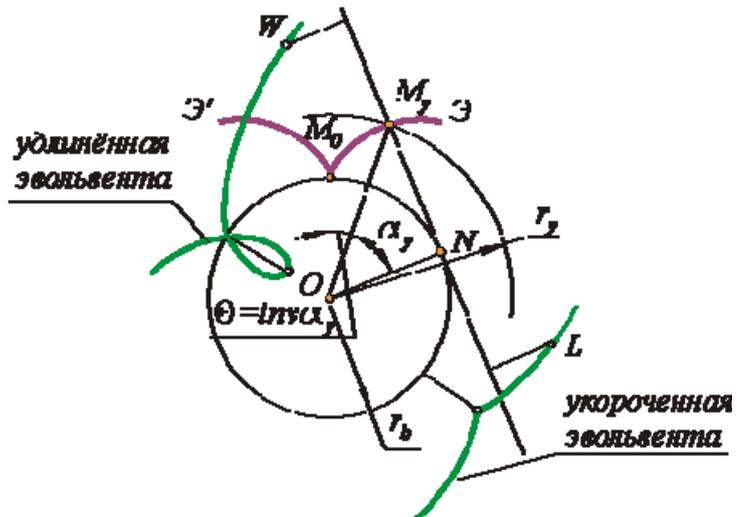


Рис. 36. Схема эвольвенты

## 5.2. Эвольвентное зацепление и его свойства

В зубчатой передаче контактирующие элементы двух профилей выполняются по эвольвентам окружности и образуют так называемое эвольвентное зацепление. Это зацепление обладает рядом полезных свойств, которые и определяют широкое распространение эвольвентных зубчатых передач в современном машиностроении. Рассмотрим эти свойства (рис. 37).

*Свойство 1.* Передаточное отношение эвольвентного зацепления определяется только отношением радиусов основных окружностей и является величиной постоянной

$$u_{\Sigma} = \omega_1 / \omega_2 = r_{\Sigma 2} / r_{\Sigma 1} = (r_{b2} \cdot \cos \alpha_{\Sigma}) / (r_{b1} \cdot \cos \alpha_{\Sigma}) = r_{b2} / r_{b1} = \text{const.}$$

*Свойство 2.* При изменении межосевого расстояния в эвольвентном зацеплении его передаточное отношение не изменяется

$$u'_{\Sigma} = \omega_1 / \omega_2 = r'_{\Sigma 2} / r'_{\Sigma 1} = (r_{b2} \cdot \cos \alpha'_{\Sigma}) / (r_{b1} \cdot \cos \alpha'_{\Sigma}) = r_{b2} / r_{b1} = \text{const.}$$

$$u'_{\Sigma} = u_{\Sigma} = r_{b2} / r_{b1} = \text{const.}$$

*Свойство 3.* При изменении межосевого расстояния в эвольвентном зацеплении величина произведения межосевого расстояния на косинус угла зацепления не изменяется.

$$r_{b1} + r_{b2} = r_{\omega 1} \cdot \cos \alpha_{\omega} + r_{\omega 2} \cdot \cos \alpha_{\omega} = a_{\omega} \cdot \cos \alpha_{\omega},$$

$$r_{b1} + r_{b2} = r'_{\omega 1} \cdot \cos \alpha'_{\omega} + r'_{\omega 2} \cdot \cos \alpha'_{\omega} = a'_{\omega} \cdot \cos \alpha'_{\omega},$$

$$a_{\omega} \cdot \cos \alpha_{\omega} = a'_{\omega} \cdot \cos \alpha'_{\omega} = \text{const.}$$

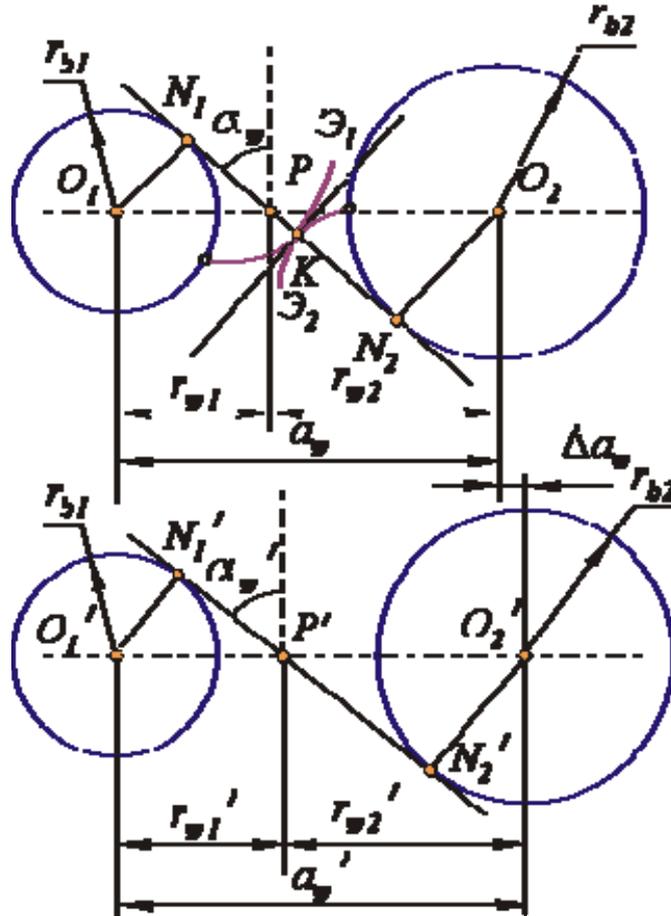


Рис. 37. Свойства эвольвенты

*Свойство 4.* За пределами отрезка линии зацепления  $N_1N_2$  рассматриваемые ветви эвольвент не имеют общей нормали, т. е. профили, выполненные по этим кривым, будут не касаться, а пересекаться. Это явление называется интерференцией эвольвент, или заклиниванием.

### 5.3. Эвольвентное зубчатое колесо и его параметры

Эвольвентным зубчатым колесом называют звено зубчатого механизма, снабженное замкнутой системой зубьев. При проектировании зубчатого колеса (рис. 38) вначале нужно определить его число зубьев  $z$ , а затем

определить параметры зубьев. Для этого нужно произвольную окружность колеса  $r_y$  разделить на  $z$  частей, каждая из которых называется окружным шагом  $p_y$ .

$$2 \cdot p \cdot r_y = p_y \cdot z \Rightarrow 2 \cdot r_y = (p_y/p) \cdot z = m_y \cdot z = d_y,$$

где  $m_y = p_y/p = d_y/z$  - модуль зацепления по окружности произвольного радиуса.

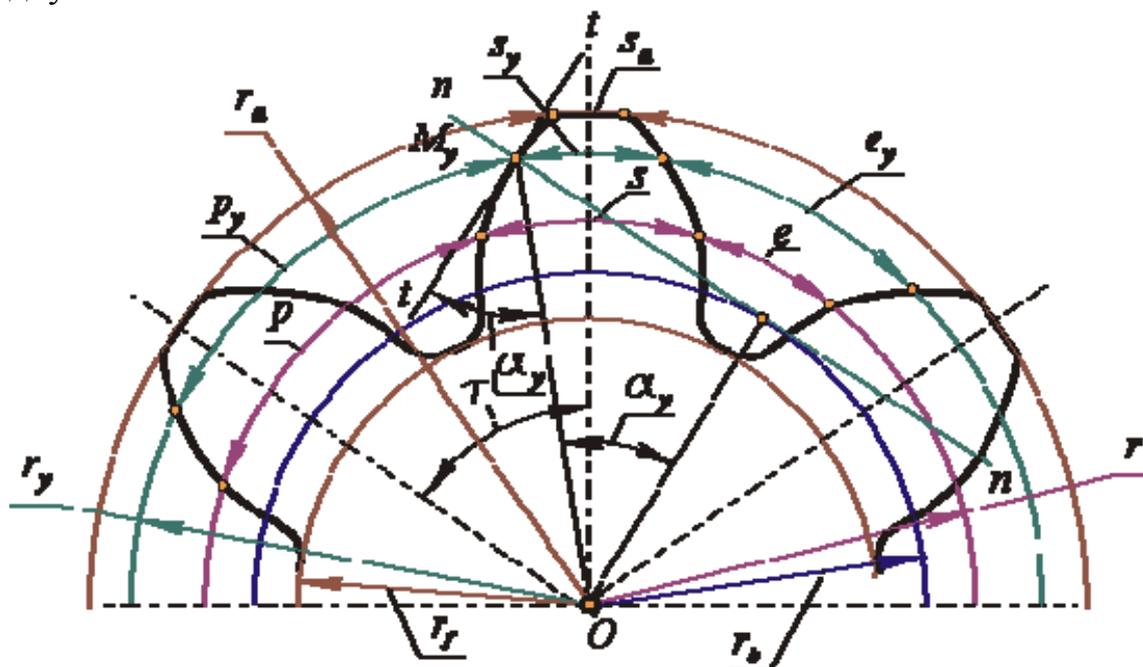


Рис. 38. Параметры зубчатого колеса

Модулем зацепления называется линейная величина, в  $\pi$  раз меньшая окружного шага, или отношение шага по любой концентрической окружности зубчатого колеса к  $\pi$ . В зависимости от окружности, по которой определен модуль, различают делительный, основной и начальный модули. Для косозубых колес еще и нормальный, торцевой и осевой модули. В ряде стран используется величина, обратная модулю, которая называется *питч*. *Питч (диаметральный)* - число зубьев колеса, приходящееся на дюйм диаметра. Исходя из этого модуль можно определить как число миллиметров диаметра, приходящееся на один зуб. На колесе можно провести бесчисленное число окружностей, на каждой из которых будет свой модуль. Для ограничения этого числа ГОСТом введен стандартный ряд модулей.

Стандартный модуль определяется по окружности, называемой *делительной*. Точнее, *делительной называется такая окружность зубчатого колеса, на которой модуль и шаг принимают стандартное значение. Окружным шагом, или шагом, называется расстояние по дуге окружности*

между одноименными точками профилей соседних зубьев (под одноименными понимаются правые или левые профили зуба). Угловой шаг  $t$  - центральный угол, соответствующий дуге  $p$  - окружному шагу по делительной окружности.

Для параметров зубчатого колеса справедливы следующие соотношения:

$d_y = m_y \cdot z$  - диаметр окружности произвольного радиуса,

$d = m \cdot z$  - диаметр делительной окружности,

$p_y = m_y \cdot \pi$  - шаг по окружности произвольного радиуса,

$p = m \cdot \pi$  - шаг по делительной окружности,

$$r_y = r_y / \cos \alpha_y \Rightarrow r = r_y / \cos \alpha \Rightarrow r / r_y = \cos \alpha_y / \cos \alpha ;$$

$$r_y = m_y \cdot z / 2 \Rightarrow r = m \cdot z / 2 \Rightarrow m / m_y = \cos \alpha_y / \cos \alpha ;$$

$$m_y = m \cdot \cos \alpha / \cos \alpha_y \quad r_y = r \cdot \cos \alpha ,$$

где  $\alpha$  - угол профиля на делительной окружности,  $\alpha_y$  - угол профиля на окружности произвольного радиуса.

Углом профиля называется острый угол между касательной к профилю в данной точке и радиусом-вектором, проведенным в данную точку из центра колеса. Шаг колеса делится на толщину зуба  $s_y$  и ширину впадины  $e_y$ . Толщина зуба  $s_y$  - расстояние по дуге окружности  $r_y$  между разноименными точками профилей зуба. Ширина впадины  $e_y$  - расстояние по дуге окружности  $r_y$  между разноименными точками профилей соседних зубьев.

На основной окружности  $\alpha_b \Rightarrow 0$  и  $\cos \alpha_b \Rightarrow 1$ , тогда  $m_b = m \cdot \cos \alpha \Rightarrow p_b = \pi \cdot \cos \alpha$

В зависимости от соотношения между толщиной зуба и шириной впадины на делительной окружности зубчатые колеса делятся:

на нулевые  $s = e = \pi * m / 2 , D = 0$ ;

положительные  $s > e , \Rightarrow \Delta > 0$ ;

отрицательные  $s < e , \Rightarrow \Delta < 0$ ,

где  $\Delta$  - коэффициент изменения толщины зуба (отношение приращения толщины зуба к модулю). Тогда толщину зуба по делительной окружности можно записать  $s = (\pi \cdot m / 2) + \Delta \cdot m = m \cdot [(\pi / 2) + \Delta]$ .

Более подробно ознакомиться с основными определениями и расчётными зависимостями можно по ГОСТ 16530-83.

## 5.4. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача

Схема зацепления эвольвентной зубчатой передачи (рис. 39).

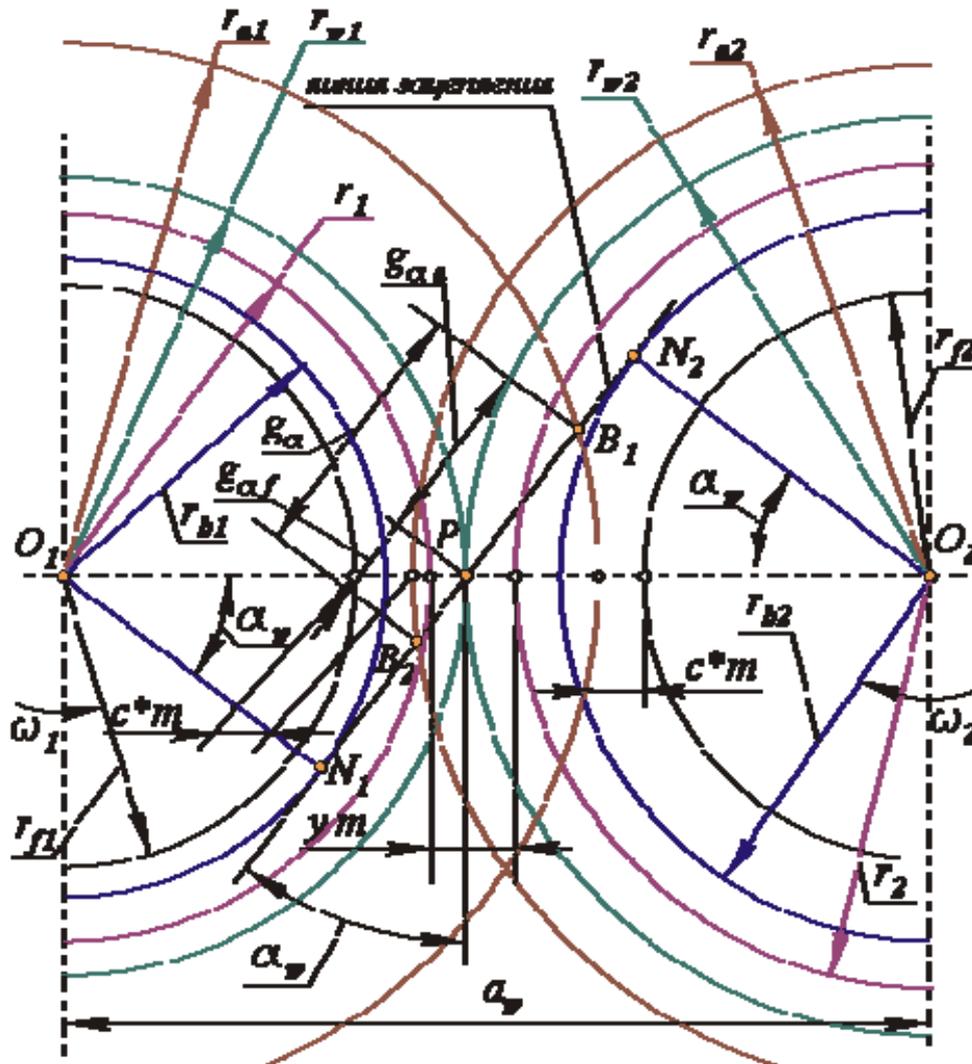


Рис. 39. Схема зацепления эвольвентной зубчатой передачи

Основные уравнения эвольвентного зацепления

1. Угол зацепления  $\alpha_w$

Так как перекатывание начальных окружностей друг по другу происходит без скольжения, то:

$$s_{w1} = e_{w1} \text{ и } s_{w2} = e_{w2}, \text{ но } s_{w1} + e_{w1} = r_{w1} \text{ и } s_{w2} + e_{w2} = r_{w2},$$

кроме того  $r_{w1} = r_{w2} = r_w$ , тогда  $s_{w2} + s_{w1} = r_w$ .

Толщину зуба по начальной окружности можно записать, используя формулу для толщины зуба по окружности произвольного радиуса

$$r_{\pi 1} = m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}) \cdot [(\pi / 2) + \Delta_1 - (\ln \nu \alpha_{\pi} - \ln \nu \alpha) \cdot z_1],$$

$$r_{\pi 2} = m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}) \cdot [(\pi / 2) + \Delta_2 - (\ln \nu \alpha_{\pi} - \ln \nu \alpha) \cdot z_2],$$

а шаг по начальной окружности:  $r_{\pi} = \pi \cdot m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi})$ .

Подставляя эти выражения в формулу для шага по начальной окружности, получим:

$$r_{\pi} = r_{\pi 1} + r_{\pi 2} \cdot \pi \cdot m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}) = m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}) \cdot [(\pi / 2) + \Delta_1 - (\ln \nu \alpha_{\pi} - \ln \nu \alpha) \cdot z_1 + (\pi / 2) + \Delta_2 - (\ln \nu \alpha_{\pi} - \ln \nu \alpha) \cdot z_2];$$

$$(\Delta_1 + \Delta_2) - (z_1 + z_2) \cdot (\ln \nu \alpha_{\pi} - \ln \nu \alpha) = \theta,$$

$$\ln \nu \alpha_{\pi} = \ln \nu \alpha + (\Delta_1 + \Delta_2) / (z_1 + z_2).$$

2. Межосевое расстояние  $a_w$

Из схемы эвольвентного зацепления можно записать

$$a_w = r_{\pi 1} + r_{\pi 2},$$

$$\text{но } r_1 = r \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}) \cdot \theta \text{ и } r_{\pi} = r \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}),$$

после подстановки, получим

$$a_w = r_1 \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}) + r_2 \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}),$$

$$a_w = (m \cdot z_1 / 2 + m \cdot z_2 / 2) \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}),$$

$$a_w = m \cdot (z_1 + z_2) \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_{\pi}) / 2.$$

3. Воспринимаемое смещение  $y \cdot m$

Из схемы эвольвентного зацепления можно записать

$$a_w = r_1 + r_2 + y \cdot m = m \cdot (z_1 + z_2) / 2 + y \cdot m,$$

$$m \cdot (z_1 + z_2) / 2 + y \cdot m = m \cdot (z_1 + z_2) \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w) / 2,$$

$$y = (z_1 + z_2) \cdot [(\cos \alpha / \cos \alpha_w) - 1] / 2.$$

4. Уравнительное смещение  $D y \cdot m$

Из рис. 37  $a_w = r_{a1} + c \cdot m + r_{f2}$ ,  $a_w = r_1 + r_2 + y \cdot m$ ,

откуда

$$r_{a1} + c \cdot m + r_{f2} = r_1 + r_2 + y \cdot m,$$

$$\text{где } r_{a1} = m \cdot (z_1 / 2 + h_a^2 + x_1 - \Delta y), r_{f2} = m \cdot (z_2 / 2 - h_a^2 - c^2 + x_2).$$

После преобразований этих уравнений получим

$$x_1 + x_2 - \Delta y = y,$$

$$\Delta y = (x_1 + x_2) - y.$$

## 5.5. Понятие о блокирующем контуре зубчатой передачи

При проектировании зубчатой передачи необходимо решить несколько задач:

- выбрать тип зубчатого механизма, его передаточное отношение и числа зубьев колес;
- провести проектный прочностной расчет механизма и определить величину межосевого расстояния или модуль зубчатых колес (модуль зубчатых колес округляется до ближайшей величины из стандартного ряда модулей );
- провести геометрический расчет зубчатой передачи для выбранных коэффициентов смещения исходного контура, которые обеспечивают исключение подрезания, срезания и заострения зубьев колес и благоприятное или оптимальное сочетание качественных показателей зубчатой передачи.

Для эвольвентных зубчатых передач область сочетаний коэффициентов смещений зубчатых колес  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяющих ограничениям по срезанию в станочном зацеплении, заострению, заклиниванию в зацеплении эвольвент и на переходных кривых по допустимым минимальным или максимальным значениям качественных показателей, называют блокирующим контуром (рис. 40). Границы блокирующего контура отсекают те значения коэффициентов смещения, которые недопустимы по указанным условиям. Значения, расположенные внутри контура, допустимы, но каждой паре коэффициентов смещения соответствует свое сочетание качественных показателей. Для выбора коэффициентов смещения на блокирующий контур наносятся изолинии качественных показателей, с использованием которых внутри контура выбираются коэффициенты смещения с оптимальным сочетанием качественных показателей. В настоящее время с ростом производительности компьютеров появляется возможность геометрического синтеза оптимальных зубчатых передач без предварительного построения блокирующего контура.

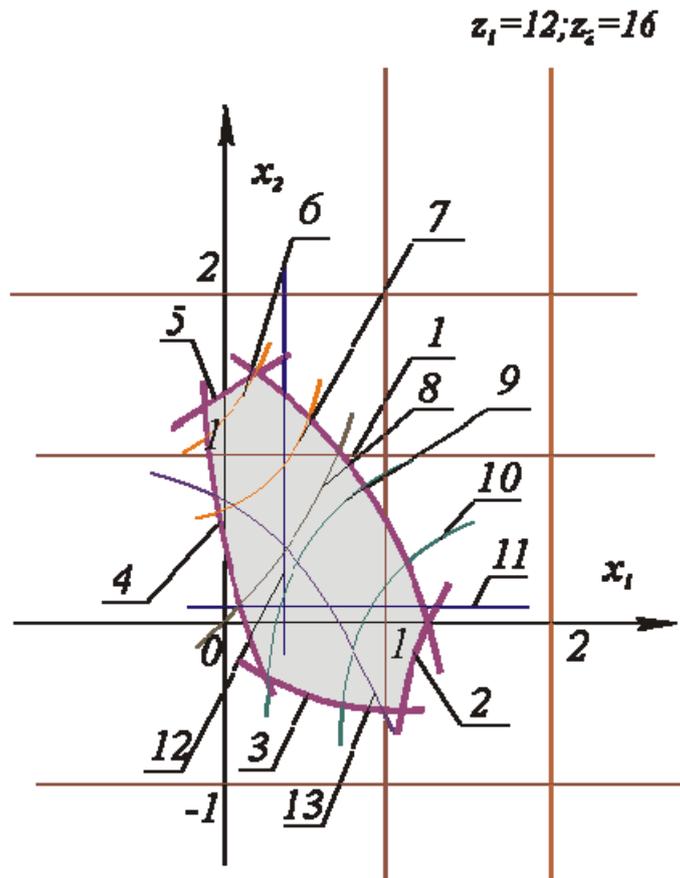


Рис. 40. Блокирующий контур: Ограничивающие линии блокирующего контура: 1 – коэффициент торцевого перекрытия  $ea = 1$ ; 2 – толщина зуба колеса  $z_1$  по окружности вершин  $sa_1 = 0$ ; 3 – допустимое подрезание колеса  $z_2$ ; 4 – допустимое подрезание колеса  $z_1$ ; 5 – интерференция, или заклинивание с переходной кривой колеса  $z_2$ .  
 Линии качественных показателей: 6 – линия  $sa_2 = 0,25m$ ; 7 –  $sa_2 = 0,4m$ ; 8 – выравненных удельных скольжений  $l_1=l_2$ ; 9 –  $sa_1 = 0,4m$ ; 10 –  $sa_1 = 0,25m$ ; 11 –  $x_2 = x_{2min}$ ; 12 –  $x_1 = x_{1min}$ ; 13 –  $ea = 1,2$

## 5.6. Качественные показатели цилиндрической эвольвентной передачи

*Коэффициент торцевого перекрытия  $eg$*  - величина отношения угла перекрытия зубчатого колеса к его угловому шагу, где под углом перекрытия понимают угол, на который поворачивается колесо за время зацепле-

ния одной пары зубьев (рис. 41). Для цилиндрических колёс различают полное  $\epsilon_\gamma$ , торцевое  $\epsilon_\alpha$  и осевое перекрытия:

$$\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta,$$

где осевое перекрытие имеется только в косозубых передачах.

$$\epsilon_\alpha = \varphi_1 / \tau_1 = \varphi_2 / \tau_2 = g_a / p_b = (g_{af} + g_{as}) / p_b,$$

$$g_{af} = l_{am2} - l_{am1} = r_{a2} \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w), \quad \alpha_{a2} = \arccos (r_{b2} / r_{a2}),$$

$$g_{as} = l_{am1} - l_{am2} = r_{b1} \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w), \quad \alpha_{a1} = \arccos (r_{b1} / r_{a1}),$$

$$p_b = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha, \quad r_{b1} = m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha / 2.$$

$$\epsilon_\alpha = [z_2 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w) - z_1 \cdot (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w)] / (2 \cdot \pi).$$

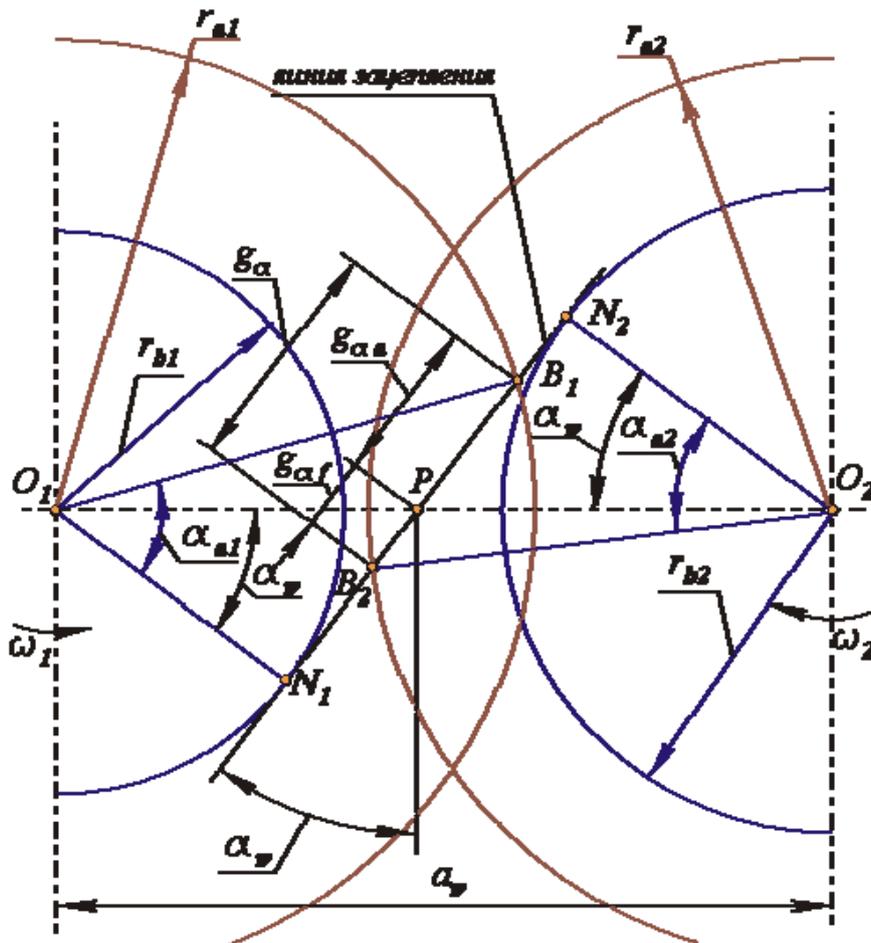


Рис. 41. Коэффициент перекрытия зацепления

Коэффициент перекрытия определяет величину зоны двухпарного контакта, когда одновременно зацепляются два последовательно расположенных зуба. Так как до окончания зацепления одной пары зубьев следующая пара должна войти в контакт, нельзя допускать в прямозубых передачах  $\epsilon_\alpha \leq 1$ . Допустимое значение коэффициента перекрытия должно несколько превышать единицу и в зависимости от назначения передачи и

точности её изготовления выбирается в пределах  $[v_a] = 1.05 \dots 1.2$ . Максимальное значение коэффициента перекрытия для зубчатых колес, обработанных инструментом со стандартным исходным производящим контуром, составляет  $v_a = 1.98$ . Наиболее благоприятны величины коэффициента перекрытия равные целым числам, например двум или трём.

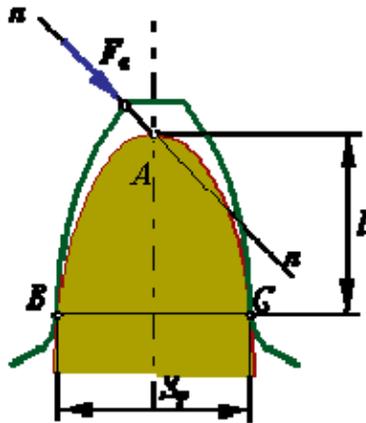


Рис. 41. Геометрическая форма зуба

пересечения оси зуба и нормали к профилю в вершине, а ветви касались профиля зуба у основания (на рис. 42).  $Y = f(S_p, l, b) = S_p^2 / (6 \cdot \pi \cdot m \cdot Q)$ , где  $S_p$  - толщина зуба по хорде на окружности, проходящей через точки касания параболы и профиля зуба,  $l$  - высота от вершины параболы до хорды  $S_p$ .

Коэффициент формы зуба  $Y$  - оценка влияния геометрии зуба на изгибную прочность. Геометрическая форма зуба в значительной мере определяет показатели его как изгибной, так и контактной прочности. Этот коэффициент определяется через параметры балки параболического сечения (балки, равной сопротивлению изгибу), которая вписывается в контур зуба так, чтобы вершина параболы располагалась в точке

## Лекция 6. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ПЕРЕДАТОЧНЫЕ (ПЛАНЕТАРНЫЕ) МЕХАНИЗМЫ

*Планетарным* называется механизм, имеющий в своем составе хотя бы одно звено с подвижной геометрической осью в пространстве.

Звено, имеющее подвижную геометрическую ось в пространстве, называется *сателлитом*.

Звено, на которое устанавливают ось сателлитов, называется *водителем* (Н).

Зубчатые колеса, имеющие неподвижную геометрическую ось в пространстве, называются *центральными*. Центральное колесо, имеющее внешние зубья, называется *солнечным колесом*.

Центральное колесо, имеющее внутренние зубья, называется *коронной шестерней* (*опорным колесом*).

Достоинства планетарных передач:

1. Имеют малые габаритные размеры и вес из-за того, что поток мощности, подводимый к центральному колесу, распределяется по количеству сателлитов). Затем поток мощности собирается на выходном звене. На одной планетарной передаче можно поставить до 24 сателлитов.

2. Очень высокий КПД, в среднем 0,99.

Недостатки:

Если число сателлитов не равно 3, то необходим специальный механизм, который бы выравнивал нагрузку между сателлитами. Этот механизм утяжеляет и удорожает конструкцию.

### 6.1. Сравнительный анализ передачи с неподвижными осями планетарной передачи

На первое колесо подается крутящий момент, а со второго его снимают (рис. 43).

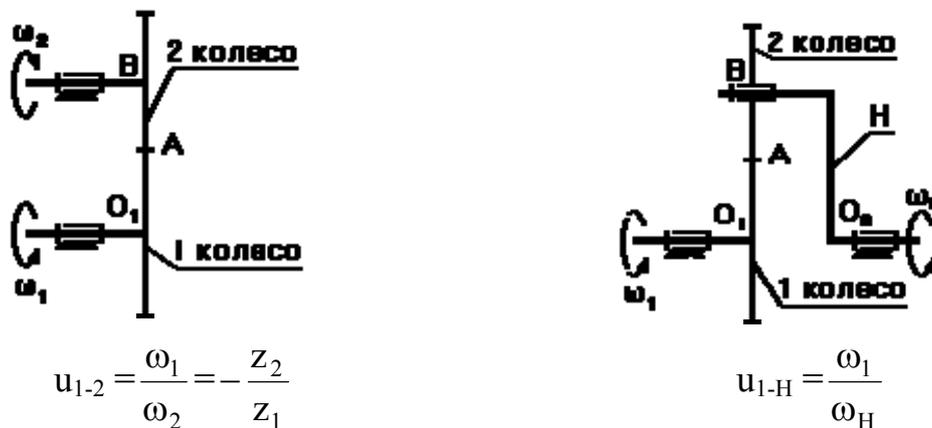


Рис. 43. Схемы механизмов: а – ось В неподвижна; б– ось В подвижна

Через число зубьев  $u_{1-H}$  записать нельзя, так как ось В – подвижная ось. Чтобы записать передаточное отношение через число зубьев, применим метод обращения движения: мысленно сообщим всем звеньям механизма, включая стойку, дополнительное движение с угловой скоростью  $\omega_H$ . Получим обращенный планетарный механизм с неподвижными осями зубчатых колес.

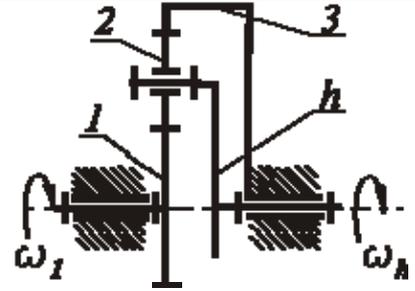
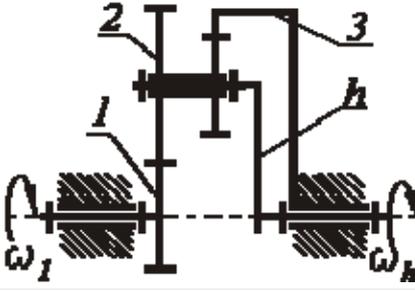
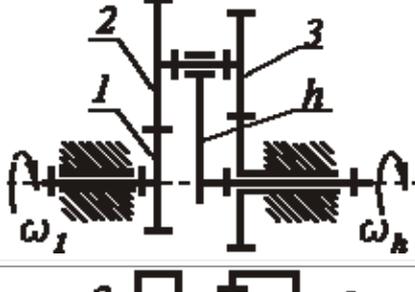
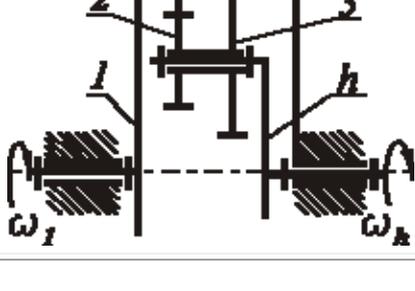
В обращенном движении звенья этого механизма будут иметь следующие угловые скорости:

$$\begin{aligned} \omega_1^* &= \omega_1 - \omega_H; \\ \omega_2^* &= \omega_2 + (-\omega_H) = \omega_2 - \omega_H; \\ \omega_H^* &= \omega_H - \omega_H = 0; \\ u_{1-2}^{(H)} &= \frac{\omega_1^*}{\omega_2^*} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} \quad - \text{формула Виллиса} \end{aligned}$$

В табл. 2 приведены структурные схемы типовых планетарных механизмов, а также диапазоны рекомендуемых передаточных отношений и ориентировочные значения КПД при этих передаточных отношениях.

Таблица 2

Типовые планетарные механизмы

№ п/п	Структурная схема механизма	Уред	КПД
1		$u_{H^Q} = \omega_1 / \omega_H = 1 + z_2 / z_1$ 3...10	0,97...0,99
2		$u_{H^Q} = \omega_1 / \omega_H = 1 + z_2 / (z_1 - z_2)$ 7...16	0,96...0,98
3		$u_{H^Q} = \omega_1 / \omega_H = 1 - z_2 / (z_1 - z_2)$ 25...30	0,9...0,3
4		$u_{H^Q} = \omega_1 / \omega_H = 1 - z_2 / z_1$ 30...300	0,9...0,3

## 6.2. Определение передаточного отношения планетарного однорядного механизма (механизм Джеймса)

КПД в одном ряду –  $0,99 u_{1-H}^{(3)} = 2.5 \div 8$ .

Передаточное отношение можно определить:

1) графическим способом по чертежу (рис. 44).

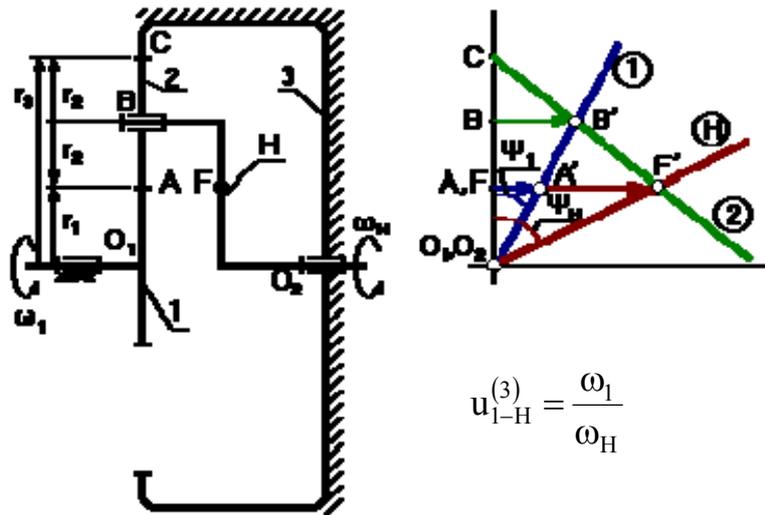


Рис. 44. Графический способ

Выберем на водиле Н точку F, которая расположена на том же расстоянии от оси  $O_2$ , что и точка A. Оси  $O_1$  и  $O_2$  расположены на одном уровне. Для данной схемы входное звено – звено 1 (солнечное колесо), выходным является водило Н.

Зададимся отрезком  $AA'$ , который изображает линейную скорость колеса 1 в точке A. Так как колесо 1 вращается вокруг  $O_1$ , то закон распределения линейной скорости по первому звену изображается прямой линией  $O_1A'$ . Сателлит 2 в т. А имеет такую же линейную скорость, что и колесо 1. В т. С сателлит 2 имеет момент центростремительной силы (МЦС) в абсолютном движении, так как идет контакт с неподвижным колесом 3. Закон распределения линейной скорости по второму колесу изображается прямой линией  $CA'$ . В т. В сателлит имеет линейную скорость, которая изображается отрезком  $BB'$ , однако т. В является также и осью водила Н, которое вращается вокруг  $O_2$ . Следовательно, закон распределения линейной скорости по водилу изобразится прямой линией  $O_2B'$ . Для точки F водила линейная скорость изображается отрезком  $FF'$ .

От вертикали до линии распределения скоростей по водилу измеряем угол  $\psi_H$ , а от вертикали до линии распределения скоростей по колесу 1 из-

меряем угол  $\psi_1$ . Так как углы  $\psi_1$  и  $\psi_H$  отложены от вертикали в одном направлении, то это показывает, что входное звено 1 и выходное звено вращаются в одном направлении

$$\omega_1 = \frac{v_A}{O_1A}; \quad \omega_2 = \frac{v_F}{O_2F};$$

$$u_{1-H}^{(3)} = \frac{v_A/O_1P}{v_F/O_2F} = \frac{AA'/O_1P}{FF'/O_2F} = \frac{\operatorname{tg} \psi_1}{\operatorname{tg} \psi_H} = \frac{AA'}{FF'};$$

2) аналитическим способом по формуле Виллиса.

Применим метод обращения движения, обратив планетарный механизм в непланетарный

$$u_{1-3}^{(H)} = u_{1-2}^{(H)} \cdot u_{2-3}^{(H)} = \frac{\omega_1^*}{\omega_2^*} \cdot \frac{\omega_2^*}{\omega_3^*} = \frac{\omega_1^*}{\omega_3^*};$$

$$\omega_1^* = \omega_1 - \omega_H;$$

$$\omega_3^* = \omega_3 - \omega_H = -\omega_H;$$

$$u_{1-3}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{1-H}^{(3)};$$

$$u_{1-H}^{(3)} = 1 - u_{1-3}^{(H)};$$

$$u_{1-H}^{(3)} = 1 - \left[ \begin{pmatrix} -z_2 \\ z_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_3 \\ z_2 \end{pmatrix} \right] = 1 \oplus \frac{z_3}{z_1} \quad \text{— плюсовой механизм.}$$

### 6.3. Синтез (проектирование) планетарных механизмов

Под синтезом понимают подбор (определение) чисел зубьев планетарных механизмов при условии, что зубчатые колёса нулевые, а радиальный габарит механизма минимальный.

Расчёт на прочность не проводим, но он обязательно должен быть проведён при проектировании.

При проектировании конструктор обязан выполнить ряд условий:

1. Отклонение от заданного передаточного отношения не должно превышать 10 % (5 %).

2. Обеспечить отсутствие подреза у нулевых зубчатых колес:

у колес с внешними зубьями  $z_1, z_2, z_3 \geq 18$  ;

у колес с внутренними зубьями  $z \geq 85$ .

Если колеса не нулевые, то  $z_{\min}$  до 7 или до 56.

3. Обеспечить отсутствие заклинивания в зацеплении сателлит – коронная шестерня. Заклинивания нет, если  $z_{кш} - z_{сат} \geq 8$ .

4. Обеспечить выполнение условия соосности входного и выходного звеньев.

5. Необходимо обеспечить выполнение условия соседства (окружности вершин соседних сателлитов не должны касаться друг друга).

6. Обеспечить выполнение условия сборки. Определить условие сборки исходя из чертежа невозможно, необходимо проверить выполнение этого условия по уравнению.

## Лекция 7. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Кулачковым называется механизм, который содержит два основных звена: кулачок и толкатель, образующих высшую кинематическую пару (рис. 45).

Кулачковые механизмы нашли широкое применение в системах газораспределения ДВС, в системах управления электроцепей в вагонах метрополитена (контроллеры).

Достоинства кулачковых механизмов:

1. Возможность воспроизведения практически любого закона движения выходного звена.

2. Малое количество деталей (кулачок и толкатель), что позволяет легко их изготавливать и обслуживать.

Недостаток:

Наличие высшей кинематической пары, в которой могут возникать повышенные удельные давления, что может привести к разрушению поверхности кулачка.

Поверхность кулачка, с которой взаимодействует толкатель, – рабочий профиль кулачка (действительный).

Поверхность, проходящая через точку В и отстоящая от действительного профиля на расстоянии радиуса ролика – теоретический профиль.

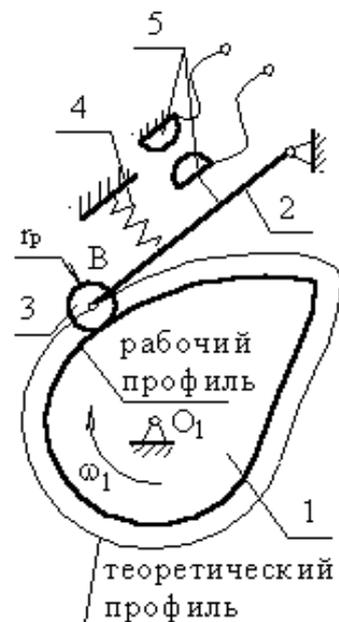


Рис. 45. Схема кулачкового механизма: 1 – кулачок; 2 – толкатель; 3 – ролик; 4 – пружина; 5 – контакты

## 7.1. Основные схемы кулачковых механизмов

1. Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем (рис. 46):

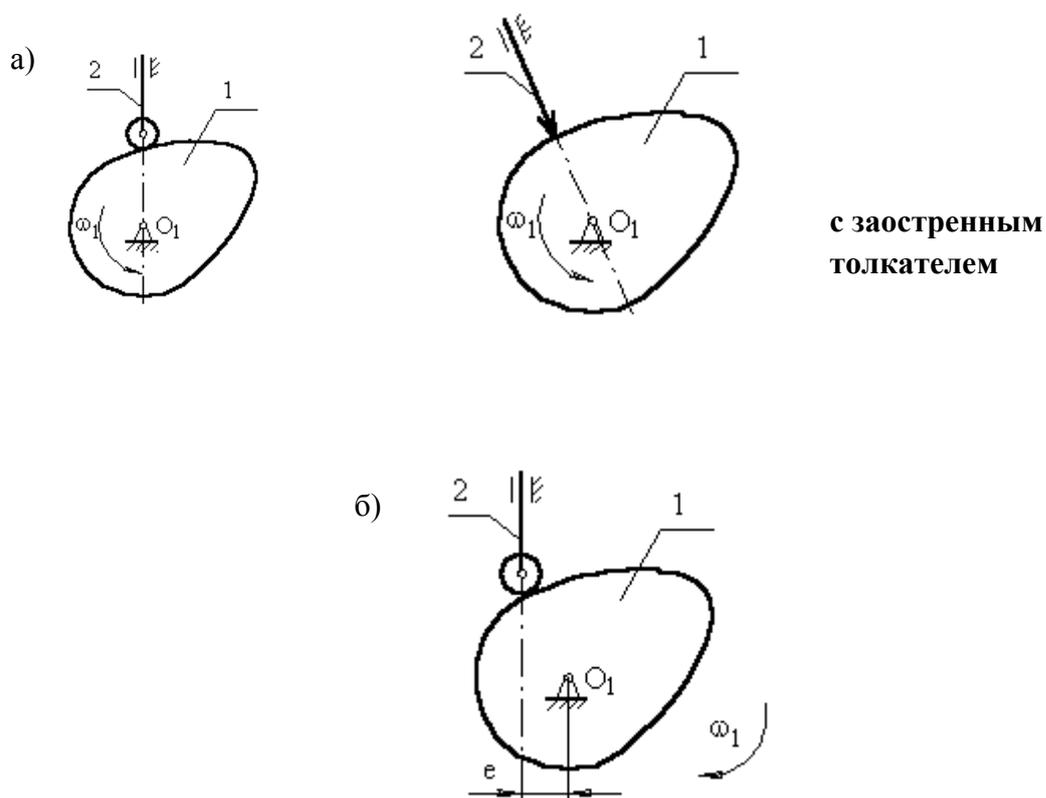


Рис. 46. Схемы кулачковых механизмов: а – с центральным толкателем (ось толкателя проходит через ось вращения кулачка) (см. рис. 45); б – с внеосным толкателем (внеосность левая, так как ось толкателя проходит справа от оси вращения кулачка)

2) Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем (рис. 47).

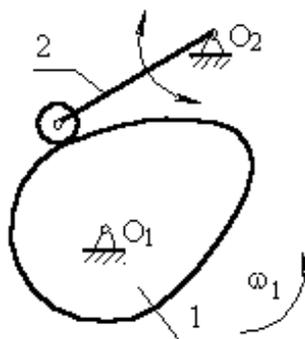


Рис. 47. Схема механизма: 1 – кулачок; 2 – толкатель совершает возвратно-вращающееся движение с центром вращения в точке  $O_2$

## 7.2. Основные параметры кулачковых механизмов

В процессе работы толкатель 2 совершает в соответствии с рис. 48 движения:

- 1) поступательно вверх – в этом случае толкатель взаимодействует с участком 0 – 1;
- 2) стоит на месте (выстой) – контакт с участком 1 – 2, здесь постоянный радиус кривизны;
- 3) толкатель опускается (сближение) – контакт с участком 2 – 3.

В первой фазе подъёма толкателя (фаза удаления) на профиле кулачка соответствует угол  $\psi_{удал}$ ; в фазе выстоя –  $\psi_{выс}$ ; в фазе сближения –  $\psi_{сб}$ .  $\psi_{удал} + \psi_{выс} + \psi_{сб} = \psi_{раб}$  – рабочий угол профиля кулачка (рис. 49). Угол профиля кулачка можно показать только на кулачке.

Угол поворота кулачка, соответствующий выше указанным фазам перемещения толкателя, определяют, используя метод обращения движения, в соответствии с которым всей системе, включая стойку, мысленно сообщают движение с угловой скоростью ( $\omega_1$ ). Тогда в обращённом движении кулачок становится неподвижным

$$\omega^*_1 = \omega_1 + (-\omega_1) = 0,$$

а ось толкателя вместе со стойкой будут перемещаться в направлении  $-\omega_1$ . Угол поворота кулачка, соответствующий той или иной фазе движения, определяется по углу поворота оси толкателя в обращённом движении на соответствующем участке. Ось толкателя в обращённом движении в любом положении будет касаться окружности радиусом  $r_e$ . Поворот кулачка на участках:

$$0 - 1 - \varphi_{01}; \quad 1 - 2 - \varphi_{12}; \quad 2 - 3 - \varphi_{23};$$

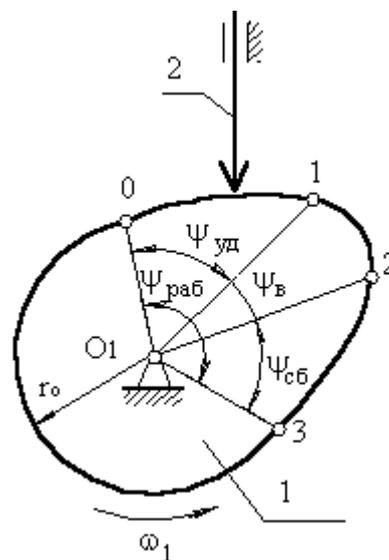


Рис. 48. Работа толкателя

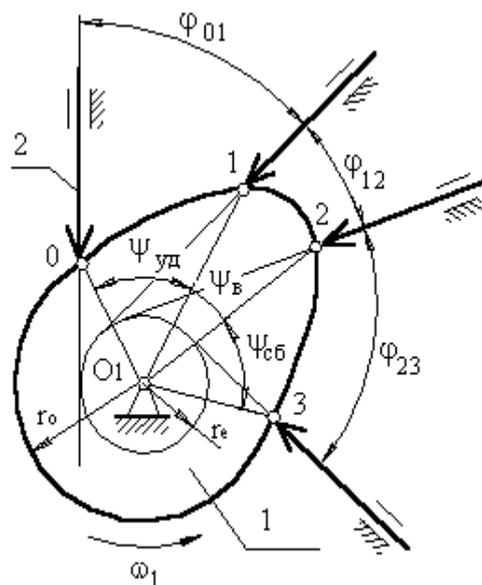


Рис. 49. Геометрия кулачка

рабочий угол поворота кулачка  $\varphi_{\text{раб}}$ .

$$\varphi_{\text{раб}} = \varphi_{01} + \varphi_{12} + \varphi_{23}$$

Всегда независимо от схемы механизма  $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$ , а

$$\varphi_{\text{уд}} \neq \psi_{\text{уд}}, \quad \varphi_{\text{выс}} \neq \psi_{\text{выс}}, \quad \varphi_{\text{сб}} \neq \psi_{\text{сб}}$$

для всех схем, кроме кулачкового механизма с центральным толкателем.

### 7.3. Построение графика перемещений толкателя при заданном профиле кулачка

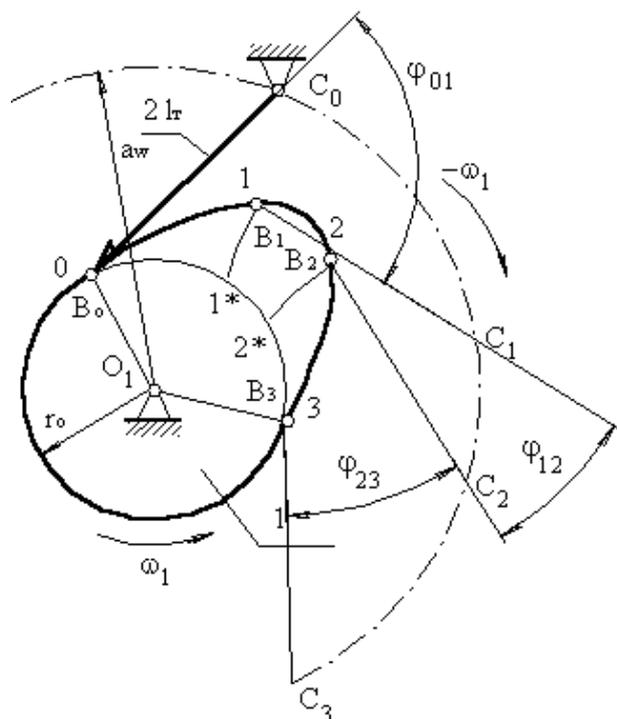


Рис. 50. Перемещения толкателя

Перемещения отсчитываются от начальной окружности радиусом  $r_0$  (рис. 50).

Точка В принадлежит толкателю, который поворачивается вокруг оси С, т.е. т. В перемещается по дуге окружности радиусом  $r = l_r$ . Из точки 1 проводим окружность  $r = l_r$  до пересечения с окружностью, радиус которой равен расстоянию между т.  $O_1$  и т. С:  $r = a_w$ . Точка пересечения т.  $C_1$  – положение оси вращения толкателя в обратном движении, когда толкатель контактирует с поверхностью кулачка в точке 1. Из т.  $C_1$  проводим дугу окружности  $r = l_r$  до

пресечения с начальной окружностью. Тогда перемещение т. В будет равным длине дуги  $0 - 1^*$ . На участке  $1 - 2$  толкатель не перемещается. На участке  $2 - 3$  перемещение т. В ищется аналогично перемещению на участке  $0 - 1$  (рис. 51).

№	0	1	2	3
$S_B, \text{мм}$	0	$11^*$	$22^*$	0

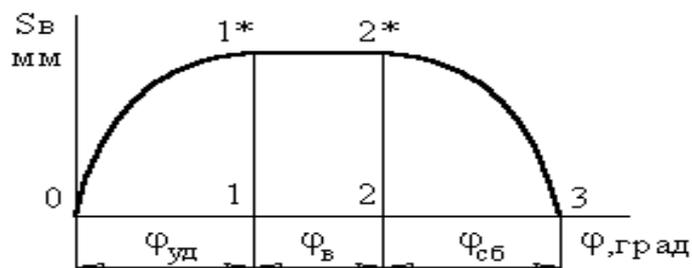


Рис. 51. График перемещения толкателя

## 7.4. Понятие об угле давления

Угол давления – угол между вектором линейной скорости выходного звена (толкателя) и реакцией, действующей с ведущего звена (кулачка) на выходное звено. Эта реакция без учёта сил трения направлена по общей нормали к взаимодействующим поверхностям. Угол давления определяется экспериментально (рис. 52). Для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем допустимый угол давления равен  $[\theta] = 25^\circ \div 35^\circ$ .

Для кулачкового механизма с качающимся толкателем допустимый угол давления равен  $[\theta] = 35^\circ \div 40^\circ$ .

Реакцию можно разложить на две составляющие:  $\bar{F}_{21}^n$  и  $\bar{F}_{21}^\tau$ . Если в силу каких-либо причин угол давления будет увеличиваться, то  $\bar{F}_{21}^n$  будет уменьшаться, а  $\bar{F}_{21}^\tau$  – увеличиваться.

При достижении углов больше допустимого возможен перекосяк оси толкателя в направляющей.

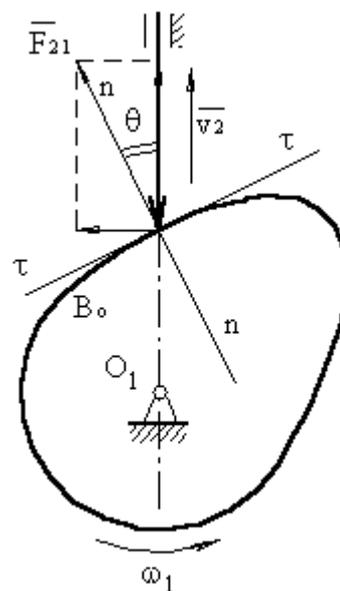


Рис. 52. Определение угла давления

## 7.5. Вывод формулы для определения угла давления в кулачковом механизме

Из треугольника КВР (рис. 53):

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{KP}{KB}; \quad (1)$$

$$KP = O_1P - O_1K = O_1 - e.$$

$$KB = s_0 + s_B.$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{O_1P - e}{s_0 + s_B}; \quad (2)$$

Треугольник  $O_1BP$  подобен треугольнику  $ABC$ . Тогда

$$\frac{v_{B2}}{O_1P} = \frac{v_{B1}}{O_1B} \rightarrow O_1P = \frac{v_{B2} \cdot O_1B}{v_{B1}};$$

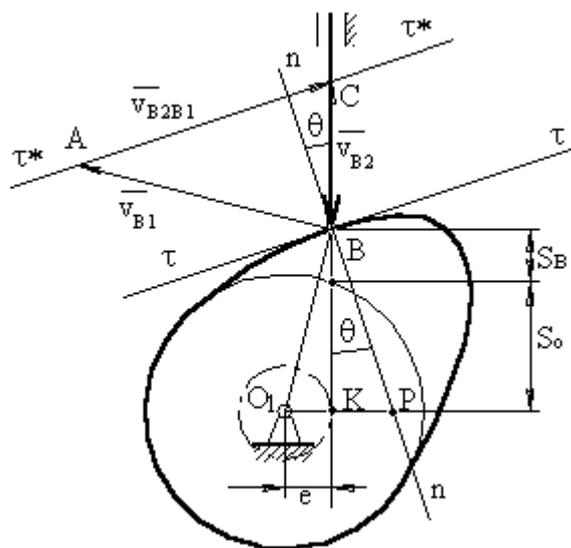


Рис. 53. Схема для вывода формулы

$$v_{B1} = \omega_1 \cdot O_1B;$$

$$O_1P = \frac{v_{B2} \cdot O_1B}{v_{B1} \cdot O_1B} = v_{qB2}.$$

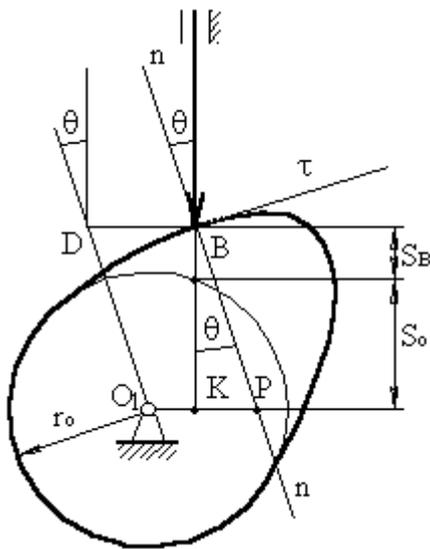
Подставим это выражение в (2)

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{v_{qB2} \pm e}{s_o + s_B},$$

где знак “ – ” – для правой внеосности; знак “ + ” – для левой внеосности.

Угол давления в кулачковом механизме зависит от размеров кулачковой шайбы: чем она больше, тем угол давления меньше.

### 7.6. Понятие об отрезке кинематических отношений



Если из т. В для какого-то текущего положения толкателя проведём линию, параллельную  $O_1P$ , а из центра – параллельную  $nn$ , то при их пересечении получим точку D  $BD = O_1P = v_{B2} / v_{B1} = v_{qB2}$ .

Из рис. 54 следует, что перемещением т. В толкателя, найдя максимальный отрезок кинематического отношения, можно определить положение центра вращения кулачка, отложив внешним образом от точки D допустимый угол давления.

Рис. 54. Центр вращения кулачка

## Лекция 8. СИНТЕЗ (ПРОЕКТИРОВАНИЕ) КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО ЗАДАННОМУ ЗАКОНУ ДВИЖЕНИЯ ТОЛКАТЕЛЯ

Под синтезом кулачкового механизма понимают построение профиля кулачка, в каждой точке которого угол давления не превышал бы допустимого, а размеры самого профиля были бы минимальны.

Данная задача решается в три этапа:

1. Строится график заданного закона движения (как правило, либо график ускорения т. В толкателя как функция угла положения –  $a_B = f(\varphi_1)$ ,

либо график линейной скорости т. В –  $v_B = f(\varphi_1)$ ). Требуется построить график перемещения т. В как функцию от угла поворота кулачка  $s_B = f(\varphi_1)$ .

2. Определение минимального размера кулачковой шайбы при условии, что угол давления в любой точке профиля не превышает допустимого.

3. Построение профиля кулачка.

### 8.1. Построение закона движения оси толкателя

Дано:

вид графика  $a_B = f(\varphi_1)$ ,  $\frac{a_1}{a_2} = v$ ;

максимальный ход толкателя  $h_T$ ;

$b$  – база графика (сколько отводится на график по оси  $\varphi_1$ ).

*Порядок построения (рис. 55):*

1. Произвольно выбираем базу графика.

2. Считаем масштаб по оси  $\varphi_1$

$$\mu_\varphi = \frac{b}{\varphi}, \text{ мм/град.}$$

3. Если задан симметричный вид графика, то

$$\varphi_{уд} = \varphi_{сб} \rightarrow b_{уд} = b_{сб}.$$

В общем случае закон движения может быть несимметричным.

4. Задаемся произвольным образом  $a_1 = 40 \div 50$  мм. Тогда  $a_2 = a_1/v$ .

Возникает вопрос: каким должно быть расстояние  $x$  ?

Его находят из условия равенства площадей под и над осью  $\varphi_1$ .

$$\begin{aligned} a_1 \cdot x &= a_2 \cdot (b_{\varphi_{уд}} - x); \\ a_1 \cdot x &= a_2 \cdot b_{\varphi_{уд}} - a_2 \cdot x; \\ x &= \frac{a_2 \cdot b_{\varphi_{уд}}}{a_1 + a_2}. \end{aligned}$$

Почему надо выдерживать равенство площадей?

Физический смысл площади под кривой ускорения на площадке  $x$  – скорость толкателя на данном участке.

Физический смысл площади под кривой скорости на участке  $\varphi_{уд}$  – максимальное удаление (перемещение т. В толкателя). Если площади не будут равновеликими, то толкатель, поднявшись на одну величину, опустится на другую.

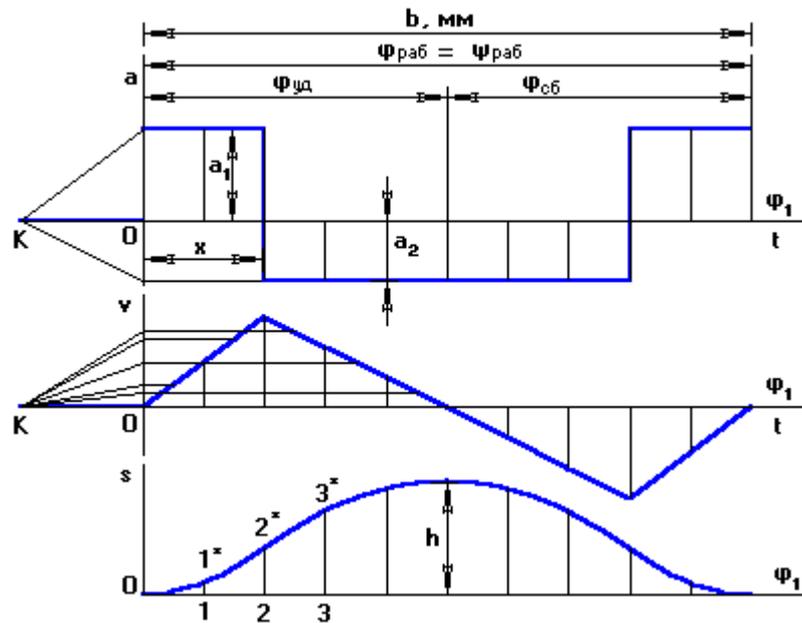


Рис. 55. Закон движения оси толкателя

Построив график ускорения, строим график скорости методом графического интегрирования, выбрав отрезок интегрирования  $OK_1$ . Интегрируя график скорости (с отрезком интегрирования  $OK_2$  обычно  $OK_1=OK_2$ ), получаем график перемещения  $t$ . В толкателя. Полученную ломаную линию заменяют плавной кривой.

*Расчет масштаба:*

$(y_{Sv})_{\max}$  на графике перемещений получается автоматически, и его величина зависит от отрезка  $OK_2$ . Тогда, зная ход толкателя, масштаб перемещения будет

$$\mu = \frac{y_{Sv \max}}{h_T}, \text{ мм/м.}$$

Затем в первом приближении принимаем, что кулачок вращается равномерно, тогда угол поворота кулачка пропорционален времени поворота, и оси  $\varphi$  и  $t$  совпадают, но каждая ось имеет свой масштаб.

$$\mu_t = \frac{6 \cdot b \cdot n}{\varphi_{\text{раб}}}, \text{ мм/с,}$$

где  $b$ , мм; частота вращения кулачка  $n$ , об/мин;  $\varphi_{\text{раб}}$ , град.

*Масштаб скорости:*

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t} OK_2, \text{ мм/с}^{-1}.$$

Масштаб ускорения:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t} \text{ ОК}_1, \quad \text{мм/с}^{-2}.$$

## 8.2. Определение минимального радиуса кулачковой шайбы по известному закону движения толкателя

а) для кулачка с поступательно движущимся толкателем (рис. 56).

Дано:  $s_B=f(\varphi_1)$ ;  $v_B=f(\dot{\varphi}_1)$ ;  $[\theta]$ :

Определить:  $r_{o \min}$  при условии, что угол давления в любой точке профиля кулачка не превышает допустимый.

Порядок построения графика кинематических отношений:

1. Проводится вертикальная ось  $s_B$ , мм, вдоль которой от произвольно выбранной т.  $B_0$  (начало отсчёта) откладываются отрезки перемещения т.  $B$ , взятые с графика  $s_B=f(\varphi_1)$ . Масштаб по оси  $\mu_{s^*}$  перемещений может быть равен масштабу графика перемещений  $\mu_s$ .

2. В каждой из полученных точек определяют отрезки кинематических отношений, посчитанные в масштабе  $\mu_{s^*}$ , и откладывают их под углом в  $90^\circ$  по направлению вращения кулачка

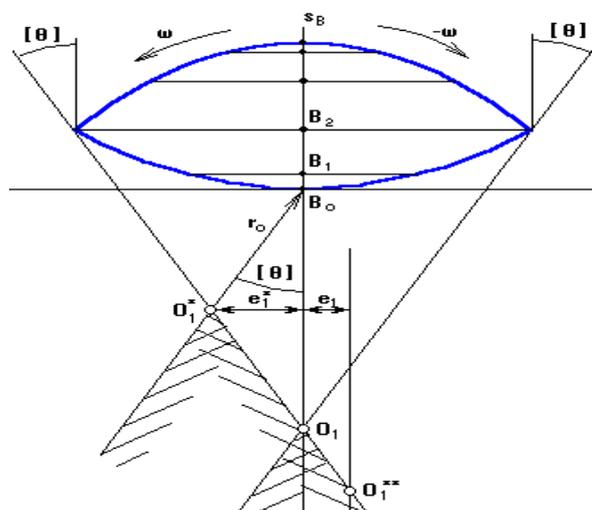


Рис. 56. Кулачок с поступательно движущимся толкателем

$$y(v_{qi})=y(v_i) \frac{\mu_{s^*}}{\mu_v \times \omega_1}, \text{ мм.}$$

Там, где отрезок имеет максимальное значение, восстанавливается перпендикуляр, и под углом  $[\theta]$  проводится луч.

3. Если учитывать реверс, то второй луч проводят под углом  $[\theta]$  через отрезок кинематических отношений, отложенный под углом в  $90^\circ$  по направлению реверса и имеющий максимальное значение.

Если реверс не учитывать, второй луч проводят через т.  $B_0$  под углом  $[\theta]$ . Если допускается внеосность, то она будет равна  $e_1^*$ . Если внеосность равна нулю, то центр кулачка будет в т.  $O_1$

$$r_o = O_1 B_0.$$

Если внеосность задана в техническом задании, например левая, то проводят прямую, параллельную прямой  $O_1B_0$  и отстоящую от нее на расстоянии, равном величине внеосности  $e_1$  с учетом масштаба  $\mu_s^*$ . В итоге получают т.  $O_1^{**}$ .

б) для кулачка с качающимся толкателем (рис. 57).

*Порядок построения.* В произвольном месте выбирает т.  $C_0$ , из которой радиусом, равным длине толкателя, проводят дугу окружности. По хордам откладывают перемещения т.  $B$ . Полученные точки последовательно соединяют с т.  $C_0$ .

1. На этих прямых и на их продолжении откладывают отрезки кинематических отношений, посчитанные в масштабе  $\mu_s^*$  по вышеприведенной формуле. Там, где отрезок имеет максимальное значение, восстанавливают перпендикуляр, и под углом  $[\theta]$  проводят луч.

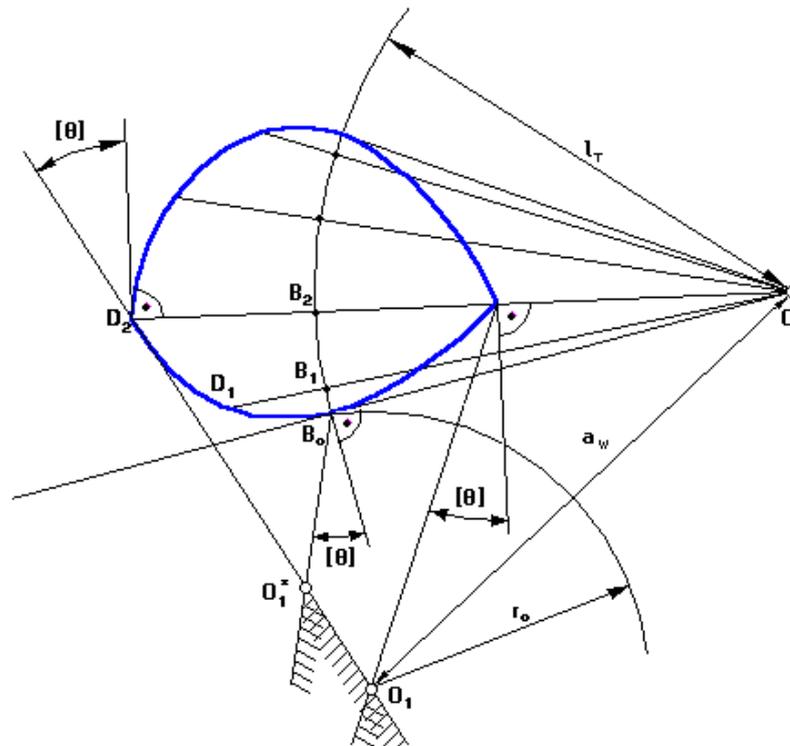


Рис. 57. Кулачок с качающимся толкателем

2. Если учитывать реверс, то второй луч проводят под углом  $[\theta]$  через отрезок кинематических отношений, отложенный под углом в  $90^\circ$  по направлению реверса и имеющий максимальное значение. Центр кулачка будет в т.  $O_1^*$ :  $r_o = O_1B_0$ .

Если реверс не учитывать, то второй луч проводят через т.  $B_0$  под углом  $[\theta]$ . Центр кулачка будет в т.  $O_1^*$ :  $r_0 = O_1^*B_0$ .

### 8.3. Построение профиля кулачка

а) с поступательно движущимся толкателем (рис. 58, а):

Дано:  $r_{0 \min}$ , внеосность левая  $e$ ,  $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$ ,  $\omega_k = \omega_1$ ,  $s_B = f(\varphi_1)$ .

Требуется построить профиль кулачка.

В обратном движении кулачок вращается с угловой скоростью, равной:  $\omega_1 + (-\omega_1) = 0$ .

*Порядок построения:*

На окружности радиусом  $r = r_0$ , проведенной в масштабе  $\mu_1$ , с левой стороны от оси  $O_1$  на расстоянии  $e$  выбирается т.  $B_0$  (пересечение оси толкателя, отстоящей на величину  $e$  от т.  $O_1$ , с окружностью  $r_{0 \min}$ ).

Точку  $B_0$  соединяют с центром  $O_1$ . От полученного луча  $B_0O_1$  в направлении  $(-\omega_1)$  откладывают угол  $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$  и проводят луч  $O_1B_{10}$ . Полученная дуга  $B_0B_{10}$  делится на 10 равных частей. В каждой из позиций 1, 2... проводится положение оси толкателя в обратном движении, при этом ось толкателя, перемещаясь в направлении  $(-\omega_1)$ , будет все время касаться окружности радиуса  $e$ , проведенной из центра  $O_1$  с учетом масштаба  $\mu_1$ . В каждой из позиций от точек 1, 2, 3... откладывают перемещения т. В толкателя вдоль оси толкателя, взятые с графика перемещений с учетом соотношения масштабов  $\mu_1$  и  $\mu_s$ . Полученные точки 1\*, 2\*, 3\*... соединяют плавной кривой и получают центральной или теоретический профиль. Для построения рабочего профиля необходимо знать радиус ролика толкателя. Если он не задан, то его выбирают из конструктивных соображений

$$r_p = \left( \frac{1}{4} \div \frac{1}{16} \right) r_{0 \min}.$$

Кроме того, радиус ролика должен быть таким, чтобы при построении профиля кулачка не было заострения в вершине кулачка. Выбрав радиус ролика, из любых точек теоретического профиля кулачка (чем чаще, тем лучше) проводят дуги окружности  $r = r_p$  внутренним образом. Проведя огибающую к дугам, получают рабочий профиль кулачка. Если требуется построить профиль кулачка с поступательно движущимся толкателем и внеосностью  $e=0$ , то порядок построения профиля будет таким же, только ось толкателя будет проходить через центр вращения кулачка  $O_1$ .

б) с качающимся толкателем (рис. 58, б).

Дано:  $r_{o \min}$ ,  $l_r$ ,  $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$ ,  $\omega_k = \omega_1$ ,  $s_B = f(\varphi_1)$ ,  $a_w$  (из чертежа для определения  $r_{o \min}$ ).

Требуется построить профиль кулачка.

*Порядок построения:*

В масштабе  $\mu_1$  проводятся окружности радиусами  $r_o$  и  $a_w$ . В произвольном месте окружности с  $r = a_w$  выберем т.  $C_0$ . Соединим т.  $C_0$  с т.  $O_1$ . От полученного луча в направлении  $(-\omega_1)$  отложим угол  $\varphi_{\text{раб}} = \psi_{\text{раб}}$ , получим т.  $C_{10}$ . Дугу  $C_0C_{10}$  разделим на 10 равных частей (получим точки  $C_1, C_2, C_3 \dots$  – положение оси толкателя в обратном движении). Из полученных точек проводим окружности радиусом  $l_r$  до пересечения с окружностью радиусом  $r_{o \min}$ . Из полученных точек 1, 2, 3... по хордам соответствующих дуг откладывают перемещения т. В толкателя, взятых с графика перемещения с учётом масштаба  $\mu_1$ . Полученные точки  $1^*, 2^*, 3^* \dots$  соединяют плавной кривой – теоретический профиль кулачка. Радиусом ролика проводят дуги во внутрь и строят огибающую. Это и есть действительный профиль кулачка.

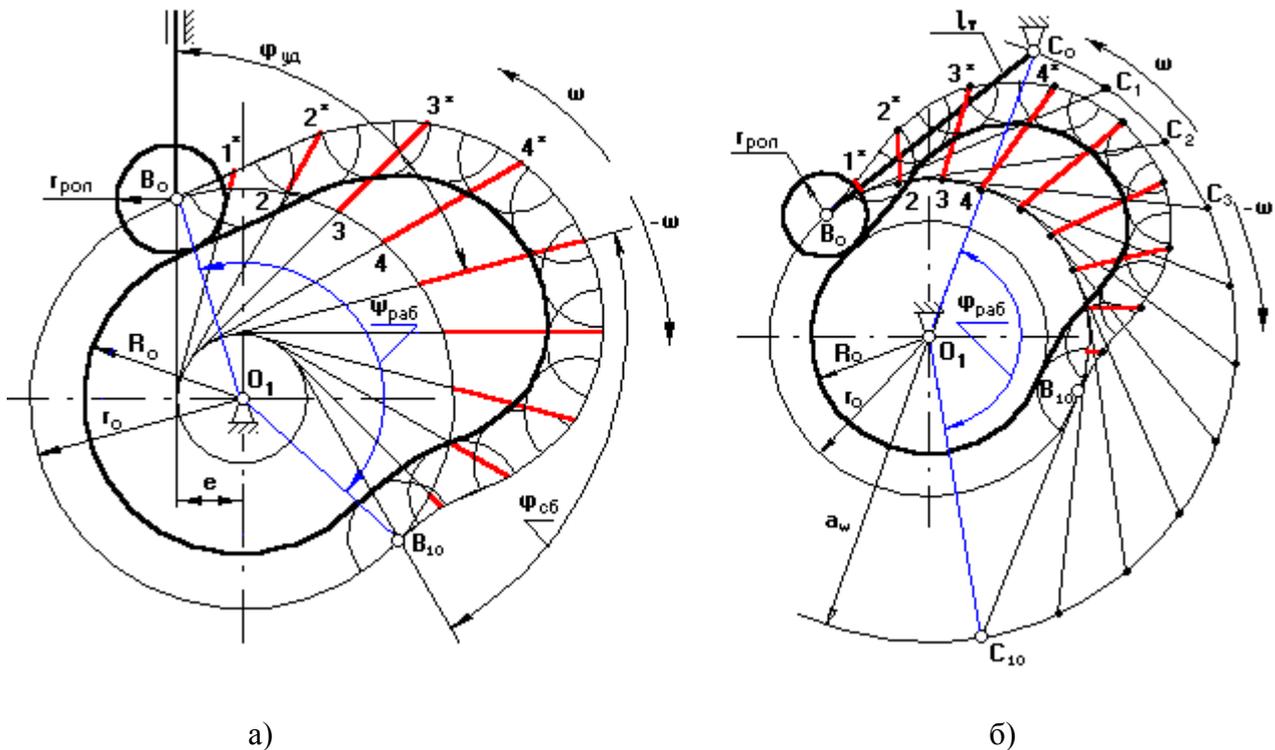


Рис. 58. Профиль кулачка:

а – с поступательно движущимся толкателем;

б – с качающимся толкателем

## **Лекция 9. ПРОМЫШЛЕННЫЕ РОБОТЫ И МАНИПУЛЯТОРЫ**

*Промышленный робот* - автоматическая машина, состоящая из манипулятора и устройства программного управления его движением, предназначенная для замены человека при выполнении основных и вспомогательных операций в производственных процессах.

*Манипулятор* - совокупность пространственного рычажного механизма и системы приводов, осуществляющая под управлением программируемого автоматического устройства или человека-оператора действия (манипуляции), аналогичные действиям руки человека.

### **9.1. Назначение и область применения**

Промышленные роботы предназначены для замены человека при выполнении основных и вспомогательных технологических операций в процессе промышленного производства. При этом решается важная социальная задача - освобождение человека от работ, связанных с опасностями для здоровья или с тяжелым физическим трудом, а также от простых монотонных операций, не требующих высокой квалификации. Гибкие автоматизированные производства, создаваемые на базе промышленных роботов, позволяют решать задачи автоматизации на предприятиях с широкой номенклатурой продукции при мелкосерийном и штучном производстве. Копирующие манипуляторы, управляемые человеком-оператором, необходимы при выполнении различных работ с радиоактивными материалами. Кроме того, эти устройства незаменимы при выполнении работ в космосе, под водой, в химически активных средах. Таким образом, промышленные роботы и копирующие манипуляторы являются важными составными частями современного промышленного производства.

### **9.2. Классификация промышленных роботов**

- по характеру выполняемых технологических операций
  - основные;
  - вспомогательные;
  - универсальные;
- по виду производства
  - литейные;
  - сварочные;

- кузнечно-прессовые;
- для механической обработки;
- сборочные;
- окрасочные;
- транспортно-складские;
- по системе координат руки манипулятора
  - прямоугольная;
  - цилиндрическая;
  - сферическая;
  - сферическая угловая (ангулярная);
  - другие;
- по числу подвижностей манипулятора;
- по грузоподъемности
  - сверхлегкие (до 10 Н);
  - легкие (до 100 Н);
  - средние (до 2000 Н);
  - тяжелые (до 10000 Н);
  - сверхтяжелые (свыше 10000 Н);
- по типу силового привода
  - электромеханический;
  - пневматический;
  - гидравлический;
  - комбинированный;
- по подвижности основания
  - мобильные;
  - стационарные;
- по виду программы
  - с жесткой программой;
  - перепрограммируемые;
  - адаптивные;
  - с элементами искусственного интеллекта;
- по характеру программирования
  - позиционное;
  - контурное;
  - комбинированное.

### 9.3. Принципиальное устройство промышленного робота

Манипулятор промышленного робота по своему функциональному назначению должен обеспечивать движение выходного звена и закрепленного в нем объекта манипулирования в пространстве по заданной траектории и с заданной ориентацией. Для полного выполнения этого требования основной рычажный механизм манипулятора должен иметь не менее шести подвижностей, причем движение по каждой из них должно быть управляемым. Промышленный робот с шестью подвижностями представляет собой сложную автоматическую систему. Эта система сложна как в изготовлении, так и в эксплуатации. Поэтому в реальных конструкциях промышленных роботов часто используются механизмы с числом подвижностей менее шести. Наиболее простые манипуляторы имеют три, реже две подвижности. Такие манипуляторы значительно дешевле в изготовлении и эксплуатации, но предъявляют специфические требования к организации рабочей среды. Эти требования связаны с заданной ориентацией объектов манипулирования относительно механизма робота. Поэтому оборудование должно располагаться относительно такого робота с требуемой ориентацией.

Рассмотрим для примера структурную и функциональную схемы промышленного робота с трехподвижным манипулятором. Основной механизм руки манипулятора состоит из неподвижного звена 0 и трёх подвижных звеньев 1, 2 и 3 (рис. 59).

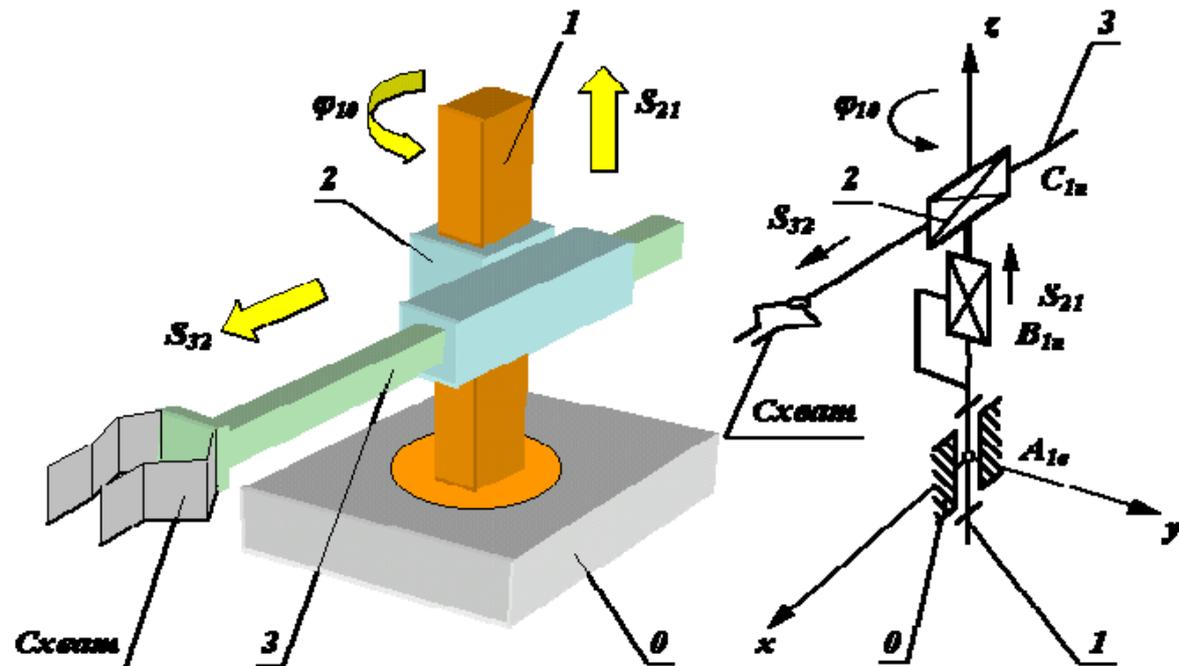


Рис. 59. Схемы робота

Механизм этого манипулятора соответствует цилиндрической системе координат. В этой системе звено 1 может вращаться относительно звена 0 (относительное угловое перемещение  $j_{10}$ ), звено 2 перемещается по вертикали относительно звена 1 (относительное линейное перемещение  $S_{21}$ ) и звено 3 перемещается в горизонтальной плоскости относительно звена 2 (относительное линейное перемещение  $S_{32}$ ). На конце звена 3 укреплено захватное устройство, или схват, предназначенный для захвата и удержания объекта манипулирования при работе манипулятора. Звенья основного рычажного механизма манипулятора образуют между собой три одноподвижные кинематические пары (одну вращательную А и две поступательные В и С) и могут обеспечить перемещение объекта в пространстве без управления его ориентацией. Для выполнения каждого из трех относительных движений манипулятор должен быть оснащен приводами, которые состоят из двигателей с редуктором и системы датчиков обратной связи. Так как движение объекта осуществляется по заданному закону движения, то в системе должны быть устройства, сохраняющие и задающие программу движения, которые назовем программносителями. При управлении от ЭВМ такими устройствами могут быть дискеты, диски CD, магнитные ленты и др. Преобразование заданной программы движения в сигналы управления двигателями осуществляется системой управления. Эта система включает ЭВМ с соответствующим программным обеспечением, цифроаналоговые преобразователи и усилители. Система управления в соответствии с заданной программой формирует и выдает на исполнительные устройства приводов (двигатели) управляющие воздействия  $u_i$ . При необходимости она корректирует эти воздействия по сигналам  $Dx_i$ , которые поступают в нее с датчиков обратной связи. Функциональная схема промышленного робота приведена на рис. 60.

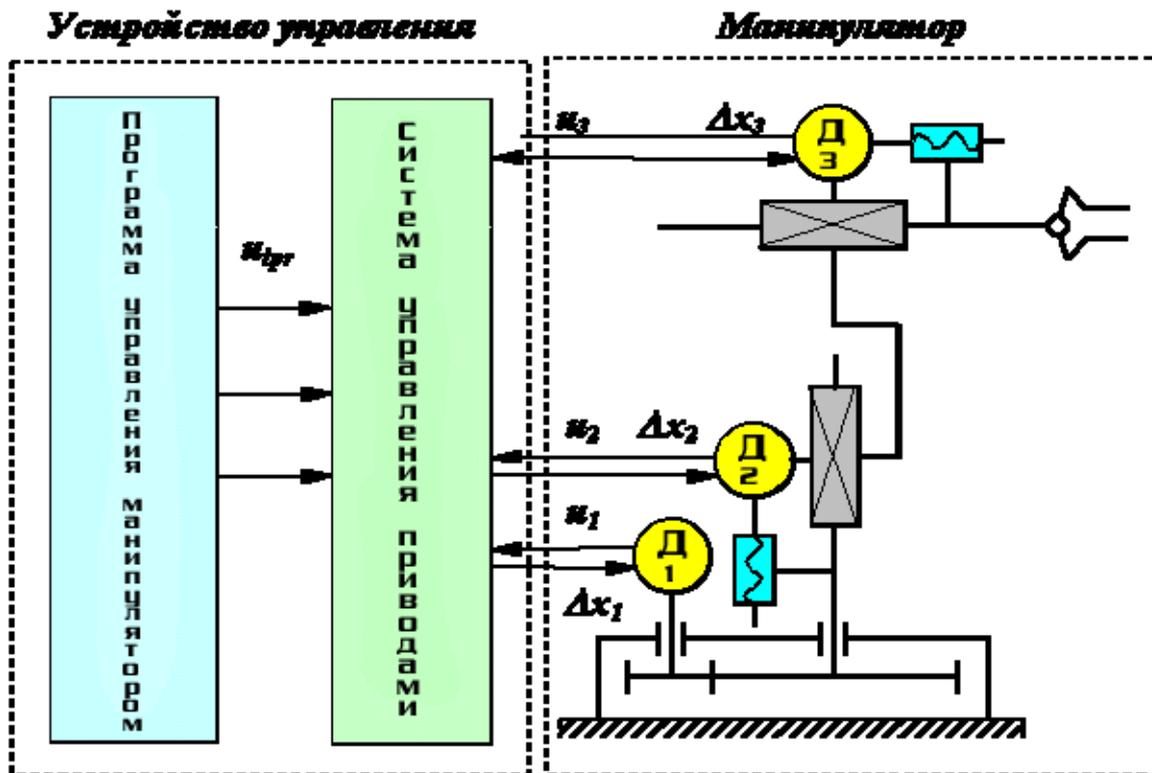


Рис. 60. Функциональная схема робота

#### 9.4. Основные понятия и определения. Структура манипуляторов. Геометрокинематические характеристики

*Формула строения* - математическая запись структурной схемы манипулятора, содержащая информацию о числе его подвижностей, виде кинематических пар и их ориентации относительно осей базовой системы координат (системы, связанной с неподвижным звеном).

Движения, которые обеспечиваются манипулятором, делятся:

- на *глобальные* (для роботов с подвижным основанием) - движения стойки манипулятора, которые существенно превышают размеры механизма;
- *региональные* (транспортные) - движения, обеспечиваемые первыми тремя звеньями манипулятора, или его "рукой", величина которых сопоставима с размерами механизма;
- *локальные* (ориентирующие) - движения, обеспечиваемые звеньями манипулятора, которые образуют его "кисть", величина которых значительно меньше размеров механизма.

В соответствии с этой классификацией движений в манипуляторе можно выделить два участка кинематической цепи с различными функциями: механизм руки и механизм кисти. Под "рукой" понимают ту часть манипулятора, которая обеспечивает перемещение центра схвата - точки М (региональные движения схвата); под "кистью" - те звенья и пары, которые обеспечивают ориентацию схвата (локальные движения схвата).

Рассмотрим структурную схему антропоморфного манипулятора, то есть схему, которая в первом приближении соответствует механизму руки человека (рис. 61).

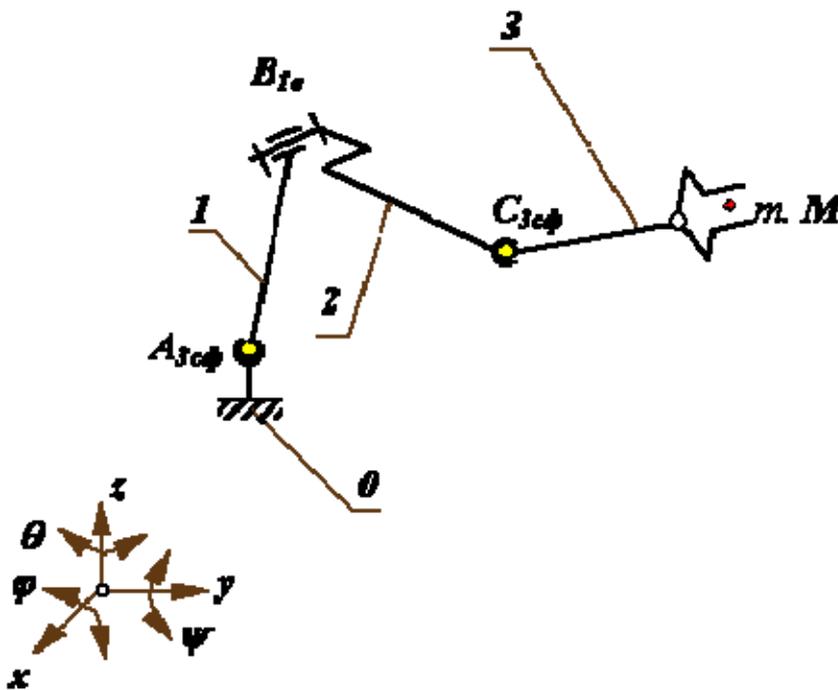


Рис. 61. Структурная схема манипулятора: 1 – плечо; 2 – предплечье; 3 – кисть

Этот механизм состоит из трёх подвижных звеньев и трёх кинематических пар: двух трехподвижных сферических  $A_{3сф}$  и  $C_{3сф}$  и одной одноподвижной вращательной  $B_{1в}$ .

Кинематические пары манипулятора характеризуются именем, или обозначением КП - заглавная буква латинского алфавита (А, В, С и т.д.); звеньями, которые образуют пару (0/1, 1/2 и т.п.); относительным движением звеньев в паре ( для одноподвижных пар - вращательное, поступательное и винтовое); подвижностью КП (для низших пар от 1 до 3, для высших пар от 4 до 5); осью ориентации оси КП относительно осей базовой системы координат.

*Рабочее пространство манипулятора* - часть пространства, ограниченная поверхностями, огибающими множество возможных положений его звеньев.

*Зона обслуживания манипулятора* - часть пространства, соответствующая множеству возможных положений центра схвата манипулятора. Зона обслуживания – важнейшая характеристика манипулятора. Она определяется структурой и системой координат руки манипулятора, а также конструктивными ограничениями, наложенными относительно перемещению звеньев в кинематической паре.

*Подвижность манипулятора*  $W$  - число независимых обобщенных координат, однозначно определяющее положение схвата в пространстве,

$$W = 6 \cdot n - \sum_{i=1}^s (6 - l_i) \cdot p_i$$

или для незамкнутых кинематических цепей

$$W = \sum_{i=1}^s l_i \cdot p_i$$

*Маневренность манипулятора*  $M$  - подвижность манипулятора при зафиксированном (неподвижном) схвате.

$$M = W - 6.$$

Возможность изменения ориентации схвата при размещении его центра в заданной точке зоны обслуживания характеризуется углом сервиса - телесным углом  $\psi$ , который может описать последнее звено манипулятора (звено, на котором закреплен схват) при фиксации центра схвата в заданной точке зоны обслуживания

$$\psi = f_C / l_{CM}^2,$$

где  $f_C$  - площадь сферической поверхности, описываемая т. С звена 3,  $l_{CM}$  - длина звена 3.

Относительная величина  $k_y = \psi / (4\pi)$ , называется коэффициентом сервиса.

Для манипулятора, изображенного на рис. 62:  
подвижность манипулятора

$$W = 6 \cdot 3 - (3 \cdot 2 - 5 \cdot 1) = 18 - 11 = 7;$$

маневренность

$$M = 7 - 6 = 1;$$

формула строения

$$W = [q_{10} + j_{10} + y_{10}] + j_{21} + [q_{32} + j_{32} + y_{32}].$$

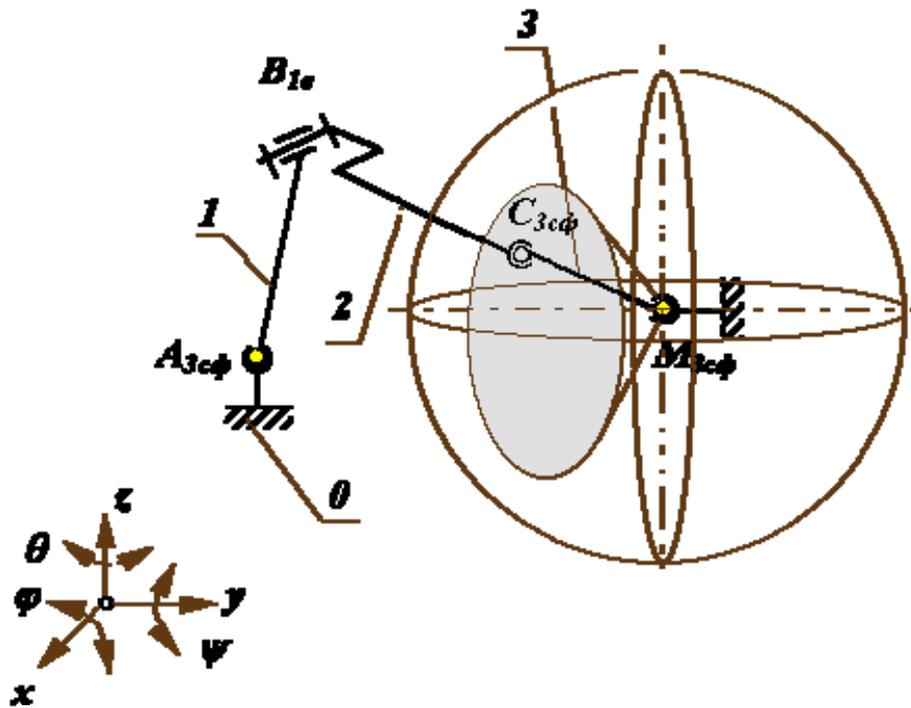


Рис. 62. Подвижность манипулятора: 1 – плечо; 2 – предплечье; 3 – кисть

Структура кинематической цепи манипулятора должна обеспечивать требуемое перемещение объекта в пространстве с заданной ориентацией. Для этого необходимо, чтобы схват манипулятора имел возможность выполнять движения минимум по шести координатам: трем линейным и трем угловым. Рассмотрим на объекте манипулирования т. М, которая совпадает с центром схвата. Положение объекта в неподвижной (базовой) системе координат  $0x_0y_0z_0$  определяется радиусом-вектором т. М и ориентацией единичного вектора  $\bar{A}$  с началом в этой точке. В математике положение точки в пространстве задается в одной из трех систем координат:

- прямоугольной декартовой с координатами  $x_M, y_M, z_M$ ;
- цилиндрической с координатами  $r_{sM}, \varphi_M, z_M$ ;
- сферической с координатами  $r_M, \varphi_M, \theta_M$ .

Ориентация объекта в пространстве задается углами  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , которые вектор ориентации  $\vec{A}$  образует с осями базовой системы координат. На рис. 63 дана схема шестиподвижного манипулятора с вращательными кинематическими парами с координатами объекта манипулирования.

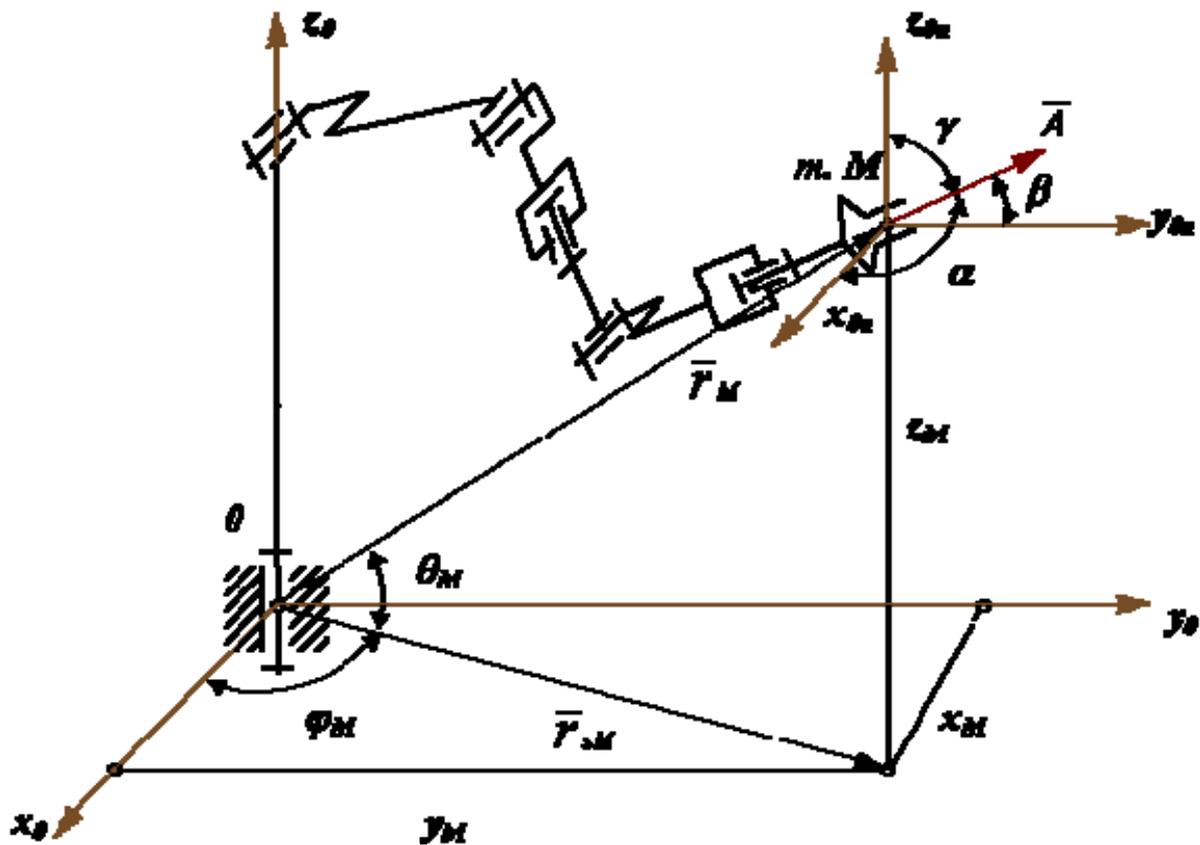


Рис. 63. Схема шестиподвижного манипулятора

При структурном синтезе механизма манипулятора необходимо учитывать следующее:

- кинематические пары манипуляторов снабжаются приводами, включающими двигатели и тормозные устройства, поэтому в схемах манипуляторов обычно используются одноподвижные кинематические пары: вращательные или поступательные;
- необходимо обеспечить не только заданную подвижность схвата манипулятора, но и такую ориентацию осей кинематических пар, которая обеспечивала бы необходимую форму зоны обслуживания, а также простоту и удобство программирования его движений;

- при выборе ориентации кинематических пар необходимо учитывать расположение приводов (на основании или на подвижных звеньях), а также способ уравнивания сил веса звеньев.

При выполнении первого условия кинематические пары с несколькими подвижностями заменяют эквивалентными кинематическими соединениями. Пример такого соединения для сферической пары дан на рис. 64.

Перемещение схвата в пространстве можно обеспечить, если ориентировать оси первых трех кинематических пар по осям одной из осей координат. При этом выбор системы координат определяет тип руки манипулятора и вид его зоны обслуживания. По ГОСТ 25685-83 определены виды систем координат для руки манипулятора, которые приведены в табл. 3. Структурные схемы механизмов кисти, применяемые в манипуляторах, даны в табл. 4. Присоединяя к выходному звену руки тот или иной механизм кисти, можно получить большинство известных структурных схем манипуляторов, которые применяются в реальных промышленных роботах.

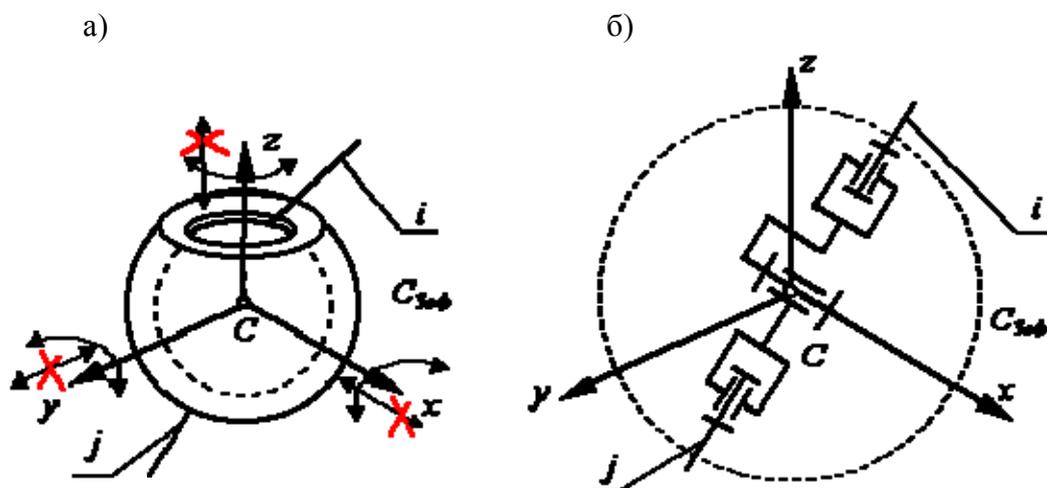


Рис. 64. Сферические пары: а – Сферическая кинематическая пара; б – Эквивалентное кинематическое соединение

Таблица 3

Системы координат "руки" манипулятора

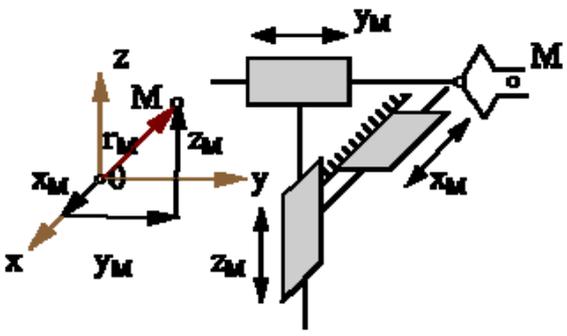
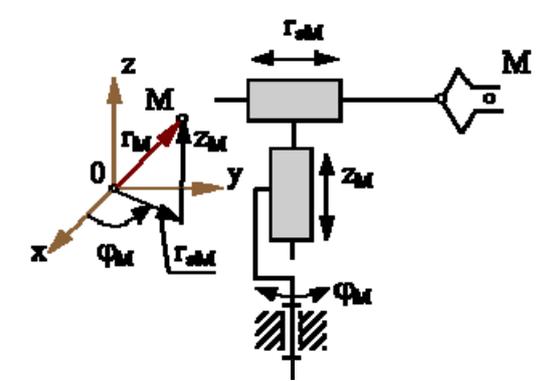
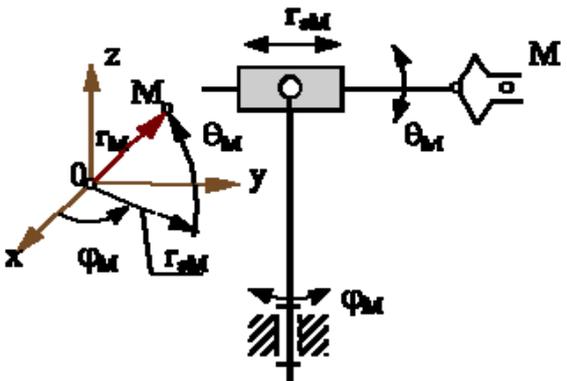
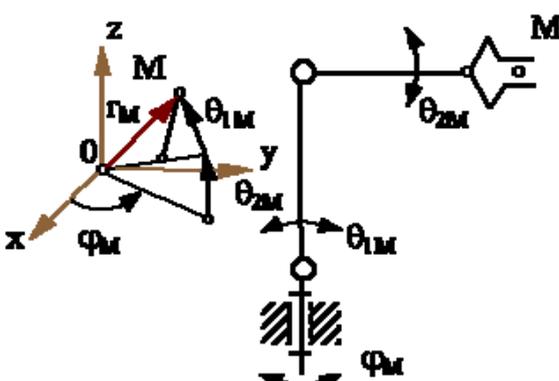
<p>Прямоугольная (декартова)</p>	<p>Цилиндрическая</p>
	
<p>Сферическая</p>	<p>Угловая (ангулярная)</p>
	
<p>Другие</p>	

Таблица 4

<p>Структурные схемы кисти манипулятора</p>				
				

Структура манипулятора определяется и местом размещения приводов. Если приводы размещаются непосредственно в кинематических парах, то к массам подвижных звеньев манипулятора добавляются массы приводов. Суммарная нагрузка на приводы и их мощность увеличиваются, а отношение массы манипулятора к полезной нагрузке (максимальной массе объекта манипулирования) уменьшается. Поэтому при проектировании роботов приводы звеньев руки, как наиболее мощные и обладающие большей массой, стремятся разместить ближе к основанию робота. Для передачи движения от привода к звену используются дополнительные кинематические цепи. Важная особенность манипуляторов - изменение структуры механизма в процессе.

В соответствии с программой работы робота в некоторые кинематические пары включаются тормозные устройства. При этом два звена механизма жёстко соединяются друг другом, образуя одно звено. Из структурной схемы механизма исключается одна кинематическая пара и одно звено, число подвижностей схвата механизма уменьшается (обычно на единицу). Изменяется структура механизма и в тех случаях, когда в процессе выполнения рабочих операций (например при сборке или сварке) схват с объектом манипулирования соприкасается с окружающими предметами, образуя с ними кинематические пары. Кинематическая цепь механизма замыкается, а число подвижностей уменьшается. В этом случае в цепи могут возникать избыточные связи.

Быстродействие промышленных роботов определяют максимальной скоростью линейных перемещений центра схвата манипулятора. Различают ПР с малым ( $V_M < 0,5$  м/с), средним ( $0,5 < V_M < 1,0$  м/с) и высоким ( $V_M > 1,0$  м/с) быстродействием. Современные ПР имеют в основном среднее быстродействие и только около 20 % - высокое.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 638 с.
2. Белоконев, И. М. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов по направлению и спец. в области техники и технологии / И.М. Белоконев, С.А. Балан, К.И. Белоконев. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Дрофа, 2004. – 173 с. – ISBN 5-7107-6966-5.
3. Левитская, О.Н. Курс теории механизмов и машин / О.Н. Левитская. – М.: Высш. шк., 1985. – 279 с.
4. Махова, Н. С. Основы теории механизмов и машин: учеб. пособие для технических вузов / Н.С. Махова, О.Н. Поболь, М.И. Семин. – М.: ВЛАДОС, 2006. – 287 с. – ISBN 5-691-01483.
5. Коловский, М. З. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов по машиностроит. спец. / М.З. Коловский [и др.]. – 2-е изд., испр. – М.: Академия, 2008. – 558 с. – ISBN 978-5-7695-4777-5.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»

Составитель  
БЕЛЯЕВ Борис Александрович

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой доцент В.Н. Филимонов

Подписано в печать 15.02.11.  
Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 4,18. Тираж 160 экз.  
Заказ  
Издательство  
Владимирского государственного университета.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.