

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
Кафедра электротехники и электроэнергетики

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Методические указания
к выполнению расчетно-графической работы
по теоретическим основам электротехники

Составитель
С.А. СБИТНЕВ



Владимир 2011

УДК 621.3.025.3

ББК 31.211

P24

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники
и электроэнергетики

Владимирского государственного университета

В. Е. Шмелёв

Печатается по решению редакционного совета
Владимирского государственного университета

Расчет трехфазных цепей : метод. указания к выполнению
P24 расчет. граф. работы по теорет. основам электротехники / Владим.
гос. ун-т ; С. А. Сбитнев. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та,
2011. – 16 с.

Рассмотрен важный раздел теоретических основ электротехники – многофазные (трехфазные) электрические цепи. Приведены основные понятия и определения, даны методические указания по расчету.

Предназначены для студентов всех форм обучения направления бакалавриата 140200 – электроэнергетика, а также обучающихся по специальности 140211 – электроснабжение; могут быть полезны студентам направления бакалавриата 140600 – электротехника.

Рекомендованы для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения.

Ил. 7. Табл.1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.3.025.3

ББК 31.211

Введение

Для передачи электрической энергии от источника к приемнику требуется два соединительных провода – «прямой» и «обратный». Поскольку в реальных условиях источник и приемники электрической энергии очень часто значительно удалены друг от друга, соединительные провода имеют большую протяженность и сложную схему соединений.

Если объединить несколько одинаковых цепей, в каждой из которых имеется источник и приемник, а ток изменяется с одной общей частотой, но сдвинут по фазе относительно токов в других цепях, то можно получить сумму тока в обратных проводах, равную нулю. Тогда можно удалить все обратные провода и тем самым повысить экономичность системы электроснабжения. Это, в частности, дало основание для развития так называемых многофазных систем.

Совокупность электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одной частоты, сдвинутые относительно друг друга по фазе и создаваемые общим источником электрической энергии, называют *многофазной системой*. Каждую из цепей (называемую однофазной), входящую в состав многофазной системы, называют *фазой* многофазной системы. Совокупность синусоидальных ЭДС одной частоты, взаимно сдвинутых по фазе и действующих в многофазной системе, называют *многофазной системой ЭДС*, а совокупность синусоидальных токов в этих цепях – *многофазной системой токов*.

Суммарный ток в обратных проводах, объединенных в один провод многофазной системы, равен нулю только в том случае, когда соответствующие векторы на комплексной плоскости образуют замкнутый многоугольник. Если число объединенных фаз равно m , причем все токи равны по величине и в каждой последующей фазе

ток сдвинут по отношению к току в предыдущей на одинаковый угол, то указанный многоугольник – правильный. При этом сдвиг по фазе между токами предыдущей и последующей фаз равен $2\pi/m$, а соответствующая часть периода составляет T/m . Наименьшее число объединенных фаз, при котором получают качественно новую многофазную систему, равно трем (рис.1). Систему, полученную после объединения всех трех фаз, называют трехфазной. Возможность устранения всех трех обратных проводов при объединении фаз системы приводит к значительным технико-экономическим преимуществам трехфазной системы перед однофазной.

Равные по величине токи отдельных фаз трехфазной системы на векторной диаграмме должны образовывать правильный треугольник (рис. 2). Для того чтобы при одинаковых сопротивлениях отдельных фаз токи были одинаковы по величине и сдвинуты по фазе на угол $2\pi/3$, ЭДС должны быть равны по величине и сдвинуты по фазе на угол $2\pi/3$. Если при симметричной системе ЭДС сопротивления фаз разные, то получается несимметричная система токов. По тому же принципу можно определить и многофазную систему с большим числом фаз. Однако такие системы получаются более сложными с точки зрения технического выполнения и не находят широкого применения. Увеличение числа фаз целесообразно в случае преобразования переменного тока в постоянный с помощью выпрямителей. При этом число фаз может быть равно 6, 12, 24, 48.

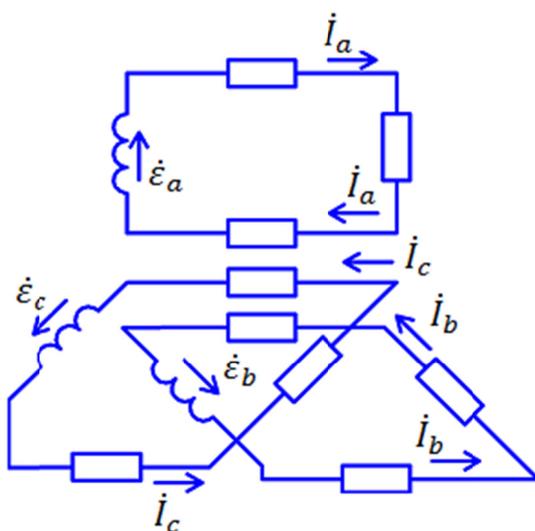


Рис.1

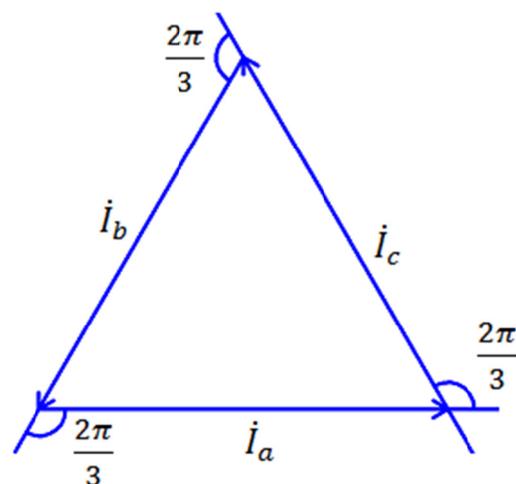


Рис. 2

Многофазную систему ЭДС, в которой все фазные ЭДС одинаковы по амплитуде и каждая последующая отстает от предыдущей на угол, равный $2\pi/m$, называют *симметричной* системой ЭДС. Аналогично определяют симметричную систему токов.

Для симметричных систем ЭДС и токов справедливы следующие равенства:

$$\sum_{i=1}^m E_i, \quad \sum_{i=1}^m I_i = 0.$$

При графическом изображении многофазной цепи отдельные фазы источников и приемников показывают на плоскости под теми же углами, которые характерны для параметров режима (ЭДС, токов и напряжений).

Находят применение и несимметричные многофазные системы.

1. Задание по расчету

На рис. 3 представлены схемы несимметричных трехфазных цепей с симметричными фазными ЭДС. Численные значения этих ЭДС в вольтах и комплексные сопротивления пассивных ветвей в омах заданы в таблице. Внутренние сопротивления источников ЭДС принять равными нулю (идеальные источники ЭДС).

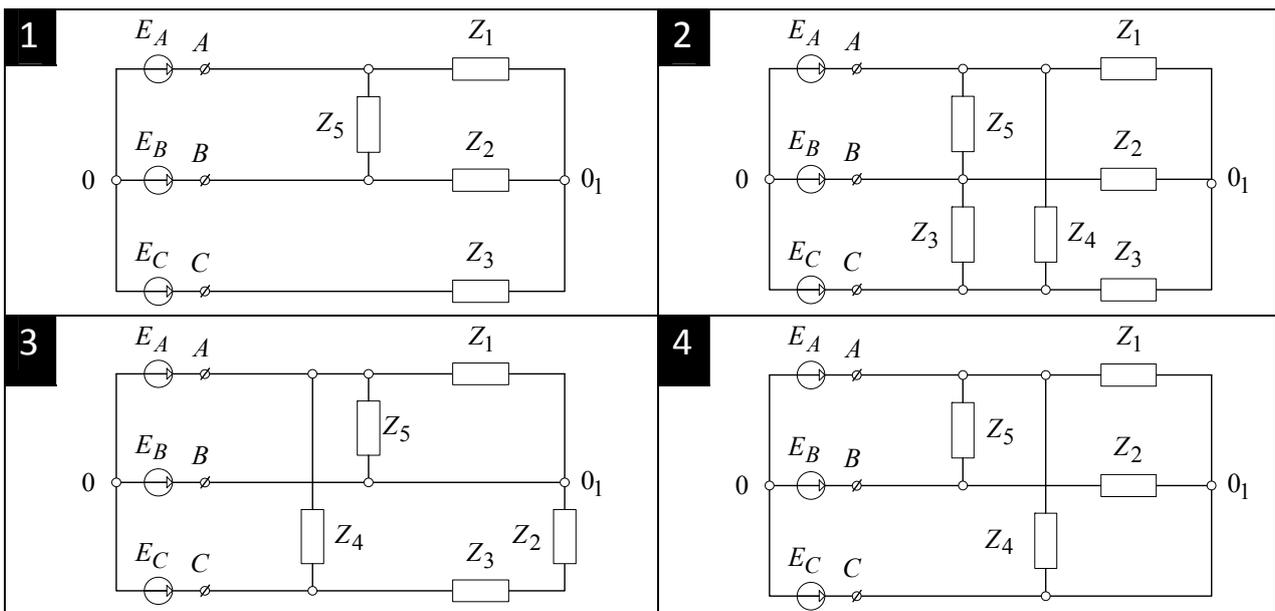


Рис. 3

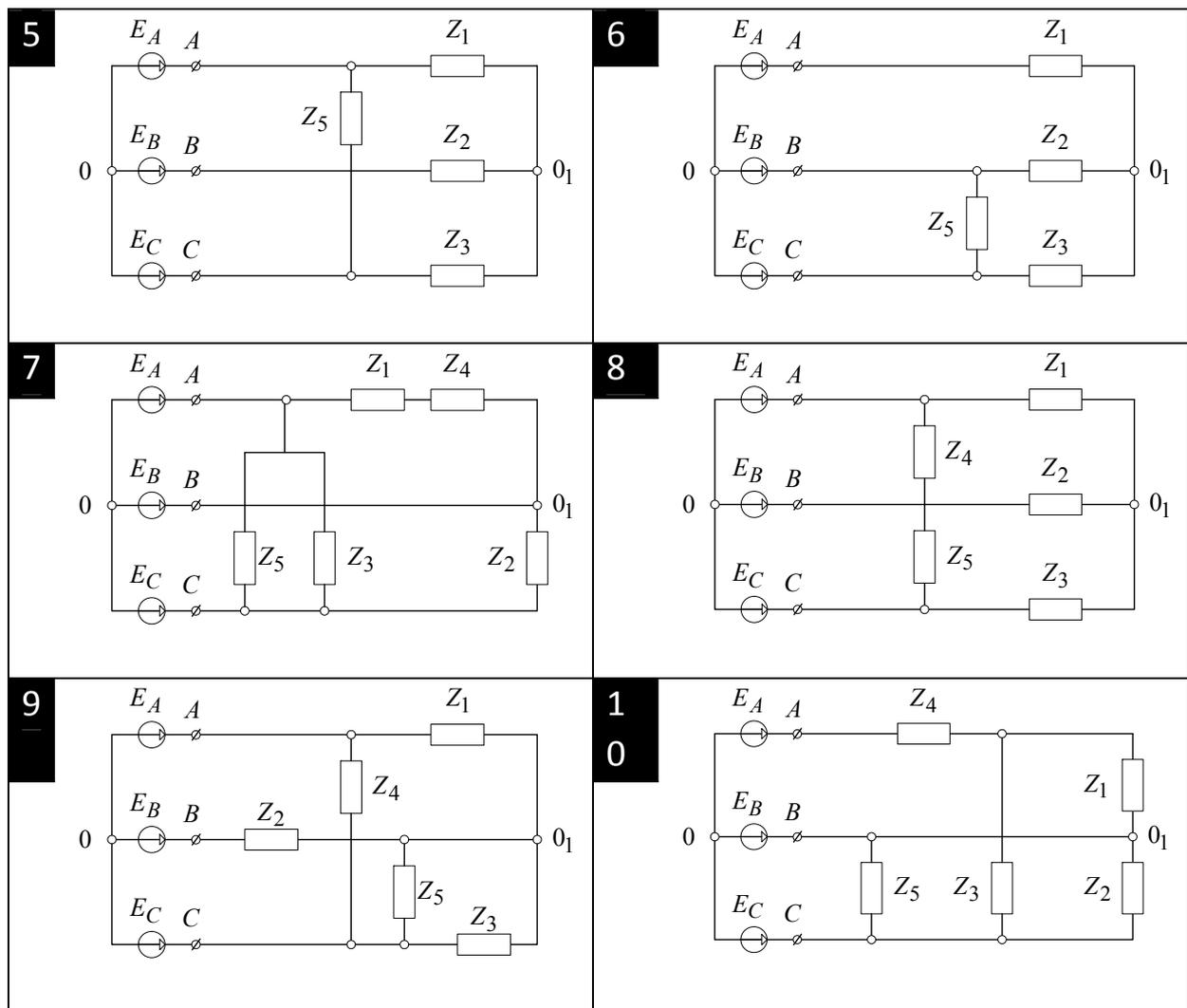


Рис. 3. Окончание

Номер варианта	Номер схемы	E_ϕ	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	220	$10 + j10$	$15 - j10$	$10 + j14$	—	$15 + j20$
2	2	380	$15 - j10$	$10 + j12$	$10 + j10$	$10 + j5$	$15 - j8$
3	3	127	$12 + j14$	$16 + j20$	$16 + j20$	$13 + j14$	$15 - j10$
4	4	1000	$10 + j14$	$10 + j14$	—	$12 + j15$	$16 + j20$
5	5	220	$15 + j20$	$12 + j15$	$15 + j20$	—	$10 + j10$
6	6	380	$15 - j8$	$15 - j8$	$10 + j12$	—	$10 + j14$
7	7	127	$10 + j12$	$10 - j18$	$12 + j14$	$14 + j14$	$12 + j14$
8	8	1000	$10 - j18$	$10 + j10$	$10 - j18$	$13 + j16$	$10 + j12$
9	9	380	$16 + j20$	$15 + j20$	$15 - j8$	$13 + j12$	$12 + j15$
10	10	220	$10 + j15$	$20 + j14$	$12 + j15$	$16 + j12$	$10 - j18$

Продолжение

Номер варианта	Номер схемы	E_ϕ	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
11	1	380	20 + j20	25 + j20	20 + j24	—	25 - j30
12	2	127	25 + j15	20 + j22	20 + j20	20 - j15	25 + j18
13	3	1000	22 + j24	26 + j30	26 - j30	23 + j24	25 + j20
14	4	220	20 + j24	20 + j24	—	22 + j25	26 + j30
15	5	380	25 + j20	22 - j25	25 + j30	—	20 + j20
16	6	127	25 - j18	25 - j18	20 + j22	—	20 + j24
17	7	1000	20 + j22	20 - j28	22 + j24	24 + j24	22 + j24
18	8	380	20 - j28	20 - j20	20 - j28	23 + j26	20 + j22
19	9	220	26 + j30	25 + j30	25 - j18	23 + j22	22 + j25
20	10	220	20 + j25	30 + j24	22 + j25	26 + j22	20 - j28
21	1	127	30 + j30	35 - j30	30 + j34	—	35 + j40
22	2	1000	35 - j30	30 - j32	30 + j30	30 + j25	35 - j28
23	3	220	32 + j34	36 + j40	36 + j40	33 + j34	35 - j30
24	4	380	30 + j34	30 + j34	—	32 + j35	36 + j40
25	5	127	35 + j40	32 + j35	35 + j40	—	30 + j30
26	6	1000	35 - j28	35 - j28	30 + j32	—	30 + j34
27	7	380	30 + j32	30 - j38	32 + j34	34 + j34	32 + j34
28	8	220	30 - j38	30 + j30	30 - j38	33 + j36	30 + j32
29	9	380	36 + j40	35 + j40	35 - j28	33 + j32	32 + j35
30	10	220	30 + j35	40 + j34	32 + j35	36 + j32	30 - j38
31	1	660	40 - j10	15 + j15	20 - j20	—	30 - j30
32	2	500	30 + j30	25 - j25	20 + j20	45 - j15	10 + j10
33	3	380	15 - j45	20 + j20	25 - j25	30 + j30	35 - j35
34	4	220	35 + j35	30 - j30	—	20 - j20	45 + j15
35	5	127	20 - j20	25 + j25	50 - j30	—	40 - j40
36	6	1000	40 + j40	35 - j35	30 + j30	—	80 + j20
37	7	127	25 - j25	80 + j30	35 - j35	40 + j40	45 - j45
38	8	220	45 + j45	40 - j40	35 + j35	30 - j80	25 + j25
39	9	380	80 - j30	35 + j10	40 - j20	20 + j45	45 - j25
40	10	500	50 + j30	30 - j45	30 + j45	40 - j30	35 + j45
41	1	660	55 - j25	25 + j50	45 - j40	—	35 - j20
42	2	1000	60 + j45	45 - j60	50 + j20	20 - j50	40 + j50
43	3	660	65 - j55	10 + j60	50 - j20	20 - j40	35 - j10
44	4	500	45 + j70	65 - j50	—	55 - j45	40 + j15
45	5	380	75 - j10	70 + j50	65 - j70	—	50 - j70
46	6	220	20 + j80	75 - j15	35 + j60	—	45 + j25
47	7	127	25 - j45	30 + j65	60 - j35	65 + j70	20 - j50

Окончание

Номер варианта	Номер схемы	E_ϕ	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
48	8	1000	$80 + j30$	$75 - j35$	$70 + j40$	$65 - j45$	$60 + j50$
49	9	127	$50 - j60$	$45 + j65$	$40 - j70$	$35 + j75$	$30 - j80$
50	10	220	$85 + j35$	$80 - j40$	$75 + j45$	$70 - j50$	$65 + j55$
51	1	380	$55 - j65$	$50 + j70$	$45 - j75$	—	$35 - j85$
52	2	500	$90 + j40$	$85 - j45$	$80 + j50$	$75 - j55$	$70 + j60$
53	3	660	$60 - j70$	$55 + j75$	$50 - j70$	$45 + j65$	$40 - j60$

Требуется:

- а) определить токи и напряжения на всех участках схемы;
- б) составить баланс активных и реактивных мощностей;
- в) построить в масштабе векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;

2. Методические указания

Цель работы – использование контурных токов в комплексной форме для расчета несимметричных трехфазных цепей, которые широко применяются в различных электроэнергетических сетях и системах.

Несимметричную трехфазную цепь со статическими нагрузками можно рассматривать как сложную цепь с несколькими источниками ЭДС и рассчитать используя общие методы расчета электрических цепей в комплексной форме. Расчет целесообразно выполнять по методу контурных токов, так как при этом не требуется преобразование схемы.

По заданной схеме необходимо построить граф и пронумеровать его ветви, которым вместе с источниками присвоить либо первые, либо последние номера. На графе выделить ветви дерева и указать узлы (точки) А, В, С, а также О, О₁.

Далее необходимо задать одинаковое направление ветвей с источниками ЭДС $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ относительно общей точки источников О. Для ветвей с пассивными элементами – комплексными сопротивлениями Z_k – целесообразно указать «естественные» направления напряжений (токов) от точек А, В, С к общей точке приемников О₁. Некоторые ветви с сопротивлениями Z_k могут быть включены на линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$.

Для расчета необходимо составить матрицы B , Z^6 , E^6 , J^6 .

Матрица B составляется по тем же правилам, что и для цепей постоянного тока.

Матрица Z^6 - диагональная и каждый ее ненулевой элемент – это комплексное сопротивление $Z_k = r_k + jx_k$. Значения этих сопротивлений заданы в таблице. Для расчета на ЭВМ матрица Z^6 записывается в виде

$$Z^6 = \text{diag}([r_1 + jx_1, r_2 + jx_2, \dots, r_6 + jx_6]),$$

где индекс «в» - номер последней ветви.

Если ветвям с источниками \dot{E}_A , \dot{E}_B , \dot{E}_C присвоены первые номера 1, 2, 3, то первые три элемента в матрице Z^6 - нулевые.

Столбцовая матрица E^6 записывается в следующем виде (с учетом того, что ветвям с источниками ЭДС присвоены первые номера):

$$E^6 = [E_\phi E_\phi e^{-j\frac{2\pi}{3}} E_\phi e^{j\frac{2\pi}{3}} 0 0 \dots 0],$$

где E_ϕ - заданное фазное напряжение, знак «.'» означает транспонирование (не следует путать со знаком «'», который переводит комплексные числа в им сопряженные). Первый элемент матрицы соответствует ЭДС фазы А, второй элемент – ЭДС фазы В, отстающей от ЭДС фазы А на угол $\frac{2\pi}{3}$, третий элемент – ЭДС фазы С, опережающей ЭДС фазы А на угол $\frac{2\pi}{3}$.

В данных схемах нет источников тока, поэтому столбцовая матрица J^B имеет только нулевые элементы и кратко записывается следующим образом:

$$J^B = \text{zeros}(7, 1).$$

Для расчета схемы на ЭВМ необходимо применить программный комплекс MATLAB и в нем использовать сценарий «серуе», разработанный на кафедре электротехники и электроэнергетики ВлГУ.

Необходимо ввести четыре указанные матрицы в ЭВМ, провести расчет токов, напряжений и мощностей, сделать распечатку результатов расчетов и по этой распечатке построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

Векторная диаграмма токов – это геометрическое представление первого закона Кирхгофа в комплексной форме для любого узла схемы:

$$\sum \dot{I}_k = 0,$$

где k – количество ветвей, присоединенных к данному узлу схемы.

Топографическая диаграмма напряжений – это геометрическое представление второго закона Кирхгофа для любого замкнутого контура схемы:

$$\sum \dot{U}_k = 0,$$

где n – количество ветвей с активными и пассивными элементами в данном замкнутом контуре.

Рассмотрим пример подобного расчета. Дана схема несимметричной трехфазной цепи с источниками фазных ЭДС, которые на комплексной плоскости образуют симметричную трёхлучевую звезду (рис. 4).

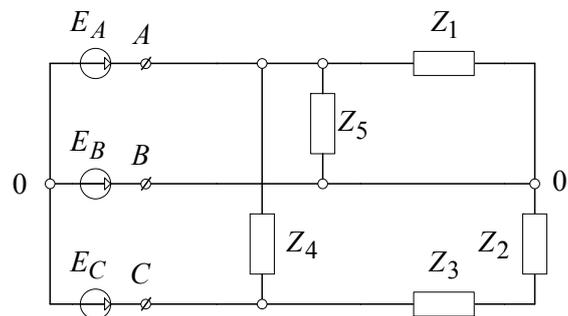


Рис. 4

Этой схеме соответствует следующий граф (рис. 5).

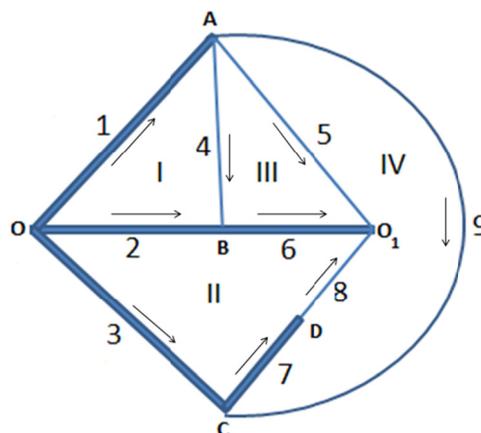


Рис. 5

Используем программу MATLAB, сценарий 'серуе':

>> серуе

Топологическая матрица B

$TM=[1 -1 0 1 0 0 0 0 0; 0 -1 1 0 0 -1 1 1 0; 0 0 0 -1 1 -1 0 0 0; 0 0 0 0 -1 0 1 1 1]$

сопротивления ветвей

$PV=diag([0 0 0 40-60i 60-70i 0 50-70i 55+75i 45+65i])$

ЭДС ветвей

$SV=660*[1 \exp(-2*i*pi/3) \exp(2*i*pi/3) 0 0 0 0 0 0].'$

источники тока ветвей

$CV=zeros(9,1)$

Матрица контурных сопротивлений $PM=$

$1.0e+002 *$

$0.4000 - 0.6000i \quad 0 \quad -0.4000 + 0.6000i \quad 0$

$0 \quad 1.0500 + 0.0500i \quad 0 \quad 1.0500 + 0.0500i$

$-0.4000 + 0.6000i \quad 0 \quad 1.0000 - 1.3000i \quad -0.6000 + 0.7000i$

$0 \quad 1.0500 + 0.0500i \quad -0.6000 + 0.7000i \quad 2.1000$

Матрица контурных ЭДС $AM=$

$1.0e+003 *$

$0.9900 + 0.5716i$

$0 + 1.1432i$

0

0

Матрица контурных токов $X=$

$4.4850 + 13.5961i$

$-0.6663 + 25.2739i$

$3.4647 - 2.2238i$

$1.1836 - 14.4114i$

Токи ветвей $XS=$

$4.4850 + 13.5961i$

$-3.8187 - 38.8700i$

$-0.6663 + 25.2739i$

$1.0203 + 15.8198i$

$2.2811 + 12.1876i$

$-2.7984 - 23.0501i$

$0.5173 + 10.8625i$

$0.5173 + 10.8625i$

$1.1836 - 14.4114i$

Напряжения ветвей $X_C=$

$1.0e+002 *$

-6.6000

$3.3000 + 5.7158i$

$3.3000 - 5.7158i$

$9.9000 + 5.7158i$

$9.9000 + 5.7158i$

0

$7.8624 + 5.0692i$

$-7.8624 + 6.3623i$

$9.9000 - 5.7158i$

Токи пассивных участков ветвей $X_{SP}=$

$4.4850 + 13.5961i$

$-3.8187 - 38.8700i$

$-0.6663 + 25.2739i$

$1.0203 + 15.8198i$

$2.2811 + 12.1876i$

$-2.7984 - 23.0501i$

$0.5173 + 10.8625i$

$0.5173 + 10.8625i$

$1.1836 - 14.4114i$

Напряжения пассивных участков ветвей $X_{CP}=$

$1.0e+002 *$

0

0

0

$9.9000 + 5.7158i$

$9.9000 + 5.7158i$

0

$7.8624 + 5.0692i$

$-7.8624 + 6.3623i$

$9.9000 - 5.7158i$

Мощности ветвей $S=$

$1.0e+004 *$

$-0.2960 + 0.8973i$

$-2.3477 + 1.0644i$

$-1.4666 - 0.7960i$

$1.0052 - 1.5078i$
 $0.9224 - 1.0762i$
 0
 $0.5913 - 0.8278i$
 $0.6504 + 0.8870i$
 $0.9409 + 1.3591i$

Мощности пассивных участков ветвей $SPU=$

$1.0e+004 *$

0

0

0

$1.0052 - 1.5078i$
 $0.9224 - 1.0762i$
 0
 $0.5913 - 0.8278i$
 $0.6504 + 0.8870i$
 $0.9409 + 1.3591i$

Мощности источников ветвей $SI=$

$1.0e+004 *$

$0.2960 - 0.8973i$
 $2.3477 - 1.0644i$
 $1.4666 + 0.7960i$
 0
 0
 0
 0
 0
 0

>> $sum([SPU SI])$

$ans =$

$1.0e+004 *$

$4.1103 - 1.1658i \quad 4.1103 - 1.1658i$

Уравнение баланса комплексных мощностей имеет вид

$$\tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = \sum_{k=1}^6 \tilde{S}_k$$

Как видно из результатов расчёта, это условие выполняется точно. Суммарная активная мощность источников и приёмников составила 41103 Вт, а реактивная – 11658 В·Ар.

Построим векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений, используя два пункта из расчета в MATLAB: напряжения ветвей и токи ветвей.

В программном комплексе MatLab существует специальный сценарий для построения векторных диаграмм - `vdiagr1`.

Оператор вводится по следующему правилу:

`vdiagr1(n,a)` для каждого узла,

где: n - номер фигуры, которая соответствует полной топографической диаграмме напряжений ($n = 1$) или векторной диаграмме токов ($n = 2$); a - массив комплексных чисел: первое значение - от какой точки на комплексной плоскости начинать диаграмму; остальные значения - откладываемые комплексные числа; каждый последующий отрезок откладывается от конца предыдущего.

Построим топографическую диаграмму напряжений (рис. 6) по закону Кирхгофа для напряжений, введя следующие команды после завершения основного расчета в MATLAB:

```
>> vdiagr1(1,[0 XC(1) XC(4) -XC(2)],'linewidth',2,'edgecolor','flat') - контур I
>> vdiagr1(1,[0 XC(3) XC(7) XC(8) -XC(6)
-XC(2)],'linewidth',2,'edgecolor','flat') - контур II
>> vdiagr1(1,[XC(1) XC(5) -XC(6) -XC(4)],'linewidth',2,'edgecolor','flat')
- контур III
>> vdiagr1(1,[XC(1) XC(9) XC(7) XC(8)
-XC(5)],'linewidth',2,'edgecolor','flat') - контур IV
```

Команду `vdiagr1(1,a)` необходимо ввести ($v - y + 1$) раз; v - число ветвей схемы, y - число узлов схемы.

Для того чтобы построить векторную диаграмму токов (рис. 7), необходимо ввести следующую последовательность команд в соответствии с законом Кирхгофа для токов:

```
>> vdiagr1(2,[0 -XS(1) XS(4) XS(5) XS(9)],'linewidth',2,'edgecolor','flat')
- узел A
>> vdiagr1(2,[0 - XS(2) - XS(4) XS(6)],'linewidth',2,'edgecolor','flat')
- узел B
>> vdiagr1(2,[0 XS(1) XS(2) XS(3)],'linewidth',2,'edgecolor','flat')
- узел O
>> vdiagr1(2,[0 -XS(5) -XS(6) -XS(8)],'linewidth',2,'edgecolor','flat')
- узел O1
```

Команду `vdiagr1(2,a)` необходимо ввести $(y - 1)$ раз. Учтём, что $I_7 = I_8$ позволяет нам не записывать команду для узла D.

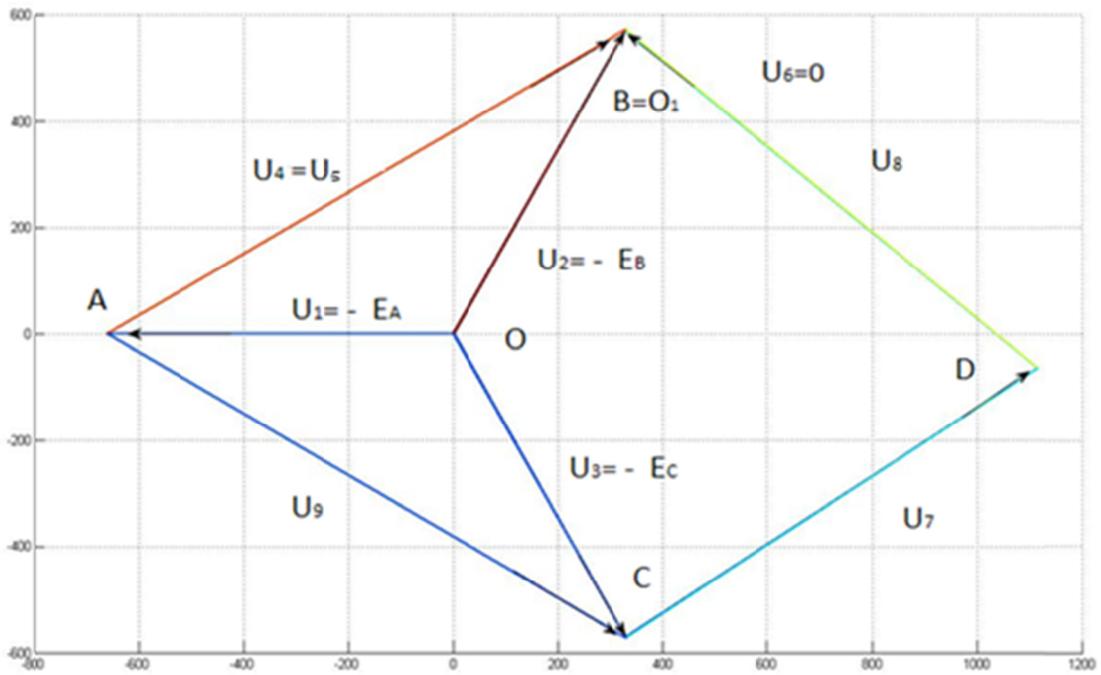


Рис. 6

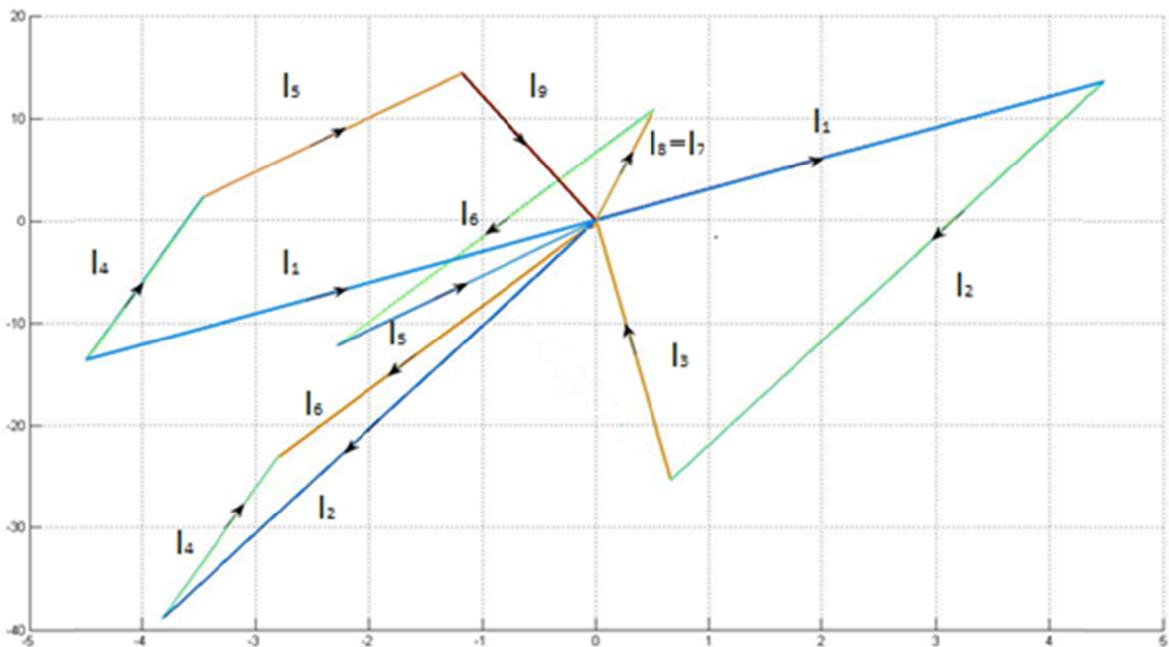


Рис. 7

Библиографический список

1. Теоретические основы электротехники. В 2 т. Т. 1 / под ред. П. А. Ионкина. – М. : Высш. шк., 1978. – 592 с.
2. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. В 3 ч. Ч.1. Линейные электрические цепи / Г. И. Атабеков. – М. : Энергия, 1978. – 592 с.
3. Теоретические основы электротехники. В 3 т. Т. 1 / К. С. Демирчян [и др.]. – СПб. : Питер, 2006. – 464 с.

Оглавление

Введение.....	3
1. Задание по расчету	5
2. Методические указания	8
Библиографический список.....	16

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

Методические указания к выполнению
расчетно-графической работы по теоретическим
основам электротехники

Составитель

СБИТНЕВ Станислав Александрович

Подписано в печать 21.04.11.

Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 0,93. Тираж 100 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета.

600000, Владимир, ул. Горького, 87.