

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет

В.Е. ШМЕЛЁВ

ПРОСТРАНСТВЕННО-ФАЗОВОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ
В АППАРАТАХ И МАШИНАХ
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Монография

Владимир 2010

УДК 537.851+537.814+518.12:621.313.1

ББК 22.313+22.311:31.261

Ш72

Рецензенты:

Доктор технических наук, зам. генерального директора
ОАО «Научно-производственное объединение
«Магнетон»» (г. Владимир)

И.В. Беляев

Доктор технических наук, профессор кафедры
литейных процессов и конструкционных материалов
Владимирского государственного университета

Е.В. Сидоров

Печатается по решению редакционного совета
Владимирского государственного университета

Шмелев, В. Е.

Ш72 **Пространственно-фазовое моделирование электромеханического преобразования энергии в аппаратах и машинах вращательного движения : монография / В. Е. Шмелев ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2010. – 172 с. ISBN 978-5-9984-0059-9**

Изложена математическая основа нового пространственно-фазового (П-Ф) класса методов моделирования динамических электромеханических процессов в аппаратах и машинах вращательного движения, показано принципиальное отличие этого класса от класса пространственно-временных и пространственно-частотных методов; показана технология 2D П-Ф моделирования электромеханических процессов в электрических машинах вращательного движения в программном комплексе COMSOL Multiphysics; представлены результаты вычислительных экспериментов с моделями бесконтактных вентильных машин с постоянными магнитами и асинхронных машин. Результаты моделирования не противоречат известным в электромеханике фактам и подтверждают работоспособность нового класса методов.

Предназначена для научных работников и аспирантов, проводящих исследования в области электротехники, электромеханики, электропривода и мехатроники.

Ил. 111. Табл. 17. Библиогр.: 13 назв.

УДК 537.851+537.814+518.12:621.313.1

ББК 22.313+22.311:31.261

ISBN 978-5-9984-0059-9

© Владимирский государственный
университет, 2010

Введение

Электромеханическое преобразование энергии [1] является одной из важнейших проблем, определяющей в значительной степени состояние и темпы развития электроэнергетики и некоторых разделов информатики. Актуальность проблемы взаимного преобразования электрической и механической энергии и информации имеет непреходящее значение.

В настоящее время к числу важнейших задач развития силовой и информационной электромеханики можно отнести:

1) снижение относительной массы, уменьшение габаритов и повышение энергетических показателей (КПД, $\cos \varphi$) электрических машин, аппаратов, приборов и других устройств;

2) разработку оптимальных систем генерирования переменного и постоянного тока;

3) разработку автоматически управляемых и регулируемых специализированных и многофункциональных электроприводов;

4) повышение точности и стабильности регулирования напряжения и частоты как в больших централизованных энергосистемах, так и в малых локальных (или автономных);

5) изучение переходных, несимметричных и аварийных режимов в электрических машинах, совершенствование защитных устройств;

6) повышение точности преобразования электрических сигналов в линейное или угловое перемещение (и наоборот) в статических и динамических режимах приборных систем;

7) совершенствование известных методов проектирования электромеханических устройств и создание новых, связанных с решением вышеназванных задач.

Поскольку электромеханическое преобразование происходит в электромагнитных полях (ЭМП) и не может осуществляться без механического движения деталей машины, нужно иметь методы анализа ЭМП в существенно неоднородных по электрофизическим свойствам средах, движение которых описывается неоднородными полями скоростей и ускорений. Для решения вышеназванных задач нужны такие

методы теории ЭМП, которые позволят моделировать электромеханические преобразователи в «замороженном» состоянии и рассчитывать динамические характеристики в терминах переменных состояния токов, пространственных положений, напряжений, сил и моментов сил. Необходимость построения нового пространственно-фазового (П-Ф) класса методов анализа ЭМП в движущихся средах была обоснована в предыдущих работах, например в [2, 3, 4].

Актуальность работы обусловлена также широким применением разнообразных регулируемых электроприводов. Существующие методы моделирования недостаточно точно описывают процессы электромеханического преобразования энергии в таких приводах, которые являются основными потребителями электроэнергии. Поэтому повышение эффективности электромеханического преобразования путём проведения соответствующих научных разработок – важнейшая проблема. Основными источниками электроэнергии служат генераторы централизованных и автономных электростанций, поэтому совершенствование генерирующих электромеханических комплексов путём проведения соответствующих научных разработок также является важнейшей научной проблемой.

Научная новизна разрабатываемых методов заключается в том, что они позволяют представить динамические электромеханические свойства машин и аппаратов вращательного движения в терминах параметров состояния, в которые время не включено в явном виде и отсутствует необходимость расчёта переходных процессов в электромагнитных полях в неоднородно-движущихся средах. Такая особенность нового класса методов повышает точность расчётов, уменьшает потребность в вычислительных ресурсах, существенно облегчает генерацию и практическую реализацию алгоритмов управления аппаратами и машинами.

1. ОБЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ ПРОСТРАНСТВЕННО-ФАЗОВОГО КЛАССА МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АППАРАТАХ И МАШИНАХ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

1.1. Пространственно-временные уравнения электромагнитного поля в системах отсчёта, жёстко связанных с полем скоростей механического движения

Известно, что электромеханическое преобразование энергии происходит при движении вещественных тел в электромагнитном поле (ЭМП). Важными этапами моделирования такого преобразования являются анализ ЭМП в неоднородно-движущейся среде, расчёты силовых взаимодействий между телами, а также интегральных параметров этого поля (потокосцеплений, ЭДС, напряжений, мощностей потерь и др.). Существует два больших класса методов анализа электромагнитных полей – пространственно-временные (П-В) и пространственно-частотные (П-Ч). Первый из этих классов охватывает всё многообразие динамических процессов в электромагнитных полях, но требует слишком больших затрат вычислительных ресурсов и по этой причине часто оказывается малоприменимым для генерации алгоритмов управления электромеханическими устройствами, работающими в составе электроприводов, мехатронных модулей, электрогенерирующих комплексов и т.д. Второй класс методов, строго говоря, пригоден только для анализа электромагнитных полей в неподвижных линейных средах. Известные способы распространения этих методов на нелинейные и неоднородно-движущиеся среды являются недостаточно строгими и очень ограниченными в применении [5].

Разработана основа нового пространственно-фазового (П-Ф) класса методов моделирования электромеханических процессов. Суть этих методов заключается в моделировании процесса при фиксированном состоянии анализируемой системы, что позволяет исключить из уравнений время. П-Ф методы основаны на преобразовании П-В уравнений математической физики в П-Ф форму, о чём будет сказано ниже. Это даёт возможность проводить анализ переходных процессов

только на интегральном уровне (потокосцеплений, ЭДС, напряжений, токов, положений подвижных тел и др.), не рассчитывая переходных процессов в ЭМП.

Электромеханическое преобразование энергии происходит только при движении вещественных тел относительно друг друга в ЭМП. Движение тел математически можно описать векторным полем скоростей \mathbf{v} . Если в расчётной области поле скоростей однородное (вектор скорости не зависит от положения точки наблюдения), то движение тел относительно друг друга не наблюдается. В этом случае инвариантные уравнения математической физики никак не должны отличаться от соответствующих уравнений для неподвижной системы тел. Относительное движение тел наблюдается тогда и только тогда, когда в поле скоростей в расчётной области имеются неоднородности, т.е. такие области, в которых пространственные дифференциальные операторы поля скоростей не равны нулю. Из этого следует, что уравнения ЭМП могут быть инвариантными по отношению к выбору глобальной инерциальной системы отсчёта механического движения только в том случае, когда вектор скорости в эти уравнения входит не явно, а под знаком пространственных дифференциальных операторов.

Все методы математического моделирования ЭМП как в неподвижных, так и в движущихся системах тел (в дальнейшем условно будем называть их средами) в конечном счёте основаны на уравнениях Максвелла. Для неподвижных сред их дифференциальная форма имеет вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \boldsymbol{\delta}_{\text{п}}, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot}(\mathbf{E} - \mathbf{E}_c) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (1.4)$$

где $\mathbf{H} = \mathbf{H}(Q, t)$ – вектор напряжённости магнитного поля; Q – точка наблюдения в пространстве; t – момент времени; $\boldsymbol{\delta}_{\text{п}} = \boldsymbol{\delta}_{\text{п}}(Q, t)$ – вектор полной плотности тока; $\mathbf{E} = \mathbf{E}(Q, t)$ – вектор напряжённости электрического поля; $\mathbf{E}_c = \mathbf{E}_c(Q, t)$ – сторонняя составляющая вектора напряжённости электрического поля (модель действия объёмно-распределённых источников ЭДС); $\mathbf{B} = \mathbf{B}(Q, t)$ – вектор магнитной индукции; $\mathbf{D} = \mathbf{D}(Q, t)$ – вектор электрического смещения; ρ – объём-

ная плотность электрического заряда. Уравнение (1.1) называют законом полного тока, (1.2) – законом электромагнитной индукции, (1.3) – законом непрерывности линий магнитной индукции, (1.4) – теоремой Гаусса в дифференциальной форме.

При моделировании электромеханических процессов в электрических машинах и аппаратах индуктивного типа токами смещения можно пренебречь (за исключением очень редких случаев), поэтому в дальнейшем уравнение (1.4) и плотность тока смещения в правой части (1.1) принимать во внимание не будем. В неподвижных системах тел отсутствуют также токи переноса. С учётом этих замечаний полную плотность тока удобно представлять в виде суммы сторонней плотности тока δ и плотности тока проводимости $\delta_{\text{пр}}$.

Уравнения (1.1) – (1.3) дополняются уравнениями материальной связи. Эти уравнения описывают свойства вещества в ЭМП. Линеаризованная форма этих уравнений имеет вид

$$\delta_{\text{пр}} = \gamma \mathbf{E}, \quad (1.5)$$

$$\mathbf{H} = \nu_a (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) + q_1 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) - q_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r), \quad (1.6)$$

где γ – удельная электрическая проводимость вещества; q_1 и q_2 – динамические параметры электрофизических свойств материалов шихтованных магнитопроводов или любых других слоистых или периодических структур.

Физический смысл этих параметров заключается в том, что в электропроводящих слоях или кластерах под действием изменяющейся во времени магнитной индукции локально наводятся вихревые токи, создающие магнитный момент, направленный против изменения магнитной индукции. Объёмную плотность такого магнитного момента формально можно считать динамической составляющей намагниченности эквивалентного однородного вещества. Линеаризованное уравнение материальной связи (1.6) записано относительно эффективных векторных значений напряжённости магнитного поля и магнитной индукции. Для шихтованных магнитопроводов параметры q_1 , q_2 рассчитываются по формулам

$$q_1 = \frac{1}{12} \cdot d^2 \cdot \gamma_{\text{пл}}, \quad (1.7)$$

$$q_2 = \frac{1}{720} \cdot d^4 \cdot \mu_{\text{апл}} \cdot \gamma_{\text{пл}}^2, \quad (1.8)$$

где d – толщина пластины в пакете магнитопровода; $\mu_{\text{апл}}$ – абсолютная магнитная проницаемость материала пластины; $\gamma_{\text{пл}}$ – удельная электрическая проводимость материала пластины. Формулы (1.7), (1.8) получены из решения задачи пространственно-частотного расчёта поверхностного эффекта в плоской проводящей пластине.

Уравнения (1.1) – (1.6) можно применять для анализа ЭМП в неоднородно-движущихся средах, если в них частные производные по времени заменить на полные [6]. При таком подходе уравнения материальной связи (2.5), (2.6) будут справедливы только в том случае, когда для каждой точки наблюдения векторы ЭМП учитываются в движущихся системах отсчёта, связанных с этими точками в строгом соответствии с действующим полем скоростей, причём отсутствует перенос вещества через любые участки движущихся поверхностей. Получаемые таким путём уравнения ЭМП в неоднородно-движущихся средах будут корректны с математической и физической точки зрения только в том случае, когда математическое определение полной производной по времени от любого векторного поля будет обеспечивать полную перестановочность операции полного дифференцирования по времени с операцией интегрирования по площади поверхности при вычислении потоков.

Исходные пространственно-временные (П-В) уравнения ЭМП в неоднородно-движущейся системе тел в дифференциальной форме можно записать в соответствии с математическим определением полной производной векторного и скалярного поля по времени в неоднородном поле скоростей:

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{F}_H + \mathbf{F}_H \operatorname{div} \mathbf{v} - (\mathbf{F}_H \nabla)\mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \operatorname{rot}(\mathbf{F}_H \times \mathbf{v}) + \mathbf{v} \operatorname{div} \mathbf{F}_H, \quad (1.9)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\Phi_H, \quad (1.10)$$

где \mathbf{F} – анализируемое векторное поле в неоднородно-движущейся среде; \mathbf{F}_H – анализируемое векторное поле в однородно-движущейся (неподвижной) среде; \mathbf{v} – поле скоростей, характеризующее механическое движение всех тел в анализируемой системе; Φ – анализируемое скалярное поле в неоднородно-движущейся среде; Φ_H – анализируемое скалярное поле в однородно-движущейся (неподвижной) среде.

Формула (1.9) представляет собой «потокосвое» определение полной производной по времени, т.е. такое определение, при котором уравнение закона электромагнитной индукции в дифференциальной форме для движущихся сред в точности совпадает с соответствующим уравнением для неподвижных сред при замене частной производной по времени на полную. Формула (1.10) представляет собой формальное применение оператора (1.9) к скалярному полю. В соответствии с определениями (1.9) и (1.10) все векторы ЭМП (кроме тех, которые относятся к однородно-движущейся среде), входящие в уравнения математической физики, должны представляться в системах отсчёта, жёстко связанных с точками наблюдения, которые движутся в соответствии с задаваемым полем скоростей.

«Потоковый» смысл определения полной производной по времени векторного поля магнитной индукции можно пояснить на законе электромагнитной индукции в интегральной форме: ЭДС электромагнитной индукции в одновитковом тонком контуре равна скорости изменения магнитного потока через поверхность, натянутую на этот контур, с противоположным знаком. Магнитный поток, в свою очередь, может изменяться во времени по следующим причинам:

- магнитная индукция в глобальной системе отсчёта, относительно которой определяются все скорости, изменяется во времени;
- точки наблюдения, принадлежащие поверхности, движутся в неоднородном поле вектора магнитной индукции, что приводит к изменению этого вектора в движущейся системе отсчёта;
- векторы элементов площади поверхности изменяются во времени из-за неоднородности поля скоростей.

В соответствии с изложенным скорость изменения потока векторного поля \mathbf{F} , проходящего через произвольную незамкнутую поверхность S , равна

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{F}_H - (\mathbf{F}_H \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{F}_H \cdot \text{div} \mathbf{v} \right) \cdot d\mathbf{S}. \quad (1.11)$$

Из (1.11) следуют определения полной производной векторного и скалярного полей по времени в неоднородно-движущейся среде (1.9) и (1.10). Эти определения делают операцию полного дифференцирования по времени перестановочной с операцией интегрирования по поверхности.

Итак, для моделирования ЭМП в неоднородно-движущихся системах тел (средах) без учёта токов смещения в электромеханических преобразователях индуктивного типа можно использовать уравнения (1.1) – (1.3) при замене в (1.2) частной производной по времени $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ на

полную производную $\frac{d\mathbf{B}}{dt}$ в соответствии с определением (1.9). Такую

же замену нужно произвести в уравнении материальной связи (1.6). С учётом всех записанных выше замечаний полная система П-В уравнений ЭМП в неоднородно-движущихся средах имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \delta + \delta_{\text{np}}; \quad \operatorname{rot}(\mathbf{E} - \mathbf{E}_c) = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}; \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \\ \delta_{\text{np}} = \gamma \mathbf{E}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{v}_a (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) + q_1 \frac{d}{dt}(\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) - q_2 \frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) \end{array} \right. \quad (1.12)$$

Используя третье уравнение (1.12), векторы ЭМП можно выразить через векторный магнитный потенциал \mathbf{A} и скалярный электрический потенциал φ . Магнитная индукция представляется в виде ротора векторного магнитного потенциала: $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$. Чтобы выразить вектор напряжённости электрического поля через потенциалы, нужно воспользоваться вторым уравнением (1.12), однако нужно учитывать, что оператор полного дифференцирования векторного поля по времени (1.9) не перестановочен с операторами частного дифференцирования по пространственным координатам (например, с ротором). Выразим для любого произвольного векторного поля \mathbf{F} оператор $\frac{d}{dt} \operatorname{rot} \mathbf{F}$ через

оператор $\operatorname{rot} \frac{d\mathbf{F}}{dt}$. К обоим этим операторам применим формулу (1.9):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \operatorname{rot} \mathbf{F} &= \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{F} + \left(((\operatorname{rot} \mathbf{F}_H) \nabla) \mathbf{v} \right) - \left((\mathbf{v} \nabla) (\operatorname{rot} \mathbf{F}_H) \right) + \operatorname{rot} \mathbf{F}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v} = \\ &= \operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \operatorname{rot} (\operatorname{rot} \mathbf{F}_H \times \mathbf{v}); \end{aligned}$$

$$\operatorname{rot} \frac{d\mathbf{F}}{dt} = \operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \operatorname{rot} \left((\mathbf{v} \nabla) \mathbf{F}_H - (\mathbf{F}_H \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{F}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v} \right);$$

Определим разность этих двух операторов:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \operatorname{rot} \mathbf{F} - \operatorname{rot} \frac{d\mathbf{F}}{dt} &= \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{F}_H \times \mathbf{v} - (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{F}_H + (\mathbf{F}_H \nabla) \mathbf{v} - \mathbf{F}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v}) = \\
&= \operatorname{rot}(-\operatorname{grad}(\mathbf{F}_H \cdot \mathbf{v}) + 2(\mathbf{F}_H \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{F}_H \times \operatorname{rot} \mathbf{v} - \mathbf{F}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v}) = \\
&= \operatorname{rot}(2(\mathbf{F}_H \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{F}_H \times \operatorname{rot} \mathbf{v} - \mathbf{F}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v}),
\end{aligned}$$

откуда

$$\frac{d}{dt} \operatorname{rot} \mathbf{F} = \operatorname{rot} \left(\frac{d\mathbf{F}}{dt} + 2(\mathbf{F}_H \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{F}_H \times \operatorname{rot} \mathbf{v} - \mathbf{F}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v} \right). \quad (1.13)$$

Мы получили формулу перестановки оператора полного дифференцирования по времени и ротора векторного поля. Если формулу (1.13) применить ко второму уравнению (1.12), то получится выражение напряжённости электрического поля через векторный магнитный и скалярный электрический потенциалы:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_c - \frac{d\mathbf{A}}{dt} - 2(\mathbf{A}_H \nabla) \mathbf{v} - \mathbf{A}_H \times \operatorname{rot} \mathbf{v} + \mathbf{A}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v} - \operatorname{grad} \varphi.$$

Итак, полная система П-В уравнений ЭМП в неоднородно движущихся средах относительно векторного магнитного и скалярного электрического потенциалов имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\delta}_{\text{np}}; \quad \mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}; \\ \mathbf{E} = \mathbf{E}_c - \frac{d\mathbf{A}}{dt} - 2(\mathbf{A}_H \nabla) \mathbf{v} - \mathbf{A}_H \times \operatorname{rot} \mathbf{v} + \mathbf{A}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v} - \operatorname{grad} \varphi; \\ \boldsymbol{\delta}_{\text{np}} = \gamma \mathbf{E}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{v}_a (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) + q_1 \frac{d}{dt} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) - q_2 \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) \end{array} \right. \quad (1.14)$$

Система уравнений (1.14) получилась инвариантной по отношению к выбору глобальной инерциальной системы отсчёта механического движения, так как поле скоростей входит туда только под знаком пространственных дифференциальных операторов первого порядка. Такая инвариантность является существенным достоинством системы (1.14), у которой есть и существенные недостатки:

1. Применение стандартных нестационарных решателей в программном обеспечении (ПО) решения задач математической физики вызывает значительные затруднения, так как оператор полного дифференцирования по времени (1.9) не может быть напрямую использован для вычисления приращений потенциалов при выполнении шагов по времени.

2. Преобразование оператора $\frac{d}{dt}$ к $\frac{\partial}{\partial t}$ в неподвижной или движущейся системе отсчёта приводит к потере инвариантности системы (1.14), так как в ней будет присутствовать поле скоростей без пространственных дифференциальных операторов.

3. Трудно корректно задать начальные и граничные условия, соответствующие заданному интегральному (в пространственном смысле) режиму работы электромеханического устройства.

Для преодоления этих трёх недостатков П-В моделирования предлагается ввести пространственно-распределённые переменные состояния ЭМП в неоднородно-движущейся системе тел. Такими переменными состояниями удобно считать магнитную индукцию и ограниченное число её полных производных по времени в соответствии с определением (1.9). Эти переменные будем называть фазовыми переменными векторного поля магнитной индукции. Поскольку их дивергенция равна нулю в соответствии с законом непрерывности линий магнитной индукции, их можно представить в виде ротора фазовых переменных векторного магнитного потенциала. Моделирование электромеханических процессов можно при таком подходе проводить для фиксированных мгновенных значений фазовых переменных токов в обмотках и пространственных положений подвижных тел, что приводит к исключению из системы уравнений математической физики времени. Такое моделирование названо пространственно-фазовым (П-Ф). Для моделирования процессов во временной области на интегральном уровне достаточно будет создания имитационной модели с сосредоточенными параметрами. Входными данными имитационной модели будут характеристики, полученные в результате П-Ф моделирования. Главные достоинства П-Ф методов моделирования: отсутствие времени в уравнениях математической физики, а значит, и не требуется задания начальных условий и применения нестационарных решателей; полная инвариантность по отношению к выбору глобальной инерциальной системы отсчёта; лёгкий выход на требуемые режимы работы электромеханического устройства при имитационном моделировании на интегральном уровне; значительное упрощение генерации модельно-ориентированных методик проектирования электромеханических устройств.

1.2. Пространственно-фазовые уравнения электромагнитного поля в неоднородно-движущихся средах

Эти уравнения запишем с учётом динамических эффектов первого порядка. Фазовые переменные векторного магнитного потенциала введём на основе следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_H = \text{rot } \mathbf{A}_H; \quad \frac{d\mathbf{B}_H}{dt} = \text{rot } \mathbf{A}_{H1}; \quad \mathbf{E}_H = \mathbf{E}_c - \mathbf{A}_{H1} - \text{grad } \varphi_H; \\ \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}; \quad \frac{d\mathbf{B}}{dt} = \text{rot } \mathbf{A}_1; \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_c - \mathbf{A}_1 - \text{grad } \varphi, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где \mathbf{A}_H – нулевая фазовая переменная векторного магнитного потенциала в однородно-движущейся (неподвижной) среде, равная самому векторному магнитному потенциалу; \mathbf{A}_{H1} – первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала в неподвижной среде, имеющая размерность производной по времени от нулевой фазовой переменной; \mathbf{B}_H – магнитная индукция в неподвижной среде $\left(\frac{d\mathbf{B}_H}{dt} = \frac{\partial \mathbf{B}_H}{\partial t} \right)$;

\mathbf{E}_H – напряжённость электрического поля в неподвижной среде; φ_H – скалярный электрический потенциал в неподвижной среде; \mathbf{A} – нулевая фазовая переменная векторного магнитного потенциала в неоднородно-движущейся среде; \mathbf{A}_1 – первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала в неоднородно-движущейся среде; \mathbf{B} – магнитная индукция в неоднородно-движущейся среде; \mathbf{E} – напряжённость электрического поля в неоднородно-движущейся среде; φ – скалярный электрический потенциал в неоднородно-движущейся среде.

Если фазовые переменные электродинамических потенциалов выбраны на основе соотношений (1.15), то для построения полной пространственно-фазовой системы PDE, описывающей ЭМП в неоднородно-движущейся среде, за основу нужно брать закон полного тока совместно с законом Ома:

$$\text{rot } \mathbf{H}_H = \delta + \gamma \mathbf{E}_H; \quad \text{rot } \mathbf{H} = \delta + \gamma \mathbf{E}, \quad (1.16)$$

где первое уравнение соответствует системе тел, в которой отсутствует относительное движение, а второе – неоднородно-движущейся системе тел (среде). Соотношения (1.16) дополняются уравнением материальной связи (последнее уравнение 1.14) и соотношениями (1.15). Чтобы получаемая таким образом система была полностью определена

на, нужно к обеим частям уравнений (1.16) применить оператор полного дифференцирования по времени (1.9), а к левой части ещё и перестановочную формулу (1.13). В результате получится полная система П-Ф уравнений относительно фазовых переменных электродинамических потенциалов, учитывающая динамические эффекты первого порядка при электромеханическом преобразовании в устройствах индуктивного типа:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \mathbf{H}_H = \boldsymbol{\delta} + \gamma \mathbf{E}_H; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \boldsymbol{\delta} + \gamma \mathbf{E}; \\ \mathbf{H}_H = v_a (\mathbf{B}_H - \mathbf{B}_r) + q_1 \mathbf{B}_{H1}; \quad \mathbf{H} = v_a (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) + q_1 \mathbf{B}_1; \\ \operatorname{rot} \mathbf{H}_{H1} = \boldsymbol{\delta}_1; \quad \operatorname{rot} (\mathbf{H}_1 + 2(\mathbf{H}_H \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{H}_H \times \operatorname{rot} \mathbf{v} - \mathbf{H}_H \cdot \operatorname{div} \mathbf{v}) = \boldsymbol{\delta}_1; \\ \mathbf{B}_H = \operatorname{rot} \mathbf{A}_H; \quad \mathbf{B}_{H1} = \operatorname{rot} \mathbf{A}_{H1}; \quad \mathbf{E}_H = \mathbf{E}_c - \mathbf{A}_{H1} - \operatorname{grad} \varphi_H; \\ \mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}; \quad \mathbf{B}_1 = \operatorname{rot} \mathbf{A}_1; \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_c - \mathbf{A}_1 - \operatorname{grad} \varphi \end{array} \right. \quad (1.17)$$

где $\boldsymbol{\delta}$ – сторонняя плотность тока (нулевая фазовая переменная этой величины); $\boldsymbol{\delta}_1$ – первая фазовая переменная сторонней плотности тока. Невырожденность системы (1.17) обеспечивается за счёт ограничения числа фазовых переменных потенциалов и всех остальных физических величин: все фазовые переменные высокого порядка (выше первого) принимаются равными нулю, так как от системы уравнений требуется учёт динамических эффектов только первого порядка.

Система уравнений (1.17) может применяться для моделирования электромеханического преобразования в электромагнитных устройствах вращательного и поступательного движения. Система (1.17) может применяться не только к твердотельным электромеханическим устройствам, но и к магнитогидродинамическим, однако такая цель в данной работе не ставится. Уравнения (1.17) описывают общий случай трёхмерного ЭМП в неоднородно-движущихся средах в П-Ф форме. В большинстве электромеханических преобразователей вращательного движения магнитное поле можно приближённо считать плоскопараллельным, или, иначе, двумерным (2D). А если в силу некоторых видов симметрии конструкции выполняется условие короткого замыкания плоскостей $z = -\infty$ и $z = +\infty$, то и электрическое поле тоже с высокой степенью точности можно считать плоскопараллельным. В случае двумерного ЭМП при протекании токов перпендикулярно расчётной плоскости задача анализа электромеханических процессов значительно упрощается, так как в этом случае $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$, сле-

довательно, скалярный электрический потенциал равен нулю. Фазовые переменные векторного магнитного потенциала в этом случае будут иметь только z -составляющую, поэтому в уравнениях эти величины можно представить в виде скаляров.

Рассмотрим двумерные П-Ф уравнения ЭМП в электромеханических преобразователях вращательного движения для случая, когда все токи протекают в направлении, перпендикулярном расчётной плоскости (в направлении оси z , которая является осью вращения одного или нескольких роторов). Расчётная область представляет собой односвязную область расчётной плоскости $z = 0$. Все векторные поля будем представлять в декартовой системе координат (x, y) :

$$A = \mathbf{1}_z \cdot A; \quad \text{rot } A = \left(\mathbf{1}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{1}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{1}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (\mathbf{1}_z \cdot A) = \mathbf{1}_x \frac{\partial A}{\partial y} - \mathbf{1}_y \frac{\partial A}{\partial x};$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{1}_x \cdot B_x + \mathbf{1}_y \cdot B_y; \quad B_x = \frac{\partial A}{\partial y}; \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x};$$

$$H_x = v_a \cdot (B_x - B_{rx}) + q_1 \cdot B_{x1}; \quad H_y = v_a \cdot (B_y - B_{ry}) + q_1 \cdot B_{y1};$$

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}; \quad \boldsymbol{\omega} = \mathbf{1}_z \cdot \omega; \quad \mathbf{r} = \mathbf{1}_x \cdot x + \mathbf{1}_y \cdot y; \quad \mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \cdot (\mathbf{1}_y \cdot x - \mathbf{1}_x \cdot y);$$

$$\text{rot } \mathbf{v} = \text{rot}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \mathbf{1}_z \cdot \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} + 2\omega \right);$$

$$\mathbf{H}_H \times \text{rot } \mathbf{v} = (H_{Hy} \cdot \mathbf{1}_x - H_{Hx} \cdot \mathbf{1}_y) \cdot \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} + 2\omega \right);$$

$$(\mathbf{H}_H \nabla) \mathbf{v} = ((\mathbf{H}_H \nabla) \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}_H =$$

$$= \mathbf{1}_\theta \cdot \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} H_{Hr} + \frac{\partial \omega}{\partial \theta} H_{H\theta} \right) - \omega \cdot (H_{Hy} \cdot \mathbf{1}_x - H_{Hx} \cdot \mathbf{1}_y) =$$

$$= (\mathbf{1}_y \cdot x - \mathbf{1}_x \cdot y) \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} H_{Hr} + \mathbf{1}_\theta \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \theta} H_{H\theta} - \omega \cdot (H_{Hy} \cdot \mathbf{1}_x - H_{Hx} \cdot \mathbf{1}_y);$$

$$\text{div } \mathbf{v} = \text{div}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \mathbf{r} \cdot \text{rot } \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \text{rot } \mathbf{r} = \frac{\partial \omega}{\partial \theta};$$

$$\mathbf{H}_H \cdot \text{div } \mathbf{v} = (\mathbf{1}_x H_{Hx} + \mathbf{1}_y H_{Hy}) \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \theta};$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_{d1} &= 2(\mathbf{H}_H \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{H}_H \times \text{rot } \mathbf{v} - \mathbf{H}_H \cdot \text{div } \mathbf{v} = \\
&= 2 \frac{\partial \omega}{\partial r} \cdot (\mathbf{1}_y \cdot x - \mathbf{1}_x \cdot y) \cdot H_{Hr} + r \frac{\partial \omega}{\partial r} \cdot (H_{Hy} \cdot \mathbf{1}_x - H_{Hx} \cdot \mathbf{1}_y) + \\
&\quad + \frac{\partial \omega}{\partial \theta} (H_{H\theta} \cdot \mathbf{1}_\theta - \mathbf{1}_x H_{Hx} - \mathbf{1}_y H_{Hy}),
\end{aligned} \tag{1.18}$$

где \mathbf{H}_{d1} – векторная добавка к первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля под знаком ротора в (1.17) в случае 2D ЭМП, когда вращение всех тел происходит вокруг координатной оси z ; r и θ – радиальная и угловая цилиндрические координаты точки наблюдения; индексы r и θ соответствуют радиальной и угловой составляющим вектора \mathbf{H}_H ; индексы x и y соответствуют декартовым компонентам вектора \mathbf{H}_H ; ω – векторное поле угловой скорости вращения тел (сред). В 2D-системе это векторное поле имеет только z -составляющую ω . Если ЭМП в машине вращательного движения моделировать таким образом, чтобы во всех областях было $\frac{\partial \omega}{\partial \theta} = 0$, то

последнее слагаемое в формуле (1.18) можно не учитывать.

Формула (1.18) также подтверждает инвариантность системы уравнений (1.17), так как угловая скорость ω входит туда только под знаком пространственных дифференциальных операторов первого порядка. В последующих разделах будут показаны результаты вычислительных экспериментов с двумерными П-Ф моделями электро-механического преобразования в машинах вращательного движения.

1.3. Способ представления динамических магнитных свойств шихтованных магнитопроводов в П-В и П-Ф формах

Шихтованный магнитопровод представляет собой пакет пластин, изготовленных из магнитомягкого материала, причём пластины электрически изолированы друг от друга. Если переменный вектор магнитной индукции направлен вдоль пластины и если пластина имеет ненулевую удельную электрическую проводимость, то вихревые токи замыкаются в её поперечных сечениях. Магнитный момент этих токов направлен против скорости изменения вектора магнитной индукции. При описании динамических магнитных свойств шихтованного магнитопровода объёмную плотность этого магнитного момента можно счи-

тать динамической составляющей намагниченности вещества. Поэтому линейаризованное П-В уравнение материальной связи между эффективными значениями векторов \mathbf{H} и \mathbf{B} в магнитопроводе при учёте динамических эффектов первого и второго порядка имеет вид

$$\mathbf{H} = v_a (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) + q_1 \frac{d}{dt} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) - q_2 \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r)$$

или в П-Ф форме

$$\mathbf{H} = v_a (\mathbf{B} - \mathbf{B}_r) + q_1 \mathbf{B}_1 - q_2 \mathbf{B}_2,$$

где \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 – первая и вторая фазовые переменные магнитной индукции в моделируемой среде.

Чтобы получить формулы расчёта динамических параметров q_1 и q_2 , рассмотрим 1D ЭМП в одной пластине в П-Ч области [7]. Пусть пластина толщиной $d = 2a$ изготовлена из магнитомягкого материала с абсолютной магнитной проницаемостью $\mu_{\text{апл}}$ и удельной электрической проводимостью $\gamma_{\text{пл}}$. Предположим, что пластина расположена в плоскости xu и имеет в направлении этих координатных осей бесконечную протяжённость. Пусть магнитная индукция направлена вдоль оси y и изменяется во времени по синусоидальному закону с фиксированной циклической частотой ω , тогда вихревые токи будут направлены вдоль оси x и будут создавать магнитный момент, направленный вдоль оси y . Предположим, что вне пластины источников магнитного поля нет. При таких условиях динамические магнитные свойства пластины в П-Ч области могут быть описаны одним параметром, получившим название эффективной комплексной магнитной проницаемости $\mu_{\text{эф}}$. Он определяется как отношение среднего по толщине комплексного действующего значения магнитной индукции (эффективное значение магнитной индукции) к комплексному действующему значению напряжённости магнитного поля на любой поверхности пластины (эффективная напряжённость магнитного поля):

$$\mu_{\text{эф}} = \frac{\dot{B}_{\text{ср}}}{\dot{H}(a)} = \mu_{\text{апл}} \cdot \frac{\text{th}(a\sqrt{j\omega\gamma_{\text{пл}}\mu_{\text{апл}}})}{a\sqrt{j\omega\gamma_{\text{пл}}\mu_{\text{апл}}}}.$$

Из последнего соотношения выразим эффективную напряжённость магнитного поля и разложим в ряд Тейлора по степеням $(j\omega)$, отбросив все степени выше второй. Коэффициенты разложения, делённые на эффективную комплексную магнитную индукцию, равны

динамическим параметрам q_1 и q_2 , так как умножению на $j\omega$ в П-Ч области соответствует дифференцирование по времени в П-В области (это одно из важнейших свойств комплексных представлений синусоидально изменяющихся физических величин).

$$q_1 = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d(\mu_{\text{эф}})^{-1}}{d(j\omega)} = \frac{\gamma_{\text{пл}}}{3} \cdot a^2 = \frac{\gamma_{\text{пл}}}{12} \cdot d^2;$$

$$q_2 = -\frac{1}{2} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d^2(\mu_{\text{эф}})^{-1}}{d(j\omega)^2} = \frac{\gamma_{\text{пл}}^2 \cdot \mu_{\text{анл}}}{45} \cdot a^4 = \frac{\gamma_{\text{пл}}^2 \cdot \mu_{\text{анл}}}{720} \cdot d^4.$$

Итак, для динамических параметров магнитных свойств шихтованных магнитопроводов q_1 и q_2 получены строго математически обоснованные определяющие выражения. Операции символьного дифференцирования и вычисления пределов выполнены при помощи математического ПО (COMSOL Multiphysics и MATLAB).

1.4. Метод расчёта электромагнитного момента

Для расчёта электромагнитного момента асинхронной машины (АМ) автором разработан метод анализа силовых взаимодействий в ЭМП. В машинах индуктивного типа, к которому относятся АМ, электрическими силами можно пренебречь, так как они на несколько порядков меньше магнитных сил. Метод расчёта сил и моментов основан на положении о том, что взаимодействующими объектами в магнитном поле являются свободные и связанные электрические токи. Вихри напряжённости магнитного поля являются свободными токами, вихри намагничённости вещества и всех магнитных моментов — связанными токами. В связи с этим объёмная плотность силы в магнитном поле может рассчитываться по формуле, которая непосредственно следует из определения вектора магнитной индукции [8]:

$$\mathbf{f}_M = \mu_0^{-1} \cdot \text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B}. \quad (1.19)$$

При моделировании электромеханических процессов в машинах вращательного движения более важным является расчёт моментов, действующих на тела в магнитном поле. Моменты могут рассчитываться относительно точек пространства и относительно осей. Для каждой такой точки или оси должно вводиться векторное поле плеча

действия силы r_0 . Объёмная плотность силы, рассчитываемая по формуле (1.19), обуславливает действие моментов, зависящих от плеча. Формула (1.19) не требует рассмотрения моментов, не зависящих от плеча. В соответствии с этими замечаниями объёмная плотность момента сил m_M в магнитном поле может рассчитываться по формуле

$$\begin{aligned} m_M = r_0 \times f_M = \mu_0^{-1} \cdot r_0 \times (\operatorname{rot} \mathbf{B} \times \mathbf{B}) &= \mu_0^{-1} \cdot r_0 \times \left((\mathbf{B} \nabla) \mathbf{B} - \frac{1}{2} \operatorname{grad} B^2 \right) = \\ &= \mu_0^{-1} \cdot \left((\mathbf{B} \nabla)(r_0 \times \mathbf{B}) - (\mathbf{B} \nabla) r_0 \times \mathbf{B} + \frac{1}{2} \operatorname{rot}(B^2 r_0) \right). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Электромагнитный момент, действующий на тело в магнитном поле M_M (а в нашем случае – на ротор АМ), рассчитывается путём интегрирования величины, определяемой по формуле (1.20), по объёму V этого тела:

$$M_M = \int_V m_M dV = \mu_0^{-1} \cdot \left(\int_V (\mathbf{B} \nabla)(r_0 \times \mathbf{B}) dV - \int_V (\mathbf{B} \nabla) r_0 \times \mathbf{B} dV + \frac{1}{2} \int_V \operatorname{rot}(B^2 r_0) dV \right).$$

Если к последнему соотношению применить интегральные теоремы [9], то расчёт электромагнитного момента сведётся к вычислению поверхностных интегралов:

$$M_M = \mu_0^{-1} \cdot \left(\oint_S r_0 \times \mathbf{B} \cdot (\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}) - \int_V (\mathbf{B} \nabla) r_0 \times \mathbf{B} dV - \frac{1}{2} \oint_S B^2 \cdot (r_0 \times d\mathbf{S}) \right),$$

где S – произвольная заданная замкнутая поверхность, охватывающая анализируемую систему тел и проходящая по немагнитной среде, причём если вектор момента рассчитывается относительно точки, то объёмный интеграл равен нулю, так как $(\mathbf{B} \nabla) r_0 = \mathbf{B}$, а если момент рассчитывается относительно оси, то объёмный интеграл даёт нулевое значение осевой составляющей момента и ненулевое значение нормальной к оси составляющей. В последнем случае объёмный интеграл выполняет роль компенсатора нормальной к оси составляющей электромагнитного момента, которая получается при вычислении поверхностных интегралов. Это означает, что в любом случае вычисление объёмного интеграла не требуется, и он записывается только для общности расчётной формулы.

Если поверхность интегрирования S имеет участки, принадлежащие поверхности анализируемого тела, то на них тангенциальная составляющая вектора магнитной индукции может изменяться скачком.

Нормальная составляющая магнитной индукции на любой поверхности раздела сред непрерывна. Пусть с внутренней стороны поверхности S $\mathbf{B} = \mathbf{B}_i$, а с внешней стороны $\mathbf{B} = \mathbf{B}_e$. Тогда формула для расчёта электромагнитного момента примет вид

$$\mathbf{M}_M = \mu_0^{-1} \cdot \left(\iint_S \mathbf{r}_0 \times \mathbf{B}_e \cdot (\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}) - \int_V (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{r}_0 \times \mathbf{B} dV - \frac{1}{2} \iint_S B_e^2 \cdot (\mathbf{r}_0 \times d\mathbf{S}) \right), \quad (1.21)$$

где первый поверхностный интеграл даёт одинаковые значения при $\mathbf{B} = \mathbf{B}_i$ и $\mathbf{B} = \mathbf{B}_e$ в скобках.

Электромагнитный момент является одним из интегральных параметров ЭМП. При компьютерном моделировании ЭМП обычно применяются методы пространственной дискретизации расчётной области (конечно-элементные методы (МКЭ) или конечно-разностные методы (МКР)). При вычислении интегральных параметров полей, рассчитанных МКР или МКЭ, максимальная численная устойчивость наблюдается, когда эти параметры выражены через объёмные (а в общем случае «солидные») интегралы. Переход от объёмных интегралов к поверхностным приводит к снижению численной устойчивости и появлению дополнительного вычислительного шума при расчётах угловых характеристик момента, так как количество поверхностных дискретных элементов всегда бывает во много раз меньше числа объёмных элементов. Непосредственное объёмное интегрирование выражения (1.20) порождает ещё большую численную неустойчивость, поскольку в (1.20) входят пространственные дифференциальные операторы вектора магнитной индукции, пространственное распределение которого, в свою очередь, также является дифференциальным оператором (ротором) от векторного магнитного потенциала, который в PDE-модели является зависимой переменной. Для достижения технически приемлемой численной устойчивости нужно строить «толстую» поверхность интегрирования, в результате чего поверхностные интегралы в (1.21) станут объёмными интегралами, но без пространственных дифференциальных операторов вектора магнитной индукции. «Толстые» поверхности нужно всегда проводить в немагнитных средах, чтобы там не было скачков вектора магнитной индукции.

Вектор элемента площади поверхности интегрирования $d\mathbf{S} = \mathbf{n} \cdot dS$, где \mathbf{n} – вектор единичной внешней нормали. В случае «толстой» поверхности интегрирования при расчёте электромагнитного момента

относительно точки удобно принять $\mathbf{n} = \mathbf{r}_0/r_0$. Строго говоря, такое выражение можно применять, когда «толстая» поверхность не очень значительно отличается от сферической. В этом случае второй поверхностный интеграл в (1.21) равен нулю, так как $\mathbf{r}_0 \times \mathbf{n} = 0$. Первый поверхностный интеграл становится объёмным при замене dS на dV . Чтобы объёмное интегрирование стало численно эквивалентным поверхностному интегрированию, необходимо объёмный интеграл разделить на эффективную толщину «толстой» поверхности, объём которой обозначим V_S . Эффективную толщину $h_{\text{эф}}$ объекта V_S можно определить формулой

$$h_{\text{эф}} = \frac{V_S^2}{\int_{V_S} 4\pi r_0^2 dV}.$$

Таким образом, электромагнитный момент относительно заданной точки, действующий на систему тел в магнитном поле при использовании МКР или МКЭ в математической модели ЭМП, может быть численно определён по формуле

$$\mathbf{M}_M = \frac{\int_{V_S} \mathbf{r}_0^{-1} \cdot \mathbf{r}_0 \times \mathbf{B} \cdot (\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{B}) \cdot dV \cdot \int_{V_S} 4\pi r_0^2 dV}{\mu_0 \cdot V_S^2}. \quad (1.22)$$

Чтобы рассчитать электромагнитный момент относительно оси, нужно на ней задать произвольную точку, относительно неё рассчитать вектор момента по формуле (1.22) и выделить из него тангенциальную по отношению к оси составляющую.

Формула (1.22) справедлива для трёхмерного ЭМП. В случае 2D ЭМП электромагнитный момент рассчитывается на единицу активной длины машины. Для этого в формуле (1.22) операция интегрирования по «толстой» поверхности V_S заменяется интегрированием по толстой линии S_Z и производится некоторая модификация второго интеграла. В соответствии с последним замечанием формула для расчёта электромагнитного момента на единицу активной длины имеет вид

$$\frac{d\mathbf{M}_M}{dz} = \frac{\int_{S_Z} \mathbf{r}_0^{-1} \cdot \mathbf{r}_0 \times \mathbf{B} \cdot (\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{B}) \cdot dS \cdot \int_{S_Z} 2\pi r_0 dS}{\mu_0 \cdot S_Z^2}. \quad (1.23)$$

Формула (1.23) является точной, когда «толстая» поверхность имеет цилиндрическую форму, и приближённой, когда форма «толстой» поверхности отличается от цилиндрической. Формула (1.23)

проверена многочисленными вычислительными экспериментами по моделированию электромеханического преобразования в бесконтактных асинхронных и вентильных электрических машинах.

1.5. Краткая характеристика входных и выходных данных пространственно-фазовых моделей

Входными данными математических моделей, основанных на П-Ф методах, являются геометрия и конструктивные параметры анализируемого электромеханического устройства, а также характеристики и параметры электрофизических свойств материалов, из которых изготовлены детали устройства (машины), распределение переменных состояния источников ЭМП. Выходными данными таких математических моделей являются семейства динамических характеристик электромеханического преобразователя. Все характеристики динамических свойств машины в пространстве состояний представляются функциональными зависимостями следующего вида:

$$\{\mathbf{F}_M, \mathbf{M}_M, [U]\} = f\left(\mathbf{r}, \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}, \boldsymbol{\alpha}, \frac{d\boldsymbol{\alpha}}{dt}, \frac{d^2\boldsymbol{\alpha}}{dt^2}, [I], \frac{d[I]}{dt}, \frac{d^2[I]}{dt^2}\right), \quad (1.24)$$

$$\{\mathbf{F}_M, [U]\} = f\left(\mathbf{r}, \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}, [I], \frac{d[I]}{dt}, \frac{d^2[I]}{dt^2}\right), \quad (1.25)$$

$$\{\mathbf{M}_M, [U]\} = f\left(\boldsymbol{\alpha}, \frac{d\boldsymbol{\alpha}}{dt}, \frac{d^2\boldsymbol{\alpha}}{dt^2}, [I], \frac{d[I]}{dt}, \frac{d^2[I]}{dt^2}\right), \quad (1.26)$$

где \mathbf{F}_M – вектор электромагнитной силы, действующей на подвижное рабочее тело электромеханического преобразователя; \mathbf{M}_M – вектор электромагнитного момента; $[U]$ – массив напряжений на всех обмотках электромеханического преобразователя; \mathbf{r} – вектор текущего пространственного положения центра масс подвижного рабочего тела; $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ – вектор скорости поступательной составляющей движения этого

тела; $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ – вектор ускорения; $\boldsymbol{\alpha}$ – вектор углового положения рабо-

чего тела; $\frac{d\boldsymbol{\alpha}}{dt}$ – вектор угловой скорости; $\frac{d^2\boldsymbol{\alpha}}{dt^2}$ – вектор углового ус-

корения; $[I]$ – массив токов всех обмоток электромеханического преобразователя; $\frac{d[I]}{dt}$, $\frac{d^2[I]}{dt^2}$ – скорости и ускорения изменения мгновенных токов.

Семейство характеристик (1.24) описывает динамические свойства преобразователей вращательно-поступательного движения, например гироскопов космических аппаратов, (1.25) – динамические свойства преобразователей поступательного движения, например линейных электродвигателей, (1.26) – динамические свойства электрических машин (двигателей и генераторов) вращательного движения. В этих машинах угловое положение, угловая скорость, угловое ускорение ротора и момент – скалярные величины.

Формулы (1.24), (1.25), (1.26) записаны с учётом динамических эффектов до второго порядка включительно (они содержат вторые производные по времени). В данной работе будут описаны результаты вычислительного 2D П-Ф моделирования электромеханического преобразования в вентильных и асинхронных машинах вращательного движения с учётом динамических эффектов первого порядка. Вторым порядком здесь рассматриваться не будет, поскольку это тема отдельного научного исследования.

1.6. Связь выходных характеристик пространственно-фазовых моделей со стандартными характеристиками электрических машин

Все стандартные характеристики электрических машин вращательного движения являются частными случаями характеристик вида (1.26). Приведём некоторые примеры: $M_M = f\left(\frac{d\alpha}{dt}, U\right)$ – механическая характеристика, $M_M = f(\alpha)$ – угловая характеристика момента. Также можно привести характеристики холостого хода, нагрузочные и регулировочные характеристики двигателей и генераторов.

Характеристики вида (1.24) – (1.26) напрямую связаны с энергетическими показателями работы машины. Так, например, сумма произведений мгновенных напряжений и токов – мгновенная мощность, потребляемая машиной от сети. Отрицательное значение соответству-

ет генерации мощности в сеть или в электрическую нагрузку. Среднее за период значение этой величины – активная мощность. Сумма произведений действующих значений токов и напряжений – полная электрическая мощность. Отношение активной мощности к полной – коэффициент мощности ($\cos \varphi$). Произведение $M \frac{d\alpha}{dt}$ – механическая мощность. Отношение механической мощности к активной электрической (в случае двигательного режима) или наоборот (в случае генераторного режима) – коэффициент полезного действия (КПД). Кроме того, пространственно-фазовое моделирование на основе уравнений (1.17) с формулой (1.18) позволяет детально анализировать энергетические потоки (потоки электромагнитной мощности) в машине при различных её мгновенных состояниях. На основе такого анализа можно установить предельные по энергетическим показателям возможности электрических машин различных типов и конструкций. Наконец, на основе характеристик (1.24) – (1.26) относительно несложно строить алгоритмы управления двигателями и генераторами, обеспечивающие максимально возможные значения названных выше энергетических показателей. Для синтеза и анализа названных алгоритмов удобно использовать математическое программное обеспечение типа Simulink и LabView. Во многих случаях это можно делать, не выходя за пределы программного комплекса COMSOL Multiphysics.

2. АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ П-Ф МЕТОДОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ МАШИН ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

2.1. Моделирование скоростных характеристик двухфазной асинхронной машины беззубцовой конструкции

Представим алгоритмическую реализацию П-Ф математической модели, учитывающей динамические эффекты первого порядка. Для моделирования используется программный комплекс COMSOL Multiphysics, так как только этот комплекс позволяет проводить нестандартное моделирование разнообразных физических процессов в частных производных.

2.1.1. Навигатор моделей

Раскроем окно Model Navigator. Кнопкой Multiphysics раскроем браузер включенных прикладных режимов. В основном браузере выберем прикладной режим COMSOL Multiphysics/ PDE Modes/ PDE, General Form/ Stationary analysis. В строку редактирования Dependent variables впишем имена зависимых переменных A_h , A_{h1} . Они выполняют роль фазовых переменных векторного магнитного потенциала в однородно-движущейся среде. Кнопкой Add добавим этот прикладной режим в модель. В основном браузере опять выберем такой же прикладной режим. Имена зависимых переменных – A , $A1$. Они выполняют роль фазовых переменных векторного магнитного потенциала в неоднородно-движущейся среде. Кнопкой Add добавим этот прикладной режим в модель. Кнопкой ОК закроем окно Навигатора моделей.

2.1.2. Геометрическое моделирование

С помощью команд меню группы Draw создадим геометрические объекты, показанные на рис. 2.1.

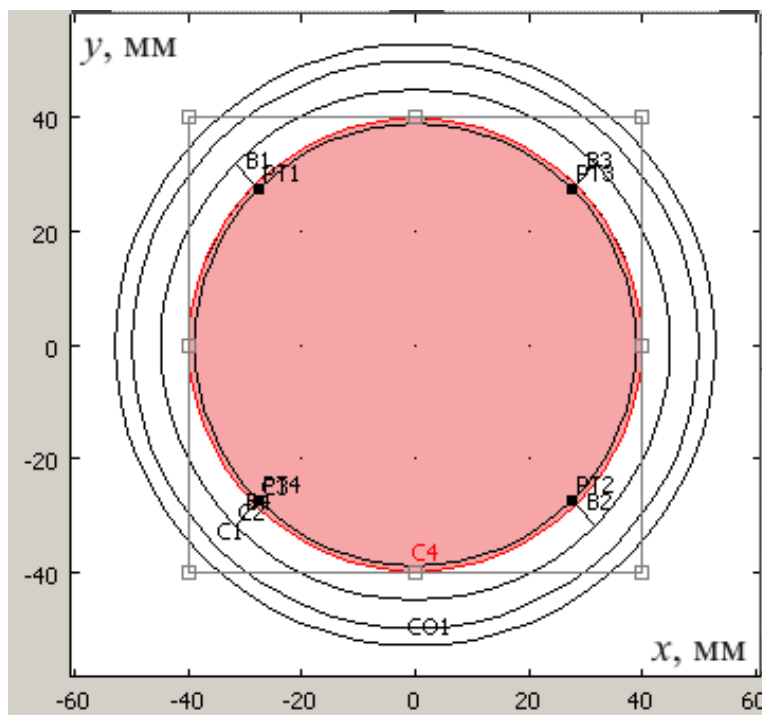


Рис. 2.1. Геометрические объекты двумерной расчётной области асинхронной машины: CO1 – композиционный объект – кольцо, занимающее геометрическое место статора; C1 – окружность, выполняющая роль внешней границы магнитопровода статора; C2 – окружность, выполняющая роль внутренней границы магнитопровода статора; B1, B2, B3, B4 – границы фаз обмотки статора; C4 – круг, занимающий геометрическое место ротора и воздушного зазора; C3 – внешняя граница ротора; PT1, PT2, PT3, PT4 – точечные объекты на внешней границе ротора для получения более регулярной конечноэлементной сетки

2.1.3. Дополнительные переменные модели

В таблице представлены константы модели.

Имя	Выражение	Описание
mu0	$4E-4 \cdot \pi$	Абсолютная магнитная проницаемость вакуума, мкГн/мм
game	$5.6E-2$	Удельная электрическая проводимость материала болванки, МСм/мм
np	10	Частота вращения болванки, об/с
om	$2 \cdot \pi \cdot np$	Угловая скорость вращения болванки, рад/с
murs	500	Относительная магнитная проницаемость магнитопровода статора

Окончание таблицы

Имя	Выражение	Описание
des	1	Плотность тока вертикальной фазы, А/мм ²
ded	0	Плотность тока горизонтальной фазы, А/мм ²
de1s	0	Скорость изменения плотности тока вертикальной фазы, А/мм ² /с
de1d	0	Скорость изменения плотности тока горизонтальной фазы, А/мм ² /с

Ротор машины представляет собой цилиндрическую медную болванку (см. константу с именем *game*). В вертикальной фазе обмотки статора протекает постоянный ток ($des=0$, $de1s=0$). Фаза здесь названа вертикальной, потому что её магнитный момент направлен вертикально вверх. Положительное направление магнитного момента горизонтальной фазы – вправо.

В диалоговых окнах *Global Expressions* и *Scalar Expressions* зададим определяющие выражения для магнитной индукции, напряжённости магнитного поля, «функции потока», напряжённости электрического поля, величины зазора, радиальной координаты точки наблюдения, компонентов её орта в декартовой системе координат, «поверхностной плотности электромагнитного момента» и электромагнитного момента, действующего на ротор, в однородно- и неоднородно-движущейся средах.

Командой *Options/ Expressions/ Subdomain Expressions* для каждой зоны расчётной области зададим следующие дополнительные переменные и соответствующие определяющие выражения:

mu – относительная магнитная проницаемость вещества;

de – плотность тока сторонних источников;

de1 – скорость изменения плотности тока сторонних источников;

gam – удельная электрическая проводимость вещества;

ome – угловая скорость вращения точки наблюдения;

dome – радиальная составляющая градиента угловой скорости вращения точки наблюдения;

Vgx, *Vgy* – декартовы компоненты вектора остаточной магнитной индукции.

2.1.4. Физическое моделирование

С помощью группы команд Multiphysics перейдём в прикладной режим с именем g. Выделим все зоны расчётной области. С помощью диалогового окна Subdomain Settings зададим определяющие выражения декартовых компонентов «функции потока» для однородно-движущейся среды. Перейдём в прикладной режим с именем g2. С

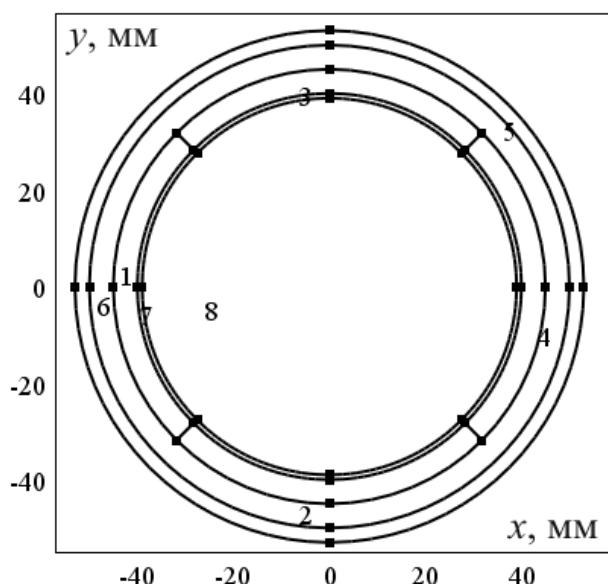


Рис. 2.2. Зоны расчётной области:

1 – положительное сечение вертикальной фазы обмотки статора; 2 – отрицательное сечение горизонтальной фазы обмотки статора; 3 – положительное сечение горизонтальной фазы обмотки статора; 4 – отрицательное сечение вертикальной фазы обмотки статора; 5 – наружный воздух; 6 – магнитопровод статора; 7 – зазор (переходная зона); 8 – болванка ротора

Командой Mesh/ Initialize Mesh сгенерируем конечноэлементную сетку с параметрами по умолчанию.

2.1.5. Визуализация и анализ результатов моделирования

На рис. 2.3 показан график распределения векторного магнитного потенциала с изолиниями в неоднородно-движущейся среде. Видно, что магнитное поле увлекается движущейся проводящей средой ротора. Это обуславливает отрицательный (тормозной) электромагнитный момент. В данном случае он равен -183.93 мкНм/мм на единицу активной длины ротора. Абсолютная величина этого момента незначи-

помощью диалогового окна Subdomain Settings зададим определяющие выражения декартовых компонентов «функции потока» для неоднородно-движущейся среды. Эти выражения равны соответствующим переменным, определённым в Global Expressions.

На рис. 2.2 показаны зоны расчётной области. Во всех зонах, кроме переходной, $dome = 0$. В переходной зоне значение переменной $dome$ зависит от частоты вращения ротора и величины зазора.

На внешней границе расчётной области для всех зависимых переменных модели задано нулевое граничное условие Дирихле.

тельна, так как суммарный немагнитных зазор между ротором и магнитопроводом статора весьма велик (обмотки размещены в этом зазоре) и сам ротор выполнен из немагнитного материала – меди.

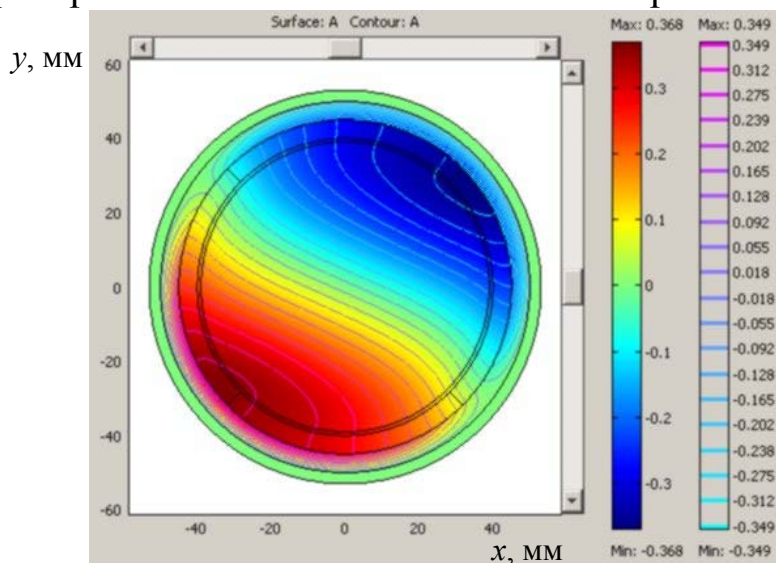


Рис. 2.3. векторный магнитный потенциал в неоднородно-движущейся среде

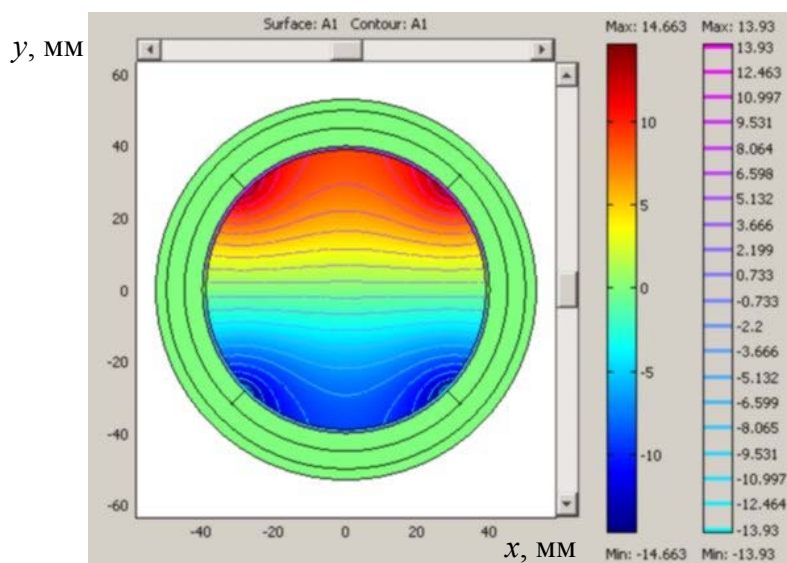


Рис. 2.4. Первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала

На рис. 2.4 показан график распределения первой фазовой переменной векторного магнитного потенциала с изолиниями в неоднородно-движущейся среде, которая противоположна напряжённости электрического поля. Видно, что электрическое поле наводится только в роторе и в переходной зоне. Магнитный момент от вихревых то-

ков, протекающих под действием этого поля, направлен влево. Это обуславливает отрицательный (тормозной) электромагнитный момент, значение которого показано выше. Рассчитана скоростная характеристика момента, которая представляет собой линейную функцию частоты вращения ротора.

Представленная на рис. 2.2 двухфазная конструкция машины позволяет создать в области зазора и ротора вращающееся магнитное поле. Для моделирования этого поля внесём необходимые изменения в исходную модель. В таблице зададим константы $des=1$, $deld=-om$. Это означает, что магнитное поле статора вращается против часовой стрелки с частотой, равной частоте вращения ротора (ротор вращается с синхронной скоростью). В результате решения модели получим новое распределение фазовых переменных векторного магнитного потенциала. На рис. 2.5 показана картина распределения векторного магнитного потенциала для данного режима, а на рис. 2.6 – картина распределения первой фазовой переменной для этого потенциала в неоднородно-движущейся среде.

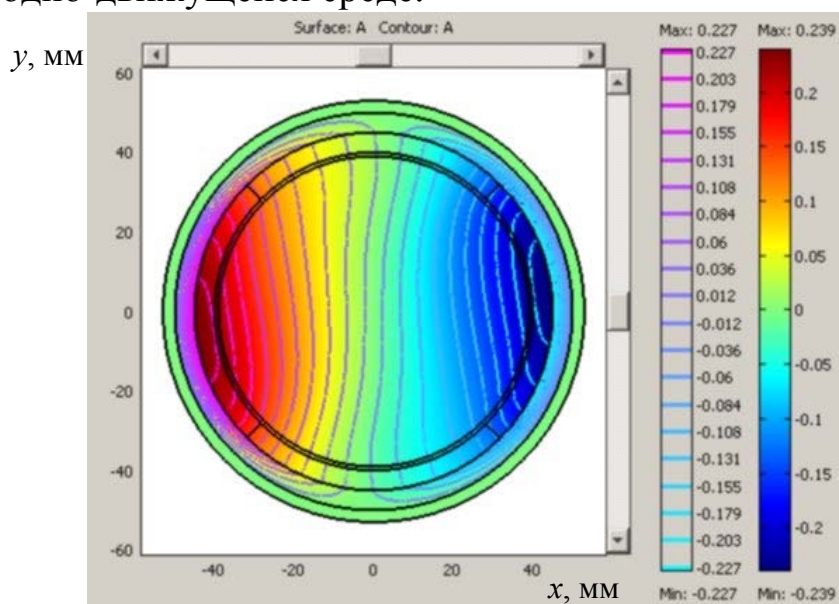


Рис. 2.5. Векторный магнитный потенциал в неоднородно-движущейся среде

На рис. 2.5 видно, что картина линий магнитной индукции не очень сильно отличается от соответствующей картины для магнито-статического поля. Это обуславливает незначительный электромагнитный момент. При идеальном вращении поля и вращении ротора с синхронной скоростью электромагнитный момент должен равняться

нулю. В данной модели этот момент получился равным -8.866 мкНм/мм. При неподвижном роторе он равен 175.06 мкНм/мм. Отношение этих моментов равно -0.051 . Тормозной момент при синхронной скорости в данной модели составил примерно 5% вращающего момента при неподвижном роторе. Ниже будет показано, почему получился такой результат расчёта.

На рис. 2.6 видно, что при синхронной скорости в роторе навоятся три больших контура с токами. Их магнитный момент не полностью скомпенсирован и направлен влево, что и обуславливает небольшой отрицательный электромагнитный момент.

Рассчитаем скоростную характеристику момента при изменении частоты вращения поля статора, а ротор пусть вращается с частотой 10 об/с. Частоту вращения поля будем изменять от нуля до 20 об/с. Для выполнения этого расчёта в модель внесём некоторые изменения. Переменные `des`, `ded`, `dels`, `deld` исключим из списка констант и включим в список `Scalar Expressions`.

Зададим `deld=-om*des*kom`. Переменную `kom` сделаем изменяемым параметром модели. Раскроем диалоговое окно `Solver Parameters`. В списке `Solver` выберем пункт `Parametric`. В строку редактирования `Name of parameter` впишем имя `kom`. В строку редактирования `List of parameter values` впишем `0:0.05:2`. В результате решения получим скоростную характеристику момента (рис. 2.7).

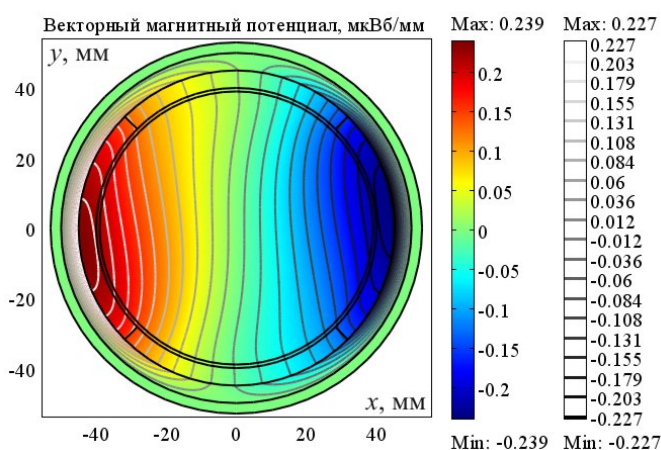


Рис. 2.6. Первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала

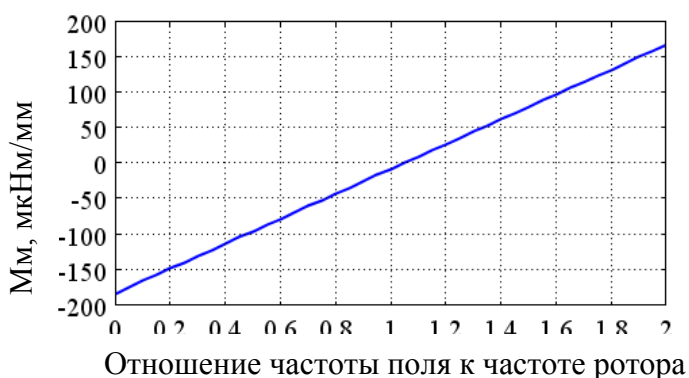


Рис. 2.7. Скоростная характеристика момента

Как видно, данная машина имеет линейную скоростную характеристику момента. На характеристике виден также тормозной момент при синхронной скорости. Если функцию, изображённую на рис. 2.7, умножить на угловую скорость ротора, то получится скоростная характеристика механической мощности, отдаваемой ротором в механическую нагрузку. Отрицательная мощность соответствует потреблению механической энергии от внешнего привода, положительная – двигательному режиму.

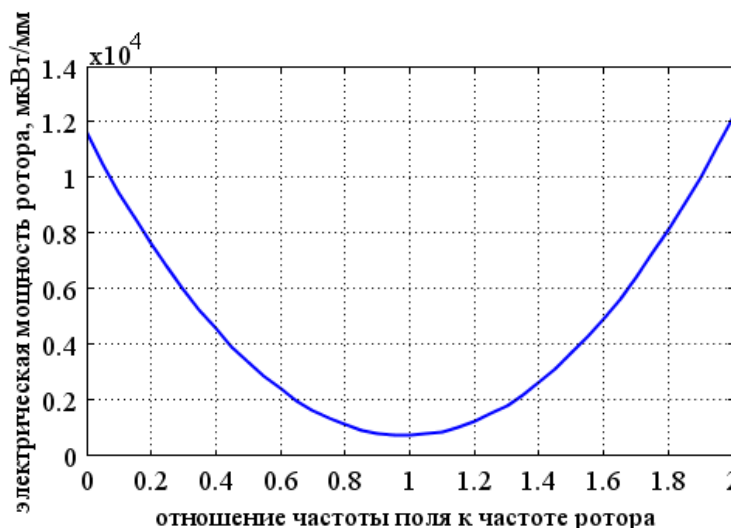


Рис. 2.8. Скоростная характеристика электрической мощности, потребляемой ротором

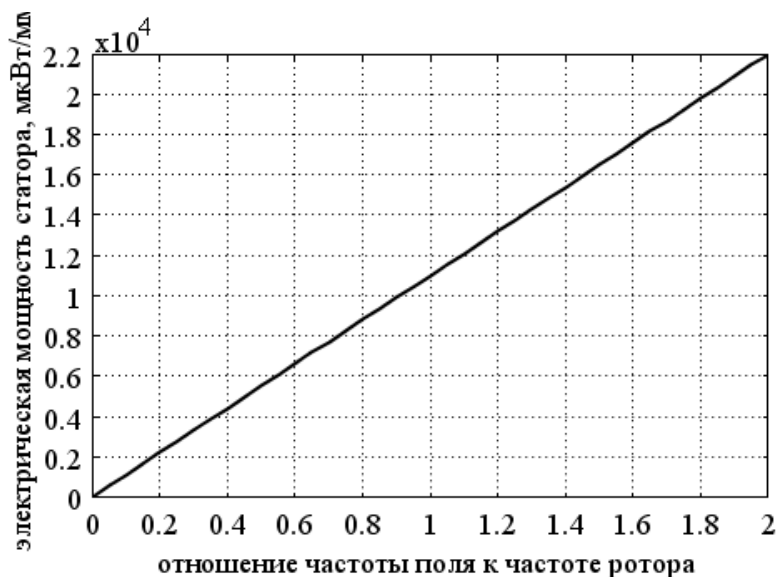


Рис. 2.9. Скоростная характеристика электрической мощности обмотки статора

На рис. 2.8 показана скоростная характеристика потери электрической мощности в роторе. Она получена путём интегрирования произведения плотности тока на напряжённость электрического поля по области ротора.

На рис. 2.9 показана скоростная характеристика электрической мощности, отдаваемой обмоткой статора расчётной области машины. Она получена путём интегрирования по сечению обмотки статора произведения плотности тока на первую фазовую переменную векторного магнитного потенциала.

Для объяснения тормозного электромагнитного момента

на синхронной частоте (см. рис. 2.7) проведено П-Ф моделирование

при изменении мгновенных фаз токов и их производных в фазах статорной обмотки. Результаты такого моделирования представляют картины вращающегося магнитного поля в данной двухфазной машине. Кадры вращения распределений фазовых переменных векторного магнитного потенциала представлены на рис. 2.10 – 2.19. Во всех кадрах частота вращения ротора одинаковая и составляет 10 об/с.

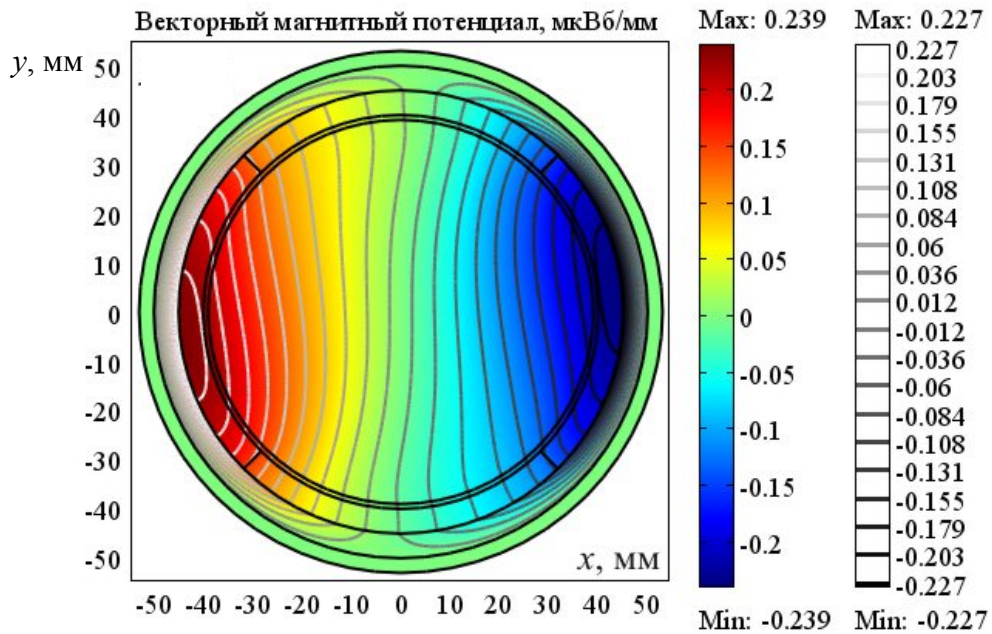


Рис. 2.10. Векторный потенциал при нулевой начальной фазе

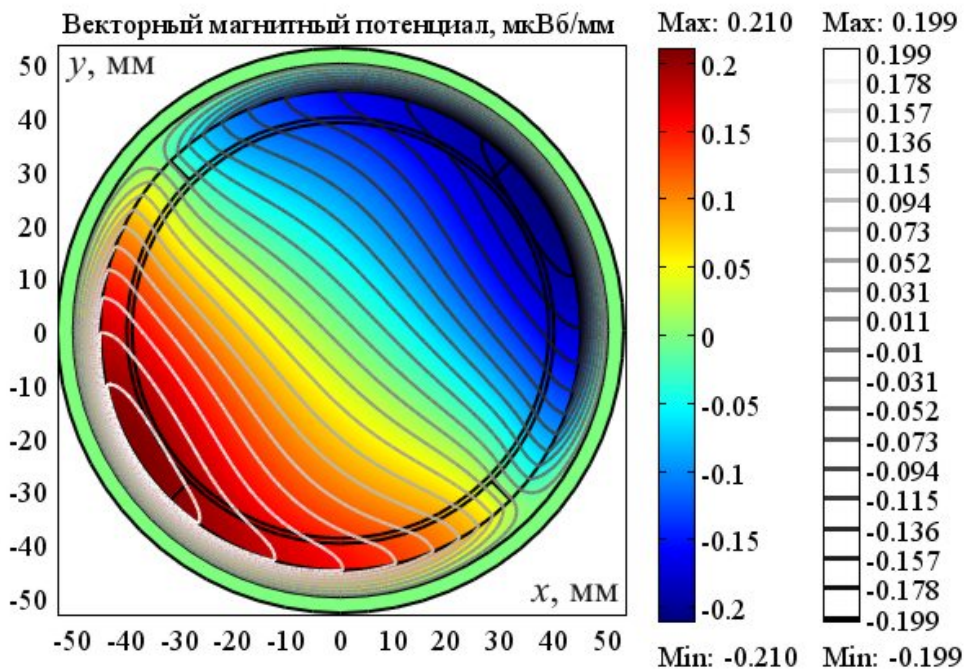


Рис. 2.11. Векторный потенциал при начальной фазе 45 град.

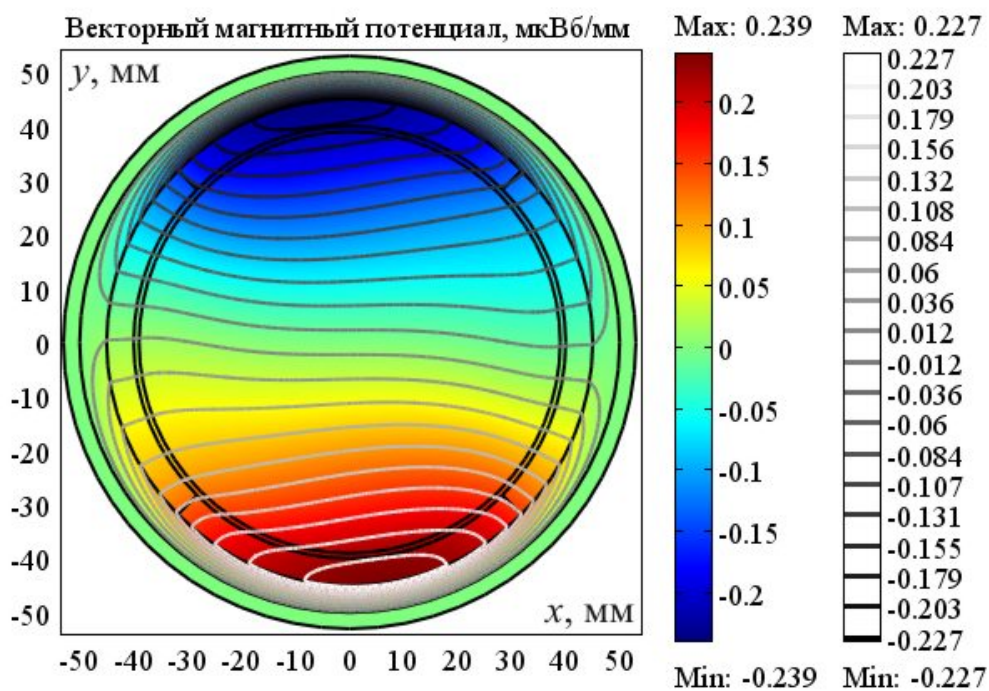


Рис. 2.12. Векторный потенциал при начальной фазе 90 град.

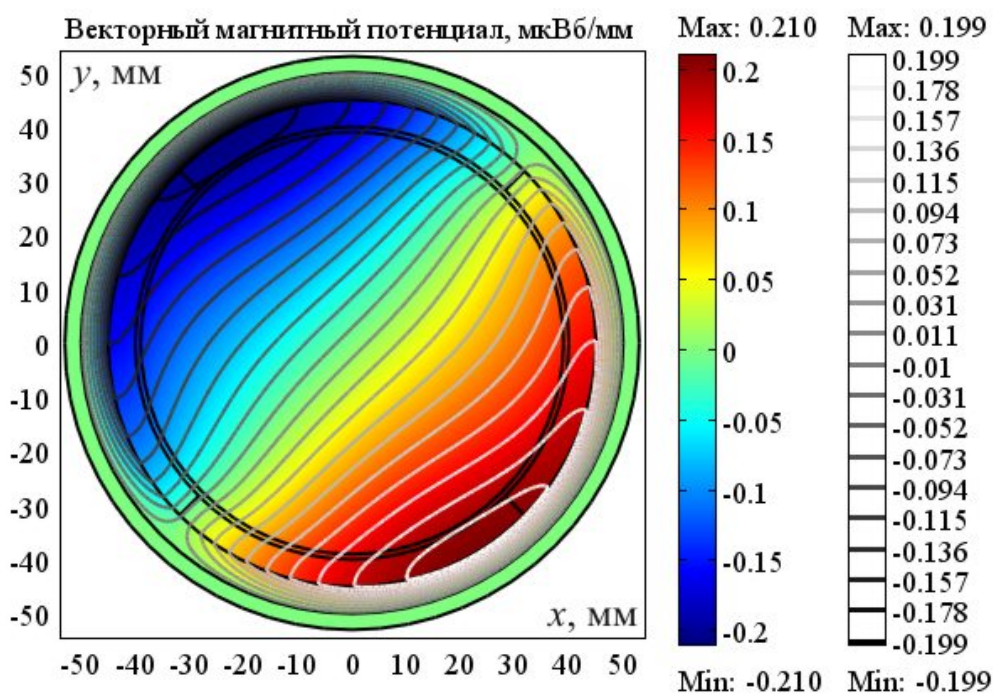


Рис. 2.13. Векторный потенциал при начальной фазе 135 град

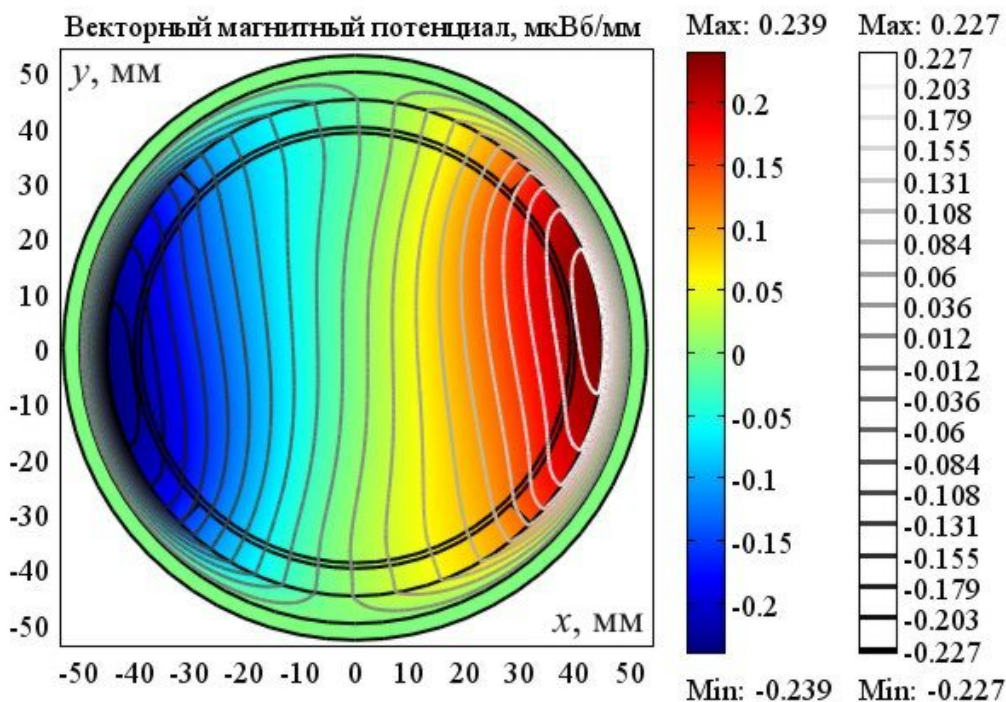


Рис. 2.14. Векторный потенциал при начальной фазе 180 град

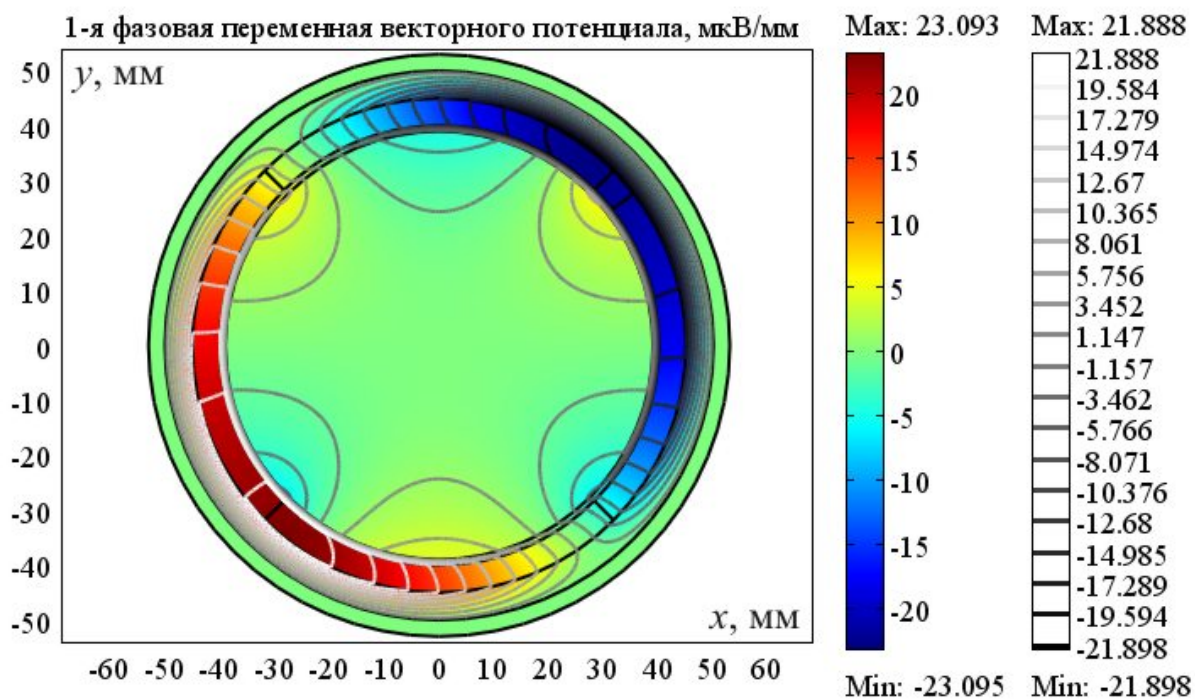


Рис. 2.15. Первая фазовая переменная векторного потенциала при нулевой начальной фазе

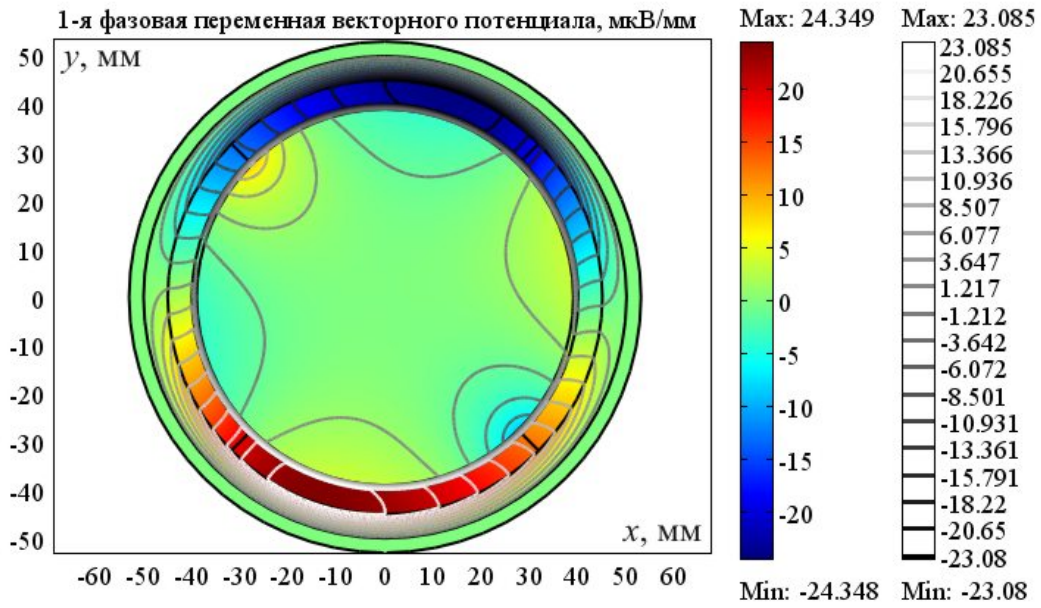


Рис. 2.16. Первая фазовая переменная векторного потенциала при начальной фазе 45 град

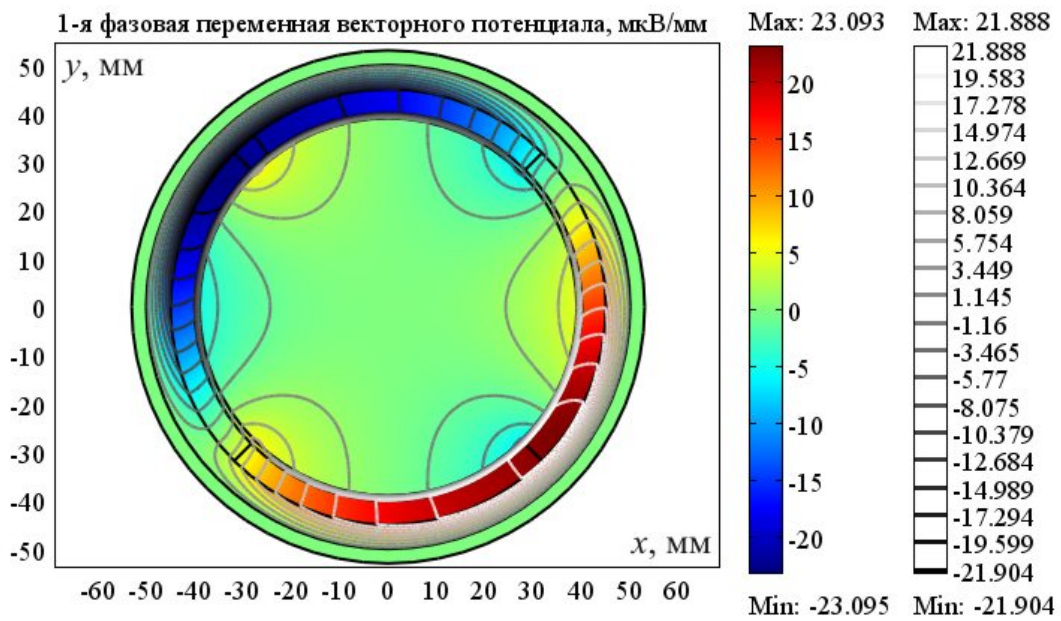


Рис. 2.17. Первая фазовая переменная векторного потенциала при начальной фазе 90 град

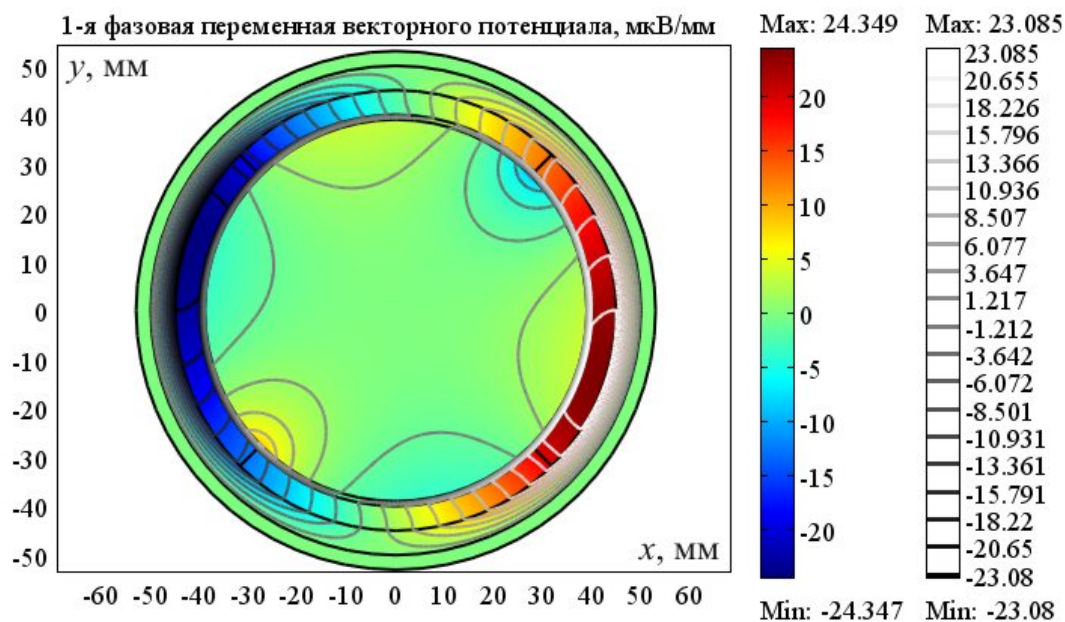


Рис. 2.18. Первая фазовая переменная векторного потенциала при начальной фазе 135 град

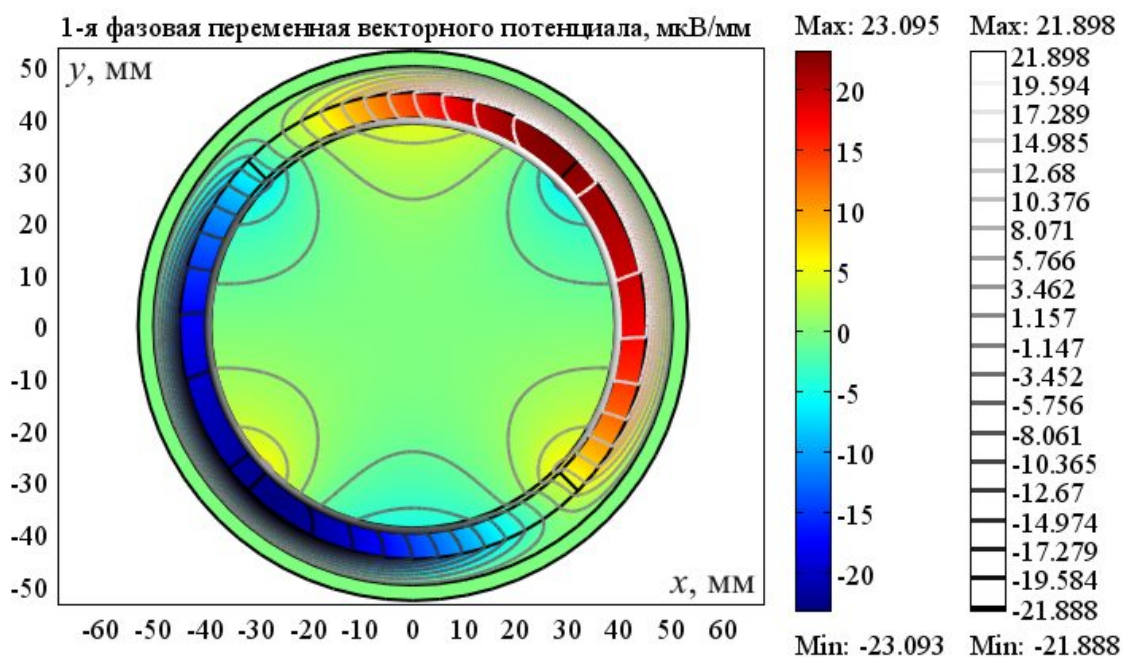


Рис. 2.19. Первая фазовая переменная векторного потенциала при начальной фазе 180 град

По рис. 2.10 – 2.19 видно, что при изменении фаз токов в обмотках статора происходит неидеальное вращение магнитного поля за

счёт его неоднородности. Это вращающееся магнитное поле содержит также пульсирующую составляющую, в результате чего картина силовых линий магнитной индукции не остаётся неизменной при различных начальных фазах тока (см. рис. 2.10 – 2.14). В результате пульсаций магнитного поля пульсирует и индуцированное электрическое поле (см. рис. 2.15 – 2.19).

2.2. Моделирование характеристик двухфазной синхронной вентильной машины беззубцовой конструкции

Рассмотрим двухфазную синхронную вентильную машину, геометрия которой идентична асинхронной машине, рассмотренной в п. 2.1 (см. рис. 2.1, 2.2). У синхронной машины ротор выполнен в виде цилиндрического постоянного магнита с остаточной магнитной индукцией, равной 1 Тл. При нулевом угловом положении ротора вектор остаточной магнитной индукции направлен горизонтально вправо по оси абсцисс. Статор синхронной машины, как и в предыдущем случае, содержит двухфазную обмотку. Токи в этих обмотках приняты равными нулю (холостой ход генератора). П-Ф методом с использованием двух фазовых переменных смоделируем угловую характеристику ЭДС в обмотках статора.

Навигатор моделей и геометрическое моделирование аналогично аналогичны описанным в п. 2.1. Дополнительные переменные модели изменены: $game=1E-2$; $des=0$; $ded=0$; $de1s=0$; $de1d=0$. В зоне 8 (ротоп) $V_{rx}=\cos(\text{ugol})$, $V_{ry}=\sin(\text{ugol})$ (см. рис. 2.2). В диалоговом окне Solver Parameters выбран параметрический решатель. Имя параметра – ugol . Массив принимаемых значений – $0:\pi/180:2*\pi$. Этот параметр – текущее угловое положение ротора, в радианах. Шаг по углу – один градус. Частота вращения ротора 10 об/с.

На рис. 2.20 показано распределение векторного магнитного потенциала, если ротор находится в нулевом угловом положении. Во всех других угловых положениях такое распределение аналогично показанному на рис. 2.20, но повернуто на соответствующий угол.

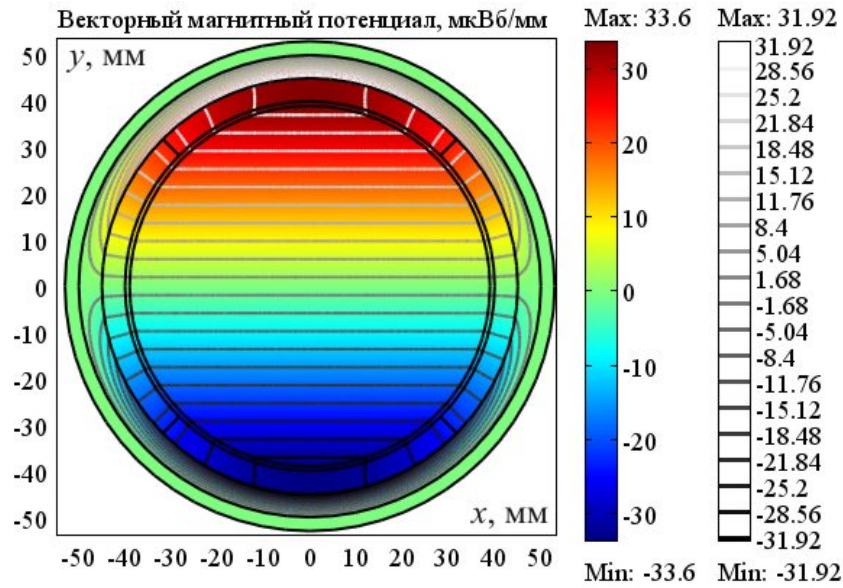


Рис. 2.20. Картина магнитного поля

На рис. 2.21 показано распределение первой фазовой переменной векторного магнитного потенциала. Видно, что электрическое поле наводится только в неподвижных частях машины и в переходной зоне. Этот вычислительный эксперимент подтверждает, что П-Ф уравнения ЭМП не противоречат принципу относительности движения Галилея.

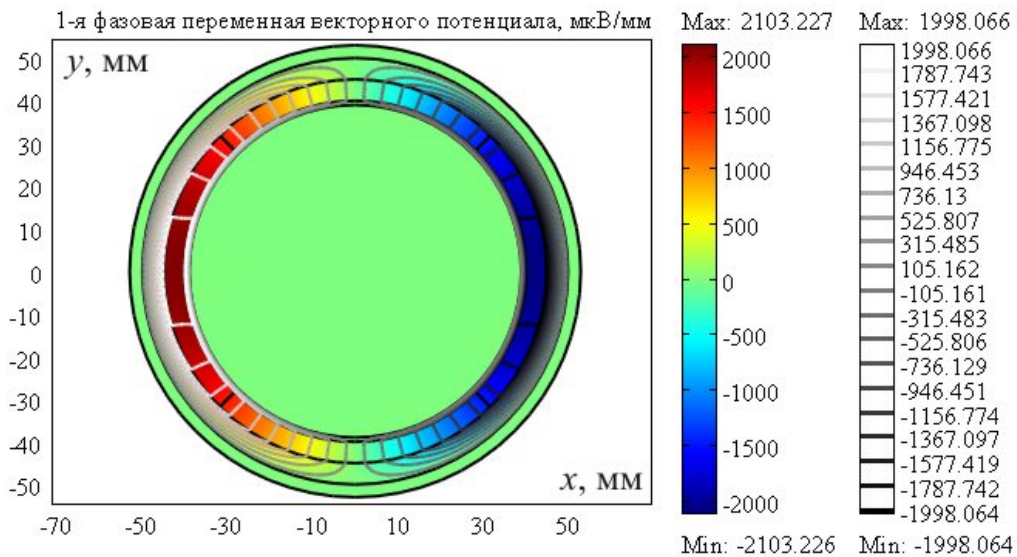


Рис. 2.21. Первая фазовая переменная при нулевом угловом положении ротора

На рис. 2.22 показаны угловые характеристики ЭДС в фазах статорной обмотки. Видно, что в данной конструкции машины при рав-

номерном вращении ротора в фазах статорной обмотки наводятся синусоидальные ЭДС, причём ЭДС первой фазы отстаёт от ЭДС второй фазы на 90 град.

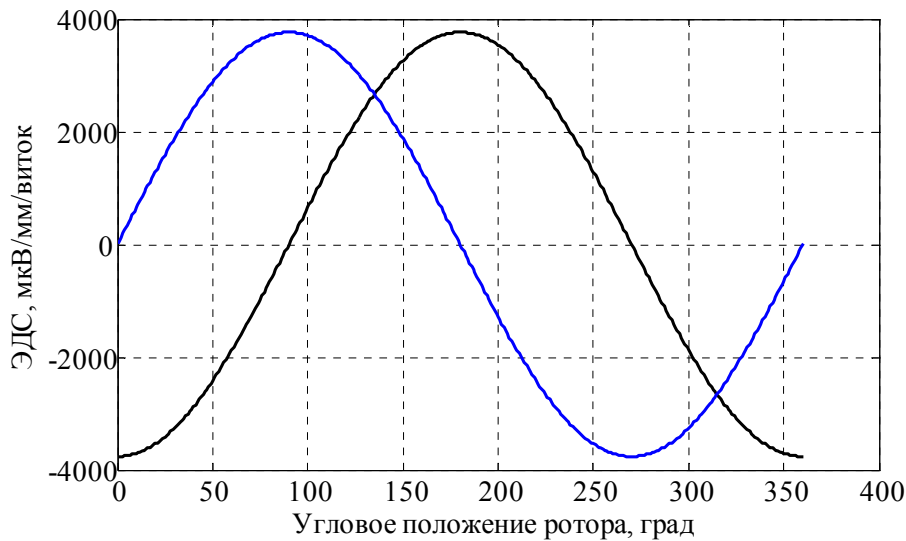


Рис. 2.22. Угловые характеристики ЭДС в фазах статорной обмотки

Смоделируем генераторный режим при работе машины под нагрузкой. Пусть каждая фаза нагружена на активное сопротивление, равное 1 мкОм/мм в пересчёте на эквивалентную одновитковую обмотку. При частоте вращения 10 об/с плотность тока в фазах обмотки статора в зависимости от углового положения ротора описывается выражениями

$$\delta_s = \delta_{y0} \cdot \sin(\alpha) - \delta_{x0} \cdot \cos(\alpha); \quad \delta_d = \delta_{x0} \cdot \sin(\alpha) + \delta_{y0} \cdot \cos(\alpha), \quad (2.1)$$

где δ_s — плотность тока в первой фазе; δ_d — плотность тока во второй фазе; $\delta_{x0} = 11.2117 \text{ А/мм}^2$; $\delta_{y0} = -0.868096 \text{ А/мм}^2$; α — угловое положение ротора. Первые фазовые переменные плотности тока в фазах обмотки статора в зависимости от углового положения ротора описываются выражениями

$$\delta_{1s} = \delta_{y1} \cdot \sin(\alpha) - \delta_{x1} \cdot \cos(\alpha); \quad \delta_{1d} = \delta_{x1} \cdot \sin(\alpha) + \delta_{y1} \cdot \cos(\alpha), \quad (2.2)$$

где $\delta_{x1} = 54.544 \text{ А/мм}^2/\text{с}$; $\delta_{y1} = 704.454 \text{ А/мм}^2/\text{с}$.

На рис. 2.23, 2.24 показаны распределения векторного магнитного потенциала при двух угловых положениях ротора: $\alpha = 0$ и $\alpha = 90$ град.

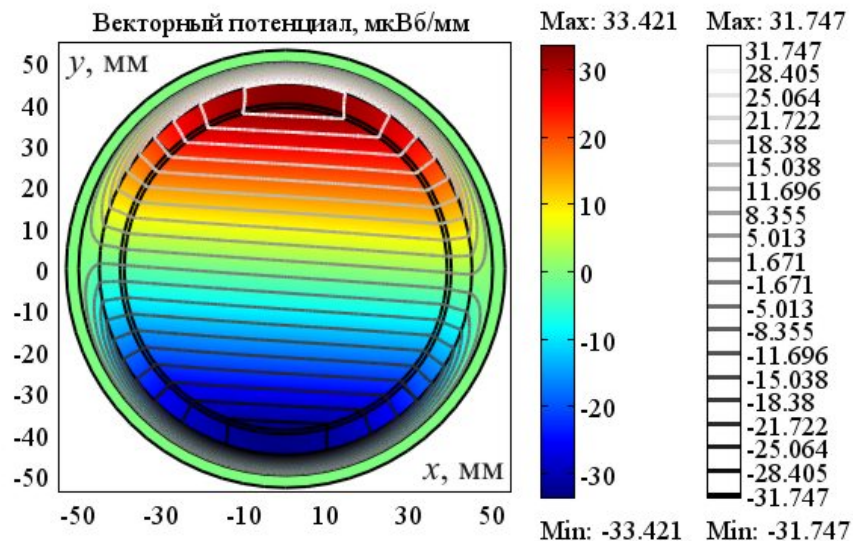


Рис. 2.23. Векторный магнитный потенциал при $\alpha = 0$ град

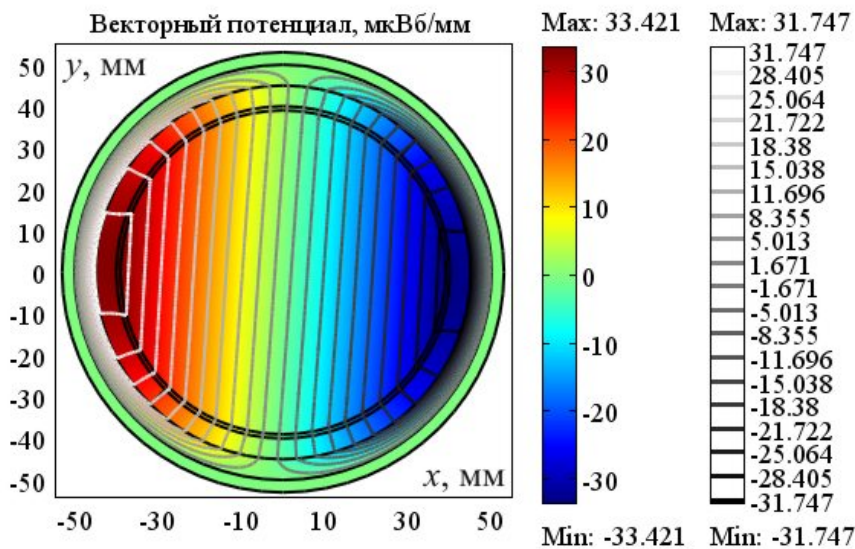


Рис. 2.24. Векторный магнитный потенциал при $\alpha = 90$ град

В других угловых положениях картины поля будут аналогичными, но повернутыми на соответствующие углы. На рис. 2.25, 2.26 показаны распределения первой фазовой переменной векторного магнитного потенциала при двух угловых положениях ротора: $\alpha = 0$ и $\alpha = 45$ град. На этих рисунках видно незначительное проникновение электрического поля в область, занимаемую ротором. Оно, как и в случае с асинхронной машиной, обусловлено неидеальностью вращающегося магнитного поля статора.

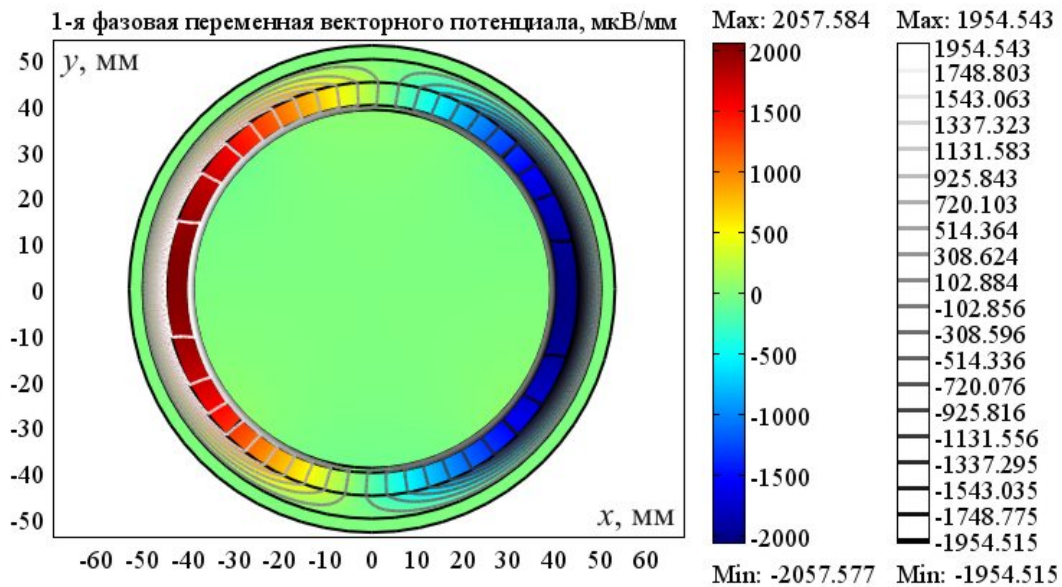


Рис. 2.25. Первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала при $\alpha = 0$ град

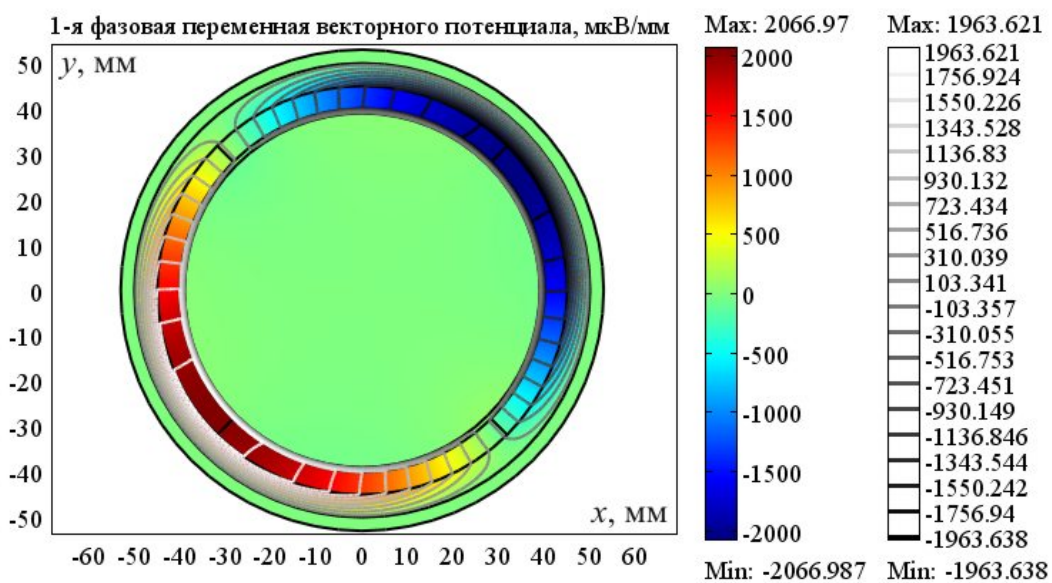


Рис. 2.26. Первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала при $\alpha = 45$ град

На рис. 2.27 показаны угловые характеристики фазных напряжений при указанной нагрузке. При сравнении рис. 2.22 и 2.27 видно, что амплитуды фазных напряжений (3687 мкВ/мм) меньше амплитуд фазных ЭДС (3765 мкВ/мм), что составляет относительную величину 2 %. Кроме того, фазные напряжения отстают от соответствующих фазных ЭДС примерно на 4.5 град. Эти факты объясняются тем, что

моделируемый синхронный генератор обладает индуктивным внутренним сопротивлением, а сопротивление нагрузки – чисто активное.

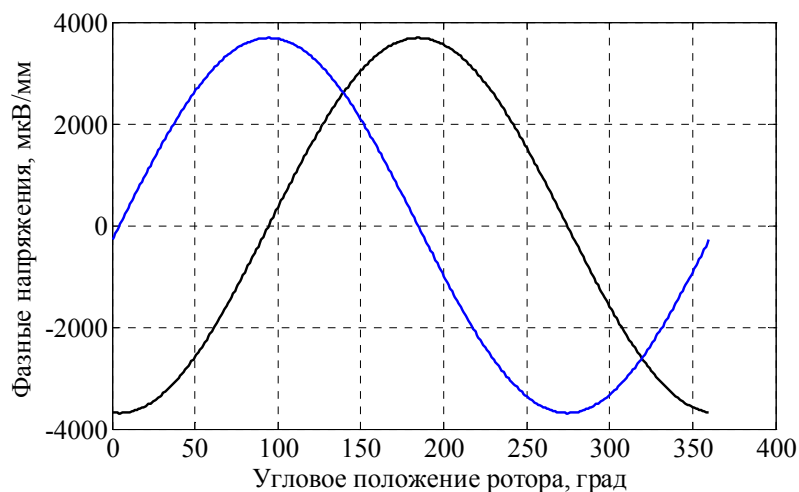


Рис. 2.27. Угловые характеристики фазных напряжений

Расчётом установлено, что величина электромагнитного момента, действующего на ротор, не зависит от его углового положения и составляет величину -224442 мкНм/мм. Этот электромагнитный момент является тормозным, что характерно для генераторных режимов.

Механическая мощность машины, потребляемая от внешнего привода, составила 14.102 Вт/мм. Электрическая мощность, отдаваемая генератором в нагрузку, составила 13.841 Вт/мм. Потери мощности в элементах машины не превышают 2% .

Формулы и алгоритмы расчёта потокосцеплений, ЭДС, напряжений в обмотках и электромагнитных моментов представлены в работах [8, 10].

Смоделируем двигательный режим работы синхронной вентильной машины. Для этого в формулах (2.1), (2.2) зададим следующие значения параметров: $\delta_{x0} = -11.2117$ А/мм²; $\delta_{y0} = -0.868096$ А/мм²; $\delta_{x1} = 54.544$ А/мм²/с; $\delta_{y1} = -704.454$ А/мм²/с.

На рис. 2.28, 2.29 показаны распределения векторного магнитного потенциала при двух угловых положениях ротора: $\alpha = 0$ и $\alpha = 90$ град. Если сравнить эти картины поля с соответствующими картинками поля для генераторного режима (см. рис. 2.23, 2.24), то видно, что в двигательном режиме результирующее магнитное поле опережает вращение ротора на некоторый угол, а в генераторном – отстаёт.

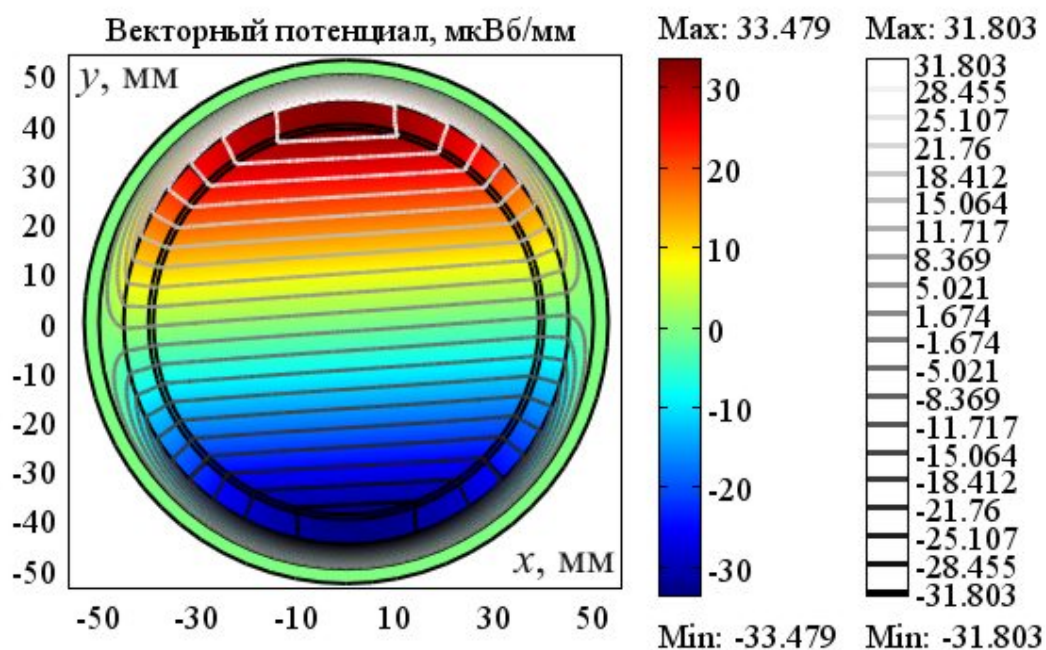


Рис. 2.28. Векторный магнитный потенциал при $\alpha = 0$ град

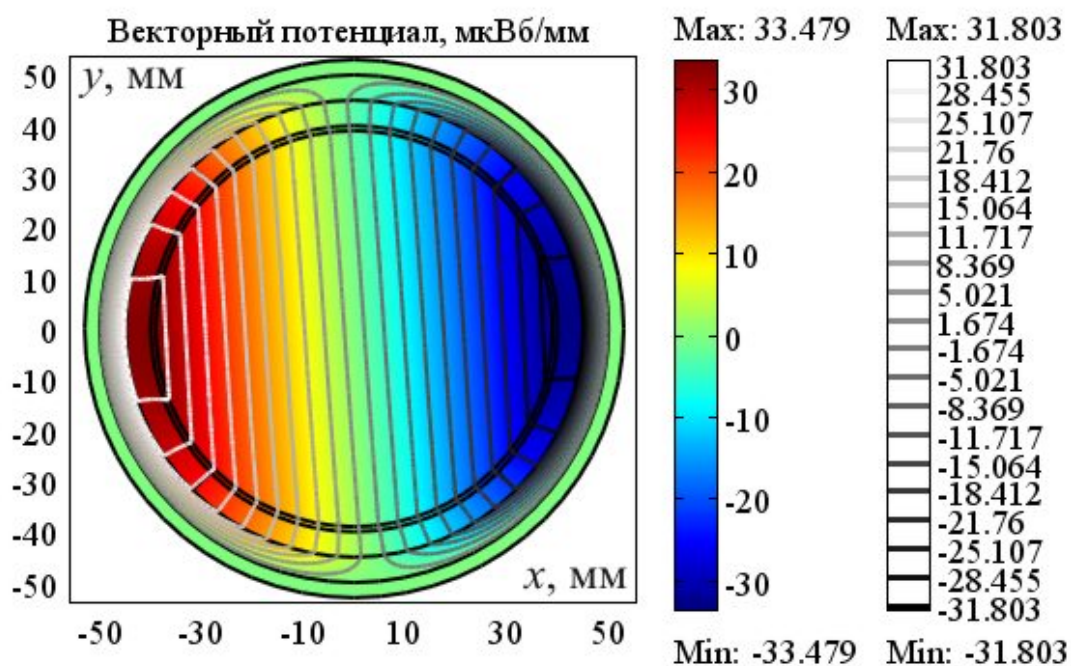


Рис. 2.29. Векторный магнитный потенциал при $\alpha = 90$ град

В других угловых положениях картины поля будут аналогичными, но повернутыми на соответствующие углы. На рис. 2.30, 2.31 показаны распределения первой фазовой переменной векторного магнитного потенциала при двух угловых положениях ротора: $\alpha = 0$ и $\alpha = 45$ град. На этих рисунках видно незначительное проникновение

электрического поля в область, занимаемую ротором. Оно, как и в случае с асинхронной машиной, обусловлено неидеальностью вращающегося магнитного поля статора. Картины поля на рис. 2.30, 2.31 повернуты на некоторый угол против часовой стрелки по отношению к соответствующим картинам, изображённым на рис. 2.25, 2.26.

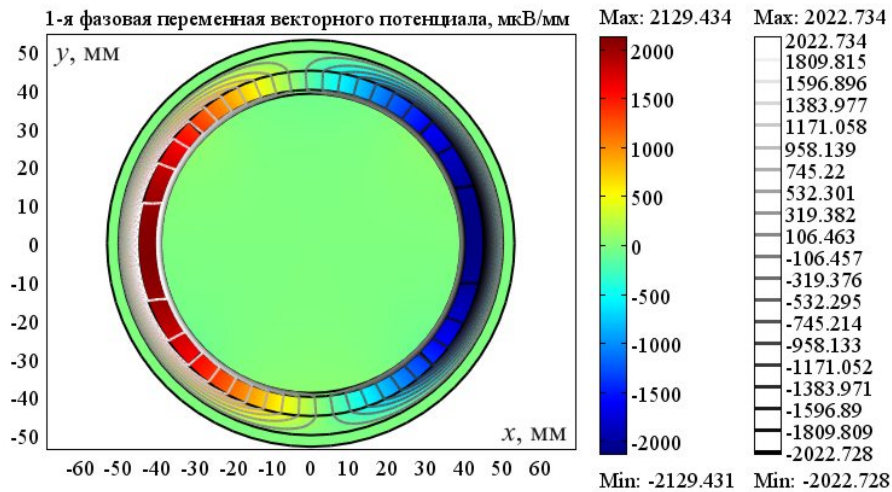


Рис. 2.30. Первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала при $\alpha = 0$ град

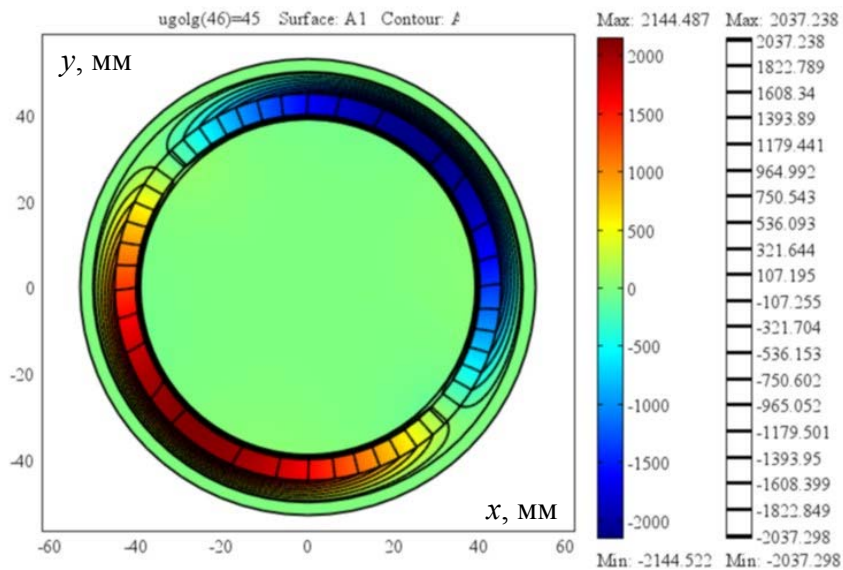


Рис. 2.31. Первая фазовая переменная векторного магнитного потенциала при $\alpha = 45$ град

На рис. 2.32 показаны угловые характеристики фазных напряжений при заданном режиме. При сравнении рис 2.22 и 2.32 видно, что амплитуды фазных напряжений (3820 мкВ/мм) больше амплитуд фазных ЭДС (3765 мкВ/мм), что составляет относительную величину 1.5 %. Кроме того, фазные напряжения опережают соответствующие фазные ЭДС на 4.5 град. Эти факты характерны для двигательного режима.

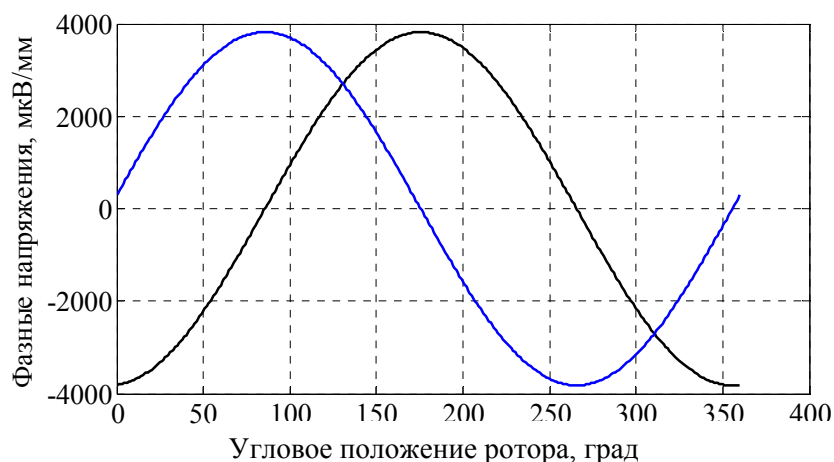


Рис. 2.32. Угловые характеристики фазных напряжений

Расчётом установлено, что величина электромагнитного момента, действующего на ротор, не зависит от его углового положения и составляет величину 224042 мкНм/мм. Этот электромагнитный момент является вращающим, что характерно для двигательных режимов.

Механическая мощность машины, отдаваемая механической нагрузке, составила 14.077 Вт/мм. Электрическая мощность, потребляемая двигателем от источника питания, составила 14.338 Вт/мм. Потери мощности в элементах машины не превышают 2 %.

Результаты вычислительных экспериментов, представленные в данном разделе, опубликованы в работах [11, 12].

3. РАЗРАБОТКА БИБЛИОТЕКИ П-Ф МОДЕЛЕЙ ВЕНТИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН В ПРОГРАММНОМ ПАКЕТЕ COMSOL MULTIPHYSICS

3.1. Модель синхронной машины обращённой конструкции с постоянными магнитами

В ходе проведения вычислительных экспериментов, подтверждающих правильность П-Ф подхода к моделированию электромеханического преобразования энергии, разработана библиотека моделей синхронных электрических машин с постоянными магнитами (ПМ), которые иначе называют вентильными машинами. В библиотеке есть модели машины классической конструкции (ротор внутри, статор снаружи) и обращённой конструкции (статор внутри, ротор снаружи). В настоящее время наибольший интерес для техники представляют машины обращённой конструкции, поэтому сначала опишем одну модель вентильной синхронной машины обращённой конструкции, предназначенной для работы в составе привода запорной арматуры трубопроводов.

3.1.1. Навигатор моделей

Раскроем окно Model Navigator. Кнопкой Multiphysics раскроем браузер включенных прикладных режимов. В основном браузере выберем прикладной режим COMSOL Multiphysics/ Deformed Mesh/ Moving Mesh (ALE)/ Static analysis. Кнопкой Add добавим этот прикладной режим в модель. В результате будет создан фрейм преобразования координат при моделировании перемещений. В этом фрейме будет создан прикладной режим Moving Mesh (ALE) (ale), позволяющий задавать перемещения конечноэлементных сеток при моделировании поворота ротора. В основном браузере выберем прикладной режим COMSOL Multiphysics/ PDE Modes/ PDE, General Form/ Statio-

nary analysis. В строку редактирования *Dependent variables* впишем имена зависимых переменных u_{ih} , u_{ih1} , u_i , u_{i1} . Они выполняют роль фазовых переменных векторного магнитного потенциала в однородно-движущейся и неоднородно-движущейся средах. В этой модели мы объединили неподвижную и движущуюся системы в один прикладной режим. Кнопкой *Add* добавим этот прикладной режим в модель. Кнопкой *OK* закроем окно Навигатора моделей.

После закрытия окна Навигатора моделей развернется графический интерфейс *COMSOL Multiphysics*, в котором проведём большую часть операций моделирования с использованием уравнений (1.17) и формулы (1.18). Вращение ротора при расчёте угловых характеристик будем осуществлять в программной среде *COMSOL Script* или *MATLAB*.

3.1.2. Геометрическое моделирование

Работа графического интерфейса *COMSOL Multiphysics* начинается с операционного режима *Draw Mode*, в котором выполняются операции построения геометрических объектов. Путем выполнения длинной и достаточно сложной последовательности геометрических операций построим четыре композиционных геометрических объекта: *CO1* – наружный воздух по отношению к моделируемой машине; *CO2* – внутренний воздух в полости статора; *CO3* – область (поперечное сечение конструкции) статора и рабочий зазор; *CO4* – область ротора. Завершив геометрические построения, выделим объекты *CO1*, *CO3*, *CO4* и выполним команду меню *Draw/ Create Pairs*. Раскроется диалоговое окно *Create Pairs*. Там установим флаг *Create imprints*. В ниспадающем меню *Pair type* выберем пункт *Identity pair*. Кнопкой *OK* закроем диалоговое окно. Для наглядности выделим объект *CO4*. В результате в поле *axes* графического интерфейса будет показана итоговая геометрия расчётной области (рис. 3.1). Завершив геометрическое моделирование, переключимся в операционный режим *Subdomain Mode*.

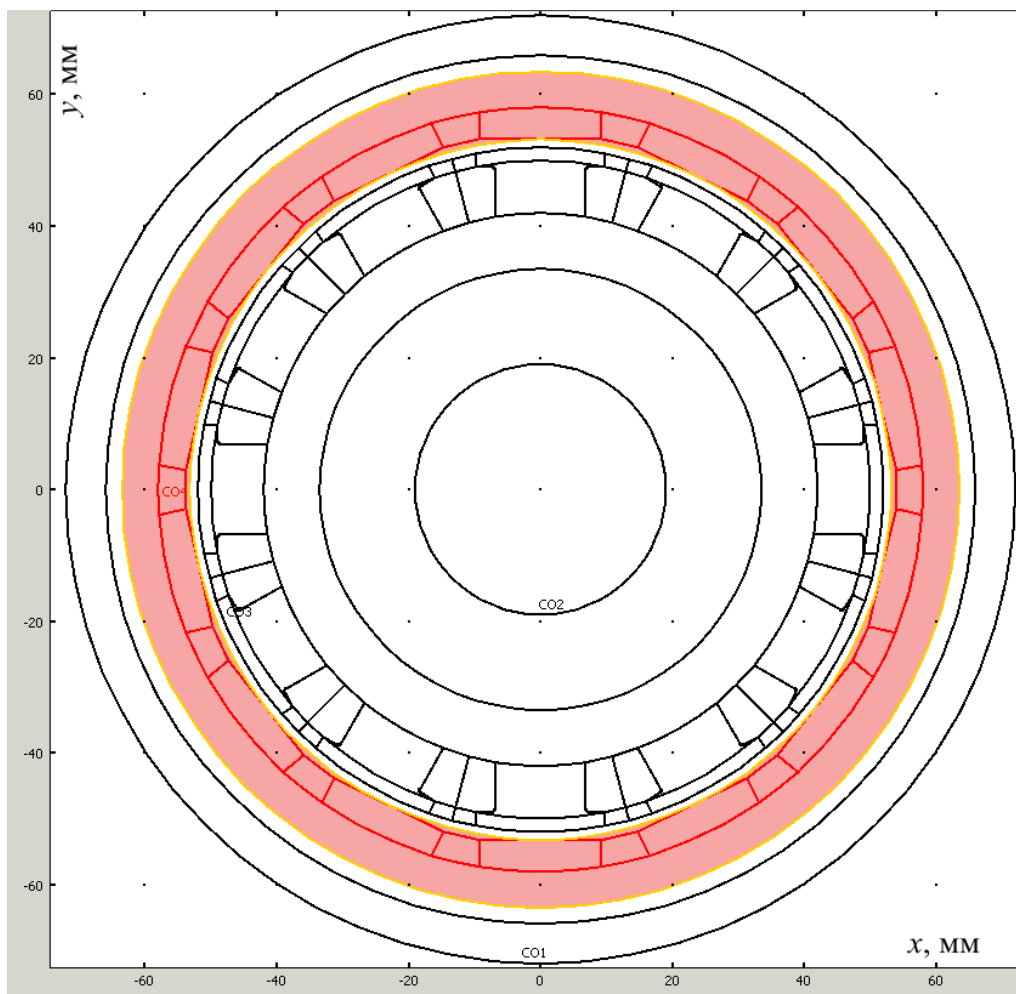


Рис. 3.1. Итоговая геометрия расчётной области

3.1.3. Зоны расчётной области

На рис. 3.2 показано схематичное изображение поперечного сечения трёхфазной вентильной электрической машины обращённой конструкции. На этом рисунке представлено изображение двумерной расчётной модели в COMSOL Multiphysics в операционном режиме Subdomain Mode. Цифрами обозначены номера зон расчётной области. В каждой зоне задаются свои значения параметров материальных свойств.

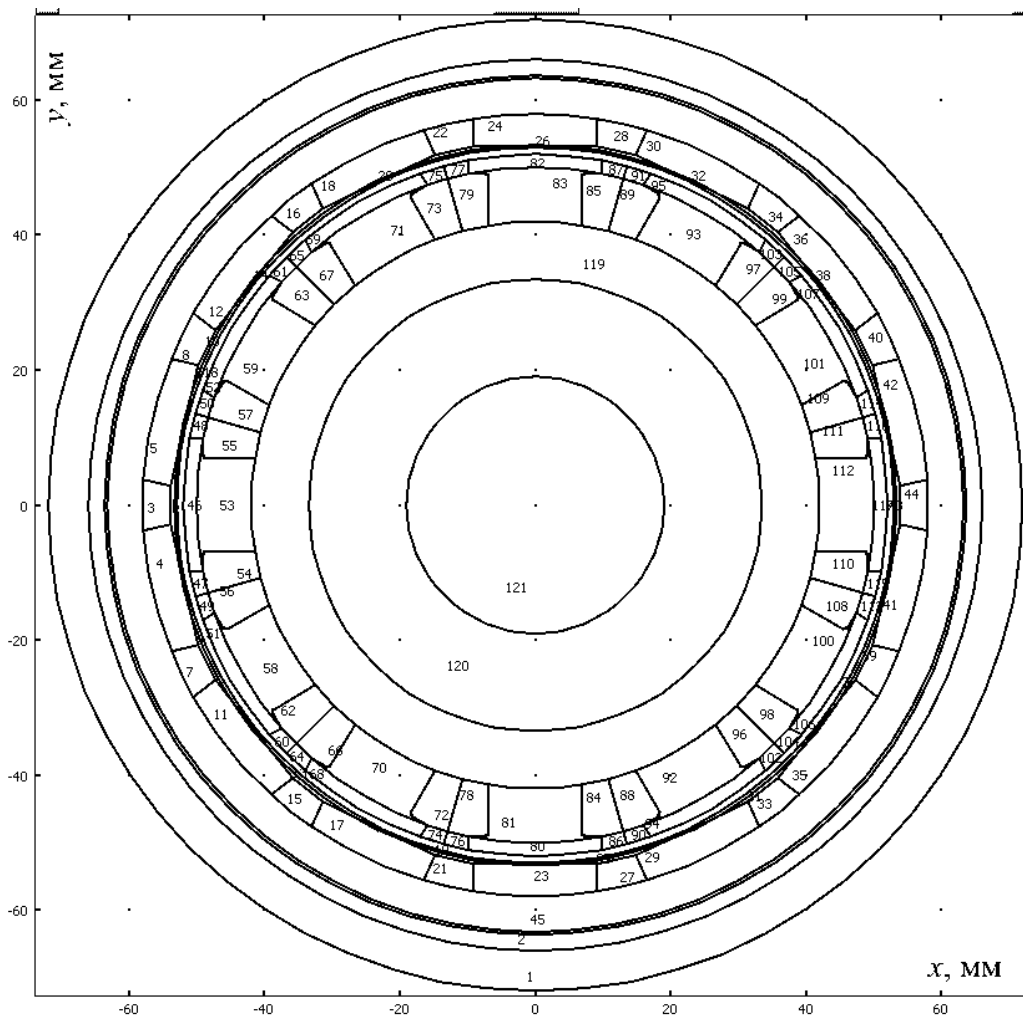


Рис. 3.2. Схематичное изображение поперечного сечения машины:

1 – наружный воздух; 2 – то же (наружная переходная зона); 45 – магнитопровод ротора, изготовленный из магнитомягкого материала; 4, 5, 11, 12, 17, 18, 23, 24, 29, 30, 35, 36, 41, 42 – основные постоянные магниты ротора; 3, 7, 8, 15, 16, 21, 22, 27, 28, 33, 34, 39, 40, 44 – промежутки между магнитами, которые могут быть заняты или не заняты магнитными клиньями, изготовленными из намагниченного магнитотвёрдого материала; 118 – зазор между ротором и статором (внутренняя переходная зона); 46, 51, 52, 53, 58, 59, 68, 69, 70, 71, 80, 81, 82, 83, 92, 93, 94, 95, 100, 101, 106, 107, 112, 117 – зубцы статора; 119 – ярмо магнитопровода статора; 120 – область, занятая магнитомягким материалом; 121 – внутренний воздух, в этой зоне есть ещё и вал, но его электромагнитным влиянием можно пренебречь; 54, 55, 56, 57, 62, 63, 66, 67, 72, 73, 78, 79, 84, 85, 88, 89, 96, 97, 98, 99, 108, 109, 110, 111 – межзубцовые области, в которые укладываются фазные обмотки статора; в остальных зонах – немагнитный материал

3.1.4. Дополнительные переменные модели

Развернём диалоговое окно Constants. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии констант в соответствии с табл. 3.1. Значения констант μ_0 , ω соответствуют частоте вращения ротора 400 об/мин. Константы B_{in} , $sten$ предназначены для линеаризации основной кривой намагничивания материалов магнитопроводов в целях ускорения машинных расчётов, константа $shag$ – для облегчения прокручивания ротора при расчёте угловых характеристик в COMSOL Script. Полный оборот ротора соответствует семи периодам изменения фазных потокосцеплений статора. Каждый период разобьём на 40 шагов по углу, т.е. все угловые характеристики будем рассчитывать по 41 точке.

Таблица 3.1

Имя	Выражение	Комментарий
μ_0	$4E-4*\pi$	Абсолютная магнитная проницаемость вакуума, мкГн/мм
μ_{rpm}	1.05	Относительная магнитная проницаемость материала основных ПМ
μ_{rkl}	1	Относительная магнитная проницаемость материала ПМ (клиньев)
B_{rm}	$1.1*moon$	Остаточная магнитная индукция ПМ, Тл
B_{rml}	$1.1*mcon$	Остаточная магнитная индукция ПМ (клиньев), Тл
$moon$	1	1 - основные магниты намагничены, 0 - размагничены
$mcon$	0	1 - магнитные клинья намагничены, 0 - размагничены
nn	40/6	Частота вращения ротора, об/с
ω	$2*\pi*nn$	Циклическая частота вращения ротора, рад/с
B_{in}	1.5	Точка линеаризации (магнитная индукция) на кривой намагничивания, Тл
$sten$	9	Степень магнитной индукции при усреднении по магнитопроводам
$shag$	0	Номер шага по углу поворота ротора (шаг = $360/7/40$ град)

Раскроем диалоговое окно Global Expressions. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии глобальных expressions-переменных в соответствии с табл. 3.2. Здесь описаны переменные, зависящие от шага по углу по-

ворота ротора. Выражения в табл. 3.2 соответствуют холостому ходу генераторного режима работы машины.

Таблица 3.2

Имя	Выражение	Комментарий
ugolg	$360/280 * shag$	Угол поворота ротора, град
ugol	$ugolg * \pi / 180$	Угол поворота ротора, рад
Is1	0	Ток первой фазы статора, А
Is2	0	Ток второй фазы статора, А
Is3	0	Ток третьей фазы статора, А
Iss1	0	Скорость изменения тока первой фазы статора, А/с
Iss2	0	Скорость изменения тока второй фазы статора, А/с
Iss3	0	Скорость изменения тока третьей фазы статора, А/с

Раскроем диалоговое окно Scalar Expressions. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии скалярных expressions-переменных в соответствии с табл. 3.3. Переменные Bisten, Virate введены в модель для контроля правильности выбора точки линеаризации на основной кривой намагничивания материала магнитопроводов. Переменные PMi, PEs введены в модель для проверки баланса мощностей в машине. В данной модели это удобно делать, так как материалы всех деталей здесь заданы без потерь. В табл. 3.3 запись {ii} следует понимать как мета-обозначение символа, соответствующего зубцу с номером ii. Это сделано для краткости, чтобы не перечислять все 24 имени переменных.

Таблица 3.3

Имя	Выражение	Комментарий
R	$\sqrt{X^2 + Y^2}$	Радиальная координата точки наблюдения в неповёрнутой системе, мм
r	$\sqrt{x^2 + y^2}$	Радиальная координата точки наблюдения, мм
tet	$\text{atan2}(y, x)$	Угловая координата точки наблюдения, рад
tetg	$tet * 180 / \pi$	Угловая координата точки наблюдения, град
er0x	$\cos(tet)$	Горизонтальная составляющая единичного радиального вектора

Продолжение табл. 3.3

Имя	Выражение	Комментарий
er0y	$\sin(\text{tet})$	Вертикальная составляющая единичного радиального вектора
Bihx	uihy	Горизонтальная составляющая магнитной индукции в неподвижной среде, Тл
Bihy	-uihx	Вертикальная составляющая магнитной индукции в неподвижной среде, Тл
Bih	$\sqrt{Bihx^2+Bihy^2}$	Модуль магнитной индукции в неподвижной системе, Тл
eBihx	$\text{real}(\text{sign}(Bihx+j*Bihy))$	Горизонтальный орт вектора магнитной индукции в неподвижной системе
eBihy	$\text{imag}(\text{sign}(Bihx+j*Bihy))$	Вертикальный орт вектора магнитной индукции в неподвижной системе
Bih1x	uih1y	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
Bih1y	-uih1x	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
Bih1	$\sqrt{Bih1x^2+Bih1y^2}$	Модуль первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
eBih1x	$\text{real}(\text{sign}(Bih1x+j*Bih1y))$	Горизонтальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе
eBih1y	$\text{imag}(\text{sign}(Bih1x+j*Bih1y))$	Вертикальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе
Hihx	$(Bihx-Brx)*\text{nuaih}$	Горизонтальная составляющая напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм
Hihy	$(Bihy-Bry)*\text{nuaih}$	Вертикальная составляющая напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм
Hih	$\sqrt{Hihx^2+Hihy^2}$	Модуль напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм

Продолжение табл. 3.3

Имя	Выражение	Комментарий
Hihra	$(-Hihx*Brx-Hihy*Bry)/$ $if(Brx==0\&Bry==0,$ $1,\sqrt{Brx^2+Bry^2})$	Размагничивающая напряжённость магнитного поля в ПМ в неподвижной системе, А/мм
Hih1x	$Bih1x*nuaih$	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Hih1y	$Bih1y*nuaih$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Hih1	$\sqrt{Hih1x^2+Hih1y^2}$	Модуль первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Gihx	$Hihy$	Горизонтальная составляющая "функции потока" в неподвижной среде, А/мм
Gihy	$-Hihx$	Вертикальная составляющая "функции потока" в неподвижной среде, А/мм
Gih1x	$Hih1y$	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неподвижной среде, А/мм/с
Gih1y	$-Hih1x$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неподвижной среде, А/мм/с
Eih	$-uih1$	Напряжённость электрического поля в неподвижной системе, мкВ/мм
morih	$(x*uihx+y*uihy)*$ $(Bihx*er0x+$ $Bihy*er0y)/\mu0$	"Поверхностная плотность" момента в неподвижной системе, мкНм/мм ²
MMih	$Mih*SLz/Sz^2$	Момент на единицу активной длины в неподвижной системе, мкНм/мм
Bix	uiy	Горизонтальная составляющая магнитной индукции, Тл
Biy	$-uix$	Вертикальная составляющая магнитной индукции, Тл
Bi	$\sqrt{Bix^2+Biy^2}$	Модуль магнитной индукции, Тл

Продолжение табл. 3.3

Имя	Выражение	Комментарий
eBix	$\text{real}(\text{sign}(B_{ix}+j*B_{iy}))$	Горизонтальный орт вектора магнитной индукции
eBiy	$\text{imag}(\text{sign}(B_{ix}+j*B_{iy}))$	Вертикальный орт вектора магнитной индукции
Bi1x	u_{i1y}	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
Bi1y	$-u_{i1x}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
Bi1	$\text{sqrt}(Bi1x^2+Bi1y^2)$	Модуль первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
eBi1x	$\text{real}(\text{sign}(Bi1x+j*Bi1y))$	Горизонтальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе
eBi1y	$\text{imag}(\text{sign}(Bi1x+j*Bi1y))$	Вертикальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе
Hix	$(B_{ix}-B_{rx})*nu_{ai}$	Горизонтальная составляющая напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hiy	$(B_{iy}-B_{ry})*nu_{ai}$	Вертикальная составляющая напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hi	$\text{sqrt}(Hix^2+Hiy^2)$	Модуль напряжённости магнитного поля, А/мм
Hira	$(-Hix*B_{rx}-Hiy*B_{ry})/\text{if}(B_{rx}==0\&B_{ry}==0, 1,\text{sqrt}(B_{rx}^2+B_{ry}^2))$	Размагничивающая напряжённость магнитного поля в ПМ в подвижной системе, А/мм
Hi1x	$Bi1x*nu_{ai}$	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hi1y	$Bi1y*nu_{ai}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм

Продолжение табл. 3.3

Имя	Выражение	Комментарий
H _{i1}	$\sqrt{H_{i1x}^2 + H_{i1y}^2}$	Модуль первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
H _{d1x}	$-d_{ome} * (2 * (H_{ihx} * er_{0x} + H_{ihy} * er_{0y}) * y - r * H_{ihy})$	Горизонтальная составляющая добавочной первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
H _{d1y}	$d_{ome} * (2 * (H_{ihx} * er_{0x} + H_{ihy} * er_{0y}) * x - r * H_{ihx})$	Вертикальная составляющая добавочной первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
G _{ix}	H _{iy}	Горизонтальная составляющая "функции потока", А/мм
G _{iy}	-H _{ix}	Вертикальная составляющая "функции потока", А/мм
G _{i1x}	H _{i1y} + H _{d1y}	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неоднородно-движущейся среде, А/мм/с
G _{i1y}	-H _{i1x} - H _{d1x}	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неоднородно-движущейся среде, А/мм/с
E _i	-u _{i1}	Напряжённость электрического поля в неоднородно-движущейся системе, мкВ/мм
m _{ori}	$(x * u_{ix} + y * u_{iy}) * (B_{ix} * er_{0x} + B_{iy} * er_{0y}) / \mu_0$	"Поверхностная плотность" момента, мкНм/мм ²
M _{Mi}	$M_{i1} * S_{Lz} / S_z^2$	Момент на единицу активной длины, мкНм/мм
E _{m{ii}}	$E_{lim\{ii\}} / S_{obm}$	Промежуточные переменные для расчёта зубцовых ЭДС
E _{p{ii}}	$E_{lip\{ii\}} / S_{obm}$	
E _{D{ii}}	$E_p\{ii\} - E_m\{ii\}$	ЭДС обмотки ii-го зубца, мкВ/мм
E _{s1}	ED1 - ED2 + ED3 - ED4	ЭДС обмотки первой фазы статора, мкВ/мм
E _{s2}	ED5 - ED6 + ED7 - ED8	ЭДС обмотки второй фазы статора, мкВ/мм
E _{s3}	ED9 - EDA + EDB - EDC	ЭДС обмотки третьей фазы статора, мкВ/мм
P _{m{ii}}	$E_{lim\{ii\}} / S_{obm}$	Промежуточные переменные для расчёта зубцовых потокосцеплений
P _{p{ii}}	$E_{lip\{ii\}} / S_{obm}$	

Окончание табл. 3.3

Имя	Выражение	Комментарий
PS {ii}	$P_p\{ii\}-P_m\{ii\}$	Потокосцепление обмотки ii-го зубца, мкВб/мм
Ps1	PS1-PS2+PS3-PS4	Потокосцепление обмотки первой фазы статора, мкВб/мм
Ps2	PS5-PS6+PS7-PS8	Потокосцепление обмотки второй фазы статора, мкВб/мм
Ps3	PS9-PSA+PSB-PSC	Потокосцепление обмотки третьей фазы статора, мкВб/мм
Ess1	$P_{s1}*(7*\omega)^2$	Скорость изменения ЭДС обмотки первой фазы статора, мкВ/мм/с
Ess2	$P_{s2}*(7*\omega)^2$	Скорость изменения ЭДС обмотки второй фазы статора, мкВ/мм/с
Ess3	$P_{s3}*(7*\omega)^2$	Скорость изменения ЭДС обмотки третьей фазы статора, мкВ/мм/с
Bisten	$(B_{listen}/S_{ser})^{(1/sten)}$	Среднестепенное значение магнитной индукции в магнитопроводах, Тл
Birate	$if(B_{ina}>0,B_{isten}/B_{ina},-1)$	Отношение среднестепенного значения магнитной индукции в магнитопроводах к магнитной индукции в точке линеаризации кривой намагничивания
PMi	$M_{Mi}*\omega$	Двигательная механическая мощность на единицу активной длины, мкВт/мм
PEs	$E_{s1}*I_{s1}+E_{s2}*I_{s2}+E_{s2}*I_{s2}$	Генераторная электрическая мощность на единицу активной длины, мкВт/мм

Раскроем диалоговое окно Subdomain Expressions. В таблице редактирования этого окна определим имена и выражения expressions-переменных зонного типа:

V_x – x -компонент вектора остаточной магнитной индукции в постоянных магнитах, Тл;

V_y – y -компонент вектора остаточной магнитной индукции в постоянных магнитах, Тл;

domе – радиальная составляющая градиента скалярного поля угловой частоты вращения точек наблюдения, рад/с/мм;

γ_m – удельная электрическая проводимость вещества, МСм/мм; поскольку материалы деталей без потерь, эта величина во всех зонах задана равной нулю;

μ_{aih} , μ_{aih1} , μ_{ai} , μ_{ai1} – удельное магнитное сопротивление вещества, мм/мкГн; одной и той же физической величине присвоено четыре имени для выполнения отладочных операций;

de – z -компонент вектора сторонней плотности тока, А/мм²;

$de1$ – z -компонент скорости изменения вектора сторонней плотности тока, А/мм²/с.

B_{rx} , B_{ry} принимают ненулевые значения только в постоянных магнитах, например, в зоне 18 задано $B_{rx}=B_{rm}*\sin(\pi/7+ugol)$, $B_{ry} = -B_{rm}*\cos(\pi/7+ugol)$. Переменная $dome$ принимает ненулевые значения только в переходных зонах (зоны 2 и 118). Например, в зоне 118 $dome=\omega_m/(y_{pm}-y_{zu})$. Удельное магнитное сопротивление в немагнитных материалах задаётся равным $1/\mu_0$, в основных постоянных магнитах – $1/\mu_0/\mu_{igrm}$, в клиньях – $1/\mu_0/\mu_{urkl}$, в стали – $\mu_{as}(B_{ina})$. Переменные de и $de1$ задаются неравными нулю только в зонах, соответствующих поперечному сечению фазных обмоток статора.

Раскроем диалоговое окно Subdomain Integration Variables. Там определим имена и подынтегральные выражения переменных связи интегрирующего типа, вычисляемых в зонах:

S_{ser} – площадь поперечного сечения всех магнитопроводов, мм²;

$B_{i^{sten}}$ – интеграл по площади магнитопроводов выражения B_i^{sten} ;

m_{ama} – оценка массы машины на единицу её активной длины, г;

S_{obm} – площадь поперечного сечения зубцовой обмотки статора с одной стороны от зубца, мм²;

S_z – площадь поперечного сечения рабочего зазора между статором и ротором, мм²;

S_{lz} – интеграл по площади зазора выражения $r^2*\pi$, мм³;

M_{ih} – интеграл по площади зазора переменной m_{orih} ;

M_{ii} – интеграл по площади зазора переменной m_{ori} ;

$E_{lim\{ii\}}$, $E_{lip\{ii\}}$, $P_{lim\{ii\}}$, $P_{lip\{ii\}}$ – интегралы для расчёта зубцовых ЭДС и потокосцеплений.

Раскроем диалоговое окно Point Integration Variables. Там определим имена и подынтегральные выражения переменных связи интегрирующего типа, вычисляемых в вершинах расчётной области:

- упа – наружный радиус наружной переходной зоны, мм;
- умг – внутренний радиус наружной переходной зоны, мм;
- урп – наружный радиус внутренней переходной зоны, мм;
- узу – внутренний радиус внутренней переходной зоны, мм.

Названные переменные связи интегрирующего типа дают возможность моделирования электромеханических процессов на интегральном уровне (токов, потокосцеплений, ЭДС, напряжений, мощностей, моментов и т.д.), а также задавать другие переменные модели при изменении геометрических размеров элементов конструкции.

Командой меню Options/ Functions раскроем диалоговое окно Functions. Там создадим таблично заданные (интерполяционные) функции:

- nam – основная кривая намагничивания материала магнитопроводов как функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – напряжённость магнитного поля;
- nuas – функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – статическое удельное магнитное сопротивление материала магнитопроводов;
- nuad – функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – дифференциальное удельное магнитное сопротивление материала магнитопроводов;
- fis1, fis2, fis3 – намагничивающая сила соответствующей фазы обмотки статора, в амперах, в зависимости от углового положения ротора, в градусах;
- fiss1, fiss2, fiss3 – скорость изменения намагничивающей силы соответствующей фазы обмотки статора (А/с) в зависимости от углового положения ротора, в градусах.

3.1.5. Физическое моделирование

В операционном режиме Subdomain Mode с помощью группы команд Multiphysics переключимся в прикладной режим Moving Mesh (ALE) (ale). Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В списке Subdomain selection выделим зоны 3 – 45. В закладке Mesh включим радиокнопку Prescribed displacement. В строку редак-

тирования dx впишем выражение $-X + X \cdot \cos(\text{ugol}) - Y \cdot \sin(\text{ugol})$, в строку редактирования dy – выражение $-Y + Y \cdot \cos(\text{ugol}) + X \cdot \sin(\text{ugol})$. Выделим все остальные зоны. В закладке Mesh включим радиокнопку No displacement. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно.

С помощью группы команд Multiphysics переключимся в прикладной режим PDE, General Form (g). Клавишей Ctrl+A выделим все зоны. Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В закладке Γ в таблицу редактирования Flux vector впишем

Gihx	Gihy
Gih1x	Gih1y
Gix	Giy
Gi1x	Gi1y

В закладке F в строки редактирования Source term впи-

шем

$de + \text{gam} \cdot Eih$
de1
$de + \text{gam} \cdot Ei$
de1

. На этом систему PDE разрабатываемой модели мож-

но считать полностью определённой.

Граничные условия примем по умолчанию, т.е. на внешних границах расчётной области все зависимые переменные модели принимаются равными нулю. Параметры Identity Boundary Pairs также примем по умолчанию (непрерывность распределения зависимых переменных на всех парных границах).

3.1.6. Построение сетки и решение модели

Если конечноэлементной сетки ещё нет, то она начинает строиться при переключении в операционный режим Mesh Mode. Параметры генератора сетки примем по умолчанию. Будет построено 25144 лагранжевых элемента второго порядка с общим числом степеней свободы 205764.

Из всех решателей выберем линейный стационарный, параметры его примем по умолчанию. Однократное решение модели для фиксированного положения ротора можно запустить, нажав кнопку = на главной инструментальной панели. На компьютере с процессором Athlon 3500 решение займёт 16 с. Когда процесс решения закончится, в поле axes будет показан цветовой график распределения первой зависимой переменной u_{ih} (векторный магнитный потенциал в однородно-движущейся (неподвижной) системе).

Для автоматизации расчётов угловых характеристик моделируемой машины удобно использовать COMSOL Script или MATLAB. Когда в COMSOL Multiphysics модель полностью готова без построения сетки и сохранена в виде mph-файла, нужно нажатием клавиши Ctrl+F экспортировать fem-структуру в COMSOL Script, который запускается автоматически, если он раньше не был запущен. Если COMSOL Multiphysics работает совместно с MATLAB, то нажатие клавиши Ctrl+F приведет к экспорту fem-структуры в MATLAB. Для расчёта угловых характеристик ЭДС и потокосцеплений нужно в COMSOL Script или в MATLAB выполнить следующую последовательность операторов:

```
format long; format compact
ugolg=360/280*(0:40).'; % Массив-столбец угловых положений ротора, град
Pz=zeros(41,12); % Здесь будут зубцовые потокосцепления
Ez=zeros(41,12); % Здесь будут зубцовые ЭДС
tic; % Включаем счётчик времени вычисления
ii=0;
fem.mesh=meshinit(fem); % Генерируем КЭ сетку
while ii<=40;
    fem.const{end}=num2str(ii); % Задаём угловое положение ротора
    fem.xmesh=meshextend(fem); % Строим расширенную сетку
    fem.sol=femstatic(fem,'nonlin','off'); % Линейный стационарный решатель
    [P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,PA,PB,PC]=postinterp(fem,'PS1','PS2','PS3'...
        ,'PS4','PS5','PS6','PS7','PS8','PS9','PSA','PSB','PSC',[0;0]);
    [E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,EA,EB,EC]=postinterp(fem,'ED1','ED2','ED3'...
        ,'ED4','ED5','ED6','ED7','ED8','ED9','EDA','EDB','EDC',[0;0]);
    ii=ii+1;
    femm{ii}=fem; % Запись решения в массив ячеек
    disp(ii) % Выдаём номер шага по углу в командное окно
    Pz(ii,:)=P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,PA,PB,PC];
    Ez(ii,:)=E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,EA,EB,EC];
end
Ps=Pz(:,1:4:end)-Pz(:,2:4:end)+Pz(:,3:4:end)-Pz(:,4:4:end); % УХ ПС фаз
Es=Ez(:,1:4:end)-Ez(:,2:4:end)+Ez(:,3:4:end)-Ez(:,4:4:end); % УХ ЭДС фаз
nn=postinterp(fem,'nn',[0;0]); % Частота вращения, об/с
ome=postinterp(fem,'ome',[0;0]); % Частота вращения, рад/с
Ess=Ps*(ome*7)^2; % Оценка производных ЭДС, если УХ ЭДС - sin
timco=toc % Показываем общее время вычислений
```

После завершения выполнения последовательности операторов массив P_s будет содержать угловую характеристику потокосцеплений фаз статора на единицу активной длины машины (мкВб/мм), массив E_s – угловую характеристику ЭДС фаз статора на единицу активной длины машины (мкВ/мм). Расчёт угловых характеристик потокосцеплений и ЭДС позволяет проверить правильность концепции П-Ф моделирования динамических электромеханических процессов в машинах вращательного движения. Известно, что в генераторном режиме холостого хода ЭДС электромагнитной индукции в фазных обмотках равна величине, противоположной производной по времени от магнитных потокосцеплений в этих обмотках. Проверим это для данной модели: рассчитаем угловую характеристику ЭДС по распределениям фазовых переменных векторного магнитного потенциала и ту же характеристику, полученную путём численного дифференцирования по углу характеристики потокосцеплений фаз. Определим также норму разности угловых характеристик ЭДС, рассчитанных двумя способами.

В COMSOL Script или MATLAB выполним следующую последовательность операторов:

```

plot(ugolg,Ps)
figure
plot(ugolg,Es)
ugolgs=mean([ugolg(1:end-1) ugolg(2:end)],2);
Esd=-diff(Ps)./diff([ugolg ugolg ugolg])*nn*360;
figure
plot(ugolgs,Esd)
Esm=(Es(1:end-1,:)+Es(2:end,:))/2;
figure
plot(ugolgs,(Esd-Esm)/max(abs(Esm(:))))
normer=norm(Esd(:)-Esm(:))/norm(Esm(:))

```

В результате выполнения операторов будут построены графики угловых характеристик фазных потокосцеплений и ЭДС (рис. 3.3, 3.4, 3.5).

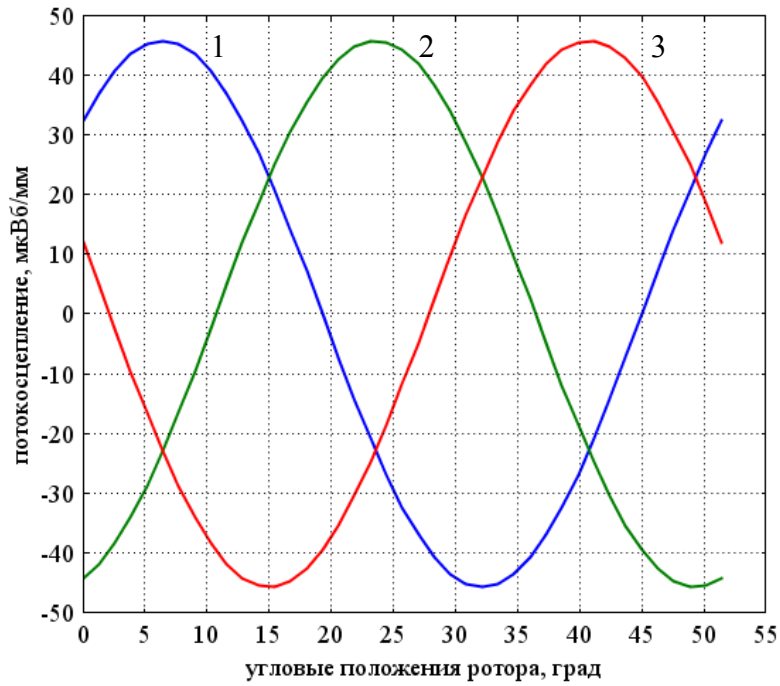


Рис. 3.3. Графики угловых характеристик фазных (1 – 3) потокосцеплений

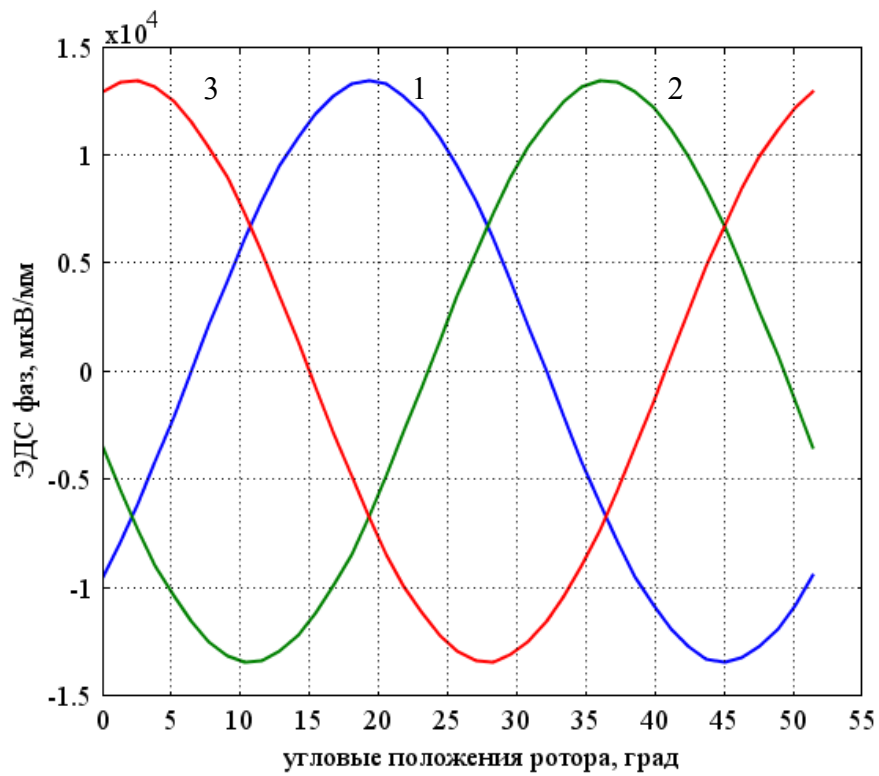


Рис. 3.4. Графики угловых характеристик фазных (1 – 3) ЭДС, рассчитанных непосредственно

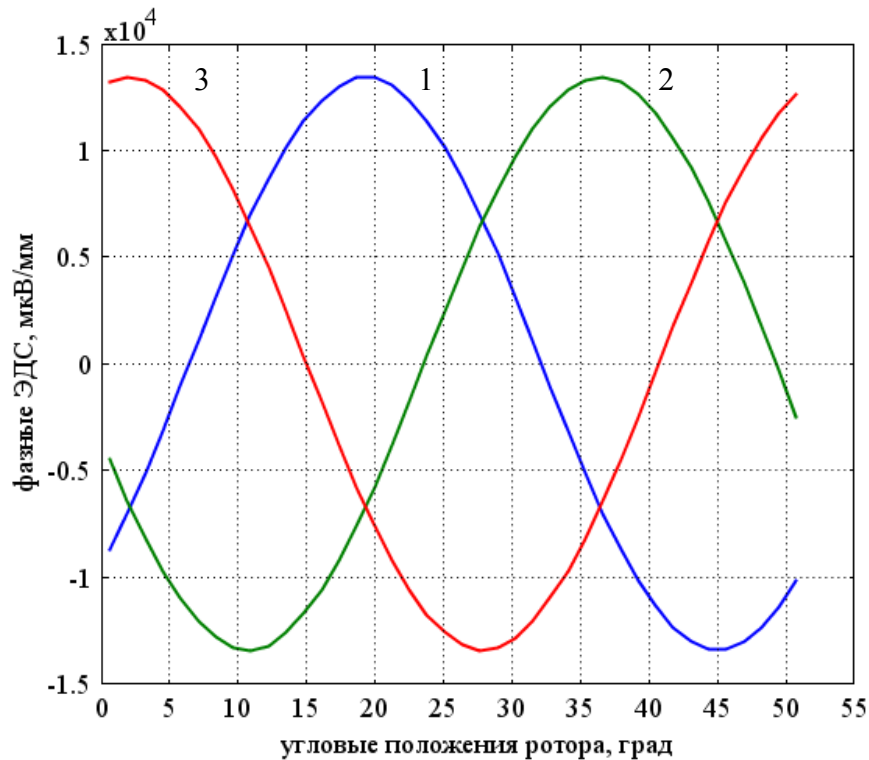


Рис. 3.5. Графики угловых характеристик фазных (1 – 3) ЭДС, рассчитанных путём численного дифференцирования фазных потокосцеплений

Последний оператор plot строит график относительной разности угловых характеристик фазных ЭДС, рассчитанных разными способами (рис. 3.6). Самый последний оператор приведённой последовательности вычисляет и выдаёт в командное окно относительную норму разности двух угловых характеристик ЭДС. В данном вычислительном эксперименте она получилась равной 0.00282, т.е. примерно 0.28 %. На рис. 3.6 видно, что модуль относительной разности угловых характеристик ЭДС не превышает 0.4 %. Здесь получено отличное подтверждение правильности П-Ф концепции моделирования электромеханических процессов в машинах вращательного движения.

На компьютере с процессором Athlon 3500 выполнение приведённой последовательности операторов в COMSOL Script будет длиться 661 с.

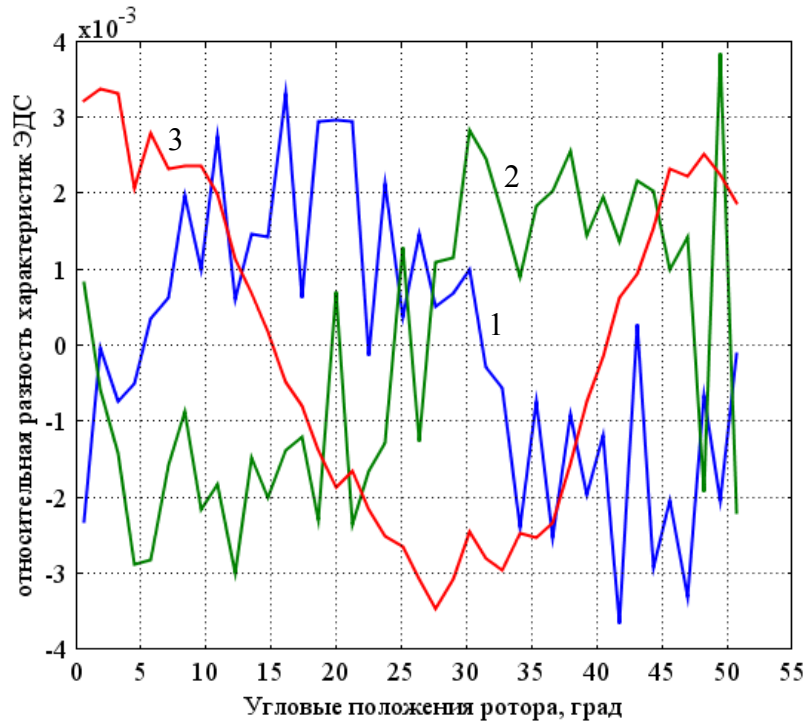


Рис. 3.6. Относительная разность угловых характеристик Фазных (1 – 3) ЭДС

3.1.7. Постпроцессорная обработка и визуализация

В графическом интерфейсе COMSOL Multiphysics решим один раз данную модель при нулевом угловом положении ротора ($\text{shag}=0$). Время решения 16 секунд. Клавишей F12 раскроем диалоговое окно Plot Parameters. В закладке Surface в подзакладке Surface Data в строку редактирования Expression впишем имя E_i . Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. Будет построен цветовой график распределения z -составляющей напряжённости электрического поля (рис. 3.7). Это распределение соответствует генераторному режиму холостого хода.

На рис. 3.7 видно, что электрическое поле в основном наводится в области статора. В области ротора наводится только зубцовая составляющая этого поля.

Опять раскроем диалоговое окно Plot Parameters. В закладке Surface в подзакладке Surface Data в строку редактирования Expression впишем выражение $\text{if}(B_i < 2, B_i, -2)$. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. Будет построен цветовой график распределения модуля магнитной индукции в расчётной области (рис. 3.8). Синим цветом показаны

области, где магнитный материал недопустимым образом насыщен. Видно, что в техническом смысле этими областями можно пренебречь.

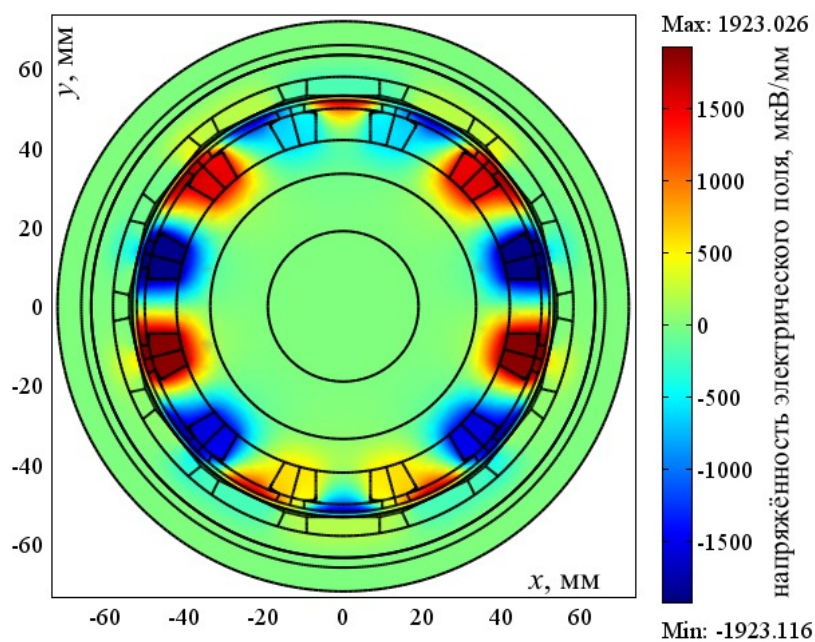


Рис. 3.7. Распределение электрического поля в сечении машины

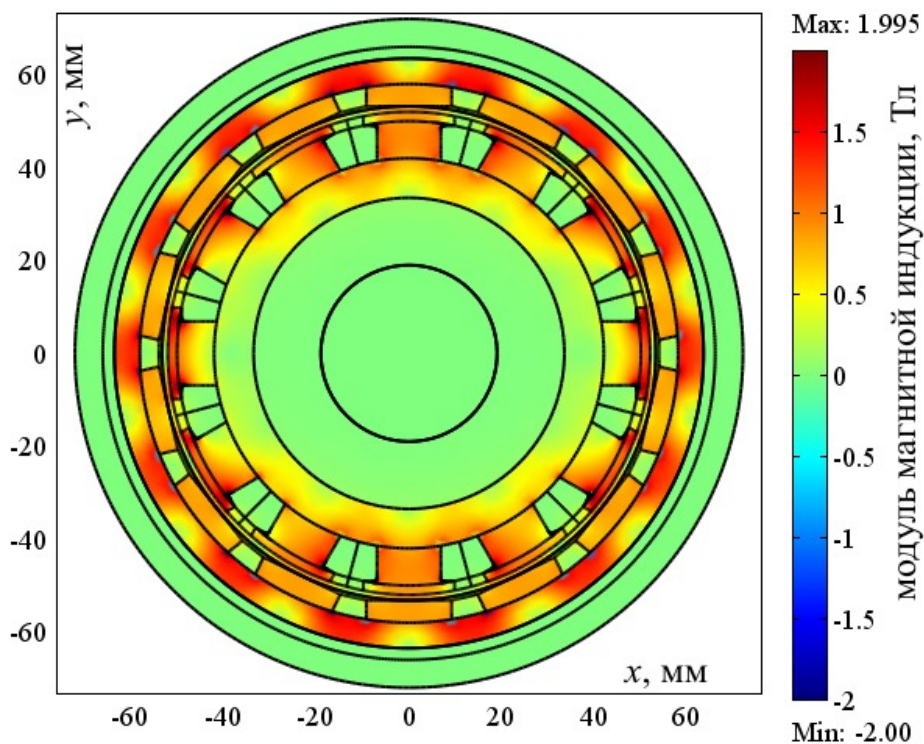


Рис. 3.8. Распределение модуля магнитной индукции при холостом ходе

Раскроем диалоговое окно Plot Parameters. В закладке Surface в подзакладке Surface Data в строку редактирования Expression впишем выражение $H_{\text{ra}} \cdot \mu_0$. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. Будет построен цветовой график распределения размагничивающей составляющей вектора напряжённости магнитного поля, умноженной на μ_0 , в постоянных магнитах (рис. 3.9). Далее для краткости эту физическую величину будем называть интенсивностью размагничивающего поля. Для выбранной марки магнитотвёрдого материала (Nd-Fe-B) максимально допустимая интенсивность размагничивающего поля равна 1 Тл. Видно, что в генераторном режиме холостого хода необратимого размагничивания постоянных магнитов не наблюдается.

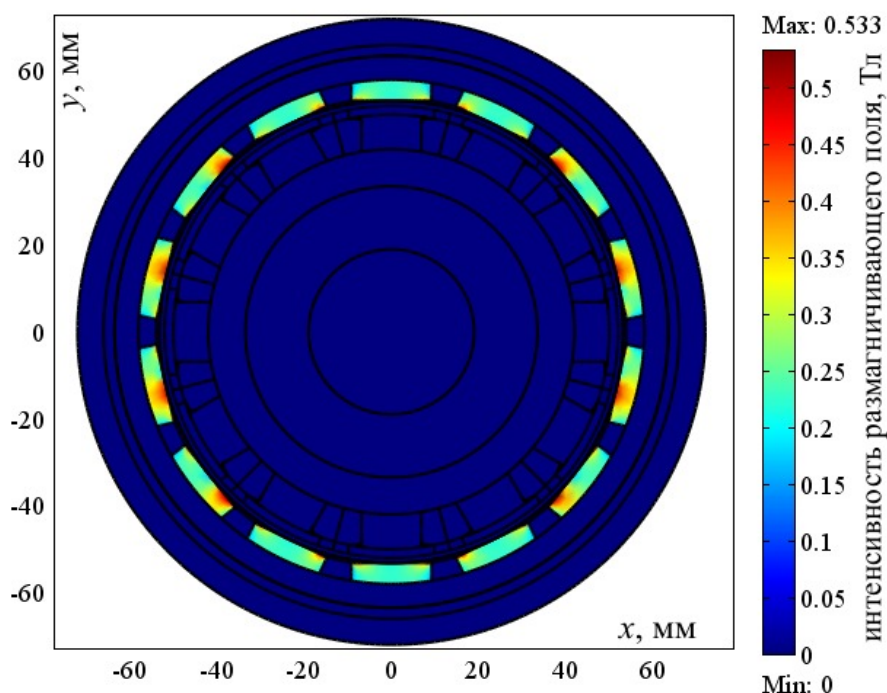


Рис. 3.9. Интенсивность размагничивающего поля в постоянных магнитах

3.2. Разработка способа генерации алгоритмов управления машинами по результатам их П-Ф моделирования

3.2.1. Математическая постановка задачи генерации требуемых осциллограмм фазных токов для обеспечения максимального коэффициента мощности

Энергосберегающими можно назвать такие алгоритмы управления машинами, при которых их коэффициент мощности стремится к максимуму. Только в этом случае можно обеспечить максимальный

электромагнитный момент при минимальных фазных токах (а значит, и при минимальных тепловых потерях электроэнергии в обмотках). Для генерации таких алгоритмов машину удобно представить в виде нестационарного индуктивного элемента, который в двигательном режиме работает на электрическую нагрузку, представляющую собой отрицательное сопротивление. Чисто активное сопротивление соответствует коэффициенту мощности, равному единице (полная мощность равна активной, реактивная мощность и мощность искажения равны нулю). Такие имитационные расчёты дают идеальные осциллограммы питающих токов и напряжений, которые должно обеспечить реальное электронное устройство управления машиной в составе электропривода.

Математическая модель нестационарного индуктивного элемента, соответствующего трёхфазной синхронной машине без учёта потерь в магнитопроводах и обмотках, описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(L_{011}(t) \cdot i_1(t) + L_{012}(t) \cdot i_2(t) + L_{013}(t) \cdot i_3(t) + \Psi_{01}(t)) = -R \cdot i_1(t), \\ \frac{d}{dt}(L_{021}(t) \cdot i_1(t) + L_{022}(t) \cdot i_2(t) + L_{023}(t) \cdot i_3(t) + \Psi_{02}(t)) = -R \cdot i_2(t), \\ \frac{d}{dt}(L_{031}(t) \cdot i_1(t) + L_{032}(t) \cdot i_2(t) + L_{033}(t) \cdot i_3(t) + \Psi_{03}(t)) = -R \cdot i_3(t), \end{cases} \quad (3.1)$$

где $L_{011}(t)$, $L_{022}(t)$, $L_{033}(t)$ – собственные индуктивности фазных обмоток секции статора на один виток и на единицу активной длины электромагнитной системы; $L_{012}(t) = L_{021}(t)$, $L_{023}(t) = L_{032}(t)$, $L_{013}(t) = L_{031}(t)$ – взаимные индуктивности фазных обмоток секции статора на один виток и на единицу активной длины электромагнитной системы; $\Psi_{01}(t)$, $\Psi_{02}(t)$, $\Psi_{03}(t)$ – потокосцепления источников, подключаемых к фазным обмоткам нестационарного индуктивного элемента, на один виток и на единицу активной длины электромагнитной системы; потокосцепления источников равны фазным потокосцеплениям генераторного режима холостого хода; R – фазное сопротивление нагрузки, подключаемой к нестационарному индуктивному элементу, на один виток и на единицу активной длины электромагнитной системы; $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ – мгновенные значения намагничивающих сил фазных обмоток статора.

Система уравнений (3.1) решается относительно $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$. Если ротор машины вращается с постоянной частотой и если полевая модель машины позволяет непосредственно рассчитывать угловые характеристики фазных ЭДС на этой частоте вращения (а это возможно при использовании П-Ф методов), то систему (3.1) можно преобразовать к виду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{d\varphi_{\Gamma}} \left((L_{011}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_1(\varphi_{\Gamma}) + L_{012}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_2(\varphi_{\Gamma}) + L_{013}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_3(\varphi_{\Gamma})) \cdot 6n \right) = \\ \qquad \qquad \qquad = e_{01}(\varphi_{\Gamma}) - R \cdot i_1(\varphi_{\Gamma}), \\ \frac{d}{d\varphi_{\Gamma}} \left((L_{021}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_1(\varphi_{\Gamma}) + L_{022}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_2(\varphi_{\Gamma}) + L_{023}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_3(\varphi_{\Gamma})) \cdot 6n \right) = \\ \qquad \qquad \qquad = e_{02}(\varphi_{\Gamma}) - R \cdot i_2(\varphi_{\Gamma}), \\ \frac{d}{d\varphi_{\Gamma}} \left((L_{031}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_1(\varphi_{\Gamma}) + L_{032}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_2(\varphi_{\Gamma}) + L_{033}(\varphi_{\Gamma}) \cdot i_3(\varphi_{\Gamma})) \cdot 6n \right) = \\ \qquad \qquad \qquad = e_{03}(\varphi_{\Gamma}) - R \cdot i_3(\varphi_{\Gamma}), \end{array} \right. \quad (3.2)$$

где φ_{Γ} – текущее угловое положение ротора, град; $e_{0k}(\varphi_{\Gamma})$ – угловая характеристика ЭДС холостого хода k -й фазы; n – частота вращения ротора, об/мин.

Задав постоянный ток поочередно в каждой фазе и прокрутив ротор на 360/7 град в П-Ф модели вентильной машины, получим угловую характеристику собственных и взаимных индуктивностей фазных обмоток статора. Расчёт показывает, что пульсации этих индуктивностей настолько незначительны, что их можно считать постоянными. Собственная индуктивность каждой фазы получилась равной 0.0347 мкГн/мм. Взаимная индуктивность каждой пары фаз получилась равной 7.405e-004 мкГн/мм.

3.2.2. Построение имитационной генерирующей модели в COMSOL Multiphysics

Система (3.2) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно намагничивающих сил фаз обмотки статора. Если переменной φ_{Γ} поставить в соответствие пространственную координату, например x , то (3.2) можно считать системой стационарных одномерных PDE, которую можно решать в COMSOL Multiphysics. Если на границах задать периодическое граничное условие, то решение (3.2) сразу даст осциллограммы намагни-

чивающих сил, соответствующие требуемому установленному режиму заданной частоты вращения ротора.

Навигатор моделей

Запустив COMSOL Multiphysics или выполнив команду создания новой модели, раскроем окно Навигатора моделей. В закладке Multiphysics в ниспадающем меню Space dimension выберем пункт 1D. В браузере прикладных режимов выберем COMSOL Multiphysics/PDE Modes/ PDE, General Form/ Stationary analysis. В строку редактирования Dependent variables впишем имена i_1 , i_2 , i_3 . Всё остальное примем по умолчанию. Кнопкой Multiphysics откроем браузер включенных прикладных режимов. Кнопкой Add включим выбранный прикладной режим. Кнопкой ОК закроем окно Навигатора моделей.

Геометрическое моделирование

Выполним команду меню Draw/ Specify Objects/ Line. Раскроется диалоговое окно Line. В строку редактирования x впишем через пробел два числа: 0 360/7. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. Будет создан солидный одномерный геометрический объект (отрезок) с именем Π_1 , который будет представлять всю расчётную область. Закончив геометрическое моделирование, перейдём в операционный режим Subdomain Mode.

Дополнительные переменные модели

Командой меню Options/ Constants раскроем диалоговое окно Constants. Таблицу редактирования этого окна заполним в соответствии с табл. 3.4. Значения констант $sInd$, $vInd$, $Sobm$ берут из уже проведённого полевого расчёта.

Таблица 3.4

Имя	Выражение	Комментарий
$sInd$	0.03474978337855	Собственная индуктивность фазы обмотки статора, мкГн/мм
$vInd$	7.40502241944e-004	Взаимная индуктивность двух фаз обмотки статора, мкГн/мм
Rn	-51	Фазное сопротивление "нагрузки" на единицу активной длины, мкОм/мм
nm	400	Скорость вращения ротора, об/мин
nn	$nm/60$	Скорость вращения ротора, об/с
ome	$nn*\pi*2$	Скорость вращения ротора, рад/с
$Sobm$	40.23205629817456	Площадь сечения фазной обмотки с одной стороны от зубца, мм ²

Раскроем диалоговое окно Scalar Expressions. Таблицу редактирования заполним в соответствии с табл. 3.5.

Таблица 3.5

Имя	Выражение	Комментарий
G1	$(sInd*i1+vInd*i2+vInd*i3)*6*nm$	"Пассивное" потокосцепление в первой фазе, мкВб/мм
G2	$(vInd*i1+sInd*i2+vInd*i3)*6*nm$	"Пассивное" потокосцепление во второй фазе, мкВб/мм
G3	$(vInd*i1+vInd*i2+sInd*i3)*6*nm$	"Пассивное" потокосцепление в третьей фазе, мкВб/мм
F1	$eds1(x)-u1$	Правая часть, мкВ/мм
F2	$eds2(x)-u2$	Правая часть, мкВ/мм
F3	$eds3(x)-u3$	Правая часть, мкВ/мм
u1	$Rn*i1$	Напряжение первой фазы, мкВ/мм
u2	$Rn*i2$	Напряжение второй фазы, мкВ/мм
u3	$Rn*i3$	Напряжение третьей фазы, мкВ/мм
p1	$u1*i1$	Мощность, генерируемая первой фазой, мкВт/мм
p2	$u2*i2$	Мощность, генерируемая второй фазой, мкВт/мм
p3	$u3*i3$	Мощность, генерируемая третьей фазой, мкВт/мм
pp	$p1+p2+p3$	Мощность, генерируемая всеми тремя фазами, мкВт/мм
de1	$i1/Sobm$	Плотность тока первой фазы, А/мм ²
de2	$i2/Sobm$	Плотность тока второй фазы, А/мм ²
de3	$i3/Sobm$	Плотность тока третьей фазы, А/мм ²
U1	$\sqrt{U1I/uper}$	Действующее значение напряжения в первой фазе, мкВ/мм
U2	$\sqrt{U2I/uper}$	Действующее значение напряжения во второй фазе, мкВ/мм
U3	$\sqrt{U3I/uper}$	Действующее значение напряжения в третьей фазе, мкВ/мм
I1	$\sqrt{I1I/uper}$	Действующее значение тока в первой фазе, А
I2	$\sqrt{I2I/uper}$	Действующее значение тока во второй фазе, А
I3	$\sqrt{I3I/uper}$	Действующее значение тока в третьей фазе, А

Окончание табл. 3.5

Имя	Имя	Имя
De1	I1/Sobm	Действующее значение плотности тока в первой фазе, А/мм ²
De2	I2/Sobm	Действующее значение плотности тока во второй фазе, А/мм ²
De3	I3/Sobm	Действующее значение плотности тока в третьей фазе, А/мм ²
PP	PPI/upgr	Активная мощность, генерируемая машиной, мкВт/мм
MM	PP/ome	Тормозной момент в машине без потерь, мкНм/мм
SS	U1*I1+U2*I2+U3*I3	Полная электрическая мощность машины, мкВт/мм

Выделим единственную зону расчётной области и раскроем диалоговое окно Subdomain Integration Variables. Таблицу редактирования заполним в соответствии с табл. 3.6.

Таблица 3.6

Имя	Подынтегральное выражение
U1I	$u1^2$
U2I	$u2^2$
U3I	$u3^2$
I1I	$i1^2$
I2I	$i2^2$
I3I	$i3^2$
upgr	1
PPI	pp

С помощью команды меню Options/ Functions и соответствующих диалоговых окон зададим три таблично заданные (интерполяционные) функции с именами eds1, eds2, eds3. Эти функции представляют собой рассчитанные в полевой П-Ф модели угловые характеристики ЭДС фаз обмотки статора в генераторном режиме холостого хода.

Физическое моделирование

Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В списке зон выделим зону 1. В закладке Г в строки редактирования

Flux vector впишем имена G1, G2, G3. В закладке F в строки редактирования Source term впишем имена F1, F2, F3. Матрицы e_a , d_a обнуллим. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно.

Клавишей F7 раскроем диалоговое окно Boundary Settings. В списке границ выделим границы 1, 2. В закладке Type включим радиокнопку Neumann boundary condition. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно.

Выполним команду Physics/ Periodic Conditions/ Periodic Boundary Conditions. Раскроется диалоговое окно Periodic Boundary Conditions. Выделим граничную точку 1. В закладке Source в столбец Expression таблицы редактирования впишем имена i1, i2, i3. В столбец Constraint name по умолчанию автоматически впишутся имена создаваемых переменных связи pconstr1, pconstr2, pconstr3. Перейдём в закладку Destination. Там для каждой переменной связи выделим и отметим как место назначения граничную точку 2. В закладке Source Vertices в список Source vertices включим граничную точку 1. В закладке Destination Vertices в список Destination vertices включим граничную точку 2. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. Периодическое граничное условие сформировано. Решение модели даст осциллограммы фазных токов, соответствующие установившемуся режиму работы машины.

Построение сетки и решение имитационной модели

Конечноэлементную сетку построим с помощью кнопок Initialize Mesh и Refine Mesh. Кнопку Refine Mesh будем нажимать до тех пор, пока не будет построено 480 лагранжевых элементов второго порядка.

Решение запускается нажатием кнопки = на главной инструментальной панели. На компьютере с процессором Athlon 3500 решение займёт 0.515 секунд. После завершения решения в поле axes будет показана сгенерированная осциллограмма намагничивающей силы первой фазы обмотки статора.

Постпроцессорная обработка и визуализация

Чтобы построить на одном графике все три осциллограммы фазных намагничивающих сил, клавишей Ctrl+F экспортируем fem-структуру в COMSOL Script. Для построения графика выполним следующую последовательность операторов:

```
ugolg=360/280*(0:40);  
[i1,i2,i3]=postinterp(fem,'i1','i2','i3',ugolg);  
plot(ugolg,[i1;i2;i3])
```

Осциллограммы фазных намагничивающих сил, соответствующие двигательному режиму работы машины с максимальным (единичным) значением коэффициента мощности, показаны на рис. 3.10. Эти осциллограммы соответствуют действующему значению усреднённой по пазам плотности тока обмоток статора, равному 4.48 А/мм^2 . Это допустимо для кратковременного режима работы двигателя в составе электропривода запорной арматуры трубопроводов. Активная и полная потребляемая электрическая мощность на единицу активной длины машины получилась равной 4971102 мкВт/мм при заданной частоте вращения 400 об/мин . Это соответствует вращающему электромагнитному моменту 118676 мкНм/мм (среднее значение за период изменения токов фаз статора).

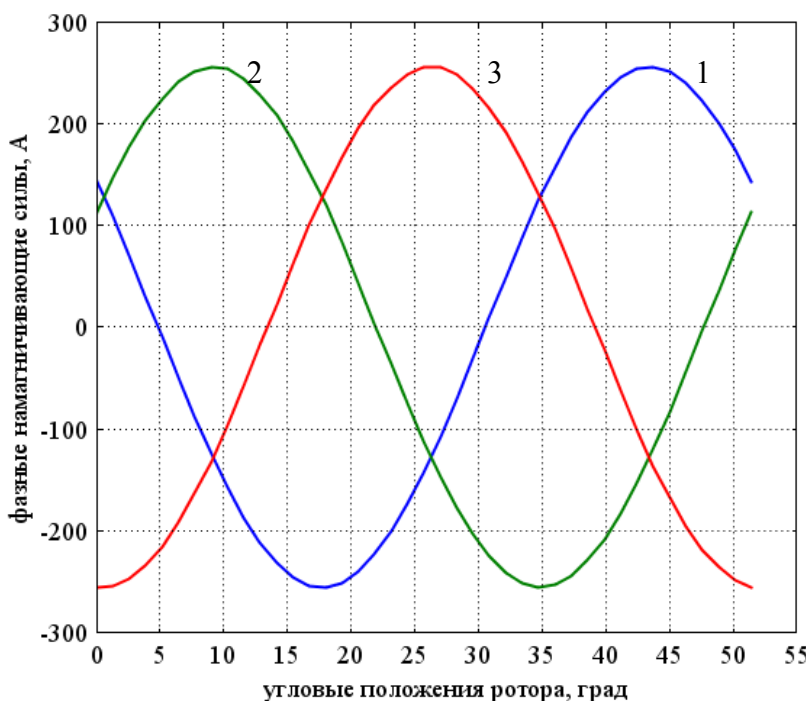


Рис. 3.10. Энергетически оптимальные осциллограммы фазных (1 – 3) намагничивающих сил

Для проверки полученных кривых в полевой П-Ф модели нужно иметь осциллограммы скоростей изменения фазных МДС. Для их построения выполним следующую последовательность операторов:

```
figure
[is1,is2,is3]=postinterp(fem,'i1x*nm*6','i2x*nm*6','i3x*nm*6',ugolg);
plot(ugolg,[is1;is2;is3])
```

На рис. 3.11 показаны рассчитанные осциллограммы скоростей изменения фазных МДС.

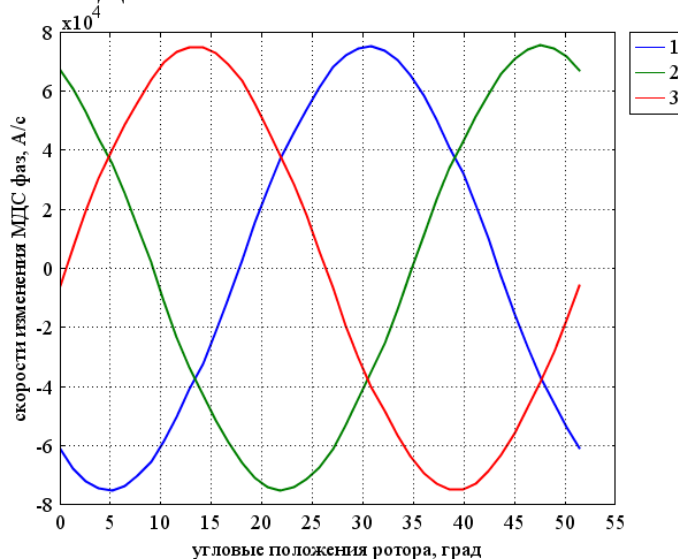


Рис. 3.11. Энергетически оптимальные Осциллограммы скоростей изменения фазных (1 – 3) намагничивающих сил

3.2.3. Проверка сгенерированного алгоритма управления в полевой пространственно-фазовой модели машины

Сгенерированные в п. 3.2.2 осциллограммы МДС и их производных по времени введём в П-Ф модель синхронной машины. Для этого сначала выполним следующую последовательность операторов в COMSOL Script или MATLAB:

```

fis1.x=ugolg;
fis1.data=i1;
fis2.x=ugolg;
fis2.data=i2;
fis3.x=ugolg;
fis3.data=i3;
fiss1.x=ugolg;
fiss1.data=is1;
fiss2.x=ugolg;
fiss2.data=is2;
fiss3.x=ugolg;
fiss3.data=is3;

```

Загрузим в COMSOL Multiphysics модель вентиляльной машины, описанную в п. 3.1. В диалоговом окне Global Expressions произведём следующие переопределения переменных:

$Is1=fis1(ugolg)$; $Is2=fis2(ugolg)$; $Is3=fis3(ugolg)$; $Iss1=fiss1(ugolg)$; $Iss2=fiss2(ugolg)$; $Iss3=fiss3(ugolg)$.

В диалоговом окне Functions в список Defined functions добавим интерполяционные функции $fis1$, $fis2$, $fis3$, $fiss1$, $fiss2$, $fiss3$. Таблицы аргументов и значений внедрим из COMSOL Script из структурных переменных $fis1$, $fis2$, $fis3$, $fiss1$, $fiss2$, $fiss3$. Метод интерполяции выберем Cubic spline.

Сохраним П-Ф модель и экспортируем fem-структуру в COMSOL Script или MATLAB. Выполним последовательность операторов, представленную в п. 3.1.6. В результате получим исчерпывающий набор угловых характеристик состояния машины в энергетически выгодном двигательном режиме. На рис. 3.12 показаны осциллограммы ЭДС электромагнитной индукции в обмотках статора в рассчитанном режиме.

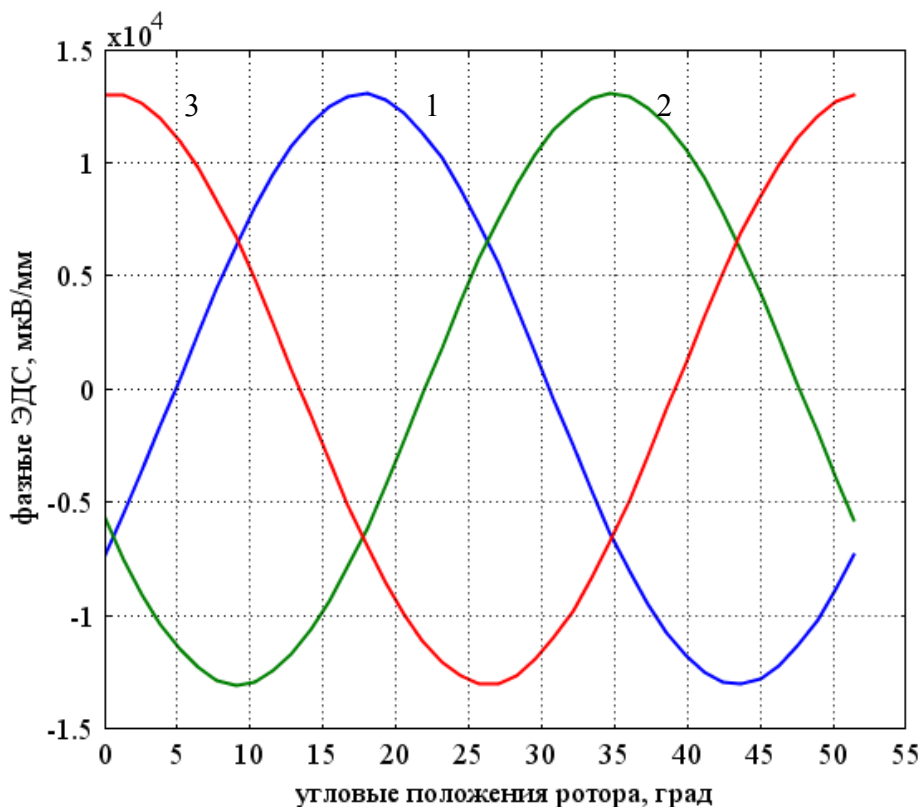


Рис. 3.12. Осциллограммы фазных (1-3) ЭДС в рассчитанном двигательном режиме

Для вычисления невязки этих ЭДС по отношению к напряжениям, рассчитанным по имитационной модели, выполним следующую последовательность операторов:

```
figure
neEs=(Es+51*[i1;i2;i3].')/max(abs(Es(:))); % Относительная невязка ЭДС
plot(ugolg,neEs)
max(abs(neEs))
```

График невязки полевого П-Ф моделирования фазных ЭДС показан на рис. 3.13. Видно, что модуль относительной невязки не превышает 0.041 %. Это опять подтверждает правильность концепции П-Ф методов моделирования электромеханических процессов.

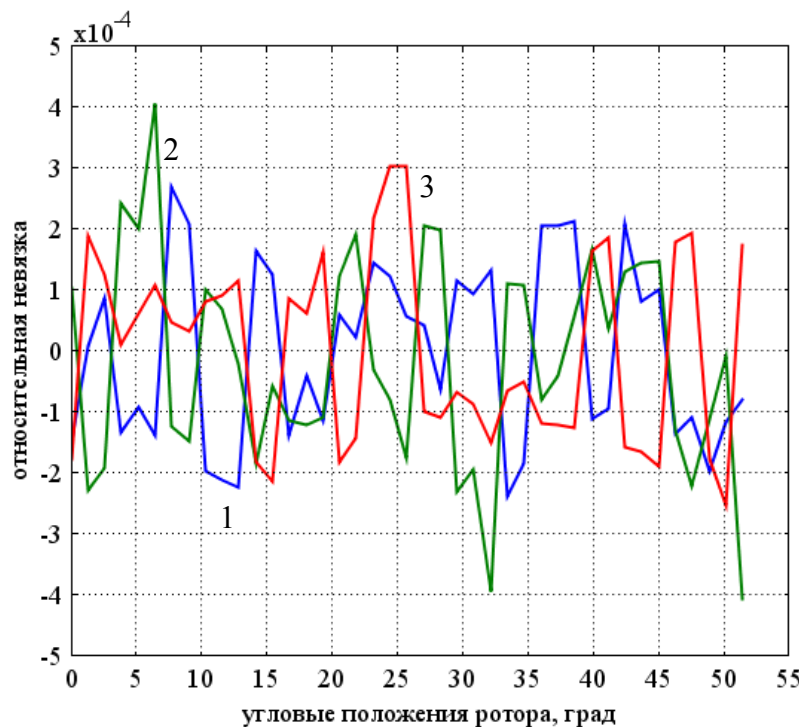


Рис. 3.13. График невязки фазных ЭДС

Для расчёта угловой характеристики вращающего электромагнитного момента выполним следующую последовательность операторов:

```
MM=zeros(41,1);
for ii=1:41, MM(ii)=postinterp(femm{ii},'MMi',[0;0]); end
plot(ugolg,MM)
MMm=mean(MM)
```

Угловая характеристика электромагнитного момента при рассчитанном двигательном режиме показана на рис. 3.14. Среднее значение момента 118928 мкНм/мм. Максимальное отклонение вверх 2 %. Максимальное отклонение вниз 1.5 %. Среднеквадратичное отклонение от среднего 1 %. Отклонение среднего момента от значения, рассчитанного по имитационной модели, -0.21 %. Пульсации момента на рис. 3.14 обусловлены вычислительным шумом конечноэлементного расчёта. Сравнение моментов по П-Ф и имитационной модели также даёт отличное подтверждение правильности концепции П-Ф методов.

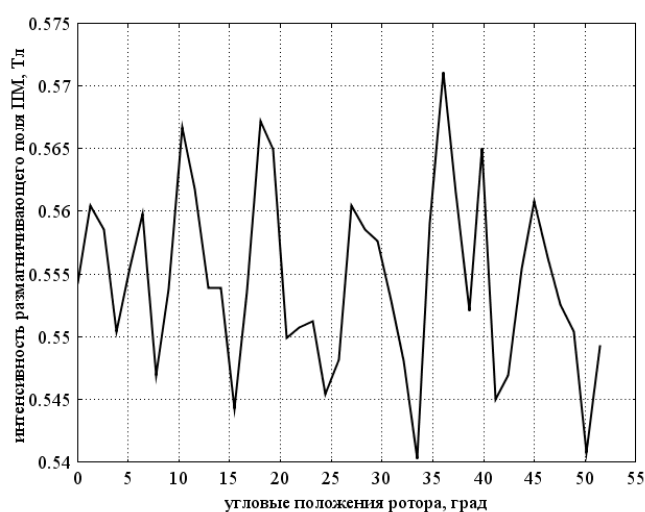


Рис. 3.14. Угловая характеристика момента при рассчитанном двигательном режиме

Для расчёта угловой характеристики максимальной интенсивности размагничивающего поля ПМ выполним следующую последовательность операторов:

```

Bira=zeros(41,1);
for ii=1:41, Bira(ii)=postmax(femm{ii},'Hira*mu0','Dl',[4 5 11 12 17
18 23 24 29 30 35 36 41 42]); end
plot(ugolg,Bira)

```

Названная выше характеристика показана на рис. 3.15. Видно, что постоянные магниты не будут необратимо размагничиваться при рассчитанном двигательном режиме.

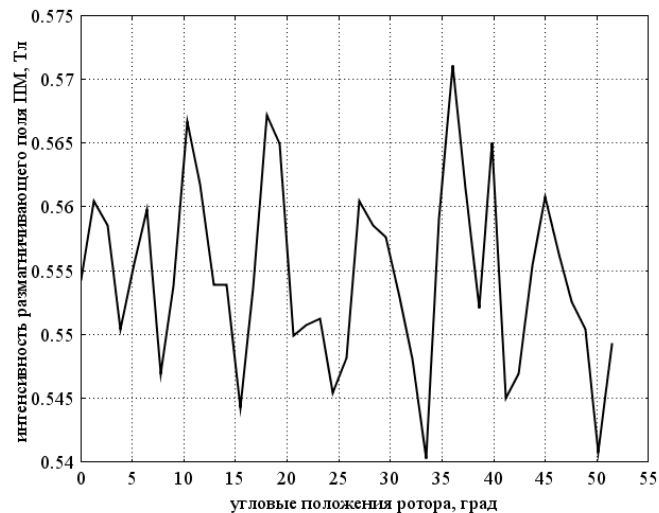


Рис. 3.15. Угловая характеристика максимальной интенсивности размагничивающего поля

Распределение модуля магнитной индукции в сечении машины при нулевом угловом положении ротора практически не отличается от изображенного на рис. 3.8. Областей недопустимого насыщения участков магнитопроводов практически нет. Следовательно, по электромеханической части машина должна быть работоспособной.

3.3. П-Ф модели вентильных электрических машин с активным ротором в программном пакете COMSOL Multiphysics

Опишем модели вентильных генераторов с активным ротором (ВГАР) с возбуждением от ПМ.

Расчёт электромагнитной системы моделируемого ВГАР выполнен П-Ф методами теории электромагнитного поля (ЭМП) и теории силовых взаимодействий в ЭМП с применением программного комплекса COMSOL Multiphysics. Этот расчёт необходим для определения оптимальных геометрических размеров и электрофизических параметров основных узлов ВГАР (ротора и статора): магнитопроводов, постоянных магнитов (ПМ), обмоток и др. Далее на основе моделирования ЭМП выполняются расчёты временных диаграмм фазных токов и напряжений для построения оптимальной системы выпрямитель – стабилизатор напряжения, которые подключаются к выходу ВГАР.

3.3.1. Моделирование электромагнитного поля в ВГАР

ЭМП в моделируемом генераторе можно с высокой точностью считать плоскопараллельным, поэтому в программном комплексе COMSOL Multiphysics выполнено 2D-моделирование. Оптимизация геометрических размеров проведена в интерактивном режиме, т.е. выполнен многократный полевой расчёт при изменении наиболее важных параметров геометрии расчётной области. Чтобы такое изменение параметров не было слишком трудоёмким, в средах COMSOL Script или MATLAB разработан вычислительный сценарий построения композиционных геометрических объектов, моделирующих двумерную расчётную область. Созданные геометрические объекты импортируются в COMSOL Multiphysics, и там выполняется серия полевых расчётов. Электромеханическое преобразование в синхронном генераторе моделируется пространственно-фазовым методом теории ЭМП. Эти методы, кроме всего прочего, существенно упрощают расчёты осциллограмм фазных напряжений и токов для построения оптимальной системы выпрямитель – стабилизатор напряжения.

Программирование построения геометрических объектов расчётной области в COMSOL Script или MATLAB (первый вариант геометрии поперечного сечения ВГАР)

Вычислительные сценарии в COMSOL Script пишутся на языке MATLAB. Последовательность операторов построения геометрических объектов запишем в файл с именем `geom1.m`:

```
% geom1 - построение геометрии поперечного сечения генератора
Rnstat=17; % Наружный радиус магнитопровода статора, мм
Rvstat=15.5; % Внутренний радиус магнитопровода статора, мм
Rvzu=11.9; % Внутренний радиус зубца статора, мм
ama=pi/12; % Половина угла полюсного деления статора, рад
kami=0.8; % Отношение угла величины зубца к полюсному делению
статора
ami=ama*kami; % Половина угловой величины зубца статора, рад
Rnzu=12.4; % Наружный радиус уса зубца статора
xzu=1.5; % Половина толщины зубца статора, мм
Rza=0.5; % Радиус закругления углов зубца статора, мм
zaz=0.7; % Величина зазора между статором и ротором, мм
Hkli=0.8; % Толщина клина для обмотки статора, мм
```



```

xc=xzu+Rza; % x центра закругления углов зубца статора, мм
yc1=sqrt((Rnzu+Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления нижнего
угла зубца статора, мм
yc2=sqrt((Rvstat-Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления верхне-
го угла зубца статора, мм
an1=atan2(yc1,xc); % Угловая координата центра и нижней точки со-
пряжения, рад
an2=atan2(yc2,xc); % Угловая координата центра и верхней точки со-
пряжения, рад
xni=Rnzu*cos(an1); % x нижней точки сопряжения
yni=Rnzu*sin(an1); % y нижней точки сопряжения
xve=Rvstat*cos(an2); % x верхней точки сопряжения
yve=Rvstat*sin(an2); % y верхней точки сопряжения
C1=circ1(Rnstat); % Наружная окружность магнитопровода статора
C2=circ1(Rvzu); % Внутренняя окружность зубцов статора
L1=line1([Rvzu Rnzu]*sin(ami),[Rvzu Rnzu]*cos(ami));
L2=arc1(0,0,Rnzu,pi/2-ami,an1); % "Наружная" дуга уса зубца статора
L3=arc1(xc,yc1,Rza,pi,atan2(yni-yc1,xni-xc)+pi*2); % Нижняя дуга со-
пряжения
L4=line1([xzu xzu],[yc1 yc2]); % Основная (прямая) граница зубца
L5=arc1(xc,yc2,Rza,atan2(yve-yc2,xve-xc),pi); % Верхняя дуга сопря-
жения
L6=arc1(0,0,Rvstat,pi/2-ama,an2); % Внутренняя дуга ярма магнито-
провода статора
L7=line1([Rvstat Rnzu+Hkli]*sin(ama),[Rvstat Rnzu+Hkli]*cos(ama));
L8=arc1(0,0,Rnzu+Hkli,pi/2-ama,acos(xzu/(Rnzu+Hkli)));
Lp=geomcsg({L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8}); % Правая граница зубца
Le=mirror(Lp,[0 0],[1 0]); % Левая граница зубца
L0=geomcsg({Lp,Le}); % Вся граница зубца
L=cell(1,12);
L{1}=L0;
for ii=1:11, L{ii+1}=rotate(L0,ama*2*ii); end
Lz=geomcsg(L);
Rnr=Rvzu-zaz; % Наружный радиус ротора, мм

```

```

C3=circ1(Rnr); % Внутренняя окружность рабочего зазора
C4=circ1(1.1*Rnstat); % Внешняя окружность всей расчётной области
g1=geomcoerce('solid',{C1,C2,C3,C4,Lz})-circ2(Rnr); % Весь статор, зазор и наружный воздух
geomplot(g1,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hold on
% Ротор будем рассчитывать на 14 постоянных магнитов (ПМ)
Hpm=2; % Радиальная толщина ПМ, мм
Hb=0.2; % Толщина бандажа ротора, мм
карм=100/109; % Отношение угл величины ПМ ротора к угл величине зубца статора
арм=амі*карм; % Угловая величина ПМ ротора
Rpm=Rnr-Hb; % Внутренний радиус бандажа (наружный радиус ПМ), мм
Rvr=Rpm-Hpm; % Внутренний радиус ротора (радиус вала, выполняющего роль магнитопровода), мм
C5=circ1(Rvr); % Граничная окружность вала
C6=circ1(Rpm); % Граничная окружность ПМ
%хрм=Rnr*sin(арм); % Половина ширины ПМ, мм
% Lmp=line1([хрм хрм],[Rnr*cos(арм) sqrt(Rvr^2-хрм^2)]); % Правая граница ПМ
Lmp=line1([Rpm Rvr]*sin(арм),[Rpm Rvr]*cos(арм)); % Правая граница ПМ
Lme=mirror(Lmp,[0 0],[1 0]); % Левая граница ПМ
Lm0=geomcsg({Lmp,Lme}); % Вся граница ПМ
Lm=cell(1,12);
Lm{1}=Lm0;
for ii=1:13, Lm{ii+1}=rotate(Lm0,pi/7*ii); end
Lmz=geomcsg(Lm);
g2=geomcoerce('solid',{C3,C5,C6,Lmz}); % Весь ротор
geomplot(g2,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hp=findobj('type','patch');
set(hp(1),'facecolor',[0.85 1 1]);
set(hp(2),'facecolor',[0.5 1 0.5]);
hold off

```

В среде COMSOL Script папку, в которую записан файл, сделаем текущей при помощи команды `cd`. По команде `geomt1` управление будет передано сценарию, и он будет выполнен. В результате будут созданы два композиционных геометрических объекта с именами `g1` и `g2`. Первый – статор, второй – ротор. Объекты будут показаны в фигуре COMSOL (рис. 3.16). Изменять геометрию можно путём редактирования параметров `Rvstat`, `Rvzu`, `kami`, `Rnzu`, `xzu`, `Rza`, `zaz`, `Hkli`, `Hpm`, `Hb`, `karm` и повторного запуска вычислительного сценария. Параметр `Rnstat` будем считать предельным габаритным, а значит, неизменяемым. Назначение каждого параметра описано в комментариях к операторам сценария.

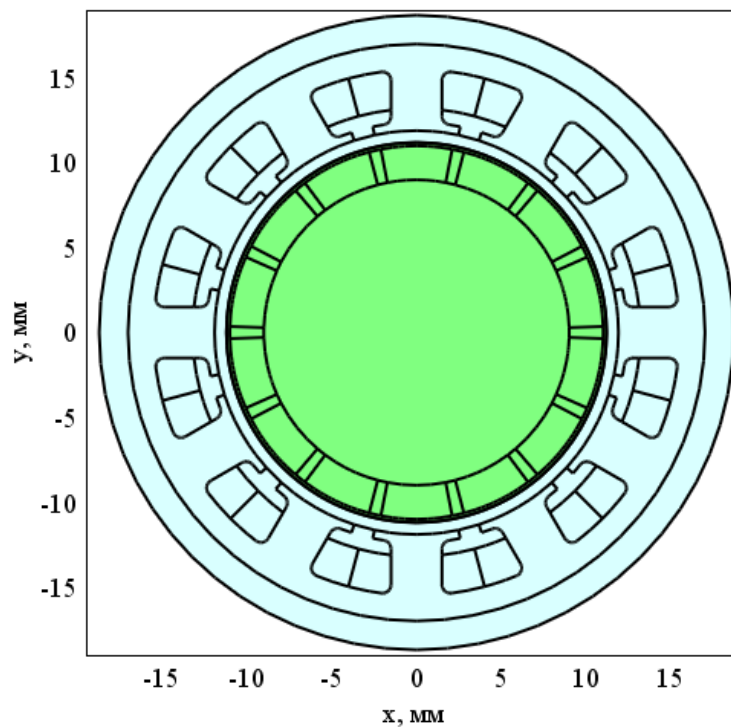


Рис. 3.16. Геометрические объекты двумерной расчётной области ВГАР

Навигатор моделей в COMSOL Multiphysics

Раскроем окно Model Navigator. Кнопкой Multiphysics раскроем браузер включенных прикладных режимов. В основном браузере выберем прикладной режим COMSOL Multiphysics/ Deformed Mesh/ Moving Mesh (ALE)/ Static analysis. Кнопкой Add добавим этот прикладной режим в модель. В результате будет создан фрейм преобра-

зования координат при моделировании перемещений. В этом фрейме будет создан прикладной режим Moving Mesh (ALE) (ale), позволяющий задавать перемещения конечноэлементных сеток при моделировании поворота ротора. В основном браузере выберем прикладной режим COMSOL Multiphysics/ PDE Modes/ PDE, General Form/ Stationary analysis. В строку редактирования Dependent variables впишем имена зависимых переменных u_{ih} , u_{ih1} , u_i , u_{i1} . Они выполняют роль фазовых переменных векторного магнитного потенциала в однородно-движущейся и в неоднородно-движущейся средах. В этой модели объединены неподвижная и движущаяся системы в один прикладной режим. Кнопкой Add добавим этот прикладной режим в модель. Кнопкой OK закроем окно Навигатора моделей.

После закрытия окна Навигатора моделей развернётся графический интерфейс COMSOL Multiphysics, в котором проведём большую часть операций моделирования с использованием уравнений ЭМП в П-Ф форме с учётом динамических эффектов первого порядка. Вращение ротора при расчёте угловых характеристик будем осуществлять в программной среде COMSOL Script или MATLAB.

Геометрическое моделирование в COMSOL Multiphysics

После закрытия окна Навигатора моделей приложение COMSOL Multiphysics перейдёт в режим Draw Mode. Если вычислительный сценарий формирования геометрических объектов выполнен в COMSOL Script или MATLAB, то в COMSOL Multiphysics выполним команду меню File/ Import/ Geometry Objects. Развернётся диалоговое окно Import Geometry Objects. В списке объектов диалогового окна выделим объекты с именами g_1 и g_2 . Кнопкой OK закроем диалоговое окно. Композиционные геометрические объекты появятся в поле axes графического интерфейса COMSOL Multiphysics.

Чтобы при расчётах угловых характеристик синхронного генератора была возможность геометрическим способом поворачивать ротор, нужно создать Identity Pair на общих границах двух геометрических объектов. Выполним команду меню Draw/ Create Pairs. Раскрывается диалоговое окно Create Pairs. Там установим флаг Create im-

prints. В выпадающем меню Pair type выберем пункт Identity pair. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. В поле axes будет видно, что граница раздела геометрических объектов станет жёлтого цвета. На этом геометрическое моделирование закончено. Переведём COMSOL Multiphysics в Subdomain Mode.

Зоны расчётной области

На рис. 3.17 показано схематичное изображение поперечного сечения ВГАР, представлено изображение двумерной расчётной модели в COMSOL Multiphysics в операционном режиме Subdomain Mode. Цифрами обозначены номера зон расчётной области. В каждой

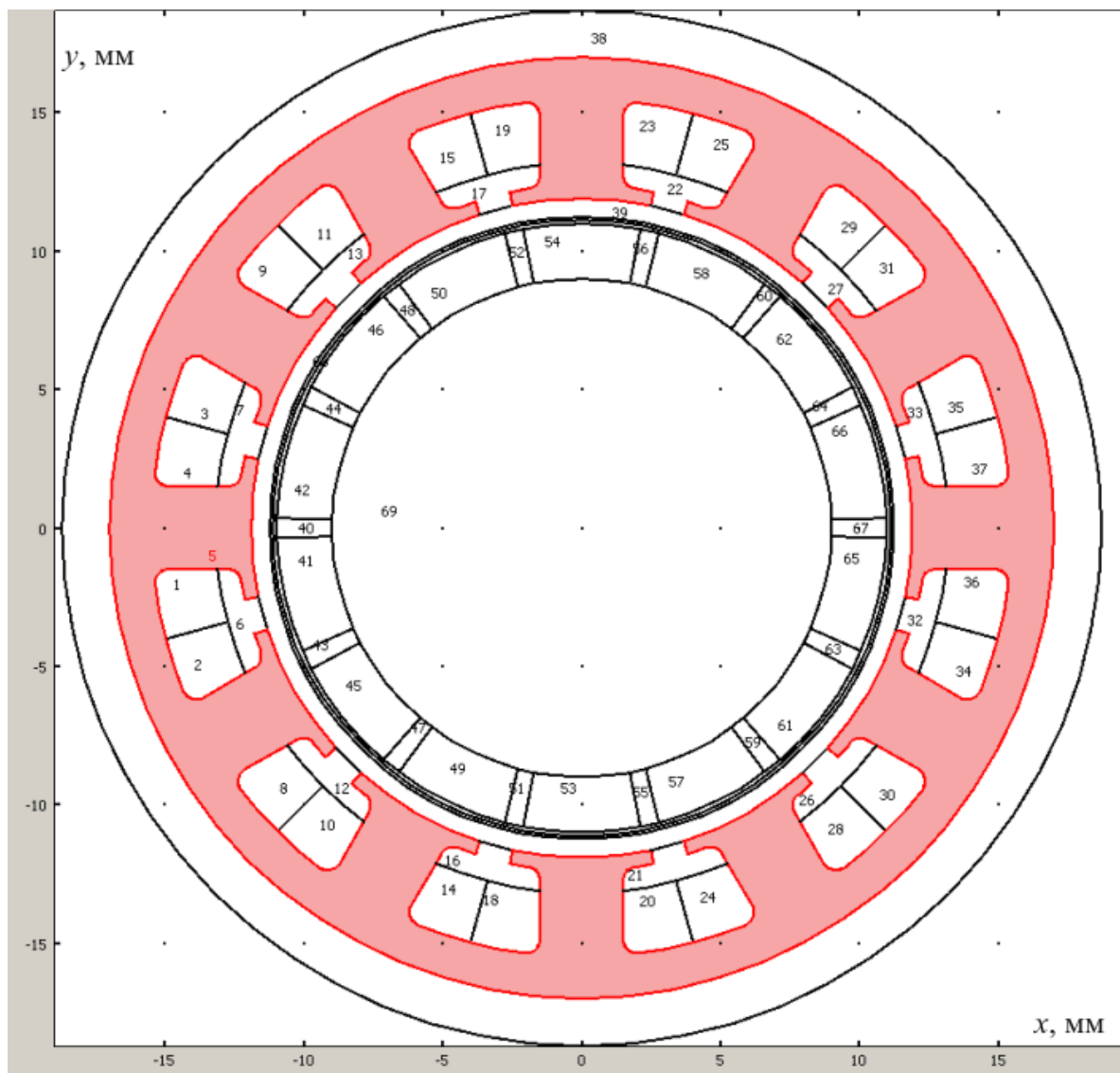


Рис. 3.17. Схематичное изображение поперечного сечения машины

зоне задаются свои значения параметров материальных свойств: 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 20, 23, 24, 25, 28, 29, 30, 31, 34, 35, 36, 37 – сечения обмоток на зубцах статора; 5 – магнитопровод статора; 6, 7, 12, 13, 16, 17, 21, 22, 26, 27, 32, 33 – клинья, фиксирующие обмотки на зубцах статора; 38 – «наружный воздух»; 39 – зазор между статором и ротором (переходная зона); 40, 43, 44, 47, 48, 51, 52, 55, 56, 59, 60, 63, 64, 67 – промежутки между ПМ ротора; 41, 42, 45, 46, 49, 50, 53, 54, 57, 58, 61, 62, 65, 66 – ПМ ротора; 68 – бандаж ротора; 69 – вал, одновременно выполняющий роль магнитопровода ротора.

Дополнительные переменные модели

Развернём диалоговое окно Constants. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии констант в соответствии с табл. 3.7. Значения констант np , ome соответствуют частоте вращения ротора 1500 об/мин. Константы $Vina$, $sten$ предназначены для линеаризации основной кривой намагничивания материалов магнитопроводов в целях ускорения машинных расчётов. Константа $shag$ предназначена для облегчения прокручивания ротора при расчёте угловых характеристик в COMSOL Script. Полный оборот ротора соответствует семи периодам изменения фазных потокосцеплений статора. Каждый период разобьём на 40 шагов по углу, т.е. все угловые характеристики будем рассчитывать по 41 точке.

Таблица 3.7

Имя	Выражение	Комментарий
μ_0	$4E-4*\pi$	Абсолютная магнитная проницаемость вакуума, мкГн/мм
μ_{rpm}	1.05	Относительная магнитная проницаемость материала основных ПМ
μ_{rkl}	1	Относительная магнитная проницаемость материала ПМ (клиньев)
B_{rm}	$1.1*moon$	Остаточная магнитная индукция ПМ, Тл
B_{rml}	$1.1*mcon$	Остаточная магнитная индукция ПМ (клиньев), Тл
$moon$	1	1 - основные магниты намагничены, 0 - размагничены
$mcon$	0	1 - магнитные клинья намагничены, 0 - размагничены
np	150/6	Частота вращения ротора, об/с
ome	$2*\pi*np$	Циклическая частота вращения ротора, рад/с

Окончание табл. 3.7

Имя	Выражение	Комментарий
Bina	1.0	Точка линеаризации (магнитная индукция) на кривой намагничивания, Тл
sten	9	Степень магнитной индукции при усреднении по магнитопроводам
shag	0	Номер шага по углу поворота ротора (шаг = 360/7/40 град)

Раскроем диалоговое окно Global Expressions. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии глобальных expressions-переменных в соответствии с табл. 3.8. Здесь описаны переменные, зависящие от шага по углу поворота ротора. Выражения в табл. 3.8 соответствуют холостому ходу генераторного режима работы машины.

Таблица 3.8

Имя	Выражение	Комментарий
ugolg	360/280*shag	Угол поворота ротора, град
ugol	ugolg*pi/180	Угол поворота ротора, рад
Is1	0	Ток первой фазы статора, А
Is2	0	Ток второй фазы статора, А
Is3	0	Ток третьей фазы статора, А
Iss1	0	Скорость изменения тока первой фазы статора, А/с
Iss2	0	Скорость изменения тока второй фазы статора, А/с
Iss3	0	Скорость изменения тока третьей фазы статора, А/с

Раскроем диалоговое окно Scalar Expressions. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии скалярных expressions-переменных в соответствии с табл. 3.9. Переменные Bisten, Birate введены в модель для контроля правильности выбора точки линеаризации на основной кривой намагничивания материала магнитопроводов. Переменные PMi, PEs введены в модель для проверки баланса мощностей в машине. В табл. 3.9 запись {ii} следует понимать как мета-обозначение символа, соответствующего зубцу с номером ii. Это сделано для краткости, чтобы не перечислять все 24 имени переменных.

Таблица 3.9

Имя	Выражение	Комментарий
R	$\sqrt{X^2+Y^2}$	Радиальная координата точки наблюдения в неповёрнутой системе, мм
r	$\sqrt{x^2+y^2}$	Радиальная координата точки наблюдения, мм
tet	$\text{atan2}(y,x)$	Угловая координата точки наблюдения, рад
tetg	$\text{tet} \cdot 180/\pi$	Угловая координата точки наблюдения, град
er0x	$\cos(\text{tet})$	Горизонтальная составляющая единичного радиального вектора
er0y	$\sin(\text{tet})$	Вертикальная составляющая единичного радиального вектора
Bihx	uihy	Горизонтальная составляющая магнитной индукции в неподвижной среде, Тл
Bihy	-uihx	Вертикальная составляющая магнитной индукции в неподвижной среде, Тл
Bih	$\sqrt{\text{Bihx}^2+\text{Bihy}^2}$	Модуль магнитной индукции в неподвижной системе, Тл
eBihx	$\text{real}(\text{sign}(\text{Bihx}+j \cdot \text{Bihy}))$	Горизонтальный орт вектора магнитной индукции в неподвижной системе
eBihy	$\text{imag}(\text{sign}(\text{Bihx}+j \cdot \text{Bihy}))$	Вертикальный орт вектора магнитной индукции в неподвижной системе
Bih1x	uih1y	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
Bih1y	-uih1x	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
Bih1	$\sqrt{\text{Bih1x}^2+\text{Bih1y}^2}$	Модуль первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
eBih1x	$\text{real}(\text{sign}(\text{Bih1x}+j \cdot \text{Bih1y}))$	Горизонтальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе
eBih1y	$\text{imag}(\text{sign}(\text{Bih1x}+j \cdot \text{Bih1y}))$	Вертикальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе

Продолжение табл. 3.9

Имя	Выражение	Комментарий
Hihx	$(B_{ihx}-B_{rx}) \cdot \mu_{aiah}$	Горизонтальная составляющая напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм
Hihy	$(B_{ihy}-B_{ry}) \cdot \mu_{aiah}$	Вертикальная составляющая напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм
Hih	$\sqrt{H_{ihx}^2+H_{ihy}^2}$	Модуль напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм
Hihra	$(-H_{ihx} \cdot B_{rx}-H_{ihy} \cdot B_{ry}) / \text{if}(B_{rx}==0 \& B_{ry}==0, 1, \sqrt{B_{rx}^2+B_{ry}^2})$	Размагничивающая напряжённость магнитного поля в ПМ в неподвижной системе, А/мм
Hih1x	$B_{ih1x} \cdot \mu_{aiah}$	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Hih1y	$B_{ih1y} \cdot \mu_{aiah}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Hih1	$\sqrt{H_{ih1x}^2+H_{ih1y}^2}$	Модуль первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Gihx	Hihy	Горизонтальная составляющая "функции потока" в неподвижной среде, А/мм
Gihy	-Hihx	Вертикальная составляющая "функции потока" в неподвижной среде, А/мм
Gih1x	Hih1y	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неподвижной среде, А/мм/с
Gih1y	-Hih1x	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неподвижной среде, А/мм/с
Eih	-uih1	Напряжённость электрического поля в неподвижной системе, мкВ/мм
morih	$(x \cdot u_{ihx} + y \cdot u_{ihy}) \cdot (B_{ihx} \cdot \epsilon_{r0x} + B_{ihy} \cdot \epsilon_{r0y}) / \mu_0$	"Поверхностная плотность" момента в неподвижной системе, мкНм/мм ²
MMih	$M_{ih} \cdot SL_z / Sz^2$	Момент на единицу активной длины в неподвижной системе, мкНм/мм

Продолжение табл. 3.9

Имя	Выражение	Комментарий
Bix	u_{iy}	Горизонтальная составляющая магнитной индукции, Тл
Bi _y	$-u_{ix}$	Вертикальная составляющая магнитной индукции, Тл
Bi	$\sqrt{B_{ix}^2+B_{iy}^2}$	Модуль магнитной индукции, Тл
eBix	$\text{real}(\text{sign}(B_{ix}+j*B_{iy}))$	Горизонтальный орт вектора магнитной индукции
eBi _y	$\text{imag}(\text{sign}(B_{ix}+j*B_{iy}))$	Вертикальный орт вектора магнитной индукции
Bi1 _x	u_{i1y}	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
Bi1 _y	$-u_{i1x}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
Bi1	$\sqrt{Bi1_x^2+Bi1_y^2}$	Модуль первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
eBi1 _x	$\text{real}(\text{sign}(Bi1_x+j*Bi1_y))$	Горизонтальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе
eBi1 _y	$\text{imag}(\text{sign}(Bi1_x+j*Bi1_y))$	Вертикальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе
Hix	$(B_{ix}-B_{rx})*\nu_{uai}$	Горизонтальная составляющая напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hi _y	$(B_{iy}-B_{ry})*\nu_{uai}$	Вертикальная составляющая напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hi	$\sqrt{H_{ix}^2+H_{iy}^2}$	Модуль напряжённости магнитного поля, А/мм
Hira	$(-H_{ix}*B_{rx}-H_{iy}*B_{ry})/\text{if}(B_{rx}==0\&B_{ry}==0, 1,\sqrt{B_{rx}^2+B_{ry}^2})$	Размагничивающая напряжённость магнитного поля в ПМ в подвижной системе, А/мм
Hi1 _x	$Bi1_x*\nu_{uai}$	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм

Продолжение табл. 3.9

Имя	Выражение	Комментарий
H1y	$B_{1y} \cdot \mu_{ai}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
H1	$\sqrt{H_{1x}^2 + H_{1y}^2}$	Модуль первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
Hd1x	$-d_{ome} \cdot (2 \cdot (H_{ihx} \cdot \epsilon_{r0x} + H_{ihy} \cdot \epsilon_{r0y}) \cdot y - r \cdot H_{ihy})$	Горизонтальная составляющая добавочной первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
Hd1y	$d_{ome} \cdot (2 \cdot (H_{ihx} \cdot \epsilon_{r0x} + H_{ihy} \cdot \epsilon_{r0y}) \cdot x - r \cdot H_{ihx})$	Вертикальная составляющая добавочной первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
G1x	H1y	Горизонтальная составляющая "функции потока", А/мм
G1y	-H1x	Вертикальная составляющая "функции потока", А/мм
G1x	H1y + Hd1y	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неоднородно-движущейся среде, А/мм/с
G1y	-H1x - Hd1x	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неоднородно-движущейся среде, А/мм/с
E1	-u1	Напряжённость электрического поля в неоднородно-движущейся системе, мкВ/мм
mor1	$(x \cdot u_{ix} + y \cdot u_{iy}) \cdot (B_{ix} \cdot \epsilon_{r0x} + B_{iy} \cdot \epsilon_{r0y}) / \mu_0$	"Поверхностная плотность" момента, мкНм/мм ²
MMi	$M_{Li} \cdot S_L / S_z^2$	Момент на единицу активной длины, мкНм/мм
Em {ii}	$E_{Lim} \{ii\} / S_{obm}$	Промежуточные переменные для расчёта зубцовых ЭДС
Ep {ii}	$E_{Lip} \{ii\} / S_{obm}$	
ED {ii}	$E_p \{ii\} - E_m \{ii\}$	ЭДС обмотки ii-го зубца, мкВ/мм
Es1	ED1 - ED2 + ED3 - ED4	ЭДС обмотки первой фазы статора, мкВ/мм
Es2	ED5 - ED6 + ED7 - ED8	ЭДС обмотки второй фазы статора, мкВ/мм
Es3	ED9 - EDA + EDB - EDC	ЭДС обмотки третьей фазы статора, мкВ/мм

Окончание табл. 3.9

Имя	Выражение	Комментарий
$P_{m\{ii\}}$	$E_{lim\{ii\}}/S_{obm}$	Промежуточные переменные для расчёта зубцовых потокосцеплений
$P_{p\{ii\}}$	$E_{ip\{ii\}}/S_{obm}$	
$PS\{ii\}$	$P_{p\{ii\}}-P_{m\{ii\}}$	Потокосцепление обмотки ii-го зубца, мкВб/мм
$Ps1$	$PS1-PS2+PS3-PS4$	Потокосцепление обмотки первой фазы статора, мкВб/мм
$Ps2$	$PS5-PS6+PS7-PS8$	Потокосцепление обмотки второй фазы статора, мкВб/мм
$Ps3$	$PS9-PSA+PSB-PSC$	Потокосцепление обмотки третьей фазы статора, мкВб/мм
$Ess1$	$Ps1*(7*\omega)^2$	Скорость изменения ЭДС обмотки первой фазы статора, мкВ/мм/с
$Ess2$	$Ps2*(7*\omega)^2$	Скорость изменения ЭДС обмотки второй фазы статора, мкВ/мм/с
$Ess3$	$Ps3*(7*\omega)^2$	Скорость изменения ЭДС обмотки третьей фазы статора, мкВ/мм/с
B_{isten}	$(B_{listen}/S_{ser})^{(1/sten)}$	Среднестепенное значение магнитной индукции в магнитопроводах, Тл
B_{irate}	$if(B_{ina}>0, B_{isten}/B_{ina}, -1)$	Отношение среднестепенного значения магнитной индукции в магнитопроводах к магнитной индукции в точке линеаризации кривой намагничивания
P_{Mi}	$M_{Mi}*\omega$	Двигательная механическая мощность на единицу активной длины, мкВт/мм
P_{Es}	$E_{s1}*I_{s1}+E_{s2}*I_{s2}+E_{s2}*I_{s2}$	Генераторная электрическая мощность на единицу активной длины, мкВт/мм

Раскроем диалоговое окно Subdomain Expressions. В таблице редактирования этого окна определим имена и выражения expressions-переменных зонного типа:

V_{rx} – x -компонент вектора остаточной магнитной индукции в постоянных магнитах, Тл;

V_{ry} – y -компонент вектора остаточной магнитной индукции в постоянных магнитах, Тл;

ω – радиальная составляющая градиента скалярного поля угловой частоты вращения точек наблюдения, рад/с/мм;

gam – удельная электрическая проводимость вещества, МСм/мм;

ν_{aih} , ν_{aih1} , ν_{ai} , ν_{ai1} – удельное магнитное сопротивление вещества, мм/мкГн; одной и той же физической величине присвоено четыре имени для выполнения отладочных операций;
 de – z -компонент вектора сторонней плотности тока, А/мм²;
 $de1$ – z -компонент скорости изменения вектора сторонней плотности тока, А/мм²/с.

V_{rx} , V_{ry} принимают ненулевые значения только в постоянных магнитах, например, в зонах 50, 57 задано $V_{rx}=V_{rm}*\sin(\pi/7+ugol)$, $V_{ry}=-V_{rm}*\cos(\pi/7+ugol)$. Переменная $dome$ принимает ненулевое значение только в переходной зоне 39: $dome=\omega/(y_{ba}-y_{zu})$. Удельное магнитное сопротивление в немагнитных материалах задаётся равным $1/\mu_0$, в основных постоянных магнитах – $1/\mu_0/\mu_{rpm}$, в клиньях – $1/\mu_0/\mu_{rkl}$, в стали – $\nu_{as}(B_{ina})$. Переменные de и $de1$ задаются неравными нулю только в зонах, соответствующих поперечному сечению фазных обмоток статора.

Раскроем диалоговое окно Subdomain Integration Variables. Там определим имена и подынтегральные выражения переменных связи интегрирующего типа, вычисляемых в зонах:

S_{ser} – площадь поперечного сечения всех магнитопроводов, мм²;

$B_{i\text{sten}}$ – интеграл по площади магнитопроводов выражения B_i^{sten} ;

m_{ama} – оценка массы машины на единицу её активной длины, г/мм;

S_{obm} – площадь поперечного сечения зубцовой обмотки статора с одной стороны от зубца, мм²;

S_z – площадь поперечного сечения рабочего зазора между статором и ротором, мм²;

S_{lz} – интеграл по площади зазора выражения $r^2*\pi$, мм³;

M_{lih} – интеграл по площади зазора переменной m_{lih} ;

M_{li} – интеграл по площади зазора переменной m_{li} ;

$E_{lim\{ii\}}$, $E_{lip\{ii\}}$, $P_{lim\{ii\}}$, $P_{lip\{ii\}}$ – интегралы для расчёта зубцовых ЭДС и потокосцеплений.

Переменная m_{ama} оценивает активную массу машины путём интегрирования плотности вещества по расчётной области. В зонах магнитопроводов, обмоток и бандажа задана плотность $7.8E-3$ г/мм³, в зонах ПМ – $8E-3$ г/мм³, в зонах клиньев обмоток – $2E-3$ г/мм³.

Раскроем диалоговое окно Point Integration Variables. Там определим имена и подынтегральные выражения переменных связи интегрирующего типа, вычисляемых в вершинах расчётной области:

uba – наружный радиус бандажа, мм;

uzu – внутренний радиус зубца магнитопровода статора, мм.

Названные переменные связи интегрирующего типа дают возможность моделирования электромеханических процессов на интегральном уровне (токов, потокосцеплений, ЭДС, напряжений, мощностей, моментов и т.д.), а также задавать другие переменные модели при изменении геометрических размеров элементов конструкции.

Командой меню Options/ Functions раскроем диалоговое окно Functions. Там создадим таблично заданные (интерполяционные) функции:

nam – основная кривая намагничивания материала магнитопроводов как функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – напряжённость магнитного поля;

nuas – функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – статическое удельное магнитное сопротивление материала магнитопроводов;

nuad – функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – дифференциальное удельное магнитное сопротивление материала магнитопроводов;

fis1, fis2, fis3 – намагничивающая сила соответствующей фазы обмотки статора, в амперах, в зависимости от углового положения ротора, в градусах;

fiss1, fiss2, fiss3 – скорость изменения намагничивающей силы соответствующей фазы обмотки статора (А/с) в зависимости от углового положения ротора, в градусах.

Физическое моделирование

В операционном режиме Subdomain Mode с помощью группы команд Multiphysics переключимся в прикладной режим Moving Mesh (ALE) (ale). Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В списке Subdomain selection выделим зоны 40 – 69. В закладке Mesh включим радиокнопку Prescribed displacement. В строку редактирования dx впишем выражение $-X+X*\cos(\text{ugol})-Y*\sin(\text{ugol})$, в строку редактирования dy – выражение $-Y+Y*\cos(\text{ugol})+X*\sin(\text{ugol})$. Вы-

делим все остальные зоны. В закладке Mesh включим радиокнопку No displacement. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно.

С помощью группы команд Multiphysics переключимся в прикладной режим PDE, General Form (g). Клавишей Ctrl+A выделим все зоны. Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В закладке Г в таблицу редактирования Flux vector впишем

$$\begin{bmatrix} G_{ihx} & G_{ihy} \\ G_{ih1x} & G_{ih1y} \\ G_{ix} & G_{iy} \\ G_{i1x} & G_{i1y} \end{bmatrix}$$
. В закладке F в строки редактирования Source term

впишем

$$\begin{bmatrix} de+gam*E_{ih} \\ de1 \\ de+gam*E_i \\ de1 \end{bmatrix}$$

. На этом систему PDE разрабатываемой моде-

ли можно считать полностью определённой.

Граничные условия примем по умолчанию, т.е. на внешних границах расчётной области все зависимые переменные модели принимаются равными нулю. Параметры Identity Boundary Pairs также примем по умолчанию (непрерывность распределения зависимых переменных на всех парных границах).

Построение сетки и решение модели

Если конечноэлементной сетки ещё нет, то она начинает строиться при переключении в операционный режим Mesh Mode. Параметры генератора сетки примем по умолчанию. Будет построено 22978 лагранжевых элементов второго порядка с общим числом степеней свободы 186388.

Из всех решателей выберем линейный стационарный, параметры его примем по умолчанию. Однократное решение модели для фиксированного положения ротора можно запустить, нажав кнопку = на главной инструментальной панели. На компьютере с процессором Athlon 3500 решение займёт 12 с. Когда процесс решения закончится, в поле axes будет показан цветовой график распределения первой зависимой переменной u_{ih} (векторный магнитный потенциал в однородно-движущейся (неподвижной) системе).

Для автоматизации расчётов угловых характеристик моделируемой машины удобно использовать COMSOL Script или MATLAB. Когда в COMSOL Multiphysics модель полностью готова без построения сетки и сохранена в виде mph-файла, нужно нажатием клавиши Ctrl+F экспортировать fem-структуру в COMSOL Script или MATLAB. Для расчёта угловых характеристик ЭДС и потокосцеплений нужно в COMSOL Script или MATLAB выполнить следующую последовательность операторов:

```

format long; format compact
ugolg=360/280*(0:40).'; % Массив-столбец угловых положений ротора, град
Pz=zeros(41,12); % Здесь будут зубцовые потокосцепления
Ez=zeros(41,12); % Здесь будут зубцовые ЭДС
tic; % Включаем счётчик времени вычисления
ii=0;
fem.mesh=meshinit(fem); % Генерируем КЭ сетку
while ii<=40;
    fem.const{end}=num2str(ii); % Задаём угловое положение ротора
    fem.xmesh=meshextend(fem); % Строим расширенную сетку
    fem.sol=femstatic(fem,'nonlin','off'); % Линейный стационарный решатель
    [P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,PA,PB,PC]=postinterp(fem,'PS1','PS2','PS3'...
        , 'PS4','PS5','PS6','PS7','PS8','PS9','PSA','PSB','PSC',[0;0]);
    [E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,EA,EB,EC]=postinterp(fem,'ED1','ED2','ED3'...
        , 'ED4','ED5','ED6','ED7','ED8','ED9','EDA','EDB','EDC',[0;0]);
    ii=ii+1;
    femm{ii}=fem; % Запись решения в массив ячеек
    disp(ii) % Выдаём номер шага по углу в командное окно
    Pz(ii,:)= [P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,PA,PB,PC];
    Ez(ii,:)= [E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,EA,EB,EC];
end
Ps=Pz(:,1:4:end)-Pz(:,2:4:end)+Pz(:,3:4:end)-Pz(:,4:4:end); % УХ ПС фаз
Es=Ez(:,1:4:end)-Ez(:,2:4:end)+Ez(:,3:4:end)-Ez(:,4:4:end); % УХ ЭДС фаз
nn=postinterp(fem,'nn',[0;0]); % Частота вращения, об/с
ome=postinterp(fem,'ome',[0;0]); % Частота вращения, рад/с
Ess=Ps*(ome*7)^2; % Оценка производных ЭДС, если УХ ЭДС - sin
timco=toc % Показываем общее время вычислений

```


Постпроцессорная обработка и визуализация решения модели

Однократно решив модель, нажатием клавиши F12 раскроем диалоговое окно Plot Parameters. В закладке Surface в подзакладке Surface Data в строку редактирования Expression впишем выражение $\text{if}(B_i < 2, B_i, -2)$. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. В поле axes будет показан цветовой график распределения модуля магнитной индукции в поперечном сечении ВИГАР (рис. 3.18).

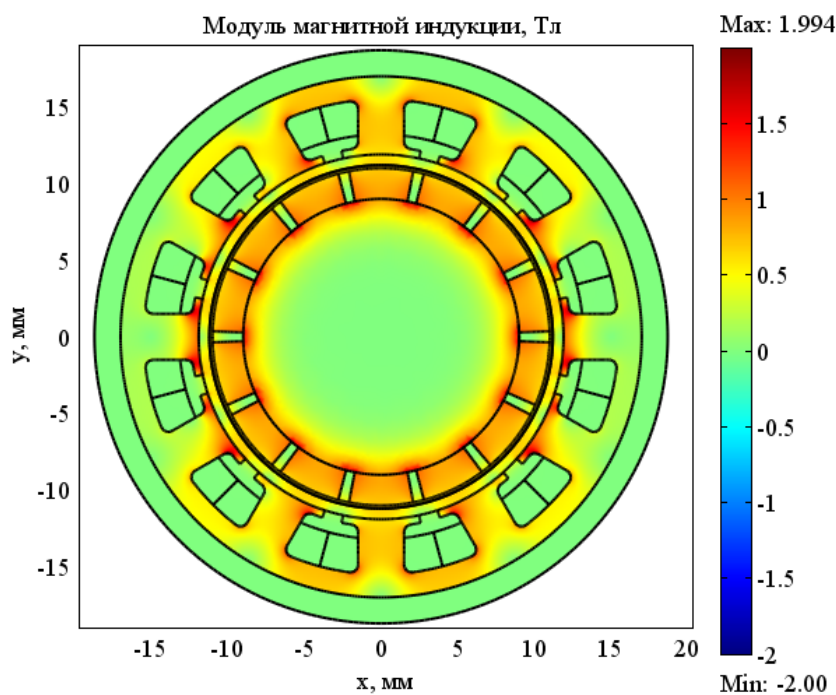


Рис. 3.18. Распределение модуля магнитной Индукции в поперечном сечении генератора

Рис. 3.18 показывает, что геометрия, описанная в данном варианте, обладает большим запасом по насыщению магнитомягких материалов, что является достоинством конструкции. Теперь в диалоговом окне Plot Parameters в закладке Surface в подзакладке Surface Data в строку редактирования Expression впишем выражение $H_{\text{ira}} * \mu_0$. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. В поле axes будет показан цветовой график распределения интенсивности размагничивающего поля в постоянных магнитах генератора (рис. 3.19). Видно, что максимальная интенсивность размагничивающего поля равна 0.663 Тл при допустимой для выбранного магнитотвёрдого сплава 1 Тл, т.е. запас по размагничивающему фактору также имеется.

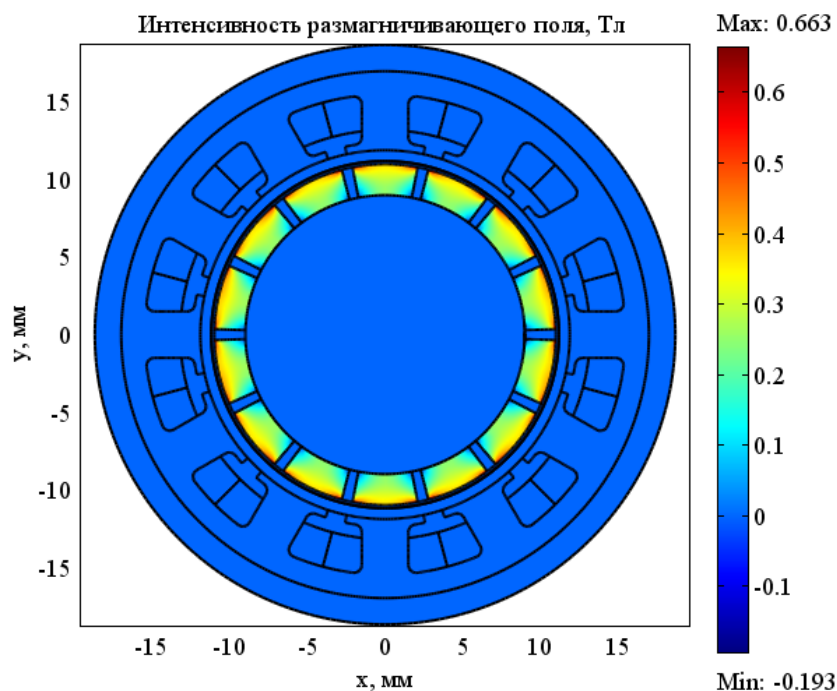


Рис. 3.19. Интенсивность размагничивающего поля в ПМ

Чтобы определить, является ли первый вариант геометрии поперечного сечения проектируемой машины технически реализуемым и приемлемым, нужно рассчитать угловые характеристики потокосцеплений, ЭДС и индуктивностей обмоток статора и выполнить ориентировочный расчёт необходимого числа витков зубцовой обмотки. Площадь окна для укладки одной стороны обмотки без учёта толщины слоя изоляционного лака или плёнки равна 5.114 мм^2 .

3.3.2. Расчёт угловых характеристик потокосцеплений и ЭДС фазных обмоток статора

Угловой характеристикой будем называть зависимость какой-либо физической величины от углового положения ротора, поэтому для её расчёта нужно в полевой математической модели поворачивать ротор относительно нулевого положения. Для этого воспользуемся вычислительными средами COMSOL Script или MATLAB. Полевую модель строим в COMSOL Multiphysics, как показано в п. 3.3.1. Клавишей Ctrl+F экспортируем fem-структуру в COMSOL Script или MATLAB и выполняем следующий вычислительный сценарий:

```
format long; format compact
ugolg=360/280*(0:40).';
Pz=zeros(41,12); % Здесь будут зубцовые потокосцепления
Ez=zeros(41,12); % Здесь будут зубцовые ЭДС
```

```

Elz=zeros(41,12);
tic;
ii=0;
fem.mesh=meshinit(fem);
while ii<=40;
fem.const{end}=num2str(ii);
fem.xmesh=meshtend(fem);
fem.sol=femstatic(fem,'nonlin','off');
[P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,PA,PB,PC]=postinterp(fem,'PS1','PS2','PS3'...
    , 'PS4','PS5','PS6','PS7','PS8','PS9','PSA','PSB','PSC',[0;0]);
[E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,EA,EB,EC]=postinterp(fem,'ED1','ED2','ED3'...
    , 'ED4','ED5','ED6','ED7','ED8','ED9','EDA','EDB','EDC',[0;0]);
ii=ii+1;
femm{ii}=fem;
disp(ii)
Pz(ii,:)= [P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,PA,PB,PC];
Ez(ii,:)= [E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,EA,EB,EC];
end
Ps=Pz(:,1:4:end)-Pz(:,2:4:end)+Pz(:,3:4:end)-Pz(:,4:4:end);
Es=Ez(:,1:4:end)-Ez(:,2:4:end)+Ez(:,3:4:end)-Ez(:,4:4:end);
nn=postinterp(fem,'nn',[0;0]);
ome=postinterp(fem,'ome',[0;0]);
Ess=Ps*(ome*7)^2;
timco=toc

```

Переменные $ugolg$, Ps , Es хранят информацию об угловых характеристиках потокосцеплений и ЭДС. Графики этих характеристик можно построить командой `plot` (рис. 3.20, 3.21). Семейство угловых характеристик потокосцеплений при единичном токе одной из фаз является семейством угловых характеристик собственных и взаимных индуктивностей фаз обмотки статора.

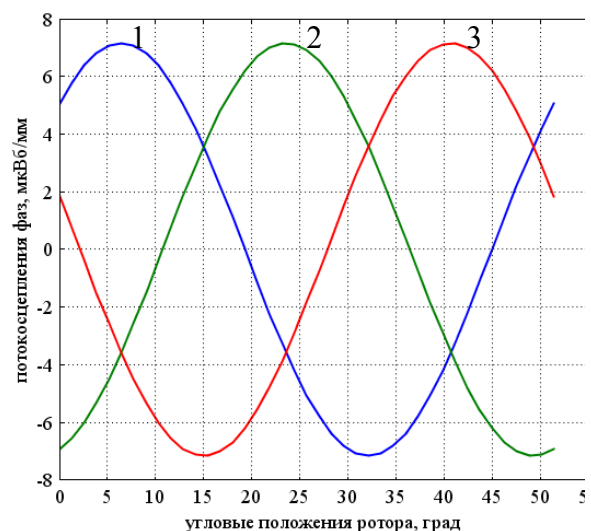


Рис. 3.20. Семейство угловых характеристик фазных (1 – 3) потокосцеплений

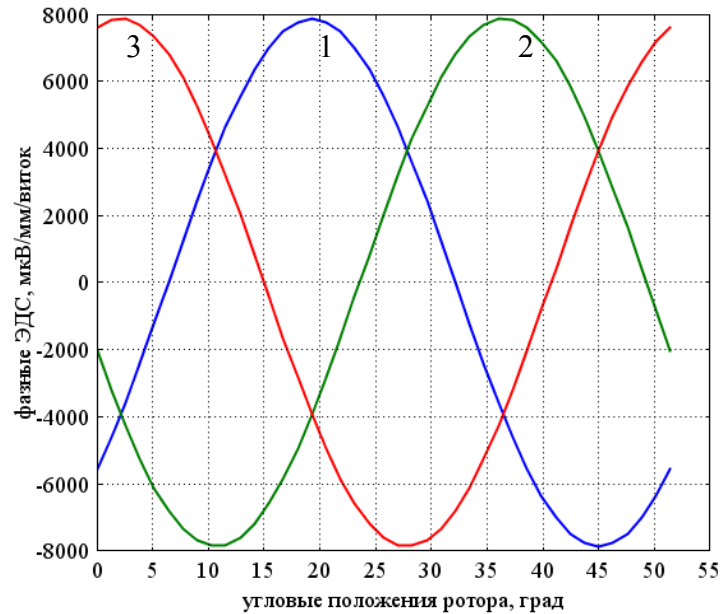


Рис. 3.21. Семейство угловых характеристик фазных (1 – 3) ЭДС

Приведём фрагмент содержимого командного окна COMSOL Script с расчётом числа витков зубцовой обмотки без учёта изменения ЭДС электромагнитной индукции и потери напряжения на сопротивлении обмотки:

```

C» E=max(abs(Es(:)))/sqrt(2)
E =
5.56059616913e+003
C» Ea=E*80
Ea =
4.44847693530e+005
C» w=ceil(15E6/Ea)
w =
34

```

Видно, что для обеспечения действующего значения фазного напряжения холостого хода 15 В на частоте 1500 об/с при активной длине пакета статора 80 мм требуется на каждый зубец намотать 34 витка. Такое количество витков невозможно разместить в площади окна 5.114 мм^2 . Техническая реализация машины при первом варианте геометрии невозможна при номинальной электрической мощности в нагрузке 70 Вт даже при увеличении остаточной магнитной индукции постоянных магнитов до 1.4 Тл, номинальной частоты вращения

ротора до 2000 об/мин и активной длины пакета статора до 100 мм. Следовательно, необходимо определение на основе расчётов ЭМП оптимальных геометрических размеров и электрофизических параметров основных узлов ВГАР (ротора и статора).

3.3.3. Определение на основе расчётов ЭМП оптимальных геометрических размеров и электрофизических параметров основных узлов ВГАР

Второй вариант геометрии поперечного сечения генератора

Чтобы конструкция ВГАР была технически реализуемой, необходимо увеличить площадь паза для укладки зубцовой обмотки статора без существенного уменьшения потокосцеплений на единицу активной длины и на один виток. Для этого нужно увеличить длину зубца, уменьшить ширину зубца без существенного уменьшения ширины полюса ПМ. Последние два условия можно выполнить, изменив геометрию магнитной системы ротора и перейдя к мозаичной конструкции. У основных ПМ остаточная магнитная индукция направлена в сторону зазора или от него. У дополнительных ПМ (магнитных клиньев) остаточная магнитная индукция направлена от одного основного ПМ к другому таким образом, чтобы усиливать магнитные потоки основных полюсов ПМ. Разработаны вычислительные сценарии COMSOL Script или MATLAB для формирования геометрических объектов, моделирующих расчётную область. Он отличается от представленного в подп. 3.3.1 тем, что ротор стал мозаичным (рис. 3.22).

Теперь с помощью COMSOL Multiphysics и COMSOL Script или MATLAB проверим магнитопроводы на насыщение, рассчитаем интенсивность размагничивающего поля в ПМ, а также угловые характеристики ЭДС, индуктивности фаз обмотки статора и требуемое число витков зубцовой обмотки, чтобы получить требуемое фазное напряжение генератора в режиме холостого хода. Электрофизические свойства материалов и технологию расчёта примем такими же, как и в подп. 3.3.1. На рис. 3.22 показано распределение модуля магнитной индукции в поперечном сечении генератора. Видно, что второй вариант конструкции имеет достаточно большой запас по насыщению магнитомягких материалов.

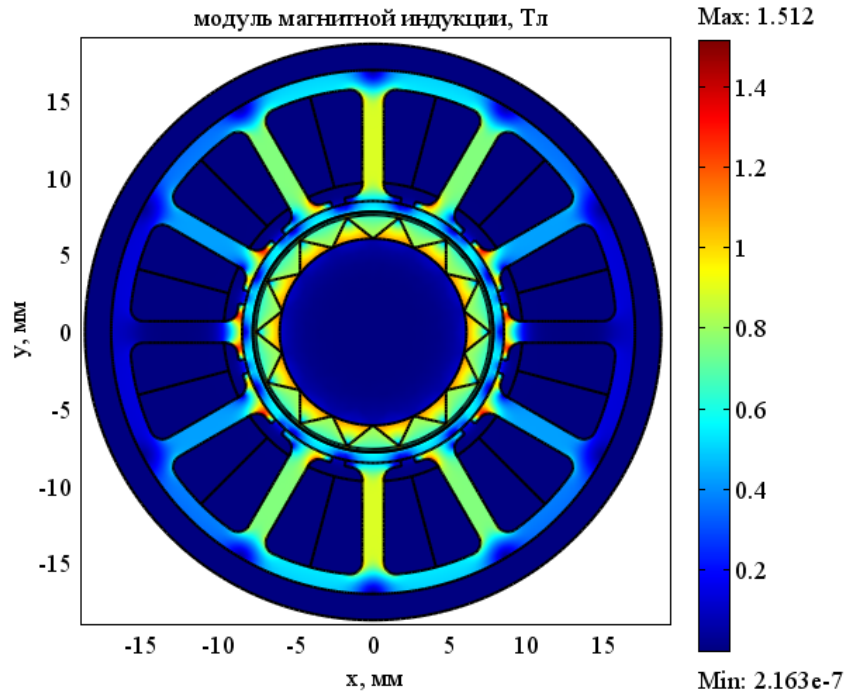


Рис. 3.22. Распределение модуля магнитной индукции

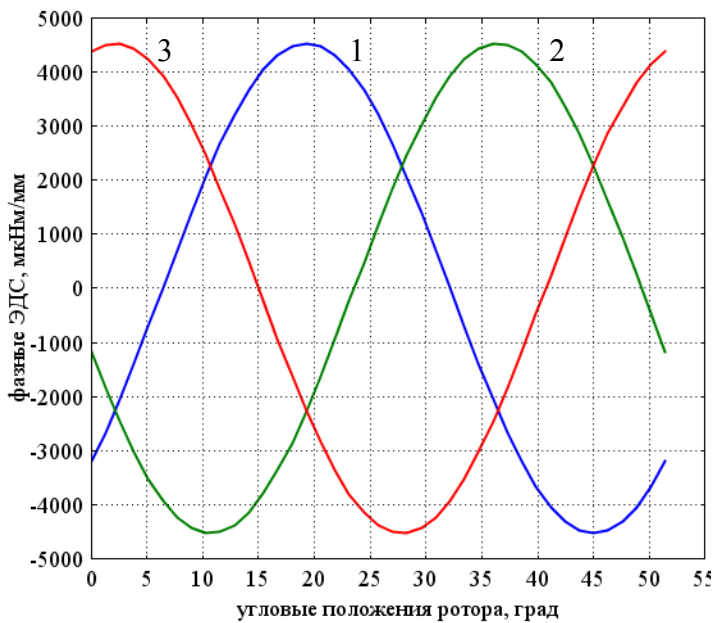


Рис. 3.23. Угловые характеристики фазных
(1 – 3) ЭДС

Рассчитано распределение интенсивности размагничивающего поля в ПМ ротора. Расчёт показал, что интенсивность размагничивающего поля нигде не превышает 1 Тл и там невозможно необратимое размагничивание ПМ. По насыщению магнитопроводов и размагничивающему полю в ПМ конструкция проходит.

Угловые характеристики фазных ЭДС в режиме холостого хода показаны на рис. 3.23. Дей-

ствующее значение фазных ЭДС получилось равным $4.52 \cdot 10^3$ мкВ/мм. Число витков без учёта потери напряжения на сопротивлении фазной обмотки – 34 (при длине пакета статора 80 мм), 26 (при длине пакета

статора 100 мм). Из этих расчётов следует, что нужно рассматривать другие конструкции, дающие большие значения фазных ЭДС на виток и на единицу активной длины.

Третий вариант геометрии

Третий вариант геометрии поперечного сечения генератора описан в следующем вычислительном сценарии среды COMSOL Script или MATLAB:

```
% geomet3 - построение геометрии поперечного сечения генератора
Rnstat=17; % Наружный радиус магнитопровода статора, мм
Rvstat=15.8; % Внутренний радиус магнитопровода статора, мм
Rvzu=10.5; % Внутренний радиус зубца статора, мм
ama=pi/12; % Половина угла полюсного деления статора, рад
kami=0.8; % Отношение угловой величины зубца к полюсному делению
статора
ami=ama*kami; % Половина угловой величины зубца статора, рад
Rnzu=10.9; % Наружный радиус уса зубца статора
xzu=0.7; % Половина толщины зубца статора, мм
Rza=0.8; % Радиус закругления углов зубца статора, мм
zaz=0.7; % Величина зазора между статором и ротором, мм
Hkli=0.8; % Толщина клина для обмотки статора, мм
xc=xzu+Rza; % x центра закругления углов зубца статора, мм
yc1=sqrt((Rnzu+Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления нижнего угла
зубца статора, мм
yc2=sqrt((Rvstat-Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления верхнего угла
зубца статора, мм
an1=atan2(yc1,xc); % Угловая координата центра и нижней точки сопряже-
ния, рад
an2=atan2(yc2,xc); % Угловая координата центра и верхней точки сопряже-
ния, рад
xni=Rnzu*cos(an1); % x нижней точки сопряжения
yni=Rnzu*sin(an1); % y нижней точки сопряжения
xve=Rvstat*cos(an2); % x верхней точки сопряжения
yve=Rvstat*sin(an2); % y верхней точки сопряжения
C1=circ1(Rnstat); % Наружная окружность магнитопровода статора
C2=circ1(Rvzu); % Внутренняя окружность зубцов статора
L1=line1([Rvzu Rnzu]*sin(ami),[Rvzu Rnzu]*cos(ami));
L2=arc1(0,0,Rnzu,pi/2-ami,an1); % "Наружная" дуга уса зубца статора
L3=arc1(xc,yc1,Rza,pi,atan2(yni-yc1,xni-xc)+pi*2); % Нижняя дуга сопряже-
ния
```

```

L4=line1([xzu xzu],[yc1 yc2]); % Основная (прямая) граница зубца
L5=arc1(xc,yc2,Rza,atan2(yve-yc2,xve-xc),pi); % Верхняя дуга сопряжения
L6=arc1(0,0,Rvstat,pi/2-ama,an2); % Внутренняя дуга ярма магнитопровода
    статора
L7=line1([Rvstat Rnzu+Hkli]*sin(ama),[Rvstat Rnzu+Hkli]*cos(ama));
L8=arc1(0,0,Rnzu+Hkli,pi/2-ama,acos(xzu/(Rnzu+Hkli)));
Lp=geomcsg({L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8}); % Правая граница зубца
Le=mirror(Lp,[0 0],[1 0]); % Левая граница зубца
L0=geomcsg({Lp,Le}); % Вся граница зубца
L=cell(1,12);
L{1}=L0;
for ii=1:11, L{ii+1}=rotate(L0,ama*2*ii); end
Lz=geomcsg(L);
Rnr=Rvzu-zaz; % Наружный радиус ротора, мм
C3=circ1(Rnr); % Внутренняя окружность рабочего зазора
C4=circ1(1.1*Rnstat); % Внешняя окружность всей расчётной области
g1=geomcoerce('solid',{C1,C2,C3,C4,Lz})-circ2(Rnr); % Весь статор, зазор и
    наружный воздух
geomplot(g1,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hold on
% Ротор будем рассчитывать на 14 постоянных магнитов (ПМ)
% Операторы определения параметров и построения границ ПМ
g2=geomcoerce('solid',{C3,C5,C6,Lmz}); % Весь ротор
geomplot(g2,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hp=findobj('type','patch');
set(hp(1),'facecolor',[0.85 1 1]);
set(hp(2),'facecolor',[0.5 1 0.5]);
hold off

```

На рис. 3.24 показано распределение модуля магнитной индукции в поперечном сечении генератора. Черным цветом показаны области, где магнитная индукция превышает 2 Тл. Такие участки магнитопровода можно считать запертыми.

Распределение интенсивности размагничивающего поля в ПМ ротора практически не отличается от того, которое рассчитано для предыдущего варианта геометрии. По насыщению магнитопроводов и размагничивающему полю в ПМ конструкция проходит.

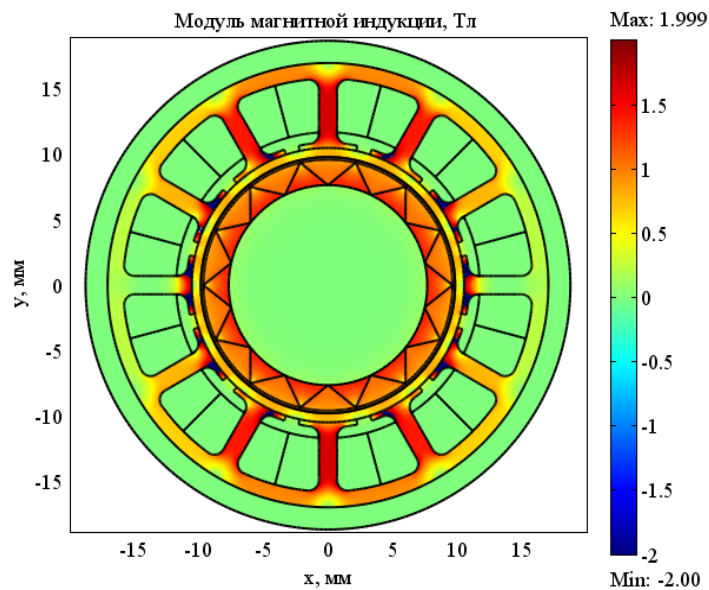


Рис. 3.24. Распределение модуля магнитной индукции

Угловые характеристики фазных ЭДС в режиме холостого хода показаны на рис. 3.25. Действующее значение фазных ЭДС получилось равным $8.394 \cdot 10^3$ мкВ/мм. Число витков без учёта потери напряжения на сопротивлении фазной обмотки – 23 (при длине пакета статора 80 мм), 18 (при длине пакета статора 100 мм). Из этих расчётов следует, что конструкция годится для дальнейшей проработки, но стоит также проанализировать и другие варианты.

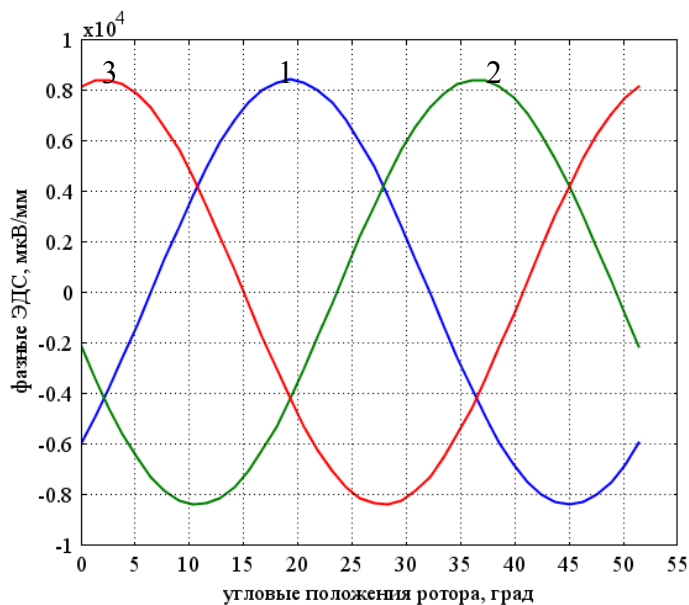


Рис. 3.25. Угловые характеристики фазных (1 – 3) ЭДС

Четвёртый вариант геометрии

Четвёртый вариант отличается от третьего тем, что толщина зубца статора стала на 0.2 мм меньше, зазор уменьшен до 0.5 мм за счёт увеличения радиуса ротора. Вычислительный сценарий построения геометрических объектов представляет собой следующую последовательность операторов:

```
% geomet4 - построение геометрии поперечного сечения генератора
Rnstat=17; % Наружный радиус магнитопровода статора, мм
Rvstat=15.8; % Внутренний радиус магнитопровода статора, мм
Rvzu=10.5; % Внутренний радиус зубца статора, мм
ama=pi/12; % Половина угла полюсного деления статора, рад
kami=0.8; % Отношение угловой величины зубца к полюсному делению
статора
ami=ama*kami; % Половина угловой величины зубца статора, рад
Rnzu=10.9; % Наружный радиус уса зубца статора
xzu=0.6; % Половина толщины зубца статора, мм
Rza=0.8; % Радиус закругления углов зубца статора, мм
zaz=0.5; % Величина зазора между статором и ротором, мм
Hkli=0.8; % Толщина клина для обмотки статора, мм
xc=xzu+Rza; % x центра закругления углов зубца статора, мм
yc1=sqrt((Rnzu+Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления нижнего угла
зубца статора, мм
yc2=sqrt((Rvstat-Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления верхнего угла
зубца статора, мм
an1=atan2(yc1,xc); % Угловая координата центра и нижней точки сопряже-
ния, рад
an2=atan2(yc2,xc); % Угловая координата центра и верхней точки сопряже-
ния, рад
xni=Rnzu*cos(an1); % x нижней точки сопряжения
yni=Rnzu*sin(an1); % y нижней точки сопряжения
xve=Rvstat*cos(an2); % x верхней точки сопряжения
yve=Rvstat*sin(an2); % y верхней точки сопряжения
C1=circ1(Rnstat); % Наружная окружность магнитопровода статора
C2=circ1(Rvzu); % Внутренняя окружность зубцов статора
L1=line1([Rvzu Rnzu]*sin(ami),[Rvzu Rnzu]*cos(ami));
L2=arc1(0,0,Rnzu,pi/2-ami,an1); % "Наружная" дуга уса зубца статора
```

```

L3=arc1(xc,yc1,Rza,pi,atan2(yni-yc1,xni-xc)+pi*2); % Нижняя дуга сопряже-
ния
L4=line1([xzu xzu],[yc1 yc2]); % Основная (прямая) граница зубца
L5=arc1(xc,yc2,Rza,atan2(yve-yc2,xve-xc),pi); % Верхняя дуга сопряжения
L6=arc1(0,0,Rvstat,pi/2-ama,an2); % Внутренняя дуга ярма магнитопровода
статора
L7=line1([Rvstat Rnzu+Hkli]*sin(ama),[Rvstat Rnzu+Hkli]*cos(ama));
L8=arc1(0,0,Rnzu+Hkli,pi/2-ama,acos(xzu/(Rnzu+Hkli)));
Lp=geomcsg({L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8}); % Правая граница зубца
Le=mirror(Lp,[0 0],[1 0]); % Левая граница зубца
L0=geomcsg({Lp,Le}); % Вся граница зубца
L=cell(1,12);
L{1}=L0;
for ii=1:11, L{ii+1}=rotate(L0,ama*2*ii); end
Lz=geomcsg(L);
Rnr=Rvzu-zaz; % Наружный радиус ротора, мм
C3=circ1(Rnr); % Внутренняя окружность рабочего зазора
C4=circ1(1.1*Rnstat); % Внешняя окружность всей расчётной области
g1=geomcoerce('solid',{C1,C2,C3,C4,Lz})-circ2(Rnr); % Весь статор, зазор и
наружный воздух
geomplot(g1,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hold on
% Ротор будем рассчитывать на 14 постоянных магнитов (ПМ)
% Операторы определения параметров и построения границ ПМ
g2=geomcoerce('solid',{C3,C5,C6,Lmz}); % Весь ротор
geomplot(g2,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hp=findobj('type','patch');
set(hp(1),'facecolor',[0.85 11]);
set(hp(2),'facecolor',[0.5 1 0.5]);
hold off

```

На рис. 3.26 показано распределение модуля магнитной индукции в поперечном сечении генератора. Черным цветом показаны области, в которых магнитная индукция превышает 2 Тл. Такие участки магнитопровода можно считать запертыми. В этой конструкции запас по насыщению магнитомягкого материала магнитопровода статора полностью исчерпан.

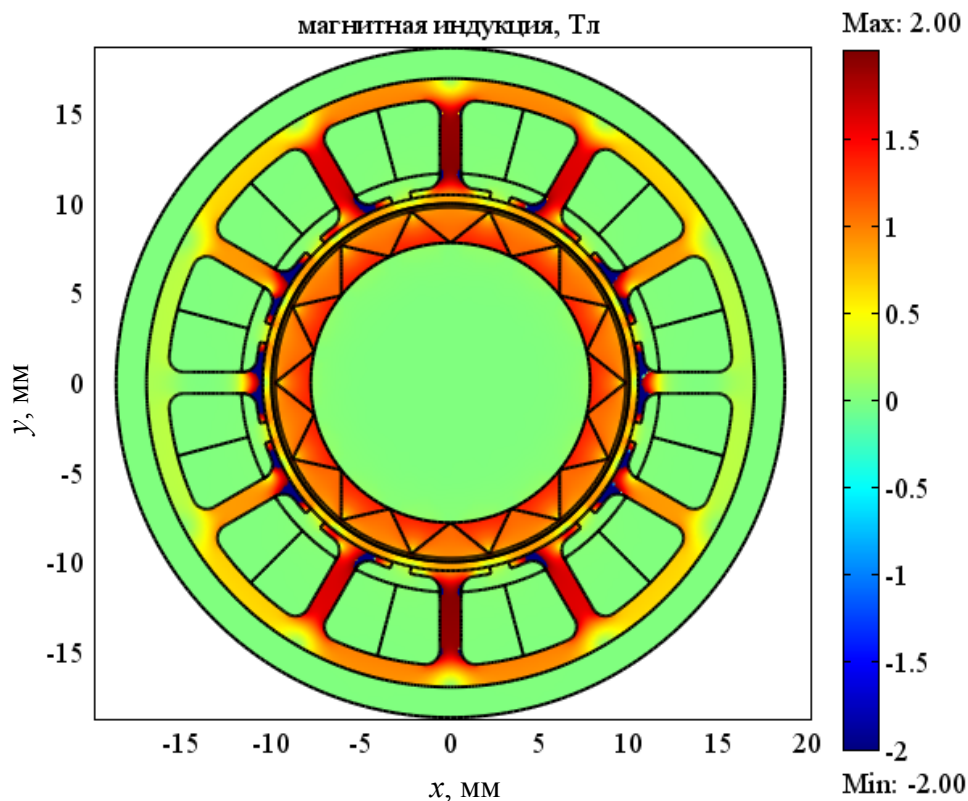


Рис. 3.26. Распределение модуля магнитной индукции

Распределение интенсивности размагничивающего поля в ПМ ротора почти не отличается от соответствующего распределения в двух предыдущих конструкциях. По насыщению магнитопроводов и размагничивающему полю в ПМ конструкция проходит.

При переходе от третьего варианта геометрии к четвёртому угловые характеристики фазных ЭДС практически не изменились. Увеличилось только окно для размещения зубцовой обмотки, что немного облегчает размещение обмотки статора.

В зоне бандажа зададим удельную электрическую проводимость, равную 0.01 МСм/мм (немагнитная нержавеющая сталь). Зубцовая составляющая электрического поля наводит в бандаже ток, плотность которого в некоторых точках достигает 1.85 А/мм^2 . Эти токи не приводят к большим потерям энергии. Мощность потерь на вихревые токи в бандаже не превышает 166 мкВт/мм. Средний за период тормозной момент от вихревых токов в бандаже равен 1 мкНм/мм. Таким образом, вихревые токи в бандаже практически не влияют на процессы электрохимического преобразования при частоте вращения ротора 1500 об/мин.

Собственная индуктивность каждой фазы получилась равной 0.0296 мкГн/мм, взаимная индуктивность – 0.00139 мкГн/мм. Есть смысл рассмотреть ещё один вариант геометрии поперечного сечения генератора, в котором за счёт уменьшения длины усов зубцов статора и применения вала из немагнитной нержавеющей стали индуктивность обмотки статора удаётся уменьшить. Это нужно для обеспечения нормальной работы генератора под нагрузкой.

Пятый вариант геометрии

Чтобы уменьшить длину уса, параметр ka_{m1} уменьшим до 0.6. Радиусы закругления при сопряжении элементов границ зубца уменьшим от 0.8 до 0.6 мм. Написан вычислительный сценарий построения геометрических объектов, моделирующих расчётную область. На рис. 3.27 показан пятый вариант геометрии поперечного сечения генератора.

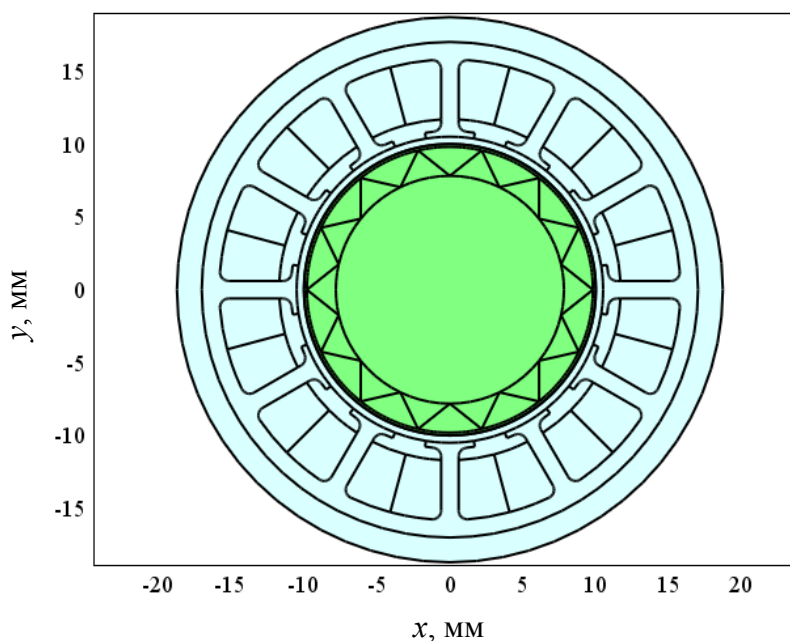


Рис. 3.27. Пятый вариант геометрии

Данное изменение практически не оказало влияния на насыщение магнитной цепи статора и на угловые характеристики фазных ЭДС. Собственная индуктивность каждой фазы получилась равной 0.0213 мкГн/мм, взаимная индуктивность – 0.00109 мкГн/мм. Теперь можно рассчитывать осциллограммы фазных напряжений и токов для обеспечения требуемого режима работы генератора под нагрузкой. По ре-

зультатам этих расчётов окончательно уточнены обмоточные данные для конструирования электрической машины.

3.3.4. Расчёты временных диаграмм фазных токов и напряжений

Для расчёта временных диаграмм фазных токов и напряжений использована имитационная модель, основанная на системе дифференциальных уравнений (3.2). При построении имитационной модели в левую часть (3.2) включены члены динамической связи фазных потокосцеплений с фазными токами, обусловленные потерями на вихревые токи в проводящих частях электромагнитной системы электрической машины. Для расчёта обмоточных данных трёхфазной статорной обмотки в имитационную модель включена также дополнительная Expressions-переменная, учитывающая сопротивление обмоточного провода каждой фазы.

Осциллограммы фазных намагничивающих сил обмотки статора показаны на рис. 3.28.

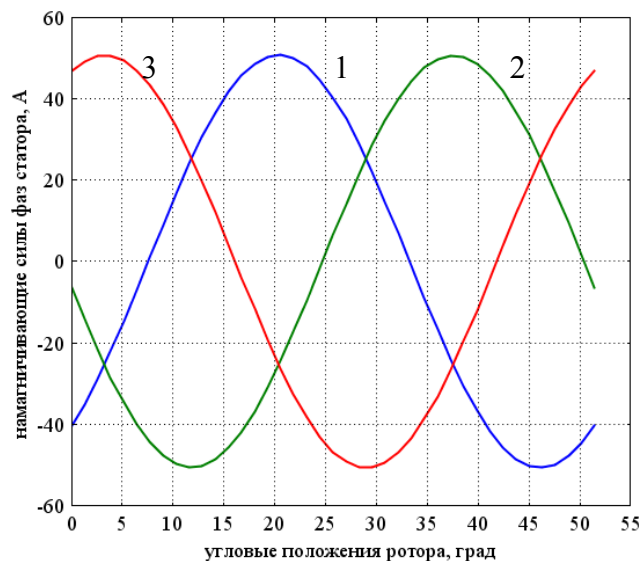


Рис. 3.28. Осциллограммы фазных (1 – 3) намагничивающих сил

Осциллограммы фазных напряжений на нагрузке, потребляющей номинальную мощность при номинальном режиме ВИГАР, показаны на рис. 3.29.

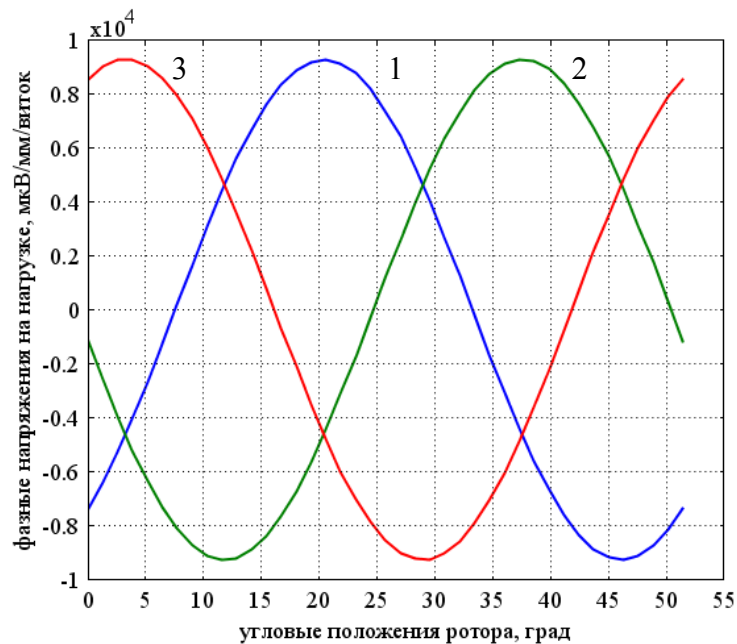


Рис. 3.29. Осциллограммы фазных напряжений на нагрузке

3.3.5. Определение обмоточных данных по рассчитанным осциллограммам

Номинальная активная мощность нагрузки 70 Вт, номинальное действующее значение фазного напряжения 15 В, номинальная частота вращения ротора 2000 об/мин. При соединении обмоток звездой и при единичном коэффициенте мощности фазный ток равен $70/15/3 = 1.555$ А. Для длительного режима работы генератора выберем провод с термостойкой полиимидной изоляцией ПЭТимид [13], $d = 0.5$ мм, $D = 0.54$ мм. Удельное (погонное) сопротивление выбранного провода $R_{уд} = 87.848$ мкОм/мм.

Для расчёта числа витков намотки выбранного провода воспользуемся вычислительным сценарием `obmot`, состоящим из следующих операторов:

```
Rud=87.848; % Удельное сопротивление провода, мкОм/мм
dlinapha1=800+28*pi % Длина одного витка на фазу, мм, при активной длине пакета статора 100 мм
U=postinterp(fem,'(U1+U2+U3)/3',0) % Действующее значение фазного напряжения, мкВ/мм/виток
I=postinterp(fem,'(I1+I2+I3)/3',0) % Действующее значение фазной МДС, А
De=postinterp(fem,'(De1+De2+De3)/3',0) % Действующее значение плотности тока, усреднённой по пазу, А/мм^2
```

$U_a = U * 100$; % Действующее значение фазного напряжения, мкВ/мм, при длине пакета статора 100 мм

$w = \text{ceil}(15E6/U_a)$ % расчётное число витков

$g_{ph} = d_{linapha1} * R_{ud} / 100 / w$ % Сопротивление фазы обмотки статора по МДС на единицу активной длины, мкОм/мм

$Dez = I / w * 16 / \pi$ % Расчётное действительное значение плотности тока в жиле провода

Полный алгоритм расчёта обмоточных данных можно представить как последовательность следующих действий:

1. С помощью полевой модели при заданной геометрии, электрофизических свойствах материалов и частоте вращения ротора рассчитываем семейство угловых характеристик ЭДС, статические и динамические индуктивные параметры фаз обмоток статора на единицу активной длины машины и на один виток. Вводим полученные данные в список констант имитационной модели, основанной на системе дифференциальных уравнений (3.2).

2. В имитационной модели задаём $g_{pha} = 0$. Остальные константы, кроме R_n , задаём по результатам решения полевой модели.

3. Многократно решая имитационную модель, подбираем константу R_n так, чтобы активная мощность генератора была примерно 70.2 Вт (т.е. номинальной мощности нагрузки). Если это не удастся, то делаем вывод о технической нереализуемости данной геометрии поперечного сечения генератора. Экспортируем fem-структуру в COMSOL Script.

4. Выполняем вычислительный сценарий *obmot*. В имитационную модель вводим константу g_{ph} как среднее значение между тем, что уже вписано в таблицу констант, и тем, что получилось в результате выполнения сценария *obmot*. Если старое и новое значения параметра g_{ph} совпадают с точностью, которую позволяет достичь дискретность числа витков обмотки, то прекращаем вычисления и принимаем все полученные в ходе расчётов данные.

5. Переходим к шагу 3.

При активной длине машины (длине пакета статора, а следовательно, и длине магнитной системы ротора) 100 мм, частоте вращения ротора 2000 об/мин на выходе сценария *obmot* получились следующие данные:

$d_{linapha1} =$

887.96459430051425

$U =$

6.54261030029e+003

$\Pi =$

35.79108479373227

$De =$

2.93168859232545

$w =$

23

$grh =$

33.91561464352678

$Dez =$

7.92532600145205

Это означает:

1. Длина провода на один виток фазы обмотки статора 888 мм.
2. Действующее значение напряжения на один виток на единицу активной длины при работе на номинальную нагрузку 6.54 мВ/мм.
3. Действующее значение фазной намагничивающей силы обмотки статора 35.79 А.
4. Усреднённое по пазу действующее значение плотности тока в обмотке 2.93 А/мм².
5. На каждом зубце статора должно быть намотано **23 витка**.
6. Сопротивление обмотки по намагничивающей силе на один виток 33.9 мкОм/мм.
7. Действующее значение плотности тока в жиле обмоточного провода 7.925 А/мм².

Эти данные говорят о том, что проектируемая машина сможет работать в длительном режиме при жидкостном охлаждении с наружной стороны.

3.3.6. Расчёт осциллограмм фазных напряжений при отклонениях частоты вращения от номинального значения

Этот расчёт выполнен, исходя из предположения, что сопротивление нагрузки генератора не изменяется при изменении частоты вращения, и оно таково, что при номинальной частоте вращения мощность, потребляемая нагрузкой, равна номинальной.

Используя полевую П-Ф модель, рассчитаем угловые характеристики ЭДС на частотах вращения 1500 и 2500 об/мин в предположении, что вихревые токи наводятся только в бандаже. На рис. 3.30 по-

казаны угловые характеристики ЭДС на частоте вращения 1500 об/мин, а на рис. 3.31 – на частоте вращения 2500 об/мин.

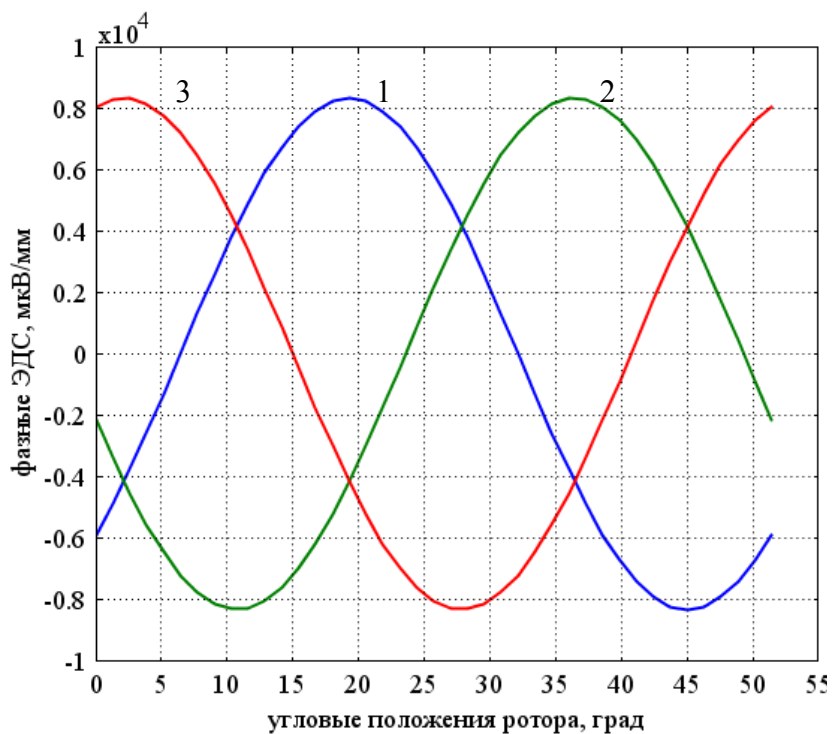


Рис. 3.30. Фазные (1 – 3) ЭДС на частоте вращения 1500 об/мин

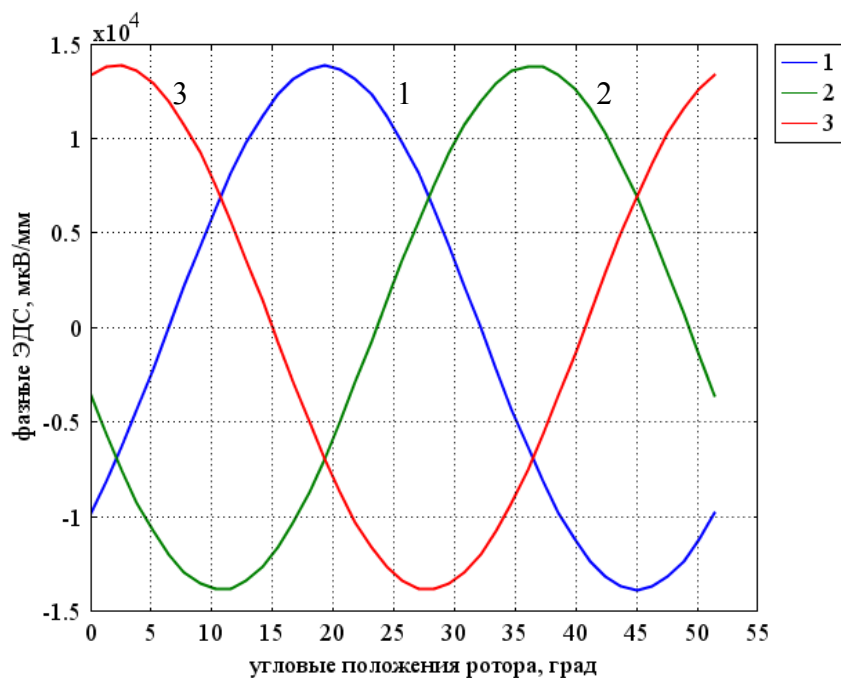


Рис. 3.31. Фазные (1 – 3) ЭДС на частоте вращения 2500 об/мин

Введём эти характеристики в имитационную модель и рассчитаем осциллограммы фазных напряжений на нагрузке, а также действующие значения этих напряжений. Определим также активные мощности, потребляемые нагрузкой. На рис. 3.32 показана угловая характеристика фазных напряжений на частоте вращения 1500 об/мин, а на рис. 3.33 – при частоте 2500 об/мин.

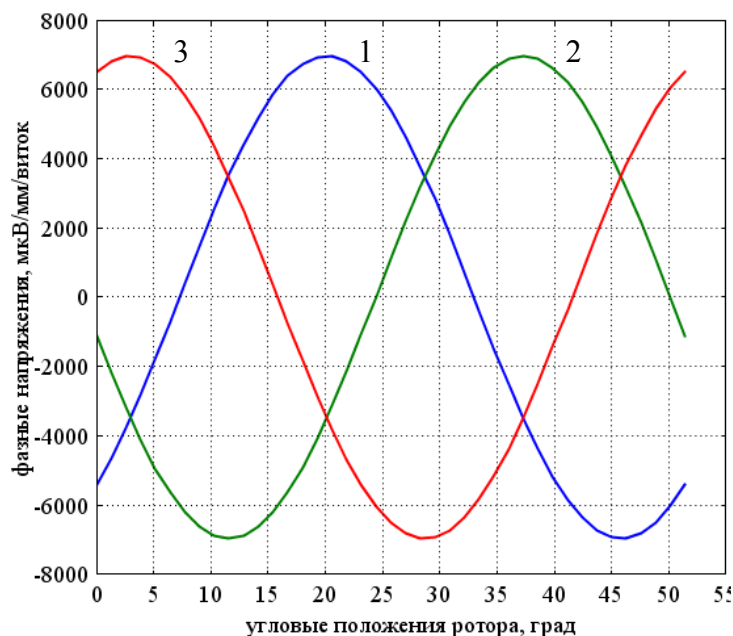


Рис. 3.32. Фазные (1 – 3) напряжения на частоте вращения 1500 об/мин

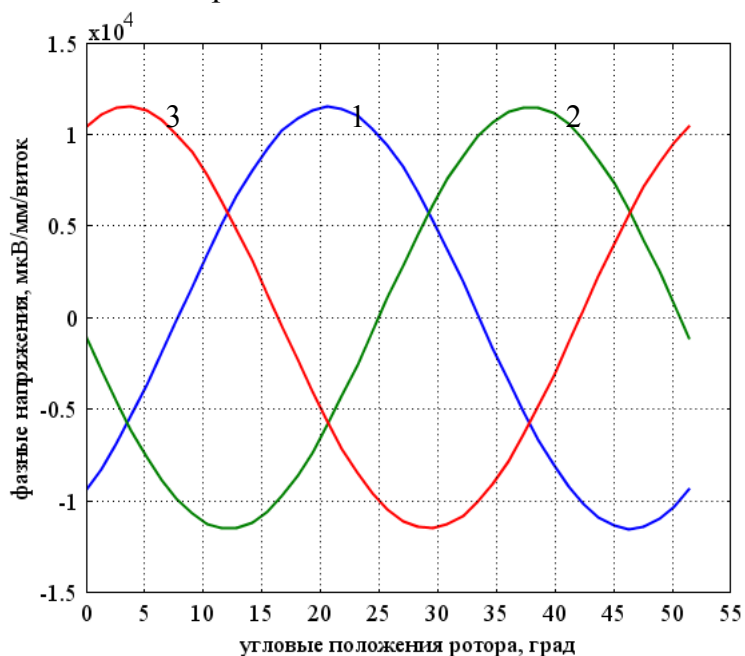


Рис. 3.33. Фазные (1 – 3) напряжения на частоте вращения 2500 об/мин

На частоте вращения 1500 об/мин действующее значение фазного напряжения 11.33 В. Действующее значение усреднённой по пазу плотности тока 2.21 А/мм². Мощность, потребляемая нагрузкой, 39.8 Вт.

На частоте вращения 2500 об/мин действующее значение фазного напряжения 18.71 В. Действующее значение усреднённой по пазу плотности тока 3.65 А/мм². Мощность, потребляемая нагрузкой, 108.6 Вт.

4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С 2D П-Ф МОДЕЛЯМИ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН В ПРОГРАММНОМ ПАКЕТЕ COMSOL MULTIPHYSICS

4.1. Тестовая полевая П-Ф модель трёхфазного АД

4.1.1. Программирование геометрических объектов 2D расчётной области АД в средах COMSOL Script или MATLAB

Пусть статор имеет магнитопровод, набранный из пластин электротехнической стали, имеющий 6 зубцов. Ротор представляет собой стальную цилиндрическую болванку, в которой наводятся вихревые токи, взаимодействующие с магнитным полем статора и обуславливающие электромагнитный момент машины. Для прорисовки геометрии расчётной области составим следующий вычислительный сценарий, предназначенный для выполнения в средах COMSOL Script или MATLAB:

```
% geomet_am_6 - Построение геометрии поперечного сечения АД.  
% На статоре 6 зубцов (2 зубца на фазу).  
% Ротор беззубцовый.  
Rnstat=17; % Наружный радиус магнитопровода статора, мм  
Rvstat=15; % Внутренний радиус магнитопровода статора, мм  
Rvzu=8.5; % Внутренний радиус зубца статора, мм  
ama=pi/6; % Половина угла полюсного деления статора, рад  
kami=0.6; % Отношение угловой величины зубца к полюсному делению  
статора  
ami=ama*kami; % Половина угловой величины зубца статора, рад  
Rnzu=9.5; % Наружный радиус уса зубца статора  
xzu=1.2; % Половина толщины зубца статора, мм  
Rza=0.6; % Радиус закругления углов зубца статора, мм  
zaz=0.8; % Величина зазора между статором и ротором, мм  
Hkli=1.0; % Толщина клина для обмотки статора, мм  
xc=xzu+Rza; % x центра закругления углов зубца статора, мм  
yc1=sqrt((Rnzu+Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления нижнего угла  
зубца статора, мм  
yc2=sqrt((Rvstat-Rza)^2-(xzu+Rza)^2); % y центра закругления верхнего угла  
зубца статора, мм
```

```

an1=atan2(yc1,xc); % Угловая координата центра и нижней точки сопряже-
ния, рад
an2=atan2(yc2,xc); % Угловая координата центра и верхней точки сопряже-
ния, рад
xni=Rnzu*cos(an1); % x нижней точки сопряжения
yni=Rnzu*sin(an1); % y нижней точки сопряжения
xve=Rvstat*cos(an2); % x верхней точки сопряжения
yve=Rvstat*sin(an2); % y верхней точки сопряжения
C1=circ1(Rnstat); % Наружная окружность магнитопровода статора
C2=circ1(Rvzu); % Внутренняя окружность зубцов статора
L1=line1([Rvzu Rnzu]*sin(ami),[Rvzu Rnzu]*cos(ami));
L2=arc1(0,0,Rnzu,pi/2-ami,an1); % "Наружная" дуга уса зубца статора
L3=arc1(xc,yc1,Rza,pi,atan2(yni-yc1,xni-xc)+pi*2); % Нижняя дуга сопряже-
ния
L4=line1([xzu xzu],[yc1 yc2]); % Основная (прямая) граница зубца
L5=arc1(xc,yc2,Rza,atan2(yve-yc2,xve-xc),pi); % Верхняя дуга сопряжения
L6=arc1(0,0,Rvstat,pi/2-ama,an2); % Внутренняя дуга ярма магнитопровода
статора
L7=line1([Rvstat Rnzu+Hkli]*sin(ama),[Rvstat Rnzu+Hkli]*cos(ama));
L8=arc1(0,0,Rnzu+Hkli,pi/2-ama,acos(xzu/(Rnzu+Hkli)));
Lp=geomcsg({L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8}); % Правая граница зубца
Le=mirror(Lp,[0 0],[1 0]); % Левая граница зубца
L0=geomcsg({Lp,Le}); % Вся граница зубца
L=cell(1,6);
L{1}=L0;
for ii=1:5, L{ii+1}=rotate(L0,ama*2*ii); end
Lz=geomcsg(L);
Rnr=Rvzu-zaz; % Наружный радиус ротора, мм
C3=circ1(Rnr); % Внутренняя окружность рабочего зазора
C4=circ1(1.1*Rnstat); % Внешняя окружность всей расчётной области
g1=geomcoerce('solid',{C1,C2,C3,C4,Lz})-circ2(Rnr); % Весь статор, зазор и
наружный воздух
geomplot(g1,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hold on
% Ротор будем рассчитывать на 3 зоны: "бандаж", магнитопровод, вал
Hb=0.2; % Толщина "бандажа" ротора, мм
Rpm=Rnr-Hb; % Внутренний радиус "бандажа" (наружный радиус магнито-
провода), мм
Hpm=2; % Радиальная толщина магнитопровода, мм
Rvr=Rpm-Hpm; % Внутренний радиус ротора (радиус вала, выполняющего
роль магнитопровода), мм
C5=circ1(Rvr); % Граничная окружность вала

```

```

C6=circ1(Rpm); % Граничная окружность МП
g2=geomcoerce('solid',{C3,C5,C6}); % Весь ротор
geom-
plot(g2,'Submode','on','Poin
tmode','off','linewidth',2)
hp=findobj('type','patch');
set(hp(1),'facecolor',[0.85 1
1]);
set(hp(2),'facecolor',[0.5 1
0.5]);
hold off

```

В результате выполнения сценария в рабочей области COMSOL Script будут созданы геометрические объекты g1, g2 и в фигуре COMSOL будет показана геометрия расчётной области (рис. 4.1).

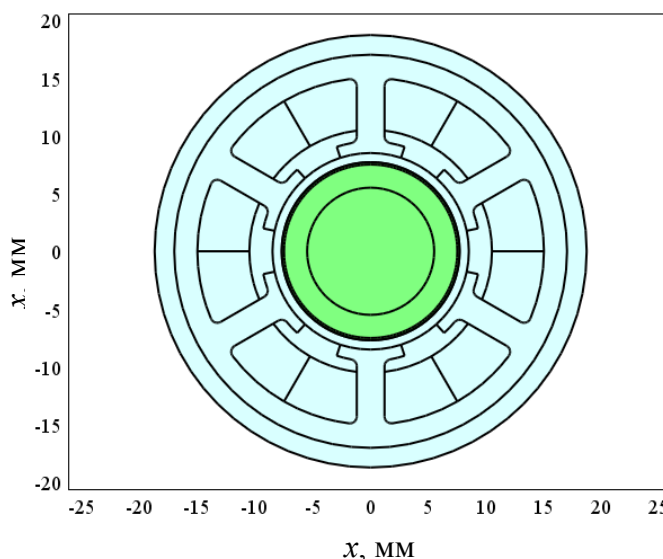


Рис. 4.1. Геометрия расчётной области

4.1.2. Навигатор моделей

Раскроем окно Model Navigator. Кнопкой Multiphysics раскроем браузер включенных прикладных режимов. В основном браузере выберем прикладной режим COMSOL Multiphysics/ Deformed Mesh/ Moving Mesh (ALE)/ Static analysis. Кнопкой Add добавим этот прикладной режим в модель. В результате будет создан фрейм преобразования координат при моделировании перемещений. В этом фрейме будет создан прикладной режим Moving Mesh (ALE) (ale), позволяющий задавать перемещения конечноэлементных сеток при моделировании поворота ротора. В основном браузере выберем прикладной режим COMSOL Multiphysics/ PDE Modes/ PDE, General Form/ Stationary analysis. В строку редактирования Dependent variables впишем имена зависимых переменных uih, uih1, ui, ui1. Они выполняют роль фазовых переменных векторного магнитного потенциала в однородно-движущейся и неоднородно-движущейся средах. В этой модели мы объединили неподвижную и движущуюся систему в один прикладной режим. Кнопкой Add добавим этот прикладной режим в модель. Кнопкой ОК закроем окно Навигатора моделей.

После закрытия окна Навигатора моделей развернётся графический интерфейс COMSOL Multiphysics, в котором проведём большую

часть операций моделирования с использованием уравнений ЭМП в П-Ф форме с учётом динамических эффектов первого порядка. Вращение ротора для расчёта угловых характеристик выполнять не требуется, так как ротор имеет беззубцовую конструкцию.

4.1.3. Геометрическое моделирование в COMSOL Multiphysics

После закрытия окна Навигатора моделей приложение COMSOL Multiphysics перейдёт в режим Draw Mode. Если вычислительный сценарий, представленный в подп. 4.1.1, выполнен в COMSOL Script, то в COMSOL Multiphysics выполним команду меню File/ Import/ Geometry Objects. Развернётся диалоговое окно Import Geometry Objects. В списке объектов диалогового окна выделим объекты с именами g1 и g2. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. Композиционные геометрические объекты появятся в поле axes графического интерфейса COMSOL Multiphysics.

Чтобы при расчётах угловых характеристик синхронного генератора была возможность геометрическим способом поворачивать ротор, нужно создать Identity Pair на общих границах двух геометрических объектов. Выполним команду меню Draw/ Create Pairs. Раскроется диалоговое окно Create Pairs. Там установим флаг Create imprints. В выпадающем меню Pair type выберем пункт Identity pair. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. В поле axes будет видно, что граница раздела геометрических объектов станет жёлтого цвета. На этом геометрическое моделирование закончено. Переведём COMSOL Multiphysics в Subdomain Mode.

4.1.4. Зоны расчётной области

На рис. 4.2 показано схематичное изображение поперечного сечения АД, представлено изображение двумерной расчётной модели в COMSOL Multiphysics в операционном режиме Subdomain Mode. Цифрами обозначены номера зон расчётной области. В каждой зоне задаются свои значения параметров материальных свойств: 1, 2, 4, 5, 9, 10, 11, 14, 15, 16, 18, 19 – сечения обмоток на зубцах статора; 3 – магнитопровод статора; 6, 7, 8, 12, 13, 17 – клинья, фиксирующие обмотки на зубцах статора; 20 – «наружный воздух»; 21 – зазор между статором и ротором (переходная зона); 22 – бандаж ротора; 23 – магнитопровод ротора; 24 – вал, одновременно выполняющий роль магнитопровода ротора.

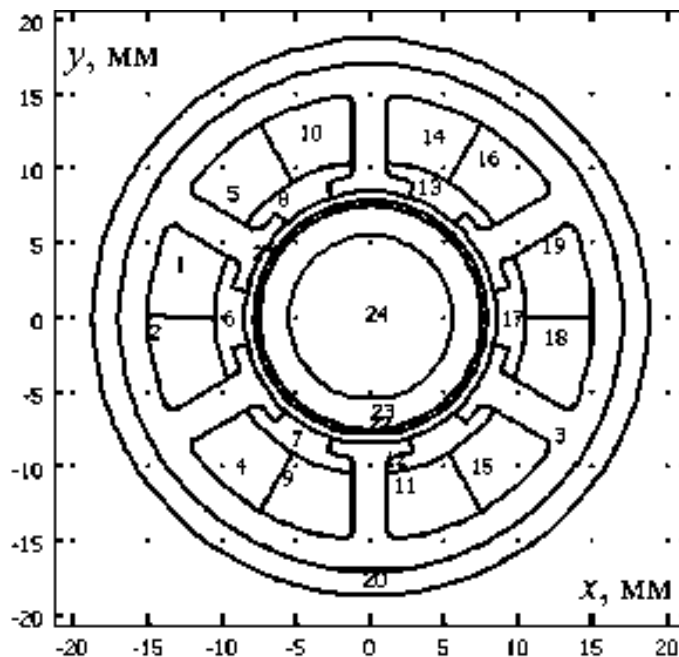


Рис. 4.2. Схематичное изображение поперечного сечения машины

4.1.5. Дополнительные переменные модели

Развернём диалоговое окно Constants. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии констант в соответствии с табл. 4.1. Константы B_{ina} , $sten$ предназначены для линеаризации основной кривой намагничивания материалов магнитопроводов в целях ускорения машинных расчётов.

Таблица 4.1

Имя	Выражение	Комментарий
μ_0	$4E-4*\pi$	Абсолютная магнитная проницаемость вакуума, мкГн/мм
B_{ina}	1.2	Точка линеаризации (магнитная индукция) на кривой намагничивания, Тл
$topla$	0.5	Толщина пластины магнитопровода статора, мм
$gapl$	$2E-3$	Удельная электрическая проводимость материала пластины магнитопровода статора, МСм/мм
$qsta$	$topla^2*gapl/12$	Передача от dB/dt к Н в магнитопроводе статора, МСм·мм
$gaban$	0.01	Удельная электрическая проводимость материала “бандажа” ротора, МСм/мм
$sten$	9	Степень магнитной индукции при усреднении по магнитопроводам

Раскроем диалоговое окно Global Expressions. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии глобальных expressions-переменных в соответствии с табл. 4.2. Здесь описаны переменные, зависящие от шага по углу поворота ротора. Выражения в табл. 4.2 соответствуют расчёту передач от тока первой фазы статора к потокосцеплениям фаз (т.е. собственных и взаимных индуктивных параметров фаз статора при вращающемся роторе).

Таблица 4.2

Имя	Выражение	Комментарий
Is1	1	Ток первой фазы статора, А
Is2	0	Ток второй фазы статора, А
Is3	0	Ток третьей фазы статора, А
Iss1	0	Скорость изменения тока первой фазы статора, А/с
Iss2	0	Скорость изменения тока второй фазы статора, А/с
Iss3	0	Скорость изменения тока третьей фазы статора, А/с
nn	nm/60	Частота вращения ротора, об/с
ome	2*pi*nn	Частота вращения ротора, рад/с

Раскроем диалоговое окно Scalar Expressions. В таблицу редактирования диалогового окна введём имена, определяющие выражения и комментарии скалярных expressions-переменных в соответствии с табл. 4.3. Переменные Bisten, Virate введены в модель для контроля правильности выбора точки линеаризации на основной кривой намагничивания материала магнитопроводов. Переменные PMi, PEs введены в модель для проверки баланса мощностей в машине. В табл. 4.3 запись {ii} следует понимать как мета-обозначение символа, соответствующего зубцу с номером ii. Это сделано для краткости, чтобы не перечислять все 12 имён переменных.

Таблица 4.3

Имя	Выражение	Комментарий
R	$\sqrt{X^2+Y^2}$	Радиальная координата точки наблюдения в неповёрнутой системе, мм
r	$\sqrt{x^2+y^2}$	Радиальная координата точки наблюдения, мм
tet	$\text{atan2}(y,x)$	Угловая координата точки наблюдения, рад
tetg	$\text{tet} \cdot 180/\pi$	Угловая координата точки наблюдения, град

Продолжение табл. 4.3

Имя	Выражение	Комментарий
er0x	$\cos(\text{tet})$	Горизонтальная составляющая единичного радиального вектора
er0y	$\sin(\text{tet})$	Вертикальная составляющая единичного радиального вектора
et0x	$-\text{er0y}$	Горизонтальная составляющая единичного радиального вектора
et0y	er0x	Вертикальная составляющая единичного радиального вектора
Bihx	uihy	Горизонтальная составляющая магнитной индукции в неподвижной среде, Тл
Bihy	$-\text{uihx}$	Вертикальная составляющая магнитной индукции в неподвижной среде, Тл
Bih	$\sqrt{\text{Bihx}^2 + \text{Bihy}^2}$	Модуль магнитной индукции в неподвижной системе, Тл
eBihx	$\text{real}(\text{sign}(\text{Bihx} + j * \text{Bihy}))$	Горизонтальный орт вектора магнитной индукции в неподвижной системе
eBihy	$\text{imag}(\text{sign}(\text{Bihx} + j * \text{Bihy}))$	Вертикальный орт вектора магнитной индукции в неподвижной системе
Bih1x	uih1y	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
Bih1y	$-\text{uih1x}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
Bih1	$\sqrt{\text{Bih1x}^2 + \text{Bih1y}^2}$	Модуль первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе, Тл/с
eBih1x	$\text{real}(\text{sign}(\text{Bih1x} + j * \text{Bih1y}))$	Горизонтальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе
eBih1y	$\text{imag}(\text{sign}(\text{Bih1x} + j * \text{Bih1y}))$	Вертикальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в неподвижной системе
Hihx	$(\text{Bihx} - \text{Brx}) * \text{nuaih}$	Горизонтальная составляющая напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм

Продолжение табл. 4.3

Имя	Выражение	Комментарий
Hihy	$(B_{ihy} - B_{ry}) \cdot \nu_{aih}$	Вертикальная составляющая напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм
Hih	$\sqrt{H_{ihx}^2 + H_{ihy}^2}$	Модуль напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм
Hihra	$(-H_{ihx} \cdot B_{rx} - H_{ihy} \cdot B_{ry}) / \text{if}(B_{rx} == 0 \& B_{ry} == 0, 1, \sqrt{B_{rx}^2 + B_{ry}^2})$	Размагничивающая напряжённость магнитного поля в ПМ в неподвижной системе, А/мм
Hih1x	$B_{ih1x} \cdot \nu_{aih}$	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Hih1y	$B_{ih1y} \cdot \nu_{aih}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Hih1	$\sqrt{H_{ih1x}^2 + H_{ih1y}^2}$	Модуль первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в неподвижной системе, А/мм/с
Gihx	Hihy	Горизонтальная составляющая "функции потока" в неподвижной среде, А/мм
Gihy	-Hihx	Вертикальная составляющая "функции потока" в неподвижной среде, А/мм
Gih1x	Hih1y	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неподвижной среде, А/мм/с
Gih1y	-Hih1x	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неподвижной среде, А/мм/с
Eih	-u _{ih1}	Напряжённость электрического поля в неподвижной системе, мкВ/мм
morih	$(x \cdot u_{ihx} + y \cdot u_{ihy}) \cdot (B_{ihx} \cdot \epsilon_{r0x} + B_{ihy} \cdot \epsilon_{r0y}) / \mu_0$	"Поверхностная плотность" момента в неподвижной системе, мкНм/мм ²
MMih	$M_{ih} \cdot S_L / S_z^2$	Момент на единицу активной длины в неподвижной системе, мкНм/мм
Bix	u _{iy}	Горизонтальная составляющая магнитной индукции, Тл
Byi	-u _{ix}	Вертикальная составляющая магнитной индукции, Тл
Bi	$\sqrt{B_{ix}^2 + B_{iy}^2}$	Модуль магнитной индукции, Тл

Продолжение табл. 4.3

Имя	Выражение	Комментарий
eBix	$\text{real}(\text{sign}(B_{ix}+j*B_{iy}))$	Горизонтальный орт вектора магнитной индукции
eBiy	$\text{imag}(\text{sign}(B_{ix}+j*B_{iy}))$	Вертикальный орт вектора магнитной индукции
Bi1x	u_{i1x}	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
Bi1y	$-u_{i1x}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
Bi1	$\text{sqrt}(Bi1x^2+Bi1y^2)$	Модуль первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе, Тл/с
eBi1x	$\text{real}(\text{sign}(Bi1x+j*Bi1y))$	Горизонтальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе
eBi1y	$\text{imag}(\text{sign}(Bi1x+j*Bi1y))$	Вертикальный орт первой фазовой переменной магнитной индукции в подвижной системе
Hix	$(B_{ix}-B_{rx})*\nu_{uai}$	Горизонтальная составляющая напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hiy	$(B_{iy}-B_{ry})*\nu_{uai}$	Вертикальная составляющая напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hi	$\text{sqrt}(Hix^2+Hiy^2)$	Модуль напряжённости магнитного поля, А/мм
Hira	$(-Hix*B_{rx}-Hiy*B_{ry})/\text{if}(B_{rx}==0\&B_{ry}==0, 1,\text{sqrt}(B_{rx}^2+B_{ry}^2))$	Размагничивающая напряжённость магнитного поля в ПМ в подвижной системе, А/мм
Hi1x	$Bi1x*\nu_{uai}$	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hi1y	$Bi1y*\nu_{uai}$	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм
Hi1	$\text{sqrt}(Hi1x^2+Hi1y^2)$	Модуль первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с

Продолжение табл. 4.3

Имя	Выражение	Комментарий
Hd1x	$-dome*(2*(Hihx*er0x + Hihy*er0y)*y-r*Hihy)$	Горизонтальная составляющая добавочной первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
Hd1y	$dome*(2*(Hihx*er0x + Hihy*er0y)*x-r*Hihx)$	Вертикальная составляющая добавочной первой фазовой переменной напряжённости магнитного поля в подвижной системе, А/мм/с
Gix	Hiy	Горизонтальная составляющая "функции потока", А/мм
Giy	-Hix	Вертикальная составляющая "функции потока", А/мм
Gilx	Hily+Hd1y	Горизонтальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неоднородно-движущейся среде, А/мм/с
Gily	-Hilx-Hd1x	Вертикальная составляющая первой фазовой переменной "функции потока" в неоднородно-движущейся среде, А/мм/с
Ei	-ui1	Напряжённость электрического поля в неоднородно-движущейся системе, мкВ/мм
mori	$(x*uix+y*uiy)*(Bix*er0x + Biy*er0y)/mu0$	"Поверхностная плотность" момента, мкНм/мм ²
MMi	$Mi*SLz/Sz^2$	Момент на единицу активной длины, мкНм/мм
ED{ii}	EID1/Sobm	ЭДС обмотки ii-го зубца, мкВ/мм
Es1	ED1-ED4	ЭДС обмотки первой фазы статора, мкВ/мм
Es2	ED3-ED6	ЭДС обмотки второй фазы статора, мкВ/мм
Es3	ED5-ED2	ЭДС обмотки третьей фазы статора, мкВ/мм
PS{ii}	PSI{ii}/Sobm	Потокосцепление обмотки ii-го зубца, мкВб/мм
Ps1	PS1- PS4	Потокосцепление обмотки первой фазы статора, мкВб/мм
Ps2	PS3- PS6	Потокосцепление обмотки второй фазы статора, мкВб/мм
Ps3	PS5- PS2	Потокосцепление обмотки третьей фазы статора, мкВб/мм
Bisten	$(Blisten/Sser)^(1/sten)$	Среднестепенное значение магнитной индукции в магнитопроводах, Тл

Имя	Выражение	Комментарий
Birate	$\text{if}(B_{ina}>0, B_{isten}/B_{ina}, -1)$	Отношение среднестепенного значения магнитной индукции в магнитопроводах к магнитной индукции в точке линеаризации кривой намагничивания
PMi	$M_{Mi} \cdot \omega$	Двигательная механическая мощность на единицу активной длины, мкВт/мм
PEs	$E_{s1} \cdot I_{s1} + E_{s2} \cdot I_{s2} + E_{s2} \cdot I_{s2}$	Генераторная электрическая мощность на единицу активной длины, мкВт/мм

Раскроем диалоговое окно Subdomain Expressions. В таблице редактирования этого окна определим имена и выражения expressions-переменных зонного типа:

ω – радиальная составляющая градиента скалярного поля угловой частоты вращения точек наблюдения, рад/с/мм;

γ_{am} – удельная электрическая проводимость вещества, МСм/мм;

μ_{aih} , μ_{aih1} , μ_{ai} , μ_{ai1} – удельное магнитное сопротивление вещества, мм/мкГн; одной и той же физической величине присвоено четыре имени для выполнения отладочных операций;

de – z-компонент вектора сторонней плотности тока, А/мм²;

$de1$ – z-компонент скорости изменения вектора сторонней плотности тока, А/мм²/с;

Переменная ω принимает ненулевое значение только в переходной зоне 21: $\omega = \omega / (y_{ba} - y_{zu})$. Удельное магнитное сопротивление в немагнитных материалах задаётся равным $1/\mu_0$, в стали – $\mu_{as}(B_{ina})$. Переменные de и $de1$ задаются неравными нулю только в зонах, соответствующих поперечному сечению фазных обмоток статора; $q1=0$, а в зоне 3 $q1=q_{sta}$.

Раскроем диалоговое окно Subdomain Integration Variables. Там определим имена и подынтегральные выражения переменных связи интегрирующего типа, вычисляемых в зонах:

S_{ser} – площадь поперечного сечения всех магнитопроводов, мм²;

B_{isten} – интеграл по площади магнитопроводов выражения B_i^{sten} ;

ρ_m – оценка массы машины на единицу её активной длины, г/мм;

S_{obm} – площадь поперечного сечения зубцовой обмотки статора с одной стороны от зубца, мм²;

S_z – площадь поперечного сечения рабочего зазора между статором и ротором, мм²;

S_{lz} – интеграл по площади зазора выражения $r^2 \cdot \rho_i$, мм³;

M_{lih} – интеграл по площади зазора переменной ρ_{lih} ;

M_{li} – интеграл по площади зазора переменной ρ_{li} ;

$EID\{ii\}$, $PSI\{ii\}$ – интегралы для расчёта зубцовых ЭДС и потокосцеплений.

Переменная ρ_m оценивает активную массу машины путём интегрирования плотности вещества по расчётной области. В зонах магнитопроводов, обмоток и “бандажа” задана плотность $7.8E-3$ г/мм³, в зонах клиньев обмоток – $2E-3$ г/мм³.

Раскроем диалоговое окно Point Integration Variables. Там определим имена и подынтегральные выражения переменных связи интегрирующего типа, вычисляемых в вершинах расчётной области:

r_{ba} – наружный радиус «бандажа», мм;

r_{zu} – внутренний радиус зубца магнитопровода статора, мм.

Названные переменные связи интегрирующего типа дают возможность моделирования электромеханических процессов на интегральном уровне (токов, потокосцеплений, ЭДС, напряжений, мощностей, моментов и т.д.), а также задавать другие переменные модели при изменении геометрических размеров элементов конструкции.

Командой меню Options/ Functions раскроем диалоговое окно Functions. Там создадим таблично заданные (интерполяционные) функции:

ρ_m – основная кривая намагничивания материала магнитопроводов как функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – напряжённость магнитного поля;

ρ_{uas} – функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – статическое удельное магнитное сопротивление материала магнитопроводов;

ρ_{uad} – функция, аргументом которой является магнитная индукция, а значением – дифференциальное удельное магнитное сопротивление материала магнитопроводов.

4.1.6. Физическое моделирование

В операционном режиме Subdomain Mode с помощью группы команд Multiphysics переключимся в прикладной режим Moving Mesh (ALE) (ale). Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В списке Subdomain selection выделим все зоны, нажав клавишу Ctrl+A. В закладке Mesh включим радиокнопку No displacement. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно.

С помощью группы команд Multiphysics переключимся в прикладной режим PDE, General Form (g). Клавишей Ctrl+A выделим все зоны. Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В закладке Γ в таблицу редактирования Flux vector впишем

$\begin{bmatrix} G_{ihx} & G_{ihy} \\ G_{ih1x} & G_{ih1y} \\ G_{ix} & G_{iy} \\ G_{i1x} & G_{i1y} \end{bmatrix}$. В закладке F в строки редактирования Source term

впишем $\begin{bmatrix} de+gam*E_{ih} \\ de1 \\ de+gam*E_i \\ de1 \end{bmatrix}$. На этом систему PDE разрабатываемой моде-

ли можно считать полностью определённой.

Граничные условия примем по умолчанию, т.е. на внешних границах расчётной области все зависимые переменные модели принимаются равными нулю. Параметры Identity Boundary Pairs также примем по умолчанию (непрерывность распределения зависимых переменных на всех парных границах).

4.1.7. Построение сетки и решение модели

Если конечноэлементной сетки ещё нет, то она начинает строиться при переключении в операционный режим Mesh Mode. Параметры генератора сетки примем по умолчанию. Будет построено 11134 лагранжевых элемента второго порядка с общим числом степеней свободы 90356.

Из всех решателей выберем линейный параметрический, параметры его примем по умолчанию. Клавишей F11 развернём диалоговое окно Solver Parameters. В закладке General в строку редактирования Pa-

parameter name впишем имя параметра модели nm, в строку редактирования Parameter values – выражение linspace(0,3000,51). Решение модели для всех перечисленных частот вращения ротора можно запустить, нажав кнопку = на главной инструментальной панели. На компьютере с процессором Athlon 3500 решение займёт 605 с. Когда процесс решения закончится, в поле axes будет показан цветовой график распределения первой зависимой переменной uih (векторный магнитный потенциал в однородно-движущейся (неподвижной) системе).

4.1.8. Постпроцессорная обработка и визуализация решения модели

Однократно решив модель, нажатием клавиши F12 раскроем диалоговое окно Plot Parameters. В закладке Surface в подзакладке Surface Data в строку редактирования Expression впишем имя E_i. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. В поле axes будет показан цветовой график распределения z-составляющей вектора напряжённости электрического поля при nm = 3000 об/с. Для краткости изложения материала в этой работе показывать картины распределения полевых физических величин при различных значениях частоты вращения ротора не будем.

Более важно по результатам полевого П-Ф моделирования рассчитать осциллограммы фазных токов статора при различных частотах вращения ротора, скоростную характеристику активной электрической мощности, потребляемой машиной от внешнего источника, при фиксированной частоте тока статора, затем при повторном полевым П-Ф анализе смоделировать механическую характеристику АД.

Для этого сначала нужно по полевой П-Ф модели рассчитать скоростные характеристики собственных и взаимных индуктивностей, а также передач от скоростей изменения фазных токов статора к фазным потокосцеплениям. Однократно решив полевою П-Ф модель при Is1=1 (см. табл. 4.2), получим первое из названных семейств характеристик. Эта информация будет храниться в рабочей области COMSOL Multiphysics. Нажатием клавиши Ctrl+F экспортируем fem-структуру под именем fem в рабочую область COMSOL Script или MATLAB. Тут выполним следующую последовательность операторов:

```
[nm,Ps1,Ps2,Ps3]=postinterp(fem,'nm','Ps1','Ps2','Ps3',[0;0],'solnum','all');  
figure  
plot(nm,[Ps1,Ps2,Ps3])
```

В результате в новой фигуре COMSOL будет построен график скоростных характеристик собственных и взаимных индуктивностей фазных обмоток статора (рис. 4.3).

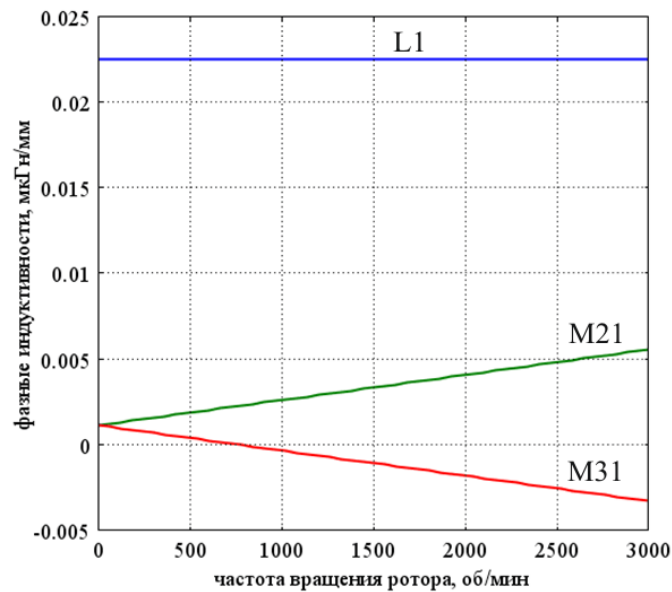


Рис. 4.3. Скоростные характеристики фазных индуктивностей

В силу симметрии конструкции АД скоростные характеристики индуктивностей остальных фаз равны характеристикам, изображённым на рис. 4.3. По графику отчётливо видно, что вращение ротора приводит к нарушению принципа взаимности системы фазных индуктивностей за счёт электромеханического преобразования энергии. Данный результат не противоречит известным в электромеханике фактам.

Однократно решив полевую П-Ф модель при $I_{s1}=0$, $I_{ss1}=1$ (см. табл. 4.2), получим второе из названных семейств характеристик. Эта информация будет храниться в рабочей области COMSOL Multiphysics. Нажатием клавиши Ctrl+F экспортируем fem-структуру под именем fem в рабочую область COMSOL Script или MATLAB. Тут выполним представленную выше последовательность операторов. По графику (здесь он не представлен) видно, что рассчитанные передачи не зависят от частоты вращения, и для них не нарушается принцип взаимности. Для численного определения этих передач выполним следующие операторы:

$$sII_{nd} = \text{mean}(Ps1)$$

$$vII_{nd} = \text{mean}([Ps2; Ps3])$$

В данной модели АД получилось $sInd = -1.70454131699e-005$ мкГн·с/мм; $vInd = 7.68492457973e-006$ мкГн·с/мм.

Имея численные значения названных индуктивных параметров машины, можно получить скоростную характеристику потребляемой АД активной электрической мощности. По своему виду эта характеристика очень похожа на механическую характеристику трёхфазного АД. Для проведения такого расчёта нужна имитационная модель с сосредоточенными параметрами.

4.2. Имитационная модель установившегося режима АД

4.2.1. Навигатор моделей в COMSOL Multiphysics

Окно Навигатора моделей раскрывается при запуске программы COMSOL Multiphysics. В закладке New или Multiphysics нажмём кнопку Multiphysics. Будет раскрыт браузер включенных прикладных режимов. В выпадающем меню Space dimension выберем пункт 1D. В браузере существующих прикладных режимов выберем COMSOL Multiphysics/ PDE Modes/ PDE, General Form/ Stationary analysis. В строку редактирования Dependent variables впишем имена i_1 , i_2 , i_3 . Эти зависимые переменные являются фазными токами статора. В группе Multiphysics нажмём кнопку Add. Прикладной режим будет включен в модель. Кнопкой ОК закроем окно Навигатора моделей. Развернётся графический интерфейс пользователя COMSOL Multiphysics.

4.2.2. 1D геометрическое моделирование

Выполним команду меню Draw/ Specify Objects/ Line. Развернётся диалоговое окно Line. В строку редактирования x впишем два числа: 0 и 0.02. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. Смысл этой операции заключается в том, что при моделировании время заменяется одной пространственной координатой с именем x . Расчётная область будет соответствовать одному периоду изменения токов статора (выбрана фиксированная частота 50 Гц). Завершив геометрическое моделирование, перейдём в операционный режим Subdomain Mode.

4.2.3. Дополнительные переменные имитационной модели

Выполним команду меню Options/ Constants. Развернётся диалоговое окно Constants. В таблицу редактирования впишем имена и выражения в соответствии с табл. 4.4.

Таблица 4.4

Имя	Выражение	Комментарий
sInd	-1.70454131699 e-005	Собственная передача от производной фазного тока к фазному потокосцеплению, мкГн·с/мм
vInd	7.68492457973 e-006	Взаимная передача от производной фазного тока к фазному потокосцеплению, мкГн·с/мм
Rn	0	Фазное сопротивление "нагрузки" на единицу активной длины, мкОм/мм
rpha	0.001	Сопротивление провода фазы обмотки статора по намагничивающей силе на единицу активной длины, мкОм/мм
Sobm	24.533792526831586	Площадь сечения фазной обмотки с одной стороны от зубца, мм ²
don	1	0 - индуктивный динамизм выключен; 1 – включен
edsm	1E3	Амплитуда фазных ЭДС, мкВ/мм

Выполним команду меню Options/ Expressions/ Global Expressions. Развернётся диалоговое окно Global Expressions. В таблицу редактирования впишем имена и выражения в соответствии с табл. 4.5.

Таблица 4.5

Имя	Выражение	Комментарий
nn	nm/60	Скорость вращения ротора, об/с
ome	2*pi*nn	Циклическая частота вращения ротора, рад/с
sInd	sind(nm)	Собственные индуктивности фаз статора, мкГн/мм
vIndv	vindv(nm)	Передача от тока предыдущей фазы к потокосцеплению следующей по номеру фазы, мкГн/мм
vIndn	vindn(nm)	Передача от тока следующей фазы к потокосцеплению предыдущей по номеру фазы, мкГн/мм

Выполним команду меню Options/ Expressions/ Scalar Expressions. Развернётся диалоговое окно Scalar Expressions. В таблицу редактирования впишем имена и выражения в соответствии с табл. 4.6.

Таблица 4.6

Имя	Выражение	Комментарий
eds1	$edsm \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot x)$	Внешняя ЭДС первой фазы статора, мкВ/мм
eds2	$edsm \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot x - 2 \cdot \pi / 3)$	Внешняя ЭДС второй фазы статора, мкВ/мм
eds3	$edsm \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot x + 2 \cdot \pi / 3)$	Внешняя ЭДС третьей фазы статора, мкВ/мм
G1	$(sInd \cdot i1 + vIndn \cdot i2 + vIndv \cdot i3 + don \cdot (sIIInd \cdot i1x + vIIInd \cdot i2x + vIIInd \cdot i3x))$	"Пассивное" потокосцепление в первой фазе, мкВб/мм
G2	$(vIndv \cdot i1 + sInd \cdot i2 + vIndn \cdot i3 + don \cdot (vIIInd \cdot i1x + sIIInd \cdot i2x + vIIInd \cdot i3x))$	"Пассивное" потокосцепление во второй фазе, мкВб/мм
G3	$(vIndn \cdot i1 + vIndv \cdot i2 + sInd \cdot i3 + don \cdot (vIIInd \cdot i1x + vIIInd \cdot i2x + sIIInd \cdot i3x))$	"Пассивное" потокосцепление в третьей фазе, мкВб/мм
F1	$u1 - up1$	Правая часть, мкВ/мм
F2	$u2 - up2$	Правая часть, мкВ/мм
F3	$u3 - up3$	Правая часть, мкВ/мм
u1	$eds1 - Rn \cdot i1$	Напряжение первой фазы, мкВ/мм
u2	$eds2 - Rn \cdot i2$	Напряжение второй фазы, мкВ/мм
u3	$eds3 - Rn \cdot i3$	Напряжение третьей фазы, мкВ/мм
up1	$rpha \cdot i1$	Потеря напряжения первой фазы на сопротивлении обмотки, мкВ/мм
up2	$rpha \cdot i2$	Потеря напряжения второй фазы на сопротивлении обмотки, мкВ/мм
up3	$rpha \cdot i3$	Потеря напряжения третьей фазы на сопротивлении обмотки, мкВ/мм
p1	$u1 \cdot i1$	Мощность, потребляемая первой фазой, мкВт/мм
p2	$u2 \cdot i2$	Мощность, потребляемая второй фазой, мкВт/мм
p3	$u3 \cdot i3$	Мощность, потребляемая третьей фазой, мкВт/мм
pp	$p1 + p2 + p3$	Мощность, потребляемая всеми тремя фазами, мкВт/мм
de1	$i1 / Sobm$	Плотность тока первой фазы, А/мм ²
de2	$i2 / Sobm$	Плотность тока второй фазы, А/мм ²

Окончание табл. 4.6

Имя	Выражение	Комментарий
de3	$i3/Sobm$	Плотность тока третьей фазы, А/мм ²
U1	$\sqrt{U1I/uper}$	Действующее значение напряжения в первой фазе, мкВ/мм
U2	$\sqrt{U2I/uper}$	Действующее значение напряжения во второй фазе, мкВ/мм
U3	$\sqrt{U3I/uper}$	Действующее значение напряжения в третьей фазе, мкВ/мм
I1	$\sqrt{I1I/uper}$	Действующее значение тока в первой фазе, А
I2	$\sqrt{I2I/uper}$	Действующее значение тока во второй фазе, А
I3	$\sqrt{I3I/uper}$	Действующее значение тока в третьей фазе, А
De1	$I1/Sobm$	Действующее значение плотности тока в первой фазе, А/мм ²
De2	$I2/Sobm$	Действующее значение плотности тока во второй фазе, А/мм ²
De3	$I3/Sobm$	Действующее значение плотности тока в третьей фазе, А/мм ²
PP	$PPI/uper$	Активная мощность, потребляемая машиной, мкВт/мм
SS	$U1*I1+U2*I2+U3*I3$	Полная электрическая мощность машины, мкВт/мм

Выполним команду меню Options/ Integration Coupling Variables/ Subdomain Variables. Развернется диалоговое окно Subdomain Integration Variables. Выделив зону 1, в таблицу редактирования впишем имена и выражения в соответствии с табл. 4.7.

Таблица 4.7

Имя	Выражение	Комментарий
U1I	$u1^2$	Интеграл квадрата мгновенного напряжения первой фазы
U2I	$u2^2$	Интеграл квадрата мгновенного напряжения второй фазы
U3I	$u3^2$	Интеграл квадрата мгновенного напряжения третьей фазы
I1I	$i1^2$	Интеграл квадрата мгновенного тока первой фазы
I2I	$i2^2$	Интеграл квадрата мгновенного тока второй фазы
I3I	$i3^2$	Интеграл квадрата мгновенного тока третьей фазы
uper	1	Период фазного тока
PPI	pp	Интеграл суммарной мгновенной мощности фаз

Выполним команду меню Options/ Functions. С помощью диалогового окна Functions импортируем в модель из COMSOL Script интерполяционные функции зависимости собственных и взаимных индуктивностей фазных обмоток статора от частоты вращения ротора. Для всех трёх функций выберем кусочно-линейный метод интерполяции. В ниспадающем меню Extrapolation method выберем пункт Interpolation function.

4.2.4. Физическое моделирование

Клавишей F8 раскроем диалоговое окно Subdomain Settings. В закладке Г в строки редактирования впишем имена «функций потока» G1, G2, G3. В закладке F в строки редактирования впишем имена правых частей F1, F2, F3. Матрицы ϵ_a и d_a обнулим. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно.

4.2.5. Построение сетки конечных элементов и решение модели

На главной инструментальной панели будем нажимать кнопку Refine Mesh до тех пор, пока не будет построено 480 лагранжевых конечных элементов второго порядка.

На главной инструментальной панели нажмём кнопку Solver Parameters. Развернётся одноимённое диалоговое окно. В закладке General в списке Solver выберем пункт Parametric. В строку редактирования Parameter name впишем имя ω (частота вращения ротора, об/мин). В строку редактирования Parameter values впишем выражение `linspace(-12000,3000,251)`. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно.

Нажатие кнопки = на главной инструментальной панели приведёт к запуску решения имитационной модели. На компьютере с процессором Athlon 3500 длительность решения составит 22 с. В результате решения будет рассчитано полное семейство электрических скоростных характеристик. Оно будет храниться в рабочей области COMSOL Multiphysics.

4.2.6. Визуализация и постпроцессорная обработка результатов имитационного моделирования

После решения в памяти ЭВМ будет храниться всё семейство осциллограмм токов и напряжений в фазных обмотках, а также интегральные по времени параметры моделируемых режимов при различных частотах вращения ротора. Технологию визуализации всего этого

разнообразия физических величин со сосредоточенными параметрами мы здесь показывать не будем. Мы покажем технологию визуализации скоростной характеристики потребления активной электрической мощности АД, потребляемой от внешнего трёхфазного источника ЭДС. Как было сказано выше, эта характеристика очень похожа на механическую характеристику АД при фиксированной частоте изменения питающей системы ЭДС.

Клавишей Ctrl+F экспортируем fem-структуру в COMSOL Script или MATLAB под именем fem. Там выполним следующие операторы:
`[nm,PP]=postinterp(fem,'nm','PP',0.01,'solnum','all');`
`plot(nm,PP)`

В результате в фигуре COMSOL будет построен график скоростной характеристики активной мощности (рис. 4.4). По графику видно, что результат полевого П-Ф и имитационного моделирования не противоречит известным в электромеханике фактам. На синхронной частоте вращения 3000 об/мин потребляемая активная мощность положительна из-за потерь на вихревые токи в пластинах магнитопровода статора. Потери энергии на сопротивлении обмоточных проводов здесь не моделировались.

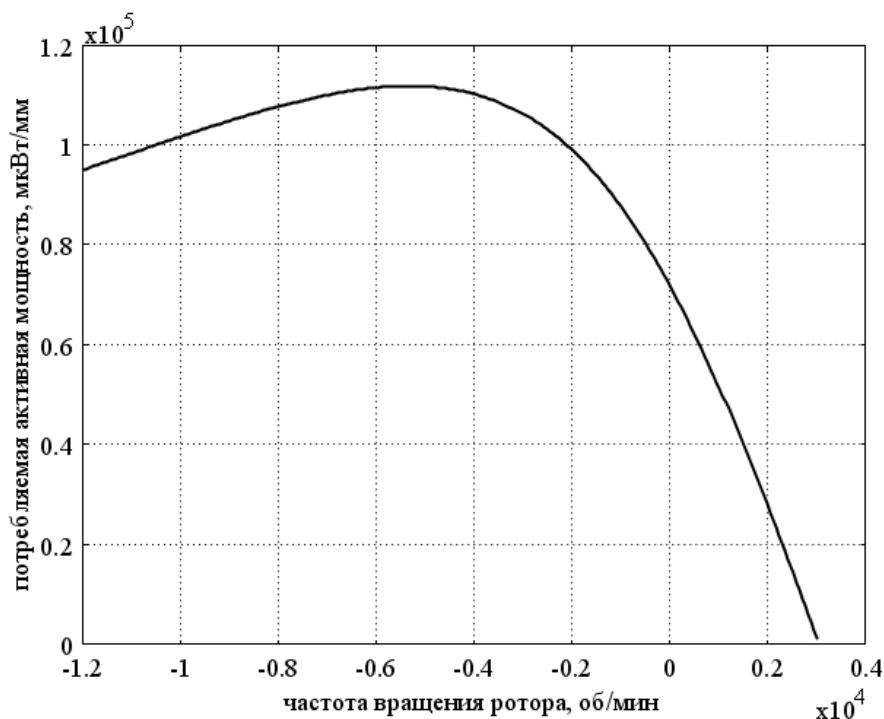


Рис. 4.4. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

4.3. Моделирование механической характеристики для тестовой П-Ф модели АД

Чтобы получить механическую характеристику АД, нужно импортировать в полевую П-Ф модель рассчитанные в имитационной модели осциллограммы фазных токов статора на ряде фиксированных частот вращения ротора, запустить решение П-Ф модели, а потом с помощью COMSOL Script или MATLAB соответствующим образом обработать результаты для получения скоростной характеристики электромагнитного момента. Соответствующий метод расчёта, описанный в п. 1.4, уже заложен в полевую П-Ф модель. Моделирование механической характеристики проведено в ходе разработки библиотеки моделей АД, а в более общем случае – АМ.

Пусть в среде COMSOL Multiphysics имеется решённая имитационная модель установившегося режима АД, описанная в подп. 1.2.2. Пусть fem-структура этой модели уже экспортирована в COMSOL Script, а угловая характеристика потребляемой активной мощности уже находится в рабочей области COMSOL Script. Запишем в рабочую область скоростные характеристики мгновенных фазных токов и их производных по времени в начале периода имитации:

```
[i1,i2,i3,is1,is2,is3]=postinterp(fem,'i1','i2','i3','i1x','i2x','i3x',0,'solnum',  
'all');  
plot(nm,[i1,i2,i3])  
grid on  
figure  
plot(nm,[is1,is2,is3])
```

Подготовим скоростные характеристики фазных токов и их производных к импорту в полевую П-Ф модель:

```
fis1.x=nm; fis1.data=i1; fis2.x=nm; fis2.data=i2; fis3.x=nm; fis3.data=i3;  
fiss1.x=nm; fiss1.data=is1; fiss2.x=nm; fiss2.data=is2; fiss3.x=nm;  
fiss3.data=is3;
```

Теперь загрузим в COMSOL Multiphysics полевую П-Ф модель, описанную в п. 4.1. Для внедрения из COMSOL Script интерполяционных функций фазных токов статора и их производных по времени выполним команду меню Options/ Functions. Раскроется диалоговое окно Functions. Там нажмём кнопку New. Раскроется диалоговое окно New Function. Там включим радиокнопку Interpolation. В выпадающем меню Use data from выберем пункт COMSOL Script / MATLAB.

В строки редактирования впишем имя `fis1` (это будет имя функции, возвращающей намагничивающую силу первой фазы обмотки статора, и имя структурной переменной COMSOL Script, откуда будет загружена таблица для интерполяции). Кнопкой ОК закроем окно `New Function`. Имя внедрённой функции появится в списке `Defined functions`. Поставим указатель на эту функцию. В выпадающем меню `Interpolation method` выберем пункт `Cubic spline`. В выпадающем меню `Extrapolation method` выберем пункт `Interpolation function`. Такие же операции проделаем для оставшихся пяти структурных переменных в рабочей области COMSOL Script.

Раскроем диалоговое окно `Global Expressions`. В таблицу редактирования для переменных с именами `Is1`, `Is2`, `Is3`, `Iss1`, `Iss2`, `Iss3` впишем соответственно определяющие выражения `fis1(nm)`, `fis2(nm)`, `fis3(nm)`, `fiss1(nm)`, `fiss2(nm)`, `fiss3(nm)`. Кнопкой ОК закроем диалоговое окно. П-Ф модель готова для расчёта механической характеристики.

Построив сетку, запустим решение модели. Когда процесс решения завершится, клавишей `Ctrl+F` экспортируем в COMSOL Script `fem`-структуру под именем `fem`. Для построения механической характеристики в COMSOL Script выполним следующие операторы:

```
[nm,MM]=postinterp(fem,'nm','MMi',[0;0],'solnum','all');
plot(nm,MM)
grid on
```

В результате выполнения данной последовательности операторов будет построена механическая характеристика АД (рис. 4.5).

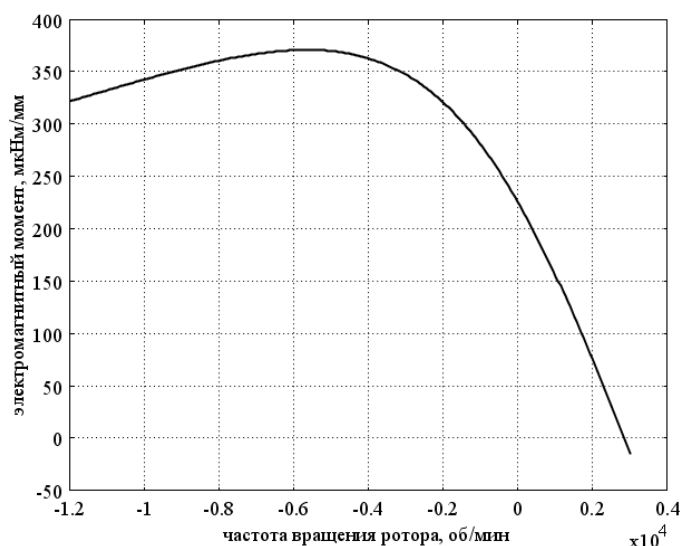


Рис. 4.5. Механическая характеристика АД

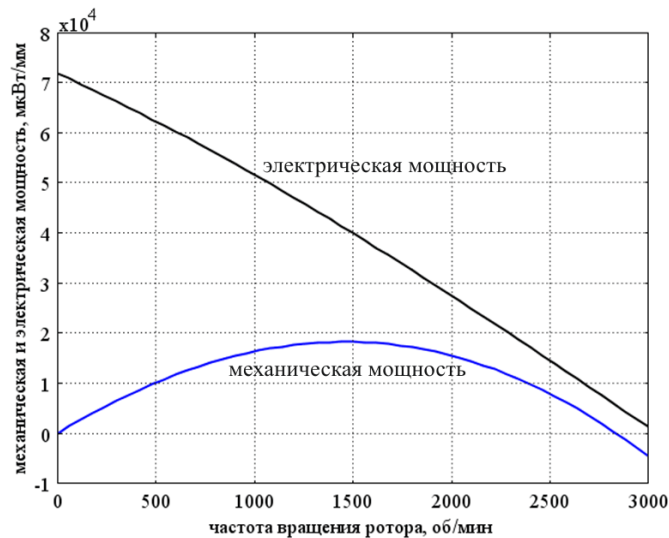


Рис. 4.6. Скоростная характеристика механической и электрической мощности

Для построения скоростной характеристики двигательной механической мощности и потребляемой активной электрической мощности (рис. 4.6) выполним следующую последовательность операторов в предположении, что в рабочей области COMSOL Script или MATLAB есть fem-структура имитационной модели под именем femi:

```

PM=postinterp(fem,'PMi',[0;0],'solnum','all');
plot(nm(nm>=0),PM(nm>=0))
grid on
PE=postinterp(femi,'PP',0,'solnum','all');
hold on
plot(nm(nm>=0),PE(nm>=0))

```

Чтобы построить скоростную характеристику КПД и коэффициента мощности двигательного режима машины без учёта омических потерь в обмотке статора (рис. 4.7), нужно выполнить следующую последовательность операторов COMSOL Script:

```

PE=postinterp(femi,'PP',0,'solnum','all');
clear PP
SE=postinterp(femi,'SS',0,'solnum','all');
plot(nm(PM>=0),[PM(PM>=0)./PE(PM>=0),PE(PM>=0)./SE(PM>=0)],'linewidth',2)
grid on

```

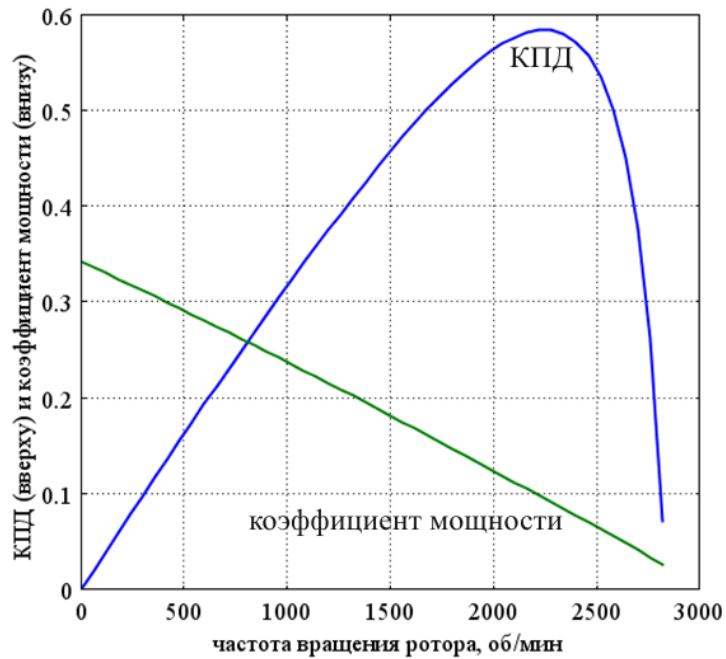


Рис. 4.7. Скоростная характеристика КПД и коэффициента мощности двигательного режима

На синхронной частоте вращения наблюдается небольшой тормозной электромагнитный момент (см. рис. 2.5) из-за неидеальности вращения магнитного поля в области ротора. На синхронной частоте вращения в роторе наводится зубцовая составляющая напряжённости электрического поля, вызывающая протекание там токов проводимости (вихревых токов) (рис. 4.8). Эти токи взаимодействуют с магнитным полем статора, вызывая тормозной электромагнитный момент [1].

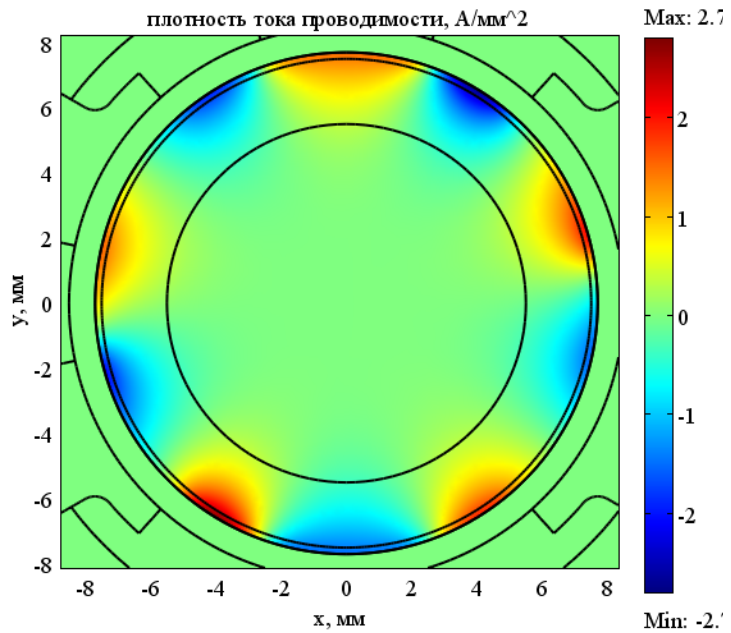


Рис. 4.8. Плотность тока проводимости в роторе на синхронной частоте вращения

Частота вращения холостого хода меньше синхронной частоты вращения из-за электромагнитных потерь в роторе. Эти потери являются составляющей до-

бавочных потерь [1]. Приведённые здесь результаты вычислительных экспериментов с моделью механической характеристики подтверждают обоснованность и достоверность разработанных П-Ф методов.

4.4. Вычислительные эксперименты с 2D П-Ф моделями других конструкций АД

АД, поперечное сечение которого изображено на рис. 4.1, 4.2, имеет нежёсткую механическую характеристику. Чтобы эта характеристика была жёстче, нужно увеличить отношение реактивного сопротивления ротора к активному. Это можно сделать, увеличив магнитную проницаемость материалов магнитопроводов и уменьшив зазор, или, не меняя электрофизические свойства материалов, увеличить пропорционально все размеры АД. В этом варианте конструкции АД с помощью П-Ф модели рассчитаны скоростные характеристики индуктивных параметров фазных обмоток статора, часть которых показана на рис. 4.9. Взаимные индуктивности фаз более сильно зависят

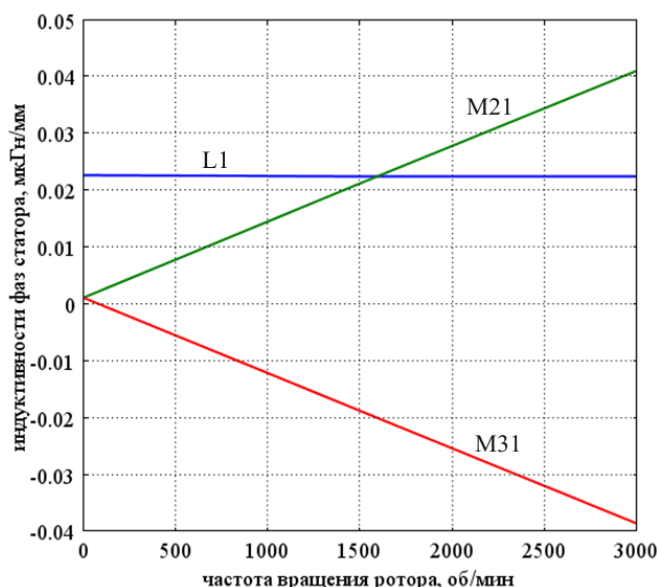


Рис. 4.9. Скоростные характеристики фазных индуктивностей статора

от частоты вращения ротора, чем на рис. 4.3.

На рис. 4.10 показана скоростная характеристика потребляемой активной мощности, а на рис. 4.11 – механическая характеристика АД, все размеры которого в три раза больше размеров АД, поперечное сечение которого изображено на рис. 1. Тормозной момент на синхронной частоте вращения увеличился по сравнению с предыдущим вариантом

конструкции, т.к. усилилась зубцовая составляющая электрического поля в роторе, обуславливающая протекание вихревых токов.

Средствами MATLAB из механической характеристики получена скоростная характеристика механической мощности АД (рис. 4.12), из характеристик, изображённых на рис. 4.10, 4.11, получена характери-

стика КПД без учёта омических потерь в фазах статора и механических потерь (рис. 4.13).

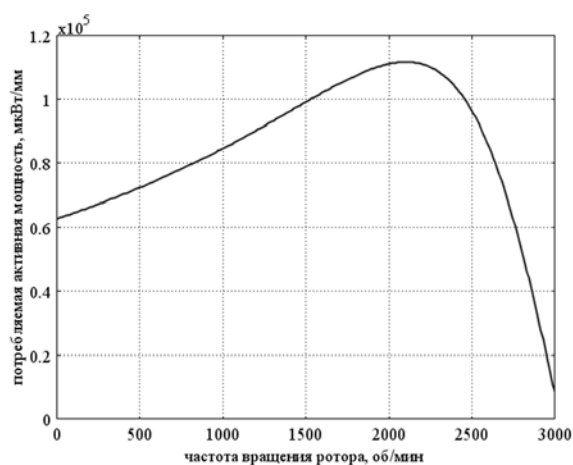


Рис. 4.10. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

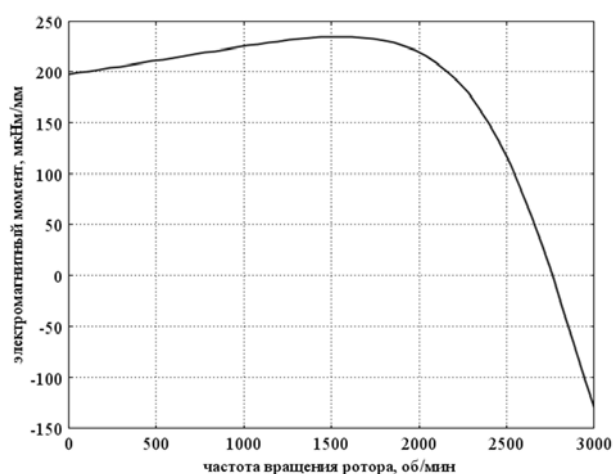


Рис. 4.11. Механическая характеристика АД

Рисунки 4.11 – 4.13 показывают, что работа АД с цельнометаллическим магнитным электропроводящим ротором сопровождается значительными потерями энергии на вихревые токи в роторе, особенно при малом зазоре между статором и ротором из-за неидеальности вращения магнитного поля, если магнитопровод статора имеет зубцы.

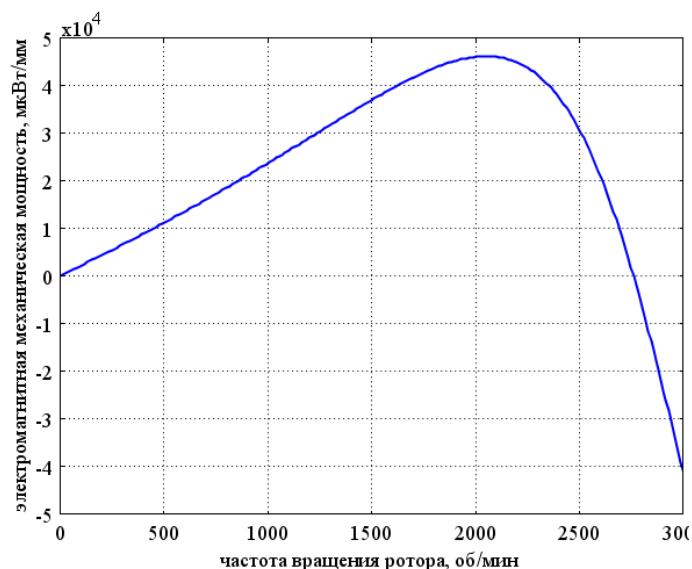


Рис. 4.12. Скоростная характеристика механической мощности

Проведены вычислительные эксперименты с П-Ф моделью АД с беззубцовым шихтованным ротором с цилиндрическим электропроводящим (медным) бандажом. Скоростная характеристика статиче-

ских индуктивных параметров фазных обмоток статора показана на рис. 4.14.

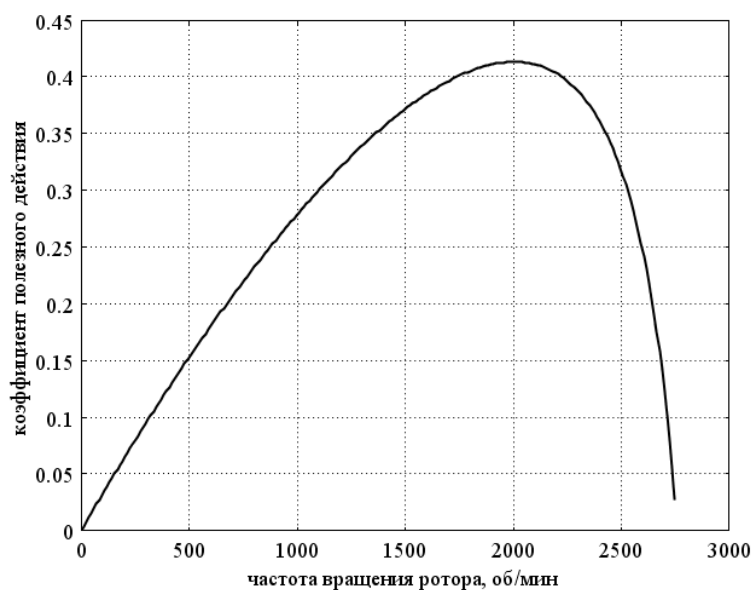


Рис. 4.13. Скоростная характеристика КПД

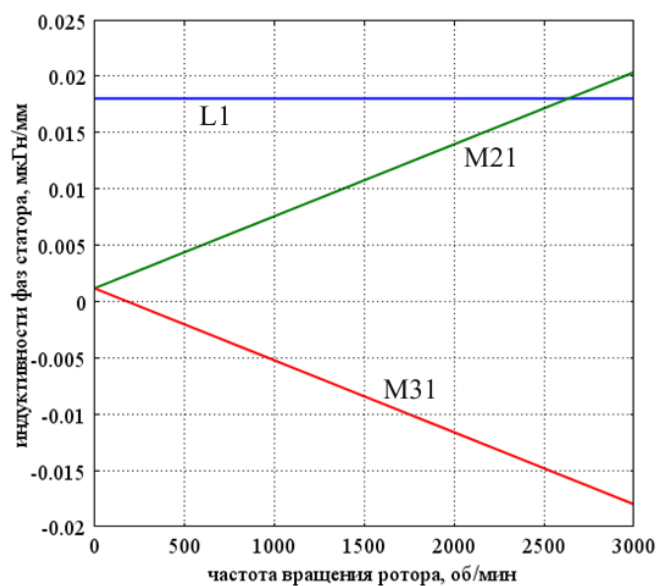


Рис. 4.14. Скоростные характеристики фазных индуктивностей статора

Скоростная характеристика потребляемой активной электрической мощности изображена на рис. 4.15, механическая характеристика изображена на рис. 4.16.

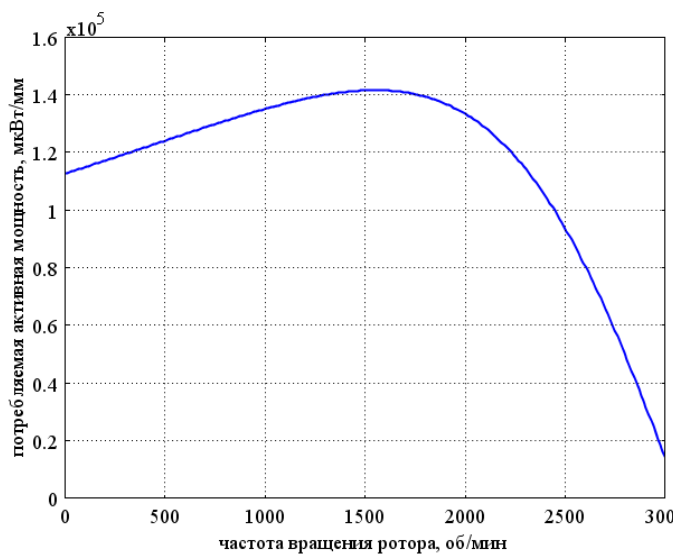


Рис. 4.15. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

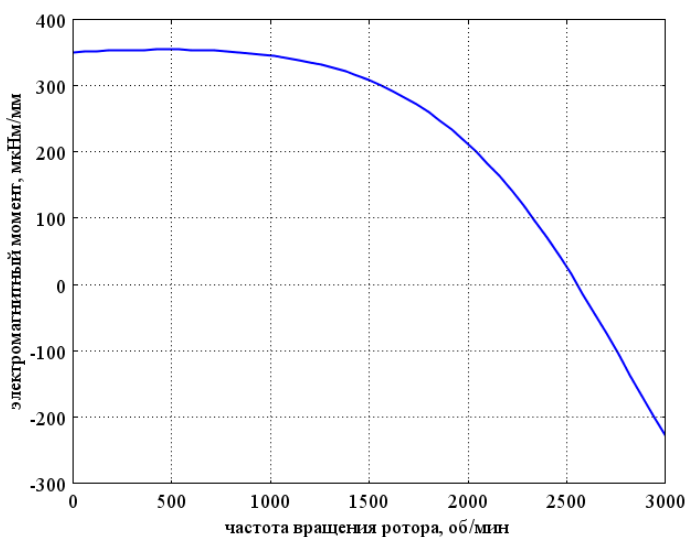


Рис. 4.16. Механическая характеристика АД

Скоростные характеристики механической мощности и КПД показаны на рис. 4.17, 4.18. По рис. 4.16 – 4.18 видно, что потери энергии на вихревые токи в шихтованном роторе с медным бандажом на синхронной частоте больше, чем в цельнометаллическом роторе (см. рис. 4.11 – 4.13).

На рис. 4.16 максимум электромагнитного момента достигается на частоте вращения 500 об/мин, а на рис. 4.11 – на частоте 1500 об/мин. Это объясняется тем, что активное сопротивление цельного стального

ротора меньше, чем у шихтованного с бандажом, а индуктивное сопротивление – больше. В обеих этих конструкциях наблюдается значительный тормозной момент на синхронной частоте вращения из-за наличия зубцовой составляющей электрического поля в роторе. В первой тестовой модели этот тормозной момент и зубцовая составляющая электрического поля в роторе значительно меньше. Дополнительные вычислительные эксперименты показали, что зубцовая составляющая

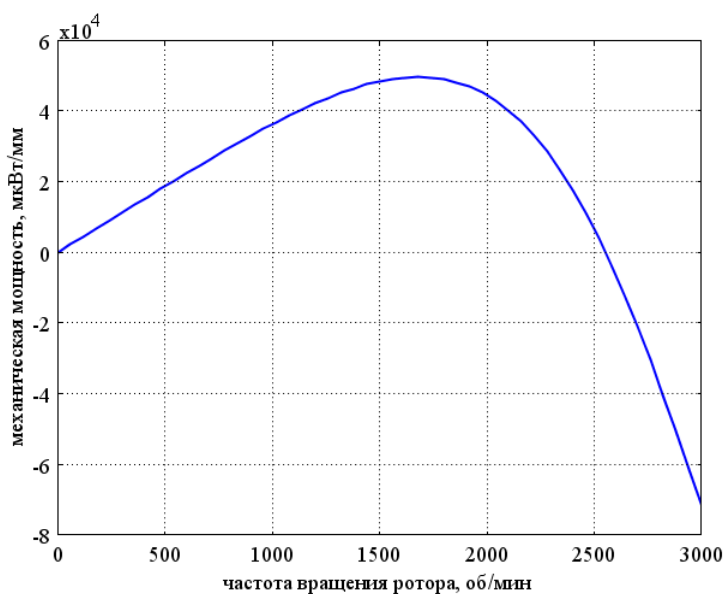


Рис. 4.17. Скоростная характеристика механической мощности

этого поля увеличивается с уменьшением зазора между ротором и статором, а также с увеличением магнитной проницаемости и геометрических размеров машины. Именно поэтому в конструкциях статора применяются магнитные клинья из композиционного магнитомягкого материала с малым значением относительной магнитной проницаемости на основе высокопрочного армпласта. Максимальный КПД на рис. 4.18

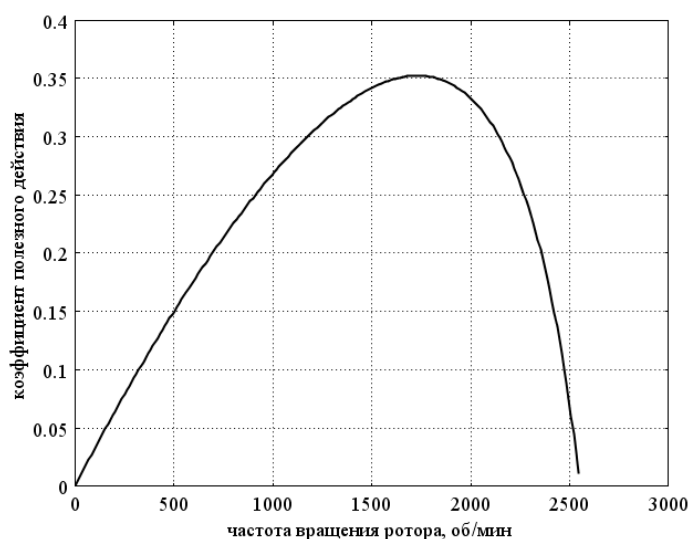


Рис. 4.18. Скоростная характеристика КПД

меньше, чем на рис. 4.13, так как у АД с бандажом более мягкая механическая характеристика, чем у АД с цельнометаллическим ротором, несмотря на то что у АД с бандажом максимальный момент оказался больше.

Проведены вычислительные эксперименты с П-Ф моделью АД с беззубцовым шихтованным ротором с цилиндрическим электропроводящим (медным) бандажом и с магнитными клиньями в статоре. В названных выше П-Ф моделях АД с увеличенными геометрическими размерами наблюдался значительный тормозной электромагнитный момент на синхронной частоте вращения из-за наличия зубцовой составляющей электрического поля в области ротора. Чтобы обеспечить более равномерный характер вращения магнитного поля статора и тем самым уменьшить зубцовую составляющую электрического поля в области ротора, в некоторых конструкциях статора предусматриваются клинья из слабомагнитного магнитомягкого композиционного материала, которые вставляются между зубцами статора. По условиям механической прочности наиболее подходящим является полимерный материал на основе армпласта, наполненный стальным порошком. Относительная магнитная проницаемость таких материалов обычно бывает в пределах от 3 до 20. Удельная электрическая проводимость таких материалов имеет такой же порядок, как у ферритов, поэтому в данном цикле вычислительных экспериментов она не учитывалась. На рис. 4.19 показано семейство скоростных характеристик фазных индуктивностей статора. А на рис. 4.20, 4.21 – скоростная характеристика потребляемой активной мощности и механическая характеристика.

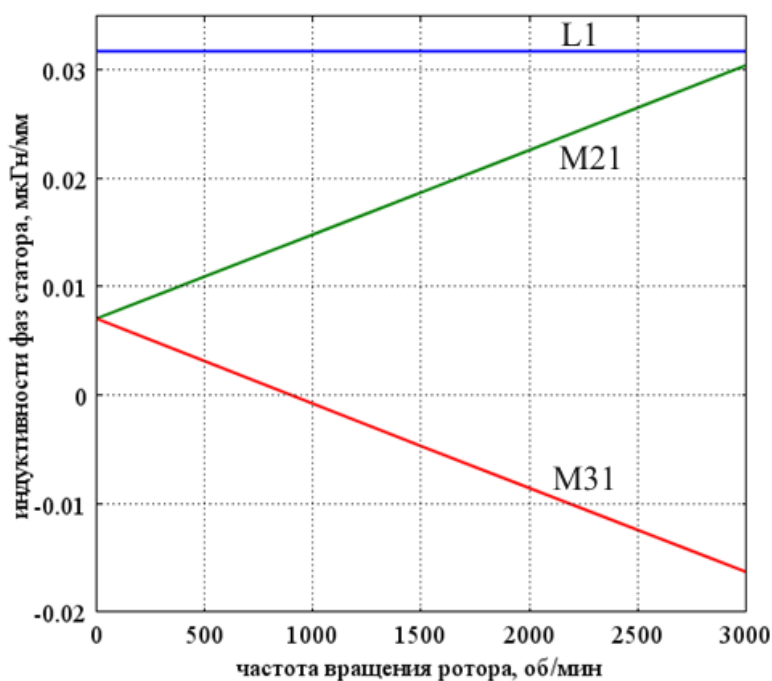


Рис. 4.19. Скоростная характеристика индуктивностей фаз обмоток статора

По рис. 4.20 видно, что во всём диапазоне рассматриваемых частот вращения потребляемая активная мощность при наличии маг-

нитных клиньев в статоре меньше, чем при их отсутствии. Коэффициент мощности также уменьшился. При наличии магнитных клиньев максимальный электромагнитный момент (рис. 4.21) получился меньше, чем в машине без клиньев, но достигается он при меньшем скольжении, а значит, и при большей частоте вращения, поэтому максимальная механическая мощность при наличии магнитных клиньев получилась больше (рис. 4.22). Видно, что магнитные клинья значительно уменьшили тормозной момент на синхронной частоте вращения, что существенно улучшило энергетические процессы в АД (рис. 4.22, 4.23).

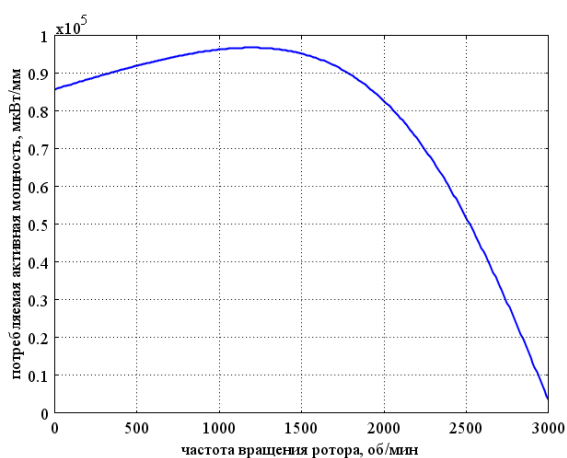


Рис. 4.20. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

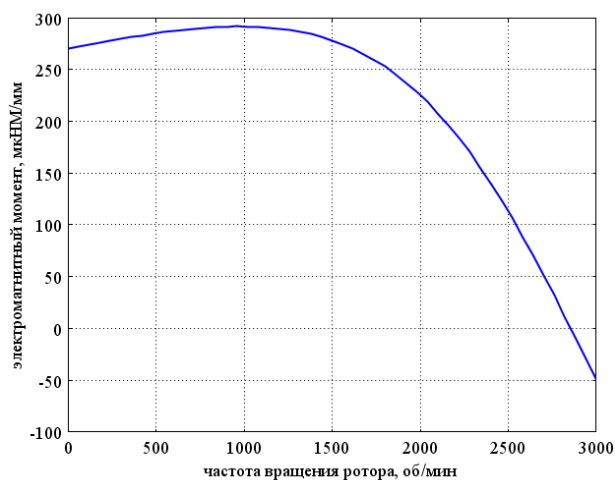


Рис. 4.21. Механическая характеристика АД

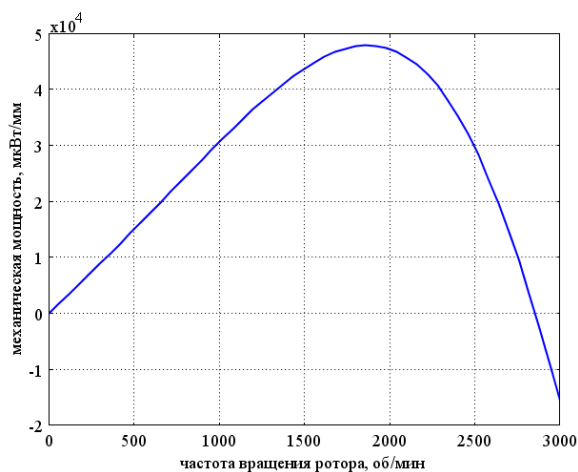


Рис. 4.22. Скоростная характеристика механической мощности

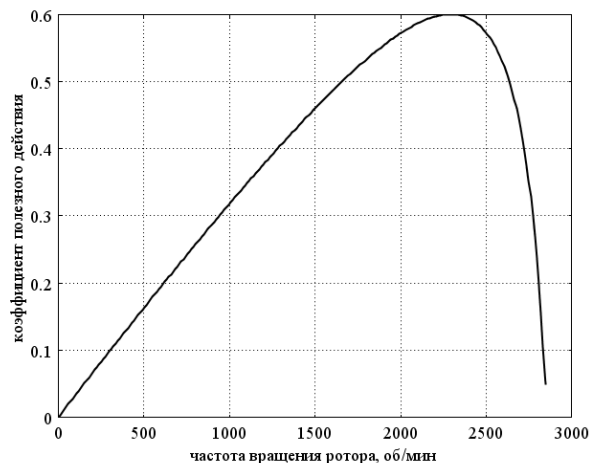


Рис. 4.23. Скоростная характеристика КПД

Рис. 4.23 показал, что магнитные клинья в статоре способствуют повышению энергетической эффективности АД за счёт ослабления эффектов неидеальности вращения магнитного поля в области ротора из-за наличия зубцов статора. Полученные результаты не противоречат известным в электромеханике фактам.

Проведены вычислительные эксперименты с П-Ф моделью АД с беззубцовым цельнометаллическим ротором и с магнитными клиньями в статоре. На рис. 4.24 представлена скоростная характеристика индуктивностей фазных обмоток статора. Собственные индуктивности фаз из-за наличия магнитных клиньев возросли примерно в 1.5 раза. М21 достигает значения L1 при большей частоте вращения. Отношение М21 к L1 на нулевой частоте вращения увеличилось (магнитные клинья усиливают индуктивную связь между фазными обмотками статора).

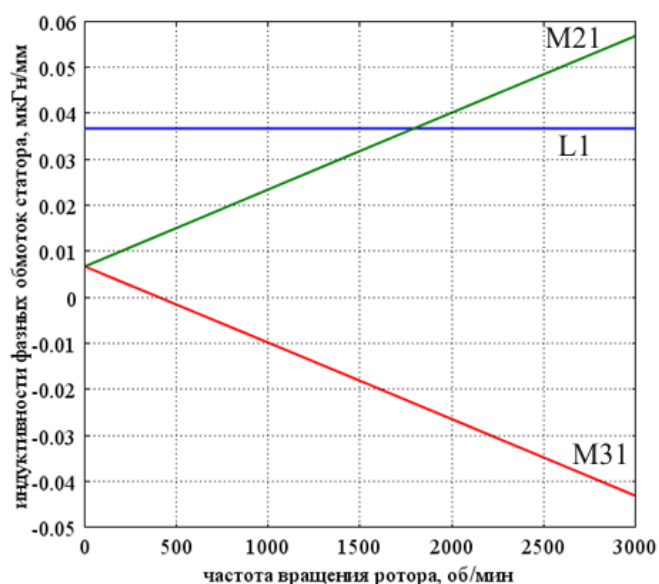


Рис. 4.24. Скоростная характеристика индуктивностей фаз обмоток статора

На рис. 4.25 представлена скоростная характеристика потребляемой активной мощности АД, рассчитанная по имитационной модели электрического состояния. Заметно уменьшение активной мощности на синхронной частоте вращения и максимальной активной мощности, так как магнитные клинья статора ослабляют эффект неидеальности вращения магнитного поля в области ротора. На рис. 4.26 представлена механическая характеристика этой конструкции АД.

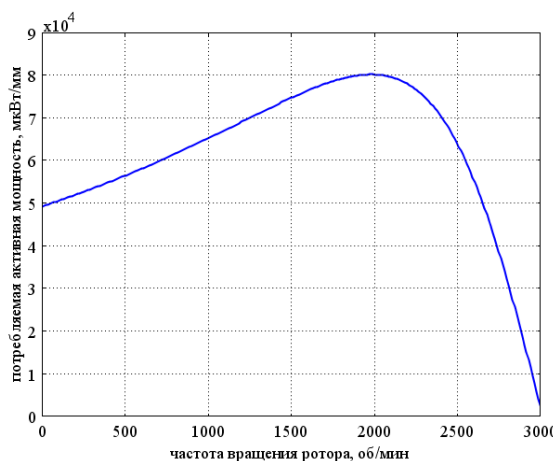


Рис. 4.25. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

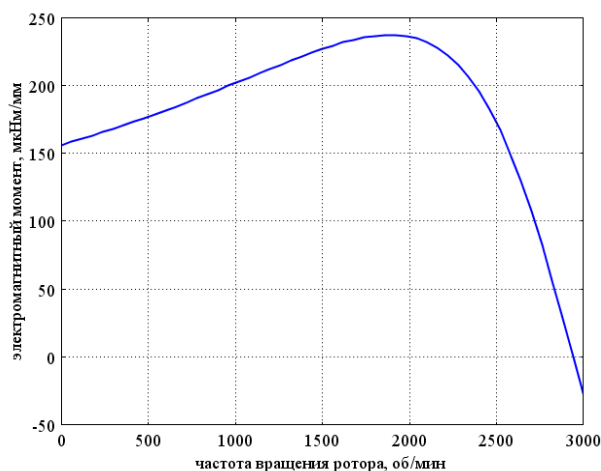


Рис. 4.26. Механическая характеристика АД

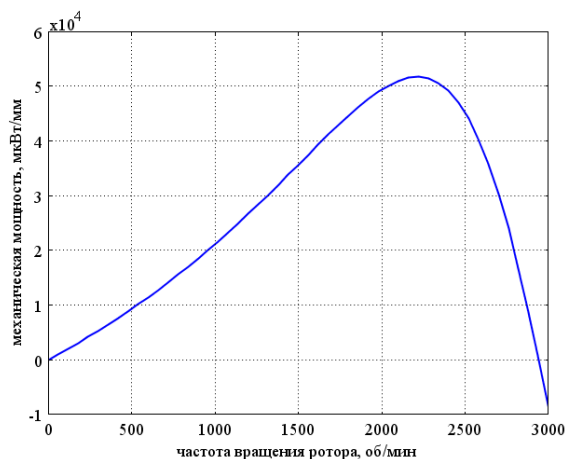


Рис. 4.27. Скоростная характеристика механической мощности

На рис. 4.26 тормозной момент на синхронной частоте вращения примерно в 5 раз меньше этой величины на рис. 8. Максимальный момент (примерно равен 235 мкНм/мм) достигается примерно на частоте 1850 об/мин, а на рисунке 8 – на частоте 1500 об/мин (около 235 мкНм/мм). При наличии магнитных клиньев в статоре жёсткость механической характеристики больше, чем без клиньев. По-

этому максимальная механическая мощность (примерно равная $5.1 \cdot 10^4$ мкВт/мм на частоте вращения около 2200 об/мин) (рис. 4.27) машины с магнитными клиньями больше, чем машины без клиньев (около $4.8 \cdot 10^4$ мкВт/мм на частоте вращения, примерно равной 2100 об/мин, см. рис. 4.12). Такое улучшение энергетических параметров АД достигнуто за счёт уменьшения эффектов неидеальности вращения магнитного поля в области ротора при действии магнитных клиньев в статоре.

Наиболее полно иллюстрировать энергоэффективность работы машины может скоростная характеристика КПД (рис. 4.28). Макси-

мальный КПД (около 0.71) наблюдается примерно на частоте 2550 об/мин (см. рис. 4.28), а при отсутствии магнитных клиньев он достигает примерно 0.42 на частоте вращения примерно 2000 об/мин (см. рис. 4.13). Конструкция АД с беззубцовым цельнометаллическим ротором и с магнитными клиньями в статоре показала самую высокую энергоэффективность из всех рассмотренных конструкций АД с беззубцовым ротором. Полученные результаты не противоречат известным в электромеханике фактам.

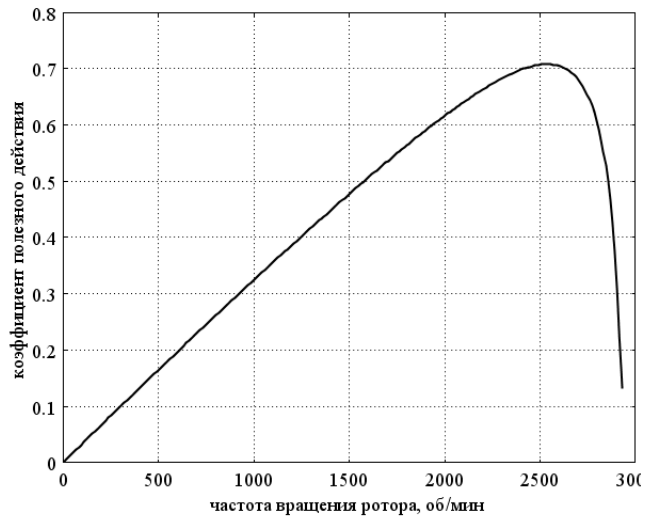


Рис. 4.28. Скоростная характеристика КПД

Автором проведены вычислительные эксперименты с П-Ф моделью АД с шихтованным ротором с закрытой беличьей клеткой. Для построения и визуализации поперечного сечения беличьей клетки вместе с магнитопроводом ротора составлен следующий вычислительный сценарий в системе MATLAB:

```
% geomet_am_bh_rBK - Геометрическая добавка для моделирования беличьей
клетки
Cnaг=circ1(23.1); % Наружная окружность ротора
Cvba=circ1(22.2); % Внутренняя окружность "бандажа"
Cокг=circ1(16.5); % Вспомогательная окружность в роторе
Cir=geomcoerce('solid',{Cnaг,Cvba,Cокг}); % Ротор без клетки
eipг=ellip1(1,5.7,'base','center','pos',[0 16.5]);
Le=cell(1,14); % Массив стержней клетки
Le{1}=eipг; % Первый вертикальный стержень
aeipг=pi/7; % Угловое расстояние между центрами стержней, рад
% В цикле собираем все стержни
for ii=1:13, Le{ii+1}=rotate(eipг,aeipг*ii); end
Eipг=geomcoerce('solid',Le); % Вся клетка
% Рисуем магнитопровод
geomplot(Cir-Eipг,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hold on
% Рисуем клетку
geomplot(Eipг,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2,'edgecolor',[0 0 1])
```

```

hold off
% Раскрашиваем геометрические объекты
hp=findobj('type','patch');
set(hp(1),'facecolor',[0.9 0.9 0.9]);
set(hp(2),'facecolor',[0.85 1 0.85]);

```

В результате выполнения этого m-файла в MATLAB будет построено схематичное изображение поперечного сечения ротора с беличьей клеткой (рис. 4.29). После этого в COMSOL Multiphysics загружается П-Ф модель АД с беззубцовым цельнометаллическим ротором и с магнитными клиньями в статоре. В операционном режиме Draw Mode из модели удаляется геометрический объект ротора, затем из рабочей области MATLAB внедряются геометрические объекты с именами Cir, Eprg. После объединения этих объектов операцией union получается композиционный объект, представляющий в модели весь ротор. Выделяем оба геометрических объекта расчётной области. Полностью выполняем команду меню Draw/Create Pairs без изменения параметров диалогового окна. В результате из объектов создаётся пара для работы с подвижными сетками для моделирования поворота ротора относительно начального положения. После этого переключимся в Subdomain Mode.

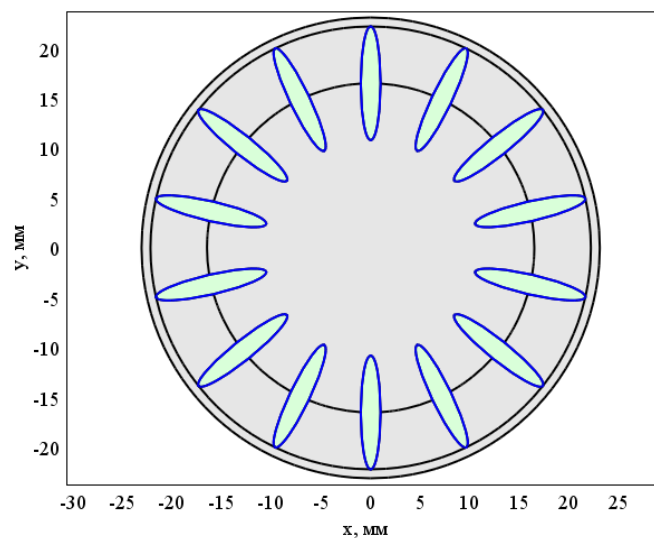


Рис. 4.29. Геометрические объекты ротора с беличьей клеткой

После настройки параметров зон расчётной области в прикладных режимах расчёта распределений фазовых переменных векторного магнитного потенциала в неподвижной и неоднородно-движущейся

системе статор-ротор и внесения необходимых изменений в дополнительные переменные модели, настраиваем параметры диалогового окна Subdomain Settings прикладного режима Moving Mesh (ALE) (ale). В зонах статора включаем режим No displacement, а в зонах ротора включаем режим Prescribed displacement. В строку редактирования dx впишем $X*\cos(\text{ugol})-Y*\sin(\text{ugol})-X$; в строку редактирования dy впишем $X*\sin(\text{ugol})+Y*\cos(\text{ugol})-Y$. Такая настройка позволяет выполнять логический поворот ротора на угол ugol (в радианах) относительно начального положения ротора. Параметрический решатель COMSOL Multiphysics не позволяет корректно выполнять такой поворот, поэтому для расчёта угловых характеристик индуктивных параметров фазных обмоток статора требуется написание вычислительного сценария в MATLAB. Сценарий написан в предположении, что fem-структура расчётной модели размещена в рабочей области MATLAB под именем fem. Ниже приведём текст этого сценария.

```
% Angle_har_Ps - Расчёт угловой характеристики индуктивностей фаз статора
АМ с беличьей клеткой
% Частота вращения задана предпоследней константой в fem
format long; format compact
ugolg=360/14/40*(0:4:40).'; % Углы положения ротора, град
Ps=zeros(11,3); % Потокосцепления фаз статора на заданной частоте вращения
Psh=zeros(11,3); % Потокосцепления фаз статора на нулевой частоте вращения
tic; % Включаем счётчик времени
ii=0; % Номер шага по угловому положению ротора
fem.mesh=meshinit(fem); % генерация КЭ сетки
while ii<=40; % Цикл по угловому положению ротора
    fem.const{end}=num2str(ii); % присваиваем последней константе номер шага
    fem.xmesh=meshextend(fem); % расширяем сетку на конкретный тип конечных
элементов
    fem.sol=femstatic(fem,'nonlin','off'); % запускаем статический решатель
    % Извлекаем из модели фазные потокосцепления и укладываем их в зарезерви-
рованные массивы
    [P1,P2,P3,Ph1,Ph2,Ph3]=postinterp(fem,'Ps1','Ps2','Ps3','Psh1','Psh2','Psh3',[0;0]);
    Ps(ii/4+1,:)= [P1,P2,P3];
    Psh(ii/4+1,:)= [Ph1,Ph2,Ph3];
    femm{ii/4+1}=fem; % fem-структуры укладываем в массив ячеек
    ii=ii+4;
    disp(ii) % показываем номер шага в командном окне
end % Цикла по угловому положению ротора
timco=toc % в командном окне показываем общее время счёта
```

Для расчёта полного семейства угловых характеристик индуктивных параметров фазных обмоток статора на заданной и нулевой частоте вращения вычислительный сценарий `Angle_har_Ps` нужно запускать 6 раз, последовательно задавая единичные значения фазовых переменных фазных токов в разных фазах статора. Массивы `Ps`, `Psh`, `femm` можно сохранять в виде `mat`-файлов. Переменные, хранящиеся в `mat`-файлах, можно снова загружать в рабочую область. Чтобы извлечь угловую характеристику фазных потокосцеплений из массива ячеек `fem`-структур, написана `m`-функция:

```
% Angle_har_Pso - Извлечение угловой характеристики фазных потокосцеплений
из массива ячеек fem-структур
% [ugolg,Ps,Psh]=Angle_har_Pso(femm)
% ugolg - массив-столбец угловых положений ротора;
% Ps - матрица фазных потокосцеплений на заданной частоте вращения;
% Psh - то же на нулевой частоте вращения.
function [ugolg,Ps,Psh]=Angle_har_Pso(femm)
ugolg=360/14/40*(0:4:40).'; % Углы положения ротора, град
n=length(femm); % количество fem-структур
Ps=zeros(n,3);
Psh=zeros(n,3);
for ii=1:n
    femm{ii}.xmesh=meshextend(femm{ii});
    [Ps(ii,1),Ps(ii,2),Ps(ii,3),Psh(ii,1),Psh(ii,2),Psh(ii,3)]...
    =postinterp(femm{ii},'Ps1','Ps2','Ps3','Psh1','Psh2','Psh3',[0;0]);
end
```

При сохранении `fem`-структур в `mat`-файлах расширенная конечноэлементная сетка не сохраняется, поэтому в данной `m`-функции приходится вызывать функцию `meshextend`. После её вызова функция `postinterp` работает корректно.

Анализ угловых характеристик индуктивностей фаз статора показал, что на нулевой частоте вращения эти индуктивности не зависят от углового положения ротора с точностью до пяти значащих цифр. На частоте 3000 об/мин наблюдается слабая зависимость статических индуктивных параметров от углового положения ротора (рис. 4.30).

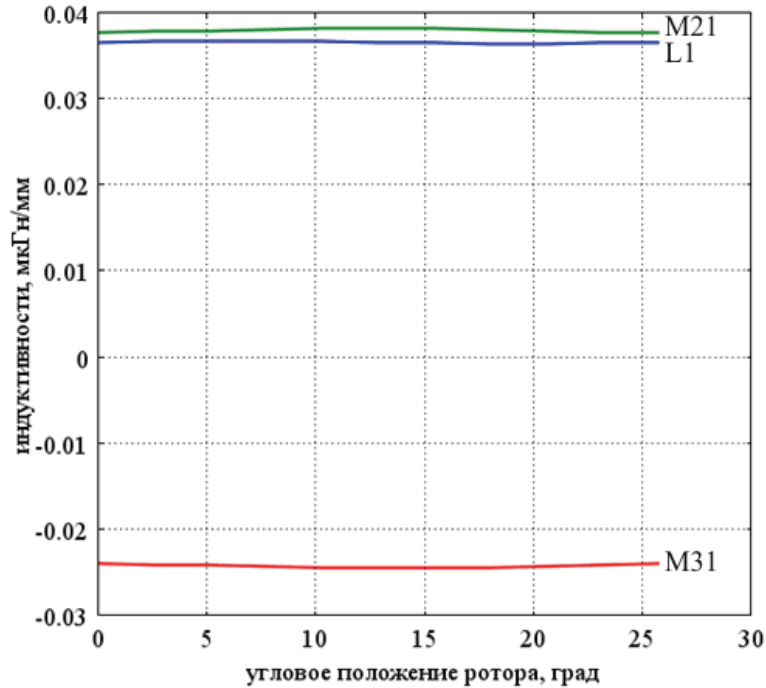


Рис. 4.30. Угловая характеристика индуктивностей первой фазы на частоте 3000 об/мин

Отношение разности максимумов и минимумов к среднему значению собственной индуктивности не превышает 1 % для собственной индуктивности первой фазы и 1.5 % для взаимных индуктивностей.

Отношение разности максимумов и минимумов динамических передач фазных обмоток статора к среднему значению собственной динамической передачи на нулевой частоте вращения ротора по модулю не превысило 0.17 %. То же отношение на частоте вращения 3000 об/мин по модулю не превысило 8 %. Пока предположим, что расчёт скоростных характеристик энергетических параметров АД приближённо можно провести без учёта угловых пульсаций индуктивных параметров. Угловая характеристика передач от первых фазовых переменных фазных токов к фазным потокосцеплениям показана на рис. 4.31.

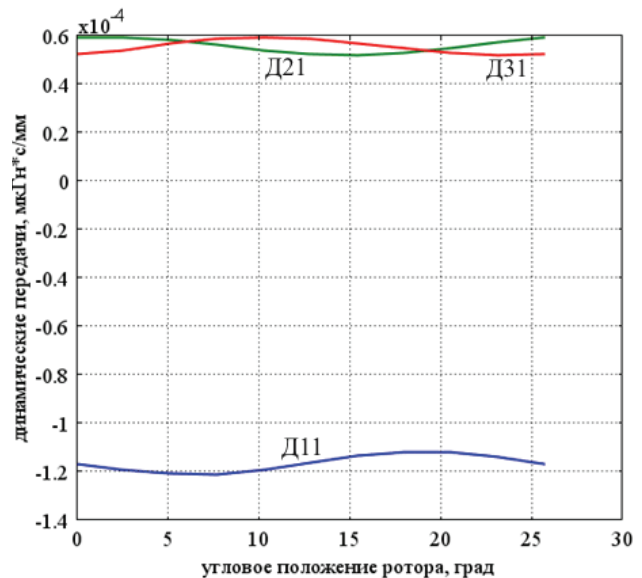


Рис. 4.31. Угловая характеристика динамических передач первой фазы на частоте 3000 об/мин

На рис. 4.32 представлена скоростная характеристика потребляемой активной мощности АД, рассчитанная по имитационной модели электрического состояния, на рис. 4.33 – механическая характеристика этой конструкции АД.

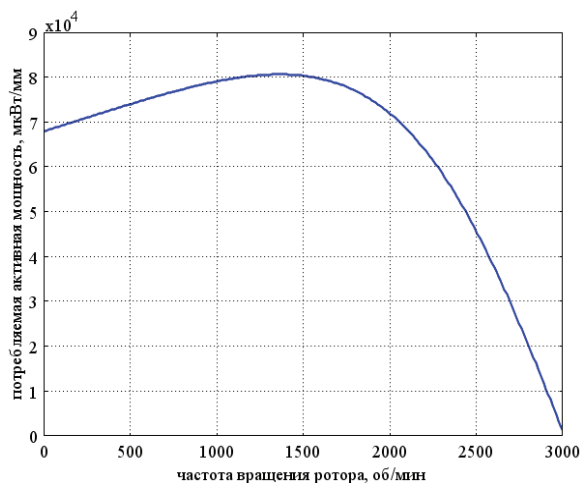


Рис. 4.32. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

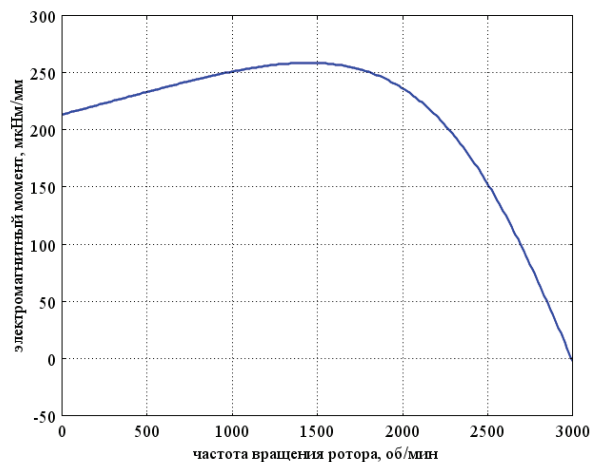


Рис. 4.33. Механическая характеристика АД с беличьей клеткой

На рис. 4.34 показана скоростная характеристика механической мощности АД с беличьей клеткой, а на рис. 4.35 – скоростная характеристика КПД.

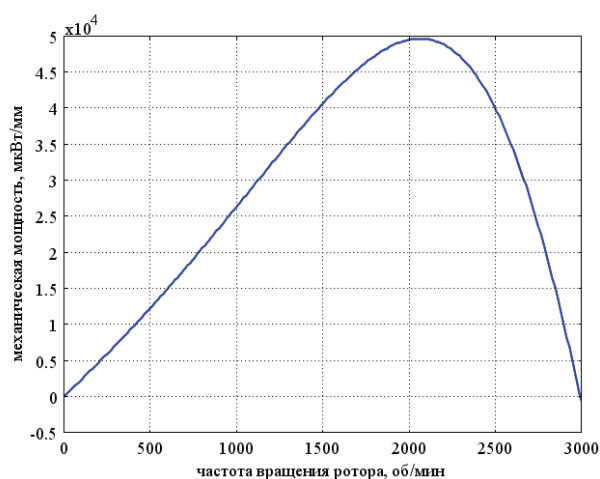


Рис. 4.34. Скоростная характеристика механической мощности

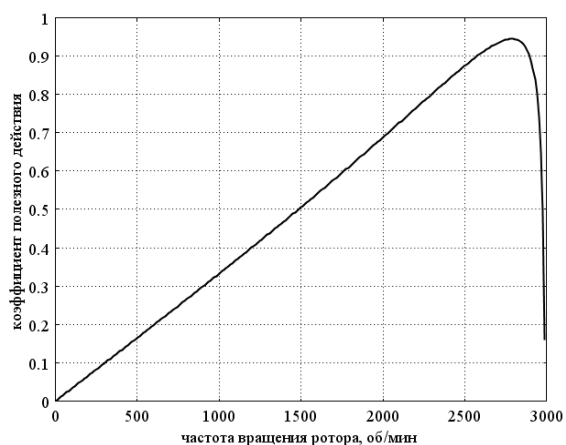


Рис. 4.35. Скоростная характеристика КПД

Рис. 4.32 – 4.35 наглядно иллюстрируют характеристики энергетических режимов работы АД. В результате моделирования электро-механического преобразования в АД с беличьей клеткой получились

следующие максимальные энергетические показатели без учёта омических потерь в обмотке статора: максимальная активная мощность 80643 мВт/мм на частоте вращения 1368 об/мин; максимальный механический момент 258.29 мНм/мм на частоте вращения 1452 об/мин; максимальная механическая мощность 49587 мВт/мм на частоте вращения 2064 об/мин; максимальный КПД 0.944 на частоте вращения 2784 об/мин. Показатели энергоэффективности этой машины значительно выше, чем у АД с цельным стальным ротором и с магнитными клиньями в статоре. Результаты приведённых здесь вычислительных экспериментов не противоречат известным в электро-механике фактам.

Автором проведены вычислительные эксперименты с П-Ф моделью АД с шихтованным ротором с открытой беличьей клеткой. Для построения и визуализации поперечного сечения беличьей клетки вместе с магнитопроводом ротора составлен следующий вычислительный сценарий в системе MATLAB:

```
% geomet_am_6h_rBK1 - Геометрическая добавка для моделирования беличьей
клетки
Rrot=24.7; % Наружный радиус ротора
Rvba=25.7; % Наружный радиус стержней беличьей клетки
Rokr=19.7; % Радиус окружности центров стержней беличьей клетки
Cnar=circ1(Rrot); % Наружная окружность ротора
Cvba=circ1(Rvba); % Наружная окружность стержней беличьей клетки
Cokr=circ1(Rokr); % Окружность центров стержней беличьей клетки
eipr=ellip2(1,Rvba-Rokr,'base','center','pos',[0 Rokr]);
if Rrot>Rvba
  Cir=geomcoerce('solid',{Cnar,Cvba,Cokr}); % Ротор без клетки
else
  Cir=geomcoerce('solid',{Cnar,Cokr}); % Ротор без клетки
  eipr=eipr*circ2(Rrot);
end
Le=cell(1,14); % Массив стержней клетки
Le{1}=eipr; % Первый вертикальный стержень
aeipr=pi/7; % Угловое расстояние между центрами стержней, рад
% В цикле собираем все стержни
for ii=1:13, Le{ii+1}=rotate(eipr,aeipr*ii); end
Eipr=geomcoerce('solid',Le); % Вся клетка
% Рисуем магнитопровод
```

```

geomplot(Cir-Eipr,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2)
hold on
% Рисуем клетку
geomplot(Eipr,'Submode','on','Pointmode','off','linewidth',2,'edgecolor',[0 0 1])
hold off
% Раскрашиваем геометрические объекты
hp=findobj('type','patch');
set(hp(1),'facecolor',[0.9 0.9 0.9]);
set(hp(2),'facecolor',[0.85 1 0.85]);

```



Рис. 4.36. Геометрические объекты ротора с открытой беличьей клеткой

Приведённый вычислительный сценарий формирует в рабочей области MATLAB геометрические объекты ротора и графически отображает их в фигуре MATLAB (рис. 4.36). Эти геометрические объекты внедряются в COMSOL Multiphysics таким же образом, как и при моделировании АД с ротором с закрытой беличьей клеткой.

П-Ф методом в системах COMSOL Multiphysics и MATLAB рассчитаны угловые характеристики собственных и взаимных индуктивностей фазных обмоток статора при нулевой и синхронной частоте вращения (3000 об/мин). Индуктивные параметры фаз статора на нулевой частоте вращения практически не зависят от углового положения ротора. Средняя собственная индуктивность первой фазы $L1 = 0.087263$ мкГн/мм, взаимные индуктивности $M21 = 0.017264$ мкГн/мм, $M31 = 0.017265$ мкГн/мм. Относительная норма угловых пульсаций этих параметров не превышает 10^{-7} . Это обусловлено соотношением числа зубцов статора и ротора 6:14 и согласовательным включением обмоток противоположных зубцов статора. На частоте вращения 3000 об/мин уже наблюдается слабая зависимость индуктивных параметров фаз статора от углового положения ротора. Средняя собственная индуктивность первой фазы $L1$ получилась равной 0.087261 мкГн/мм, $M21 = 0.197989$ мкГн/мм, $M31 = -0.163457$ мкГн/мм. Видно, что за счёт электромеханического

преобразования нарушается принцип взаимности индуктивных параметров фаз статора. Это не противоречит известным в электромеханике фактам. Относительная норма пульсации L1 составила 0.01025, M21 – 0.00418, M31 – 0.00506. Это сопоставимо с нормами пульсаций индуктивных параметров фаз статора в АД с закрытой беличьей клеткой.

П-Ф методом в системах COMSOL Multiphysics и MATLAB рассчитаны угловые характеристики динамических передач от первых фазовых переменных фазных токов статора к фазным потокосцеплениям статора при нулевой и синхронной частоте вращения (3000 об/мин). На нулевой частоте вращения средняя динамическая передача $D_{11} = -6.8814 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм, взаимные динамические передачи $D_{21} = 3.1346 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм, $D_{31} = 3.1346 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм. Относительная норма угловой пульсации передачи D_{11} получилась равной $6.36 \cdot 10^{-4}$, для передач D_{21} и D_{31} – $7.47 \cdot 10^{-4}$. Пульсации динамических передач на нулевой частоте вращения сопоставимы с их пульсациями в АД с закрытой беличьей клеткой. Угловые характеристики динамических передач фаз обмоток статора на синхронной частоте 3000 об/мин показаны на рис. 4.37. Средние значения передач $D_{11} = -6.8811 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм, $D_{21} = 3.1373 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм, $D_{31} = 3.1318 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм. Относительные нормы угловых пульсаций: для D_{11} – 0.066, для D_{21} – 0.099, для D_{31} – 0.101. Эти числовые данные говорят о том, что скоростные характеристики АД нужно рассчитывать с учётом угловых пульсаций статических и динамических индуктивных параметров. В имитационную модель электрического состояния машины нужно вводить все 18 индуктивных параметров фаз статора в виде функций частоты вращения и углового положения ротора.

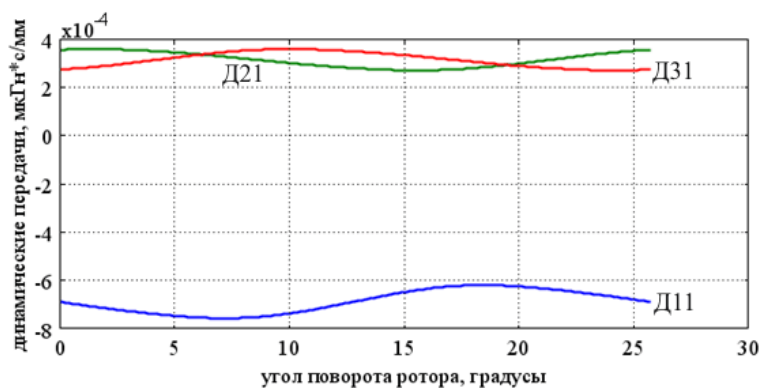


Рис. 4.37. Угловые характеристики динамических передач фазных обмоток статора на синхронной частоте вращения

4.37. Средние значения передач $D_{11} = -6.8811 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм, $D_{21} = 3.1373 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм, $D_{31} = 3.1318 \cdot 10^{-4}$ мкГн·с/мм. Относительные нормы угловых пульсаций: для D_{11} – 0.066, для D_{21} – 0.099, для D_{31} – 0.101. Эти числовые данные говорят о том, что скоростные характеристики АД нужно рассчитывать с учётом угловых пульсаций статических и динамических индуктивных параметров. В имитационную модель электрического состояния машины нужно вводить все 18 индуктивных параметров фаз статора в виде функций частоты вращения и углового положения ротора.

На рис. 4.38 представлена скоростная характеристика потребляемой активной мощности АД, рассчитанная по модифицированной имитационной модели электрического состояния, учитывающей угловые пульсации индуктивных параметров фазных обмоток статора. Эта характеристика усреднена по различным начальным угловым положениям ротора. Фазовые переменные фазных токов статора, рассчитанные по данной имитационной модели, также были подвергнуты этой операции усреднения и введены в П-Ф модель для расчёта механической характеристики. На рис. 4.39 представлена механическая характеристика этой конструкции АД. Она получена путём усреднения рассчитанных П-Ф методом скоростных характеристик электромагнитного момента при различных угловых положениях ротора в диапазоне от нуля до $360/14$ град. На рис. 4.40 показана скоростная характеристика механической мощности АД. Для её расчёта также применено усреднение частных скоростных характеристик по угловому положению ротора. На рис. 4.41 показана скоростная характеристика коэффициента полезного действия без учёта потерь на сопротивлении обмоточного провода. Он определён как отношение механической (см. рис. 4.40) к активной электрической мощности

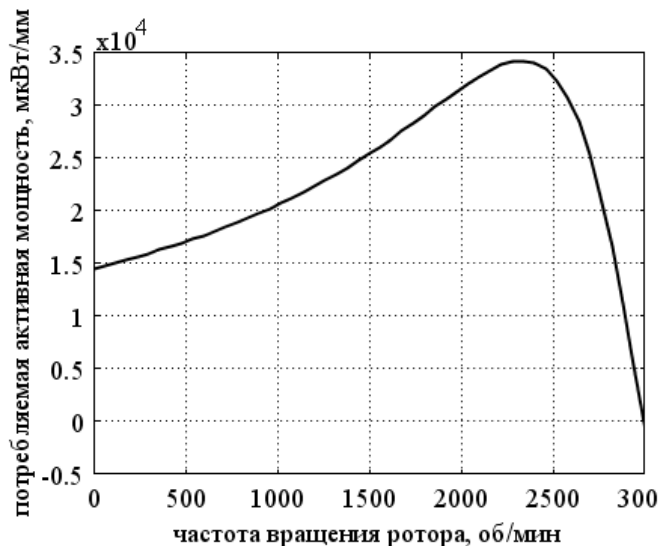


Рис. 4.38. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

(см. рис. 4.38). В этой П-Ф модели основная доля потерь энергии приходится на вихревые токи в беличьей клетке.

На рис. 4.42 – 4.45 представлены скоростные характеристики электромеханического преобразования в АД с закрытой беличьей клеткой, изображённой на рис. 4.29. Они отличаются от соответствующих характеристик, представленных на рис. 4.32 – 4.35.

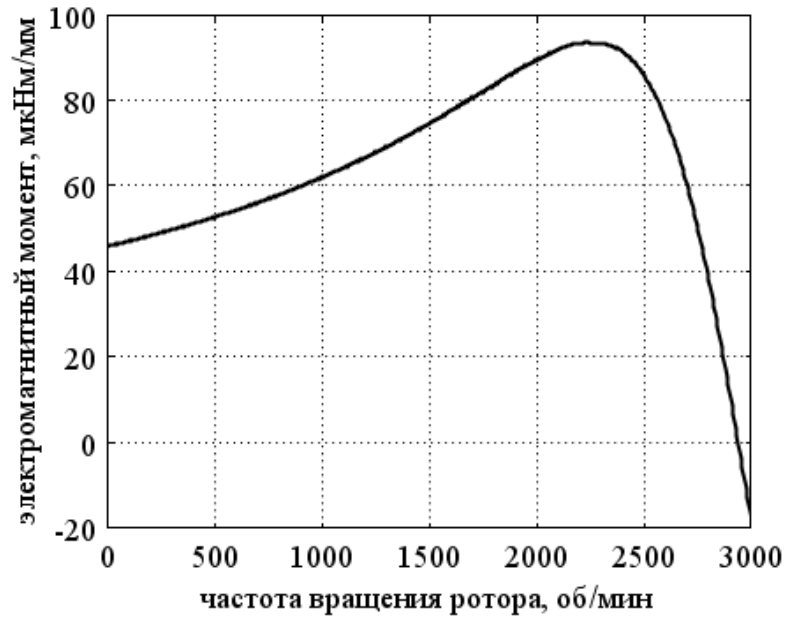


Рис. 4.39. Механическая характеристика АД с беличьей клеткой

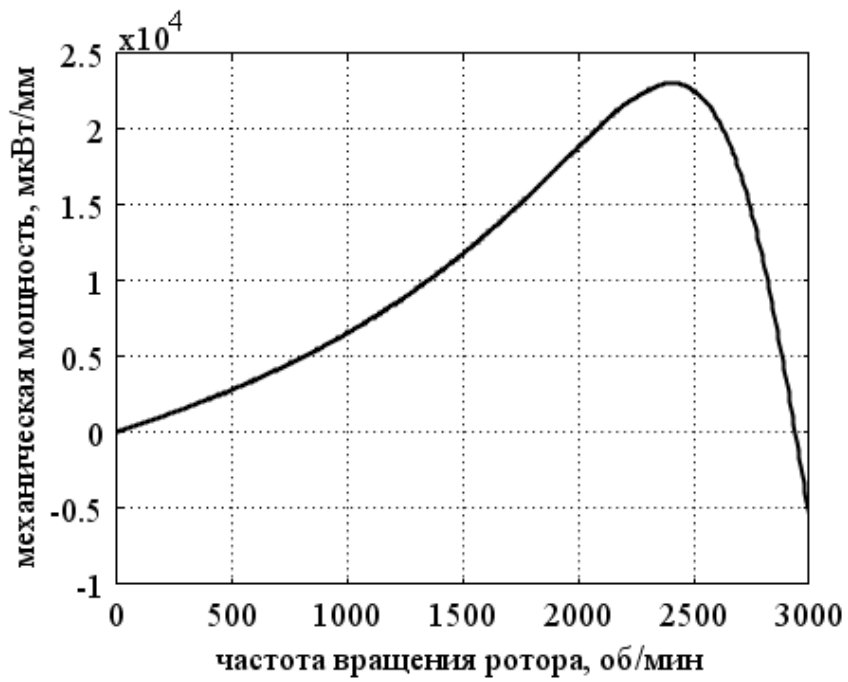


Рис. 4.40. Скоростная характеристика механической мощности

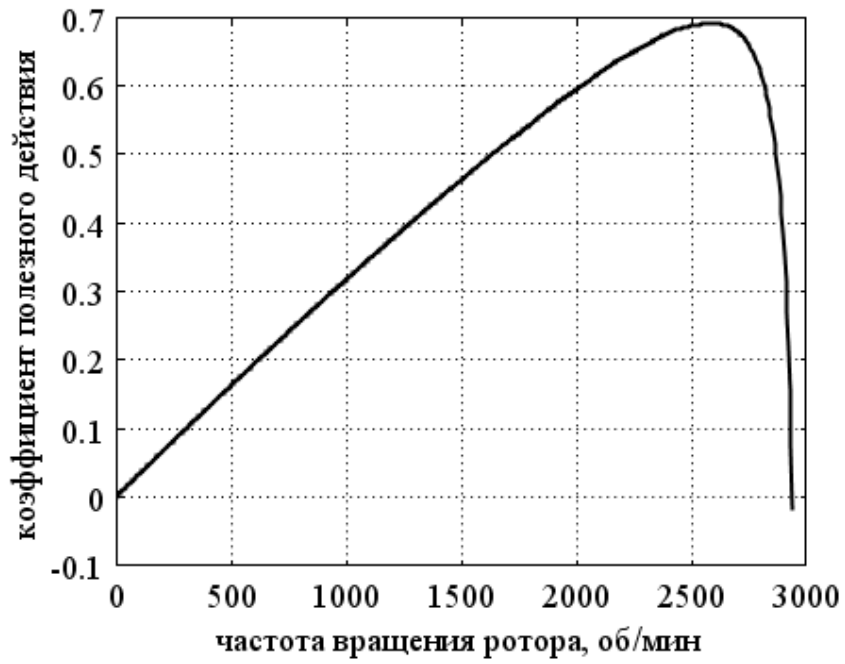


Рис. 4.41. Скоростная характеристика КПД

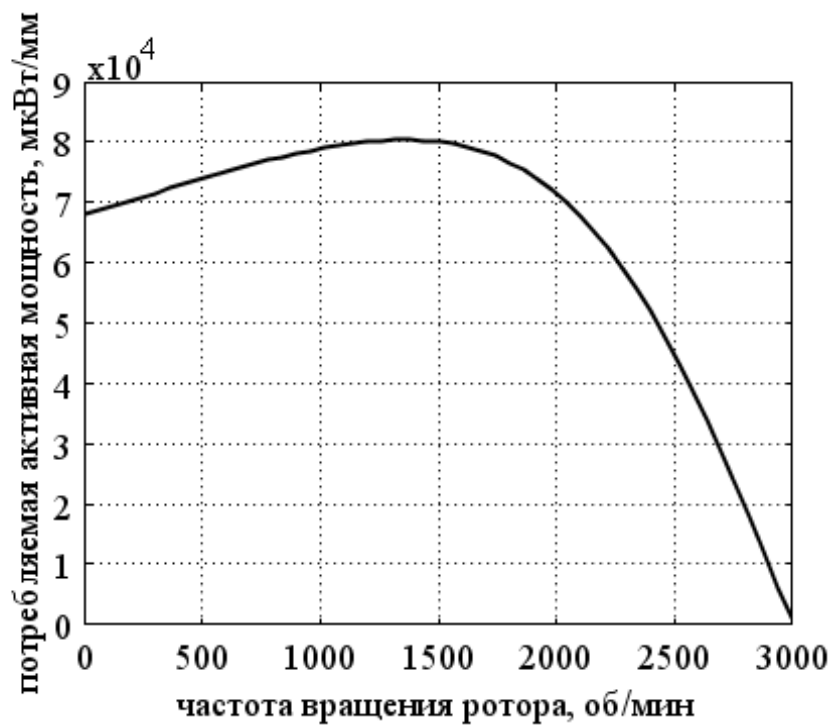


Рис. 4.42. Скоростная характеристика потребляемой активной мощности

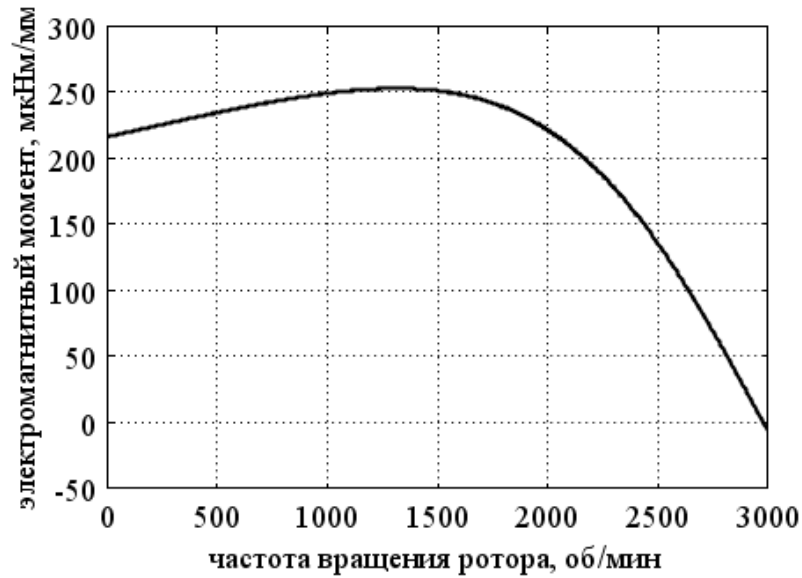


Рис. 4.43. Механическая характеристика АД с беличьей клеткой

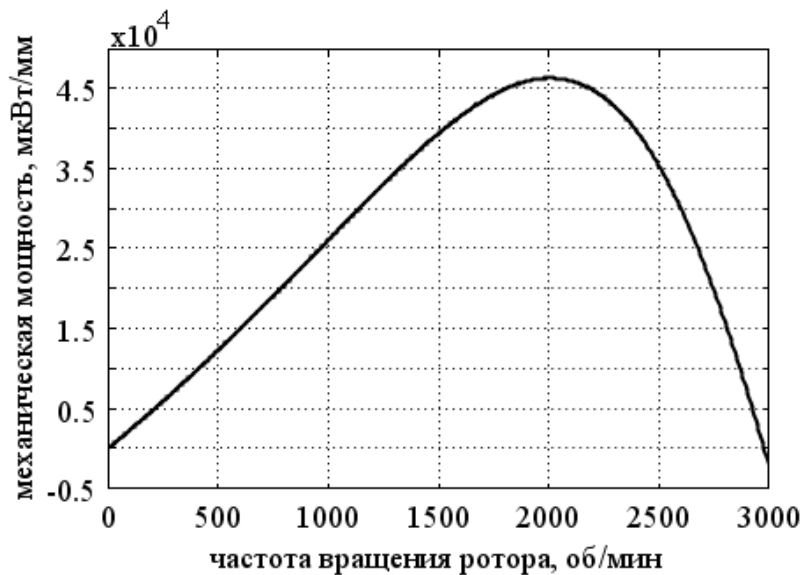


Рис. 4.44. Скоростная характеристика механической мощности

Скоростная характеристика потребляемой активной мощности, изображённая на рис. 4.42, практически не отличается от характеристики на рис. 4.32. Это означает, что для её расчёта не требуется учёт угловых пульсаций индуктивных параметров фазных обмоток статора. Остальные характеристики (см. рис. 4.43 – 4.45) заметно отличаются от соответствующих характеристик, изображённых на рис. 4.33 – 4.35, потому что там при расчётах не учтены пульсации индуктив-

ных параметров фаз статора. Отсюда можно сделать вывод, что если ротор имеет зубцовую конструкцию, то при расчёте электромеханических характеристик АД пульсации индуктивных параметров учитывать необходимо. Данный вывод может быть дополнительно подтверждён семейством скоростных характеристик электромагнитного момента АД при различных мгновенных угловых положениях ротора. На

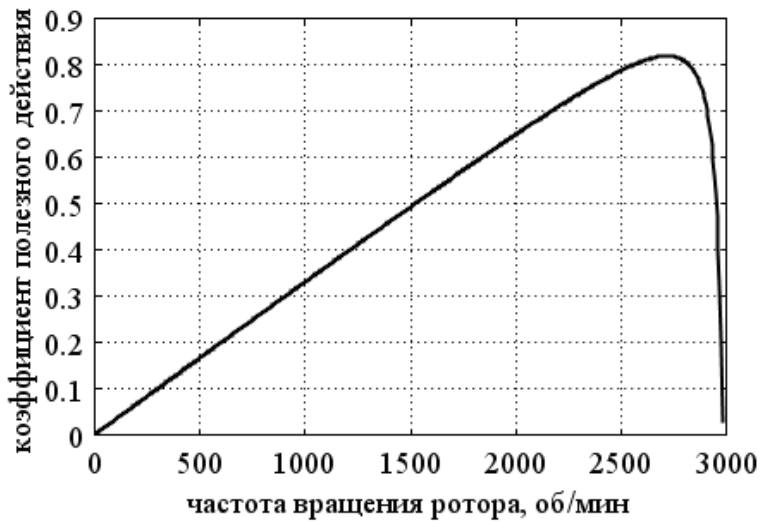


Рис. 4.45. Скоростная характеристика КПД

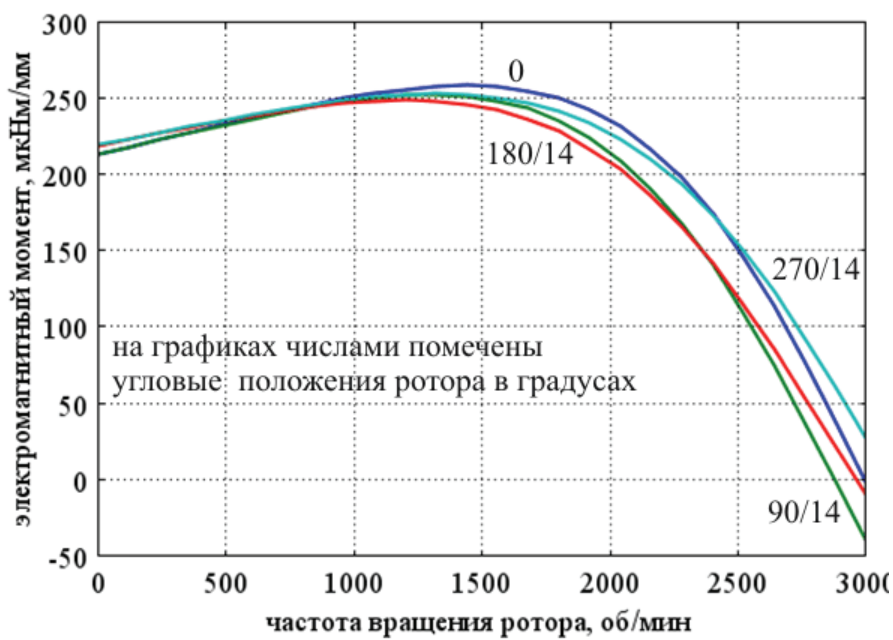


Рис. 4.46. Семейство скоростных характеристик электромагнитного момента

рис. 4.46 показано семейство четырёх таких характеристик при изменении углового положения ротора с шагом, равным четверти его зубцового деления (360/14 градусов). Это семейство приближённо иллюстрирует

угловые пульсации электромагнитного момента на различных частотах вращения.

Заключение

Новый П-Ф класс вычислительных методов анализа ЭМП в неоднородно-движущихся системах тел или средах позволяет по известным конструктивным и электрофизическим параметрам разнообразных электромеханических устройств рассчитывать семейства динамических характеристик (1.24) – (1.26) и другие, которые практически невозможно получить экспериментальным путём. Знание этих характеристик при проектировании элементов и систем электроприводов, генерирующих комплексов, а также приборных систем позволит избежать существенного структурного усложнения электронных управляющих устройств при повышенных динамических и энергетических требованиях.

Разработаны и отлажены теоретические основы и положения пространственно-фазовых методов моделирования динамических электромеханических процессов в вентильных электрических машинах с постоянными магнитами и асинхронных двигателях. Выполнена алгоритмическая реализация одного из П-Ф методов, проведены отладочные вычислительные эксперименты. Результаты отладочных вычислительных экспериментов в программных комплексах COMSOL Multiphysics и MATLAB подтверждают работоспособность пространственно-фазовых методов и их соответствие известным в классической электромеханике явлениям и закономерностям. Разработана и отлажена библиотека моделей вентильных и асинхронных машин (ВМ и АМ) для различных вариантов конструкций таких машин, определены их электромеханические свойства, параметры и характеристики.

Полученные результаты могут быть широко использованы при проектировании ВМ и АМ различных типов для улучшения их технико-экономических показателей, а также электроприводов на основе ВМ и АМ. Разработанные модели электромеханического преобразования в электрических машинах вращательного движения позволяют оптимизировать геометрические и электрофизические параметры машин для получения заданных скоростных электромеханических и энергетических характеристик, которые являются исходными данными для синтеза оптимальных алгоритмов управления ими в составе электроприводов и электрогенерирующих комплексов. П-Ф моделирование электромеханического преобразования энергии удобно для построения методов модельно-ориентированного проектирования разнообразных электрических машин и электроприводов на их основе.

Список использованных источников

1. Специальные электрические машины. Источники и преобразователи энергии / под ред. А. М. Бертинова. – М. : Энергоиздат, 1982. – 552с.

2. Шмелёв, В. Е. Пространственно-фазовый метод моделирования динамических свойств магнитных систем электромеханических преобразователей / В. Е. Шмелёв, С. А. Сбитнев // Электротехника. – 1995. – № 6. – С. 31 – 34.

3. Шмелёв, В. Е. Пространственно-фазовое моделирование электромеханических преобразователей энергии и информации / В. Е. Шмелёв, С. А. Сбитнев // Информационные средства и технологии : тез. докл. междунар. конф. В 3 т. – М. : МЭИ, 1996 – Т. 2. – С. 65 – 70.

4. Шмелёв, В. Е. Двумерная пространственно-фазовая модель электромеханического преобразования энергии и информации / В. Е. Шмелёв, С. А. Сбитнев // Информационные средства и технологии : тез. докл. междунар. конф. – М. : МЭИ, 1997. – Т. 3. – С. 245 – 249.

5. Копылов, И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов. – М. : Высш. шк., 2001. – 588 с. – ISBN 5-06-003861-0.

6. Специальные электрические машины. Источники и преобразователи энергии. В 2 кн. Кн. 1 / под ред. Б. Л. Алиевского. – М. : Энергоатомиздат, 1993. – 320 с. – ISBN 5-283-00731-6.

7. Шмелев, В. Е. Теоретические основы электротехники. Теория электромагнитного поля : учеб. пособие / В. Е. Шмелёв, С. А. Сбитнев; Владим. гос. ун-т. – Владимир, 2003. – 88 с.

8. Сбитнев, С. А. Разработка теории силовых взаимодействий в электрических и магнитных полях и её применение для расчёта электромагнитных преобразователей / С. А. Сбитнев, В. Е. Шмелёв // Изв. вузов. Электромеханика. – 1991. – № 8. – С. 104 – 106.

9. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1984. – 833 с.

10. Дудников, Е. Е. Электронный учебный курс «Теория электромагнитного поля» на базе программного комплекса Comsol Multifisics / Е. Е. Дудников, В. Е. Шмелёв, Бертил Валден // Сб. тр. междунар. науч. конф. по Comsol Multiphysics [Электронный ресурс]. – Прага,

2006. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования : ПК 486 или выше; Мб ОЗУ; Windows 3.1 или Windows WS 95; 4x CD-ROM дисковод. – Загл. с экрана.

11. *Шмелёв, В. Е.* Пространственно-фазовое моделирование электромеханических процессов в машинах вращательного движения. Реализация плоскопараллельной модели / В. Е. Шмелёв, С. А. Сбитнев // Труды Владим. гос. ун-та. Вып. 1. Радиотехника, электроника, информационно-телекоммуникационные технологии и связь. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2006. – С. 45 – 30.

12. *Шмелёв, В. Е.* Пространственно-фазовое моделирование электромеханических процессов в машинах вращательного движения. Реализация 2D модели / В. Е. Шмелёв, С. А. Сбитнев // Сб. тр. междунар. науч. конф. по Comsol Multiphysics [Электронный ресурс]. – Прага, 2006. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования : ПК 486 или выше; Мб ОЗУ; Windows 3.1 или Windows WS 95; 4x CD-ROM дисковод. – Загл. с экрана.

13. *Белоруссов, Н. И.* Электрические кабели, провода и шнуры : справочник / Н. И. Белоруссов, А. Е. Саакян, А. И. Яковлева ; под ред. Н. И. Белоруссова. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 536 с. – ISBN 5-283-00871-2.

Оглавление

Введение	3
1. ОБЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ ПРОСТРАНСТВЕННО-ФАЗОВОГО КЛАССА МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АППАРАТАХ И МАШИНАХ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ	5
1.1. Пространственно-временные уравнения электромагнитного поля в системах отсчёта, жёстко связанных с полем скоростей механического движения	5
1.2. Пространственно-фазовые уравнения электромагнитного поля в неоднородно-движущихся средах	13
1.3. Способ представления динамических магнитных свойств шихтованных магнитопроводов в П-В и П-Ф формах	16
1.4. Метод расчёта электромагнитного момента	18
1.5. Краткая характеристика входных и выходных данных пространственно-фазовых моделей	22
1.6. Связь выходных характеристик пространственно-фазовых моделей со стандартными характеристиками электрических машин	23
2. АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ П-Ф МЕТОДОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ МАШИН ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ	25
2.1. Моделирование скоростных характеристик двухфазной асинхронной машины беззубцовой конструкции	25
2.1.1. Навигатор моделей	25
2.1.2. Геометрическое моделирование	25
2.1.3. Дополнительные переменные модели	26
2.1.4. Физическое моделирование	28
2.1.5. Визуализация и анализ результатов моделирования	28
2.2. Моделирование характеристик двухфазной синхронной вентильной машины беззубцовой конструкции	38

3. РАЗРАБОТКА БИБЛИОТЕКИ П-Ф МОДЕЛЕЙ ВЕНТИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН В ПРОГРАММНОМ ПАКЕТЕ COMSOL MULTIPHYSICS	47
3.1. Модель синхронной машины обращённой конструкции с постоянными магнитами	47
3.1.1. Навигатор моделей	47
3.1.2. Геометрическое моделирование	48
3.1.3. Зоны расчётной области	49
3.1.4. Дополнительные переменные модели	51
3.1.5. Физическое моделирование	59
3.1.6. Построение сетки и решение модели	60
3.1.7. Постпроцессорная обработка и визуализация	65
3.2. Разработка способа генерации алгоритмов управления машинами по результатам их П-Ф моделирования	67
3.2.1. Математическая постановка задачи генерации требуемых осциллограмм фазных токов для обеспечения максимального коэффициента мощности	67
3.2.2. Построение имитационной генерирующей модели в COMSOL Multiphysics	69
3.2.3. Проверка сгенерированного алгоритма управления в полевой пространственно-фазовой модели машины	75
3.3. П-Ф модели вентильных электрических машин с активным ротором в программном пакете COMSOL Multiphysics	79
3.3.1. Моделирование электромагнитного поля в ВГАР	80
3.3.2. Расчёт угловых характеристик потокосцеплений и ЭДС фазных обмоток статора	98
3.3.3. Определение на основе расчётов ЭМП оптимальных геометрических размеров и электрофизических параметров основных узлов ВГАР	101
3.3.4. Расчёты временных диаграмм фазных токов и напряжений	110
3.3.5. Определение обмоточных данных по рассчитанным осциллограммам	111

3.3.6. Расчёт осциллограмм фазных напряжений при отклонениях частоты вращения от номинального значения	113
4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С 2D П-Ф МОДЕЛЯМИ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН В ПРОГРАММНОМ ПАКЕТЕ COMSOL MULTIPHYSICS	117
4.1. Тестовая полевая П-Ф модель трёхфазного АД	117
4.1.1. Программирование геометрических объектов 2D расчётной области АД в средах COMSOL Script или MATLAB	117
4.1.2. Навигатор моделей	119
4.1.3. Геометрическое моделирование в COMSOL Multiphysics ..	120
4.1.4. Зоны расчётной области	120
4.1.5. Дополнительные переменные модели	121
4.1.6. Физическое моделирование	129
4.1.7. Построение сетки и решение модели	129
4.1.8. Постпроцессорная обработка и визуализация решения модели.....	130
4.2. Имитационная модель установившегося режима АД	132
4.2.1. Навигатор моделей в COMSOL Multiphysics	132
4.2.2. 1D геометрическое моделирование	132
4.2.3. Дополнительные переменные имитационной модели	132
4.2.4. Физическое моделирование	136
4.2.5. Построение сетки конечных элементов и решение модели	136
4.2.6. Визуализация и постпроцессорная обработка результатов имитационного моделирования	136
4.3. Моделирование механической характеристики для тестовой П-Ф модели АД	138
4.4. Вычислительные эксперименты с 2D П-Ф моделями других конструкций АД	142
Заключение	165
Список использованных источников	166

Научное издание

ШМЕЛЁВ Вячеслав Евгеньевич

ПРОСТРАНСТВЕННО-ФАЗОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ
В АППАРАТАХ И МАШИНАХ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Монография

Подписано в печать 15.09.10.

Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 10,00. Тираж 50 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета.

600000, Владимир, ул. Горького, 87.