

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное уч-
реждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича
Столетовых»
(ВлГУ)

Теория автоматического управления
Методические указания к лабораторным работам (нелинейные
системы управления)

Составитель: Н.Г.Рассказчиков

Владимир 2013г.

УДК 519.068

Рецензент:

кандидат технических наук, доцент

Жданов А.В.

Теория автоматического управления: Методические указания к лабораторным работам (нелинейные системы управления) /сост.Н.Г.Рассказчиков; Владим. гос.ун-т., 2013. – 61с.

Методические указания состоят из 3-х лабораторных работ: лабораторная работа №1 «Изучение типичных нелинейностей», лабораторная работа №2 «Исследование нелинейных систем методом фазовой плоскости», лабораторная работа №3 «Исследование нелинейных систем методом гармонического баланса». В приложении приведен список команд, операторов и функций Matlab, использованных при создании m-файлов. Материал издания обеспечивает практическое изучение раздела (модуля) «Основы теории нелинейных систем».

Предназначены для студентов дневного и заочного обучения направлений 220700 –Автоматизация технологических процессов и производств и 151900 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств.

УДК 519.068

ВВЕДЕНИЕ

Изучение раздела “Нелинейные системы” предусматривает выполнение трех лабораторных работ. Предполагается, что студенты получили опыт использования данного пакета в процессе выполнения лабораторных работ по разделу "Линейные системы" и в ходе самостоятельного изучения.

Для сохранения результатов работы каждому студенту необходимо создать на компьютере в папке, предназначенной для работы пользователей, папку группы, внутри нее свою папку, где и следует размещать поддиректории с результатами лабораторных работ. После окончания лабораторной работы все результаты необходимо сохранить.

Лабораторная работа №1

ИЗУЧЕНИЕ ТИПИЧНЫХ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ

Цель работы.

В работе рассматриваются типичные нелинейности с симметричными характеристиками, представленными на рис. 1.1.

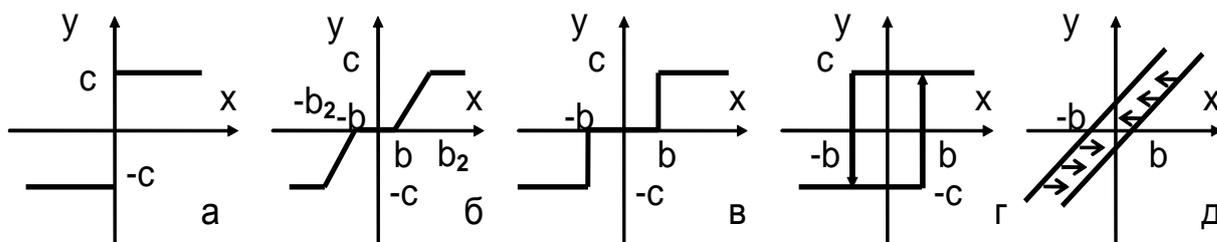


Рис. 1.1. Характеристики нелинейных элементов:

- а – идеальное двухпозиционное реле; б – усилитель с ограничением и зоной нечувствительности; в – трехпозиционное реле;
- г – двухпозиционное реле с гистерезисом; д – люфт

Цель работы – моделирование указанных нелинейностей и фиксация процессов на входе и выходе каждого нелинейного звена средствами пакета Matlab (с использованием его расширения – пакета моделирования динамических систем Simulink). В качестве источника (генератора) входного воздей-

ствия следует использовать свободные колебания на выходе колебательного звена, описываемого передаточной функцией $W(p) = 1/(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)$ при ненулевых начальных условиях. Варьируя декремент затухания (коэффициент демпфирования) ξ и постоянную времени T или другие связанные с ними параметры колебательного звена, можно добиться как гармонических, так и затухающих колебательных процессов. Гармонический сигнал различной амплитуды позволяет протестировать работу нелинейности "по частям", т. е. наблюдать влияние отдельных участков характеристики нелинейности на преобразование входного сигнала. При помощи затухающего тестового сигнала можно проверить работу нелинейности в целом, наблюдая за время затухания процесса все возможные эволюции сигнала на выходе нелинейного элемента (НЭ), связанные с его воздействием, а также построить характеристику НЭ (при этом максимальное значение амплитуды тестового сигнала, естественно, должно быть задано бóльшим, чем значение параметров b или b_2 , в зависимости от типа нелинейности).

Выбор значений параметров нелинейных элементов и генератора

Параметры НЭ и время затухания t_3 колебательного процесса на выходе генератора следует задавать в соответствии с вариантом, приведённым в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Значения параметров нелинейных элементов и генератора

Параметры	Номер варианта														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
c	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8
b	0.1	0.2	0.25	0.25	0.3	0.35	0.4	0.5	0.5	0.6	0.8	1	1.2	1.3	1.5
b_2	1.1	1.7	2.25	2.75	3.3	3.85	4.4	5	5.5	6.1	6.8	7.5	8.2	8.8	9.5
t_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Подготовительная часть работы

Найти угловую частоту затухающих колебаний λ и коэффициент затухания γ колебательного звена в соответствии с заданным в табл.1.1 временем зату-

хания колебательного процесса t_c и числом периодов, равным 10 – 20 на интервале t_c .

Уравнение, описывающее свободные колебания на выходе колебательного звена, имеет следующий вид:

$$g(t) = A \cdot \cos(\lambda t) \cdot e^{-\gamma t}, \quad (1.1)$$

$$\gamma = \frac{\xi}{T} = \xi \Omega, \quad \lambda = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T} = \Omega \sqrt{1 - \xi^2},$$

где t – время; A – амплитуда гармонических колебаний (при $\xi = 0$) или амплитуда затухающих колебаний в начальный момент времени (при $\xi \neq 0$); Ω – угловая частота гармонических колебаний.

Амплитуда A задается произвольно, а параметры λ и γ необходимо увязать с исходными данными о требуемом времени затухания колебательного процесса и заданным количеством периодов колебаний за это время.

Затухание процесса можно считать окончившимся в момент времени, приблизительно равный трем постоянным времени экспоненты, т. е.

$$t_3 = \frac{3}{\gamma} = \frac{3}{\xi \Omega},$$

а угловую частоту λ следует вычислять по уравнению

$$\lambda = 2\pi \cdot \frac{N}{t_3} = \Omega \sqrt{1 - \xi^2},$$

где N – задаваемое количество колебаний (периодов) за время затухания процесса.

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} \xi = \frac{3}{\Omega t_c}, \\ \Omega = \frac{2\pi N}{t_c \sqrt{1 - \xi^2}}, \end{cases}$$

получим выражение для ξ :

$$\xi = \frac{1.5}{\sqrt{(\pi N)^2 + 2.25}}, \quad (1.2)$$

после чего можно вычислить $\Omega = \frac{2\pi N}{t_3 \sqrt{1-\xi^2}}$.

В итоге рассчитываются коэффициент затухания γ по формуле $\gamma = \xi\Omega$ и угловая частота λ по формуле $\lambda = 2\pi \cdot \frac{N}{t_3}$ или $\lambda = \Omega\sqrt{1-\xi^2}$.

Для проведения моделирования создать 2 файла: файл-сценарий TN_prog.m и файл модели TN_mod.mdl. Они взаимосвязаны: переменные, определенные в m-файле, используются при задании параметров блоков модели, модель запускается на выполнение также командой из m-файла, а при проведении моделирования в Simulink результаты записываются в рабочую область памяти (Workspace), откуда считываются при построении итоговых графиков командами из m-файла. Пример файла TN_prog.m приводится ниже.

```
%Изучение типичных нелинейностей
```

```
%Используемые обозначения:
```

```
%НЭ - нелинейный элемент.
```

```
clear all %очистка памяти
```

```
close all %закрытие всех предыдущих рисунков
```

```
%Задание значения переменной, определяющей положение переключателя
```

```
%конфигурации в файле TN_mod.mdl
```

```
%1 - НЭ-идеальное двухпозиционное реле
```

```
%2 - НЭ-усилитель с ограничением и зоной нечувствительности
```

```
%3 - НЭ-трехпозиционное реле без гистерезиса
```

```
%4 - НЭ-двухпозиционное реле с гистерезисом
```

```
%5 - НЭ-люфт
```

```
config = 5;
```

%Определение значения строковой переменной nlin

switch config

case 1,

nlin = 'ид. 2-х поз. реле';

case 2,

nlin = 'ус-ль с огр. и зоной нечувст.';

case 3,

nlin = '3-х поз. реле без гист.';

case 4,

nlin = '2-х поз. реле с гист.';

case 5,

nlin = 'люфт';

end

%Константы, описывающие нелинейные элементы

c = 6;

b = 1;

b2 = 7;

%Параметры моделирования

t_end = 10; %время моделирования, с

step = 1e-3; %шаг моделирования, с

%Описание генератора затухающих колебаний

N = 15; %количество колебаний за время моделирования

A = 10; %амплитуда в начальный момент времени

lambda = 2*pi*N/t_end; %угловая частота затухающих колебаний

ksi = 1.5/sqrt((pi*N)^2+2.25); %декремент затухания

%ksi = 0;

omega = (2*pi*N)/(t_end*sqrt(1-ksi^2)); %угловая частота гармонических колебаний

```

gamma = ksi*omega;          %коэффициент затухания

%ВЫЗОВ МОДЕЛИ
open_system('TN_mod.mdl');

%запуск моделирования
sim('TN_mod');

%Построение процессов во времени (рис.1)
figure(1)                  %открытие окна рисунка
title(['Процессы e(t) и y(t). НЭ - ',nlin,', b=',num2str(b)', b2=',num2str(b2),...
      ', c=',num2str(c)])   %заголовок рисунка
xlabel('t - время, c')     %название оси X
ylabel('e - вход НЭ, g - выход НЭ') %название оси Y
grid on                   %включение сетки
hold on

plot(t,e,'-r')           %построение первого графика рисунка с указанием
                        %имен массивов точек, выводимых по осям X и Y, и
                        %установкой цвета и типа линии графика

plot(t,g,'-b')           %второй график - аналогично

legend('вход НЭ','выход НЭ',4) %вывод на рисунок поясняющей надписи, показывающей
                              %соответствие между цветом графика и его названием

%Построение характеристики нелинейности (рис.2)
figure(2)
title(['Хар-ка нелин-ти g(e). НЭ - ',nlin,', b=',num2str(b)', b2=',num2str(b2),...
      ', c=',num2str(c)])
xlabel('e - вход НЭ')

```

```

ylabel('g - выход НЭ')
%ручная установка пределов по осям X и Y: [Xmin,Xmax,Ymin,Ymax]
if config == 5
    axis ([-A*1.1 A*1.1 -(A-b)*1.1 (A-b)*1.1])
else
    axis ([-A*1.1 A*1.1 -c*1.1 c*1.1])
end
grid on
hold on
plot(e,g,'r')

```

Все команды Matlab, использованные при создании данной программы, описаны в приложении.

В файле-сценарии необходимо задать значения констант, описывающих нелинейности, задать шаг и время моделирования, равное времени затухания колебаний на выходе генератора, а также значение переменной `config`, управляющей конфигурацией нелинейной части модели. В процессе выполнения `m`-файла рассчитываются параметры генератора, вызывается и запускается модель, результаты в виде временных процессов на входе и выходе НЭ, а также зависимость выходного сигнала от значений входного при помощи команд построения двумерных графиков выводятся в отдельные графические окна.

Файл модели должен содержать генератор и соединенный с ним нелинейный элемент. Можно предусмотреть одновременное наличие в схеме всех пяти рассматриваемых НЭ, а их выбор производить при помощи селектора (рис. 1.2). Учитывая возможность переименования функциональных блоков в Matlab, рекомендуется давать им содержательные названия.

В настройках параметров моделирования следует указывать специально предназначенные для этой цели переменные, значения которых заданы в файле-сценарии. Параметры моделирования должны быть указаны в окне

«Simulation parameters», доступном через меню Simulation\Simulation parameters окна, в котором открыт mdl-файл (рис. 1.3).

В дальнейшем в настройках блоков используются переменные, заданные в m-файле. Такой подход помогает экономить время при настройке и перенастройке модели.

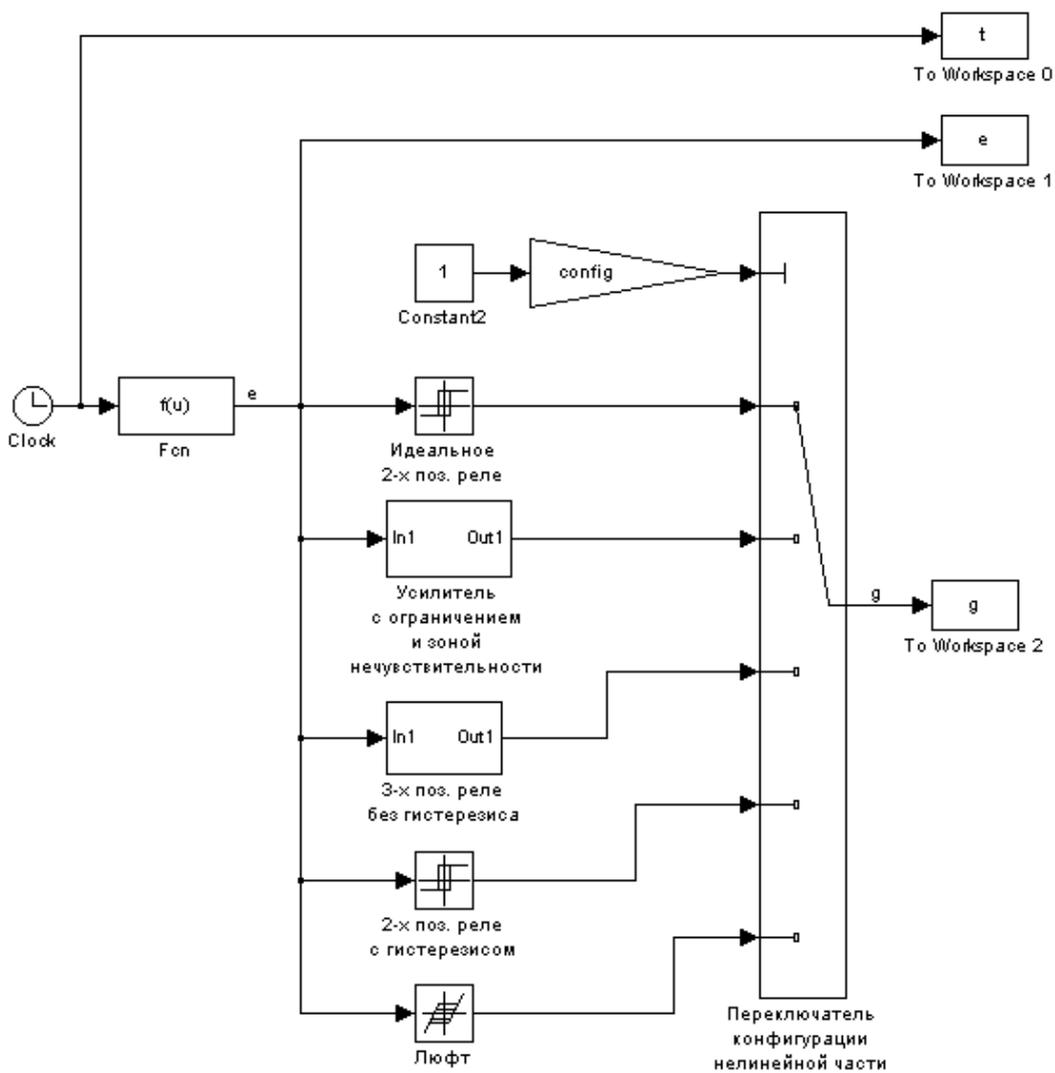


Рис. 1.2. Структурная схема модели

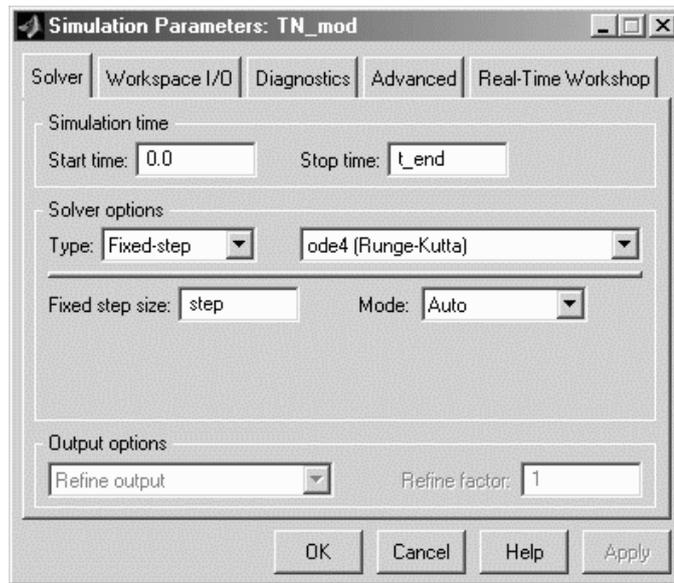


Рис. 1.3. Настройка параметров моделирования

При помощи блоков Constant (константа) из библиотеки Sources, Gain (коэффициент усиления) из библиотеки Math и переменной config можно задавать различное значение управляющего входа переключателя конфигурации нелинейной части (блока Multiport Switch из библиотеки Nonlinear).

В качестве генератора свободных колебаний можно использовать блок Fcn из библиотеки User-Defined Functions с записанным в него выражением для свободных колебаний по формуле (1.1). Настройки блока Fcn показаны на рис. 1.4.

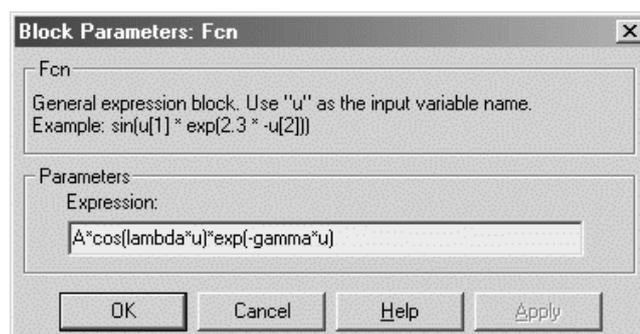


Рис. 1.4. Настройки блока Fcn

На вход блока Fcn следует подключить источник модельного времени – блок Clock из библиотеки Sources (рис. 1.5).

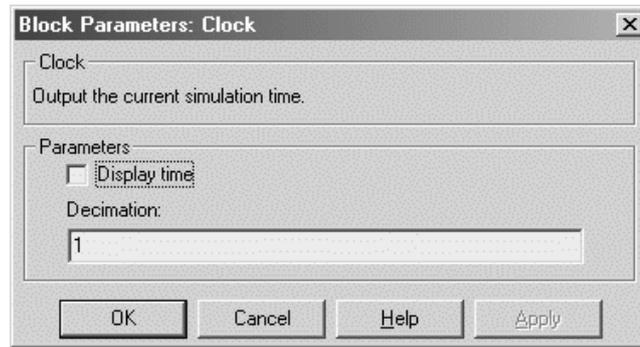


Рис. 1.5. Настройки блока Clock

Для создания пяти изучаемых НЭ следует воспользоваться четырьмя блоками библиотеки Nonlinear: Backlash (люфт), Dead Zone (усилитель с единичным коэффициентом усиления и зоной нечувствительности), Saturation (усилитель с единичным коэффициентом усиления и ограничением), Relay (двухпозиционное реле с гистерезисом).

В качестве двухпозиционного реле с гистерезисом следует использовать блок Relay (рис. 1.6).

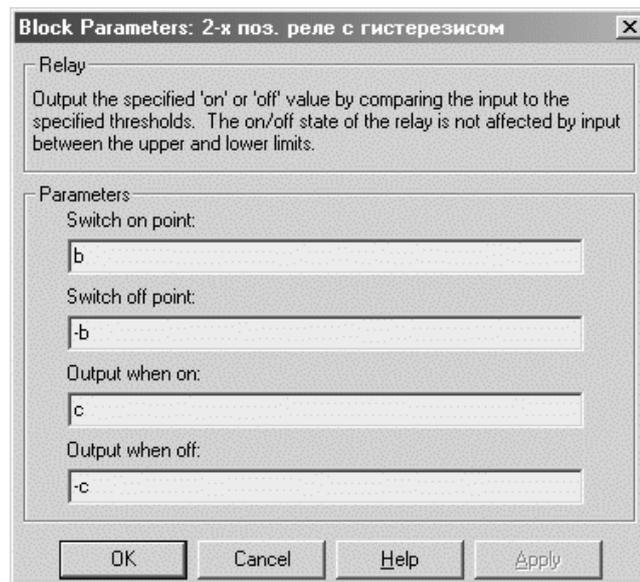


Рис. 1.6. Настройки двухпозиционного реле с гистерезисом

Идеальное двухпозиционное реле – это блок Relay с нулевой шириной зоны гистерезиса (рис. 1.7).

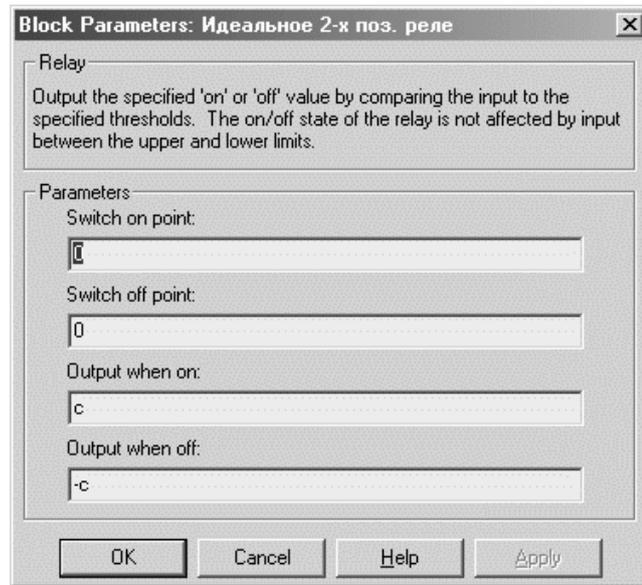


Рис. 1.7. Настройки блока Relay при моделировании идеального двухпозиционного реле

Усилитель с ограничением и зоной нечувствительности – это последовательное соединение трех звеньев: Dead Zone, Gain и Saturation (рис.1.8, 1.9).

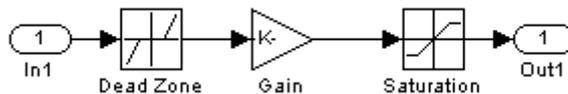
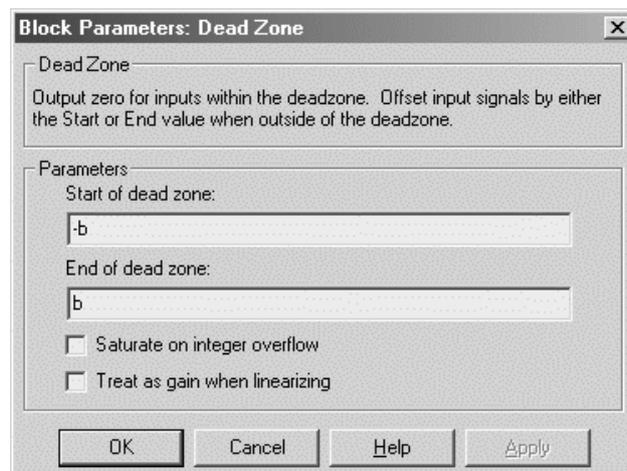
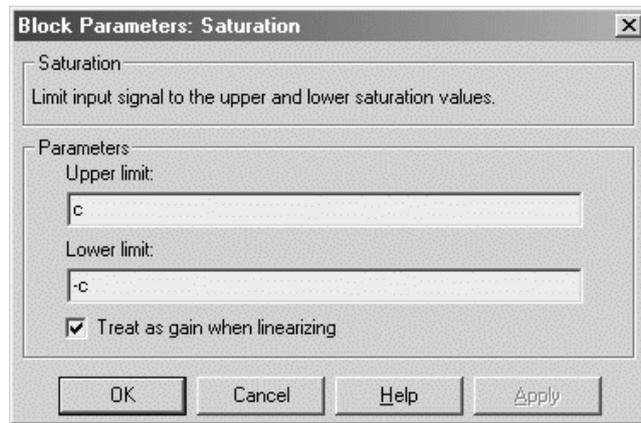


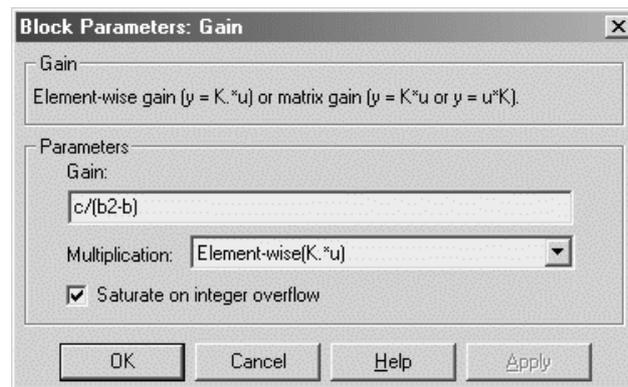
Рис. 1.8. Схема моделирования усилителя с ограничением и зоной нечувствительности



a)



б)



в)

Рис. 1.9. Настройки блоков, входящих в состав усилителя

с ограничением и зоной нечувствительности:

а – блока Dead Zone; б – блока Saturation; в – блока Gain

Трехпозиционное реле без гистерезиса можно организовать при помощи параллельного соединения двух идеальных двухпозиционных реле (рис.1.10, 1.11).

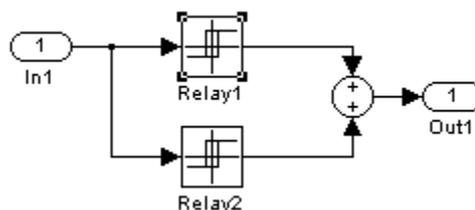
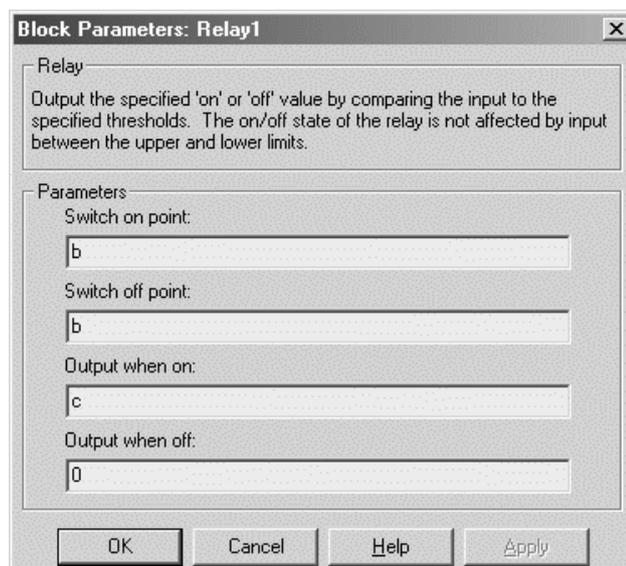
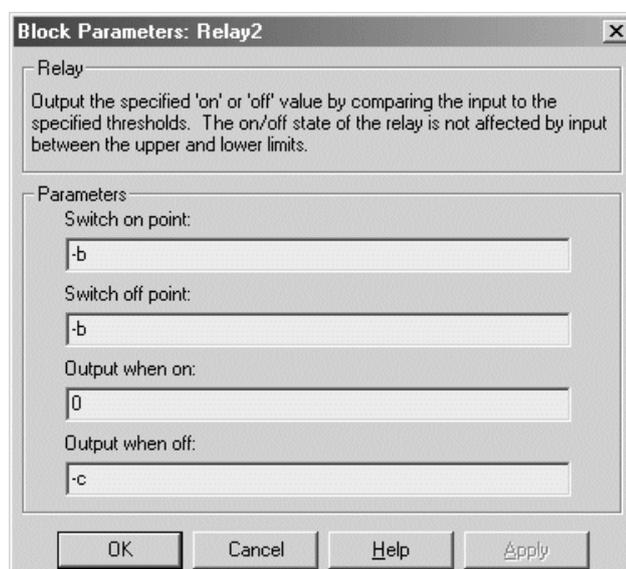


Рис. 1.10. Схема моделирования трехпозиционного реле



a)



б)

Рис. 1.11. Настройки блоков, входящих в состав трехпозиционного реле:

а – блока Relay1; б – блока Relay2

Для организации НЭ "Люфт" необходим блок Backlash (рис. 1.12).

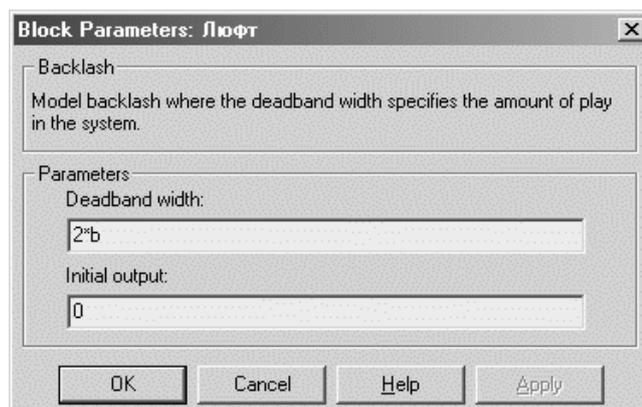


Рис. 1.12. Настройки блока Backlash

Значения текущего модельного времени, а также сигналов на входе и выходе нелинейности следует выводить в рабочую область памяти при помощи блоков To Workspace (из библиотеки Sinks), указав в каждом блоке имя переменной, предназначенной для хранения данных в выбранном формате. По завершении моделирования в Simulink сохраненная информация будет использована при построении графиков в процессе дальнейшего выполнения файла-сценария.

При использовании блока To Workspace для вывода в рабочую область памяти текущего модельного времени для этого блока необходимо сделать следующие настройки:

- ✓ формат записи (Save format) – Array (массив);
- ✓ имя массива (Variable name) – t;
- ✓ количество точек в массиве (Limit data points to last) не ограничивается – inf;
- ✓ такт работы блока (Simple time) наследуется от предыдущего – (-1);
- ✓ прореживание массива (Decimation) не осуществляется – 1 (в память записывается значение времени на каждом такте работы блока).

Окно настроек блока показано на рис. 1.13.

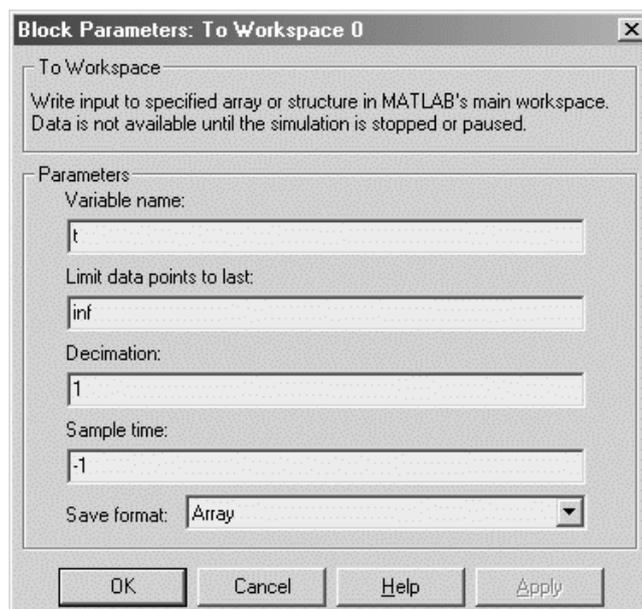


Рис. 1.13. Настройки блока To Workspace, отвечающего за вывод в рабочую область памяти текущего модельного времени

Программа работы

Разместить созданные при подготовке файл-сценарий и файл модели в рабочей директории. Открыть `TN_prog.m`, проверить соответствие записанных в него исходных данных номеру варианта и при помощи переменной `config` выбрать для моделирования один из нелинейных элементов. Для обеспечения работы генератора в режиме с затуханием выходного сигнала рассчитывать значение коэффициента демпфирования ξ в соответствии с формулой (1.2). Значение начальной амплитуды сигнала должно превышать значение параметра b_2 нелинейности в случае усилителя с ограничением и зоной нечувствительности, 0 – в случае идеального двухпозиционного реле и b – во всех остальных случаях.

Запустить `m`-файл на выполнение. В случае безошибочной организации файла-сценария и файла модели будет запущено моделирование в Simulink, а по его завершении построены три результирующих графика (совмещенные зависимости входного и выходного сигналов НЭ от времени и характеристика нелинейности, т. е. зависимость выходного сигнала от значений входного). Наличие на графиках изломов является признаком

выбора слишком крупного шага моделирования; в этом случае следует провести повторный эксперимент, уменьшив шаг моделирования.

Скопировать информацию, выведенную в графические окна путем выполнения команды меню "Edit\Copy Figure", после чего сохранить ее при помощи какого-либо приложения, например текстового редактора MS Word.

Установить нулевое значение коэффициента демпфирования и провести 2-3 эксперимента при разной амплитуде гармонического сигнала на выходе генератора ($0 < A < b$, $b < A < b_2$, $A > b_2$ – для усилителя с ограничением и зоной нечувствительности; $0 < A < b$, $A > b$ – во всех остальных случаях, кроме идеального двухпозиционного реле, для которого подобный эксперимент не требуется). При этом значение времени моделирования должно быть выбрано таким, чтобы на интервале моделирования "укладывалось" 2-3 периода гармонического сигнала. Амплитуда тестового сигнала также не должна быть выбрана чрезмерно большой, чтобы при совмещении графиков временных зависимостей выходной сигнал НЭ не "потерялся" на фоне входного. При выполнении этого пункта следует сохранять только графики временных зависимостей входного и выходного сигналов НЭ.

Повторить пп.1.4.1 – 1.4.4 для других изучаемых в данной лабораторной работе нелинейностей.

Содержание отчета

Исходные данные лабораторной работы: название работы, цель работы, характеристики исследуемых НЭ, номер варианта и соответствующие ему значения параметров НЭ и генератора.

Текст файла лабораторной работы и схема моделирования.

Результаты моделирования каждой нелинейности:

- график с характеристикой нелинейности (зависимость "выход-вход" НЭ);
- совмещенные графики зависимостей входного и выходного сигналов НЭ от времени при затухающем тестовом сигнале и гармоническом тестовом сигнале различной амплитуды.

При оформлении результатов моделирования необходимо обратить внимание на информационное сопровождение рисунков: оси должны быть снабжены обозначениями, рисунки иметь подрисуночные надписи. Кроме того, на всех графиках должны быть отмечены характерные точки с указанием числовых значений по осям, т.е. точки, которые связаны с параметрами НЭ (b , b_2 , c) и амплитудой A тестового сигнала. Также по графикам следует рассчитать величину фазового сдвига между входным и выходным сигналами НЭ.

Объяснение полученных результатов по каждому НЭ. Объяснения требуют такие события, как наличие или отсутствие сигнала на выходе НЭ, ограничение сигнала, различие в амплитудах входного и выходного сигналов НЭ, фазовый сдвиг выходного сигнала НЭ относительно входного. Описывающие эти события числовые данные графиков должны быть подтверждены аналитическим расчетом.

Выводы.

Отчет оформляется на листах формата А4.

Контрольные вопросы

1. Колебательное звено: передаточная функция, характеристическое уравнение, полюсы, названия и взаимосвязь параметров.
2. Текст программы: назначение переменной `config`.
3. Текст программы: из каких соображений выбирается шаг моделирования и время моделирования?
4. Модель в Simulink: возможные способы организации генератора.
5. Модель в Simulink: создание усилителя с ограничением и зоной нечувствительности из стандартных блоков библиотеки `Nonlinear`.
6. Модель в Simulink: создание трехпозиционного реле без гистерезиса из стандартных блоков библиотеки `Nonlinear`. Как организовать трехпозиционное реле с гистерезисом?

Лабораторная работа №2

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

Цель работы

В работе исследуется нелинейная система с нелинейным элементом (идеальным двухпозиционным реле или реле с гистерезисом) и линейной частью второго порядка (двумя интеграторами с коэффициентом усиления или инерционным звеном и интегратором).

На рис.2.1 представлена структурная схема системы со следующими обозначениями: u – входной сигнал системы; e – сигнал на входе нелинейного элемента (НЭ); g – сигнал на выходе НЭ; x – выходной сигнал системы; y – его производная (скорость изменения); α – коэффициент обратной связи по скорости ($\alpha \geq 0$); k – статический передаточный коэффициент; c, b – параметры НЭ; $W_{\text{л}}(p)$ – передаточная функция линейной части.

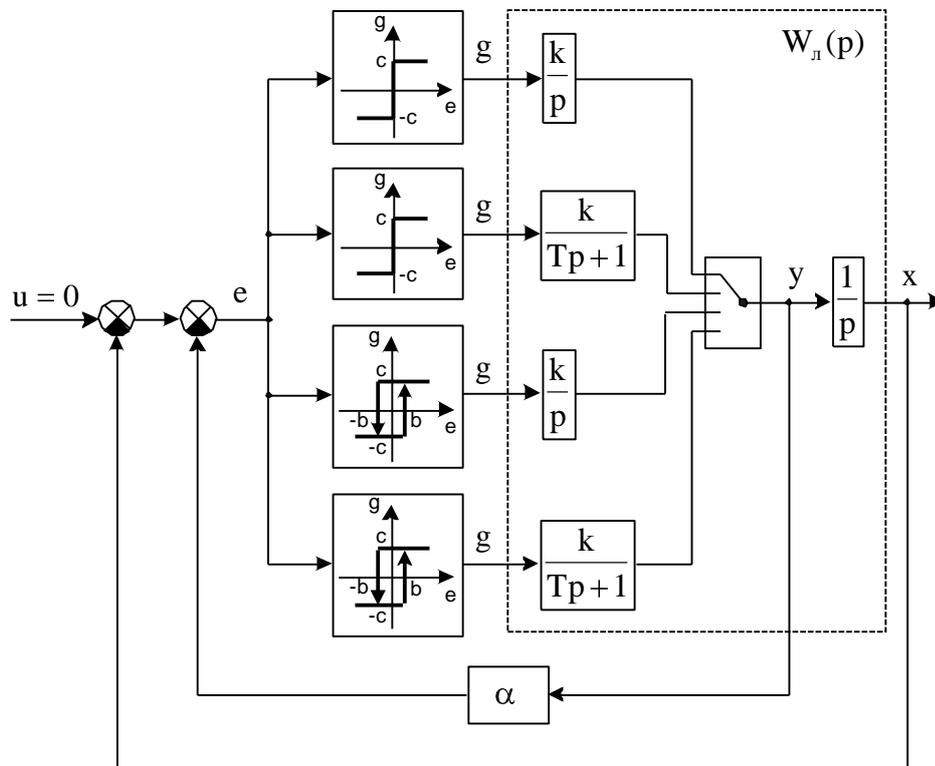


Рис. 2.1. Структурная схема системы

Целью работы является изучение процессов в данной системе на фазовой плоскости и во временной области при помощи пакета математического

моделирования Matlab и его расширения – пакета моделирования динамических систем Simulink.

Выбор значений параметров нелинейных элементов и линейной части

Параметры НЭ и линейной части (ЛЧ) следует задавать в соответствии с вариантом, приведённым в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Значения параметров нелинейного элемента и линейной части

Параметры	Номер варианта														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
c	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8
b	0.1	0.2	0.25	0.25	0.3	0.35	0.4	0.5	0.5	0.6	0.8	1	1.2	1.3	1.5
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5

Подготовительная часть работы

В процессе подготовки к данной лабораторной работе необходимо эскизно с построением линий переключения изобразить фазовые портреты для четырех вариантов конфигурации системы, изображенной на рис. 2.1:

- 1) идеальное двухпозиционное реле + линейная часть $W_n(p) = \frac{k}{p^2}$;
- 2) идеальное двухпозиционное реле + линейная часть $W_n(p) = \frac{k}{(Tp+1)p}$;
- 3) двухпозиционное реле с гистерезисом + линейная часть $W_n(p) = \frac{k}{p^2}$;
- 4) двухпозиционное реле с гистерезисом + линейная часть $W_n(p) = \frac{k}{(Tp+1)p}$;

Для каждой конфигурации проанализировать, при каких α возникает скользящий режим.

Подготовить текст программы (m-файл) и модель в Simulink (mdl-файл). Как и в предыдущей работе, удобно связать их друг с другом: переменные, определенные в m-файле, используются при задании параметров блоков модели, модель запускается на выполнение также командой из m-

файла, а при проведении моделирования в Simulink результаты записываются в рабочую область памяти (Workspace), откуда считываются при построении итоговых графиков командами из m-файла. Пример m-файла (FP_prog.m) приведен ниже.

%Исследование нелинейной системы методом фазовой плоскости (файл FP_prog.m)

%Подключаемый файл: FP_mod.mdl.

%Используемые обозначения: НЭ - нелинейный элемент, ЛЧ – линейная часть.

%Очистка всех переменных в памяти и закрытие всех предыдущих рисунков

clear all

close all

%Задание значения переменной, определяющей положение переключателя

%конфигурации нелинейной системы в файле FP_mod.mdl

%1 - НЭ-идеальное двухпозиционное реле, ЛЧ - k/p^2

%2 - НЭ-идеальное двухпозиционное реле, ЛЧ - $k/[(T_p+1)p]$

%3 - НЭ-двухпозиционное реле с гистерезисом, ЛЧ - k/p^2

%4 - НЭ - двухпозиционное реле с гистерезисом, ЛЧ - $k/[(T_p+1)p]$

config = 1;

%Определение значений строковых переменных nlin и lin

switch config

case 1,

nlin = 'ид. 2-х поз. реле'; lin = 'k/p^2';

case 2,

nlin = 'ид. 2-х поз. реле'; lin = 'k/[(T_p+1)p]';

case 3,

nlin = '2-х поз. реле с гист.'; lin = 'k/p^2';

case 4,

nlin = '2-х поз. реле с гист.'; lin = 'k/[(T_p+1)p]';

end

%время моделирования, с

t_end = 20;

%ограничение шага моделирования

step_max = 0.005;

%параметры нелинейного элемента

b = 0.1;

```

c = 1;

%параметры линейной части
k = 1;
T = 0.4;

%коэффициент обратной связи по скорости
alfa = 0.0;

%Начальные условия:
%задавая различные начальные условия для системы, получаем набор
%фазовых траекторий, т. е фазовый портрет в системе координат Oxy;
%множество начальных условий по x: [x0_min,x0_max];
%множество начальных условий по y: [y0_min,y0_max];
%при переборе начальных условий движемся снизу вверх с шагом dy
%и слева направо с шагом dx

%Назначение диапазонов изменения начальных условий
x0_min = -1.5;
y0_min = -1.5;
x0_max = 1.5;
y0_max = 1.5;

%Шаг при переборе начальных условий
dx = 0.8;
dy = 0.9;

%Исходные значения начальных условий
x0 = x0_min;
y0 = y0_min;

%Задание цветовой гаммы для рисования фазовых траекторий
%'r' - red, красный;
%'g' - green, зеленый;
%'c' - cyan, голубой;
%'m' - magenta, пурпурный;
%'k' - black, черный;
%'y' - yellow, желтый;
%'b' - blue, синий
color = ['r';'g';'c';'m';'k']; %многоцветная картинка
%color = 'r'; %одноцветная картинка

```

```

%Подготовка рисунка с фазовым портретом
figure(1)
xlabel('x')
ylabel('y')
title(['Фазовый портрет. НЭ - ',nlin,', b=',num2str(b),', c=',num2str(c),'; ЛЧ - ',...
      lin,', k=',num2str(k),', T=',num2str(T),'; alfa=',num2str(alfa)])
hold on
grid on

%ВЫЗОВ МОДЕЛИ
open_system('FP_mod.mdl');

%начальная установка номера цвета
i=0;

%перебор начальных условий; при каждом варианте начальных условий запускается
%моделирование, а после его окончания строится фазовая траектория
while x0 <= x0_max
    i = i+1;    %номер текущего цвета
    if i == length(color)+1
        i=1;
    end
    x0_ = x0;    %запоминание значений НУ
    y0_ = y0;    %для текущей фазовой траектории
    sim('FP_mod'); %запуск моделирования
    gr1 = plot(x,y); %x и y - массивы из workspace
    set(gr1,{'Color'},{color(i)});
    y0 = y0 + dy;
    if y0 > y0_max
        y0 = y0_min;
        x0 = x0 + dx;
    end
end

%рисование линии/линий переключения
y1 = [-2.5;2.5];
if (config == 1) | (config == 2)
    x1 = -alfa.*y1; %уравнение линии переключения, НЭ - ид. 2-х поз. реле
    gr2 = plot(x1,y1);
    set(gr2,{'Color'},{'b'});
else
    x11 = -alfa.*y1 + b; %уравнения линий

```

```

x12 = -alfa .* y1 - b; %переключения, НЭ - 2-х поз. реле с гист.
gr2 = plot(x11,y1);
set(gr2,{'Color'},{'b'});
gr2 = plot(x12,y1);
set(gr2,{'Color'},{'b'});
end

%построение процессов во времени, соответствующих
%последней фазовой траектории
figure(2)
xlabel('t, сек')
ylabel('x,y')
title(['x(t) и y(t). НЭ - ',nlin,', b=',num2str(b),', c=',num2str(c),'; ЛЧ - ',...
lin,', k=',num2str(k),', T=',num2str(T),'; alfa=',num2str(alfa),...
'; x0=',num2str(x0_),' ; y0=',num2str(y0_)'])
hold on
grid on
gr3 = plot(time,x);
set(gr3,{'Color'},{'r'});
gr4 = plot(time,y);
set(gr4,{'Color'},{'b'});
legend('x(t)','y(t)',4);

```

Все команды Matlab, использованные при составлении данной программы, описаны в приложении.

В m-файле необходимо задать значения констант – параметров нелинейностей и линейной части, значение коэффициента обратной связи по скорости, задать шаг и время моделирования, диапазоны изменения начальных условий для сигналов x и y, шаг при их переборе и их исходные значения, а также значение переменной config, управляющей конфигурацией модели.

В процессе выполнения m-файла происходит подготовка графического окна для вывода фазового портрета, вызов и циклический запуск модели нелинейной системы при различных начальных условиях по x и y. По результатам моделирования строятся фазовый портрет системы и временные процессы x(t) и y(t), соответствующие последней из воспроизведенных на фазовом портрете фазовых траекторий. Для получения рисунка с изображением только одной фазовой траекто-

рии необходимо задать одинаковые значения для границ изменения начальных условий по x и y .

При составлении модели в Simulink используются элементы библиотек Simulink (Math, Nonlinear, Sinks и Sources) и Simulink Extras (Additional Linear), доступные через Simulink Library Browser. Схема моделирования из файла-примера FP_mod.mdl представлена на рис. 2.2.

Интегрирующие и инерционные звенья с возможностью установки начальных условий по выходу находятся в дополнительной библиотеке Simulink – Simulink Extras\Additional Linear.

Управление переключателем конфигурации системы осуществляется через переменную config, значение которой задается в m-файле.

Как и в предыдущей работе, в настройках параметров моделирования следует указывать специально предназначенные для этой цели переменные, значения которых заданы в файле-сценарии. Параметры моделирования должны быть указаны в окне «Simulation parameters», доступном через меню Simulation\Simulation parameters окна, в котором открыт mdl-файл (рис. 2.3).

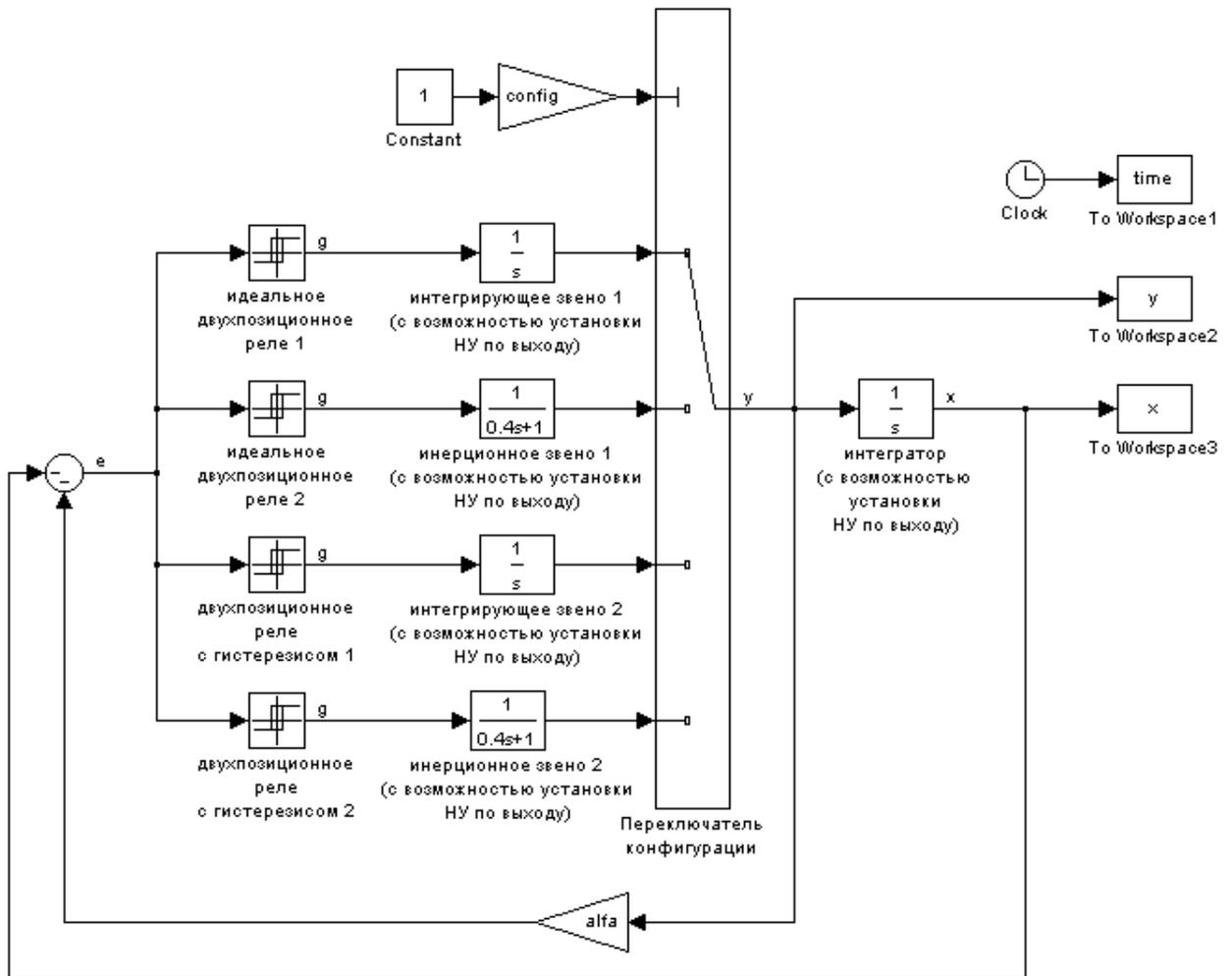


Рис. 2.2. Схема моделирования

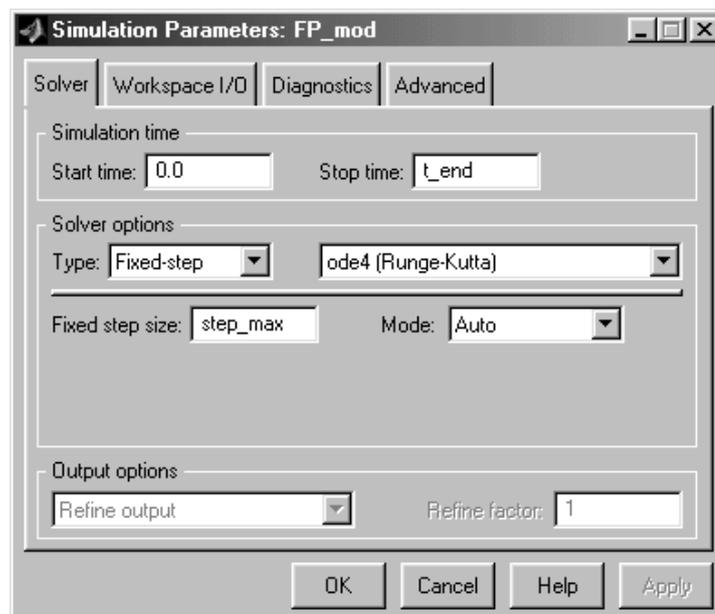


Рис. 2.3. Параметры моделирования

Установку параметров различных функциональных блоков модели поясняют рис. 2.4 – 2.6. В настройках блоков используются переменные, заданные в m-файле. Такой подход помогает экономить время при настройке и перенастройке модели.

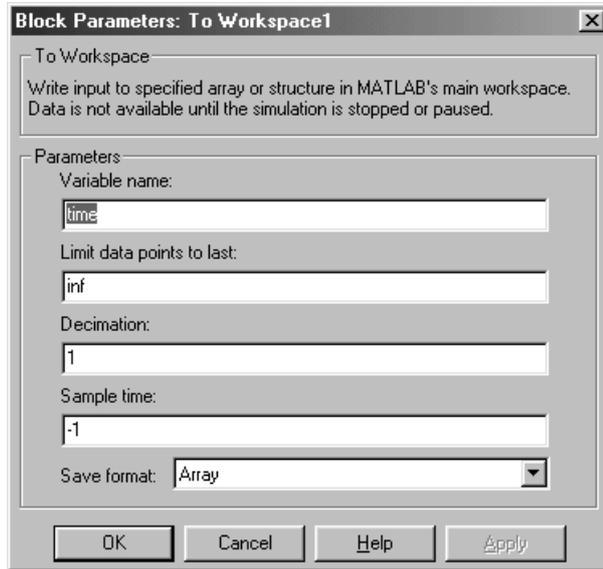
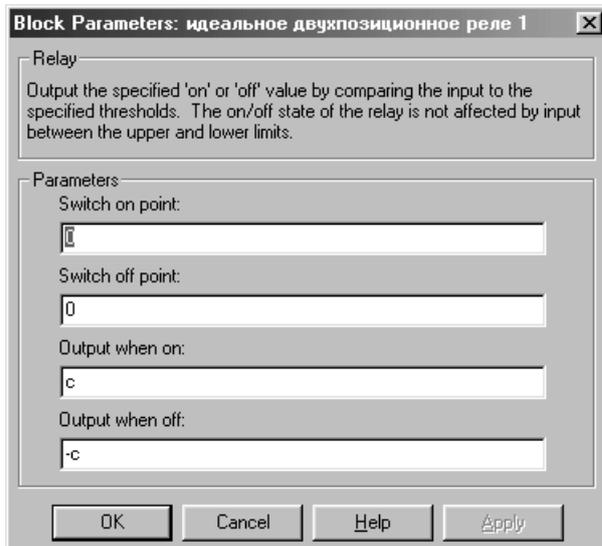
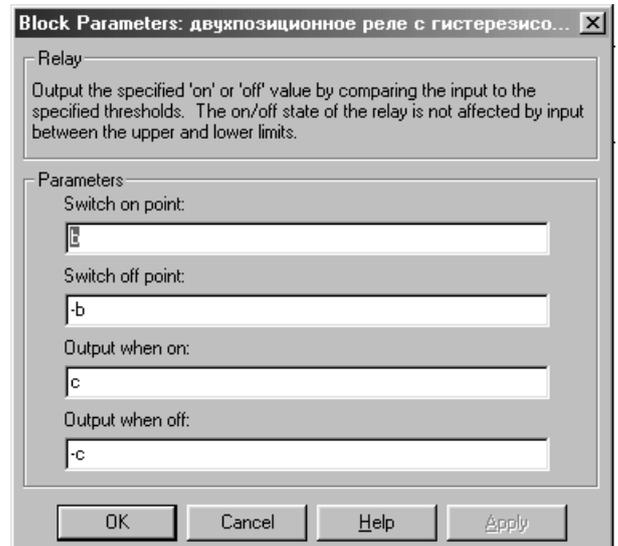


Рис. 2.4. Параметры блока To Workspace



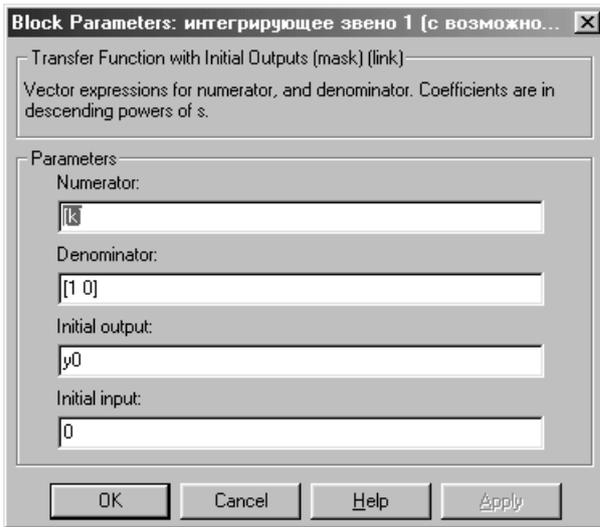
а



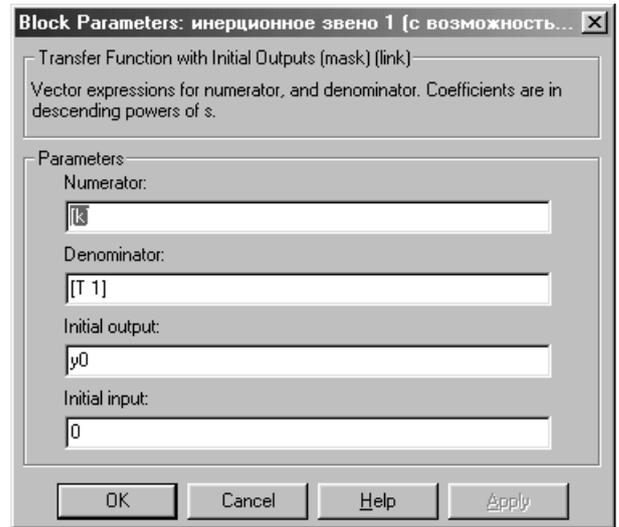
б

Рис. 2.5. Параметры нелинейных элементов модели:

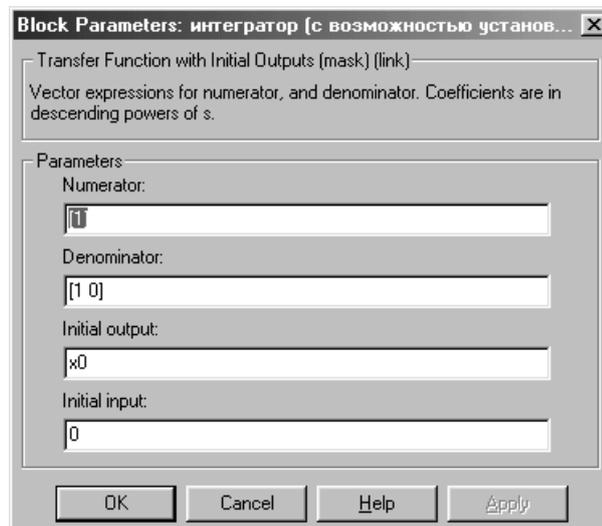
а – идеального двухпозиционного реле; б – двухпозиционного реле с гистерезисом



а



б



в

Рис. 2.6. Параметры блоков линейной части системы:

а – интегрирующего звена; б – инерционного звена; в – интегратора

Выполнение работы

Получите и зафиксируйте фазовый портрет системы с идеальным двухпозиционным реле и линейной частью k/p^2 без обратной связи по скорости. Для одного варианта начальных условий получите изображения фазовой траектории и процессов во времени $x(t)$ и $y(t)$.

Введите отрицательную обратную связь по скорости ($\alpha \approx 0.1 - 0.5$) так, чтобы при этом не происходило возникновение скользящего режима. Зафиксируйте фазовый портрет, фазовую траекторию и временные процессы.

Увеличьте значение α до величины, при которой в системе возникает скользящий режим и изображающая точка перемещается по линии переключения. Зафиксируйте фазовый портрет, фазовую траекторию и временные процессы.

Измените конфигурацию модели системы, активировав комбинацию блоков "идеальное двухпозиционное реле + линейная часть $k/[(T_p + 1)p]$ ", после чего повторите действия пп. 2.4.1 – 2.4.3.

Измените конфигурацию модели системы, активировав комбинацию блоков "двухпозиционное реле с гистерезисом + линейная часть k/p^2 " и отключив обратную связь по скорости. Зафиксируйте фазовый портрет системы, при этом диапазон изменения и шаг изменения начальных условий следует задать таким образом, чтобы получить фазовые траектории, берущие начало как в области между линиями переключения ($|x(0)| < b$), так и вне ее ($|x(0)| > b$). Для одного варианта начальных условий получите изображения фазовой траектории и процессов во времени $x(t)$ и $y(t)$.

Введите в модель обратную связь по скорости ($\alpha \approx 0.1 - 0.5$) так, чтобы при этом не происходило возникновение скользящего режима. Зафиксируйте фазовый портрет системы, обеспечив такие варианты начальных условий, при которых фазовые траектории начинаются как в области между линиями переключения, так и вне ее: а) $|x(0)| < b, y(0) = 0$; б) $|x(0)| > b, |y(0)| > b/\alpha$. Постройте две фазовые траектории и соответствующие им процессы во времени для таких вариантов начальных условий.

Увеличьте α до величины, при которой в системе возникает скользящий режим и изображающая точка перемещается в данном случае между двумя линиями переключения. Зафиксируйте фазовый портрет, две фазовых траектории и соответствующие им временные процессы аналогично п. 2.4.6.

Измените конфигурацию модели системы, активировав комбинацию блоков "двухпозиционное реле с гистерезисом + линейная часть $k/[(T_p + 1)p]$ ". За-

фиксируйте фазовый портрет, фазовую траекторию и временные процессы при отсутствии обратной связи по скорости.

Введите обратную связь по скорости и зафиксируйте фазовый портрет, фазовую траекторию и временные процессы как при отсутствии, так и при наличии скользящего режима.

Содержание отчёта

Вариант задания, схемы моделирования, цель работы.

Подготовительная часть: эскизы фазовых портретов и сопровождающие расчеты (дифференциальные уравнения, описывающие линейную часть; уравнения, описывающие нелинейные элементы; уравнения фазовых траекторий и линий переключения).

Результаты моделирования (фазовые портреты, фазовые траектории, временные процессы $x(t)$ и $y(t)$).

Анализ результатов (нахождение соответствия между видами фазовых траекторий и процессов во времени, анализ влияния коэффициента обратной связи на вид фазового портрета, на возникновение скользящего режима в системе и др.).

Выводы (аргументированное подтверждение соответствия предварительных расчетов и результатов эксперимента).

Отчет оформляется на листах формата А4, допускается рукописное, печатное или комбинированное оформление.

Контрольные вопросы

1. Определение фазовой траектории и фазового портрета.
2. Определение линии переключения. От чего зависит наклон линии (линий) переключения?
3. Определение скользящего режима. Условия его появления.
4. Предельный цикл: определение, условия возникновения и графическое изображение на фазовой плоскости.

5. Определение системы, устойчивой/неустойчивой в малом/большом.
6. Приведите пример фазовой траектории и найдите соответствующий ему процесс во времени.
7. В чем схожесть фазовых портретов устойчивых (неустойчивых, на границе устойчивости) систем?

Лабораторная работа №3

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО БАЛАНСА

Цель работы

В работе необходимо провести исследование нелинейной системы, приведенной на рис. 3.1, средствами пакета Matlab и его расширения – пакета Simulink. Используются следующие обозначения:

НЭ – нелинейный элемент: двухпозиционное реле с гистерезисом (рис. 3.2,а), трехпозиционное реле без гистерезиса (рис. 3.2,б) или люфт (рис. 3.2,в); $W_{л}(p)$ – передаточная функция линейной части (ЛЧ); в табл. 3.1 приведены возможные варианты передаточной функции.

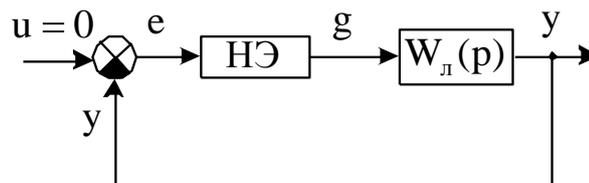


Рис. 3.1. Структурная схема системы

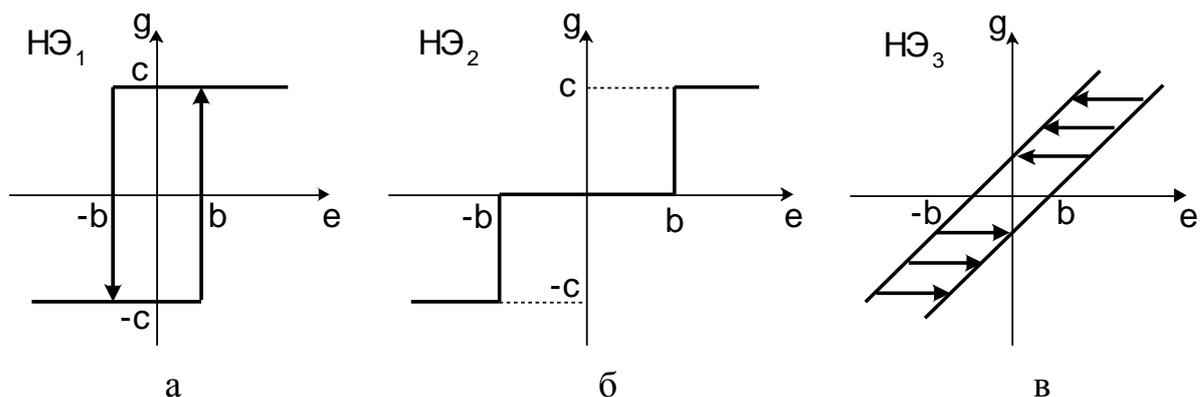


Рис. 3.2. Характеристики нелинейных элементов:

а – двухпозиционное реле с гистерезисом, б – трехпозиционное реле без гистерезиса, в – люфт

Таблица 3.1

Варианты линейной части

Номер ЛЧ	Передаточная функция ЛЧ
1	$W_{n1}(p) = \frac{k}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)(T_3p + 1)}$
2	$W_{n2}(p) = \frac{k}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)p}$
3	$W_{n3}(p) = \frac{k \cdot (T_1p + 1)}{(T_2p - 1)^2 \cdot (T_3p + 1)^2}$
4	$W_{n4}(p) = \frac{k \cdot (T_1p + 1)}{(T_2p - 1) \cdot p}$

Метод гармонического баланса позволяет определить, могут ли в нелинейной системе возникнуть периодические колебания, и если да, то оценить их амплитуду A_n и частоту ω_n , а также оценить устойчивость этих периодических режимов. Метод применяется, если выполняется гипотеза фильтра, т.е. линейная часть обеспечивает подавление высокочастотных составляющих входного негармонического сигнала, который поступает с выхода нелинейного элемента. Условием возникновения периодического режима является прохождение эквивалентной частотной передаточной функции через критическую точку $(-1, j0)$, т.е. выполнение равенства

$$W_L(j\omega)W_H(jA) = -1,$$

которое для решения представляется в более удобном виде:

$$W_L(j\omega) = -\frac{1}{W_H(jA)}.$$

Целями работы являются: графическое решение данного уравнения; определение, если возможно, A_n и ω_n , оценка устойчивости периодических режимов; моделирование нелинейной системы и определение параметров колебаний по полученному процессу; проверка выполнения гипотезы фильтра.

Подготовительная часть работы

По данным рис. 3.2 и табл. 3.1 и 3.2 в соответствии со своим вариантом выбрать:

- 1) передаточную функцию линейной части и значения ее параметров;
- 2) типы нелинейных элементов и значения их параметров.

Эксперименты будут проводиться для выбранного варианта линейной части и нелинейности сначала первого типа, а затем второго.

Для каждого типа нелинейности своего варианта подготовьте на основании справочных данных выражения для коэффициентов гармонической линеаризации $q(A)$ и $q_1(A)$ и запишите эквивалентный комплексный передаточный коэффициент $W_H(jA)$.

Запишите комплексный передаточный коэффициент линейной части своего варианта $W_L(j\omega)$, постройте (эскизно) ее ЛАЧХ и ФЧХ, после чего для каждого типа нелинейности приведите совместные характеристики линейной части (АФХ линейной части $W_L(j\omega)$) и нелинейности $-1/W_H(jA)$.

Таблица 3.2

Значения параметров линейной части и нелинейных элементов

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	
$W_L(p)$	$W_{Л1}$	$W_{Л2}$	$W_{Л3}$	$W_{Л4}$	$W_{Л1}$	$W_{Л2}$	$W_{Л3}$	$W_{Л4}$	
Типы НЭ	НЭ ₁ , НЭ ₂	НЭ ₂ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₃	НЭ ₂ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₂	НЭ ₁ , НЭ ₃	
Параметры	k	6	5	3	4	15	2	10	8
	T₁	0.1	0.2	10	0.4	0.5	0.6	9	0.8
	T₂	0.2	0.4	5	0.8	1.0	1.2	6	1.6
	T₃	1	-	0.1	-	5	-	0.2	-
	b	0.1	0.2	0.25	0.25	0.3	0.35	0.4	0.5
	c	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
Номер варианта	9	10	11	12	13	14	15	16	
$W_L(p)$	$W_{Л1}$	$W_{Л2}$	$W_{Л3}$	$W_{Л4}$	$W_{Л1}$	$W_{Л2}$	$W_{Л3}$	$W_{Л4}$	

Типы НЭ		НЭ ₁ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₂	НЭ ₁ , НЭ ₂	НЭ ₁ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₂	НЭ ₂ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₃	НЭ ₁ , НЭ ₃
Параметры	k	15	10	9	6	7	8	5	7
	T₁	0.9	1.0	7	0.6	0.2	0.3	9	0.7
	T₂	1.8	2.0	5	1.2	0.3	0.5	4	1.5
	T₃	9	-	0.3	-	1.5	-	0.2	-
	b	0.5	1.0	0.5	0.35	0.3	0.35	0.35	0.45
	c	5	6	5.5	3	2	2.5	3	4

Проведите качественное исследование системы: оцените возможность возникновения периодических режимов и их устойчивость. Там, где это возможно, запишите выражения для критического коэффициента усиления ЛЧ, при котором в нелинейной системе возникают автоколебания.

Изучите текст программы (файл GB_prog.m) и структуру моделей (файлы GB_mod.mdl и R_Fourie.mdl).

Графический расчет параметров периодических режимов с использованием метода гармонического баланса производится по сценарию, записанному в файле GB_prog.m. Моделирование нелинейной системы осуществляется при помощи файлов GB_prog.m и GB_mod.mdl, а анализ спектрального состава периодического режима на выходе линейной части – при помощи файлов GB_prog.m и R_Fourie.mdl.

Содержание файла GB_prog.m:

%Исследование нелинейных систем методом гармонического баланса

%Используемые файлы: GB_prog.m, GB_mod.mdl и R_Fourie.mdl.

%Используемые обозначения: НЭ - нелинейный элемент, ЛЧ - линейная часть.

%Очистка всех переменных в памяти

clear all

%заккрытие всех предыдущих рисунков

set(0,'ShowHiddenHandles','on')

delete(get(0,'Children'))

```

%Задание значения переменной, определяющей положение переключателя
%конфигурации нелинейной части в файле GB_mod.mdl
%1 - НЭ-двухпозиционное реле с гистерезисом
%2 - НЭ-трехпозиционное реле без гистерезиса
%3 - НЭ-люфт
config_nlin = 2;

```

```

%Задание значения переменной, определяющей положение переключателя
%конфигурации линейной части в файле GB_mod.mdl
%1 - ЛЧ-  $W_{л1}(p) = k / [(T1 * p + 1)(T2 * p + 1)(T3 * p + 1)]$ 
%2 - ЛЧ-  $W_{л2}(p) = k / [(T1 * p + 1)(T2 * p + 1)p]$ 
%3 - ЛЧ-  $W_{л3}(p) = [k(T1 * p + 1)] / [(T2 * p - 1)^2(T3 * p + 1)^2]$ 
%4 - ЛЧ-  $W_{л4}(p) = [k(T1 * p + 1)] / [(T2 * p - 1)p]$ 
config_lin = 2;

```

```

k = 5;
T1 = 0.1;
T2 = 0.2;
T3 = 1;
b = 0.1;
c = 1;

```

```

%Графический расчет параметров периодических режимов с использованием
%метода гармонического баланса

```

```

%описание линейной части

```

```

switch config_lin

```

```

case 1,

```

```

    %начальное значение, шаг и конечное значение частоты (в рад)

```

```

    w = [0.02:0.01:100];

```

```

    %комплексный передаточный коэффициент ЛЧ

```

```

    W_lin = k ./ ((T1 * j * w + 1) .* (T2 * j * w + 1) .* (T3 * j * w + 1));

```

```

    %определение значения строковой переменной lin

```

```

    lin = 'Wл1(p)';

```

```

case 2,

```

```

    %начальное значение, шаг и конечное значение частоты (в рад)

```

```

    w = [2:0.01:100];

```

```

%комплексный передаточный коэффициент ЛЧ
W_lin = k ./ ((T1*j*w+1) .* (T2*j*w+1).*(j*w));
%определение значения строковой переменной lin
lin = 'Wл2(p)';
case 3,
%начальное значение, шаг и конечное значение частоты (в рад)
w = [0.01:0.01:300];
%комплексный передаточный коэффициент ЛЧ
W_lin = (k*(T1*j*w+1)) ./ ((T2*j*w-1).^2.*(T3*j*w+1).^2);
%определение значения строковой переменной lin
lin = 'Wл3(p)';
case 4,
%начальное значение, шаг и конечное значение частоты (в рад)
w = [1:0.01:100];
%комплексный передаточный коэффициент ЛЧ
W_lin = (k*(T1*j*w+1)) ./ ((T2*j*w-1).*(j*w));
%определение значения строковой переменной lin
lin = 'Wл4(p)';
end
%описание ЛЧ как частотной характеристики через W_lin(jw)
SYSL = frd(W_lin,w);
%-----

%Описание нелинейной части
switch config_nlin
case 1,
%начальное значение, шаг и конечное значение амплитуды на входе НЭ
A = [b:0.01:3.0];
%коэффициенты гармонической линеаризации
q = 2*c/(pi*b) .* ((2*b./A) .* sqrt(1-(b./A).^2));
q1 = -2*c/(pi*b) .* 2*(b./A).^2;
%определение значения строковой переменной nlin
nlin = '2-х поз. реле с гист.';
case 2,
%начальное значение, шаг и конечное значение амплитуды на входе НЭ
A = [b+0.0001:0.005:b*sqrt(2)];
A_ = [b*sqrt(2):0.005:3.0];

```

```

%коэффициенты гармонической линеаризации
q = (4*c ./ (pi*A)) .* sqrt(1-(b./A).^2);
q1 = 0;
q_ = (4*c ./ (pi*A_)) .* sqrt(1-(b./A_).^2);
q1_ = 0;
%эквивалентный комплексный передаточный коэффициент W_nlin(jA) НЭ
W_nlin_ = q_ + j*q1_;
%характеристика -1/W_nlin(jA)
S_ = -1./W_nlin_;
%описание НЭ как амплитудной характеристики через -1/W_nlin(jA)
SYSN_ = frd(S_,A_);
%определение значения строковой переменной nlin
nlin = '3-х поз. реле без гист.';
case 3,
%начальное значение, шаг и конечное значение амплитуды на входе НЭ
A = [b+0.001:0.01:100];
%коэффициенты гармонической линеаризации
alfa = asin(1-2*b./A);
q = (1/pi)*(pi/2+alfa+0.5*sin(2*alfa));
q1 = -(4*b) .* (1-b./A) ./ (pi*A);
%определение значения строковой переменной nlin
nlin = 'люфт';
end
%эквивалентный комплексный передаточный коэффициент W_nlin(jA) НЭ
W_nlin = q + j*q1;
%характеристика -1/W_nlin(jA)
S = -1./W_nlin;
%описание НЭ как амплитудной характеристики через -1/W_nlin(jA)
SYSN = frd(S,A);
%-----

%Визуализация
%Построение W_lin(jw) и -1/W_nlin(jA) при помощи plot (общий вид)
figure(1)
gr_W_lin = plot(real(W_lin),imag(W_lin));
set(gr_W_lin,{'Color'},{'r'});
hold on

```



```

%запуск модели
sim('GB_mod');
%считывание фактических параметров моделирования
Max_Step_Size = get_param('GB_mod','MaxStep');
Stop_Time = get_param('GB_mod','StopTime');

%извлечение последнего элемента из векторов vec_period и vec_amp
%(определение установившихся значений периода и амплитуды автоколебаний
%с использованием данных, записанных в рабочую область памяти)
clc %очистка командного окна
period = vec_period(length(vec_period));
clear vec_period;
amp_kol = vec_amp(length(vec_amp)) %вывод в командное окно
clear vec_amp;

%расчет частоты сигнала на выходе ЛЧ (используется для последующего
%расчета амплитуды гармоник)
frequency = 1/period;
w_kol = 2*pi*frequency %вывод в командное окно

%Построение процесса во времени на выходе ЛЧ
figure(2)
gr = plot(t_and_y(:,1),t_and_y(:,2));
set(gr,{'Color'},{'r'});
title(['Процесс y(t). НЭ - 'nlin,', b=',num2str(b)', c=',num2str(c)'; ЛЧ - ',...
lin,', k=',num2str(k)', T1=',num2str(T1)', T2=',num2str(T2),...
', T3=',num2str(T3)', y0=',num2str(y0)]);
xlabel(['t, сек Ампл.кол.=',num2str(amp_kol)', Wкол.=',num2str(w_kol),'с^-1']);
ylabel('y');
grid on
%-----

%закрытие модели
%close_system('GB_mod',1)
%=====
=

```



```

', T2=',num2str(T2)', T3=',num2str(T3)]]
xlabel(['Номер гармоники          ГФ: A1/A3=',num2str(filtration)]);
ylabel('Амплитуда гармоники');

```

Все команды Matlab, использованные при составлении данной программы, описаны в приложении.

В m-файле задаются значения параметров линейной части и нелинейного элемента, а также начальные условия по выходу линейной части, указывается время моделирования и шаг моделирования.

Для проведения графического расчета параметров периодических режимов m-файл содержит описания ЛЧ (через комплексный передаточный коэффициент) и нелинейности (через коэффициенты гармонической линеаризации и эквивалентный комплексный передаточный коэффициент). Совместное воспроизведение характеристик $W_{\text{л}}(j\omega)$ и $-1/W_1(jA)$ осуществляется двумя способами: при помощи команды plot и команды ltiview. Первая позволяет совместно вывести на рисунок указанные характеристики без вывода комплексно-сопряженных характеристик $W_{\text{л}}(-j\omega)$ и $-1/W_1(jA)$, но не позволяет по точке их пересечения определить частоту и амплитуду периодических режимов. При помощи второй одновременно выводятся все четыре характеристики, но имеется возможность определения частоты и амплитуды по точке пересечения: команда zoom контекстного меню, вызываемого правой клавишей мыши, позволяет увеличить нужную область рисунка, после чего нужно поместить указатель мыши на требуемую характеристику и нажать на ее левую клавишу – на графике появятся отметка и информационное окно, которые можно переместить мышью в точку пересечения. Для случая системы с идеальным трехпозиционным реле предусмотрено раздельное построение характеристики $-1/W_1(jA)$ до и после точки экстремума при помощи двух команд ltiview.

После завершения графического расчета производится вызов и запуск модели нелинейной системы (GB_mod.mdl). По окончании моделирования строится временной процесс $y(t)$ на выходе линейной части, определяются

частота и амплитуда автоколебаний (их значения можно увидеть в командном окне и на созданном рисунке).

На этапе анализа спектрального состава периодического режима на выходе линейной части производится вызов и запуск модели (R_Fourie.mdl), определяющей амплитуды гармоник сигнала $y(t)$, записанного в рабочую область памяти, и строится результирующая гистограмма «Номер гармоники – амплитуда гармоники». В командное окно и окно с гистограммой выводится отношение амплитуд первой и третьей гармоник, что позволяет сделать заключение о выполнении/невыполнении гипотезы фильтра.

При составлении моделей в Simulink (GB_mod.mdl и R_Fourie.mdl) используются элементы библиотек Simulink (Math, Linear, Nonlinear, Signals & Systems, Sinks и Sources), Simulink Extras (Additional Linear) и Power System Blockset (Extra Library\Measurements), доступные через Simulink Library Browser (рис. 3.3 – 3.6). В модели нелинейной системы GB_mod.mdl, показанной на рис. 3.3, предусмотрены переключатели конфигурации линейной и нелинейной частей, управление ими осуществляется соответственно через переменные config_lin и config_nlin, значения которых задаются в m-файле GB_prog.m.

Параметры моделирования должны быть указаны в окне Simulation parameters, доступном через меню Simulation\Simulation parameters окна, в котором открыт mdl-файл (рис. 3.7, 3.8).

Установку параметров различных функциональных блоков моделей GB_mod.mdl и R_Fourie.mdl поясняют рис. 3.9 – 3.15.

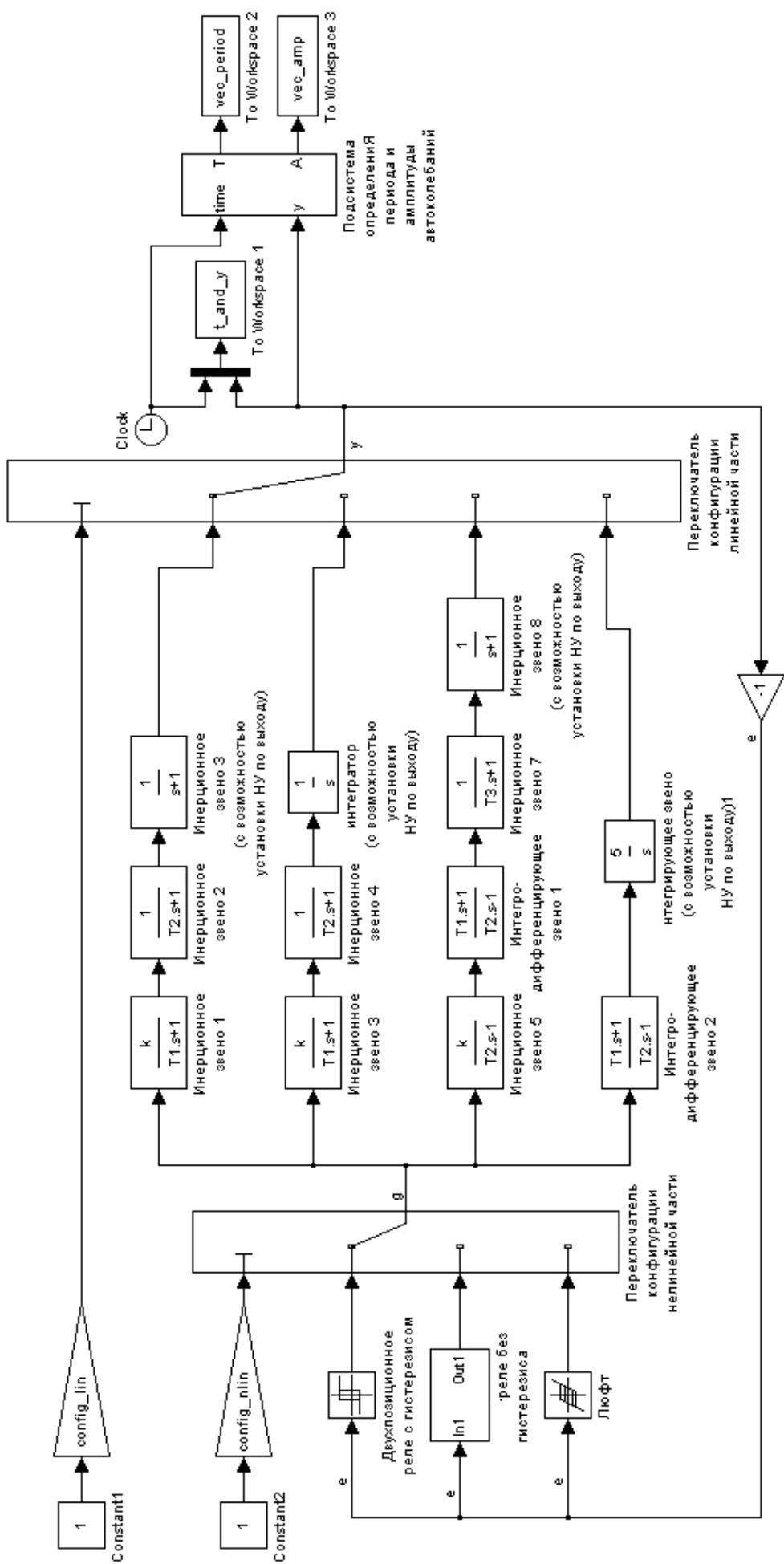


Рис. 3.3. Схема моделирования нелинейной системы в Simulink (файл GB_mod.mdl)

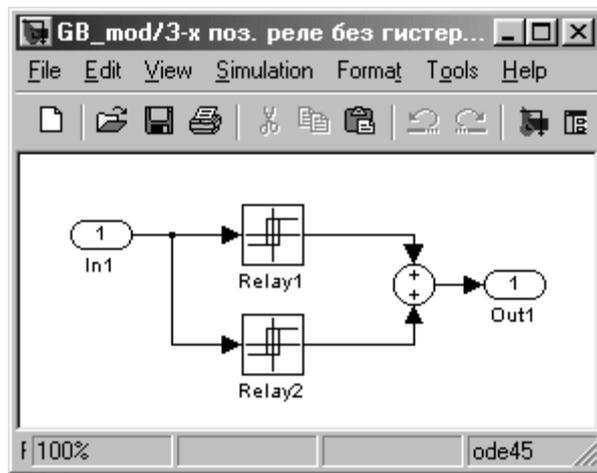


Рис. 3.4. Организация трехпозиционного реле без гистерезиса
(файл GB_mod.mdl)

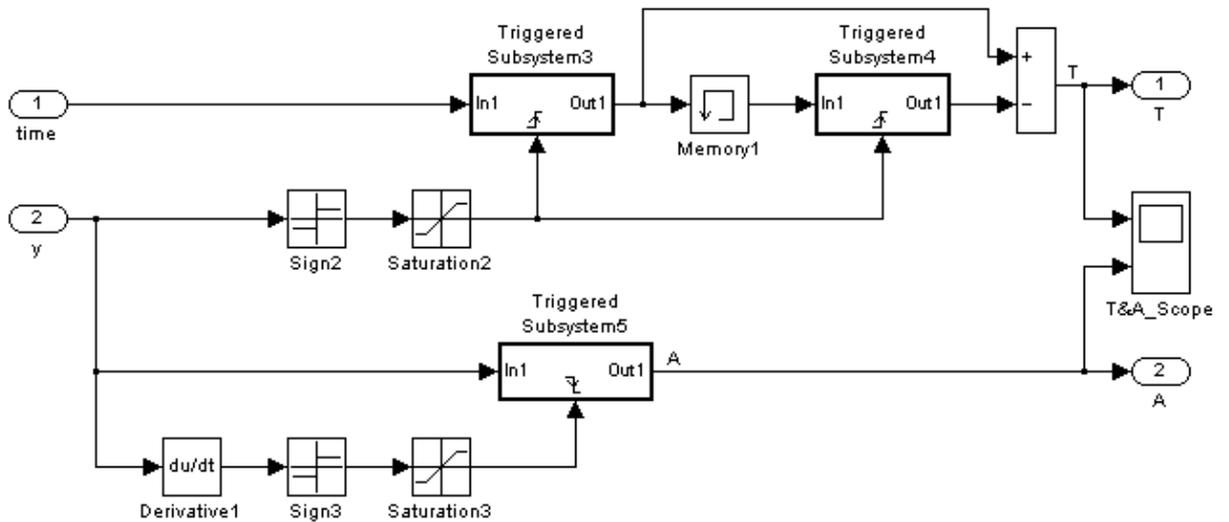


Рис. 3.5. Подсистема определения периода и амплитуды автоколебаний
(файл GB_mod.mdl)

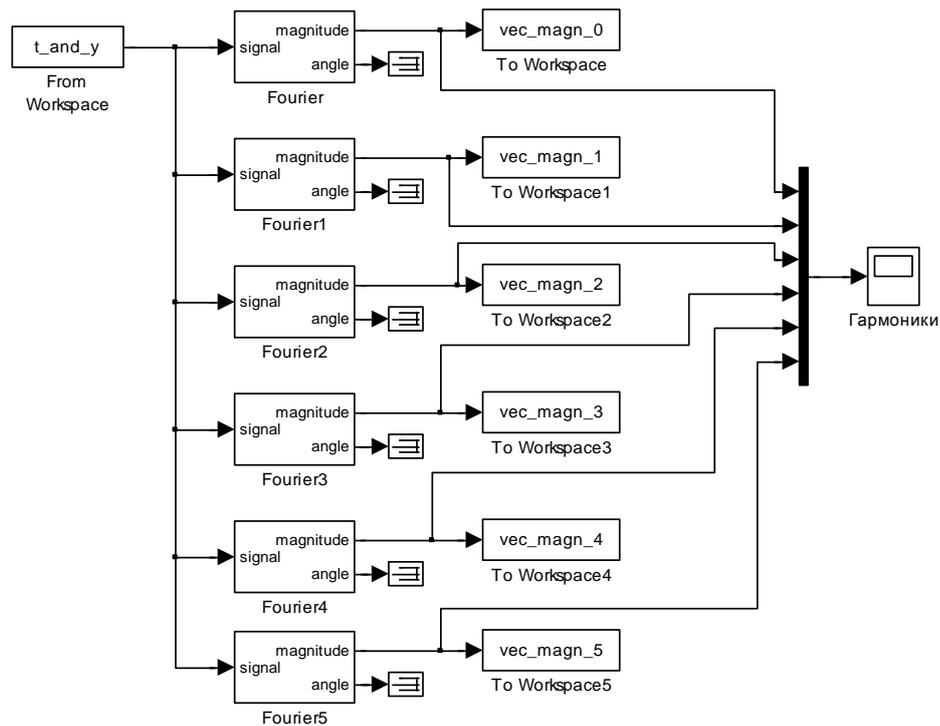


Рис. 3.6. Модель в Simulink, вычисляющая амплитуду гармоник в составе периодического процесса на выходе линейной части (файл R_Fourie.mdl)

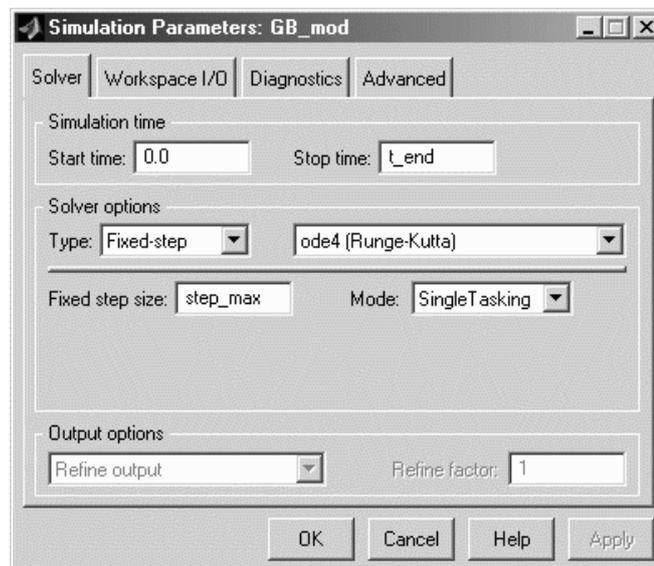


Рис. 3.7. Параметры моделирования для файла GB_mod.mdl

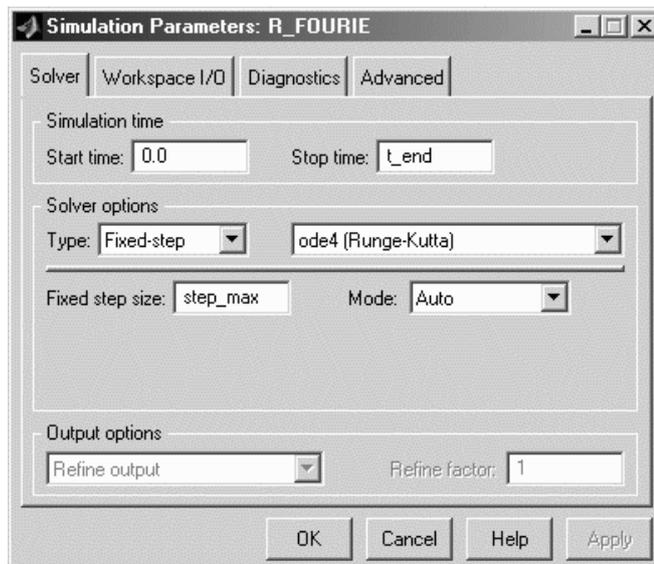
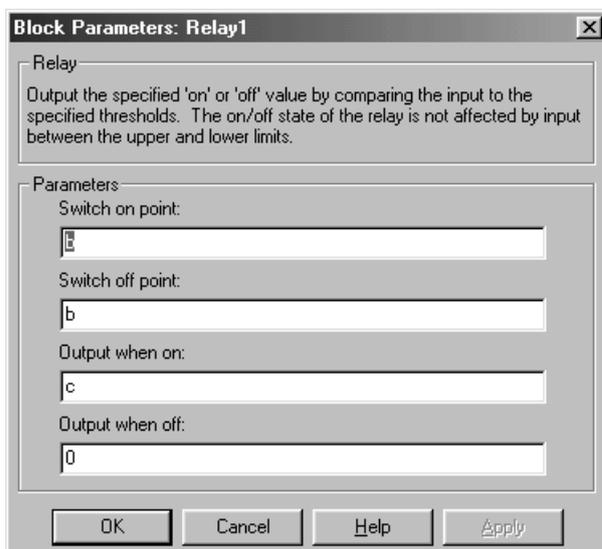
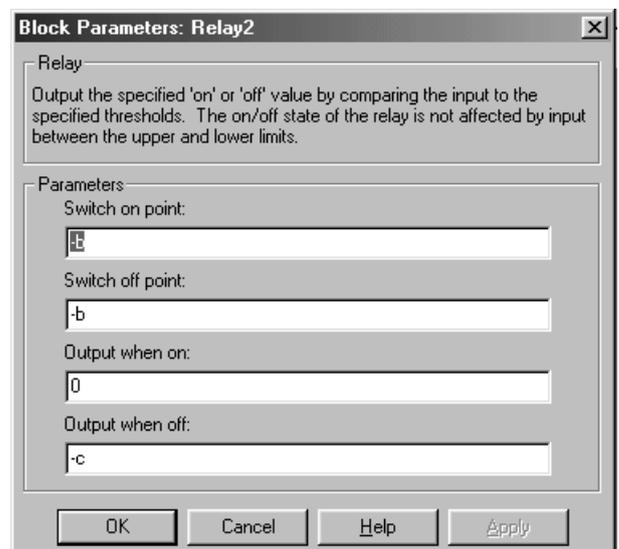


Рис. 3.8. Параметры моделирования для файла R_Fourie.mdl

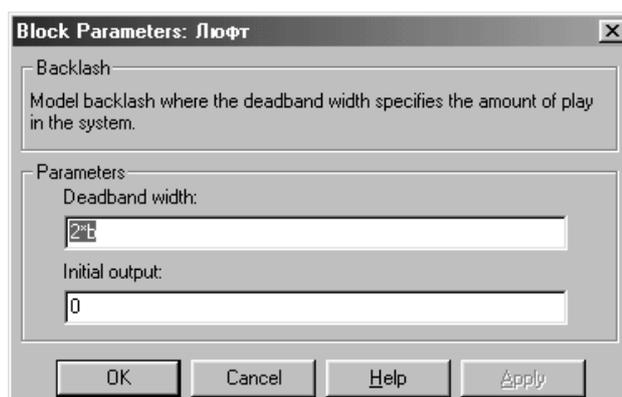


а

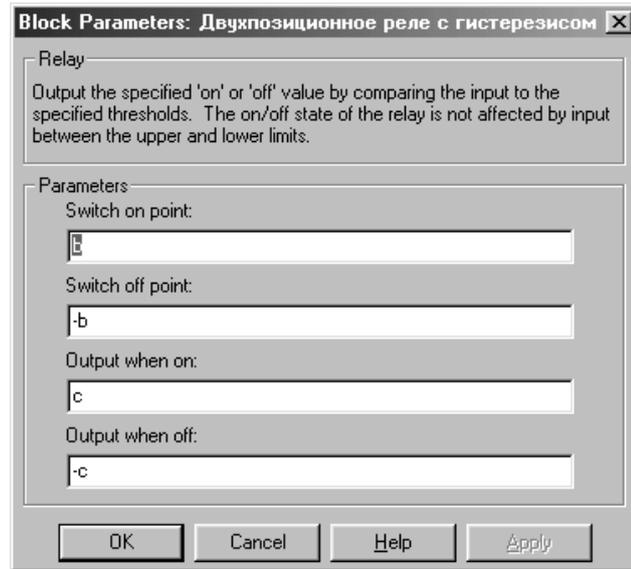


б

Рис. 3.9. Параметры блоков в составе трехпозиционного реле без гистерезиса (файл GB_mod.mdl):
а – блока Relay1; б – блока Relay2



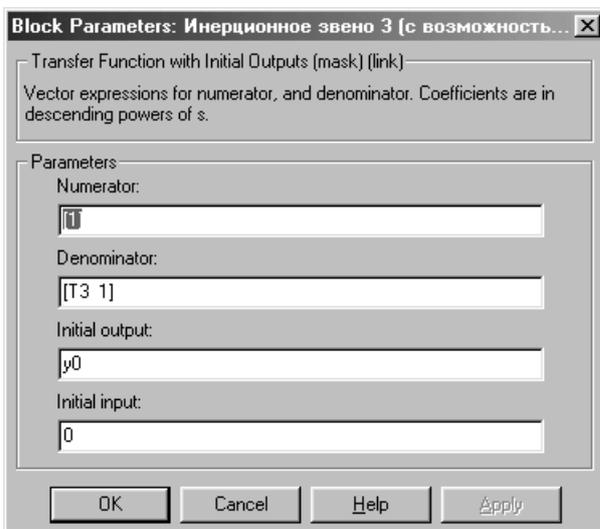
а



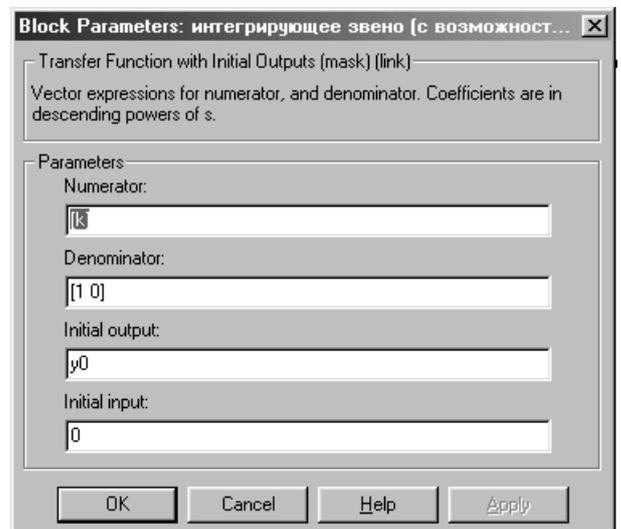
б

Рис. 3.10. Параметры нелинейностей (файл GB_mod.mdl):

а – люфта; б – двухпозиционного реле с гистерезисом



а



б

Рис. 3.11. Параметры блоков линейной части (файл GB_mod.mdl):

а – инерционного звена; б – интегрирующего звена

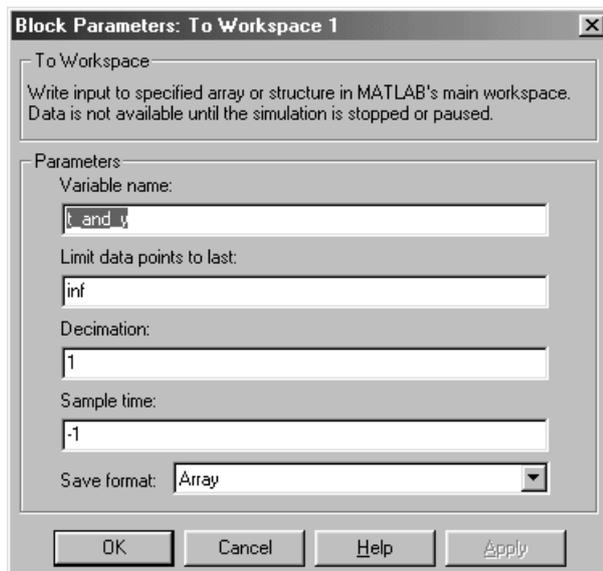
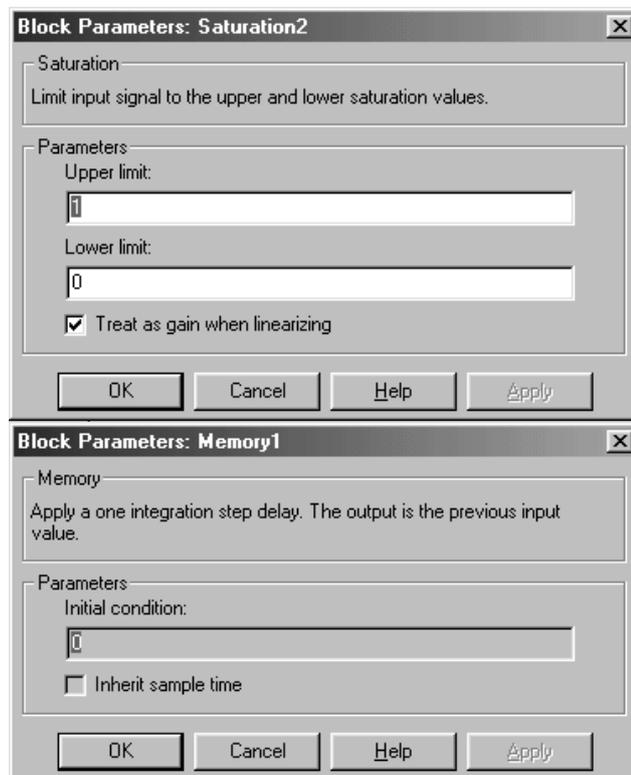


Рис. 3.12. Параметры блока To Workspace (файл GB_mod.mdl)



а

б

Рис. 3.13. Параметры блоков подсистемы определения периода и амплитуды автоколебаний (файл GB_mod.mdl):

а – блока ограничения сигнала Saturation2; б – блока памяти Memory1

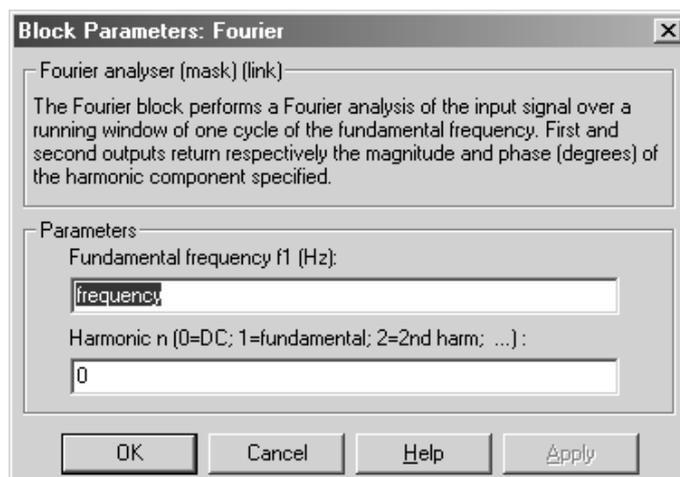


Рис. 3.14. Параметры блока Fourier (файл R_Fourie.mdl)

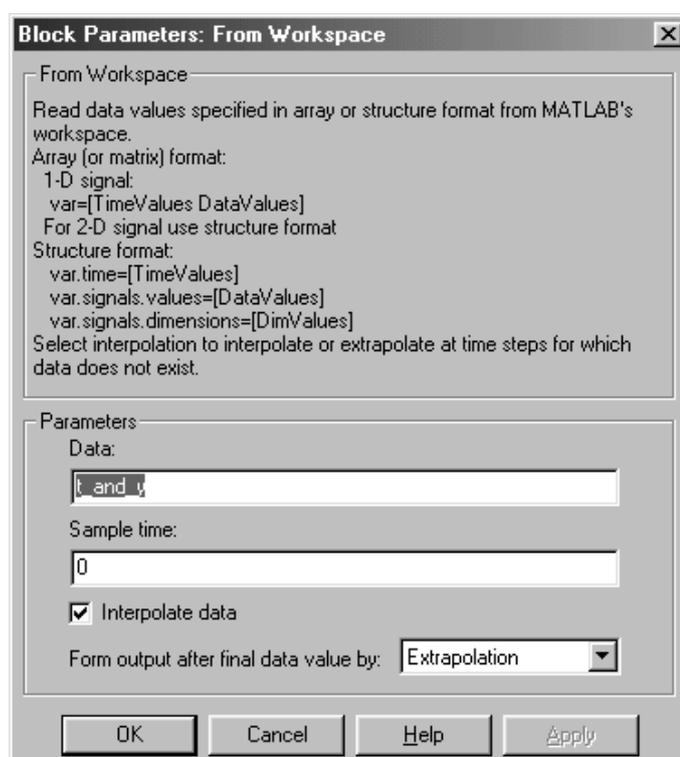


Рис. 3.15. Параметры блока From Workspace (файл R_Fourie.mdl)

Выполнение работы

Модернизируйте файл сценария (m-файл) в соответствии со своим вариантом: установите значения переменных конфигурации, т. е. выберите передаточную функцию линейной части и первую из двух нелинейностей вашего варианта; установите заданные значения параметров ЛЧ и нелинейности.

Запустите m-файл на исполнение. Зафиксируйте совместно воспроизведенные командой plot частотную характеристику линейной части $W_L(-j\omega)$ и характеристику нелинейности $-1/W_N(jA)$. По точкам их пересечения определите A_n и ω_n , используя LTI Viewer.

Оцените устойчивость найденных периодических режимов, задавая различные начальные условия (н.у.) по выходу ЛЧ (для каждого периодического режима достаточно двух значений из окрестности значения A_n – $y(0) < A_n$ и $y(0) > A_n$). Следует провести несколько экспериментов, запуская m-файл с разными значениями н.у. и фиксируя процессы во времени $y(t)$.

Для устойчивого периодического режима зафиксируйте значения амплитуды и частоты автоколебаний, гистограмму с их гармоническим составом и соотношение амплитуд первой и третьей гармоник, при этом с помощью осциллографа “Гармоники”, находящегося в модели R_Fourie.mdl, проконтролируйте достижение амплитудами гармоник своих установившихся значений, т.е. убедитесь в том, что выбранное время моделирования является достаточным для завершения переходных процессов в системе; в противном случае увеличьте его и повторите эксперимент.

Найдите критический коэффициент усиления ЛЧ: подберите такое значение параметра k , при котором точка пересечения характеристик нелинейности и ЛЧ начинает исчезать. Сравните с теоретически рассчитанным значением.

Выберите вторую из двух нелинейностей вашего варианта, установив соответствующее значение конфигурационной переменной `config_nlin` в m-файле, и повторите действия из пп.3.3.2 – 3.3.5.

Содержание отчёта

Вариант задания, схемы моделирования, цель работы.

Материалы, подготовленные по пп.3.2.2 – 3.2.4.

Результаты моделирования (совмещенные характеристики нелинейности и линейной части, построенные на комплексной плоскости, с указанием значений параметров периодических режимов, найденных по точкам пересечения; процессы во времени $y(t)$ при различных вариантах начальных условий с указанием значений параметров установившихся периодических режимов; гистограммы гармонического состава установившихся периодических режимов).

Анализ результатов (нахождение соответствия между результатами предварительной подготовки, графического расчета по методу гармонического баланса и моделирования нелинейной системы в отношении устойчивости/неустойчивости периодических режимов, в отношении значения амплитуды и частоты автоколебаний, значения критического коэффициента).

Выводы (сделать заключение о выполнении/невыполнении гипотезы фильтра, о погрешностях определения значений параметров периодических режимов по методу гармонического баланса).

Отчет оформляется на листах формата А4, допускается рукописное, печатное или комбинированное оформление.

Контрольные вопросы

1. Метод гармонического баланса: назначение, условия применения, основное уравнение.
2. Суть метода гармонической линеаризации и гипотезы фильтра.
3. Метод D-разбиений: основные положения.
4. Определение комплексного передаточного коэффициента нелинейного звена.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Список команд, операторов и функций Matlab, использованных при создании m-файлов

Команды, операторы и функции общего назначения:

- ✓ `clc` – команда очистки командного окна.
- ✓ `clear x` – команда удаления переменной `x` из рабочей области памяти; команда `clear all` служит для удаления всех переменных из памяти.
- ✓ `close` – команда удаления текущего окна с рисунком `Figure`; команда `close all` закрывает все рисунки.
- ✓ `switch...case` – условный оператор; в зависимости от значений `case_expr1`, `case_expr2`, `case_expr3` или других значений переменной `switch_expr` обеспечивает выполнение ряда предусмотренных в каждой ситуации действий `statements`. Синтаксис:

```
switch switch_expr
  case case_expr1
    statement,...,statement
  case case_expr2
    statement,...,statement
  ...
  otherwise
    statement,...,statement
end
```

- ✓ `if` – условный оператор; в зависимости от выполнения или невыполнения логического условия обеспечивает реализацию ряда предусмотренных для каждого случая инструкций. Синтаксис:

```
if Условие
    Инструкции_1
else
    Инструкции_2
end
```

- ✓ while – оператор цикла, обеспечивающий циклическое выполнение команд цикла при истинности некоторого условия. Синтаксис:

```
while Условие
    Инструкции
end
```

- ✓ num2str – функция преобразования числа в символьную строку.

Синтаксис: num2str(x)

- ✓ length – функция вычисления длины вектора.

Синтаксис: length(v)

- ✓ real – функция вычисления действительной части комплексного числа.

Синтаксис: real(z)

- ✓ imag – функция вычисления мнимой части комплексного числа.

Синтаксис: imag(z)

- ✓ open_system – команда открытия модели в Simulink.

Синтаксис: open_system('abc'),

где abc – имя файла модели abc.mdl.

- ✓ sim – команда запуска моделирования открытой в Simulink модели.

Синтаксис sim('abc'),

где abc – имя файла модели abc.mdl.

- ✓ close_system – команда закрытия модели в Simulink.

Синтаксис: close_system('abc',saveflag),

где abc – имя файла модели abc.mdl; saveflag – флаг разрешения сохранения файла перед закрытием (0 – не сохранять файл, 1 – сохранять файл).

✓ `param_value=get_param('abc','param_name')` – функция считывания значения параметра моделирования системы, где `abc` – имя файла модели `abc.mdl`; `param_name` – название параметра моделирования (например, `StopTime` – время окончания моделирования, `MaxStep` – максимальный шаг моделирования при моделировании с переменным шагом); `param_value` – переменная для записи значения параметра.

✓ `set_param('abc','param_name',param_value)` – функция установки значения параметра моделирования, где `abc` – имя файла модели `abc.mdl`; `param_name` – название параметра моделирования; `param_value` – переменная с записанным в нее значением параметра.

Функции создания и преобразования моделей линейных систем с постоянными параметрами (lти-моделей), функции извлечения данных о моделях

✓ `sys = ss(A,B,C,D)` – функция формирования непрерывной модели в ss-форме (в форме пространства состояний), описываемой четверкой матриц $\{A,B,C,D\}$:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= A\bar{x} + B\bar{u}, \\ \bar{y} &= C\bar{x} + D\bar{u}.\end{aligned}$$

✓ `sys = frd(K,w)` – функция описания линейной системы как частотной характеристики, где `sys` – переменная-идентификатор системы; `K` – комплексный передаточный коэффициент $W(j\omega)$ системы; `w` – вектор значений частоты ω .

✓ `ss_sys = ss(sys)` – функция преобразования lти-модели `sys` произвольного подкласса в модель `ss_sys` подкласса `ss`.

✓ `sys_d = c2d(sys_c,T0)` – функция построения дискретной модели `sys_d` непрерывной системы `sys_c` с периодом дискретности `T0` и с использованием экстраполятора нулевого порядка по умолчанию.

✓ $[A,B,C,D] = \text{ssdata}(\text{sys})$ – функция, возвращающая значения четверки матриц $\{A,B,C,D\}$ для lti-объекта sys произвольного подкласса.

✓ $\text{tf_sys} = \text{tf}(\text{sys})$ – функция преобразования произвольной lti-модели sys в модель tf_sys подкласса tf . Модель подкласса tf – это модель, описанная при помощи передаточной функции

$$W(p) = \frac{N_1 p^m + N_2 p^{m-1} + \dots + N_m p + N_{m+1}}{D_1 p^n + D_2 p^{n-1} + \dots + D_n p + D_{n+1}}, \quad m \leq n,$$

а точнее вектором с коэффициентами полинома числителя $\text{num} = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_{m+1}]$ и вектором с коэффициентами полинома знаменателя $\text{den} = [D_1 \ D_2 \ \dots \ D_{n+1}]$.

✓ $[\text{num}, \text{den}] = \text{tfdata}(\text{sys}, 'v')$ – функция, возвращающая числитель num и знаменатель den передаточной функции lti-объекта sys в виде числовых значений векторов-строк, а не в виде описания размерности массива ячеек.

✓ $\text{z_sys} = \text{zpk}(\text{sys})$ – функция преобразования произвольной lti-модели sys в модель подкласса zpk . Модель подкласса zpk – это модель, описанная при помощи нулей, полюсов и коэффициента усиления:

$$W(p) = K \frac{(p - Z_1)(p - Z_2) \dots (p - Z_m)}{(p - P_1)(p - P_2) \dots (p - P_n)}, \quad m \leq n,$$

где Z_1, Z_2, \dots, Z_m – нули системы; P_1, P_2, \dots, P_n – полюсы системы; K – обобщенный коэффициент передачи.

✓ $[\text{z}, \text{pl}, \text{k}] = \text{zpkdata}(\text{sys}, 'v')$ – функция, возвращающая нули z , полюсы pl и коэффициент усиления k lti-объекта sys , причем z и pl – в виде числовых значений векторов-столбцов, а не в виде описания размерности массива ячеек.

✓ $\text{eig}(A)$ – функция нахождения собственных чисел матрицы A .

✓ $\text{p} = \text{tf}('p')$ – функция, служащая для задания переменной преобразования Лапласа при описании lti-объекта в виде передаточной функции.

✓ $p = \text{zpk}('p')$ – функция, служащая для задания переменной преобразования Лапласа при описании lti-объекта при помощи нулей, полюсов и коэффициента усиления.

Функции синтеза контуров управления с обратной связью

✓ $[L, \text{pres}, \text{message}] = \text{place}(A, B, p1)$ – функция, рассчитывающая матрицу коэффициентов обратных связей L , которая обеспечивает желаемое расположение $p1$ полюсов системы; также она возвращает оценку pres близости собственных значений найденной замкнутой системы к их желаемым значениям (число точных десятичных цифр у полюсов найденной замкнутой системы) и в случае, если некоторые ненулевые полюсы замкнутой системы отличаются от желаемых значений более чем на 10%, выдает предупреждающее сообщение message . Уравнение управляющего воздействия для системы в замкнутом состоянии имеет вид

$$u = -L\bar{x},$$

где u – управляющее воздействие;

x – вектор состояния управляемого объекта.

Функция применима как к непрерывным, так и дискретным моделям динамических систем. Недостаток – при использовании функции place полюсы замкнутой системы требуется назначать некратными.

✓ $L = \text{acker}(A, B, p1)$ – функция, предназначенная для расчета вектора L коэффициентов обратных связей, который для заданной одномерной системы вида

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= A\bar{x} + B\bar{u}, \\ y &= C\bar{x} + D\bar{u}\end{aligned}$$

обеспечивает желаемое расположение полюсов, задаваемое вектором $p1$, используя уравнение вида $u = -L\bar{x}$. Расчет выполняется на основе формулы Аккермана таким образом, что собственные значения матрицы замкнутой системы $A - BL$ равны элементам вектора $p1$ с точностью до порядка следования.

Функция применима как к непрерывным, так и дискретным моделям одномерных динамических систем, причем пара матриц (A, B) должна быть управляемой. Этот метод в вычислительном отношении плохо обусловлен и приводит к значительным погрешностям, когда порядок динамической системы становится большим пяти и в случае плохо управляемых систем. Для более точных и надежных вычислений рекомендуется использовать функцию `place`.

Функции `acker` и `place` могут быть применены и для расчета вектора K коэффициентов обратных связей наблюдателя при оценивании вектора переменных состояния системы, если при обращении к ним использовать сопряженную систему A^T, C^T . Например, $K = \text{place}(A', C', p1)$.

✓ `observ = estim(sys,K,1,1)` – функция, формирующая наблюдающее устройство для объекта с одним измеряемым выходом и одним известным входом. Полученный наблюдатель `observ` генерирует оценки переменных состояния и выхода объекта управления \hat{x} и \hat{y} в соответствии с уравнениями

$$\dot{\hat{x}} = (A - KC) \hat{x} + B \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ E \end{bmatrix} \hat{x}.$$

Данная функция применима как к непрерывным, так и к дискретным моделям.

Функции, используемые для построения графиков

✓ `figure` – команда, которая служит для создания пустого графического окна и отображения его на экране. Окно становится текущим, т. е. все последующие графические функции будут осуществлять построение графиков в этом окне. Для получения нового графического окна следует снова использовать `figure`.

✓ `plot(X1,Y1,LineStyle1,X2,Y2,LineStyle2,...'MarkerSize',M_size)` – позволяет строить один или несколько графиков, изменять цвет и стиль линий и добавлять маркеры на каждый график, устанавливать размер маркеров. Дополни-

тельный аргумент `LineStyle`, помещаемый за каждой парой векторов, – это заключенный в апострофы набор из трех символов, которые определяют цвет, тип маркера и тип линии. Могут быть использованы как все три позиции, так и одна или две, в зависимости от требуемых изменений. В таблице А приведены возможные значения данного аргумента с указанием результата.

✓ `bar(x,y)` – команда построения гистограммы, где x – вектор значений аргумента; y – вектор значений функции $y = f(x)$.

✓ `set(0,'ShowHiddenHandles','on'); delete(get(0,'Children'))` – последовательность команд для удаления всех графических окон; команда `set(0,'ShowHiddenHandles','on')` позволяет найти все (в т. ч. и скрытые) графические окна, а команда `delete(get(0,'Children'))` удаляет их.

✓ `hold on` – команда, позволяющая выводить несколько графиков в одно окно.

Свойства линии

Символ	Цвет	Символ	Тип маркера	Символ	Тип линии
y	Желтый	.	Точка	-	Сплошная
m	Розовый	o	Кружок	:	Пунктирная
c	Голубой	x	Крестик	-.	Штрих-пунктирная
r	Красный	+	Знак «плюс»	--	Штриховая
g	Зеленый	*	Звездочка		
b	Синий	s	Квадрат		
w	Белый	d	Ромб		
k	Черный	v	Треугольник вершиной вниз		
		^	Треугольник вершиной вверх		
		<	Треугольник вершиной влево		
		>	Треугольник вершиной вправо		
		p	Пятиконечная звезда		
		h	Шестиконечная звезда		

- ✓ `xlabel('s'), ylabel('s')` – функции создания подписей для осей графика.
- ✓ `title('s')` – функция создания заголовка графика.
- ✓ `axis([xmin xmax ymin ymax])` – назначение пределов по оси абсцисс x и оси ординат y двумерного графика.
- ✓ `legend('s1', 's2', ..., position)` – функция размещения на рисунке легенды с информацией о линиях, с помощью которых построены графики. Ее применение необходимо в случае наличия на рисунке нескольких графиков. Порядок и количество аргументов должны соответствовать порядку вывода графиков и их количеству. Последним дополнительным аргументом `legend` может быть положение легенды в графическом окне.
- ✓ `grid on` – команда включения сетки.

✓ `ltiview('plottype',sys1,LineSpec1,sys2,LineSpec2,...)`– функция вызова LTI Viewer (средства графического интерфейса пользователя, используемого при расчете и анализе lti-систем). В качестве первого аргумента данной функции указывается тип выводимой на график характеристики:

- 'bode' – совмещенные в одном графическом окне АЧХ и ФЧХ системы;
- 'nyquist' – АФХ системы;
- 'impulse' – импульсная характеристика системы;
- 'step' – переходная характеристика системы.

При указании нескольких типов характеристик в фигурных скобках, например `{'bode';'nyquist'}`, графическое окно будет разбито на подокна, содержащие характеристики этих типов.

В одно графическое окно или подокно может быть выведено несколько однотипных характеристик, принадлежащих разным системам `sys1, sys2,...`, можно указать спецификацию линии каждого графика `LineSpec` (цвет и тип линии, тип маркеров).

При построении переходного процесса для системы `sys` можно отказаться от автоматического определения времени наблюдения и указать дополнительный аргумент `Tfinal`, содержащий конечное значение времени наблюдения: `ltiview('step',sys,Tfinal)`.

Настройки LTI Viewer доступны через команды меню в верхней части графического окна, а также через дополнительное меню, вызываемое нажатием правой клавиши мыши при установке указателя на нужном рисунке. Например, при выполнении команды `Properties` дополнительного меню появляется окно "Property Editor", где во вкладке `Characteristics` можно выбрать опцию вычисления максимума переходного процесса (`Peak Response`), времени переходного процесса (`Setting Time`), времени нарастания (`Rise Time`), установившегося значения (`Steady State`). Включение сетки, масштабирование и копирование рисунка, ряд других операций также доступны через команды меню.

Содержание

Введение	3
Лабораторная работа №1	
Изучение типичных нелинейностей.	3
Лабораторная работа №2	
Исследование нелинейных систем методом фазовой плоскости	20
Лабораторная работа №3	
Исследование нелинейных систем методом гармонического баланса	32
Приложение	
Список команд, операторов и функций Matlab, использованных при создании m-файлов	53