

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

*А. Д. Поздняков, В. А. Поздняков*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ  
АЛГОРИТМИЧЕСКИХ МЕТОДОВ  
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
РАДИОСИГНАЛОВ**

*Практикум*



Владимир 2012

УДК 004.94  
ББК 32.97  
П47

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор  
зав. кафедрой радиотехники и радиосистем  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых  
*О.Р. Никитин*

Доктор физико-математических наук, профессор,  
зав. кафедрой теоретической физики  
Владимирского государственного гуманитарного университета  
*В.Г. Рау*

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**Поздняков, А.Д.**

П47 Моделирование алгоритмических методов определения параметров радиосигналов : практикум / А. Д. Поздняков, В. А. Поздняков ; Владим. гос. ун-т имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2012. – 114 с.  
ISBN 978-5-9984-0195-4

Рассмотрены алгоритмы и интерфейсы программ компьютерного моделирования методов оценки параметров радиосигналов, которые позволяют определить области их рационального использования и оценить влияние на точность определения параметров различных факторов, таких как разрядность АЦП, уровень шумов, объем выборки, вид накладываемого окна, нелинейные искажения сигнала и др.

Предназначен для подготовки студентов в области проектирования компьютерных испытательных систем различного назначения. Рекомендуется для студентов 4-5-го курсов всех форм обучения направлений «Радиотехника» и «Телекоммуникации».

Рекомендован для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения.

Табл. 4. Ил. 59. Библиогр. 9 назв.

УДК 004.94  
ББК 32.97

ISBN 978-5-9984-0195-4

© ВлГУ, 2012

## Предисловие

*Современные компьютерные технологии позволяют с наименьшими затратами обеспечить высокое качество, точность и достоверность результатов испытаний [1 – 3,9]. Простота интегрирования компьютерных систем с внешними устройствами предоставляет пользователю широкие возможности. Вычислительная мощь персонального компьютера (ПК) позволяет подвергать собранные с его помощью данные практически любой, даже очень сложной обработке. Такой подход соответствует современным задачам технологического контроля и испытаний, непрерывного эксплуатационного мониторинга, потребностям научных лабораторий в проведении длительных экспериментальных исследований.*

*Относительно недавно возникшие технологии виртуальных приборов (ВП) – это реальная альтернатива привычным приборно-модульным комплексам. Виртуальные системы представляют собой гибкую совокупность аппаратно-программных средств, основой которых служит ПК, обеспечивающий алгоритмические измерения, управление экспериментом, цифровую обработку данных, передачу и хранение информации. Суть нового подхода заключается в алгоритмизации измерений, при которых результат получается*

*путем вычислений, т.е. на программном уровне при минимуме аппаратных средств. Основой становится ПК, который дополняется аналоговыми и цифровыми адаптерами ввода-вывода.*

*В пособии приведены программы моделирования вычислительных алгоритмов оценки параметров радиосигналов, эффективно функционирующих в реальном времени и имеющих метрологические характеристики, достаточные для многих практических приложений.*

*Основное внимание уделено методам оценки параметров радиосигналов с преобразованиями по Фурье и Гильберту. Переход в частотную область позволяет применить вычислительные алгоритмы «очистки» неидеального сигнала от высших гармоник, шумов и паразитной модуляции. Кроме того, при оценке параметров можно использовать всю базу полученных дискретных отсчетов, т.е. реализовать обработку без потерь данных.*

# 1. ТРАНСФОРМАЦИЯ СПЕКТРА СИГНАЛА ПРИ СТРОБИРУЮЩЕМ АНАЛОГО-ЦИФРОВОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ

**1.1. Цель работы:** исследование особенностей переноса гармоник сигнала в область промежуточных частот (ПЧ) при стробирующем аналого-цифровом преобразовании (АЦП).

## 1.2. Теоретические сведения

При стробирующем аналого-цифровом преобразовании с частотой дискретизации  $f_\delta$  спектр сигнала переносится в область ПЧ от 0 до  $f_\delta/2$ . Дискретизация приводит к тому, что амплитудный спектр сигнала бесконечно повторяется на частотной оси с периодом, равным  $f_\delta = 1/T_\delta$ . При этом шаг частотной сетки определяется шагом дискретизации  $f_\delta$  и объемом выборки  $N$ :  $\Delta f = f_\delta / N = 1/(NT_\delta)$ .

### *Рабочие области частот стробирующего АЦП*

Рассмотрим области рабочих частот стробирующего АЦП, когда его время выборки значительно меньше периода дискретизации, т.е. реальная полоса пропускания значительно шире половины частоты дискретизации. При этом возможны следующие варианты стробирующего аналого-цифрового преобразования и соответствующие им рабочие области частот:

**Диапазон 1.** Период дискретизации значительно меньше периода максимальной гармоники сигнала или частота дискретизации значительно выше максимальной рабочей частоты сигнала, т.е.  $f_\delta \gg f_{c\max}$ . Это диапазон «низких» рабочих частот можно считать наиболее освоенным, поскольку в литературе приведены оценки погрешностей применительно к конкретным задачам. В этом диапазоне можно восстановить сигнал путем интерполяции и оценить его характеристики во временной области. Время сбора массива данных равно максимальному интервалу восстановления функции, например, периоду

гармонического, полигармонического или модулирующего сигнала. Будем далее называть этот диапазон частот диапазоном интерполяции сигнала (ДИС).

**Диапазон 2.** Период дискретизации близок к целому числу периодов сигнала, но не равен ему. При каждом повторении целого числа периодов сигнала интервал стробирующего аналого-цифрового преобразования (САЦП) сдвигается во времени и таким образом сигнал последовательно считывается по точкам. Эквивалентный период дискретизации определяется теоремой Котельникова, однако на практике при восстановлении сигнала во временной области сдвиг ограничивается теми же условиями, что и для ДИС. Будем далее называть этот диапазон частот диапазоном синхронизированного стробирования (ДСС), или линейной трансформации временного и частотного масштаба сигнала. В указанном диапазоне могут применяться методы обработки в частотной области, хотя обычно работают во временной области. Трансформированный сигнал можно восстановить путем интерполяции; при правильном выборе частоты дискретизации ( $cf_\delta < af_c$  или  $cf_\delta > bf_c$ , где  $a$  и  $c$  – целые положительные числа) огибающая полученных отсчетов повторяет форму исходного сигнала. В практических приложениях широко используется «верхний» поддиапазон, когда гармоника сигнала по частоте выше гармоники дискретизации, так как в этом случае при восстановлении сигнала сохраняется направление оси времени.

**Диапазон 3.** Частота дискретизации выше максимальной рабочей частоты или гармоники сигнала, а именно:  $f_\delta > 2f_{c\max}$ . При этом теоретически можно восстановить сигнал без искажений, если массив собранных данных позволяет получить все его спектральные компоненты. Будем далее называть этот диапазон частот диапазоном восстановления по Котельникову (ДВК), он может накладываться на ДИС в низкочастотной области, что позволяет путем выбора или комбинирования оптимизировать обработку массива полученных цифровых данных. Этот диапазон частот, как правило, указан во всех литературных источниках, однако его практическое использование затруднено в связи с отсутствием детального описания реализуемых алгоритмов и информации по погрешностям.

**Диапазон 4.** Период дискретизации может принимать значения в

широких пределах кроме некоторых «кратных» величин, определяемых исходя из особенностей спектра сигнала, в том числе он не должен быть равен целому числу полупериодов сигнала. При каждом повторении целого числа периодов сигнала интервал САЦП сдвигается во времени таким образом, чтобы получить массив неповторяющихся данных мгновенных значений сигнала без какой-либо обязательной временной последовательности. Будем далее называть этот диапазон частот диапазоном несинхронизированного стробирования (ДНС), или нелинейной трансформации временного и частотного масштаба сигнала, когда каждая точка, как во временной, так и в частотной области получается в результате реализации вычислительных процедур.

Рабочие области частот, используемые при стробирующем аналого-цифровом преобразовании, приведены на рис. 1.1, *a – в*. Предполагается, что реальная верхняя рабочая частота  $f_B$  ограничивается длительностью считывания мгновенного значения сигнала или длительностью одной выборки АЦП  $t_{АЦП}$ . При этом нужен дополнительный запас, так как реально за время выборки сигнал интегрируется, и чем короче  $t_{АЦП}$ , тем более точно считается мгновенное значение, т.е.  $f_B \ll 1/t_{АЦП}$ .

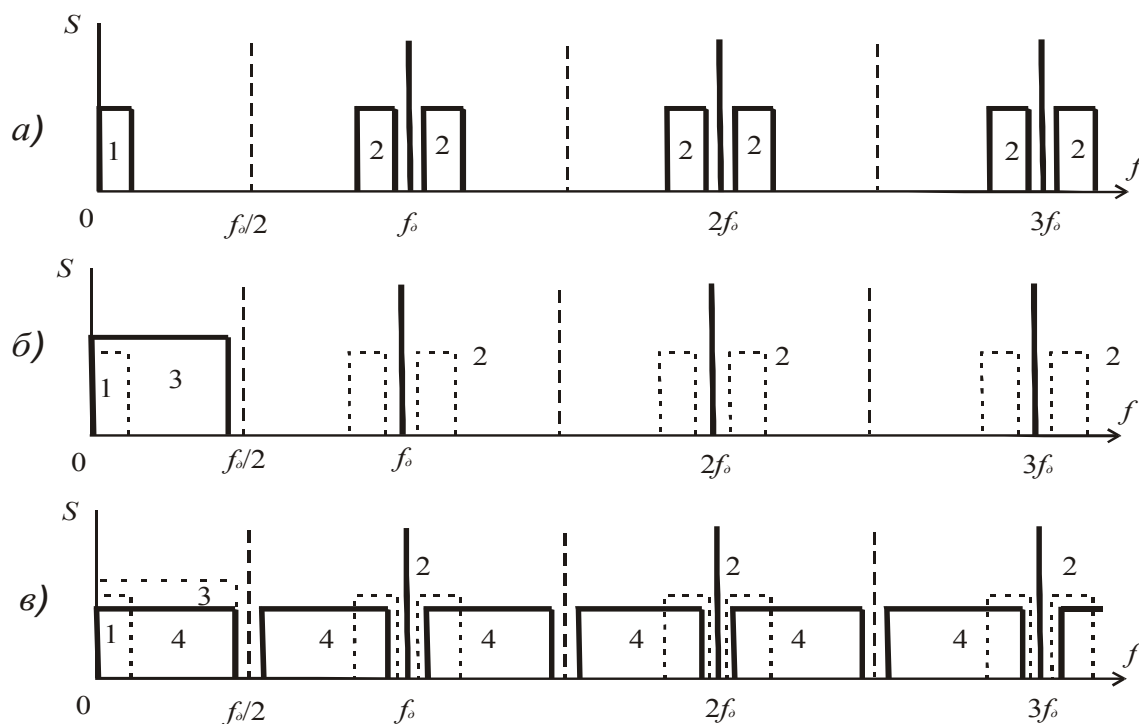


Рис. 1.1. Области рабочих частот АЦП

### *Особенности работы в ДИС (во временной области)*

При широко применяемой линейной интерполяции соседние дискретные точки на графике восстанавливаемой функции соединяют прямыми линиями. Наибольшая погрешность при этом будет получена там, где модуль второй производной функции максимален. Для синусоиды наибольшая погрешность будет наблюдаться в районах экстремумов, когда два соседних отсчета располагаются симметрично относительно точки экстремума. Интерполирующая линия пройдет горизонтально и погрешность может быть найдена как разность между амплитудой синусоиды и ее значением, соответствующим одному из отсчетов. Наибольшую приведенную к амплитуде погрешность восстановления синусоиды с частотой  $f_c$

можно оценить по формуле  $\gamma_\partial = 1 - \cos \frac{\pi}{N_T} \approx \frac{\pi^2}{2N_T^2}$ , где  $N_T = 1/(f_c T_\partial)$  – отношение периода сигнала ( $1/f_c$ ) к интервалу дискретизации  $T_\partial$  (предполагается, что  $N_T \gg 1$ ).

Отсюда следует, что  $N_T \geq \pi / \sqrt{2\gamma_\partial}$ .

При допустимой погрешности восстановления синусоиды, равной 1%, потребуется не менее 23 отсчетов на один период. Если необходимо повысить точность на два порядка, то число отсчетов следует увеличить на порядок.

При восстановлении модулированного сигнала необходимо собрать массив данных на периоде модулирующей частоты  $T_M$ , получая на периоде несущей не менее  $N_T$  отсчетов. Например, если  $T_M/T_C = 10^5$  (несущая частота 100 МГц, модулирующая частота 1000 Гц), то потребуется обработать  $10^5 N_T$  отсчетов. При заданной допустимой погрешности восстановления период дискретизации можно найти по формуле

$$T_\partial \leq \sqrt{2\gamma_\partial} / \pi.$$

При возможном выборе частоты дискретизации от  $f_{\partial \min}$  до  $f_{\partial \max}$  максимальная частота сигнала или высшей гармоники в спектре сигнала

$$f_{c \max} \leq f_{\partial \max} \sqrt{2\gamma_\partial} / \pi.$$



Например, для допустимой погрешности 1% и частоты дискретизации 100 МГц максимальная рабочая частота сигнала будет только 4,45 МГц.

Минимальная рабочая частота первой гармоники сигнала может быть сколь угодно малой, поскольку даже если АЦП имеет ограничение по установке  $f_{\text{dmin}}$  в процессе обработки можно отбирать данные с прореживанием, например, брать каждый 100-й отсчет. Можно считать, что в ДИС полоса пропускания начинается с постоянного напряжения. Линейная интерполяция реализуется технически просто, она позволяет воспроизводить исходную кривую непосредственно в процессе эксперимента.

#### *Особенности работы в ДСС (во временной области)*

Из теории спектров известно, что при изменении масштаба времени электрического сигнала  $f(t)$  в  $q$  раз масштаб частот спектральных составляющих сигнала меняется в  $1/q$  раз. Таким образом, сжатие спектра электрического сигнала без изменения его формы возможно лишь при пропорциональном временном расширении этого сигнала. Величина  $q$ , показывающая отношение длительности преобразованного сигнала к длительности входного сигнала, называется коэффициентом трансформации. Такое преобразование спектра и временного масштаба сигнала называется линейным, хотя линейные цепи с постоянными параметрами принципиально непригодны для линейного преобразования.

Для неискаженного линейного преобразования сложного сигнала необходимо, чтобы частоты и амплитуды всех его гармоник в процессе преобразования изменились соответственно в  $q$  и  $K$  раз, а фазовые сдвиги – пропорционально значениям частоты. Линейное преобразование временного масштаба электрических сигналов произвольной формы возможно в частотно-независимых цепях, осуществляющих задержку сигнала, линейно изменяющуюся во времени по закону  $\tau(t) = \tau + vt$ . Максимальный сдвиг стробимпульса относительно сигнала при каждом его повторении (шаг считывания  $\Delta t$ ) определяется теоремой Котельникова.

На выходе стробоскопического преобразователя образуется по-

следовательность расширенных импульсов напряжения, огибающая амплитуд которых повторяет форму исходного сигнала. Так как считывание дискретных значений сигнала происходит в течение многих его повторений, то длительность полученного сигнала значительно больше длительности исходного.

Заменить аналоговое стробоскопическое преобразование можно цифровым, реализуемым на уровне вычислительных процедур по данным мгновенных отсчетов сигнала, получаемых с помощью стробирующего АЦП. Пусть на вход АЦП подан периодический сигнал, частота повторения которого незначительно выше или ниже какой-то гармоники частоты дискретизации, а частота высшей гармоники сигнала отличается от ближайшей гармоники частоты дискретизации менее чем на  $f_{\delta}/2$ . При этом частоты всех составляющих входного сигнала уменьшаются в одинаковое число раз:

$$q = \frac{af_c}{|af_c - cf_{\delta}|} = \frac{af_c}{f_{np.a}},$$

где  $a$  и  $c$  – заданные целые числа (индексы выборки);  $f_{np.a}$  – частота преобразованного сигнала для гармоники  $a$ .

Приведенное выражение позволяет для  $q > 1$  выразить значения частот дискретизации и сигнала:

$$f_{\delta} = \frac{af_c(q \pm 1)}{qc} = f_c \frac{a}{c} \left(1 \pm \frac{1}{q}\right); \quad f_c = f_{\delta} \frac{cq}{a(q \pm 1)}.$$

Оценить границы рабочего диапазона частот при восстановлении сигнала во временной области можно по тем же соображениям, что были сделаны в диапазоне 1 (ДИС). Максимальная частота сигнала или его высшей гармоники определяется полосой пропускания АЦП:

$$f_{c \max} = f_B = \max \left\{ cf_{\delta} \frac{q}{q \pm 1} \right\}.$$

При заданной приведенной к амплитуде погрешности восстановления синусоиды отношение максимального эквивалентного интервала между соседними выборками АЦП  $\Delta t$  к минимальному периоду сигнала может быть найдено по формуле

$$\Delta t / T_{c \min} \leq \sqrt{2\gamma_{\delta}} / \pi.$$

При этом предполагается, что точность установки требуемой частоты дискретизации от  $f_{\text{dmin}}$  до  $f_{\text{dmax}}$  позволяет получить соседние отсчеты со сдвигом  $\Delta t$ . Тогда максимальная частота сигнала или высшей гармоники в спектре сигнала может быть найдена по формуле

$$f_{c \text{ max}} \leq \sqrt{2\gamma_{\text{d}}} / (\pi\Delta t).$$

Как и в ДИС минимальная частота сигнала может быть сколь угодно малой, если реализовать прореживание данных. Практически можно работать от постоянного напряжения.

Применение вычислительных средств позволяет легко изменить направление оси времени и дополнительно работать в «нижнем» поддиапазоне, когда каждая гармоника сигнала по частоте ниже соответствующей гармоники дискретизации. Только одно это действие расширяет диапазон рабочих частот АЦП в два раза.

Стробирующий высокочастотный АЦП с регулируемой частотой дискретизации позволяет решить многие проблемы на вычислительном (программном) уровне и реализовать трансформацию спектра и временного масштаба без применения сложных цепей задержки, синхронизации и фильтрации.

#### *Особенности работы в ДВК (в частотной области)*

При работе в диапазоне 3 с восстановлением сигнала по Котельникову частота дискретизации должна быть в два раза больше частоты наивысшей гармоники; при этом теоретически эта и все низшие гармоники будут восстанавливаться без погрешности. Восстановление по Котельникову возможно только после получения всех точек исследуемой кривой, т.е. путем вычислительной процедуры, примененной к массиву данных, собранных в требуемом объеме.

Хотя для восстановления сигнала без искажений можно воспользоваться рядом Котельникова, в литературе в основном предлагаются методы работы и спектрального анализа сигнала, базирующиеся на дискретном преобразовании Фурье (ДПФ). Это обусловлено целым рядом преимуществ ДПФ, в том числе наличием готовых математических решений на уровне подпрограмм и функций, реализованных и адаптированных для конкретных процессоров и языков программиро-

вания высокого уровня. Задача анализа в спектральной области и восстановления сигнала имеет различные варианты решения в зависимости от целей и объема выборки, от числа периодов сигнала по которым сделана выборка и т.д. Спектр сигнала на выходе АЦП должен быть расположен в диапазоне частот от 0 до  $f_d/2$ . Реальный диапазон уже, так как нижняя и верхняя границы рабочих частот ( $f_{cmin}$  и  $f_{cmax}$ ) в ДВК зависят от исследуемых характеристик сигнала, допустимых значений времени сбора данных  $T_{сд}$ , объема выборки  $N$ , ширины спектра сигнала и параметров реализуемого ДПФ.

Если работа осуществляется в высокочастотной части ДВК, число точек дискретизации на период сигнала невелико и для получения заданного объема выборки приходится осуществлять сбор данных на большом числе периодов. В общем случае частота сигнала неизвестна, поэтому преобразование Фурье осуществляется на нецелом числе периодов, что приводит к известному явлению «растекания» спектра. Для уменьшения растекания необходимо наложить на массив полученных дискретных отсчетов временное прямоугольное окно (Хемминга, Кайзера и др.). При расчетах учесть растекание можно путем уменьшения сверху и снизу границ допустимых рабочих частот на величину  $bf_d/N$ . С учетом «растекания» спектра скорректированная верхняя граница рабочих частот будет  $f_d/2 - bf_d/N$ . Величина  $b$  показывает, на какое число спектральных составляющих растекается спектр, а также минимально допустимое количество периодов сигнала в окне преобразования. Реальные значения  $b$  в зависимости от задачи для временных окон Хемминга, Ханна и Кайзера могут лежать в пределах от 1 до 15. Как показало моделирование, для получения высокой точности необходимо не менее чем 7 – 10 периодов сигнала или огибающей, если сигнал модулированный.

Когда сбор данных осуществляется в низкочастотной части ДВК, число точек дискретизации на период сигнала может быть большим. При необходимости можно реализовать процедуру прореживания числа точек в заданное число раз. В этом случае нижняя рабочая граница частот равна  $bf_d/N$ . Минимальная рабочая частота сигнала  $f_{cmin}$  может быть достаточно низкой, поскольку даже если АЦП имеет

ограничение по установке  $f_{\delta\min}$  в процессе обработки можно данные прореживать. Для допустимых значений максимального времени сбора данных  $T_{CD\max}$  и минимального объема выборки  $N_{\min}$  необходимо, чтобы

$$f_{c\min} > N_{\min} / T_{CD\max}.$$

Однако если имеется утечка, то необходимо дополнительно учесть диапазон растекания по частоте  $bf_{\delta}/N$ , который тем уже, чем больше объем выборки, поэтому одним из способов расширения диапазона рабочих частот может быть увеличение объема выборки. С учетом растекания в сетку частот ДПФ основная компонента сигнала попадет, если

$$f_{c\min} > bf_{\delta} / N_{\min}.$$

#### *Особенности работы в ДНС (во временной и частотной области)*

В диапазоне 4 могут применяться методы восстановления и анализа сигнала, как во временной, так и в частотной области. Если рассмотреть процесс несинхронизированного стробирования в частотной области, то главное требование состоит в том, что все спектральные линии преобразованного сигнала должны попасть в диапазон  $0 < f_{np} < f_{\delta} / 2$ , причем все их компоненты с учетом растекания не должны накладываться друг на друга. На рис. 1.2 показан амплитудно-модулированный (АМ) сигнал и особенности его преобразования на двух отличающихся частотах дискретизации АЦП при условии, что имеются нелинейные искажения несущей, которая представлена первой и второй гармониками  $f_{c1}$  и  $f_{c2}$ .

На рис. 1.2, а и 1.2, б приведены спектры для такой частоты дискретизации АЦП, при которой реализуется линейное стробоскопическое преобразование, когда все частотные компоненты сигнала трансформируются в область ПЧ с одинаковым сжатием временного и частотного масштаба. Однако на данной  $f_{\delta}$  имеется зона близкого расположения соседних спектральных компонент, где они могут накладываться друг на друга.

На рис. 1.2, в и 1.2, г приведены спектры для другой частоты дискретизации АЦП, при которой реализуется нелинейное стробоскопическое преобразование, когда все частотные компоненты сигнала

трансформируются в область ПЧ с неодинаковым сжатием временного и частотного масштаба. Здесь для новой  $f_{\delta}$  нет близко расположенных спектральных компонент, что позволяет правильно оценить характеристики сигнала.

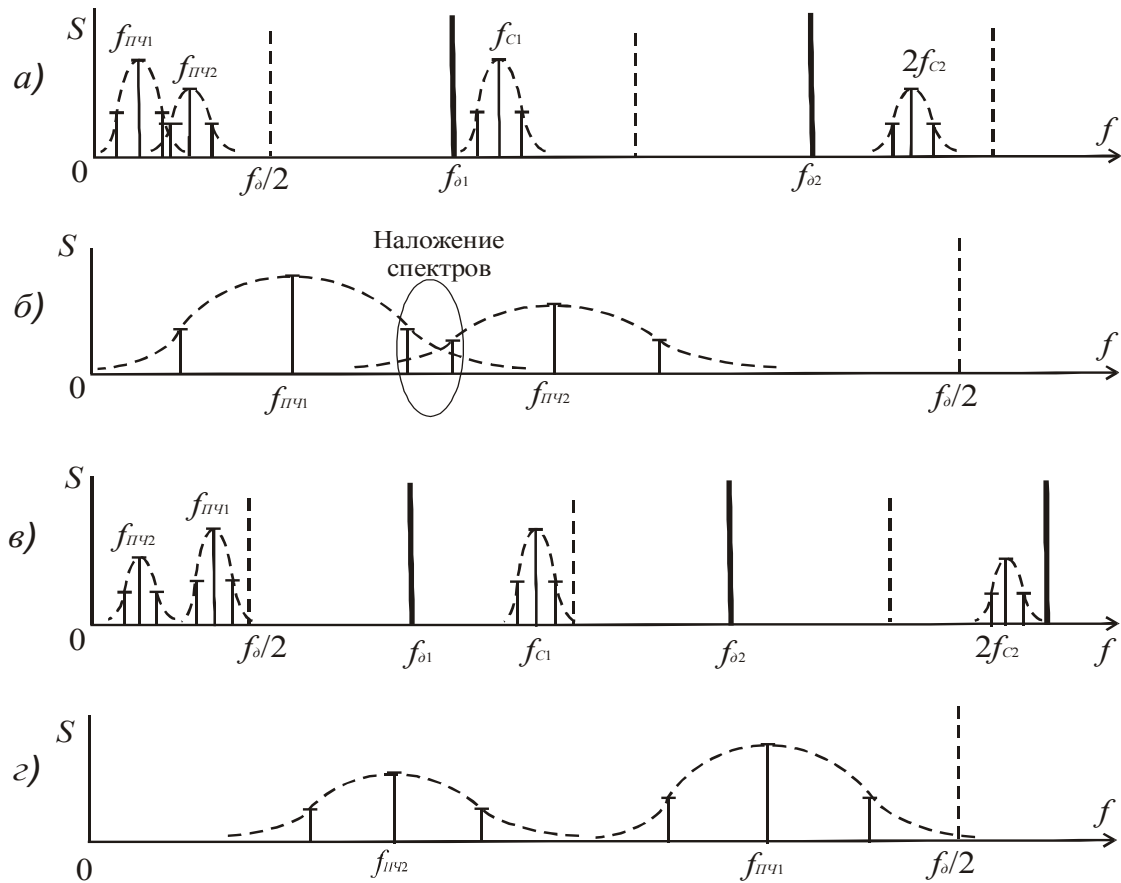


Рис. 1.2. Линейное и нелинейное стробоскопическое преобразование

Верхняя граница рабочих частот в ДНС определяется теми же требованиями, что и для ДСС, т.е. она зависит от времени выборки АЦП, но для фиксированного значения частоты дискретизации область работоспособности значительно расширяется. Следовательно, в ДНС менее жесткие требования к диапазону и шагу перестройки  $f_{\delta}$ , кроме того, при изменениях частоты сигнала не обязательно перестраивать частоту дискретизации, т.е. инструментальные требования упрощаются, и повышается быстродействие на аппаратном уровне. Нижняя граница диапазона частот при работе во временной области такая же, как в ДСС.

При работе в частотной области так же как в ДВК необходимо

учесть растекание компонент спектра путем соответственного сужения рабочего диапазона на величину  $bf_\delta / N_{\min}$ . С учетом «растекания» скорректированный диапазон частот будет от  $bf_\delta / N$  до  $f_\delta / 2 - bf_\delta / N$ .

При выборе частоты дискретизации необходимо учесть значение частоты сигнала. Требования к точности задания частоты  $f_c$  невысокие, так как значение несущей частоты используется только для выбора  $f_\delta$  такой, чтобы спектр сигнала на выходе АЦП лежал в допустимых границах. Погрешность задания частоты может быть учтена путем дополнительного сужения границ допустимых частот, тогда скорректированные диапазоны частот будут от  $bf_\delta / N + f_\Delta$  до  $f_\delta / 2 - bf_\delta / N - f_\Delta$ , где  $f_\Delta$  – абсолютная погрешность задания частоты. Аналогично, путем сужения границ допустимых частот можно учесть погрешность установки частоты дискретизации. Тогда для абсолютной погрешности установки частоты дискретизации  $\Delta f_\delta$  диапазон рабочих частот составляет от  $bf_\delta / N + f_\Delta + n\Delta f_\delta$  до  $f_\delta / 2 - bf_\delta / N - f_\Delta - n\Delta f_\delta$ .

#### *Перенос в область ПЧ совокупности гармоник сигнала*

Когда спектр широкополосный и содержит целый ряд гармоник основной частоты, то необходимо, чтобы они все в процессе преобразования попали в рабочую область ПЧ, не налагаясь друг на друга. Процесс переноса всех гармоник сигнальной частоты в область ПЧ показан на специально разработанной трехмерной диаграмме, приведенной на рис. 1.3.

Конечный результат переноса гармоник сигнала представлен в плоскости осей амплитуд  $S$  спектральных линий и промежуточных частот  $f_{ПЧ}$ . Вдоль дополнительной оси  $f$  откладываются значения частот всех рабочих гармоник сигнала и дискретизации:  $1f_c; 2f_c; 3f_c; 4f_c$  и т.д., а также  $1f_\delta; 2f_\delta; 3f_\delta; 4f_\delta$  и т.д. Параллельно этой оси от конца оси ПЧ проходит дополнительная ось частот  $F$ , на которой в том же масштабе, что и по оси  $f$ , отложены значения частот дискретизации в точках  $0,5f_\delta; 1,5f_\delta; 2,5f_\delta; 3,5f_\delta$  и т.д. В результате соединения прямыми линиями точек  $0; 0,5f_\delta; 1f_\delta; 1,5f_\delta; 2f_\delta; 2,5f_\delta; 3f_\delta; 3,5f_\delta; 4f_\delta$  образуется ломаная линия, получившаяся в результате сложения бесконечной оси частот сегментами по  $0,5f_\delta$ . Отрезки линии, для которых рост  $f_c$  соответствует возрастанию частоты ПЧ, назовем линиями прямого

направления (ПН); это линии  $0 - 0,5f_{\partial}$ ;  $1f_{\partial} - 1,5f_{\partial}$ ;  $2f_{\partial} - 2,5f_{\partial}$ ;  $3f_{\partial} - 3,5f_{\partial}$  и т.д. Отрезки линии, для которых рост  $f_c$  соответствует убыванию частоты ПЧ, назовем линиями обратного направления (ОН); это линии  $0,5f_{\partial} - 1f_{\partial}$ ;  $1,5f_{\partial} - 2f_{\partial}$ ;  $2,5f_{\partial} - 3f_{\partial}$ ;  $3,5f_{\partial} - 4f_{\partial}$  и т.д.

Если отложенные на оси  $f$  значения частот гармоник сигнала провести прямыми линиями параллельно оси  $F$ , то в точках пересечения с осью  $f_{ПЧ}$  получим численные величины промежуточных частот соответствующих гармоник. На линиях ПН и ОН располагаются соответственно гармоники прямого и обратного направлений (ГПН и ГОН). При увеличении частоты сигнала ГПН будут двигаться вверх, а ГОН – вниз рабочего диапазона ПЧ.

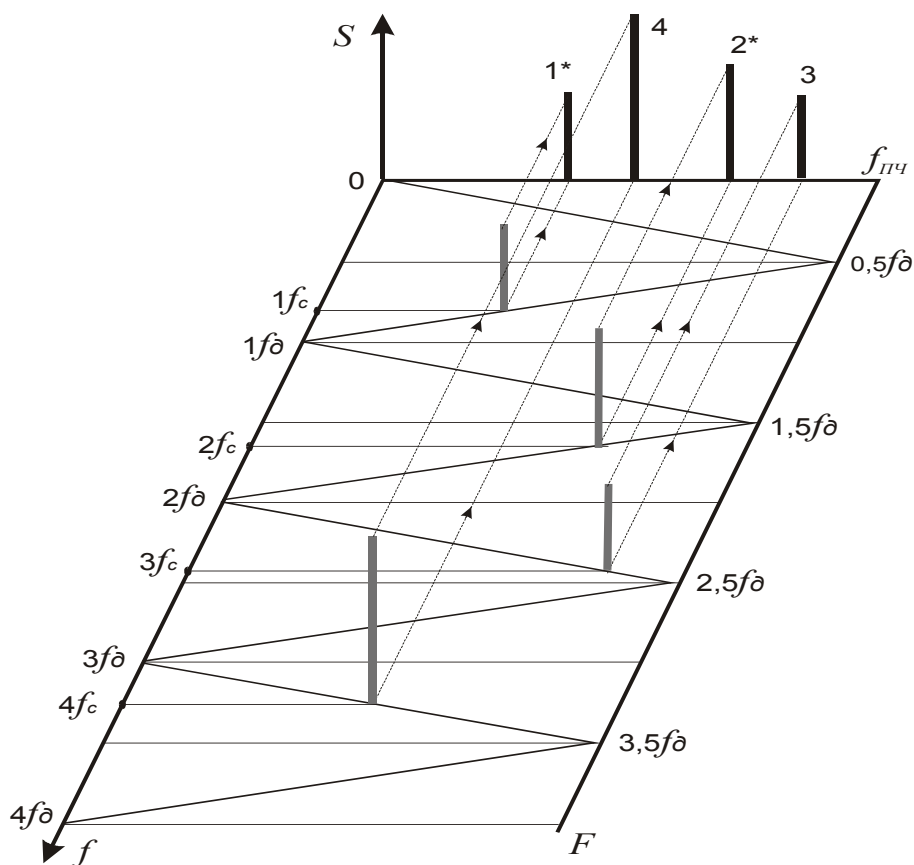


Рис. 1.3. Трехмерная диаграмма переноса гармоник в область ПЧ

В примере первая гармоника  $f_c$  несколько меньше первой гармоники  $f_{\partial}$ . Результирующая последовательность расположения гармоник сигнала в области ПЧ следующая:  $1^* - 4 - 2^* - 3$ , т.е. они распо-



ложены не по порядку. Подобное расположение свидетельствует, что это режим несинхронизированного стробирования, т.е. реализуется работа в ДНС. Гармоники 3 и 4 расположены в областях ПН, а 1 и 2 – в областях ОН, поэтому имеют верхний индекс в виде звездочки.

### 1.3. Описание программы моделирования

Для исследования особенностей работы стробирующего АЦП используется специальная программа компьютерного моделирования, показывающая перенос всех компонент спектра в области частот от 0 до  $f_{\delta}/2$  и от  $f_{\delta}/2$  до  $f_{\delta}$ . Вторая область приведена для демонстрации симметрии спектра относительно точки  $N/2$ .

Алгоритм определения всех промежуточных частот в зависимости от числа гармоник сигнала и частоты дискретизации представлен в виде следующих шагов.

1. Задается основная частота сигнала  $f_c$ , количество гармоник сигнала и частота  $f_{\delta}$ .

2. Для каждой гармоники сигнала рассчитывается ее ПЧ в области значений от 0 до  $f_{\delta}$ :  $f_{nчi} = if_c - nf_{\delta}$ , где  $n = \text{ent}(if_c/f_{\delta})$  – целое число;  $i$  – номер гармоники. Для найденного значения ПЧ рассчитывается зеркальная компонента относительно точки  $f_{\delta}/2$ :  $f_{\delta} - f_{nчi}$ .

3. Повторяются шаги 1 – 2 для всех гармоник сигнала, создается массив и полученные данные в виде спектральных линеек располагаются в окне результата. В рабочем окне также показаны компоненты 0 (постоянная составляющая),  $f_{\delta}/2$  – гармоника Найквиста и  $f_{\delta}$  – частота дискретизации.

4. Если в окне «Растекание» поставлена метка, то помимо основной гармоники определяются спектральные компоненты растекания  $\pm d$  ( $d = 3$ ) по сетке частот соответственно справа и слева относительно каждой рабочей гармоники сигнала.

5. После выполнения расчетов в окне результата индицируется расположение гармоник сигнала, трансформированных в области частот от  $0 - f_{\delta}/2$  и от  $f_{\delta}/2 - f_{\delta}$ .

6. При анализе получившегося положения компонент спектра необходимо:

– чтобы первая по оси ПЧ компонента (это может быть любая по

номеру гармоника сигнала) была расположена выше нуля не менее, чем на  $d$  шагов сетки частот;

– последняя по оси ПЧ компонента (это может быть любая по номеру гармоника сигнала) была расположена ниже  $f_{\partial}/2$  не менее, чем на  $d$  шагов сетки частот;

– перенесенные в область ПЧ компоненты спектра сигнала (это могут быть любые по номерам гармоника сигнала) были раздвинуты между собой не менее, чем на  $2d$  шагов сетки частот.

### **Примечания:**

1. Оператор может приблизить (увеличить) интересующий участок оси частот, выбрав его с помощью мышки, нажав левую кнопку, как это делается в других компьютерных программах. Необходимость приближения становится важной при исследовании взаимного наложения гармоник в результате растекания их спектров.

2. Наложение соседних спектральных компонент сигнала индицируется в виде смешанного расположения различных номеров гармоник. Если происходит наложение, то для нормальной работы необходимо изменить частоту дискретизации таким образом, чтобы все компоненты спектра сигнала могли бы быть считаны без искажений.

Интерактивная компьютерная программа (рис. 1.4) позволяет выбирать частоты сигнала и дискретизации, количество гармоник сигнала, включать режим анализа растекания с заданием объема выборки.

Исходная частота сигнала (рис. 1.4, а) выставлена 100 МГц, число гармоник 2, частота дискретизации 9,9 МГц. В соответствии с приведенной выше классификацией диапазонов частот аналого-цифрового преобразования расположение спектральных компонент вполне отвечает требованиям ДСС, так как трансформация масштаба по оси частот линейная, гармоники располагаются последовательно: сначала 1-я, затем 2-я. При этом в области частот от  $f_{\partial}/2$  до  $f_{\partial}$  спектр симметричен относительно точки  $N/2$ .

На рис. 1.4, б – г показано изменение положения сигнальных компонент для той же частоты дискретизации, но для возрастающих значений основной частоты сигнала: 100,5; 101; 102 и 103 МГц. До некоторого значения частоты сигнала спектральные линии в области ПЧ

раздвигаются, являясь ГПН. При дальнейшем увеличении  $f_c$  2-я трансформированная гармоника (рис. 1.4, *з*), попадает в область частот ОН, где она начинает движение навстречу 1-й гармонике, совмещается с ней, затем опять расходится и далее движется к точке 0 (рис. 1.4, *д*). К аналогичному результату приведет уменьшение частоты дискретизации, управляя которой можно решать задачи исключения наложения гармоник и более рационального их размещения в области ПЧ.

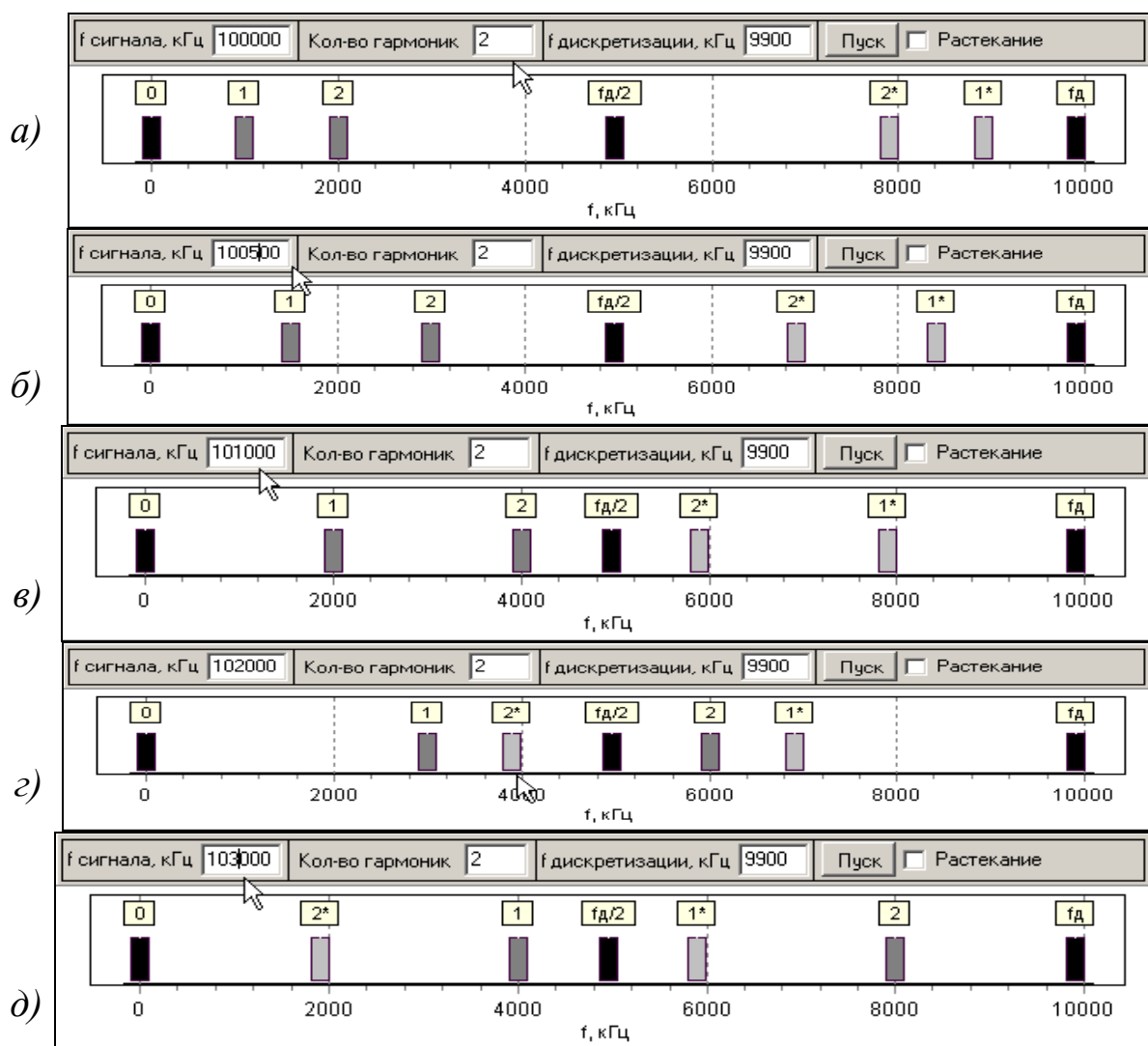


Рис. 1.4. Изменение положения спектральных линий при увеличении частоты сигнала и неизменной частоте дискретизации

На рис. 1.5 для частоты 103,55 МГц при той же  $f_d$  показано, как изменяется расположение ГПН и ГОН при увеличении их числа с 5 до 18.

На рис. 1.5, а две из пяти рабочих гармоник «обратные», а три – «прямые», однако они трансформировались из разных поддиапазонов, поэтому размещаются в диапазоне ПЧ не по порядку. На рис. 1.5, б и 1.5, в 18 гармоник с приближением проблемной зоны. На рис. 1.5, б приближена область ПЧ от 0 до  $f_{\delta}/2$ , а на рис. 1.5, в приближен участок с возможным наложением гармоник из-за растекания спектра. Для 7 компонент сетки ДПФ наложения не происходит, т.е. частота дискретизации выбрана правильно.

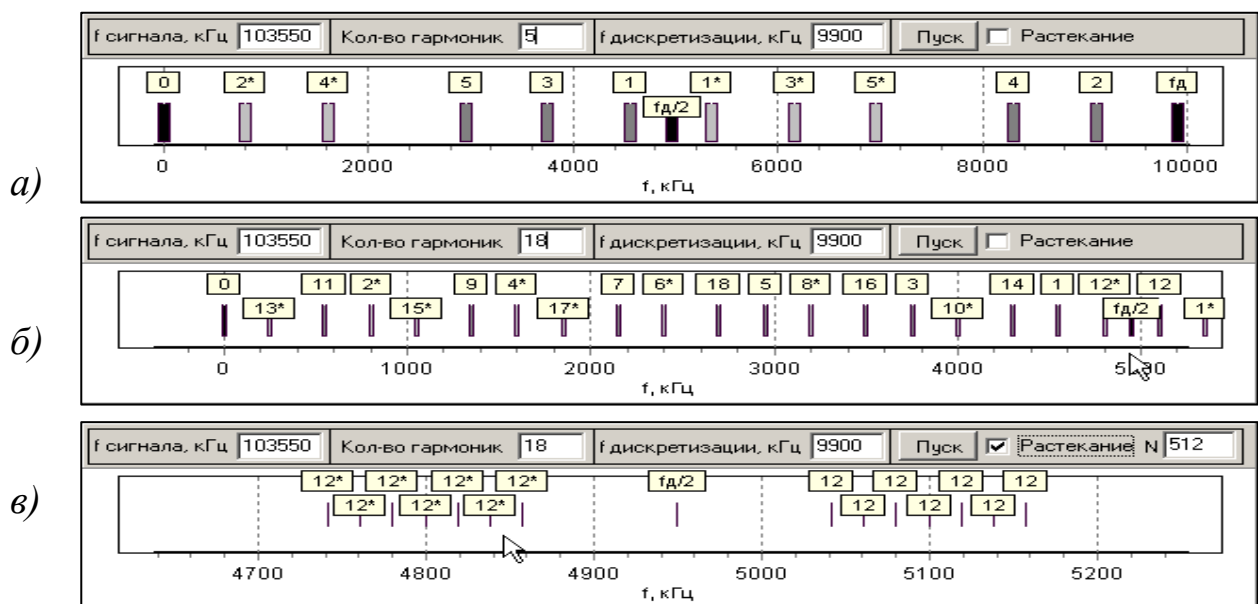


Рис. 1.5. Изменение положения спектральных линий при увеличении частоты сигнала и неизменной частоте дискретизации

Увеличив число гармоник сигнала до 19 (рис. 1.6, а) получим, что гармоники 19\* и 18 окажутся рядом. Приблизим эту область частот (рис. 1.6, б) и включим режим анализа растекания (рис. 1.6, в) для объема выборки 512. На рис. 1.6, г показано взаимопроникновение компонент спектров: для каждой гармоники сигнала 4 компоненты из 7 учитываемых при анализе накладываются друг на друга.

При анализе взаимопроникновения спектральных компонент существенное влияние оказывает объем выборки данных. Шаг сетки частот  $f_{\delta}/N$  обратно пропорционален объему выборки и при одинаковом числе компонент растекания ширина области растекания уменьшается.

ся с ростом  $N$ . Для демонстрации этого в рассматриваемом примере объем выборки с 512 был увеличен до 2048 (рис. 1.6, д). В том же масштабе частот расположение линий растекания существенно изменилось, линии более тесно сгруппировались в области расположения гармоник сигнала, что способствовало снятию проблемы взаимопроникновения. Таким образом, увеличение  $N$  – один из наиболее простых методов борьбы с влиянием взаимопроникновения компонент спектра.

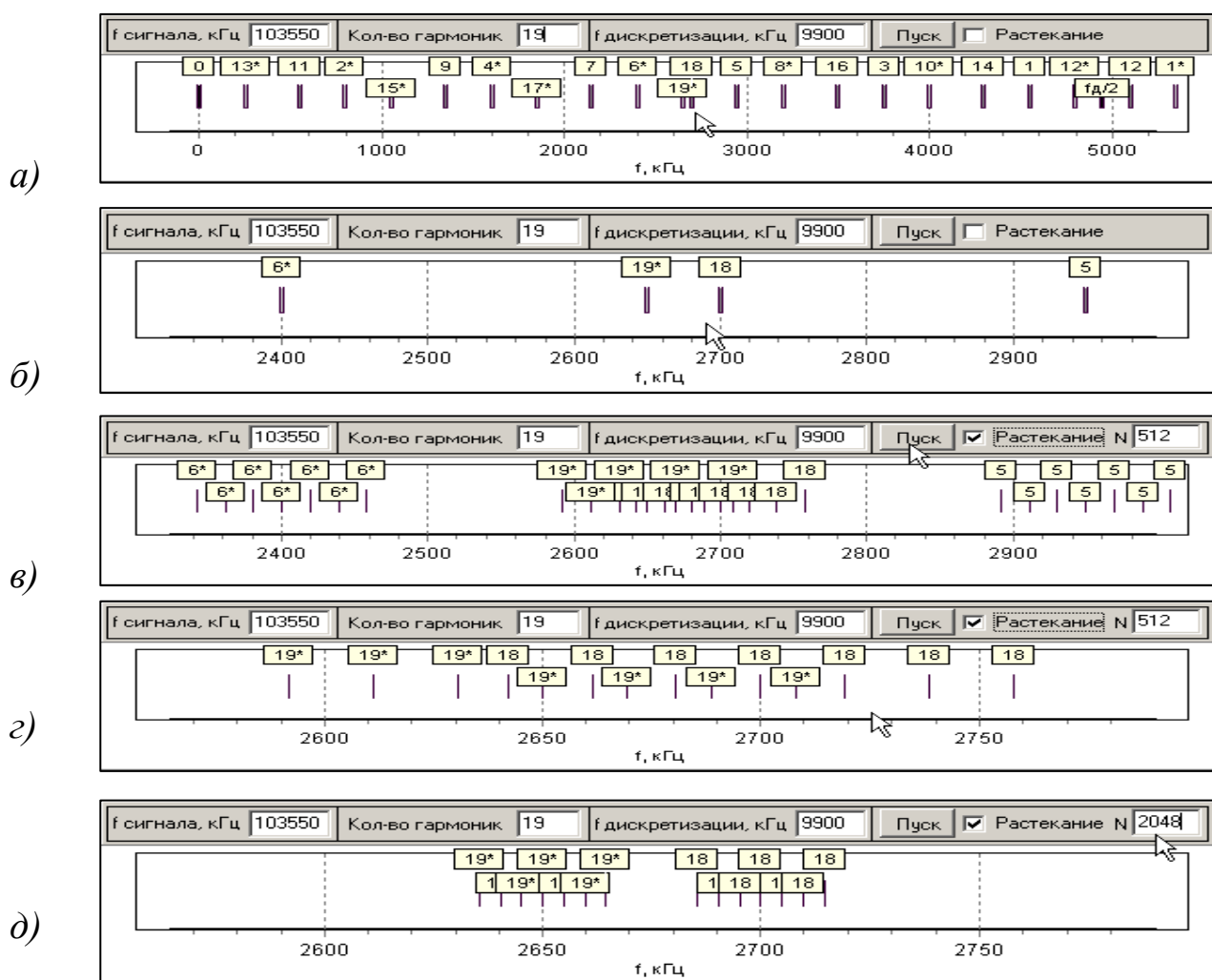


Рис. 1.6. Взаимопроникновение спектральных компонент сигнала

#### 1.4. Оценка диапазона рабочих частот стробирующего АЦП

С целью количественной оценки рабочего диапазона частот сигнала и выбора частоты дискретизации аналого-цифрового преобразования была создана специальная моделирующая компьютерная про-

грамма. Алгоритм определения диапазона рабочих частот сигнала для заданной частоты дискретизации АЦП может быть представлен в виде следующих шагов.

1. Оператор выбирает: диапазон сигнала от минимальной до максимальной частоты, число учитываемых гармоник, шаг изменения частоты сигнала, частоту дискретизации и объем выборки.

2. Расчет начинается с минимального заданного значения частоты сигнала  $f = f_{\min}$ . Устанавливаются начальные значения переменных цикла расчета:  $i1 = 0$ ,  $i2 = 0$ .

3. Для каждой гармоники сигнала рассчитывается ее промежуточная частота (ПЧ) в области частот от 0 до  $f_{\delta}/2$ :  $f_{nчi} = if_c - nf_{\delta}$ , где  $n = \text{ent}(if_c/f_{\delta})$  – целое число;  $i$  – номер гармоники (целое число). Если  $f_{\delta} > f_{nчi} > f_{\delta}/2$ , то принимается, что  $f_{nчi} = f_{\delta} - f_{nчi}$ .

4. Значение  $f_{nчi}$  записывается в массив ПЧ  $F_{nч}[i] = f_{nчi}$ .

5. Шаги 2 – 4 повторяются для всех гармоник сигнала. При этом создается массив, который сортируется по возрастанию  $F_{nч}[i]$ .

6. Программа автоматически проверяет граничные условия и отсутствие взаимного наложения спектральных составляющих сигнала после их переноса в область ПЧ с учетом растекания спектральных компонент на  $\pm 3$  дискрета сетки частот:

6.1.  $F_{nч}[1] > df_{\delta}/N$  – первая после сортировки в диапазоне ПЧ компонента (это может быть любая по номеру гармоника сигнала) расположена по оси частот выше нуля не менее, чем на  $d$  шагов сетки частот;

6.2.  $f_{\delta}/2 - F_{nч}[N] > df_{\delta}/N$  – последняя (номер N) после сортировки в диапазоне ПЧ компонента (это может быть любая по номеру гармоника сигнала) расположена по оси частот относительно  $f_{\delta}/2$  ниже не менее, чем на  $d$  шагов сетки частот;

6.3.  $F_{nч}[i+1] - F_{nч}[i] > 2df_{\delta}/N$ , где  $1 < i < N$  – перенесенные в область ПЧ компоненты спектра сигнала (это могут быть любые по номерам гармоники сигнала) раздвинуты между собой не менее, чем на  $2d$  шагов сетки частот. Наложение соседних спектральных компонент сигнала проверяется для величины  $d=3$  и индицируется в виде совместного расположения номеров над одной и той же спектральной линией сетки частот ДПФ.

7. Выполнение всех условий означает, что все гармоники данной частоты сигнала попадают в рабочую область частот АЦП и данная точка расчета записывается как разрешенная в массив  $i2 = i2 + 1$ . Если какое-либо условие не выполняется, то это означает, что происходит наложение спектральных и точка записывается в массив запрещенных частот.

8. Увеличение счетчика циклов на 1:  $i1 = i1 + 1$ . Расчет возвращается в пункт 2 для следующего значения частоты сигнала, изменяемой с шагом  $df$ :  $f = f + df$ . Повторяются все шаги 3 – 9 для новой частоты. Цикл продолжается до граничного значения  $f \leq f_{\max}$ .

9. Использование частотного диапазона АЦП в ДНС вычисляется в процентах по конечным значениям переменных  $i2$  и  $i1$ :  $P = i2 / i1 \cdot 100$ .

На рис. 1.7 показано, как правильно выбирать полосу частот сигнала для детального визуального анализа. На рис. 1.7, а полоса частот первой гармоники сигнала может изменяться от 0 до 50 МГц при  $f_{\delta} = 10$  МГц. С учетом того, что выбрано 2 гармоники полная полоса спектра сигнала лежит в диапазоне от 0 до 100 МГц. По этим данным следует, что АЦП работает в ДНС, захватывая ДСС и ДВК. Шаг расчета выбран 0,1 кГц. При этом относительный диапазон разрешенных частот (ОДРЧ) АЦП составляет 93,8 % от полного диапазона. Запрещенные частоты показаны низким уровнем, т.е. провалами на линии рабочих частот.

На рис. 1.7, б полоса частот сигнала уменьшена на порядок от 0 до 5 МГц при полной полосе от 0 до 10 МГц. При этом ОДРЧ АЦП *не изменился* и составляет по-прежнему 93,8 % от полного диапазона. Более того, провалы на участке 0 – 5 МГц повторяют соответствующий участок на рис. 1.7, а и зеркальны участку  $f_{\delta}/2 - f_{\delta}$ , что является известным следствием дискретного гетеродинного преобразования. Из этого следует важный вывод, что при анализе ОДРЧ (степени использования диапазона частот АЦП) достаточно исследовать любой участок полосы частот протяженностью 0 –  $f_{\delta}/2$ . Воспользуемся этим в дальнейшем для удобства визуального анализа, считая, что АЦП работает в ДНС.

На рис. 1.8 показано, как возникают запрещенные частоты сигнала. Для лучшего визуального представления уменьшен объем выборки до 128. Напомним, что ограничение полосы сверху и снизу составляет (см. п. 6 алгоритма)  $df_d/N$ , поэтому, чем меньше объем выборки, тем больше полоса запрещенных частот. На рис. 1.8, а при выборе только первой гармоники сигнала показаны эти ограничения, которые одинаковые сверху и снизу.

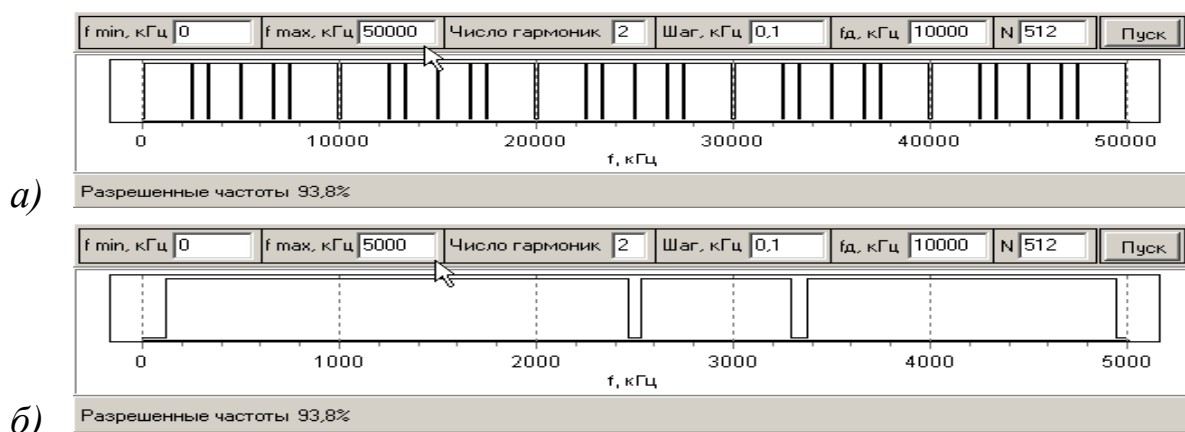


Рис. 1.7. Выбор полосы частот анализа

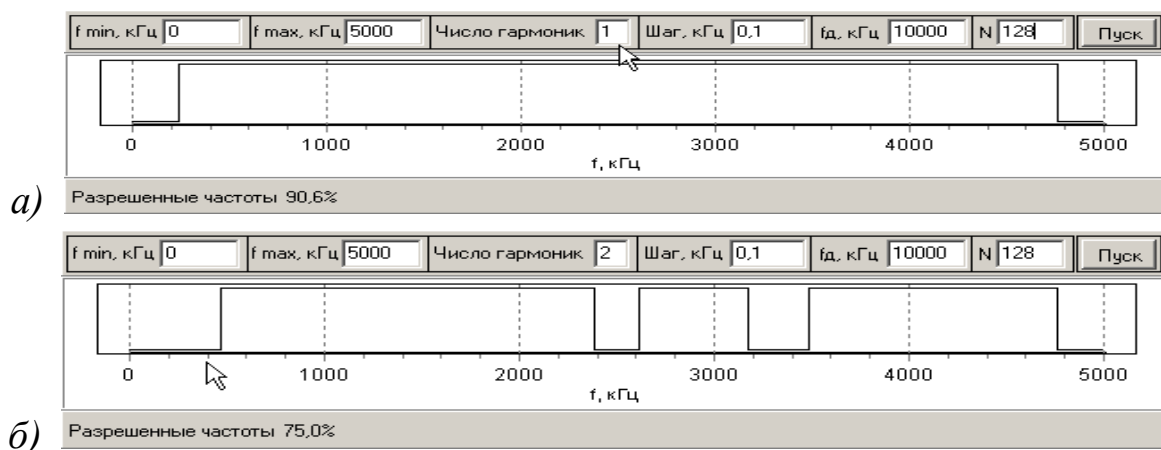


Рис. 1.8. Запрещенные частоты сигнала

На рис. 1.8, б) выбрано 2 гармоники сигнала, и это привело к расширению зоны вблизи 0 и появлению двух провалов в середине диапазона частот. Двукратное расширение зоны вблизи 0 обусловлено тем, что в области низких частот сигнала 1-я и 2-я гармоники еще не



«разъехались» на  $2d$  компонент. Первый более узкий провал в центре обусловлен тем, что вблизи  $f_d/4$  вторая гармоника «наезжает» на  $f_d/2$  (частоту Найквиста). Вторым более широкий провал обусловлен тем, что когда частота сигнала равна  $f_d/3$ , вторая гармоника равна  $2f_d/3$  и она зеркально переносится в область ПЧ, т.е. гармоника  $2^*$  (ГОН) накладывается на гармонику 1 (ГПН).

На рис. 1.9, а – в показано влияние числа гармоник и объема выборки. Для объема выборки 512 при увеличении числа гармоник с 2 до 5 и далее до 18 диапазон разрешенных частот АЦП уменьшился с 93,8 до 85,4 % и далее до 48,6 %, одновременно заметно увеличилось число зон запрещенных частот. На рис. 1.9, в показано, как увеличение объема выборки с 512 до 2048 сужает запрещенные зоны и увеличивает процент ( $D$ ) использования диапазона рабочих частот АЦП с 48,6 до 87,1 %.

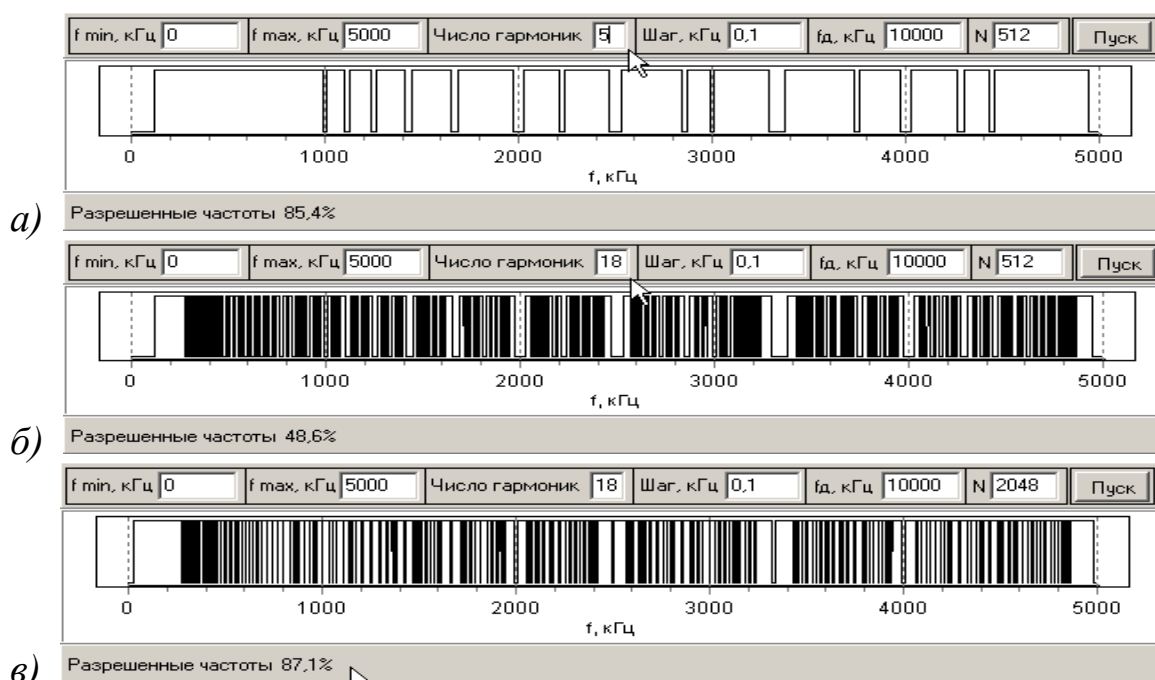


Рис. 1.9. Влияние числа гармоник и объема выборки

Для исключения «пораженных» частот наложения гармоник может быть использован переход на другую частоту дискретизации в точках запрета. Моделирование для двух частот дискретизации, величины которых выбираются пользователем, исходя из возможностей АЦП, показано на рис. 1.10.

В программе ищутся участки совместного запрета частот, считая достаточным, когда хотя бы одна частота дискретизации позволяет оценить нужные спектральные компоненты. На рис. 1.10 приведен пример работы с двумя частотами дискретизации 9900 и 9904 МГц. Здесь спектр сигнала занимает область частот по первой гармонике от 60 до 190 МГц и при 6 рабочих гармониках простирается до 1,14 ГГц.



Рис. 1.10. Оценка реального диапазона для двух частот дискретизации

Моделирование показывает, что реальная полоса рабочих частот без точек запрета по первой гармонике расположена в диапазоне от 70 до 185 МГц, т.е. реальная полоса рабочих частот АЦП от 70 МГц до 1,11 ГГц.

### 1.5. Порядок подготовки и выполнения работы

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.
3. Составить программу экспериментальных исследований, включая анализ зависимости ОДРЧ от числа рабочих гармоник сигнала для разных объемов выборки.

4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.

6. Оформить отчет и защитить его.

### **1.6. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

### **1.7. Контрольные вопросы**

1. Как по отношению к частоте дискретизации расположен спектр периодического сигнала, если он лежит в ДИС, ДСС, ДВК и ДНС?
2. Как выглядит временная последовательность выборок в ДИС, ДСС, ДВК и ДНС?
3. Назовите рабочие области частот стробирующего АЦП.
4. Поясните особенности и приведите пример работы в ДИС.
5. Поясните особенности и приведите пример работы в ДСС.
6. Поясните особенности и приведите пример работы в ДВК.
7. Поясните особенности и приведите пример работы в ДНС.
8. Как оценить границы рабочего диапазона частот АЦП?
9. Как правильно выбрать частоту дискретизации?
10. Приведите примеры переноса гармоник сигнальной частоты в область ПЧ на трехмерной диаграмме в ДСС и ДНС.
11. Поясните отличия ГОН и ГПН.
12. Как влияет число рабочих гармоник на выбор частоты дискретизации и числа отсчетов?
13. Как проверяются граничные условия и отсутствие взаимного наложения спектральных составляющих сигнала после их переноса в область ПЧ с учетом растекания спектральных компонент на  $\pm d$  шагов сетки частот?
14. Как исключить «пораженные» частоты наложения гармоник?
15. Поясните результаты исследований работы в ДСС, ДВК и ДНС.

## 2. АНАЛИЗ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

**2.1. Цель работы:** исследование особенностей и возможностей анализа амплитудного спектра на основе ДПФ в задачах определения параметров сигналов, дискретизируемых с помощью быстродействующих АЦП.

### 2.2. Теоретические сведения

Для того чтобы дискретизация не привела к потере информации, требуется согласно теореме Котельникова выбирать интервал дискретизации меньше половины периода наивысшей гармоники спектра. ДПФ формирует дискретный частотный спектр так же, как сигнал во временной области формируется АЦП.

Частота и частотный интервал выборки (шаг частотной сетки) определяется через шаг дискретизации следующим образом:

$$f_{\partial} = 1/T_{\partial} ; \quad \Delta f = f_{\partial} / N = 1/(NT_{\partial}),$$

где  $N$  – число выборок в последовательности.

Простой способ увеличить разрешение – это увеличить число выборок или увеличить выборочный интервал.

### *Использование окон*

Теорема Котельникова утверждает, что сигнал может быть полностью восстановлен из дискретных, одинаково расположенных отсчетов, если частота выборки по крайней мере вдвое больше самой высокой частоты этого сигнала. Если сигнал не с целым числом периодов в пределах окна выборки, то на границах этого окна будут разрывы, которые приводят к дополнительным спектральным компонентам в частотной области, известные как спектральная утечка или растекание спектра. Для минимизации спектральной утечки выборку данных в начале и конце сигнала сглаживают путем их уменьшения до нуля. Сглаживание временной последовательности заключается в умножении всех отсчетов сигнала на весовые коэффициенты специальной функции, называемой «окном». Разработано большое количество окон, отличающихся по параметрам разрешающей способности, степени сглаживания, влияния на отношение сигнал/шум и т.д.

Наиболее часто при решении практических задач используются следующие типы окон: Хемминга (Hamming), Ханна (Hann), Кайзера (Kaiser), Блэкмена (Blackman), Flat Top; а также комбинированные: Кайзера-Бесселя (Kaiser-Bessel), Блэкмена-Харриса (Blackman-Harris) и др. Известны также окна: гауссово, треугольное, косинусное, Чебышева, Бартлетта-Ханна, Тьюки. Если на последовательность отсчетов не накладывается никакая сглаживающая функция, то такое окно называют прямоугольным (Uniform). Его целесообразно использовать в случае, когда основные гармонические составляющие анализируемой последовательности совпадают с сеткой частот ДПФ. Прямоугольное окно также целесообразно, когда сигнал представляет собой широкополосный белый шум.

Для целого числа периодов сигнала частотные компоненты исходного сигнала точно соответствуют сетке частот, и ненулевым будет только главный лепесток, боковые лепестки не влияют, так как их нули стремятся к сетке «боковых» частот. Если временная выборка содержит нецелое число периодов, то частотная характеристика окна сдвинута от центра главного лепестка на величину разности между частотной компонентой сигнала и частотными компонентами (сеткой) ДПФ. Этот сдвиг заставляет боковые лепестки более заметно проявляться в спектре. Кроме того, смещение главного лепестка относительно центра приведет к тому, что в него попадет несколько спектральных компонент сетки частот ДПФ, и это приведет к заметным амплитудным искажениям основной компоненты сигнала. Характеристики боковых лепестков окна непосредственно влияют на степень наложения компонент соседних частот.

Частотное разрешение ДПФ определяется шириной главного лепестка окна. При сужении главного лепестка окна увеличивается способность окна различать близко расположенные частотные компоненты. Форма главного лепестка определяется его шириной на уровнях  $-3$  dB и  $-6$  dB. Боковые лепестки окон отличаются скоростью спада характеристики и максимальным уровнем, т.е. отношением в децибелах пиков главного и бокового лепестков. Скорость спада – это асимптотическая скорость затухания в децибелах на декаду частоты. Некоторые характеристики окон представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

| Окно          | Ширина главного лепестка |                 | Максимум бокового лепестка (dB) | Скорость затухания (dB /decade) |
|---------------|--------------------------|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|
|               | на уровне -3 dB          | на уровне -6 dB |                                 |                                 |
| Прямоугольное | 0.88                     | 1.21            | -13                             | 20                              |
| Ханна         | 1.44                     | 2.00            | -32                             | 60                              |
| Хемминга      | 1.30                     | 1.81            | -43                             | 20                              |
| Blackman      | 1.68                     | 2.35            | -58                             | 60                              |
| Flat Top      | 2.94                     | 3.56            | -44                             | 20                              |

Если сигнал содержит частотные компоненты с сильной помехой, отдаленные от частоты, представляющей интерес, выбирается окно с наибольшей скоростью спада характеристики. Если имеются сильные сигналы помехи около частоты, представляющей интерес, выбирается окно с низким максимальным уровнем боковых лепестков.

Если спектральное разрешение чрезвычайно важно, то лучше выбрать окно с узким главным лепестком. Если амплитудная точность одной частотной компоненты более важна, чем точное размещение компонент по частоте, то следует выбрать окно с широким главным лепестком.

Прямоугольное окно имеет самый узкий лепесток, окно Flat Top имеет более широкий главный лепесток, чем другие. Окно Kaiser-Bessel является лучшим решением для минимизации спектральной утечки на границах окна выборки. Окно Хемминга минимизируют спектральную утечку от одного компонента до другого на близко расположенных частотных компонентах. Окно Flat Top имеет хорошую амплитудную точность, но широкий главный лепесток, недостаточное частотное разрешение и большую спектральную утечку. Окно Flat Top имеет более низкий максимальный уровень боковых лепестков, чем окно Ханна, но окно Ханна имеет более быструю скорость спада. Если характер сигнала неизвестен, но нужно применить окно, то следует выбрать окно Ханна, оно удовлетворительно в 95 % случаев. Табл. 2.2 может помочь в начальном выборе окна, который основан на особенностях сигнала.

Из-за эффекта растекания каждое окно увеличивает эффективную ширину полосы пропускания быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Масштабные коэффициенты расширения полосы частот шума и максимальной амплитудной ошибки для наихудшего случая, вызванные смещенными от центра компонентами, для наиболее популярных окон представлены в табл. 2.3.

Таблица 2.2

| Сигнал                                 | Окно             |
|--|------------------|
| Синусоида или комбинация синусоид      | Hann             |
| Синусоида (амплитудная точность важна) | Flat Top         |
| Узкополосный случайный сигнал          | Hann             |
| Широкополосный (белый) шум             | Uniform          |
| Близко расположенные синусоиды         | Uniform, Хемминг |
| Неизвестный сигнал                     | Hann             |

Таблица 2.3

| Окно          | Весовой масштабный коэффициент | Ширина полосы частот шума | Максимальная амплитудная ошибка (дБ) |
|---------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| Прямоугольное | 1.00                           | 1.00                      | 3.92                                 |
| Ханна         | 0.50                           | 1.50                      | 1.42                                 |
| Хемминг       | 0.54                           | 1.36                      | 1.78                                 |
| Blackman      | 0.43                           | 1.73                      | 1.10                                 |
| Flat Top      | 0.28                           | 2.97                      | < 0.01                               |

### ***Спектральный анализ сигналов на базе ДПФ***

Получающийся в результате стробирующего аналого-цифрового преобразования массив цифровых данных позволяет оценить различные характеристики сигналов и устройств, через которые эти сигналы были пропущены. Приведем некоторые примеры:

#### ***1. Оценка амплитудного и энергетического спектра сигнала***

ДПФ позволяет оценить амплитудный спектр:

$$A = \frac{\sqrt{[\operatorname{Re}[FFT(A)]]^2 + [\operatorname{Im}[FFT(A)]]^2}}{N}.$$

При этом можно рассмотреть отдельно сигнальные и помеховые составляющие, выделить и оценить шумы, наложение сигналов и т.д.

Амплитудный спектр непосредственно связан с энергетическим

спектром. Можно вычислять спектр мощности путем возведения в квадрат среднеквадратичного значения амплитудного спектра. Энергетический спектр находится по формуле

$$S_{AA}(f) = \frac{FFT(A) \cdot FFT^*(A)}{N},$$

где  $FFT^*(A)$  обозначает комплексно сопряженный спектр для  $FFT(A)$ .

## 2. Оценка мощности сигнала

Мощность сигнальной составляющей, находящейся вблизи пиковой по уровню компоненты  $h$  сетки частот  $FFT$  (БПФ), можно оценить, суммируя мощности спектральных линий сетки вблизи этого пика:

$$P(h) \approx k_p \sum_{i=h-d}^{h+d} |S[i]|^2,$$

где  $k_p$  – коэффициент, учитывающий влияние окна и нагрузки;  $d$  – интервал суммирования (отклонение растекания).

Мощность всех учитываемых компонент сигнала может быть оценена путем суммирования мощностей отдельных компонент:

$$P_{C\Sigma} \approx k_p \left\{ \sum_{i=h_1-d}^{h_1+d} |S[i]|^2 + \sum_{i=h_2-d}^{h_2+d} |S[i]|^2 + \sum_{i=h_3-d}^{h_3+d} |S[i]|^2 + \dots + \sum_{i=h_{\max}-d}^{h_{\max}+d} |S[i]|^2 \right\},$$

где  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{\max}$  – учитываемые сигнальные компоненты.

Интервал компонент суммирования составляющих сетки частот ДПФ должен выбираться исходя из характеристик налагаемого окна. Чем шире главные лепестки окна, тем больше компонент следует учитывать. Однако, если две сигнальные компоненты, которые следует разделить и оценить отдельно, находятся очень близко, то они будут смешиваться друг с другом из-за спектральной утечки. Устранить или ослабить взаимное влияние можно путем уменьшения числа  $d$ . При этом лучше заменить и тип налагаемого окна, имеющего меньшую утечку в соседний диапазон.

## 3. Оценка уровня шумов и спектральной плотности мощности

Уровень шумов каждой частотной компоненты оценивается так, как будто он был измерен через интервал сетки ДПФ. Чтобы вычислить отношение сигнал/шум (SNR), следует оценить отдельно мощ-



ность на представляющих интерес гармониках сигнала и уровень широкополосных шумов. Чтобы оценить мощность шумов, необходимо просуммировать все линии энергетического спектра, исключая пики сигнальных составляющих и нулевую компоненту:

$$P_{ш\sigma} \approx k_P \left\{ \sum_{i=1}^{h1-d} |S[i]|^2 + \sum_{h1+d}^{h2-d} |S[i]|^2 + \sum_{h2+d}^{h3-d} |S[i]|^2 + \dots + \sum_{h_{\max}+d}^{N/2-1} |S[i]|^2 \right\},$$

где  $h1, h2, h3, \dots, h_{\max}$  – вырезаемые сигнальные компоненты.

Если число вырезаемых компонент велико, то можно скорректировать результат и всем вырезанным линиям сетки ДПФ присвоить средний уровень ближайших шумовых составляющих. В нормированном формате спектральная плотность мощности шума приводится к полосе 1 Гц.

### *Анализ характеристик устройств и систем*

Полученная по данным ДПФ информация по спектрам сигнала и помех позволяет проводить исследование, контроль и мониторинг состояния различных радиосистем и их компонентов. Приведем перечень дополнительных применений результатов спектрального анализа на основе ДПФ.

1. Исследование отношения сигнал/шум позволяет осуществлять измерение чувствительности радиоприемных устройств, оценку коэффициента шума отдельных модулей и т.д.
2. Исследование импульсных и частотных характеристик каналов, устройств и модулей, включая амплитудно-частотные, фазо-частотные, группового времени запаздывания).
3. Исследование диапазона перестройки уровня и нелинейных искажений сигнала генератора, а также выходного сигнала усилителя с оценкой параметров его амплитудной характеристики.
4. Исследование нестабильности частоты и уровня выходного сигнала генераторов, возбуждателей передатчиков, а также нестабильности передаточной характеристики усилителей и трактов.
5. Оценка параметров модуляции, нелинейных искажений огибающей, стабильности характеристик модуляторов и демодуляторов.

### 2.3. Анализ амплитудного спектра

Пусть первая гармоника сигнала по уровню превышает все остальные, это позволит находить ее путем простого сравнения между собой спектральных линий. Приведем алгоритм оценки среднеквадратического значения (СКЗ) по шагам.

1. Выбирают частоту дискретизации и с помощью АЦП получают массив  $u[i/f_\delta]$  в объеме  $N$  дискретных отсчетов сигнала.

2. Накладывают на массив дискретных отсчетов временное окно, например окно Кайзера, и получают взвешенный массив.

3. По взвешенному массиву данных вычисляют прямое преобразование Фурье, получая комплексный спектр  $S[if_\delta/N]=\text{FFT}(u[i/f_\delta])$ .

4. В спектре  $S[if_\delta/N]$  определяют номер  $M$  компоненты, амплитуда которой максимальна, считая ее первой гармоникой сигнала.

5. Вычисляют СКЗ сигнала. В зависимости от поставленной задачи можно найти СКЗ1 ( $a$ ) – только первой гармоники сигнала, СКЗ2 ( $b$ ) – всех гармоник в рабочей полосе частот с учетом постоянной составляющей сигнала, СКЗ3 ( $в$ ) – в заданной пользователем полосе пропускания:

$$a) U_{\text{СКЗ1}} \approx \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=N1-d}^{N1+d} u_i^2}; \quad б) U_{\text{СКЗ2}} \approx \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N/2} u_i^2 + 2u_0^2}; \quad в) U_{\text{СКЗ3}} \approx \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=L}^H u_i^2}$$

где  $u_i$  – амплитуды спектральных компонент;  $u_0$  – постоянная составляющая сигнала;  $N$  – число дискретных отсчетов в массиве данных;  $N1=\text{round}(Nf/f_\delta)$  – номер спектральной компоненты, соответствующий положению первой гармоники с разрешением по частоте  $f_\delta/N$ ;  $d$  – целое число, учитывающее растекание основной гармоники;  $H=\text{round}(Nf_H/f_\delta)$  и  $L=\text{round}(Nf_L/f_\delta)$  – номера спектральных линий, соответствующие требуемой верхней и нижней границам полосы пропускания  $f_H$  и  $f_L$ ;  $k$  – весовой коэффициент, учитывающий влияние вида используемого временного окна на величину СКЗ сигнала.

Для нахождения амплитудного значения гармонического сигнала в приведенной формуле ( $a$ ) правая часть умножается на  $\sqrt{2}$ . Значение  $k$  зависит не только от вида окна, но и от числа учитываемых спектральных компонент. Например, для окна Кайзера при  $b_k=12$  и  $d=5$

оптимальное значение  $k=1.971309650$ , для Ханна  $k=1.632993162$ , а для Хемминга  $k=1.586302719$ .

С целью апробации и исследования работоспособности приведенного алгоритма используется компьютерная программа моделирования, которая позволяет оценить степень влияния объема выборки и коэффициента нелинейных искажений по второй гармонике (КНИ2), вида окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), частоты дискретизации, разрядности АЦП, уровня приведенных к входу АЦП шумов (бит), числа ( $d$ ), спектральных компонент, учитывающих растекание гармоники сигнала на соседние линии сетки частот ДПФ.

Рабочий интерфейс интерактивной программы «Погрешность анализа амплитудного спектра на основе БПФ» приведен на рис. 2.1. Здесь в окошечке «Битность» не стоит метка, поэтому приведенный график соответствует границам методической погрешности для выбранных условий работы. Если провести огибающие линии сверху и снизу, то внутренняя область будет соответствовать значениям методической погрешности для случайной начальной фазы сигнала.

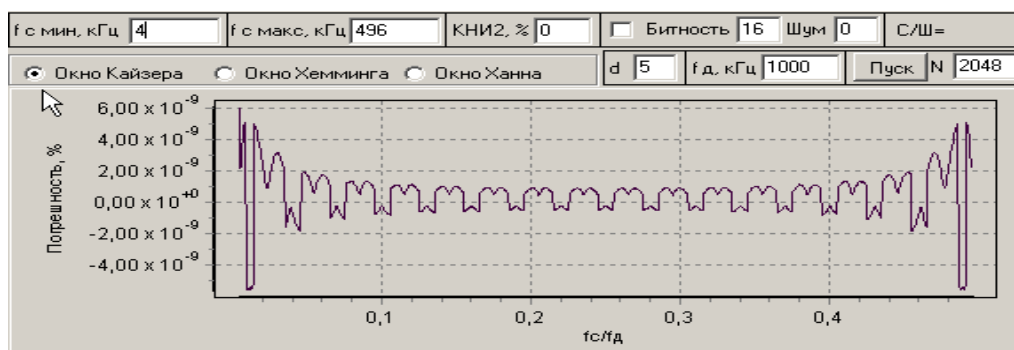


Рис. 2.1. График максимальной относительной погрешности

Программа моделирования строит график максимальной относительной погрешности оценки СКЗ в зависимости от величины ПЧ трансформированного сигнала. Расчет погрешности ведется в 1024 частотных точках. На каждой частоте находится максимальная погрешность по 36 оценкам СКЗ сигнала для различных начальных фаз, изменяемых с шагом  $10^\circ$ . В каждой точке начальной фазы приведенные к входу АЦП шумы распределены равномерно в полосе ПЧ, при этом СКЗ в этой полосе соответствует выбранному уровню в битах.

На графике для окна Кайзера на краях диапазона ПЧ погрешность симметрично возрастает, что обусловлено затеканием зеркальных спектральных компонент, расположенных симметрично относительно сечений 0 и  $f_\delta/2$  (или  $N/2$ ). В области низких частот (НЧ) это приводит к уменьшению числа периодов оцифрованного сигнала ( $P$ ). Величина  $P$  зависит от текущего значения частоты  $f_c$  в области ПЧ. Обозначим число точек на период  $R=f_\delta/f_c$ , тогда  $P=N/R=Nf_c/f_\delta$ . Минимальное значение  $P_{\min}=N_{\min}/R_{\max}=N_{\min}(f_c/f_\delta)_{\min}$ . Границы рабочей полосы должны быть уменьшены снизу и сверху на  $bf_\delta/N$ , или в нормированном виде на  $b/N$ , где реализуемое значение  $b_{\max}=P$ . Нормированная промежуточная частота сигнала  $F_{ПЧ}=f_c/f_\delta=P/N$ . Результаты оценки  $F_{ПЧ}$  и  $R$  для разных  $P$  и  $N$  представлены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

| $N$                              | 128   |       |       |       | 512   |       |       |       |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $P$                              | 1     | 2     | 4     | 8     | 1     | 2     | 4     | 8     |
| $R$                              | 128   | 64    | 32    | 16    | 512   | 256   | 128   | 64    |
| $F_{ПЧ}=f_c/f_\delta=b_{\max}/N$ | 1/128 | 2/128 | 4/128 | 8/128 | 1/512 | 2/512 | 4/512 | 8/512 |

При приближении к границам рабочего диапазона частот методические погрешности растут, как показано на рис. 2.2.

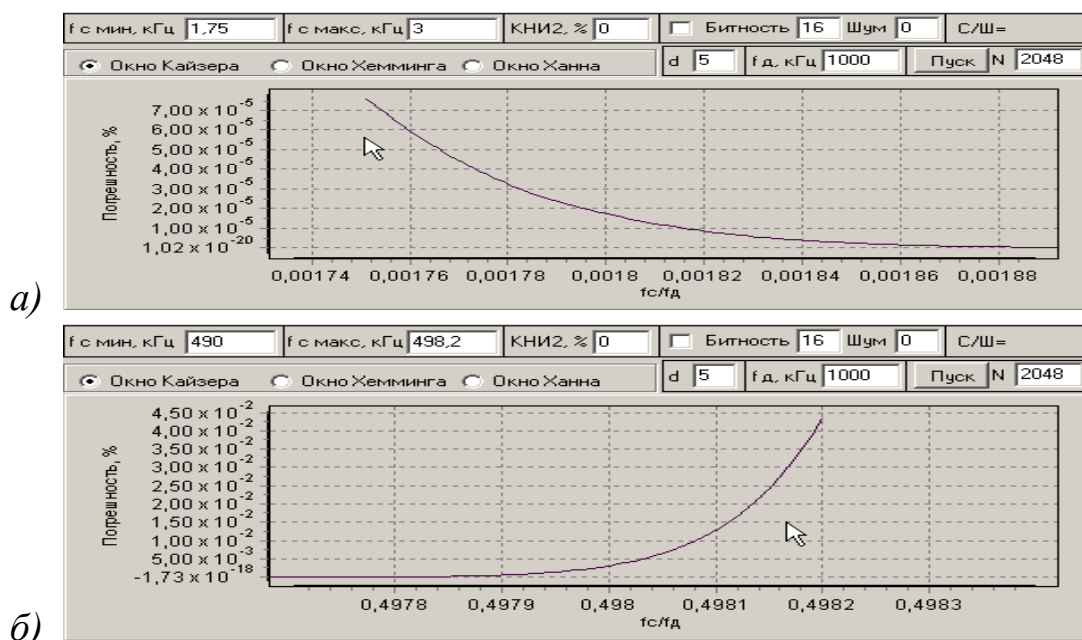


Рис. 2.2. Рост погрешности на краях диапазона рабочих частот:  
а – нижняя граница; б – верхняя граница

На рис. 2.3 приведены графики погрешности оценки СКЗ основной гармоники в середине диапазона промежуточных частот (ДПЧ) для разных типов окон.

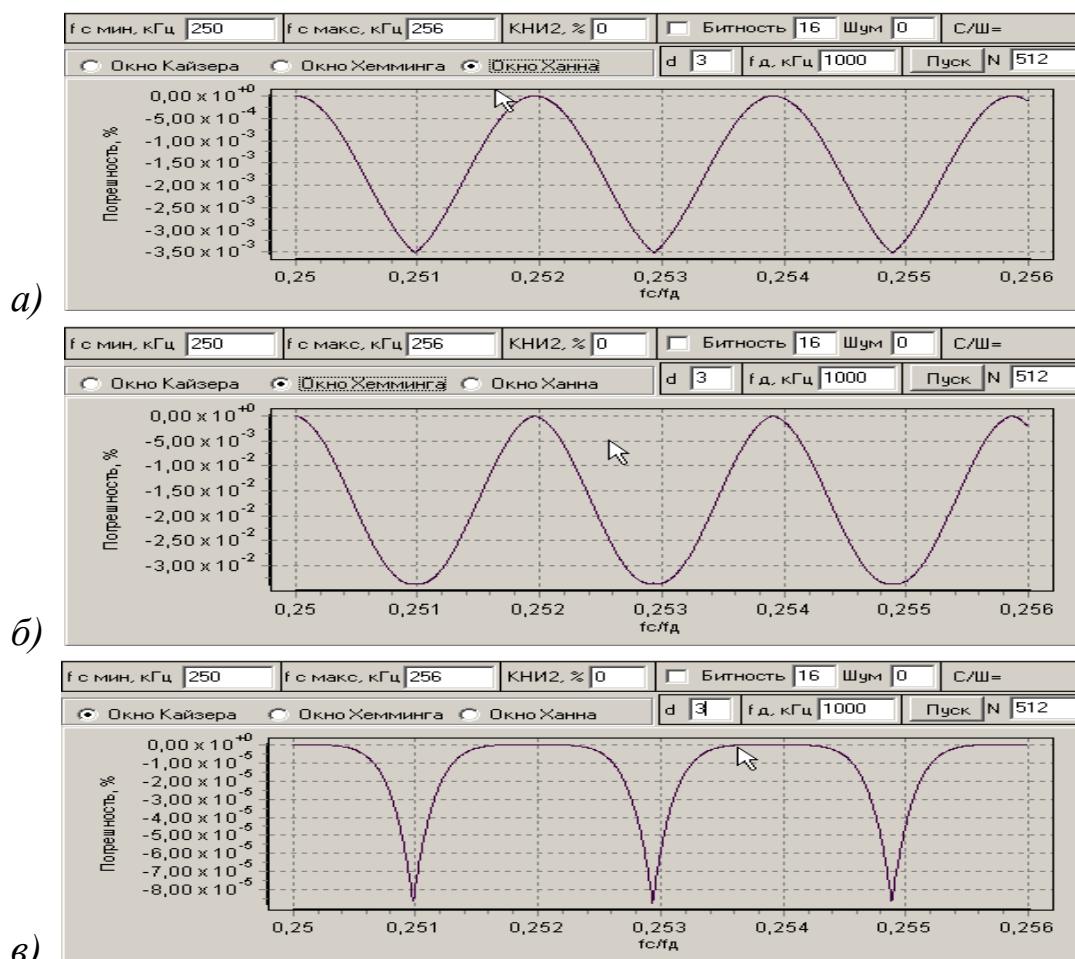


Рис. 2.3. Графики погрешности оценки СКЗ основной гармоники в середине рабочего диапазона ПЧ для разных типов окон: а – Ханна; б – Хемминга; в – Кайзера

### Методика работы с программой моделирования

1. Выбираются граничные значения рабочего диапазона ПЧ, объем выборки, КНИ2, вид окна, число учитываемых при расчете спектральных компонент  $(1+2d)$ , частота дискретизации, разрядность АЦП и уровень шумов.

2. Программа запускается, и проводится расчет погрешности для каждой из 1024 частот с шагом  $(f_{с\max} - f_{с\min})/1024$ .

3. Создается массив, и полученные данные располагаются в окне результата в виде графика. Если в окне «Битность» была поставлена

метка, то программа автоматически задает уровень приведенных к входу АЦП шумов.

Полученные в каждой точке графика данные можно рассматривать как предельно достижимые возможности спектрального метода или как методические погрешности, обусловленные алгоритмом обработки и конечной разрядностью вычислений.

#### **2.4. Особенности оценки амплитуды первой гармоники сигнала при приближении к границам диапазона ПЧ**

Работа программы моделирования «Оценка амплитуды основной гармоники методом БПФ в ДПЧ» предполагает, что на основании априорной информации или в результате предварительного анализа имеются сведения о частоте и начальной фазе сигнала. В окне, приведенном на рис. 2.4, оператор может задать исходную погрешность по частоте сигнала, начальную фазу, КНИ по 2-й и 3-й гармоникам, разрядность АЦП (битность), уровень шума в битах, аддитивную поправку (смещение). При этом разрядность и шумы, приведенные к входу АЦП, учитываются только тогда, когда стоит метка слева от пункта «Битность».

Кроме того оператор выбирает вид окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), задает число периодов сигнала, на котором получен массив цифровых данных ( $k$ ), задает число ( $d$ ) учитываемых в расчетах компонент растекания спектра основной гармоники сигнала, задает объем выборки ( $N$ ).

##### Алгоритм работы моделирующей программы

1. После нажатия кнопки «Пуск» на математическом уровне создается сигнал в виде массива данных с заданными параметрами, учитывающими фазу, шумы, разрядность, частоту и т.д.

2. Накладывается окно, реализуется БПФ, оценивается амплитудный спектр сигнала.

3. С учетом влияния выбранных параметров оценивается относительная погрешность ( $\delta$ ) определения уровня основной гармоники сигнала.

4. Данные отношения сигнал/шум (С/Ш) и рассчитанной погрешности приводятся справа во втором ряду верхнего поля.

Два нижних окна интерфейса показывают форму сигнала с шума-

ми в интервале оцифровки, а также его спектр с учетом растекания и наложения соседних компонент, в частности 2-й и 3-й гармоник.

График сигнала строится путем линейной интерполяции между точками мгновенных значений, общее число которых  $N$ . Заметим, что для одного оцифрованного периода будет растекание основной компоненты сигнала на нулевую компоненту, которая соответствует постоянной составляющей. Это означает, что при интерпретации результатов необходимо знать, была ли действительно постоянная составляющая, или она возникла в результате растекания, и ее нужно учитывать как компоненту основной гармоники.

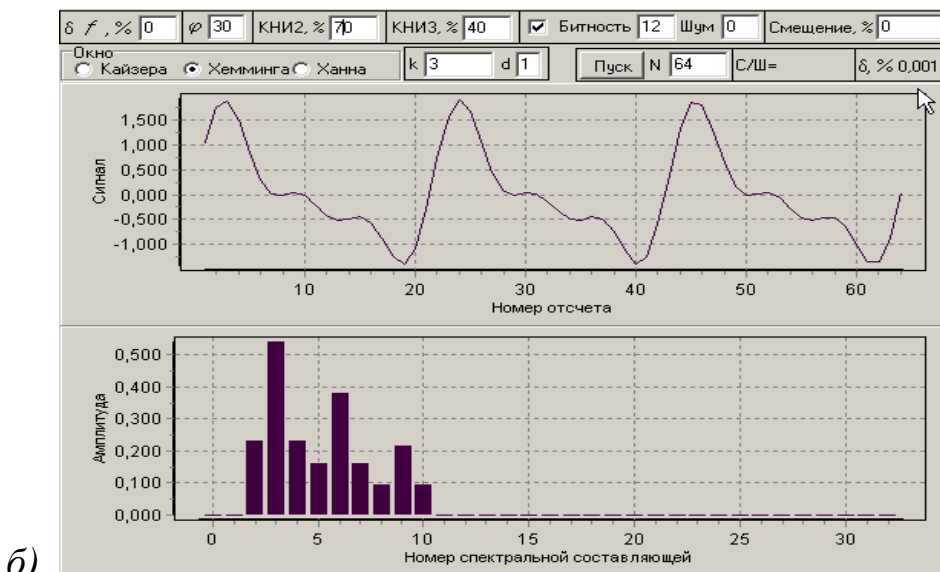
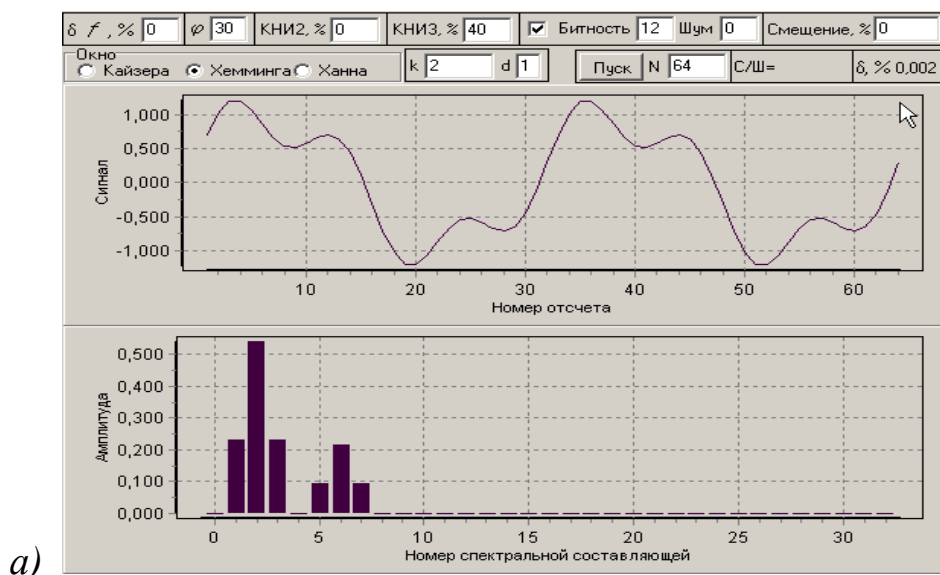


Рис. 2.4. Исключение влияния гармоник сигнала путем увеличения числа периодов оцифровки: а –  $k=2$ ; б –  $k=3$

В программе моделирования считается, что начальной фазе  $\varphi=0^\circ$  соответствует синусоидальный сигнал, его спектр является мнимым, зеркальные компоненты в точках 0 и  $N/2$  совмещаются противофазно и их сумма обращается в ноль. Для начальной фазы  $\varphi = \pm 90^\circ$  сигнал косинусоидальный и его спектр располагается в реальной области, следовательно, зеркальные компоненты суммируются в точках 0 и  $N/2$  синфазно, т.е. происходит удвоение уровня. Для промежуточных значений начальной фазы  $\varphi$  спектр располагается как в реальной, так и в мнимой части. Данное свойство БПФ можно детально исследовать моделированием. Возьмем объем выборки  $N = 64$ , число периодов сигнала, на котором получен массив цифровых данных,  $k = 1$  и 31, число учитываемых в расчетах компонент растекания спектра основной компоненты гармонического сигнала  $d = 1$ . Для выбранных условий, когда  $\varphi = 0^\circ$ , нулевой компоненты нет, спектр имеет 2 линии. Для  $\varphi = -90^\circ$  появляется удвоенная компонента в точке 0, всего в спектре 3 линии. Для окна Хемминга при оцифровке двух периодов уже не оказывает влияния 3-я гармоника, а при оцифровке трех периодов не влияет и 2-я гармоника. При использовании окна Кайзера для тех же условий компоненты спектра накладываются друг на друга и погрешность существенно возрастает. Устранить влияние соседних компонент позволяет сбор данных на большем числе периодов. При наличии высших гармоник и необходимости оценки уровня основной гармоники следует использовать более узкие окна и оцифровывать большее число периодов сигнала.

Приведенные данные показывают, что условия работы на первом периоде сигнала при объеме выборки  $N$  практически не отличаются от условий работы на  $N/2 - 1$  периоде, если в спектре имеется только 1-я гармоника сигнала. Когда в спектре имеются высшие компоненты, то работа на  $N/2 - 1$  периоде более предпочтительна, чем на одном. Вывод можно распространить на  $k$  периодов: работа на  $N/2 - k$  периодах более предпочтительна, чем на  $k$  периодах. Однако это справедливо, как правило, для малых значений  $k$  и ограниченном числе гармоник сигнала. Особенности расположения 7 спектральных компонент при попадании 1-й гармоники на края диапазона ПЧ (в области 0 и  $N/2$ ) приведены на рис. 2.5. На рис. 2.5, а представлен, по сути, режим синхронизированного стробирования, в то время как на рис. 2.5, б – режим несинхронизированного стробирования.



Можно показать, что при работе на  $N/2 - 1$  периоде (31) более узкое окно Хемминга позволяет разнести 1-ю и 2-ю гармоники сигнала, но для исключения влияния 3-й гармоники нужно работать на  $N/2 - 2$  периодах (30). В условиях сильных шумов (10 бит для 12-битного АЦП) даже при работе не на краях диапазона ПЧ более узкое окно Хемминга по сравнению с окном Кайзера позволяет получить более высокую точность оценки уровня основной гармоники.

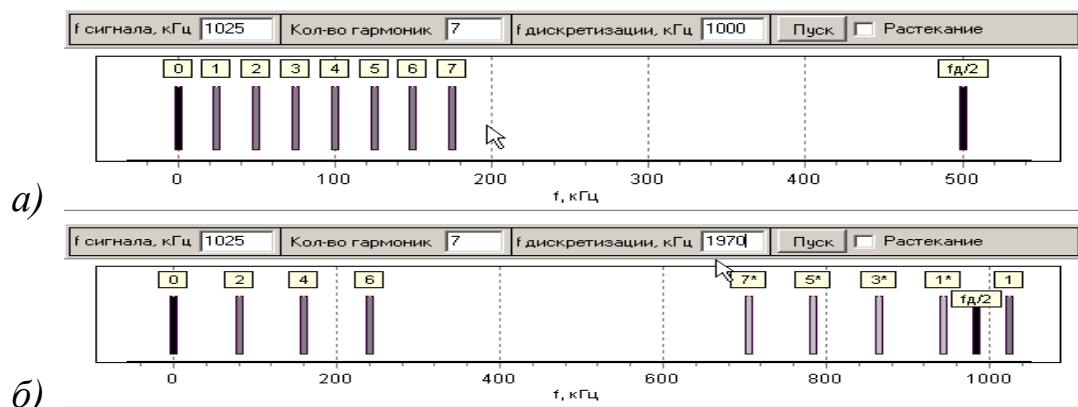


Рис. 2.5. Особенности расположения спектральных компонент при попадании 1-й гармоники на края диапазона ПЧ

Погрешности растут при приближении к границам полосы пропускания как снизу, так и сверху за счет затекания спектральных компонент из областей, зеркальных относительно сечений 0 и  $f_d/2$ . Вблизи нижней границы рабочего диапазона частот во временном интервале оцифровки укладывается малое число периодов сигнала, а вблизи верхней границы рабочего диапазона частот на периоде основной частоты сигнала получается малое число отсчетов – это граница Котельникова.

## 2.5. Исследование возможностей БПФ для оценки амплитуды основной гармоники по короткой реализации сигнала

Для более детального исследования влияния отдельных наиболее существенных факторов используются моделирующие программы: «Погрешность оценки амплитуды основной гармоники на границах ДПЧ» и «Погрешность оценки амплитуды основной гармоники в зависимости от фазы». На рис. 2.6 и 2.7 приведены графики погрешности оценки уровня от погрешности задания частоты сигнала для различных начальных фаз и типов окон при малом числе периодов ( $k$ ).

Для короткой реализации сигнала в интервале погрешности задания частоты от -10 % до 100 % наиболее точным является окно Хемминга, дающее меньшие погрешности оценки уровня. Наименее точно более широкое окно Кайзера. Представленные графики можно рассматривать как графики систематической погрешности, которую, как будет показано ниже, можно скомпенсировать.

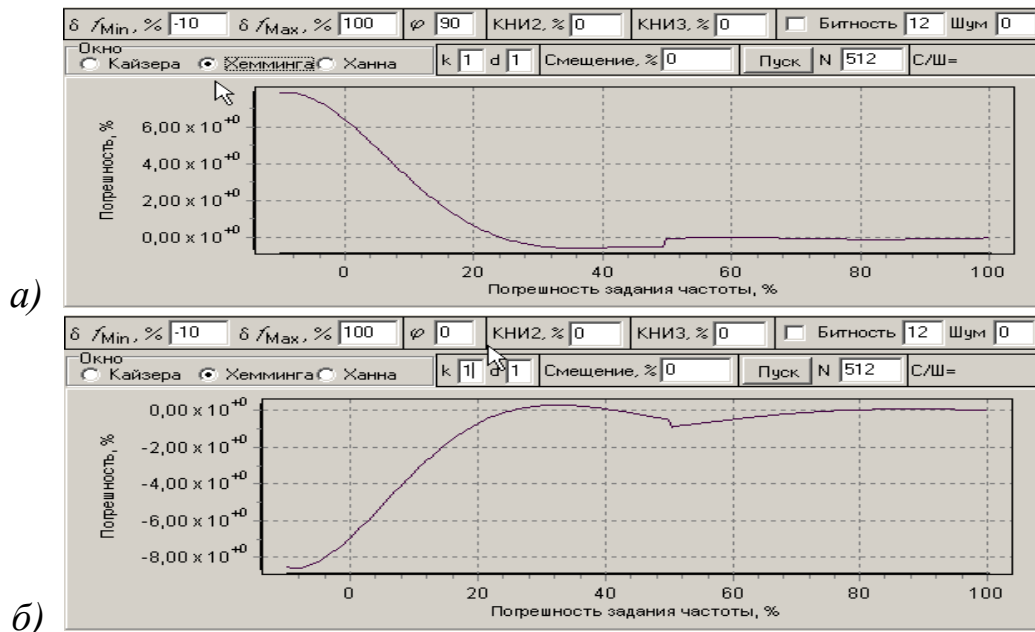


Рис. 2.6. Погрешности для разных начальных фаз при оцифровке сигнала в интервале времени, близком к периоду: а – 90°; б – 0°

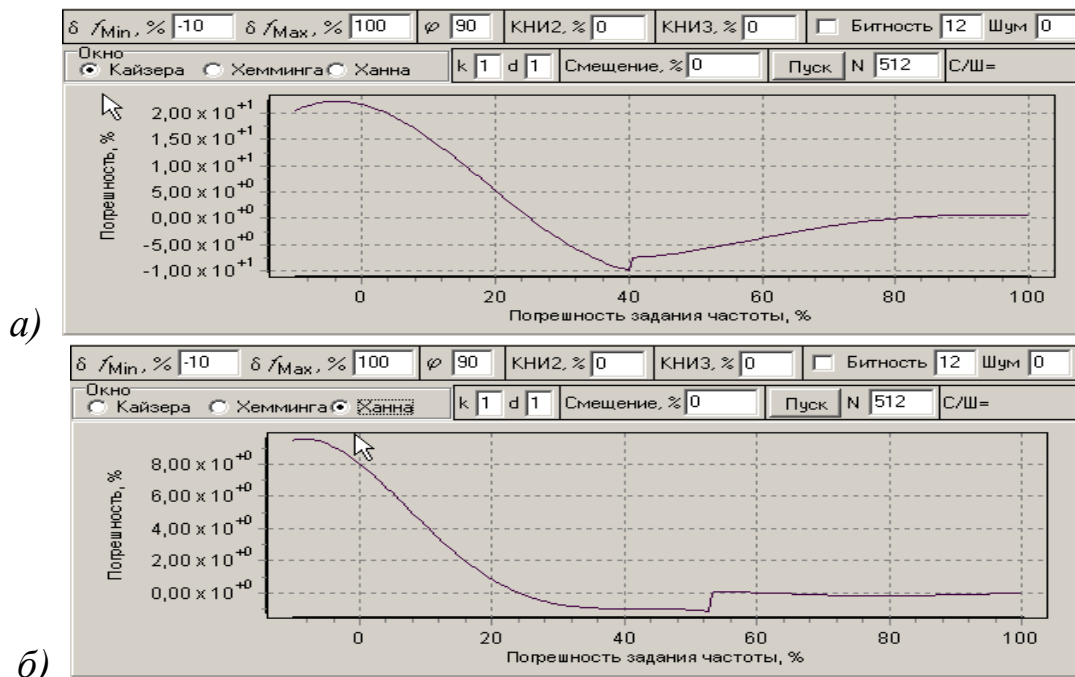


Рис. 2.7. Погрешности для окон Кайзера (а) и Ханна (б) при оцифровке сигнала в интервале времени, близком к периоду

На рис. 2.8 приведены графики погрешности оценки амплитуды основной гармоники от начальной фазы сигнала в условиях ограниченной разрядности АЦП (16 бит) и разного уровня шумов. Из графиков следует, что при коротких реализациях сигнала погрешность оценки уровня сильно зависит от начальной фазы. Но уже при уровне шума 4 бита влияние фазы становится незаметным. Увеличение объема выборки способствует уменьшению влияния шумов.

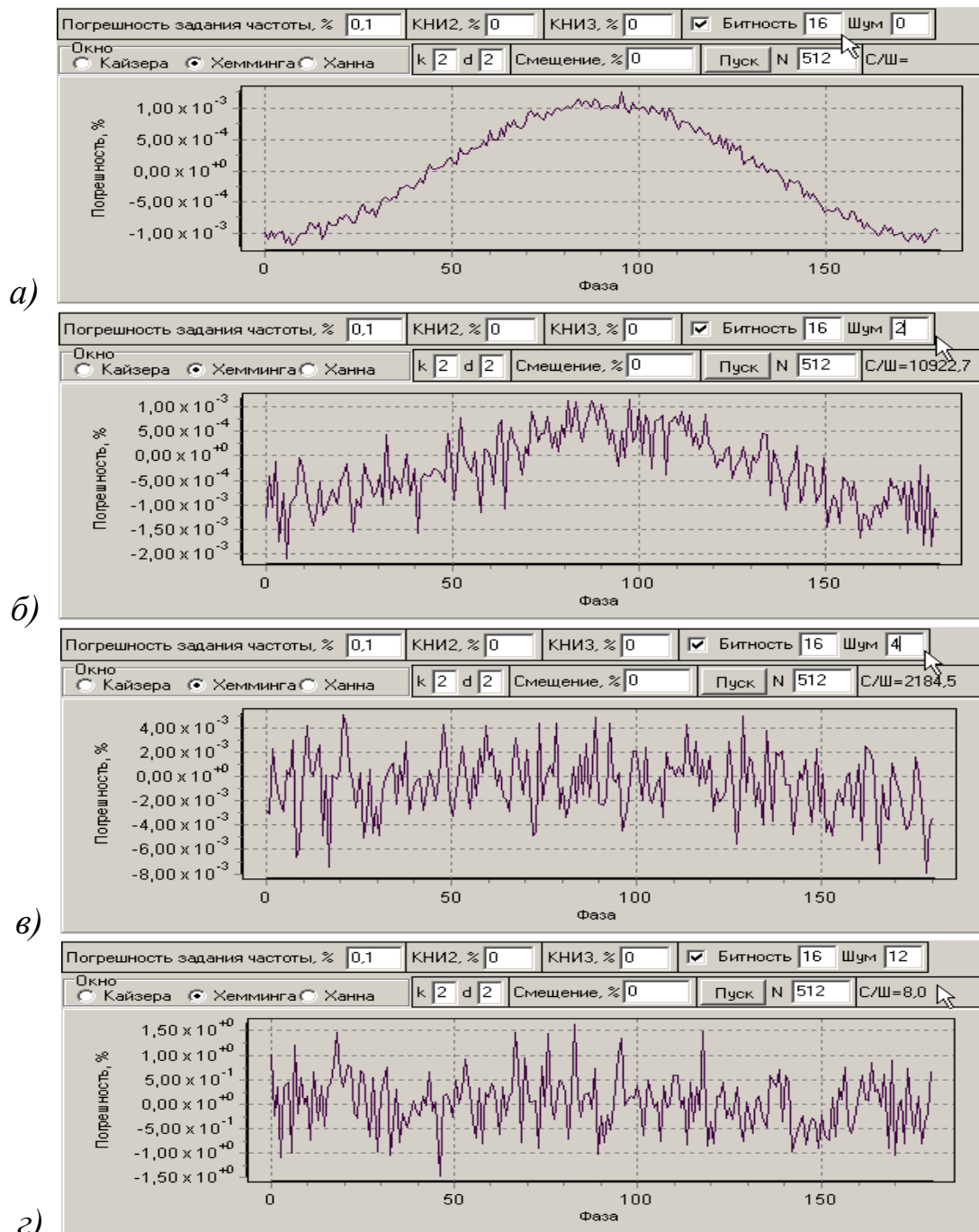


Рис. 2.8. Погрешности в зависимости от начальной фазы для окна Хемминга при уровне шума 0 (а), 2 (б), 4 (в) и 12 (г) бит

В области коротких реализаций сигнала (1 – 2 периода) и малых шумов можно исключить систематическую погрешность, если предварительно методами анализа массива данных во временной области с достаточно высокой точностью были получены значения рабочей частоты и начальной фазы сигнала.

Можно ввести поправочное смещение и оценить уровень с более высокой точностью. Погрешность в этом случае будет зависеть от исходной точности по частоте и фазе с учетом значений крутизны погрешности уровня в рабочих точках, как показано на рис. 2.9.

Приведен пример для начальной фазы  $0^\circ$  и одного периода оцифровки сигнала, когда исходные погрешности по фазе и частоте не более 1%. Смещение для заданных условий лучше оценить при отсутствии шумов, оно приблизительно равно  $-5,2$ . Влияние исходных погрешностей по частоте и фазе (1%) на погрешность определения уровня можно оценить по графикам соответственно на уровне 0,6 и 0,2 % (по модулю). Они независимы, т.е. суммируются под корнем квадратным. Следовательно, полная погрешность не превышает 0,64 %.

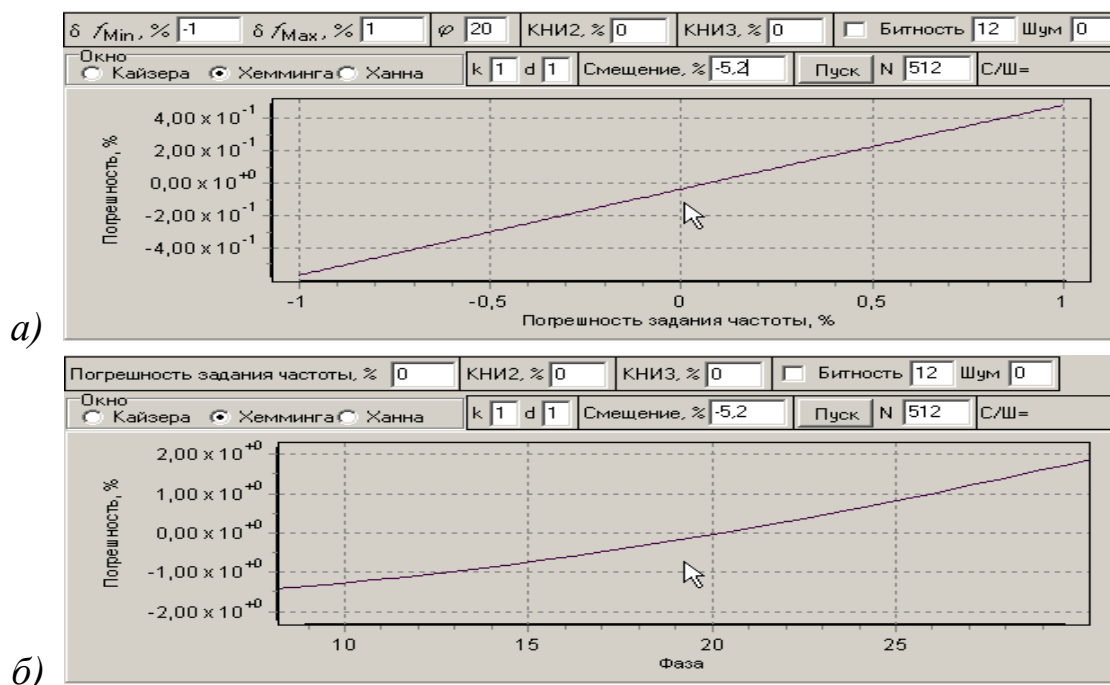


Рис. 2.9. Влияние крутизны погрешности оценки уровня от исходной погрешности по частоте (а) и фазе (б)

В процессе анализа следует учитывать не только основные параметры сигнала и окна, но также параметры, которые должны адаптироваться к числу рабочих периодов сигнала. Такими параметрами являются число спектральных компонент растекания  $d$ , а также исходные погрешности по частоте и фазе. Величина  $d$  не может быть больше числа периодов оцифрованного сигнала, и ее не следует выбирать свыше 5. Исходные погрешности оценки частоты и фазы во временной области также зависят от числа рабочих периодов сигнала, они оказывают косвенное влияние, расширяя зону неопределенности оценки спектральной компоненты.

## **2.6. Порядок подготовки и выполнения работы**

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.
3. Составить программу экспериментальных исследований (включая влияние на погрешность окна, числа учитываемых спектральных компонент, уровня шума, объема выборки и т.д.).
4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.
6. Оформить отчет и защитить его.

## **2.7. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

## **2.8. Контрольные вопросы**

1. При каких условиях сигнал может быть полностью восстановлен из дискретных, одинаково расположенных отсчетов?
2. Что такое спектральная утечка, или растекание спектра?
3. Что называют временным «окном»?
4. Какие окна вы знаете, и каковы их особенности?
5. Когда применяют прямоугольное окно?

6. Как расположены частотные компоненты для целого числа периодов сигнала?
7. Как сдвигается частотная характеристика окна от центра главного лепестка, если временная выборка содержит нецелое число периодов?
8. К чему приводит смещение главного лепестка относительно центра?
9. Какими параметрами характеризуют окна?
10. Как оценить амплитудный и энергетический спектр?
11. Как оценить мощность сигнала и шумов?
12. Поясните алгоритм оценки СКЗ.
13. Как найти амплитудное значение гармонического сигнала?
14. Каковы особенности оценки амплитуды первой гармоники сигнала при приближении к границам диапазона промежуточных частот?
15. В каких случаях при интерпретации результатов необходимо знать, была ли у сигнала постоянная составляющая?
16. Поясните, когда зеркальные компоненты в точках 0 и  $N/2$  совмещаются противофазно и их сумма обращается в ноль?
17. Поясните, когда зеркальные компоненты в точках 0 и  $N/2$  совмещаются синфазно и их сумма удваивается?
18. Почему работать на одном периоде сигнала при объеме выборки  $N$  хуже, чем на  $N/2 - 1$  периодах?
19. Поясните возможности БПФ для оценки амплитуды основной гармоники по короткой реализации сигнала.
20. Как можно исключить систематическую погрешность при коротких реализациях сигналов?
21. Поясните практические результаты исследований.

### **3. АНАЛИЗ ЧАСТОТНОГО СПЕКТРА СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ**

**3.1. Цель работы:** исследование особенностей и возможностей анализа частотного спектра на основе ДПФ в задачах определения параметров сигналов, дискретизируемых с помощью АЦП.

### 3.2. Теоретические сведения

Частоту спектральной линии сигнала можно оценить по частоте максимальной компоненты. При этом погрешность оценки будет достигать половины шага частотной сетки ДПФ.

Искомую величину можно найти с большим разрешением, чем дает БПФ, если выполнить средневзвешенную оценку положения совокупности компонент вблизи пика энергетического спектра с учетом его растекания. Применительно к задаче поиска частоты сигнальной спектральной линии, занявшей несколько линеек сетки ДПФ, необходимо учесть линии ДПФ, принадлежащие только сигналу, поэтому суммирование следует вести в ограниченной зоне растекания, которая определяется окном.

Если конкретных данных недостаточно, то рекомендуется выбрать интервал взвешивания  $\pm 3$  ( $d=3$ ) компоненты сетки частот ДПФ, потому что это шире, чем главные лепестки основных окон. Если две компоненты находятся очень близко, они будут смешиваться друг с другом из-за спектральной утечки. Когда в пределах шести компонент сетки ДПФ имеется два или больше пиков мощности, то они будут искажать фактические частоты. Устранить этот эффект можно уменьшая число  $d$ .

### 3.3. Оценка частоты периодического сигнала на основе преобразования Фурье

Рассмотрим особенности построения алгоритма оценки частоты, исходя из предположения, что первая гармоника исследуемого сигнала по уровню превышает все остальные. В зависимости от значения частоты основной гармоники выбирается частота дискретизации таким образом, чтобы сигнал на выходе АЦП находился в требуемом диапазоне частот. Массив данных поступает в ПК, который реализует БПФ.

Приведем алгоритм оценки частоты по шагам:

1. Получают массив  $u[i/f_d]$  в объеме  $N$  дискретных отсчетов сигнала.
2. Накладывают на полученный массив  $u[i/f_d]$  временное окно.
3. От полученного массива вычисляют прямое преобразование Фурье, получая комплексный спектр  $S[i f_d/N] = \text{FFT}(u_1[i/f_d])$ .
4. В комплексном спектре  $S[i f_d/N]$  определяют номер  $M$  компоненты, амплитуда которой максимальна, считая ее первой гармоникой.
5. Вычисляют частоту по формуле

$$f_c \approx \frac{\sum_{i=N1-d}^{N1+d} |S_i[i \cdot f_\delta / N]|^2 \cdot i \cdot f_\delta / N}{\sum_{i=N1-d}^{N1+d} |S_i[i \cdot f_\delta / N]|^2},$$

где  $S_i$  – амплитуды соответствующих спектральных компонент;  $d$  – коэффициент, учитывающий растекание спектральной составляющей.

С целью детального исследования работоспособности приведенного алгоритма может быть использована компьютерная программа моделирования, которая позволяет оценить степень влияния объема выборки, уровня нелинейных искажений по второй гармонике (КНИ2), вида окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), частоты дискретизации, разрядности АЦП, уровня приведенных к входу АЦП шумов (бит), числа ( $d$ ), спектральных компонент, учитывающих растекание гармоники сигнала на соседние линии сетки частот ДПФ. Рабочий интерфейс интерактивной программы «Погрешность оценки частоты на основе БПФ в рабочем диапазоне АЦП» приведен на рис. 3.1.

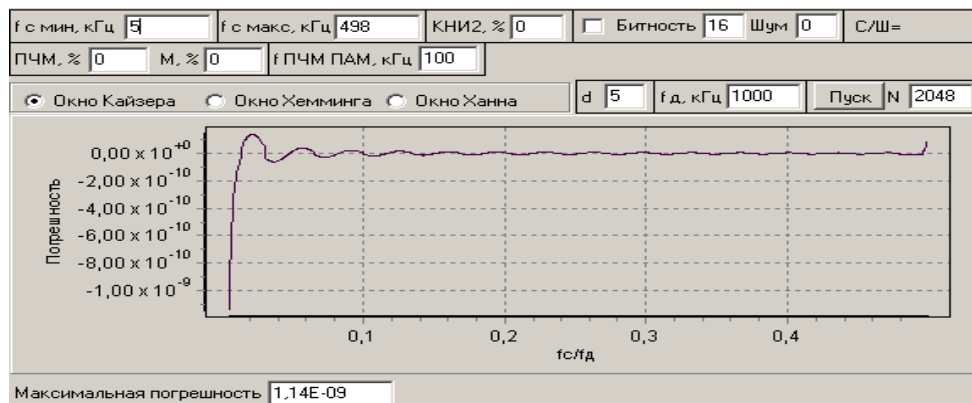


Рис. 3.1 График максимальной относительной погрешности

Программа моделирования строит график максимальной относительной погрешности оценки частоты в зависимости от величины ПЧ трансформированного сигнала. Расчет погрешности ведется в 1024 частотных точках. На каждой частоте находится максимальная погрешность по 36 оценкам частоты сигнала для различных начальных фаз, изменяемых с шагом  $10^\circ$ . В каждой точке начальной фазы приведенные к входу АЦП шумы распределены равномерно в полосе ПЧ. На графике (см. рис. 3.1), представленном для окна Кайзера, на краях рабочего диапазона ПЧ погрешность возрастает, что обусловлено за-



течением зеркальных спектральных компонент, расположенных симметрично относительно сечений 0 и  $f_\delta/2$ . В области НЧ это приводит к уменьшению числа периодов оцифрованного сигнала. При приближении к границам рабочего диапазона частот снизу (рис. 3.2, а) и сверху (рис. 3.2, б) методические погрешности растут, хотя их значения остаются достаточно низкими ( $10^{-10} - 10^{-9}$ ). К тому же уровень погрешностей снизу существенно выше, чем сверху.

На рис. 3.3 приведены графики, которые показывают, что изменение окна с Кайзера (рис. 3.3, а) на Ханна (рис. 3.3, б), которое имеет более узкий главный максимум, сужает область всплеска погрешности.

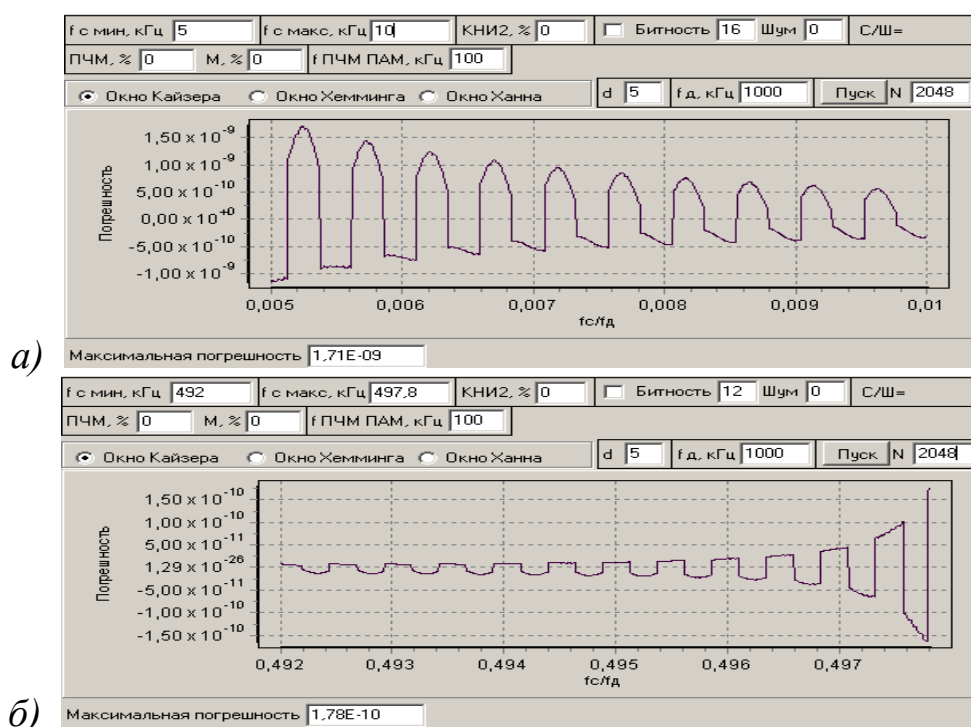


Рис. 3.2. Рост погрешности на краях диапазона рабочих частот

Каждая точка графика построена путем обработки конкретной реализации сигнала для заданного соотношения  $f_c/f_\delta$ . Каждая реализация содержит  $N$  точек, точность оценки которых определяется алгоритмом и всеми влияющими факторами, в том числе разрядностью АЦП и уровнем шумов. При этом погрешности можно рассматривать как инструментальные, обусловленные шумами и нелинейностью АЦП.

На частоте  $f_\delta/3$  имеется всплеск погрешности. Это запрещенная для работы область частот, поскольку здесь 1-я прямая гармоника накладывается на 2-ю обратную. На рис. 3.4, а, б приведены рабочие

окна программы моделирования для совокупного действия нескольких влияющих факторов: шумов, нелинейных искажений, паразитной АМ (ПАМ) и паразитной ЧМ (ПЧМ) с разной частотой модуляции и вида окна.

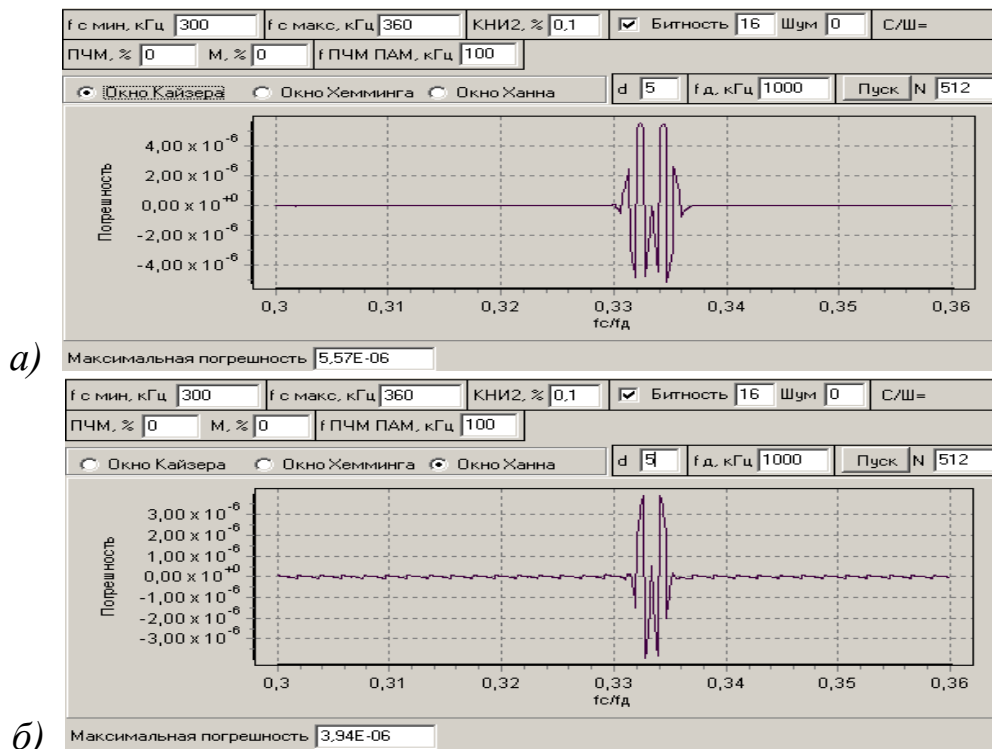


Рис. 3.3. Рост погрешности в точках кратности

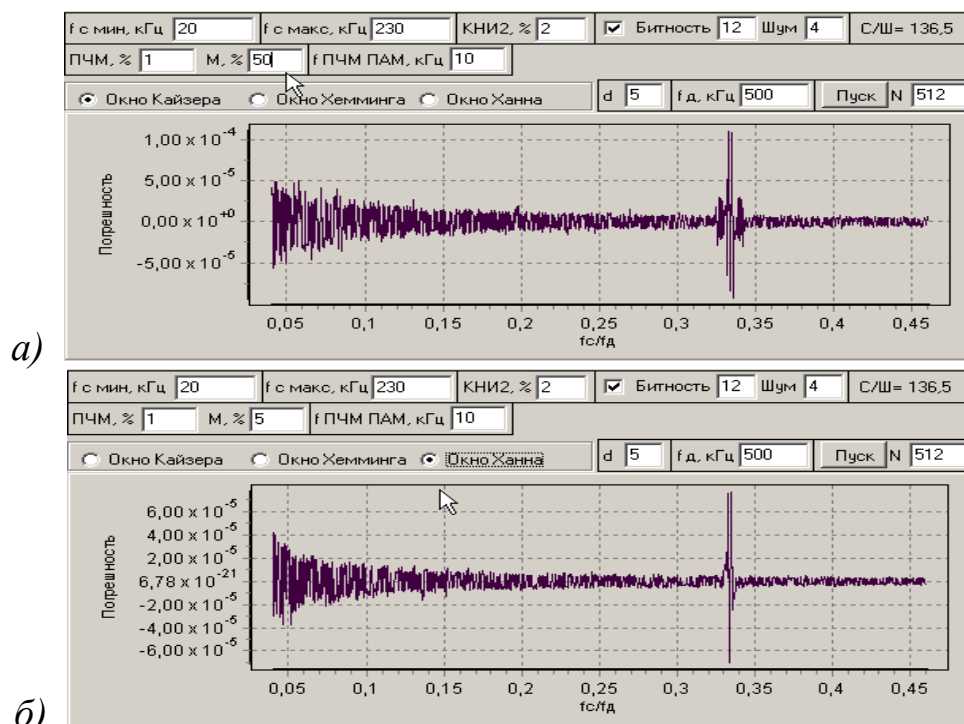


Рис. 3.4. Влияние глубины АМ и вида окна

В соответствии с выбранной частотой дискретизации  $f_\delta$  рабочий диапазон частот оценки частоты располагается от  $bf_\delta/N$  до  $f_\delta/2 - bf_\delta/N$  и для реальных значений  $N$  зависит от типа окна и взятого значения  $d$ .

### 3.4. Определение номера и частоты любой гармоники сигнала

Методика оценки частоты различна в зависимости от диапазона рабочих частот АЦП. Рассмотрим случай, когда известно, что спектр сигнала расположен в ДВК и соблюдаются условия разнесения всех гармоник сигнала на  $2d$  компонент сетки частот БПФ. При этом последовательность определения частот всех гармоник сигнала следующая:

1. Выбирают частоту дискретизации  $f_\delta$  и объем выборки  $N$  таким образом, чтобы получить необходимое разрешение по частоте  $f_\delta/N$ , для которого все исследуемые и даже паразитные гармоники сигнала попали бы в ДВК:

$$f_\delta > 2Lf_{c1},$$

где  $L$  – максимальный номер учитываемой гармоники сигнала;  $f_{c1}$  – частота первой гармоники.

2. Получают в заданном объеме ( $N = \dots 256, 512, 1024, 2048, 4096 \dots$ ) массив цифровых данных  $u[i/f_\delta]$ .

3. В соответствии с уровнем шумов и разрядности АЦП выбирают временное окно и накладывают его на полученный массив  $u[i/f_\delta]$ .

4. Вычисляют прямое преобразование Фурье, получая комплексный спектр  $S[i f_\delta / N] = \text{FFT}(u[i/f_\delta])$ .

5. В комплексном спектре  $S[i f_\delta / N]$  определяют ближайший к 0 номер  $m1$  спектральной линии сетки БПФ, амплитуда которой максимальна, считая, что она принадлежит к растекшимся компонентам первой гармоники сигнала.

6. В соответствии с используемым окном выбирают число гармоник  $d$ , учитывающее растекание сигнальной спектральной составляющей.

7. Вычисляют частоту 1-й гармоники  $f_{c1}$  по формуле

$$f_{c1} \approx \left\{ \sum_{i=m1-d}^{m1+d} |S[i \cdot f_\delta / N]|^2 \cdot i \cdot f_\delta / N \right\} / \left\{ \sum_{i=m1-d}^{m1+d} |S[i \cdot f_\delta / N]|^2 \right\},$$

где  $S_i$  – амплитуды соответствующих спектральных компонент.

8. Оценивают положение второй и всех других гармоник сигнала:

$$m_2 \approx 2m_1; \quad m_3 \approx 3m_1; \quad m_i \approx im_1.$$

9. В области спектральных линий  $mi \pm d$  уточняют положение  $m_j$  каждого локального по уровню максимума, считая, что это основные спектральные компоненты соответствующих гармоник.

10. Вычисляют частоты всех составляющих сигнала по формуле

$$f_{cj} \approx \left\{ \sum_{i=m_j-d}^{m_j+d} |S[i \cdot f_\delta / N]|^2 \cdot i \cdot f_\delta / N \right\} / \left\{ \sum_{i=m_j-d}^{m_j+d} |S[i \cdot f_\delta / N]|^2 \right\}.$$

11. При необходимости находят среднее значение частоты 1-й гармоники по всей совокупности данных частот отдельных гармоник:

$$f_{c1} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \frac{f_{cj}}{j}.$$

Если спектр исследуемого сигнала соответствует ДСС или ДНС, то алгоритм определения частоты спектральной компоненты должен содержать шаги, позволяющие найти номера рабочих гармоник сигнала и частоты дискретизации. Наиболее просто путем сравнения уровней решается задача идентификации 1-й гармоники сигнала, если известно, что она больше других. Тогда в процессе определения частоты основной компоненты следует задействовать алгоритм оценки ее амплитуды или СКЗ. Если соотношение уровней гармоник неизвестно, то предлагается изменять в небольших пределах частоту дискретизации и по смещениям компонент в ДПЧ оценивать их частоты. При этом по каждой спектральной компоненте, частоту которой следует определить, необходимо решать систему уравнений, причем идентификацию смещения ПЧ можно осуществлять путем привязки к уровню, считая, что он остается неизменным.

В самом общем случае:

– для ГПН  $f_{ncj} = jf_{c1} - nf_\delta$  ( $f_{nc}$  уменьшается с ростом  $f_\delta$ );

– для ГОН  $f_{ncj} = nf_\delta - jf_{c1}$  ( $f_{nc}$  увеличивается с ростом  $f_\delta$ ),

где  $n = \text{ent}(jf_c/f_\delta)$  – целое число;  $j$  – номер гармоники (целое число).

В каждом уравнении известно только две величины:  $f_{nc}$  и  $f_\delta$ . Для определения частоты и номера исследуемой гармоники сигнала, ее

принадлежности к ГПН или ГОН, а также для нахождения рабочего номера гармоники частоты дискретизации можно реализовать процедуру ступенчатой перестройки частоты дискретизации с последующим решением системы из двух уравнений. Пусть исследуемая гармоника сигнала находится в диапазоне ПЧ с разнесением между соседними компонентами, а также крайними частотами 0 и  $f_\delta/2$ , значительно превышающим  $2d$ . Увеличим частоту  $f_\delta$  на величину  $\Delta f_\delta$ , тогда при неизменной частоте сигнала изменится  $f_{nc}$  на величину  $\Delta f_{nc}$ , причем для ГПН она уменьшится, а для ГОН – увеличится.

Для ГПН получим систему из двух уравнений:

$$\begin{aligned} 1) \quad f_{ncj} &= jf_{c1} - nf_\delta; \\ 2) \quad f_{ncj} - \Delta f_{nc} &= jf_{c1} - n(f_\delta + \Delta f_\delta). \end{aligned}$$

Решив систему, получим значение частоты  $j$ -й гармоники сигнала:

$$jf_{c1} = f_{cj} = (\Delta f_\delta f_{ncj} + f_\delta \Delta f_{ncj}) / \Delta f_\delta.$$

Для ГОН получим аналогичную систему из двух уравнений:

$$f_{ncj} = nf_\delta - jf_{c1}; \quad f_{ncj} + \Delta f_{nc} = n(f_\delta + \Delta f_\delta) - jf_{c1}.$$

Решив систему, получим значение частоты  $j$ -й гармоники сигнала:

$$jf_{c1} = f_{cj} = (f_\delta \Delta f_{ncj} - \Delta f_\delta f_{ncj}) / \Delta f_\delta.$$

Для ГПН и ГОН при необходимости можно оценить номер рабочей гармоники частоты дискретизации:  $n = \text{round}(\Delta f_{ncj} / \Delta f_\delta)$ .

После того как будут определены все гармоники сигнала, можно оценить их рабочие номера, считая, что 1-я (основная) гармоника имеет наименьшую рабочую частоту

$$f_{c1} = \min_{j \in J} f_{cj}, \quad \text{тогда} \quad j = \text{round}(f_{cj} / f_{c1}).$$

При необходимости можно реализовать перестройку частоты дискретизации в разных направлениях вверх и вниз.

1. Для ГПН:

$$\begin{aligned} f_{ncj} &= jf_{c1} - nf_\delta; \\ f_{ncj} - \Delta f_{nc} &= jf_{c1} - nf_\delta - n\Delta f_\delta; \\ f_{ncj} + \Delta f_{nc} &= jf_{c1} - nf_\delta + n\Delta f_\delta. \end{aligned}$$

2. Для ГОН:

$$\begin{aligned} f_{ncj} &= nf_\delta - jf_{c1}; \\ f_{ncj} + \Delta f_{nc} &= nf_\delta + n\Delta f_\delta - jf_{c1}; \\ f_{ncj} - \Delta f_{nc} &= nf_\delta - n\Delta f_\delta - jf_{c1}. \end{aligned}$$

При этом могут быть исключены некоторые погрешности, обусловленные нестабильностью частоты дискретизации.

Когда объем выборки небольшой, а число гармоник значительное, может потребоваться индивидуальный подбор частоты дискретизации для каждой гармоники. Последовательность определения частот всех гармоник сигнала при работе в ДСС или ДНС может быть следующей:

1. Выбирают частоту дискретизации  $f_\delta$  и объем выборки  $N$  таким образом, чтобы получить необходимое разрешение по частоте  $f_\delta/N$ , для которого все гармоники сигнала попали бы в рабочий ДПЧ.

2. Получают в заданном объеме массив цифровых данных  $u[i/f_\delta]$  и проверяют, что собранный массив удовлетворяет ДНС или ДСС.

3. В соответствии с уровнем шумов и разрядности АЦП выбирают временное окно и накладывают его на полученный массив  $u[i/f_\delta]$ .

4. Вычисляют прямое преобразование Фурье, получая комплексный трансформированный спектр  $S[i f_\delta/N] = \text{FFT}(u_i[i/f_\delta])$ .

5. В соответствии с используемым окном выбирают число гармоник  $d$ , учитывающее растекание сигнальной спектральной составляющей.

6. Анализируют спектр по наличию достаточного расстояния между локальными максимумами сигнальных компонент. Оценивают возможности встречного смещения групп сигнальных компонент при перестройке частоты дискретизации и проверяют близость и возможное движение сигнальных компонент в области 0 и частоты Найквиста.

7. Вычисляют СКЗ (см. разд. 2) и промежуточные частоты всех гармоник  $f_{n_{ij}}$  по формуле

$$f_{n_{ij}} \approx \left\{ \sum_{i=mj-d}^{mj+d} |S[i \cdot f_\delta / N]|^2 \cdot i \cdot f_\delta / N \right\} / \left\{ \sum_{i=mj-d}^{mj+d} |S[i \cdot f_\delta / N]|^2 \right\},$$

где  $S_i$  – амплитуды соответствующих спектральных компонент.

8. Если какая-то промежуточная частота попала в пограничную запрещенную для перестройки и расчетов область диапазона ПЧ (вблизи 0 или  $f_\delta/2$ ), изменяют  $f_\delta$  таким образом, чтобы она оказалась в рабочей части ДПЧ с достаточным запасом. Повторяют пп. 2 – 8 алгоритма для другого значения  $f_\delta$ .

9. Реализуют процедуру ступенчатого изменения частоты  $f_\delta$  на величину  $\Delta f_\delta$ . При этом происходит изменение всех значений промежуточных частот  $f_{ncj}$  на величину  $\Delta f_{ncj}$ , причем для ГПН ПЧ уменьшится, а для ГОН – увеличится.

10. Получают значения частот всех гармоник сигнала, уровень которых превышает уровень шума в заданное число раз:

$$a) \text{ для ГПН: } f_{cj} = \frac{\Delta f_\delta f_{ncj} + f_\delta \Delta f_{ncj}}{\Delta f_\delta}; \quad б) \text{ для ГОН: } f_{cj} = \frac{f_\delta \Delta f_{ncj} - \Delta f_\delta f_{ncj}}{\Delta f_\delta}.$$

При необходимости оценивается номер рабочей гармоники частоты дискретизации:  $n = \text{round}(\Delta f_{ncj} / \Delta f_\delta)$ .

11. Оценивают частоту 1-й гармоники сигнала:

$$f_{c1} = \min_{j \in J} f_{cj}.$$

12. Определяют рабочие номера всех гармоник сигнала, считая, что 1-я (основная) гармоника имеет наименьшую рабочую частоту:

$$j = \text{round}(f_{cj} / f_{c1}).$$

При необходимости находят среднее значение частоты 1-й гармоники по всей совокупности данных частот всех гармоник сигнала:

$$f_{c1} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \frac{f_{c1}}{j}.$$

Приведем примеры расположения рабочих гармоник сигнала, основная частота которого 5 МГц, а частота дискретизации может выбираться с шагом 1 кГц в диапазоне частот 800 – 900 кГц. На рис. 3.5, *a*, *б* показано движение 3 гармоник сигнала при ступенчатом изменении частоты дискретизации 872 – 876 кГц. К типу ГПН принадлежат гармоники 2 и 3, при увеличении частоты дискретизации их ПЧ уменьшаются и они двигаются к 0. Первая гармоника относится к типу ГОН ( $1^*$ ), при увеличении частоты дискретизации ее ПЧ возрастает и она двигается к частоте Найквиста.

На рис. 3.6, *a*, *б* показано расположение и движение уже 5 гармоник сигнала при ступенчатом изменении частоты дискретизации 872 – 873 кГц. К типу ГПН также принадлежат гармоники 2 и 3. К типу ГОН принадлежат гармоники  $1^*$ ,  $4^*$  и  $5^*$ .

Как видно из приведенных рисунков, промежуточные частоты

ГПН двигаются навстречу ГОН (гармоники 3 и 4\*) и при дальнейшем увеличении частоты дискретизации они могут наложиться друг на друга.

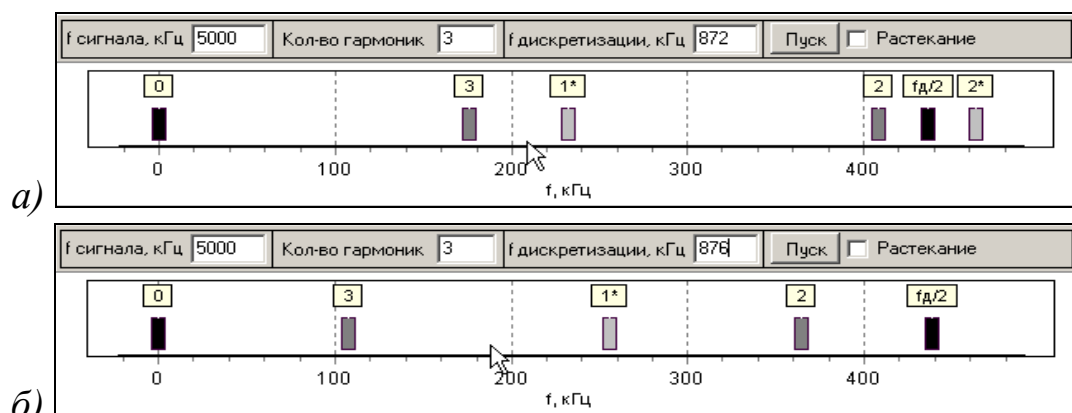


Рис. 3.5. Изменение положения трех гармоник сигнала

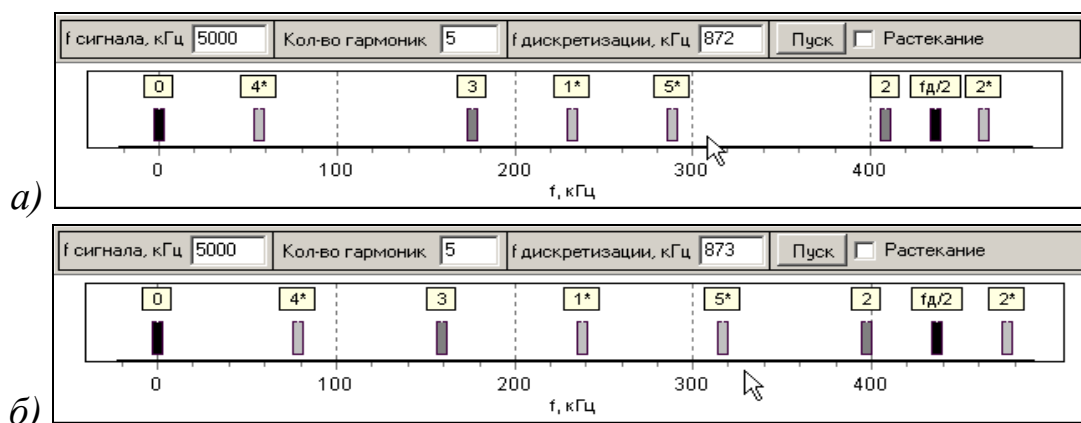


Рис. 3.6. Изменение положения пяти гармоник сигнала

### 3.5. Особенности оценки частоты сигнала при приближении к границам ДПЧ

С целью детального исследования возможностей применения БПФ для анализа частотного спектра сигнала при приближении его первой гармоники к границам ДПЧ используется специальная программа моделирования «Оценка частоты основной гармоники методом БПФ в ДПЧ». Работа программы предполагает, что на основании априорной информации или в результате предварительного анализа во временной области массива полученных цифровых данных имеются первичные сведения о частоте и начальной фазе сигнала. В окне программы, приведенном на рис. 3.7, оператор может задать исход-



ную погрешность по частоте сигнала, начальную фазу, КНИ по 2-й и 3-й гармоникам, разрядность АЦП (битность), уровень шума в битах, аддитивную поправку (смещение).

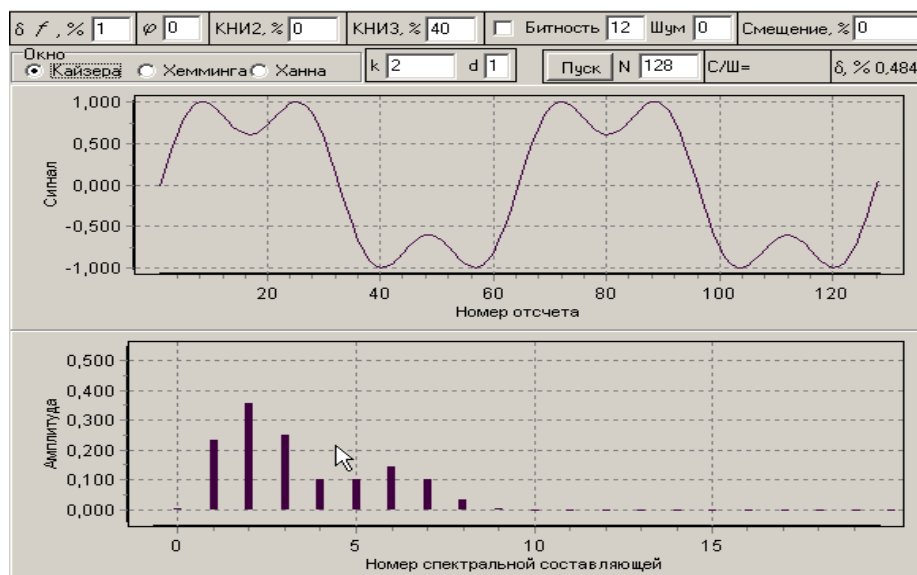


Рис. 3.7. Влияние нелинейных искажений для окна Кайзера

Кроме того (см. слева направо второй сверху ряд окошек) оператор выбирает вид окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), задает число периодов сигнала, на котором получен массив цифровых данных ( $k$ ), задает число ( $d$ ) учитываемых в расчетах компонент растекания спектра основной компоненты гармонического сигнала, задает объем выборки ( $N$ ). В программе моделирования начальной фазе  $\varphi=0^\circ$  соответствует синусоидальный сигнал, спектр является мнимым, зеркальные компоненты совмещаются в точках 0 и  $N/2$  противофазно и их сумма обращается в ноль. Для начальной фазы основной гармоники  $\varphi=\pm 90^\circ$  сигнал косинусоидальный и его спектр располагается в реальной области, зеркальные компоненты суммируются в точках 0 и  $N/2$  синфазно, т.е. происходит удвоение уровня. Для промежуточных значений начальной фазы  $\varphi$  спектр располагается как в реальной, так и в мнимой части.

В процессе моделирования могут быть исследованы особенности БПФ, выполняемого по массиву цифровых данных, полученных на ограниченном и не обязательно целом числе периодов сигнала. Методика работы с моделирующей программой:

1. После запуска, на математическом уровне создается сигнал в виде массива данных с заданными параметрами фазы, шумов, разрядности, частоты и т.д.
2. На массив накладывается окно, реализуется БПФ, осуществляется расчет спектра и оценивается частота основной гармоники сигнала.
3. Оценивается относительная погрешность ( $\delta$ ) определения частоты основной гармоники сигнала с учетом влияния выбранных параметров.
4. Данные отношения сигнал/шум (С/Ш) и рассчитанной погрешности приводятся справа во втором ряду верхнего поля.
5. В нижние окна интерфейса выводится форма сигнала с шумами в интервале оцифровки, а также спектр с учетом растекания и затекания соседних компонент, в частности 2-й и 3-й гармоник.

Когда АЦП работает на верхней границе ДПЧ, то возможно затекание и зеркальное отражение компонент относительно частоты Найквиста. Полученные данные свидетельствуют, что при расчетах следует выбирать такие значения  $d$ , которые соответствуют реальной ширине главного лепестка окна, если на его крайние компоненты нет существенного влияния зеркальных и соседних составляющих. Как и при анализе амплитудного спектра условия работы на  $k$  периодах сигнала при объеме выборки  $N$  практически не отличаются от условий работы на  $N/2-k$  периодах, если в спектре имеется только 1-я гармоника сигнала. При наличии высших гармоник работа на  $N/2 - k$  периодах более предпочтительна, чем на  $k$  периодах. При работе на  $N/2-1$  периоде более узкое окно Хемминга позволяет разнести 1-ю и 2-ю гармоники сигнала, но для исключения влияния 3-й гармоники лучше работать на  $N/2-2$  периодах.

### **3.6. Исследование возможностей БПФ для оценки частоты по короткой реализации сигнала**

Для более детального исследования влияния отдельных наиболее существенных факторов используются моделирующие программы: «Погрешность оценки частоты основной гармоники на границах ДПЧ» (рис. 3.8) и «Погрешность оценки частоты основной гармоники в зависимости от фазы» (рис. 3.9).

На рис. 3.9 приведены графики погрешности оценки частоты основной гармоники от начальной фазы сигнала для ограниченной разрядности АЦП (16 бит) и уровня шумов от 0 до 4 бит. При оцифровке в пределах двух периодов сигнала погрешность оценки частоты сильно зависит от начальной фазы. Но уже при уровне шума 4 бита влияние фазы становится незаметным по сравнению с влиянием шумов, и при дальнейшем увеличении последних точность полностью определяется шумами. Увеличение объема выборки способствует уменьшению влияния шумов.

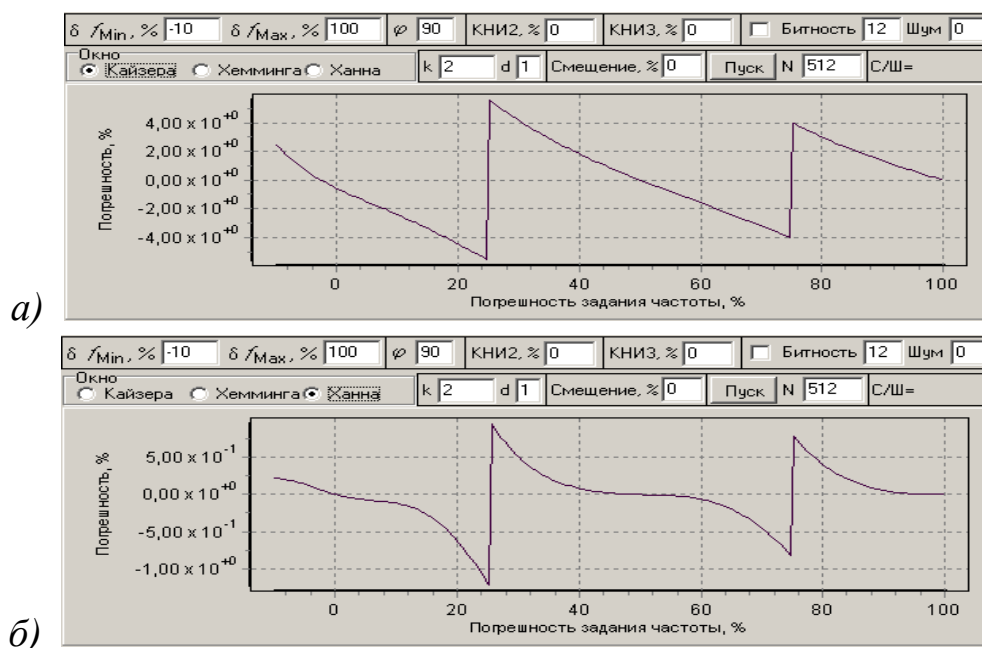


Рис. 3.8. Погрешности оценки частоты для окон Кайзера (а) и Ханна (б) при оцифровке сигнала в интервале времени, близком к периоду

В процессе анализа следует учитывать не только основные параметры сигнала и окна, но также параметры, которые должны адаптироваться к числу рабочих периодов сигнала. Такими параметрами являются число спектральных компонент растекания  $d$ , а также исходные погрешности по частоте и фазе.

Величина  $d$  не может быть больше числа периодов оцифрованного сигнала. Исходные погрешности оценки частоты и фазы во временной области также зависят от числа рабочих периодов сигнала,

они оказывают косвенное влияние, расширяя зону неопределенности оценки спектральной компоненты.

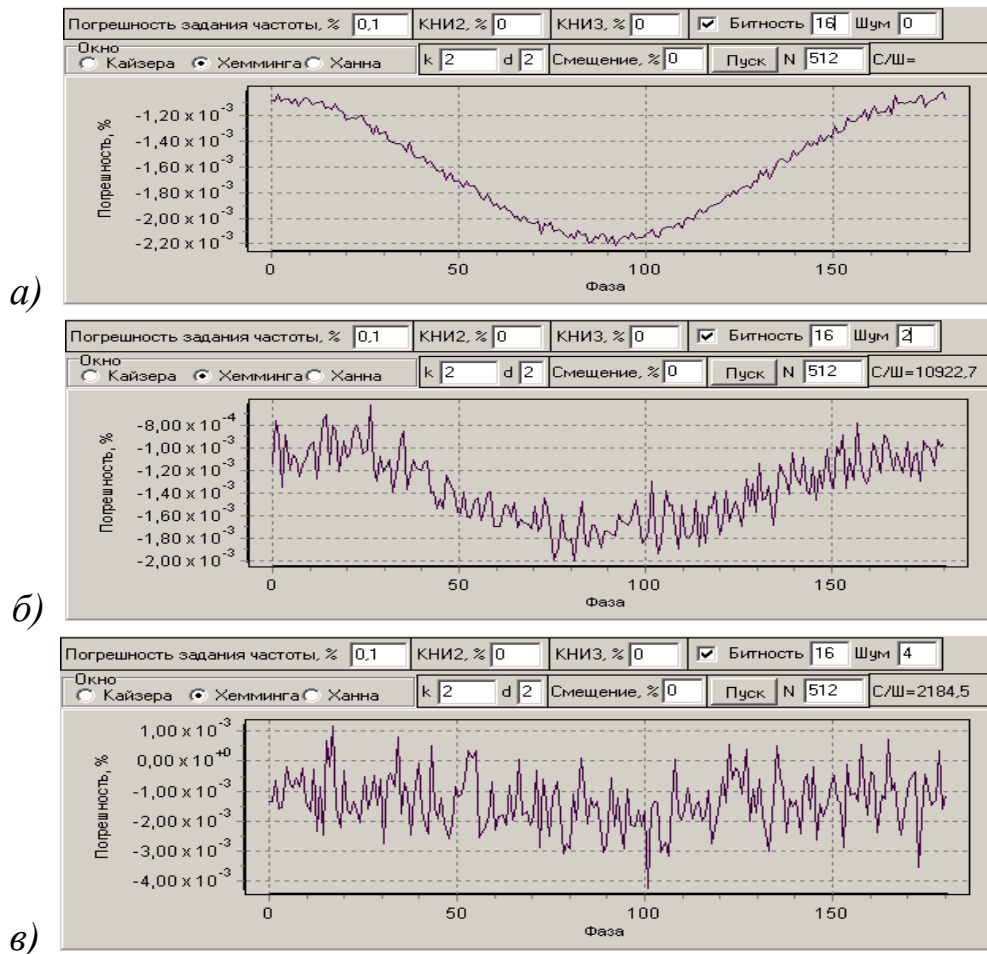


Рис. 3.9. Погрешности в зависимости от начальной фазы для окна Хемминга при уровне шума 0 (а), 2 (б) и 4 (в) бит

### 3.7. Порядок подготовки и выполнения работы

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.
3. Составить программу экспериментальных исследований (включая влияние на погрешность окна, числа учитываемых спектральных компонент, уровня шума, объема выборки и т.д.).
4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.
6. Оформить отчет и защитить его.

### 3.8. Содержание отчета

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

### 3.9. Контрольные вопросы

1. Для чего и как сглаживают временную последовательность отсчетов?
2. Какими способами можно оценить частоту сигнала?
3. Поясните алгоритм оценки частоты.
4. Почему на краях рабочего диапазона ПЧ методические погрешности возрастают?
5. Почему рабочий диапазон частот оценки частоты располагается от  $bf_\delta/N$  до  $f_\delta/2 - bf_\delta/N$ ?
6. Поясните алгоритм вычисления частоты для случая, когда известно, что спектр сигнала расположен в ДВК.
7. Поясните алгоритм вычисления частоты для случая, когда известно, что спектр сигнала расположен в ДНС или ДСС.
8. Как определить принадлежности гармоники к ГПН или ГОН?
9. Поясните, когда зеркальные компоненты в точках 0 и  $N/2$  совмещаются противофазно и их сумма обращается в ноль?
10. Поясните, когда зеркальные компоненты в точках 0 и  $N/2$  совмещаются синфазно и их сумма удваивается?
11. Как на погрешность оценки частоты сигнала влияет объем выборки?
12. Как на погрешность оценки частоты влияет уровень нелинейных искажений?
13. Как на погрешность оценки частоты влияет вид окна?
14. Как на погрешность влияет частота дискретизации?
15. Как на погрешность оценки частоты влияет разрядность АЦП?
16. Как на погрешность оценки частоты влияет уровень приведенных к входу АЦП шумов?
17. Как на погрешность оценки частоты влияет число спектральных компонент, учитывающих растекание?
18. Поясните результаты исследований.

## 4. АНАЛИЗ ФАЗОВОГО СПЕКТРА СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

**4.1. Цель работы:** исследование особенностей и возможностей анализа фазового спектра на основе ДПФ в задачах определения параметров сигналов, дискретизируемых с помощью быстродействующих АЦП.

### 4.2. Теоретические сведения

Искомая фаза сигнальной компоненты может быть определена в области промежуточных частот путем линейной интерполяции между точками начальных фаз  $\varphi(h_j)$  и  $\varphi(h_j+1)$  соседних линий сетки частот ДПФ  $f(h_j)$  и  $f(h_j+1)$ . При этом предполагается, что частоты  $f(h_j)=h_j f_\delta/N$  и  $f(h_j+1)=(h_j+1)f_\delta/N$  расположены по отношению к частоте  $f_{ncj}$  соответственно снизу и сверху.

### 4.3. Оценка начальной фазы гармонического сигнала

Методика оценки начальной фазы сигнала на основе БПФ предполагает предварительное выполнение всех шагов алгоритма оценки частоты сигнала:

1. Выбирают частоту дискретизации  $f_\delta$  и объем выборки  $N$ .
2. Получают массив  $u[i/f_\delta]$  в объеме  $N$  дискретных отсчетов сигнала.
3. Накладывают на полученный массив  $u[i/f_\delta]$  временное окно.
4. Вычисляют комплексный спектр  $S[i f_\delta/N]=\text{FFT}(u_i[i/f_\delta])$ .
5. Определяют номер  $M$  первой гармоникой сигнала.
6. Вычисляют ПЧ первой гармоники сигнала.

*Далее выполняются дополнительные шаги:*

7. Определяют номера соседних спектральных компонент БПФ, между которыми находится искомая гармоническая составляющая сигнала:

- низшая по частоте компонента  $h = \text{ent} [f_{ncj}/(f_\delta/N)]$ ;
- высшая по частоте компонента  $h+1$ .

8. Определяют начальную фазу спектральной составляющей  $h$  по одной из приведенных ниже формул:

$$\varphi(h) = \arctg \left( \frac{S_{IM}[h]}{S_{RE}[h]} \right), \text{ если } S_{IM}[h] > 0 \text{ и } S_{RE}[h] > 0;$$

$$\varphi(h) = \operatorname{arctg} \left( \frac{S_{IM}[h]}{S_{RE}[h]} \right) + 180, \text{ если } S_{IM}[h] > 0 \text{ и } S_{RE}[h] < 0;$$

$$\varphi(h) = \operatorname{arctg} \left( \frac{S_{IM}[h]}{S_{RE}[h]} \right) - 180, \text{ если } S_{IM}[h] < 0 \text{ и } S_{RE}[h] < 0;$$

$$\varphi(h) = \operatorname{arctg} \left( \frac{S_{IM}[h]}{S_{RE}[h]} \right), \text{ если } S_{IM}[h] < 0 \text{ и } S_{RE}[h] > 0.$$

9. Аналогично определяется фаза спектральной составляющей  $h+1$ .

10. Для правильного определения начальной фазы искомой гармоники сигнала необходимо, чтобы  $\varphi(h+1) \leq \varphi(h)$ . Если  $\varphi(h+1) > \varphi(h)$ , то осуществляется коррекция по формуле  $\varphi(h+1) = \varphi(h+1) - 360$ .

11. Искомая фаза первой гармоники сигнала находится между компонентами  $f(h)$  и  $f(h+1)$  путем линейной аппроксимации между точками  $\varphi(h)$ ,  $f(h) = hf_d/N$  и  $\varphi(h+1)$ ,  $f(h+1) = (h+1)f_d/N$ .

При необходимости могут быть найдены начальные фазы всех высших гармоник сигнала. С целью апробации и детального исследования работоспособности приведенного алгоритма используется специальная компьютерная программа моделирования, которая позволяет оценить степень влияния объема выборки, уровня нелинейных искажений по второй гармонике (КНИ2), вида окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), частоты дискретизации, разрядности АЦП, уровня приведенных к входу АЦП шумов (бит). Рабочий интерфейс интерактивной программы «Погрешность оценки начальной фазы на основе БПФ» приведен на рис. 4.1.

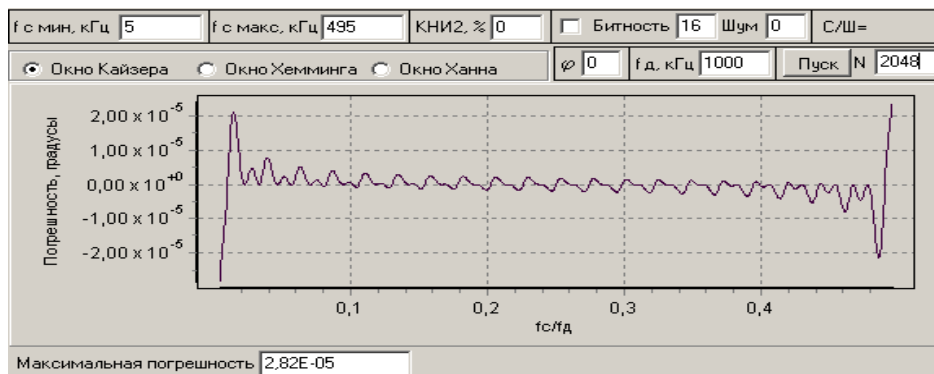


Рис. 4.1. График максимальной погрешности для  $N=2048$

Приведенный график соответствует методической погрешности. Программа моделирования строит график погрешности оценки начальной фазы в зависимости от нормированного значения ПЧ трансформированного сигнала. Расчет погрешности осуществляется в 1024 частотных точках. В каждой точке, считается, что приведенные к входу АЦП шумы, распределены равномерно в полосе ПЧ, при этом СКЗ всех шумовых компонент в этой полосе соответствует выбранному уровню в битах. На краях ДПЧ погрешность возрастает, что обусловлено затеканием зеркальных спектральных компонент, расположенных симметрично относительно сечений 0 и  $f_d/2$  (или  $N/2$ ). При приближении к границам ДПЧ методические погрешности растут, как показано на рис. 4.2.

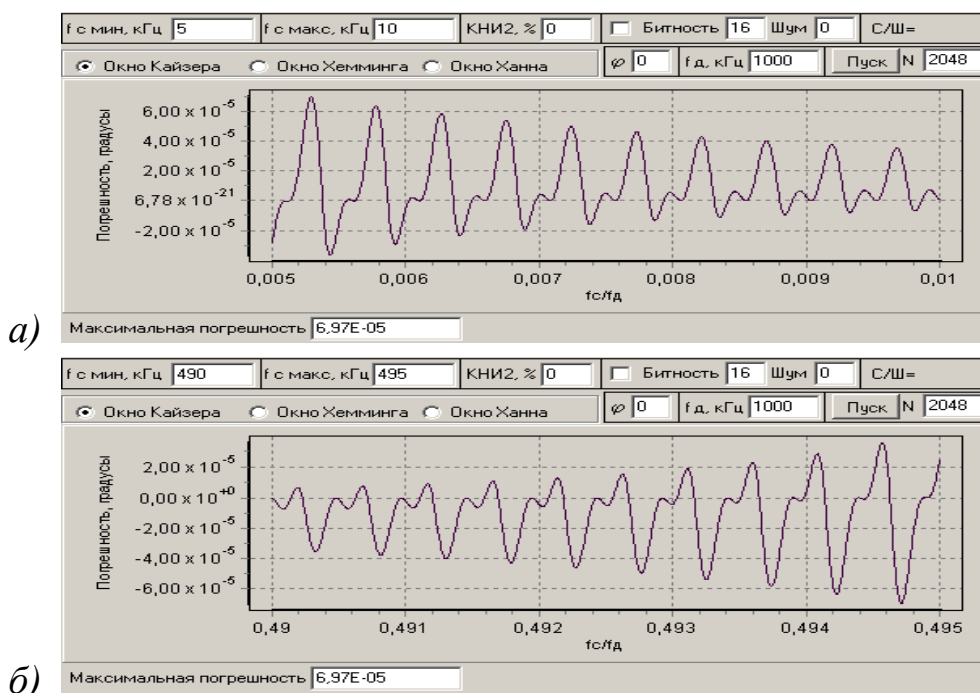


Рис. 4.2. Рост погрешности на краях диапазона рабочих частот: а – нижняя граница; б – верхняя граница

На рис. 4.3 приведены графики погрешности оценки начальной фазы основной гармоники в середине рабочего диапазона ПЧ для других окон. Каждая точка графика из их общего 1024 построена путем обработки конкретной реализации сигнала для заданного соотношения  $f_c/f_d$  в соответствии с приведенным выше алгоритмом.



Наименьшие погрешности в центре рабочего диапазона ПЧ обеспечивает окно Ханна. Полученные погрешности можно рассматривать как методические, обусловленные алгоритмом обработки и конечной разрядностью вычислений.

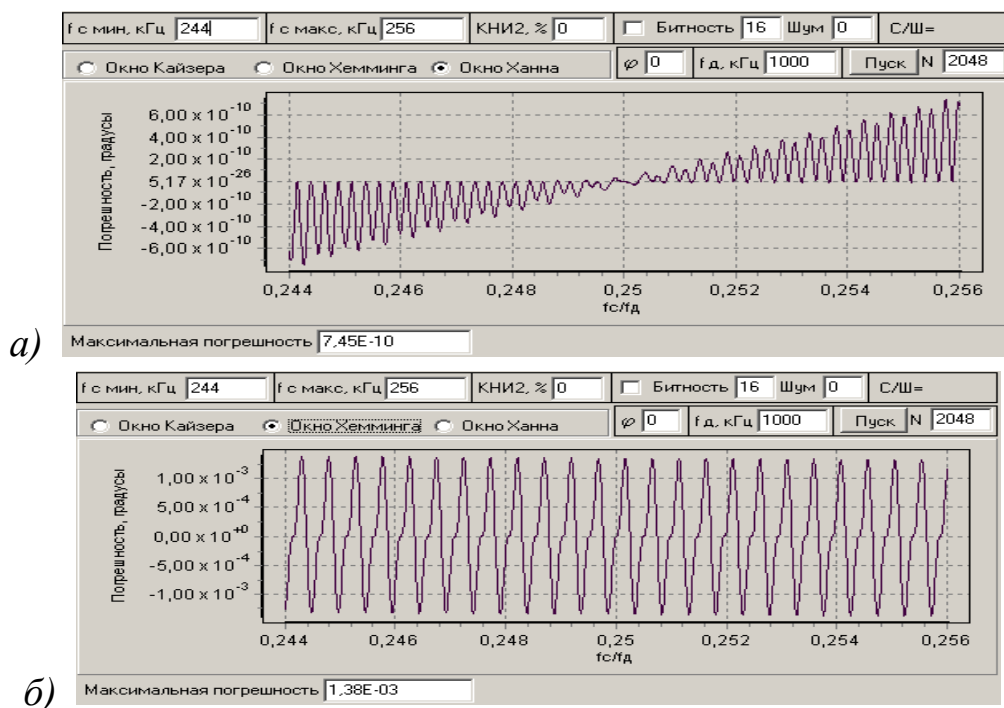


Рис. 4.3. Графики погрешности оценки фазы основной гармоники в середине рабочего диапазона ПЧ для разных типов окон : а – Ханна ; б – Хемминга

На рис. 4.4 приведены графики погрешностей для сигналов, имеющих в своем спектре вторую гармонику. На частоте  $f_0/3$  имеется всплеск погрешности, величина которой пропорциональна КНИ2. Это запрещенная для работы область частот, поскольку здесь первая прямая гармоника налагается на вторую обратную. Графики показывают, что выбор окна Ханна вместо Кайзера сужает область всплеска погрешности.

График погрешности оценки фазы при шумах 2 бита приведен на рис. 4.5.

Каждая точка графика построена путем обработки одной реализации сигнала для заданного соотношения  $f_c/f_0$ . Каждая реализация содержит  $N$  точек, точность оценки которых определяется алгоритмом,

разрядностью АЦП и уровнем шумов, при этом погрешности можно рассматривать как инструментальные.

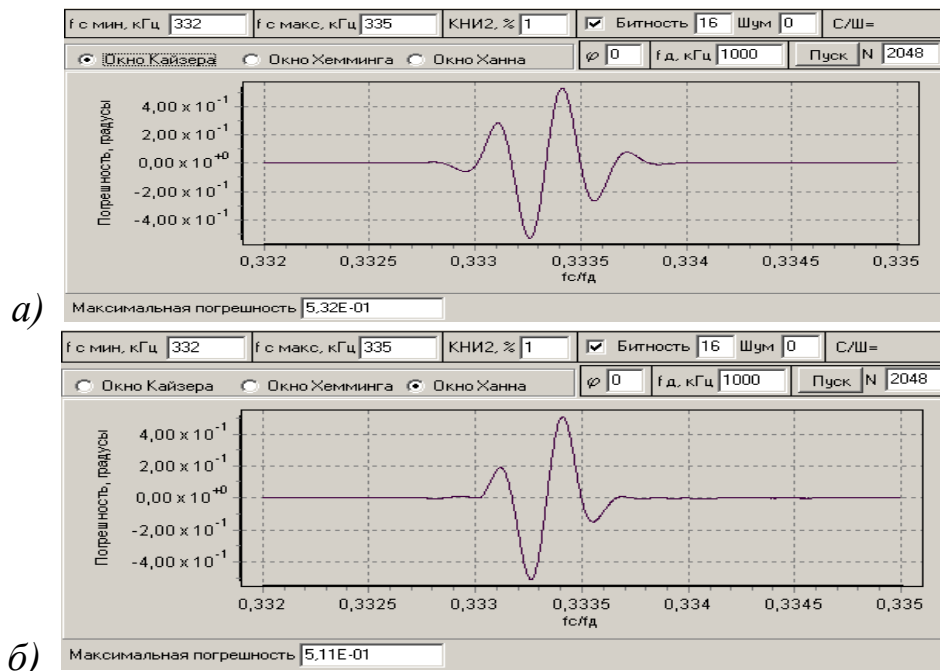


Рис. 4.4. Влияние нелинейных искажений по второй гармонике:  
а – окно Кайзера; б – окно Ханна

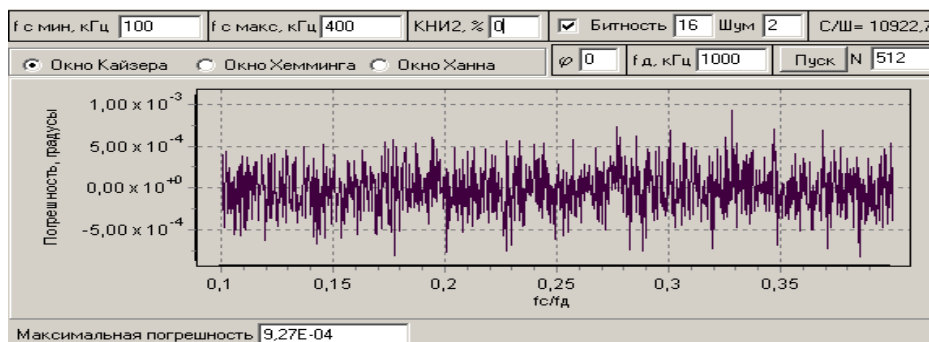


Рис. 4.5. Влияние шумов малого уровня

#### 4.4. Особенности оценки начальной фазы сигнала при приближении к границам ДПЧ

С целью исследования возможностей анализа фазового спектра сигнала при приближении его первой гармоники к границам ДПЧ создана программа моделирования «Оценка начальной фазы основной гармоники методом БПФ в ДПЧ». В окне программы, приведенном на рис. 4.6, оператор задает исходную погрешность по частоте сигнала, начальную фазу, КНИ по 2-й и 3-й гармоникам, разрядность АЦП (битность), уровень шума в битах, аддитивную поправку (смещение).

Разрядность и шумы, приведенные к входу АЦП, учитываются только тогда, когда стоит метка слева от пункта «Битность». Дополнительно оператор выбирает вид окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), задает число периодов сигнала, на котором получен массив цифровых данных ( $k$ ), задает число ( $d$ ) учитываемых в расчетах компонент расщепления спектра основной компоненты гармонического сигнала, задает объем выборки ( $N$ ). График сигнала строится путем линейной интерполяции между точками мгновенных значений, общее число которых  $N$ . Оператор с помощью мышки может приближать любой участок сигнала или спектра для детального исследования всех его особенностей (рис. 4.7).

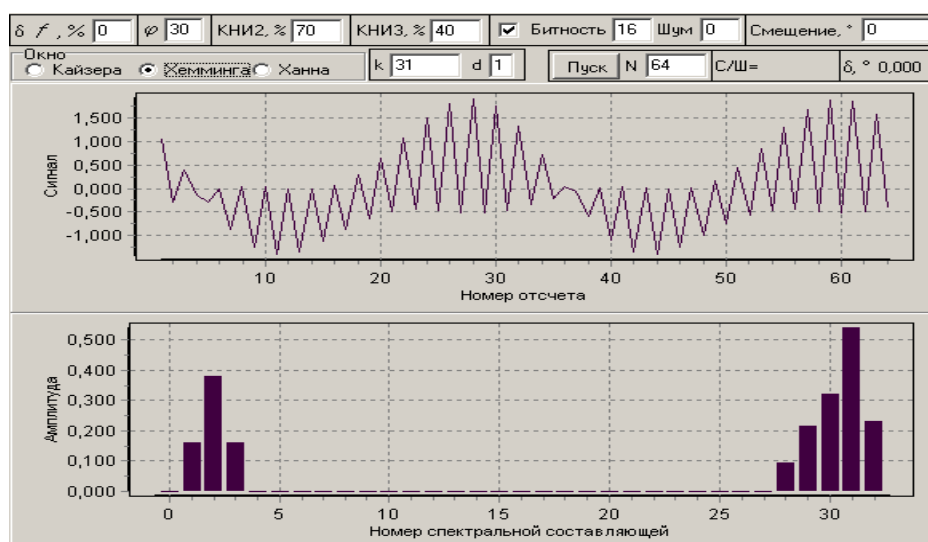


Рис. 4.6. Работа с узким окном на  $N/2 - 1$  периодах сигнала

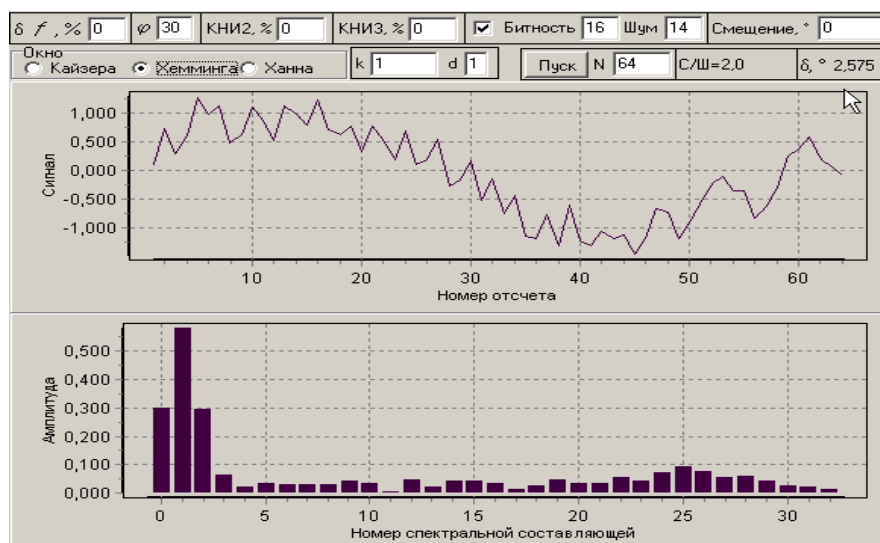


Рис. 4.7. Работа в условиях больших шумов

Алгоритм работы моделирующей программы следующий:

1. После запуска на математическом уровне создается сигнал в виде массива данных с заданными параметрами шумов, частоты и т.д.
2. На массив данных накладывается окно, реализуется БПФ и оценивается фазовый спектр сигнала.
3. Оценивается относительная погрешность определения начальной фазы основной гармоники сигнала.
4. Данные отношения сигнал/шум (С/Ш) и рассчитанной погрешности приводятся справа во втором ряду верхнего поля.
5. В двух нижних окнах интерфейса показывается сигнал с шумами в интервале оцифровки, а также его амплитудный спектр с учетом растекания и затекания соседних компонент.

Для одного оцифрованного периода сигнала будет растекание основной компоненты сигнала на нулевую компоненту, которая соответствует постоянной составляющей сигнала. Это означает, что при интерпретации результатов необходимо знать была ли действительно постоянная составляющая, или она возникла в результате растекания.

#### **4.5. Исследование возможностей БПФ для оценки начальной фазы по короткой реализации сигнала**

Для более детального исследования влияния отдельных факторов на оценку фазы методом БПФ созданы моделирующие программы: «Погрешность оценки начальной фазы основной гармоники на границах ДПЧ» и «Погрешность оценки начальной фазы основной гармоники в зависимости от фазы». На рис. 4.8 приведены графики погрешности оценки начальной фазы от погрешности первичного задания частоты сигнала для различных типов окон при малом числе периодов ( $k$ ).

Под первичной погрешностью задания частоты понимается неточность установки интервала сбора данных относительно выбранного значения числа рабочих периодов сигнала. При этом минимальная погрешность 0 % означает, что сбор данных в установленном объеме отсчетов 512 осуществляется строго на первом периоде ( $k=1$ ). Максимальная погрешность 200 % означает, что сбор данных осуществ-

ляется фактически на трех периодах. Выбрав диапазон первичной погрешности установки частоты, мы фактически изменяем интервал сбора данных от одного до трех периодов сигнала. Полученную погрешность оценки начальной фазы следует считать как предельно достижимую.

Полученные данные показывают, что для короткой реализации сигнала в интервале исходной погрешности задания частоты от 0 до 100 % наиболее точным является окно Хемминга, дающее меньшие погрешности оценки фазы. Наименее точным – окно Кайзера. Приведенные графики можно рассматривать как графики систематической погрешности, которую можно скомпенсировать путем ввода аддитивного смещения в специальное окно программы.

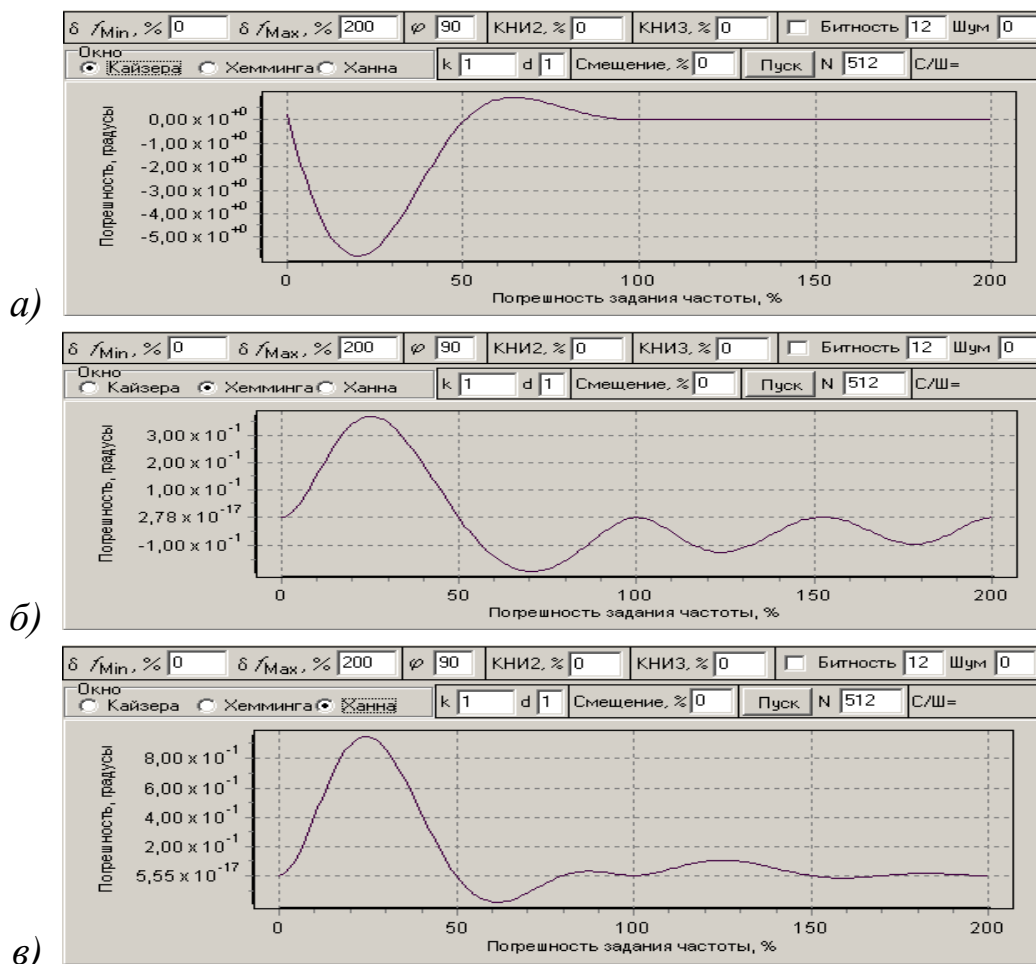


Рис. 4.8. Погрешности для окон Кайзера (а), Хемминга (б) и Ханна (в) при оцифровке сигнала в интервале времени, близком к периоду

Влияние точности первичного задания частоты наиболее сказывается в области наиболее коротких реализаций, поскольку исходную погрешность +100 % можно рассматривать как начало работы с двумя периодами сигнала. Результаты анализа показывают, что, начиная с двух периодов оцифровки сигнала, становится целесообразной работа с окном Кайзера, поскольку методическая погрешность минимальна, она находится на уровне  $0,001^\circ$ , в то время как для окна Хемминга она в пределах  $0,1^\circ$ . Окно Ханна обеспечивает относительно высокие точности как для одного, так и для большего числа периодов сигнала. На рис. 4.9 приведены графики погрешности оценки начальной фазы основной гармонической от исходной фазы сигнала для объема выборки 512 в условиях ограниченной разрядности АЦП (16 бит) и разного уровня шумов.

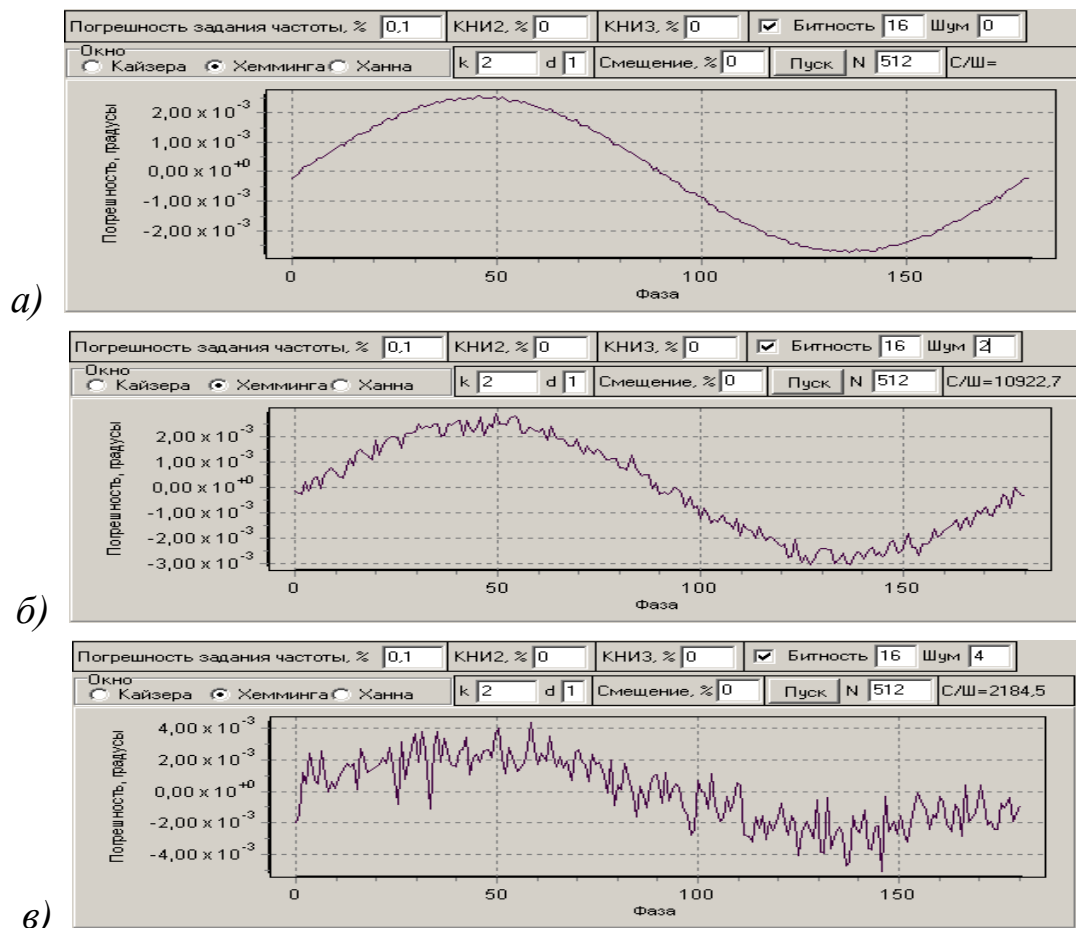


Рис. 4.9. Погрешности в зависимости от начальной фазы для окна Хемминга при уровне шума 0 (а), 2 (б) и 4 (в) бит

#### **4.6. Порядок подготовки и выполнения работы**

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.
3. Составить программу экспериментальных исследований (включая влияние на погрешность окна, числа учитываемых спектральных компонент, уровня шума, объема выборки и т.д.).
4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.
6. Оформить отчет и защитить его.

#### **4.7. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

#### **4.8. Контрольные вопросы**

1. Чему равен шаг частотной сетки ДПФ?
2. При каких условиях сигнал может быть полностью восстановлен из дискретных, одинаково расположенных отсчетов?
3. Для чего и как сглаживают временную последовательность отсчетов?
4. Поясните алгоритм оценки начальной фазы гармонического сигнала.
5. Как оценить методические погрешности?
6. Каковы особенности оценки начальной фазы гармонического сигнала при приближении к границам диапазона промежуточных частот?
7. Почему на границах ДПЧ погрешность возрастает?
8. Поясните возможности БПФ для оценки начальной фазы гармонического сигнала по короткой реализации сигнала.
9. Как на погрешность влияет объем выборки?
10. Как на погрешность влияет уровень нелинейных искажений?
11. Как на погрешность влияет вид окна?
12. Как на погрешность влияет частота дискретизации?

13. Как на погрешность влияет разрядность АЦП?
14. Как на погрешность влияет уровень шумов?
15. Как на погрешность влияет растекание?
16. Как влияет начальная фаза сигнала?
17. Когда можно ввести аддитивную поправку?
18. Объясните данные экспериментальных исследований.

## 5. ОЦЕНКА РАЗНОСТИ ФАЗ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ И ГИЛЬБЕРТА

**5.1. Цель работы:** исследование особенностей и возможностей определения разности фаз сигналов на основе преобразований Фурье и Гильберта в системах измерения с быстродействующими АЦП.

### 5.2. Теоретические сведения

#### *Оценка разности фаз на основе преобразования Фурье*

При определении разности фаз двух сигналов  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  их начальные фазы не определяются, находится разность фаз для пары центральных компонент спектров опорного и измерительного каналов.

Алгоритм работы может быть представлен в виде следующих шагов:

1. Входные сигналы  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  оцифровывают с частотой дискретизации  $f_\delta$  и получают два массива данных  $u_1[i/f_\delta]$ ,  $u_2[i/f_\delta]$  по  $N$  элементов.

2. На массивы  $u_1[i/f_\delta]$  и  $u_2[i/f_\delta]$  накладывают временное окно.

3. Вычисляют прямые преобразования Фурье, получая комплексные спектры  $S_1[i/f_\delta/N]=\text{FFT}(u_1[i/f_\delta])$  и  $S_2[i/f_\delta/N]=\text{FFT}(u_2[i/f_\delta])$ .

4. В комплексном спектре  $S_1[i/f_\delta/N]$  определяют номер  $M$  компоненты, амплитуда которой максимальна.

5. Находят фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  спектральных компонент  $S_1[Mf_\delta/N]$  и  $S_2[Mf_\delta/N]$  через реальные и мнимые составляющие  $S_{1RE}[Mf_\delta/N]$ ,  $S_{2RE}[Mf_\delta/N]$ ,  $S_{1IM}[Mf_\delta/N]$ ,  $S_{2IM}[Mf_\delta/N]$ :

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{S_{1IM}[Mf_\delta/N]}{S_{1RE}[Mf_\delta/N]}\right), \text{ если } S_{1IM}[Mf_\delta/N] > 0 \text{ и } S_{1RE}[Mf_\delta/N] > 0;$$



$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{S_{1IM}[Mf_\delta/N]}{S_{1RE}[Mf_\delta/N]}\right) + 180, \text{ если } S_{1IM}[Mf_\delta/N] > 0 \text{ и } S_{1RE}[Mf_\delta/N] < 0;$$

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{S_{1IM}[Mf_\delta/N]}{S_{1RE}[Mf_\delta/N]}\right) - 180, \text{ если } S_{1IM}[Mf_\delta/N] < 0 \text{ и } S_{1RE}[Mf_\delta/N] < 0;$$

$$\varphi_1 = \arctg\left(\frac{S_{1IM}[Mf_\delta/N]}{S_{1RE}[Mf_\delta/N]}\right), \text{ если } S_{1IM}[Mf_\delta/N] < 0 \text{ и } S_{1RE}[Mf_\delta/N] > 0;$$

$$\varphi_2 = \arctg\left(\frac{S_{2IM}[Mf_\delta/N]}{S_{2RE}[Mf_\delta/N]}\right), \text{ если } S_{2IM}[Mf_\delta/N] > 0 \text{ и } S_{2RE}[Mf_\delta/N] > 0;$$

$$\varphi_2 = \arctg\left(\frac{S_{2IM}[Mf_\delta/N]}{S_{2RE}[Mf_\delta/N]}\right) + 180, \text{ если } S_{2IM}[Mf_\delta/N] > 0 \text{ и } S_{2RE}[Mf_\delta/N] < 0;$$

$$\varphi_2 = \arctg\left(\frac{S_{2IM}[Mf_\delta/N]}{S_{2RE}[Mf_\delta/N]}\right) - 180, \text{ если } S_{2IM}[Mf_\delta/N] < 0 \text{ и } S_{2RE}[Mf_\delta/N] < 0;$$

$$\varphi_2 = \arctg\left(\frac{S_{2IM}[Mf_\delta/N]}{S_{2RE}[Mf_\delta/N]}\right), \text{ если } S_{2IM}[Mf_\delta/N] < 0 \text{ и } S_{2RE}[Mf_\delta/N] > 0.$$

6. Разность фаз находят в диапазоне  $180 \geq \Delta\varphi \geq -180$  в соответствии с выражениями:  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_{21}$  для  $180 \geq \Delta\varphi_{21} \geq -180$ ;  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_{21} - 360$  для  $\Delta\varphi_{21} > 180$ ;  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_{21} + 360$  для  $\Delta\varphi_{21} < -180$ , где  $\Delta\varphi_{21} = \varphi_2 - \varphi_1$ .

С целью апробации и детального исследования работоспособности приведенного алгоритма была создана специальная компьютерная программа моделирования, которая позволяет оценить влияние следующих факторов: частот дискретизации и сигнала, уровня и частоты паразитной АМ (ПАМ) и ЧМ (ПЧМ), уровня нелинейных искажений по второй гармонике (КНИ2), начальной разницы фаз, объема выборки, вида окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), разрядности АЦП, уровня приведенных к входу АЦП шумов (бит).

Рабочий интерфейс созданной интерактивной программы «Погрешность оценки сдвига фазы на основе БПФ» приведен на рис. 5.1. Приведенный график для выбранных условий работы соответствует методической погрешности. Также не стоит метка в окне «Учет ПАМ», что свидетельствует о работе базового алгоритма расчета

сдвига фазы. Когда метка поставлена, реализуется алгоритм, исключаящий влияние ПАМ.

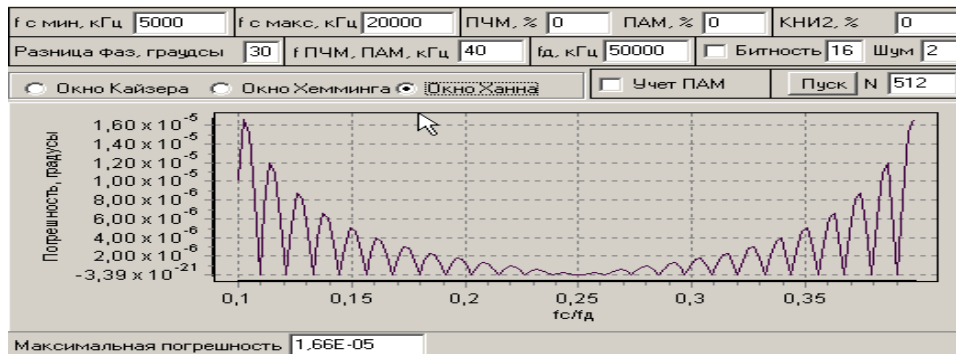


Рис. 5.1. Рабочее окно программы моделирования

Программа моделирования строит график максимальной погрешности оценки сдвига фазы в зависимости от величины ПЧ трансформированного сигнала. Расчет погрешности ведется в 1024 частотных точках. На каждой частоте находится максимальная погрешность по 36 оценкам разности фаз сигналов для различных начальных фаз, изменяемых с шагом  $10^\circ$ . В каждой точке начальной фазы приведенные к входу АЦП шумы распределены равномерно в полосе ПЧ. График на рис. 5.1 показывает, что в установленной полосе частот для окна Ханна и объема выборки 512, отсутствия ПЧМ, ПАМ и нелинейных искажений методическая погрешность не превышает в градусах величины  $1,7 \cdot 10^{-5}$ .

На рис. 5.2, а, б приведены рабочие окна программы моделирования для реальных условий работы присутствия нелинейных искажений, ПЧМ и ПАМ. В результате совокупного действия влияющих факторов при ПАМ на уровне 1% погрешность не превышает  $0,4^\circ$ , а для тех же условий, но при увеличении ПАМ до 10 % погрешность возросла в два раза.

При анализе исследовалось влияние окна: Ханна, Хемминга и Кайзера. Анализировалось также влияние на погрешность числа отсчетов  $N$  и разрядности АЦП. Моделирование показывает, что в диапазоне частот сигнала от  $0,02f_0$  до  $0,48f_0$  при отсутствии нелинейных искажений для  $N=4096$  методическая погрешность оценки фазового сдвига не превышает  $0,01^\circ$ . Полученные данные свидетельствуют, что предлагаемый способ может успешно работать в широком диапазоне частот со смещенными и искаженными сигналами, т.к. при этом не

изменяются характеристики спектральных компонент, по которым вычисляются фазы сигналов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

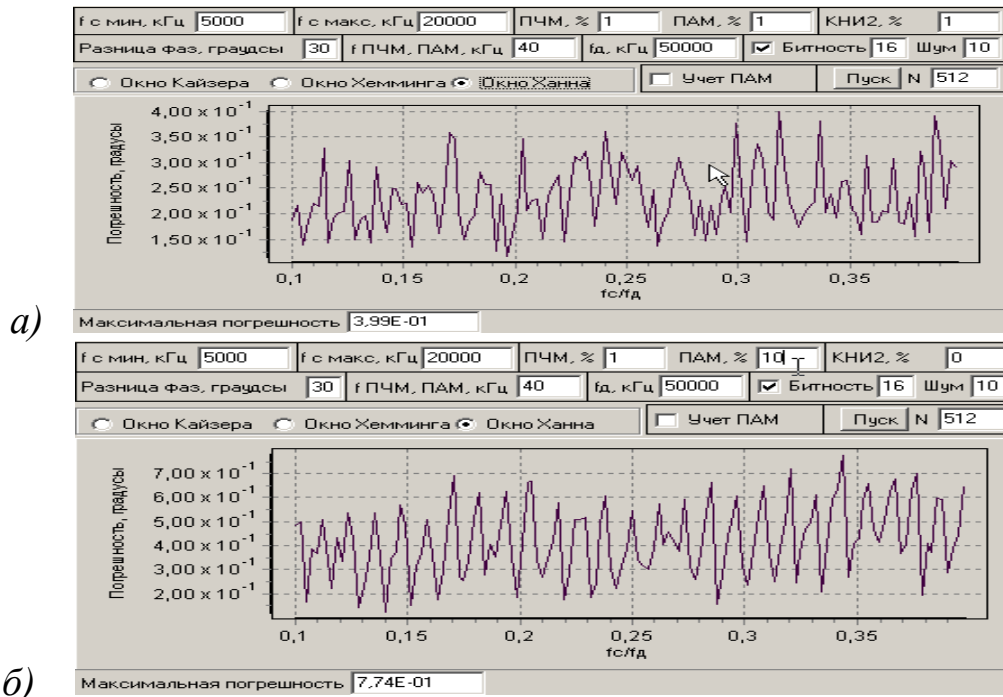


Рис. 5.2. Комплексное влияние многих факторов и увеличение ПАМ с 1 до 10 %

Графики, которые приведены на рис. 5.3, показывают влияние шумов на точность оценки фазового сдвига.

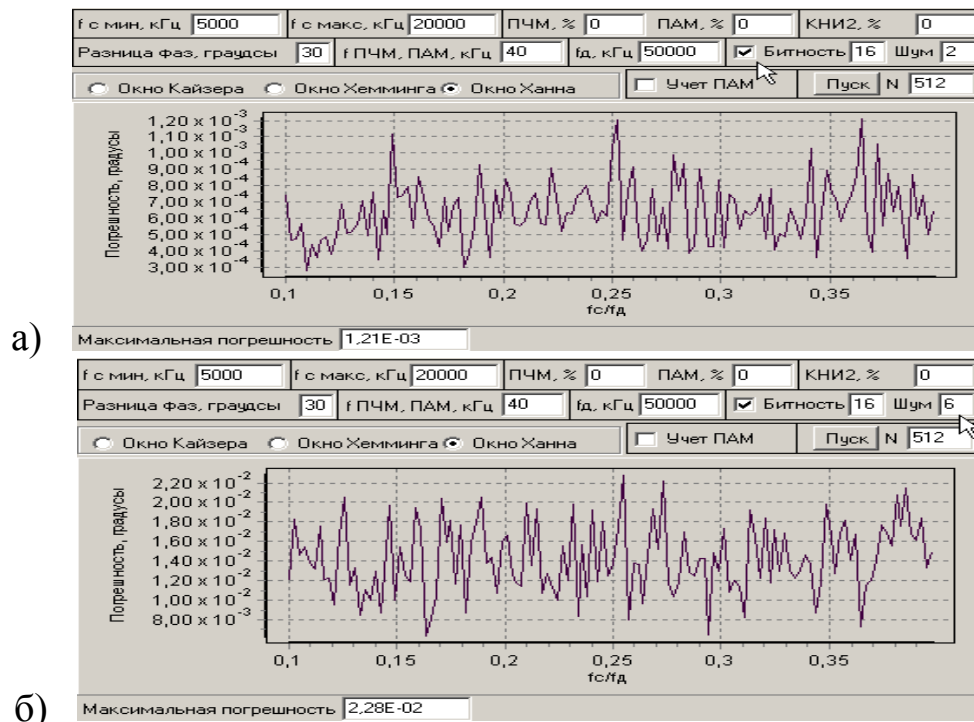


Рис. 5.3. Влияние шумов: а – 2 бит; б – 6 бит

При большом уровне ПАМ возникают значительные методические погрешности, достигающие единиц градусов. Модуляционные шумы накладываются на спектральную составляющую сигнала, что приводит к неправильному расчету фазы данной компоненты.

***Применение преобразования Гильберта для уменьшения влияния модуляционных шумов***

Известно, что преобразование Гильберта позволяет для сигнала  $u(iT_\delta)$  найти ортогональный сигнал  $u_\perp(iT_\delta)$ . Используя эти сигналы можно оценить в любой точке мгновенную амплитуду и мгновенную частоту исходного сигнала:

$$A(iT_\delta) = \sqrt{u(iT_\delta)^2 + u_\perp(iT_\delta)^2},$$

$$f(iT_\delta) = (\theta(iT_\delta))' = \frac{u(iT_\delta) \cdot (u_\perp(iT_\delta))' - u_\perp(iT_\delta) \cdot (u(iT_\delta))'}{2\pi(u_\perp(iT_\delta)^2 + u(iT_\delta)^2)}.$$

В процессе восстановления огибающей сигнала здесь не нужно выделять моменты времени, соответствующие амплитудному значению напряжения несущей частоты. Реализация преобразования Гильберта в реальных условиях при получении массива данных с АЦП возможна через преобразование Фурье.

Между первым и вторым шагом в приведенном на с. 72, 73 алгоритме можно отфильтровать модуляционные шумы. После того, как сигналы  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  оцифровывают с частотой дискретизации  $f_\delta$  и получают два массива данных  $u_1[i/f_\delta]$ ,  $u_2[i/f_\delta]$  по  $N$  элементов, добавляются шаги:

1. На полученные массивы  $u_1[i/f_\delta]$  и  $u_2[i/f_\delta]$  накладывают временное окно.
2. От полученных массивов вычисляют БПФ, определяя комплексные спектры  $S_1[i/f_\delta/N] = \text{FFT}(u_1[i/f_\delta])$  и  $S_2[i/f_\delta/N] = \text{FFT}(u_2[i/f_\delta])$ .
3. В комплексном спектре  $S_1[i/f_\delta/N]$  находят номер  $M$  компоненты, амплитуда которой максимальна, считая ее первой гармоникой.
4. Отфильтровывают (обрезают) спектры  $S_1[i/f_\delta/N]$  и  $S_2[i/f_\delta/N]$ , приравняв все более высокочастотные спектральные компоненты к нулю, например такие, для которых  $\text{ent}(1.5M) \leq i \leq [N - \text{ent}(1.5M)]$ .
5. От полученных после ограничения спектров находят обратные преобразования Фурье

$$u_{1\Phi}[i/f_\delta] = \text{RFT}(S_1[i/f_\delta/N]) \text{ и } u_{2\Phi}[i/f_\delta] = \text{RFT}(S_2[i/f_\delta/N]).$$

6. Рассчитывают через преобразования Гильберта ортогональные сигналы  $u_{1\perp}[i/f_\delta]=\mathbf{H}(u_{1\phi}[i/f_\delta])$  и  $u_{2\perp}[i/f_\delta]=\mathbf{H}(u_{2\phi}[i/f_\delta])$ .

7. Восстанавливают амплитуды исходных сигналов после фильтрации с использованием выражений:

$$u_1[i/f_\delta] = \frac{u_{1\phi}[i/f_\delta]}{\sqrt{u_{1\phi}^2[i/f_\delta] + u_{1\perp}^2[i/f_\delta]}} \quad \text{и} \quad u_2[i/f_\delta] = \frac{u_{2\phi}[i/f_\delta]}{\sqrt{u_{2\phi}^2[i/f_\delta] + u_{2\perp}^2[i/f_\delta]}}$$

Затем выполняются шаги 2 – 6 приведенного в предыдущем параграфе алгоритма оценки фазового сдвига.

Моделирование с использованием специально созданной программы «Оценка разности фаз с преобразованием Гильберта» проводилось для тех же условий, которые были приняты в пункте «Оценка разности фаз на основе преобразования Фурье». Полученные результаты показывают уменьшение методической погрешности. Для ПАМ 10%,  $f_{\text{мод}}/f_\delta=0.004$  при  $N=512$ , окна Ханна и начальной фазы  $\phi_H=0^\circ$  погрешность по модулю не превышает  $0,00014^\circ$ , в то время как для базового алгоритма она составляет около  $0.4^\circ$ . На рис. 5.4 приведены графики погрешности для базового (а) и модернизированного (б) алгоритмов работы.

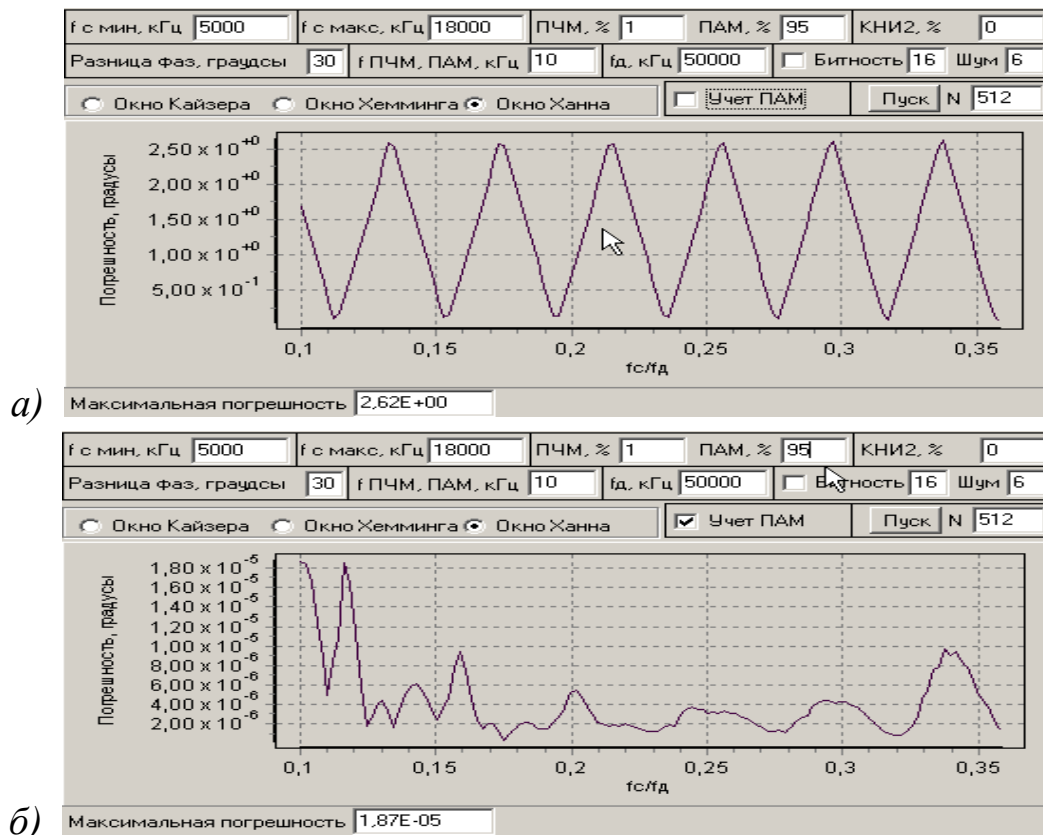


Рис. 5.4. Погрешности для разных алгоритмов при ПАМ 95 %

На рис. 5.5, а, б приведены графики погрешностей при совокупном действии шумов, ПАМ и ПЧМ. В области низких частот обработка по усложненному алгоритму снижает максимальную погрешность на несколько порядков.

Таким образом, при наличии ПАМ и модуляционных шумов новый алгоритм позволяет расширить диапазон работы в области верхних частот, снизить требования к точности определения мгновенных значений опорного и измерительного сигналов, а также обеспечить возможность оценки сдвига фазы сигналов, имеющих большие нелинейные искажения и постоянные составляющие.

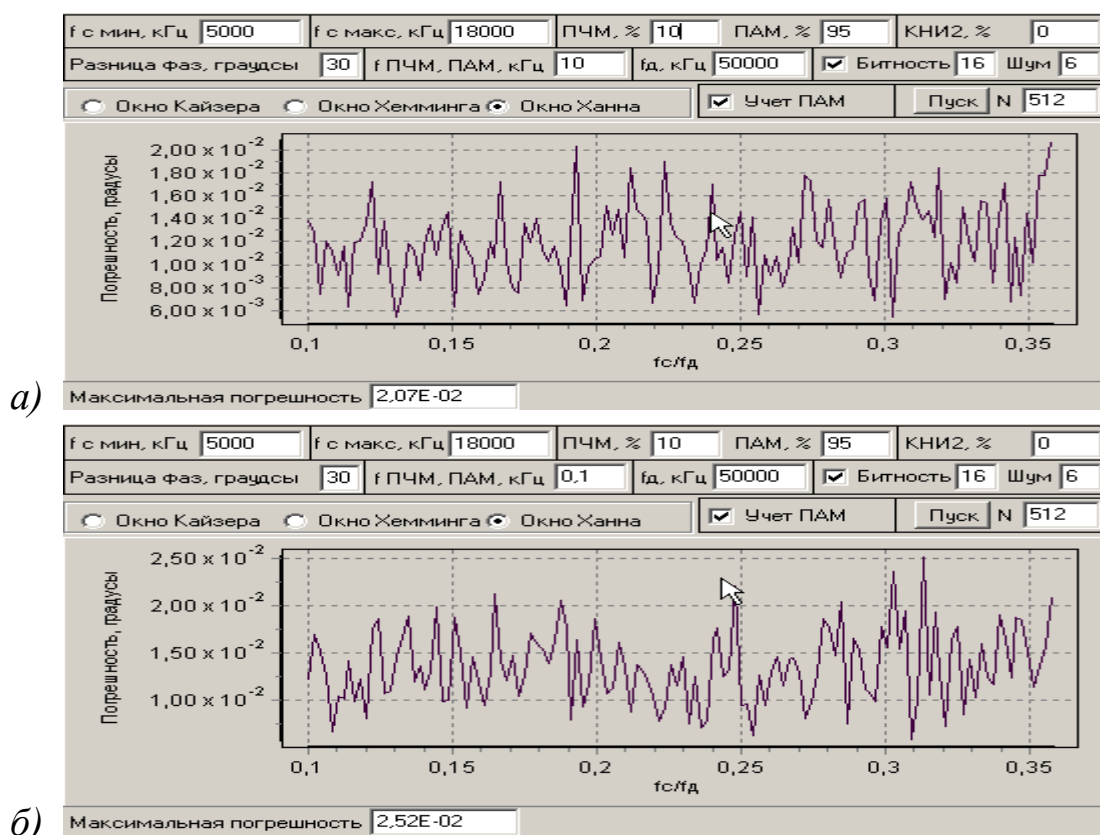


Рис. 5.5. Графики абсолютной погрешности для нового алгоритма при ПАМ 95, ПЧМ 10,  $N=512$ , шумов 6 бит и окна Ханна

Анализ показывает, что при малых шумах худшим является окно Хемминга, а лучшими – Ханна и Кайзера. При больших шумах все окна работают приблизительно одинаково. Увеличение объема выборки более заметно улучшило работу с окном Хемминга при малых шумах, при больших шумах погрешность снизилась в 2 раза, в то время как объем выборки возрос в 4 раза.

### **5.3. Порядок подготовки и выполнения работы**

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.
3. Составить программу экспериментальных исследований (включая влияние на погрешность окна, числа учитываемых спектральных компонент, уровня шума, объема выборки и т.д.).
4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.
6. Оформить отчет и защитить его.

### **5.4. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

### **5.5. Контрольные вопросы**

1. Чему равен шаг частотной сетки ДПФ?
2. При каких условиях сигнал может быть полностью восстановлен из дискретных, одинаково расположенных отсчетов?
3. Поясните алгоритм оценки разности фаз гармонических сигналов.
4. Как оценить методические погрешности?
5. Как оценить инструментальные погрешности?
6. Каковы особенности оценки разности фаз сигналов при приближении к границам диапазона промежуточных частот?
7. Почему на границах ДПЧ погрешность возрастает?
8. Что получают в результате преобразования Гильберта?
9. Как можно реализовать преобразование Гильберта через преобразование Фурье?
10. Поясните особенности нового алгоритма с применением преобразования Гильберта.
11. Как на погрешность влияет объем выборки?
12. Как на погрешность влияет уровень нелинейных искажений?
13. Как на погрешность влияет вид окна?

14. Как на погрешность влияет частота дискретизации?
15. Как на погрешность влияет разрядность АЦП?
16. Как на погрешность влияет уровень шумов?
17. Как на погрешность влияет растекание?
18. Объясните данные экспериментальных исследований.

## **6. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МОДУЛЯЦИИ НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ И ГИЛЬБЕРТА**

**6.1. Цель работы:** исследование особенностей и возможностей оценки параметров модуляции на основе преобразований Фурье и Гильберта в задачах определения характеристик сигналов, дискретизируемых с помощью быстродействующих АЦП.

### **6.2. Теоретические сведения**

#### ***Базовый алгоритм***

Преобразование Гильберта позволяет найти ортогональный сигнал и оценить в любой точке мгновенную амплитуду и мгновенную частоту исходного сигнала. Реализация преобразования Гильберта в реальных условиях при получении массива данных с АЦП возможна через преобразование Фурье.

Рассмотрим алгоритм работы по шагам:

1. Измерение несущей частоты входного сигнала  $f_{BЧ}$ .
2. Выбор такой частоты  $f_\delta$  дискретизации АЦП, для которой будет выполняться условие работоспособности без наложений компонентов:

$$f_{\min} > bf_\delta/N + \Delta f_{BЧ} + n\Delta f_\delta, \quad f_{\max} < f_\delta/2 - bf_\delta/N - \Delta f_{BЧ} - n\Delta f_\delta.$$

3. Дискретизация сигнала с частотой  $f_\delta$  и получение массива  $u[iT_\delta]$ , где  $i \in [0, N-1]$  – номер элемента в массиве мгновенных значений  $u[iT_\delta]$ .

4. Нахождение максимального значения из массива  $A_{\max} = \max(u[iT_\delta])$ . При необходимости корректируется коэффициент передачи, и повторяются 3-й и 4-й шаги алгоритма.

5. Наложение на дискретизированный массив временного окна и получение массива  $u_w[iT_\delta]$ .



6. Нахождение преобразования Гильберта от массива  $u_w[iT_\delta]$ .

Преобразование Гильберта находится через прямое (FFT) и обратное (RFT) преобразование Фурье:

$$u_{w\perp}[iT_\delta] = \mathcal{H}(u_w[iT_\delta]) = \text{RFT} \left( k \cdot S_w \left[ i \frac{f_\delta}{N} \right] \right), \text{ где } S_w \left[ i \frac{f_\delta}{N} \right] = \text{FFT} (u_w[iT_\delta]);$$

$k = -j$  если  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, N/2$ ;  $k = j$  если  $i = N/2 + 1, N/2 + 2, N/2 + 3, \dots, N - 1$ .

7. Нахождение огибающей  $A[iT_\delta] = \sqrt{u_{w\perp}[iT_\delta]^2 + u_w[iT_\delta]^2}$ .

Для восстановления амплитуды  $A[iT_\delta]$  каждый элемент массива необходимо разделить на функцию накладываемого окна. Из-за краевых эффектов, которые возникают при попадании в окно преобразования нецелого количества периодов входного сигнала, около 25 % от начала и конца функции  $A[iT_\delta]$  целесообразно отбросить.

8. Для симметричной формы огибающей  $A[iT_\delta]$  коэффициент амплитудной модуляции (КАМ) находим по формуле

$$M = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}, \text{ где } A_{\max} = \max(A[iT_\delta]); A_{\min} = \min(A[iT_\delta]).$$

9. Для оценки частотной модуляции необходимо вычислить производную от массивов  $u_w, u_{w\perp}$ . Ее можно найти, используя прямое и обратное преобразование Фурье:

$$(u_w[iT_\delta])' = \text{RFT} \left( k \cdot S_w \left[ i \frac{f_\delta}{N} \right] \right), \text{ где } S_w \left[ i \frac{f_\delta}{N} \right] = \text{FFT} (u_w[iT_\delta]);$$

$$(u_{w\perp}[iT_\delta])' = \text{RFT} \left( k \cdot S_{w\perp} \left[ i \frac{f_\delta}{N} \right] \right), \text{ где } S_{w\perp} \left[ i \frac{f_\delta}{N} \right] = \text{FFT} (u_{w\perp}[iT_\delta]).$$

Здесь  $k = j\omega i$ , если  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, N/2$ ;  $k = -j\omega N - i$ , если  $i = N/2 + 1, N/2 + 2, N/2 + 3, \dots, N - 1$ .

10. После нахождения производных закон изменения частоты  $f_{nc}$  будет описываться формулой

$$f_{nc}[iT_\delta] = \frac{u_w[iT_\delta] \cdot (u_{w\perp}[iT_\delta])' - u_{w\perp}[iT_\delta] \cdot (u_w[iT_\delta])'}{2\pi (u_{w\perp}[iT_\delta]^2 + u_w[iT_\delta]^2)}.$$

Из-за краевых эффектов, которые возникают при попадании в окно преобразования нецелого количества периодов входного сигнала,

около 25 % от начала и конца массива  $f_{nc}[iT_\delta]$  целесообразно отбросить.

11. Для симметричной формы модулирующего сигнала девиация

$$F_\delta = (f_{ПЧ \max} - f_{ПЧ \min}) / 2,$$

где  $f_{ПЧ \max} = \max(f_{ПЧ}[iT_\delta])$ ,  $f_{ПЧ \min} = \min(f_{ПЧ}[iT_\delta])$ .

***Оценка параметров гармонической модуляции по среднеквадратическому значению и с фильтрацией шумовых компонент***

Базовый метод оценки параметров модуляции может быть модернизирован для задач испытаний РТС, поскольку заранее известно, что модуляция тестового сигнала гармоническая. Априорная информация о характере модуляции сигнала позволяет осуществлять дополнительные операции, которые повышают точность оценки параметров за счет:

– фильтрации паразитных компонент спектра восстановленного сигнала огибающей, обеспечивающей оценку параметров модуляции в существенно более узкой полосе частот, что уменьшает влияние внутренних и внешних шумов на результаты оценки;

– оценки искомым параметров не по максимальным отклонениям, а по СКЗ огибающей модулирующего сигнала, восстановленной в результате преобразования Гильберта.

Модернизированный алгоритм будет повторять с 1-го по 7-й шаги рассмотренного выше метода, но появятся следующие дополнения:

1. Находится огибающая амплитуды сигнала по формуле

$$A[iT_\delta] = \sqrt{u_{w\perp}[iT_\delta]^2 + u_w[iT_\delta]^2}.$$

2. Используя прямое и обратное преобразования Фурье, вычисляются производные от массивов  $u_w$ ,  $u_{w\perp}$ . Находится закон изменения частоты  $f_{nc}$  – огибающая ЧМ сигнала.

3. При значительных нелинейных искажениях сигнал отфильтровывается через прямое и обратное преобразования Фурье (все несигнальные компоненты спектра приравниваются к нулю). Остаются спектральные составляющие (соответствующие гармоникам модулирующего сигнала) с номерами

$$Ni \in [\text{round}(NFi/f_\delta) - d, \text{round}(NFi/f_\delta) + d],$$

где  $d$  – число компонент слева и справа относительно выбранной спектральной составляющей, которое учитывает растекание спектра;  $F$  – частота модулирующего сигнала;  $i$  – номер гармоники спектра модулирующего сигнала. После фильтрации производится расчет амплитудной модуляции и девиации частоты.

При незначительных нелинейных искажениях рассчитывается величина СКЗ первой гармоники огибающей, по которой вычисляется амплитуда  $U_A$ , а также среднее значение сигнала  $\bar{U}$ . Последнее может быть найдено по методу оценки СКЗ сигнала в заданной полосе пропускания, в этом случае принимается  $L=0, H=d$ . Вычисляется глубина АМ по формуле  $M = U_A / \bar{U}$ . Рассчитывается величина СКЗ первой гармоники огибающей ЧМ сигнала, по которой вычисляется амплитудное значение  $F_A$ . Оценивается девиация  $F_d = F_A$ .

Предлагаемый метод работает одинаково для простых (АМ или ЧМ) и комбинированных сигналов (одновременная АМ и ЧМ), поэтому во всех случаях предполагается, что сигнал модулирован как по частоте, так и по амплитуде. Главное достоинство модернизированных алгоритмов обработки данных – это уменьшение влияния шумов и снижение требований к разрядности АЦП. Фильтрация паразитных компонент спектра сигнала огибающей обеспечивает оценку параметров модуляции в более узкой полосе частот, что уменьшает влияние внутренних и внешних шумов. Оценка амплитуды огибающей вычислительным методом по СКЗ модулирующего сигнала, т.е. по совокупности всех полученных значений, позволяет избавиться от постоянной составляющей погрешности и за счет усреднения уменьшить случайные погрешности оценки глубины АМ и девиации ЧМ сигналов, вызванные шумами и конечной разрядностью АЦП.

#### ***Сравнение методов оценки параметров модуляции***

Для сравнения возможностей рассмотренных в предыдущих параграфах вычислительных методов оценки параметров модуляции была создана специальная моделирующая программа (рис. 6.1). Компьютерная программа моделирования «Погрешности методов оценки параметров модуляции» позволяет сравнить результаты, получаемые в процессе цифровой обработки данных с применением различных ал-

горитмов: «Без фильтрации» (базового); «С фильтрацией»; «Расчет по СКЗ» (с фильтрацией и оценкой по СКЗ). Программа позволяет оценить влияние следующих факторов: частот дискретизации и сигнала, частоты модуляции, глубины АМ и девиации ЧМ, объема выборки, вида окна (Кайзера, Хемминга, Ханна), разрядности АЦП, уровня приведенных к входу АЦП шумов (бит) и числа учитываемых компонент растекания ( $d$ ).

На рис. 6.1 приведены рабочие окна программы моделирования для 16-битного АЦП и шумов 12 бит. АЦП работает в ДНС при частоте дискретизации порядка 100 МГц и частоте дискретизации 97,5 кГц. Используется окно Ханна, испытательный сигнал с двойной модуляцией: глубина АМ 30 %, девиация 3 кГц, число учитываемых компонент  $\pm 5$ . Внизу каждого графика представлена максимальная по модулю погрешность оценки глубины АМ- (слева) или девиации ЧМ- сигнала (справа).

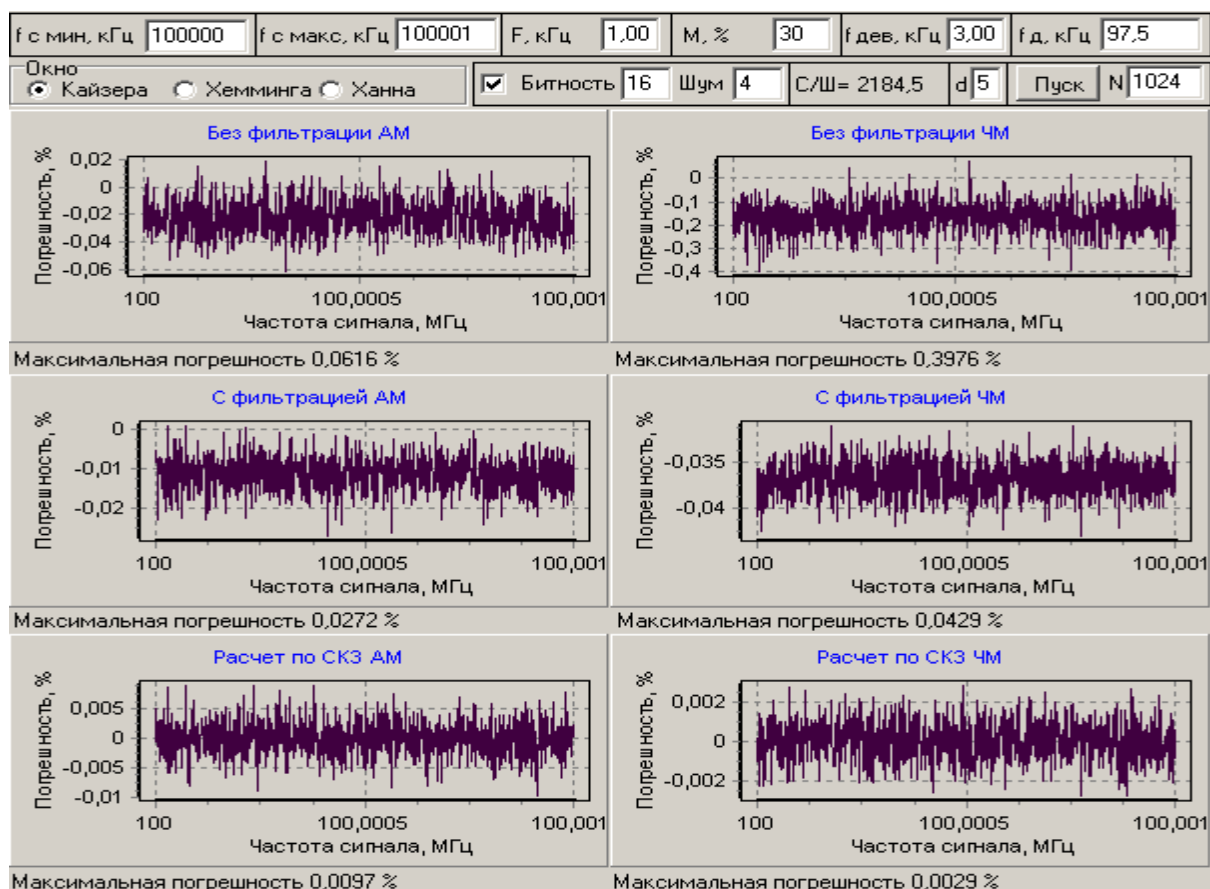


Рис. 6.1. Интерфейс моделирующей программы «Погрешности методов оценки параметров модуляции»

Если на графиках провести огибающие линии сверху и снизу, то внутренняя область будет соответствовать реальным значениям суммарной методической случайной погрешности. Расчет погрешности ведется в 1024 частотных точках. На рис. 6.2 приведены графики для увеличенного в 4 раза объема выборки.

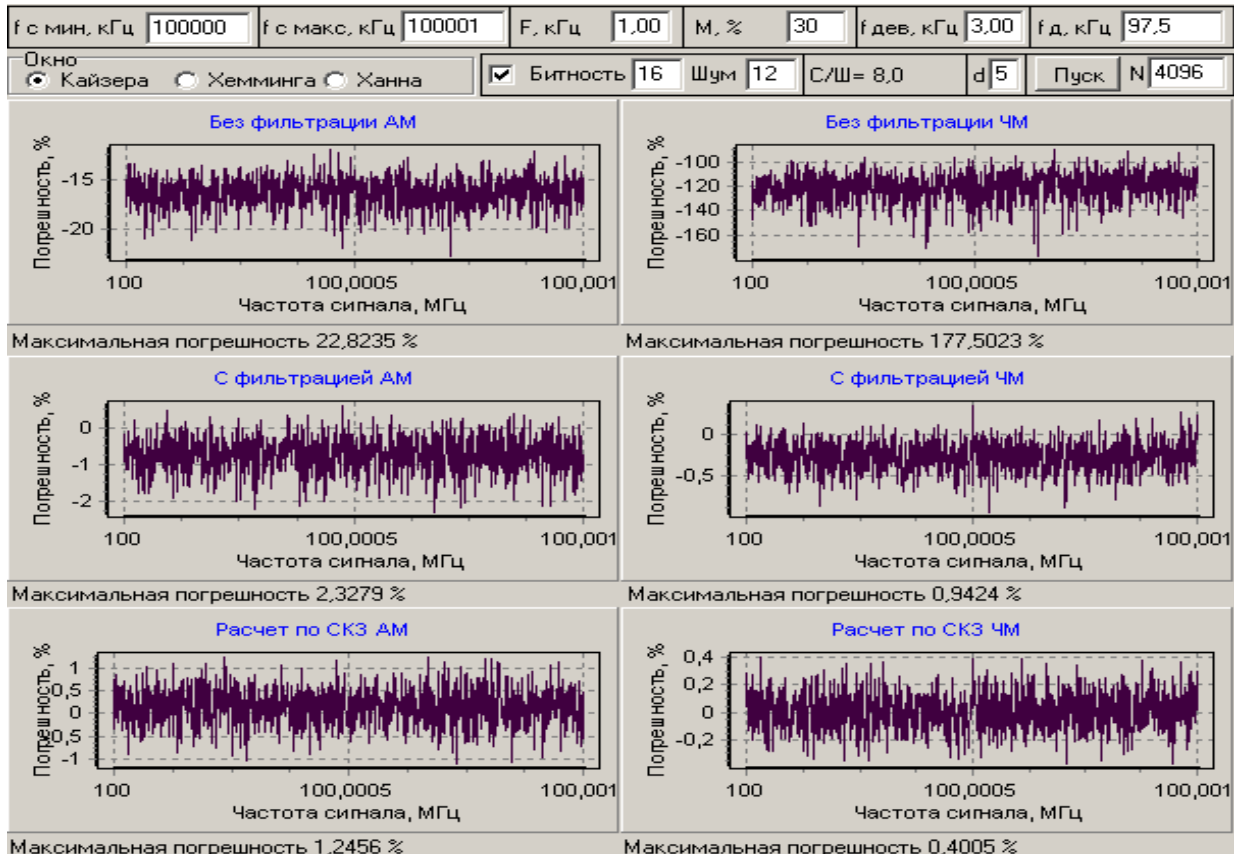


Рис. 6.2. Погрешности для шумов 12 бит и объема выборки 4096

Полученные данные показывают, что для малых шумов все методы сохраняют работоспособность, хотя их погрешности существенно отличаются. Наибольшую точность обеспечивает алгоритм с оценкой по СКЗ и фильтрацией шумов. При шумах 12 бит базовый алгоритм уже не работает и увеличение объема выборки его не спасает. Однако алгоритм оценки параметров модуляции по СКЗ работает хорошо даже в условиях большого уровня шума.

### 6.3. Порядок подготовки и выполнения работы

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.

3. Составить программу экспериментальных исследований (включая влияние на погрешность окна, числа учитываемых спектральных компонент, уровня шума, объема выборки и т.д.).

4. Получить допуск к лабораторной работе.

5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.

6. Оформить отчет и защитить его.

#### **6.4. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.

2. Цель лабораторной работы.

3. Описание программы исследований.

4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).

5. Выводы.

#### **6.5. Контрольные вопросы**

1. Поясните базовый алгоритм оценки параметров модуляции гармонического сигнала.

2. Поясните особенности нового алгоритма.

3. Поясните различия режимов обработки «Без фильтрации», «С фильтрацией», «Расчет по СКЗ».

4. Что получают в результате преобразования Гильберта?

5. Как можно реализовать преобразование Гильберта через преобразование Фурье?

6. Как оценить методические погрешности?

7. Как оценить инструментальные погрешности?

8. Каковы особенности оценки параметров модуляции при приближении к границам диапазона промежуточных частот?

9. Почему на границах ДПЧ погрешность возрастает?

10. Как на погрешность влияет объем выборки?

11. Как на погрешность влияет уровень нелинейных искажений?

12. Как на погрешность влияет вид окна?

13. Как на погрешность влияет частота дискретизации?

14. Как на погрешность влияет разрядность АЦП?

15. Как на погрешность влияет уровень шумов?

16. Как на погрешность влияет растекание?

17. Выбрать частоту дискретизации АЦП и нарисовать расположение пяти гармоник сигнала  $5N$  МГц в области ПЧ для ДИС.

18. Выбрать частоту дискретизации АЦП и нарисовать расположение пяти гармоник сигнала  $5N$  МГц в области ПЧ для ДНС, выделив ГПН и ГОН.

19. Объясните данные экспериментальных исследований.

## 7. СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ СИГНАЛА

**7.1. Цель работы:** Сравнение возможностей алгоритмических методов оценки СКЗ сигнала во временной и частотной области с использованием методов интегрирования и ДПФ в задачах определения параметров сигналов, дискретизируемых с помощью АЦП.

### 7.2. Теоретические сведения

#### *Оценка СКЗ сигнала*

*Постоянный шаг дискретизации входного сигнала  $T_\delta$*

Для того чтобы дискретизация не привела к потере информации, согласно теореме Котельникова требуется выбирать интервал дискретизации меньше половины периода наивысшей гармоники спектра.

При работе в частотной области с использованием преобразования Фурье определение СКЗ сигнала осуществляется по совокупности значений спектральных составляющих всех гармоник (см. разд. 2).

Во временной области СКЗ сигнала  $u(t)$  с периодом  $T_c$  можно вычислить приближенно по формуле прямоугольников

$$U_{СКЗ} \approx \sqrt{\frac{1}{T_c} \sum_{i=1}^N u_i^2 \cdot T_\delta} .$$

В общем случае постоянный шаг оцифровки не является целой частью периода входного сигнала. В задачах, когда частоту дискретизации нельзя изменить так, чтобы выполнялось условие  $NT_\delta = T_c$ , вычисление СКЗ по приведенной формуле приведет к методической погрешности. Для ее уменьшения можно модифицировать формулу так, чтобы сумма находилась точно на одном периоде сигнала. Для этого

последний интервал приводится в строгое соответствие с периодом сигнала путем:  $\Delta t_N = T_c - NT_\delta$ .

Если считать, что  $N = \text{ent}(T_c/T_\delta)$  – целое число, полученное путем отбрасывания дробной части, тогда нецелый интервал суммирования  $\Delta t_N$  находится в диапазоне от 0 до  $T_\delta$  и значение СКЗ будет вычисляться по формуле

$$U_{\text{СКЗ}} \approx \sqrt{\frac{1}{T_c} \left[ \sum_{i=1}^{N-1} u_i^2 \cdot T_\delta + u_N^2 \cdot (T_c - NT_\delta) \right]}.$$

### *Переменный шаг дискретизации входного сигнала*

В ряде измерительных задач возникает необходимость вычисления СКЗ по массиву отсчетов с переменным периодом дискретизации. Если обозначить  $f_i = u_i^2$ , воспользоваться формулой прямоугольников и модернизировать ее для переменного шага, то для расчета СКЗ получим

$$U_{\text{СКЗ}} = \sqrt{\frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} u^2(t) dt} \approx \sqrt{\frac{1}{T_c} \left[ \sum_{i=1}^{N-1} (f_i \cdot [t_{i+1} - t_i]) + f_N \cdot [T_c - t_N] \right]}.$$

Другой способ вычисления подынтегральной суммы – нахождение суммы параболических трапеций по формуле Симпсона, модифицированной для переменного шага дискретизации:

$$U_{\text{СКЗ}} = \sqrt{\frac{1}{T_c} \left[ \sum_{i=1}^{N-2} \left( \frac{k_i}{3} [t_{i+2}^3 - t_i^3] + \frac{b_i}{2} [t_{i+2}^2 - t_i^2] + c_i [t_{i+2} - t_i] \right) + \frac{k_j}{3} [T_c^3 - t_j^3] + \frac{b_j}{2} [T_c^2 - t_j^2] + c_j [T_c - t_j] \right]},$$

где  $i$  – нечетное;  $j = N + [N - 2\text{ent}(N/2)] - 1$ ;  $k_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $k_j$ ,  $b_j$  и  $c_j$  – вычисляемые коэффициенты.

Для того чтобы подсчитать сумму ровно на одном периоде сигнала последнее значение функции принимается равным первому значению ( $f_{N+1} = f_1$ ), а время последнего значения принимается равным периоду сигнала плюс время первого значения ( $t_{N+1} = t_1 + T_c$ ).

При использовании модернизированной формулы Симпсона методическая погрешность на два порядка ниже, чем при использовании формулы прямоугольников. Для дальнейшего уменьшения погрешности аппроксимации можно использовать вариант, в котором усредняются суммарные площади криволинейных трапеций протяженностью



по оси времени в два шага со смещением на один шаг. При суммировании по четным и нечетным компонентам погрешности уменьшились более чем на порядок. Для нахождения через криволинейные трапеции суммы на одном периоде сигнала последнее значение функции принимается равным первому значению ( $f_{N+1}=f_1$ ,  $f_{N+2}=f_2$ ), а положение последнего значения принимается равным периоду сигнала, увеличенному на абсолютное время первого значения ( $t_{N+1}=t_1+T_C$ ,  $t_{N+2}=t_2+T_C$ ).

Выражение для расчета СКЗ будет иметь следующий вид:

$$U_{СКЗ} = \sqrt{\frac{1}{2T_C} \left[ \sum_{i=1}^{N-2} \left( \frac{k_i}{3} [t_{i+2}^3 - t_i^3] + \frac{b_i}{2} [t_{i+2}^2 - t_i^2] + c_i [t_{i+2} - t_i] \right) + \frac{k_j}{3} [(T_C + t_1)^3 - t_{N-1}^3] + \frac{b_j}{2} [(T_C + t_1)^2 - t_{N-1}^2] + c_j [T_C + t_1 - t_{N-1}] + \frac{k_l}{3} [(T_C + t_2)^3 - t_N^3] + \frac{b_l}{2} [(T_C + t_2)^2 - t_N^2] + c_l [T_C + t_2 - t_N] \right]}$$

где  $i=1, 2, 3, \dots$ ;  $k_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $k_j$ ,  $b_j$ ,  $c_j$ ,  $k_l$ ,  $b_l$  и  $c_l$  - коэффициенты.

Выбор алгоритма обработки массива данных определяется измерительной задачей и видом сигнала. Лучшие результаты для сигналов, аппроксимируемых прямоугольниками, дает модернизированная формула прямоугольников. Для плавных функций, типа гармонического сигнала, преимущество имеет модернизированная формула Симпсона.

### ***Программа моделирования***

Используя программу моделирования «Сравнение методов оценки СКЗ», можно сопоставить возможности методов интегрирования и определения СКЗ с использованием преобразования Фурье.

В процессе работы с программой пользователь выбирает разрядность АЦП, уровень приведенных к входу шумов, частоту дискретизации, объем выборки, начальную фазу и уровень нелинейных искажений сигнала. На рис. 7.1 приведено рабочее окно программы для малого объема выборки и отсутствия шумов (нет метки в окне «Битность»).

В окне результата представлено три линии погрешности:

– сплошная линия соответствует потенциальным возможностям

метода с использованием преобразования Фурье (будем этот метод для краткости далее называть методом Фурье);

– линия в виде крупного пунктира соответствует модернизированному методу интегрирования по формуле прямоугольников (будем далее называть его методом прямоугольников);

– линия в виде мелкого пунктира соответствует модернизированному методу интегрирования по формуле криволинейных трапеций (будем далее называть его методом трапеций).

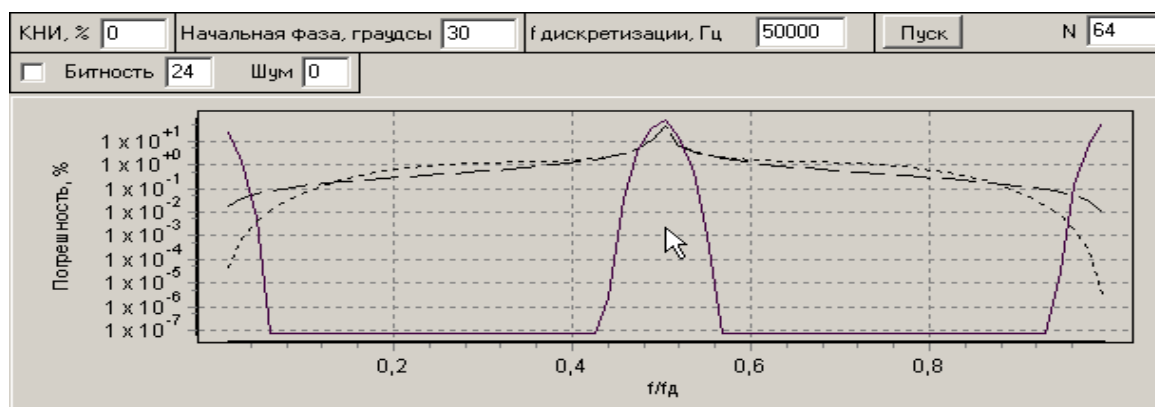


Рис. 7.1. Рабочее окно программы «Сравнение методов оценки СКЗ»

Очевидно, что представленный график далее повторяется с периодом  $f_d$ , при симметрии относительно  $f_d/2$ . В диапазонах частот ДВК и ДНС метод Фурье имеет более высокие потенциальные характеристики: его погрешность остается постоянной и находится на уровне  $10^{-7}$  %. Однако при приближении к границам диапазона снизу и сверху погрешность резко возрастает. Нижняя граница  $f_H$  диапазона рабочих частот сигнала при оценке СКЗ методом интегрирования (рис. 7.2) определяется заданным объемом выборки  $N$ , который должен быть собран в интервале времени не менее периода сигнала, т.е.  $f_H = f_d/N$ . Откуда легко найти минимальную рабочую частоту сигнала в нормированном виде по отношению к частоте дискретизации  $f_H/f_d = 1/N$ .

Границы рабочего диапазона расширяются при увеличении объема выборки. Для  $N=64; 128; 256; 512; 1024$  и  $2048$  нижняя нормированная частота будет соответственно равна  $0,0156; 0,0078; 0,0039; 0,00195; 0,00098$  и  $0,00049$ . Вблизи нижней границы рабочих частот

методическая погрешность оценки СКЗ методом интегрирования минимальна. Причем метод криволинейных трапеций здесь более точный. При приближении к  $f_d/2$  погрешность плавно возрастает и достигает значений до десятков процентов, далее в области частот до  $f_d$  график зеркально отражается. Увеличение объема выборки существенно изменяет методическую погрешность.

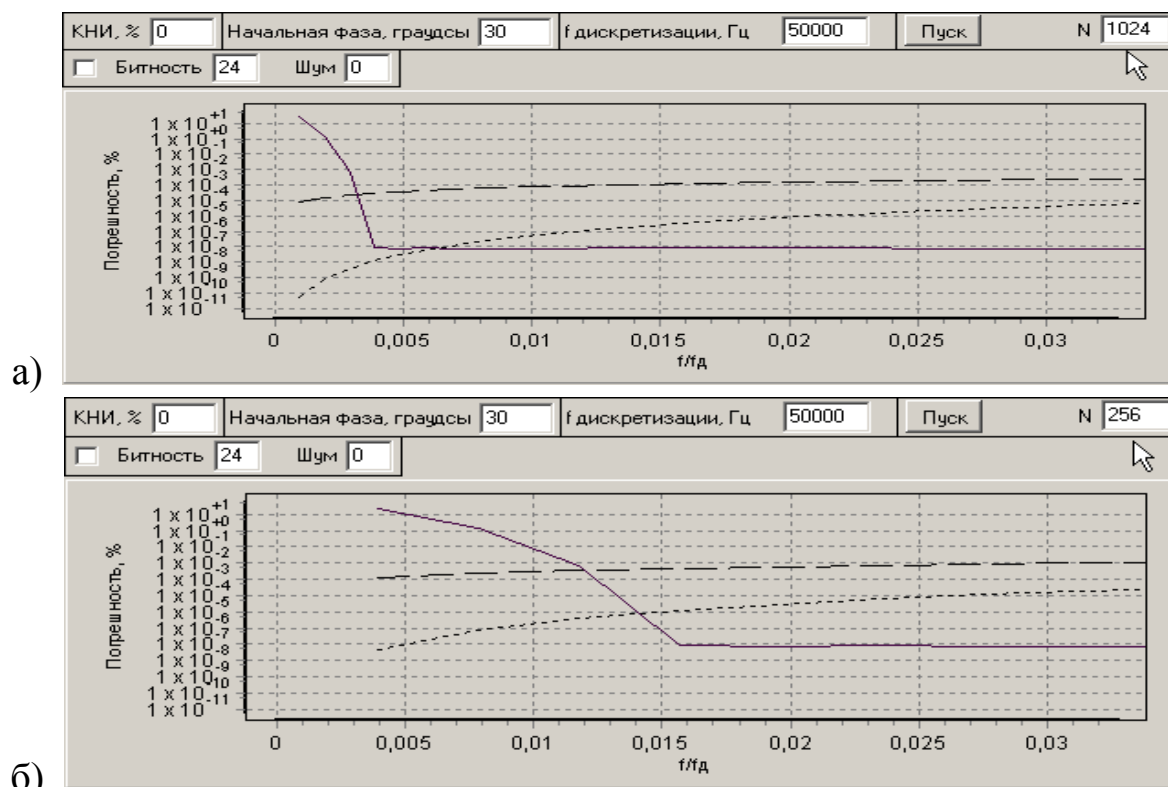


Рис. 7.2. Влияние объема выборки  $N$  на нижнюю границу рабочих частот:  
 а –  $N=1024$ ; б –  $N=256$

На рис. 7.3 и 7.4 приведены рабочие окна программы для 16-битного АЦП и разных уровней приведенных к входу шумов. Предельные возможности методов для объема выборки 512 без учета разрядности АЦП и без шумов демонстрируют графики, приведенные на рис. 7.3. На рис. 7.4, а шум 3 бита. Графики показывают, что для шумов малого уровня изменились минимальные величины погрешностей, со значений  $10^{-9}$  % они увеличились соответственно до значений  $10^{-4}$  и  $10^{-3}$  %. В других областях преимущественной осталась методическая погрешность. Когда уровень шумов средний, то в зоне низких частот можно выделить область, где преимущества у метода интегри-

рования, но далее погрешность ниже для метода Фурье. С увеличением шумов (рис. 7.4, б) границы инструментальной и методической погрешности сближаются и при уровне шума 10 бит (рис. 7.4, в) практически становятся одинаковыми для всех методов, т.е. главной становится инструментальная погрешность.

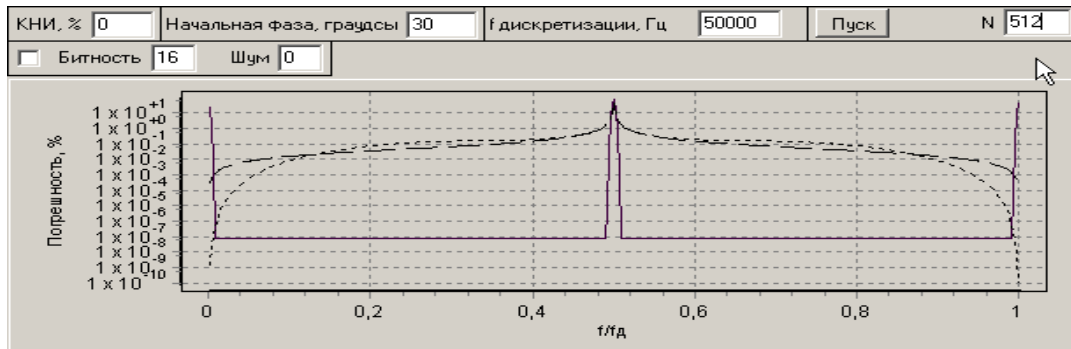


Рис. 7.3. Предельные возможности методов для объема выборки 512

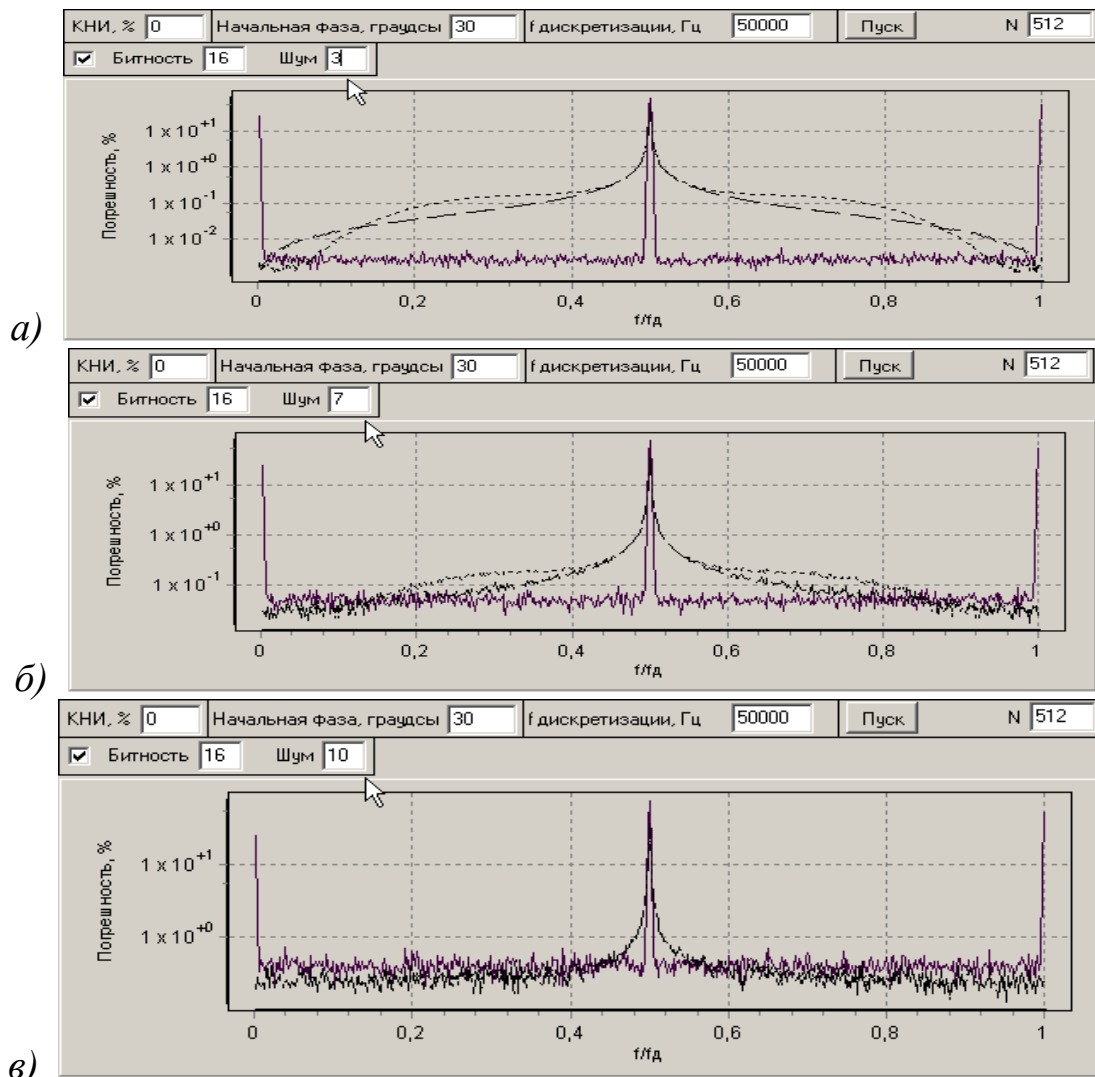


Рис. 7.4. Влияние шумов

При больших шумах преимущество сохраняется у метода интегрирования. В примере граница областей, где погрешности пересекаются, находится вблизи точки  $f/f_0=0,1$ .

Преимущества временного подхода – это простота расчетов и быстрота сбора данных, так как достаточно одного периода сигнала, в то время как при обработке в частотной области по методу Фурье требуется до 10 периодов. Преимущество частотного подхода – более гибкая возможность оценки СКЗ по всем гармоникам и в требуемой полосе частот, чего лишен временной метод.

Минимальная рабочая частота сигнала для метода интегрирования в несколько раз ниже, чем для метода Фурье, в нормированном виде по отношению к частоте дискретизации она равна  $1/N$ . Методическая погрешность оценки СКЗ также минимальна, причем метод криволинейных трапеций более точный.

### **7.3. Порядок подготовки и выполнения работы**

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.
3. Составить программу экспериментальных исследований.
4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.
6. Оформить отчет и защитить его.

### **7.4. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

### **7.5. Контрольные вопросы**

1. При каких условиях сигнал может быть полностью восстановлен из дискретных, одинаково расположенных отсчетов?
2. Назовите методы оценки СКЗ.
3. Как найти амплитудное значение гармонического сигнала?
4. Поясните метод оценки СКЗ сигнала в частотной области с использованием преобразования Фурье.
5. Каковы особенности оценки СКЗ сигнала при приближении к границам диапазона промежуточных частот?

6. Как определить СКЗ сигнала по совокупности значений спектральных составляющих всех гармоник?
7. Каковы преимущества работы в частотной области?
8. Каковы недостатки работы в частотной области?
9. Каковы преимущества работы во временной области?
10. Каковы недостатки работы во временной области?
11. Как на погрешность влияет объем выборки?
12. Как на погрешность влияет уровень нелинейных искажений?
13. Как на погрешность влияет частота дискретизации?
14. Как на погрешность влияет разрядность АЦП?
15. Как на погрешность влияет уровень шумов?
16. Выбрать частоту дискретизации АЦП и нарисовать расположение пяти гармоник сигнала  $5N$  МГц в области ПЧ для ДСС.
17. Выбрать частоту дискретизации АЦП и нарисовать расположение пяти гармоник сигнала  $5N$  МГц в области ПЧ для ДВК.
18. Поясните практические результаты исследований.

## **8. ВОССТАНОВЛЕНИЕ И ФОРМИРОВАНИЕ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ**

**8.1. Цель работы:** исследование возможностей восстановления и формирования полигармонического сигнала на основе ДПФ в задачах визуального представления и синтеза сигналов с помощью быстродействующих АЦП и ЦАП.

### **8.2. Теоретические сведения**

Методы спектрального анализа могут быть использованы для решения задач восстановления формы периодического сигнала и его визуального представления в ДВК, ДСС и ДНС.

Алгоритм работы по шагам:

1. С помощью АЦП получают массив  $u[i/f_0]$  в объеме  $N$  дискретных отсчетов сигнала. Частота дискретизации может корректироваться в процессе работы.

2. Корректируют массивы данных, оптимизировав их для конкретной задачи оценки параметров (амплитуды, частоты и начальной фазы) всех спектральных линий. Для этого в зависимости от допустимой погрешности и априорных данных о сигнале на массив  $u[i/f_0]$  может накладываться индивидуальное или единое окно.

3. Для каждого массива вычисляют прямое быстрое преобразование Фурье, получая комплексный спектр  $S[if_\delta/N]=\text{FFT}(u[i/f_\delta])$ . Далее для простоты записи опустим множитель  $f_\delta/N$ , т.е.  $S[if_\delta/N] = S[i]$ .

4. Анализируют спектр по наличию достаточного расстояния между локальными максимумами сигнальных компонент с запасом, превышающим растекание. При этом оцениваются возможности смещения сигнальных компонент при перестройке частоты дискретизации с учетом априорных данных о полосе частот сигнала. Проверяется близость сигнальных компонент к 0 и частоте Найквиста.

5. Вычисляют частоту основной гармоники сигнала  $f$ .

6. Для каждой ( $j$ -й) гармоники вычисляют:

$$f_{ПЧj} = jf - n_j f_\delta, \text{ где } n_j = \text{ent}(jf/f_\delta);$$

$h_j = \text{round}(f_{ПЧj} / (f_\delta/N))$  – номер спектральной составляющей  $j$ -й гармоники сигнала.

7. Определяют амплитуду всех гармоник  $f_{ПЧj}$  по формуле

$$U_j \approx k \sqrt{\sum_{i=m_j-d}^{m_j+d} |S[i]|^2},$$

где  $d$  – число, учитывающее растекание  $j$ -й спектральной составляющей;  $|S[i]|$  – амплитуды соответствующих спектральных компонент;  $k$  – весовой коэффициент (для окна Кайзера при  $b_k = 12$  и  $d = 5$  оптимальное значение  $k = 1.971309650$ . Для окна Хана  $k = 1.632993162$ , а для окна Хемминга  $k = 1.586302719$ ).

8. Вычисляют  $h_j = \text{ent}(f_{ПЧj} / (f_\delta/N))$ .

9. Определяют начальную фазы для спектральной составляющей  $h_j$ :

$$\varphi(h_j) = \text{arctg} \left( \frac{S_{IM}[h_j]}{S_{RE}[h_j]} \right), \text{ если } S_{IM}[h_j] > 0 \text{ и } S_{RE}[h_j] > 0;$$

$$\varphi(h_j) = \text{arctg} \left( \frac{S_{IM}[h_j]}{S_{RE}[h_j]} \right) + 180, \text{ если } S_{IM}[h_j] > 0 \text{ и } S_{RE}[h_j] < 0;$$

$$\varphi(h_j) = \text{arctg} \left( \frac{S_{IM}[h_j]}{S_{RE}[h_j]} \right) - 180, \text{ если } S_{IM}[h_j] < 0 \text{ и } S_{RE}[h_j] < 0;$$

$$\varphi(h_j) = \text{arctg} \left( \frac{S_{IM}[h_j]}{S_{RE}[h_j]} \right), \text{ если } S_{IM}[h_j] < 0 \text{ и } S_{RE}[h_j] > 0.$$

10. Аналогично определяют фазы для спектральной составляющей  $h_j+1$ .

Если  $\varphi(h_j+1) > \varphi(h_j)$ , то  $\varphi(h_j+1) = \varphi(h_j+1) - 360$ .

11. Определяют начальную фазу  $j$ -ой гармоники  $\varphi_j$  на частоте  $f_{ПЧj}$  путем линейной аппроксимации между точками

$\varphi(h_j)$ ,  $f(h_j)=h_j f_{\delta}/N$  и  $\varphi(h_j+1)$ ,  $f(h_j+1)=(h_j+1) f_{\delta}/N$ .

12. Изменения сигнала во времени для  $N$  гармоник можно представить:

$$u(t) = \sum_{j=1}^N U_j \cdot \cos(2\pi jft + \varphi_j).$$

С целью исследования приведенного алгоритма используется специальная компьютерная программа моделирования, которая позволяет восстановить форму сигнала по данным спектрального анализа его гармоник, выполненного по совокупности массива цифровых отсчетов, получаемых в результате имитации работы АЦП заданной разрядности. Интерфейс интерактивной программы «Восстановление формы сигнала на основе БПФ» приведен на рис. 8.1.

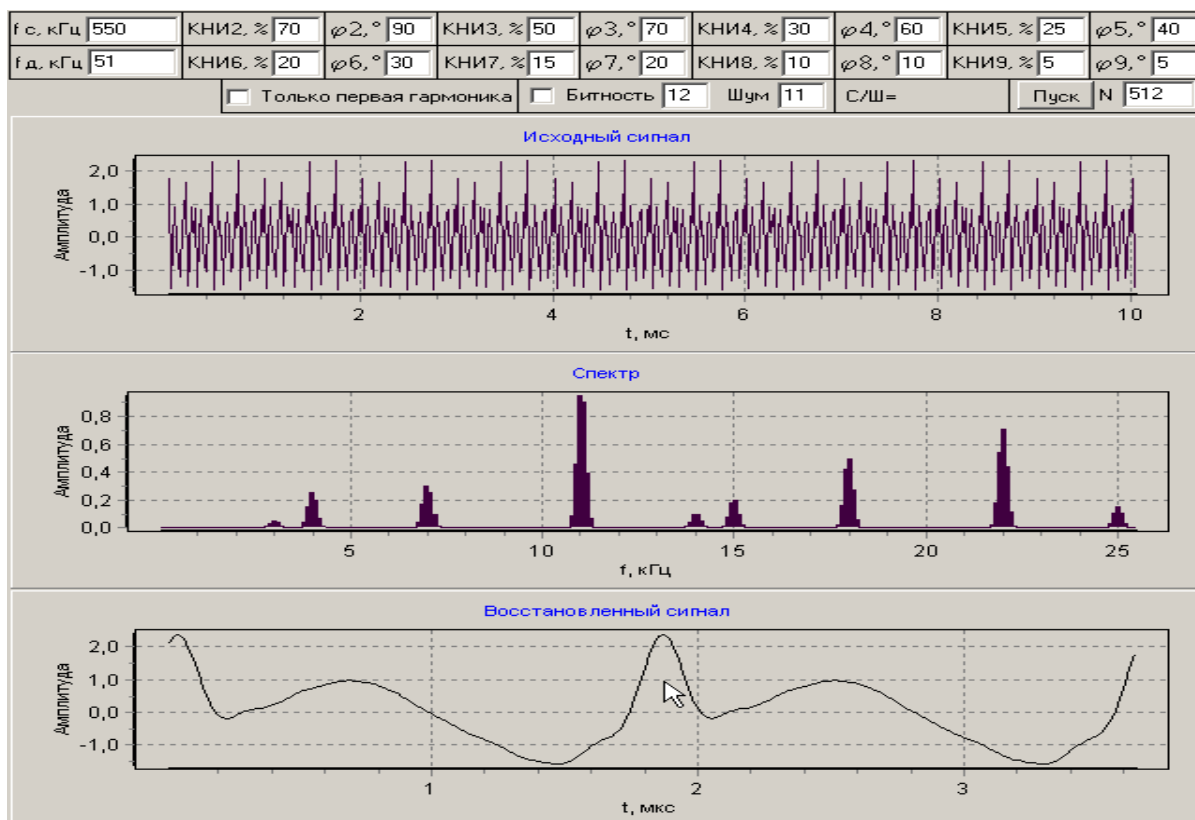


Рис. 8.1. Рабочее окно интерактивной программы



### Методика работы с программой моделирования:

1. Оператор выбирает (см. рис. 8.1) частоты дискретизации и сигнала, уровни нелинейных искажений со 2 по 9 гармонику (КНИ2-9), начальные фазы всех высших гармоник, разрядность АЦП, уровень приведенных к входу АЦП шумов (бит), объем выборки. При этом если в окошечке «Битность» не стоит метка, то шумы и разрядность АЦП в расчетах не учитываются, операции осуществляются с точностью применяемого компьютера. Если стоит метка в окошечке «Только первая гармоника», то программа вычерчивает только основную спектральную компоненту, фильтруя все высшие гармоники и шумы (рис. 8.2). В соответствии с выбранными параметрами амплитуд и фаз 9 гармоник синтезируется исходный сигнал без искажений и шумов.

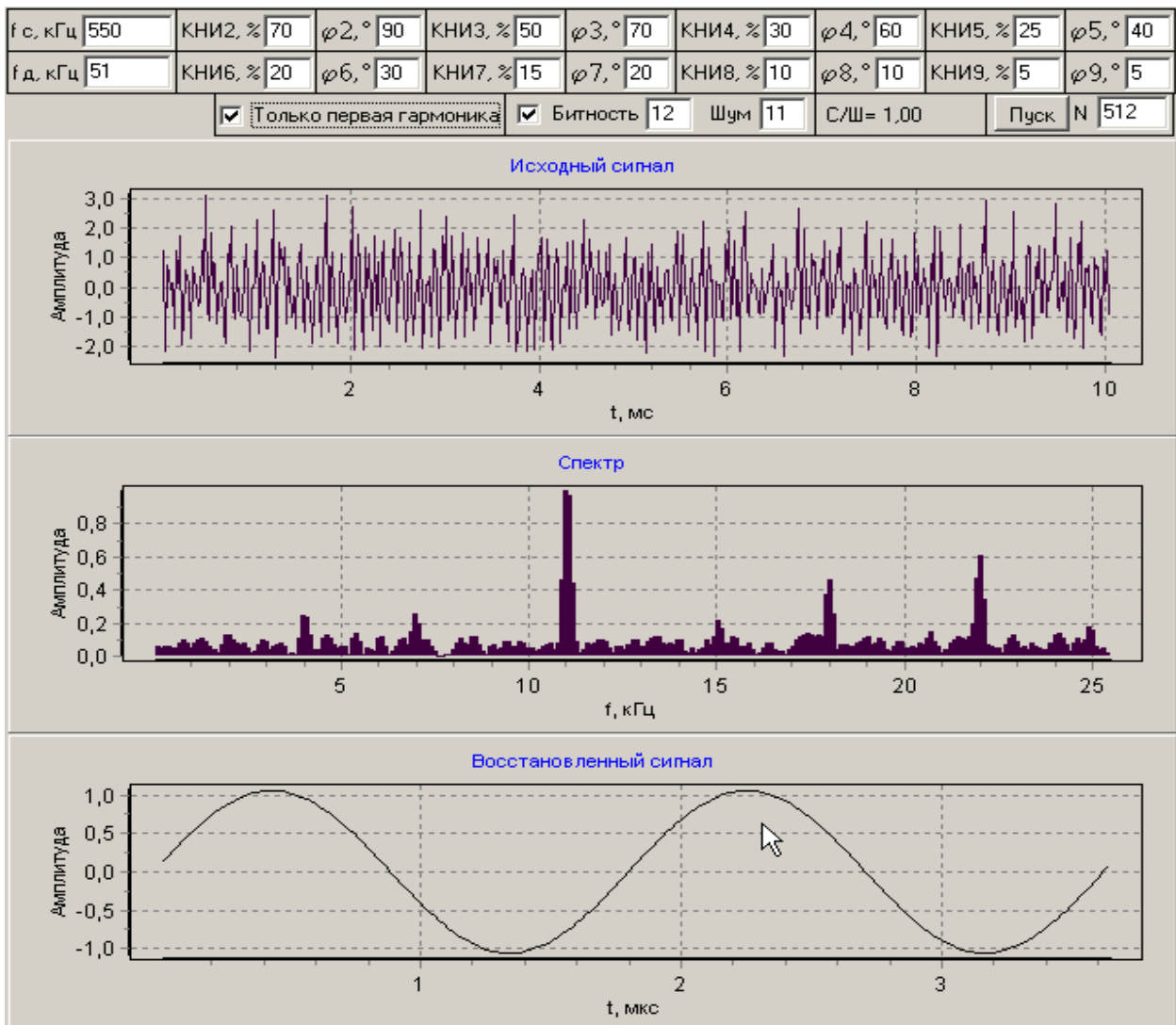


Рис. 8.2. Восстановление только первой гармоники

2. На сигнал накладываются шумы заданной разрядности, после чего моделируется его оцифровка с помощью АЦП. Шум накладывается равномерный, в трансформированной полосе частот  $0 - f\partial/2$  его среднеквадратическая величина соответствует установленному в битах значению по отношению к сигналу, использующему полную выбранную разрядность оцифровки. При моделировании считается, что АЦП имеет запас разрядности и не входит в нелинейный режим работы. В процессе оцифровки моделируется только разрядность АЦП, но не учитывается его нелинейность.

3. Полученный в результате моделирования сигнала, шумов и процесса оцифровки массив данных используется в работе анализатора, алгоритм которого был приведен выше. При этом рассчитываются все спектральные компоненты и восстанавливается форма сигнала. Данные расчетов и моделирования изображаются в трех окнах программы. Используя режим приближения выделенного мышкой участка, можно увидеть детали изображений. С учетом всех гармоник и шумов тот же сигнал изображен на рис. 8.3.

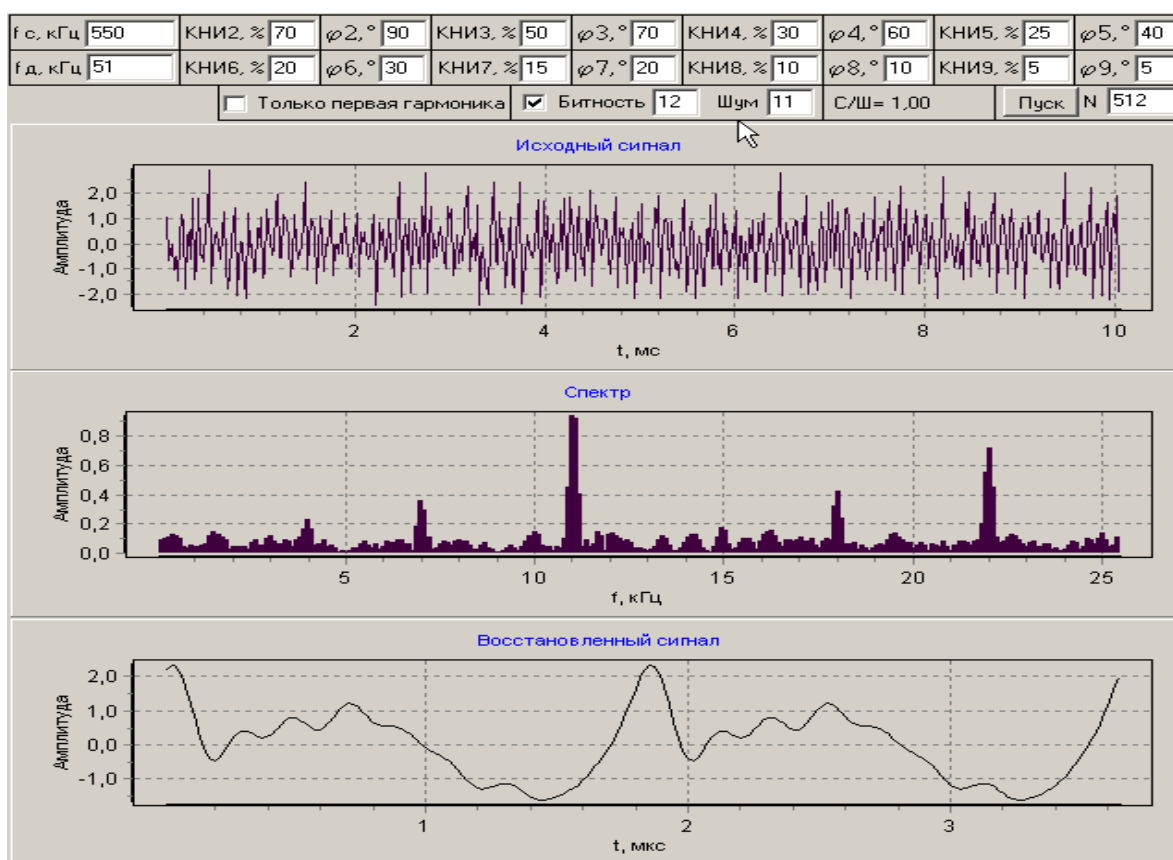


Рис. 8.3. Восстановление в условиях шумов

4. В окне «Исходный сигнал» путем линейной интерполяции вычерчивается совокупность цифровых отсчетов, получаемых последовательно с шагом, равным периоду дискретизации. Визуально этот сигнал может совпадать с формой входного сигнала, если работа реализуется в ДИС или ДСС. Если используется работа в ДНС, то форма исходного сигнала не соответствует восстановленному сигналу.

5. В окне «Спектр» изображается трансформированный в область ПЧ спектр сигнала. При этом идентификацию гармоник сигнала можно зрительно осуществлять по выбранным значениям их амплитуд. В окне «Восстановленный сигнал» представлен график двух периодов полученного в результате восстановления сигнала с учетом его параметров и условий моделирования.

На рис. 8.4 изображен сигнал по форме близкий к меандру, восстановленный без учета разрядности АЦП и шумов, так как в окошечке «Битность» не стоит метка. Спектральные компоненты на оси частот расположены по порядку своих номеров: 1; 3; 5; 7-я и 9-я.

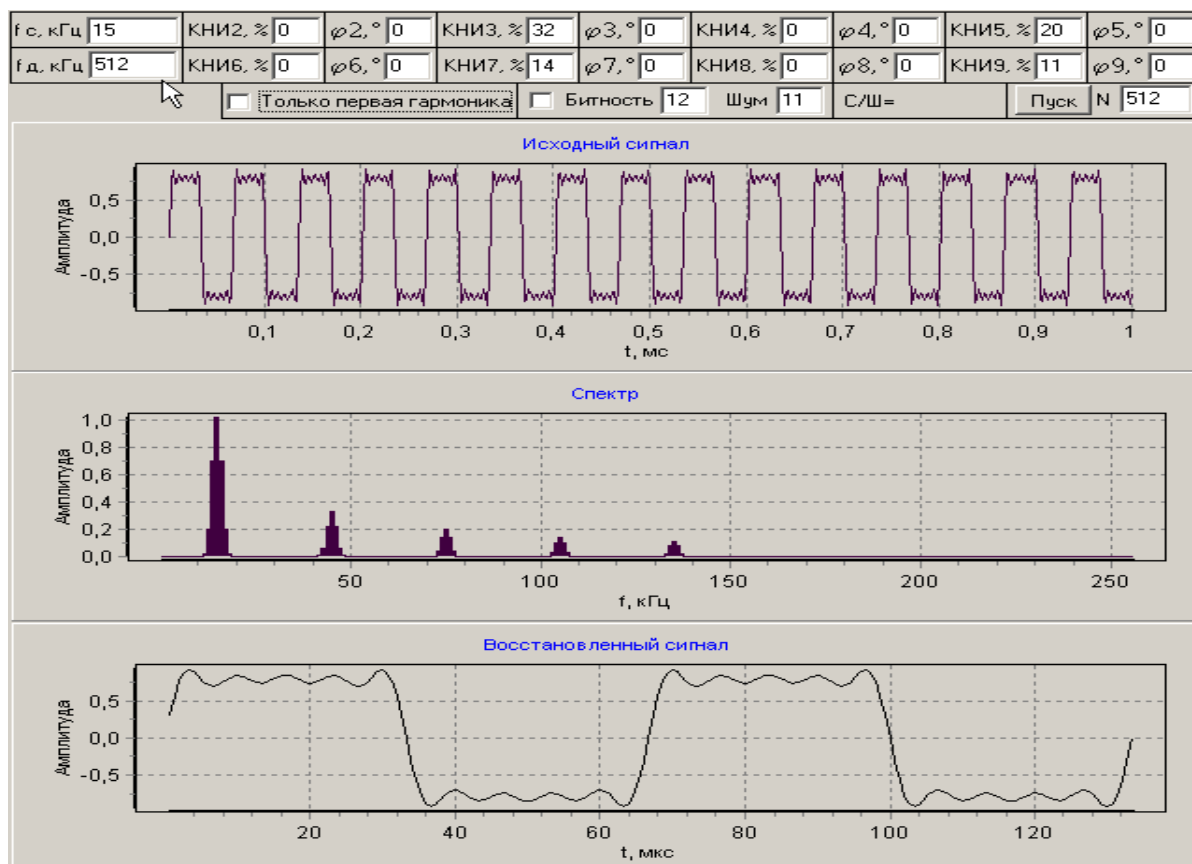


Рис. 8.4. Восстановление меандра в ОДК

На рис. 8.5 приведен тот же по форме сигнал, частота 1-й гармоники которого установлена в 10 раз более высокой (вместо 15 установлено 150 кГц при частоте дискретизации 512 кГц), что соответствует ДНС. Исходный сигнал при этом неузнаваем, спектр зашумлен, но восстановленный сигнал хорошо узнается, что свидетельствует об эффективности работы алгоритма анализатора периодических сигналов.

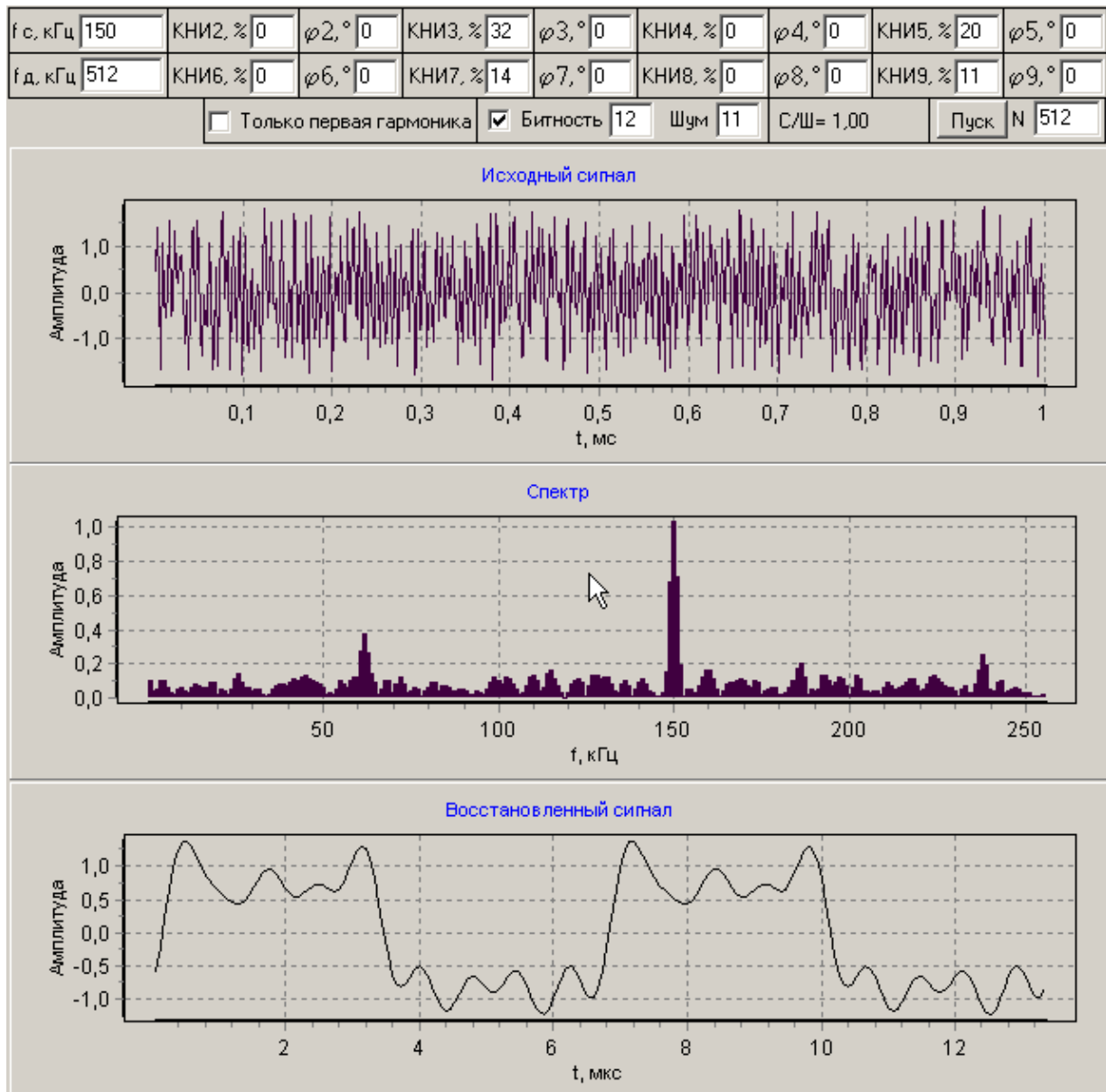


Рис. 8.5. Работа в ДНС при наличии шумов

Способ несинхронизированного стробирования и восстановления формы сигнала позволяет существенно расширить диапазон рабочих

частот и упростить аппаратную часть измерительных устройств путем передачи компьютеру функции восстановления сигнала. Универсальный алгоритм восстановления оцифрованных периодических сигналов работает в ДИС, ДНС, ДВК и ДСС. Он наиболее эффективен в соединении с задачами фильтрации, например в тех случаях, когда сигнал близкий к гармоническому и следует представить только первую его гармонику.

### ***Спектральное представление сигналов***

Сложные сигналы, такие как прямоугольные, треугольные, пилообразные и другие содержат в себе бесконечное количество гармоник, сложение которых дает требуемую форму сигнала, его амплитуду и частоту. Сколько бы ни было параметров у сигнала, спектральный анализ является основным средством для исследования отдельных его компонентов. Математически, складывая мощность каждой гармоники с мощностью основной гармоники, можно восстановить весь исходный сигнал.

Сигнал пилообразной формы может быть представлен суперпозицией бесконечного количества синусоидальных сигналов, частоты которых кратны основной частоте. Амплитуда и мощность этих синусоид уменьшаются с увеличением их частоты. По мере добавления каждой гармоники, форма сигнала становится более похожей на идеальную. Ряд Фурье пилообразного сигнала выглядит следующим образом:

$$E_n = \frac{2A}{\pi} \left( \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t - \frac{1}{4} \sin 4\omega t + \dots \right)$$

Идеальный сигнал прямоугольной формы включает в себя бесконечное количество нечетных гармоник. В таком случае ряд Фурье выглядит как:

$$E_n = \frac{4A}{\pi} \left( \cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \frac{1}{7} \cos 7\omega t + \dots \right)$$

Так как амплитуда гармоник высоких порядков во много раз меньше амплитуды основной частоты, то, как правило, вычисляют ограниченное число гармоник (до 5 ... 9-го порядков).

### **8.3. Порядок подготовки и выполнения работы**

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.
3. Составить программу экспериментальных исследований.
4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом эксперимента.
6. Оформить отчет и защитить его.

### **8.4. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

### **8.5. Контрольные вопросы**

1. Как выбирается интервал дискретизации в ДИС, ДВК, ДСС и ДНС?
2. Поясните особенности дискретизации в ДИС, ДВК, ДСС и ДНС.
3. Чему равен шаг частотной сетки ДПФ?
4. При каких условиях сигнал может быть восстановлен из дискретных отсчетов?
5. Что такое спектральная утечка или растекание спектра?
6. Для чего и как сглаживают временную последовательность отсчетов?
7. Какие характеристики сигналов и устройств можно оценить по результатам стробирующего аналого-цифрового преобразования?
8. Как оценить амплитудный, фазовый и частотный спектры.
9. Поясните интерфейс компьютерной программы моделирования.
10. Поясните алгоритм компьютерной программы моделирования.
11. Поясните методику работы с программой моделирования.
12. В какой полосе частот для ДВК, ДСС и ДНС можно восстановить форму сигнала?
13. Как выглядит ряд Фурье пилообразного сигнала?

14. Как выглядит ряд Фурье меандра?
15. Для частоты сигнала  $5N$  МГц, имеющего 2-ю гармонику, выбрать частоту дискретизации АЦП для работы в ДИС. Нарисовать временную последовательность выборочных точек.
16. Поясните результаты экспериментальных исследований.

## 9. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛА ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

**9.1. Цель работы:** Исследование возможностей восстановления сигнала, дискретизированного с помощью быстродействующего АЦП, в задачах визуального представления сигнала на экране вычислительного осциллографа.

### 9.2. Теоретические сведения

При проведении испытаний и сертификации электронных средств осциллограф является наиболее используемым прибором. Для расширения его полосы пропускания при исследовании периодического сигнала применяется метод синхронизированного стробирования (рис. 9.1). При этом восстановление формы сигнала осуществляется путем линейной интерполяции между отсчетами, положение которых синхронизируется с периодом исследуемого процесса так, чтобы получить необходимое разрешение по времени и требуемый коэффициент трансформации временного масштаба.

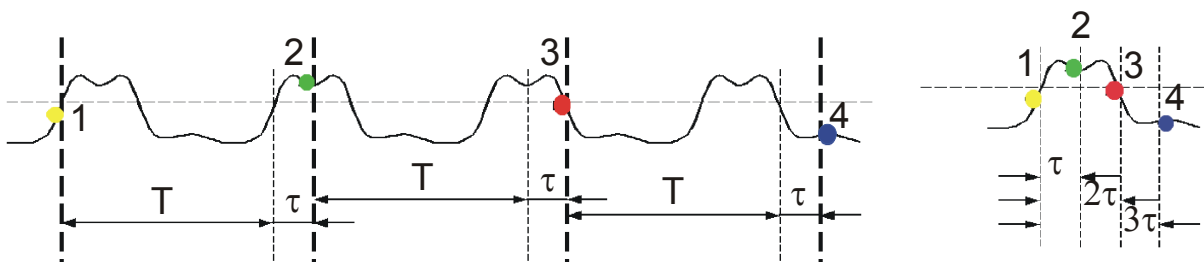


Рис. 9.1. Метод синхронизируемого стробирования

Для получения устойчивого изображения сигнала на экране осциллографа частота стробирующих импульсов синхронизируется с периодом сигнала  $F = 1 / (NT_s + \tau)$ , где  $N$  – целое число,  $T_s$  – период

сигнала. Недостатком данного метода является сложность аппаратной синхронизации стробирующих импульсов в диапазоне частот исследуемого сигнала.

В современном компьютерном осциллографе (КО) непрерывный входной сигнал преобразуется с помощью платы АЦП в дискретный сигнал. При этом предельно достижимая полоса пропускания в соответствии с теоремой Котельникова равна половине частоты дискретизации  $f_{\partial}/2$ . Однако, если на экране КО полученные точки дискретных значений соединить прямыми линиями (кусочно-линейная аппроксимация), то при приближении к частоте  $f_{\partial}/2$  сигнал будет иметь вид ломаной линии, значительно отличающейся от исходной формы. Это приводит к существенному ограничению верхней рабочей частоты КО. Приходится неоправданно в 4 – 10 раз завышать частоту дискретизации, что требует применения более дорогих АЦП, быстродействие которых снижается с увеличением разрядности. При этом не используются предельные возможности восстановления формы исходного сигнала в полосе частот АЦП, которая в реальности определяется длительностью выборки и может значительно превышать величину  $f_{\partial}/2$ .

Применение стробирующих АЦП становится все более популярным, при этом возможности стробирования могут быть расширены за счет использования компьютера в структуре КО. Благодаря высокоскоростной цифровой обработке дискретизированного сигнала создаются реальные возможности достижения предельной полосы рабочих частот КО.

Для восстановления сигнала предлагается метод перестановки мгновенных отсчетов, получаемых при несинхронизированном стробировании, как показано на рис. 9.2. Для этого измеряют частоту входного сигнала, и полученные отсчеты располагают на оси времени в правильном порядке, который определяется в результате вычислений. По сравнению с известным способом при восстановлении используются все полученные отсчеты. При этом погрешности восстановления формы уменьшаются, так как на более коротком отрезке времени сбора данных будет меньше случайных флуктуаций сигнала по частоте и уровню.



Схема КО, работающего по данному методу, представлена на рис. 9.3. Она содержит: входное устройство, расширяющее динамический диапазон работы прибора, а также АЦП, измеритель частоты, вычислитель, в котором реализуется процедура перестановки, и индикатор. Измеритель частоты может работать по методу дискретного счета. В зависимости от частоты входного сигнала вычислитель корректирует частоту стробирующего АЦП.

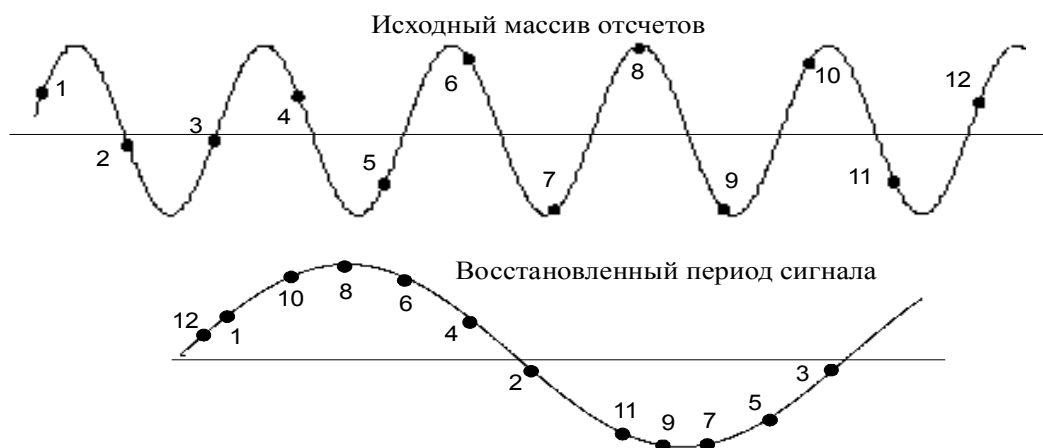


Рис. 9.2. Восстановление путем перестановки отсчетов

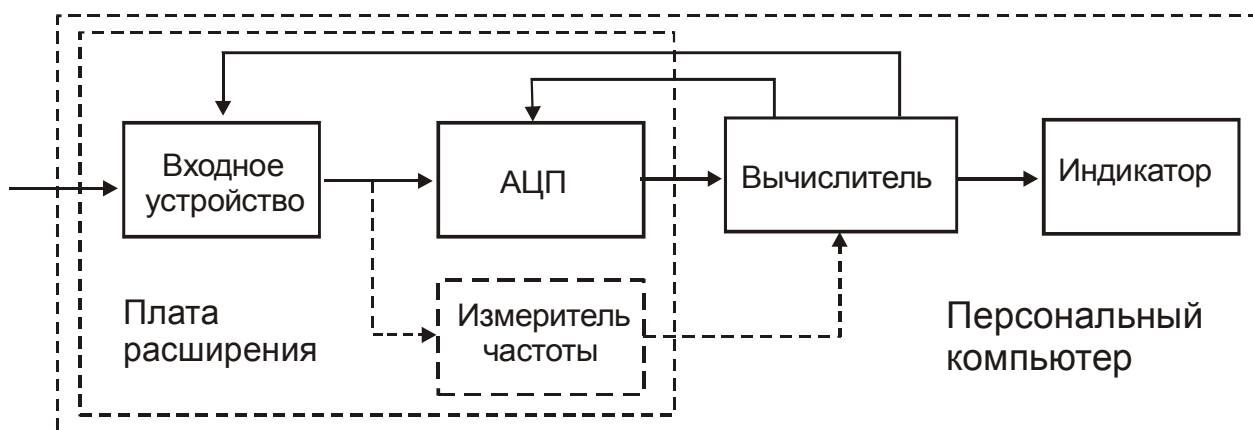


Рис. 9.3. схема компьютерного осциллографа со стробирующим АЦП

Алгоритм работы включает следующие шаги:

1. Измеряется частота первой гармоники входного сигнала.
2. Выбирается оптимальная частота дискретизации и время сбора данных с учетом высших гармоник сигнала для получения необходимого разрешения по оси времени.
3. Собирается массив данных в требуемом объеме.

4. Восстанавливается период или несколько периодов сигнала.

Полученные отсчеты сигнала располагают на оси времени в порядке  $t_i$  в соответствии с выражением

$$t_i = jT_D - iT_S,$$

где  $j$  – порядковый номер (целое число) временного отсчета сигнала;  $i$  – целое число, для которого выполняется условие  $nT_S \geq jT_D - iT_S > 0$ ;  $n$  – требуемое число периодов восстановленного сигнала;  $T_S$  и  $T_D = 1/f_\delta$  – периоды сигнала и дискретизации.

Период дискретизации может быть меньше, чем период сигнала, а также больше или значительно больше, чем период сигнала. Рекомендуемый период дискретизации задается выражением:  $T_D = MT_S/N$ , где  $N$  – требуемое количество точек (целое число) при восстановлении одного периода сигнала;  $M$  – целое число, которое задается, исходя из возможностей установки значения  $T_D$ ;  $M/N$  – простая дробь.

Если работать с рекомендуемым периодом дискретизации, то полное время считывания данных (оцифровки) определяется выражением:  $T_M = NT_D$ . Увеличение времени анализа приведет к повторному считыванию тех же точек периодического сигнала. Диапазон возможных значений

$$M \in [1, \text{ent}(\frac{T_M}{T_S})], N \in [1, \text{ent}(\frac{T_M}{T_D})].$$

Формы сигналов на экране КО при кусочно-линейной аппроксимации и с использованием метода несинхронизированного стробирования представлены на рис. 9.4 – 9.5.

На приведенных графиках применена кусочно-линейная аппроксимация между точками исходного и восстановленного сигнала, частота которого 500 МГц ( $T_S = 2$  нс), а частота дискретизации изменяется от 0,993 до 7,1 МГц. В процессе работы компьютер может перебирать реализуемые значения частоты дискретизации АЦП и вычислять число точек на период, выбирая их оптимальное значение.

Для наглядности на приведенных графиках число точек  $n$  на период восстановленного сигнала выбрано небольшим. На всех графиках изображение исходного сигнала после типовой процедуры стробирования не соответствует исходному сигналу, т.е. метод синхронизи-

зированного стробирования не работает, в то время как восстановленный сигнал имеет форму синусоиды. Время сбора данных при моделировании выбрано постоянным и равным 23 мкс. При этом для разных частот дискретизации получается разное число точек на период восстановленного сигнала. Интересно, что для частоты дискретизации 1,04 МГц число точек получилось меньше, чем для частоты 0,993 МГц, что объясняется их наложением.

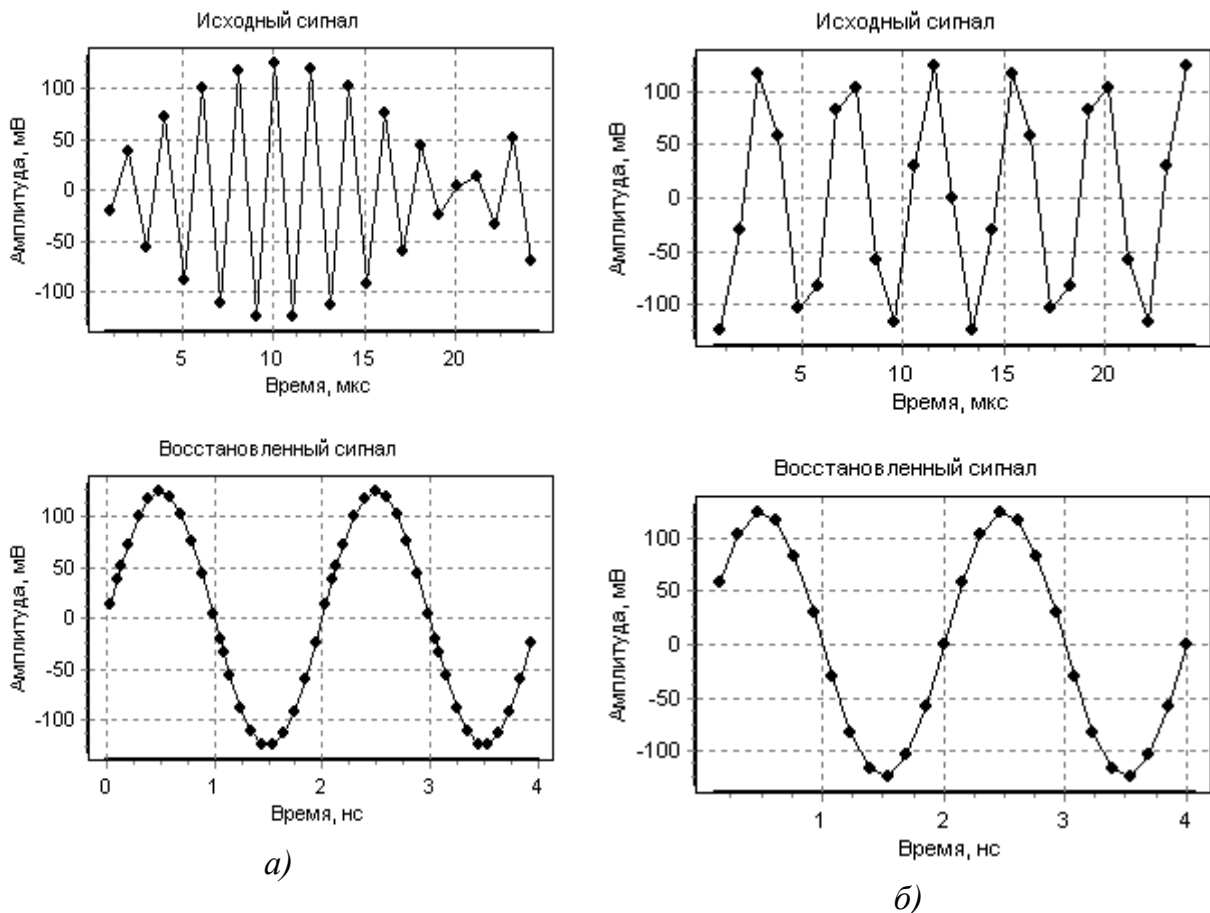


Рис. 9.4. Восстановление сигнала 500 МГц при частотах дискретизации 0,993 (а) и 1,04 (б) МГц

Метод несинхронизированного стробирования предназначен для восстановления периодических сигналов любой формы. Условием нормальной работы является высокая стабильность частоты исследуемого периодического сигнала. Эквивалентная частота дискретизации, определяемая длительностью стробирующего импульса, может быть много выше, чем исходная частота  $f_0$ . Если  $n$  близко к малому целому числу (до 10), то точки отсчетов попадают в одни и те же об-

ласти значений с рассеянием, определяемым погрешностями вычислений, а также стабильностью сигнала и АЦП.

Для реализации способа несинхронизированного стробирования не важно, каким образом получены отсчеты. Например, отсчеты в точках стробирования можно получать без оцифровки путем запоминания мгновенных значений с помощью емкостных матриц (совокупности ячеек аналоговой памяти). При этом запись отсчетов в аналоговую память будет осуществляться по порядку стробирования, а считывание и расстановка – в соответствии с вычисленными по формуле новыми значениями времени.

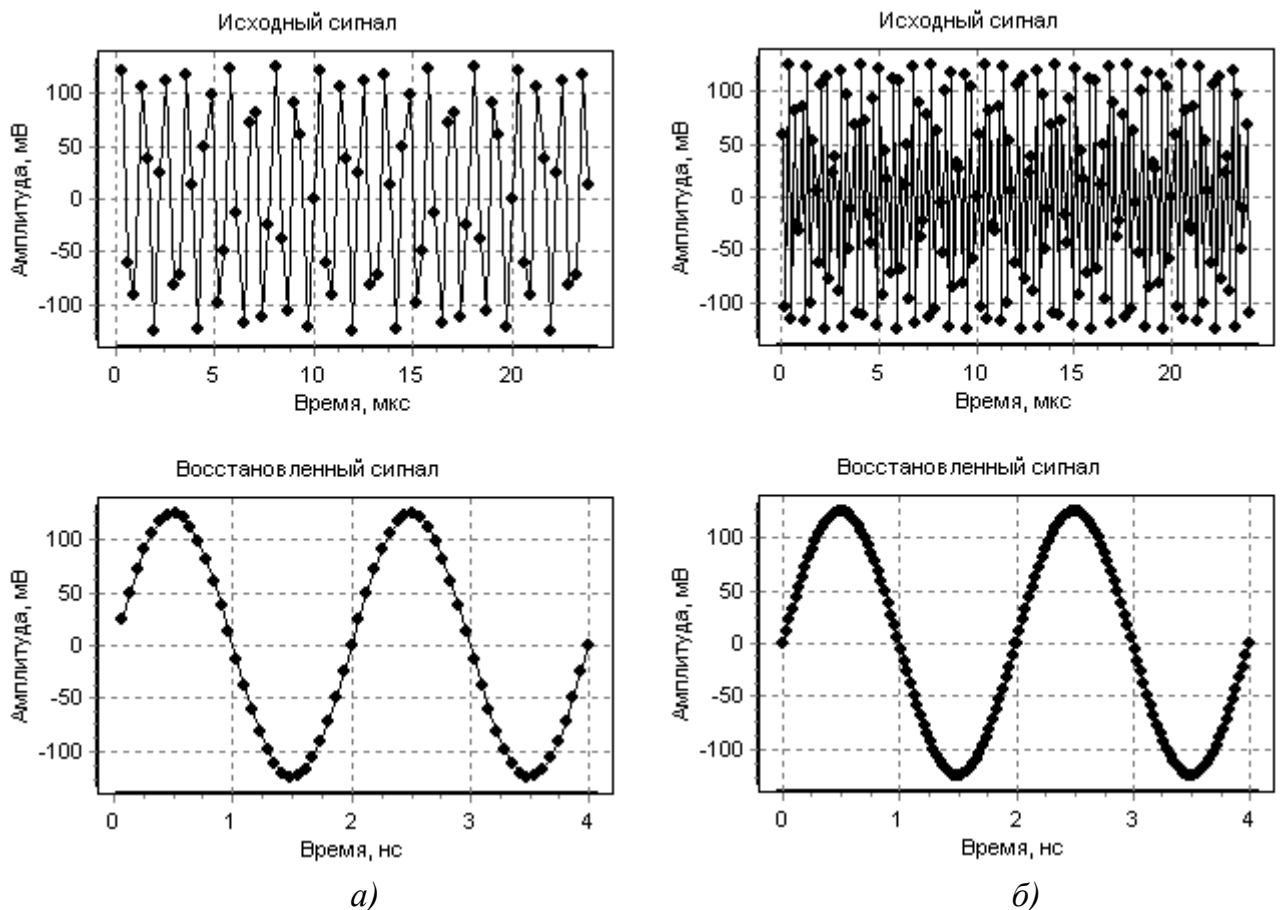


Рис. 9.5. Восстановление сигнала 500 МГц при частотах дискретизации 3,1 (а) и 7,1 (б) МГц

Для оценки предельных возможностей метода в задачах исследования сигналов были оценены погрешности вычисления СКЗ сигнала после его восстановления. В результате для реальных АЦП при вы-

числении СКЗ по формуле прямоугольников методическая погрешность получилась не более  $3 \cdot 10^{-5}$ , что достаточно для многих практических задач. Если использовать формулу Симпсона, то погрешность вычислений СКЗ не выше  $1,5 \cdot 10^{-6}$ .

При использовании современных АЦП, вставляемых в свободный слот ПК и работающих в режиме стробирования, инструментальные средства общедоступны. Компьютер при этом выполняет функции вычислителя и обеспечивает обработку и представление данных, получаемых на выходе АЦП.

Интерфейс программы несинхронизированного стробирования и восстановления периодического сигнала приведен на рис. 9.6.

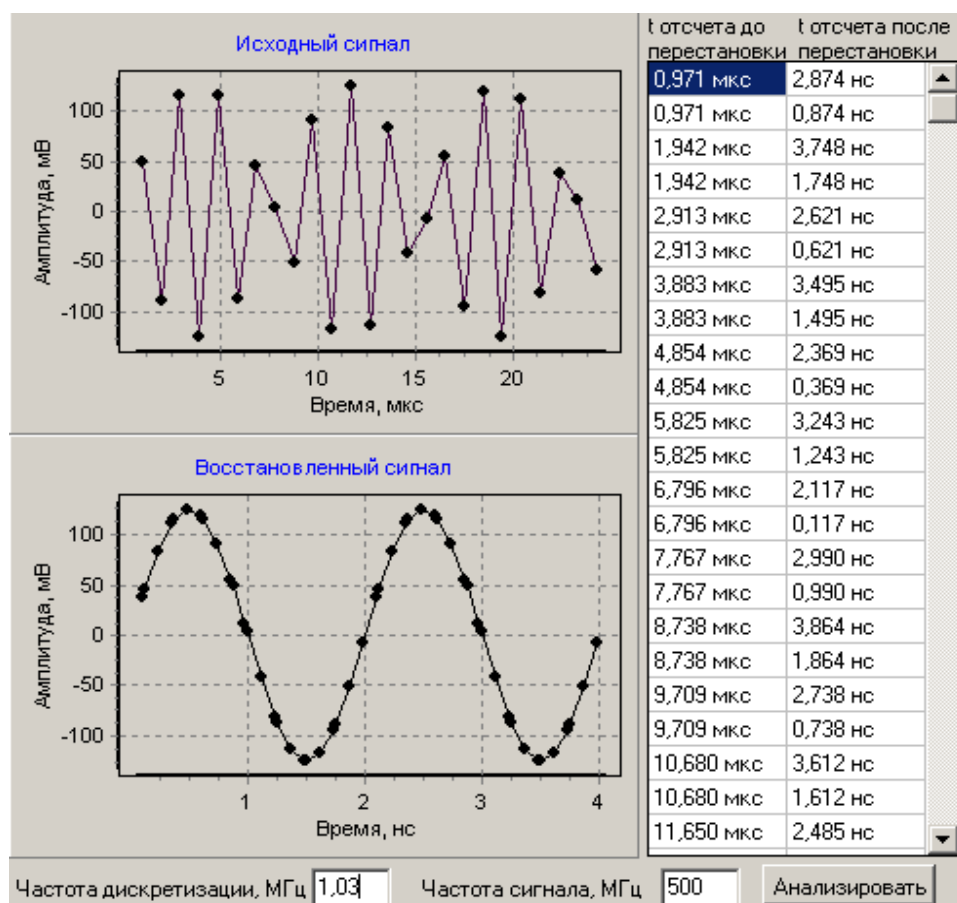


Рис. 9.6. Интерфейс программы восстановления сигнала

### 9.3. Порядок подготовки и выполнения работы

1. Изучить программные средства.
2. Оформить заготовку.

3. Составить программу экспериментальных исследований.
4. Получить допуск к лабораторной работе.
5. Выполнить экспериментальные исследования в соответствии с планом.
6. Оформить отчет и защитить его.

#### **9.4. Содержание отчета**

1. Титульный лист в соответствии с типовыми требованиями.
2. Цель лабораторной работы.
3. Описание программы исследований.
4. Результаты работы (окна, графики, диаграммы, таблицы).
5. Выводы.

#### **9.5. Контрольные вопросы**

1. Как выбирается интервал дискретизации в ДИС, ДВК, ДСС и ДНС?
2. Поясните особенности дискретизации в ДИС, ДВК, ДСС и ДНС.
3. При каких условиях сигнал может быть восстановлен из дискретных отсчетов?
4. Какие характеристики сигналов и устройств можно оценить по результатам стробирующего аналого-цифрового преобразования?
5. Поясните интерфейс компьютерной программы моделирования.
6. Поясните алгоритм компьютерной программы моделирования.
7. Поясните методику работы с программой моделирования.
8. Поясните практические результаты исследований.
9. В какой полосе частот можно восстановить форму сигнала при несинхронизированном стробировании?
10. Для частоты сигнала  $N^*$  МГц, имеющего 2-ю гармонику, выбрать частоту дискретизации АЦП для работы в ДИС. Нарисовать временную последовательность выборочных точек. Для частоты сигнала  $N$  МГц, имеющего 2-ю гармонику, выбрать частоту стробирования АЦП для работы в ДСС. Нарисовать временную последовательность выборочных точек, а также взаимное расположение спектров сигнала и стробирующих импульсов. Для частоты сигнала  $N$  МГц,

---

\*  $N$  – номер по списку группы.

имеющего 2-ю гармонику, выбрать частоту стробирования АЦП для работы в ДВК. Нарисовать временную последовательность выборочных точек, а также взаимное расположение спектров сигнала и стробирующих импульсов. Для частоты сигнала  $N$  МГц, имеющего 2-ю гармонику, выбрать частоту стробирования АЦП для работы в ДНС. Нарисовать временную последовательность выборочных точек, а также взаимное расположение спектров сигнала и стробирующих импульсов.  $N$  – номер по списку группы.

## Список рекомендуемой литературы

1. *Арутюнов, П. А.* Теория и применение алгоритмических измерений / П. А. Арутюнов. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 256 с. – ISBN 5-283-01519-X.
2. *Гелль, П.* Как превратить персональный компьютер в измерительный комплекс : пер. с франц. / П. Гелль. – 2-е изд., испр. – М. : ДМК, 1999. – 144 с. – ISBN 5-89818-026-5.
3. *Жарков, Ф. П.* Использование виртуальных инструментов LabVIEW / Ф. П. Жарков [и др.] ; под ред. К. С. Демирчана и В. Г. Миронова. – М. : Солон-Р. – Радио и связь – Горячая линия – Телеком, 1999. – 268 с. – ISBN 5-93455-023-3.
4. Пат. 2248000 Российская Федерация, МПК<sup>7</sup> G 01 R 29/06. Цифровой измеритель модуляции / А.Д. Поздняков, В.А. Поздняков. – Оpubл. 10.03.05 ; Бюл. № 7. – 7 с.
5. *Поздняков, А. Д.* Автоматизация экспериментальных исследований, испытаний и мониторинга радиосистем / А. Д. Поздняков, В. А. Поздняков. – М. : Радиотехника. – 2004. – 208 с. – ISBN 5-93108-066-X.
6. *Поздняков, А. Д.* Автоматизация экспериментальных радиофизических исследований : практикум / А. Д. Поздняков ; Владим. гос. ун-т. – Владимир, 2004. – 128 с. – ISBN 5-89368-474-5.
7. *Он же.* Автоматизация радиоизмерений : учеб. пособие / А. Д. Поздняков. – Владимир : ВлГТУ, 1995. – 184 с. – ISBN 5-230-04783-6.
8. *Сергиенко, А. Б.* Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2005. – 604 с. – ISBN 5-318-00666-3.
9. *Степанов, А. В.* Методы компьютерной обработки сигналов и систем радиосвязи / А. В. Степанов, С. А. Матвеев. – М. : СОЛОН-Пресс, 2003. – 208 с. – ISBN 5-98003-031-X.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |     |
|---|-----|
| Предисловие.....  | 3   |
| 1. ТРАНСФОРМАЦИЯ СПЕКТРА СИГНАЛА<br>ПРИ СТРОБИРУЮЩЕМ АНАЛОГО-ЦИФРОВОМ<br>ПРЕОБРАЗОВАНИИ.....                      | 5   |
| 2. АНАЛИЗ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА СИГНАЛА<br>НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ.....                                     | 28  |
| 3. АНАЛИЗ ЧАСТОТНОГО СПЕКТРА СИГНАЛА<br>НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ.....                                       | 46  |
| 4. АНАЛИЗ ФАЗОВОГО СПЕКТРА СИГНАЛА<br>НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ.....   | 62  |
| 5. ОЦЕНКА РАЗНОСТИ ФАЗ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ<br>ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ И ГИЛЬБЕРТА.....                                | 72  |
| 6. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МОДУЛЯЦИИ НА ОСНОВЕ<br>ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ И ГИЛЬБЕРТА.....                                 | 80  |
| 7. СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ МЕТОДОВ<br>ОЦЕНКИ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ<br>СИГНАЛА.....                     | 87  |
| 8. ВОССТАНОВЛЕНИЕ И ФОРМИРОВАНИЕ<br>ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА ОСНОВЕ<br>ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ..... | 94  |
| 9. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИГНАЛА ВО ВРЕМЕННОЙ<br>ОБЛАСТИ.....  | 103 |
| Список рекомендуемой литературы.....  | 112 |

*Учебное издание*

ПОЗДНЯКОВ Александр Дмитриевич  
ПОЗДНЯКОВ Владислав Александрович

МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПАРАМЕТРОВ РАДИОСИГНАЛОВ

Практикум

Подписано в печать 20.02.12.

Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 6,74. Тираж 100 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.