Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

А. Н. ГОЦ

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Монография



Владимир 2012

УДК 621.01:539.4.001.2 (075.8) ББК 31.365 я73

Γ74

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой «Поршневые двигатели» Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана *Н.А. Иващенко*

Доктор технических наук, профессор Московского государственного технического университета «МАМИ» В.М. Фомин

Печатается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Гоц, А. Н.

Г 74 Расчеты на прочность при переменных напряжениях: монография / А. Н. Гоц. – Владим. гос. ун-т имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2012. – 138 с. – ISBN 978-5-9984-0197-8.

Изложены данные об усталостном разрушении и методика усталостных испытаний. Показано влияние конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов на выносливость. Приведены методы расчета деталей поршневых двигателей на прочность при напряжениях, переменных во времени, в том числе по схематизированным диаграммам, предложенным автором.

Книга предназначена для инженеров-конструкторов, специалистов по расчетам и испытаниям машин на прочность, а также преподавателей вузов и научных работников. Монография будет полезна студентам дневной и заочной форм обучения конструкторского направления. Изложенный в монографии материал будет способствовать формированию у студентов профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения, поскольку при изучении целого ряда дисциплин необходимо будет использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин, а также использовать их в своей профессиональной деятельности.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения.

Табл. 9. Ил. 84. Библиогр.: 36 назв.

УДК 621.01: 539.4.001.2 (075.8) ББК 31.365 я73

ISBN 978-5-9984-0197-8

© ВлГУ, 2012

Правильное формулирование задачи – это научная проблема не менее сложная, чем само решение задачи, и не нужно надеяться, что кто-то другой целиком сделает это за вас. При постановке проблемы первостепенное внимание должно быть уделено выяснению цели исследования; принимаемая математическая модель явления не есть что-то однозначное, раз навсегда связанное с этим явлением, а зависит от цели исследования.

*Н.С. Бахвалов*¹

ПРЕДИСЛОВИЕ

Усталость металлов остается важнейшей проблемой прочности материалов в связи с задачей повышения долговечности и надежности деталей и конструкций, работающих под действием различных видов циклических нагрузок. Разрушение металлов от усталости – это результат действия переменных или повторных нагрузок, причем для таких разрушений в этом случае требуется значительно меньшая максимальная нагрузка, чем при статическом разрушении.

В эксплуатации многие детали и конструкции подвергаются действию переменных нагрузок, и, хотя номинальные напряжения часто низки, концентрация напряжения, которая, как правило, не снижает статической прочности, может приводить к усталостному разрушению.

Практическое значение исследований усталости металлов трудно переоценить, если учесть, что более 80 % всех разрушений носят усталостный характер. Прогнозирование долговечности реальных конструкций является в настоящее время достаточно сложной задачей, так как, во-первых, чаще всего неизвестен спектр нагрузки в наиболее нагруженных узлах конструкции, во-вторых, практически неизвестны действительные напряжения из-за концентрации напряжений, в-третьих, степень влияния масштабного и других факторов, которые снижают циклическую прочность материалов.

¹ Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – 632 с.

Детали поршневых двигателей, а также многие детали машин в эксплуатационных условиях подвергаются действию переменных напряжений, многократно изменяющихся во времени. Такие напряжения испытывают, например, коленчатые валы, шатуны, шатунные болты, головки цилиндров двигателей внутреннего сгорания (в том числе переменные температурные напряжения), поршневые штоки паровых машин, валики коробок скоростей, рессоры, клапанные пружины и другие детали. В большинстве случаев разрушающее напряжение может быть ниже не только предела прочности, но и предела текучести или даже упругости материала.

Поэтому предел прочности $\sigma_{\rm B}$ и предел текучести $\sigma_{\rm T}$, полученные из статических испытаний, не могут являться характеристиками прочности материала при переменных напряжениях. При расчетах на прочность в машиностроении пользуются другой характеристикой прочности материала, а именно, предел усталости, или выносливости, определяемый на основе испытаний материала при переменных напряжениях. Можно отметить, что общепринятый термин усталость, введенный более полувека назад, с точки зрения терминологии, повидимому, не самый удачный, поскольку явление разрушения при переменных напряжениях значительно отличается от биологической усталости. До сих пор не обнаружено появление каких-либо прогрессирующих изменений в свойствах материала в процессе переменного нагружения, а разрушение зачастую может происходить внезапно без заметных признаков его приближения. Кроме того, во время «отдыха», когда на деталь не действует никакая нагрузка, не происходит «залечивание» или исчезновение эффектов предварительного циклического нагружения, т. е. повреждения в процессе усталости накапливаются и, как правило, являются необратимыми. Другими словами, появившиеся при циклическом нагружении трещины не только не исчезают, а могут развиваться дальше даже при меньших напряжениях.

Наиболее характерной чертой усталостного разрушения считается отсутствие деформации в зоне разрушения даже в таких материалах, как мягкие стали, которые высокопластичны при статическом разрушении. Это опасная особенность усталостного разрушения, так как нет признаков, предшествующих разрушению. Усталостные трещины обычно мелкие и их трудно обнаружить, пока они не достигнут макроскопического размера, после чего они быстро распространяются и вызывают полное разрушение за короткий промежуток времени. Своевременное обнаружение усталостных трещин поэтому представляет серьезную задачу.

Обычно усталостные трещины зарождаются в зоне изменения формы или нарушений поверхности деталей. На статическую прочность такие изменения сечения мало влияют, так как пластическая деформация снижает влияние концентрации напряжений. При усталостном разрушении пластические деформации, как правило, невелики, следовательно, изменение напряжений в зонах концентрации не происходит. Например, в плоском брусе с небольшим поперечным отверстием при действии растягивающей нагрузки напряжения на контуре отверстия при условии упругого напряженного состояния примерно в 3 раза больше средних напряжений. Для пластичного материала наличие отверстия не повлияло бы на статическую прочность, в то же время сопротивление усталостному разрушению могло существенно понизиться.

Свойство понижения прочности материала при переменных напряжениях за счет прогрессивно развивающихся микротрещин называется усталостью материала. Свойство материала сопротивляться разрушению от усталости называют выносливостью.

Усталость охватывает две значительно отличающиеся друг от друга области циклического нагружения и деформирования, в каждой из которых разрушение является, по-видимому, следствием действия различных физических механизмов. Одна из этих областей – циклическое нагружение, при котором во время каждого цикла возникают значительные пластические деформации. Эта область характеризуется большими по величине нагрузками и малыми долговечностями, т. е. небольшим числом циклов до усталостного разрушения. Обычно эта область называется малоцикловой, или деформационной усталостью.

Другая область – циклическое нагружение, при котором деформация во время каждого цикла в значительной степени упруга. Для этой области характерны малые нагрузки и большие долговечности, т. е. большое число циклов до разрушения. Эта область обычно называется многоцикловой усталостью. Малоцикловая усталость обычно ассоциируется с областью, для которой число циклов до разрушения не превышает $10^4...10^5$, а многоцикловая усталость – с областью, которая характеризуется долговечностью $10^6...10^8$ циклов. Под долговечностью понимается число циклов до разрушения образца (или до появления трещины заданных размеров).

В монографии представлены основные расчеты при многоцикловой усталости, методы определения характеристик усталостной прочности, факторы, влияющие на сопротивление усталости, схематизированные диаграммы (в том числе **новые, предложенные автором**) и традиционные детерминистические модели расчета деталей поршневых двигателей на усталость по коэффициентам запаса прочности. Даны примеры расчетов деталей поршневых двигателей, поясняющие использование изложенных методов расчета. Приведены результаты экспериментальных исследований, которые были проведены под руководством автора в НИКТИДе.

В монографии ведется последовательная нумерация формул, которые используются в дальнейших расчетах. Однако в каждом пункте часть формул, которые поясняют вывод основных зависимостей только в этом параграфе и они нигде, кроме указанного, не используются, нумеруются буквами латинского алфавита. Это позволило уменьшить общее количество зависимостей, которые читатели при изучении книги должны использовать.

Изложенный материал будет полезен инженерам и научным работникам, занимающимся проблемой циклической прочности, а также способствовать формированию у студентов профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС 3-го поколения, поскольку при изучении целого ряда дисциплин необходимо будет использовать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин, и использовать их в своей профессиональной деятельности.

Приведены справочные данные для расчета с использованием детерминированных моделей усталостной долговечности при стационарном нагружении. Для удобства использования справочных данных разработаны математические модели для расчета, что позволяет применять их в программах ПЭВМ.

Автор приносит глубокую благодарность за многочисленные полезные советы и замечания рецензентам, а также коллегам по работе.

ГЛАВА 1. ОБРАЗОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ МЕТАЛЛА

1.1. Основные понятия

Напряжения во времени могут изменяться периодически или непериодически. В дальнейшем будем рассматривать только периодически изменяющиеся напряжения от некоторого максимального до минимального значения, которые чаще всего встречаются в машиностроении.

Так, например, при равномерном вращении вала (рис. 1), находящегося под действием постоянной нагрузки P, вызывающей изгиб, нормальное напряжение в точке C, лежащей на поверхности рассматриваемого сечения вала, определяется по формуле

$$\sigma_c = \frac{M_z y}{I_z} = \frac{M_z r}{I_z} \cos \omega t, \qquad (1)$$

где $M_z = R_A x = 0,5Px$ – изгибающий момент в рассматриваемом сечении x от реакции на левой опоре; y – расстояние от исследуемой точки до нейтральной оси (($y = r \cos \omega t$); I_z – момент инерции поперечного сечения вала относительно нейтральной оси; ω – угловая скорость вращения вала; t – текущее время.



Рис. 1. Вал, нагруженный по симметричному циклу

Постоянная нагрузка *P* вызывает изгиб, при этом верхние волокна вала находятся в сжатой зоне, а нижние – в растянутой. Из формулы (1) следует, что график напряжений в зависимости от времени представляет косинусоиду, показанную на рис. 2.

Если на вал будет дополнительно действовать центральная растягивающая сила P_1 , также не зависящая от времени, то напряжение в точке C

$$\sigma_C = \frac{P_1}{F} + \frac{M_z y}{I_z} = \frac{M_z r}{I_z} \cos \omega t, \qquad (2)$$

где $F = (\pi d^2)/4$ – площадь поперечного сечения вала.

График изменения напряжений как функции времени во вращающемся вале в этом случае показан на рис. 3.





Рис. 2. Симметричный цикл изменения напряжений

Рис. 3. Несимметричный цикл изменения напряжений

Циклом напряжений называется замкнутая однократная смена напряжений, получающих непрерывный ряд значений.

Время *T*, в течение которого протекает один цикл, называется периодом, а число циклов в одну секунду n = 1/T дает частоту цикла.

Циклы могут быть симметричными в том случае, когда наибольшее и наименьшее напряжения одинаковы по величине и противоположны по знаку (см. рис. 2), и несимметричными при неодинаковых по величине наибольшем и наименьшем напряжениях (см. рис. 3).

Основными характеристиками цикла нормальных напряжений являются σ_{max} и σ_{min} или алгебраическая полуразность наибольшего и наименьшего напряжений цикла

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2, \qquad (3)$$

которая носит название амплитудного, или переменного напряжения цикла.

Алгебраическая полусумма наибольшего и наименьшего напряжений цикла

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2, \qquad (4)$$

которая называется средним, или постоянным напряжением цикла.

Среднее напряжение σ_m цикла может быть положительным, отрицательным и равным нулю, а амплитудное напряжение σ_a цикла всегда величина существенно положительная.

Из соотношений (3) и (4) и рис. 3 следует, что

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a, \tag{5}$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a. \tag{6}$$

Степень несимметрии цикла характеризует взятое с алгебраическим знаком отношение наименьшего напряжения σ_{min} цикла к наибольшему σ_{max}

$$r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} \,. \tag{7}$$

Это отношение r называется коэффициентом несимметрии цикла.

Циклы с одинаковыми коэффициентами несимметрии *r* называются **подобными**. При этом на основании (3) – (6)

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{\max} - 2\sigma_a}{\sigma_{\max}} = 1 - 2\frac{\sigma_a}{\sigma_{\max}}$$

Любой несимметричный цикл напряжений (см. рис. 3) может быть получен наложением на постоянное напряжение σ_m симметричного цикла с амплитудой σ_a .

Несимметричные циклы, у которых максимальное или минимальное напряжение равно нулю, называются пульсирующими (рис. 4). Первый из них (рис. 4, a) – отрицательный пульсирующий цикл, а второй (рис. 4, δ) – положительный.

Величины σ_{max} , σ_{min} , σ_m , σ_a и *r* связаны между собой тремя уравнениями (3), (4) и (7), отсюда следует, что для полной характеристики цикла напряжений из этих пяти величин необходимо знать любые две.





Так, например, если известно, что $\sigma_{max} = 95 \text{ M}\Pi a$ и r = -0,2, то

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max} r = 95 (-0,2) = -19 \text{ MIIa};$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2 = [95 - (-19)]/2 = 57 \text{ MIIa};$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2 = [95 + (-19)]/2 = 38 \text{ MIIa}.$$

Все сказанное для циклов нормальных напряжений справедливо и для циклов касательных напряжений. В этом случае в приведенных соотношениях следует σ заменить на τ.

На рис. 5 графически представлены различные случаи изменения напряжений во времени в зависимости от вида функции $\sigma = f(t)$.



Рис. 5. Различные случаи циклического изменения напряжений во времени

Влияние закона изменения напряжения во времени на прочность материала еще мало изучено, и поэтому предполагается, что прочность материала в основном зависит от величины и знака максимального σ_{max} и минимального σ_{min} напряжений. Если σ_{max} и σ_{min} в случаях *а*, *б* и *в* (см. рис. 5) одинаковы, то можно практически считать, что все приведенные случаи изменения напряжений равноопасны.

На рис. 6 приведены различные частные случаи изменения напряжений характерных циклов [1–4] от симметричного до постоянных положительного и отрицательного. Как следует из приведенных данных, коэффициент несимметрии цикла меня-

ется в широких пределах от $-\infty \le r \le +\infty$.

При расчетах на переменные напряжения используют также коэффициент постоянства нагружения χ [4]

$$\chi = \sigma_m / \sigma_a.$$

Причем из (3), (4) и (7) следует

$$\chi = \frac{1+r}{1-r} \qquad \qquad \qquad r = \frac{\chi - 1}{\chi + 1}.$$

Подобие циклов можно определять также и по коэффициенту χ, так как у подобных циклов коэффициенты постоянства напряжений равны.

Используя приведенные понятия и обозначения, можно написать обобщенное уравнение для циклических напряжений в зависимости от времени *t*:



$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a F(t)$$
.

Рис. 6. Различные циклы усталостных напряжений

В полученной зависимости F(t) определяет изменение амплитуды напряжения от времени. В случае симметричных циклов, когда напряжение изменяется синусоидально (или косинусоидально),

 $F(t) = \sin(\omega t + \varphi)$ или $F(t) = \cos(\omega t + \varphi)$,

где ω – круговая частота напряжений; φ – угол начальной фазы; $\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin(\omega t + \varphi)$.

1.2. Основные законы прочности при переменных напряжениях. Предел выносливости и опытное его определение

Принято считать, что первое сообщение об исследованиях усталости принадлежит немецкому горному инженеру Альберту (W.A.S. Albert), который в 1829 г. испытывал при повторных нагружениях железные цепи. Однако одним из первых примеров усталостного разрушения можно назвать разрушение осей вагонов.

Немецкий железнодорожный инженер Август Вёлер (August Wohler) в период между 1852 и 1870 гг. организовал и осуществил первые систематические исследования усталости². На основании многочис-

² С. Коцаньда [4] считает, что термин «усталость металлов» впервые был применен в 1839 г. Дж. Пончелотом при чтении лекций в Политехнической школе Парижа.

ленных экспериментальных исследований по прочности материала при различных случаях периодического изменения напряжений им сделаны следующие выводы:

1. Переменные во времени напряжения могут вызвать разрушение материала при максимальных напряжениях, значительно меньших предела прочности или даже пределов текучести или упругости.

2. Число циклов нагружения N до разрушения зависит от наибольшего по абсолютной величине σ_{max} и амплитудного напряжений σ_a . При одном и том же σ_{max} величина N уменьшается с увеличением σ_a . Так, например, из двух циклов с равными максимальными напряжениями (рис. 7) цикл, изображенный линией 2, как имеющий большую амплитуду, при анализе прочности будет более опасным, чем цикл 1.



Рис. 7. Графики переменных напряжений с различными амплитудами

3. Если наибольшее по абсолютной величине напряжение σ_{max} меньше некоторого определенного значения, то при постоянном коэффициенте несимметрии циклов *r* образец из черного металла может выдержать без разрушения от усталости неограниченное число циклов нагрузки. Это напряжение называется пределом выносливости, или пределом

усталости, и обозначается σ_r или τ_r , где индекс r – коэффициент несимметрии.

Например, σ_{-1} – предел выносливости при симметричном цикле изменения нормальных напряжений (r = -1); σ_0 и τ_0 – пределы выносливости при пульсирующем цикле изменения нормальных и касательных напряжений соответственно (r = 0).

Если условно рассматривать временное сопротивление или предел прочности $\sigma_{\rm B}$ как «предел выносливости», то при статическом нагружении будем иметь $\sigma_{\rm B} = \sigma_{+1}$.

Предел выносливости – основная характеристика усталостной прочности материалов, и его определение так же важно, как определение предела прочности $\sigma_{\rm B}$ и предела текучести $\sigma_{\rm T}$ (или $\sigma_{0,2}$), ибо при переменных напряжениях допускаемое напряжение должно быть меньше предела выносливости.

Как показали опыты по изучению выносливости материалов, симметричный знакопеременный цикл является наиболее опасным для их прочности, причем симметричный цикл при изгибе вращающегося образца нетрудно осуществить в лабораторных условиях при опытном определении предела выносливости. Поэтому подавляющее большинство опытных данных по оценке усталостной прочности материалов получено для изгиба при симметричном цикле.

Схемы двух простейших нагружений вращающихся круглых образцов для определения предела выносливости при изгибе показаны на рис. 8.



Рис. 8. Схемы нагружения образца при испытании на выносливость: *а* – консольное; *б* – чистым изгибом

Образец в этом случае работает или как консольная балка (рис. 8, a), или как простая балка, нагруженная двумя симметрично расположенными силами (рис. 8, δ). При вращении образца его волокна будут испытывать попеременно растяжение и сжатие по симметричному циклу. Образец вращается со скоростью 1500...30000 мин⁻¹. Число циклов (оборотов) N определяется специальным счетчиком, который автоматически выключается при поломке образца.

Для определения предела выносливости из испытуемого материала берут серию образцов, одинаковых по размерам, форме и обработке, в количестве 6...10 штук. Первый образец нагружают так, что в нем возникает максимальное рабочее напряжение σ_1 , заведомо большее, чем предел выносливости. Образец испытывают на машине до разрушения, которое происходит при некотором числе циклов N_1 . Второй испытуемый образец нагружают меньшей нагрузкой того же цикла, и возникающее в нем максимальное рабочее напряжение σ_2 будет меньше σ_1 , а число циклов до разрушения N_2 , очевидно, будет

больше N_1 . При дальнейших испытаниях напряжение от образца к образцу продолжают снижать до тех пор, пока очередной образец выдержит, не разрушаясь, N_6 циклов, где N_6 – данное техническими условиями для каждого материала число циклов, называемое базой для определения предела выносливости. При определении предела выносливости (усталости) разность между напряжениями для последних двух образцов (разрушившегося и неразрушившегося) не должна превышать 0,2 МПа.

По полученным опытным данным строится кривая выносливости (рис. 9), дающая графическую зависимость между величиной максимального напряжения σ_{max} и количеством циклов нагружения, необходимых для разрушения образца. На рис. 9 помечен опыт, при котором образец выдержал заранее обусловленное количество перемен напряжений и не разрушился.

На рис. 9 и 10 показаны два типа характерных кривых выносливости. Для машиностроительных сталей и многих материалов (см. рис. 9) кривая на начальном участке резко монотонно убывает, а затем на среднем участке переходит в слабонаклонную часть.

В особенности для цветных сплавов и некоторых легированных сталей, а также для очень крупных образцов и моделей, испытываемых при одновременном влиянии переменных нагрузок и коррозий, кривая выносливости (см. рис. 10) имеет значительный наклон своей правой части.

База для определения предела выносливости устанавливается в зависимости от материала образца.



Рис. 9. Кривая выносливости (кривая Вёлера) в координатах *N*-σ_{max} для черных металлов



Рис. 10. Кривая выносливости для цветных металлов

14

Обычно предел выносливости образцов из черного металла определяют на базе (5...10)10⁶ циклов, а образцов из цветного металла – на базе 10^8 циклов.

Если обозначить наибольшее напряжение несломавшегося образца, выдержавшего базовое число циклов N_{6} , через σ_{r} , а ближайшее напряжение сломавшегося образца – σ_n , то напряжение σ_r может быть принято за предел выносливости при условии, если отношение $(\sigma_n - \sigma_r)/\sigma_r$ не превышает определенной величины. В настоящее время эта величина не нормализована [3]. Иногда при испытаниях ее принимают равной 10 % при условии, что разность $(\sigma_n - \sigma_r) \le 10$ МПа.

Часто величина предела выносливости определяется приближенно по кривой выносливости как численное значение ординаты точки пересечения кривой выносливости с вертикалью, проведенной на расстоянии, равном принятой базе N_{6} (см. рис. 9 и 10).

Часто кривые выносливости строят в полулогарифмических $\sigma - \lg N$ (рис. 11) или логарифмических координатах $\lg \sigma - \lg N$ (рис. 12).





логарифмических координатах для черных металлов



Пользование логарифмической шкалой для значений числа циклов N удобно тем, что возможно на небольшой длине диаграммы расположить как малые, так и большие значения количества циклов N с той же относительной точностью. Кроме того, в этом случае кривая выносливости часто получает очень простой вид: она состоит из двух прямых линий – наклонной и горизонтальной.

Существует еще понятие предела ограниченной выносливости, под которым понимают наибольшее (по абсолютной величине) напряжение цикла, которое материал может выдержать заданное ограниченное число циклов $N_{\rm orp}$, где $N_{\rm orp} < N_{\rm f}$.

Иногда из условия эксплуатации машины заранее известно, что деталь за время своей работы воспринимает значительно меньшее число циклов, чем принятое при определении предела выносливости. В этом случае более экономично расчет детали вести на долговечность, а не исходить из предела выносливости. Долговечностью называют свойство объекта (изделия, элемента конструкции) сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов.

Долговечность измеряется в единицах времени наработки, календарного времени, циклах, моточасах и т.п. Под предельным состоянием понимается состояние, при котором дальнейшая эксплуатация должна быть прекращена из-за неустранимого нарушения требований безопасности или снижения эффективности эксплуатации.

Расчетное и экспериментальное определение долговечности необходимо для установления **назначенного ресурса** ответственных элементов конструкции (например двигателя автомобиля или самолета) – допустимого общего времени нахождения их в эксплуатации при соблюдении требований безопасности.

Кривая выносливости (см. рис. 9) позволяет решить вопрос о долговечности образца, так как абсциссы точек этой кривой (N_1 , N_2 , ...) определяют долговечность образца при соответствующих значениях максимального напряжения цикла. При решении практических задач расчета деталей машин на долговечность часто пользуются аналитическими зависимостями, полученными на основе принятого некоторого "канонического" закона усталости металлов [5 – 6].

Так, например, хорошо согласуется с многочисленными результатами испытаний на выносливость подшипников качения и зубчатых передач следующая формула [6]

$$\sigma_{-1N} = \sigma_{-1} (N_{\rm b}/N)^{1/m}, \qquad (8)$$

где σ_{-1N} – частный предел выносливости при любом заданном числе N знакопеременных симметричных циклов; σ_{-1} – предел выносливости при симметричном знакопеременном цикле и при базовом числе циклов; N–число циклов частного предела выносливости; N_6 – базовое число циклов предела выносливости (σ_{-1}).

При симметричном знакопеременном кручении в формулу (8) необходимо подставить вместо σ_{-1N} и σ_{-1} значения τ_{-1N} и τ_{-1} . Величина показателя степени 1/*m* формулы (8) зависит от свойств металла, конструкции детали машины и ряда технологических факторов. Для сталей при практических расчетах деталей машин на долговечность показатель степени 1/*m* колеблется в диапазоне 1/6...1/10.

В этом случае усталостная долговечность измеряется числом циклов нагружений до появления трещины определенного размера или полного разрушения. Обычно трещина, протяженностью 0,1...0,5 мм, образует первую макроскопическую трещину. У корня этой трещины возникает местное увеличение напряжений, называемое концентрацией напряжений, которое облегчает ее дальнейшее развитие. Трещина, постепенно развиваясь и ослабляя сечение, вызывает в некоторый момент времени внезапное разрушение детали, которое нередко бывает связано с авариями и весьма тяжелыми последствиями. При испытаниях в качестве критерия разрушения часто используется понижение частоты собственных колебаний при появлении усталостной трещины [8 – 10].

В качестве детерминированной модели усталостной долговечности для простейших элементов конструкции (образцов) при одноосном напряженном состоянии принимается зависимость [11] (см. рис. 12):

$$\sigma_a^{m(\sigma_a,T)}\overline{N} = C(\sigma_a,T),$$

где σ_a – амплитуда (стационарных) переменных напряжений; T – температура испытания; \overline{N} – среднее число циклов до разрушения; C и m – параметры элемента конструкции, зависящие от материала, технологии изготовления и ряда других факторов.

Заметим, что в детерминированных моделях (основной вид разрушения при практическом использовании) действующие напряжения и характеристики материала имеют вполне определенные (детерминированные) значения. В приближенных расчетах принимается

$$m(\sigma_a, T) = \begin{cases} m(T) \ \sigma_a \ge \sigma_{-1N_0}(T); \\ m(T) \ \sigma_a < \sigma_{-1N_0}(T), \end{cases}$$
$$C(\sigma_a, T) = \begin{cases} m(T) \ \sigma_a \ge \sigma_{-1N_0}(T); \\ m(T) \ \sigma_a < \sigma_{-1N_0}(T), \end{cases}$$

где $\sigma_{-1N_0}(T)$ – значение предела выносливости в точке перелома усталостной кривой (см. рис. 12).

Наличие точки перелома связано с изменением механизма преимущественного развития усталости. При высоком уровне напряжений усталостное разрушение происходит в результате накопления пластических деформаций по плоскостям сдвигов, при малом уровне напряжений развиваются диффузионные процессы перемещения дислокаций. Отметим, что точка перелома при изображении кривой выносливости в логарифмических координатах принадлежит обоим участкам и потому

$$\sigma_{-1N_0}^{m(T)} N_0 = C(T), \quad \sigma_{-1N_0}^{m_0(T)} N_0 = C_0(T)$$

Последние соотношения приводят к простой зависимости между параметрами $C_0(T) = C(T) \sigma_{-1N_0}^{m_0(T) - m(T)}$.

Обычные значения параметров m и m_0 при не очень высоких температурах m(T) = 6...14, $m_0(T) = 10...80$. Так как m >> 1 и $m_0 >> 1$, то влияние уровня переменных напряжений на долговечность весьма существенно. В реальных конструкциях запас по долговечности значительно больше запаса по напряжениям.

Как видим, в **детерминированных моделях** действующие нагрузки и характеристики материала имеют вполне определенные (**детерминированные**) значения.

Запас долговечности показывает, во сколько раз должна быть увеличена продолжительность нагружения, чтобы при заданном уровне нагрузок произошло разрушение.

Запас прочности устанавливает, во сколько раз следует увеличить нагрузки, чтобы при данной продолжительности нагружения возникло разрушение.

По существу, коэффициент запаса прочности является детерминированной величиной, равной отношению математических ожиданий прочности и нагрузки.

В настоящее время изменилось представление о пределе усталости как о напряжении, при котором деталь может выдержать бесконечно большое число циклов нагружений, т. е. является "вечной". Такая трактовка предела усталости не подтверждается результатами массовых опытов по изучению усталостной прочности деталей машин. Другими словами, современный расчет деталей машин на долговечность требует решительного отказа от трактовки предела усталости в качестве напряжения, которое деталь может выдержать бесконечно большое число раз [9, 10]. Поэтому в ранних работах по усталостной прочности второй участок (см. рис. 8) принимался горизонтальным. Однако исследования на большой базе $N > 5 \cdot 10^7$ показали, что у большинства конструкционных материалов происходит постепенное снижение предела выносливости. Однако не следует считать, что усталостные поломки конструкции неизбежны. Даже при непрерывной работе с частотой колебаний 10^3 Гц в течение 50 лет (при расчетах примем 360 дней в году) накапливается

$$N = 10^3 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \cdot 8,64 \cdot 10^3 \cdot 50 = 1,555 \cdot 10^{12}$$
циклов.

Принимая с запасом $N = 10^{14}$, а для точки перелома $N_0 = 10^7$, находим амплитуду разрушающих напряжений при $m_0 = 20$:

$$\sigma_{-1N}^{20} \cdot 10^{14} = \sigma_{-1N_0} \cdot 10^7.$$

Откуда

$$(\sigma_{-1})_{10^{14}} \approx \sigma_{-1} \cdot 10^{-7/20} \approx 0.22 \sigma_{-1}$$

где σ_{-1} – обычный предел выносливости (на базе 10^7 циклов).

Амплитуда переменных напряжений порядка $\frac{1}{3}\sigma_{-1}$ практически не может привести к усталостному разрушению за неопределенно долгий срок [11].

Однако, если в полной мере учитывать действительную роль интерференции механических колебаний в отдельных микрообъемах металла при усталостных испытаниях, то кривая Вёлера теоретически не может идти параллельно оси абсцисс, а должна где-то иметь с ней пересечение. Дело в том, что даже при малых напряжениях, но при наличии вибраций образца в нем фактически появляются пики напряжений.

Безусловно, это обстоятельство при малых напряжениях не будет играть опасной роли (с точки зрения преждевременного разрушения металла), но так как интерференция колебаний проявляется статистически, то, тем не менее, всегда будет существовать вероятность весьма удачных совпадений отдельных колебаний и как результат этого – возникновение больших пиков напряжений в том или ином месте образца. Таким образом, в слабонагруженном, но вибрирующем образце не исключается возможность появления сильных (хотя и редких) перенапряжений, поэтому рассмотрение всего процесса во времени может привести к заключению об условном начертании кривой Вёлера в своей правой части [3]. Как уже указывалось, в особенности для цветных металлов кривая Вёлера идет достаточно быстро на сближение с осью абсцисс.

Разницу в форме кривых выносливости можно объяснить тем, что температурные явления, возникающие в образцах при проведении их испытаний на выносливость для легкоплавких цветных металлов, имеют относительно более сильное влияние, чем для тугоплавких черных металлов.

Придерживаясь изложенного, следует ожидать, что с увеличением температуры кривые выносливости для черных металлов быстрее пойдут на сближение с осью абсцисс, что имеет место в действительности для железоуглеродистых сплавов при температурах испытаний в 400 °C и выше.

На рис. 13 дана схема взаимного расположения кривых выносливости металла при различных температурах испытаний ($t_1 < t_2 < t_3$ и т. д.).



Рис. 13. Схема взаимного расположения кривых выносливости (кривых Вёлера) для металла, испытанного при разных температурах

При повышении температуры от t_1 до t_2 предел выносливости падает от величины σ_1 до σ_2 , но при напряжениях ниже этого предела образец может работать длительное время, так как кривая выносливости приобретает достаточно пологий характер.

При значительном повышении температуры разрушение образца при испытаниях может происходить в сравнительно короткие про-

межутки времени и при очень малых напряжениях, и понятие предела выносливости в этом случае теряет свой смысл.

1.3. Понятие о физической природе процесса усталостного разрушения

Если на деталь действуют повторные нагрузки достаточной величины, то в конце концов образуется усталостная трещина в высоконапряженной области (обычно на поверхности), которая постепенно распространяется до тех пор, пока не произойдет полного разрушения. Поверхности усталостного излома имеют характерный вид. Обычно имеются две или три зоны, которые могут быть обнаружены на каждой разрушенной поверхности. Около области зарождения трещины, где усталостная трещина распространялась относительно медленно, поверхность часто напоминает полированную, особенно в случае перемены знака нагружения. Во второй, менее гладкой, зоне трещина распространяется быстрее и поверхность разрушения имеет нерегулярный характер. Третья зона представляет собой поверхность, по которой происходит окончательное разрушение, когда сечение настолько уменьшено, что металл разрушается при последнем приложении нагрузки. Эта зона может иметь либо кристаллическую поверхность, показывающую, что окончательное разрушение носило хрупкий характер, либо волокнистую, указывающую на то, что окончательное разрушение было вязким.

На рис. 14 приведена кривая роста трещины усталости на вале из конструкционной стали [5]. При наличии концентрации напряжений трещина в начале ее образования развивается медленнее благодаря тому, что она быстро выходит из области высокой напряженности, которая сосредоточена в небольшом объеме около источника концентрации (отверстие, галтель, нарезка резьбы и т. д.).

Как видно из рис. 14, трещина возникает незадолго до окончательного разрушения детали (N_p – долговечность до достижения окончательного разрушения, т. е. ресурса детали). Примерно на протяжении 70...90 % от общего числа циклов, необходимых для разрушения, деталь работает без трещины, и после образования ее количество циклов, выдерживаемое деталью, составляет 30...10 % от общего числа. Если условия работы детали таковы, что только в отдельные периоды



Рис. 14. Характер прогрессивного роста трещины усталости

переменные напряжения достигают величин, достаточных для развития трещин усталости, то рост трещины происходит только в эти периоды, и процесс усталостного разрушения может длиться очень долго. Так, например, у осей подвижного состава железных дорог, у которых рост трещин усталости большей частью происходит в периоды их перегрузки, окончательное разрушение может произойти после нескольких лет работы [6].

На поверхности усталостного излома можно наблюдать две, иногда три типичные зоны, показанные на рис. 15 [5] для случаев разрушения вала или оси с вращением и при плоском изгибе. Зона А соответствует начальной стадии развития трещины, которая, зародившись в некотором микроскопическом объеме на контуре, сначала медленно развивается в макротрещину, излом в ряде случаев напоминает форму глазка. Этот период развития соответствует точке Б части кривой, приведенной на рис. 14. Увеличение напряженности в месте расположения микротрещины (в связи с ослаблением сечения в этом месте) вызывает ускоренный (выше точки Б) рост трещины по части сечения излома Б (рис. 15, *a*). После того как трещина заняла определенную часть сечения, происходит мгновенное хрупкое разрушение по части сечения В. Поверхность излома в сечении Б бывает плоской и гладкой, которая образуется постепенно в результате развития трещины усталости. Поверхность ее получается гладкой в результате притирания поверхностей трещины, которая при переменных напряжениях раскрывается и закрывается при каждом цикле. Зона крупнозернистого хрупкого излома В объясняется тем, что у конечного края трещины, постепенно проникающей в глубь детали, имеет место сложное напряженное состояние, которое приводит к хрупкому разрушению.



Рис. 15. Характер излома: *а* – при изгибе с вращением; *б* – при плоском изгибе

Размеры и формы части сечения В, соответствующие окончательному разрушению, зависят от конфигурации детали, условий нагружения и величины напряжений, вызвавших разрушение. Для круглых валов при изгибе с вращением контур излома окончательного разрушения тем ближе по форме к окружности и тем ближе расположен к центру сечения, чем выше напряжения, вызвавшие разрушения.

При изгибе оси круглого сечения в одной плоскости (по симметричному циклу) наблюдается образование и рост трещины с двух сторон сечения навстречу друг к другу, как показано на рис. 15, *б*. Окончательный излом имеет форму полоски (тем ближе расположенную к центру сечения, чем выше напряжения).

На рис. 16 дан внешний вид усталостного излома вагонной оси, на которой легко различимы две зоны: одна гладкая с притертой поверхностью, а другая крупнозернистая поверхность, характерная для разрушения хрупких материалов [4]. На рис. 16 хорошо видна поверхность усталостного излома вагонной оси, захватывающая в нижней половине окружности угол больше 180°. Противоположная ей часть носит следы крупной пластической деформации, имевшей место во время статического разрушения.

При исследовании твердости по поверхности изломов установле-

но, что наклеп на гладкой поверхности оказывается наиболее высоким в тех частях, где началось образование трещины; он постепенно падает по мере приближения к месту окончательного разрушения.

Изучение формы и свойств поверхности усталостных изломов позволяет судить о характере усилий, вызвавших разрушение, о степени перегруженности сломавшейся детали, а также о наличии существенных изменений величины нагрузки,



Рис. 16. Характерный внешний вид усталостного излома металла

действовавшей в процессе развития трещины.

В связи с последним следует заметить, что рост трещины прекращается при напряжениях в 2...2,5 раза меньше, чем те, которые вызвали ее образование и первоначальное развитие.

Несмотря на то что явление усталости привлекает внимание исследователей с середины прошлого века, механизм появления трещин усталости очень сложен, и до сих пор физическая сторона явления усталости еще не может считаться вполне изученной. В настоящее время имеется несколько теорий усталостного разрушения. Перечислим некоторые из этих гипотез:

- гипотеза возникновения трещин в результате исчерпывающей способности к сдвигу кристаллических зерен;
- гипотеза внутренних трещин (пороков в материале);
- гипотеза поверхностных неровностей и трещин.

Заметим, что все перечисленные гипотезы не противоречат, а скорее, дополняют друг друга. В одних случаях зона возникновения трещин расположена у поверхности, в других – в толще материала детали. До сих пор остается неясным, возникают ли усталостные трещины как результат сложения остаточных напряжений в материале и напряжений от внешних нагрузок или усталостные трещины являются результатом увеличения и развития микротрещин, существовавших в материале до нагружения.

В некоторых случаях возникшие от тех или иных причин трещины увеличиваются и множатся вплоть до разрушения, иногда наступает состояние равновесия – рост трещин прекращается.

Замечено, что развитие трещин становится особенно интенсивным, если напряжения меняются не только по величине, но и по знаку (например растяжение сменяется сжатием).

Согласно [1] усталостное разрушение объясняется неоднородностью кристаллических тел (к ним относятся и технические металлы), которые представляют собой конгломерат мелких (в пределах 0,01...0,001 мм), неправильных и случайно ориентированных, связанных между собой зерен-кристаллитов. Между кристаллитами имеются поры и неметаллические включения.

На рис. 17 показана фотография травленой поверхности металла [11], на которой ясно видна сетка тонких линий, соответствующих сечению границ зерен плоскостью шлифа. Произвольность очертания сетки свидетельствует о произвольности очертаний кристаллитов.

Кристаллиты, как и всякое кристаллическое тело, обладают резкой анизотропией, т. е. имеют различные механические свойства по произвольным направлениям. Благодаря этому отдельные зерна имеют совершенно разные пределы текучести в направлении действия силы и по разному напряжены вследствие неоднородности структуры. Это приводит к неодновременно-



Рис. 17. Кристаллическое строение металла (видна трещина усталости)

му достижению предела текучести в кристаллитах. Напряжения, вычисленные по обычным формулам сопротивления материалов, дают лишь их средние значения. На рис. 18 дана схематичная иллюстрация этого положения [6]. Они могут быть значительно ниже действительных напряжений, возникающих в металле в неблагоприятно расположенных зернах, на многих элементарных площадках, где имеются микротрещины, неметаллические включения и микроскопические пустоты.

Это приводит к тому, что по сечению в отдельных наиболее напряженных зернах металла возникают пластические деформации при номинальных напряжениях, меньших предела упругости. Эти деформации дают искажения кристаллической решетки такого же характера, как и при статической нагрузке.

Под действием переменных напряжений в этих зернах вследствие пластической деформации разных знаков и снижения предела упругости (явление Баушингера) происходит наклеп (упрочнение) металла, в результате которого напряжения в этих зернах будут повышаться при падении напряжений в других зернах, так как среднее напряжение по сечению металла остается неизменным.



Рис. 18. Вычисленные и действительные напряжения в металле по линии *А-В*

В итоге в отдельных "дефектных" местах зерна возможно образование скольжения с надрывом по направлению наибольших касатель-

ных напряжений, что приводит к разупрочнению (разрыхлению) в зерне по плоскостям скольжения. При достаточном числе циклов напряжений количество мест разрыхления (надрывов) увеличивается. Наконец, одна из линий сдвигов, а затем и другие путем разрыхления превращаются в трещину.

Однако возникновение трещины в одном зерне или в нескольких изолированных зернах может еще не вызвать разрушения, так как они представляют собой неоднородности одного порядка с неоднородностями, присущими микроструктуре металла.

При напряжениях, превышающих предел выносливости, с увеличением количества циклов число микротрещин, возникающих в разное время в отдельных зернах, увеличивается, и они постепенно разрастаются. Оказавшиеся рядом несколько кристаллитов с такими зародышами постепенно разрастающихся навстречу друг другу микротрещин могут образовать в наиболее напряженном участке материала опасную трещину.

Наличие достаточно развитой трещины с высокой концентрацией напряжений у ее дна предопределяет возникновение новых трещин, что обусловливает прогрессивный рост основной трещины, приводящей в конце концов к разрушению.

Возможность разрушения детали от усталости определяется вероятностью нахождения рядом нескольких кристаллитов с трещиной усталости. Такая возможность растет с увеличением абсолютных размеров детали. Это положение подтверждается опытами, которые показывают, что с увеличением абсолютных размеров детали ее усталостная прочность снижается.

Начальная стадия усталостного процесса связана с преобладающим значением касательных напряжений, так как усталость определяется прежде всего пластическими деформациями, и трещины возникают из линий сдвигов в отдельных зернах. После появления трещины нормальные растягивающие напряжения раскрывают ее и способствуют ее развитию, поэтому последующая стадия усталостного процесса большей частью связана с преобладающим влиянием нормальных напряжений.

На рис. 19 показан пример развития трещины усталости при переменном кручении. Трещина вначале развивается на небольшом уча-

стке в направлении действия касательных напряжений, а затем отклоняется в направлении по спирали под углом 45°, т. е. развивается по



Рис. 19. Схема развития трещины усталости на поверхности вала при кручении

поверхностям действия наибольших нормальных растягивающих напряжений [6].

Увеличение зародышей усталостных трещин при переменном по направлению скольжении происходит, как правило, в плоскостях, где действуют максимальные касательные напряжения. Пока трещина распространяется вдоль плоскости скольжения, никаких изменений в процессе ее

роста не обнаруживается. Этот процесс обычно называют первой стадией роста трещины, которая может составлять иногда незначительную, а иногда существенную часть всей долговечности. Это характерно, по-видимому, для малых напряжений. Трещина при этом растет медленно. При действии высоких циклических напряжений, при наличии вырезов или в условиях, когда отношение растягивающего напряжения к касательной составляющей велико, первая стадия роста трещины может перейти во вторую.

Вторая стадия роста трещины проходит под влиянием максимального главного нормального напряжения в окрестности вершины трещины, а не локального касательного напряжения. При этом вершина трещины может отклониться от плоскости скольжения, и трещина будет распространяться в направлении, примерно перпендикулярном направлению главного нормального напряжения. Поверхность разрушения, образующаяся во второй стадии роста трещины, характеризуется наличием борозд и полос, ширина и плотность которых зависят от величины действующего напряжения. Эта поверхность разрушения относительно гладкая. Наконец, трещина достигает критического размера, и на следующем очередном цикле разрушение завершается. Это третья стадия усталостного разрушения. Анализ поверхности конечной стадии разрушения свидетельствует о возникновении непосредственно перед разрушением пластической деформации. У пластичных материалов поверхность конечной стадии разрушения имеет вид среза по плоскостям максимального сдвига.

Развитие усталости определяется борьбой двух взаимосвязанных процессов упрочнения и разупрочнения.

1.4. Обнаружение усталостных трещин

Всегда есть опасность усталостного разрушения деталей при действии циклических напряжений; поэтому, чтобы избежать разрушений, необходимо, если это возможно, наблюдать за образованием трещины. Ясно, что наблюдение будет эффективным, если повреждение обнаружится на ранней стадии усталостного процесса, и это обнаружение будет иметь большое значение, если метод позволит установить усталостное повреждение прежде, чем произойдет разрушение. К сожалению, хотя изменения определенных физических свойств могут быть обнаружены в лаборатории перед образованием трещин, надежных методов, предсказывающих возможное наступление разрушения в рабочих условиях, не существует.

Существует много различных методов обнаружения трещин, каждый может иметь преимущество для отдельных конкретных случаев. Наиболее пригодными являются следующие методы: магнитный, проникающих веществ, электрический и ультразвуковой.

Детальные обзоры методов обнаружения усталостных трещин представлены в работах [4], обзоры в обобщенном виде даны в работах [10 – 15].

Метод магнитной дефектоскопии основан на искривлении линий магнитного поля около трещины или дефекта из-за местного изменения проницаемости. Прибором осуществляется намагничивание и определяется искривление поля. Искривление оказывается наибольшим, если поле пересекает трещину под прямым углом. Для обнаружения поперечных трещин исследуемую деталь помещают между полюсами электромагнита так, чтобы получить продольное намагничивание.

Для обнаружения продольных трещин исследуемую деталь намагничивают в окружном направлении путем пропускания через нее сильного тока (обычно переменного). Чтобы обнаружить отклонение линий поля, вызванное трещиной, тонко размельченный магнитный порошок, взвешенный в парафине, наносится каким-либо способом на деталь. Магнитные частицы показывают линии, характеризующие положение трещин. Этот метод можно использовать при исследовании больших конструкций, которые нельзя демонтировать; преимущества метода состоят в чувствительности и простоте применения.

Недостатки метода заключаются в том, что его можно применять только для намагничиваемых деталей, причем трещины обнаружива-

ются на поверхности или близко к ней; последнее не является серьезным недостатком, так как почти все усталостные трещины образуются на поверхности.

Большинство методов обнаружения трещины с помощью проникающей жидкости основано на двух простых принципах: на вытекании жидкости из трещины и на осаждении в трещине флуоресцирующего материала, который делает ее видимой невооруженным глазом.

Наиболее простым методом считается погружение исследуемой детали в горячее масло, после чего поверхность очищают и покрывают мелом. По мере выделения масла из трещины на белой поверхности образуется пятно. Лучшие результаты можно получить с красками, которые специально приготовляются для этой цели. Одним из недостатков применения красок является засорение трещины, что делает более трудным использование впоследствии других методов.

Флуоресцирующие материалы более чувствительны, чем краски, но они требуют осмотра при ультрафиолетовом свете, что не всегда возможно. Главное преимущество методов проникания – их простота. Однако для магнитных материалов лучшие результаты получаются при магнитных методах. Методом проникания можно не обнаружить закрывшиеся трещины, а также трещины, не имеющие выхода на поверхность.

Применение электрических методов имеет два преимущества по сравнению с магнитным методом и методом проникания. Во-первых, можно обнаружить дефекты под поверхностью, во-вторых, испытание можно проводить более быстро (особенно длинных валов, труб или рельсов).

В США [14] разработан оригинальный электромагнитный метод обнаружения трещин в рельсах в рабочих условиях. Сильный постоянный ток пропускается через рельсы, наводя магнитное поле, которое пересекается катушкой-искателем, помещенной между рельсами. Наличие трещины изменяет поток, и соответствующий ток наводится в катушке. Аппаратура дает возможность быстро и эффективно обнаруживать трещины как на поверхности, так и под поверхностью [15]. Обнаружение трещин возможно также с помощью переменного тока, когда образец служит сердечником трансформатора, проводимость которого ослабляется трещиной или другим нарушением сплошности. Может быть также использовано измерение электрического сопротивления; переменный ток более эффективен для обнаружения поверхностных трещин, а постоянный ток – для трещин, расположенных на некотором расстоянии от поверхности.

Обнаружение трещин ультразвуком связано с изменением передачи или отражения упругих волн в металле, возбужденных пьезокварцевым датчиком или магнитостриктором. При испытаниях путем передачи колебаний ультразвуковой луч излучается датчиком, присоединенным к одной стороне исследуемой детали, и принимается вторым датчиком с другой стороны детали. Если луч пересечет трещину или пустоту, некоторая часть его энергии потеряется при отражении и рассеивании, что и будет зафиксировано приемником. При испытании отражением датчик посылает короткие высокочастотные импульсы, которые отражаются от противоположной поверхности исследуемой детали, а также от любой трещины или пустоты в материале. Отраженный импульс принимается либо тем же датчиком, либо специальным датчиком-приемником и направляется на катодно-лучевой осциллограф. Расшифровка принятых сигналов вызывает известные трудности, но при некотором опыте работы и повторении испытаний при различных положениях датчика можно обнаружить небольшие усталостные трещины и определить их расположение. Кроме того, аппаратура может быть портативной, а толщина испытуемой детали не ограничивается [16].

В другом методе используются ультразвуковые поверхностные волны; этот метод применяется для обнаружения усталостных трещин в деталях сложной формы. С помощью этого метода усталостные трещины можно обнаружить, например, в турбинных лопатках без их демонтажа [3].

Рентгеновские лучи широко используются для обнаружения дефектов, но недостаточно чувствительны для надежного обнаружения усталостных трещин. Трещины можно обнаружить травлением поверхности кислотой, а затем исследованием под микроскопом с небольшим увеличением; кислота разъедает края трещины, в результате чего она становится видимой. Метод может быть эффективным и используется для немагнитных металлов, но его нельзя рассматривать как метод обнаружения трещин полностью без разрушения. Метод обнаружения усталостных трещин с помощью прикрепленных проволок успешно использовался в натурных исследованиях крыла самолета [3, 11]. Изолированные отожженные медные проволоки диаметром 0,05 мм приклеивали к конструкции в тех местах, где ожидались усталостные разрушения. Усталостная трещина, проходя под проволокой, вызывает разрушение последней, и сигнал с помощью электрической цепи подается в систему предупреждения.

Таким способом можно обнаружить трещины, невидимые невооруженным глазом, а иногда невидимые даже под микроскопом с двадцатикратным увеличением.

В двигателях внутреннего сгорания от действия переменных термических напряжений возникают трещины на кромке камеры сгорания (КС) (особенно это относится к полуоткрытым КС – типа ЦНИ-ДИ). Основными причинами образования трещин на кромке КС можно назвать следующие:

- переменные напряжения, вызываемые воздействием переменного давления газов в цилиндре в течение рабочего цикла;
- низкочастотные колебания температуры поршня, связанные со сменой режимов работы двигателя;
- высокочастотные циклические термические колебания, обусловленные изменением температуры материала в поверхностном слое камеры сгорания в течение каждого рабочего цикла.

Заметим, что величина напряжений в кромке камеры сгорания, вызванная температурными градиентами, превосходит напряжения, вызванные силами давления газов в цилиндре [11, 12]. На рис. 20 показано возникновение трещин на кромке полуоткрытой КС (дизель Д-240). Появление трещин приводит к нарушению рабочего процесса. Для устранения появления трещин обычно кромки камеры сгорания делают с закруглением.

Периоды, в которые следует осматривать детали для обнаружения трещин, зависят от скорости, с которой усталостные трещины могут распространяться в рабочих условиях. Если усталостная трещина обнаружена в детали, то обычно эта деталь удаляется. Иногда требуется отремонтировать деталь или препятствовать распространению усталостной трещины. Наиболее простым методом является просверливание небольшого отверстия в конце трещины. Это может предотвратить дальнейшее распространение трещины и смягчить до некоторой степени концентрацию



Рис. 20. Развитие трещин в кромке камеры сгорания тракторного дизеля

напряжений. Отверстие следует сверлить на некотором расстоянии впереди распространяющейся трещины, оставляя перемычку между концом трещины и отверстием, так как материал впереди трещины может быть поврежден. Другим способом предотвращения распространения трещины является ремонт детали, например, путем заварки трещины. Ремонт с

помощью сварки может быть удовлетворительным, если деталь заваривается в продольном направлении, однако возникающие от сварки остаточные напряжения в поперечном направлении в процессе охлаждения могут вызывать образование трещины в основном металле, примыкающем к шву. Кроме того, навариваемый металл может иметь источники концентрации напряжений в виде включений и непроваров, от которых могут распространяться усталостные трещины [14, 15].

Однако существуют обстоятельства, когда наличие небольших усталостных трещин не является опасным. В случае острого надреза циклическая нагрузка, необходимая для образования трещины на дне надреза, может быть значительно ниже, чем нагрузка, потребная для ее распространения вне непосредственной близости к надрезу. В результате в процессе эксплуатации детали трещины не распространяются. Это имеет место, например, в шпильке кривошипа паровоза у прессовой посадки колеса. Этот эффект вызывается сочетанием высокой концентрации напряжений в месте посадки и коррозии трения. Хорджер и Кентлей [14] показали, что такие нераспространяющиеся трещины появлялись, когда кривошип испытывался в лаборатории при постоянном размахе напряжения. Глубина роста трещин зависит от действующего напряжения, причем максимальная глубина нераспространяющейся трещины составляет около 2,5 мм. На рис. 21 показано усталостное разрушение коленчатого вала; трещина распространялась от источника концентрации напряжений в месте сопряжения шеек и щек.



Рис. 21. Разрушение коленчатого вала дизеля 2Ч 7,6/8,0 (конструкции НИКТИД) по щеке от действия напряжений изгиба

На коленчатые валы в рабочих условиях действует сочетание изгибающих и крутящих нагрузок, но приведенное разрушение считается характерным в основном для изгибающих нагрузок, потому что трещина распространялась примерно по поверхности к шейке вала. Если крутящие нагрузки преобладают, то трещины имеют тенденцию распространяться под углом 45° к оси вала. Реже усталостные трещины распространяются от масляного отверстия в шейке вала.

ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ВЕЛИЧИНУ ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ

2.1. Влияние типа деформации

Наибольшее количество опытных данных имеется по определению предела выносливости при изгибе вращающегося образца $\sigma_{-1}^{изг}$. Результаты многочисленных опытов по установлению связи между пределом выносливости при изгибе σ_{-1}^{u} и пределом прочности при



Рис. 22. Опытные данные по установлению зависимости между σ_{-1}^{μ} и $\sigma_{\rm B}$ для сталей

нять [7, 8]

растяжении $\sigma_{\rm B}$ различных сталей приведены на рис. 22. Точность, с которой можно определить предел усталости $\sigma_{-1}^{\rm u}$ по пределу прочности $\sigma_{\rm B}$ при растяжении, оценивается разбросом точек около средней линии *ABC*. Кривые I и II ограничивают область разброса точек, полученных экспериментально. В среднем для сталей с пределом прочности от 300 до 1200 МПа можно при-

$$\sigma_{-1}^{\scriptscriptstyle M} \approx 0,5 \, \sigma_{\scriptscriptstyle B}$$
 .

Эта зависимость соответствует прямой *АВ* (см. рис. 22). Для высокопрочных сталей с пределом прочности от 1200 до 1800 МПа ориентировочно можно принять

$$\sigma_{-1}^{\text{\tiny H}} = -99,2857 + 0,8054\sigma_{\text{\tiny B}} - 0,0002\sigma_{\text{\tiny B}}^2.$$

Эта зависимость соответствует линии *АВС* на рис. 22.

Отношение предела усталости σ_{-1}^{μ} к пределу прочности σ_{B} при растяжении часто называют коэффициентом выносливости [14].

Соотношение между σ_{-1}^{u} и σ_{B} для цветных металлов изменяется в более широких пределах, чем для сталей, и составляет:

для латуни
$$\sigma_{-1}^{\mu} \approx (0, 3...0, 4) \sigma_{\rm B};$$

для бронзы $\sigma_{-1}^{\mu} \approx (0,3...0,5) \sigma_{B};$

для алюминиевых сплавов $\sigma_{-1}^{\mu} \approx (0, 25...0, 40) \sigma_{B}$.

Приближенная зависимость между пределом выносливости для осевой деформации (растяжение – сжатие) σ_{-1}^{o} и пределом выносливости при изгибе σ_{-1}^{u} для сталей при симметричных циклах равна

$$\sigma_{-1}^{0} \approx (0, 7...0, 8) \sigma_{-1}^{\mu}$$

Пониженное значение предела выносливости при осевой деформации по сравнению с изгибом объясняется тем, что при осевой деформации трудно достигнуть точно центрального осевого нагружения и практически имеет место внецентренное приложение продольной нагрузки. Кроме того, при растяжении – сжатии напряжения по всему сечению распределяются равномерно, а при изгибе наибольшие напряжения испытывают только крайние волокна (рис. 23), остальная часть материала испытывает меньшие напряжения; это обстоятельство затрудняет появление и развитие трещин усталости во всем объеме металла.



Рис. 23. Эпюры напряжений в поперечных сечениях стержней: *a* – при растяжении; *б* – при изгибе

Предел выносливости при кручении τ_{-1}^{κ} для сталей [8, 9, 10]

$$\tau_{-1}^{\kappa} \approx (0, 40...0, 70) \sigma_{-1}^{\mu}.$$

В большинстве случаев $\tau_{-1}^{\kappa} \approx 0.58 \sigma_{-1}^{\mu}$.

Соотношения между пределами выносливости и пределами текучести при кручении и изгибе примерно равны между собой, т. е.

$$(\tau_{-1}^{\kappa})/(\sigma_{-1}^{\mu}) = (\tau_{T}^{\kappa})/(\sigma_{T}^{\mu}).$$

Приближенно значения τ_{-1}^{κ} и τ_{T} можно также определить по формулам [3]:

$$\tau_{-1}^{\kappa} = \sigma_{-1}^{\mu} / \sqrt{3}; \qquad \tau_{T}^{\kappa} = \sigma_{T}^{\mu} / \sqrt{3}.$$

При плоском напряженном состоянии работа растяжения должна быть равна работе касательных напряжений

$$\frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\tau_{\kappa p}^2}{2G}$$
 и $\tau_{\kappa p} = \sigma \sqrt{\frac{G}{E}}.$

Учитывая, что $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$, и приняв для стали коэффициент Пуас-

сона µ = 0,28, получим:

$$\tau_{\rm KP} = 0,63\sigma$$
.

Это соотношение в известном приближении соблюдается для статических напряжений у сталей [14].

Можно предполагать, что существует зависимость между пределом усталости и пределом текучести, так как считают, что усталост-

ные разрушения обычно связаны с пластическими деформациями. Однако отношение предела усталости к пределу текучести изменяется в широких пределах даже для однородных материалов.

Поэтому все приведенные эмпирические формулы носят приближенный характер; пользоваться ими следует с осторожностью и тогда, когда такие данные отсутствуют в справочниках или невозможно определить величину предела выносливости опытным путем.

Значения пределов выносливости для разных материалов и различных типов деформаций, найденные при испытаниях нормальных образцов, приведены в прил. 1.

2.2. Влияние степени несимметрии цикла

Детали поршневых двигателей (коленчатые валы, шатуны, корпусные детали и т.д.), как и большинство деталей машин в действительных условиях эксплуатации, как правило, работают при несимметричных циклах, отсюда возникает необходимость знать пределы выносливости при таких переменных напряжениях. Как показывают опыты, величина предела выносливости существенно зависит от степени несимметрии цикла. Зависимость предела выносливости от степени несиммерии цикла изображают диаграммами предельных напряжений, которые строятся на основании опытных данных для каждого материала.

Напряжения, соответствующие работе материала на пределе выносливости (при таких напряжениях происходит разрушение образца), будем называть **предельными** и обозначать с индексом r (коэффициент несимметрии цикла) внизу ($\sigma_{r \max}, \sigma_{r \min}, \sigma_{r m}, \sigma_{r a}$). Понятно, что в этом случае наибольшее по абсолютной величине значение $\sigma_{r \max}$ или $\sigma_{r \min}$ совпадает с пределом выносливости σ_r .

Диаграмму зависимости амплитуды переменного напряжения цикла от среднего напряжения цикла называют [12] диаграммой предельных амплитуд Хейга (Haigh B.P.) Она строится в координатах $\sigma_m - \sigma_a$ или для предельных значений получают зависимость $\sigma_{ra} = f(\sigma_{rm})$.

Диаграмму предельных напряжений при переменных напряжениях в виде зависимости $\sigma_{r \max}(\sigma_{r \min}) = f(\sigma_{rm})$ – максимального $\sigma_{r \max}$ и минимального $\sigma_{r \min}$ напряжений цикла от среднего напряжения σ_{rm}
называют диаграммой Смита (Smith J.H.). Эти диаграммы дают наглядное представление о работе материала при переменных напряжениях. Предельные напряжения или $\sigma_{r \max}$ и $\sigma_{r \min}$ (по их значениям вычисляются σ_{rm} и σ_{ra}) определяются на специальных испытательных машинах, дающих возможность получить несимметричные циклы с различными коэффициентами несимметрии.

Для этого берут серию образцов и нагружают их переменной нагрузкой таким образом, чтобы сохранялись определенные соотношения между σ_m и σ_a (коэффициенты постоянства нагружения χ или несимметрии цикла r). Сохраняя это соотношение постоянным и при проведении ряда испытаний, увеличивают постепенно значения напряжений σ_{max} и σ_{min} до $\sigma_{r max}$ и $\sigma_{r min}$, а по полученным опытным данным строят кривую выносливости в координатах (N, σ_r), асимптота которой отсекает на оси ординат величину предельного напряжения σ_r . Таким образом определяются при назначенном значении $\chi =$ = const или r = const предельные величины σ_{rm} и σ_{ra} для некоторого цикла с известным коэффициентом несимметрии. Повторяя такие же испытания для циклов с разными значениями r = const, определяем для них ряд предельных значений σ_{rm} и σ_{ra} . Результаты опытов можно представить в виде графика.

По оси абсцисс будем откладывать предельные для каждого коэффициента несимметрии r значения σ_m , а по оси ординат – σ_a . Ка-

ждая пара величин σ_{rm} и σ_{ra} , определяющих предельный цикл, будет изображаться на этом графике точкой (рис. 24, т. *D*).

Для предельных циклов с различными коэффициентами несимметрии получим ряд точек. Плавная кривая *AB*, проведенная через эти экспериментальные точки, даст диаграмму предельных напряжений Хейга (Haigh) [7, 10].



Рис. 24. Диаграмма предельных напряжений в координатах σ_{*m*} – σ_{*a*}

Точка *В* пересечения кривой *AB* с осью σ_m (амплитудное напряжение $\sigma_a = 0$) соответствует постоянной нагрузке и, следовательно, ее абсцисса представляет в масштабе диаграммы предел прочности или временное сопротивление $\sigma_{\rm B}$. Точка *A* кривой, для которой среднее напряжение $\sigma_m = 0$, соответствует симметричному циклу, и ее ордината дает предел выносливости σ_{-1} .

Чтобы найти предел выносливости при заданном коэффициенте несимметрии r, на диаграмме предельных напряжений (см. рис. 24) необходимо через начало координат провести луч *OD* под углом β , тангенс которого

$$tg\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1 - r}{1 + r} = \frac{1}{\chi}.$$
 (9)

Сумма абсциссы σ_{rm} и ординаты σ_{ra} точки *D* (см. рис. 24) пересечения этого луча с кривой *AB* в соответствии с зависимостью (5) дает искомую величину предела выносливости σ_r

$$\sigma_{r\max} = OE + ED = \sigma_{rm} + \sigma_{ra} = \sigma_r.$$
(10)

Предельное напряжение при пульсирующем цикле (коэффициент несимметри r = 0) характеризуется точкой F пересечения кривой AB с лучом, проведенным из начала координат под углом 45° к оси абсцисс. Так как в этом случае $\sigma_m = \sigma_a$, то из зависимости (9) tg $\beta=1$, т. е. при r = 0 $\beta=45^{\circ}$.

В случае отрицательного среднего напряжения предельного цикла ($\sigma_{rm} < 0$) для определения предела выносливости нужно абсциссу брать по модулю

$$\sigma_r = |\sigma_{\min}| = OE_1 + E_1D = |\sigma_{rm}| + \sigma_{ra}$$

Точки, лежащие на луче *OD*, представляют подобные циклы (поскольку отношение $\sigma_a/\sigma_m = \text{const}$), и только точка *D* характеризует предельный цикл, а остальные точки, расположенные внутри области *OADB* (например точка C с координатами σ_m и σ_a , см. рис. 24), представляют безопасные циклы напряжений в смысле появления трещин усталости, так как в этом случае

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a < \sigma_{rm} + \sigma_{ra} < \sigma_r.$$

Для деталей из пластичных материалов опасным будет не только усталостное разрушение, но и переход за предел текучести, что при-

водит к возникновению остаточных деформаций, искажающих форму и размеры детали. Поэтому максимальные напряжения циклов должны быть меньше не только предела выносливости, но и предела текучести

$$\sigma_{r\max} = \sigma_{rm} + \sigma_{ra} < \sigma_{\mathrm{T}}.$$

Для того чтобы исключить из диаграммы (σ_m - σ_a) ту область, где $\sigma_{r \max} = \sigma_{rm} + \sigma_{ra} > \sigma_{\tau}$, проведем прямую *KL*, отсекающую на осях координат σ_m - σ_a отрезки, равные σ_{τ} (рис. 25). Уравнение прямой *KL* будет

$$\sigma_a + \sigma_m = \sigma_{\rm T} \,. \tag{11}$$

Для точки N (см. рис. 25) $\sigma_r = \sigma_T$; для точек прямой NL в соответствии с зависимостью (11) $\sigma_{max} = \sigma_T < \sigma_r$, а для точек участка кривой $AN \sigma_{max} = \sigma_r < \sigma_T$.

Таким образом, линия предельных напряжений ANL состоит из участка кривой AN (линия предельных циклов по усталостной прочности) и отрезка прямой NL (линия предельных циклов по статической прочности).

Все точки, лежащие в области *OANL*, представляют собой циклы безопасных напряжений, при которых исключаются усталостное разрушение и появление остаточных деформаций, так как в этом случае

$$\begin{array}{c} \sigma_{\max} < \sigma_r, \\ \sigma_{\max} < \sigma_T. \end{array}$$
(12)

При циклах, изображаемых точками, находящимися в области *AKN* (см. рис. 25), отсутствуют пластические деформации, так как име-

ет место усталостное разрушение (линия *AN*). Для точек этой области

$$\sigma_{\rm T} > \sigma_{\rm max} > \sigma_r$$

Если точка, изображающая цикл, лежит в области *LNB*, то при таком цикле усталостное разрушение не происходит, но уже в первом цикле появляются пластические деформации, так как

$$\sigma_r > \sigma_{\max} > \sigma_T$$
.



Рис. 25. Диаграмма предельных напряжений для пластичных материалов

Диаграмма Смита выражает зависимость предельных значений максимального $\sigma_{r \max}$ и минимального $\sigma_{r \min}$ напряжений цикла от предельного среднего напряжения σ_{rm} (рис. 26). Кривые *AC* $\sigma_{r \max} = f(\sigma_{rm})$ и *BC* $\sigma_{r\min} = f(\sigma_{rm})$ строятся по точкам, полученным из опытных данных. Любой цикл на этой диаграмме изображается двумя точками.

Так, например, предельный симметричный цикл (среднее напряжение $\sigma_{rm} = 0$) изображается на диаграмме точками *A* и *B*.

Точка $C (\sigma_{r \max} = \sigma_{r \min} = \sigma_{B}, a \sigma_{a} = 0)$ соответствует постоянной нагрузке, и ее координаты дают величину предела прочности при растяжении σ_{B} .



Рис. 26. Диаграмма предельных напряжений в координатах σ_{max} , σ_{min} - σ_m

Точки F и H изображают предельный пульсирующий положительный цикл ($\sigma_{\min} = 0$), а ордината HF точки H – величину предела усталости при пульсирующем цикле σ_0 . Таким образом, в полученной диаграмме кривая AC ограничивает максимальные напряжения, BC – минимальные.

Для того чтобы по диаграмме (см. рис. 26) определить предел выносливости для любого цикла с коэффициентом несимметрии r при $\sigma_m > 0$, необходимо из начала коор-

динат провести луч OM под углом β к оси σ_m . Значение tg β в данном случае определяется по формуле

$$tg\beta = \frac{\sigma_{rmax}}{\sigma_{rm}} = \frac{\sigma_{rmax}}{\left(\frac{\sigma_{rmax} + \sigma_{rmin}}{2}\right)} = \frac{2}{1+r} = \frac{\chi + 1}{\chi}.$$
 (13)

Ордината точки M пересечения этого луча с линией σ_{rmax} дает величину предела выносливости для данного цикла, т. е.

$$\sigma_{r \max} = MD = \sigma_{rm} + \sigma_{ra}$$
.
Если $\sigma_m \ge 0$, то $\sigma_r = \sigma_{r \max}$; при $\sigma_m < 0$, $\sigma_r = |\sigma_{r \min}|$

Циклы, которые изображаются точками, лежащими внутри диаграммы (например точки *K*, *E*, см. рис. 26), будут безопасными в отношении усталостного разрушения, ибо для таких циклов $\sigma_{max} < \sigma_r$. Так как для пластичных материалов предельным напряжением является предел текучести $\sigma_{\rm T}$, то для того, чтобы исключить из диаграммы ту область, где $\sigma_{\rm max} > \sigma_{\rm T}$, достаточно на диаграмме провести две прямые $\sigma_{r\,max} = \sigma_{\rm B}$ и $\sigma_{rm} = \sigma_{\rm B}$ (рис. 27) до пересечения в точке *T*. Тем самым часть кривых *AC* и *BC* заменяется прямыми *ST* и *TS*₁ (см. рис. 27).

Прямая *ST* параллельна оси σ_m и находится от нее на расстоянии, равном $\sigma_{\rm T}$. Следовательно, для пластичных материалов диаграмма предельных напряжений представляет собой кривые линии *AS* и *BS*₁, а также ломаную *STS*₁.

Опытных данных о величинах пределов выносливости при отрицательных значениях σ_m очень мало, и вид диаграмм Хейга и Смита в области положительных и отрицательных σ_m может быть различен.

В качестве примера на рис. 28 приведена диаграмма предельных напряжений $\sigma_a = f(\sigma_m)$ для чугуна. Из диаграммы видно, что с ростом среднего сжимающего напряжения σ_{rm} на некотором участке имеет место увеличение предельной амплитуды σ_{ra} , а следовательно, и предела выносливости σ_r .



Рис. 27. Диаграмма предельных напряжений Смита для пластичных материалов

Это позволяет сделать вывод, что чугун при переменных напря-

жениях, как и при постоянных, лучше работает на сжатие, чем на растяжение. В дальнейших расчетах будем пользоваться диаграммой Хейга как более простой и наглядной.

Для описания экспериментальных данных $\sigma_{ra} = f(\sigma_{rm})$ используется зависимость типа [12]



Рис. 28. Диаграмма предельных напряжений Хейга для чугуна

$$(\sigma_{ra}/\sigma_{-1})^n + (\sigma_{rm}/\sigma_{\rm B})^m = 1.$$
(14)

Было предпринято много попыток эмпирической аппроксимации графика зависимости амплитуды напряжений цикла σ_{ra} от среднего

напряжения цикла σ_{rm} . Наиболее успешными можно считать те, которые привели к получению следующих пяти различных зависимостей [7, 12, 13]:

•n = 1, m = 1 – линейная зависимость Гудмана (Goodman);

•n = 1, m = 2 – параболическая зависимость Гербера (Gerber);

• n = 2, m = 2 -эллиптическая зависимость;

• *n* = 2, *m* = 1 [1], а также при *n* = 1, *m* = 3/2 [2].

И.А. Одинг [2] для описания $\sigma_{ra} = f(\sigma_{rm})$ предложил следующую гиперболическую зависимость:

$$(\sigma_{ra}/\sigma_{-1})^2 + (\sigma_{ra}\sigma_{rm})/\sigma_{-1}^2 = 1.$$
 (15)

Графики зависимостей (14) при различных значениях *n* и *m* с учетом пластических деформаций (прямая *KL*, построенная по уравнению (11)) для стали 12XH3A с характеристиками механической прочности, МПа: $\sigma_{\rm B}$ =1400; $\sigma_{0,2}$ = 1100 (предел текучести); σ_{-1} = 640 приведены на рис. 29.

Линейная зависимость Гудмана (прямая 1) дает результаты, близкие к экспериментальным только на начальных участках для высокопрочных сталей (при всех видах деформации, кроме кручения), для серых и ковких чугунов.



Рис. 29. Диаграммы предельных амплитуд для стали 12ХНЗА: 1 – n = 1, m = 1 (линейная зависимость Гудмана); 2 – n = 1, m = 3/2 [2]; 3 – n = 1, m = 2 (параболическая зависимость Гербера); 4 –n = 2, m = 1 [1]; 5 – n = 2, m = 2 (эллиптическая зависимость); 6 – гипербола Одинга

Хорошее совпадение с опытной кривой для высокопрочных сталей дает кривая при n = 1, m = 3/2 (кривая 2).

Параболическая зависимость Гербера (см. рис. 29, кривая 3) и кривая 4 дают довольно хорошее совпадение с опытными данным для углеродистых сталей при всех видах деформации, а для легированных сталей – только при кручении.

Эллиптическая зависимость (кривая 5) дает довольно хорошее совпадение с опытными данным для углеродистых сталей при кручении.

Зависимость И. А. Одинга [2] (см. рис. 29, кривая 6) построена исходя из двух гипотез:

• независимости предельной величины работы, поглощаемой металлом без разрушения вследствие явления гистерезиса от коэффициента несимметрии цикла;

• пропорциональности ширины петли гистерезиса максимальному напряжению цикла при предельных напряжениях.

На участке кривой до предела текучести эта зависимость дает удовлетворительные результаты для чугунов с шаровидным графитом.

Если проанализировать построенные диаграммы предельных циклов для стали 12ХНЗА, то можно заметить следующее. При среднем предельном напряжении σ_{rm} = 450 МПа предельные амплитудные напряжения равны: по зависимости Гудмана – 400 МПа, а эллиптической – 600 МПа, т.е. отличается на 50 %.

Как показали последние исследования, зависимость $\sigma_{ra} = f(\sigma_{rm})$ для различных материалов нельзя отобразить одной формулой, и расчеты, основанные непосредственно на опытных диаграммах, более надежны.

2.3. Схематизированные диаграммы предельных циклов

До настоящего времени у нас и за рубежом имеется сравнительно небольшое число полных диаграмм предельных напряжений, полученных экспериментально. Это объясняется тем, что нахождение точек кривой диаграммы предельных напряжений сопряжено с большими экспериментальными трудностями (длительность испытаний, сложность испытательных машин, способных создать любой цикл от $r = -\infty$ до $r = +\infty$). Поэтому в случае отсутствия необходимых опыт-

ных данных в практических расчетах пользуются схематизированными (спрямленными) диаграммами.

Хорошую схематизацию дает диаграмма Серенсена-Кинасошвили (рис. 30), которая строится по трем опытным данным σ_{T} , σ_{-1} и σ_{0} для лабораторного образца [5, 6]. Сначала на диаграмму σ_{m} - σ_{a} наносятся точки с координатами $A(0, \sigma_{-1})$, $K(0, \sigma_{T})$, $L(\sigma_{T}, 0)$ и $D(\sigma_{0}/2; \sigma_{0}/2)$, а положение точки C определяется пересечением прямых AD и KL. Координаты точек ломаной ACL дают предельные значения σ_{rm} и σ_{ra} .



Рис. 30. Схематизированные диаграммы Серенсена-Кинасошвили

Прямая *AD* по схематизированной диаграмме (см. рис. 30) проводится под углом θ, тангенс которого определяется из соотношения

$$tg\theta = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_0/2}{\sigma_0/2} = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}.$$
 (a)

Способ Серенсена-Кинасошвили обладает высокой точностью и имеет у нас широкое распространение как в расчетной практике, так и в учебной литературе. Недостатком его считается то обстоятельство, что для построения диаграммы необходимо знать предел выносливости при пульсирующем цикле σ_0 , значение которого, как правило, не приводится в справочной литературе. Иногда точка *D*, изображающая предельный цикл (см. рис. 30, *a*), может оказаться вне кривой действительной диаграммы, в этом случае она дает несколько завышенное значение предела выносливости.

Приближенное значение предела выносливости при пульсирующем цикле σ₀ можно получить из следующих соотношений [3, 7].

Для сталей при изгибе и растяжении-сжатии

$$\sigma_0 = (1, 5...1, 8) |\sigma_{-1};$$

при кручении

$$\tau_0 = (1, 7...2, 0)\tau_{-1}$$

Верхние пределы относятся к углеродистым сталям.

Для чугуна

$$\tau_0 = (1, 2... 1, 4)\tau_{-1};$$

для цветных металлов

$$\tau_0 = (1, 4...2, 0)\tau_{-1}.$$

Нетрудно заметить, что при таком приближенном вычислении значений σ_0 или τ_0 , величина tg θ в соответствии с соотношением (*a*) зависит только от предела выносливости $\sigma_{.1}$ и $\tau_{.1}$, а от других механических характеристик материала не зависит. При этом расчет по (*a*) показывает, что для всех сталей значение tg θ меняется в пределах 0,111...0,333 при изгибе и 0...0,176 – при кручении. В этом случае схематизированная диаграмма не соответствует многочисленным экспериментальным данным для различных марок стали [14. 15].

Ввиду недостаточного количества опытных данных о величине предела выносливости при пульсирующем цикле σ_0 большое распространение получила схематизированная диаграмма предельных напряжений Гудмана, которая строится по опытным данным для величин $\sigma_{\rm B}$, $\sigma_{\rm T}$ и σ_{-1} (рис. 31). За схематизированную диаграмму предельных напряжений принимается ломаная линия *ACL*.

Схематизированную диаграмму, довольно близкую к экспериментальной, предложил С. В. Рабинович [6]. Для ее построения (рис. 32) должны быть известны $\sigma_{T} = OL = OK$, а также $\sigma_{-1} = OA$.





Рис. 31. Схематизированная диаграмма предельных напряжений Рабиновича Гудмана

Рис. 32. Схематизированная диаграмма Рабиновича

Угол наклона прямой AE к отрицательному направлению оси σ_m определяется из соотношения (см. рис. 32)

$$tg\theta = \sigma_{-1} / S_{\sigma}. \tag{6}$$

Значение S_{σ} получено на основании обработки приведенных в литературе экспериментальных диаграмм предельных напряжений для нормальных и специальных образцов из различных сортов конструкционной стали.

Аналогично строятся схематизированные диаграммы для касательных напряжений, только в этом случае вместо нормальных напряжений σ подставляется значение касательных напряжений τ , а в зависимости (б) схематизированной диаграммы С.В. Рабиновича вместо $S_{\sigma} - S_{\tau}$. Величины S_{σ} и S_{τ} принимаются в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Материалы	<i>S</i> _σ , МПа		<i>S</i> _τ , МПа
	при $\sigma_m > 0$	при	
		$ \sigma_m < \sigma_a$	
Углеродистые и низколеги-			
рованные стали	1400	∞	1400
Легированные стали	2000	2000	2000
Цветные металлы и легкие	$\sigma_{\scriptscriptstyle B}$	∞	$ au_{\scriptscriptstyle B}$
сплавы	$\sigma_{\scriptscriptstyle B}$	0,5 σ _в	$ au_{\scriptscriptstyle B}$
Чугуны			

Значения S_{σ} и S_{τ} для различных материалов

Диаграмма (см. рис. 32) с точки зрения экономного использования материала при $\sigma_{\rm B} < S_{\sigma}$ является более рациональной по сравнению с диаграммой Гудмана, приведенной на рис. 31.

2.4. Новые схематизированные диаграммы предельных циклов

Как было уже сказано, недостатком схематизированной диаграммы Серенсена-Кинасошвили является необходимость вычислять по приближенным формулам предел выносливости при пульсирующем цикле σ_0 или τ_0 . Приближенное вычисление этих величин, как было показано выше, приводит к тому, что значение величины tg θ (см. рис. 30, δ) становится одинаковым для всех сталей. Покажем, что схематизированную диаграмму можно построить, зная значения трех механических характеристик материала $\sigma_{\rm B}$, $\sigma_{\rm T}$ и σ_{-1} , которые всегда приводятся в справочниках [13].

Как известно [14, 15 - 20], 90 % всех экспериментальных результатов по определению влияния среднего напряжения на предел выносливости (при произвольном значении *r*) для пластичных металлов лежат выше линии Гудмана (прямая АВ, рис. 33 или см. рис. 29), а 2/3 – между линией Гудмана и параболой Гербера (кривая 2, рис. 33), при этом опытные точки в поле разброса находятся ближе к параболе Гербера для сталей при действии нормальных напряжений (при изгибе и растяжении-сжатии). С учетом этих экспериментальных результатов для построения новой схематизированной диаграммы построим прямую Гудмана (прямая 1 на рис. 33) и параболу Гербера (кривая 2). Кроме того, как и ранее проведем под углом 45° к координатным осям прямую KL, отсекающую на осях ординат и абсцисс системы отрезки $OK = \sigma_{T}$ и $OL = \sigma_{T}$ (см. рис. 33). Найдем на диаграмме координаты точки $C(\sigma_{rm}; \sigma_{ra})$ пересечения прямой KL с параболой 2 путем совместного решения уравнения (14), в котором принято n = 1, m = 2 - 1парабола Гербера, и уравнения прямой *KL* (11). В результате получим систему уравнений:

$$\sigma_{ra}/\sigma_{-1} + \sigma_{rm}^2/\sigma_{\rm B}^2 = 1;$$

$$\sigma_{ra} + \sigma_{rm} = \sigma_{\rm T}.$$
(16)

Решив систему (16), получим координаты точки С:

$$\sigma_{ra} = \frac{2\sigma_{\rm T}\sigma_{-1} - \sigma_{\rm B}^2 + \sigma_{\rm B}\sqrt{\sigma_{\rm B}^2 + 4\sigma_{-1}^2 - 4\sigma_{\rm T}\sigma_{-1}}}{2\sigma_{-1}};$$
(17)

$$\sigma_{rm} = \frac{\sigma_{\rm B}^2 - \sigma_{\rm B}\sqrt{\sigma_{\rm B}^2 + 4\sigma_{-1}^2 - 4\sigma_{\rm T}\sigma_{-1}}}{2\sigma_{-1}}.$$
 (18)

Прямая AC по схематизированной диаграмме (см. рис. 33) проводится под углом θ к оси абсцисс, тангенс которого определяется из соотношения

$$tg\theta = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_{ra}}{\sigma_{rm}} = \frac{2\sigma_{-1}^2 - 2\sigma_{T}\sigma_{-1} + \sigma_{B}^2 - \sigma_{B}\sqrt{\sigma_{B}^2 + 4\sigma_{-1}^2 - 4\sigma_{T}\sigma_{-1}}}{\sigma_{B}^2 - \sigma_{B}\sqrt{\sigma_{B}^2 + 4\sigma_{-1}^2 - 4\sigma_{T}\sigma_{-1}}}.$$
 (a)

Напомним, что отрезок $OA = \sigma_{-1}$. Соединив прямой точки A и C, получим ломаную линию ACL, которую назовем **новой схематизиро**-



Рис. 33. Новая схематизированная диаграмма: 1– прямая Гудмана; 2 – парабола Гербера

ванной диаграммой предельных амплитуд [20 – 26]. Она разработана автором на основе приведенных в литературе [14. 15] опытных данных. Действительно, прямая *АС* проходит ближе к параболе Гербера, где располагается большинство экспериментальных точек при испытании стальных образцов на изгиб и растяжениесжатие [14]. Можно показать, что предлагаемая схематизированная

диаграмма достаточно адекватно отображает результаты экспериментальных исследований, приведенных в литературе [14, 15].

На рис. 34 для стали 40XH (с характеристиками механической прочности в МПа по нижним пределам: предел прочности $\sigma_{\rm B}$ =1000;



Рис. 34. Диаграмма предельных амплитуд для стали 40XH: 1 – прямая Гудмана; 2 – парабола Гербера; 3 – предельная прямая Серенсена-Кинасошвили ($\sigma_0 = 1,6\sigma_{-1}$); 3[°] – то же при $\sigma_0 =$ = 1,8 σ_{-1} ; 4 – предлагаемая прямая схематизированной диаграммы

предел текучести $\sigma_{0.2} =$ = 800; предел выносливости при симметричном цикле σ₋₁=460; точка А на оси ординат определяет значение σ_{-1} , а точка *B* на оси абсцисс – $\sigma_{\rm B}$) построена диаграмма предельных амплитуд с использованием зависимостей: линейной Гудмана $\sigma_{ra}/\sigma_{-1} + \sigma_{rm}/\sigma_{\rm B} = 1$ и параболической Гербера $\sigma_{ra}/\sigma_{-1} + (\sigma_{rm}/\sigma_{B})^{2} = 1;$ прямая KL – по уравнению $\sigma_a + \sigma_m = \sigma_T$; предельные прямые Серенсена-Кинасошвили 3 $(\sigma_0 = 1, 6\sigma_{-1})$ и 3' $(\sigma_0 = 1, 8\sigma_{-1})$ до пересечения их с прямой *KL* в точках *C*₃ и *C*'₃ соответственно построены под углом tg $\theta = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$.

Заметим, что предельная прямая AC_3' по Серенсену-Кинасошвили (если принять $\sigma_0 = 1,8\sigma_{-1}$) располагается выше параболы Гербера, что противоречит данным экспериментальных исследований [14, 15]. Прямая 4 ограничивает верхний предел предлагаемой нами **новой схематизированной диаграммы**. Она проходит под углом θ к оси абсцисс, абсолютное значение тангенса которого определяется по формуле (*a*)

$$tg\theta = \frac{2\sigma_{-1}^{2} - 2\sigma_{T}\sigma_{-1} + \sigma_{B}^{2} - \sigma_{B}\sqrt{\sigma_{B}^{2} + 4\sigma_{-1}^{2} - 4\sigma_{T}\sigma_{-1}}}{\sigma_{B}^{2} - \sigma_{B}\sqrt{\sigma_{B}^{2} + 4\sigma_{-1}^{2} - 4\sigma_{T}\sigma_{-1}}}$$

Предлагаемая новая схематизированная диаграмма OAC_2L , во-первых как раз располагается между прямой Гудмана и параболой Гербера (по данным [14] здесь располагается 2/3 всех экспериментальных результатов); во-вторых, она практически располагается посередине между предельными прямыми по Серенсену-Кинасошвили. Наконец, при определении влияния среднего напряжения на предел выносливости (что учитывается как раз tgθ) учитывались все характеристики механической прочности материалов.

В то же время при оценке влияния среднего касательного напряжения на сопротивление усталости в [14, 15] отмечается, что для пластичных металлов при кручении большинство экспериментальных результатов с максимальными касательными напряжениями, не превышающими предел текучести $\tau_{\rm T}$, располагается выше параболы Гербера. Если по результатам экспериментов аппроксимировать предельное амплитудное касательное напряжение τ_a в зависимости от среднего τ_m выражением [13]

$$(\tau_{ra}/\tau_{-1})^2 + (\tau_{rm}/\tau_{\rm B})^2 = 1, \qquad (19)$$

то кривая, описанная уравнением (19), будет располагаться выше параболы Гербера.

На рис. 35 для стали 40ХН (с характеристиками механической прочности для касательных напряжений, МПа: предел прочности $\tau_{\rm B}$ =580;



Рис. 35. Диаграмма предельных амплитуд $\tau_{ra} = f(\tau_{rm})$ для стали 40XH: 1 – парабола Гербера; 2 – эллиптическая кривая

предел текучести $\tau_{0,2} = 460$; предел выносливости при симметричном цикле $\tau_{-1} = 270$) построены диаграммы предельных амплитуд для касательных напряжений с использованием зависимостей: параболической Гербера $\tau_{ra}/\tau_{-1} + (\tau_{rm}/\tau_{\rm B})^2 = 1$ и эллиптической (19) (кривые 1 и 2 соответственно).

Точка A на оси ординат определяет значение τ_{-1} , а

точка *B* на оси абсцисс – $\tau_{\rm B}$. Исключим из диаграммы $\tau_{ra} = f(\tau_{rm})$ ту область, где предельные максимальные касательные напряжения $\tau_{r\max} = \tau_{ra} + \tau_{rm} > \tau_{\rm T}$. Для этого проведем прямую *KL*, отсекающую на осях координат отрезки *OL* и *OK*, равные пределу текучести $\tau_{\rm T}$. Уравнение прямой *KL* имеет вид

$$\mathbf{t}_a + \mathbf{\tau}_m = \mathbf{\tau}_{\mathrm{T}} \,. \tag{20}$$

Используя уравнения (19) и (20), решим их как систему:

$$\tau_{ra}^{2} / \tau_{-1}^{2} + \tau_{rm}^{2} / \tau_{B}^{2} = 1;$$

$$\tau_{ra} + \tau_{rm} = \tau_{T}.$$
(21)

В результате получим координаты точки $C(\tau_{rm}, \tau_{ra})$ пересечения прямой *KL*, ограничивающей пластические деформации, и эллиптической кривой $\tau_{ra} = f(\tau_{rm})$:

$$\tau_{ra} = \frac{\tau_{-1} \left(\tau_{-1} \tau_{\rm T} + \tau_{\rm B} \sqrt{\tau_{-1}^2 + \tau_{\rm B}^2 - \tau_{\rm T}^2} \right)}{\tau_{-1}^2 + \tau_{\rm B}^2}; \qquad (22)$$

$$\tau_{rm} = \frac{\tau_{\rm B} \left(\tau_{\rm B} \tau_{\rm T} - \tau_{-1} \sqrt{\tau_{-1}^2 + \tau_{\rm B}^2 - \tau_{\rm T}^2} \right)}{\tau_{-1}^2 + \tau_{\rm B}^2}.$$
 (23)

Если в диаграмме $\tau_{ra} = f(\tau_{rm})$ провести прямую *AC* (см. рис. 35), соединяющую точки $A(\tau_{-1}, 0)$ и $C(\tau_{ra}, \tau_{rm})$, то получим ломаную линию *ACL*. Это и будет новая схематизированная диаграмма для пластических материалов при действии касательных напряжений.

Прямая AC по схематизированной диаграмме (см. рис. 35) проводится под углом θ к оси абсцисс, тангенс которого определяется из соотношения

$$tg\theta = \frac{\tau_{-1} - \tau_{ra}}{\tau_{rm}} = \frac{\tau_{-1} \left(\tau_{-1}^{2} + \tau_{B}^{2} - \tau_{T} \tau_{-1} - \tau_{B} \sqrt{\tau_{-1}^{2} + \tau_{B}^{2} - \tau_{T}^{2}} \right)}{\tau_{B} \left(\tau_{T} \tau_{B} - \tau_{-1} \sqrt{\tau_{-1}^{2} + \tau_{B}^{2} - \tau_{T}^{2}} \right)}.$$

Экспериментальные данные [2, 14, 15] по определению предела выносливости при асимметричных циклах для ковкого и высокопрочного (с шаровидным графитом) чугунов показывают, что кривая $\sigma_a = f(\sigma_m)$ лежит выше линии Гудмана, но значительно ниже параболы Гербера. Среди известных графиков экспериментальной аппроксимации зависимости $\sigma_a = f(\sigma_m)$ удовлетворяет этому условию только гипербола (15) $(\sigma_{ra}/\sigma_{-1})^2 + (\sigma_{ra}\sigma_{rm})/\sigma_{-1}^2 = 1$ И.А. Одинга [2]. Она описывает кривую предельных напряжений при одноосном напряжённом состоянии и действии переменных нагрузок для деталей, изготовленных из высокопрочного чугуна.

На рис. 36 для чугуна с шаровидным графитом марки ВЧ 50 с механическими характеристиками, МПа: $\sigma_{\rm B} = 500$; $\sigma_{\rm T} = 400$; $\sigma_{-1} = 200$ построена диаграмма предельных амплитуд с использованием зависимостей Гудмана (прямая 1), Гербера (парабола 2) и Одинга (гипербола 3). На рис. 36 введено обозначение $OA = \sigma_{-1}$; $OB = \sigma_{\rm B}$; $OK = OL = \sigma_{\rm T}$.

Исключим из диаграммы $\sigma_{ra} = f(\sigma_{rm})$ (см. рис. 35) область, где предельные максимальные напряжения σ_{rmax} превышают предел текучести $\sigma_{rmax} = \sigma_{ra} + \sigma_{rm} > \sigma_{T}$.

Для этого проведем прямую KL, отсекающую на осях координат отрезки OL и OK, равные пределу текучести $\sigma_{\rm T}$. Заметим, что гиперболу И.А. Одинга можно использовать только в пределах упругих деформаций, так как кривая 3 (см. рис. 36) даже не пересекает ось абсцисс.



Рис. 36. Диаграмма предельных амплитуд $\sigma_{ra} = f(\sigma_{rm})$ для высокопрочного чугуна ВЧ 50; 1 – прямая Гудмана; 2 – парабола Гербера; 3 – гипербола Одинга; 4 – предлагаемая прямая схематизированной диаграммы

Решив совместно уравнения (11) и (15)

$$\sigma_a + \sigma_m = \sigma_{\mathrm{T}};$$

$$(\sigma_{ra} / \sigma_{-1})^2 + (\sigma_{ra} \sigma_{rm}) / \sigma_{-1}^2 = 1,$$

найдем координаты точки $C(\tau_{ra}, \tau_{rm})$ – пересечения прямой *KL* и гиперболы 3 (см. рис. 36):

$$\sigma_{ra} = \frac{\sigma_{-1}^2}{\sigma_{\rm T}};\tag{24}$$

$$\sigma_{rm} = \frac{\sigma_{\rm T}^2 - \sigma_{-1}^2}{\sigma_{\rm T}}.$$
(25)

Соединив точки $A(0, \sigma_{-1})$ и $C(\sigma_{rm}; \sigma_{ra})$ (координаты ее получены из уравнений (24) и (25)) прямой, построим новую схематизированную диаграмму [13, 16 – 25] для ковких и высокопрочных (с шаровидным графитом) чугунов.

Прямая AC по схематизированной диаграмме (см. рис. 36) проводится под углом θ к оси абсцисс, тангенс которого определяется из соотношения

$$tg\theta = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_{ra}}{\sigma_{rm}} = \frac{\sigma_{T}\sigma_{-1} - \sigma_{-1}^{2}}{\sigma_{T}^{2} - \sigma_{-1}^{2}}$$

Для касательных напряжений схематизированная диаграмма строится аналогично, если заменить нормальные напряжения σ на касательные τ . Прямая *AC* в этой схематизированной диаграмме проводится под углом θ к оси абсцисс, тангенс которого определяется из соотношения

$$tg\theta = \frac{\tau_{-1} - \tau_{ra}}{\tau_{rm}} = \frac{\tau_{T}\tau_{-1} - \tau_{-1}^{2}}{\tau_{T}^{2} - \tau_{-1}^{2}}.$$

Предлагаемые схематизированные диаграммы учитывают $\sigma_{\rm B}$, $\sigma_{\rm T}$ и σ_{-1} и практически не отличаются от диаграмм Серенсена-Кинасошвили, но в отличие от последней для их построения не требуется определение предела выносливости при пульсирующем цикле σ_0 [16 – 26].

Рассмотрим влияние среднего напряжения на сопротивление усталости серого чугуна. Среднее растягивающее напряжение обычно уменьшает сопротивление усталости серого чугуна в большей степени, чем это следует из линейной зависимости Гудмана. На рис. 37 приведены результаты экспериментальных исследований [13-15] в безразмерной диаграмме $\sigma_a/\sigma_{-1} - \sigma_m/\sigma_{\rm B}$, из которой следует, что экспериментальные точки для серого чугуна на участке для оси абсцисс $\sigma_{rm}/\sigma_{\rm B} \approx 0,5$ лежат между линией Гудмана и зависимостью Смита



Рис. 37. Безразмерная диаграмма σ_a/σ_{-1} - $\sigma_m/\sigma_в$ для серого чугуна:1 — модифицированная линия Гудмана; 2 — линия Смита; х — серый чугун при осевом напряжении; • — серый чугун при кручении; °— ковкий чугун при осевом напряжении



Рис. 38. Диаграмма предельных амплитуд для чугуна СЧ 28: 1– прямая Гудмана; 2 – зависимость Смита; 3 – кривая, построенная по экспериментальным данным [13]

$$\sigma_{ra} = \sigma_{-1} \frac{1 - \sigma_{rm} / \sigma_{\rm B}}{1 + \sigma_{rm} / \sigma_{\rm B}}.$$
 (6)

В то же время на участке оси абсцисс $\sigma_{rm}/\sigma_{\rm B} > 0,5$ экспериментальные точки лежат на линейной зависимости Гудмана. Значит, единой математической моделью описать экспериментальные точки не удастся. Результаты для ковкого чугуна лежат выше линии Гудмана, что также следует из рис. 36.

На рис. 38 построены диаграммы предельных амплитуд Хейга в действительных координатах σ_{rm} - σ_{ra} для серого чугуна СЧ 28: 1 – линия Гудмана; 2– зависимость Смита (δ); 3 – построена по экспериментальным данным [13].

На первом участке кривая 3 может быть аппроксимирована прямой (с коэффициентом парной корреляции *r*= 0,998)

$$\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{-1}} = 0,9795 - 1,1114 \frac{\sigma_{rm}}{\sigma_{B}}$$

Откуда предельное амплитудное напряжение при $\sigma_{rm}/\sigma_{\rm B} < 0.5$ равно

$$\sigma_{ra} = 0.9795\sigma_{-1} - 1.1114\left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{e}}\right)\sigma_{rm}.$$

На участке кривой при $\sigma_{rm}/\sigma_{\rm B} > 0,5$ эквивалентное амплитудное напряжение определяется в соответствии с линейной зависимостью Гудмана:

$$\sigma_{ra} = \sigma_{-1} - \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{e}}\right) \sigma_{rm} = \sigma_{-1} - \psi_{\sigma} \sigma_{rm},$$

где $\psi_{\sigma} = \sigma_{-1} / \sigma_{\scriptscriptstyle B}$.

Таким образом, угловой коэффициент прямой на участке $\sigma_{rm}/\sigma_{\rm B} < 0.5$ отличается примерно на 11 %.

2.5. Влияние концентрации напряжений и абсолютных размеров детали

Причинами возникновения и развития трещин усталости, приводящих к усталостному разрушению материала, являются местные напряжения, возникающие в местах резкого изменения формы и размеров поперечного сечения детали и в местах приложения сосредоточенных нагрузок. Явление возникновения местных напряжений называется концентрацией напряжений. Конструктивные элементы в деталях (отверстия, надрезы, выточки и т. п.), вызывающие концентрацию напряжений, называются концентраторами напряжений. На рис. 39 приведены некоторые часто встречающиеся в конструкциях деталей машин виды концентраторов напряжений.

Номинальным напряжением называется напряжение в опасном сечении, вычисленное по формулам сопротивления материалов без учета концентрации.

На рис. 40 показан типичный пример концентрации напряжений у кромки поперечного отверстия в пластинке при ее растяжении в пределах упругости. Линии m' - m'' дают эпюру распределения действительных нормальных напряжений по ширине пластинки в поперечном сечении ее, проходящем через отверстие.





Рис. 39. Концентраторы напряжений: a – выточки в круглых и призматических стержнях; δ – галтель в местах перехода от одного сечения к другому; в – винтовая резьба в болтовом соединении; r – отверстие для шпонки; d – поперечное сверление вала; e – шпоночное соединение

Рис. 40. Эпюра распределения нормальных напряжений в растягиваемой полосе, ослабленной круглым отверстием

Линия *m* – *m* соответствует номинальным напряжениям в том же поперечном сечении, которые вычисляются по формуле

55

$$\sigma_{\rm H} = \frac{P}{F_{\rm HETTO}} = \frac{P}{(B-d)b},$$

где P – растягивающая нагрузка; $F_{\text{нетто}}$ – площадь нетто сечения полосы с учетом ослабления его отверстием; B и b – ширина и толщина пластинки.

Местные напряжения значительно превышают номинальные и поэтому, как правило, трещины усталости возникают в местах концентрации напряжений, и концентраторы напряжений вызывают существенное снижение предела выносливости.

Отношение величины наибольшего местного напряжения, не превосходящего предела упругости, к величине номинального напряжения называется теоретическим коэффициентом концентрации напряжений:

$$\alpha_{\sigma} = \sigma_{\max} / \sigma_{\mu}; \qquad \alpha_{\tau} = \tau_{\max} / \tau_{\mu}.$$
 (26)

Численные значения теоретического коэффициента концентрации напряжений α для различных видов концентраторов даны в обширной справочной и учебной литературе [3, 6, 7, 8]. Напряжения σ_{max} и τ_{max} большей частью определяются экспериментально поляризационно-оптическим методом или вычисляются методами теории упругости в предположении абсолютной упругости и изотропности материала. Поэтому теоретический коэффициент концентрации напряжений отражает лишь влияние формы концентратора на величину местных напряжений. Как показывают опыты, коэффициент концентрации зависит не только от формы, но и от материала образца, его абсолютных размеров, коэффициента несимметрии цикла и других факторов. Он тем ниже, чем пластичнее материал, так как пластические свойства материала, способствующие перераспределению напряжений в зоне концентрации, смягчают концентрацию напряжений.

Поэтому наряду с теоретическим коэффициентом концентрации вводится понятие эффективного коэффициента концентрации K_{σ} или K_{τ} , который представляет собой отношение предела выносливости при симметричном цикле гладкого образца к пределу выносливости при симметричном цикле образца того же диаметра с концентрацией напряжений

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1\kappa}}; \quad K_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1\kappa}} \quad . \tag{27}$$

Надежное значение эффективного коэффициента концентрации напряжений можно получить только из опыта. Если для данного вида концентратора напряжений отсутствуют экспериментально установленные величины эффективных коэффициентов концентрации K_{σ} и K_{τ} , то их приближенные значения можно определить по формулам

$$K_{\sigma} = 1 + q(\alpha_{\sigma} - 1); \quad K_{\tau} = 1 + q(\alpha_{\tau} - 1),$$
 (28)

где *q* – коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений при симметричном цикле.

Если q = 1, то $K = \alpha$ и материал обладает полной чувствительностью к концентрации напряжений (пики максимальных напряжений не сглаживаются). Для высокопрочных легированных сталей величина q близка к единице. Для конструкционных сталей в среднем q == 0,6...0,8, причем более прочным сталям соответствуют большие значения q, для малоуглеродистых сталей q снижается до 0,5. Для чугуна q = 0, т. е. чугун крайне мало чувствителен к концентрации напряжений. Это объясняется тем, что наличие большого количества микроскопических включений графита в чугуне является источником весьма сильной внутренней концентрации напряжений, по сравнению с которой концентрация, вызванная формой детали, незначительна. Коэффициент чувствительности q зависит от материала, геометрической конфигурации детали, ее абсолютных размеров и теоретического коэффициента концентрации.

Приближенные значения q для сталей в зависимости от отношения $\sigma_{\rm T}/\sigma_{\rm B}$ и радиуса кривизны r поверхности детали в месте концентрации напряжений даны на графике рис. 41 [7].

При отношении $\sigma_{\rm T}/\sigma_{\rm B} = 0,4...0,5$ опыты дают большой разброс. Область разброса на рис. 41 заштрихована.

Предел выносливости гладкого образца зависит от его абсолютных размеров. Как показывают опыты, с увеличением абсолютных сечений образца предел выносливости его понижается. Не-



Рис. 41. Графики коэффициента чувствительности *q* для стали

которые авторы это снижение предела выносливости относят за счет следующих обстоятельств:

• в образцах больших размеров более вероятно наличие дефектов материала;

• при изготовлении образцов происходит наклеп (упрочнение) поверхностного слоя, толщина которого, как правило, будет относительно меньше для больших образцов, чем для малых, а как показывают опыты, наклеп большей частью повышает предел выносливости;

• при изгибе и при кручении с увеличением абсолютных размеров детали уменьшается градиент напряжений³ (рис. 42) и увеличивается объем материала, где напряжения максимальные, что создает более благоприятные условия для образования трещин усталости.



Рис. 42. Градиент напряжений для образцов малого и большого диаметров

Следует отметить, что до настоящего времени еще нет исчерпывающего объяснения масштабного эффекта. Особенно сильно сказывается влияние масштабного фактора на образцы с концентрацией напряжений. Отсюда следует, что абсолютные размеры образца влияют также на величину эффективного коэффициента концентрации напряжений. Снижение предела выносливости с увеличением размеров детали может достигать больших значе-

ний. Так, например, были испытаны оси в натуральную величину диаметром 170 мм и образцы диаметром 7,5 мм, которые вырезались из этих же самых испытанных осей. Предел выносливости для осей оказался равным 120 МПа, а для образцов – 230 МПа.

Отсюда следует, что расчеты на прочность для деталей нельзя строить, исходя из лабораторных данных для малых образцов.

Уменьшение предела выносливости деталей с увеличением ее абсолютных размеров учитывается коэффициентом влияния абсолютных размеров (масштабным коэффициентом), равным отношению предела выносливости детали данного размера (например диаметром d) к пределу выносливости лабораторного образца подобной конфигурации сечением, эквивалентным диаметру $d_0 = 7...10$ мм.

³ Градиент напряжений равен тангенсу, который образует эпюра напряжений с осью эпюры. В нашем примере градиент напряжений равен отношению σ_{max} к радиусу вала *r*.

Масштабный коэффициент без концентрации напряжений

$$\left(\varepsilon_{\sigma}\right)_{d} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d}}{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{0}}}.$$
(29)

Масштабный коэффициент с концентрацией напряжений

$$\left(\varepsilon_{\sigma_k}\right)_d = \frac{\left(\sigma_{-1k}\right)_d}{\left(\sigma_{-1k}\right)_{d_0}}.$$
(30)

В формулах (29) и (30) $(\sigma_{-1})_d$ и $(\sigma_{-1})_{d_0}$ – пределы выносливости детали диаметром d и лабораторного образца диаметром d_0 , геометрически подобного данной детали без концентрации напряжений; $(\sigma_{-1}k)_d$ и $(\sigma_{-1}k)_{d_0}$ – предел выносливости детали диаметром d и предел выносливости лабораторного образца диаметром d_0 , геометрически подобного данной детали с одинаковым источником концентрации напряжений.

Значения масштабных коэффициентов при изгибе и кручении для сталей приведены на рис. 43 и 44 [7, 8].

Как видно из графиков, масштабный фактор оказывает более сильное влияние на детали из высокопрочных сталей и особенно при наличии концентрации напряжений. Для расчета на ПЭВМ значения коэффициентов влияния абсолютных размеров при изгибе ε_{σ} и $\varepsilon_{\sigma \kappa}$, приведенных на рис. 43, можно определить по математическим моделям.



Рис. 43. Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров при изгибе: 1 – углеродистая сталь, гладкий полированный вал; 2 – углеродистая сталь, гладкий шлифованный вал; 3 – легированная сталь, гладкий полированный вал; 4 – легированная сталь, гладкий шлифованный вал; углеродистая сталь, деталь с концентрацией напряжений; 5 – легированная сталь, деталь с концентрацией напряжений; 5 – легированная сталь, деталь с умеренной концентрацией напряжений ($K_{\sigma} < 2$); 6 – конструкционная сталь ($\sigma_{\rm B} < 650$ МПа), вал с напрессованной деталью; для $d \le 60$ мм; легированная сталь с резкой концентрацией напряжений

В этом возникает необходимость поскольку некоторые кривые заканчиваются при диаметрах моделей d = 30...50 мм (d подставляется в миллиметрах):

 $1 - \varepsilon_{\sigma} = 1,012e^{-0,003d}; 2 - \varepsilon_{\sigma} = 1,0119e^{-0,0042d}; 3 - \varepsilon_{\sigma} = \varepsilon_{\sigma\kappa} = e^{-0,0052d};$ $4 - \varepsilon_{\sigma} = =\varepsilon_{\sigma\kappa} = -0,14711nd+1,2721; 5 - \varepsilon_{\sigma\kappa} = -0,18461nd+1,338;$ $6 - \varepsilon_{\sigma\kappa} = -0,21341nd+1,3692.$



Рис. 44. Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров при кручении стальных валов

Для кривой, приведенной на рис. 44, можно воспользоваться зависимостью [15]: $\varepsilon_{\tau\kappa} = 0.6389 d^{2.1697/d}$.

Коэффициенты влияния абсолютных размеров при изгибе для чугунных валов (см. рис. 39) [20]:

• без концентрации напряже-

ний (кривая 1) – $\varepsilon_{\sigma} = 1,620d^{-0,205}$;

- с небольшой концентрацией ($K_{\sigma} \le 1,2$) (кривая 2) $\epsilon_{\sigma\kappa} = 1,772d^{-0,244}$;
- с резкой концентрацией ($K_{\sigma} > 1,2$) (кривая 3) $\varepsilon_{\sigma\kappa} = 2,049d^{-0,309}$.

Коэффициенты влияния абсолютных размеров при кручении для чугунных валов (рис. 45) [15, 16]:

- вал без концентрации напряжений (кривая 1) $\varepsilon_{\tau} = 1,226d^{-0,089};$
- вал с концентрацией напряжений (кривая 2) $\varepsilon_{\tau\kappa} = =1.936d^{-0.282}$

Приведенные на рис. 43 – 46 графики дают лишь приближенную оценку влияния масштабного фактора на усталостную прочность, так как величина масштабного коэффициента зависит также от геометрического очертания детали, ее макроструктуры, технологии изготовления, которые не отражены в этих графиках.

Следует отметить, что данные о величинах масштабных коэффициентов, приведенные различными авторами, не совпадают. Обширный справочный материал по величинам эффективных коэффициентов концентрации напряжений для различных видов концентраторов приведен в работах [3, 7, 8].



Рис. 45. Значение коэффициентов влияния абсолютных размеров сечения ε_{σ} и $\varepsilon_{\sigma\kappa}$ для чугунных валов при изгибе: 1 – вал без концентрации напряжений; 2 – вал с небольшой концентрацией ($K_{\sigma} \le 1,2$); 3 – вал с резкой концентрацией ($K_{\sigma} > 1,2$)



Рис. 46. Значение коэффициентов влияния абсолютных размеров сечения ε_{τ} и $\varepsilon_{\tau\kappa}$ для чугунных валов при кручении: 1 – вал без концентрации напряжений; 2 – вал с концентрацией напряжений

Часть этого материала дана в приложениях, где приведены графики значений эффективных коэффициентов концентрации напряжений для некоторых видов концентраторов, полученные при испытании лабораторных образцов диаметром $d_0 = 6...16$ мм, специальных образцов-моделей размером $d_1 = 40...50$ мм и некоторых деталей в натуральную величину. Там же приведены графики поправочных коэффициентов, учитывающих влияние предела прочности $\sigma_{\rm B}$ и некоторых геометрических соотношений.

Если размеры детали отличаются от размеров испытанных образцов и моделей, приведенных в графиках приложения, то эффективный коэффициент концентрации напряжений для детали находят путем пересчета, зная величину эффективного коэффициента концентрации для образца с учетом влияния абсолютных размеров. На рис. 47 схематически показаны графики зависимости пределов выносливости при симмет-



Рис. 47. Графики влияния масштабного коэффициента на величины пределов выносливости при симметричном цикле σ_{-1} (кривая 1) и $\sigma_{-1\kappa}$ (кривая 2)

ричном цикле без концентрации σ_{-1} и с концентрацией $\sigma_{-1\kappa}$ от абсолютных размеров сечения:

- кривая 1 для образцов без концентрации напряжений;
- кривая 2 для образцов с концентрацией напряжений.

Здесь введено обозначение: $d_0 = 6...16$ мм – диаметр обычных лабораторных образцов, на которых определяется предел выносливости металла; $d_1 = 30...50$ мм – диаметр моделей, на которых в ряде случаев определяются эффективные коэффициенты концентрации; d – произвольный диаметр детали.

В дальнейшем все рассуждения будут вестись для нормальных напряжений σ; для касательных напряжений формулы остаются теми же с заменой σ на τ.

По формулам (29) и (30) согласно рис. 47 масштабные коэффициенты:

• для гладких образцов и деталей:

$$\left(\varepsilon_{\sigma}\right)_{d_{1}} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{1}}}{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{0}}} = \frac{BL}{AH}; \qquad (a)$$

$$\left(\varepsilon_{\sigma}\right)_{d} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d}}{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{0}}} = \frac{CM}{AH}; \tag{6}$$

• для образцов и деталей с концентрацией напряжений:

$$\left(\varepsilon_{\sigma\kappa}\right)_{d_1} = \frac{\left(\sigma_{-1\kappa}\right)_{d_1}}{\left(\sigma_{-1\kappa}\right)_{d_0}} = \frac{FL}{EH};\tag{6}$$

$$\left(\varepsilon_{\sigma\kappa}\right)_{d} = \frac{\left(\sigma_{-1\kappa}\right)_{d}}{\left(\sigma_{-1\kappa}\right)_{d_{0}}} = \frac{GM}{EH}.$$
(2)

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений:

• для образца диаметром d_0

$$\left(K_{\sigma}\right)_{d_{0}} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{0}}}{\left(\sigma_{-1\kappa}\right)_{d_{0}}} = \frac{AH}{EH}; \qquad (\partial)$$

• для образца-модели диаметром d_1

$$(K_{\sigma})_{d_1} = \frac{(\sigma_{-1})_{d_1}}{(\sigma_{-1\kappa})_{d_1}} = \frac{BL}{FL};$$
 (e)

• для образца-модели диаметром *d*

$$(K_{\sigma})_{d} = \frac{(\sigma_{-1})_{d}}{(\sigma_{-1\kappa})_{d}} = \frac{CM}{GM}.$$
(*HC*)

Введем понятие эффективного коэффициента концентрации напряжений для детали $(K_{\sigma})_{\Lambda}$, учитывающего суммарное влияние коэффициента концентрации напряжений и абсолютных размеров детали. Он равен отношению предела выносливости гладкого образца диаметром d_0 к пределу выносливости детали произвольного диаметра d

$$(K_{\sigma})_{\Pi} = \frac{(\sigma_{-1})_{d_0}}{(\sigma_{-1\kappa})_d} = \frac{AH}{GM}.$$
(31)

Из этой формулы следует, что предел выносливости детали

$$\left(\sigma_{-1\kappa}\right)_{d} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{0}}}{\left(K_{\sigma}\right)_{\Pi}}.$$
(32)

Зная величину $(K_{\sigma})_{d_1}$, можно определить величину $(K_{\sigma})_{\Box}$. Из равенств (31) и (*e*) имеем

$$\frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{(K_{\sigma})_{d_{1}}} = \frac{(\sigma_{-1})_{d_{0}}(\sigma_{-1\kappa})_{d_{1}}}{(\sigma_{-1\kappa})_{d}(\sigma_{-1})_{d_{1}}} = \frac{\frac{(\sigma_{-1\kappa})_{d_{1}}}{(\sigma_{-1\kappa})_{d_{0}}}}{\frac{(\sigma_{-1\kappa})_{d}}{(\sigma_{-1})_{d_{0}}}}.$$

Учитывая равенства (a - m), получим:

$$(K_{\sigma})_{\Pi} = (K_{\sigma})_{d_1} \frac{(\varepsilon_{\sigma\kappa})_{d_1}}{(\varepsilon_{\sigma\kappa})_d (\varepsilon_{\sigma})_{d_1}}.$$
(33)

В ряде случаев формула (33) примет более простой вид.

Если коэффициент $(K_{\sigma})_{d_1}$ определяется на образце диаметром d_0 (в данном случае принимаем, что $d_0 = =d_1$), то, подставляя в формулу (33):

$$(\varepsilon_{\sigma\kappa})_{d_1} = \frac{(\sigma_{-1\kappa})_{d_1}}{(\sigma_{-1\kappa})_{d_0}} = 1; \quad (\varepsilon_{\sigma})_{d_1} = \frac{(\sigma_{-1})_{d_1}}{(\sigma_{-1})_{d_0}} = 1$$

получим

$$(K_{\sigma})_{\Pi} = \frac{(K_{\sigma})d_0}{(\varepsilon_{\sigma\kappa})_d}.$$
(34)

Если диаметр образца равен диаметру детали ($d_1 = d$), то

$$(\varepsilon_{\sigma\kappa})_{d_1} = (\varepsilon_{\sigma\kappa})_d$$

и формула (34) приобретает вид

$$(K_{\sigma})_{\Pi} = \frac{(K_{\sigma})d}{(\varepsilon_{\sigma})_d}.$$
(35)

Как показывают опыты, коэффициент $(K_{\sigma})_{d_1}$ мало изменяется при увеличении диаметра свыше 30...40 мм (исключение представляют валы с напрессованными деталями). Поэтому если коэффициент $(K_{\sigma})_{d_1}$ определялся на образцах достаточно большого диаметра d_1 , после которого дальнейшее увеличение диаметра слабо влияет на его величину, то коэффициент $(K_{\sigma})_{\Lambda}$ можно определять по приближенной формуле

$$(K_{\sigma})_{\Pi} = \frac{(K_{\sigma})d_1}{(\varepsilon_{\sigma})_d}.$$
(36)

Зависимость (36) получается из формулы (35), если принять $(K_{\sigma})_d \approx (K_{\sigma})_{d_1}$.

2.6. Влияние качества обработки поверхности на предел выносливости металлов

На предел выносливости детали значительное влияние оказывает качество обработки ее поверхности. Объясняется это тем, что поверхностный слой при основных видах деформации (изгибе и кручении) является наиболее напряженным и усталостная трещина обычно зарождается на поверхности.

После грубой механической обработки детали на ее поверхности остаются риски, царапины и микроскопические трещины, около которых концентрируется напряжение, что ведет к снижению предела выносливости.

Влияние качества обработки поверхности на предел выносливости учитывается коэффициентом поверхностной чувствительности β, равным отношению предела выносливости образца с заданным состоянием поверхности к пределу выносливости такого же гладкого образца с полированной поверхностью:

$$\beta = \frac{\sigma_{-1}}{(\sigma_{-1})_{\Pi}}.$$
(37)

На рис. 48 приведены ориентировочные численные значения коэффициентов поверхностной чувствительности для сталей в зависимости от ее обработки и временного сопротивления [7, 8].

Как показывают приведенные на рис. 46 графики, чувствительность стали к состоянию поверхности возрастает с увеличением ее прочности. Поэтому детали из легированных сталей требуют особо тщательной обра-



Рис. 48. Коэффициенты, учитывающие состояние поверхности: 1 – для зеркального полирования; 2 – для тонкого шлифования; 3 – для тонкой обточки; 4 – для грубой обточки; 5 – при наличии окалины

ботки. Особенно сильно снижается предел выносливости от коррозии, которая способствует образованию трещин усталости, так как от на-

личия коррозии на поверхности образца образуется мелкая сетка трещин, которые повреждают наружный слой металла и являются источниками большой концентрации напряжений.

Ориентировочно можно принять [6], что при кручении $\beta_{\tau} = \beta_{\sigma}$. Цветные металлы и серые чугуны мало чувствительны к обработке поверхности. После математической обработки графиков [6, 8] получим:

для зеркального полирования (линия 1)

 $\beta = 1$: для тонкого шлифования (линия 2) $\beta = 1 - 0,0001 \sigma_{\rm B};$

для тонкой обточки (линия 3)

$$\beta = 1 - 0,0002 \sigma_{\rm B};$$

для грубого шлифования (грубой обточки) (линия 4)

$$\beta = 0.972 - 0.0003 \sigma_{\rm B};$$

при наличии окалины (линия 5)

 $\beta = 0,926 - 0,0004 \sigma_{\rm B}$.

Аналогичное влияние качества обработки поверхности на предел выносливости свойственно и другим металлам и сплавам, в частности легким сплавам. При отсутствии данных коэффициент β, учитывающий шероховатость поверхности, обычно принимают в соответствии с табл. 2 [8].

Таблица 2

Окончательная обработка	Черные металлы	Деформируемые	
		алюминиевые сплавы	
Полирование	1	1,0	
Шлифование	0,850,95	0,960,98	
Чистовое точение	0,740,85	0,870,94	
Точение	0,640,75	0,840,88	
Грубое точение	0,550,64	0,780,83	
Очень грубое точение	0,50,6	0,700,75	

Значение коэффициентов в для металлов

Как следует из рис. 48, чем прочнее материал, тем большие требования предъявляются к качеству обработки поверхности для реализации потенциальных возможностей материала.

Минимальные значения коэффициента β при поверхностном упрочнении деталей приведены в табл. 3 [6].

Таблица 3

Минимальные значения коэффициента β при поверхностном упрочнении деталей

Материал, способ поверхностного упрочнения и тип детали	β	
Углеродистая и легированная стали; поверхностная закалка токами высокой		
частоты; деталь без концентрации напряжений	1,2	
То же с концентраторами напряжений	1,5	
Сталь, азотирование; деталь без концентрации напряжений	1,1	
То же с концентраторами напряжений	1,3	
Сталь малоуглеродистая; цементация; деталь без концентрации напряжений	1,1	
То же с концентраторами напряжений		
Углеродистая и легированная стали; обкатка роликами; деталь без кон-		
центрации напряжений	1,1	
То же с концентраторами напряжений	1,3	
Углеродистая и легированная стали; обдувка дробью (независимо от на-		
личия концентраторов напряжений)	1,1	

По экспериментальным данным, упрочнение поверхности детали может дать значительное повышение предела выносливости. Это упрочнение может быть получено как за счет холодной обработки ме-

талла – наклепа (обработка поверхности галтели коленчатого вала накаткой роликами или обработка поверхности шатуна дробеструйным аппаратом), так и за счет термической обработки (цементация, азотирование, закалка поверхностного слоя токами высокой частоты).

Предел выносливости детали при симметричном цикле изменения напряжений с учетом концентрации напряжений и качества поверхности, учитывая формулу (37), будет равен:

$$\left(\sigma_{-1\kappa}\right)_{d} = \frac{\left(\sigma_{-1}\right)_{d_{0}}\beta}{\left(K_{\sigma}\right)_{\Pi}}.$$
(38)

Если испытуемый образец имел обработку поверхности, подобную обработке детали, то в этом случае коэффициент поверхностной чувствительности β принимают равным единице и его можно не учитывать.

2.7. Влияние температуры и частоты изменений напряжений

Экспериментальными исследованиями установлено, что при повышении температуры до 300...400 °С не наблюдается значительного влияния температуры на величину предела выносливости. При дальнейшем повышении температуры предел выносливости несколько снижается.

Понижение температуры вплоть до –196° по экспериментальным данным [7, 8], как правило, повышает предел выносливости. При весьма большом снижении температуры возможно уменьшение предела выносливости. Для некоторых металлов имеет место увеличение эффективного коэффициента концентрации напряжений при понижении температуры. Это показывает, что для этих металлов с понижением температуры коэффициент чувствительности к местным напряжениям повышается.

На рис. 49, где по оси абсцисс отложены логарифмы частот, представлены кривые зависимости пределов выносливости от частоты изменения напряжений для различных материалов. Из графиков следует, что при частотах, обычно



Рис. 49. Зависимость предела выносливости от частоты изменения напряжений

имеющих место в практике, скорость изменения напряжений не оказывает заметного влияния на величину предела выносливости. Только при частотах, превышающих 1000 циклов в секунду, предел выносливости с увеличением частоты несколько увеличивается. При сильной концентрации напряжений или воздействии коррозии с увеличением частоты предел выносливости снижается.

ГЛАВА 3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ПРИ НАГРУЗКАХ, ПЕРЕМЕННЫХ ВО ВРЕМЕНИ

3.1. Расчеты на прочность при одноосном напряженном состоянии и чистом сдвиге (кручении)

Одноосное напряженное состояние имеет место при растяжении, сжатии и чистом изгибе. При поперечном изгибе бруса сплошного сечения касательными напряжениями, возникающими в поперечном сечении, обычно пренебрегают и расчет ведут так же, как и для случая одноосного напряженного состояния [9].

Рассмотрим наиболее часто встречающийся в практике случай расчета на прочность при неограниченном числе циклов нагружения, когда характеристикой усталостной прочности является предел выносливости. Если для рассчитываемой детали имеется достаточно данных испытаний, чтобы построить полную диаграмму предельных напряжений, то, определив по ней предел выносливости детали $(\sigma_r)_d$ при заданном коэффициенте несимметрии *r*, коэффициент запаса прочности находим из отношения:

$$n = \frac{(\sigma_r)_d}{\sigma_{\max}}.$$
(39)

Экспериментальных данных для построения полной опытной диаграммы предельных напряжений для детали обычно нет, и в этих случаях коэффициент запаса определяют по формулам, полученным при рассмотрении схематизированных диаграмм для образца. К детали, изготовленной из пластичного материала, предъявляют требование, чтобы она обладала достаточной прочностью при переменных напряжениях и в ней не возникали остаточные деформации. Этому тре-

бованию удовлетворяет условие, чтобы точка, изображающая цикл, лежала внутри области *OACL* схематизированных диаграмм, показанных на рис. 30 – 36, и имелся бы соответствующий коэффициент запаса по отношению к пределу выносливости и пределу текучести.

Рассмотрим определение коэффициента запаса для лабораторного образца диаметром $d_0 = 6...16$ мм на основании указанных схематизированных диаграмм для случая, когда с изменением величины нагрузки характер напряженного состояния в исследуемой точке не изменяется и циклы изменения напряжений остаются подобными.

На рис. 50 представлена схематизированная диаграмма предельных напряжений, в которой прямая AC проведена по некоторым углом θ к оси σ_m (среднее напряжение), а прямая KL отсекает по осям абсцисс и ординат отрезки, равные $\sigma_{\rm T}$ (см. рис. 50). Пусть точка, изображающая рабочий цикл, находится в области OAC (точка M_1 с координатами $ON_1 = \sigma_m$: $N_1M_1 = \sigma_a$), тогда при увеличении нагрузки предельный цикл будет изображаться точкой M с координатами $ON = \sigma_{rm}$; $NM = \sigma_{ra}$ и возможное разрушение образца произойдет от усталостной трещины.



Рис. 50. К определению коэффициента запаса для лабораторного образца по схематизированной диаграмме

Если же рабочий цикл характеризуется точкой F_1 (с координатами $OE_1 = \sigma_m$: $E_1F_1 = \sigma_a$), лежащей в области *OCL*, а предельный цикл при увеличении нагрузки – точкой F ($OE = \sigma_{rm}$: $EF = \sigma_{ra}$), то образцу угрожает разрушение от появления пластических деформаций.

Коэффициент запаса по усталостному разрушению для цикла, изображенного точкой M_1 (см. рис. 50), равен в соответствии с подобием треугольников *OMN* и *OM*₁*N*₁

$$n = \frac{ON + NM}{ON_1 + N_1M_1} = \frac{ON}{ON_1} = \frac{NM}{N_1M_1} = \frac{OM}{OM_1}.$$
 (a)

Проведем через точку M_1 (рис. 51) прямую A_1M_1 параллельно прямой AC и горизонтальную прямую M_1O_1 . Из подобия треугольников OAM и OA_1M_1 следует, что

$$n = \frac{OM}{OM_1} = \frac{OA}{OA_1}.$$
 (6)

Как видно из рис. 51, $OA = \sigma_{-1}$, a $OA_1 = OO_1 + O_1A_1 = \sigma_a + \sigma_m tg\theta = \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m$, где $\psi_{\sigma} = tg\theta$.



Рис. 51. К выводу формулы для определения коэффициента запаса по усталостному разрушению по схематизированным диаграммам предельных напряжений

Подставляя полученные значения величин OA и O_1A_1 в равенство (б), получим:

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m}.$$
 (40)

Запас прочности при действии касательных напряжений вычисляется аналогично зависимости (40) с заменой σ на τ . Значение ψ_{σ} зависит от принятой для расчета схематизированной диаграммы предельных напряжений.

Так, для диаграммы Серенсена-Кинасошвили (см. рис. 30)

$$\Psi_{\sigma} = \operatorname{tg} \theta = \frac{NA}{ND} = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_0/2}{\sigma_0/2} = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}.$$
 (41)

Аналогично для касательных напряжений (с заменой σ на τ)

$$\psi_{\tau} = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0}$$

Значения σ_{-1} , τ_{-1} приведены в прил. 1. Приближенные значения ψ_{σ} и ψ_{τ} для различных видов деформации могут быть вычислены в зависимости от принятой схематизированной диаграммы.

По схематизированной диаграмме, показанной на рис. 32:

$$\psi_{\sigma} = tg\theta = \sigma_{-1}/\sigma_{\rm B} \,. \tag{42}$$

По диаграмме Рабиновича (см. рис. 29)

$$\psi_{\sigma} = \mathrm{tg}\theta = \sigma_{-1}/S. \tag{43}$$

В работе [10] для определения ψ_{σ} предложена зависимость:

• для сталей

$$\psi_{\sigma} = 0.02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_{\rm B} \,, \tag{6}$$

где $\sigma_{\rm B}$ – предел прочности, МПа;

• для легких деформируемых сплавов

$$\psi_{\sigma} = 0.48 - 0.00055\sigma_{\rm B}.$$
 (2)

При кручении принимают [10] $\psi_{\tau} = 0.5 \psi_{\sigma}$.

Для предлагаемых автором **новых схематизированных** диаграмм значение $\psi_{\sigma} = tg\theta$ может быть вычислено по формулам:

• для сталей под действием нормальных напряжений σ (см. рис. 33)

$$\psi_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_{ra}}{\sigma_{rm}} = \frac{2\sigma_{-1}^2 - 2\sigma_{\rm T}\sigma_{-1} + \sigma_{\rm B}^2 - \sigma_{\rm B}\sqrt{\sigma_{\rm B}^2 + 4\sigma_{-1}^2 - 4\sigma_{\rm T}\sigma_{-1}}}{\sigma_{\rm B}^2 - \sigma_{\rm B}\sqrt{\sigma_{\rm B}^2 + 4\sigma_{-1}^2 - 4\sigma_{\rm T}\sigma_{-1}}} ; \quad (44)$$

• для сталей под действием касательных напряжений τ (см. рис. 31)

$$\psi_{\tau} = \frac{\tau_{-1} - \tau_{ra}}{\tau_{rm}} = \frac{\tau_{-1} \left(\tau_{-1}^{2} + \tau_{B}^{2} - \tau_{T}\tau_{-1} - \tau_{B}\sqrt{\tau_{-1}^{2} + \tau_{B}^{2} - \tau_{T}^{2}}\right)}{\tau_{B} \left(\tau_{T}\tau_{B} - \tau_{-1}\sqrt{\tau_{-1}^{2} + \tau_{B}^{2} - \tau_{T}^{2}}\right)};$$
(45)

 для чугунов с шаровидным графитом под действием нормальных напряжений σ (см. рис. 36)

$$\Psi_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_{ra}}{\sigma_{rm}} = \frac{\sigma_{\mathrm{T}} \sigma_{-1} - \sigma_{-1}^2}{\sigma_{\mathrm{T}}^2 - \sigma_{-1}^2}; \qquad (46)$$

 для чугунов с шаровидным графитом под действием касательных напряжений τ (см. п. 2.4):

$$\Psi_{\tau} = \frac{\tau_{-1} - \tau_{ra}}{\tau_{rm}} = \frac{\tau_{\rm T} \tau_{-1} - \tau_{-1}^2}{\tau_{\rm T}^2 - \tau_{-1}^2}.$$
(47)

Коэффициенты ψ_σ и ψ_τ, рассчитанные нами по формулам (44) – (47) для наиболее применяемых в машиностроении легированных сталей и высокопрочных чугунов, приведены в прил. 1 (табл. П1.4, П1.5).

Для цикла, изображаемого точкой F_1 (см. рис. 48 и 49), коэффициент запаса по текучести определяется по формуле:

$$n_{\rm T} = \frac{OE + EF}{OE_1 + E_1F_1} = \frac{\sigma_{\rm T}}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{\sigma_{\rm T}}{\sigma_{\rm max}}.$$
 (48)

При расчете деталей, выполненных из хрупкого материала, на диаграмме в координатах σ_m - σ_a не имеет смысла проводить линию *KL* (см. рис. 48 и 49), так как весьма хрупкие материалы не имеют условного предела текучести. В этом случае коэффициент запаса вычисляют по формуле (40) (для касательных напряжений с заменой σ на τ).

Для расчета на прочность деталей при действии переменных напряжений с использованием схематизированных диаграмм Серенсена-Кинасошвили (см. рис. 27), Гудмана (см. рис. 31), Рабиновича (см. рис. 32) или по формулам (в) и (г) необходимо определять запасы прочности по формулам (40) и (48) и выбирать наименьшее значение, поскольку мы не знаем, в какой области схематизированной диаграммы находится рабочий цикл.

Предлагаемые автором новые схематизированные диаграммы позволяют также определить, какой вид разрушения является опасным при известных рабочих средних σ_m и амплитудных σ_a напряжениях: усталостное разрушение или детали угрожает разрушение от появления пластических деформаций.

Напомним, что для всех схематизированных диаграмм координаты точки C имеют значения предельных σ_{rm} и σ_{ra} на границе меж-
ду областью, где может произойти усталостное разрушение или детали угрожает разрушение от появления пластических деформаций (см. рис. 51). Если вычислить для напряженного состояния, которое характеризуется точкой $C(\sigma_{rm}, \sigma_{ra})$, коэффициент постоянства нагружения, то он будет численно равен тангенсу угла α_r между линией *OC* (характеризует циклы с постоянным коэффициентом несимметрии *r*) и прямой *CD*, равной предельному амплитудному напряжению σ_{ra} :

$$\chi_{\sigma} = \sigma_{rm} / \sigma_{ra} = \operatorname{tg}(\angle OCD) = \operatorname{tg}\alpha_r$$

Для какого-нибудь цикла, изображенного точкой M_1 , предельный цикл характеризуется точкой M (произойдет усталостное разрушение см. рис. 49), а коэффициент постоянства нагружения равен:

$$\chi_{\sigma 1} = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{ON_1}{N_1 M_1} = \frac{ON}{NM} = \frac{\sigma_m}{\sigma_a}.$$
 (d)

Нетрудно заметить, что $\chi_{\sigma 1} = tg\alpha_1 < tg\alpha_r$. Таким образом, для данного цикла $\chi_{\sigma 1} = \sigma_m / \sigma_a < \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$. Другими словами, для рабочих циклов напряжений, расположенных в области *OAC* (см. рис. 51), в соответствии с (∂) всегда $\chi_{\sigma} = \sigma_m / \sigma_a < \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$. Тогда расчет запаса прочности следует вести по зависимости (40). Для касательных напряжений расчет ведется аналогично зависимости (40) с заменой σ на τ .

Если же рабочий цикл характеризуется точкой F_1 (в области *OCL*), а предельный – точкой F, то $tg\alpha_2 = \chi_{\sigma} = OE_1/E_1F_1 > tg\alpha_r$. Таким образом, для всех циклов в области *OCL* $\chi_{\sigma} = \sigma_m / \sigma_a > \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$. Поскольку для них предельным будет разрушение от появления пластических деформаций (предельные циклы характеризуются точками на прямой *CL*), то расчет следует вести по зависимости (48).

Для касательных напряжений τ область положения рабочих циклов определяется аналогично. Величины предельных значений коэффициента постоянства циклов χ_{σ} и χ_{τ} для легированных сталей и высокопрочных чугунов приведены в прил. 1 (табл. П1.4, П1.5). Заметим, что χ_{σ} и χ_{τ} для всех материалов имеют определенный разбег значений. В случае, если отношение σ_m/σ_a попадает между минимальными и максимальными значениями χ_{σ} и χ_{τ} , то расчет запасов прочности следует провести по зависимостям (40) и (48) и принять минимальное его значение.

Все сказанное выше еще раз проиллюстрировано на рис. 52 с разделением прямой *OC* на области расчета: первая область $\sigma_m/\sigma_a < \sigma_{rm}/\sigma_{ra}$ – разрушение может произойти от усталостной трещины; вторая область $\sigma_m/\sigma_a > \sigma_{rm}/\sigma_{ra}$ – детали угрожает разрушение от появления пластических деформаций.

Коэффициент запаса для детали отличается от коэффициента запаса лабораторного образца, так как необходимо учесть влияние на усталостную прочность детали концентрации напряжений, абсолютных размеров детали и качества ее поверхности введением соответствующих поправочных коэффициентов.



Рис. 52. Применимость схематизированной диаграммы усталостной прочности

Эти поправочные коэффициенты обычно определяют при симметричном цикле, а для постоянных нагрузок они близки к единице. На практике при несимметричном цикле поправочные коэффициенты относят только к переменной части цикла напряжений, т. е. к амплитуде цикла σ_a или τ_a , а расчетные формулы для определения коэффициента запаса для детали имеют следующий вид:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma}}{\beta_{\sigma}\varepsilon_{\sigma\kappa}}\sigma_{a} + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_{m}} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{\beta_{\sigma}}\sigma_{a} + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_{m}};$$
(49)
$$n_{T} = \frac{\sigma_{T}}{\frac{K_{\sigma}}{\beta_{\sigma}\varepsilon_{\sigma\kappa}}\sigma_{a} + \sigma_{m}} = \frac{\sigma_{T}}{\sigma_{max}}.$$
(50)

При расчете обычно рекомендуют [3, 6] определять оба коэффициента запаса – по усталости n_{σ} и текучести n_{τ} , а руководствуются меньшим из них. При расчете же по новым схематизированным диаграммам вычисления ведутся по усталостному разрушению (49), если для рабочих напряжений $\chi_{\sigma} = \sigma_m / \sigma_a < \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$. В противном случае – по формуле (50). Только в случае, когда для рабочих напряжений $\sigma_m / \sigma_a = \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$ рекомендуется проводить расчет по n_{σ} и n_{τ} .

Для осевого растяжения-сжатия в формуле (48) σ_{-1} нужно заменить на σ_{-1}^{o} – предел выносливости при симметричном цикле для осевой деформации.

При расчете деталей, находящихся в условиях чистого сдвига, в формулах (49) и (50) достаточно лишь заменить σ на τ . В результате получим

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau}}{\varepsilon_{\tau\kappa}\beta_{\tau}}\tau_{a} + \psi_{\tau} \cdot \tau_{m}} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{(K_{\tau})_{\Pi}}{\beta_{\tau}}\tau_{a} + \psi_{\tau} \cdot \tau_{m}},$$
(51)

где ψ_{τ} = tg θ (см. п. 2.4 и прил.1, табл. П1.4);

$$n_{\rm T} = \frac{\tau_{\rm T}}{\frac{K_{\rm \tau}}{\varepsilon_{\tau k} \beta_{\rm \tau}} \tau_a + \tau_m} = \frac{\tau_{\rm T}}{\frac{(K_{\rm \tau})_{\rm A}}{\beta_{\rm \tau}} \tau_a + \tau_m} = \frac{\tau_{\rm T}}{\tau_{\rm max}}.$$
 (52)

Величина коэффициента запаса прочности зависит от многих причин. Если условия эксплуатации машины, характер внешних нагрузок и механические характеристики материала хорошо известны, а напряжения определены достаточно точными методами, запасы прочности по усталостному разрушению и текучести могут быть взяты небольшими – в пределах 1,2...1,5; в противном случае их следует увеличить. В среднем величины запасов прочности колеблются в диапазоне $n = n_{\rm T} = 1,5...2,0$. При расчете деталей, выполненных из хрупкого материала, на диаграмме в координатах $\sigma_m - \sigma_a$ не имеет смысла проводить линию *KL* (см. рис. 25), так как весьма хрупкие материалы не имеют условного предела текучести. В этом случае коэффициенты запаса вычисляют для нормальных напряжений по формуле (49), а для касательных – (51). Значения коэффициентов ψ_{σ} выбирают в зависимости от соотношения $\sigma_{rm/\sigma_{\rm R}}$.

Усталостная прочность деталей зависит от условий эксплуатации, конструктивных, технологических и других факторов. Поэтому при конструировании деталей машин расчет на прочность при переменных напряжениях большей частью носит поверочный характер и заключается в определении коэффициента запаса. Но в некоторых простейших случаях возможно непосредственное определение конструктивных размеров деталей по допускаемым напряжениям для данного коэффициента запаса и заданного отношения амплитуды напряжения к среднему напряжению

$$\rho_{\sigma} = \frac{1}{\chi_{\sigma}} = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1 - r}{1 + r}$$

Если известна величина ρ_{σ} при принятом коэффициенте запаса *n*, то допускаемое максимальное напряжение по усталостному разрушению [σ_r], исходя из рассмотренных схематизированных диаграмм (см. рис. 29 – 34), может быть определено из формулы (49)

$$n = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{\beta}} = \frac{\sigma_{-1}}{[\sigma_{a}] \left\{ \frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{\beta} + \psi_{\sigma} \frac{[\sigma_{m}]}{[\sigma_{a}]} \right\}} = \frac{\sigma_{-1}}{[\sigma_{m}] \left\{ \frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{\beta} \cdot \frac{[\sigma_{a}]}{[\sigma_{m}]} + \psi_{\sigma} \right\}}.$$

Из полученных соотношений находим, что

$$[\sigma_{a}] = \frac{\sigma_{-1}}{n} \frac{1}{\frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{\beta} + \psi_{\sigma} \cdot \frac{1}{\rho_{\sigma}}} = \frac{\sigma_{-1}}{n} \frac{\rho_{\sigma}}{\frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{\beta} \cdot \rho_{\sigma} + \psi_{\sigma}};$$

$$[\sigma_{r}] = [\sigma_{a}] + [\sigma_{m}] = \frac{\sigma_{-1}}{n} \cdot \frac{\rho_{\sigma} + 1}{\frac{(K_{\sigma})_{\Pi}}{\beta} \cdot \rho_{\sigma} + \psi_{\sigma}}.$$
 (53)

При кручении

$$[\tau_r] = [\tau_a] + [\tau_m] = \frac{\tau_{-1}}{n} \cdot \frac{\rho_{\tau} + 1}{\frac{(K_{\tau})_{\mathcal{I}}}{\beta} \cdot \rho_{\tau} + \psi_{\tau}}, \qquad (54)$$

где $\rho_{\tau} = \tau_a / \tau_m$.

Допускаемое максимальное напряжение исходя из расчета на текучесть равно

$$[\sigma_r] = \frac{\sigma_{\rm T}}{n};$$
$$[\tau_r] = \frac{\tau_{\rm T}}{n}.$$

Из двух полученных величин для допускаемого напряжения берется меньшее значение.

Примеры расчетов на прочность деталей машин при действии переменных напряжений приведены в учебном пособии [27].

3.2. Определение коэффициента запаса при сложном напряженном состоянии

Многие детали машин: трансмиссионные и коленчатые валы, клапанные пружины поршневых двигателей и др. испытывают переменные во времени напряжения в условиях сложного напряженного состояния. Для расчета таких деталей необходимо, как и в случае статической нагрузки, создать теорию прочности при переменных напряжениях, которая позволила бы судить о прочности материала, находящегося в сложном напряженном состоянии, на основании опытных данных о его прочности при центральном растяжении-сжатии. Напряжения являются переменными величинами, которые могут меняться во времени по различным законам (различные коэффициенты несимметрии, форма кривой, частота), поэтому в случае сложного напряженного состояния большей частью в течение цикла положение главных площадок в одной и той же точке напряженного тела меняется. Это значительно усложняет расчет, и до сих пор вопрос расчета на прочность при переменной нагрузке в случае сложного напряженного состояния еще нельзя считать окончательно решенным, так как экспериментов, подтверждающих правильность той или иной теории, еще очень мало. Рассмотрим наиболее важный и часто встречающийся случай плоского напряженного состояния – совместное действие изгиба и кручения. В результате многочисленных опытов с малоуглеродистыми и различными легированными сталями и специальными чугунами были установлены следующие зависимости между предельными значениями нормальных и касательных напряжений:

• для сталей

$$\left(\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ra}}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1;$$
(55)

• для чугунов

$$\left(\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{-1}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) + \frac{\sigma_{ra}}{\sigma_{-1}} \left(2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right) + \left(\frac{\tau_{ra}}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1,$$
(56)

где σ_{ra} и τ_{ra} – предельные значения амплитуд нормальных и касательных напряжений; σ_{-1} и τ_{-1} – пределы выносливости при симметричном цикле соответственно при изгибе и кручении.

Формулы (55) и (56) были получены при совместном изгибе и кручении из опытов с образцами, нормальные и (касательные напряжения у которых изменялись синфазно (касательные и нормальные напряжения одновременно достигали экстремальных значений) по симметричным циклам (рис. 53).



Рис. 53. Синфазное изменение нормальных и касательных напряжений по симметричным циклам

Сдвиг фаз, как показали исследования С.В. Серенсена [5], не оказывает существенного влияния на прочность деталей, работающих одновременно на изгиб и кручение. Поэтому этими формулами можно пользоваться и тогда, когда напряжения σ и τ изменяются не в одной фазе (несинфазно).

В этом случае расчет по этим формулам приводит к увеличению запаса прочности. Если $\sigma_{-1}/\tau_{-1} = 2$, что характерно для пластичных материалов (малоуглеродистая сталь), то формулы (55) и (56) в этом частном случае совпадают.

Обозначив через σ_a и τ_a значения амплитуд нормального и касательного напряжений для заданного рабочего цикла напряжений и учитывая, что циклы подобны, имеем:

 $\frac{\sigma_{ra}}{\sigma_a} = \frac{\tau_{ra}}{\tau_a} = n -$ коэффициент запаса по усталостному разрушению

(общий коэффициент запаса);

 $\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} = n_{\sigma}$ – частный коэффициент запаса только по изгибу, опре-

деляемый в предположении отсутствия кручения;

 $\frac{\tau_{-1}}{\tau_a} = n_{\tau}$ – частный коэффициент запаса только по кручению.

Используя принятые обозначения, зависимости (55) и (56) можно написать в следующем виде:

$$\left(\frac{n}{n_{\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{n}{n_{\tau}}\right)^2 = 1,$$
(57)

$$\left(\frac{n}{n_{\sigma}}\right)^{2} \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) + \frac{n}{n_{\sigma}} \left(2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right) + \left(\frac{n}{n_{\tau}}\right)^{2} = 1.$$
(58)

Из формулы (57) получаем окончательное выражение для общего коэффициента запаса по усталостному разрушению (формула Гафа и Полларда)

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$
(59)

Формулы (58) и (59) применяют и в случае несимметричных циклов (рис. 54).

В этом случае частные коэффициенты запаса по разрушению для нормальных напряжений (n_{σ}) и касательных напряжений (n_{τ}) определяются по формулам (49) и (51).



Рис. 54. Несинфазное изменение нормальных и касательных напряжений по несимметричным циклам

Коэффициент запаса по текучести определяется по формуле

$$n_{\rm T} = \frac{\sigma_{\rm T}}{\sigma_{\rm 3KB}},\tag{60}$$

где $\sigma_{\rm T}$ – предел текучести; $\sigma_{_{3KB}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ – расчетное эквивалентное напряжение.

При расчете частных коэффициентов прочности по схематизированным диаграммам Серенсена-Кинасошвили или Рабиновича из двух полученных коэффициентов запаса по усталости и текучести прочность оценивается меньшим по величине коэффициентом.

При расчете по **новым схематизированным** диаграммам определяем значение коэффициента постоянства нагружения $\chi_{\sigma} = \sigma_m / \sigma_a$ для рабочих напряжений и сравниваем их с предельными, приведенными в табл. П1.4 – П1.5 прил. 1. Если $\chi_{\sigma} = \sigma_m / \sigma_a < \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$ (аналогично для касательных напряжений), то расчет запаса прочности следует вести по зависимости (59) (по усталости, см. рис. 52). Если же $\chi_{\sigma} = \sigma_m / \sigma_a >$ $> \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$ (аналогично для касательных напряжений), то расчет ведется по зависимости (60) – по текучести.

3.3. Расчет деталей поршневых двигателей

3.3.1. Расчет коленчатого вала четырехтактного двигателя

Коленчатые валы разрушаются от усталости в местах наибольшей концентрации напряжений, обычно у выхода отверстия для смазочного масла на коренных и шатунных шейках вала и у галтелей в сопряжении шеек со щеками.

Нагрузки. Основными нагрузками являются усилия от давления газа в цилиндре двигателя, передающиеся через поршень и шатун на вал, инерционные силы масс (поршень, поршневые кольца, поршневой палец, а также часть массы шатуна, отнесенной к оси поршневого пальца), движущихся возвратно-поступательно, а также центробежные силы инерции неуравновешенных вращающихся масс (щеки, шатунная шейка, часть массы шатуна, отнесенная к оси шатунной шейки). На рис. 55 приведена схема сил, действующих в кривошипно-шатунном механизме поршневого двигателя, из которой следует, что через шатун на шатунную шейку передаются перпендикулярно плоскости кривошипа *тангенциальная сила T* (положительное направление ее выбирается по направлению вращения коленчатого вала) и в плоскости кривошипа *нормальная сила К* (положительное направление ее выбирается по направлению к оси коленчатого вала).

На рис. 56 приведены графики удельных сил (отнесенных к площади поршня) газовых P'_{Γ} , сил инерции масс, совершающих возвратнопоступательное движение P'_{j} , а также суммарных $P'_{s} = P'_{\Gamma} + P'_{j}$ четырехтактного поршневого двигателя в зависимости от угла поворота коленчатого вала (ПКВ). Из графика следует, максимальное и минимальное значения силы P'_{s} , а значит и сил *T* и *K* будут при положении поршня вблизи ВМТ (на тактах расширения и впуска). Как будет показано ниже, это важно для выбора сечения для расчета шатунной шейки при действии переменных напряжений.



Рис. 55. Суммарные силы и моменты, действующие в кривошипно-шатунном механизме

Рис. 56. Графики удельных сил поршневого двигателя p_r , p_j и p_s по углу поворота коленчатого вала на режиме максимального крутящего момента

Расчетная схема кривошипа коленчатого вала однорядного поршневого двигателя приведена на рис. 57, а на рис. 58 – боковая проекция его по щеке.



Рис. 57. Расчетная схема кривошипа



В данном случае рассматривается разрезная схема, когда каждый кривошип рассматривается отдельно. Коренные шейки коленчатого вала обычно выполнены короткими: левая $l_{\kappa.ш.L}$; правая – $l_{\kappa.ш.P}$; диаметр коренной шейки $d_{\kappa.ш}$; толщина щек левой и правой h_L и h_P ; ширина щек в районе перекрытия b; длина шатунной шейки $l_{ш.ш}$; диаметр ее $d_{ш.ш}$, радиус галтели в сопряжении шеек со щекой r.

В шатунной шейке может быть выполнено облегчающее отверстие диаметром δ , смещенное от оси шатунной шейки в плоскости кривошипа вверх на величину *е* (рис. 56). Как правило, в литых коленчатых валах автомобильных двигателей в шатунной шейке облегчающее отверстие не выполняется. В коренных и шатунной шейках имеются отверстия диаметром *а* для подачи масла к вкладышам подшипников.

Расчет нагрузок, действующих на кривошип, проводится по известной методике в результате динамического расчета [27, 28].

Центробежные силы инерции неуравновешенных масс щек равны: левой $K_{rutL} = (m_{utL})_r r\omega^2$; правой $K_{rutP} = (m_{utP})_r r\omega^2$. Центробежные силы инерции неуравновешенных масс противовесов левого $K_{rupL} = (m_{npL})_r r\omega^2$; правого $K_{rupP} = (m_{npP})_r r\omega^2$. Центробежная сила инерции части массы шатуна, отнесенной к оси шатунной шейки, $K_{rut} = m_2 r\omega^2$, а центробежная сила инерции массы шатунной шейки равна $K_{rut.ut} = m_{ut.ut} r\omega^2$. Таким образом, в центре шатунной шейки действует центробежная сила $K_{rut} + K_{rut.ut}$. Здесь введены обозначения: $(m_{utL})_r, (m_{utP})_r, (m_{npL})_r, (m_{npP})_r$ приведенные массы левой и правой щек, а также левого и правого противовесов соответственно; m_2 – часть массы шатуна, отнесенная к шатунной шейке; $m_{ut.ut}$ – масса шатунной шейки; r – радиус кривошипа; ω – частота вращения коленчатого вала на расчетном режиме [28].

Наибольший и наименьший индикаторный крутящий момент (наибольший размах крутящего момента по результатам динамического расчета) определяется также по результатам динамического расчета (по максимальному и минимальному значению тангенциальной силы T).

Для расчета на изгиб элементов коленчатого вала выбираем по результатам динамического расчета наибольшие и наименьшие значения сил *K* и *T* (см. рис. 57). Как следует из рис. 56 при угле $\phi \approx 360^{\circ}$ ПКВ – T_{max} и K_{max} , а при $\phi \approx 0^{\circ}$ ПКВ – T_{min} и K_{min} (причем обе силы в соответствии с принятыми правилами знаков отрицательные).

Сначала определим реакции на левой и правой опорах коленчатого вала:

от сил, действующих в плоскости кривошипа, при максимальном значении K_{max} :

$$\begin{split} \sum M_{A} = & (K_{rmL} - K_{rmpL}) 0,5(l_{\kappa.mL} + h_{L}) + (K_{rm.m} + K_{rm})(0,5l_{\kappa.mL} + h_{L} + 0,5l_{m.m}) - \\ & - K_{max} (0,5l_{\kappa.mL} + h_{L} + 0,5l_{m.m}) + (K_{rmP} - K_{rmP})(0,5l_{\kappa.mL} + h_{L} + l_{m.m} + 0,5h_{P}) + \\ & + R_{yP}l_{\kappa p} = 0; \\ & \sum M_{B} = (K_{rmpL} - K_{rmL})(0,5l_{\kappa.mP} + 0,5h_{L} + l_{m.m} + h_{P}) - \\ & - (K_{rm.m} + K_{rm})(0,5l_{\kappa.mP} + h_{P} + 0,5l_{m.m}) + K_{max} (0,5l_{\kappa.mP} + h_{P} + 0,5l_{m.m}) - \\ & - (K_{rm.P} - K_{rmpP})(0,5l_{\kappa.mP} + 0,5h_{P}) + R_{yL}l_{\kappa p} = 0; \end{split}$$

от сил, действующих в плоскости кривошипа, при минимальном значении K_{\min} :

$$\begin{split} \sum M_{A} &= +K_{ruL} - K_{rupL} \left(0.5(l_{k.mL} + h_{L}) + (K_{ru.m} + K_{rm})(0.5l_{k.mL} + h_{L} + 0.5l_{m.m}) + K_{min} \left(0.5l_{k.mL} + h_{L} + 0.5l_{m.m} \right) + (K_{rmP} - K_{rmP})(0.5l_{k.mL} + h_{L} + l_{m.m} + 0.5h_{P}) + K_{yP}l_{kp} = 0; \\ \sum M_{B} &= (K_{rmpL} - K_{rmL}) \left(0.5l_{k.mP} + 0.5h_{L} + l_{m.m} + h_{P} \right) - (K_{rm.m} + K_{rm})(0.5l_{k.mP} + h_{P} + 0.5l_{m.m}) - K_{min} \left(0.5l_{k.mP} + h_{P} + 0.5l_{m.m} \right) - (K_{rmP} - K_{rmP})(0.5l_{k.mP} + 0.5h_{P}) + R_{yL}l_{kp} = 0; \end{split}$$

от сил, действующих перпендикулярно плоскости кривошипа, при максимальном значении $T_{\rm max}$:

$$\sum M_{A} = R_{xP}l_{kp} - T_{max}(0.5l_{k.mL} + 0.5l_{m.m} + h_{L}) = 0;$$

$$\sum M_{B} = -R_{xL}l_{kp} + T_{max}(0.5l_{k.mP} + 0.5l_{m.m} + h_{P}) = 0;$$

от сил, действующих перпендикулярно плоскости кривошипа, при минимальном значении *T*_{min}:

$$\sum M_{A} = R_{xP}l_{\kappa p} - T_{\min}(0.5l_{\kappa.mL} + 0.5l_{m.m} + h_{L}) = 0;$$

$$\sum M_{B} = -R_{xL}l_{\kappa p} + T_{\min}(0.5l_{\kappa.mP} + 0.5l_{m.m} + h_{P}) = 0.$$

Здесь R_{yL} и R_{yP} – реакции от сил, действующих в плоскости кривошипа на левой и правой опорах отдельно выделенного кривошипа; R_{xL} и R_{xP} – реакции от сил, действующих перпендикулярно плоскости кривошипа на левой и правой опорах отдельно выделенного кривошипа.

После подстановки величин в уравнения равновесия получим значение реакций на опорах от действия сил в плоскости кривошипа:

при значении K_{max} $R_{yL} > 0$; $R_{yP} > 0$; а также при значении K_{min} $R_{yL} < 0$, $R_{vP} < 0$;

от действия сил в плоскости, перпендикулярной плоскости кривошипа:

при значении $T_{\text{max}} R_{xL} > 0; R_{xP} > 0;$

при значении $T_{\min} R_{xL} < 0, R_{xP} < 0.$

Расчет коренной шейки. Расчет коренной шейки проводим в двух сечениях: сопряжения ее со щекой и по сечению, где имеется отверстие для подачи масла к вкладышам подшипника (на рис. 57 и 59 оно совпадает с опорой *A*). Штампованный (кованый) коленчатый вал обычно изготавливается из легированной стали (механические характеристики их приведены в прил. 1, табл. П1.1).

При расчете по разрезной схеме коренные шейки рассчитывают только на кручение без учета напряжений изгиба, мало влияющих на запас прочности (по некоторым данным в пределах 3...4 % [13]). При действии крутящего момента в поперечном сечении коренной шейки возникают касательные напряжения:

от максимального $M_{
m kp.\ max}$ и минимального $M_{
m kp.\ min}~(<0)$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{ Kp. max}}}{W_{p \text{ K.III}}} \quad (>0); \ \tau_{\min} = \frac{M_{\text{ Kp. min}}}{W_{p \text{ K.III}}} \quad (<0), \tag{a}$$

где $W_{p \, \text{к.ш}} = J_p \frac{2}{d_{\text{к.ш}}} \xi_{\text{кр}} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{d_{\text{к.ш}}^4 - \delta_{\text{к.ш}}^4}{d_{\text{к.ш}}} \xi_{\text{кр}}$ – момент сопротивления ко-

ренной шейки при кручении; *I*_p – полярный момент инерции коренной

шейки $J_p = \frac{\pi (d_{\kappa...}^4 - \delta_{\kappa...}^4)}{32}$; $d_{\kappa...}$ – диаметр коренной шейки; δ – диаметр внутреннего облегчающего отверстия (если оно имеется); $\xi_{\kappa p}$ – поправочный коэффициент, учитывающий наличие отверстия для подачи масла (прил. 14). Если в конструкции коленчатого вала в коренной шейке нет облегчающего отверстия, то $\delta = 0$.

Для поперечного сечения коренной шейки в сопряжении со щекой $\xi_{\text{кр.}}=1$ (отверстие расположено в центре коренной шейки, рис. 59), однако имеется круговая выточка глубиной r_1 . Поэтому в расчетах учитываем диаметр коренных и шатунных шеек за вычетом $2r_1$ (см. рис. 59).



Рис. 59. Чертеж коленчатого вала четырехтактного дизеля: 1, 4, 5 – площадки для установки противовесов; 2, 3 – щеки

Таким образом, полярный момент сопротивления коренной шейки равен

$$W_{p\,\text{K.III}} = \frac{\pi (d_{\text{K.III}} - 2r_1)^3}{16}$$

После определения τ_{max} и τ_{min} находим амплитудное и среднее напряжения цикла:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2};$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}.$$
 (6)

Запас прочности n_{τ} коренной шейки от действия переменного крутящего момента находим по формуле (49)

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{(K_{\tau})_{\Pi}}{\beta_{\tau}}\tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m}.$$

Из прил. 13, рис. П13.2 при $r/d_{\text{ш.ш}}$ определим (K_{τ})_Д – эффективный коэффициент концентрации напряжений при кручении; из рис. 42 – β_{τ} – коэффициент, учитывающий обработку поверхности; из прил. 1, табл. П1.4 ψ_{τ} – коэффициент, учитывающий влияние среднего напряжения в соответствии с предлагаемой автором новой схематизированной диа-граммой.

Для ступенчатого вала K_{τ} определяется из прил. 2 и 3.

Учет влияния крутильных колебаний производится приближенно: в запас прочности вводится коэффициент динамического усиления λ_д. Значения коэффициента динамического усиления приведены в табл. 4.

Таблица 4

Значение коэффициента динамического усиления

Число								
шеек	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda_{ m II}$	1,07	1,14	1,21	1,28	1,35	1,42	1,49	1,56

Запас прочности с учетом коэффициента динамического усиления

$$n_{\tau} = n_{\tau} / \lambda_{\pi}$$

Момент сопротивления при кручении в сечении коренной шейки *А-А*, где имеется отверстие диаметром *а* для подачи масла (см. рис. 57), равен

$$W_{p\,\mathrm{K},\mathrm{III}} = \frac{\pi d_{\mathrm{K},\mathrm{III}}^3}{16} \xi_{\mathrm{Kp.}}.$$

Из прил. 14 при *а/d* определяем $\xi_{\kappa p}$.

Величину максимального и минимального напряжений находим в соответствии с (*a*), а амплитудное и среднее напряжения по формуле (δ). Запас прочности n_{τ} при переменных касательных напряжениях в поперечном сечении коренной шейки *A*-*A* (см. рис. 59) рассчитываем по формуле (51)

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\left(K_{\tau}\right)_{\square}}{\beta_{\tau}}\tau_{a} + \psi_{\tau} \cdot \tau_{m}}$$

Здесь при *а/d* прил. 4, рис. П4.3 прямая 1 находим (K_τ)_д, из прил. 1, табл. П1.1: τ₋₁; табл. П1.4 ψ_τ; β_τ (см. табл. 2 – поверхностная закалка токами высокой частоты). Для вала с выточкой при изгибе и кручении используются прил. 5, 6, для плоских деталей – прил. 7, для напрессованных деталей – прил. 8. Для резьбовых соединений используется материал прил. 9 – 11, для валов со шпоночными пазами – прил. 12.

Подставив найденные значения коэффициентов, получим n_{τ} .

Действительный запас прочности равен

$$n_{\tau} = n_{\tau} / \lambda_{\mu}. \tag{6}$$

Коэффициенты запаса прочности коренных шеек коленчатых валов поршневых двигателей рекомендуется принимать не менее 3,0.

Шатунная шейка. Запасы прочности шатунной шейки определим в двух сечениях – в сопряжении со щекой (сечение I-I, см. рис. 57) и в сечении, где расположено смазочное отверстие (сечение II-II, см. рис. 59). По результатам динамического расчета определим на расчетном режиме [28] наибольший $M_{\rm III,III,max}$ и минимальный $M_{\rm III,III,min}$ крутящие моменты при соответствующих углах поворота коленчатого вала (ПКВ).

Момент сопротивления при кручении шатунной шейки в сечении I-I равен $W_{\text{р.ш.ш}} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{d_{\text{ш.ш}}^4 - \delta_{\text{ш.ш}}^4}{d_{\text{ш.ш}}} \lambda$; $d_{\text{ш.ш}}$ – диаметр шатунной шейки в сопряжении со щекой (см. рис. 58); δ – облегчающее отверстие (см. рис. 58); λ – поправочный коэффициент, учитывающий эксцентриситет облегчающего отверстия (прил. 15). В расчетах принимается действительный диаметр шатунной шейки из-за уменьшения его из-за выточки (см. рис. 59).

Максимальное и минимальное касательные напряжения равны

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{m.m.max}}}{W_{p\,\text{m.m.}}} \quad (>0); \ \tau_{\min} = \frac{M_{\text{m.m.min}}}{W_{p\,\text{m.m.}}} \quad (<0), \tag{2}$$

Амплитудное и среднее напряжения определим по формуле (δ).

Из прил. 13, рис. П13.2 при отношении радиуса галтели к диаметру шатунной шейки при переходе к щеке r/d определим $(K_{\tau})_{Д}$; из рис. 42 – β ; из прил. 1, табл. П1.4 ψ_{τ} . Таким образом, частный запас прочности шатунной шейки в сечении I-I (по галтели при переходе от шейки к щеке) при кручении определяем по формуле (51).

Действительный запас прочности находим по формуле (в).

Для определения коэффициента запаса прочности в сечении II-II, где имеется отверстие диаметром *а* для подачи масла (см. рис. 59), определим полярный момент сопротивления шатунной шейки в сечении II-II (см. рис. 59)

$$W_{p\,\mathrm{m.m}} \frac{\pi}{16} \cdot \frac{d_{\mathrm{m.m}}^4 - \delta_{\mathrm{m.m}}^4}{d_{\mathrm{m.m}}} \cdot \lambda \cdot \xi_{\mathrm{kp.}}. \tag{0}$$

Из прил. 14 при *a/d* находим $\xi_{\text{кр.}}$; из прил. 15 – λ .

Максимальные и минимальные касательные напряжения в сечении определяются по формуле (a), а амплитудное и среднее напряжения – по (δ).

Запас прочности n_{τ} шатунной шейки в сечении II-II от действия переменных крутящих моментов находим по формуле (51). Из прил. 4, рис. П4.3 при *a/d* и значении $\sigma_{\rm B}$ находим (K_{τ})_Д; из табл. 3 – β при поверхностной закалке токами высокой частоты, из табл. П1.4 – ψ_{τ} . Действительный запас прочности рассчитаем по формуле (*г*).

Определим напряжения в сечениях I-I и II-II шатунной шейки от действия изгибающих моментов.

Изгибающий момент в сечении сопряжения шатунной шейки со щекой (сечение I-I, см. рис. 57) от сил, действующих в плоскости кривошипа (момент относительно оси x), равен (положительный знак момента принимается, как в курсе сопротивления материалов, когда верхние волокна вала, обращенные к положительному направлению оси y, находятся в сжатой зоне, рис. 60)

• от максимальных сил

 $M_{x} = R_{yL \max} (0.5 \cdot l_{\text{K.III}} + h_{L}) - (K_{r \text{III}} - K_{r \text{III}}) 0.5 h_{L};$

• от минимальных сил

 $M_{x} = R_{yL\min}(0.5 \cdot l_{K,IIIL} + h_{L}) - (K_{rIIIL} - K_{rIIIL})0.5h_{L}.$

В плоскости, перпендикулярной плоскости кривошипа, (положитель-

ный знак момента принимается, если верхние волокна вала, обращенные к положительному направлению оси *х* (см. рис. 60), находятся в сжатой зоне):

• от максимальных сил $M_y = R_{xL \max} (0.5l_{k.mL} + h_L);$

• от минимальных сил

 $M_{y} = R_{xL\min}(0.5l_{x.mL} + h_{L})$.

В общем случае максимальное и минимальное напряжения должны быть вычислены с учетом изгиба шатунной шейки в двух плоскостях по зависимости



Рис. 60. Схема деформации шатунной шейки при действии изгибающих моментов в плоскости кривошипа и перпендикулярно ей

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{I_x} y \pm \frac{M_y}{I_y} x.$$

Здесь *х* и *у* – координаты точки поперечного сечения, в которой напряжения достигают максимума или минимума.

Осевой момент инерции шатунной шейки в сечении I-I

$$I_{x} = I_{y} = \frac{\pi \left(d_{\text{m.m}}^{4} - \delta_{\text{m.m}}^{4} \right)}{64}.$$

Приведенная зависимость не учитывает эксцентричное смещение облегчающего отверстия. В действительности момент инерции относительно оси *x* равен

$$I_{x} = \frac{\pi d_{\text{m.m}}^{4}}{64} \left[1 - \left(\delta / d_{\text{m.m}} \right)^{4} - 16 \frac{\left(\delta / d_{\text{m.m}} \right)^{2} \left(e / d_{\text{m.m}}^{2} \right)^{2}}{1 - \left(\delta / d_{\text{m.m}} \right)^{2}} \right].$$
(e)

Поскольку, как правило, в коленчатых валах поршневых двигателей смещение e намного меньше $d_{\text{ш.ш}}$, то расчет с учетом эксцентричного смещения осевого момента инерции в приведенном примере (e) меняется только на 0,5 %. Поэтому расчет будем вести без учета этой поправки.

Так как шатунная шейка имеет круглое поперечное сечение, то определить напряжения от изгиба можно от суммарного изгибающего момента (косой изгиб не возникает). Поэтому напряжение может быть найдено по формуле

$$\sigma = \pm \frac{M_{\Sigma}}{W},$$

где M_{Σ} – суммарный изгибающий момент; $W = 2I_x/d_{\text{ш.ш}}$ – момент со-противления поперечного сечения при изгибе.

Поскольку от максимальных сил максимальный изгибающий момент $M_{\rm изг.\,max} = \sqrt{M_{x\,max}^2 + M_{y\,max}^2}$, то максимальное нормальное напряжение возникает в точке поперечного сечения с угловой координатой от вертикальной оси, определяемой $\alpha_{\rm max} = \arccos \alpha = \arccos(M_{xmax} / M_{\rm изг.max})$ (см. рис. 60). От минимальных сил $M_{\rm изг.min} = \sqrt{M_{x\,min}^2 + M_{y\,min}^2}$, а минимальное напряжение расположено в точке с угловой координатой (отсчет ведется от вертикальной оси) $\alpha_{\rm min} = \arccos \alpha = \arg(M_{xmin} / M_{\rm изг.min})$.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{I_x} \cdot \frac{d_{\max}}{2} \cos \alpha_{\max}^{\circ} + \frac{M_{y\max}}{I_y} \cdot \frac{d_{\max}}{2} \sin \alpha \max^{\circ};$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\mu 3 \Gamma. \max}}{W}.$$

ИЛИ

Минимальное напряжение в той же точке равно

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{x\min}}{I_z} \cdot \frac{d_{\min}}{2} \cos \alpha_{\min}^{\circ} + \frac{M_{y\min}}{I_z} \cdot \frac{d_{\min}}{2} \sin \alpha_{\min}^{\circ};$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\mu 3 \Gamma. \min.}}{W}.$$

ИЛИ

На рис. 61 приведена схема нагружения шатунной шейки относительно осей x и y моментами M_x и M_y при действии максимальных и минимальных сил. Заметим, что углы α_{min} и α_{max} мало отличаются друг от друга (в пределах 1 %), так как нагрузки определяются, когда поршень располагается вблизи ВМТ.

Вычислим амплитудное и среднее напряжения при изгибе в сечении I-I (сопряжение шатунной шейки со щекой, см. рис. 55)

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \ \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}. \tag{3c}$$

Из прил.13, рис. П13.1 при r/h находим эффективный коэффициент концентрации напряжений с учетом масштабного фактора (K_{σ})_д, β =1,3. Запас прочности при изгибе в сечении I-I определяется по формуле (49). Общий запас прочности шатунной шейки в сечении I-I рассчитаем по формуле (59).

Для рассматриваемой конструкции коленчатого вала ось отверстия для подачи масла к шатунным подшипникам перпендикулярна плоскости кривошипа (см. рис. 59). В этом случае учитываются только изгибающие моменты как раз в этой плос-



Рис. 61. Схема нагружения шатунной шейки изгибающими моментами

кости, так как при изгибе шатунной шейки от сил, действующих в плоскости кривошипа в сечении, где расположено отверстие для подачи масла (см. рис. 57), напряжение равно нулю.

Если, как и раньше, примем знак изгибающего момента положительным, если при деформации изгиба верхние волокна вала, обращенные к положительному направлению оси x (см. рис. 59) будут располагаться в сжатой зоне, тогда изгибающие моменты равны:

от максимальных сил

$$M_{y} = R_{xL \max} (0.5l_{x.mL} + h_{L} + 0.5l_{m.m});$$

от минимальных сил

$$M_{y} = R_{xL\min}(0.5l_{\text{K,III}} + h_{L} + 0.5l_{\text{III,III}}).$$

Момент сопротивления при изгибе шатунной шейки в сечении II-II (см. рис. 57)

$$W_{\rm MSr.\,m.m} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_{\rm m.m}^4 - \delta_{\rm m.m}^4}{d_{\rm m.m}} \xi_{\rm MSr.\,.}$$

В расчете принять значение $\xi_{_{\rm ИЗГ.}}$ из прил. 14 при некотором значении a/d.

В окрестности точки, где расположено смазочное отверстие, максимальное и минимальное нормальные напряжения равны

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{y\max}}{W_{\text{M3T.III.III}}}; \ \sigma_{\min} = \frac{M_{y\max}}{W_{\text{M3T.III.III}}}.$$

Вычислим по формуле (*ж*) амплитудное и среднее напряжения при изгибе шатунной шейки в сечении II-II.

Из прил.4, рис. П4.1 при a/d находим эффективный коэффициент концентрации напряжений с учетом масштабного фактора (K_{σ})_д, β (см. табл. 3, закалка ТВЧ); ψ_{σ} .

Запас прочности при изгибе в сечении II-II определяется по формуле (49). Общий запас прочности шатунной шейки в сечении II-II находим по формуле (59). Коэффициент запаса прочности шатунных шеек коленчатых валов поршневых двигателей рекомендуется принимать не менее 1,7...1,9.

Расчет щеки коленчатого вала. В работах [24 - 26] был предложен расчет щеки коленчатого вала поршневого двигателя с положительным перекрытием, где было показано, что разрушение по щеке от действия переменных напряжений происходит по сечению, проходящему от точки *A* сопряжения шатунной шейки со щекой в плоскости кривошипа до такой же точки сопряжения коренной шейки со щекой – по линии 2-2 (рис. 62). В точке *A* возникает максимальное нормальное напряжение от изгиба под действием сил, действующих в плоскости кривошипа, а также максимальное касательное напряжение под действием крутящих моментов. Как показали результаты исследований характера разрушения коленчатых валов в эксплуатации [13], именно в точке *A* появляется трещина, которая под действием переменного изгибающего момента развивается вглубь щеки и приводит к разрушению по линии 2-2. Развитию трещины способствуют максимальные касательные напряжения на внешней поверхности шатунной шейки.



Для определения изгибающего момента, деформирующего щеку, необходимо взять сумму моментов всех сил, действующих в плоскости кривошипа, относительно точки *С* – середины толщины щеки (см. рис. 57 и

Рис. 62. Расчетная схема щеки коленчатого вала

62). Так, если проводить расчет левой щеки (см. рис. 57) в этом случае изгибающий момент в плоскости кривошипа равен $M_{\text{изг.}} = 0.5(l_{\text{к.ш}} + h_L)R_{vL}$.

От действия максимальной нагрузки изгибающий момент $M_{_{\rm ИЗГ.max}}$ $M_{_{\rm ИЗГ.max}} = 0.5 R_{_{\rm YL\,max}} (l_{_{\rm K.III}} + h_{_L});$ от действия минимальной нагрузки изгибающий момент $M_{\rm изг.min}$

$$M_{_{\mu 3 \Gamma. \min}} = 0.5 R_{_{yL \min}} (l_{_{\kappa. \mu}} + h_L)$$

Определим перекрытие шатунной шейки (см. рис. 62)

$$\Delta = \frac{d_{\text{K,III}} + d_{\text{III,III}}}{2} - r_{\text{Kp.}}$$

Находим *h*₁ (см. рис. 60)

$$h_1 = \sqrt{h_L^2 + \Delta^2}$$

Зная ширину щеки в области перекрытия *b*, рассчитаем момент сопротивления щеки при изгибе

$$W_{\rm M3\Gamma.} = \frac{bh_1^2}{6}$$

Максимальное и минимальное нормальные напряжения равны

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\mu_{3\Gamma},\max}}{W_{\mu_{3\Gamma}}}; \quad \sigma_{\min} = \frac{M_{\mu_{3\Gamma},\min}}{W_{\mu_{3\Gamma}}}.$$

По формуле (\mathcal{H}) находим амплитудное σ_a и среднее σ_m напряжения цикла, а запас прочности при изгибе – по (49).

От кручения запас прочности в окрестности точки *А* вычисляется ранее при расчете шатунной шейки на кручение.

Общий запас прочности щеки определяется по формуле (59). Коэффициенты запаса прочности щеки коленчатого вала рекомендуется принимать не менее 1,6...1,9.

3.3.2. Расчет поршневого пальца

Поршневой палец плавающего типа (не имеет закрепления ни в поршневой головке шатуна, ни в бобышках поршня) двигателя испытывает сложную деформацию от переменных нагрузок, которую условно можно расчленить на изгиб, срез и овализацию (рис. 63, где показано действие инерционной нагрузки). В закрепленных пальцах последняя деформация отсутствует.

На поршневой палец действует максимальная нагрузка на такте впуска от сил инерции массы поршневой группы при работе на режиме максимальной частоты вращения холостого хода

$$P_{j\Pi\Gamma} = m_{\Pi\Gamma} \omega_{xx\max}^2 r(1+\lambda), \qquad (a)$$

где $m_{\rm nr}$ – масса поршневой группы (без массы поршневого пальца); $\omega_{\rm xxmax} = (\pi n_{\rm xxmax})/30$ – угловая частота вращения коленчатого вала на режиме холостого хода при максимально допустимой n_{xxmax} ; r – радиус кривошипа; $\lambda = r/l_{m}$; l_{m} – длина шатуна.

Кроме того, на расчетном режиме (максимального крутящего момента или номинальном) на поршневой палец на такте расширения действует нагрузка

$$P_{s} = P_{\Gamma} - P_{j\Pi\Gamma} = (p_{z} - p_{0})F_{\Pi} - m_{\Pi\Gamma}\omega^{2}r(1+\lambda), \qquad (\delta)$$

где p_z – максимальное давление сгорания на расчетном режиме; p_0 – атмосферное давление; ω – угловая частота вращения коленчатого вала на этом же режиме.

Деформация поршневого пальца от нагрузки P_S будет аналогичной, приведенной на рис. 61, только нагрузка меняет направление на 180°.

Максимальной расчетной нагрузкой для пальца является усилие, с которым палец прижимается к бобышкам поршня (или на такте впуска по формуле (*a*) или на такте расширения – по (δ)). На рис. 64 приведена расчетная схема поршневого пальца при действии на него инерционной нагрузки. Для данной схемы нагрузки напряжения изгиба (в центре поршневого пальца)

$$\sigma = \frac{M_{\text{max}}}{W} = \frac{P(l+2b-1,5a)}{1,2d_{\Pi}^3(1-\alpha^4)},$$
 (6)

где $\alpha = \delta_{\Pi} / d_{\Pi}$ – отношение внутреннего диаметра δ_{Π} пальца к внешнему d_{Π} ; *P* – сила на расчетном режиме (по зависимостям (*a*) или (*б*)); остальные размеры – в соответствии с рис. 62.





Рис. 63. Виды деформаций поршневого пальца: *а* – изгиб в продольном направлении; *б* – срез; *в* – овализация

Рис. 64. Расчетная схема поршневого пальца

Для того чтобы был понятен характер деформации поршневого пальца, уточним его расчетную схему, показав действие суммарной и инерционной нагрузок (рис. 65 и 66).



Рис. 65. Расчетные схемы нагружения поршневого пальца от суммарных сил P_s : a – при расчете на изгиб и срез; δ – при расчете на овализацию

Рис. 66. Расчетные схемы нагружения поршневого пальца от сил инерции P_{jnr} : *а* – при расчете на овализацию *б* – при расчете на изгиб и срез

При определении напряжений изгиба возможны затруднения в выборе схемы нагружения пальца. В работе [3] рекомендуют определять максимальные напряжения изгиба пальца как балки с нагрузкой, изображенной на рис. 65 и 66.

По формуле (*в*) определяются напряжения σ_{max} и σ_{min} от сил P_s и P_{jnr} (формулы (б) и (*a*)), далее амплитудные и средние напряжения по формулам (3) и (4), а также запас прочности при переменных напряжениях по зависимости (49). На расчетной схеме рис. 65 верхние волокна поршневого пальца растянуты, по схеме на рис. 66 – наоборот сжаты.

Максимальная срезывающая сила действует на палец в сечениях, расположенных в зазорах между торцами бобышек и втулки шатуна. Максимальное касательное напряжение для этих сечений в нейтральной плоскости балки

$$\tau = \frac{0.85P(1+\alpha+\alpha^2)}{d_{\pi}^2(1-\alpha^2)}.$$
 (2)

Здесь обозначения те же, что и в формуле (*в*). По формуле (*г*) определяются напряжения τ_{max} и τ_{min} от сил P_s и P_{jnr} (формулы (*б*) и (*a*)), далее амплитудные τ_a и средние напряжения τ_m по формулам (3) и (4) (с заменой о на τ), а также запас прочности при переменных напряжениях по зависимости (51).

В результате овализации поперечных сечений в пальце возникают напряжения изгиба. Для характерных точек сечения пальца 1, 2, 3 и 4 (рис. 67) их определяют по следующим формулам.

На внешней поверхности пальца в точке 1

$$\sigma_{a\phi=0} = \frac{P}{ld_{\pi}} \left[0,19 \frac{(2+\alpha)(1+\alpha)}{(1-\alpha)^2} - \frac{1}{1-\alpha} \right] k = \frac{P}{ld_{\pi}} \eta_1.$$
 (d)

На внутренней поверхности пальца в точке 2

$$\sigma_{i\varphi=0} = -\frac{P}{ld_{\pi}} \left[0.19 \frac{(2+\alpha)(1+\alpha)}{(1-\alpha)^2 \alpha} + \frac{1}{1-\alpha} \right] k = -\frac{P}{ld_{\pi}} \eta_2.$$
 (e)

На внешней поверхности пальца в точке 3

$$\sigma_{a\phi=90^{\circ}} = -\frac{P}{ld_{\pi}} \left[0,174 \frac{(2+\alpha)(1+\alpha)}{(1-\alpha)^2} + \frac{1}{1-\alpha} \right] k = -\frac{P}{ld_{\pi}} \eta_3.$$
 (*HC*)

На внутренней поверхности пальца точке 4

$$\sigma_{i\varphi=90^{\circ}} = \frac{P}{ld_{\Pi}} \left[0,174 \frac{(2+\alpha)(1+\alpha)}{(1-\alpha)^{2}\alpha} - \frac{0,636}{1-\alpha} \right] k = \frac{P}{ld_{\Pi}} \eta_{4}.$$
(3)

На рис. 67 приведены эпюры напряжений σ_a и σ_b возникающих вследствие овализации, а на рис. 68 – значения функций η и коэффициента k в зависимости от α . Из рис. 68 видно, что для всех значений α величина η_2 является максимальной. Однако она определяет напряжения сжатия, которые менее опасны, чем напряжения растяжения. Необходимо отметить, что нецементованная внутренняя поверхность пальца испытывает напряжения растяжения, вызванные термохимической обработкой его наружной поверхности. В точке 2 они частично уравновешиваются напряжением от газовой нагрузки, а в точке 4 напряжения суммируются. Поэтому напряжения от овализации оцениваются главным образом по уравнению (u), а для построения эпюры используются уравнения (∂) – (\mathcal{K}) (см. рис. 67).

Приведенные эпюры напряжений построены по следующим зависимостям:

для внешней поверхности

$$\sigma_a = \frac{Pr}{hl} \left[2 \frac{6r+h}{h(2r+h)} f_2 - \frac{f_1}{r} \right] k; \qquad (u)$$

для внутренней поверхности

$$\sigma_a = -\frac{\Pr}{hl} \left[2 \frac{6r - h}{h(2r - h)} f_2 + \frac{f_1}{r} \right] k, \qquad (\kappa)$$

где h – толщина стенки пальца; $h = \frac{d_n - \delta_{\Pi}}{2} = d_n \frac{1 - \alpha}{2}$; $r = d_n/2$; f_1 и f_2 – безразмерные функции, зависящие от угла φ (в радианах); $f_1 = 0.5 \cos \varphi + 0.3185 \sin \varphi - 0.3185 \varphi \cos \varphi$;

 $f_2 = f_1 - 0,406$.





Рис. 67. Эпюра напряжений от овализации пальца

Рис. 68. Графики для определения величин k, η_1 , η_2 , η_3 , η_4

На рис. 67 показана эпюра напряжений от овализации при действии нагрузки P_s , а при действии силы P_{jnr} характер эпюры будет аналогичный, только сила будет действовать сверху (на рис. 67 отмечено P_{jnr} или P_s). Однако в точке 4 напряжение σ_i также будет положительным.

По формуле (3) определяются напряжения σ_{max} и σ_{min} от сил P_s и P_{jnr} , далее амплитудные и средние напряжения – по формулам (3) и (4), а также запас прочности при переменных напряжениях по зависимости (49). Рекомендуемые запасы выносливости $n \ge 2$.

3.4. Детерминированные модели усталостной долговечности при стационарном нагружении

Приведенная ранее детерминированная модель усталостной долговечности $\sigma_a^{m(\sigma_a,T)}\overline{N} = C(\sigma_a,T)$ распространяется с помощью **принци**- па эквивалентности на более сложные элементы конструкции и условия нагружения. В соответствии с принципом эквивалентности приведенная выше зависимость считается справедливой для эквивалентных напряжений

$$\sigma_{ae}^{m(\sigma_{ae},T)} = C(\sigma_{ae},T), \tag{61}$$

где σ_{ae} – эквивалентное напряжение, равное

$$\sigma_{ae} = \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta_{\sigma}}\sigma_{ia} + \psi_{\sigma}\sigma_{1m},$$
(62)

где K_{σ} – эффективный коэффициент концентрации напряжений; ε_{σ} – масштабный коэффициент (влияние абсолютных размеров детали); β_{σ} – коэффициент поверхностной чувствительности; ψ_{σ} – коэффициент, учитывающий влияние средних напряжений на предел выносливости (см. п. 2);

$$\sigma_{ia} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + ... + 6\tau_{xya}^2 + ...},$$
(63)

 σ_{ia} – интенсивность амплитуд переменных напряжений цикла $\sigma_{xa}, \sigma_{ya}, ..., \tau_{xya}, \tau_{yza}, ...$ (вычисленных по известному тензору напряжений); σ_{1m} – наибольшее постоянное напряжение цикла (первое главное напряжение).

Для малопластичных и хрупких материалов следует учесть влияние нормальных переменных напряжений, и тогда эквивалентное напряжение

$$\sigma_{ae} = \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta_{\sigma}} \left[\frac{1}{\sqrt{3}-1} \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1 \right) \sigma_{ia} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} \left(\sqrt{3} - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right) \sigma_{1a} \right] + \psi_{\sigma}\sigma_{1m},$$

где σ_{1*a*} – наибольшая амплитуда нормальных напряжений; σ₋₁, τ₋₁ – пределы выносливости при изгибе (растяжении-сжатии) и кручении.

При расчете деталей ДВС методом конечных элементов (МКЭ) по известным компонентам тензора напряжений можно определить главные напряжения σ_i (i = 1,2,3) и главные площадки при действии максимальной и минимальной нагрузок, а также найти коэффициент n_{σ} по формуле (49) для эквивалентных напряжений.

Однако, как отмечает И. А. Биргер [11], модель усталостной долговечности (61) еще не получила в полном объеме экспериментальной проверки и ее можно использовать только для приближенной оценки. Поэтому вопрос о выборе модели усталостной долговечности при сложном напряженном состоянии остается открытым особенно при расчете деталей ДВС численными методами.

Сложность возникает в том, что при таком расчете из анализа выпадает тот очевидный факт, что при действии на деталь максимальных и минимальных нагрузок главные площадки в пространстве будут располагаться по-разному [14, 18, 19, 27, 30, 31], т. е. главные площадки от действия максимальных и минимальных нагрузок располагаются в разных сечениях детали и, как правило, не совпадают. Это означает, что при расчете, например, плоского напряженного состояния амплитудные σ_a и средние σ_m напряжения фактически вычисляются по максимальным σ_{max} , τ_{max} и минимальным σ_{min} , τ_{min} напряжениям, действующим в разных площадках, или определяются для некоторой усредненной площадки.

При расчете МКЭ с помощью плоской конечно-элементной схемы детали в каждой узловой точке ее тензоры *T* напряжений определяют в виде (рис. 69):

$$T = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix}.$$
 (64)

При этом вполне естественным является то, что компоненты тензора (64) будут разными при действии максимальных и минимальных нагрузок.

Для того чтобы можно было использовать формулу Гафа и Полларда (59), преобразуем компоненты тензора напряжений типа (64), полученные расчетом МКЭ в узловых точках расчетной схемы, поворотом осей таким образом, чтобы нормальное напряжение на одной из площадок отсутствовало ($\sigma_{\alpha} = 0$, см. рис. 67):



Рис. 69. Напряжения на площадке, расположенной под углом α к исходной

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_x \cos^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha = 0, \qquad (65)$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – компоненты тензора напряжений *T*.

Разделив левую часть уравнения (65) на $\cos^2 \alpha$, преобразуем его к виду:

$$\sigma_y tg^2 \alpha + 2\tau_{xy} tg \alpha + \sigma_x = 0.$$
 (66)

Откуда

$$\alpha = \arctan\left(\frac{-\tau_{xy} \pm \sqrt{\tau_{xy}^2 - \sigma_x \sigma_y}}{\sigma_y}\right).$$
(67)

Напряжения σ_{β} , $\tau_{\alpha\beta}$ в площадке, перпендикулярной с $\sigma_{\alpha} = 0$, а также ее положение определяются по формулам

$$\sigma_{\beta} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos \alpha - \tau_{xy} \sin \alpha, \qquad (68)$$

$$\beta = \alpha + 90^{\circ}, \tag{69}$$

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \,. \tag{70}$$

Вывод формул (65) – (70) приводится в курсах сопротивления материалов при исследовании плоского напряженного состояния.

Если дискриминант уравнения (66) $D = 4\sigma_x \sigma_y - 4\tau_{xy}^2$ отрицателен, то имеются два решения или существуют две площадки, где нормальное σ_{α} напряжение отсутствует. Это возможно в случае, если $\sigma_x < 0$ или $\sigma_y < 0$ при любом значении τ_{xy} .

Если D = 0, то имеется единственная площадка, где $\sigma_{\alpha} = 0$. Если D > 0, то не существует такой площадки, нормаль к которой определяется углом α , на которой $\sigma_{\alpha} = 0$. Для случая, когда D < O, определяются две площадки, где $\sigma_{\alpha} = 0$.

С помощью кругов Мора (рис. 70) дадим графическое представление рассмотренных выше различных случаев



Рис. 70. Графическое изображение различных случаев напряженного состояния

напряженного состояния: *a* – имеются две площадки, где $\sigma_{\alpha} = 0$, (D < 0, $\sigma_{y} < 0$); δ – имеется единственная площадка, где $\sigma_{\alpha} = 0$ (отметим, что и касательное напряжение при этом отсутствует), причем на взаимно перпендикулярной площадке действует главное напряжение (D = 0); ϵ – площадок, где $\sigma_{\alpha} = 0$, не существует (D > 0).

Так как при расчете МКЭ в каждой узловой точке конечноэлементной модели будут получены по два тензора T_1 – при действии максимальных и T_2 – при действии минимальных нагрузок, то в общем случае может быть получено по четыре площадки, где $\sigma_{\alpha} = 0$.

Таким образом, для компонентов тензора напряжений T_1 могут быть получены площадки, где отсутствуют нормальные напряжения, нормали к которым имеют углы α'_1 и α''_1 , и в этих площадках определяются касательные напряжения, а во взаимно перпендикулярных – нормальные напряжения при действии максимальных нагрузок. Аналогично для тензора T_2 определяются углы α'_2 и α''_2 и действующие в нем напряжения, причем в общем случае $\alpha'_2 \neq \alpha'_1$, $\alpha''_2 \neq \alpha''_1$.Это позволяет найти амплитудные и средние напряжения, а далее подсчитать частные запасы прочности n_{σ} и n_{τ} (от действия только нормальных и касательных напряжений – формулы (49) и (51)), а затем по формулам Гафа и Полларда (59) общий запас прочности. Из полученных запасов прочности выбираются минимальные.

Для случая, когда D = 0, расчеты n_{σ} и n_{τ} ведутся для площадки, определяемой углом α'_1 , как описано выше при действии максимальной и минимальной нагрузок.

Когда D > 0, то для тензора T_1 (при действии максимальных нагрузок) определим главные площадки и главные напряжения, а также нормальные и касательные напряжения в тех же площадках для тензора T_2 (при действии минимальной нагрузки). Аналогично определяем главные площадки и главные напряжения для тензора T_2 и напряжения в тех же площадках для тензора T_1 . После этого в каждой площадке находим минимальные n_{σ} , n_{τ} и общий коэффициент запаса прочности n.

Рассмотрим пример использования предложенной методики для определения коэффициентов запаса прочности, если напряжения определены МКЭ. В табл. 5 приведены результаты расчетов МКЭ крышки крепления коренных подшипников дизеля А-90ТК (материал серый чугун СЧ 21, σ_{-1} = 100 МПа, τ_{-1} = 80 МПа) (рис. 71). Первый вариант нагрузок – монтажные усилия, второй – монтажные и рабочие усилия. В первом столбце табл. 5 цифрами обозначены номера узловых точек, в окрестностях которых определяли запасы прочности. Штрихом обозначены компоненты тензора T_1 при действии первого варианта нагрузки, а двумя штрихами – тензора T_2 при действии второго варианта нагрузки.



Рис. 71. Расчетная схема крышки коренных подшипников дизеля А-90ТК с указанием точек, напряженное состояние которых исследуется

Для напряжений σ_{β} и $\tau_{\alpha\beta}$ (столбцы 8 и 9) штрихами обозначены их значения при одном варианте нагрузки в площадках, определяемых для другого варианта нагрузки, и наоборот. В трех последних столбцах приведены значения коэффициентов запаса прочности: n_1 – по предлагаемой методике; n_2 – то же, но в площадках,

где действуют только главные напряжения; n_3 – без учета главных напряжений. Во всех указанных случаях D < 0.

Сравнение полученных результатов показывает, что минимальные



Рис. 72. Конечно-элементная модель поршневой головки коэффициенты запаса прочности n_1 получены с учетом нормальных и касательных напряжений по формулам (49), (51) и (59). Совпадение коэффициентов n_1 и n_2 (по площадкам, где действуют главные напряжения) дает основание полагать, что и для случая, когда D > 0, предлагаемая методика даст хорошие результаты.

Приведем результаты расчета МКЭ поршневой головки шатуна дизеля Д144 ОАО ВТЗ при действии растягивающей

11,7 кН и сжимающей 90,8 кН сил по предлагаемой методике. На рис. 72

102

приведена схема расположения узловых точек конечно-элементной модели, а в табл. 6 – результаты расчета напряжений в этих узловых точках, а также запасов прочности (n_i – по предлагаемой методике, в общем случае возможно $i = 1, 2, 3; n_5$ – по зависимости (59)).

Таблица 5

Номера	σ _{<i>x</i>} ,	σ _y ,	τ _{xy} ,		σ _β ,	$\tau_{\alpha\beta,}$	σ_'	τ',			
узловых	МПа	МПа	МΠа	α΄/α΄	МПа	МПа	<u>β</u>	$\frac{\alpha\beta}{\prime}$	n_1	n_2	n_3
точек							$\sigma_{\beta''}$	τα"β΄			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-37	-14	25	68,4	-51	-10,3	0,2	-1,5			
				46,3			- 0,0	0,9			
				-45,0			-0,5	-11,5			
1"	26	4	3	- 26,6	6,0	-1	1,4	5,8	2,1	2,1	3,2
	16			75,96	1.5	0	-16,8	0,29			
2'	-16	-1	4	75,96	-17	0	-16,9	0,29			
				81,9			0,27	-1,7			
^ "	01	1	5	71,6	22	2	-22,2	1,3	10.2	10.2	10.2
2	-21	-1	5	-7,87	-22	2	10,9	-12,7	10,2	10,2	10,2
2,	6	0	20	- 8,8	14	10.0	22,0	8,5			
3	0	8	20	-35,77	14	18,8	26,3	5,4			
				-23,7			22,4	12,8			
3"	6	19	11		25	2,7			5,4	6,6	13,2

Коэффициенты запаса прочности для крышки коренных подшипников дизеля А-90ТК

Таблица 6

Номера	Тензо	ор напряж	сений	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
точек	σ_x	σ_y	τ_{xy}					
	0,12	23,12	-0,02					
24	0,16	-188,8	1,37	_	—	2,89	2,87	2,44
	2,66	79,98	15,13					
32	5,28	31,1	7,22	6,78	6,36	_	_	7,02
	-0,72	83,4	2,63					
35	-6,7	31,8	1,25	7,69	7,4	8,74	6,8	7,06

Результаты расчетов запасов прочности

Окончание табл. 6

Номера	Тензо	ор напряж	кений	n_1	<i>n</i> ₂	<i>n</i> ₃	n_4	n_5
точек								
	-3,1	79,43	-7,81					
38	-7,31	29,54	-3,57	7,93	8,23	8,95	8,33	7,21
	7,98	30,02	-16,9					
50	13,13	-23,0	-22,22	8,72	10,3	12,63	10,33	8,36
	3,5	23,27	-5,57					
60	0,31	-209,1	3,27		_	2,65	2,58	2,39

Сравнение полученных результатов показывает, что запасы прочности, полученные по предлагаемой методике, вполне удовлетворительные [19].

3.5. Расчет деталей на переменные нагрузки с использованием метода конечных элементов

Необходимость сокращения сроков разработки и изготовления при одновременном повышении технического уровня привела к тому, что современное проектирование стало немыслимым без систем автоматизации проектирования – CAD (Computer Aided Design), автоматизированной подготовки производства – CAM (Computer Aided Manufacturing) и автоматизации инженерного анализа CAE (Computer Aided Engineering).

С использованием CAD / CAM / CAE-систем высокого уровня (CA-TIA, Pro/ENGINEER, I-DEAS, Unigraphics) появляется возможность сквозного проектирования изделия. При этом изменения могут быть внесены на любом этапе работы, отражаясь при этом как в конструкторской, так и в технологической документациях. Конструктор выполняет творческую часть работы, а ПЭВМ – трудоемкие операции, поддающиеся алгоритмизации, и те, что не требуют высокой квалификации. Доля последних в общем объеме работ существенна (выполнение стандартных расчетов, оформление чертежей, спецификаций, требований и т.д.) [29].

Трехмерное моделирование, на котором основываются современные САПР, позволяет реализовать комплексный подход к проекту: наряду с отработкой геометрической формы детали, узла или соединения можно анализировать и его способность воспринимать планируемые нагрузки, проводить расчеты долговечности деталей поршневых двигателей на стадии проектирования.

Выбор детерминированной модели. При расчете деталей поршневых двигателей МКЭ возникает вопрос о выборе детерминированных моделей усталостной долговечности. Как правило, при использовании наиболее распространенных компьютерных программ расчета МКЭ в качестве гипотезы разрушения при сложном напряженном состоянии используется гипотеза удельной энергии формоизменения (гипотеза Губера-Мизеса-Генки), в которой эквивалентное напряжение определяется через интенсивность напряжений (или октаэдрическое касательное напряжение) по формуле [30]

$$\sigma_{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2} + (\sigma_{y} - \sigma_{x})^{2} + (\sigma_{z} - \sigma_{x})^{2} + 6(\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{zx}^{2})}, (71)$$

ИЛИ

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \qquad (71 a)$$

где σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} – компоненты тензора напряжений в окрестности точки конечно-элементной модели; σ_1 , σ_2 и σ_3 – главные напряжения, определяемые при том же тензоре напряжений.

Известно [1], что результаты с использованием этой гипотеза достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными не только в области упругих деформаций, но и в пластической области в случае **статического нагружения**. Это дало повод использовать интенсивность напряжений при определении запасов прочности или долговечности деталей ДВС в случае нагружения их переменной нагрузкой. Другими словами, при использовании напряжения σ_i по формуле (71) в качестве исходного при переменном действии нагрузок (сначала максимальной, а затем минимальной, что позволяет найти σ_{imax} , а затем σ_{imin} и оперировать ими как обычно, максимальными и минимальными напряжениям) получаем противоречивые результаты. Это было отмечено нами ранее в случае расчета даже для плоского напряженного состояния [28].

Действительно, расчет МКЭ позволяет в окрестности каждой точки найти напряжения, определяемые тензором

$$T = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}.$$
 (72)

При действии сначала максимальных, а затем и минимальных нагрузок компоненты тензора напряжений (72) в окрестностях каждой точки конечно-элементной модели будут иметь разные значения. Значит, будут разными для каждого вида нагружения главные напряжения и положения площадок, в которых они действуют. Действительно, если при статическом нагружении определяется эквивалентное напряжение для какой-то определенной площадки, положение которой нас даже не интересует, то при использовании (71) в случае переменных нагрузок напряжения σ_{imax} и σ_{imin} будут определены для площадок, никак не связанных между собой (в некоторых случаях они могут быть взаимно перпендикулярными). Это значит, что запасы прочности при переменных напряжениях или запасы долговечности будут вычисляться, мягко говоря, не вполне корректно, поскольку амплитудные и средние напряжения определены с использованием напряжений, вычисление которых проводилось по формуле (71 а) в разных площадках.

Если графически интерпретировать прогнозирование разрушения



Рис. 73. Графическое представление гипотезы удельной энергии формоизменения для случая произвольного напряженного состояния

по гипотезе удельной энергии формоизменения (зависимость (71)), то поверхность разрушения представляет круговой цилиндр, ось которого образует равные углы с тремя главными осями (рис. 73). Эти круговые цилиндры при разных видах нагружения могут пересекать друг друга, так как соотношение главных напряжений (и положение взаимно перпендикулярных площадок) $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ будет различное при максимальной и минимальной нагрузке. Круговые цилиндры располагались бы по типу «матрешки» и стороны их были бы эквидистантными, если бы циклы переменных напряжений при максимальной и минимальной нагрузках были бы подобными (с одинаковыми коэффициентами асимметрии). Естественно, что вероятность такого нагружения весьма мала.

Выше в п. 3.5 была предложена модель усталостной долговечности И.А. Биргера, применимая при расчете любых конструкций в условиях переменного нагружения и проверенная нами при расчетном исследовании широкого круга деталей ДВС [27, 31, 33]. Для расчета эквивалентного амплитудного напряжения σ_{ea} при сложном напряженном состоянии (при объемном тензоре напряжений в случае расчета МКЭ) и действии переменных нагрузок предложены зависимости (62) и (64).

Заметим, что в зависимостях (62) и (64) используется наибольшее постоянное напряжение цикла (первое главное напряжение), как раз учитывающее то обстоятельство, что определяемые главные напряжения при переменном нагружении будут в разных площадках.

Часто при расчетах МКЭ рекомендуют определять K_{σ} через теоретический коэффициент концентрации напряжений, что в принципе необязательно. При расчете МКЭ путем сгущения расчетной сетки в местах концентрации напряжений можно получить действительные напряжения или для расчета использовать справочные данные [27].

Проведем сравнение расчетных данных с использованием (71) и (62) на примере расчета запасов прочности составного блок-картера одноцилиндрового дизеля. На рис. 74 показана расчетная конечно-элементная модель блок-картера, которая состояла из 247028 элементов и 457782 узлов [31]. Для расчета использовался программный комплекс Ansys 11.0⁴ Наибольшие напряжения возникали в сечениях вокруг бобышки (см. рис. 74 показаны стрелками), которая является коренной опорой. Макси-



Рис. 74. Расчетная КЭ модель сборки блок-картера: узлов – 457782, элементов - 247028

⁴ Расчеты проводились Б.Ю. Голевым и Е.С. Беловым

мальная нагрузка на блок-картер возникала при действии газовой силы и сил инерции деталей, совершающих возвратно-поступательное движение, а минимальная – только от действия сил инерции на режиме максимальной частоты вращения холостого хода [31].

В табл. 7 и 8 приведены значения компонентов тензоров напряжений в окрестности некоторых точек блок-картера при действии максимальной нагрузки (газовой и сил инерции, табл. 7) и минимальной (только сил инерции, табл. 8).

Таблица 7

N⁰	Нормаль	ьные напря	яжения	Касателн			
п/п	σ_{x}	σ_y	σ_{z}	$ au_{xy}$	$ au_{yz,}$	$ au_{\mathrm{xz}}$	0 _e
1	16,1	89,2	16,6	33,6	0,34	-4,7	93,6
2	18,8	89,6	16,3	37,0	8,0	9,4	98,8
3	19,6	64,4	11,4	-30,3	6,1	-5,6	73,5
4	39,8	103,6	43,1	27,8	-54,0	7,4	122,9
5	-21,6	66,1	26,8	6,7	-53,7	-25,7	128,7
6	-22,3	-112,2	-16,8	17,3	33	5,1	113,4
7	-11,1	-97,4	-12,9	-27,2	-7,4	-1,2	98,4
8	5,2	91,4	15,3	19,3	11	6	90,8
9	9,9	78,7	16,9	12,9	-24,9	1,1	81,6

Компоненты тензоров напряжений при действии газовых и инерционных сил, МПа

В последних столбцах табл. 7 и 8 приведены значения эквивалентных напряжений, вычисленных по формуле (71), а на рис. 73 показаны точки конечно-элементной модели, где эквивалентные напряжения σ_i в соответствии с гипотезой потенциальной энергии формоизменения достигают максимального значения.

Как следует из табл. 8, при действии только сил инерции численные значения компонентов тензоров напряжений в тех же узловых точках, а также эквивалентные напряжения уменьшаются.

Все программные комплексы для расчета деталей ДВС методом МКЭ в результате расчета приводят значения интенсивности напряжений σ_i , которые и представляют собой значение эквивалентных напряжений, вычисленное по формуле (71). На рис. 75 приведена конечно-элементная модель блок-картера, а стрелками показаны эквива-
лентные напряжения при действии газовых и инерционных сил. В этих точках в эксплуатационных условиях появлялись трещины.

Таблица 8

N⁰	Норма	Нормальные напряжения			омальные напряжения Касательные напряжения			
п/п	σ_{x}	σ_{y}	σ_{z}	$ au_{\mathrm{xy}}$	$ au_{yz}$	$ au_{xz}$	O_i	
1	0,93	43,6	0,93	1,8	-0,23	-0,36	42,8	
2	1,2	5,8	0,9	2,4	0,5	0,5	6,4	
3	4,2	16,5	2,4	-6,9	-1,0	-0,1	17,96	
4	16,4	35,9	15,0	10,7	-17,9	3,6	41,9	
5	0,85	-2,2	26,8	0,5	22,9	0,4	48,3	
6	1,1	3,9	0,45	-1,03	-0,89	-0,17	3,97	
7	0,36	0,28	-0,2	0,85	-0,2	-0,6	1,91	
8	0,4	5,6	1,2	1,3	0,8	0,5	5,59	
9	1	9,5	2,9	-1	-4,9	-0,1	11,6	

Компоненты тензоров напряжений при действии сил инерции, МПа

Мы уже отмечали, что эти напряжения являются эквивалентными в случае статического нагружения, но использовать их для расчета запасов прочности или долговечности при действии переменных напряжений (при максимальной нагрузке – как максимальные, а минимальной – минимальные) не следует.

Для использования модели (62) проведем расчет амплитудных нормальных и касательных напряжений в соответствии с данными табл. 7 и 8. После этого определим



Рис. 75. Значения эквивалентных напряжений

амплитудные значения нормальных, касательных, а также интенсивность амплитуд напряжений переменных циклов в соответствии с зависимостью (63). Запасы прочности определим по известной зависимости (49).

Расчеты проводились при следующих исходных данных: $K_{\sigma} = 1,4$; $\varepsilon_{\sigma} = 0,9$; $\beta = 0,9$; $\psi_{\sigma} = 0,2$ [27]; $\sigma_{-1} = 120$ МПа. Результаты расчетов приведены в табл. 9. Расчеты по формуле (49) проводились с учетом того, что сначала определялись эквивалентные амплитудные напряжения по формуле (63), а второй расчет, когда амплитудные и средние напряжения определялись с учетом зависимости (71).

Анализируя полученные результаты (см. табл. 9), замечаем, что расчет с учетом эквивалентных амплитудных напряжений по зависимости (63) дает значения запасов прочности значительно ниже, чем расчет по эквивалентным напряжениям (формула (71)). Полученные результаты расчетного исследования НДС блок-картера и экспериментальная проверка полученных результатов показали, что выявленные зоны с пониженными коэффициентами запаса прочности действительно имели место. После внесения изменений в конструкцию блок-картера прочность была обеспечена.

Таблица 9

Амплитудные значения нормальных, касательных и амплитуды эквивалентных напряжений, а также запасы прочности с учетом (71) и (63), МПа

	AM	иплиту,	ды	A	мплиту,	ды				
N⁰	HO	рмальн	ЫΧ	кас	сательн	ЫХ	G	G .	n_{σ}	n_{σ}
п/п	на	пряжен	ий	на	пряжен	ий	0 _{ae}	\mathbf{O}_{1m}	(63)	(71)
	σ_{xa}	σ_{ya}	σ_{za}	$ au_{xya}$	$ au_{yza}$	$ au_{xza}$				
1	7,6	22,8	7,8	15,9	0,3	-2,6	31,7	104	1,59	2,08
2	8,8	41,9	7,7	17,3	3,7	4,8	46,3	106,8	1,18	1,33
3	7,7	24,0	4,5	-11,7	3,6	-4,6	29,0	81,4	1,81	2,1
4	11,7	33,9	14,1	8,6	-18,1	3,5	41,0	139,8	1,22	1,38
5	-11,2	34,2	0,0	3,1	-38,3	-12,8	81,2	107,8	0,74	1,38
6	-11,7	-58,1	-8,6	9,2	16,9	2,9	58,6	-1,2	1,19	1,13
7	-5,7	-48,8	-6,4	-14,0	-3,6	-0,9	49,6	-3,3	1,41	1,28
8	2,4	42,9	7,1	9,0	5,1	3,1	42,7	97,3	1,29	1,44
9	4,5	34,6	7,0	7,0	-10,0	0,6	35,8	89,4	1,50	1,72

Таким образом, для расчета на действия переменных напряжений необходимо внести в известные расчетные комплексы дополнительно расчет амплитудных межцикловых напряжений и амплитудного эквивалентного напряжения в соответствии с детерминированной моделью И.А. Биргера.

3.6. Практические мероприятия, принимаемые для повышения усталостной прочности материалов

В современных условиях, когда в практике все более широкое распространение получают быстроходные и более легкие машины, проблема борьбы с усталостью материалов приобретает особое значение. Эта борьба ведется в конструктивном, технологическом, металлургическом, эксплуатационном и профилактическом направлениях [32 – 37].

Как уже говорилось выше, концентрация напряжений создает благоприятные условия для возникновения и развития трещин усталости и сильно снижает величину предела выносливости. Хотя форма детали зависит главным образом от конструктивных и технологических требований, тем не менее, конструктор всегда имеет возможность путем небольших изменений формы детали существенным образом уменьшить концентрацию напряжений в опасном сечении детали и тем самым повысить ее усталостную прочность.

Конструктивные меры борьбы с усталостью заключаются в том, чтобы добиваться по возможности более равномерного распределения напряжений по опасным сечениям детали, для чего при конструировании детали надо избегать резких переходов от одного сечения к другому, острых надрезов, выточек малого радиуса, т. е. всего того, что создает значительную концентрацию напряжений в одном месте.

На рис. 76 приведены величины предела выносливости и коэффициента концентрации напряжений для одной и той же марки стали при разных параметрах надрезов [16].

Рассмотрим ряд конструктивных мер, снижающих концентрацию напряжений.

При конструировании галтели в валах и плоских деталях радиус переходной кривой r следует назначать возможно большим, так как с увеличением отношений r/d и r/h (d – меньший диаметр вала, а h – ширина плоской детали) величины эффективных коэффициентов концентрации напряжений при изгибе и кручении (K_{σ} и K_{τ}) уменьшаются.

Уменьшение коэффициента концентрации напряжения можно получить не только увеличением радиуса закругления, но и выбором соответствующей формы галтели, имеющей больший радиус кривизны в наиболее напряженном месте. Так, например, весьма рациональной по форме будет галтель с переходной кривой, взятой по дуге эллипса, или по кривой, описанной двумя радиусами (рис. 77). Замена обычной круговой галтели приведенными галтелями дает повышение предела выносливости в пределах 10 %.

$d_0=7 \text{ mm}$ $\rho=250 \text{ mm}$ $d=10 \text{ mm}$	σ ₋₁ , МПа	K _σ
	332	1,0
τ <u>σ</u> ρ=25	332	1,0
	308	1,08
	164	2,02
ρ~0,° 	134	2,48

Рис. 76. Влияние радиуса надреза на величину предела выносливости

Если по конструктивным причинам увлечение длины шейки вала нежелательно, то применяют галтель с поднутрением (рис. 78). Отношение $r_1/r_2 = 4/1$. Сопряжение галтелью с поднутрением сохраняет длину цилиндрической части вала и увеличивает предел выносливости до 30 % [5].



Рис. 77. Галтель с переходной кривой в виде: а – части дуги эллипса; б – описанной двумя радиусами



Рис. 78. Переходная галтель с поднутрением

Эпюры нормальных напряжений вдоль галтели коленчатого вала поршневого двигателя при различных радиусах р приведены на рис. 79. Увеличение радиуса галтели с 5 до 9 мм приводит к уменьшению максимального напряжения с 38 до 23 МПа, т.е. на 40 % (см. рис. 79, *a*). Углубление галтели в шейку коленчатого вала (поднутрение в шейку) (рис. 79, *б*) также сопровождается уменьшением концентрации напряжений.



Рис. 79. Напряжения вдоль галтели коленчатого вала: *а* – при увеличении радиуса галтели с 5 до 9 мм; *б* – при поднутрении в шейку

Величина коэффициента концентрации напряжений зависит не только от формы галтели, но и от соотношения жесткостей сопрягаемых участков детали. Резкая разница в жесткостях этих участков дает большие местные напряжения. Отсюда следует, что снижение коэффициента концентрации напряжений можно получить путем устройства сгружающих выточек. Так, например, плавная выкружка более жесткой части вала (рис. 80) уменьшает разницу в жесткостях сопрягаемых частей детали и увеличивает предел ее выносливости.

Высокие местные напряжения, возникающие при прессовых посадках колеса на вал, могут быть значительно понижены при устройстве разгружающих выточек в ступице колеса (рис. 81).

Еще больший эффект снижения концентрации напряжений можно получить, если кроме разгружающей выточки вал в месте соприкосновения имеет бурт (см. рис. 81). В этом случае $K_{\sigma} = 1, 0...1, 05$.

В тех случаях, когда устранение надрезов и резких переходов оказывается невозможным, целесообразно применять разгружающие надрезы. Устройство дополнительных надрезов (выточек) вблизи основного или в менее напряженном сечении детали несколько увеличивает напряжения в недогруженных зонах и одновременно значительно снижает величину местных напряжений в зоне основного концентратора, что приводит к более равномерному распределению напряжений в детали.





Рис. 80. Разгружающая выточка в более жесткой части вала в месте перехода от одного диаметра к другому

Рис. 81. Различные конструктивные мероприятия при посадке ступицы на вал

На рис. 82 показано распределение напряжений в стержне с надрезом, а также при наличии дополнительного разгружающего надреза в форме поперечного отверстия.

На рис. 83 изображено распределение напряжений у дна выточки сплошного вала при наличии одной кольцевой выточки, а также при устройстве двух дополнительных разгружающих кольцевых выточек.

Загружающие надрезы (выточки) выравнивают напряжения по сечению детали и позволяют повысить предел выносливости ее до 20...30 % [7]. На величину предела выносливости существенное влияние оказывает состояние поверхности детали. Технологические меры борьбы с усталостью сводятся к правильной технологической обработке деталей. В деталях из высокопрочной стали необходимо возможно более тщательно обрабатывать их поверхности вплоть до шлифовки и полировки, устраняя малейшие царапины и все следы резца, так как они могут явиться зародышем будущей усталостной трещины.

Как известно, постоянно действующие на поверхность детали напряжения сжатия повышают ее усталостную прочность, а напряжения растяжения, наоборот, понижают и их надо избегать.

В последнее время для создания на поверхностном слое детали искусственных сжимающих напряжений применяют различные способы обработки поверхности (поверхностная закалка, обдувка дробью, обкатка роликами и др.), которые значительно повышают предел выносливости детали. Однако существенным ограничением при использовании поверхностной закалки является трудность обеспечения контурного распределения слоя при более или менее сложном очертании детали (например коленчатых валов поршневых двигателей).





Рис. 82. Снижение концентрации напряжений в полосе с надрезами (*a*) с помощью дополнительной разгружающей выточки (б)

Рис. 83. Снижение концентрации напряжений у дна выточки (a) с по мощью дополнительных разгружающих выточек (δ)

В то же время обрывы закаленного слоя являются причиной значительного снижения сопротивления усталости следствие местного отпуска со снижением твердости, механических свойств и образованием растягивающих остаточных напряжений.

На рис. 84 показана схема расположения закаленного слоя, распределения напряжений и твердости по поверхности вала в месте сопряжения шейки и щеки (в галтели) при обрыве закаленного слоя (темная линия), поясняющая причину уменьшения сопротивления усталости. Действенным средством устранения ослабления, вызванного выходом границы слоя на поверхность, считается поверхностный наклеп обкаткой роликами или наклепом дробью.



Рис. 84. Распределение напряжений и твердости при перерыве закаленного слоя около галтели

Необходимо также обратить внимание на правильную сборку конструкции, так как неправильная сборка ответственных деталей может сильно снизить их усталостную прочность.

К металлургическим мерам борьбы с усталостью относятся наиболее удачный выбор материала и борьба с его дефектами. Материал должен иметь возможно более однородную мелкозернистую структуру и в нем не должно быть случайных трещин, пузырьков, пустот и посторонних включений. К металлургическим мероприятиям относятся также становление оптимального режима термической обработки, азотирование и цианирование поверхностных слоев металла.

К эксплуатационным мерам борьбы с усталостью относятся меры защиты от коррозии и предохранение поверхности ответственных деталей от случайных повреждений забоины: царапины и т. п., которые понижают величину предела выносливости.

Профилактические мероприятия заключаются в периодическом осмотре детали во время ее службы с целью заблаговременного обнаружения трещины усталости и предотвращения аварии. В современных условиях для этой цели применяют метод магнитной «дефектоскопии».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии приведены основные данные о методах расчета деталей при переменных напряжениях с использованием традиционных детерминированных методов расчета на многоцикловую усталость по коэффициентам запаса прочности. Подробно рассмотрены схематизированные диаграммы предельных амплитуд, в том числе разработанные автором новые схематизированные диаграммы предельных циклов при действии нормальных и касательных напряжений для легированных сталей, высокопрочных и серых чугунов. Приведены методики расчетов деталей поршневых двигателей при действии переменных напряжений, в том числе коленчатого вала, поршневого пальца, а также примеры использования новой детерминированной модели расчета деталей ДВС при известных компонентах тензора напряжений, вычисленных, например, методом МКЭ.

Проведен расчет коэффициентов ψ_{σ} и ψ_{τ} , учитывающих влияние средних напряжений на предельные амплитудные напряжения, для наиболее используемых в двигателестроении сталей и высокопрочных чугунов. Точно также вычислен коэффициент постоянства нагружения χ , который в нашей справочной литературе используется редко, но он позволяет вычислить положение рабочих циклов напряжений и выбрать методы расчета – по усталостному разрушению или текучести. Это уменьшает объем расчетов, так как не требуется проводить определение запасов прочности по двум видам разрушения. Для удобства использования материала в монографии значительное внимание уделено справочным данным.

Автор будет признателен за замечания и предложения, которые следует направлять по адресу: 600000, г. Владимир, ул. Горького, 87, кафедра «Тепловые двигатели и энергетические установки» или по E-mail <u>hotz@mail.ru</u>; gotz@vlsu.ru

приложения

Приложение 1

Таблица П1.1

Марка стали	$\sigma_{\rm B}$	σ _{0,2}	σ_{-1}	τ_{-1}	σ_{-1p}
10	340420	210	160220	80120	120150
20	420500	250	170220	100130	120160
30	500600	300	200270	110140	170210
35	540650	320	220300	130180	170220
40	580700	340	230320	140190	180240
45	610750	360	250340	150200	190250
50	640800	380	270350	160210	200260
60	690900	410	310380	180220	220280
ЗОГ	550700	320	220320	_	-
50Г	660850	400	290360	-	—

Характеристики механической прочности углеродистой стали, МПа

Примечание. Данные, приведённые для сталей в нормализованном состоянии, получены на образцах d = 6...12 мм с полированной поверхностью. База испытаний $N = 10^7$ циклов. Нижние значения пределов прочности и текучести соответствуют ГОСТ 1050-60. Стали – по ГОСТ 1050-60; при использовании сталей по ГОСТ 380-60 необходимо иметь в виду следующее соответствие марок: сталь Ст. 3 соответствует стали 20, сталь Ст. 5 – стали 35, сталь Ст. 6 – стали 45.

Таблица П1.2

Марка стали	$\sigma_{\scriptscriptstyle B}$	σ _{0,2}	σ-1	τ.1	σ_{-1p}
15ХНСД	640660	390420	310	160	_
20X	720850	400600	310380'	170230	_
40X	7301050	650900	320480	210260	240340
45X	8501050	700950	400500	—	-
30XM	7401000	540850	310410	230	370
35XM	8701050	720940	470510		—
40XH	10001450	8001300	460600	—	310420
40XΦ	9001250	800950	380490		
50XΦ	1150 1400	9001200	450530		—
38XMЮA	8501200	8001000	420550	—	
12XH3A	9501400	7001100	420640	220300	_
20XH3A	9501450	8501 100	430650	240310	
37XH3A	11501600	10001400	520700	320400	—

Характеристики механической прочности легированной стали, МПа

Окончание таблицы П1.2

Марка стали	$\sigma_{\scriptscriptstyle B}$	$\sigma_{0,2}$	σ-1	τ_1	σ _{-1p}
18XHBA	11501400	8501200	540620	300340	
25XHBA	1100	950	500	—	—
40XHMA	11001700	8501600	500700	270380	
ЗОХГСА	11001700	8501500	480700	280400	

Примечание. Данные по механическим свойствам приведены для сталей в улучшенном состоянии. Пределы выносливости получены на образцах *d* = 6... 12 мм с полированной поверхностью. База испытаний $N = 5(10^6 \dots IO^7)$ циклов.

При отсутствии в таблице данных по пределам выносливости для других марок стали они могут приближённо определяться на основании следующих соотношений: $(\sigma_{-1}/\sigma_{e}) = 0.45...0.55; (\sigma_{-1p}/\sigma_{-1}) = 0.7...0.9; (\tau_{-1}/\sigma_{-1}) = 0.50...0.65.$

Таблица П1.3

Характеристики механической прочности чугуна

Механические		Марка	l		
характеристики	СЧ21	СЧ 24	СЧ 28	СЧ 32	СЧ 35
Предел прочности, МПа,					
при: растяжении о _{в р}	210	240	280	320	350
сжатии ов сж	950	1000	1100	1200	1200
изгибе о _{ви}	400	440	480	520	560
кручении τ _в	280	300	350	390	400
Твёрдость по Бринелю, НВ	180207	187217	170241	170241	197255
Предел выносливости σ ₋₁					
при изгибе на гладком					
образце, МПа	100	120	140	140	150
То же при кручении					
τ.1, МПа	80	100	110	115	115
Предел текучести, про-	$\sigma_{\rm T}$ =	$\sigma_{\rm T} =$	$\sigma_{\rm T} =$	$\sigma_{\rm T} =$	$\sigma_{\rm T} =$
порциональности, МПа	$=0,75\sigma_{\rm B}$	$= 0,75\sigma_{\rm B}$	$=0,75\sigma_{\rm B}$	$=0,85\sigma_{\text{B}}$	$=0,85\sigma_{\rm B}$
			Марка		
	ВЧ 45	ВЧ 40	ВЧ 50	ВЧ 60	ВЧ 45
Предел прочности, МПа,	450500	400550	500650	600700	450500
при: растяжении о _{в р}	14001600	20002200	17001800	20002100	2000
сжатии о _{всж}	650750	600700	9001000	1050110	650750
изгибе о _{в и}	450500	400450	500550	600750	400450
кручении τ _в	207269	156197	207255	255285	173207
Твёрдость по Бринелю НВ					
Предел выносливости σ ₋₁ :					
при изгибе на гладком об-	180200	250280	200220	170230	180200
разце, МПа					
То же при кручении	115	198	170210	150160	105115
τ.1, МПа	350400	300400	400500	420550	320420
Предел текучести σ_{T} , МПа					

Таблица П1.4

Марка	ψ_{σ}	Ψτ	$\chi_{\sigma} = \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$	$\chi_{\tau} = \tau_{rm} / \tau_{ra}$	
стали					
5ХНСД	0,0650,086	0,0400,048	0,2810,401	0,4320,556	
20X	0,0570,134	0,0310,060	0,3130,734	0,3740,557	
40X	0,2410,272	0,1100,117	1,5962,308	0,9941,280	
45X	0,2100,286	0,0960,125	1,9691,187	0,9011,179	
30XM	0,1540,236	0,0720,108	1,0142,103	0,3841,475	
35XM	0,1920,274	0,0870,120	0,7541,703	0,6141,082	
40XH	0,1940,276	0,0890,124	1,1162,900	0,8751,597	
40XΦ	0,1750,270	0,0210,082	1,4202,559	1,4851,116	
50XΦ	0,1890,238	0,0880,111	1,6062,737	1,2141,686	
38ХМЮА	0,3000,329	0,1310,138	2,4292,502	1,2281,354	
12XH3A	0,1540,184	0,0750,089	0,8971,051	0,9721,378	
20XH3A	0,1670,277	0,0820,123	0,9652,155	1,3961,261	
37XH3A	0,2520,258	0,1110,116	1,7942,066	1,001,333	
18XHBA	0,1490,242	0,0720,110	0,7491,760	0,7201,338	
25XHBA	0,247	0,111	1,695	1,140	
40XHMA	0,1750,321	0,0840,142	0,9974,832	0,9642,183	
30ХГСА	0,1790,263	0,0830,119	1,1282,617	0,8801,571	

Значение $\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}, \chi_{\sigma} = \sigma_{rm} / \sigma_{ra}, \chi_{\tau} = \tau_{rm} / \tau_{ra}$ легированных сталей

Таблица П1.5

			1	55
Марка чугуна	ψ_σ	ψ_{τ}	$\chi_{\sigma} = \sigma_{rm} / \sigma_{ra}$	$\chi_{\tau} = \tau_{rm} / \tau_{ra}$
ВЧ 45-0	0,3330,339	0,4240,426	2, 7813,00	1,8362,156
ВЧ 50-1,5	0,3050,333	0,4210,424	3,04,165	0,8450,890
ВЧ 60-2	0,2880,295	0,3350,382	4,7185,104	1,6132,939
ВЧ 45-5	0,3230,360	0,4120,448	2,1603,410	1,8213,083
ВЧ 40-10	0,4120,455	0,4640,485	0,4451,041	0,2350,333

Значение $\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}, \chi_{\sigma} = \sigma_{rm} / \sigma_{ra}, \chi_{\tau} = \tau_{rm} / \tau_{ra}$ высокопрочных чугунов



Коэффициенты концентрации напряжений при изгибе валов с галтелями

Поправка, учитывающая влияние предела прочности ов



$$(K_{\sigma})_{\sigma_e=500} \colon (K_{\sigma})_{\sigma_e} = \xi_{\sigma} \cdot (K_{\sigma})_{\sigma_e=500}$$

Модель для расчета:

$$\xi_{\sigma} = 0.2569(3,6614 - e^{-34,0696(r/d)}) + \{[57,9448 + 1504,5448(r/d)]^{-1,2461}\}\sigma_{\rm B}$$

Рис. 112.2. Поправка

$$\xi_{\sigma} = \frac{(K_{\sigma})_{\sigma_{B}}}{(K_{\sigma})_{\sigma_{B}} = 500}$$
, учитывающая

влияние предела прочности $\sigma_{\scriptscriptstyle B}$

Для произвольного значения $\sigma_{\rm B}$ эффективный коэффициент концентрации напряжений $(K_{\sigma})_{\sigma_{s}}$ определяется через





Рис. ПЗ.1. Коэффициенты концентрации напряжений: D/d = 2; $\tau_{\rm H} = =M_{\rm M3F}/(0,2d^3)$; $1 - \alpha_{\tau}$; 2 - легированная сталь ($\sigma_{\rm B} = 1000...1200$ МПа), $d \le 16$ мм; 3 - углеродистая сталь ($\sigma_{\rm B} = 500$ МПа), $d \le 16$ мм

Модели для расчета:

$$\alpha_{\tau} = \frac{1,2950}{1 - 0,6670e^{-16,6364(r/d)}}. \quad (K_{\tau})_{\sigma_{\rm B}} = 500} = \frac{1,0347}{1 - 0,5332e^{-11,0556(r/d)}}$$



Рис. ПЗ.2. Поправка $\xi_{\tau} = \frac{(K_{\tau})_{\sigma_{\rm B}}}{(K_{\tau})_{\sigma_{\rm B}} = 500}$, учи-

тывающая влияние предела прочности $\sigma_{\rm B}$ при *D/d*=2 $(K_{\tau})_{\sigma_e} = \xi_{\tau} \cdot (K_{\tau})_{\sigma_e=500}$. Модель для расчета: $\xi_{\tau} = 0,2286/[4,065 - e^{-45,2412 \cdot (r/d)}] +$

$$+\sigma_{\rm B}/[1666,134+38747,19,866(r/d)^{0,8354}]$$

Поправки, учитывающие отношение D/d при изгибе и кручении (к прил. 2 и 3)



Рис. ПЗ.3. Поправка ξ_d , учитывающая влияние отношения D/d: 1 – изгиб; 2 – кручение Модели для расчета $\xi_{\sigma} = 0,2574(3,6342 - e^{-37,3692(r/d)}) +$ + {[375,6517 + 9778,6567(r/d)]^{-1,2412}} $\sigma_{\rm B}$; $\xi_{\tau} = 1/[1,4847 - 0,5846(r/d)^{0,1561}] +$ + $\sigma_{\rm B}/[1572,9226 + 25659,866(r/d)^{0,6745}].$

Действительное значение *K* определяется: $K = 1 + \xi_d (K_0 - 1)$, где *K* – значение K_{σ} или K_{τ} при данном *D/d*; K_0 – значение K_{σ} или K_{τ} при *D/d* =2.

Коэффициенты концентрации напряжений α_{σ} , K_{σ} , $(K_{\sigma})_{Д}$, K_{τ} и $(K_{\tau})_{Д}$ для валов с поперечным отверстием



Рис. П4.1. Коэффициенты концентрации напряжений K_{σ} и $(K_{\sigma})_D$ при изгибе валов с поперечным отверстием $\sigma_{\rm H} = M_{\rm изг} / W_{\rm нетто}$: $1 - \alpha_{\sigma}$; $2 - (K_{\sigma})_{\rm Д}$ для легированной стали ($\sigma_{\rm B} \ge 1000$ МПа), d = 40...70 мм; $3 - K_{\sigma}$ для легированной стали ($\sigma_{\rm B} \ge 1000$ МПа), d = 12...16 мм; $(K_{\sigma})_{\rm Д}$ для углеродистой стали ($\sigma_{\rm B} \le 650$ МПа), d = 40...50 мм; $4 - K_{\sigma}$ для углеродистой стали ($\sigma_{\rm B} \le 650$ МПа), d = 6...8 мм

Модели для расчета: для кривой 1 $\alpha_{\sigma} = \frac{1}{0,2177 + 0,4165(a/d)^{0,2712}};$

для кривой 4 $K_{\sigma} = \frac{1,4750}{1 - 0.2623e^{-15,2754(a/d)}}$



Рис. П4.2. Коэффициенты концентрации напряжений при изгибе валов с поперечным отверстием $\sigma_{\rm H} = M_{\rm ИЗГ}/W_{\rm HETTO}$: 1 – – $(K_{\sigma})_{\rm Д} = f_2(\sigma_{\rm B})$ при a/d = 0.05...0, 1, d == 40...50 мм; 2 – $(K_{\sigma})_{\rm Д}$ при a/d == 0.15...0,25, d = 40...50 мм; 3 – $K_{\sigma} = f_1(\sigma_{\rm B})$ при a/d = 0.15...0,25,d = 6...8 мм

Модели для расчета

Для прямой 1 $(K_{\sigma})_{\mathcal{A}} = 1,6887 + 0,0004684\sigma_{\scriptscriptstyle B};$ $K_{\sigma} = 1,5615 + 0,0003868\sigma_{\scriptscriptstyle B}.$ Для прямой 2 $K_{\sigma} = 1,3676 + 0,0002767\sigma_{\scriptscriptstyle B}.$ Для прямой 3 $K_{\sigma} = 1,3676 + 0,0002767\sigma_{\scriptscriptstyle B}$



Коэффициенты концентрации напряжений при кручении для валов с поперечным отверстием

Рис. П4.3. Коэффициенты концентрации напряжений при кручении валов с поперечным отверстием: $1 - (K_{\tau})_{\text{Д}}$ при a/d = 0,05...0,25, d = 40...50 мм; $2 - K_{\tau}$ при a/d = 0,05...0,25, d = 12...16 мм. Модели для расчета: для прямой 1 $(K_{\tau})_{\text{Д}} = 1,5631 + 0,0003449 \sigma_{\text{B}}$; для прямой 2

 $K_{\tau} = 1,3710 + 0,0002843\sigma_{\rm B}$

Приложение 5 Коэффициенты концентрации напряжений при изгибе для валов с кольцевой выточкой



Модели для расчета: α_{σ} =

Рис. П5.1. Коэффициенты концентрации напряжений при изгибе вала с кольцевой выточкой (t/r = 1): $1 - \alpha_{\sigma}$; $2 - (K_{\sigma})_{\Lambda}$ для легированной стали ($\sigma_{B} = 1000$ МПа), d = 40...50 мм; $3 - (K_{\sigma})_{d_{0}}$ для легированной стали ($\sigma_{B} = 1000$ МПа), d = 4...8 мм; $4 - (K_{\sigma})_{\Lambda}$ для углеродистой стали ($\sigma_{B} = 500$ МПа), d = 40...50 мм; $5 - (K_{\sigma})_{d_{0}}$ для углеродистой стали ($\sigma_{B} = 500$ МПа), d = 4...8 мм $\frac{1}{0,3264 + 0,8126(r/d)^{0,6138}}$ (кривая 1). Для кривой 5:

$$(K_{\sigma})_{\sigma_{\rm B}} = 500 = -0.4734 \left(-2.6155 - e^{-6.4619(r/d)}\right)$$

Поправочные коэффициенты, учитывающие влияние предела прочности



Рис. П5.2. Поправочный коэффициент ξ_σ, учитывающий влияние предела прочности σ_в:

$$(K_{\sigma})_{\sigma_{\rm B}} = \xi_{\sigma}(K_{\sigma})_{\sigma_{\rm B}} = 500 .$$

$$\xi_{\sigma} = \frac{1}{1,4075 - 3,5465(r/d) + 9,5808(r/d)^2} + \frac{\sigma_{\rm B}}{1681,02 + 10411,91(r/d) + 102538,5(r/d)^2}$$



Поправочные коэффициенты, учитывающие влияние отношения t/r

Рис. П5.3. Поправочный коэффициент ξ_t , учитывающий влияние отношения t/r: $\xi_t = (K-1)/(K_0-1)$, где K – значение K_{σ} при данном t/r; K_0 – значение K_{σ} при t/r = 1Модель для расчета $\xi_t = 1,1239(1,0003 - e^{2,1488(t/r)};$ $K = 1 + \xi_t (K_0 - 1)$

Приложение 6

Коэффициенты концентрации напряжений при кручении для валов с кольцевой выточкой



Рис. Пб.1. Зависимость K_{τ} от глубины канавки t при номинальном напряжении $\tau_{\rm H} = M_{\rm Kp}/0.2d^3$: 1 – легированная сталь ($\sigma_{\rm B} > 900$ МПа); 2 – углеродистая сталь ($\sigma_{\rm B} < 500$ МПа) 1 – $K_{\tau} = 1.303 + 0.923(t/D)$; 2 - $K_{\tau} = 1.189 + 0.857(t/D)$



Рис. П6.2. Зависимость α_{τ} от радиуса канавки *r* при номинальном напряжении $\tau_{\rm H} = M_{\rm \kappa p}/0.2d^3$;

$$\tau_{\text{max}} = \alpha_{\tau} \tau_{\text{H}}$$

$$\alpha_{\tau} = \frac{a}{1 + be^{-c(r/d)}};$$

$$a = 17,8(D/d)^{3} - 71,606(D/d)^{2} + 96,883(D/d) - 42,109;$$

$$b = -2,318(D/d)^{3} + 9,72(D/d)^{2} - 13,885(D/d) + 6,099;$$

$$b = -487,2(D/d)^{3} - 1563,3(D/d)^{2} - 1614(D/d) + 555,6$$



Рис. Пб.3. Зависимость $K\tau$ от отношения r/d и t/r: углеродистая сталь ($\sigma_{\rm B}$ = 500 МПа), d =14 мм; $\tau_{\rm H} = M_{\rm Kp} / 0.2 d^3$

Приложение 7

Теоретические коэффициенты концентрации напряжений (α_σ) для плоских деталей с галтелью и надрезами



Рис. П7.1. Значение теоретического коэффициента концентрации напряжений от отношения r/h при известном $H/h \sigma_{\rm H} = P/(b \cdot h); \sigma_{\rm max} = \alpha_{\sigma} \cdot \sigma_{\rm H},$ где b – толщина пластинки



Рис. П7.2. Значение теоретического коэффициента концентрации напряжений от отношения r/h при известном H/h $\sigma_{\rm H}=P/(b\cdot h); \sigma_{\rm max}=\alpha_{\sigma} \sigma_{\rm H}$, где b – толщина пластинки

Рис. П7.3. Значение теоретического коэффициента концентрации напряжений от отношения *r/h* при известном *H/h*

$$\sigma_{\rm H} = \frac{M_{\rm H3F}}{(bh^2/6)}; \, \sigma_{\rm max} = \alpha_{\sigma} \, \sigma_{\rm H}$$

Рис. П7.4. Значение теоретического коэффициента концентрации напряжений от отношения *r/h* при известном *H/h*

$$\sigma_{\rm H} = \frac{M_{\rm H3F}}{(bh^2/6)}; \sigma_{\rm max} = \alpha_{\sigma} \sigma_{\rm H}$$

Приложение 8





Рис. П8.1. *а* – втулка не передает на вал внешних нагрузок; δ – втулка передает на вал поперечную силу; *в* – втулка передает на вал поперечную силу и изгибающий момент; 1 – тип δ : *d* = 50 мм; 2- тип *a*: *d* = 40...50 мм; 3- тип *в*: *d* = 10...14 мм; удельное давление посадки $p \ge 30$ МПа



Рис. П8.2. Зависимость поправочного коэффициента ξ_p от давления посадки $(K_{\sigma})_{p} = \xi_{p} (K_{\sigma})_{p \ge 30 \text{ MПа}}$, где $\xi_p = (K_{\sigma})_p / (K_{\sigma})_{p=30}$

Приложение 9

Коэффициенты концентрации напряжений для деталей с резьбой (болты, шпильки) при растяжении-сжатии



Рис. П9.1. 1 – α_{σ} ; 2 – легированная сталь, *d* =12 мм; 3 – углеродистая сталь ($\sigma_{\rm B}$ =400 МПа), d =12 мм; отношение r/t =0,091 соответствует метрической резьбе, а r/t = 0,215 -резьбе Витворта. Модели для расчета:

$$\alpha_{\sigma} = \frac{3,1535 \cdot (r/t)}{-0,0379 + (r/t)} - \text{кривая 2}$$

$$K_{\sigma} = 2,6037 \cdot e^{0,0544 \cdot (r/t)} - \text{кривая 3}$$

$$K_{\sigma} = -[0,0119 + 0,1895 \cdot (r/t)]^{-0,2092}$$

Поправочные коэффициенты, учитывающие влияние предела прочности



Рис. П9.2. Определение действительного коэффициента концентрации напряжений с учетом предела прочности $(K_{\sigma})_{\sigma_{\rm B}} = \xi_{\sigma} (K_{\sigma})_{\sigma_{\rm B}} = 400$

Коэффициенты концентрации напряжений для деталей с резьбой при изгибе



Рис. П10.1. 1 – α_{σ} ; 2 – легированная сталь ($\sigma_{\rm B} > 1500$ МПа), d = 15 мм; 3 – легированная сталь ($\sigma_{\rm B} = 800$ МПа), d = 15 мм; 4 – углеродистая сталь ($\sigma_{\rm B} =$ = 400 МПа), d = 15 мм; отношение r/t == 0,091 соответствует метрической резьбе, a r/t = 0,215 – резьбе Витворта $1 - \alpha_{\sigma} = 2,8333 + 0,1974/(r/t)$;

$$2 - K_{\sigma} = \frac{2,3586}{1 - 0,4647e^{-6,4298(r/t)}};$$

$$3 - K_{\sigma} = \frac{1,472}{1 - 0,468e^{-3,7888(r/t)}};$$

$$4 - K_{\sigma} = \frac{1,1335}{1 - 0.2952e^{-5,056(r/t)}}$$

Поправочные коэффициенты, учитывающие влияние предела прочности



Рис. П10.2. Влияние предела прочности на поправочные коэффициенты: 1 - r/t = 0; 2 - r/t = 0,091 (метрические резьбы); 3 - r/t = 0,215 (резьба Витворта); 4 - r/t > 0,4; $1 - \xi_{\sigma} = 1,5805 + 0,001826\sigma_{\rm B} - 210360/\sigma_{\rm B}^2$; $2 - \xi_{\sigma} = 1,1438 + 0,00168\sigma_{\rm B} - 217825/\sigma_{\rm B}^2$; $3 - \xi_{\sigma} = 0,5159 + 0,001768\sigma_{\rm B} - 34507/\sigma_{\rm B}^2$ $4 - \xi_{\sigma} = 0,3219 + 0,001707\sigma_{\rm B}$

Приложение 11





Рис. П11.1. Зависимость масштабного коэффициента с концентрацией напряжений от диаметра резьбы

$$\varepsilon_{\sigma\kappa} = \frac{0,2951d}{-8,450+d}$$
или
 $\varepsilon_{\sigma\kappa} = \frac{1}{-3,3778+1,7725\ln d}$

Коэффициенты концентрации напряжений для валов со шпоночными пазами при кручении



Рис. П12.1. Зависимость коэффициента концентрации напряжений K_{τ} от предела прочности $\sigma_{\rm B}$ для валов с двумя шпоночными пазами (при одном пазе необходимо вычислить соответствующее значение момента сопротивления $W_{\rm herro}$) $K_{\tau} = 0.395 + 0.0017 \sigma_{\rm B}$

Коэффициенты концентрации напряжений для валов со шпоночными пазами при изгибе



Рис. П12.2. Зависимость коэффициента концентрации напряжений K_{σ} от предела прочности $\sigma_{\rm B}$ для валов с одним шпоночным пазом (при двух пазах необходимо вычислить соответствующее значение момента сопротивления $W_{\rm нетто}$)

 $1 - K_{\sigma} = 0,8958 + 0,0006534\sigma_{\rm B};$

$$2 - K_{\sigma} = 0,8897 + 0,001171\sigma_{\rm B}$$

Приложение 13

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений для коленчатых валов при изгибе щеки с учетом влияния абсолютных размеров сечения



Рис. П13.1. Значение $(K_{\sigma})_{\Pi} = K_{\sigma}/\varepsilon_{\sigma}$ при изгибе щеки коленчатого вала при d = 40...70 мм. Модель для расчета:

$$(K_{\sigma})_{\mu} = 1,6878 \cdot [(r/h) - 0,05338]^{-0,3333}$$
или

$$(K_{\sigma})_{\Pi} = \frac{1}{0,5488 + 0,1459 \cdot \ln(r/h)}$$

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений для коленчатых валов при кручении шейки с учетом влияния абсолютных размеров сечения



Рис. П13.2. Значение $(K_{\tau})_{\Pi} = K_{\tau}/\varepsilon_{\tau}$ при кручении шейки коленчатого вала при d = 40...70 мм. Модель для расчета: $(K_{\tau})_{\Pi} = 0,4599 \cdot 3,1207^{(r/d)}(r/d)^{-0,6487}$ или $(K_{\tau})_{\Pi} = \frac{1}{-0.6789 + 1.7717 \cdot (r/d)^{0,2001}}$

Приложение 14

Указания к приложениям 2 – 13

1. В тех случаях, когда известен эффективный коэффициент концентрации при изгибе K_{σ} и нет данных о K_{τ} при кручении, последний можно определить по формуле $K_{\tau} = 1 + 0.6(K_{\sigma} - 1).$

2. Графики эффективных коэффициентов концентрации для валов с поперечным отверстием (см. прил. 4, рис. П4.1 – П4.3) и со шпоночным пазом (см. прил. 12, рис. П12.1 и П12.2) построены на основе вычислений пределов выносливости по неттосечению. При использовании этих данных номинальные напряжения следует вычислять по формулам

$$\sigma_{\rm H} = \frac{M_{\rm H3\Gamma}}{W_{\rm HeTTO}}; \qquad \qquad \tau_{\rm H} = \frac{M_{\rm Kp}}{W_{p\,\rm HeTTO}}.$$

В таблице, данной ниже, приведены приближенные формулы для $W_{\text{нетто}}$ и $W_{p\text{нетто}}$, обеспечивающие достаточную для практических расчетов прочность. Заметим, что точность вычисления увеличивается при уменьшении отношений a/d и b/d.

3. Коэффициенты влияния абсолютных размеров при кручении для стали (см. рис. 35 основного текста) принимаются одинаковыми для деталей с концентраторами напряжений и без них.

4. При построении графиков, приведенных в приложениях, использовались средние значения эффективных коэффициентов концентрации; предельные значения могут быть в некоторых случаях на 10...20 % выше указанных.

Значение *К*_т для валов с выточкой (прил. 6, рис. П6.1 – П6.3) несколько занижены.

131

Форма сечения	Изгиб	Кручение
	$W_{\rm HETTO} \approx \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$	$W_{pherro} \approx \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$
	$W_{\text{HETTO}} \approx \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$	$W_{\rm HETTO} \approx \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$
	$W_{\text{HETTO}} = \xi_{\text{ИЗГ}} \cdot W_{\text{брутто}} == \xi_{\text{ИЗГ}} \cdot \frac{\pi d^3}{32}$	$W_{phetro} = \xi_{kp} \cdot W_{p6pytto} =$ $= \xi_{kp} \cdot \frac{\pi d^{3}}{16}.$ ξ_{kp} 0.8 0.6 0.4 0.2 0 $0.2 0.4 0.6 0.8 a/d$

Значение моментов сопротивления сечений сложной формы

5. При наличии детали, напрессованной на вал, различают два предела выносливости:

- соответствующий разрушающим напряжениям в детали;
- соответствующий началу образования трещин.

Коэффициенты K_{σ} , представленные на рис. П8.1 прил. 8, относятся к разрушающим напряжениям в детали и определены на базе $(10...20)10^9$ циклов. Значения K_{σ} , соответствующие началу образования трещин в детали, будут выше и в отдельных случаях могут превосходить значения K_{σ} (см. рис. П8.1, прил. 8) в 1,5...2 раза.

Коэффициенты, определенные тем или другим способом, следует использовать в зависимости от особенностей конструкции машины и условий ее работы. 6. Данные, представленные в приложениях, соответствуют полированным или тщательно шлифованным образцам и деталям, не подвергавшимся какой-либо специальной обработке по упрочнению поверхности (поверхностная закалка, азотирование, цементация, обдувка дробью, обкатка роликом и др.). Кроме того, приведенные данные соответствуют условиям работы на воздухе (т.е. при отсутствии коррозионного воздействия на металл) при нормальной температуре и симметричном цикле изменения напряжений.

Приложение 15



График для определения коэффициента $\lambda = f(\zeta)$, учитывающего эксцентриситет отверстия в поперечном сечении вала

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пономарев, С. Д. Расчеты на прочность в машиностроении / С.Д. Пономарев [и др.]; под ред. С.Д. Пономарева. В 3 т. Т.3. – М.: Машгиз. – 1959. – 1118 с.

2. Одинг, И. А. Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов / И.А. Одинг. – М.: Машгиз. – 1947. – 260 с.

3. Биргер, И. А. Расчёт на прочность деталей машин: справ. / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. В. Иосилевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с. – ISBN 5-217-01304-0.

4. Коцаньда, С. Усталостное разрушение металлов / С. Коцаньда; пер. с польск. – М.: Металлургия, 1976. – 456 с.

5. Серенсен, С. В. Прочность материалов и элементов конструкций при статическом нагружении / С. В. Серенсен. В 3 т. Т. 1 – Киев: Наукова думка, 1985. – 264 с.

6. Рудицын, М. Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов / М.Н. Рудицын, П.Я. Артёмов, М.И. Любошиц; под ред. М.Н. Рудицына. – Минск: Вышэйш. шк., 1970. – 630 с.

7. Справочник машиностроителя. В 3 т. Т. 3 / под ред. С.В. Серенсена – М.: Машгиз, 1963. – 651 с.

8. Серенсен, С. В. Несущая способность и расчеты деталей машин / С. В. Серенсен, В. П. Когаев, Р. М. Шнейдерович; под ред. С. В. Серенсена. – М.: Машгиз, 1963. – 450 с.

9. Когаев, В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени / В. П. Когаев. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.

10. Когаев, В. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность / В. П. Когаев, Н. А. Махутов, А. П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.

11. Биргер, И. А. Детерминированные и статистические модели долговечности / И. А. Биргер // Проблемы прочности летательных аппаратов: сб. ст.; под ред. И.Ф. Образцова, А.С. Вольмира. – М.: Машиностроение. – 1985. – 280 с.

12. Коллинз, Дж. Повреждение материалов в конструкциях / Дж. Коллинз – М.: Мир, 1984. – 624 с.

13. Гоц, А. Н. Научные основы расчета и ускоренных испытаний деталей кривошипно-шатунного механизма тракторных дизелей на

стадии проектирования: автореф. дис. ... д-ра техн. наук/ Гоц Александр Николаевич. – Владимир, 2004. – 32 с.

14. Форрест, П. Усталость металлов / П. Форрест; под ред. С. В. Серенсена; пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1968. – 352 с.

15. Хейвуд, Р. Б. Проектирование с учетом усталости / Р.Б. Хейвуд; под ред. И.Ф. Образцова; пер. с англ. – М.: Машиностроение. – 1969. – 504 с.

16. Подзолов, И. В. Расчет допускаемых напряжений для черных металлов в машиностроении / И.В. Подзолов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Оборонгиз. – 1947. – 486 с.

17. Золотаревский, В. С. Механические свойства металлов / В.С. Золотаревский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Металлургия. – 1983. – 352 с.

18. Вейбулл, В. Усталостные испытания и анализ их результатов / В. Вейбулл; под ред. С.В. Серенсена; пер. с англ. – М.: Машиностроение. – 1964. – 275 с.

19. Степнов, М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: справ. – М.: Машиностроение. – 1985. – 232 с.

20. Гоц, А. Н. Определение коэффициента влияния асимметрии цикла на предел выносливости / А. Н. Гоц // Изв. ТулГУ. Серия Автомобильный транспорт; Вып. 7. – Тула. – 2003. – С. 75 – 93. – ISBN 5-7679-0435-9.

21. Гоц, А. Н. Детерминированные модели усталостной долговечности деталей ДВС / А. Н. Гоц // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1997. – № 12. – С. 19 – 21. – ISSN 0235-8573.

22. Гоц, А. Н. Определение коэффициентов влияния асимметрии цикла на предельную амплитуду / А. Н. Гоц // Известия вузов. МА-ШИНОСТРОЕНИЕ. – 2004. – № 7. – С. 20 – 28.

23. Гоц, А. Н. Определение коэффициентов влияния асимметрии цикла при расчете деталей поршневых двигателей на выносливость / А.Н. Гоц // Двигателестроение. – 2005. – №1. – С. 10 – 12.

24. Гоц, А. Н. Определение запаса прочности щеки коленчатого вала с положительным перекрытием / А. Н. Гоц, И. Н. Куделя // Двигателестроение. – 1999. – № 4. – С. 15 – 18.

25. Гоц А. Н. Расчет щеки коленчатого вала ДВС / А. Н. Гоц, И. Н. Куделя // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1998. – № 9. – С. 26 – 31. – ISSN 0235-8573.

26. Гоц, А. Н. Математическая модель теоретического коэффициента концентрации напряжений в сопряжении щеки и шейки коленчатого вала ДВС / А. Н. Гоц, И. Н. Куделя // Транспорт, екология – устойчиво развитие: сб. докл. V науч.-техн. конф. – Варна, Болгария, 1999.– С. 44 – 50. ISBN-954-20-00030.

27. Гоц, А. Н. Расчеты на прочность деталей ДВС при напряжениях, переменных во времени: учеб. пособие / А. Н. Гоц. – 2-е изд., испр. и доп.; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – 140 с. – ISBN 978-5-9984-0117-6.

28. Гоц, А. Н. Кинематика и динамика кривошипно-шатунного механизма поршневых двигателей: учеб. пособие / А. Н. Гоц; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2006. – 104 с. – ISBN 5-89368-664-0.

29. Гоц, А. Н. Порядок проектирования автомобильных и тракторных двигателей: учеб. пособие / А. Н. Гоц, В.В. Эфрос; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 148 с. – ISBN 5-89368-750-7.

30. Гоц, А. Н. Выбор детерминированной модели усталостной долговечности / А. Н. Гоц, А. Б. Иванченко // Актуальные проблемы управления качеством производства и эксплуатации транспортных средств: материалы IX междунар. науч.-практ. конф. / Владим. гос. ун-т. – Владимир, 2002. – С. 311 – 314. – ISBN 5-89368-320-X.

31. Белов, Е. С. Расчет составного блок-картера одноцилиндрового дизеля / Е.С. Белов [и др.] // Фундаментальные и прикладные проблемы совершенствования поршневых двигателей: материалы XII Междунар. науч.-практ. конф.; под ред. А.Н. Гоца. – ВлГУ. – Владимир. – 2010. – С. 114 – 118. – ISBN 978-5-9984-0079-7.

32. Гоц, А. Н. Выбор детерминированной модели усталостной долговечности при расчете деталей поршневых двигателей на переменные нагрузки / А. Н. Гоц // Сб. науч. тр. Междунар. конф. Двигатель-2010, посвященной 180-летию МГТУ им. Н.Э. Баумана / под ред. Н.А. Иващенко, В.А. Вагнера, Л.В. Грехова. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – С. 44 – 49. – ISBN 5-7038-1452-9.

33. Прочность, устойчивость, колебания: справ. / под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. В 3 т. Т.1. – М.: Машиностроение. – 1968. – 832 с. 34. Афанасьев, Н. Н. Статистическая теория усталостной прочности металлов / Н.Н. Афанасьев. – М.: Изд-во АН СССР. – 1953. – 123 с.

35. Бойцов, Б. В. Прогнозирование долговечности напряженных конструкций. Комплексное исследование шасси самолета / Б.В. Бойцов. – М.: Машиностроение. – 1985. – 232 с.

36. Когаев, В.П. Рассеивание пределов выносливости марок сталей в связи с конструктивными и технологическими факторами / В.П. Когаев, Б.В. Бойцов // Надежность и контроль качества. – 1969. – № 10. – С. 53 – 66.

оглавление

Предислови	
Глава 1. Обр	разование и развитие усталостных повреждений металла7
1.1.	Основные понятия7
1.2.	Основные законы прочности при переменных напряжениях.
	Предел выносливости и опытное его определение11
1.3.	Понятие о физической природе процесса усталостного
	разрушения
1.4.	Обнаружение усталостных трещин
Глава 2. Вли	ияние различных факторов на величину предела выносливости33
2.1.	Влияние типа деформации
2.2.	Влияние степени несимметрии цикла
2.3.	Схематизированные диаграммы предельных циклов43
2.4.	Новые схематизированные диаграммы предельных циклов46
2.5.	Влияние концентрации напряжений и абсолютных размеров
	детали
2.6.	Влияние качества обработки поверхности на предел
	выносливости металлов
2.7.	Влияние температуры и частоты изменений напряжений67
Глава 3. Ме	тоды расчета на прочность деталей машин при нагрузках,
пе	ременных во времени
3.1.	Расчеты на прочность при одноосном напряженном состоянии
	и чистом сдвиге (кручении)
3.2.	Определение коэффициента запаса при сложном напряженном
	состоянии
3.3.	Расчет деталей поршневых двигателей
3.3.1.	Расчет коленчатого вала четырехтактного двигателя
3.3.2.	Расчет поршневого пальца
3.4.	Детерминированные модели усталостной долговечности
	при стационарном нагружении
3.5.	Расчет деталей на переменные нагрузки с использованием
	метода конечных элементов
3.6.	Практические мероприятия, принимаемые для повышения
	усталостной прочности материалов
Заключение	
Приложени	я
Библиограф	ический список134

Научное издание

ГОЦ Александр Николаевич

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Монография

Подписано в печать 06.02.12. Формат 60х84/16. Усл. печ. л. 8,14. Тираж 100 экз. Заказ Издательство Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых 600000, Владимир, ул. Горького, 87.