

ИННОВАЦИОННАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА



Проект 2: индивидуальная траектория обучения
и качество образования

Цель: ориентированное на требования рынка
образовательных услуг улучшение качества
подготовки и переподготовки специалистов

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет

И. И. РОМАНЕНКО, Е. В. БУРАВЛЕВА

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Под редакцией Г. Н. Бутузовой

**Библиотека ВлГУ
Брошюрный фонд**

Владимир 2008

УДК 514.18(07)
ББК 22.151.34 я2
Р69

Рецензенты:

Доктор педагогических наук, профессор
зав. кафедрой технической графики и декоративно-прикладного искусства
Владимирского государственного педагогического университета
Е. П. Михеева

Кандидат технических наук, доцент
Владимирского государственного университета
В. В. Гавшин

Печатается по решению редакционного совета
Владимирского государственного университета

Романенко, И. И.

Р69 Рабочая тетрадь по начертательной геометрии / И. И. Романенко,
Е. В. Буравлева ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим.
гос. ун-та, 2008. – 96 с. – ISBN 5-89368-788-4.

Содержит теоретический материал в кратком изложении, задания и примеры их выполнения.

Предназначена для студентов 1-го курса специальностей 270100 – строительство (бакалавриат), 270102 – промышленное и гражданское строительство, 270105 – городское строительство и хозяйство дистанционной формы обучения для решения задач по курсу «Начертательная геометрия».

Ил. 86. Библиогр.: 8 назв.

УДК 514.18(07)
ББК 22.151.34 я2

ISBN 5-89368-788-4

© Владимирский государственный
университет, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	5
Обозначение основных операций.....	6
Принятые обозначения.....	6
Раздел 1. ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ.....	7
Тема 1. Точка. Прямая. Плоскость.....	7
Точка в системе трех плоскостей проекций.....	7
Задачи.....	10
Прямые общего и частного положения.....	11
Задачи.....	15
Плоскости общего и частного положения.....	16
Задачи.....	21
Тема 2. Позиционные задачи.....	23
Определение линии пересечения плоскостей.....	23
Определение точки пересечения прямой с плоскостью.....	23
Задачи.....	25
Тема 3. Способы преобразования эпюра Монжа.....	28
Способ замены плоскостей проекций.....	28
Способ вращения вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций.....	28
Построение прямой, наклоненной под заданными углами к плоскостям проекций.....	29
Вращение вокруг линии уровня.....	30
Задачи.....	32
Тема 4. Поверхности.....	33
Классификация поверхностей.....	33
Пересечение поверхностей плоскостью.....	35
Пересечение поверхностей.....	37
Задачи.....	39
Раздел 2. ТЕНИ В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЯХ.....	42
Общие положения.....	42
Падающая тень от точки и прямой общего положения.....	43

Падающая тень от прямых частного положения.....	44
Тень от плоской фигуры.....	45
Тень от прямой на плоскости общего положения.....	46
Тень от схематичного здания.....	47
<i>Задачи</i>	48
Раздел 3. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ.....	52
Сущность метода.....	52
Проекция прямой.....	52
<i>Задачи</i>	53
Проекция плоскости.....	54
Проекция поверхностей.....	56
<i>Задачи</i>	58
Определение объемов и границ земляных работ на чертеже.....	58
<i>Задачи</i>	64
Раздел 4. ПЕРСПЕКТИВА.....	68
Общие положения.....	68
Перспективы точек, расположенных в различных частях пространства	70
<i>Задачи</i>	73
Перспектива прямой линии.....	73
Перспектива прямых частного положения.....	75
Взаимное расположение прямых линий.....	76
<i>Задачи</i>	78
Взаимное положение плоскостей.....	80
Пересечение прямой и плоскости.....	80
Способ архитекторов.....	81
<i>Задачи</i>	84
Тени в перспективе.....	86
<i>Задачи</i>	90
Библиографический список.....	93

ПРЕДИСЛОВИЕ

В рабочей тетради представлены задания по отдельным темам, дополненные теоретическим материалом в кратком изложении. Основную их часть студенты выполняют самостоятельно. Для подготовки к каждой теме студент должен изучить соответствующий теоретический материал, данный перед заданиями.

Решать каждое задание студент должен по следующему плану.

1. Внимательно прочитать условие и исходный чертеж. Представить мысленно все заданные геометрические элементы в пространстве.

2. Если необходимо, записать алгоритм решения.

3. Выполнить построения на эюре, соблюдая последовательность запланированных графических операций.

Графические построения должны выполняться аккуратно при помощи чертежных инструментов. Рекомендуется применять цветные карандаши. Результат решения задания должен быть выделен красным цветом. Буквенные и цифровые обозначения и запись алгоритмов выполняют по ГОСТ 2.304-81.

Обозначение основных операций

Знак	Значение	Пример	Чтение
\in	Принадлежность элемента	$A \in \alpha$	Точка A принадлежит плоскости α
\subset	Принадлежность множества	$a \subset \beta$	Линия a принадлежит плоскости β
\cap	Пересечение	$a \cap \gamma = K$	Линия a пересекается с плоскостью γ в точке K
$//$	Параллельность	$l // q$	Прямая l параллельна прямой q
\perp	Перпендикулярность	$a \perp b$	Прямая a перпендикулярна прямой b
$=$	Совпадение, равенство	$K = a \cap \delta$	Точка K есть точка пересечения линии a с плоскостью δ
[...]	Отрезок прямой	$[AB]$	Отрезок прямой, ограниченный точками A и B
...	Расстояние	$ AB $	Расстояние между точками A и B

Принятые обозначения

- A, B, C, \dots , – точки пространства (прописные латинские буквы)
 $1, 2, 3, \dots$, – точки пространства (арабские цифры)
 a, b, c, \dots , – прямые и кривые линии (строчные латинские буквы)
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, – плоскости (строчные греческие буквы)
 $\Phi, \Theta, \Delta, \dots$, – поверхности (прописные греческие буквы)
 A_1, a_2, b_3, \dots , – проекции точки и прямых
 A', A'_1 – перспективная и вторичная проекции точки
 A_{-7} – проекция точки с числовой отметкой
 A_{t1}, A_{t2}, A_{t3} – тень точки на плоскости

Раздел 1. Ортогональные проекции

Тема 1. Точка. Прямая. Плоскость

Точка в системе трех плоскостей проекций

На рис. 1 изображены три взаимно перпендикулярные плоскости π_1 , π_2 и π_3 , образующие систему плоскостей π_1 , π_2 , π_3 . Примем их за плоскости проекций.

Одна из плоскостей, обозначенная буквой π_1 , расположена горизонтально, другая, обозначенная буквой π_2 , – вертикально. Плоскость π_2 называют *фронтальной* плоскостью проекций, плоскость π_1 – *горизонтальной* плоскостью проекций.

Линия пересечения плоскостей π_1 и π_2 называется осью проекций и обозначается x .

Третья плоскость, перпендикулярная и к π_1 , и к π_2 , – плоскость π_3 . Ее называют *профильной* плоскостью проекций. Помимо оси проекций x есть еще оси z и y , перпендикулярные к оси x . Буквой O обозначена точка пересечения этих трех осей. Ось x называют осью абсцисс, ось y – осью ординат и ось z – осью аппликат. Так как ось $x \perp \pi_3$, ось $y \perp \pi_2$, ось $z \perp \pi_1$, то в точке O совпадают проекции оси x на плоскость π_3 , оси y на плоскость π_2 и оси z на плоскость π_1 .

На рис. 2, 3 показано построение проекций некоторой точки A в системе π_1 , π_2 , π_3 . Проведя из A перпендикуляры к π_1 , π_2 и π_3 , получаем проекции точки A : горизонтальную – A_1 , фронтальную – A_2 и профильную – A_3 .

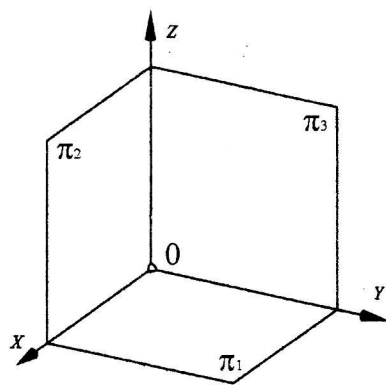


Рис. 1

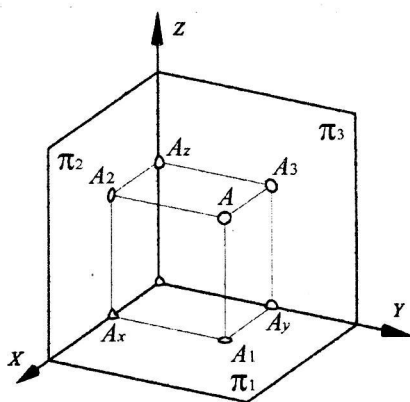


Рис. 2

Проецирующие прямые, соответственно перпендикулярные к π_1 и π_2 , определяют плоскость, перпендикулярную к данным плоскостям и оси проекций x .

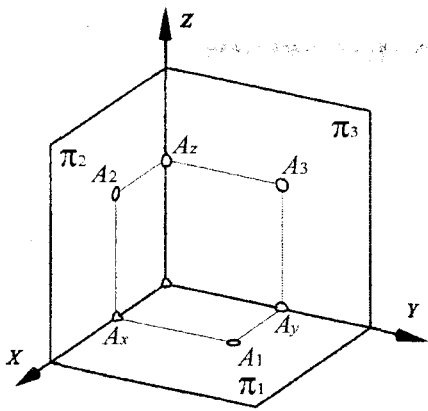


Рис. 3

Эта плоскость в пересечении с π_1 и π_2 образует две взаимно перпендикулярные прямые, пересекающиеся в точке A_x на оси проекций. Следовательно, проекции некоторой точки оказываются расположенными на прямых, перпендикулярных к оси проекций и пересекающих эту ось в одной и той же точке.

На рис. 4, 5 показана схема совмещения плоскостей π_1 , π_2 и π_3 в одну плоскость.

Для оси y дано два положения.

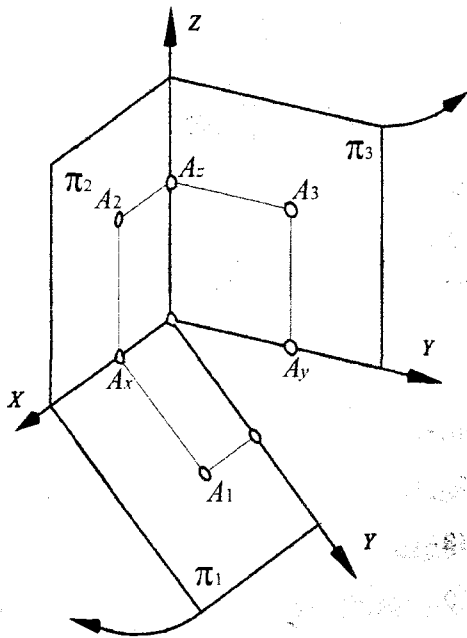


Рис. 4

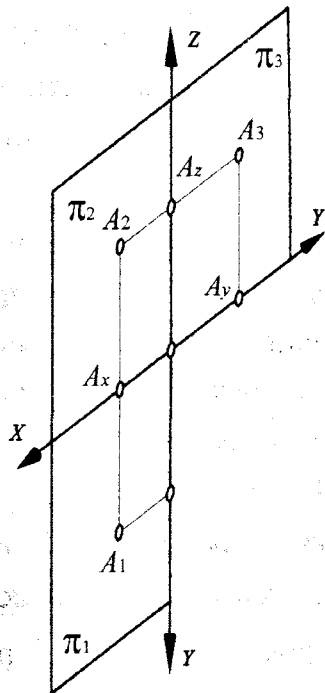


Рис. 5

Повернув плоскость π_1 вокруг оси проекций x , а плоскость π_3 вокруг оси z до совмещения с плоскостью π_2 (рис. 6), получим одну плоскость — плоскость чертежа; горизонтальная и фронтальная проекции (A_1 и A_2) расположатся на одном перпендикуляре к оси x — на линии связи A_2A_1 , фронтальная и профильная проекции (A_2 и A_3) — на одном перпендикуляре к оси z , т.е. на линии связи A_2A_3 .

В результате указанного совмещения плоскостей получается чертеж, известный под названием эпюр (эпюр Монжа). Это чертеж в системе π_1, π_2, π_3 (или системе трех прямоугольных проекций).

Итак, эпюр Монжа точки A образуется следующим образом.

1. Точку A проецируют на плоскости проекций π_1, π_2, π_3 (см. рис. 2).

2. Точку A убирают, оставляя ее проекции A_1, A_2 и A_3 (см. рис. 3).

3. Плоскости проекций π_1 и π_3 , поворачивая вокруг осей x и z , совмещают с плоскостью π_2 (см. рис. 4 и 5).

4. Получаем плоский чертеж, на котором плоскости проекций π_1, π_2, π_3 с изображенными проекциями точки A (A_1, A_2, A_3) совмещены в одну, — эпюр Монжа (см. рис. 6).

Расстояние точки A от плоскости π_1 измеряется на чертеже отрезком A_2A_x или отрезком A_3A_y — координата z , расстояние от π_2 — отрезком A_1A_x или отрезком A_3A_z — координата y , расстояние от π_3 — отрезком A_1A_y или отрезком A_2A_z — координата x . Поэтому проекцию A_3 можно построить откладывая на линии связи проекций A_2 и A_3 от оси z вправо отрезок, равный A_1A_x , координату x .

По заданным координатам точки можно построить её проекции на плоскости π_1, π_2, π_3 .

Положим, дана точка $A(7; 3; 5)$. Эта запись обозначает, что точка A определяется координатами $x = 7, y = 3, z = 5$. Если масштаб для построения чертежа задан, то откладывают на оси x от точки O отрезок OA_x , равный семи единицам, и на перпендикуляре к этой оси, проведенном из точки A_x , отрезки $A_xA_1 = 3$ ед. и $A_xA_2 = 5$ ед. Получаем проекции A_1 и A_2 . Для построения достаточно взять только ось x .

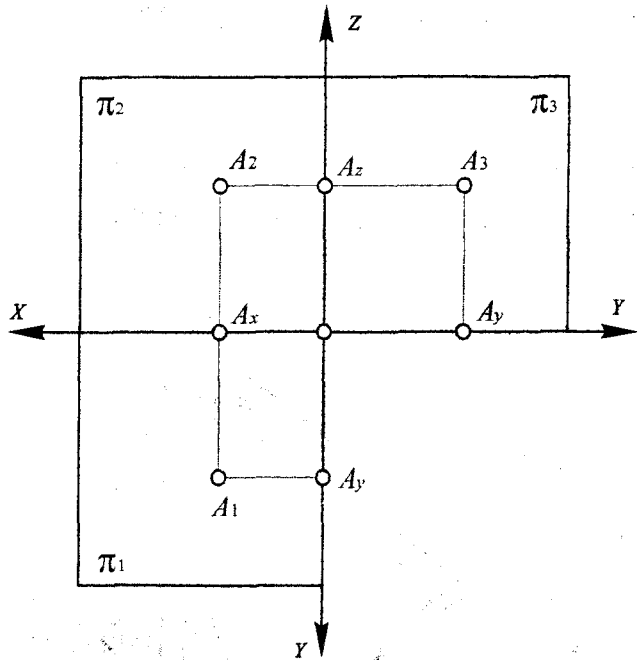
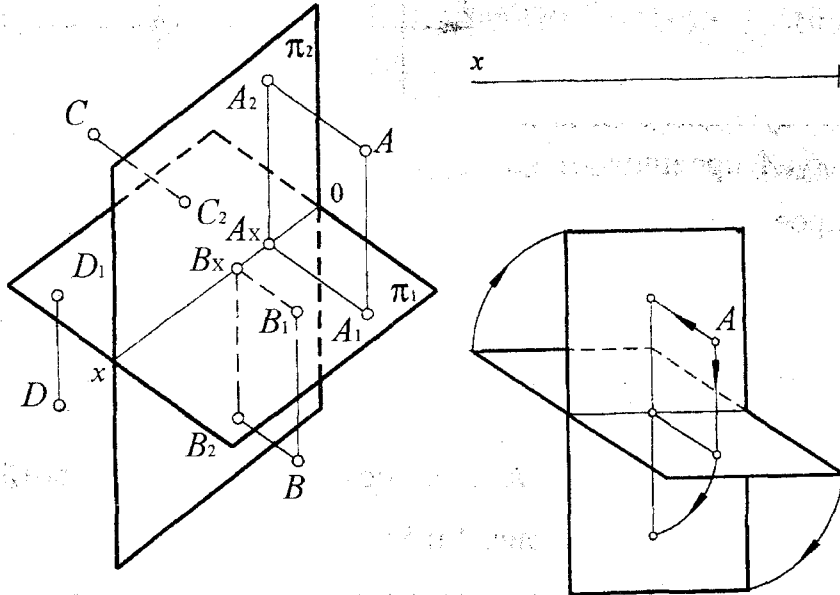


Рис. 6

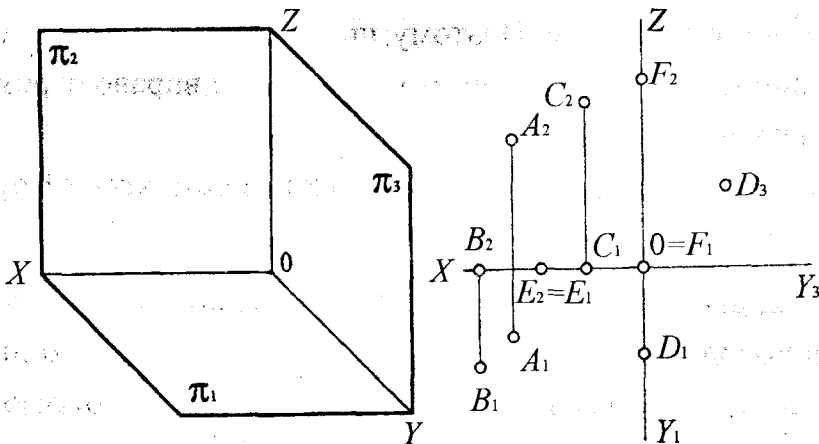
Задачи

Задача 1. На наглядном изображении построить недостающие проекции точек C и D . Построить эюры точек A, B, C, D . Указать четверти пространства, в которых находятся заданные точки.



A _____ B _____ C _____ D _____

Задача 2. По двум проекциям точек A, B, C, D, E, F построить третью. Измерить и записать координаты точек. Построить наглядное изображение точек.



$A(\quad , \quad , \quad)$ $C(\quad , \quad , \quad)$ $E(\quad , \quad , \quad)$
 $B(\quad , \quad , \quad)$ $D(\quad , \quad , \quad)$ $F(\quad , \quad , \quad)$

Задача 3. Построить проекции точек:

а) $A(40; 20; 10);$

б) $C(20; 25; 20);$

$B(40; 20; 15);$

$D(20; 10; 20).$

Определить их видимость.

X

0

Прямые общего и частного положения

При ортогональном проецировании на плоскость прямая общего положения проецируется в прямую, поэтому для определения проекции прямой достаточно знать проекции двух точек, принадлежащих прямой.

На рис 7. прямая l задана отрезком AB , $l(AB)$, который имеет проекции A_1B_1 и A_2B_2 . Точки A и B находятся на разных расстояниях от каждой из плоскостей проекций, т. е. прямая AB не параллельна ни одной из них. Такая прямая называется *прямой общего положения*.

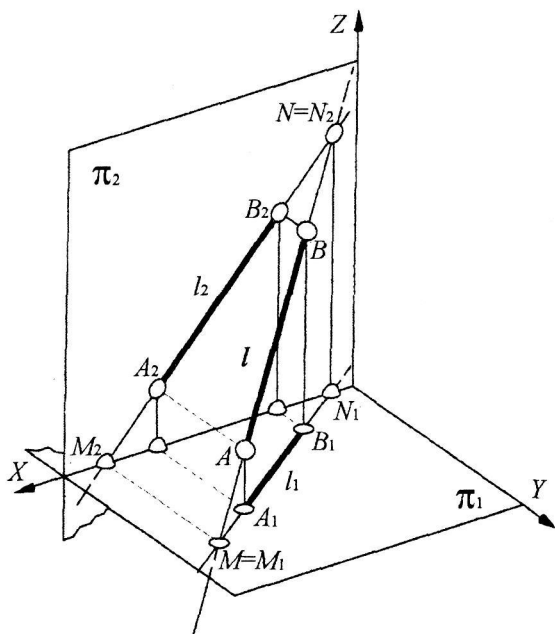


Рис. 7

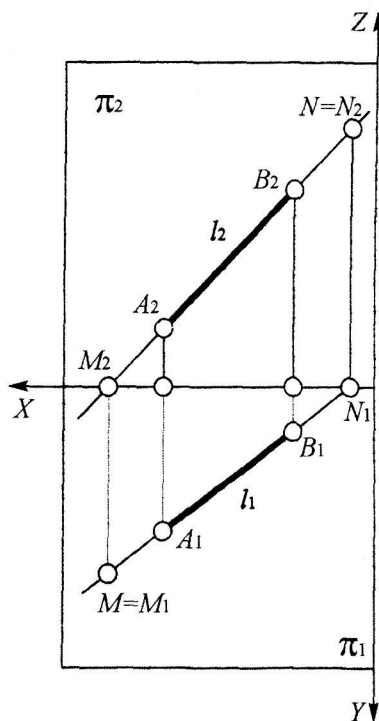


Рис. 8

Прямая общего положения пересекает все три плоскости. Точку пересечения прямой с плоскостью проекций называют *следом прямой*.

$l \cap \pi_1 = M \Rightarrow M \in \pi_1$, M – горизонтальный след прямой;

$l \cap \pi_2 = N \Rightarrow N \in \pi_2$, N – фронтальный след прямой.

Для нахождения горизонтального следа прямой необходимо (рис. 8):

1) продолжить фронтальную проекцию прямой AB до пересечения с осью x ($l_2 \cap x = N_2$);

2) через полученную точку провести линию связи, перпендикулярную x ;

3) пересечение ее с горизонтальной проекцией прямой укажет положение горизонтального следа M .

Аналогично находится и фронтальный след.

Прямые, перпендикулярные или параллельные плоскостям проекций, называются *прямыми частного положения*.

Прямые h, f, p , изображенные на рис. 9, а, б; 10, а, б; 11, а, б, параллельны плоскостям проекций. На плоскость проекций, которой они параллельны, проецируются без искажения, следовательно, отрезки, принадлежащие этой прямой, проецируются в натуральную величину, а углы, которые они составляют с плоскостями проекций, сохраняются.

Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций (см. рис. 9), называется *горизонтальной прямой*. На горизонтальной плоскости проекций π_1 она проецируется в натуральную величину, а фронтальная проекция такой прямой параллельна оси x ($h_2 \parallel x$).

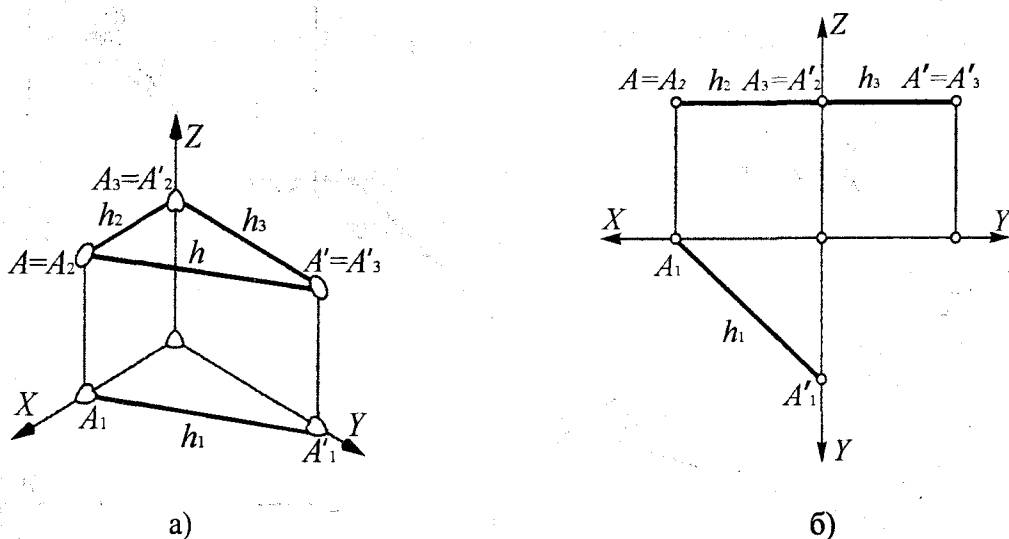


Рис. 9

Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций (см. рис. 10), называется *фронтальной прямой*. На плоскость π_2 она проецируется в на-

натуральную величину. Горизонтальная проекция такой прямой параллельна оси x ($f_1 // x$).

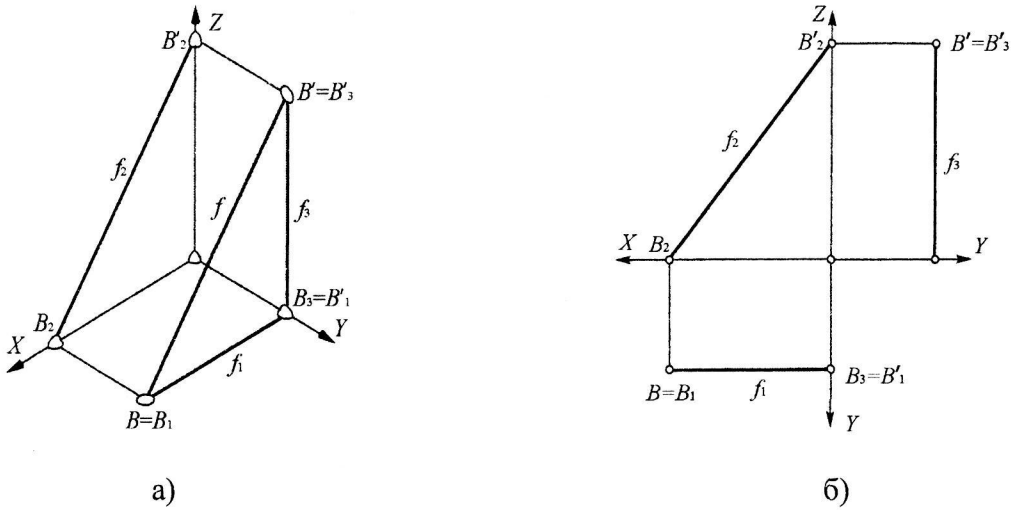


Рис. 10

Прямая, параллельная Π_3 (см. рис. 11), называется *профильной прямой*. На плоскость Π_3 она проецируется в натуральную величину. Горизонтальная проекция такой прямой параллельна оси y ($p_1 // y$). Фронтальная проекция параллельна оси z ($p_2 // z$).

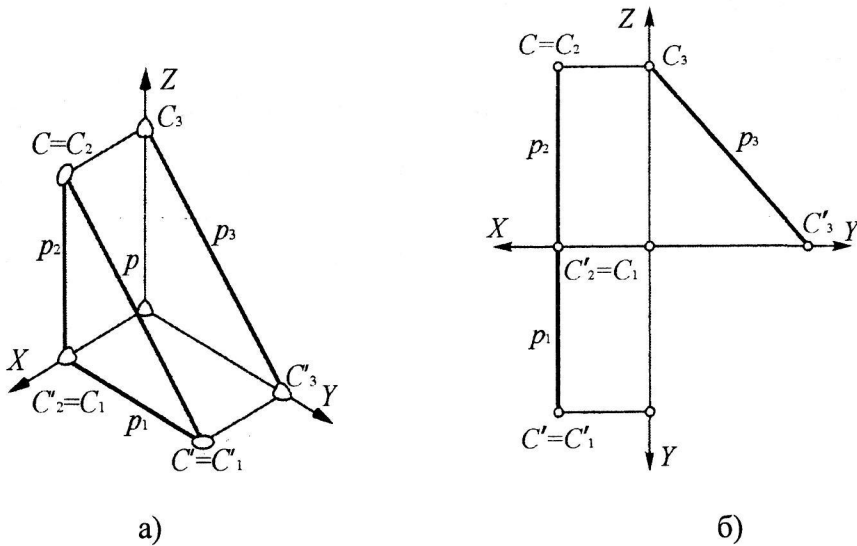


Рис. 11

Прямые, перпендикулярные плоскостям проекций (рис. 12), называются *проецирующими прямыми* и пересекаются только с одной плоскостью проекций.

$k \perp \Pi_1$ (см. рис. 12, 13) – *горизонтально-проецирующая прямая*. Такая

прямая проецируется на плоскость Π_1 в точку, а ее фронтальная и профильная проекции параллельны оси z .

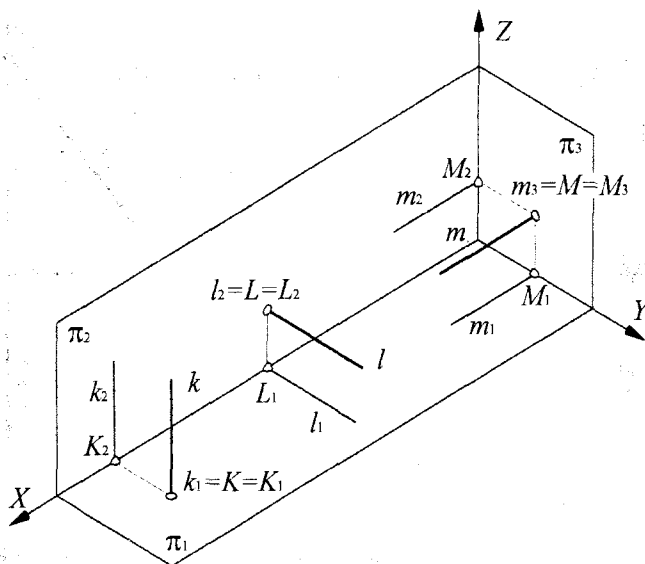


Рис. 12

На эюре след прямой K совпадает с горизонтальной проекцией прямой k_1 .

$l \perp \Pi_2$ (см. рис. 12, 13) – фронтально-проецирующая прямая. Она проецируется на плоскость Π_2 в точку, а ее фронтальная и профильная проекции параллельны оси y .

$m \perp \Pi_3$ (см. рис. 12, 14) – профильно-проецирующая прямая, проецируется в точку на плоскость Π_3 , а ее фронтальная и профильная проекции параллельны оси x .

Соответственно на эюре следы прямых L и M совпадают с проекциями l_2 и m_3 .

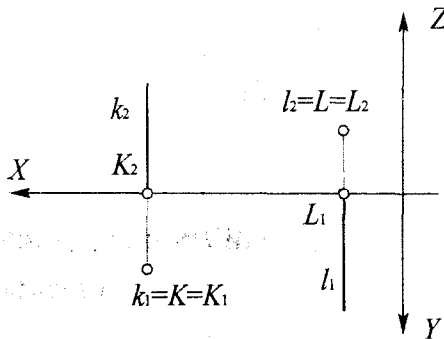


Рис. 13

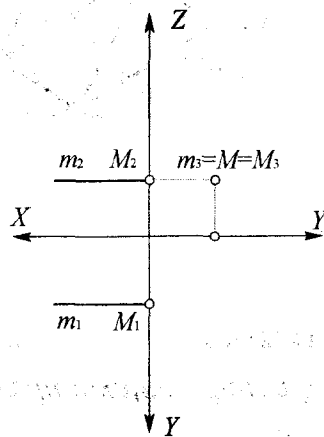
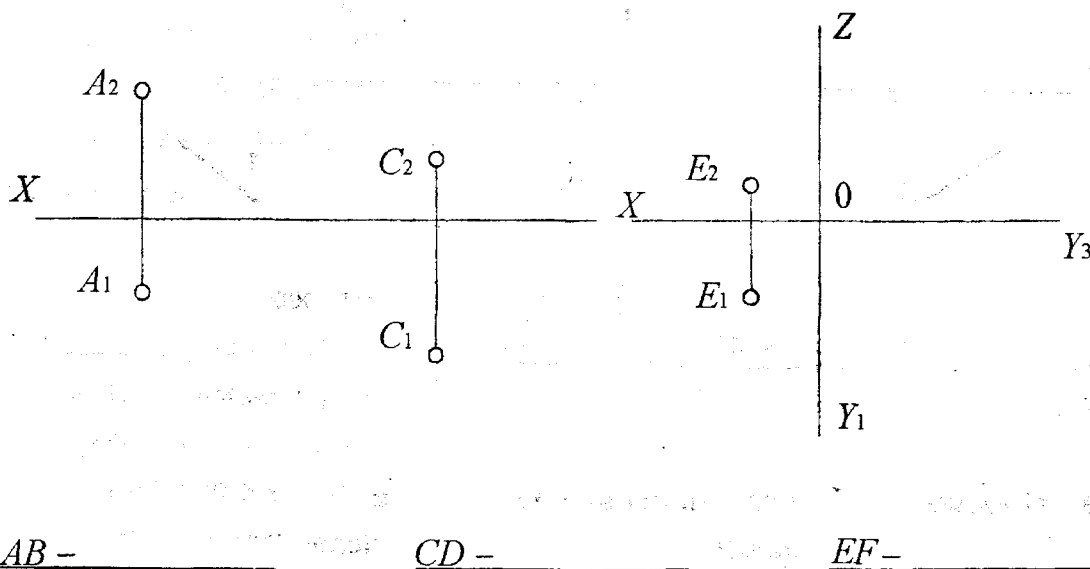


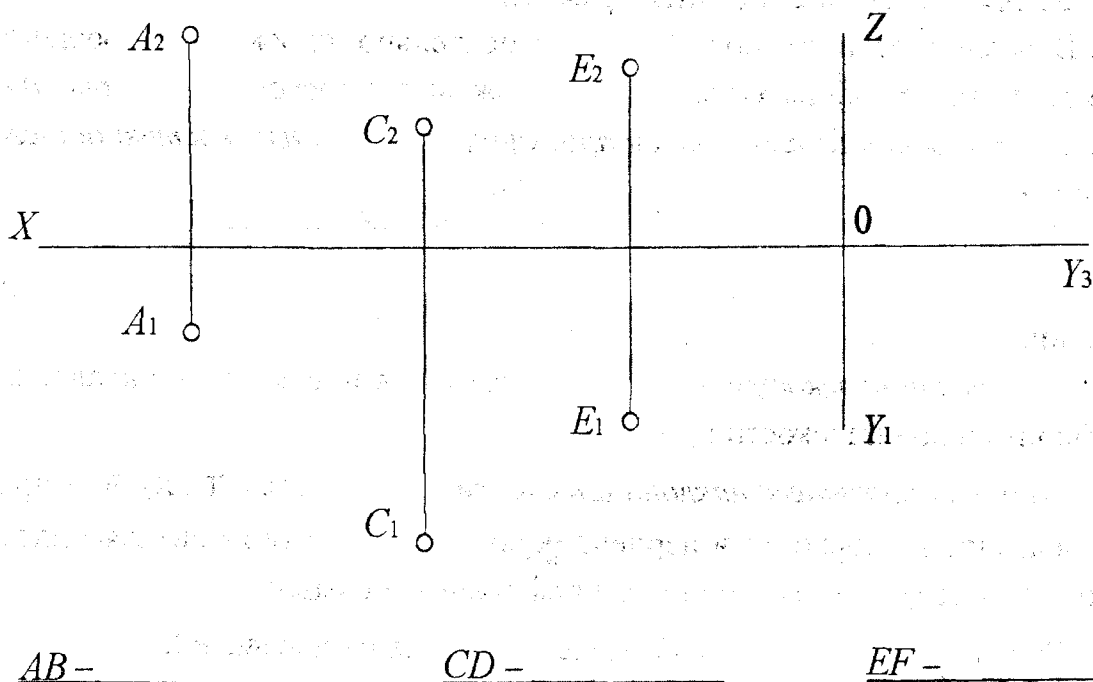
Рис. 14

Задачи

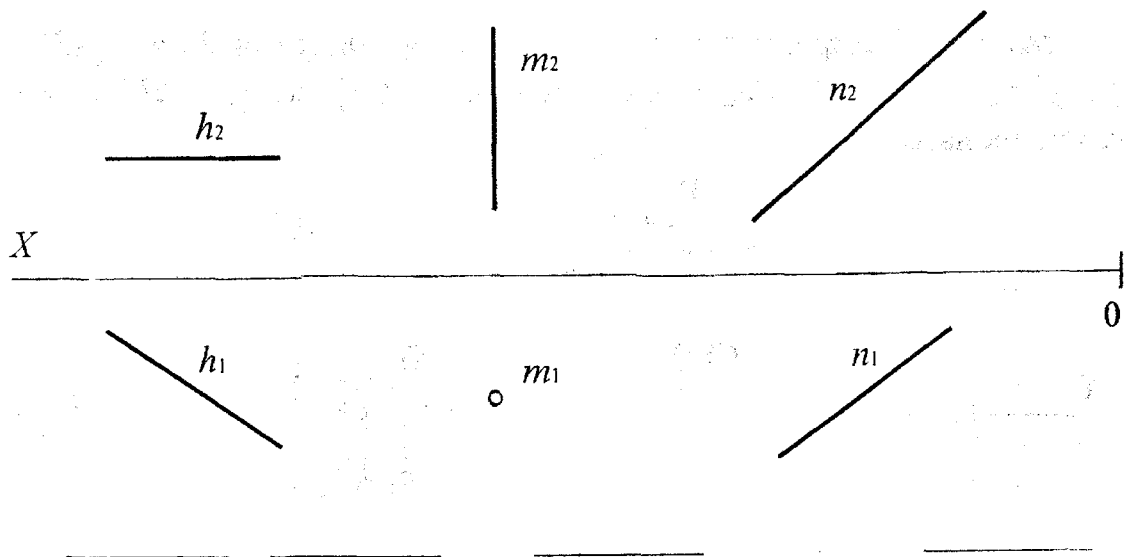
Задача 4. Построить проекции отрезков прямых длиной 25 мм. $[AB] \parallel \pi_1$ и $[AB] \wedge \pi_2 = 30^\circ$; $[CD] \parallel \pi_2$ и $[CD] \wedge \pi_1 = 45^\circ$; $[EF] \parallel \pi_3$ и $[EF] \wedge \pi_1 = 60^\circ$. Указать их название.



Задача 5. Построить проекции отрезков прямых длиной 20 мм. $[AB] \perp \pi_1$; $[CD] \perp \pi_2$; $[EF] \perp \pi_3$. Указать их название.



Задача 6. Построить следы прямых h , m , n и записать их координаты.



Плоскости общего и частного положения

Положение плоскости в пространстве определяется:

- 1) тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- 2) любой плоской фигурой;
- 3) прямой и точкой, взятой вне прямой;
- 4) параллельными прямыми;
- 5) двумя пересекающимися прямыми.

В зависимости от положения относительно плоскостей проекций плоскости бывают общего и частного положения. *Плоскость, не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций, является плоскостью общего положения.*

Прямые особого положения в плоскости. *Горизонталы плоскости* – прямые, лежащие в плоскости и параллельные горизонтальной плоскости проекций.

Фронталы плоскости – прямые, лежащие в плоскости и параллельные фронтальной плоскости проекций.

Линии наибольшего наклона плоскости к плоскостям Π_1 , Π_2 , Π_3 – прямые, лежащие в плоскости и перпендикулярные или к горизонталям плоскости, или к ее фронталям, или к ее профильным прямым.

Линии ската – линии наибольшего наклона к плоскости Π_1 .

Следы плоскости общего положения. *Прямые, по которым неко-*

торая плоскость пересекает плоскости проекций, называются следами этой плоскости.

Для нахождения прямой, по которой плоскость, заданная двумя пересекающимися прямыми (α), пересекает π_1 , достаточно построить точки пересечения этих прямых с плоскостью π_1 .

Следы плоскости можно представить как горизонтали, фронталы и профильные прямые нулевого уровня в плоскости. Нахождение следов плоскости сводится к следующему (рис. 15, 16):

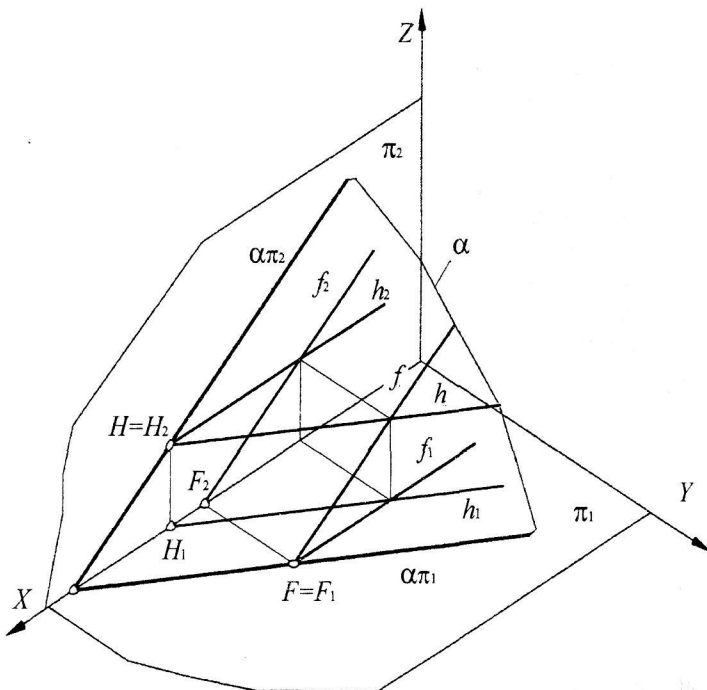


Рис. 15

1) находят точки пересечения фронталы с плоскостью $\pi_1 - F$ и горизонталы с плоскостью $\pi_2 - H$;

2) из этих точек проводят следы плоскости $\alpha\pi_2 // f_2$ и $\alpha\pi_1 // h_1$.

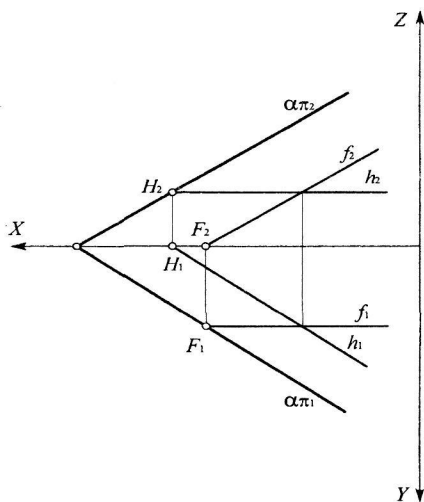


Рис. 16

Следы плоскостей частного положения. Плоскости, перпендикулярные одной из плоскостей проекций, называются проецирующими (рис. 17, а, б; 18, а, б; 19, а, б).

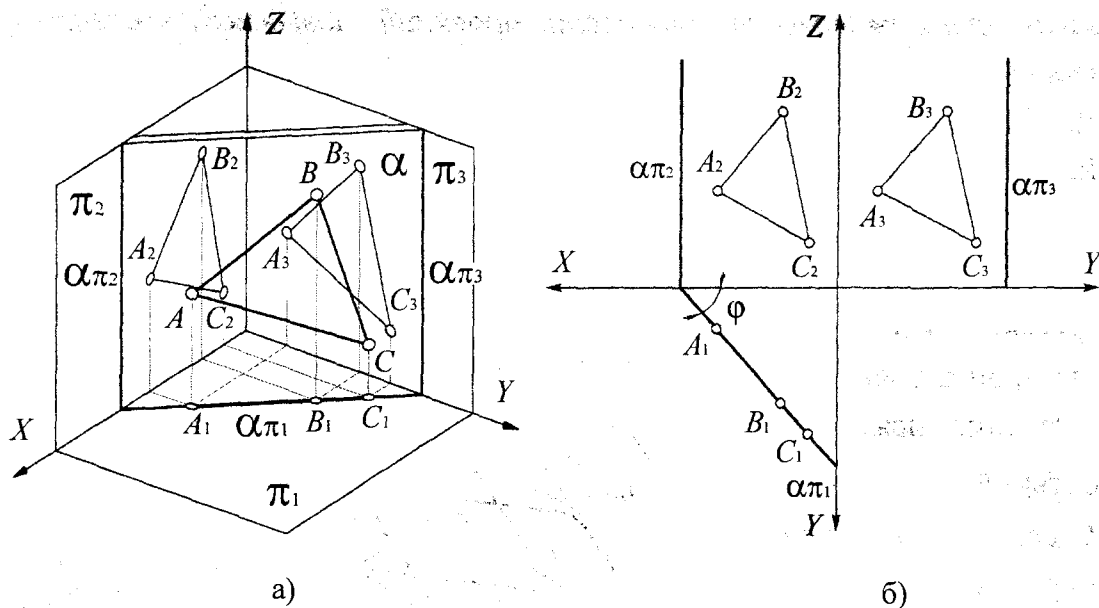


Рис. 17

$\alpha \perp \pi_1$ (см. рис. 17) – горизонтально-проецирующая плоскость; горизонтальная проекция представляет собой отрезок прямой, угол φ равен углу между заданной плоскостью и π_2 . $\alpha\pi_2 \perp x$, $\alpha\pi_1 \perp y$.

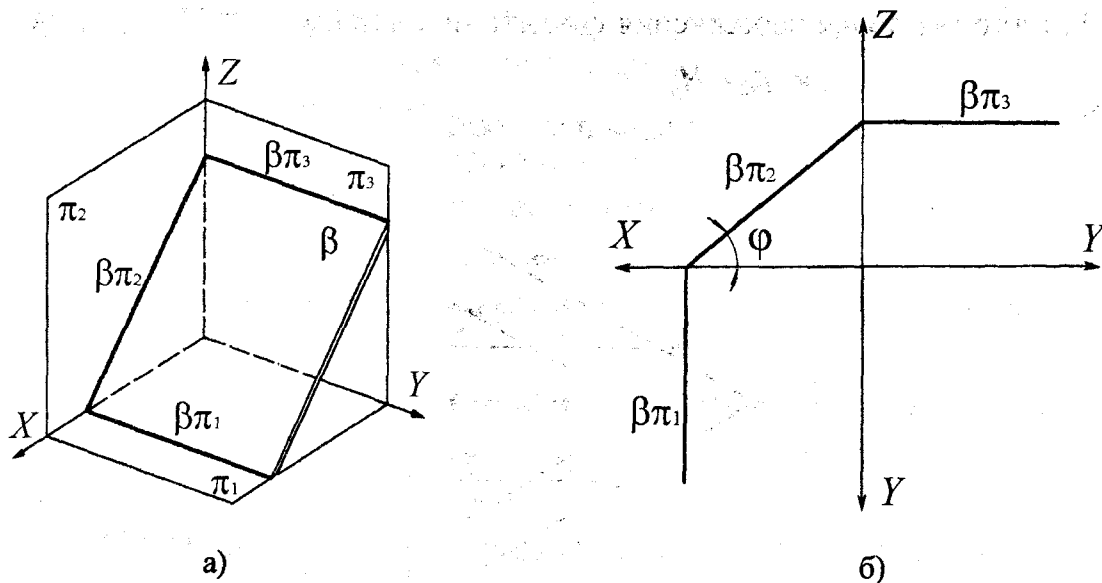


Рис. 18

$\beta \perp \pi_2$ (см. рис. 18) – фронтально-проецирующая плоскость; фронтальная проекция представляет собой отрезок прямой, угол φ равен углу между заданной плоскостью и π_1 . $\beta\pi_1 \perp x$, $\beta\pi_3 \perp z$.

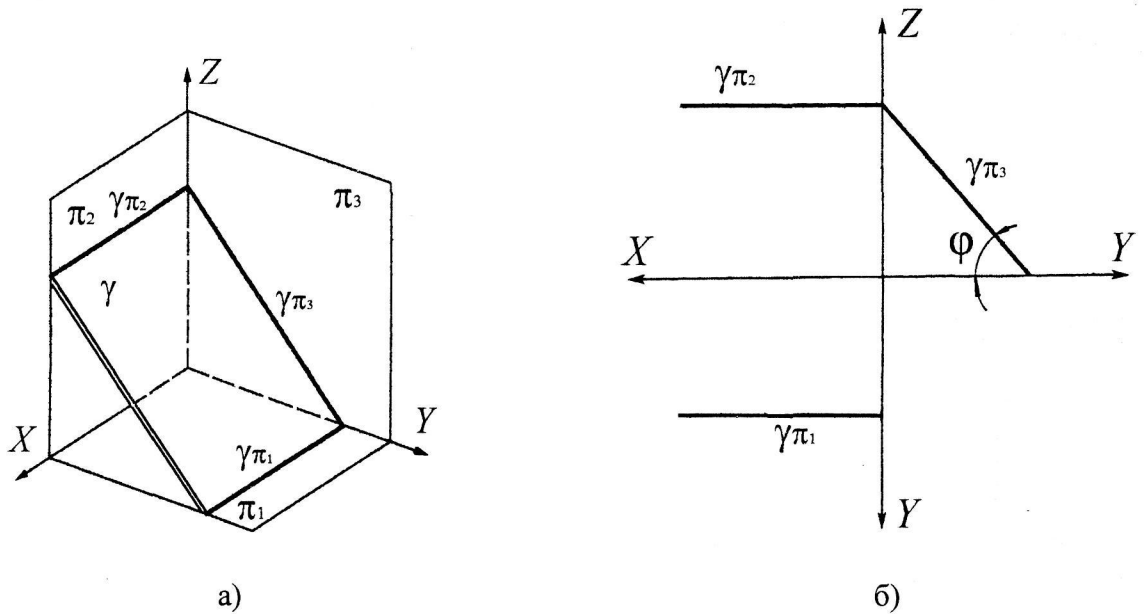


Рис. 19

$\gamma \perp \pi_3$ (см. рис. 19) – *профильно-проецирующая плоскость*; профильная проекция представляет собой отрезок прямой, угол φ равен углу между заданной плоскостью и π_1 . $\gamma_{\pi_2} \perp z$, $\gamma_{\pi_1} \perp y$.

Плоскости, параллельные плоскостям проекций, называются плоскостями уровня (рис. 20, а, б; 21, а, б; 22, а, б).

$\theta \parallel \pi_1$ (см. рис. 20) – *горизонтальная плоскость*.

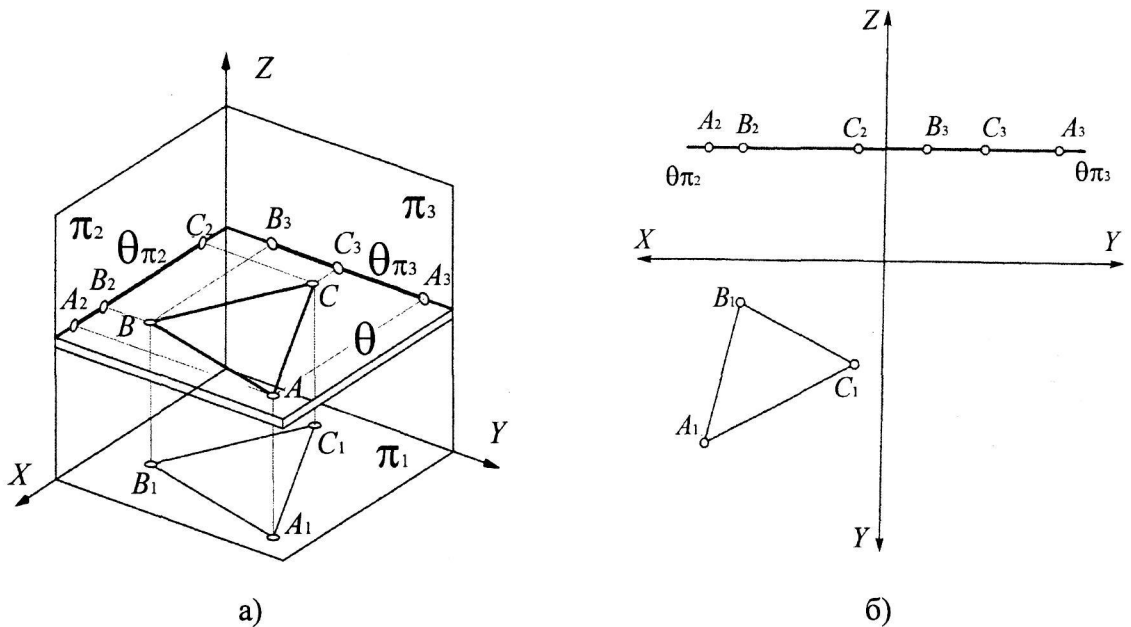


Рис. 20

$\varepsilon // \pi_2$ (см. рис. 21) – фронтальная плоскость.

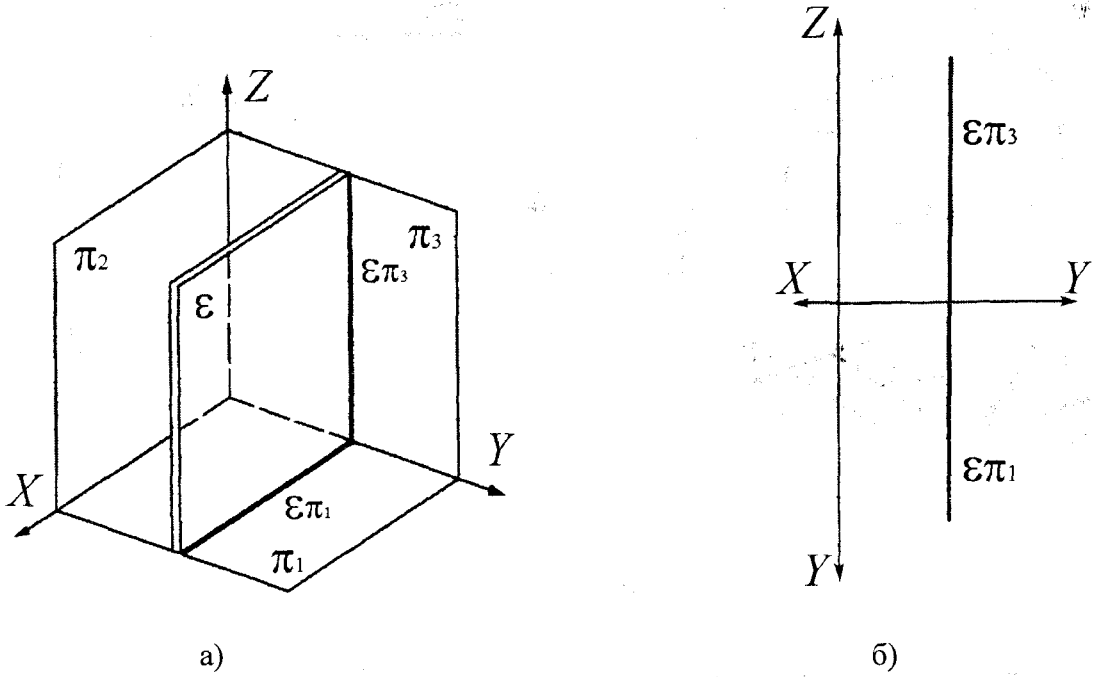


Рис. 21

$\delta // \pi_3$ (см. рис. 22) – профильная плоскость.

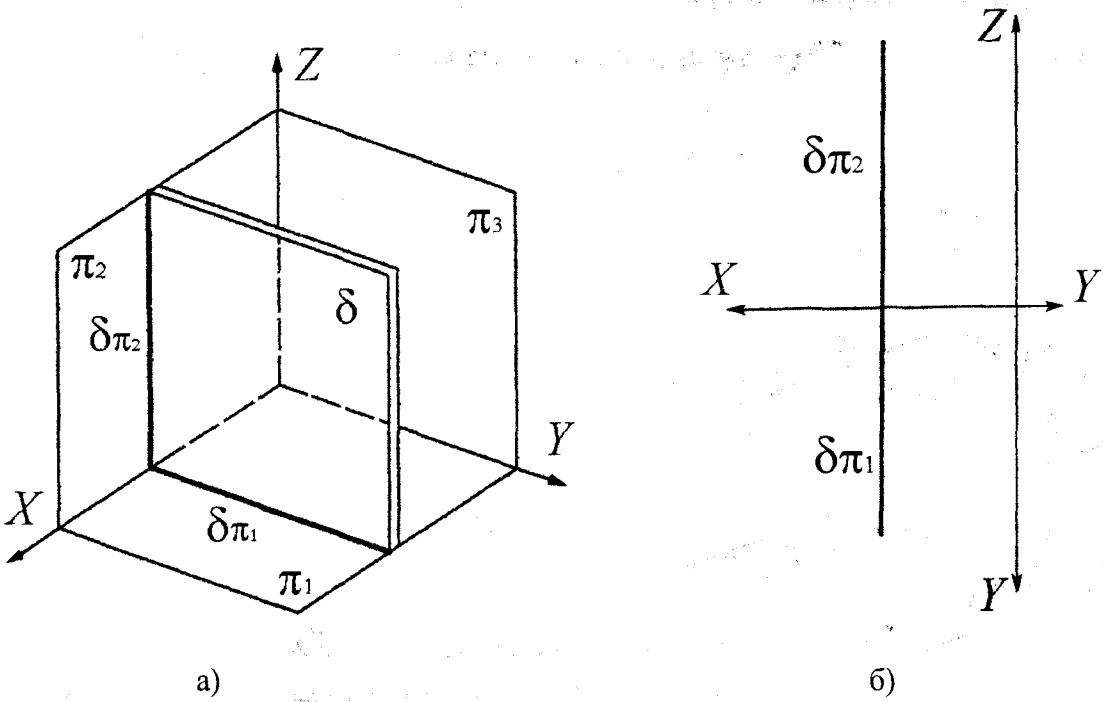
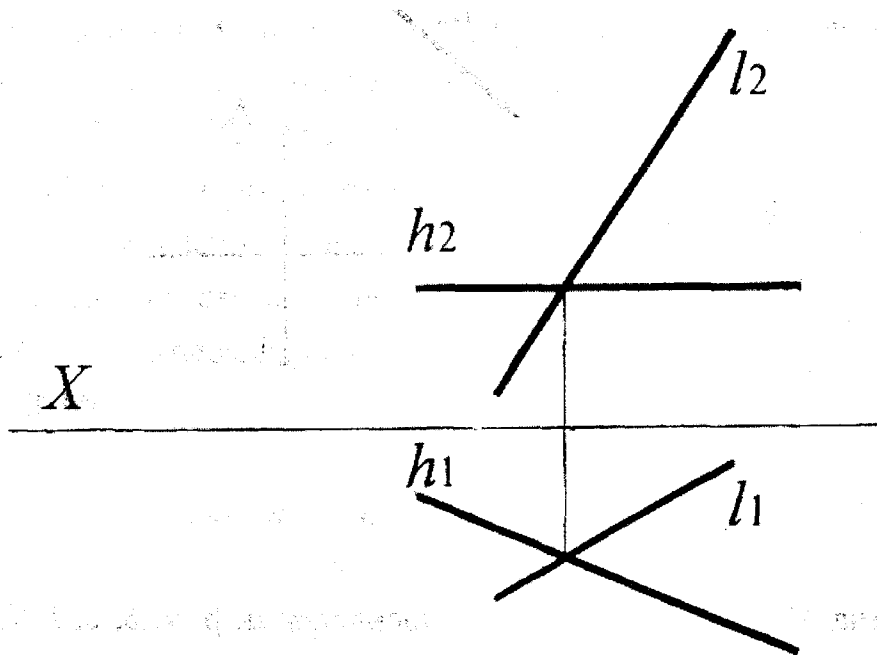


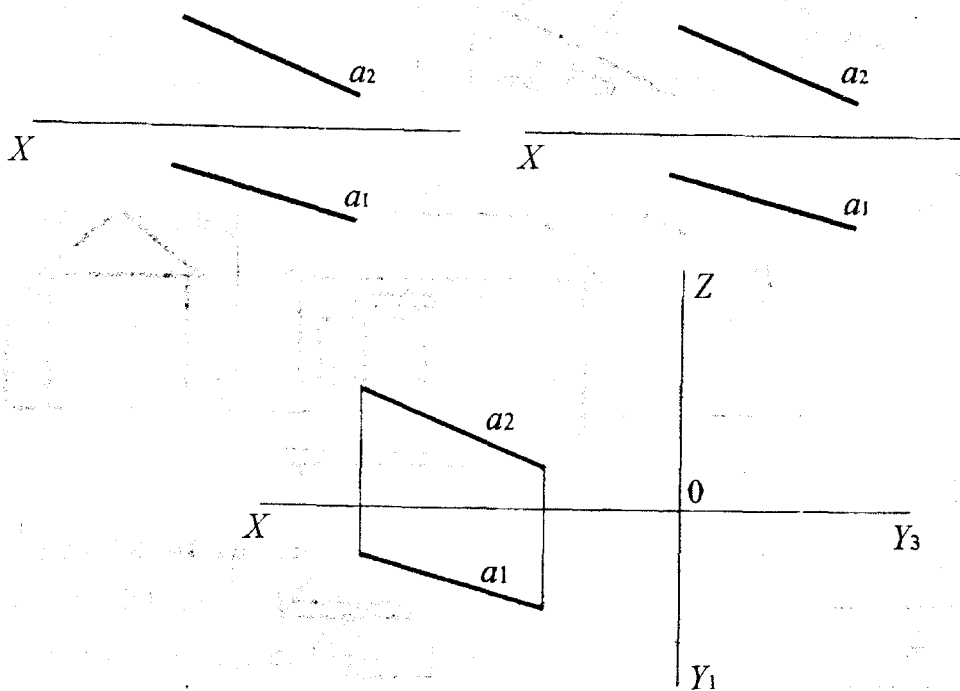
Рис. 22

Задачи

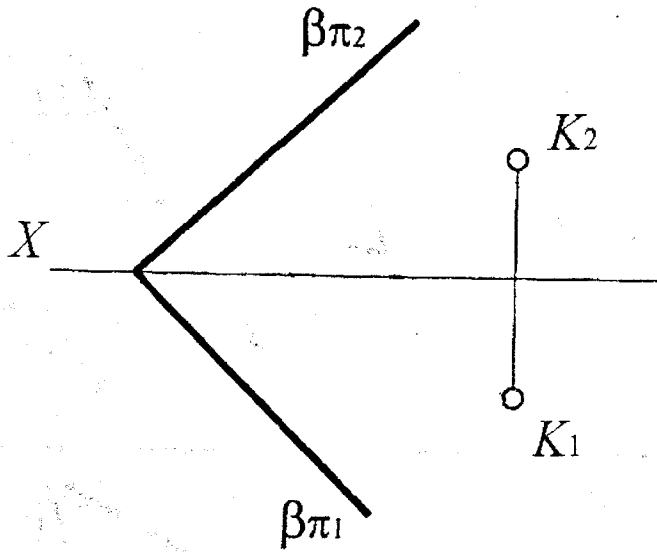
Задача 7. Построить следы плоскости α ($h \cap l$).



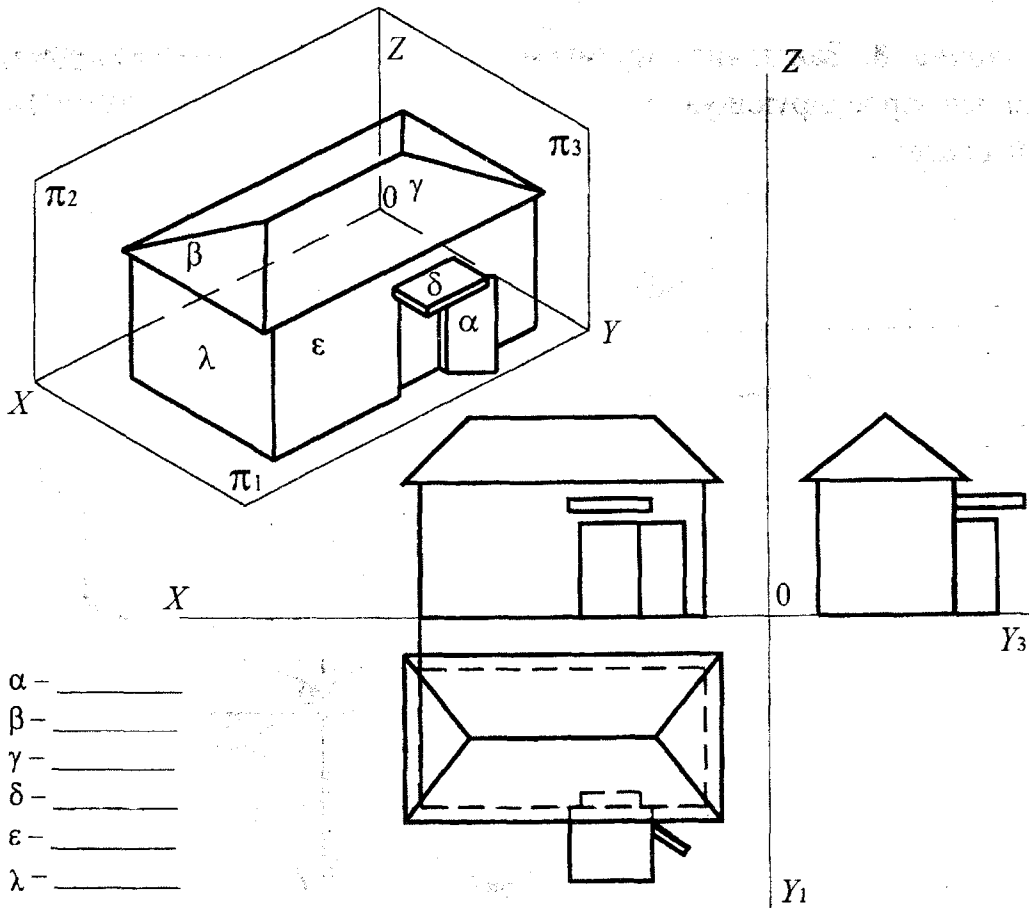
Задача 8. Заключить прямую a в горизонтально-проецирующую, фронтально-проецирующую и профильно-проецирующую плоскости, заданные следами.



Задача 9. Через точку K провести плоскость α ($\alpha\pi_1, \alpha\pi_2$) // β ($\beta\pi_1, \beta\pi_2$).



Задача 10. Дать определение плоскостям $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \lambda$. Построить следы плоскостей.

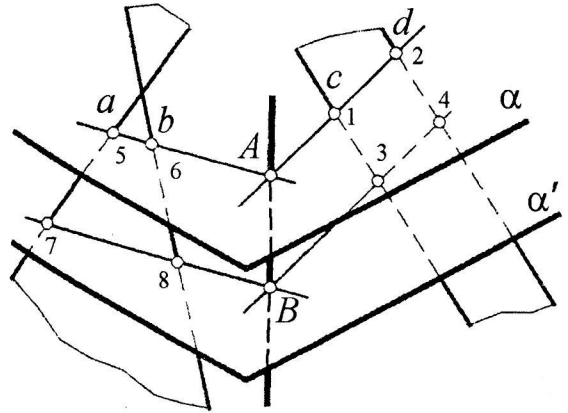


Тема 2. Позиционные задачи

Определение линии пересечения плоскостей

Для определения линии пересечения двух плоскостей достаточно найти две точки, принадлежащие обеим плоскостям.

На рис. 23, а, б дано наглядное изображение и эпюр построения линии пересечения плоскостей, заданных пересекающимися прямыми δ ($a \cap b$) и параллельными прямыми β ($c // d$). Линию пересечения плоскостей находят с помощью фронтально-проецирующих плоскостей-посредников α и α' . Процедура сводится к следующему:



а)

- 1) проводят горизонтальную плоскость α ($\alpha \pi_2$);
- 2) определяют проекции прямых пересечения данных плоскостей с плоскостью-посредником:

$$12 = \beta \cap \alpha; \quad 56 = \delta \cap \alpha;$$

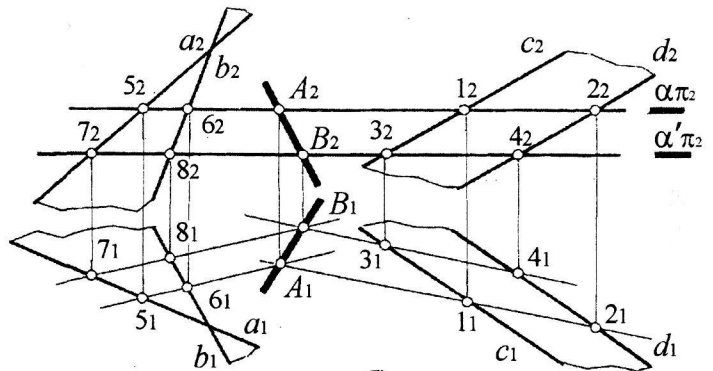
- 3) находят точку пересечения прямых: $12 \cap 56 = A$;

$$4) \alpha' // \pi_1, \alpha' \perp \pi_2 (\alpha' \pi_2);$$

$$5) 34 = \beta \cap \alpha', \quad 78 = \delta \cap \alpha';$$

$$6) 34 \cap 78 = B;$$

- 7) AB – прямая пересечения плоскостей.

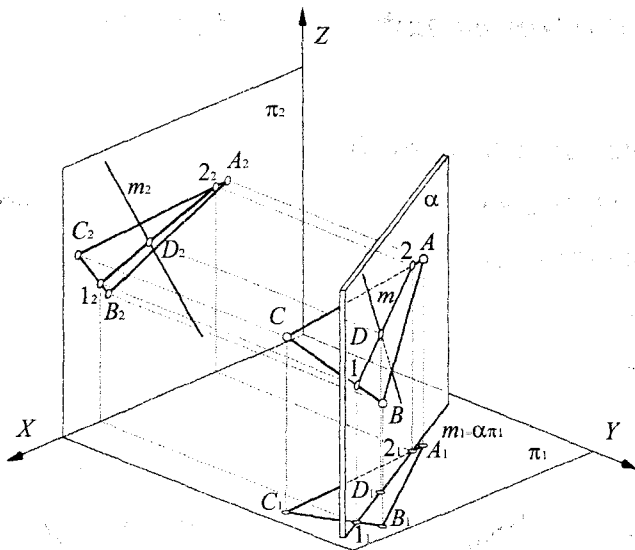


б)

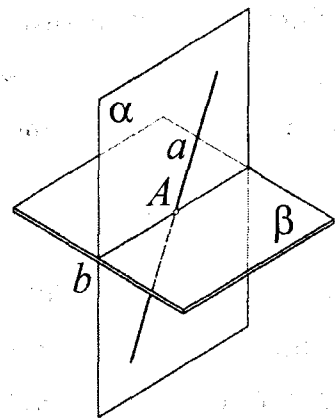
Рис. 23

Определение точки пересечения прямой с плоскостью

На рис. 24 дано наглядное изображение и эпюр определения точки встречи прямой t ($t_1; t_2$) и плоскости ABC с помощью вспомогательной секущей плоскости α ($\alpha \perp \pi_1$).



а)



б)

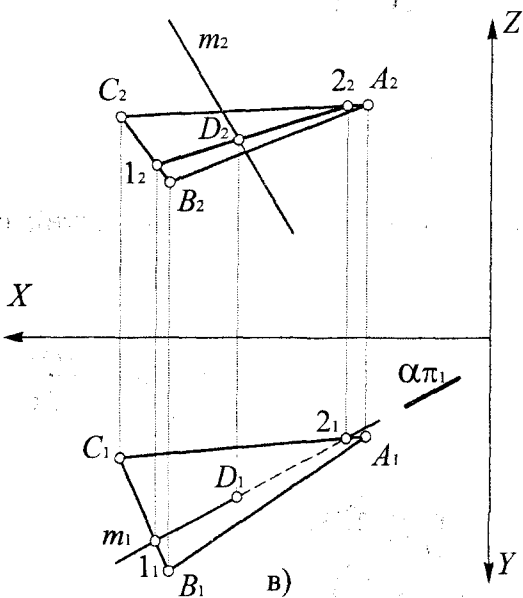


Рис. 24

Точка пересечения прямой с плоскостью определяется следующим образом.

1. Через данную прямую (m) проводят некоторую вспомогательную плоскость ($\alpha \perp \pi_1$).

2. Строят прямую 12 пересечения данной плоскости и вспомогательной α .

3. Определяют положение точки пересечения данной прямой m и вспомогательной 12 (D).

На рис. 25, а, б показано наглядное изображение и эпюр построения линии пересечения двух плоскостей, заданных треугольниками. Решение задачи сводится к нахождению точки пересечения прямой, принадлежащей одной из

плоскостей, с другой плоскостью.

1. $AC \in \alpha$; $\alpha \perp \pi_1$ ($\alpha \pi_1$).

2. $\alpha \cap EFD = 12$.

3. $12 \cap AC = H$.

4. $DE \in \beta$; $\beta \perp \pi_2$ ($\beta \pi_2$).

5. $\beta \cap ABC = 34$.

6. $34 \cap DE = G$.

7. HG – линия пересечения плоскостей.

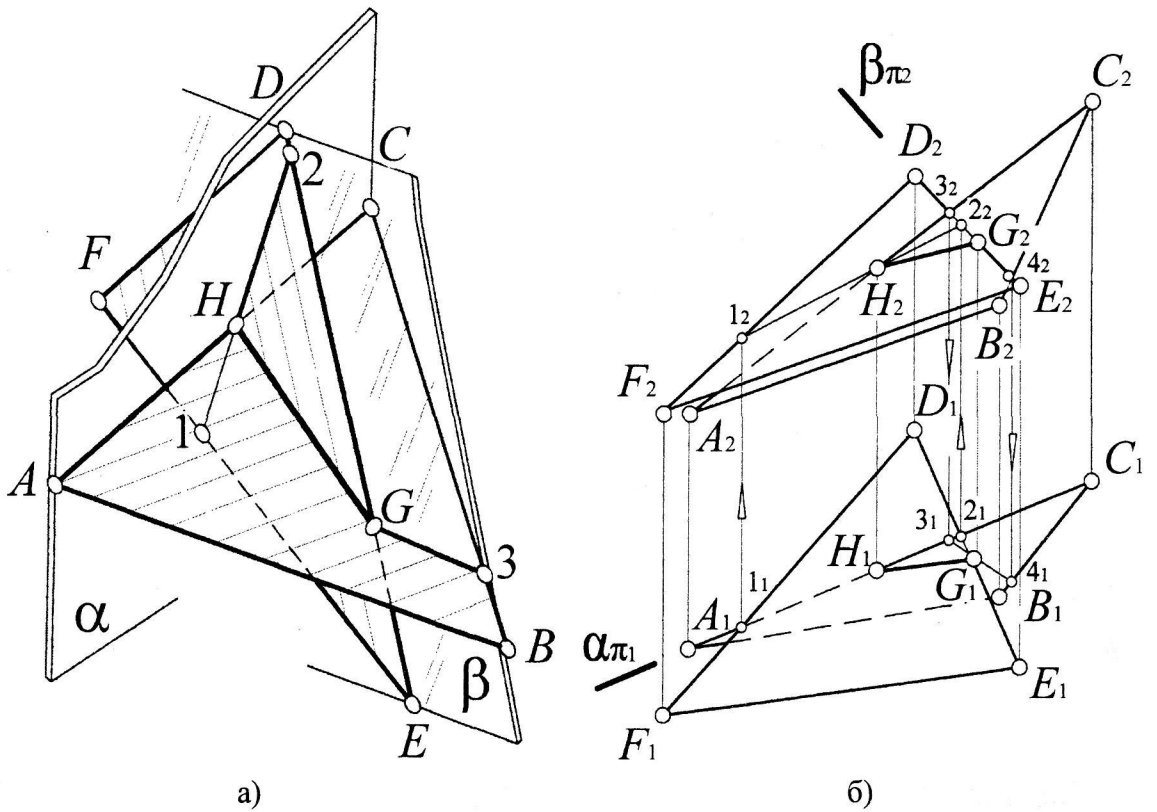
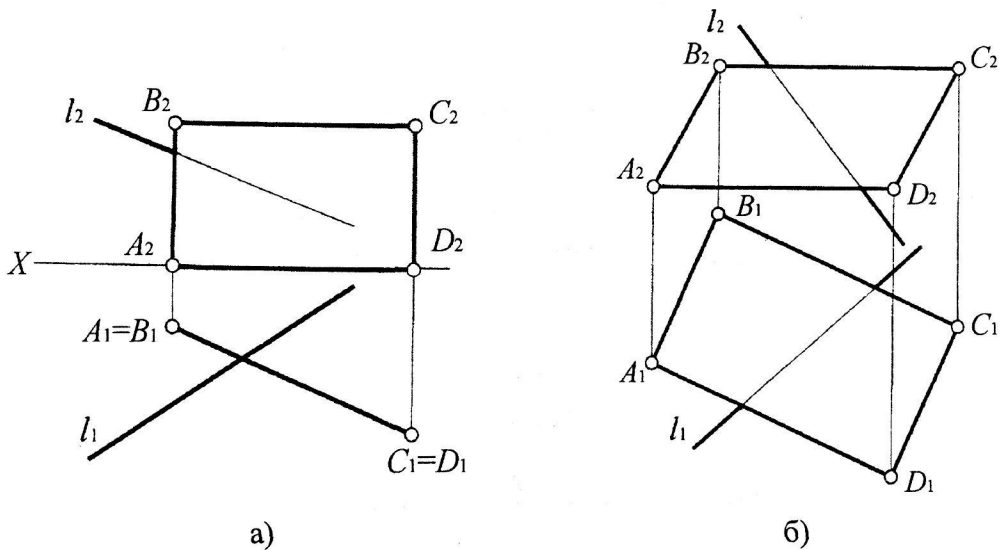


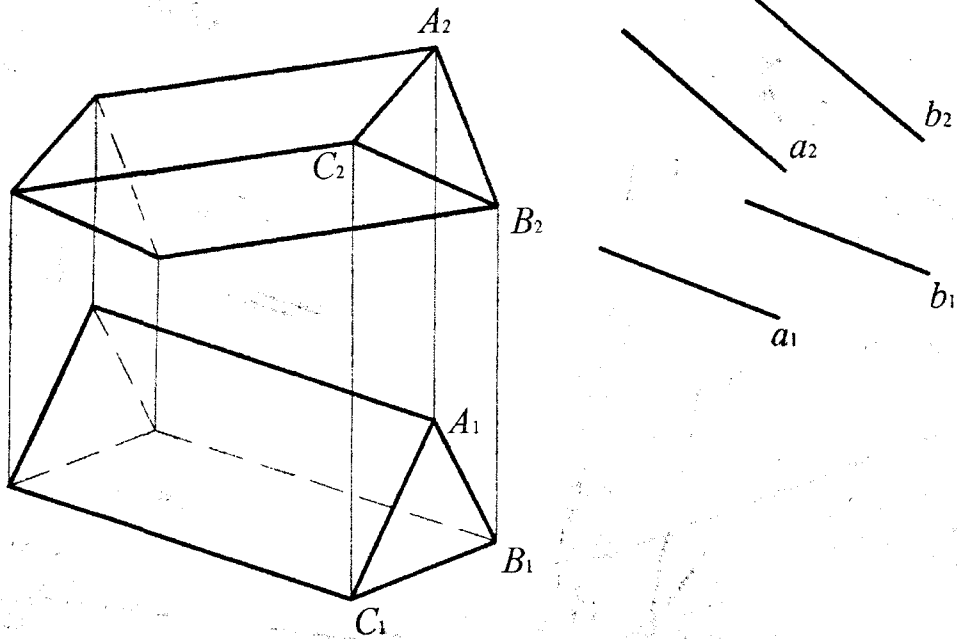
Рис. 25

Задачи

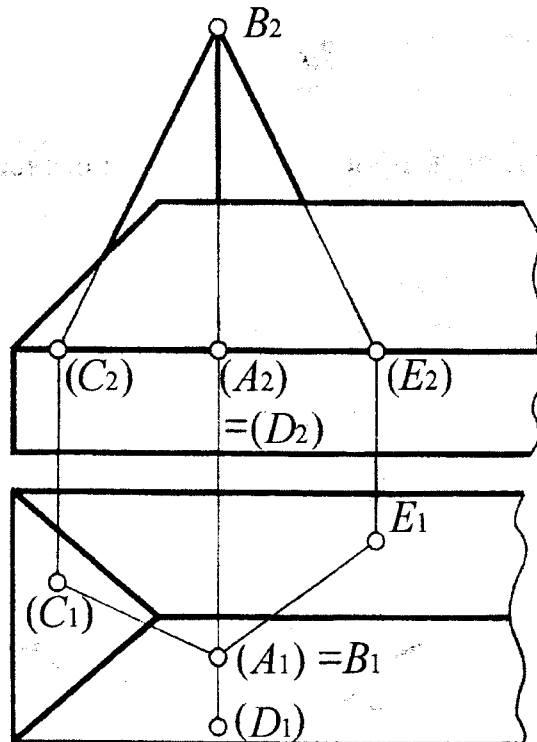
Задача 11. Построить проекции точки пересечения прямой с заданными плоскостями.



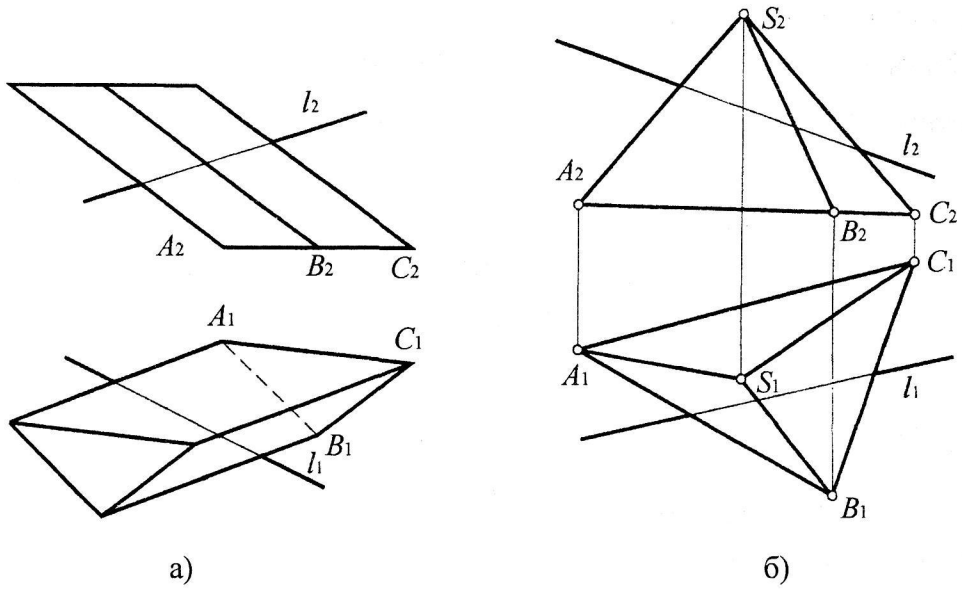
Задача 12. Построить проекции линии пересечения поверхности призмы плоскостью α ($a//b$).



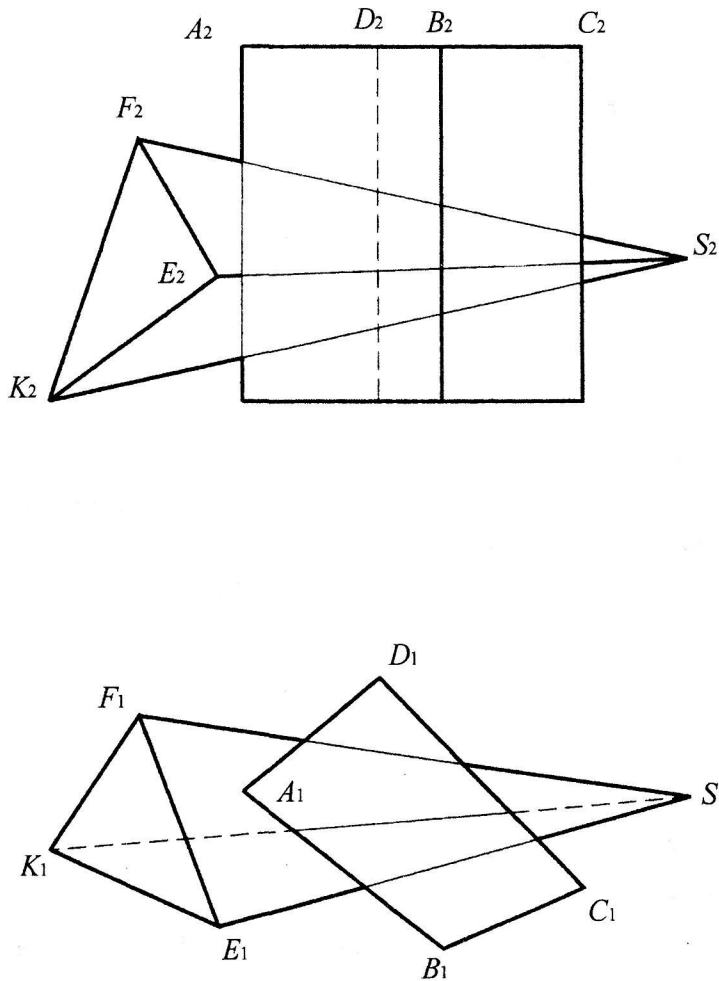
Задача 13. Определить проекции точек, в которых мачта антенны AB и ее растяжки BC , BD и BE , закрепленные за плиту перекрытия, пересекают кровлю.



Задача 14. Найти проекции точек пересечения прямой l с поверхностью: а) наклонной призмы; б) пирамиды.



Задача 15. Построить проекции линии пересечения многогранников, показать видимость.



Тема 3. Способы преобразования эюра Монжа

Способ замены плоскостей проекций

Сущность способа замены плоскостей проекций заключается в том, что система π_1, π_2 дополняется плоскостями, образующими с π_1 или π_2 или между собой системы двух взаимно перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций.

На рис. 26, а, б показано наглядное изображение и эюр определения натуральной величины отрезка AB и угла наклона AB к плоскости проекций π_1 .

1. Плоскость $\pi_4 \perp \pi_1$; $AB \parallel \pi_4$ ($A_1B_1 \parallel x_{14}$).
2. Отрезок AB проецируют на π_4 .
3. π_4 совмещают с π_1 ($A_{14}A_4 = A_{12}A_2$; $B_{14}B_4 = B_{12}B_2$).

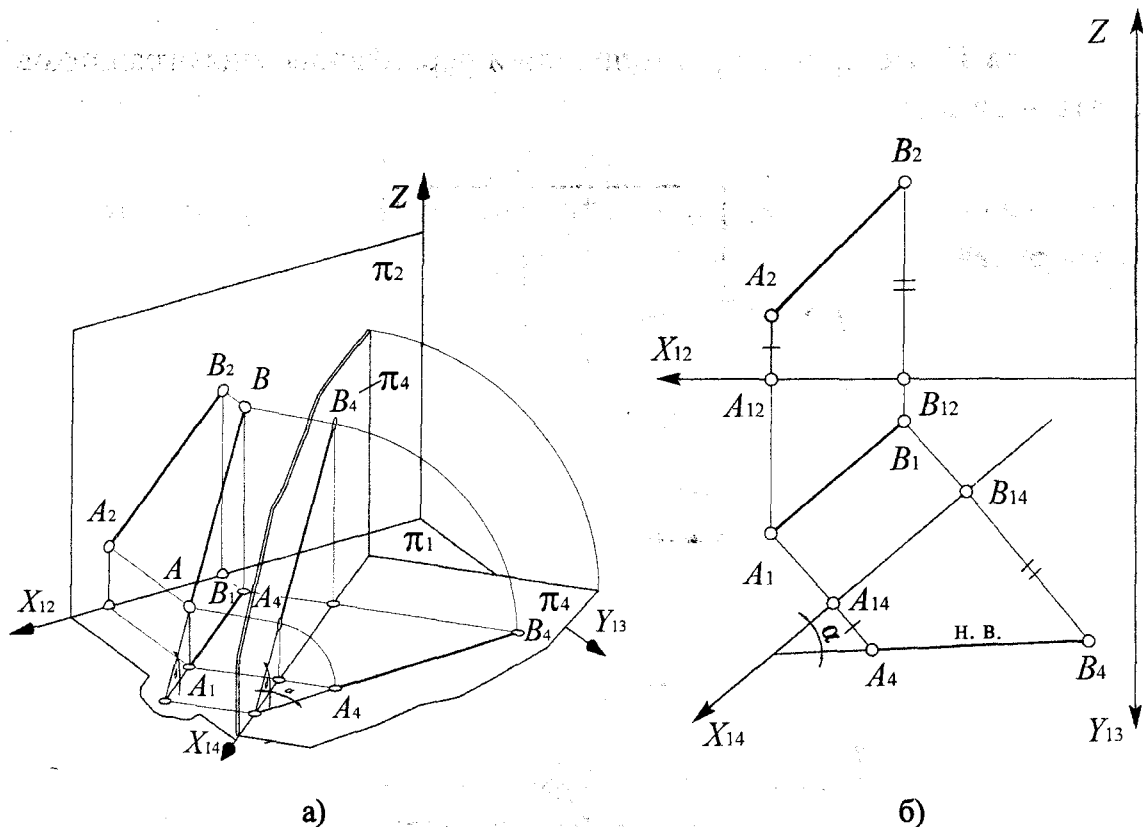


Рис. 26

Способ вращения вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций

При вращении вокруг оси i , проведенной из точки A и перпендику-

лярной π_2 , точка B будет перемещаться по дуге окружности в плоскости, параллельной π_2 (рис. 27, а, б); эта окружность проецируется на плоскость π_2 без искажения, а на плоскость π_1 в отрезок прямой, параллельной оси x .

AB необходимо повернуть таким образом, чтобы после поворота он занял положение, параллельное π_1 ($A'_2B'_2 \parallel x$). Так как точка A принадлежит оси i , то она не будет менять своего положения во время преобразования $A=A'$. Для нахождения горизонтальной проекции B'_1 необходимо восстановить перпендикуляр из B'_2 к оси x и отметить точку его пересечения с горизонтальной прямой, проведенной через B_1 .

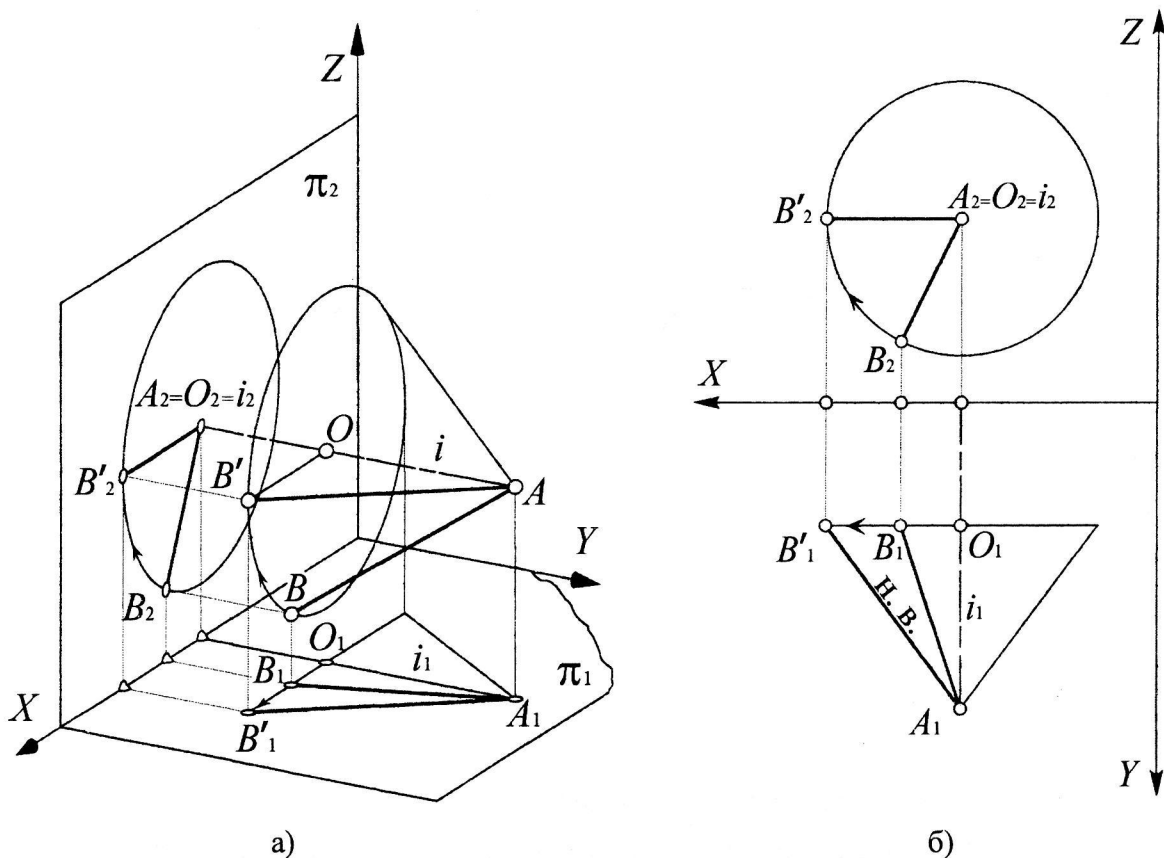


Рис. 27

Построение прямой, наклоненной под заданными углами к плоскостям проекций

На рис. 28, а, б показано наглядное изображение и эпюр построения прямой SC , наклоненной под углом 30° к плоскости π_2 и 45° к плоскости π_1 .

1. Для построения выбираем произвольную точку S ($S_1; S_2$) и проводим две прямые линии: $SA \parallel \pi_1$ ($S_1A_1 \parallel x_{12}$), наклоненную к плоскости π_2 под углом 30° , и $SB \parallel \pi_2$ ($S_1B_1 \parallel x_{12}$), наклоненную к плоскости π_1 под углом 45° .

2. Будем вращать отрезок SB вокруг оси, перпендикулярной $\pi_1(i)$, а отрезок SA вокруг оси, перпендикулярной $\pi_2(i')$, до совмещения этих отрезков.

3. Совместившиеся отрезки принадлежат прямой SC , наклоненной к плоскости π_1 под углом 45° и к плоскости π_2 под углом 30° .

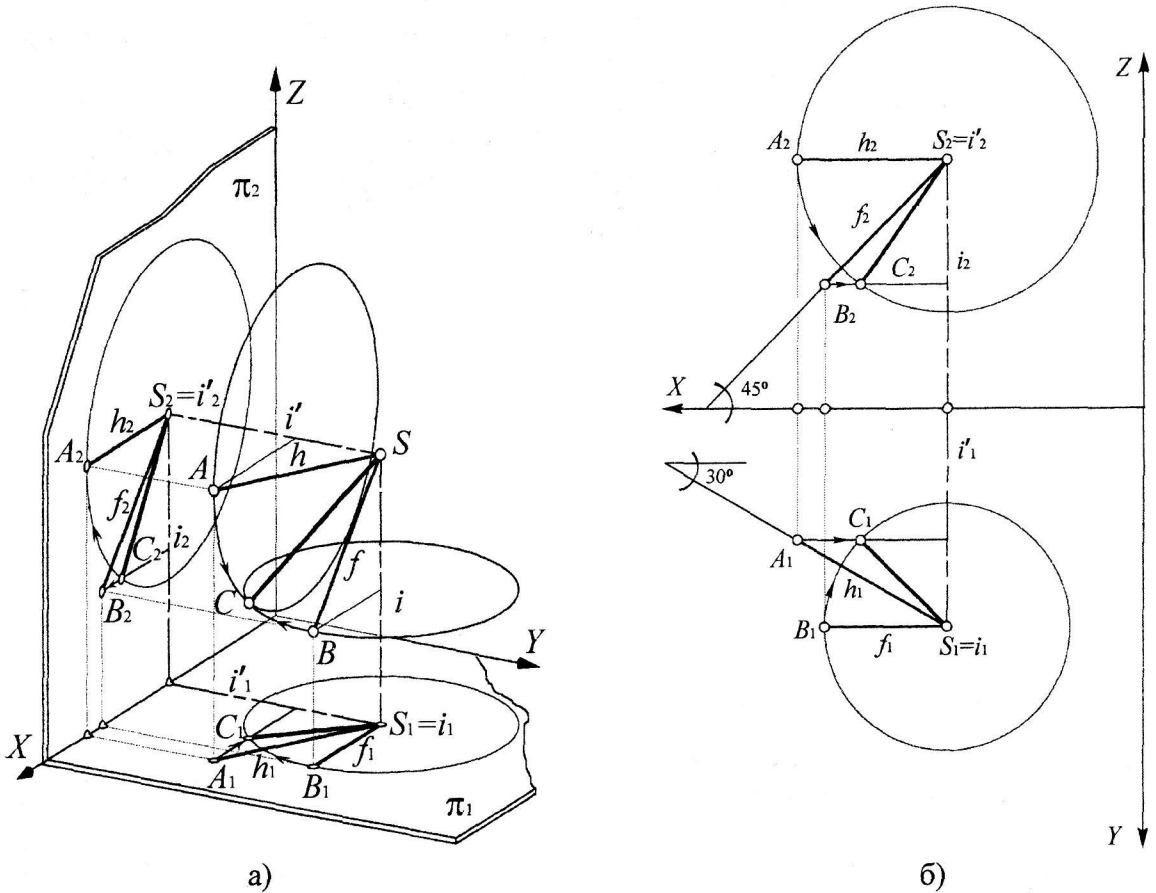


Рис. 28

Вращение вокруг линии уровня

Для определения формы и размеров плоской фигуры можно ее повернуть вокруг принадлежащей ей горизонтали так, чтобы в результате вращения фигура расположилась параллельно плоскости π_1 . Точка A , расположенная на оси вращения, останется на месте. Следовательно, для изображения горизонтальной проекции треугольника после поворота надо найти положение проекций других двух его вершин.

Каждая точка плоскости при ее вращении перемещается по окружности, принадлежащей плоскости, перпендикулярной к оси вращения, а величина радиуса вращения равна расстоянию от точки до оси вращения.

Если за ось вращения взята горизонталь, то окружность, представ-

ляющая траекторию движения точки, будет проецироваться на плоскость π_1 в отрезок прямой, перпендикулярной горизонтальной проекции горизонтали. Центр вращения O находится в точке пересечения оси вращения h и перпендикуляра, проведенного из точки.

Опуская из точки B_1 перпендикуляр на A_1l_1 , находим горизонтальную проекцию радиуса вращения точки B – отрезок O_1B_1 (рис. 29, а, б), а затем фронтальную проекцию радиуса вращения точки B – отрезок O_2B_2 .

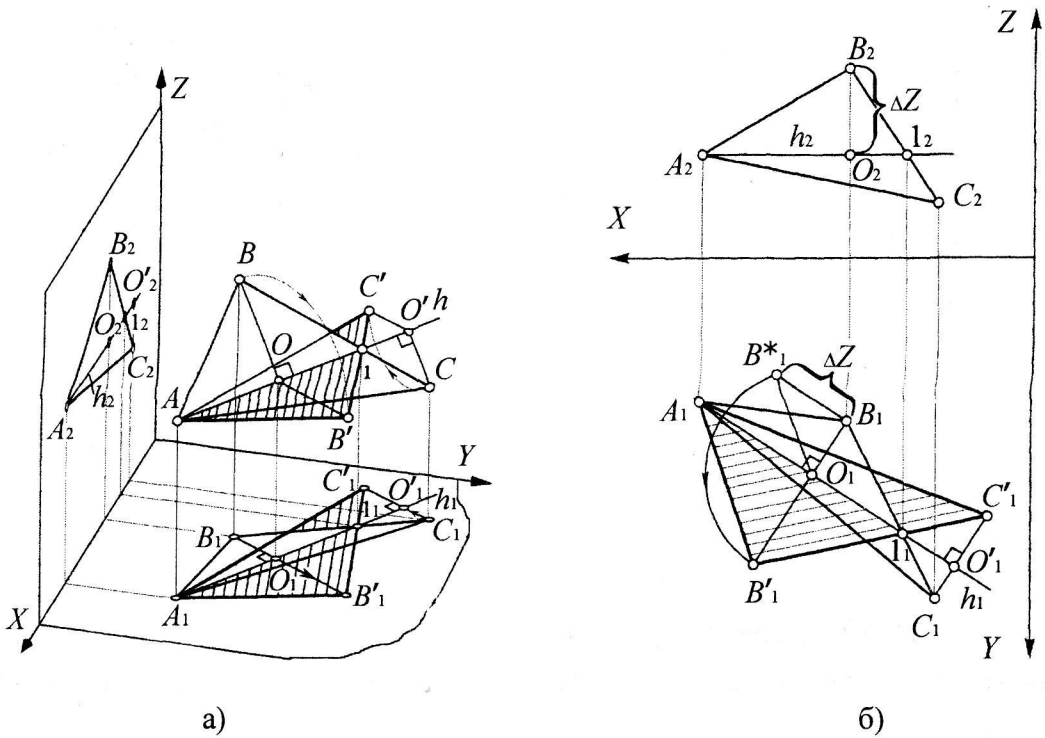


Рис. 29

Теперь надо установить натуральную величину радиуса вращения точки B . Радиус вращения определяется способом прямоугольного треугольника (рис. 30). $O_1B^*_1$ – натуральная величина отрезка OB .

Теперь можно найти положение точки B'_1 , а затем точки C'_1 , причем не определять радиус вращения точки C , а найти положение точки C'_1 в пересечении двух прямых, из которых одна является перпендикуляром, проведенным из точки C_1 к прямой A_1l_1 , а другая проходит через найденную точку B'_1 и точку l_1 (горизонтальной проекции точки l , принадлежащей стороне BC и расположенной на оси вращения).

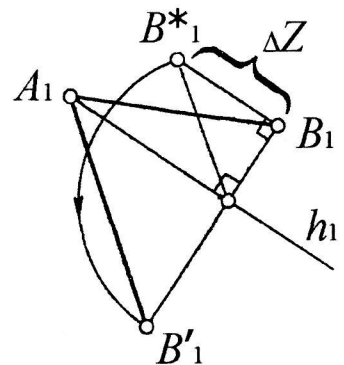
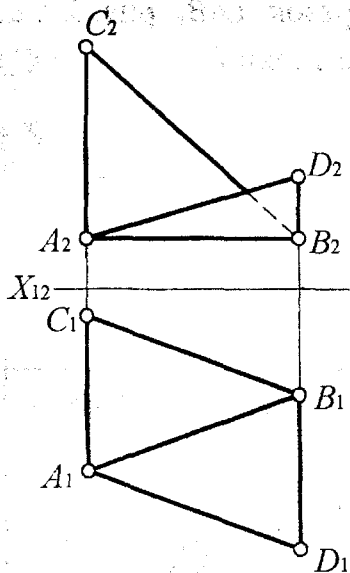


Рис. 30

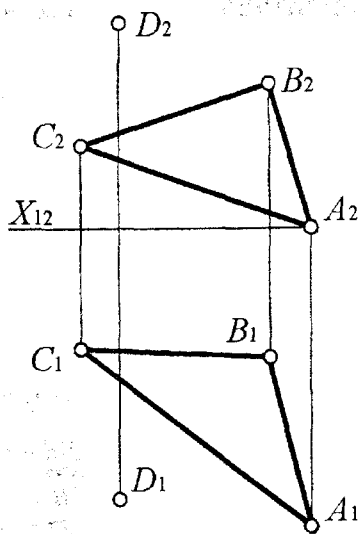
Проекция $A'_1B'_1C'_1$ выражает натуральную величину треугольника ABC .

Задачи

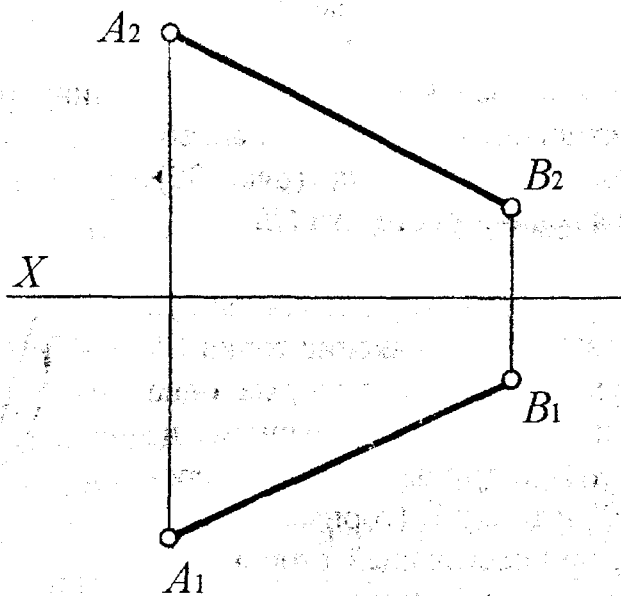
Задача 16. Определить натуральную величину плоского угла $ABCD$.



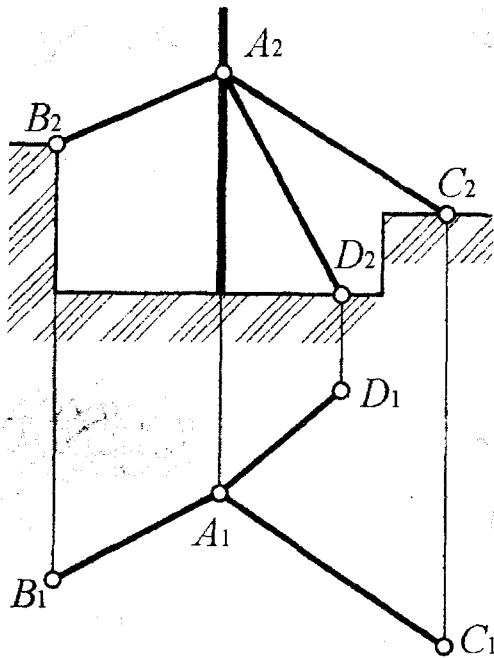
Задача 17. Найти расстояние от точки D до плоскости α ($\triangle ABC$) методом замены плоскостей проекций.



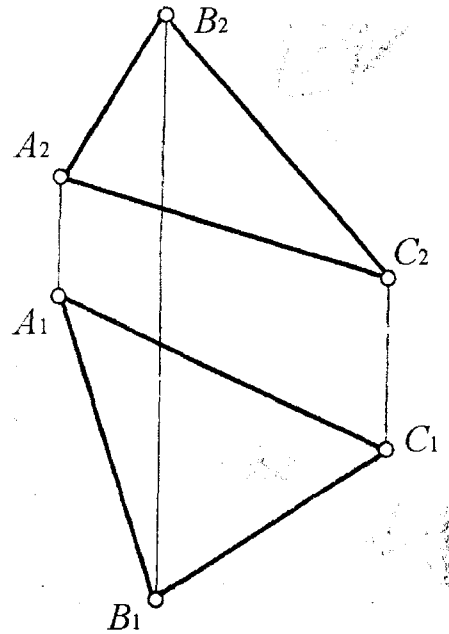
Задача 18. Отрезок AB повернуть вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций, так, чтобы он занял положение, параллельное плоскости π_1 .



Задача 19. Определить длины растяжек антенны, применив метод вращения вокруг проецирующей оси.



Задача 20. Вращением вокруг линии уровня определить натуральную величину треугольника ABC .



Тема 4. Поверхности

Классификация поверхностей

В начертательной геометрии поверхность определяется как след движущейся линии или другой поверхности. Представление об образовании поверхности непрерывным движением позволяет называть такие поверхности кинематическими.

Линию, производящую поверхность, в каждом ее положении называют *образующей* (l). Она может быть прямой или кривой. Итак, кинематическая поверхность представляет собой геометрическое место линий, движущихся в пространстве по определенному закону.

Поверхность, которая может быть образована прямой линией, называется линейчатой (рис. 31, а, б, в, г). *Нелинейчатая поверхность — поверхность, для которой только кривая линия может быть образующей* (рис. 31, д, е).

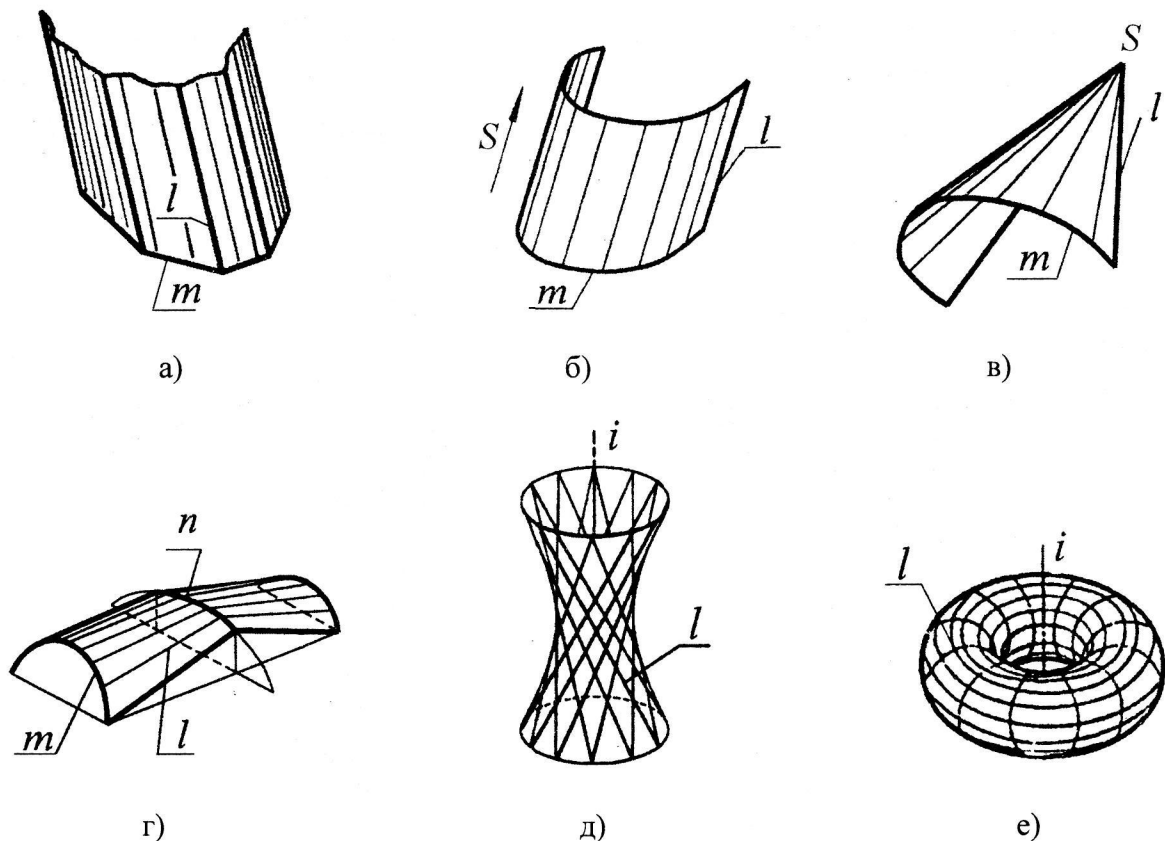


Рис. 31

На рис. 31 показаны: а – призматическая поверхность; б – цилиндрическая поверхность; в – коническая поверхность; г – прямой цилиндроид; д – однополостный гиперboloид вращения; е – тор.

Одна и та же поверхность может быть образована перемещением различных линий и согласно различным условиям. Например, боковая поверхность прямого кругового цилиндра может рассматриваться как результат некоторого определенного перемещения образующей – прямой линии A_1A_2 (рис. 32, а) или как результат перемещения окружности, центр которой перемещается по прямой O_1O_2 (рис. 32, б). Эта поверхность может быть образована также перемещением сферы, центр которой движется по прямой O_1O_2 (рис. 32, в).

Некоторые поверхности могут быть развернуты так, что совместятся всеми своими точками с плоскостью, не претерпевая каких-либо повреждений (разрывов, складок). При этом каждая точка на развертке соответствует единственной точке поверхности; принадлежащие поверхности прямые линии остаются прямыми; отрезки линий сохраняют свою длину. Такие поверхности называются *развертываемыми*. К ним относят только ли-

нейчатые, причем такие, у которых смежные прямолинейные образующие параллельны, или пересекаются между собой, или являются касательными к некоторой пространственной кривой (см. рис. 31, а, б, в).

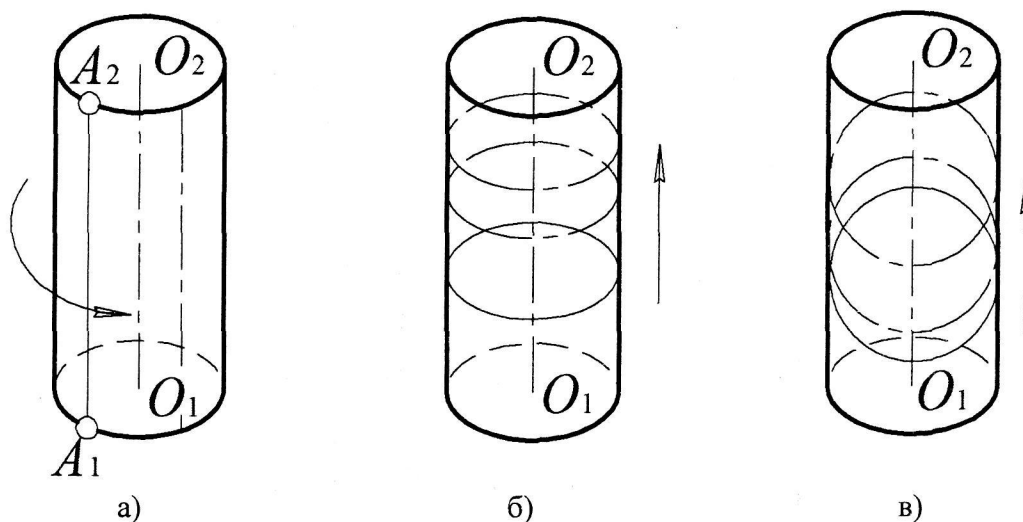


Рис. 32

Все кривые нелинейчатые поверхности и те линейчатые, которые не могут быть развернуты в плоскость, называются неразвертываемыми (см. рис. 31, г, д, е).

Пересечение поверхностей плоскостью

Для нахождения кривой линии, получаемой при пересечении линейчатой поверхности плоскостью, следует в общем случае строить точки пересечения образующих поверхности с секущей плоскостью, т. е. находить точку пересечения прямой с плоскостью.

Если же кривая поверхность нелинейчатая, то для построения линии пересечения такой поверхности плоскостью в общем случае следует применять вспомогательные плоскости. Точки искомой линии определяются в пересечении линий, по которым вспомогательные секущие плос-

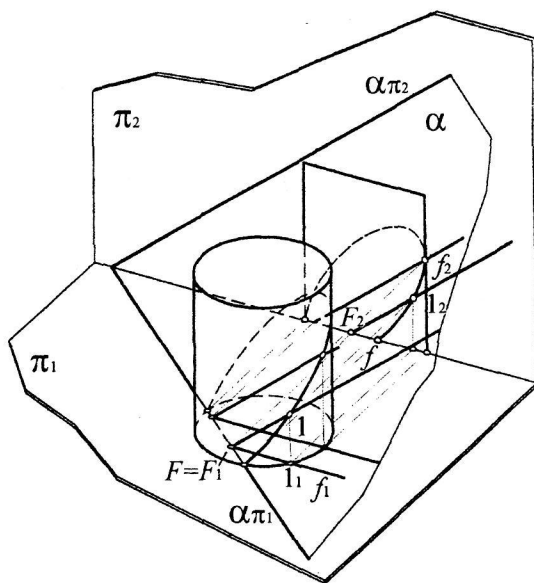


Рис. 33

кости пересекают данную поверхность и плоскость. При подборе вспомогательных плоскостей надо стремиться к упрощению построений.

На рис. 33, 34 показан прямой круговой цилиндр, пересеченный плоскостью общего положения, заданной следами.

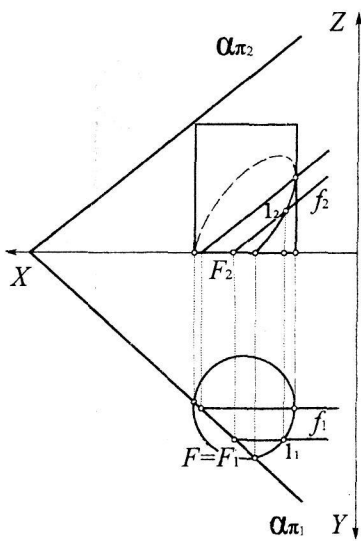


Рис. 34

костью общего положения, заданной следами. В сечении получается эллипс. Горизонтальная проекция сечения совпадает с горизонтальной проекцией цилиндра, поэтому положение горизонтальной проекции точки пересечения любой из образующих цилиндра с плоскостью α известно. Для нахождения соответствующей фронтальной проекции можно провести в плоскости α фронталь, на которой должна находиться искомая точка.

$$1. f \in \alpha; f \parallel \pi_2 (f_1 \parallel x; f_2 \parallel \alpha\pi_2).$$

2. В пересечении f_1 с горизонтальной проекцией цилиндра находят горизонтальную проекцию точки $1 - 1_1$.

3. Восстанавливая перпендикуляр к x (см. рис. 34), находят в пересечении его с f_2 фронтальную проекцию точки 1_2 .

4. Проведя еще несколько фронталей в плоскости, аналогично находят остальные точки кривой.

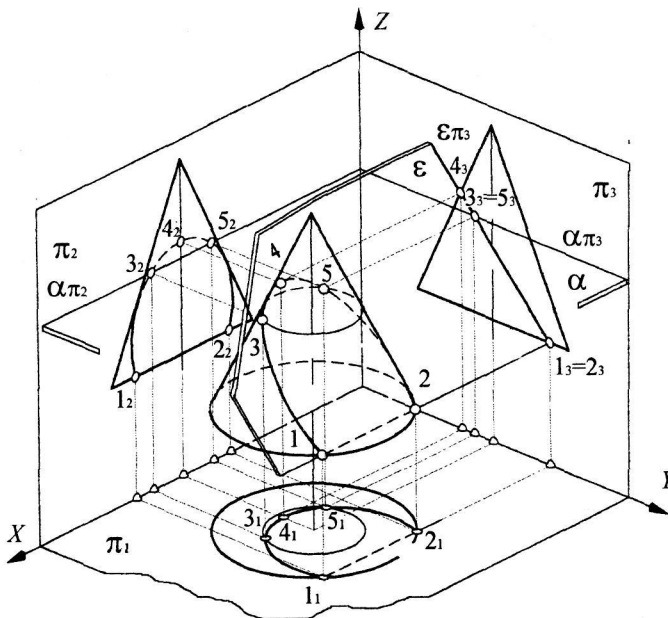


Рис. 35

На рис. 35, 36 показано построение кривой пересечения прямого кругового конуса, основание которого параллельно горизонтальной плоскости, профильно-проецирующей плоскостью при помощи вспомогательных горизонтальных плоскостей.

В случае пересечения конуса профильно-проецирующей плоскостью профильная проекция линии пересечения совпадает с профильным следом этой плоскости $\epsilon\pi_3$.

Для нахождения фронтальной и горизонтальной проекций линии пересечения используют вспомогательные горизонтальные плоскости.

1. $\alpha; \alpha // \pi_1$.
2. α пересекает конус по окружности, на которой находятся точки, принадлежащие линии пересечения поверхности с плоскостью ϵ .
3. Профильные проекции этих точек находятся в месте пересечения профильных следов α и ϵ .
4. Находят фронтальные и горизонтальные проекции точек.

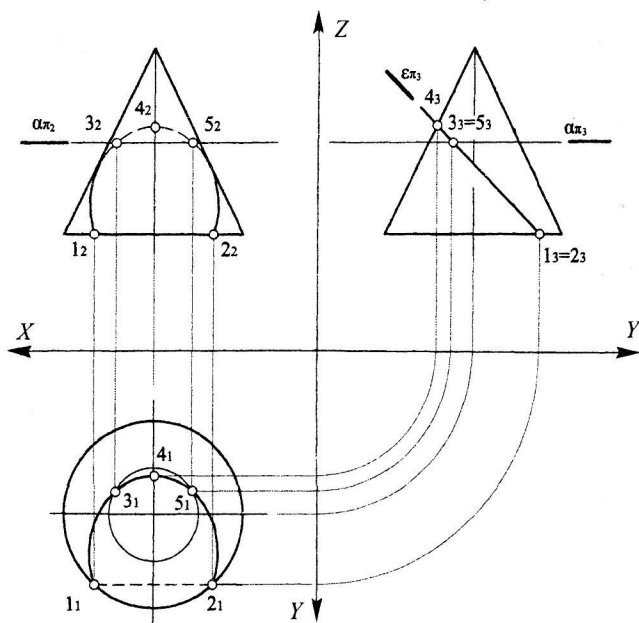


Рис. 36

Пересечение поверхностей

Применение вспомогательных секущих плоскостей, параллельных плоскостям проекций. На рис. 37, а, б; 38 изображен конус, ось которого перпендикулярна плоскости π_1 , его пересекает сфера, на которой образуется замкнутая кривая.

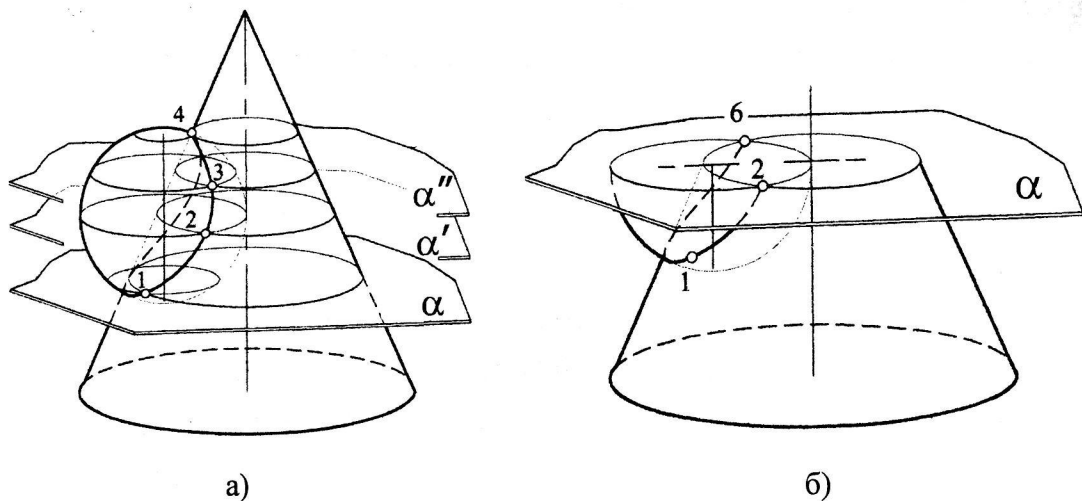


Рис. 37

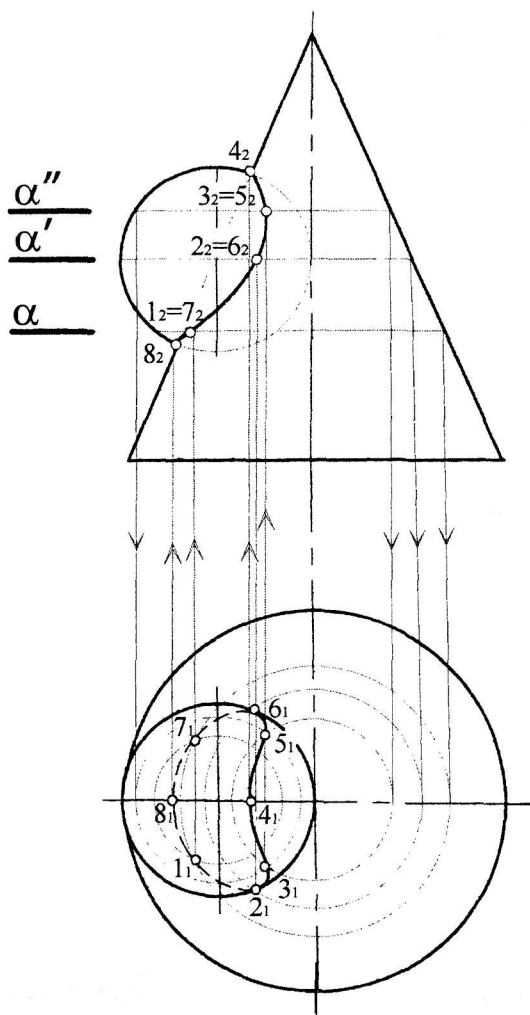


Рис. 38

В этом случае точки линии пересечения найдены при помощи плоскостей, параллельных плоскости Π_1 и перпендикулярных к оси конуса. Плоскость α пересекает поверхность сферы и конуса по окружностям, проекции которых на плоскости Π_2 совпадают со следом секущей плоскости α . Построив горизонтальные проекции окружностей, в их пересечении находят горизонтальные проекции точек 1 и 7, принадлежащих кривой пересечения сферы и конуса. Фронтальные проекции точек находят, поднимая перпендикуляр из их проекций на Π_1 до пересечения с фронтальным следом плоскости α . Аналогично находят точки 2, 6 и 3, 5.

Применение вспомогательных секущих сфер. На рис. 39 показано пересечение двух конусов вращения. Их оси в своем пересечении образуют

общую для этих конусов плоскость симметрии, параллельную плоскости Π_2 . В данном случае применены вспомогательные сферы, которые построены из одного и того же центра – точки пересечения осей конусов. Сферы пересекают оба конуса по окружностям, которые на плоскости Π_2 проецируются в виде отрезков прямых. Так, для нахождения точки E проведена сфера радиусом r . Фронтальная проекция линии ее пересечения с конусом, ось которого горизонтальна, – $3'_24'_2$, а с конусом, ось которого вертикальна, – 3_24_2 . Точка E_2 – точка пересечения полученных прямых и фронтальная проекция точки E , принадлежащей кривой пересечения конусов.

Точка D на фронтальной проекции, одна из наиболее близко расположенных к оси вертикального конуса, определена при помощи сферы, вписанной в этот конус. Точка C , в которой на горизонтальной проекции происходит разделение на видимую и невидимую части, определена при помощи горизонтальной секущей плоскости, проходящей через ось конуса.

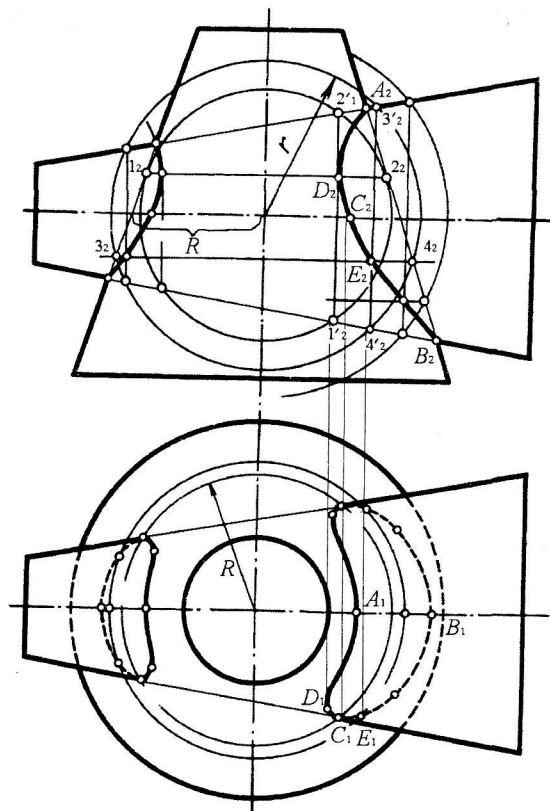
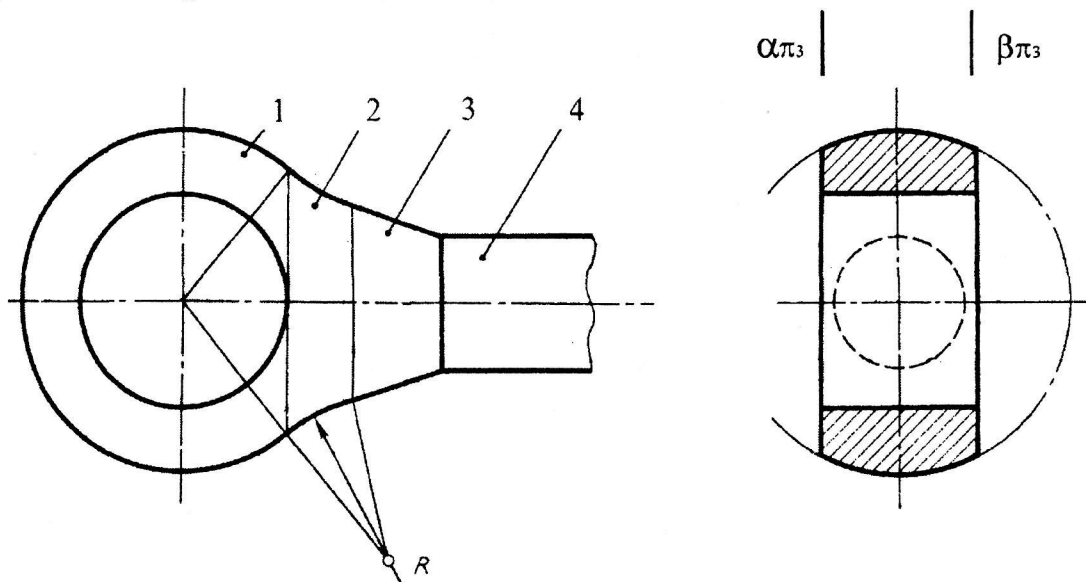


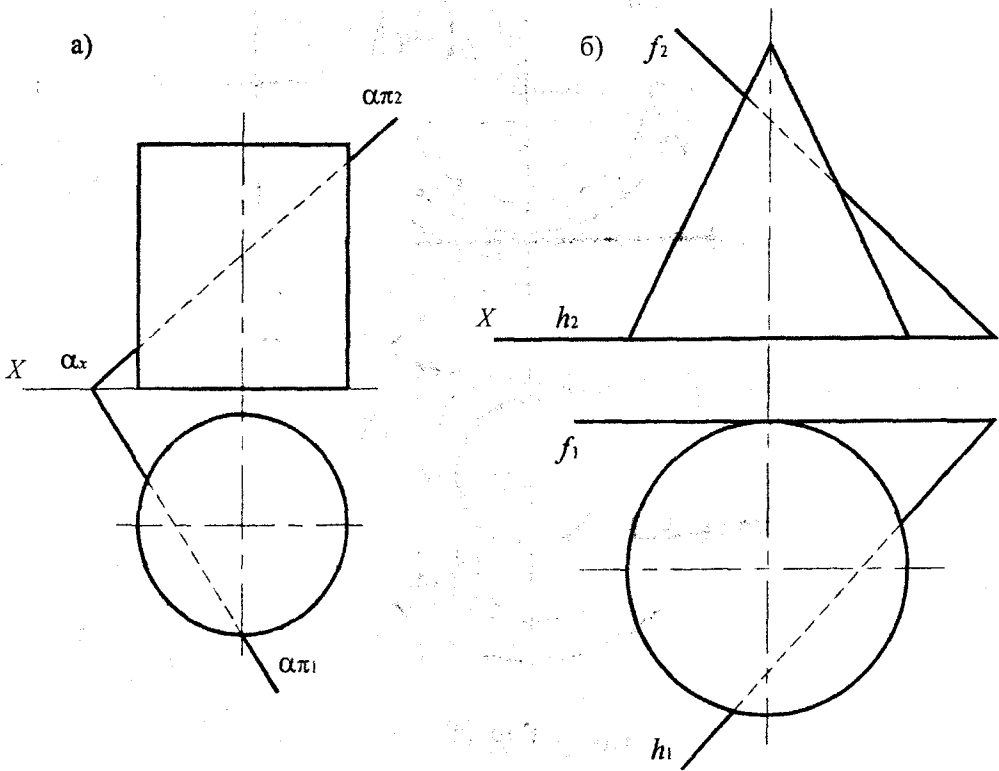
Рис. 39

Задачи

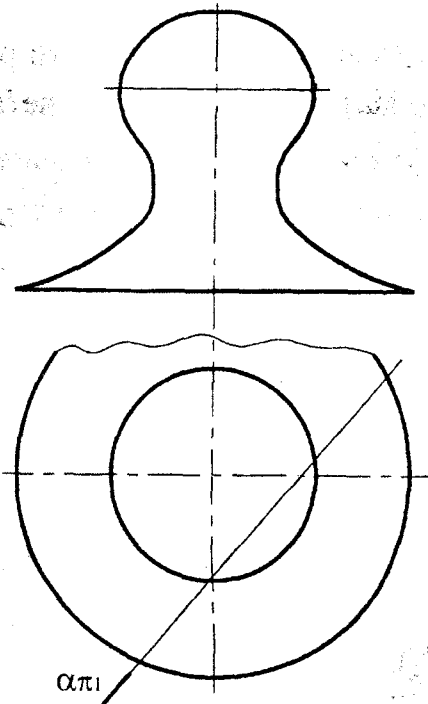
Задача 21. Построить линию среза головки рычага двумя фронтальными плоскостями α и β . Назовите каждую из четырех поверхностей, которыми она образована.



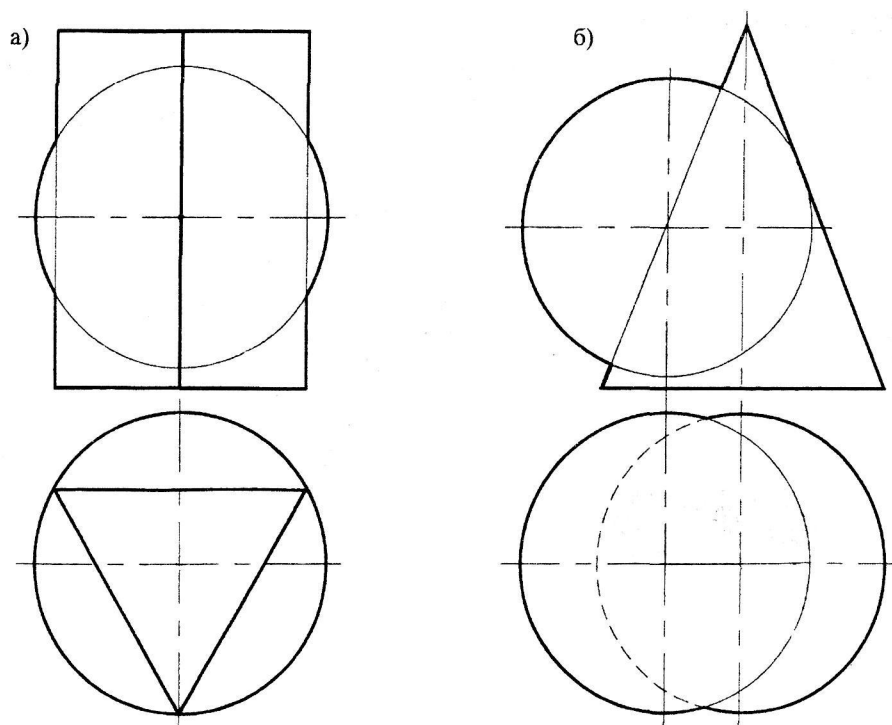
Задача 22. Построить проекции линий пересечения цилиндрической (а) и конической (б) поверхностей заданными плоскостями общего положения.



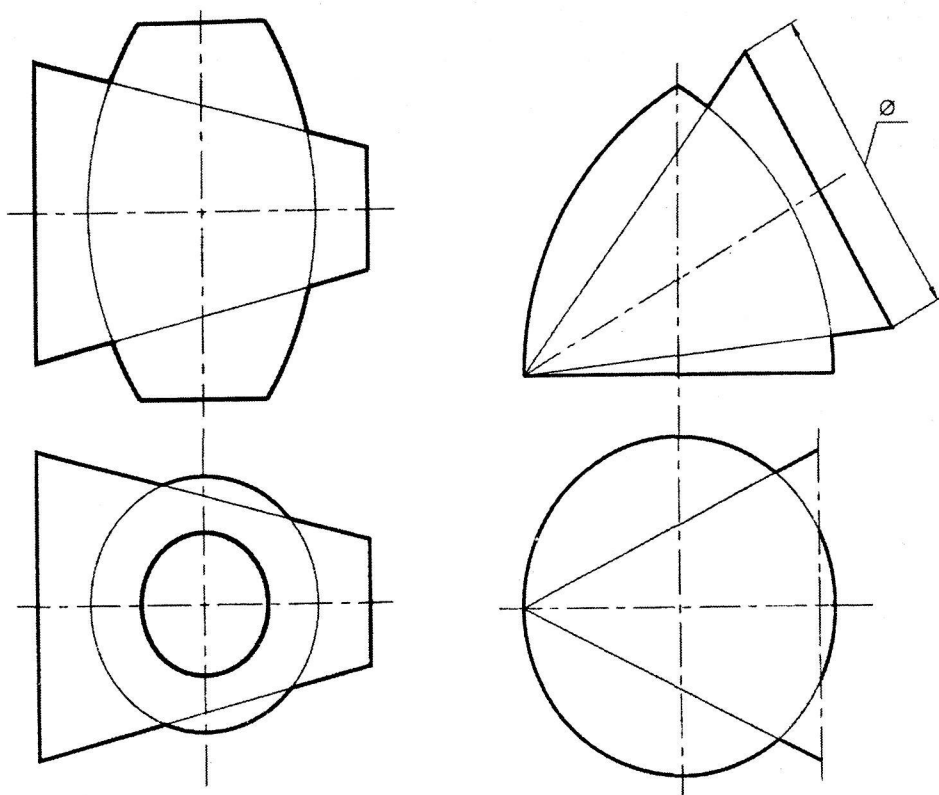
Задача 23. Построить недостающие проекции линии пересечения поверхности вращения проецирующей плоскостью.



Задача 24. Построить проекции линии пересечения двух поверхностей: а) сферы и призмы; б) сферы и конуса.



Задача 25. Построить проекции линий пересечения заданных поверхностей вращения.



Раздел 2. Тени в ортогональных проекциях

Общие положения

Лучи света, касательные к поверхности предмета, образуют лучевую поверхность, обертывающую предмет Φ (рис. 40). Если поверхность предмета кривая, то обертывающая поверхность цилиндрическая, если многогранная – то призматическая.

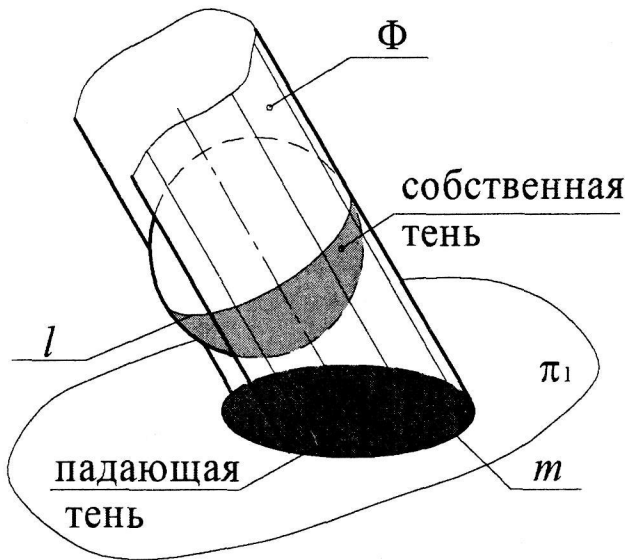


Рис. 40

Линия соприкосновения обертывающей поверхности с поверхностью предмета отделяет освещенную часть предмета от неосвещенной и называется *контуром собственной тени* (l).

Линия пересечения обертывающей предмет лучевой поверхности с плоскостью проекций называется *контуром падающей тени* (m). Он строится от контура собственной тени.

Направление светового луча на чертежах в ортогональных проекциях берется параллельным диагонали ST куба (рис. 41, а), две грани которого совмещены с плоскостями проекций. Принятое направление луча образует со всеми плоскостями проекций углы 35° . Проекции такого луча параллельны проекциям диагоналей куба или составляют с осью x углы, равные 45° (рис. 41, б).

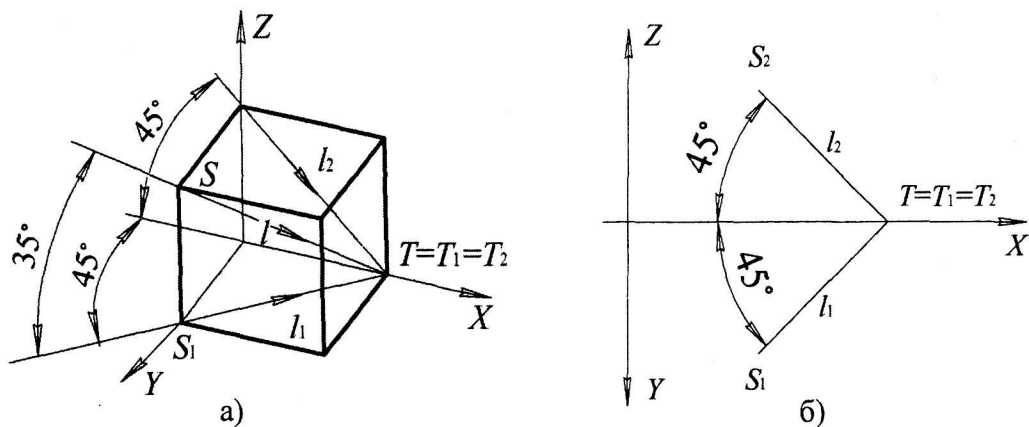


Рис. 41

Падающая тень от точки и прямой общего положения

На рис. 42, а, б показано построение тени от точки A . Оно сводится к определению следа луча света, проведенного через данную точку.

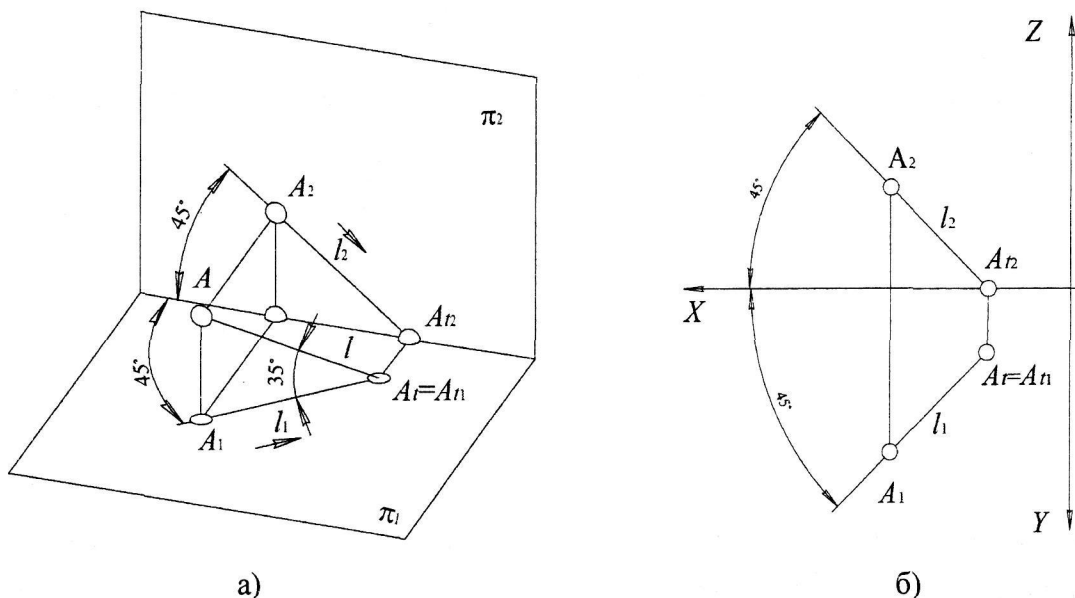


Рис. 42

Через точку A проводится прямая, параллельная направлению l , а через A_1 — прямая, параллельная l_1 . В пересечении прямых расположена точка A_t , тень от точки A на плоскости π_1 . На эюре из фронтальной проекции точки A проводится l_2 под углом 45° к оси x до пересечения с осью x . Из полученной точки опускается перпендикуляр до пересечения с l_1 .

На рис. 43, а, б показано построение тени от прямой AB .

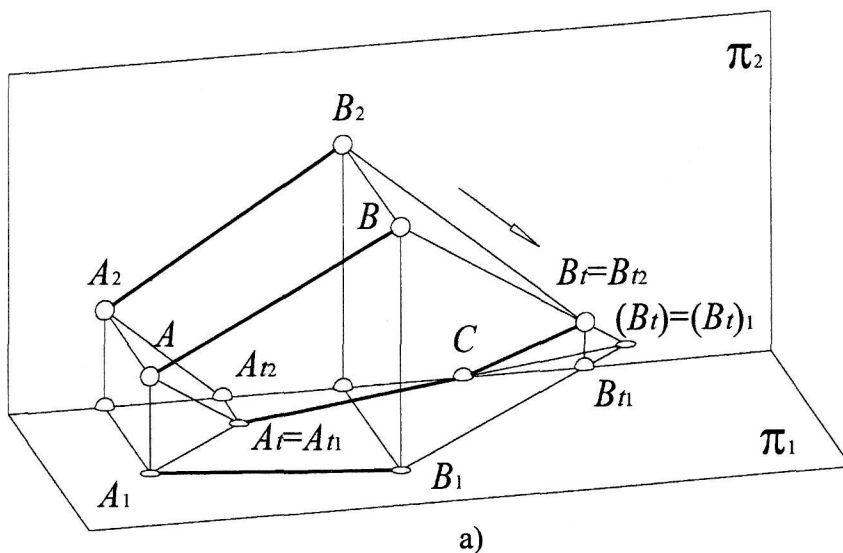


Рис. 43. Начало

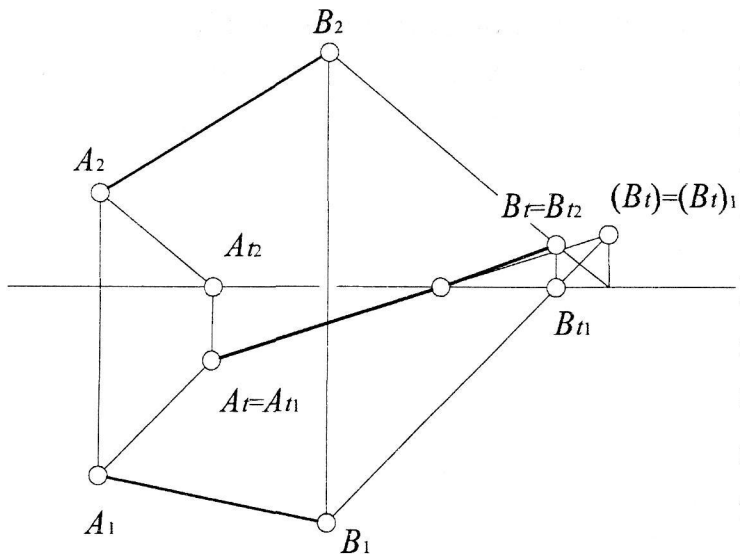


Рис. 43. Окончание

Тень от точки A строится, как на рис. 43. Аналогично находят и тень от точки $B - (B_t)$.

Луч света сначала пересекается с плоскостью π_2 , а затем только с плоскостью π_1 . Следовательно, тенью точки B будет B_t — действительная тень, (B_t) — мнимая. $A_t(B_t)$ — тень, которую отбрасывала бы прямая AB , если бы не было плоскости

π_2 . В пересечении $A_t(B_t)$ с осью x находят точку C . Строят действительную тень точки $B - B_t$ — как фронтальный след луча из этой точки. CB_t — тень от прямой на плоскости π_2 .

Падающая тень от прямых частного положения

На рис. 44, а, б показано построение тени от прямых частного положения.

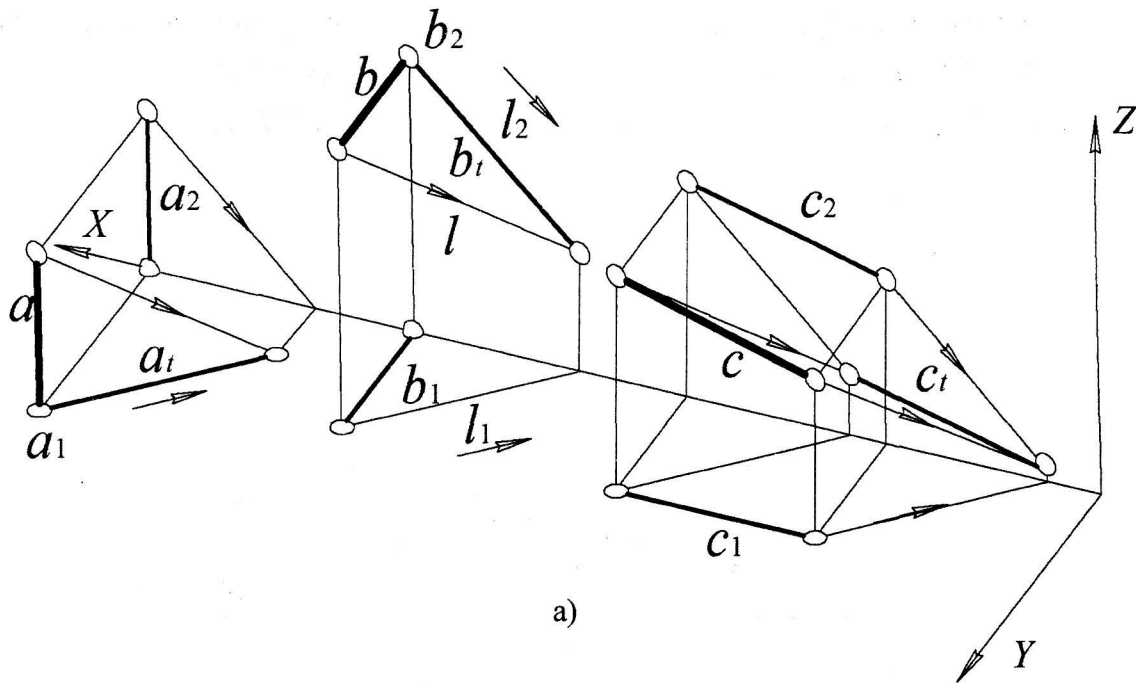


Рис. 44. Начало

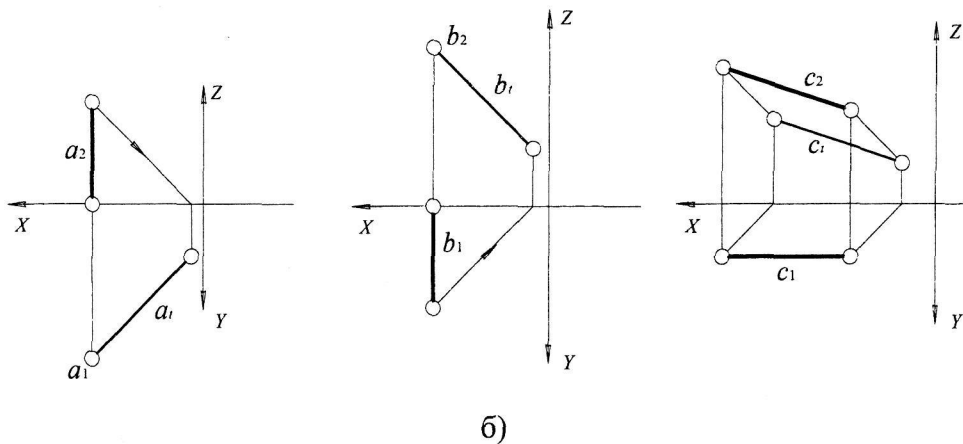


Рис. 44. Окончание

Тень на горизонтальной поверхности от вертикальной прямой параллельна проекциям лучей света. Тень на фронтальной плоскости от перпендикулярной ей прямой параллельна фронтальным проекциям лучей света. Тень от прямой на параллельной ей плоскости параллельна самой прямой.

Тень от плоской фигуры

На рис. 45, а, б показано построение тени от треугольника ABC .

Построение тени от многоугольника сводится к построению теней от его сторон.

Сначала строят тень от треугольника так, как она выглядела бы при отсутствии плоскости π_1 – треугольник $A_t B_t (C_t)$. Находят точки пересечения $A_t(C_t)$ и $B_t(C_t)$ с осью x и соединяют их с действительной тенью точки $C - C_t$.

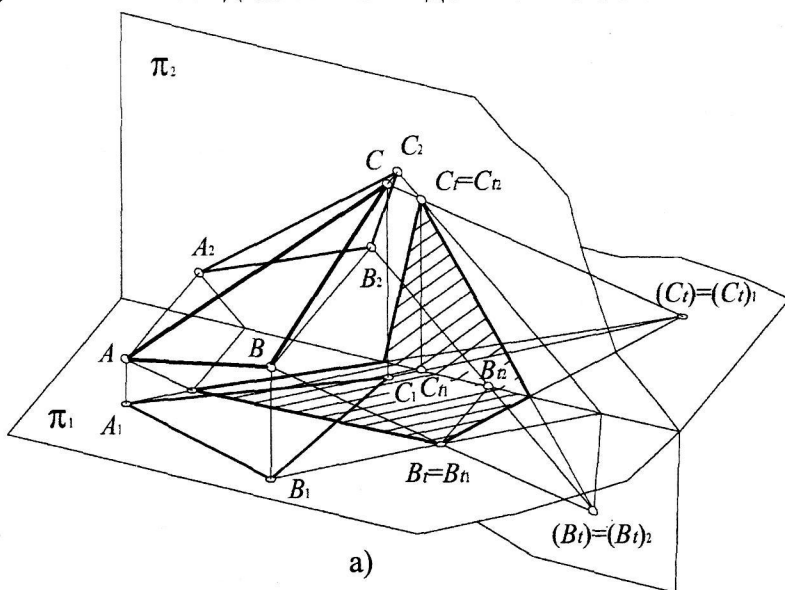


Рис. 45. Начало

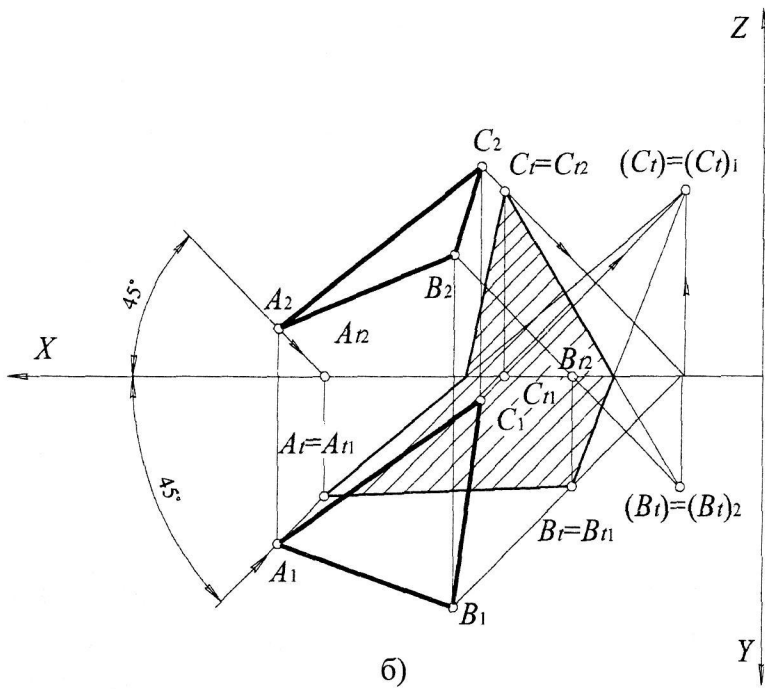


Рис. 45. Окончание

Тень от прямой на плоскости общего положения

На рис. 46 показано построение тени от прямой DE на плоскости ABC способом лучевых сечений. Луч света, проходящий через точку E , заключают во вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость Ω ,

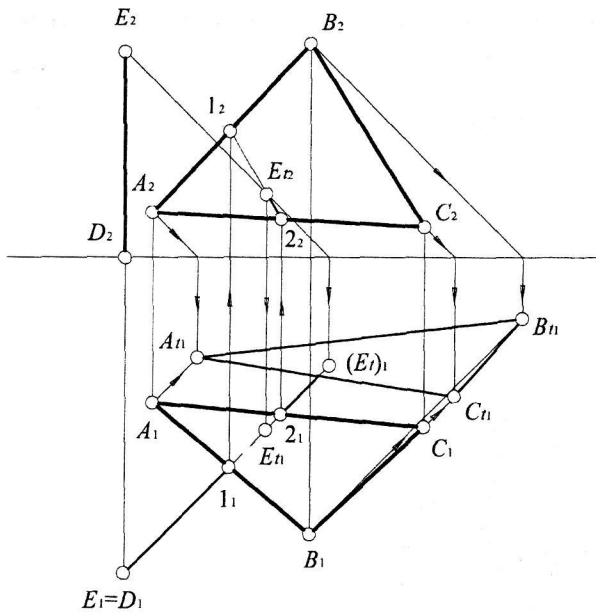


Рис. 46

находят линию 12 пересечения данной и вспомогательной плоскостей и на ней искомую E_t . Тенью от DE на ABC является отрезок $2E_t$.

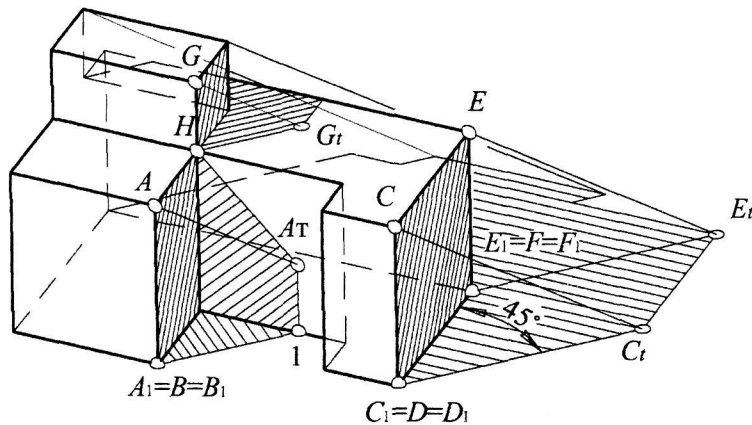
Для нахождения освещенной стороны поверхности треугольника необходимо определить видимость прямой EE_t методом конкурирующих точек. В данном случае во фронтальной проекции отрезок EE_t будет видимым. Следовательно, на фронтальную плоскость треугольник проецируется освещенной сто-

роной. На изображении в горизонтальной проекции треугольник будет в тени.

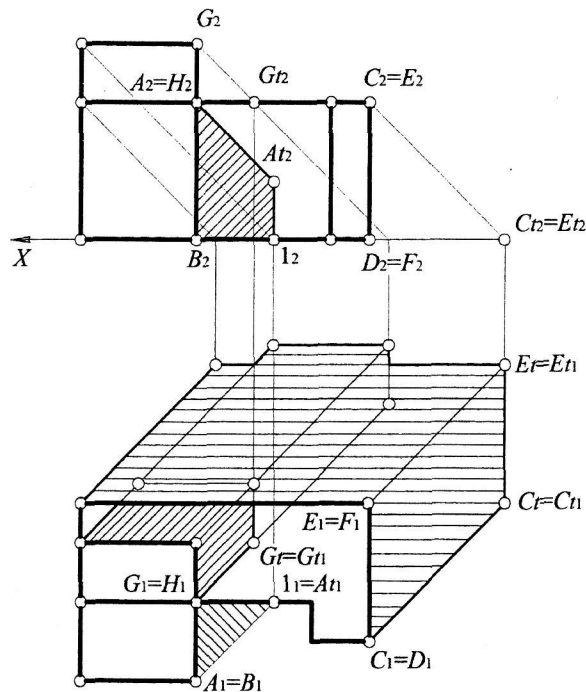
Строят тень от ABC и прямой DE на π_1 . Выполняют построение тени от AB , BC и AC . Так как DE – горизонтально-проецирующая прямая, тень от нее будет располагаться под углом 45° до пересечения с тенью от треугольника.

Тень от схематичного здания

На рис. 47, а, б показано построение тени от схематичного здания. Построение очерка тени от любого многогранника сводится к построению теней от ребер данного тела на плоскостях проекций либо на самом теле.



а)



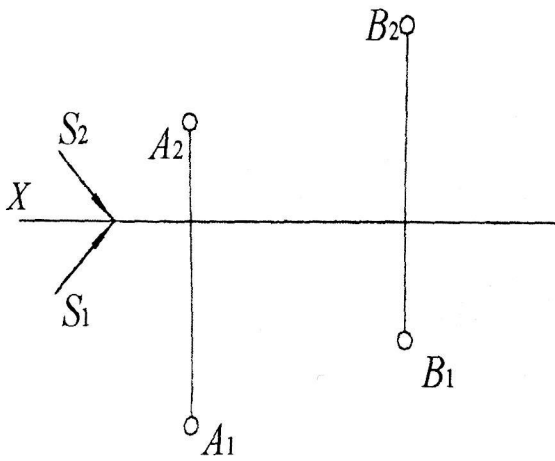
б)

Рис. 47

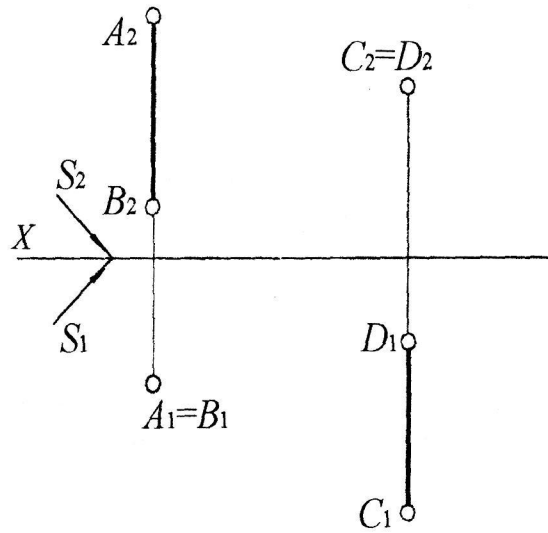
Действительные тени от ребер CD и EF будут лежать в плоскости π_1 . Тень от ребра AB , которая частично лежит в плоскости стены здания, строится вышеописанным способом. Аналогично строится тень от прямой GH .

Задачи

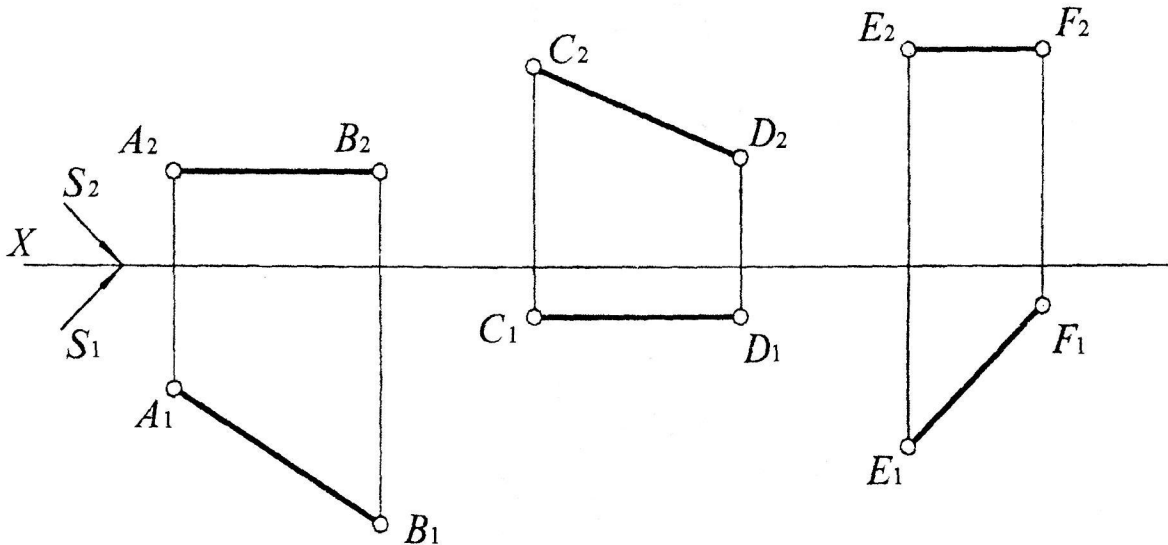
Задача 26. Построить тень от точек A и B .



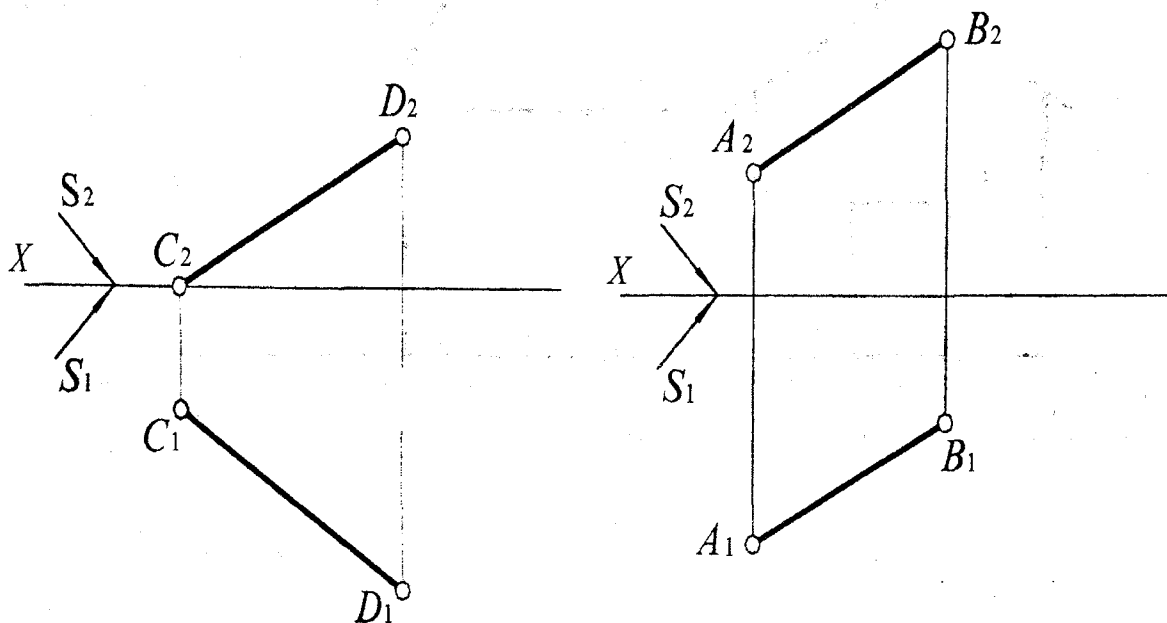
Задача 27. Построить тени от отрезков AB и CD .



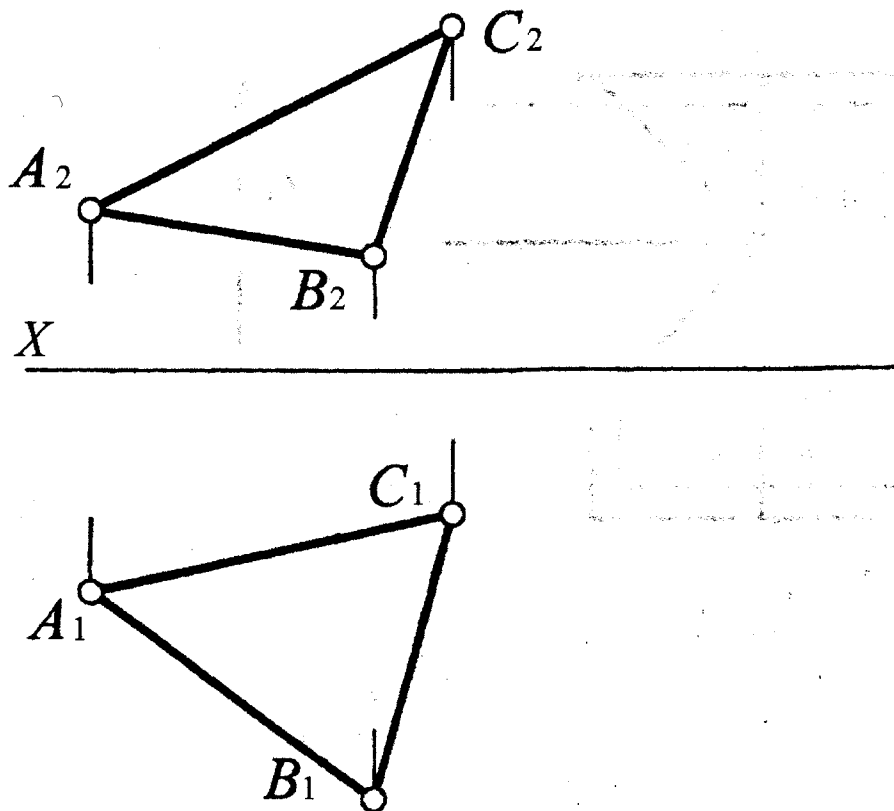
Задача 28. Построить тени заданных отрезков.



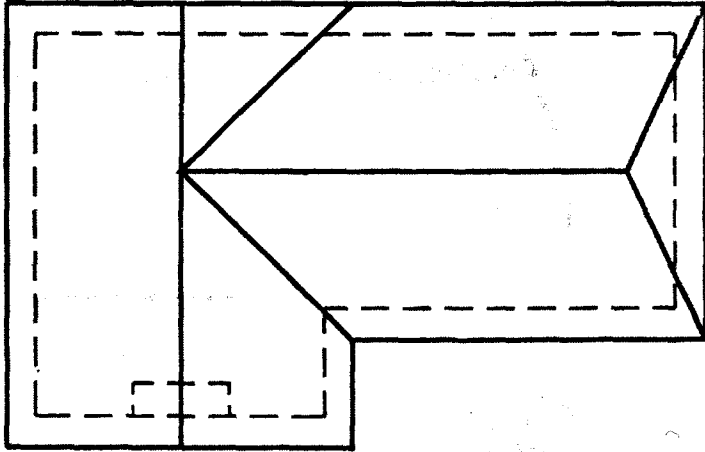
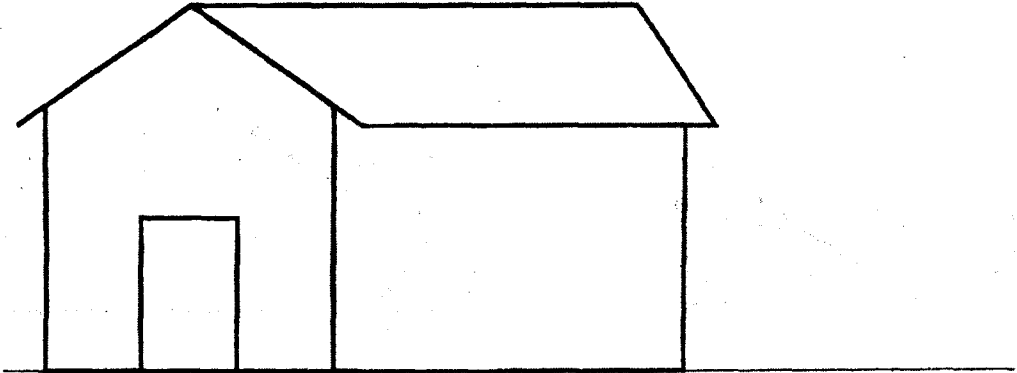
Задача 29. Построить тень отрезков прямых CD и AB . Определить точку преломления тени.



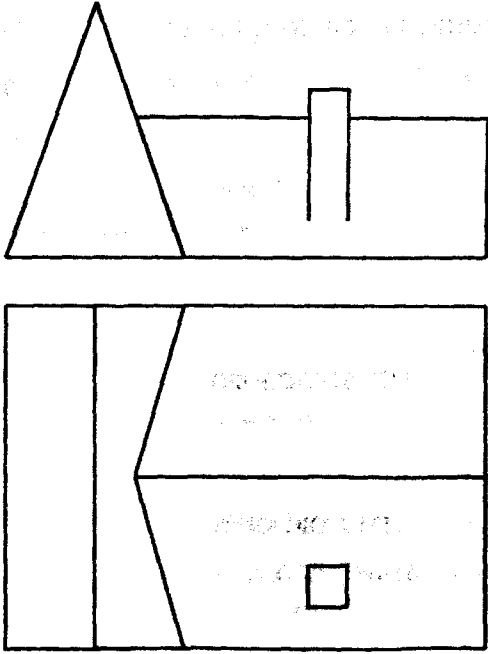
Задача 30. Построить тень от $\triangle ABC$. Определить освещенность проекций треугольника.



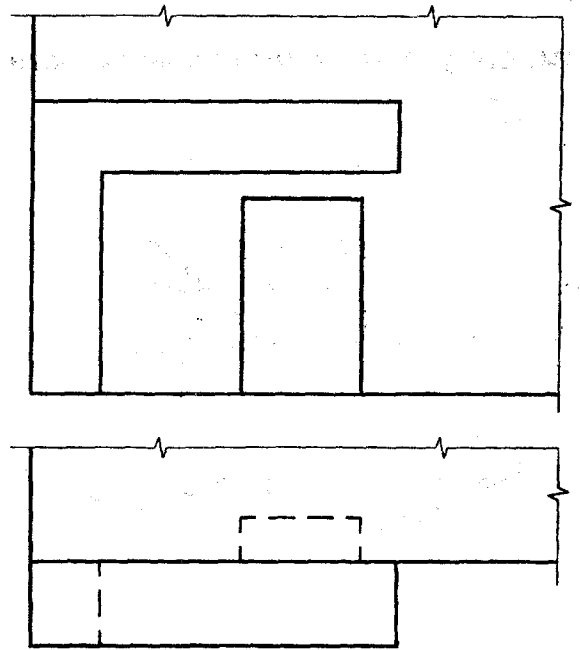
Задача 31. Построить собственные и падающие тени здания.



Задача 32. Построить собственные и падающие тени на крыше.



Задача 33. Построить падающие тени на фрагменте фасада здания.



Раздел 3. Проекции с числовыми отметками

Сущность метода

Сущность метода проекций с числовыми отметками заключается в том, что участок земной поверхности проецируется только на горизонтальную плоскость (Π_0 – плоскость нулевого уровня), а фронтальная плоскость проекций заменяется числами (отметками), определяющими расстояние от точек до плоскости нулевого уровня.

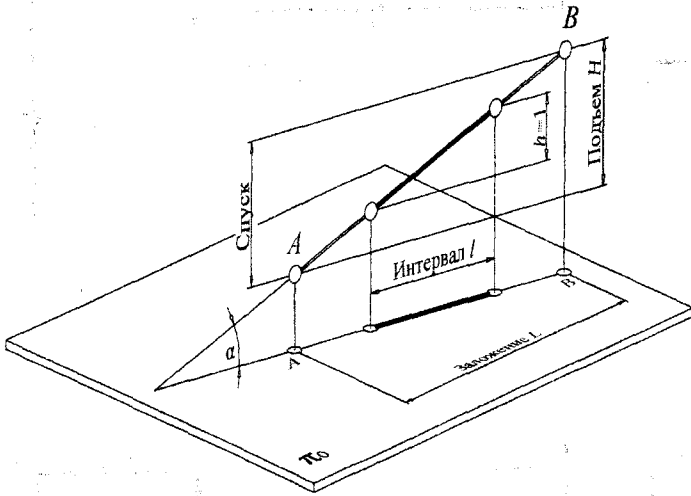


Рис. 48

L – длина проекции прямой, *заложение*; H – разность отметок, определяющая спуск или подъем, *превышение* (рис. 48).

Отношение превышения к заложению – *уклон прямой*, $i = H/L = \text{tg } \alpha$. Если подъем $H = 1$, то соответствующее ему заложение называется *интервалом* l (см. рис. 48). Уклон в этом случае $i = 1/L$. Следовательно, интервал и уклон прямой – величины, обратные друг другу.

Если подъем $H = 1$, то соответствующее ему заложение называется *интервалом* l (см. рис. 48). Уклон в этом случае $i = 1/L$. Следовательно, интервал и уклон прямой – величины, обратные друг другу.

Проекция прямой

На рис. 49 показаны различные способы задания прямой в проекциях с числовыми отметками: а – прямая задана двумя точками; б – прямая задана точкой и углом наклона к Π_0 с указанием направления спуска; в – прямая задана точкой и уклоном.

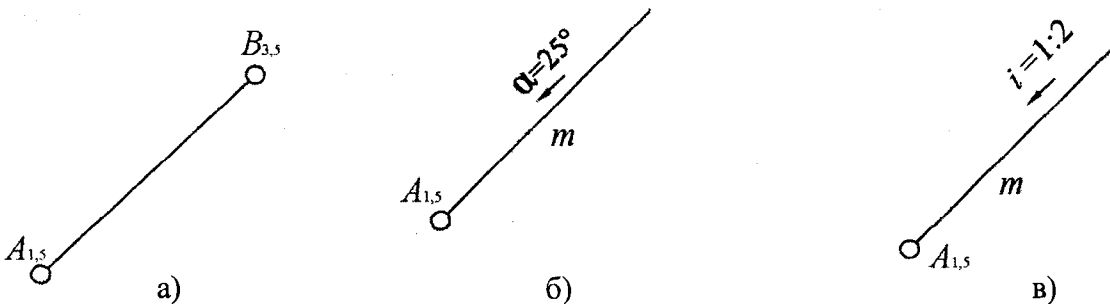


Рис. 49

Градуирование прямой. Концы отрезка прямой часто задают отметками, которые выражаются дробными числами. При решении многих задач нужно знать положение проекций точек с целыми отметками, при этом необходимо градуирование прямой. Проградуировать проекцию прямой – значит определить на ней точки с разностью отметок, равной единице.

На рис. 50, а, б показано градуирование прямой AB . Сравнивая отметки точек A и B , приходим к выводу, что часть прямой находится над плоскостью нулевого уровня, а часть – под ней. Проведем из точек A и B перпендикуляры и отложим на них равные отрезки. От точки B – четыре отрезка, от точки A – три и 0,25 отрезка. Из точек 1, 2, 3 и других проводят прямые, параллельные AB , до пересечения с $A'B'$ и опускают перпендикулярные прямые на AB .

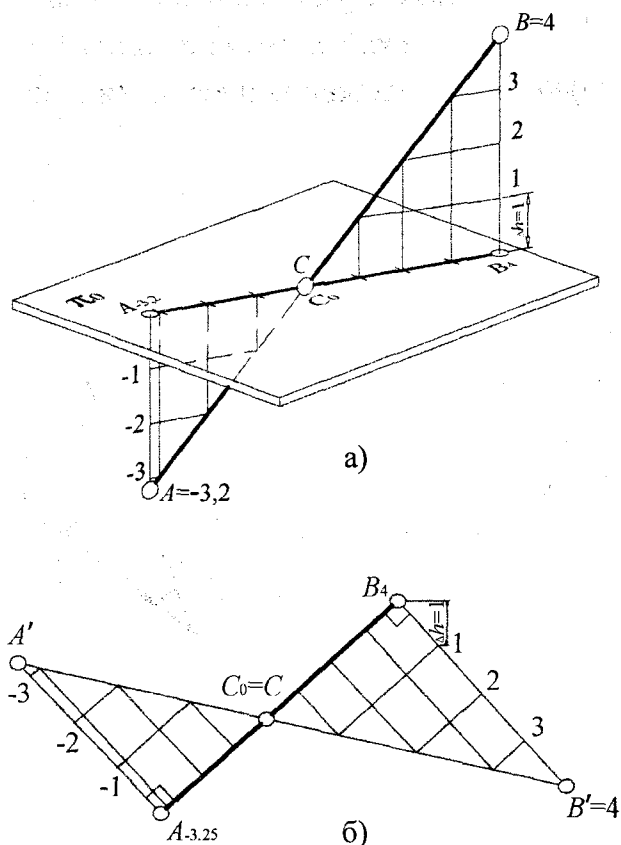
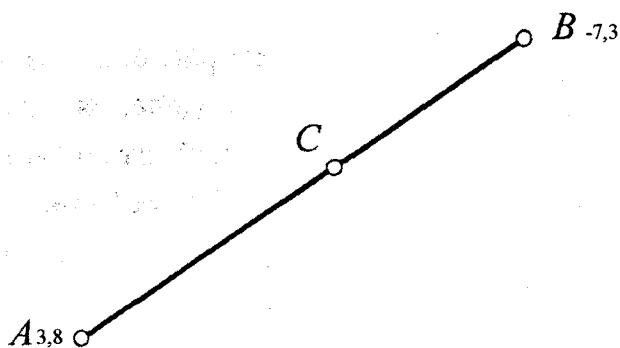


Рис. 50

Задачи

При решении задач в проекциях с числовыми отметками используйте масштаб 1:200.

Задача 34. Проградуировать прямую AB , определить ее натуральную величину и угол наклона к плоскости проекций, определить отметку точки C .



Проекции плоскости

Плоскость удобнее всего задавать *масштабом уклонов, т. е. градуированной проекцией линии ската плоскости*. Масштаб уклонов полностью определяет положение плоскости в пространстве.

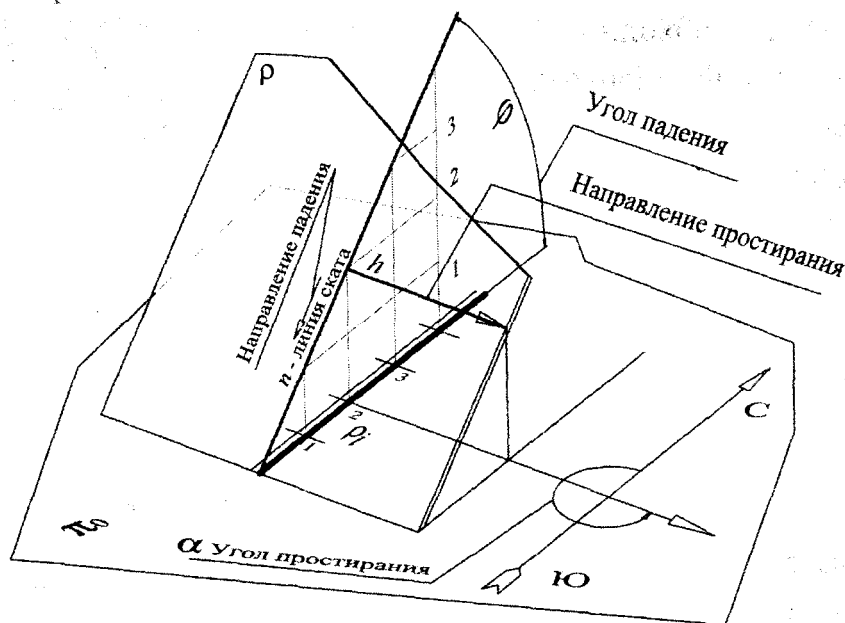


Рис. 51

Он отображается на плане двумя параллельными прямыми – толстой и тонкой, с нанесенными на них отрезками горизонталей плоскости (рис. 51, 52). Линия ската – линия падения.

Вместо масштаба уклонов плоскость может быть задана также углом падения и направлением простираания (см. рис. 52).

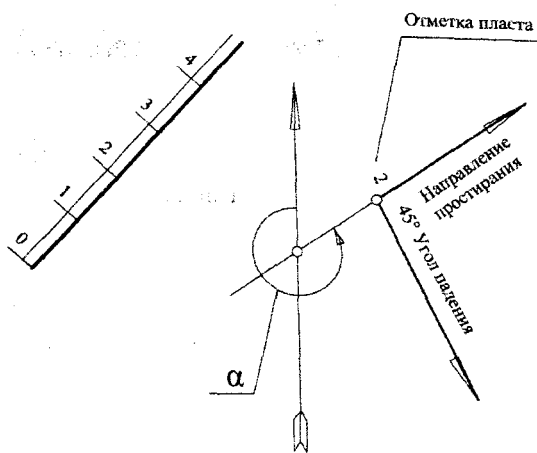


Рис. 52

Направление простираания определяется по горизонтали плоскости. При взгляде вдоль линии ската в сторону спуска плоскости левое направление горизонтали представляет собой направление простираания. Это направление необходимо знать для определения угла простираания, который отсчитывается от северного конца меридиана против хода часовой стрелки до направления простираания.

Пересечение плоскостей. Линию пересечения плоскостей находят на основе метода сечений. Определяют точки пересечения двух пар горизонталей с одинаковыми отметками (рис. 53, а, б). Если плоскости имеют одинаковые масштабы уклонов, то проекции линии пересечения плоскостей представляют собой биссектрису угла, образованного горизонталями плоскостей.

Если масштабы уклонов пересекающихся плоскостей параллельны, но интервалы различны, то плоскости пересекаются по общей горизонтали, для нахождения которой достаточно построить одну точку, принадлежащую ей.

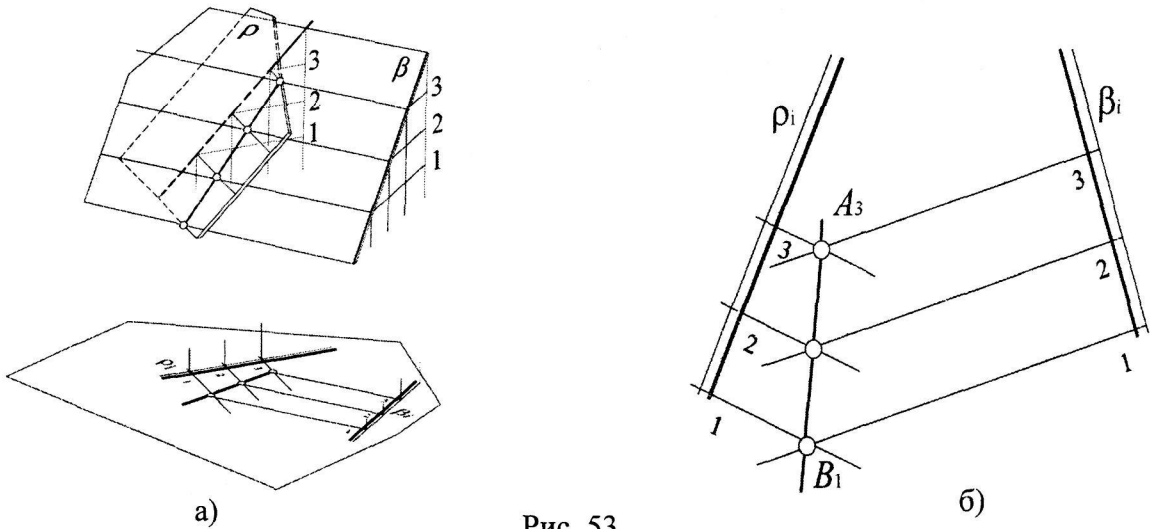


Рис. 53

Пересечение прямой и плоскости. Взаимное положение прямой и плоскости определяется в общем случае с помощью способа сечений (рис. 54, а, б).

1. Через AB проводится вспомогательная плоскость α . Плоскость произвольна и легко определяется парой горизонталей.

2. Находится линия пересечения ее с данной плоскостью ρ .

3. Находится C – точка пересечения AB и линии пересечения плоскостей.

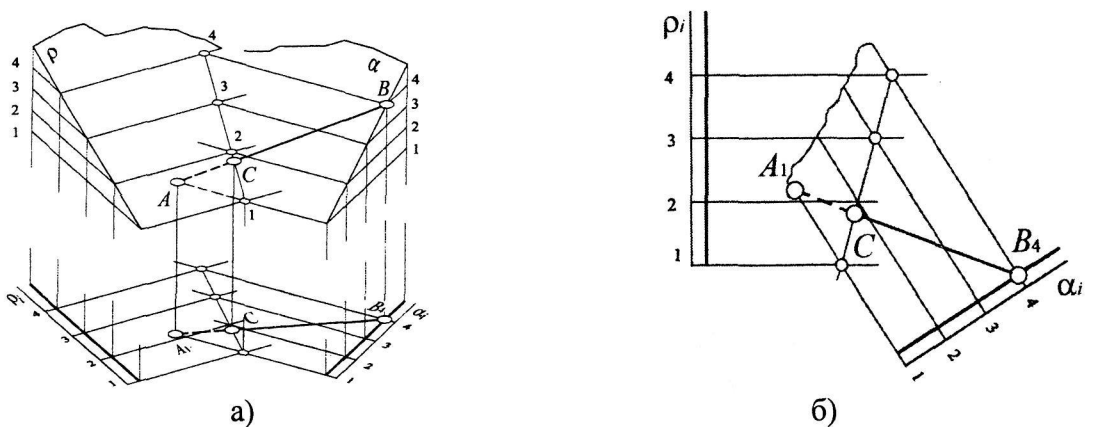


Рис. 54

Проекции поверхностей

Конические поверхности. Прямой круговой конус изображается серией concentрических окружностей, проведенных через равные интервалы.

На рис. 55, 56 показана *поверхность равного уклона* – линейчатая поверхность, все прямолинейные образующие которой составляют с горизонтальной плоскостью постоянный угол.

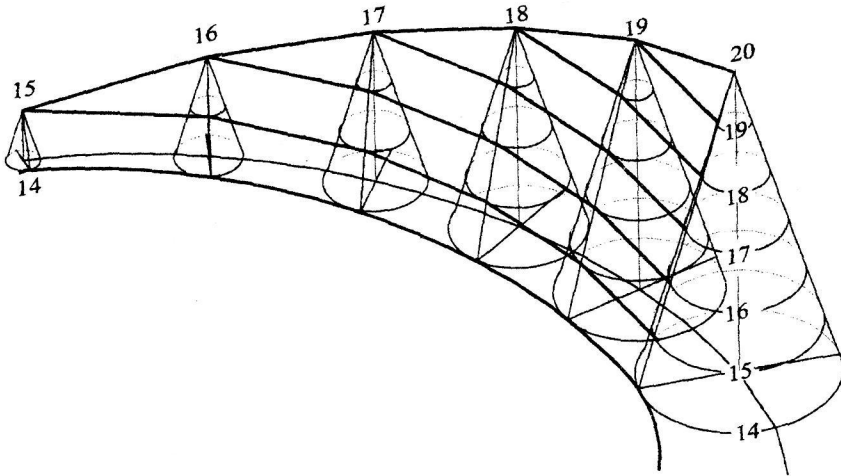


Рис. 55

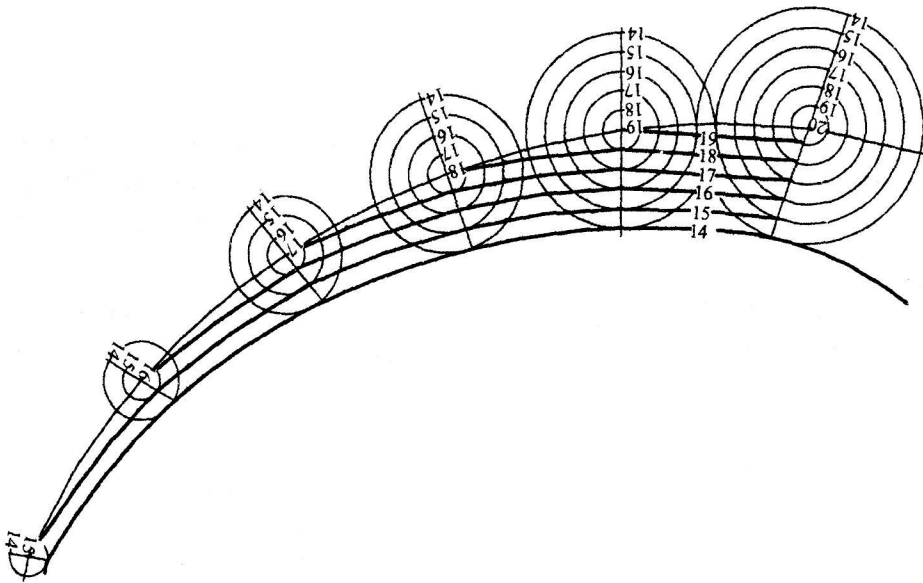


Рис. 56

Прямой круговой конус перемещают вдоль некоторой направляющей. Поверхность одинакового ската можно представить как линейчатую поверхность, огибающую семейство круговых конусов, вершины которых расположены на некоторой пространственной кривой. Ось каждого конуса вертикальна.

Топографическая поверхность. На плане задается горизонталями, полученными в результате пересечения поверхности горизонтальными плоскостями, проведенными по высоте через разные расстояния. Расстояние между секущими плоскостями от 1 до 5 м.

Каждая 5-я горизонталь наносится утолщенной линией. Направление спуска обозначается бергштрихом – короткой черточкой, перпендикулярной к горизонтали в сторону спуска.

Пересечение прямой с топографической поверхностью. На рис. 57, а, б показано построение точек пересечения прямой с топографической поверхностью.

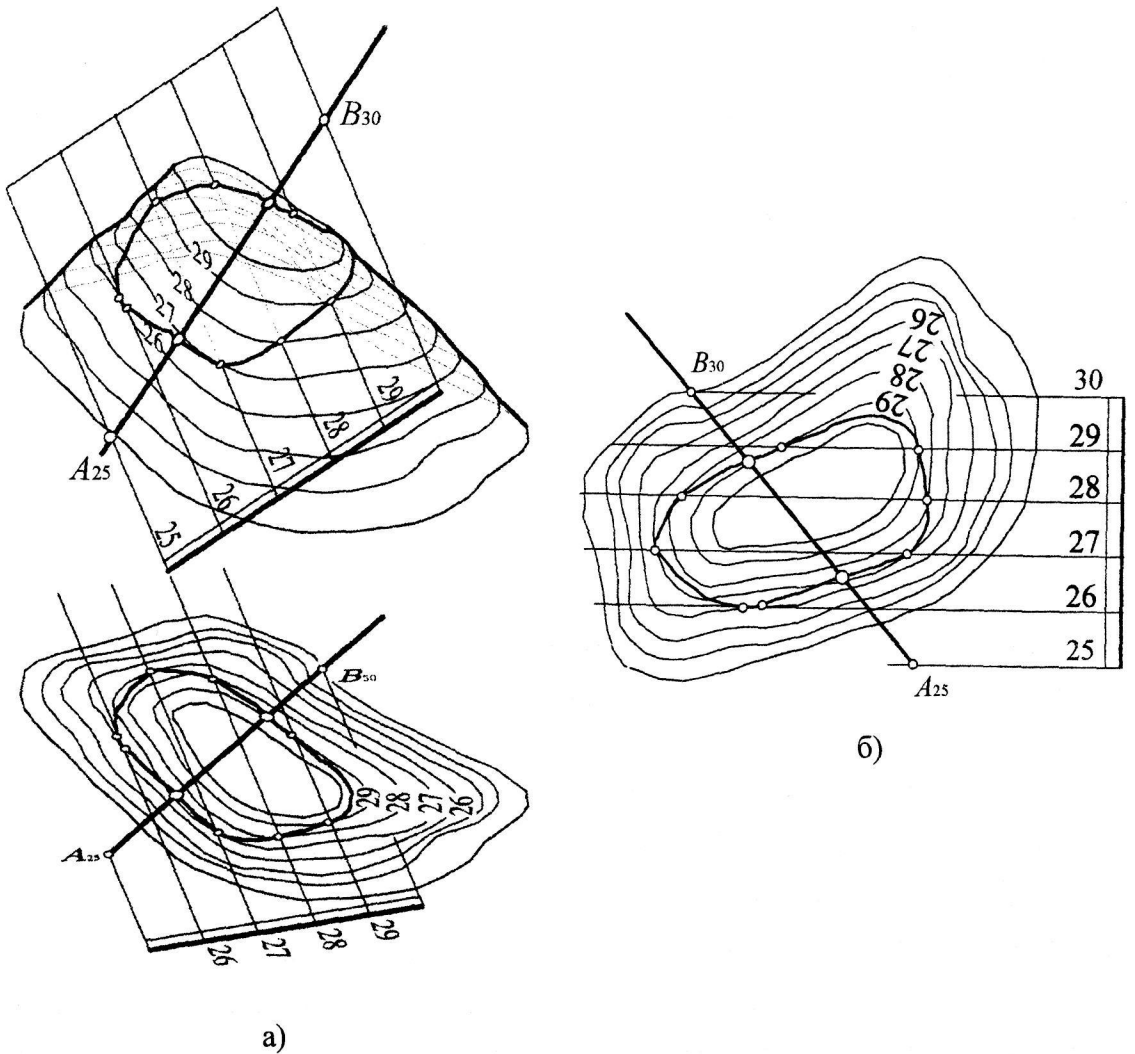


Рис. 57

1. Через прямую AB проводят произвольную плоскость P общего положения, пересекающую данную поверхность.

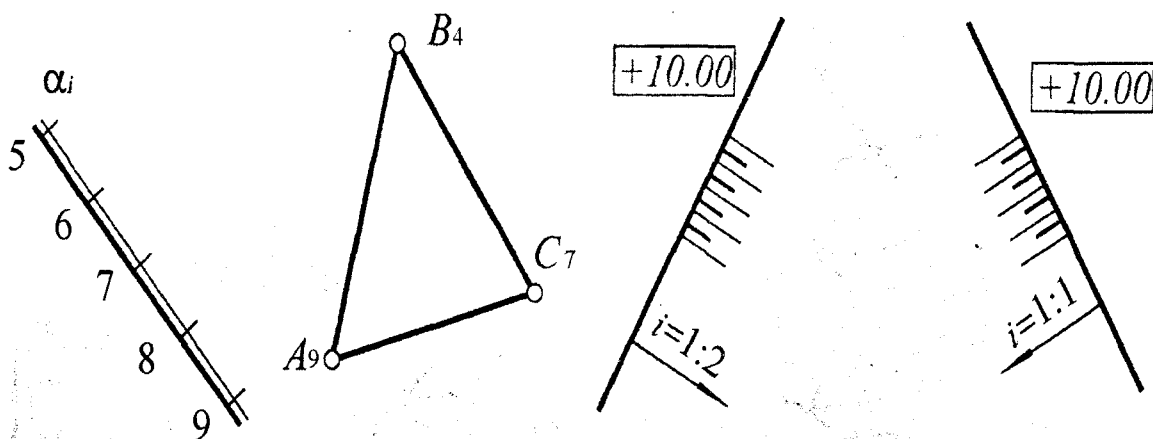
2. Строят линию ее пересечения с заданной топографической поверхностью. Точки пересечения этой линии с заданной прямой будут принадлежать и прямой, и топографической поверхности.

Пересечение плоскости с поверхностью определяется как геометрическое место точек пересечения их горизонталей с одинаковыми отметками.

Задачи

Задача 35. Построить линию пересечения плоскостей.

Задача 36. Построить линию пересечения откосов.



Пересечение поверхностей. Строится методом сечений. Линия пересечения поверхностей представляет собой геометрическое место точек пересечения горизонталей с одинаковыми отметками.

Определение объемов и границ земляных работ на чертеже

Чтобы определить объемы и границы земляных работ на чертеже, находят линии пересечения откосов насыпей или выемок с поверхностью местности. Иными словами, строят линию пересечения какой-либо геометрической поверхности (плоскости, поверхности одинакового ската) с топографической поверхностью. Искомая линия в таком случае определяется рядом точек пересечения одноименных (с одинаковыми отметками) горизонталей топографической поверхности и поверхности откоса.

Построение откосов насыпи на горизонтальных прямолинейных участках площадки. На рис. 58 показано определение границ земляных

работ при сооружении горизонтальной площадки с отметкой +22.00.

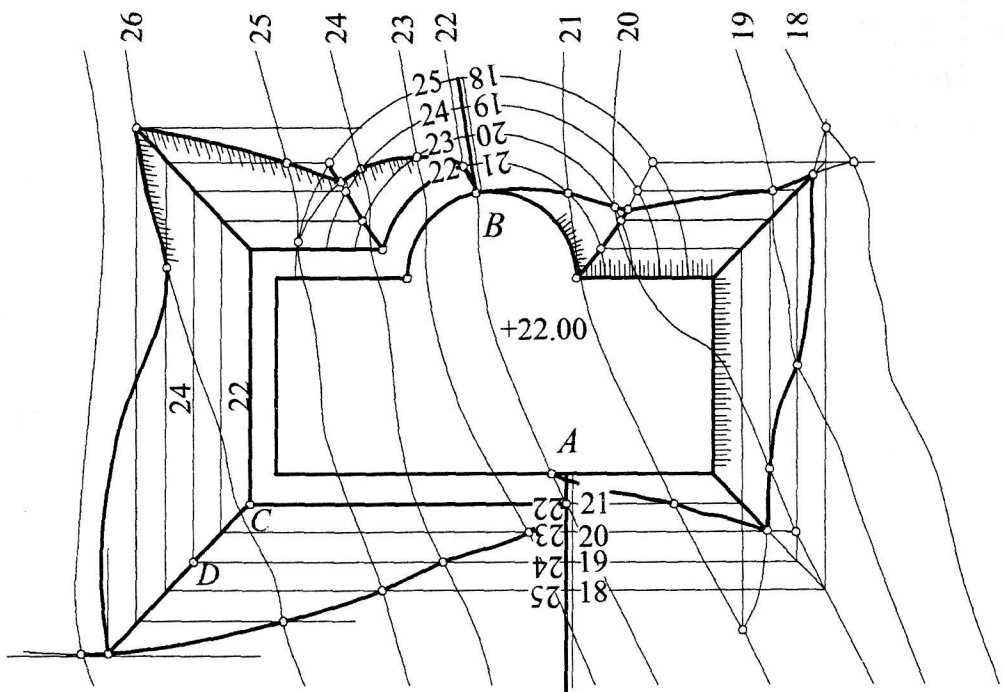
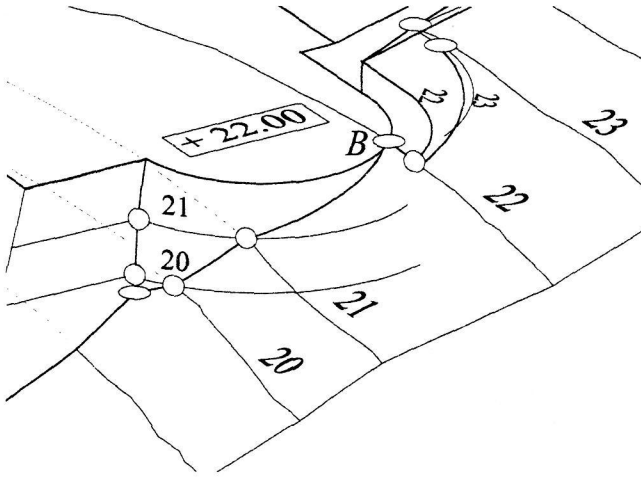


Рис. 58

1. Определяем линию нулевых работ AB .
2. Сравнение отметок топографической поверхности и поверхности площадки показывает, что с одной стороны запроектирована насыпь, с другой – выемка. Со стороны выемки предусмотрены водоотводные кюветы шириной 1 м.
3. Перпендикулярно к бровкам площадки построим масштабы уклона плоскости откоса насыпи и выемки с интервалом $L = 1 : i$.
4. Отложив на масштабах уклонов плоскостей найденные интервалы, проведем через построенные точки параллельно кромкам откосов горизонтали этих плоскостей.
5. Для построения линий пересечения откосов между собой определяем две точки пересечения двух пар горизонталей с одинаковыми отметками. Например, горизонтали с отметками 22 и 24 попарно пересекаются в точках C и D . Прямая CD – искомая линия пересечения плоскостей откосов между собой.
6. Определяем линии пересечения откосов и топографической поверхности. Линия пересечения поверхностей откосов и земли проходит через точки взаимного пересечения их горизонталей, имеющих одинаковые отметки.

7. Для более наглядного выражения направления ската у верхних кромок откосов наносят чередующиеся короткие и длинные штрихи, называемые бергштрихами.

План откоса насыпи на горизонтальном участке с дугообразной бровкой. Построение показано на рис. 58, 59. Проекции горизонталей в этом случае – равноудаленные друг от друга дуги концентрических окружностей.



Равноудаленные друг от друга дуги концентрических окружностей. Расстояние между ними равно интервалу поверхности. Линия пересечения откосов от прямолинейного участка площадки с откосами на участке с дугообразной бровкой строится по точкам пересечения одноименных горизонталей поверхностей.

Рис. 59

Построение плана откосов насыпи и выемки на прямолинейном наклонном участке дороги.

Кромки дороги не являются горизонталями, поэтому горизонтали откоса на этом участке не параллельны им. Искомая плоскость, проходя через прямую, должна быть касательной к прямому круговому конусу с вершиной в точке, лежащей на бровке дороги, образующие которого имеют уклон, равный заданному уклону плоскости. Горизонтали искомой плоскости будут касательными к одноименным горизонталям конуса (рис. 60, а, б).

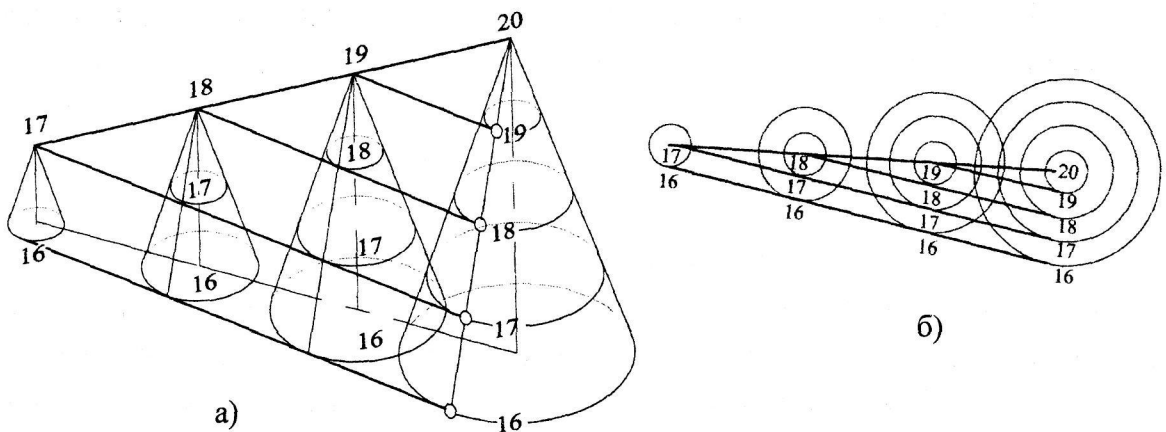


Рис. 60

На рис. 61, а, б показано построение откосов выемки на прямолинейном наклонном участке дороги.

1. Проградуируем полотно дороги, имеющей уклон i_d . Интервал между горизонталями полотна $L_d = 1 : i_d$.

2. Сравнив отметки горизонталей дороги и топографической поверхности, приходим к выводу, что здесь надо делать выемку. На участке выемки предусмотрены водоотводные кюветы шириной 1 м.

3. Откос выемки – плоскость с уклоном, равным уклону насыпи i_n , проходящая через бровку дороги. Построим ряд конусов (в проекции они представляют собой ряд concentric окружностей), образующие которых имеют заданный уклон откоса $i = h : R$. Если высота конуса $h = 1$ м, то радиус основания будет $R = 1 : i_n$.

4. Проведем горизонталь искомой плоскости как прямые касательные к окружностям, имеющим одинаковые отметки. Точки пересечения их с одноименными горизонталями соседних откосов дадут линии пересечения откосов между собой. Плоскости откосов насыпи проектируются так же, только вершина вспомогательного конуса будет обращена кверху.

5. Найдем линию пересечения плоскости откоса с поверхностью земли.

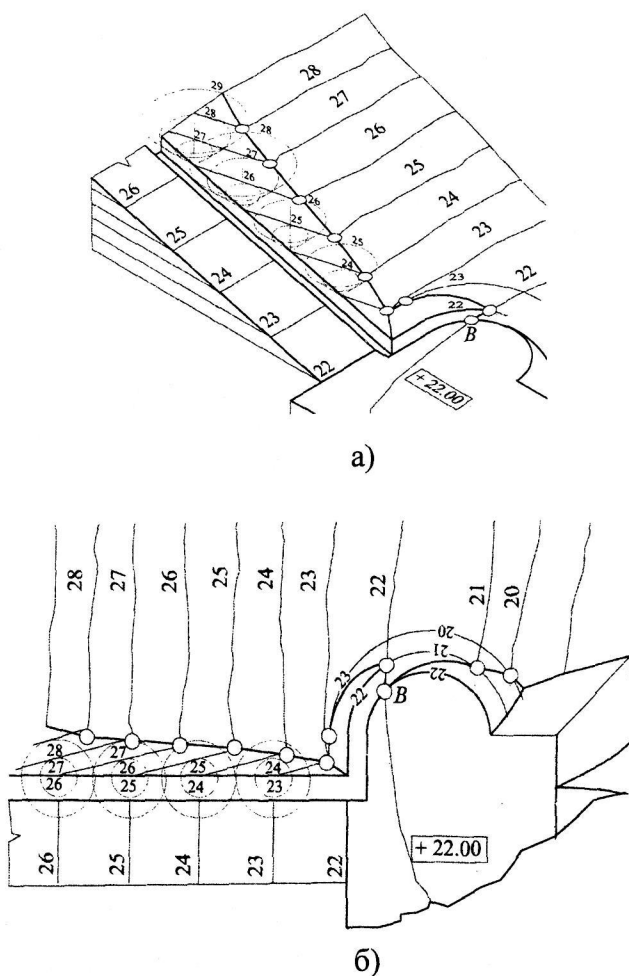


Рис. 61

План откосов насыпи на криволинейном наклонном участке дороги. Откос насыпи в этом случае представляет собой поверхность одинакового ската, все прямолинейные образующие которой составляют с горизонтальной плоскостью постоянный угол. Каждая горизонталь откоса будет кривой, огибающей семейство одинаковых по отметкам горизонталей конусов. Расстояния между проекциями соседних горизонталей одинаковы и равны интервалу откоса.

Поверхность полотна дороги на кривой с подъемом представляет собой прямой геликоид. Горизонтالي полотна – прямые линии, проекции которых пересекаются в одной точке – центре оси дороги.

На рис. 62, 63 дано наглядное изображение и план построения откосов насыпи на криволинейном участке дороги.

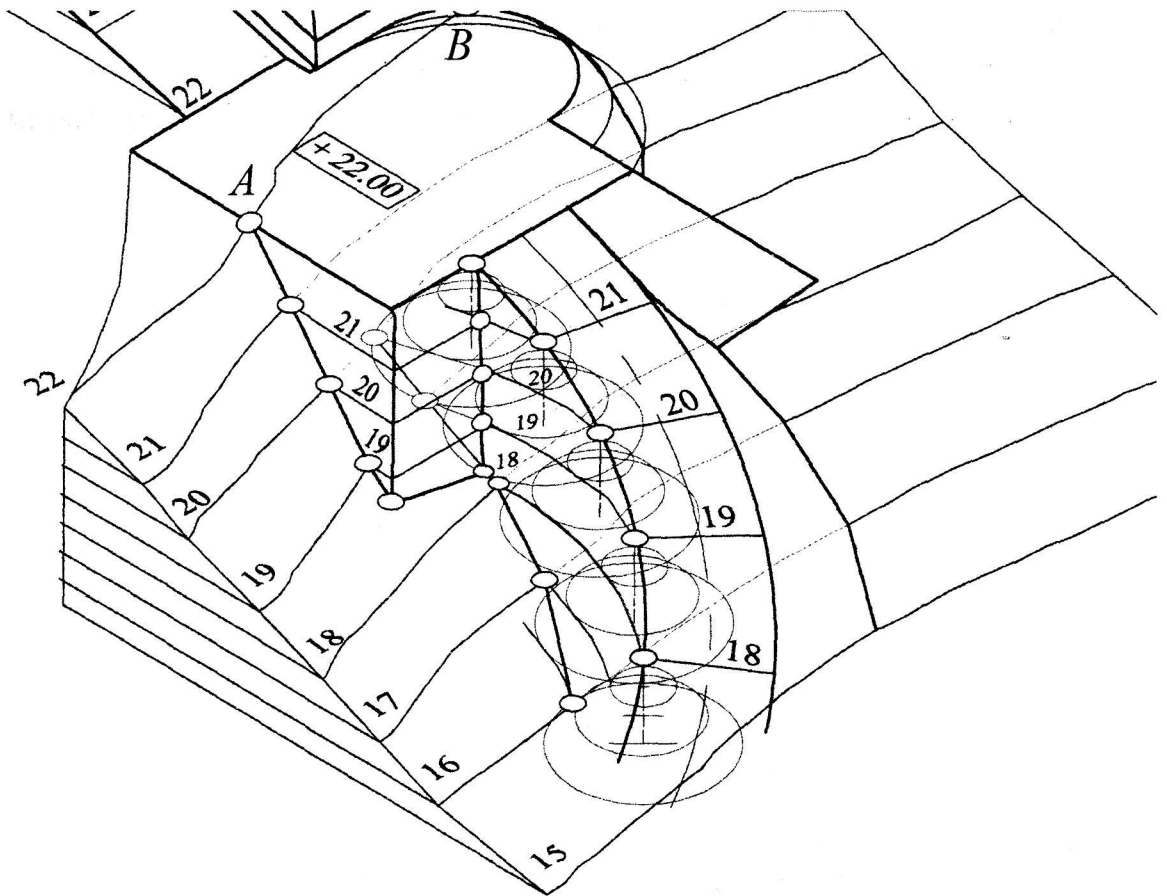


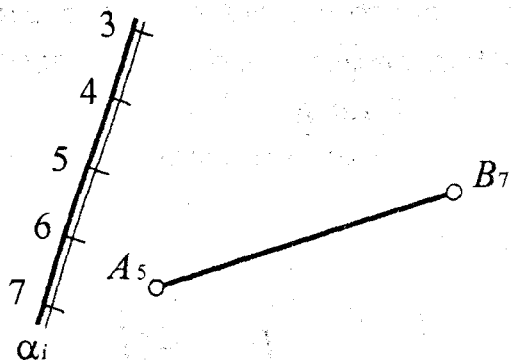
Рис. 62

1. Сравним отметки оси дороги и местности, полотно дороги оказалось выше поверхности земли. Это означает, что надо делать насыпь.

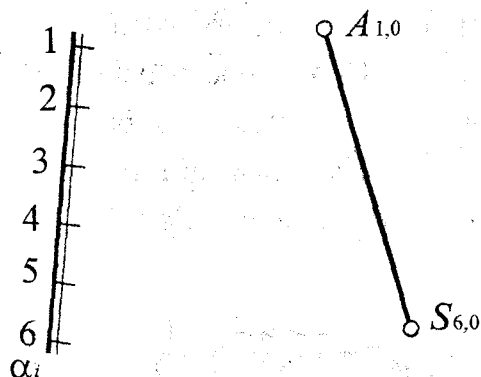
2. При задании уклона дороги i_d интервал $L=1:i_d$. Проградуируем по-

Задачи

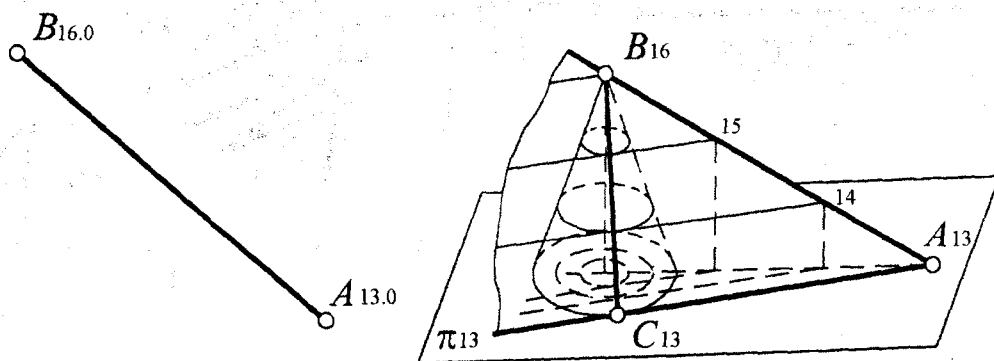
Задача 37. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью.



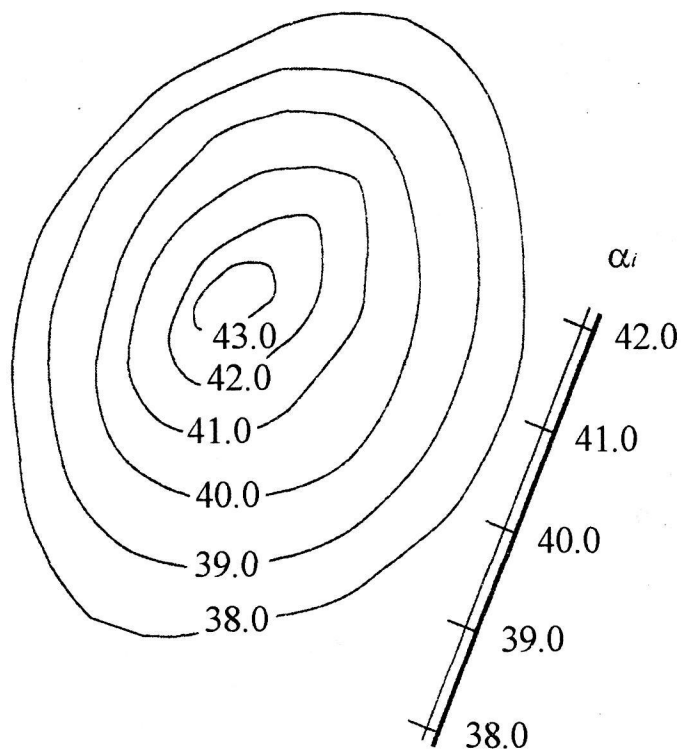
Задача 38. Построить линию пересечения плоскости α с конической поверхностью ϕ , заданной образующей AS .



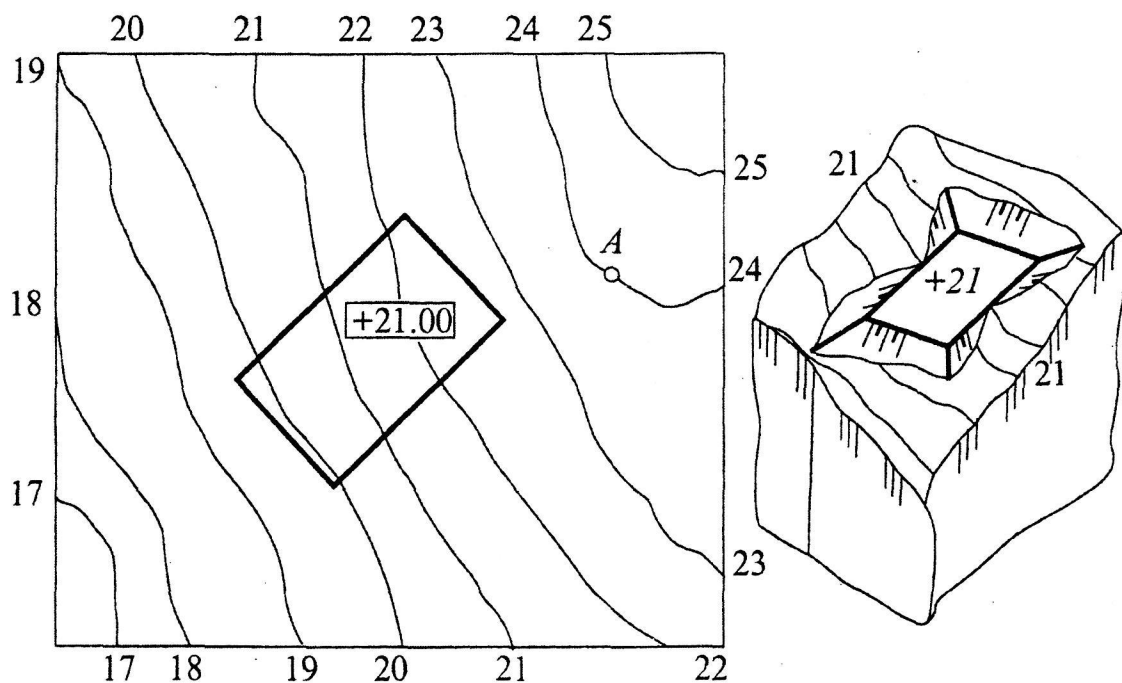
Задача 39. Через прямую AB провести плоскость с уклоном 1:2.



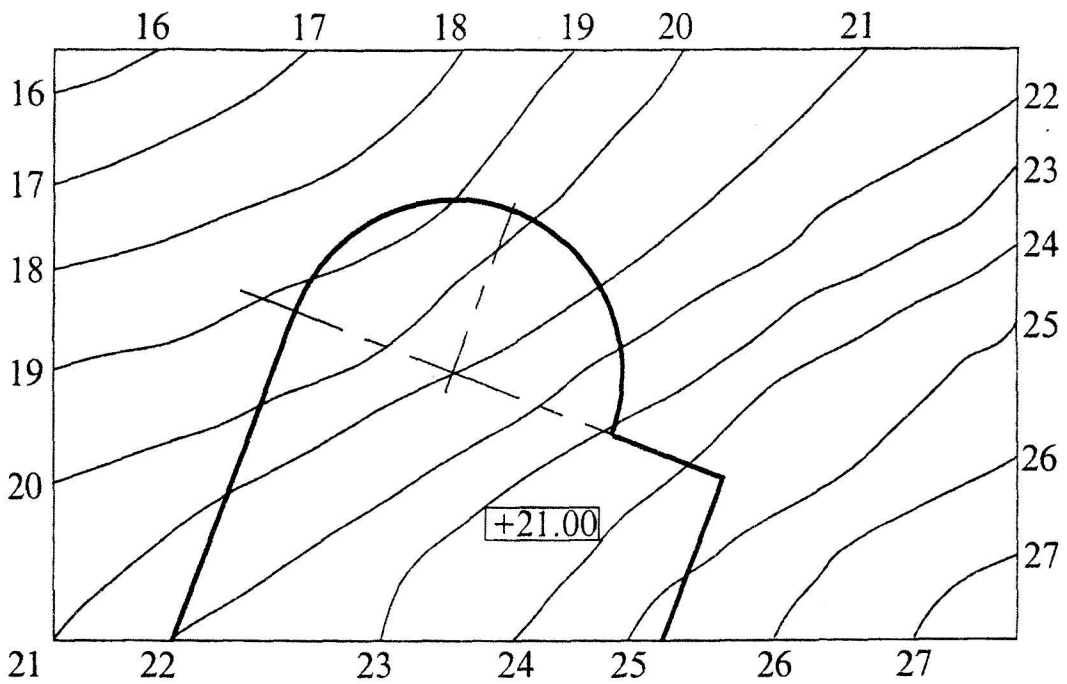
Задача 40. Построить линию пересечения топографической поверхности с плоскостью α .



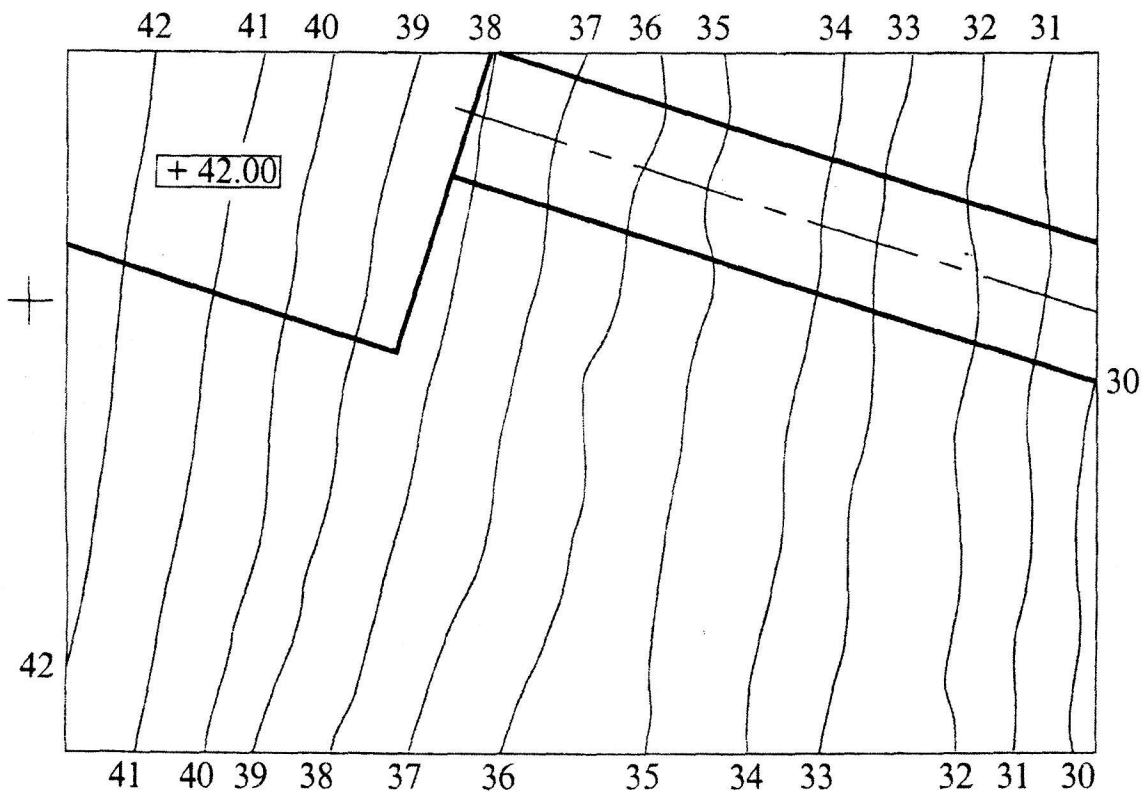
Задача 41. Определить границы земляных работ при сооружении горизонтальной площадки с отметкой +21.00 и уклонами откосов 1:1.



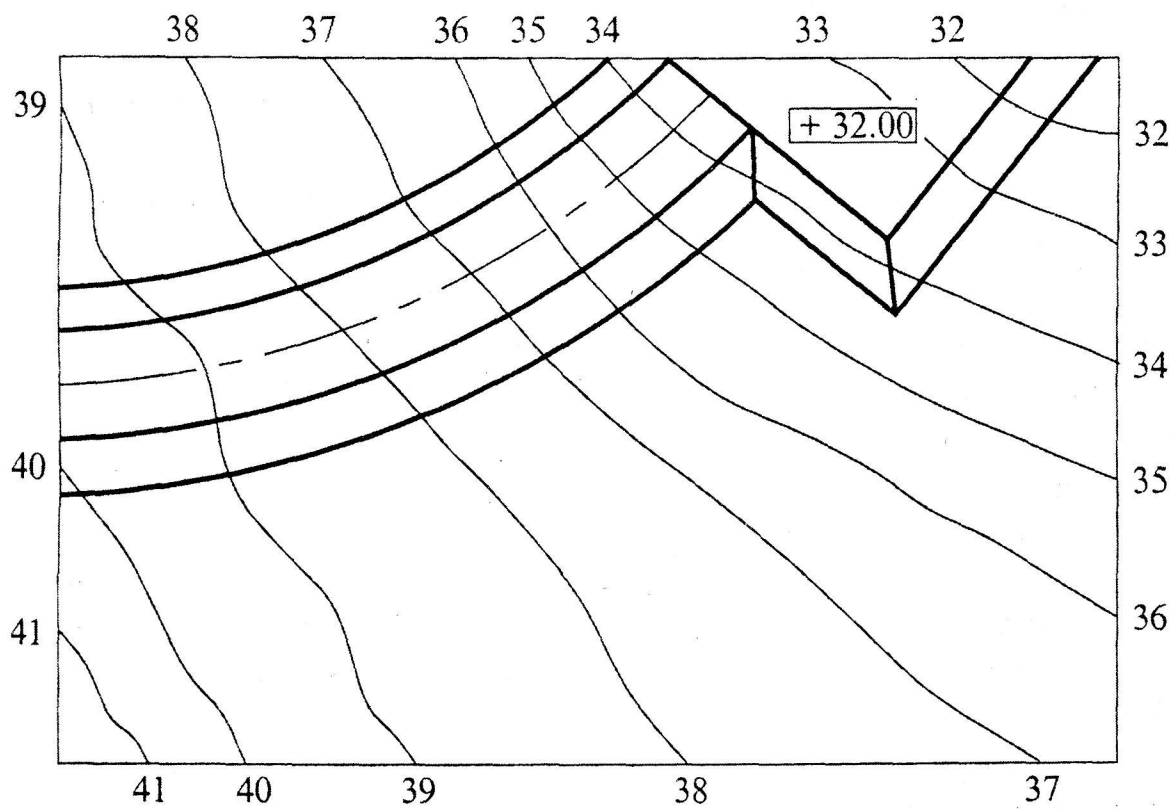
Задача 42. Построить линию пересечения откосов с топографической поверхностью, если уклон откосов выемки и насыпи $i=1:1$.



Задача 43. Определить границы откосов насыпи, если уклон дороги $i_D = 1:4$, уклон откосов насыпи $i_H = 1:1$.



Задача 44. Определить границу распространения откосов выемки, если уклон дороги $i_D = 1:4$, а уклон откосов выемки $i_B = 1:1,5$.



Изображаемая часть пространства может быть расположена как по одну, так и по другую сторону предельной плоскости.

Предметная и предельная плоскости пересекаются между собой по прямой, параллельной основанию картины n_1 и называемой предметным следом предельной плоскости n , или нейтральной прямой.

Опустив перпендикуляр из S на π_1 , отметим точку S_1 – горизонтальную ортогональную проекцию точки зрения, или проекцию точки зрения (точка стояния). Основание перпендикуляра, проведенного из точки A на π_1 , – горизонтальная проекция этой точки.

Спроецируем из точки S на K точки A и A_1 . Проекцией точки A станет A' – перспектива точки A . Проекцией точки A_1 станет A_1' – вторичная (горизонтальная) проекция точки A .

Точки A' и A_1' расположены на одном перпендикуляре к основанию картины. Плоскость $AS \cap A_1S$ инцидентна прямой AA_1 , перпендикулярной π_1 , следовательно, она вертикальна.

Перспективная и вторичная проекции точки расположены в проекционной связи; линия связи вертикальна.

Перспективная и вторичная проекции точки определяют положение её в пространстве.

Опустив перпендикуляр из S на K , получим точку P – главную точку картины.

Точка P_1 (ортогональная проекция главной точки на основание картины) называется основанием главной точки.

Прямая SP – главная проецирующая прямая, или главный луч зрения.

Отрезок SP – главное расстояние. Отрезок S_1P_1 – горизонтальная проекция главного расстояния, он равен и параллелен отрезку SP , следовательно, перпендикулярен основанию картины.

Горизонтальная плоскость, проходящая через S , называется плоскостью горизонта H . Она пересекается с плоскостью K по прямой h , проходящей через точку P и называемой линией горизонта.

Отрезок $SS_1 = PP_1$. SS_1 – высота линии горизонта, PP_1 – линия главного вертикала.

D, D' – дистанционные точки, или точки дальности. Они удалены по горизонту от главной точки картины на величину, равную главному расстоянию ($SP = PD = PD'$).

При взгляде сверху на плоскость Π_1 увидим прямую k_1 – основание картины (также горизонтальную проекцию плоскости K), точки S_1 , P_1 и A_1 . Такое изображение называется *планом* (рис. 65, а).

При взгляде спереди будет видна прямая k_1 , с которой совпадает ортогональная проекция предметной плоскости на картинной. На прямой k_1 лежит точка P_1 , а на линии связи, проходящей через эту точку, – главная точка картины P . Через P проходит горизонт h . Кроме того, изображены точки A' и A'_1 . Это изображение называется *перспективой* (рис. 65, б).

По плану и перспективе можно определить положение точки зрения относительно картинной и предметной плоскостей: расстояние от точки зрения до K равно отрезку S_1P_1 , а ее высота – отрезок PP_1 .

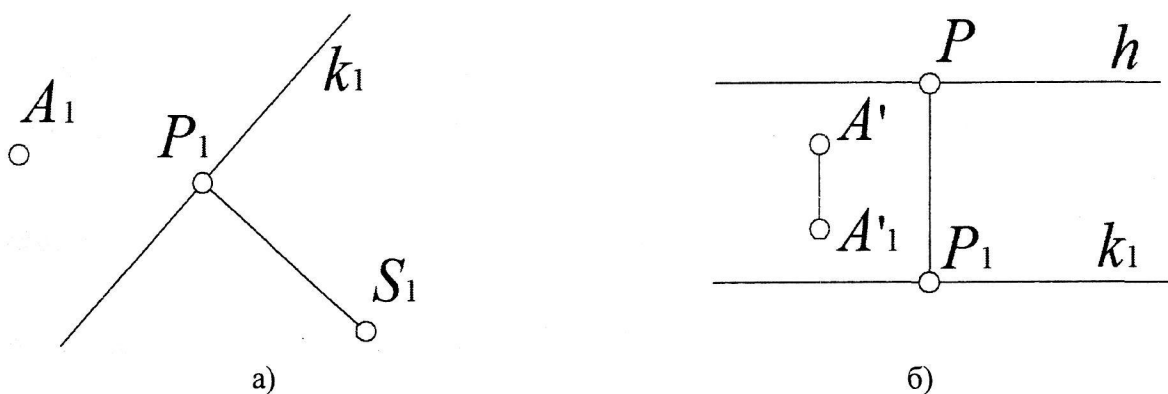


Рис. 65

Перспективы точек, расположенных в различных частях пространства

Рассмотрим точку A в предметном пространстве и то, как будут изменяться положения ее перспективы и вторичной проекции при движении самой точки A вдоль проецирующего луча SA (рис. 66). Пусть точка переместится из положения A в A_1 . Ее перспектива останется по-прежнему в точке A' . Что же касается вторичной проекции, то она сместится вертикально вверх на величину ΔZ . По мере дальнейшего удаления точки A от плоскости картины ее вторичная проекция будет приближаться к линии горизонта. Вторичная проекция бесконечно удаленной точки предметного пространства должна находиться на линии горизонта. Сопоставляя положение точек A и A_1 относительно плоскости картины с их вторичными проекциями, заключаем, что чем ближе точка к картине, тем меньше расстояние от ее вторичной проекции до основания картины. Если две точки

ются ниже основания картины (C_1'). Если же точки принадлежат мнимому пространству, то их вторичные проекции расположены выше линии горизонта (B_1'). Вторичные проекции точек предметного пространства (т. А) могут быть расположены только между основанием картины и линией горизонта.

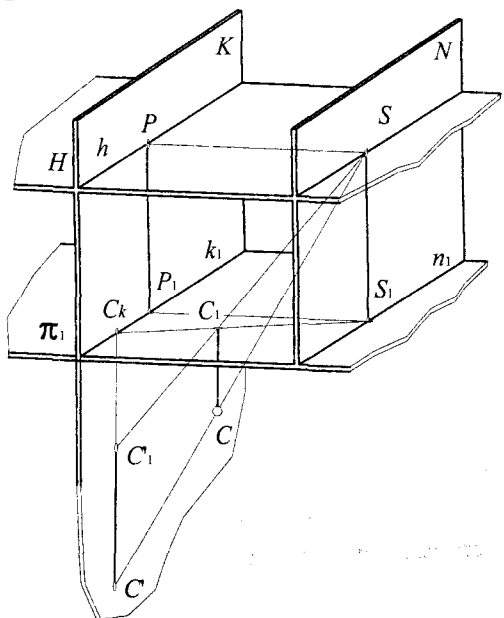


Рис. 68

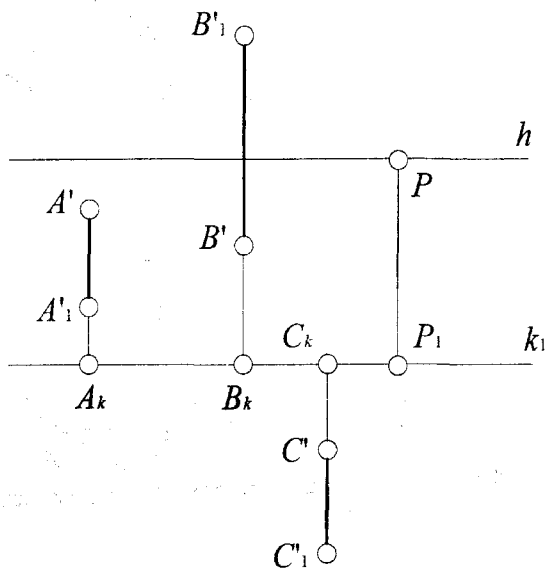


Рис. 70

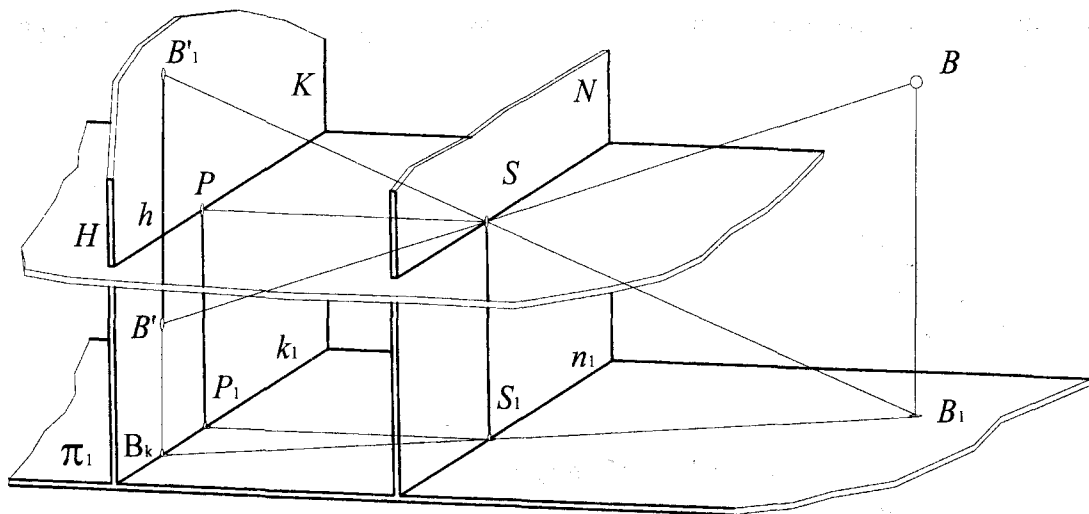
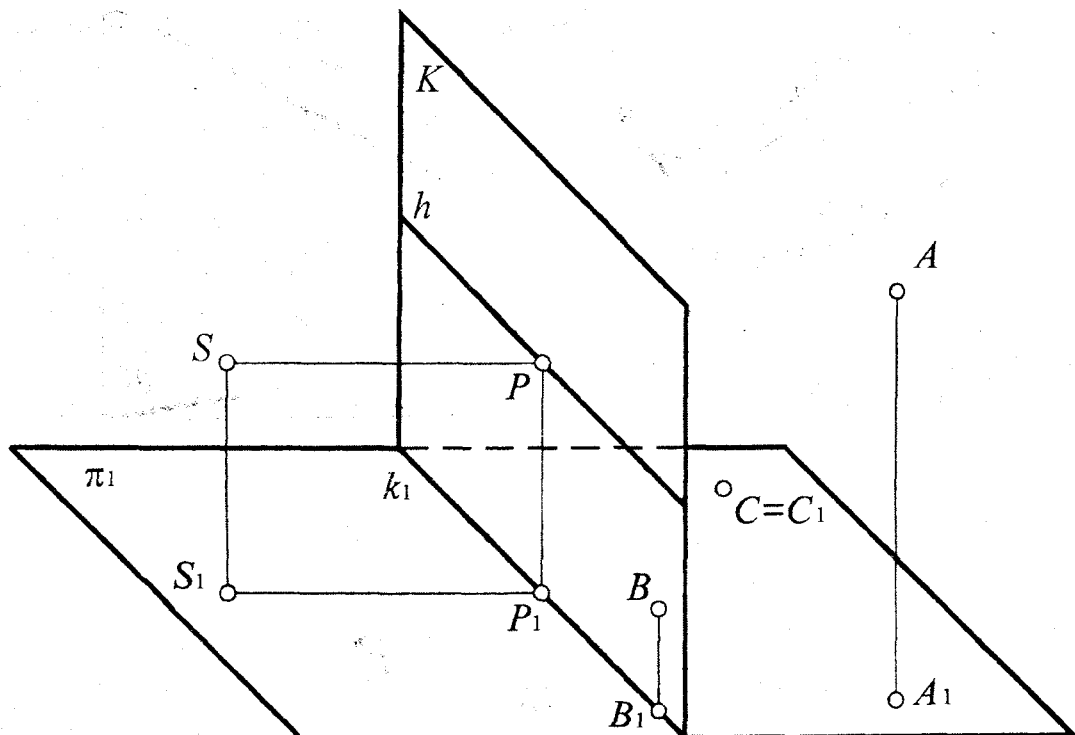


Рис. 69

На основании картины находятся вторичные проекции точек, лежащих на картинной плоскости. Таким образом, по вторичной проекции точки можно установить, в каком пространстве находится данная точка.

Задача 45. Построить перспективу и вторичную проекцию точки A , точки $B \in K$, точки $C \in \pi_1$.

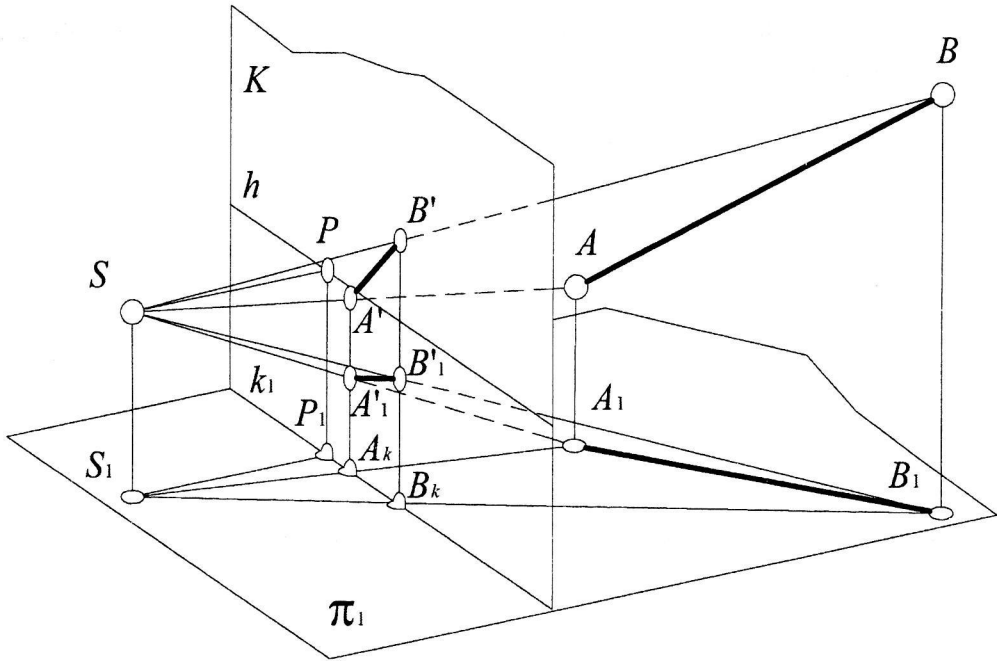


Перспектива прямой линии

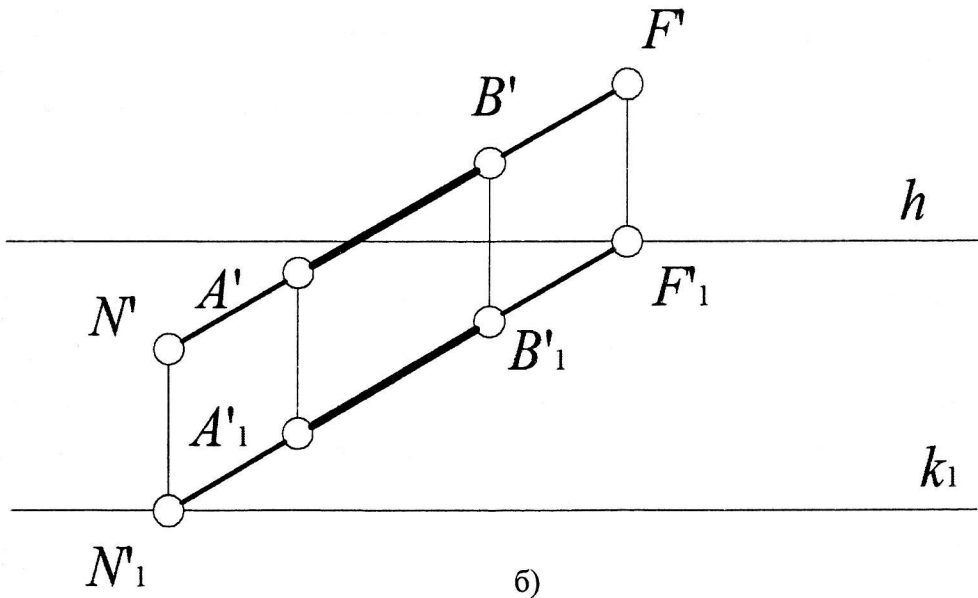
На рис. 71, а, б показано образование и построение перспективы прямой линии. Проецирующие лучи, которые проходят через точку S и некоторую прямую AB , образуют плоскость. Эта лучевая плоскость пересекает картину по прямой $A'B'$, представляющей собой перспективу заданной прямой. В том случае, когда прямая проходит через точку зрения S , ее перспектива вырождается в точку. Задание только одной перспективы прямой не определяет ее положения в пространстве. Перспективное изображение прямой обратимо, если оно дополнено вторичной проекцией. Перспектива прямой и ее вторичная проекция определяются перспективами и вторичными проекциями двух точек данной прямой.

Имея $A'B'$ и $A_1'B_1'$, можно определить две характерные точки прямой: перспективу F' бесконечно удаленной (несобственной) точки F и начало прямой N' (началом прямой принято называть точку пересечения прямой с картинной плоскостью). Вторичная проекция первой из них (F_1') должна

быть на линии горизонта, а второй – на основании картины (N_1').



a)



б)

Рис. 71

Проведя через F_1' вертикальную прямую до пересечения с $A'B'$, получим перспективу F' бесконечно удаленной точки прямой.

Началом и несобственной точкой прямой обычно пользуются при построении перспективы различных предметов.

Положение перспективы несобственной точки прямой на картине

позволяет судить о том, как расположена прямая в пространстве. Так, если точка F' оказалась над линией горизонта, то прямая AB – восходящая, так как луч, проведенный из точки зрения параллельно данной прямой, направлен кверху. Если перспектива бесконечно удаленной несобственной точки прямой (L') находится под линией горизонта, то прямая – нисходящая (рис. 72).

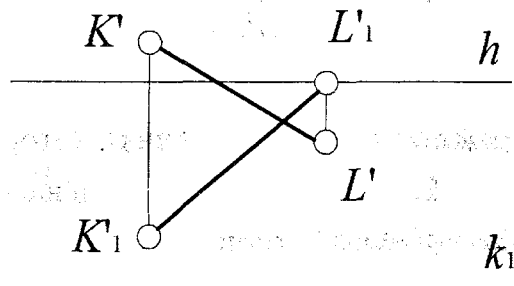


Рис. 72

Точка, в которой перспектива прямой пересекает вторичную проекцию, является перспективой следа прямой на предметной плоскости Π_1 .

Перспектива прямых частного положения

По положению в пространстве (относительно плоскостей Π_1 и K) прямые могут быть горизонтальными (параллельными предметной плоскости) и параллельными картинной плоскости (в том числе и вертикальными).

Прямые, параллельные предметной плоскости. Перспектива несобственной точки таких прямых лежит на линии горизонта (рис. 73, а).

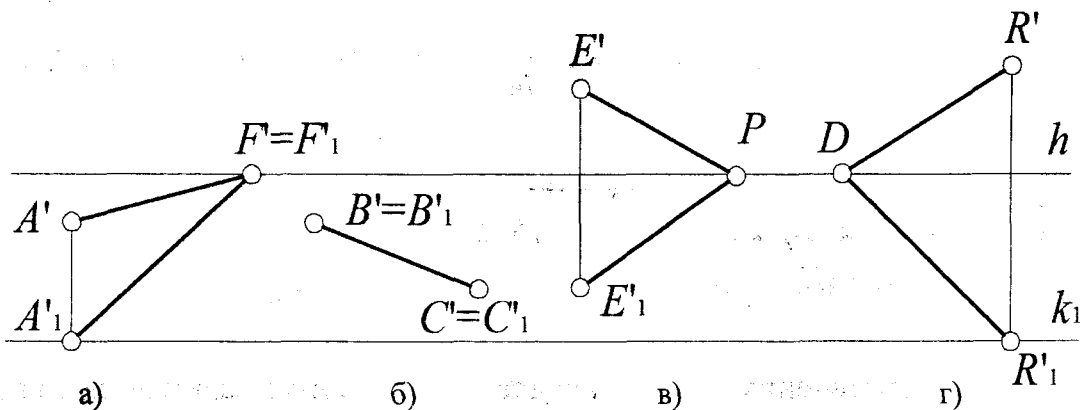


Рис. 73

Если же прямая *лежит в предметной плоскости*, то перспектива прямой и ее вторичная проекция совпадают (рис. 73, б).

Перспективы *прямых, перпендикулярных картинной плоскости*, пересекаются в главной точке картины P (рис. 73, в).

Если горизонтальные прямые наклонены к картинной плоскости *под углом 45°* , точкой схода их перспектив является точка дальности (D) (рис. 73, г).

Для того чтобы найти несобственную точку таких прямых, нужно из

точки зрения провести луч, перпендикулярный плоскости картины. Такой луч пересечет картину в главной точке. Следовательно, главная точка P – перспектива несобственных точек прямых, перпендикулярных картине.

Прямые, параллельные плоскости картины. На рис. 74, а, б, в изображены прямые, все точки которых равно удалены от плоскости картины.

Если прямая параллельна картине K , то отношение отрезков такой прямой равно отношению их центральных проекций.

В том случае, когда прямая перпендикулярна предметной плоскости, ее вторичная проекция становится точкой (см. рис. 74, а).

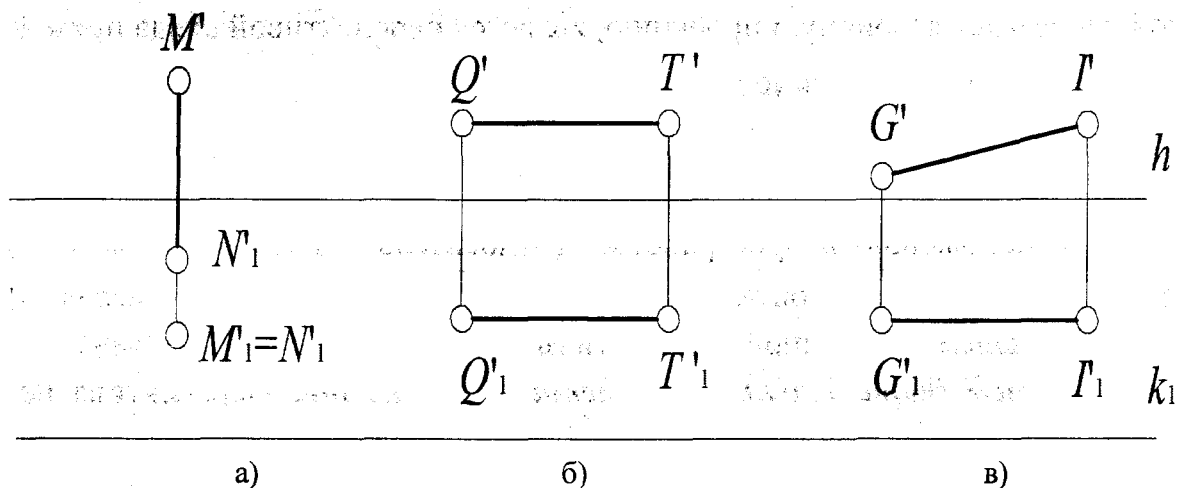


Рис. 74

Взаимное расположение прямых линий

Параллельные прямые. На рис. 75, а, б, в, г изображены перспективы параллельных прямых.

Перспективы параллельных прямых пересекаются в несобственной точке. Точка пересечения связки параллельных прямых называется точкой схода.

Если горизонтальные прямые перпендикулярны к картине, то точкой схода их служит главная точка P (см. рис. 75, а).

В том случае, когда параллельные прямые горизонтальны, их точка схода должна быть на линии горизонта (см. рис. 75, б).

У параллельных прямых на картине точка схода перспектив лежит на одном перпендикуляре с точкой схода вторичных проекций этих прямых (см. рис. 75, в).

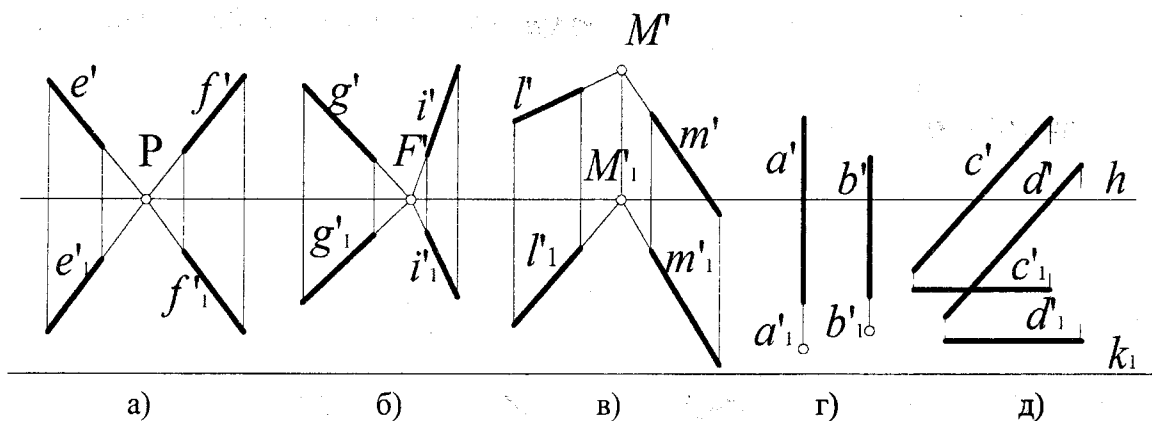


Рис. 75

Центральные проекции параллельных прямых могут быть параллельны, если их точка схода окажется несобственной точкой плоскости картины K . Единственное условие, которому должны удовлетворять такие параллельные прямые, заключается в том, что они должны быть параллельны плоскости картины (см. рис. 75, з, д).

Пересекающиеся и скрещивающиеся прямые. Если две прямые имеют общую точку, то точки пересечения их перспектив и вторичных проекций на картине должны лежать на общем перпендикуляре к линии горизонта.

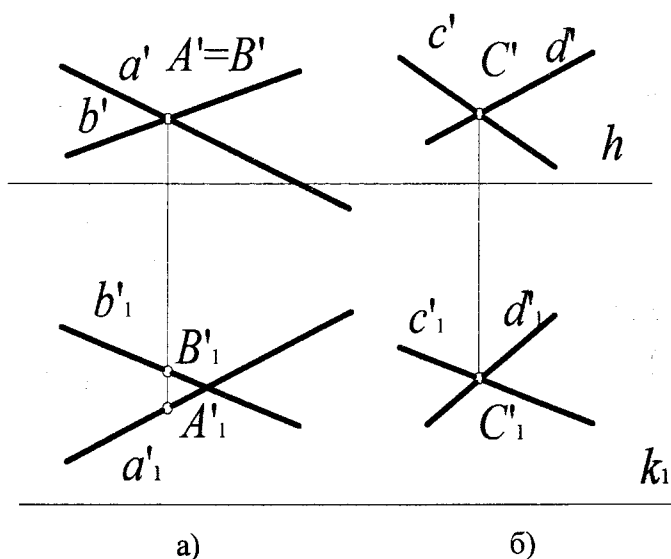
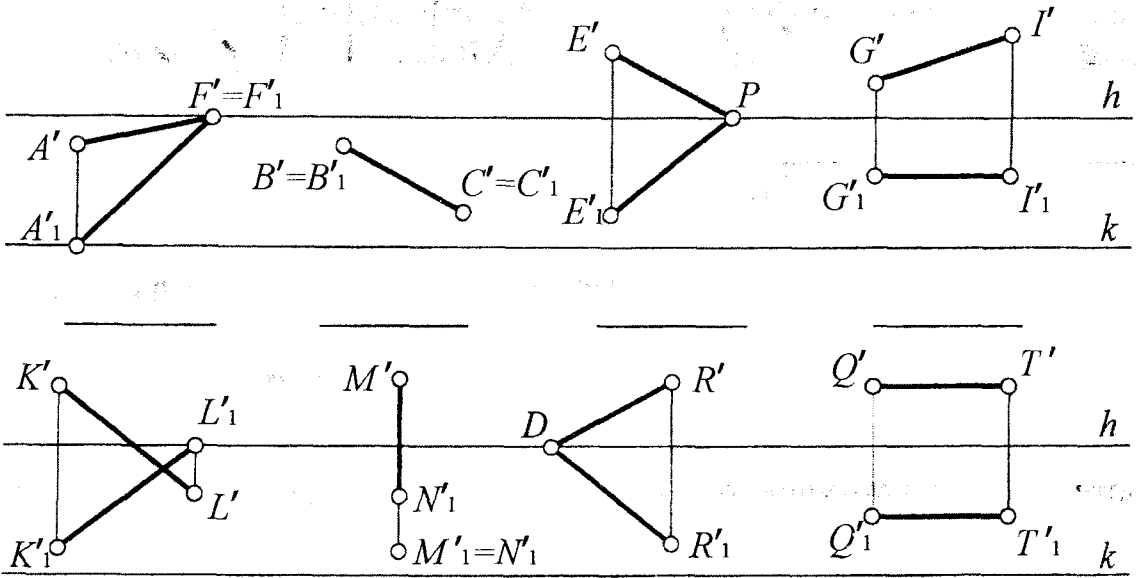


Рис. 76

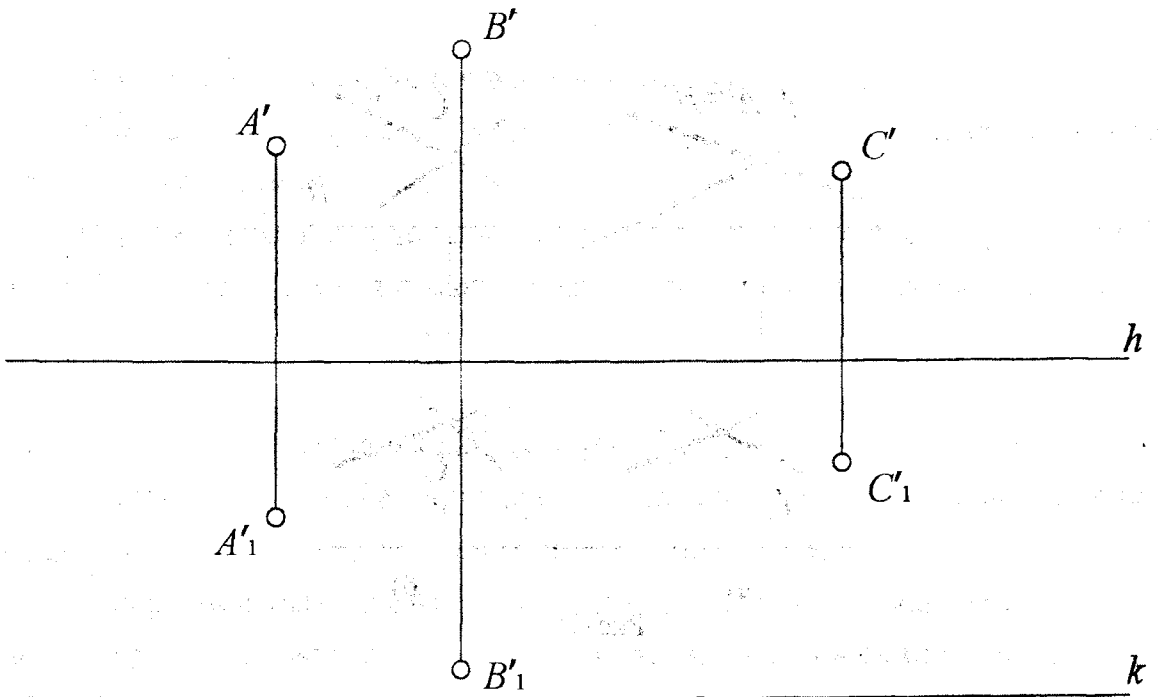
Для скрещивающихся прямых точке пересечения перспектив соответствуют две различные точки на вторичных проекциях (рис. 76, а, б).

Задачи

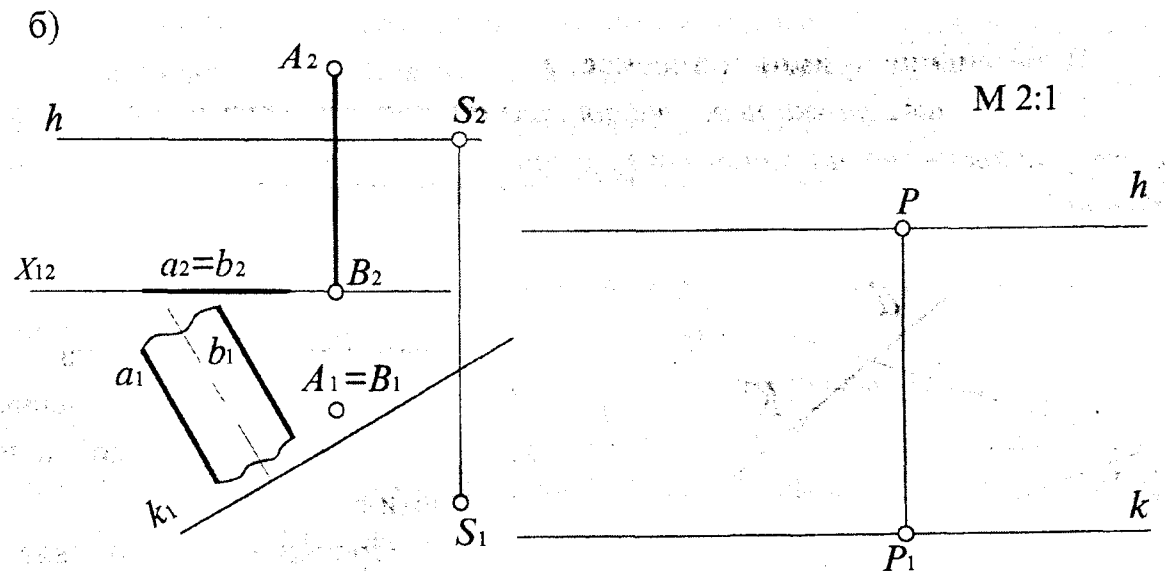
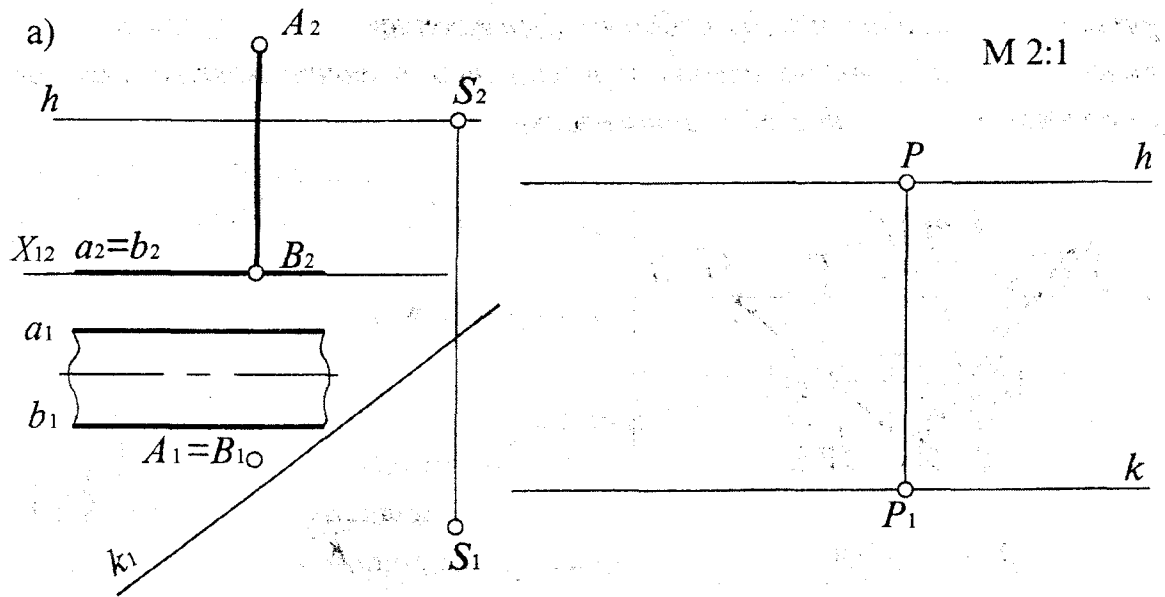
Задача 46. По перспективному изображению прямых на картинной плоскости определить их положение в пространстве.



Задача 47. На картинной плоскости даны три точки A, B, C – вершины параллелограмма. Построить перспективу параллелограмма.



Задача 48. Построить перспективу столба и участка автомобильной дороги.



Взаимное положение плоскостей

Если плоскости в пространстве пересекаются, то на картине пересекаются перспективы их предметных и картинных следов (рис. 77, а).

Если плоскости в пространстве параллельны между собой, то на картине параллельны между собой их перспективы картинных следов, а перспективы предметных следов пересекаются в точке, являющейся общей предельной точкой следов этих плоскостей (рис. 77, б).

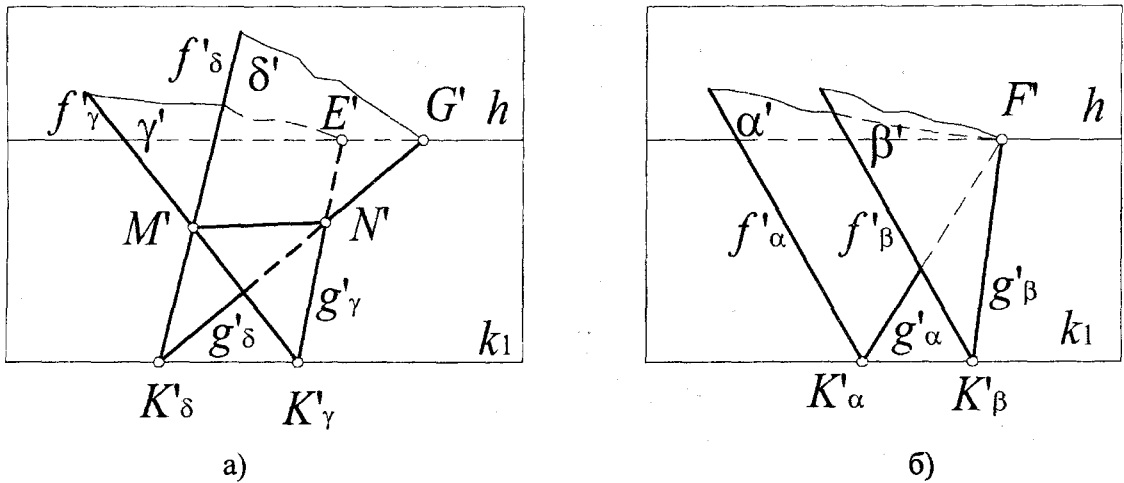


Рис. 77

Таким образом, линия пересечения плоскостей может быть найдена, если определены общие точки заданных плоскостей: N – точка пересечения предметных следов и M – точка пересечения картинных следов.

Пересечение прямой и плоскости

Перспектива точки пересечения прямой линии и вертикальной плоскости расположена на линии связи с точкой пересечения их вторичных проекций.

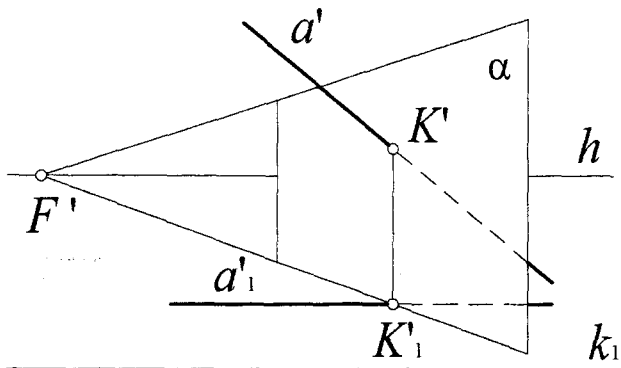


Рис. 78

На рис. 78 показано построение точки пересечения прямой и вертикальной плоскости.

1. Найдем точку пересечения вторичных проекций прямой a и плоскости α ($a'_1 \cap \alpha = K'_1$).

2. Проведем линию связи через K'_1 до пересечения с перспективой прямой в точке K' .

На рис. 79 показано по-

строение точки пересечения прямой и наклонной плоскости.

1. Построим точку пересечения прямой a и наклонной плоскости ABC . Проведем через a вертикальную плоскость. Ее положение определяется пересекающимися прямыми a и a_1 .

2. Найдем линию пересечения плоскостей. С плоскостью $a \cap a_1$ прямая AC плоскости ABC пересекается в точке E , прямая BC – в точке N .

3. Построив линию EN пересечения плоскостей, отметим точку K , в которой прямая a пересекается с этой линией. Для определения видимости прямой воспользуемся конкурирующими точками G и H . Построив их вторичные проекции, убеждаемся, что в месте кажущегося пересечения прямых a и BC видима прямая BC .

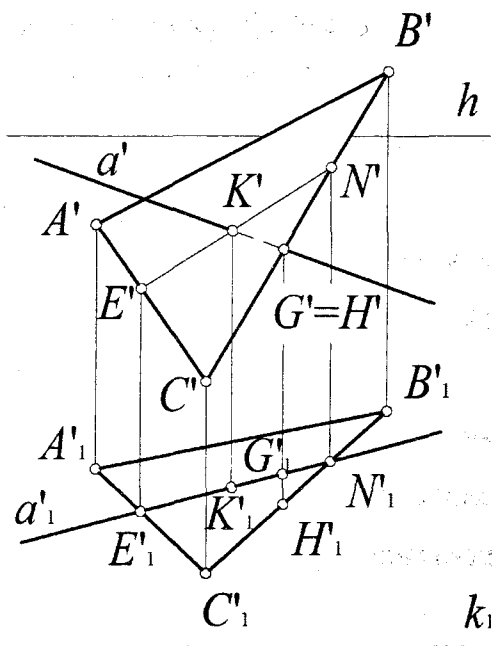


Рис. 79

Способ архитекторов

В основу этого способа положено свойство параллельных прямых сходиться в перспективе в одну точку.

По прямоугольным проекциям объекта (плану и фасаду) выделяют группы параллельных прямых доминирующих направлений (направлений длины и ширины объектов) и определяют их точки схода. При этом сначала строится перспектива плана, а затем на картину наносятся высоты точек.

Рассмотрим последовательность построения перспективы здания (рис. 80) по способу архитекторов.

1. Расположим картинную плоскость под углом к плану объекта. След картинной плоскости расположим под углом $30 - 40^\circ$ к направлению главного фасада. Точку зрения выберем так, чтобы она лежала на перпендикуляре, восстановленном к средней третьей части ширины картины, а угол зрения был около 30° . Для удобства построения след картинной плоскости следует провести через угол зрения, тогда ребро объекта, расположенное в картинной плоскости, будет проецироваться на нее без искажения. Такую перспективу называют угловой.

2. Проводим вначале на горизонтальной проекции прямые SF , SG (проекции лучей зрения), параллельные проекциям доминирующих направлений объекта, до пересечения их с основанием картины k в точках F и G (горизонтальные проекции точек F и G).

3. Перенесем теперь основание картины, линию горизонта, главную точку картины P и точки схода F и G на перспективу, которую расположим справа сверху от чертежа.

4. На горизонтальной проекции из точки S проведем прямые, соединяющие эту точку с горизонтальными проекциями всех видимых вершин основания объекта, — $S1_1$, $S2_1$, $S3_1$ и т. д. Эти прямые представляют собой проекции вертикальных плоскостей, проходящих через ребра объекта. В то же время их можно рассматривать как вспомогательные для определения перспектив вершин основания объекта.

5. Точки пересечения этих прямых с горизонтальной проекцией основания картины — $1'$, $2'$, $3'$ и так далее — перенесем на перспективу.

6. Проведем в перспективе прямые $6'F$ и $6'G$, а из точек 1_k , 2_k , 3_k , ... — вертикальные линии, которые являются картинными следами лучевых плоскостей. Точки $1'$ и $7'$ на перспективе ограничивают величину перспективы плана объекта слева и справа. Через них можно провести прямые $1'G$ и $7'F$, которые являются изображением прямых, параллельных прямым линиям главного и бокового фасадов объекта. Прямые $1'G$ и $7'F$ вместе с прямыми $6'F$ и $6'G$ ограничивают очертание перспективы плана объекта.

7. В пересечении вертикальных прямых, проведенных через точки 2_k и 5_k , с прямой $6'F$ можно найти перспективу $2'$ и $5'$ оснований точек 2 и 5, проведя из точки $2'$ прямую в точку схода G и построив точку $3'$, найдем перспективу отрезка 23 . Проведя $3'F$, определим направление прямой, идущей через точку 3 параллельно прямым $6'F$ и $7'F$.

8. Отложив на прямой, проходящей через точку $6'$, высоту объекта H и проведя из найденной точки прямые в точки схода F и G , получим в перспективе очертание крыши здания. Затем строим перспективы остальных вертикальных ребер.

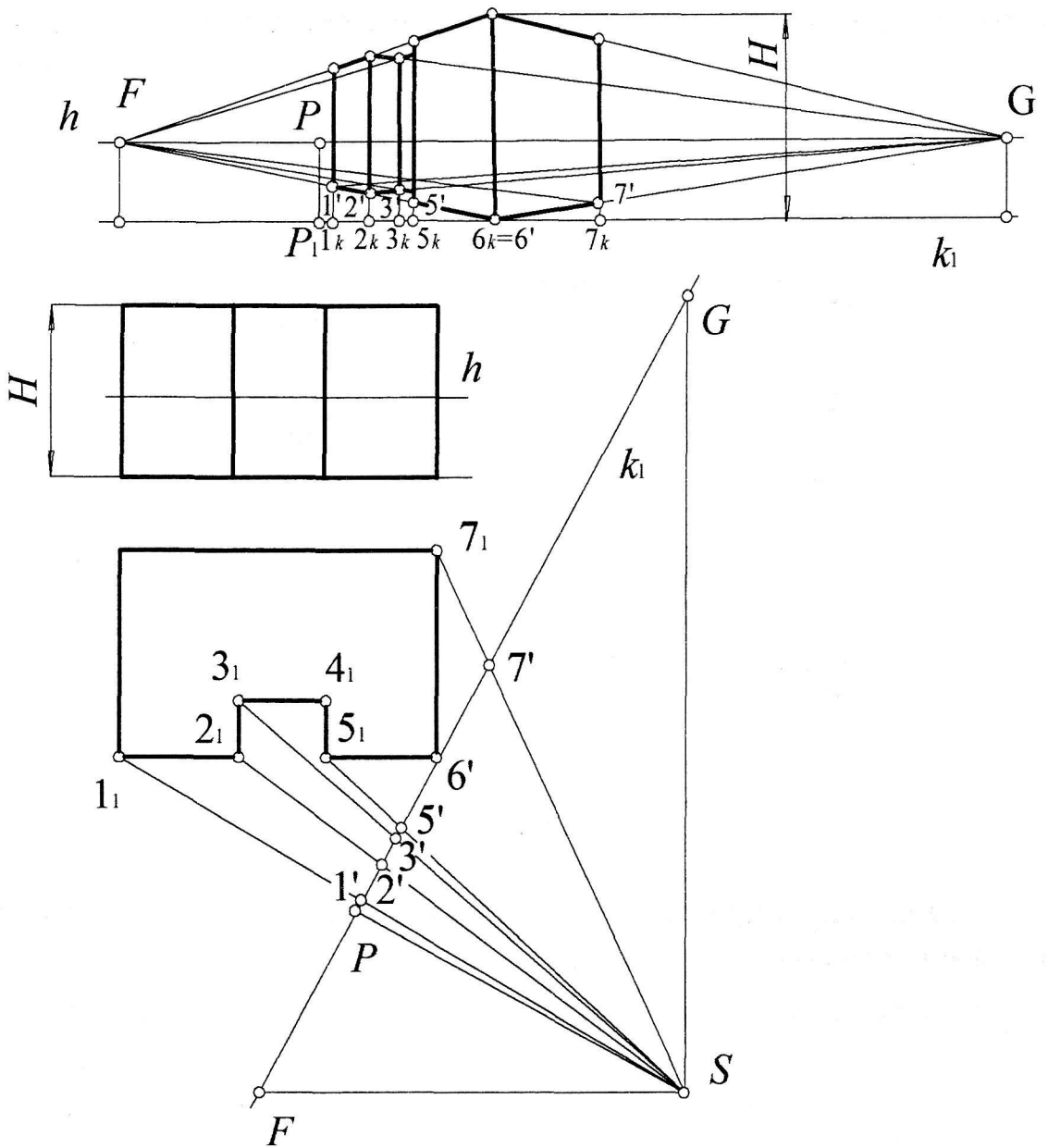


Рис. 80

Для определения высоты отдельных точек здания используется также способ боковой стены. С этой целью через произвольную точку O основания картины проводят любую вертикальную плоскость, изображая ее на картине следами (рис. 81).

На картинный след переносят высоты тех точек объекта, которые необходимо построить в перспективе, и строят в плоскости перспективу прямоугольника, высота которого равна высоте точки. Затем с помощью вспомогательных прямых переносят вторичные проекции точек на предметный след OV' вспомогательной плоскости и находят на перспективе бо-

ковой стены (перспективе прямоугольника) высоты точек B и C в перспективном сокращении. Найденные высоты точек переносят на перспективу объекта.

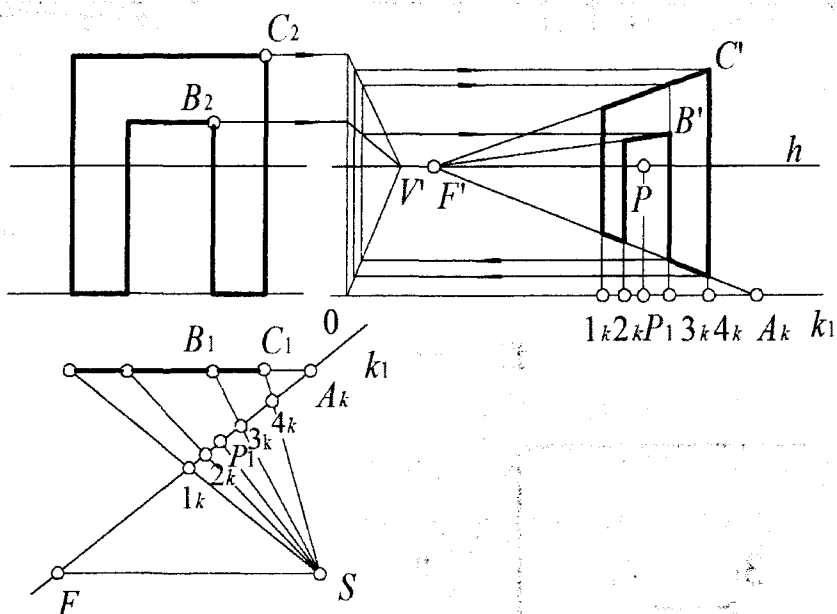
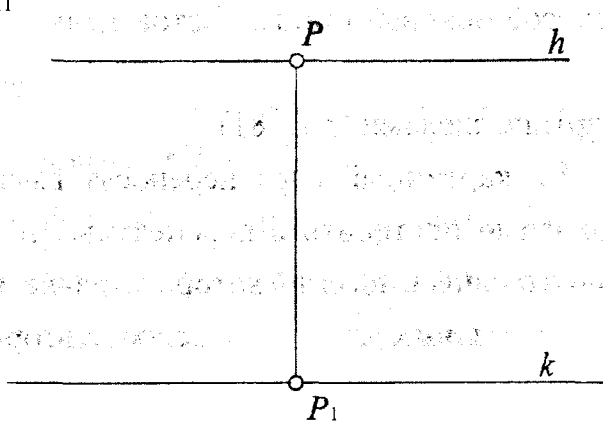
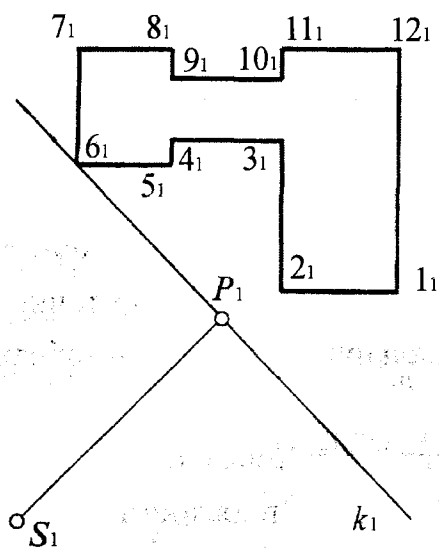


Рис. 81

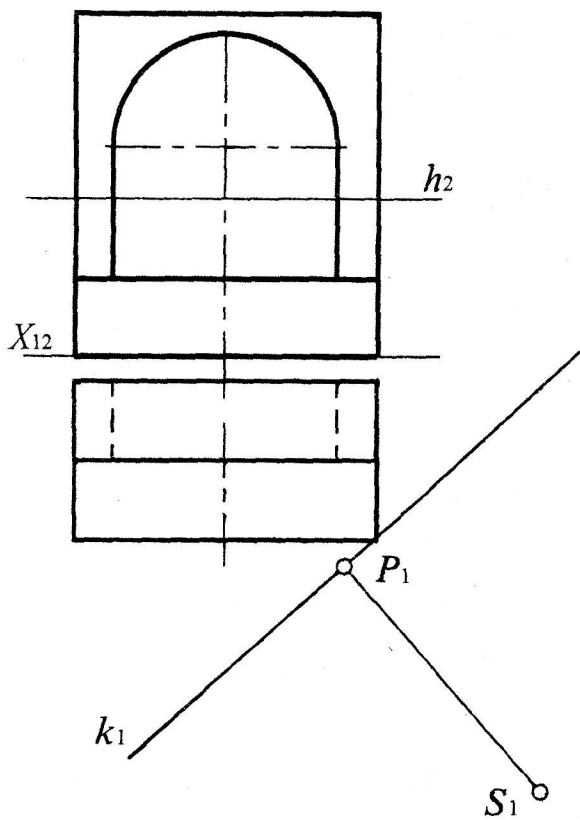
Задачи

Задача 49. Построить перспективу плоской фигуры, принадлежащей предметной плоскости. Использовать две точки схода.

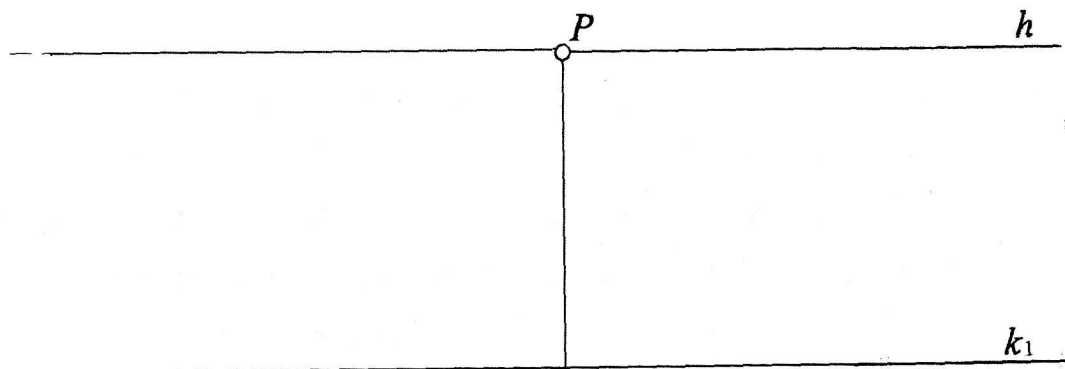
$$\frac{X_{12} \quad 6_2=7_2}{1_2=12_2}$$



Задача 50. Построить перспективу объекта способом архитекторов, используя две точки схода.



M 2:1



Тени в перспективе

При построении теней в перспективных проекциях величины солнца пренебрегают и рассматривают его как несобственную светящуюся точку. Если источник света искусственный, он представляет собой собственную светящуюся точку.

Расположение источника света. Относительно зрителя (центра проецирования) солнце может быть расположено спереди, сзади и сбоку. Если солнце (точка L) спереди (рис. 82, а), то его перспектива выше горизонта. Перспектива точки L является точкой схода солнечных лучей. Вторичная проекция этой точки расположена на горизонте. Луч света, инцидентный любой собственной точке пространства, представляет собой восходящую прямую.

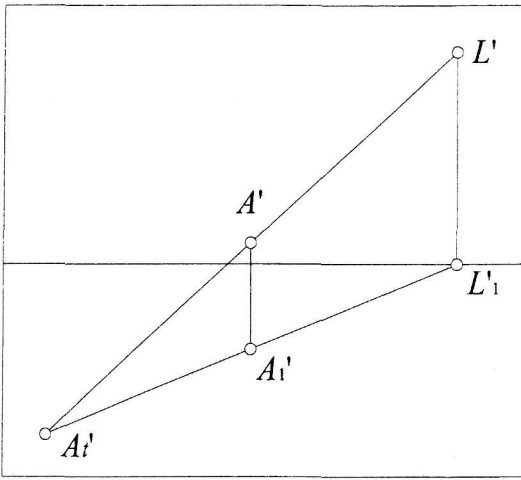
Чтобы построить тень от точки A на предметной плоскости, проведем через точку A луч света LA до его пересечения со вторичной проекцией луча L_1A_1 в точке A^* .

Если солнце находится за зрителем (рис. 82, б), то его лучи становятся нисходящими прямыми. Их точка схода расположена под горизонтом, а ее вторичная проекция – на горизонте. Для удобства точку схода солнечных лучей обозначим, как и солнце, буквой L . Построим тень точки A на предметной плоскости. Для этого через точку A проведем луч света LA , а через ее вторичную проекцию – вторичную проекцию луча L_1A_1 до их взаимного пересечения в точке A_t .

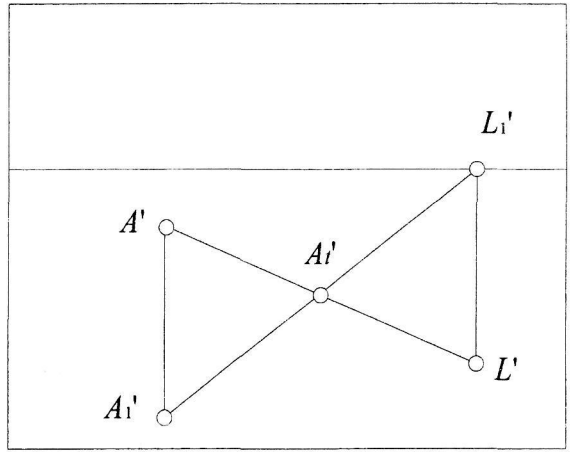
Когда солнце расположено сбоку, его лучи параллельны картинной плоскости (рис. 82, в). При построении тени проведем через точку A луч света под заданным углом его наклона к предметной плоскости. Вторичная проекция луча параллельна основанию картины. В пересечении луча с его вторичной проекцией найдем точку A_t .

Фонарь, изображенный на рис. 82, г, освещает три точки: A , B и C . Лампа фонаря задана перспективной проекцией L и вторичной проекцией L_1 . Проводя перспективные и вторичные проекции лучей света через заданные точки, в пересечении соответствующей перспективной проекции с

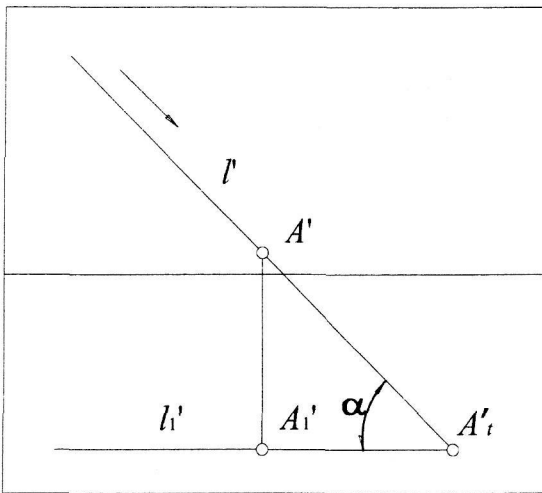
вторичной проекцией получим тень от точки на предметной плоскости.



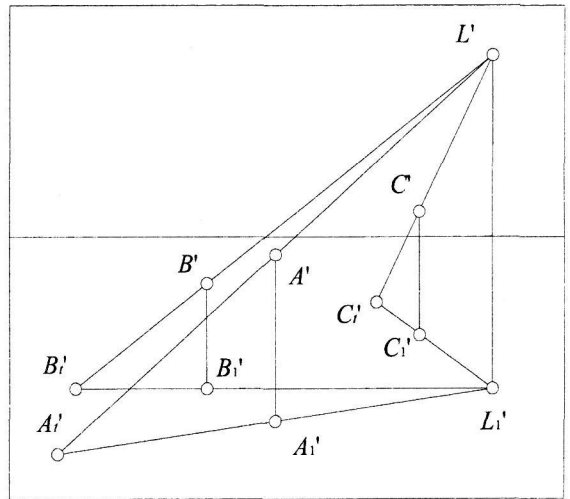
а)



б)



в)



г)

Рис. 82

Тень от прямой общего положения. На рис. 83 показано построение тени от прямой общего положения, которое сводится к построению тени двух точек, принадлежащих этой прямой.

Тень от плоской фигуры. На рис. 84 показано построение тени от плоской фигуры.

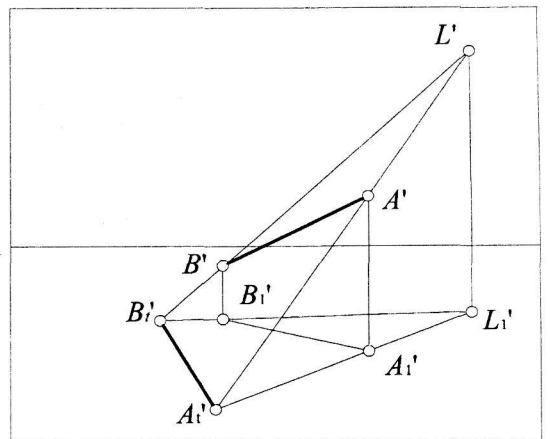


Рис. 83

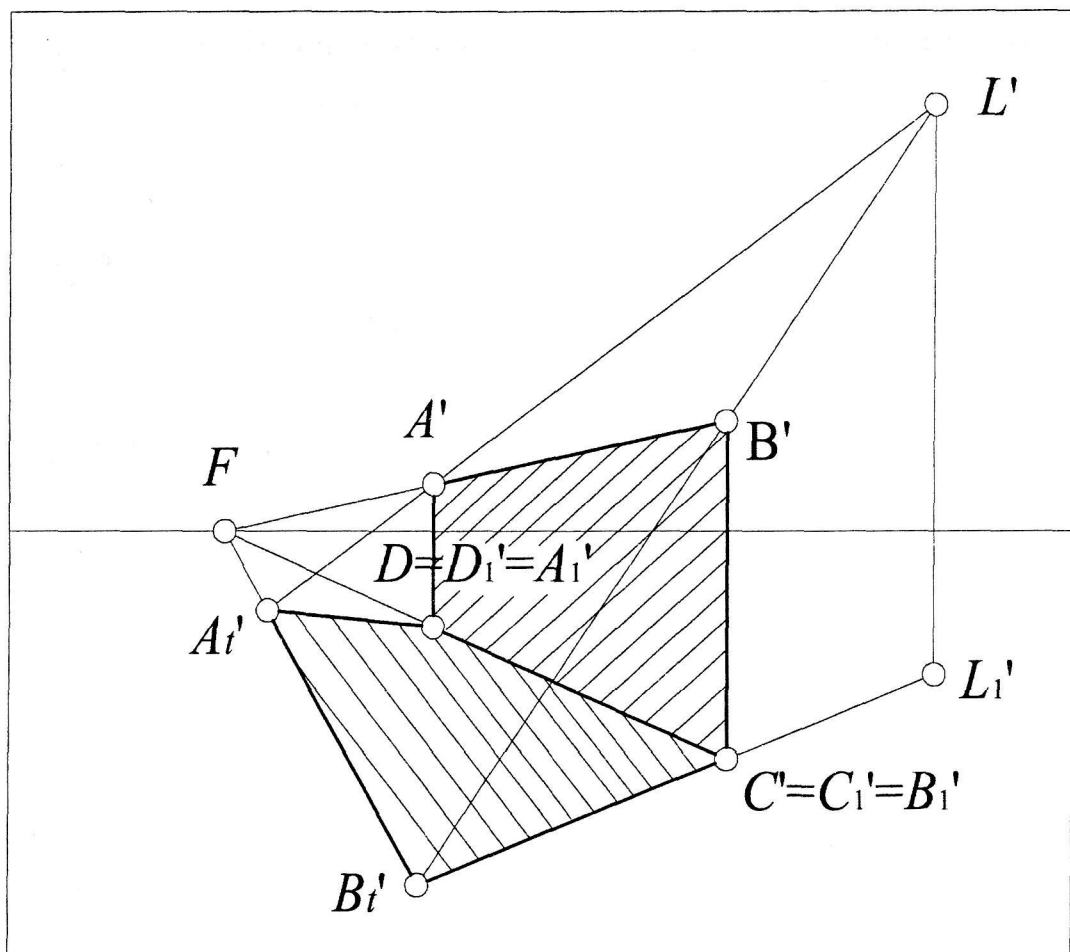


Рис. 84

Тень от схематического здания. Построение тени от схематического здания дано на рис. 85. Тени строятся от каждой вершины здания.

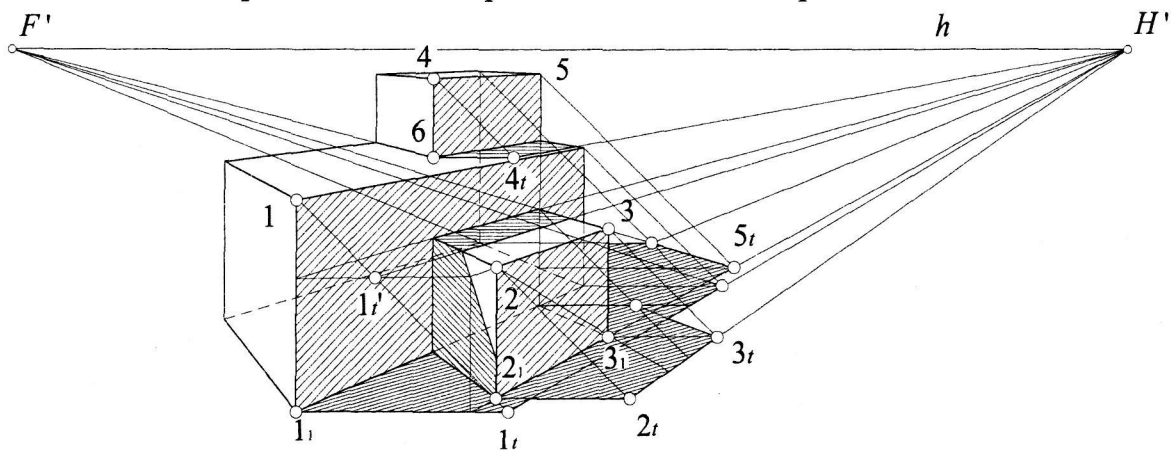


Рис. 85

Тень от тел на плоскости. Построение тени от вертикально распо-

ложенного параллелепипеда на наклонной плоскости показано на рис. 86. Солнце расположено сбоку, его лучи параллельны картине. Тени прямых на плоскости являются прямыми пересечения лучевых плоскостей с данной плоскостью. Лучевые плоскости перпендикулярны предметной плоскости и на вторичной проекции выглядят как прямые. Найдем точки пересечения этих прямых во вторичной проекции с любой прямой в данной плоскости – $1_1, 2_1, 3_1$. Эти точки на перспективе – $1, 2, 3$. Соединяем основания прямых C', D' с полученными точками. Находим точки пересечения лучей и построенных прямых.

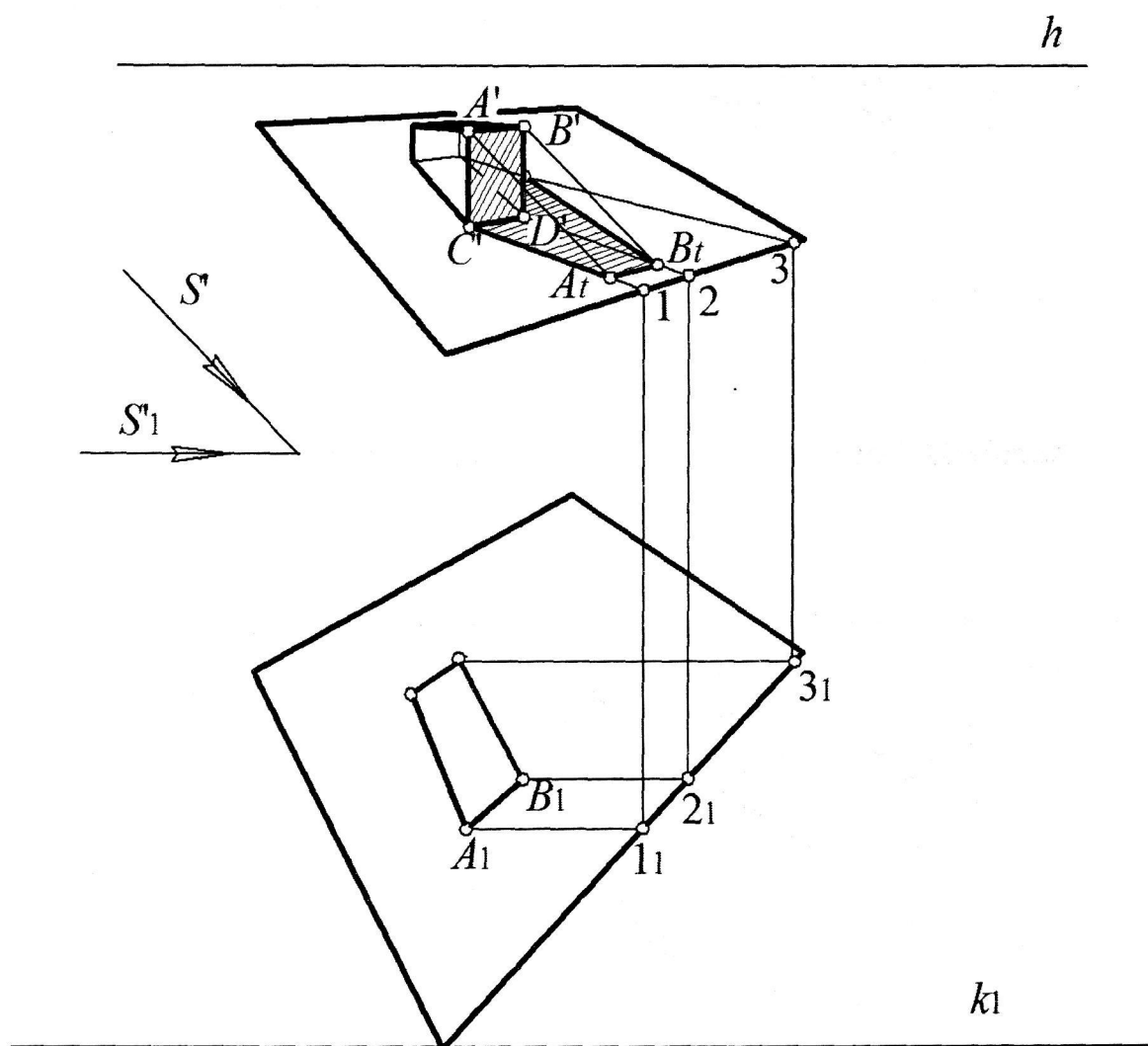
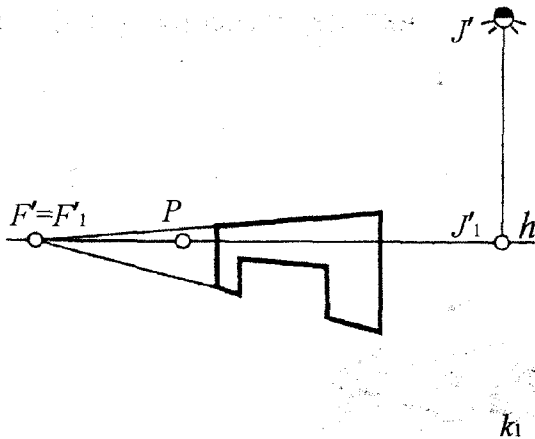


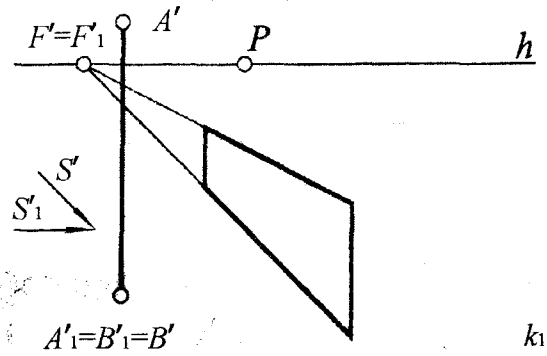
Рис. 86

Задачи

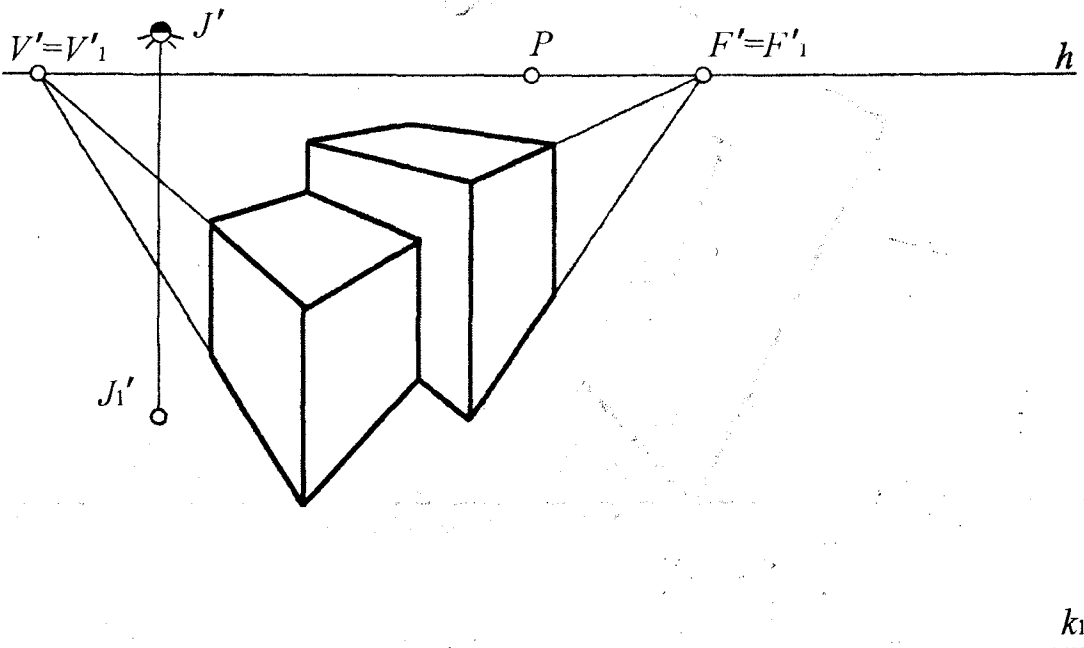
Задача 51. Построить тень ворот от бесконечно удаленного источника света.



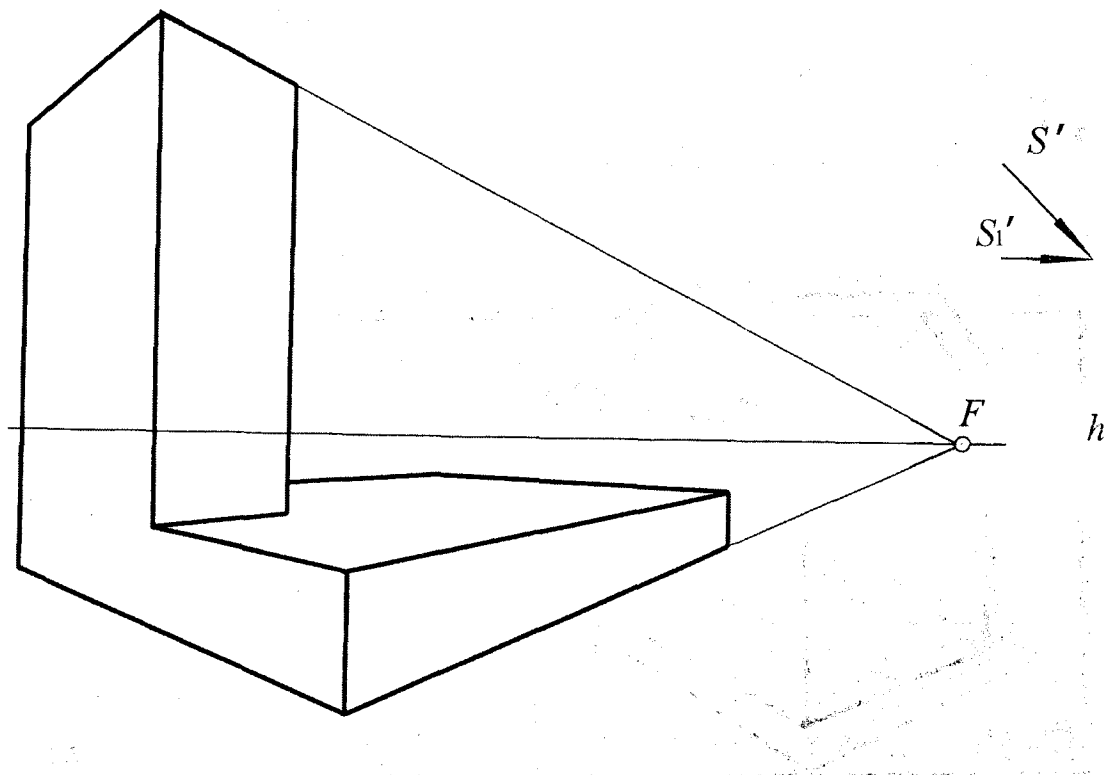
Задача 52. Построить тень столба AB и забора по заданному направлению светового луча. Источник света находится в бесконечности.



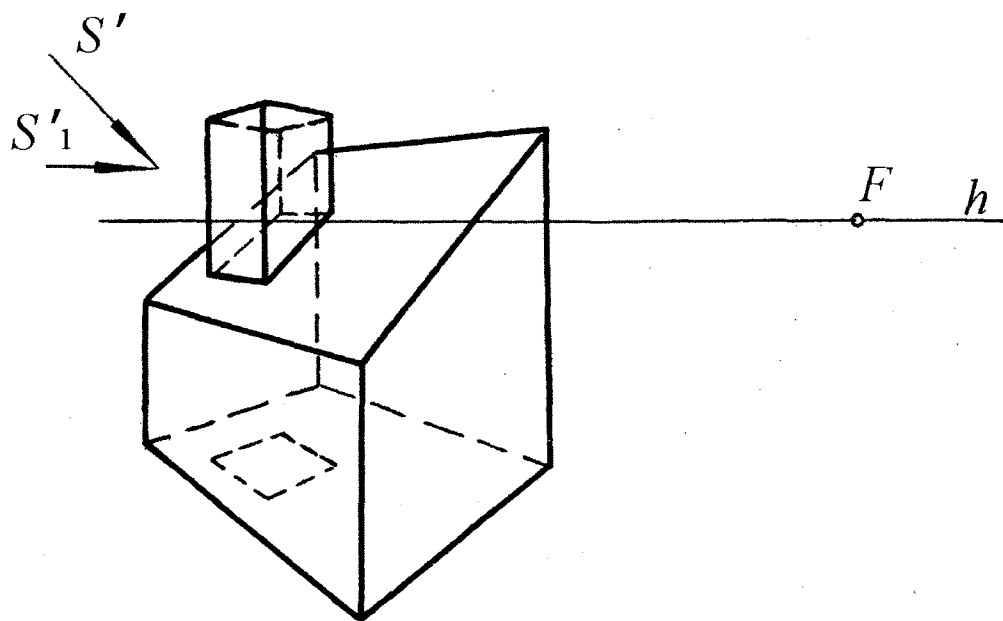
Задача 53. Построить тень двух параллелепипедов от источника света J .



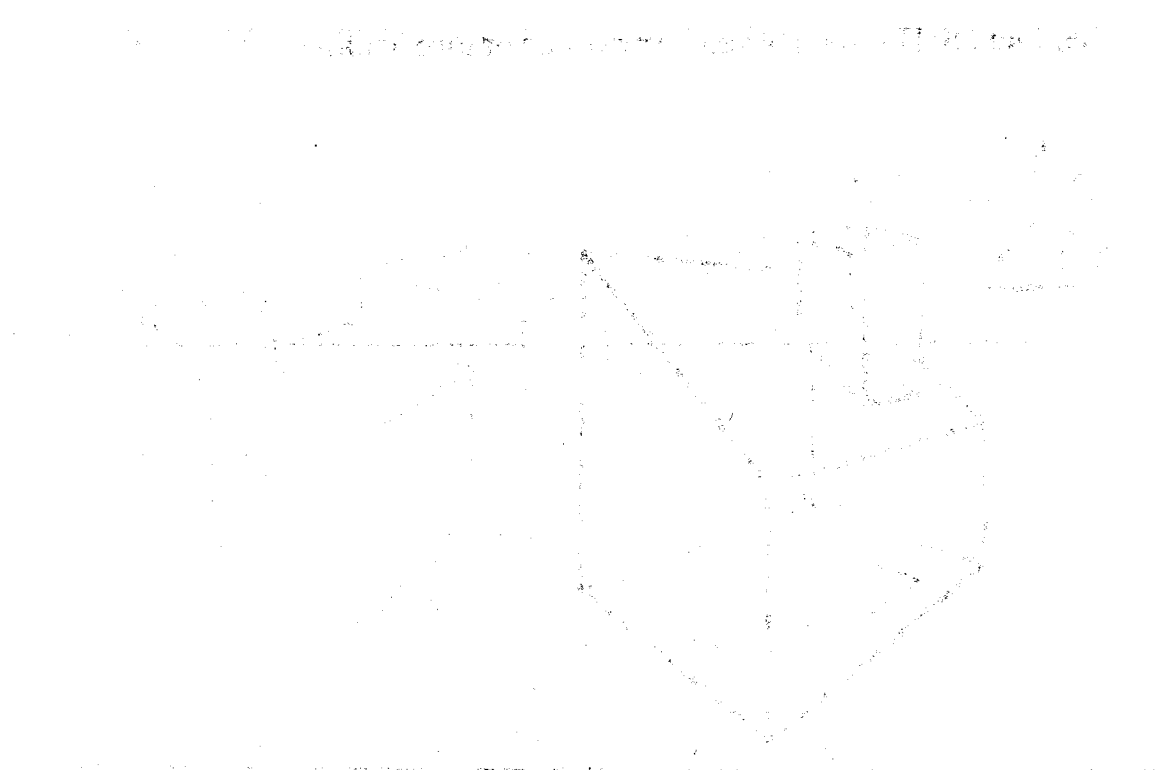
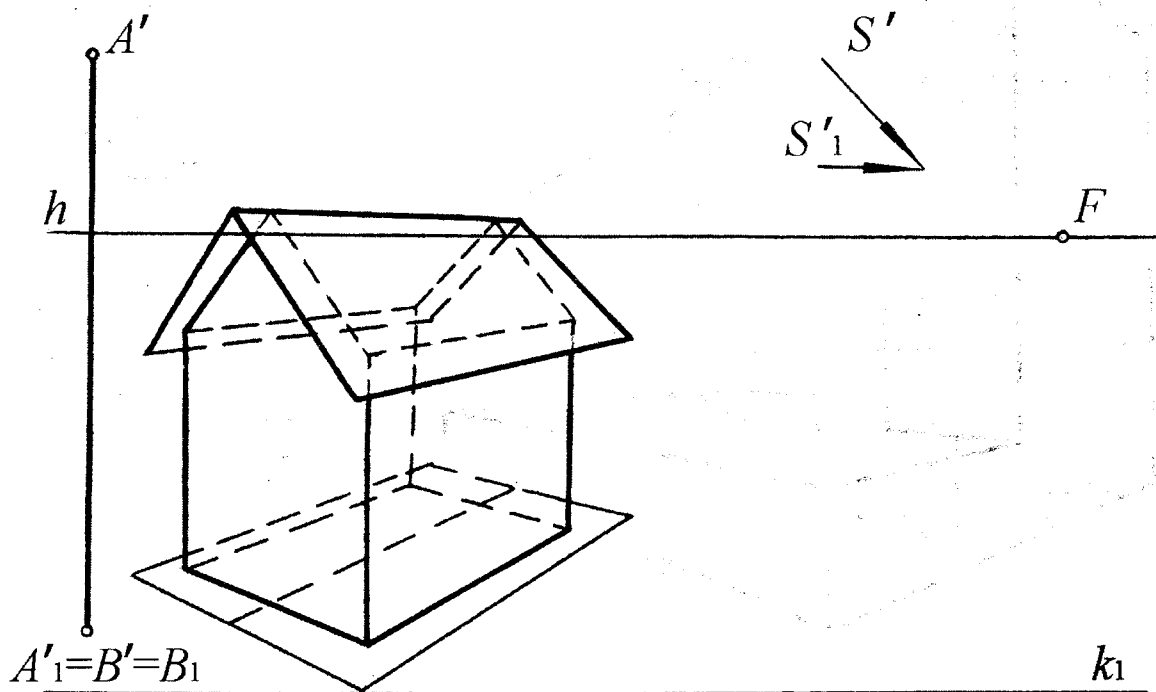
Задача 54. Построить тени от схематичного здания.



Задача 55. Построить тень от схематичного здания.



Задача 56. Построить тени от здания и столба по заданному направлению луча (S).



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бубенников, А. В. Начертательная геометрия / А. В. Бубенников. – М. : Высш. шк., 1985. – 288 с.
2. Веницкий, И. Г. Начертательная геометрия / И. Г. Веницкий. – М. : Высш. шк., 1975. – 280 с.
3. Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский. – М. : Наука, 1988. – 272 с.
4. Короев, Ю. И. Начертательная геометрия / Ю. И. Короев. – М. : Высш. шк., 1993. – 320 с.
5. Крылов, Н. Н. Начертательная геометрия / Н. Н. Крылов. – М. : Высш. шк., 1993. – 361 с.
6. Кузнецов, Н. С. Начертательная геометрия / Н. С. Кузнецов. – М. : Высш. шк., 1981. – 262 с.
7. Фролов, С. А. Начертательная геометрия / С. А. Фролов. – М. : Машиностроение, 1980. – 240 с.
8. Он же. Сборник задач по начертательной геометрии / С. А. Фролов. – М. : Машиностроение, 1986. – 176 с.

Учебное издание

**РОМАНЕНКО Ирина Игоревна
БУРАВЛЕВА Екатерина Владимировна**

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Подписано в печать 26.11.08.

Формат 60x84/8. Усл. печ. л. 11,16. Тираж 100 экз.

Заказ *30-2009г.*

Издательство

Владимирского государственного университета.

600000, Владимир, ул. Горького, 87.