

ИННОВАЦИОННАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА



Проект 1: инновационная среда университета в регионе и эффективное управление

Цель: развитие инноваций и инновационных образовательных программ на основе интеграции образования, науки и бизнеса для организации подготовки и переподготовки кадров по широкому спектру специальностей и направлений.

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет

Ю.С. ВОЛЮШКО

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Учебное пособие по дисциплине «Теория машин и механизмов»

Владимир 2008

УДК 621.833
ББК 34.445.5
В67

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор
Владимирского института бизнеса
Р.А. Тихомиров

Кандидат технических наук, доцент
Владимирского государственного университета
Б.К. Попов

Печатается по решению редакционного совета
Владимирского государственного университета

Волюшко, Ю.С. Основы теории и проектирования зубчатых
В67 передач : учеб. пособие по дисциплине «Теория машин и механизмов» / Ю.С. Волюшко ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2008. – 70 с. – ISBN 978-5-89368-900-6.

Содержит основы теории и проектирования эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления, а также краткие сведения о передачах других типов. Изложены вопросы кинематики многоступенчатых и планетарных зубчатых механизмов.

Предназначено для студентов дневной и заочной форм обучения по специальностям 140501 – двигатели внутреннего сгорания, 190601 – автомобили и автомобильное хозяйство, 190603 – сервис транспортных и технологических машин и оборудования (в автомобильном транспорте), 151001 – технология машиностроения, 150204 – машины и технология линейного производства, 150206 – машины и технология высокоэффективных процессов обработки материалов.

Табл. 1. Ил. 40. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.833
ББК 34.445.5

ISBN 978-5-89368-900-6

© Владимирский государственный университет, 2008

ПРЕДИСЛОВИЕ

В современном машиностроении зубчатые передачи – одни из наиболее распространенных типов механизмов. Они используются в подавляющем большинстве машин различного назначения. Надежность, долговечность и другие технико-экономические характеристики машины часто в значительной мере определяются качеством зубчатой передачи, входящей в ее состав. Поэтому будущий инженер, будь он конструктором, технологом или специалистом по эксплуатации машин, должен хорошо понимать особенности зубчатых передач, знать основы их проектирования и изготовления.

В учебных планах для ряда специальностей изучение зубчатых передач предусмотрено в курсах «Теория механизмов и машин» и «Детали машин». В учебной литературе существует обширный материал по данному вопросу, но он довольно затруднителен для самостоятельного изучения, а в учебных планах недостаточно часов для полного изложения теории и проектирования зубчатых передач на лекциях.

Автор надеется, что в предлагаемом пособии ему удалось изложить материал в более доступной для студентов форме.

Глава 1

ТРЕХЗВЕННЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

1.1. Назначение и типы зубчатых механизмов

Простейший трехзвенный зубчатый механизм (рис. 1.1, *a*) состоит из стойки 3 и двух подвижных звеньев зубчатых колес 1 и 2. Колеса образуют со стойкой вращательные пары А и В, а друг с другом высшую кинематическую пару, называемую *зубчатым зацеплением*.

Общее назначение зубчатых механизмов состоит в том, чтобы получать непрерывное вращательное движение звеньев с заданным отношением их угловых скоростей. Отношение угловых скоростей двух каких-либо звеньев называется *передаточным отношением* и обозначается

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} ; \quad (1.1)$$
$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{u_{12}} .$$

Основное кинематическое требование, предъявляемое к зубчатым механизмам, – строгое сохранение передаточного отношения, которое в большинстве случаев должно быть постоянным

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{const.}$$

В машинах и приборах применяются и такие зубчатые механизмы, у которых передаточное отношение изменяется по некоторому требуемому закону. Для строгого сохранения заданного передаточного отношения зубчатых колес форма рабочих поверхностей зубьев должна быть специальной, о чем подробнее будет сказано в п. 1.2.

Все зубчатые механизмы, называемые в дальнейшем передачами, могут быть объединены по назначению в две большие группы.

1. Силовые зубчатые передачи, предназначенные для передачи от ведущего вала к ведомому значительных полезных нагрузок в виде крутящих моментов на валах зубчатых колес. К таковым относятся редукторы, коробки передач станков, автомобилей и т. п.

2. Несиловые передачи, которые либо совсем не передают полезных нагрузок, либо передаваемые ими нагрузки весьма малы. К несилowym относятся зубчатые механизмы часов, механических приборов и др.

По характеру относительного расположения осей вращения колес различают зубчатые передачи *цилиндрические*, с параллельными осями (рис. 1.1, а, г), *конические*, с пересекающимися осями (рис. 1.1, б), *гиперболоидные*, с перекрещивающимися осями (рис. 1.1, в). Таким образом, зубчатые передачи могут быть использованы при любом расположении осей вращения в пространстве.

По характеру расположения зубьев на теле зубчатых колес различают передачи с внешним зацеплением (рис. 1.1, а – в, д) и с внутренним зацеплением (рис. 1.1, г).

При внешнем зацеплении колеса с параллельными осями вращаются в разные стороны, при внутреннем – в одну и ту же сторону. Особое место занимает зацепление колеса с зубчатой рейкой (рис. 1.1, е), которая может быть представлена как часть колеса с бесконечно большим диаметром.

По характеру передаточного отношения различают передачи с круглыми колесами, предназначенные для получения постоянного передаточного отношения, и с некруглыми колесами (рис. 1.1, д), применяемые для получения переменного передаточного отношения. Кроме того, зубчатые передачи различаются по числу звеньев, по форме рабочих поверхностей зубьев и ряду других признаков.

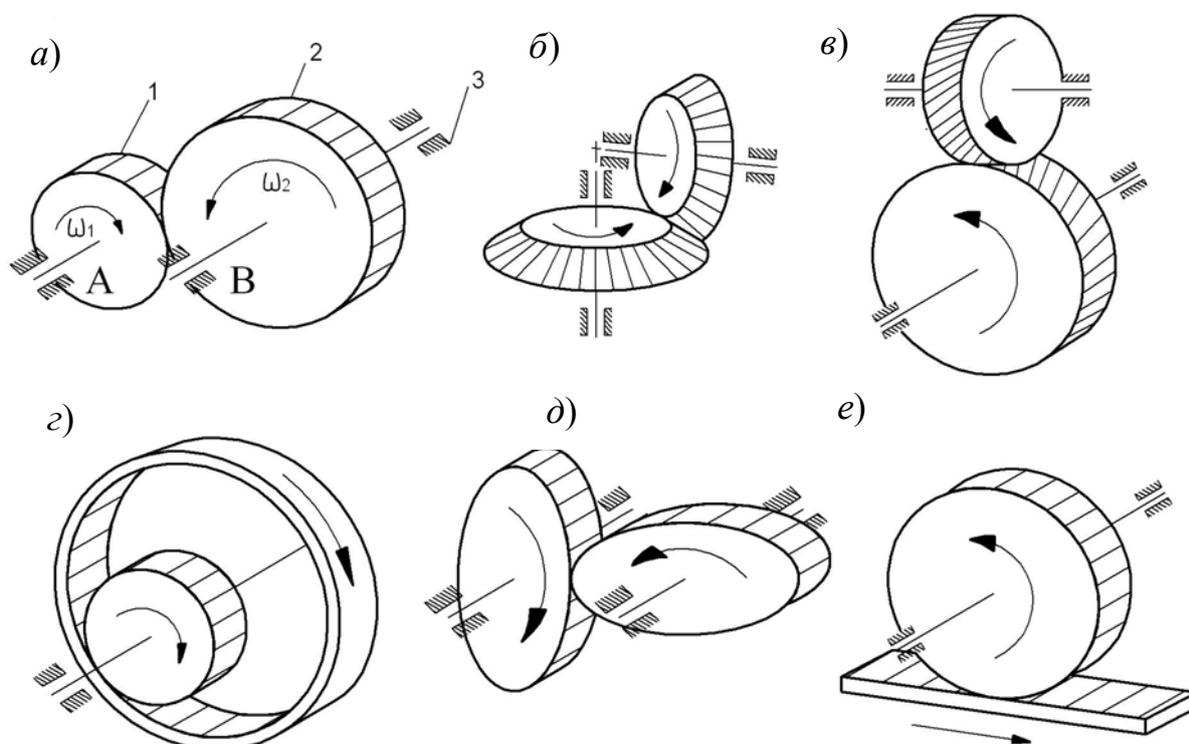


Рис. 1.1

К основным достоинствам зубчатых передач следует отнести:

- 1) возможность получения больших передаточных отношений, достигающих в некоторых передачах до десятков тысяч;
- 2) высокую точность передаточного отношения и отсутствие накопления погрешности перемещения ведомого звена (зубья не дают возможности колёсам пробуксовывать относительно друг друга);
- 3) возможность передачи очень больших нагрузок и мощностей (до десятков тысяч кВт);
- 4) надежность в работе и долговечность.

Главный недостаток зубчатых передач – шум при значительных окружных скоростях колес.

Ввиду конструктивного разнообразия и отмеченных достоинств зубчатые механизмы получили весьма широкое распространение в технике, а зубчатые колеса – одни из самых массовых деталей.

1.2. Некоторые сведения из теории плоских зубчатых зацеплений

Проектирование и изготовление зубчатых колес и зубообрабатывающего инструмента базируется на теории зацепления, которая изучает геометрические свойства соприкасающихся друг с другом поверхностей в связи с характером их относительного движения. Эта теория дает, например, ответ на вопрос, какими должны быть поверхности зубьев, чтобы передаточное отношение зацепления подчинялось заданному закону, или какую форму должен иметь зуборезный инструмент и как он должен перемещаться относительно заготовки зубчатого колеса, чтобы нарезать на ней зубья с требуемой поверхностью.

Плоским называется такое зубчатое зацепление с параллельными осями, у которого профили зубьев и характер их взаимодействия одновременно одинаковы во всех сечениях, перпендикулярных осям зубчатых колес. Очевидно, что для изучения плоского зацепления достаточно рассматривать не всю поверхность зубьев, а лишь их профили в любом из указанных сечений.

Центроиды в относительном движении зубчатых колес. Покажем, что относительное движение зубчатых колес с параллельными осями может быть представлено на плоскости как качение друг по другу двух воображаемых кривых. Пусть O_1 и O_2 (рис. 1.2) проекции осей вращения зубчатых колес 1 и 2. Построим эпюры окружных скоростей точек, принадлежащих этим колесам и расположенных на межосевой линии O_1O_2 .

Очевидно, на этой линии в любой момент времени найдется такая точка P , в которой скорости обоих колес одинаковы $v_{p1} = v_{p2}$. Геометрическое место точек P на колесе 1 представляет собой некоторую кривую ζ_1 , а на колесе 2 – кривую ζ_2 . Обе кривые касаются друг друга в точке P и имеют в ней одинаковые окружные скорости. Следовательно, они катятся друг по другу без скольжения.

Из теоретической механики известно, что точка P является мгновенным центром скоростей, а кривые ζ_1 и ζ_2 – центроидами в относительном движении тел (в данном случае – зубчатых колес).

В теории плоских зубчатых зацеплений центроиды в относительном движении колес называются *начальными кривыми*, а точка P – *полусом зацепления*.

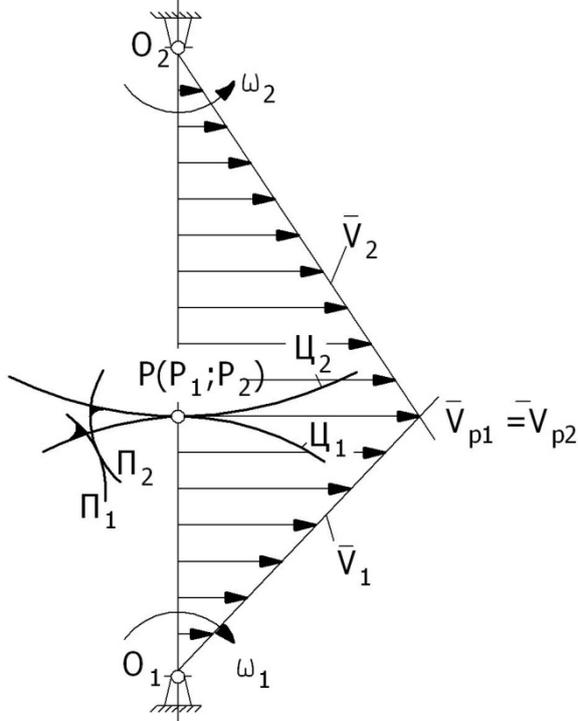


Рис. 1.2

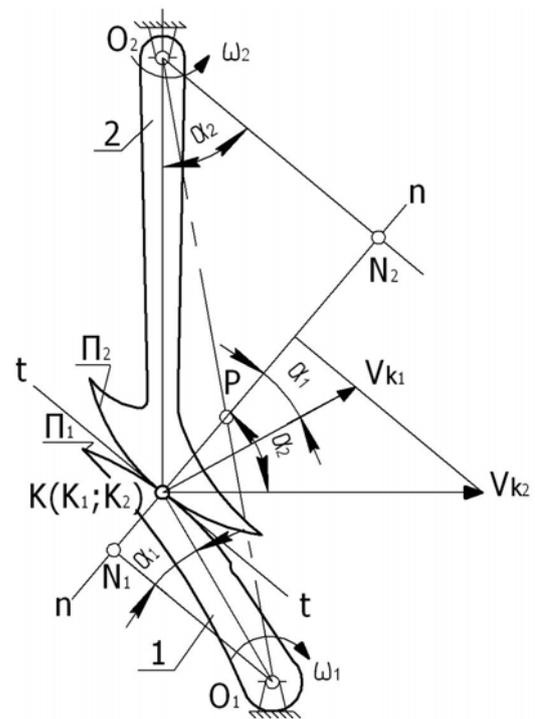


Рис. 1.3

Вращение колес 1 и 2, а следовательно, качение их центроид друг по другу происходит в результате взаимодействия профилей Π_1 и Π_2 (рис. 1.3), каждый из которых жестко «связан» со своей центроидой.

Заметим, что фактически у зубчатых колес с параллельными осями катятся друг по другу некоторые цилиндры, также называемые начальными.

Теорема Виллиса. Докажем теорему об отношении угловых скоростей звеньев высшей кинематической пары, известную под названием теоремы Виллиса, или основной теоремы плоского зацепления.

Пусть два звена 1 и 2 (см. рис. 1.3) поворачиваются вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 . Π_1 и Π_2 – взаимодействующие профили звеньев. Проведём через точку K контакта профилей общую касательную $t - t$ и общую нормаль $n - n$ к ним, называемую профильной нормалью. Нормаль пересечет межосевую линию O_1O_2 , разделив её на отрезки O_1P и O_2P . Теорема Виллиса утверждает: профильная нормаль высшей кинематической пары делит межосевое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям звеньев.

Для доказательства рассмотрим контактные точки K_1 , принадлежащую профилю Π_1 , и K_2 , принадлежащую профилю Π_2 . Скорости точек связаны соотношением

$$\bar{V}_{K1} = \bar{V}_{K1} + \bar{V}_{K1K2},$$

где

$$\bar{V}_{K1} \perp O_1K_1, \bar{V}_{K2} \perp O_2K_2 \text{ и } \bar{V}_{K1K2} \parallel (t-t).$$

Построив по этому уравнению план скоростей с полюсом в общей точке K , убеждаемся, что проекции векторов \bar{V}_{K1} и \bar{V}_{K2} на нормаль $n - n$

$$\tau \bar{V}_{K1} \cos \alpha_1 = \bar{V}_{K2} \cos \alpha_2$$

или

$$\omega_1(O_1K) \cos \alpha_1 = \omega_2(O_2K) \cos \alpha_2.$$

Проведя $O_1N_1 \perp (n - n)$ и $O_2N_2 \perp (n - n)$, можем написать

$$\omega_1(O_1N_1) = \omega_2(O_2N_2).$$

Откуда

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1}.$$

Наконец, на основании подобия треугольников O_1N_1P и O_2N_2P имеем

$$\frac{O_2N_2}{O_1N_1} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

Следовательно,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}, \quad (1.2).$$

что и надо было доказать.

Нетрудно уяснить, что точка P пересечения профильной нормали с межосевой линией – полюс зацепления.

Действительно, из (1.2) имеем

$$\omega_1(O_1P) = \omega_2(O_2P), \quad \bar{V}_{p1} = \bar{V}_{p2},$$

что характерно для полюса зацепления.

Поэтому теорему Виллиса можно сформулировать еще так: *профильная нормаль зубьев проходит через полюс зацепления или должна проходить через полюс, если его положение определяется заданным движением звеньев.*

Сопряженные профили. С введением понятия начальных кривых зубчатых колес становится очевидным, что передаточное отношение зацепления целиком определяется формой этих кривых. Если начальные кривые – окружности, вращающиеся вокруг своих геометрических центров (рис. 1.4 а, б), передаточное отношение постоянно, и полюс зацепления P не изменяет своего положения на межосевой линии. При некруглых начальных кривых (рис. 1.4 в, г) передаточное отношение переменное, и полюс зацепления изменяет свое положение по определенному закону.

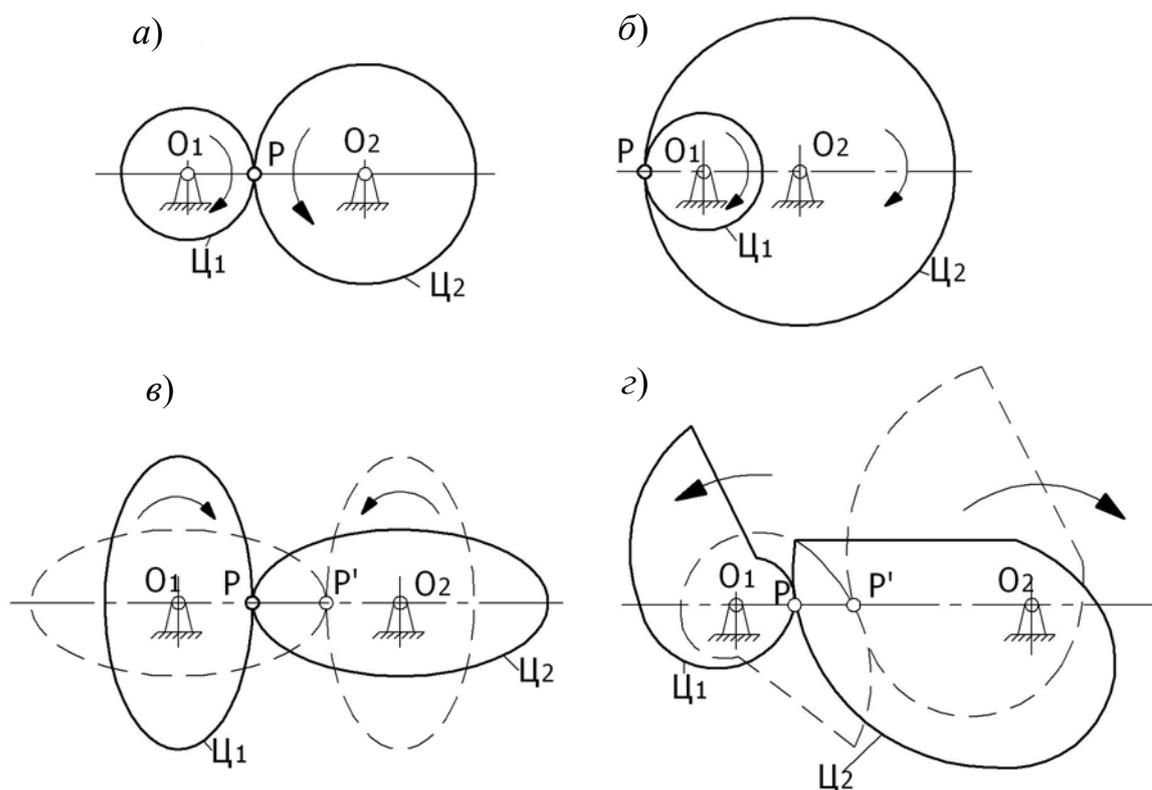


Рис. 1.4

В свою очередь, форма начальных кривых обусловлена геометрическими свойствами взаимодействующих профилей зубьев.

Так, например, для получения $i_{12} = \text{const}$ форма профилей должна быть такой, чтобы в любом их положении профильная нормаль пересе-

кала межосевую линию в одной и той же точке. Тогда на основании теоремы Виллиса начальные кривые колес будут окружностями, и

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \text{const.}$$

Профили зубьев, обеспечивающие требуемый характер передаточного отношения, называются *сопряженными*.

Можно показать, что при заданных центроидах зубчатых колес существует бесчисленное множество сопряженных профилей. Иначе говоря, одним из профилей можно задаться произвольно, а затем построить сопряженный с ним. Однако не всякий профиль легко получить на практике при изготовлении зубчатых колес, и, кроме этого, не всякие сопряженные профили дают хорошее качество зацепления. В дальнейшем рассмотрим зацепление с эвольвентными профилями зубьев, получившее наибольшее распространение в технике.

1.3. Эвольвентное зацепление

Зубчатые колеса, у которых рабочие профили зубьев очерчены по эвольвенте окружности, называются эвольвентными, а зацепление этих колес – *эвольвентным зацеплением*. Эвольвентное зацепление впервые предложено Л. Эйлером в 1767 г., но практическое применение его началось значительно позже. В настоящее время в подавляющем большинстве зубчатых механизмов применяются зубчатые колеса эвольвентного зацепления.

Получение и свойства эвольвенты окружности. Из курса высшей математики известно, что эвольвентами называются развертки плоских кривых. Так, эвольвенту (развертку) окружности можно получить, покатав некоторую прямую AB (рис. 1.5, a) по некоторой окружности (радиуса r_b). Тогда любая точка M прямой AB опишет эвольвенту \mathcal{E} окружности, называемую в дальнейшем просто эвольвентой. Некоторая часть (дуга) эвольвенты может быть использована для получения профиля зуба. Окружность зубчатого колеса, по эвольвенте которой очерчиваются рабочие профили зубьев, называется *основной окружностью*, а ее диаметр – *основным диаметром*.

Укажем на свойства эвольвенты, вытекающие из способа ее получения (см. рис. 1.5, a). Знание этих свойств позволяет уяснить особенности эвольвентного зацепления.

1. Эвольвента не имеет точек внутри основной окружности. Ввиду этого эвольвентный профиль зуба также не может оказаться (хотя бы и частично) внутри этой окружности.

2. Нормаль к эвольвенте в любой ее точке M касается основной окружности, а точка касания N – центр кривизны эвольвенты в точке M . Таким образом, отрезок MN равен радиусу кривизны эвольвенты в точке M .

3. Длина отрезка нормали, заключенного между точкой касания N и эвольвентой, равна длине дуги основной окружности, заключенной между той же точкой N и началом эвольвенты M_0 , то есть $M_1N_1 = \cup M_0N_1$, $M_2N_2 = \cup M_0N_2$ и т.д.

4. Две эвольвенты одной и той же основной окружности, полученные при одинаковом направлении развертки, эквидистантны (равноудалены одна от другой), причем расстояние p_α между эвольвентами по нормали равно расстоянию p_b по дуге основной окружности. Это свойство следует из предыдущего.

Проведя семейство касательных прямых к эвольвенте (рис. 1.5, б), видим, что она является огибающей этого семейства. Отсюда следует второй способ получения эвольвенты.

Если взять прямую $t-t$ и, связав с ней перпендикуляр AB , покатить его по основной окружности, получим эвольвенту как огибающую множества положений прямой $t-t$. Прямую $t-t$ можно связать с другой прямой $A'B'$, образующей с AB угол α и отстоящей от центра основной окружности на расстоянии

$$r = \frac{r_b}{\cos \alpha}.$$

Если покатить затем прямую $A'B'$ по окружности радиуса r , результат будет тот же. Указанный способ получения эвольвенты используется в практике зубообработки.

Уравнение эвольвенты в полярных координатах. При выводе формул для определения ряда параметров эвольвентных зубчатых колес и их зацепления используется уравнение эвольвенты в полярных координатах с началом в центре O основной окружности.

Пусть r – радиус-вектор произвольной точки M эвольвенты (рис. 1.6), а θ – полярный угол. Проведем касательную MN к основной окружности

Для доказательства этого свойства рассмотрим взаимодействующие эвольвентные профили (рис. 1.8), связанные со своими основными окружностями. Все нормали к эвольвенте \mathcal{E}_1 касаются основной окружности 1, все нормали к эвольвенте \mathcal{E}_2 касаются основной окружности 2. Очевидно, что общая нормаль к профилям, проходящая через точку контакта K (профильная нормаль), касается обеих основных окружностей в точках N_1 и N_2 . Но поскольку она пересекает межосевую линию O_1O_2 в постоянной (неподвижной) точке P , то согласно теореме Виллиса

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \text{const.}$$

Так как треугольники O_1N_1P и O_2N_2P подобны, получаем

$$u_{12} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}.$$

Практически, передаточное отношение реального зацепления не остается абсолютно постоянным, так как, во-первых, невозможно совершенно точно изготовить профили зубьев по эвольвенте, во-вторых, зубья под нагрузкой получают упругие деформации, приводящие к искажению профилей во время их зацепления. Это одна из причин соударения между зубьями и шума, создаваемого колесами при значительных скоростях вращения.

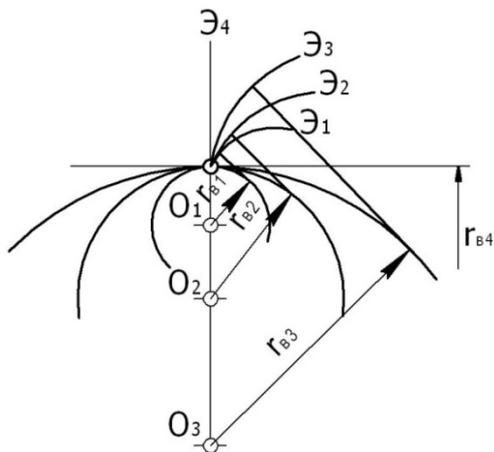


Рис. 1.7

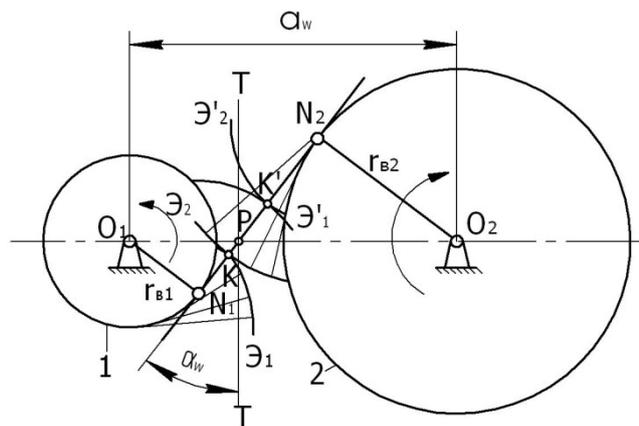


Рис. 1.8

Из приведенных выше рассуждений следует, что при изменении положения профилей \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 в результате вращения колес точка контакта K будет перемещаться по линии N_1N_2 . Траектория движения общей точки контакта профилей в неподвижной системе координат называется *линией зацепления*. Как видим, в эвольвентном зацеплении линия зацепления

есть прямая, касающаяся обеих основных окружностей. Угол α_w , образованный линией зацепления и перпендикуляром к межосевой линии, называется *углом зацепления*. Ниже будет показано, что угол зацепления – важный параметр, влияющий на прочность и износостойкость зубьев.

2. Передаточное отношение эвольвентного зацепления не изменяется при изменении межосевого расстояния. Эта особенность есть следствие предыдущей, поскольку изменение межосевого расстояния a_w (рис. 1.9) приводит к тому, что основные окружности раздвигаются или сближаются, но их радиусы остаются неизменными.

Важно заметить, что с увеличением α_w увеличиваются также радиусы r_{w1} и r_{w2} начальных окружностей зубчатых колес (*начальные радиусы*) и угол зацепления α_w ; с уменьшением α_w происходит уменьшение r_{w1} , r_{w2} и α_w .

Практическое значение указанной особенности состоит в том, что требуемый закон движения зубчатых колес $u = \text{const}$ не нарушится, если межосевое расстояние изменится по сравнению с расчетным в результате погрешностей изготовления или износа подшипников и осей. Кроме того, этой особенностью пользуются при проектировании зубчатого зацепления, когда требуется изменить угол зацепления.

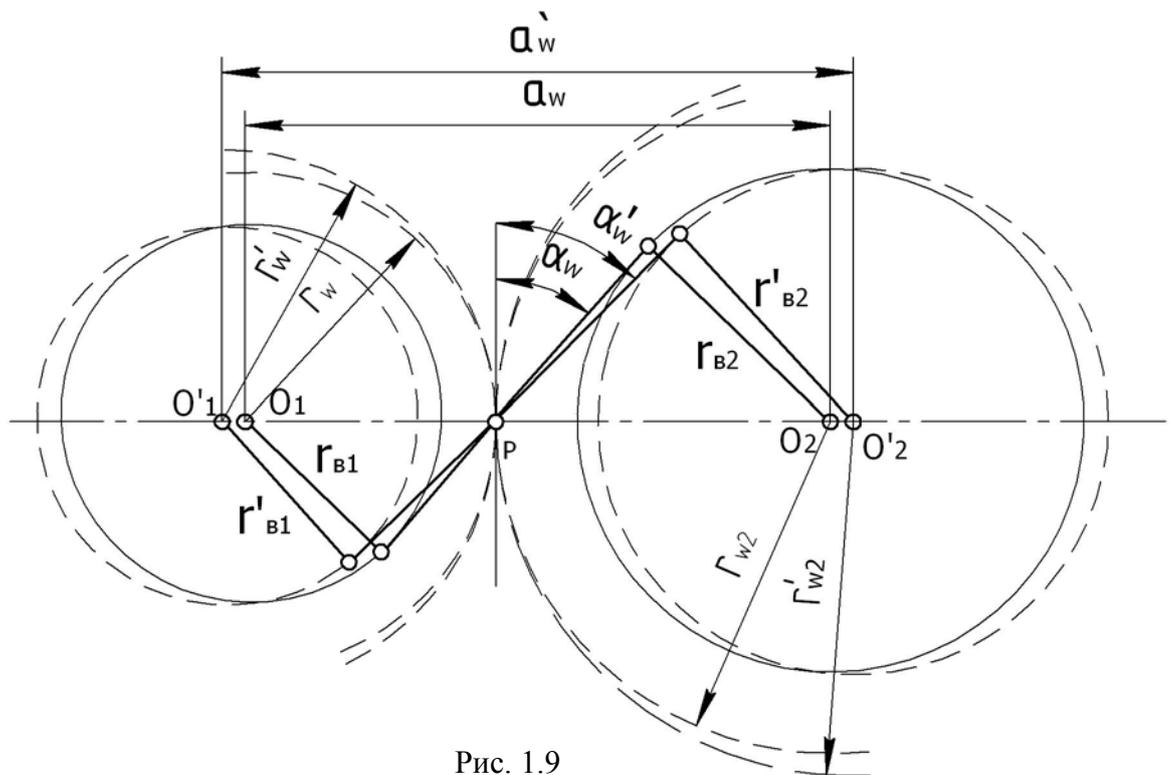


Рис. 1.9

3. Если увеличить диаметр зубчатого колеса до бесконечности, то колесо превратится в рейку с прямолинейным, то есть с весьма простым, профилем. Такая рейка, изготовленная в форме режущего инструмента, может быть использована для нарезания зубьев эвольвентного профиля. При этом осуществляется второй способ получения эвольвенты. Можно также шлифовать эвольвентную поверхность плоской поверхностью шлифовального круга, что позволяет производить окончательную обработку зубьев после их закалки и получать особо точные зубчатые колеса. Это дает эвольвентному зацеплению большие технологические преимущества перед другими видами зацепления.

Благодаря указанным положительным особенностям эвольвентное зацепление получило упомянутое выше широкое распространение в технике. Эвольвентное зацепление не лишено и недостатков. Однако пока не удалось предложить зубчатое зацепление, которое по совокупности своих свойств было бы лучше эвольвентного.

Элементы профиля зуба и зубчатого колеса. Для образования полного профиля зуба эвольвентного зубчатого колеса используются две эвольвенты Э противоположного направления (рис. 1.10). Чтобы избежать заострения зубьев, их ограничивают по высоте *окружностью вершин*, радиус r_a которой (*радиус вершин*) меньше расстояния Oa . У основания зубья ограничиваются *окружностью впадин* радиуса r_f . Часть бокового профиля зуба очерчивается по *переходной кривой*, которая служит для плавного перехода от эвольвенты к окружности впадин. Наличие переходной кривой делает зуб более прочным у основания, так как снижает концентрацию напряжений у основания зуба.

При зацеплении с другим зубчатым колесом у данного колеса «появляется» начальная окружность (центроида), которая делит зуб на *начальную головку* и *начальную ножку*. Высота их обозначается соответственно h_{wa} и h_{wf} .

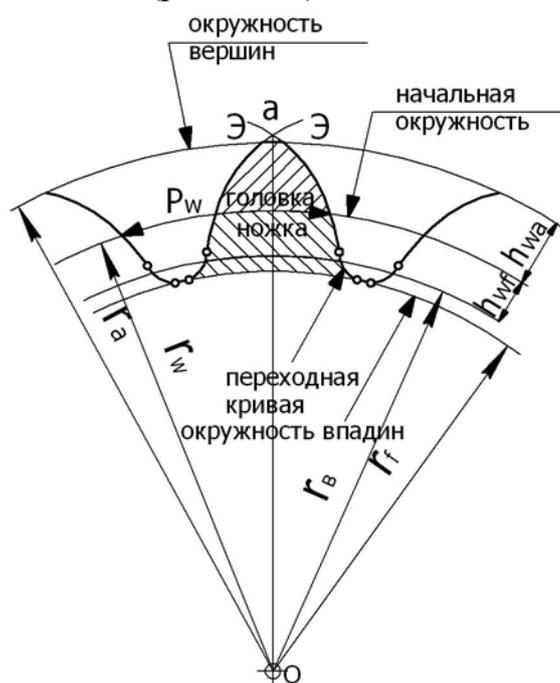


Рис. 1.10

1.4. Формулы передаточного отношения круглых колес

Понятие передаточного отношения определяется выражением (1.1).

Если известны числа оборотов колес в минуту n_1 и n_2 , то для круглых колес

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30}, \quad \omega_2 = \frac{\pi n_2}{30},$$

поэтому

$$u_{12} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Обозначим начальные радиусы колес r_{w1} и r_{w2} , тогда на основании отношения (1.2) и рис. 1.2

$$u_{12} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}. \quad (1.5)$$

На практике удобно выражать передаточное отношение через числа зубьев колес. Пусть колеса имеют числа зубьев z_1 и z_2 . Введём понятие окружного шага зубьев.

Окружным шагом p_w (см. рис. 1.10) называется расстояние между одноименными профилями соседних зубьев, взятое по дуге окружности зубчатого колеса.

Различают начальный, основной и другие окружные шаги, соответствующие начальной, основной и другим окружностям зубчатого колеса. В зацеплении друг с другом могут быть такие колеса, у которых начальные окружные шаги одинаковы:

$$p_{w1} = p_{w2} = p_w.$$

При этом длины начальных окружностей равны $p_w z_1$ и $p_w z_2$, а их радиусы

$$r_{w1} = \frac{p_w z_1}{2\pi}, \quad r_{w2} = \frac{p_w z_2}{2\pi}.$$

Подставляя значения радиусов в (1.5), получим

$$u = \frac{z_2}{z_1}.$$

Отношение чисел зубьев колес, равное или большее единицы, называют передаточным числом и обозначают буквой u без индексов.

1.5. Способы изготовления зубчатых колес

Для понимания дальнейшего изложения теории и методов проектирования эвольвентных зубчатых колес необходимо ознакомиться с основами процесса их изготовления. В практике машиностроения обычно зубья нарезают режущими инструментами, при этом применяются два принципиально отличающихся друг от друга метода: *метод копирования* и *метод обкатки (огибания)*.

Метод копирования. Сущность метода заключается в следующем. Заготовка зубчатого колеса устанавливается на столе фрезерного станка и на ней специальной фрезой последовательно прорезаются впадины между зубьями (рис. 1.11, а). Для получения нужного профиля зубьев режущие кромки фрезы профилируют точно по контуру впадины между зубьями колеса. Такая фреза получила название *модульной* (от понятия «модуль зацепления», смысл и значение которого разъяснены в п. 1.6). После прорезания очередной впадины заготовка колеса поворачивается строго на угол $\frac{360^\circ}{z}$, где z – число зубьев нарезаемого колеса, после чего прорезается следующая впадина. В качестве режущего инструмента применяют обычно дисковые или пальцевые модульные фрезы (рис. 1.11, а, б).

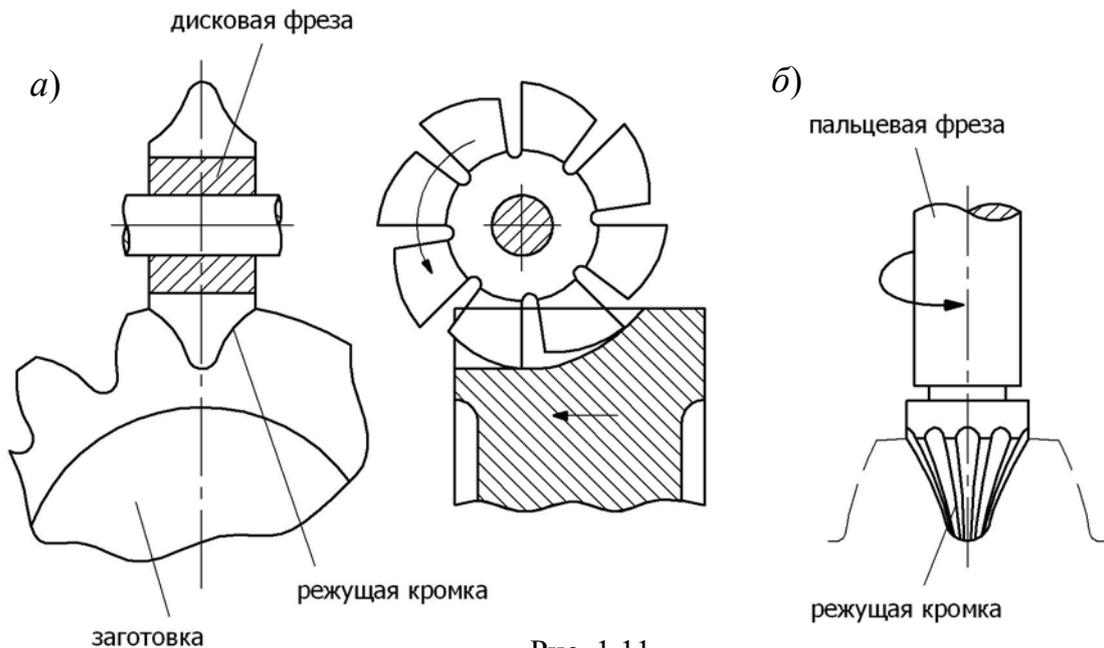


Рис. 1.11

Преимущество описанного метода состоит в том, что он не требует применения специальных зуборезных станков.

Серьезный недостаток метода копирования – сложность изготовления модульных фрез и необходимость изготавливать каждый раз новую фрезу при изменении числа зубьев нарезаемого колеса. Объясняется это тем, что с изменением z изменяется также основная окружность зубчатого колеса, а следовательно, и форма эвольвенты, по которой должен быть очерчен профиль зуба. Иногда используют комплекты ограниченного числа модульных фрез. Каждой из них можно нарезать ряд зубчатых колес с одинаковым шагом, но с различным числом зубьев, в этом случае профиль зуба получается несколько несоответствующим основной окружности, ввиду чего качество зацепления таких колес ухудшается (профили получаются не строго сопряженными).

Метод копирования целесообразно применять главным образом для изготовления мелких зубчатых колес, используемых в часах и подобных им приборах, а также для нарезания зубьев на весьма крупных колесах (до нескольких метров в диаметре), когда изготовление специальной модульной фрезы оправдано.

Метод обкатки. При обработке зубьев методом обкатки осуществляется второй способ получения эвольвенты. Практически это происходит следующим образом. На специальном зуборезном станке устанавливается заготовка нарезаемого колеса и режущий инструмент в виде рейки, с прямолинейным профилем зуба (рис. 1.12, а). Затем заготовке и инструментальной рейке задаются такие движения, при которых некоторая окружность Π_3 колеса радиуса r перекачивается по некоторой прямой Π_{II} рейки, то есть соблюдается следующее соотношение между скоростями

$$V_p = r\omega_3.$$

Одновременно с этим рейке задается движение резания, например в направлении, параллельном оси вращения колеса. При указанных движениях профиль зуба рейки занимает последовательно ряд положений относительно заготовки колеса. Огибающая этих положений представляет собой эвольвенту. Так как профиль зуба рейки обладает режущей способностью, на заготовке нарезаются зубья эвольвентного профиля.

Как видим, при описанном характере движения окружность Π_3 и прямая Π_{II} – центроиды заготовки и инструмента в процессе нарезания зубьев или, как принято говорить, *центроиды в станочном зацеплении*.

Зуборезная инструментальная рейка может быть заменена инст-

рументальным зубчатым колесом, у которого режущие кромки имеют форму эвольвентного зуба. Такое колесо называется *эвольвентным долбяком* (рис. 1.12, б). Если центруиду $\Pi_{\text{и}}$ долбяка покатить по центруиде $\Pi_{\text{з}}$ заготовки, то на заготовке получим эвольвентный профиль как огибающую эвольвентного профиля долбяка. В этом случае осуществляется третий способ получения эвольвенты, не упомянутый в предыдущем параграфе.

Широко применяются зуборезные станки, у которых в качестве инструмента используется так называемая *червячная фреза* (рис.1.12, в), представляющая собой винт с прорезанными параллельно оси канавками и с заточенными соответствующим образом режущими кромками. В осевом сечении фреза имеет реечный профиль.

При вращении фрезы вокруг своей оси реечный профиль перемещается вдоль оси подобно перемещению рейки на рис. 1.12, а. Поэтому червячные фрезы относятся к реечному инструменту, и нарезание ими осуществляется по методу обкатки. Шлифование зубьев также можно производить методом обкатки.

Преимущества метода обкатки.

1. Высокая точность обработки зубьев. Она обусловлена тем, что эвольвентная инструментальная рейка или шлифовальный круг имеют прямолинейный профиль, а это весьма упрощает изготовление инструмента с большой точностью по профилю. Ввиду этого и профили нарезаемых зубьев получаются точными.

2. Возможность нарезания одним и тем же инструментом зубчатых колес с любым числом зубьев, поскольку форма профиля зуба инструмента не зависит от формы профиля нарезаемого зуба, как это имеет место при методе копирования.

3. Возможность изменять профиль зубьев нарезаемого колеса с целью их упрочнения, применяя при этом тот же самый инструмент.

4. Высокая производительность зубонарезания, особенно на зубофрезерных станках с применением червячных фрез.

5. Следует добавить, что существует другая разновидность метода обкатки – накатка зубьев путем пластического деформирования материала заготовки в холодном или нагретом состоянии. Важное преимущество накатки состоит в значительной экономии металла (нет отходов в стружку), а также в упрочнении зубьев. Недостаток – меньшая точность по сравнению с нарезанием и шлифованием.

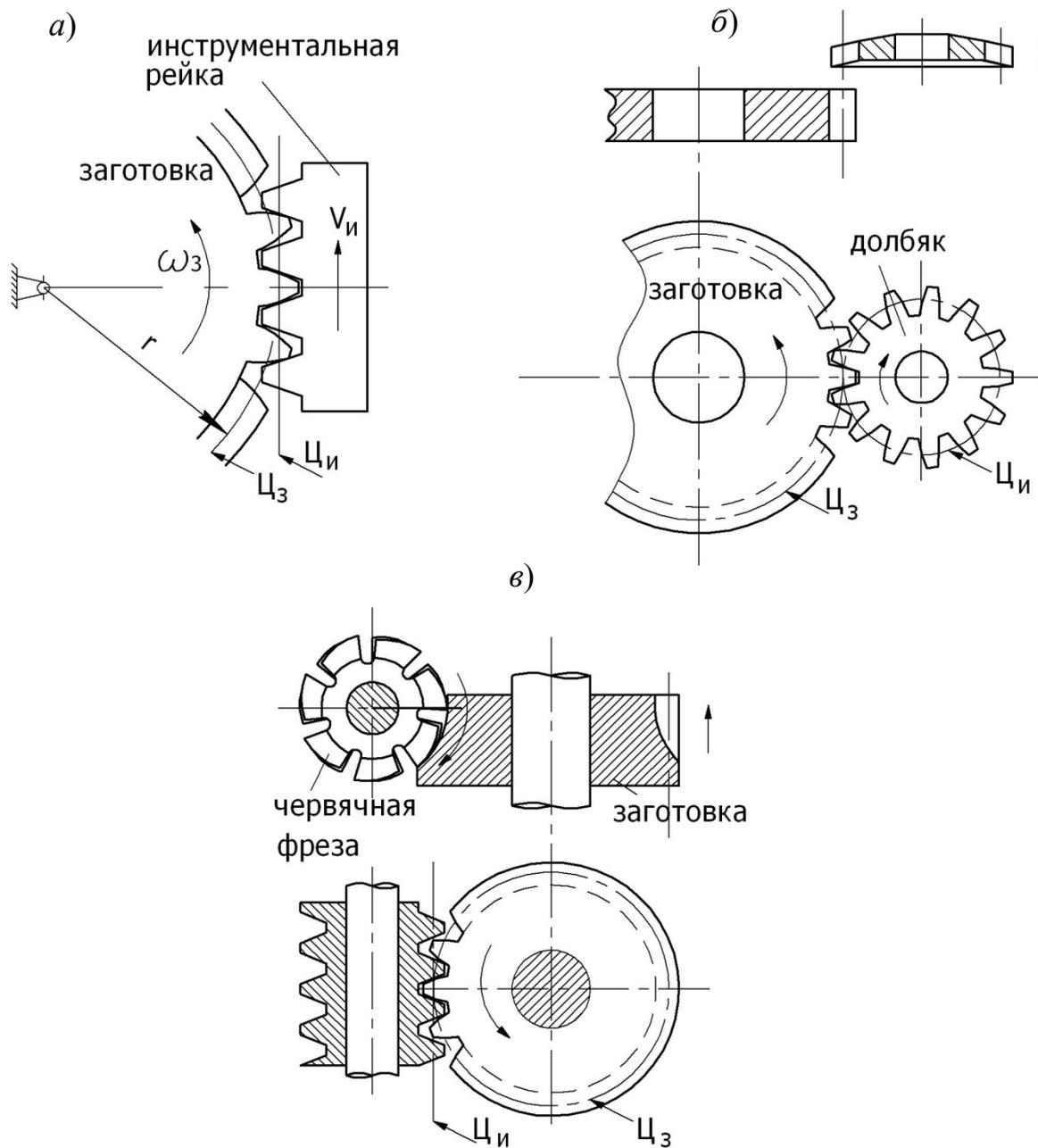


Рис. 1.12

Исходный производящий реечный контур и его параметры. Форма и размеры зубьев зубчатого колеса зависят от формы и размеров зубьев инструмента, которым нарезается колесо. Профиль зубьев реечного инструмента называется *исходным производящим реечным контуром* (рис. 1.13). Он имеет наклонные прямолинейные участки ab и dc и скругленные участки bd и cf . Угол α называется *углом профиля*. Прямолинейные участки нарезают эвольвентную часть профиля зуба колеса. Скруг-

ленный участок bd нарезает переходную кривую и обеспечивает получение радиального зазора в зацеплении колес.

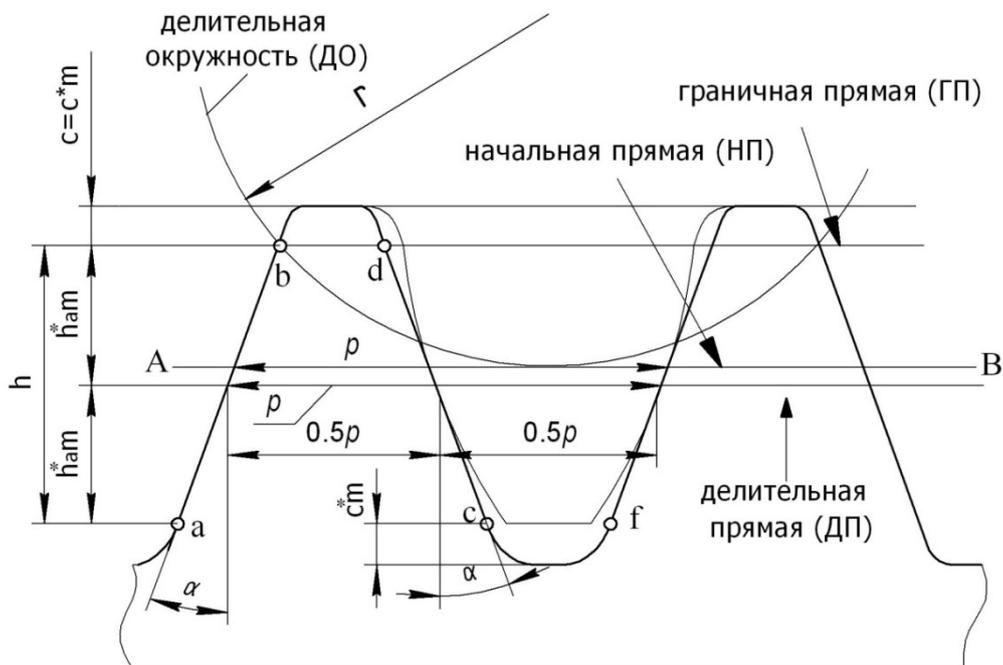


Рис. 1.13

Центroidой реечного инструмента в станочном зацеплении может быть любая прямая AB , равноудаленная от вершин зубьев. Расстояние p между одноименными профилями называется *шагом* исходного производящего контура. При качении центроиды инструмента по центроиде колеса на последней укладывается целое число шагов, равное числу зубьев z колеса. Центроида колеса оказывается как бы поделенной на z одинаковых частей, равных шагу p . Ввиду этого она названа *делительной окружностью*, а центроида реечного инструмента – *начальной прямой*.

Итак, делительная окружность – центроида зубчатого колеса в станочном зацеплении. В процессе нарезания колеса она катится по начальной прямой (центроиде) инструмента, поэтому окружной делительный шаг колеса равен шагу исходного производящего контура.

Важно обратить внимание на то, что на всех прямых, параллельных AB , шаг p одинаков. Следовательно, зубчатое *колесо* с данным числом зубьев z и окружным шагом p имеет единственную делительную окружность длины pz , независимо от того, какая прямая инструмента будет начальной.

Из всех начальных прямых следует особо выделить две: *делительную прямую*, по которой толщина зуба равна ширине впадины, то есть половине шага, и *граничную прямую*, разделяющую прямолинейный и скругленный участки исходного контура.

Основные размеры исходного производящего контура (ИПК), а также зубчатых колес можно было бы выразить через шаг p . Однако это неудобно, поскольку при p , выраженном рациональным числом, диаметры колес выражались бы иррациональными числами. Поэтому введен параметр в π раз меньший шага, называемый *модулем зубчатого колеса* (а также инструмента)

$$m = \frac{p}{\pi}. \quad (1.6)$$

Через модуль удобно выражать все размеры зуборезного инструмента и зубчатых колес. Так, для ИПК принимается: высота прямолинейной части профиля, называемая *граничной высотой* $h_l = 2h_a^* m$, высота скругленной части, равная радиальному зазору в зацеплении $c = c^* m$, где h_a^* – коэффициент высоты зуба, c^* – коэффициент радиального зазора. Величины h_a^* , c^* , а также угол профиля α называются параметрами исходного производящего контура. Стандартные значения этих параметров: $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0,25$.

Значения модуля также регламентированы стандартом. Наиболее ходовые значения модуля в машиностроении в мм: 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 25. В приборах применяются зубчатые колеса модулей от 0,05 до 1 мм (мелкомодульные колеса).

Однозначность параметров α , h_a^* и c^* делает исходные производящие контуры разных модулей геометрически подобными, причем модуль служит коэффициентом подобия и определяет абсолютные размеры зубьев. Поэтому установление стандартов на модули и другие параметры зуборезного инструмента позволяет ограничить его номенклатуру и упорядочить производство зубчатых колес. Однако в ряде отраслей машиностроения отступают от стандартных значений α , h_a^* и c^* , что позволяет получать зубчатые колеса, отвечающие особо высоким требованиям. Это говорит о том, что стандартный зуборезный инструмент не всегда дает возможность получить зубчатое зацепление нужного качества.

1.6. Зубчатые колеса без смещения и со смещением

В п. 1.5. указано, что в качестве начальной прямой реечного инструмента может быть взята любая прямая, равноудаленная от вершин зубьев. В зависимости от выбора начальной прямой форма профиля зуба

нарезаемого колеса изменяется. Получающиеся при этом зубчатые колеса подразделяют на колеса без смещения и со смещением ИПК.

Колесо без смещения нарезается, когда делительная прямая инструмента касается делительной окружности колеса и является центроидой в станочном зацеплении (рис. 1.14, а). Колесо без смещения имеет следующие основные размеры. Делительный окружной шаг (см. формулу (1.6))

$$p = \pi m, \quad (1.7)$$

где m – модуль зацепления. Делительный диаметр

$$d = 2r = mz, \quad (1.8)$$

где Z – число зубьев колеса (диаметр получаем из равенства $\pi d = pz = \pi mz$). Делительная толщина зуба (равная делительной ширине впадины исходного производящего контура)

$$s = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}.$$

Высоты делительной головки и делительной ножки зуба берутся равными $h_a = h_a^* m$, $h_f = (h_a^* + c^*) m$. Поэтому диаметр вершин (диаметр заготовки колеса)

$$d_a = 2r_a = 2(r + h_a) = m(z + 2h_a^*),$$

диаметр впадин

$$d_f = 2r_f = 2(r - h_f) = m(z - 2h_a^* - 2c^*).$$

Проведем через полюс P станочного зацепления общую нормаль к профилям зубьев инструмента и колеса (см. рис. 1.14, а). Она называется *линией станочного зацепления* и касается основной окружности в точке N , называемой *предельной точкой линии зацепления*. Угол α_c станочного зацепления равен углу профиля α рейки. Из ΔNPO определяем основной радиус

$$r_b = r \cos \alpha = \frac{mz}{2} \cos \alpha. \quad (1.9)$$

Учитывая, что $2\pi r_b = p_b z$ и $2\pi r = pz$ и, следовательно,

$$\frac{p_b}{p} = \frac{r_b}{r} = \cos \alpha, \text{ получаем основной шаг}$$

$$p_b = p \cos \alpha = \pi m \cos \alpha. \quad (1.10)$$

Согласно четвертому свойству эвольвенты он равен шагу по нормали к профилям, называемому шагом зацепления.

Зубчатые колеса без смещения часто называют также *нулевыми*, или *колесами с равноделенным шагом*.

Колесо со смещением нарезается при такой установке инструмента, когда в станочном зацеплении делительная прямая не касается делительной окружности колеса, а центроидой инструмента является любая прямая, параллельная делительной (рис. 1.14, б). Расстояние xm между начальной и делительной прямыми называется *смещением исходного производящего контура*, или просто *смещением*, а отношение x этого расстояния к модулю – *коэффициентом смещения*.

Смещение и коэффициент смещения считаются положительными, если инструмент смещен от оси колеса и делительная прямая не пересекает делительную окружность (см. рис. 1.14, б) и отрицательными, если инструмент смещен в противоположную сторону (делительная прямая пересекает делительную окружность). Зубчатые колеса, нарезанные с положительным или отрицательным смещением исходного производящего контура, иногда называются соответственно *положительными* или *отрицательными*.

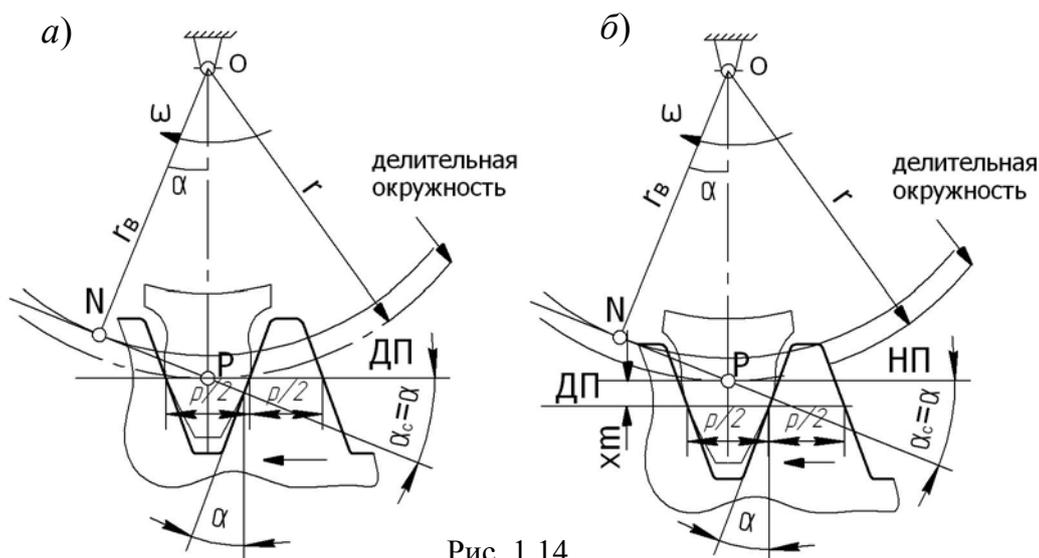


Рис. 1.14

Колесо со смещением имеет те же делительную и основную окружности, что и нулевое колесо, то есть формулы (1.7), (1.8), (1.9), (1.10) справедливы для колес с любым x . Смещение рейки приводит лишь к изменению высот делительной головки и делительной ножки зуба, диаметров вершин и впадин, и толщины зуба по делительной окружности. Высоты головки и ножки при этом

$$h_a = m(h_a^* + x),$$

$$h_f = m(h_a^* + c - x),$$

поэтому

$$d_a = 2(r + h_a^* m + xm) = m(z + 2h_a^* + 2x),$$

$$d_f = 2[r - m(h_a^* + c^*) + xm] = m(z - 2h_a^* - 2c^* + 2x).$$

Во многих случаях величину d_a колеса со смещением приходится брать несколько меньшей, поскольку при указанной величине не всегда получается достаточный радиальный зазор в зацеплении двух колес.

Делительная толщина зуба изменяется при смещении на величину, которую легко определить с помощью рис. 1.15. Из Δabc

$$\Delta = xmtg\alpha,$$

следовательно,

$$s = \frac{p}{2} + 2\Delta = m\left(\frac{\pi}{2} + 2xtg\alpha\right). \quad (1.11)$$

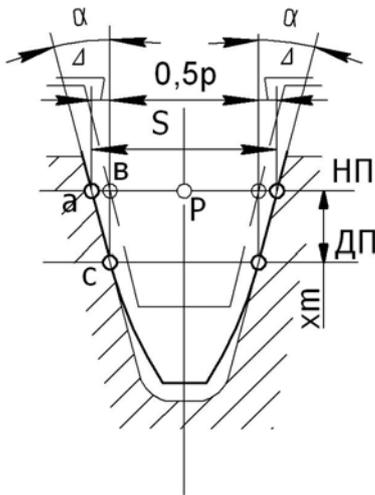


Рис. 1.15

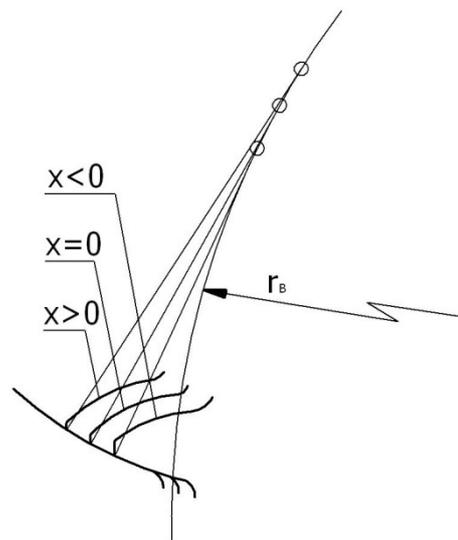


Рис. 1.16

При положительном смещении делительная толщина зуба увеличивается по сравнению с нулевым колесом, а при отрицательном — уменьшается. Соответственно изменяется прочность зуба, увеличиваясь у положительного колеса и уменьшаясь у отрицательного. На рис. 1.14, 1.16 показано влияние смещения на форму профиля нарезаемого зуба. Следует обратить внимание на то, что поскольку основная окружность у нулевого и ненулевых колес одна и та же, то и форма эвольвенты у них одна и та же. Изменяется лишь участок эвольвенты, по которому очерчивается профиль. На рис. 1.16 видно также, что с увеличением смещения увеличивается не только толщина зуба, но и радиусы кривизны профиля. Это положительно сказывается на прочности рабочей поверхности зуба — она возрастает.

Колеса со смещением ИПК называют также корригированными, что означает – «исправленными». Термин «корригирование» устарел, но иногда встречается в литературе.

1.7. Подрез зубьев реечным инструментом

В процессе нарезания зубчатого колеса может наблюдаться явление, когда переходная кривая профиля зуба пересекает эвольвенту, подходя к ней со стороны тела зуба (рис. 1.17, а). Это явление получило название *подреза зубьев*. Несмотря на то, что подрезанный зуб может обеспечить правильное зацепление, в большинстве случаев подрез недопустим, так как снижает прочность зуба на изгиб. Подробный анализ показывает, что при нарезании зубьев реечным инструментом (рейкой или червячной фрезой) подрез возникает, если в станочном зацеплении граничная прямая рейки (ГП) пересекает продолжение линии зацепления в точке K , находящейся за предельной точкой N (рис. 1.17, б). Это может случиться, когда число зубьев нарезаемого колеса мало или колесо нарезается с большим отрицательным смещением. Таким образом, исходное условие отсутствия подреза можно выразить неравенством

$$PK \leq PN. \quad (1.12)$$

Если реечный инструмент расположить так, чтобы соблюдалось условие (1.12), то нарезаемое колесо не будет иметь подреза зубьев, причем в случае $PK=PN$ нарежется так называемое *предельное колесо*.

Установим зависимость между числом зубьев зубчатого колеса без подреза и смещением реечного инструмента. Из $\triangle PLK$ и $\triangle PON$ находим

$$PK = \frac{PL}{\sin \alpha} = \frac{h_a^* m - xm}{\sin \alpha},$$

$$PN = r \sin \alpha = \frac{mz}{2} \sin \alpha. \quad (1.13)$$

Подставив найденные значения PK и PN в (1.12), получим

$$\frac{h_a^* m - xm}{\sin \alpha} \leq \frac{mz \sin \alpha}{2},$$

откуда находим

$$z \geq \frac{2(h_a^* - x)}{\sin^2 \alpha}. \quad (1.14)$$

Знак равенства в выражении (1.14) определяет наименьшее число зубьев колеса, нарезанного без подреза при данном смещении. Например, при $x=0$

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}.$$

Для стандартного инструмента $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $z_{\min} = \frac{2}{\sin^2 20^\circ} \approx 17$.

Таким образом, при нарезании нулевого колеса ($x = 0$) стандартным реечным инструментом минимальное число зубьев колеса, при котором отсутствует их подрез, равно 17. Если $z < 17$, зубья будут подрезаны тем больше, чем меньше z .

Разрешим условие (1.14) относительно коэффициента смещения x

$$x \geq h_a^* - \frac{z}{2} \sin^2 \alpha.$$

Полученное условие определяет величину смещения, необходимого для нарезания колеса без подреза зубьев.

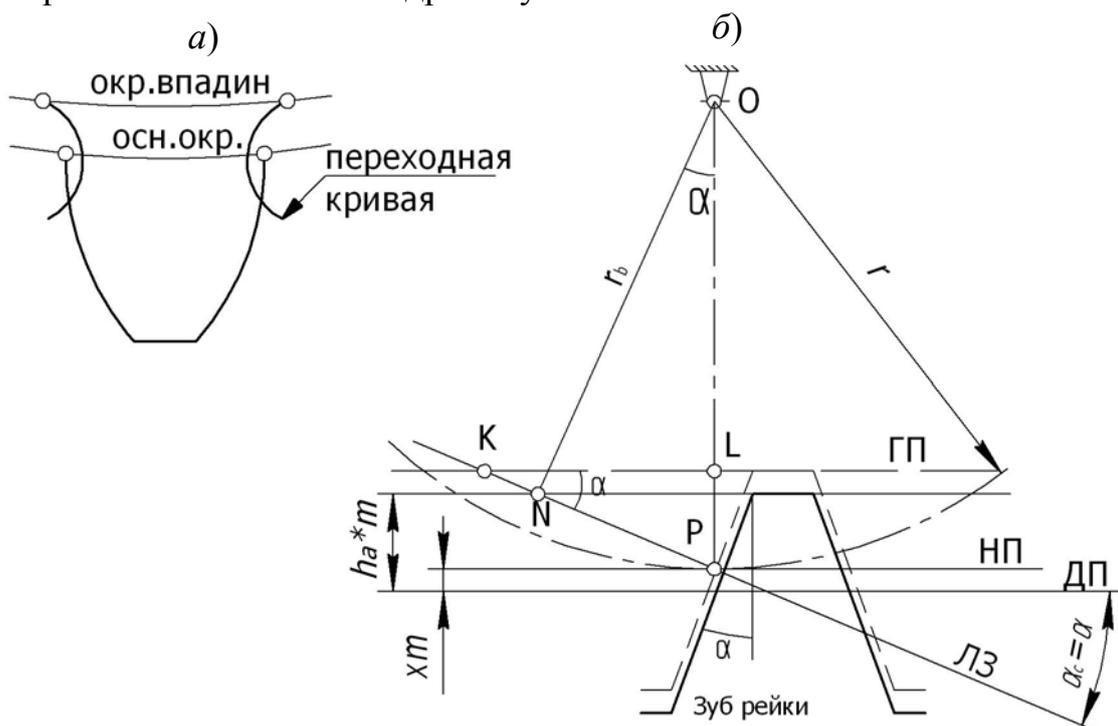


Рис. 1.17

Знак равенства определяет коэффициент наименьшего смещения, при котором нарезается предельное зубчатое колесо с данным числом зубьев. В этом случае граничная прямая проходит через предельную точку N линии станочного зацепления (см. рис. 1.17, б). При $h_a^* = 1$ и $\alpha = 20^\circ$ получаем

$$x_{\min} = 1 - \frac{z}{17} = \frac{17 - z}{17}. \quad (1.15)$$

Рассмотрим примеры. Пусть $z < 12$, тогда $x_{\min} = \frac{5}{17} = 0,29$ то есть для устранения подреза необходимо дать рейке наименьшее положительное смещение $mx_{\min} = 0,29m$. Если $z = 25$, получим $x_{\min} = -\frac{8}{17} = -0,47$, то есть подреза не будет при отрицательных смещениях вплоть до $-0,47m$ и лишь при меньших смещениях зубья будут подрезанными.

Подрез зубьев возможен также в процессе нарезания колес долбяками. Условия отсутствия подреза в этом случае выражаются более сложными формулами.

1.8. Внешнее зацепление эвольвентных зубчатых колес

Внешнее эвольвентное зацепление показано на рис. 1.18. Основные геометрические параметры его – угол зацепления α_w и начальные радиусы r_{w1} и r_{w2} , сумма которых дает межосевое расстояние a_w . Величины этих параметров зависят в свою очередь от параметров каждого из входящих в зацепление колес.

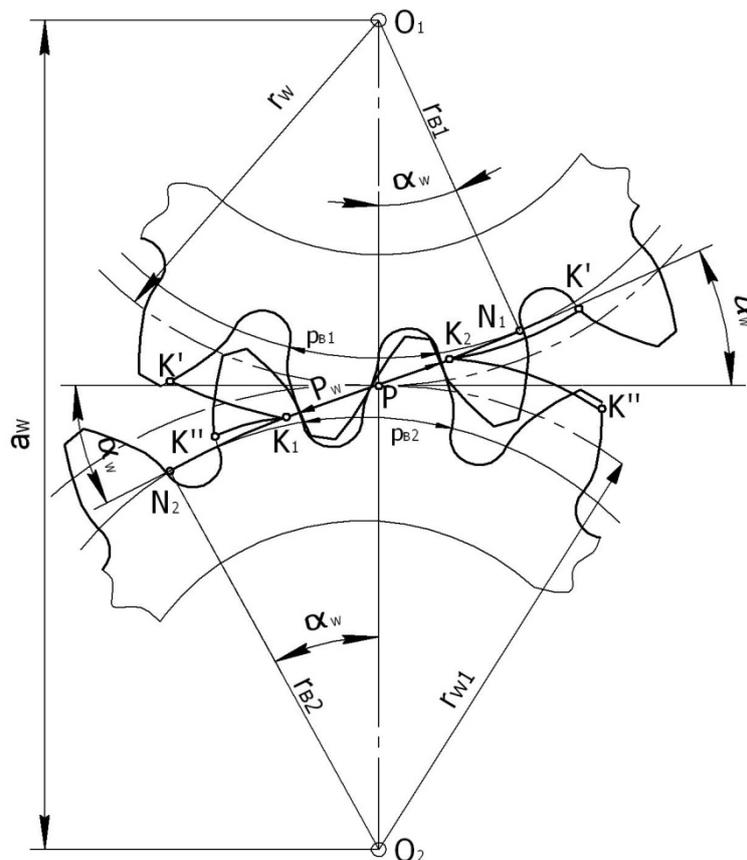


Рис. 1.18

Рассмотрим еще одно свойство эвольвентного зацепления, не указанное ранее. Оно состоит в том, что два эвольвентных зубчатых колеса с одинаковыми основными шагами ($p_{b1} = p_{b2}$) могут находиться в зацеплении друг с другом. Действительно, согласно 4-му свойству эвольвенты

$$p_{b1} = p_w; \quad p_{b2} = p_w,$$

где p_w – шаг по нормали к профилям, называемый шагом эвольвентного зацепления. Ранее показано, что основная окружность и основной шаг остаются постоянными при любом смещении исходного производящего контура. Таким образом, приходим к следующему важному выводу.

Два эвольвентных зубчатых колеса одного модуля могут находиться в зацеплении друг с другом независимо от чисел зубьев колес и от того, с какими смещениями нарезано каждое из них. Геометрические параметры зацепления (начальные радиусы, угол зацепления и другие) будут зависеть от параметров обоих зубчатых колес.

Определение основных геометрических параметров внешнего зацепления. Для определения угла зацепления α_w найдем сначала зависимость между начальной и делительной толщинами зубьев (рис. 1.19). Для этого используем инволютную функцию. Угол профиля в точке, находящейся на делительной окружности, равен углу станочного зацепления α , угол профиля в точке на начальной окружности равен углу зацепления колес α_w .

Из рисунка имеем

$$\gamma_{w1} + \theta_w = \gamma_1 + \theta_1$$

Подставим в это выражение следующие значения

$$\gamma_{w1} = \frac{s_{w1}}{2r_{w1}}, \quad \gamma_1 = \frac{s_1}{2r_1},$$

$$\theta_w = \text{inv}\alpha_w, \quad \theta_1 = \text{inv}\alpha,$$

а также учтем, что

$$2r_{w1} = m_w z_1, \quad 2r_1 = m z_1,$$

где m_w и m – соответственно начальный и делительный модули. Получим

$$\frac{s_{w1}}{m_w z_1} + \text{inv}\alpha_w = \frac{s_1}{m z_1} + \text{inv}\alpha,$$

$$\frac{s_{w1}}{m_w} = \frac{s_1}{m} + z_1(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w). \quad (1.16)$$

Для второго зубчатого колеса имеем те же углы α и α_w .
Поэтому аналогично

$$\frac{s_{w2}}{m_w} = \frac{s_2}{m} + z_2(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w), \quad (1.17)$$

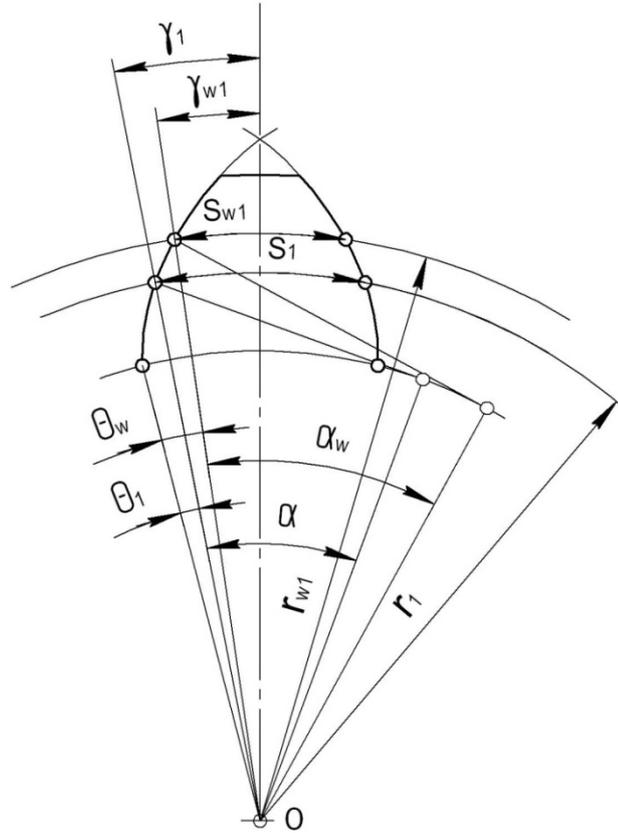


Рис. 1.19

Складывая (1.16) и (1.17), получим

$$\frac{s_{w1} + s_{w2}}{m_w} = \frac{s_1 + s_2}{m} + (z_1 + z_2)(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w). \quad (1.18)$$

Будем считать, что зацепление колес происходит без бокового зазора между зубьями («плотное зацепление»).

Очевидно, что в этом случае сумма толщин $s_{w1} + s_{w2}$ должна быть точно равна начальному окружному шагу зацепления.

Тогда

$$\frac{s_{w1} + s_{w2}}{m_w} = \frac{p_w}{m_w} = \pi, \quad (1.19)$$

Далее согласно формуле (1.11) имеем

$$\frac{s_1 + s_2}{m} = \frac{m\left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg}\alpha\right) + m\left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg}\alpha\right)}{m} = \pi + 2(x_1 + x_2) \operatorname{tg}\alpha, \quad (1.20)$$

С учетом (1.19) и (1.20) из (1.18) окончательно находим

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \operatorname{inv}\alpha + \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg}\alpha}{z_1 + z_2}. \quad (1.21)$$

Чтобы воспользоваться этой формулой, нужно по таблице инволют найти $\operatorname{inv}\alpha$, вычислить $\operatorname{inv}\alpha_w$ и по той же таблице определить α_w .

Из формулы (1.21) следует, что при одной и той же сумме чисел зубьев $z_1 + z_2$ угол зацепления зависит только от коэффициента суммы смещений $x_\Sigma = x_1 + x_2$, причем с увеличением x_Σ угол зацепления возрастает.

Определив α_w , нетрудно найти начальные радиусы колес и межосевое расстояние

$$r_{w1} = \frac{r_{b1}}{\cos\alpha_w}, \quad r_{w2} = \frac{r_{b2}}{\cos\alpha_w},$$

$$a_w = r_{w1} + r_{w2}. \quad (1.22)$$

Из этих формул следует, что с увеличением угла зацепления межосевое расстояние возрастает (см. рис. 1.9). Можно определить a_w не вычисляя начальные радиусы. Для этого на основании (1.22) напишем

$$a_w = \frac{1}{\cos\alpha_w} (r_{b1} + r_{b2})$$

или с учетом (1.9)

$$a_w = \frac{1}{\cos\alpha_w} \left(\frac{mz_1}{2} \cos\alpha + \frac{mz_2}{2} \cos\alpha \right).$$

Окончательно

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}. \quad (1.23)$$

Пример. Определить угол зацепления и межосевое расстояние внешнего «плотного» зацепления колес, нарезанных стандартным реечным инструментом, если известно: $z_1 = 15$, $z_2 = 35$, и $m = 5$ мм, $x_1 = 0,5$, $x_2 = 0$.

Решение. Так как инструмент стандартный ($\alpha = 20^\circ$), по таблице инволют находим $\operatorname{inv}\alpha = \operatorname{inv} 20^\circ = 0,0149$.

По формуле (1.21)

$$\operatorname{inv}\alpha_w = 0,0149 + \frac{2 \cdot 0,5 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{50} = 0,02218 ;$$
$$\alpha_w = 22^{\circ} 43' = 22,72^\circ .$$

По формуле (1.23)

$$a_w = \frac{5 \cdot 50}{2} \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\cos 22,72^\circ} = 127,35 \text{ мм.}$$

Расчетом зацепления предусматривается также вычисление коэффициентов воспринимаемого и уравнительного смещений. *Коэффициентом воспринимаемого смещения* называется отношение к модулю величины изменения межосевого расстояния, происходящего в результате изменения угла зацепления от α до α_w

$$y = \frac{a_w - a}{m} .$$

Согласно (1.23) при $\alpha_w = \alpha$

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} , \quad (1.24)$$

следовательно

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} - 1 \right) .$$

Коэффициентом уравнительного смещения называется разность

$$\Delta y = x_\Sigma - y .$$

На величину $2\Delta y$ обычно уменьшают диаметр вершин зубчатых колес с целью получения в зацеплении стандартных радиальных зазоров $c_1 = c_2 = c^*m$ (см. замечание после формул для определения d_a и d_f на с. 25).

Сопряженные точки профилей. Сопряженными называются такие две точки, взятые на сопряженных профилях, которые, одновременно попадая на линию зацепления, образуют общую контактную точку. В процессе проектирования зацепления возникает необходимость в нахождении сопряженных точек. Обычно одна из точек задается, а сопряженную с ней требуется найти. Для этого используется следующее правило.

Чтобы найти на профиле зуба колеса 2 (см. рис. 1.18) точку K'' , сопряженную с заданной точкой K' на профиле зуба колеса 1, следует сначала найти на линии зацепления точку K , в которой точки K' и K'' совпадут

друг с другом. С этой целью засекаем линию зацепления дугой окружности радиуса O_1K' . Затем дугой окружности радиуса O_2K засекаем профиль зуба колеса 2. Получим точку K'' , сопряженную с точкой K' . Аналогично находится точка профиля зуба колеса 1, сопряженная с заданной точкой профиля зуба колеса 2.

Активный профиль зуба и активная линия зацепления. Активной линией зацепления называется часть линии зацепления, на которой происходит взаимодействие сопряженных профилей. Она представляет собой отрезок K_1K_2 (рис. 1.20), заключенный между окружностями вершин.

Активным профилем зуба называется часть профиля, по которой происходит взаимодействие с профилем зуба парного зубчатого колеса. Иначе говоря, это часть профиля, заключенная между его крайними точками, участвующими в контакте. На рис. 1.20 показаны активные профили ab и cd . Верхней точкой активного профиля является его вершина, нижней – точка, сопряженная с вершиной профиля парного колеса. Таким образом, точка b находится как сопряженная с точкой c , а точка d – как сопряженная с точкой a . Для этого профиль зуба колеса 1 засекается дугой радиуса O_1K_2 , а профиль зуба колеса 2 – дугой радиуса O_2K_1 .

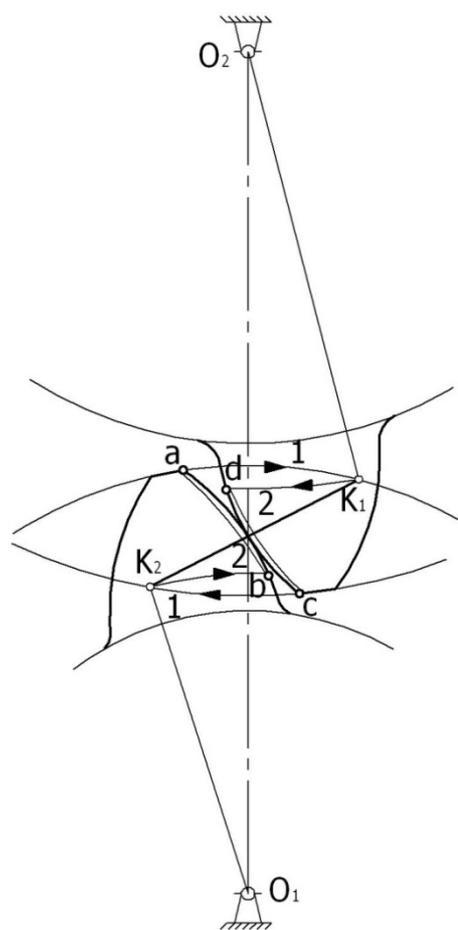


Рис. 1.20

Активные профили необходимо определять, в частности, при проектировании модульных фрез с тем, чтобы можно было сделать скругление профиля, не заходя на активный профиль. В противном случае эвольвентный профиль сопряженного зуба будет упираться в переходную кривую (скругление), из-за чего произойдет заклинивание передачи.

Виды внешнего эвольвентного зацепления. Из формулы (1.21) следует, что угол зацепления зубчатых колес можно изменять за счет коэффициентов смещения x_1 и x_2 . В зависимости от величины этих коэффициентов принято различать следующие виды зацепления.

Нулевое несмещенное зацепление. Образуется при зацеплении двух нулевых колес друг с другом. Для него характерно:

а) $x_1 = 0; x_2 = 0; x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0;$

б) угол зацепления равен углу профиля реечного инструмента $\alpha_w = \alpha$ (см. формулу (1.21));

в) начальные окружности колес совпадают с их делительными окружностями (следует из формул (1.9) и (1.22));

г) межосевое расстояние кратно половине модуля (см. формулу (1.24)).

Нулевое равносмещенное зацепление. Образуется при зацеплении положительного колеса с отрицательным, когда коэффициенты смещения одинаковы по абсолютной величине. Для него характерно: $x_1 = -x_2, x_\Sigma = 0$, следовательно, угол зацепления, начальные окружности и межосевое расстояние остаются такими же, как и у нулевого несмещенного зацепления, но изменяются делительные толщины зубьев (формула (1.11)).

Неравносмещенное зацепление. Образуется при зацеплении двух зубчатых колес, когда $x_\Sigma \neq 0$. Здесь различают *положительное* и *отрицательное* зацепления. Для положительного характерно:

а) $x_\Sigma > 0;$

б) $\alpha_w > \alpha;$

в) начальные радиусы больше делительных;

г) межосевое расстояние больше, чем у нулевого зацепления.

Для отрицательного:

а) $x_\Sigma < 0;$

б) $\alpha_w < \alpha;$

в) начальные радиусы меньше делительных;

г) межосевое расстояние меньше, чем у нулевого зацепления.

В практике машиностроения находят применение все указанные виды зацепления, но особенно часто встречаются нулевые и положительные и значительно реже – отрицательные. Смысл применения того или иного вида зацепления разъясняется в п. 1.10.

1.9. Основные показатели качества зацепления

Качество работы зубчатой передачи определяется в основном прочностью зубьев, их износостойкостью, плавностью вращения колес и характеризуется качественными показателями зацепления.

Основные из них – коэффициент перекрытия, удельное скольжение зубьев, коэффициент изменения контактной прочности и коэффициент формы зуба.

Коэффициент перекрытия. Рассмотрим процесс зацепления эвольвентных зубьев с точки зрения его непрерывности. Для этого изобразим сопряженные профили зубьев в моменты их контакта в точках K_1 и K_2 активной линии зацепления (рис. 1.21). Очевидно, что при ведущем колесе 1 взаимодействие пары зубьев начинается в точке K_2 (начальная контактная точка) и закончится в точке K_1 (конечная контактная точка). За время зацепления одной пары зубьев контактная точка пройдет путь, равный длине g_α активной линии зацепления.

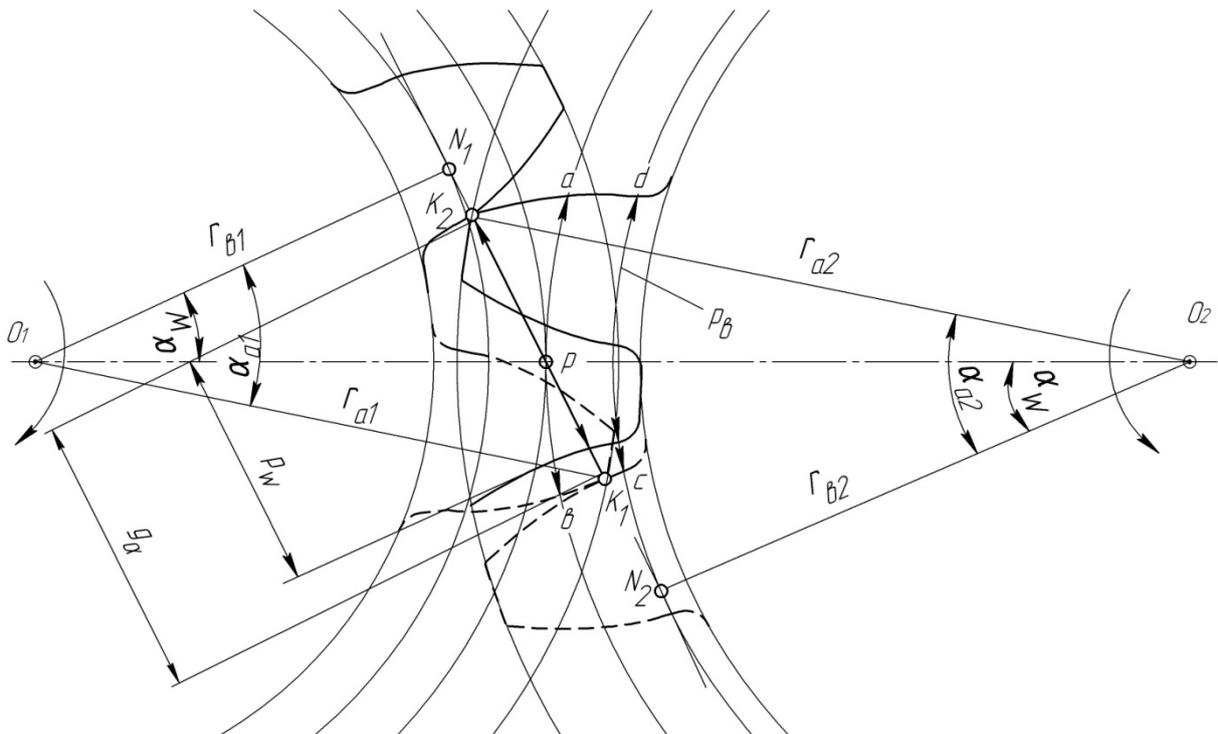


Рис. 1.21

Для осуществления непрерывного правильного зацепления необходимо, чтобы очередная пара зубьев начинала взаимодействовать до того момента, когда взаимодействие предыдущей пары закончится. Такая смена взаимодействующих пар зубьев называется пересопряжением. Оно возможно при условии, если шаг зацепления p_w будет не меньше длины активной линии зацепления, то есть когда

$$\varepsilon = \frac{g_\alpha}{p_w} \geq 1. \quad (1.25)$$

Отношение ε активной линии зацепления к шагу зацепления называется *коэффициентом торцового перекрытия*. Если коэффициент перекрытия будет меньше единицы, то профили зубьев не смогут выйти из зацепления в точке K_1 , и зуб ведущего колеса 1 начнет скользить верхней кромкой по зубу ведомого. Контактная точка будет перемещаться по окружности вершин ведущего колеса, в результате чего нарушится передаточное отношение. Если затем произойдет сход кромки зуба колеса 1 с профиля зуба колеса 2, то очередная пара зубьев войдет в зацепление с ударом. Таким образом, при $\varepsilon < 1$ правильная работа зубчатых колес невозможна. Случай $\varepsilon = 1$ – предельный и на практике не встречается. Считается, что чем больше коэффициент перекрытия, тем более плавно работает зубчатая передача. Следовательно, этот коэффициент в какой-то мере характеризует плавность зацепления. Для зубчатых колес прямозубого внешнего зацепления, нарезанных стандартным зуборезным инструментом, можно получить ε не более двух, то есть коэффициент перекрытия выражается обычно дробным числом, находящимся в пределах

$$1 < \varepsilon < 2.$$

Это означает, что в зацеплении попеременно находятся то одна, то две пары зубьев, причем время, приходящееся на двухпарное зацепление, будет тем больше, чем больше ε . Рассмотрим вопрос о вычислении коэффициента перекрытия. Наиболее просто определить ε по формуле (1.25), имея чертеж зацепления (см. рис. 1.21). Если же чертежа нет, то величины g_α и p_w можно вычислить через размеры зубчатых колес и получить расчетную формулу для коэффициента перекрытия. Из рис. 1.21 находим

$$g_\alpha = PK_1 + PK_2,$$

$$PK_1 = N_1K_1 - PN_1 = r_{b1}\operatorname{tg}\alpha_{a1} - r_{b1}\operatorname{tg}\alpha_w,$$

$$PK_2 = N_2K_2 - PN_2 = r_{b2}\operatorname{tg}\alpha_{a2} - r_{b2}\operatorname{tg}\alpha_w.$$

Следовательно,

$$\varepsilon = \frac{1}{p_w} [r_{b1}(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w) + r_{b2}(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w)]. \quad (1.26)$$

Подставляя в (1.26) значения основных радиусов по формуле (1.9), а также $p_w = p_b = \pi m \cos\alpha$, после преобразований получим

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_1(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w) + z_2(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w)].$$

Значения углов профиля на окружностях вершин определяются выражениями

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}}, \quad \cos \alpha_{a2} = \frac{d_{b2}}{d_{a2}}.$$

Из формулы (1.25) следует, что при одном и том же значении шага зацепления, а следовательно, и модуля, коэффициент перекрытия зависит от длины активной линии зацепления. В свою очередь, она зависит от числа зубьев колес и угла зацепления. На рис. 1.22 показано, что длина активной линии зацепления и коэффициент перекрытия возрастают с увеличением диаметров (чисел зубьев) колес (рис. 1.22, а), с уменьшением угла зацепления (рис. 1.22, б) или высоты зубьев (рис. 1.22, в).

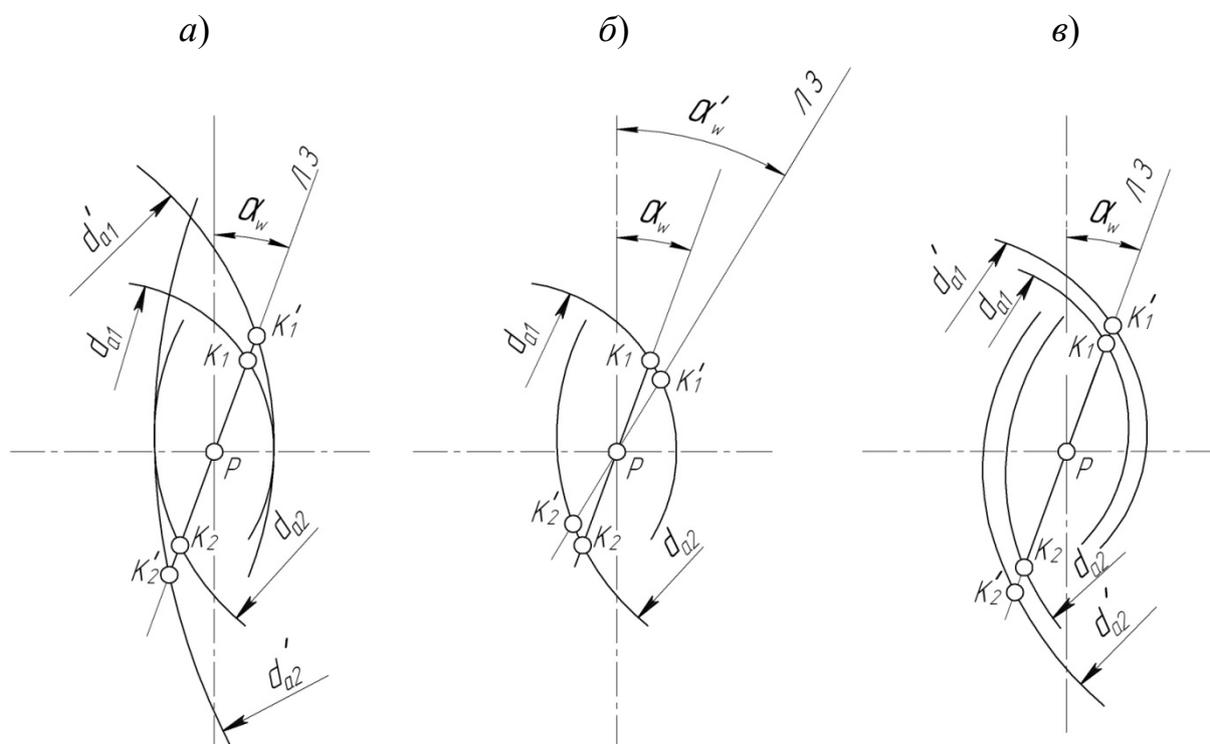


Рис. 1.22

Удельное скольжение зубьев. Покажем, что в эвольвентном зацеплении взаимодействие сопряженных профилей происходит со скольжением их друг по другу. Возьмем два взаимодействующих профиля Π_1 и Π_2 (рис. 1.23, а), связанные со своими центроидами Π_1 и Π_2 . Применим метод обращения движения, для чего зададим звеньям (колесам) добавочную угловую скорость $(-\omega_1)$ вокруг оси O_1 .

Тогда колесо 1 и его центроид Π_1 станут неподвижными; а центроид Π_2 покатится по центроиде Π_1 с угловой скоростью $\omega_1 + \omega_2$. Относительное же движение колес и профилей зубьев останется прежним.

Профиль Π_2 будет скользить по неподвижному профилю Π_1 со скоростью

$$V_s = PK(\omega_1 + \omega_2), \quad (1.27)$$

где PK – расстояние контактной точки K до полюса зацепления.

Очевидно, что скольжение профилей происходит и в действительном (необращенном) движении зубчатых колес, причем скорость скольжения возрастает по мере удаления контактной точки K от полюса зацепления. В полюсе зацепления $V_s = 0$, поскольку $PK = 0$, а при переходе точки K через полюс направление скорости скольжения изменяется.

Скольжение профилей приводит к механическим потерям в зацеплении и к износу рабочих поверхностей зубьев, которое становится особенно ощутимым, когда на них попадают абразивные частицы (пыль и т. п.). Однако износ зуба зависит не только от величины V_s , но, от того, как перемещается контактная точка по профилю зуба. Чем меньше скорость этого перемещения, тем, очевидно, интенсивнее износ. Поэтому для характеристики износостойкости зубьев вводится показатель, называемый *удельным скольжением* зубьев.

Удельное скольжение ϑ есть отношение скорости скольжения профилей зубьев к скорости V_F перемещения контактной точки по поверхности зуба

$$\vartheta = \frac{V_s}{V_F}. \quad (1.28)$$

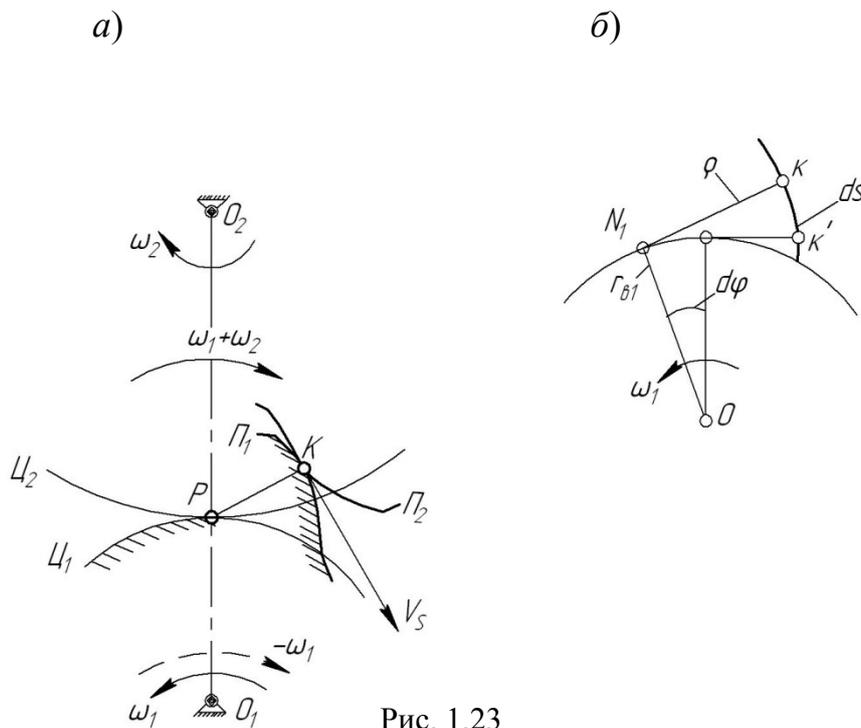


Рис. 1.23

Для вычисления V_s обратимся к рис. 1.23 б, на котором изображена часть основной окружности с эвольвентным профилем. Пусть за время dt зубчатое колесо 1 поворачивается на угол $d\varphi$, а контактная точка K перемещается по профилю зуба на величину ds . Обозначив в пределе радиус кривизны дуги ds через ρ , получим

$$ds = \rho d\varphi$$

или после деления на dt

$$v_F = \omega_1 \rho = \omega_1 (N_1 K). \quad (1.29)$$

Теперь на основании (1.27), (1.28) и (1.29) получаем для колеса 1

$$\vartheta_1 = \frac{PK}{N_1 K} \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1} = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \frac{PK}{N_1 K},$$

где $u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$ – передаточное число.

Аналогично для колеса 2

$$\vartheta_2 = \frac{PK}{N_2 K} \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_2} = (1 + u) \frac{PK}{N_2 K}.$$

В этих формулах PK – расстояние от полюса зацепления до общей контактной точки, меняющей свое положение на линии зацепления; $N_1 K$, и $N_2 K$ – расстояния от контактной точки до предельных точек линии зацепления. Изменяя положение общей контактной точки K на линии зацепления, можно показать следующее. В нижних точках активных профилей (точки b и d на рис. 1.20) удельные скольжения достигают обычно наибольших значений, которые вычисляются по формулам

$$\vartheta_{H1} = \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right) \frac{PK_2}{N_1 K_2}, \quad (1.30)$$

$$\vartheta_{H2} = \left(1 + \frac{z_2}{z_1}\right) \frac{PK_1}{N_2 K_1}. \quad (1.31)$$

При совпадении контактной точки с полюсом $PK = 0$, $\vartheta_1 = 0$ и $\vartheta_2 = 0$; при приближении ее к предельной точке N_1 , линии зацепления $N_1 K \rightarrow 0$, $\vartheta_1 \rightarrow \infty$ а при приближении точки K к точке N_2 – $N_2 K \rightarrow 0$ и $\vartheta_2 \rightarrow \infty$. Ввиду этого не рекомендуется проектировать зацепление так, чтобы точки K_1 и K_2 активной линии зацепления подходили близко к точкам N_1 и N_2 .

Выразив отрезки PK_1 , PK_2 , $N_1 K_2$ и $N_2 K_1$ через тангенсы угла зацепления и углов профилей на окружностях вершин, получим формулы для вы-

числения наибольших удельных скольжений при отсутствии чертежа зацепления

$$\vartheta_{H1} = \frac{(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w)(1+u)}{\operatorname{tg}\alpha_w - u(\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha_w)},$$

$$\vartheta_{H2} = \frac{(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w)(1+u)}{u\operatorname{tg}\alpha_w - (\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_w)}.$$

Из формул (1.30) и (1.31) видно, что для уменьшения удельных скольжений и повышения износостойкости зубьев следует уменьшать отношения $\frac{PK_1}{N_2K_1}$ и $\frac{PK_2}{N_1K_2}$.

Это достигается как увеличением чисел зубьев колес, так и увеличением угла зацепления.

Коэффициент изменения контактной прочности зубьев. При передаче зубчатым зацеплением крутящего момента зубья колес испытывают взаимное давление. От этого на их рабочих поверхностях появляются напряжения, называемые контактными напряжениями. В теории упругости известна следующая формула для их вычисления:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{qE \frac{1}{\rho}}. \quad (1.32)$$

Здесь q – удельная нагрузка на зубья (на 1 см длины зуба); E – приведенный модуль упругости материалов, из которых изготовлены зубчатые венцы; $\frac{1}{\rho}$ – приведенная кривизна профилей зубьев в общей контактной точке, равная для внешнего зацепления

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}, \quad (1.33)$$

где ρ_1 и ρ_2 – радиусы кривизны профилей в контактной точке.

Из (1.32) и (1.33) следует, что чем больше радиусы кривизны профилей зубьев, тем меньше приведенная кривизна, а значит, и возникающие контактные напряжения. Следовательно, можно увеличивать передаваемую зубьями нагрузку (нагрузочную способность передачи) за счет увеличения радиусов кривизны их профилей.

При вычислении напряжений или допускаемой нагрузки по формуле (1.32) обычно принимают радиусы кривизны для контактной точки, совпадающей с полюсом зацепления. Тогда согласно 2-му свойству эвольвенты $\rho_1 = N_1P$, $\rho_2 = N_2P$. Увеличения N_1P и N_2P можно достичь, увеличивая либо

числа зубьев колес (при том же модуле зацепления), либо угол зацепления (то есть применяя положительные смещения инструмента при нарезании зубьев).

В последнем случае принято оценивать влияние угла зацепления на нагрузочную способность зубчатой передачи коэффициентом изменения контактной прочности φ , показывающим, во сколько раз изменяется допустимая передаваемая нагрузка при изменении угла зацепления с $\alpha = 20^\circ$ до α_w . Ввиду громоздкости вывода приводим окончательное выражение этого коэффициента

$$\varphi = \frac{\sin 2\alpha}{\sin 40^\circ}. \quad (1.34)$$

Например, если повысить угол зацепления с 20° до 28° , то нагрузочная способность зубчатой передачи (по контактным напряжениям) возрастет при прочих равных условиях в 1,29 раза, то есть на 29 %. Следует заметить, что формула (1.34) не очень точна, потому что не учитывает некоторых реальных факторов, влияющих на величину контактных напряжений, – наличие смазки, деформации зубьев и др.

Коэффициент формы зуба. Этот показатель характеризует прочность зуба на изгиб, то есть он также определяет нагрузочную способность передачи.

Способы вычисления коэффициентов формы зуба довольно сложны и излагаются в специальной литературе по зубчатым передачам и частично в курсе деталей машин. Поэтому ограничимся здесь лишь указанием на то, что коэффициент формы зуба (обозначается Y) и прочность зуба на изгиб увеличиваются с увеличением числа зубьев колеса и коэффициента смещения x . Прочность зуба при увеличении x возрастает главным образом потому, что зуб становится более толстым у основания (см. рис. 1.16).

Наилучшего эффекта можно добиться, обеспечив равнопрочность зубьев обоих колес. Это достигается соответствующим подбором коэффициентов смещения x_1 и x_2 .

1.10. Основы геометрического проектирования эвольвентного зацепления

Задачи проектирования. Проектирование зубчатой передачи состоит в подборе таких ее параметров, при которых обеспечивается требуемая нагрузочная способность, долговечность и другие качества передачи. В предыдущем разделе указано, что качество работы зубчатой передачи (ее каче-

ственные показатели) зависит в первую очередь от чисел зубьев колес z_1 и z_2 и коэффициентов смещения x_1 и x_2 исходного производящего контура. Кроме того, прочность зубьев на изгиб определяется еще и модулем зубчатых колес.

Инженерное решение задачи об оптимальном выборе чисел зубьев и модуля колес с учетом кинематических и прочностных требований, предъявляемых к данной зубчатой передаче, рассматривается в курсе деталей машин. Однако такая задача должна решаться с учетом возможности изменения формы зубьев за счет «коррекции», то есть нарезания колес со смещением. Это позволяет улучшить качественные показатели зацепления и тем самым увеличить контактную и изгибную прочность зубьев, повысить их износостойкость и другие качества.

Под геометрическим проектированием зацепления понимается мотивированный (обоснованный) выбор коэффициентов смещения x_1 и x_2 , обеспечивающих требуемое качество зацепления при данных конкретных условиях его работы, а также определение размеров зубчатых колес и параметров зацепления по принятым значениям x_1 и x_2 . При этом модуль и числа зубьев колес считаются известными. Определение размеров колес и параметров зацепления рассмотрено выше, поэтому остановимся на вопросе о выборе коэффициентов смещения.

Основные соображения по выбору коэффициентов смещения. В процессе проектирования зубчатой передачи выбор коэффициентов смещения производится на основе одного или нескольких требований, перечисленных ниже.

1. Устранение подрезания ножек зубьев.
2. Повышение прочности зубьев на изгиб.
3. Повышение контактной прочности рабочих поверхностей зубьев.
4. Повышение износостойкости зубьев.
5. Повышение стойкости рабочих поверхностей зубьев к возникновению на них задиров (стойкость против заедания).
6. Увеличение коэффициента перекрытия.
7. Получение межосевого расстояния, не кратного половине стандартного значения модуля.

Как видим, задачи, решаемые коррекцией зацепления, довольно разнообразны. Следует иметь в виду, что невозможно выбрать такие коэффициенты смещения, при которых все предъявляемые требования были бы одновременно максимально удовлетворены. Обычно улучшение одного какого-либо качественного показателя не приводит к желаемому улучшению другого, а иногда и ухудшает его. Поэтому вопрос о рациональном выборе

коэффициентов смещения довольно сложен и противоречив. Наиболее полно он рассматривается в специальной литературе.

Ограничимся общими замечаниями о влиянии коэффициента суммы смещений $x_{\Sigma} = x_1 + x_2$ на основные качественные показатели зацепления. С увеличением x_{Σ} :

- увеличиваются угол зацепления α_w и коэффициент изменения контактной прочности φ ; возрастает контактная прочность зубьев;

- возрастает возможность значительного уменьшения коэффициентов скольжения ϑ_H зубьев, что способствует повышению стойкости зубьев против износа и заедания; при этом конкретные значения ϑ_{H1} и ϑ_{H2} зависят от разбивки x_{Σ} на x_1 и x_2 ;

- как правило, уменьшается коэффициент перекрытия ε , из-за чего может несколько ухудшиться плавность работы зацепления;

- увеличивается коэффициент формы зуба (у положительного колеса), в результате прочность зубьев на изгиб возрастает; конкретные значения Y_1 и Y_2 зависят от x_1 и x_2 .

Таким образом, с увеличением x_{Σ} все качественные показатели зацепления, за исключением коэффициента перекрытия, имеют тенденцию к улучшению. Наоборот, при уменьшении x_{Σ} все показатели, кроме ε , обычно ухудшаются. Именно по указанной причине на практике часто применяют положительные зацепления ($x_{\Sigma} > 0$) и довольно редко – отрицательные ($x_{\Sigma} < 0$).

Некоторого сравнительно небольшого улучшения качественных показателей по сравнению с нулевыми колесами можно достичь применением нулевого равносмещенного зацепления ($x_{\Sigma} = 0$; $x_1 = -x_2$). При этом обычно стремятся получить равнопрочные зубья на обоих колесах. Например, в зацеплении нулевых колес с числами зубьев $z_1 = 12$ и $z_2 = 38$ зубья малого колеса (шестерни) будут подрезаны и потому существенно ослаблены по сравнению с зубьями большого колеса. Для устранения подреза можно изготовить шестерню с коэффициентом смещения $x_1 = 0,35$. Чтобы получить равносмещенное зацепление, колесо следует нарезать с коэффициентом смещения $x_2 = -0,35$. Тогда зубья шестерни и колеса окажутся равнопрочными при одинаковой прочности материалов колес, то есть в целом нагрузочная способность передачи возрастает по сравнению с нулевой несмещенной передачей. Преимущество равносмещенного зацепления состоит в том, что в нем межосевое расстояние не

изменяется, то есть остается таким же как у нулевого несмещенного зацепления. В ряде случаев это дает определенные удобства при конструировании зубчатых приводов.

Определение коэффициентов смещения по блокирующим контурам. Выбор наивыгоднейших коэффициентов смещения сильно упрощается, если использовать так называемые «блокирующие контуры» зубчатых передач.

Блокирующим контуром (рис. 1.24) называется совокупность линий в системе координат x_1 и x_2 , ограничивающая область допустимых коэффициентов смещения, то есть таких их значений, при которых не нарушается ни одно из обязательных условий правильного зацепления зубчатых колес. К таким условиям относятся равенство коэффициента перекрытия величине большей 1, отсутствие подреза и заострения зубьев, а также отсутствие заклинивания передачи в результате упора головки эвольвентного профиля в переходную кривую сопряженного профиля. Форма блокирующего контура зависит от чисел зубьев колес z_1 и z_2 , способа их нарезания (реечным инструментом или долбяком) и характера зацепления (внешнее или внутреннее). Кроме того, она зависит от параметров производящего исходного контура и числа зубьев долбяка.

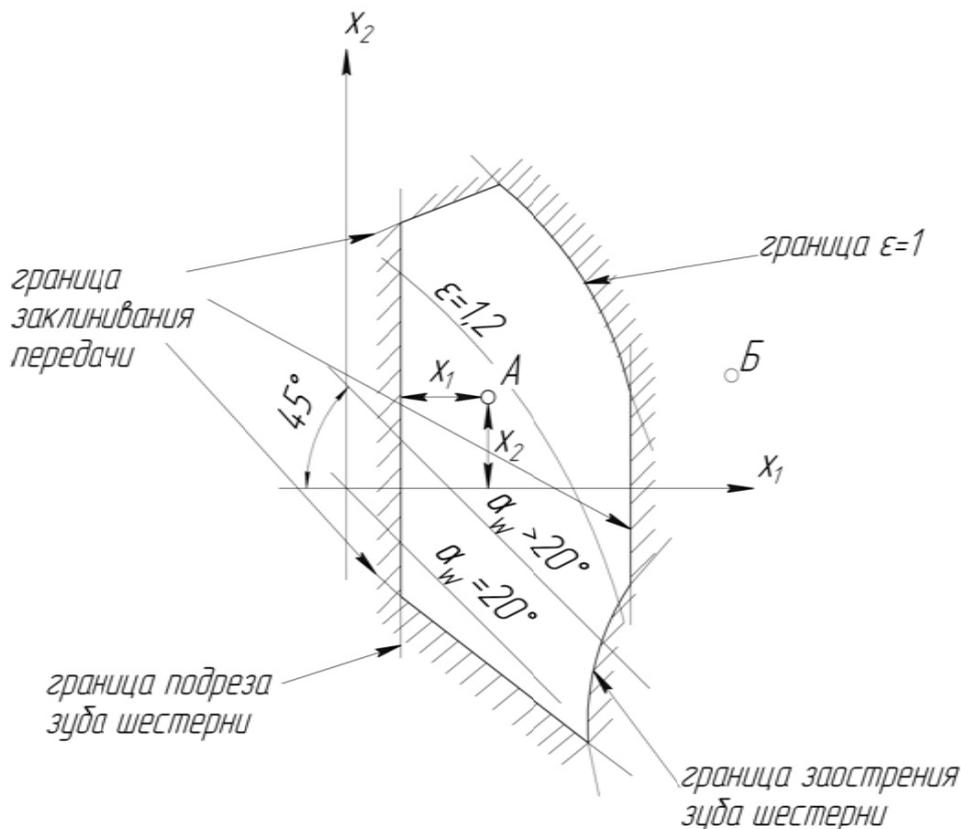


Рис. 1.24

Каждой точке A , взятой внутри блокирующего контура, соответствует некоторое работоспособное зацепление, изготовленное с коэффициентами смещения x_1 и x_2 (координаты точки A), у которого соблюдены все обязательные условия правильного зацепления. Любой точке B , лежащей вне контура, соответствует неработоспособная передача, поскольку у нее нарушится по крайней мере одно из условий правильного зацепления.

Проведем любую прямую, образующую с осями координат углы 45° . Уравнение этой прямой

$$x_1 + x_2 = x_\Sigma = \text{const}.$$

Согласно формулам (1.21) и (1.23) при $x_\Sigma = \text{const}$ имеем $\alpha_w = \text{const}$ и $a_w = \text{const}$, следовательно точки такой прямой определяют все передачи с одинаковыми углами зацепления и межосевыми расстояниями. Если прямая проходит через начало координат, то $x_\Sigma = 0$, $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$ (при стандартном исходном производящем контуре) и $a_w = 0,5 m (z_1 + z_2)$, то есть эта прямая определяет все нулевые передачи. Если прямая проходит выше начала координат, то $x_\Sigma > 0$, $\alpha_w > \alpha$ и $a_w > a$ (положительные передачи), если ниже, то $x_\Sigma < 0$, $\alpha_w < \alpha$ и $a_w < a$ (отрицательные передачи).

Внутри блокирующего контура могут быть нанесены линии, определяющие какие-либо желательные условия зацепления.

Например, на рис. 1.24 показана линия $\varepsilon = 1,2$. Если взять точку ниже этой линии, то у соответствующей передачи получим $\varepsilon > 1,2$, если же выше – получим $\varepsilon < 1,2$. Эта и некоторые другие линии помогают ориентироваться при выборе наиболее выгодных коэффициентов смещения (см. [3]). В последние годы получили распространение программы расчетов геометрии зацеплений на ЭВМ, позволяющие просчитать множество вариантов зубчатой передачи и выбрать оптимальный.

1.11. Внутреннее зацепление эвольвентных зубчатых колес

Внутреннее зацепление показано на рис. 1.25. В этом зацеплении начальная окружность малого колеса (шестерни) находится внутри начальной окружности большого. Полнос P зацепления расположен вне линии центров и делит межосевое расстояние O_1O_2 внешним образом на части обратно пропорциональные угловым скоростям колес:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

Размеры колес внутреннего зацепления определяются аналогично внешнему зацеплению. Угол зацепления и межосевое расстояние можно определить по формулам (1.21), (1.23), (1.24), заменив в них сумму чисел зубьев $z_1 + z_2$ на разность $z_1 - z_2$.

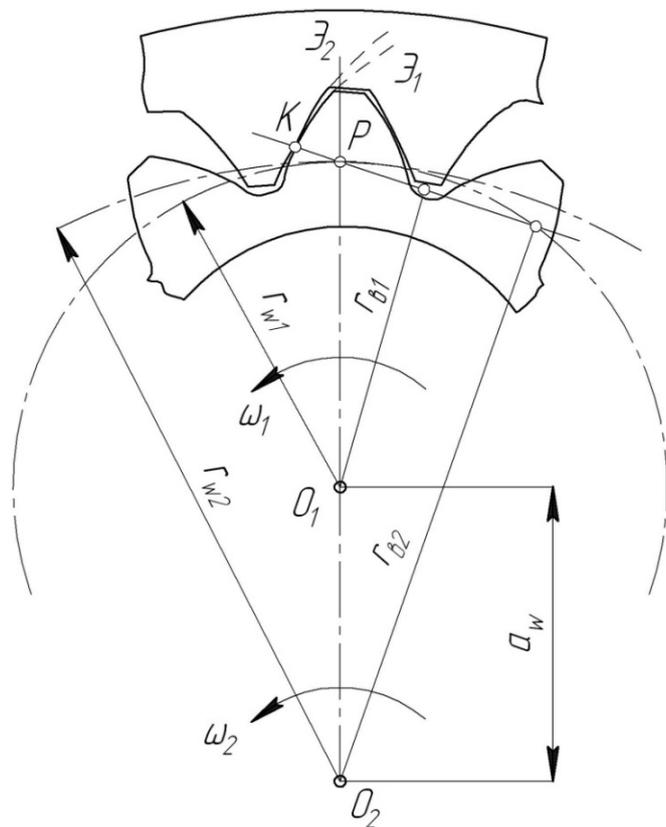


Рис. 1.25

Внутреннее зацепление имеет следующие преимущества по сравнению с внешним:

- меньшие габариты;
- более высокую контактную прочность рабочих поверхностей зубьев, что обусловлено контактом выпуклой поверхности с вогнутой (приведенная кривизна зубьев равна

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1};$$

- меньшие скорости скольжения профилей и, как следствие этого, более высокую износостойкость зубьев (скорость скольжения в произвольной контактной точке

$$V_s = PK(\omega_2 - \omega_3));$$

- несколько больший коэффициент перекрытия.

Таким образом, качественные показатели у внутреннего зацепления в общем более высокие, чем у внешнего. Тем не менее коррекция колес внутреннего зацепления применяется весьма широко, главным образом с целью устранить различные ограничения, препятствующие правильному нарезанию и зацеплению колес.

Возможны внутренние зацепления с малой разностью зубьев $z_2 - z_1$ вплоть до 1 и даже до нуля. В последнем случае получается зубчатая муфта с эксцентриситетом валов.

К недостаткам внутреннего зацепления следует отнести необходимость консольного расположения колес на валах, а также то, что колесо, имеющее внутренний зубчатый венец, может быть нарезано только долбяком. Зубчатые колеса с внутренним зацеплением применяются в основном в планетарных зубчатых механизмах.

1.12. Косозубые цилиндрические колеса

Наряду с прямозубыми колесами большое распространение в машиностроении получили косозубые колеса. Они обеспечивают более плавное движение по сравнению с прямозубыми, работают с меньшим шумом и имеют повышенную нагрузочную способность. Причины этих положительных особенностей косозубых колес будут разьяснены в дальнейшем. Косозубые колеса могут иметь эвольвентный или какой-либо другой профиль зубьев.

Рассмотрим образование боковой поверхности эвольвентного косоого зуба. Возьмем вместо основной окружности *основной цилиндр* (радиуса r_0) и соприкасающуюся с ним плоскость Q (рис. 1.26, а). Выберем на плоскости прямую AB , расположенную под некоторым углом β к образующей цилиндра. Если теперь обкатаем основной цилиндр плоскостью Q , то прямая AB опишет линейчатую поверхность Π , называемую развертывающимся геликоидом. Нетрудно заметить, что эта поверхность состоит из множества эвольвент, образованных движением точек прямой AB . Начала всех эвольвент образуют на основном цилиндре винтовую линию A_0B_0 . Таким образом, зуб, поверхность которого представляет собой развертывающийся геликоид, имеет в любом сечении, перпендикулярном оси колеса, эвольвентный профиль, но все соседние сечения (эвольвенты) повернуты относительно друг друга вокруг оси колеса на бесконечно малый угол.

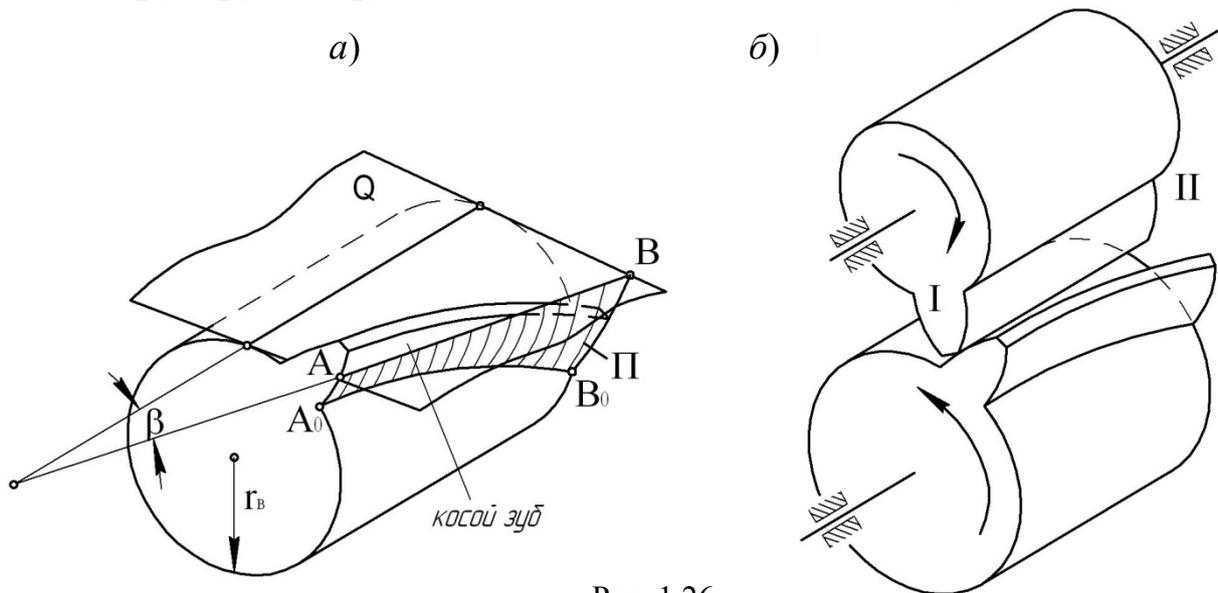


Рис. 1.26

Если обкатать плоскостью Q другой основной цилиндр, то получим второй геликоид. Два геликоида с противоположными направлениями

винтовых линий образуют сопряженные боковые поверхности косых зубьев (рис. 1.26, б), которые соприкасаются друг с другом по прямой линии (линейный контакт). При вращении колес, зубья входят в зацепление и выходят из него постепенно: сначала они соприкасаются в торцовой плоскости I (одной точкой), затем в контакт включаются другие сечения, и контакт становится линейным, а длина контактной линии постепенно возрастает, наконец, достигнув некоторого максимума, длина контактной линии снова постепенно уменьшается, и контакт зубьев заканчивается в торцовой плоскости II (одной точкой). Такое постепенное вхождение косых зубьев в зацепление и постепенный выход из него – одна из причин более плавной работы косозубых колес по сравнению с прямозубыми. Из рассмотрения характера зацепления косозубых колес следует, что в различных сечениях, перпендикулярных осям колес, профили зубьев находятся в различных фазах зацепления. Следовательно, косозубое зацепление, строго говоря, – не плоское и не может быть полностью изучено на плоской модели.

В нем вместо начальных и других окружностей следует рассматривать начальные и другие цилиндры, вместо профилей зубьев – их поверхности и т. д.

В соответствии с этим косозубые колеса характеризуются рядом дополнительных параметров, не свойственных прямозубым колесам.

Основные параметры зацепления косозубых колес. Косозубые колеса можно нарезать как методом копирования, так и методом обкатки. В последнем случае червячная фреза или инструментальная рейка располагается под некоторым углом β к торцевой плоскости нарезаемого колеса и делительная поверхность рейки обкатывается по делительному цилиндру колеса (рис. 1.27, а). Ввиду этого в косозубом колесе различают *нормальный* и *торцовый* (окружной) шаги и модули.

Пересечем рейку плоскостью, нормальной к направлению зубьев (след плоскости – $n - n$), и плоскостью, перпендикулярной оси колеса (след плоскости – $t - t$). Получим нормальное сечение рейки N и торцовое сечение T . Для упрощения чертежа скругленные участки профиля рейки не указаны. Очевидно, что в нормальном сечении все параметры рейки – шаг p_n , модуль m_n , угол профиля α_n , высота зуба h – имеют стандартное значение. В торцовом же сечении остается той же самой только высота зуба, а остальные параметры изменяются.

Из чертежа получаем торцовый шаг и модуль

$$P_t = \frac{P_n}{\cos\beta}, \quad m_t = \frac{P_n}{\pi} = \frac{m}{\cos\beta},$$

где β – угол наклона зубьев.

Для определения торцового угла зацепления α_{wt} , равного α_t , находим

$$\frac{l}{h} = \operatorname{tg}\alpha_n, \quad \frac{q}{h} = \operatorname{tg}\alpha_{wt}.$$

Из равенств получаем

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_n}{\operatorname{tg}\alpha_{wt}} = \frac{l}{q} = \cos\beta,$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{wt} = \frac{\operatorname{tg}\alpha_n}{\cos\beta}, \quad \alpha_{wt} > \alpha_n = 20^\circ.$$

Из этого следует, что опасность подреза зубьев в косозубых колесах несколько меньше, чем в прямозубых. Например, если принять угол наклона зубьев $\beta=30^\circ$, то минимальное число зубьев без подреза для нулевого колеса будет равно $z_{\min} = 12$. Это позволяет проектировать более компактные зубчатые передачи без смещения зуборезного инструмента. Вообще коррекция косозубых колес на практике применяется значительно реже, чем прямозубых.

Делительные радиусы и межосевое расстояние косозубых колес без смещения выражаются через торцовый и нормальный модули формулами

$$r_w = \frac{m_t z}{2} = \frac{mz}{2\cos\beta}, \quad (1.35)$$

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = \frac{m_t(z_1 + z_2)}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2\cos\beta}. \quad (1.36)$$

Таким образом, в зацеплении нулевых косозубых колес, в отличие от прямозубых, межосевое расстояние зависит от угла β наклона зубьев. Это свойство косозубого зацепления часто используют для получения требуемого α_w , не кратного половине модуля.

Ещё одна положительная особенность зацепления косозубых колес – возможность получения больших коэффициентов перекрытия. Если рассматривать работу косозубых колес в торцовой плоскости, то мы увидим обычное плоское зацепление. Обозначим коэффициент *торцового перекрытия* ε_α . После того, как зубья перестали взаимодействовать в плоскости

I (см. рис. 1.26, б), они будут продолжать взаимодействовать в других плоскостях, параллельных I , до тех пор пока колеса не повернутся на величину дуги S_β . На развертке начального цилиндра (рис. 1.27, б) видно, что

$$S_\beta = b \operatorname{tg} \beta,$$

где b – ширина зубчатого венца.

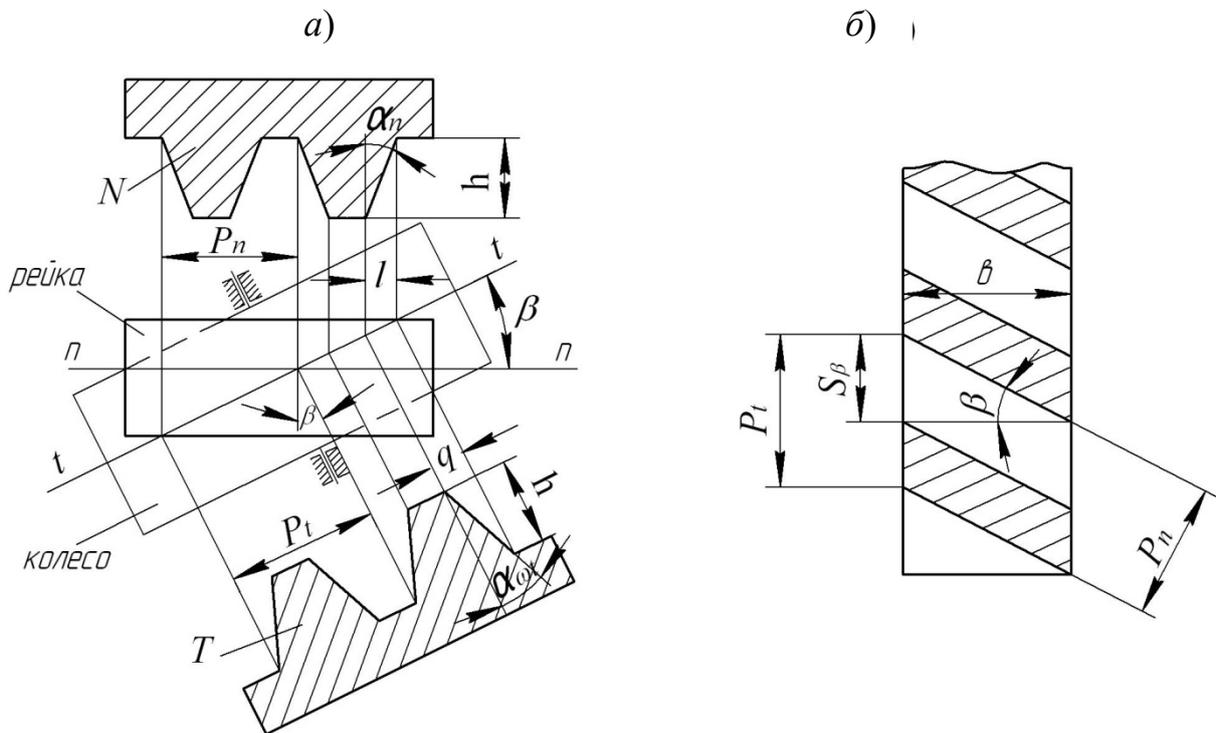


Рис. 1.27

Отношение дуги S_β к торцовому шагу дает коэффициент так называемого *осевого перекрытия*

$$\epsilon_\beta = \frac{S_\beta}{P_t} = \frac{b \operatorname{tg} \beta}{P_t}.$$

Полный коэффициент перекрытия косозубого зацепления

$$\epsilon = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta = \epsilon_\alpha + \frac{b \operatorname{tg} \beta}{P_t}. \quad (1.37)$$

Увеличивая ширину колес и угол наклона зубьев, можно за счет коэффициента осевого перекрытия довести значения ϵ до нескольких единиц. Повышенный коэффициент перекрытия – вторая причина более плавной работы косозубого зацепления.

Один из недостатков косозубых колес состоит в том, что при передаче окружного усилия P возникают осевые силы S , стремящиеся сдвинуть

колеса вместе с их валами в противоположных направлениях (рис. 1.28, а). Это ухудшает условия работы подшипников валов. Применение так называемых шевронных колес с «ёлочным» зубом (рис. 1.28, б) разгружает подшипники валов от осевых усилий.

Зацепление Новикова. Ранее указывалось, что у колес внутреннего зацепления контактная прочность зубьев выше ввиду касания выпуклой поверхности зуба шестерни с вогнутой поверхностью зуба колеса. В зацеплении Новикова касание выпуклых поверхностей с вогнутыми происходит при внешнем зацеплении (рис. 1.29). Профили зубьев очерчены по дугам окружностей, причем радиус ρ_2 вогнутого профиля несколько больше радиуса ρ_1 выпуклого. Благодаря этому контакт зубьев получается теоретически точечным.

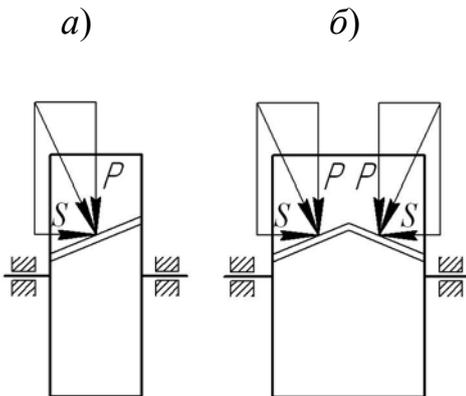


Рис. 1.28

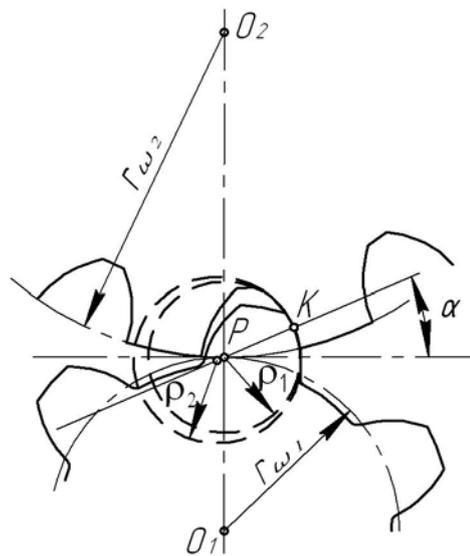


Рис. 1.29

В торцовом сечении указанные профили зубьев могут войти в контакт друг с другом лишь на одно мгновение, то есть коэффициент торцового перекрытия $\epsilon_\alpha = 0$. Это означает, что прямозубое зацепление с круговыми профилями зубьев невозможно. Поэтому колеса с зацеплением Новикова – косозубые, а непрерывность зацепления обеспечивается лишь коэффициентом осевого перекрытия

$$\epsilon_\beta = \frac{btg\beta}{p_t},$$

где все обозначения прежние.

Из сказанного следует, что точка K контакта профилей перемещается параллельно осям колес.

Несмотря на теоретически точечный контакт, в действительности из-за упругой деформации поверхностей зубьев и малой разницы в кривизне площадка контакта получается даже больше, чем при теоретически линейном контакте у колес эвольвентного внешнего зацепления. Благодаря этому передачи с зацеплением Новикова могут передавать в 1,5–2 раза большие нагрузки по сравнению с эвольвентными при одинаковых габаритах колес и твердостях рабочих поверхностей зубьев. Другие достоинства зацепления Новикова – меньшая скорость скольжения зубьев и меньшая чувствительность к перекосам осей валов. Недостаток этого зацепления – трудность изготовления методом обкатки.

1.13. Конические зубчатые колеса

Конические зубчатые колеса служат обычно для передачи вращательного движения между пересекающимися осями. Поэтому зацепление этих колес также не плоское.

Относительное движение двух конических колес можно представить как качение друг по другу конусов с общей вершиной O (рис. 1.30). Образующая OP , по которой конусы касаются друг друга, называется мгновенной осью относительного вращения, а сами конусы – *аксоидами* в относительном движении, или *начальными конусами*. Для изготовления колес берутся не полные, а усеченные конусы.

Один из базовых размеров конического зубчатого колеса – угол при вершине аксоида. Для определения углов δ_1 и δ_2 должны быть заданы передаточное отношение u_{12} и угол δ между осями колес. При чистом качении аксоидов имеем $V_{p1} = V_{p2}$ или $r_{w1}\omega_1 = r_{w2}\omega_2$, откуда

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}.$$

Из чертежа получаем

$$r_{w1} = (OP)\sin\delta_1, \quad r_{w2} = (OP)\sin\delta_2$$

следовательно,

$$u_{12} = \frac{\sin\delta_2}{\sin\delta_1}.$$

Кроме того, имеем

$$\delta = \delta_1 + \delta_2.$$

На основании этих выражений имеем

$$u_{12} = \frac{\sin(\delta - \delta_1)}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \delta \cos \delta_1 - \cos \delta \sin \delta_1}{\sin \delta_1} = \sin \delta \cdot \operatorname{ctg} \delta_1 - \cos \delta_1,$$

откуда

$$\operatorname{ctg} \delta_1 = \frac{u_{12} + \cos \delta}{\sin \delta}.$$

Аналогично можно вывести формулу

$$\operatorname{ctg} \delta_2 = \frac{u_{21} + \cos \delta}{\sin \delta}.$$

На конических заготовках можно нарезать зубья с различным профилем, в том числе и с эвольвентным. Эвольвентные зубья получаются следующим образом. Возьмем коническое колесо с углом при вершине 180° . Аксоид такого колеса есть круг, а боковые поверхности зубьев практически плоские (рис. 1.31). Колесо с углом при вершине 180° называется *плоским коническим колесом*, или *конической рейкой*.

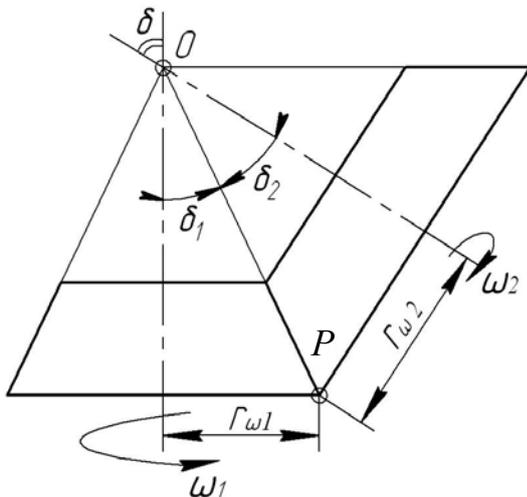


Рис. 1.30

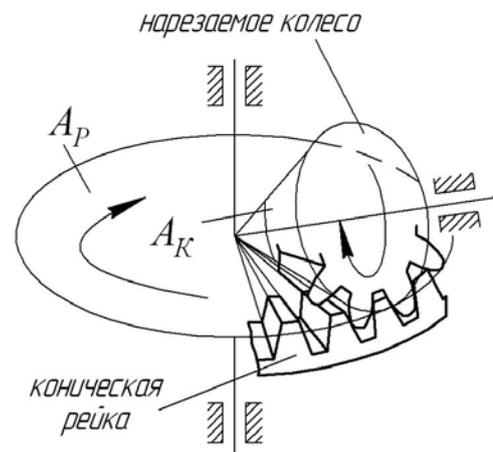


Рис. 1.31

Если аксоид A_K нарезаемого колеса покатить по аксоиду A_P конической рейки, то на колесе образуются зубья с эвольвентной боковой поверхностью, как огибающей к относительным положениям поверхности зубьев рейки. В этом процессе наблюдается полная аналогия процессу образования профиля зуба в цилиндрическом колесе по методу обкатки.

Рассмотренным выше приемом зубья можно накатать, если материал заготовки будет мягче материала конической рейки, а также нарезать режущим инструментом. На конических колесах могут быть нарезаны не

только прямые зубья (рис. 1.32, а), но также косые (рис. 1.32, б) шевронные (рис. 1.32, в) и криволинейные (рис. 1.32, г). Широко распространены колеса с круговыми зубьями, имеющие ряд технологических и эксплуатационных преимуществ.

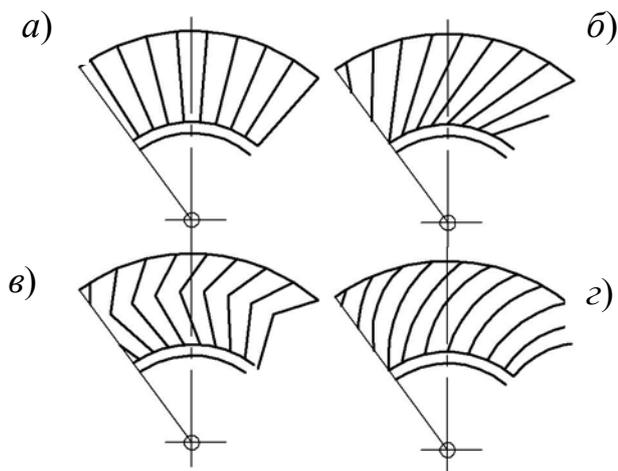


Рис. 1.32

В коническом зубчатом колесе высота зуба, шаг и модуль уменьшаются при переходе от наружного торца к вершине аксоида. Принято все основные размеры конического колеса относить к наружному торцу. У колес, нарезанных без смещения, шаг зацепления, толщина и высота зуба, радиусы r_{w1} и r_{w2} начальных окружностей (см. рис. 1.30) выражаются через модуль теми же соотношениями, что и для нулевых цилиндрических колес.

1.14. Винтовые и гипоидные зубчатые колеса

Эти зубчатые колеса применяются для передачи вращательного движения между перекрещивающимися осями.

Пусть оси вращения колес $O_1 - O_1$ и $O_2 - O_2$ (рис. 1.33, а) перекрещиваются под углом δ , а кратчайшее расстояние между ними равно a . Обратим движение, добавив всем звеньям угловую скорость $(-\omega_1)$.

Колесо 1 станет неподвижным, а колесо 2 будет участвовать в двух вращениях вокруг непараллельных осей $O_1 - O_1$ и $O_2 - O_2$, причем угловые скорости этих вращений геометрически складываются:

$$\overline{\omega}_{21} = \overline{\omega}_2 + (-\overline{\omega}_1).$$

Из теоретической механики известно, что два вращения вокруг перекрещивающихся осей эквивалентны винтовому движению вокруг и вдоль мгновенной винтовой оси $P-P$. Направление ее определяется вектором ω_{21} . Геометрическое место мгновенных винтовых осей определит аксоид колеса, который представляет собой однополостный гиперboloид вращения. Таким образом, относительное движение колес с перекрещивающимися осями может быть получено с помощью двух гиперboloидов 1 и 2 (рис. 1.33, б), которые касаются друг друга по прямой линии и при враще-

нии колес катятся и скользят друг по другу. Очевидно, что зубья гиперболоидных колес должны касаться друг друга по линии, совпадающей с мгновенной винтовой осью $P-P$.

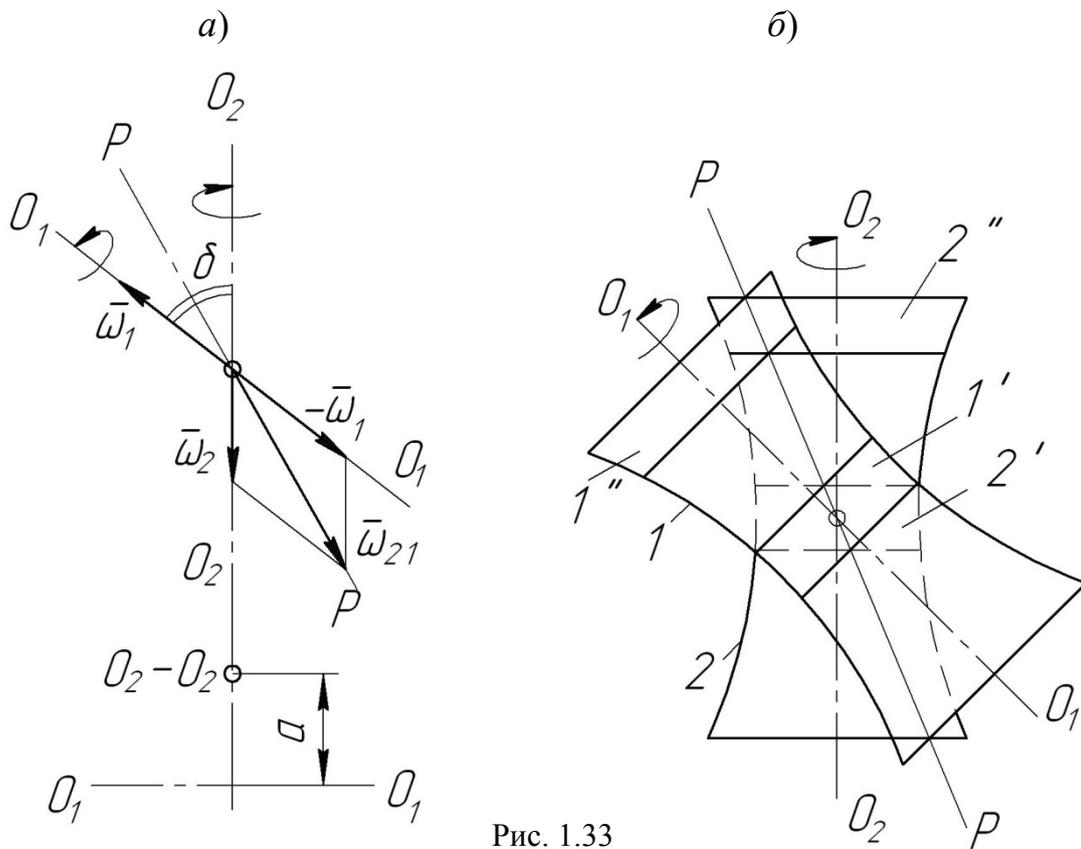


Рис. 1.33

Нарезать такие зубья довольно трудно. Поэтому на практике гиперболоидные аксоиды заменяют либо цилиндрическими $1'$ и $2'$, либо коническими $1''$ и $2''$ начальными поверхностями. В первом случае зубчатые колеса называют *винтовыми* (термин неточен), во втором – *гипоидными*. Винтовые колеса по внешнему виду ничем не отличаются от косозубых колес с параллельными осями. Однако в отличие от них у сопряженных винтовых колес углы наклона зубьев β_1 и β_2 могут быть разными, а сумма их равна углу δ . Особенность винтовых колес состоит в том, что ввиду замены гиперболоидов цилиндрами контакт зубьев получается точечным.

Рассмотрим подробнее геометрию и кинематику винтовых колес. Обратимся к рис. 1.34, на котором изображены их начальные цилиндры. Построим план скоростей для точек P_1 и P_2 , совпадающих с точкой P_0 касания цилиндров.

$$\bar{V}_{P_2} = \bar{V}_{P_1} + \bar{V}_{P_2 P_1},$$

где V_{P_1} перпендикулярен (O_1-O_1) , V_{P_2} перпендикулярен (O_2-O_2) , $V_{P_2P_1}$ параллелен $(P-P)$.

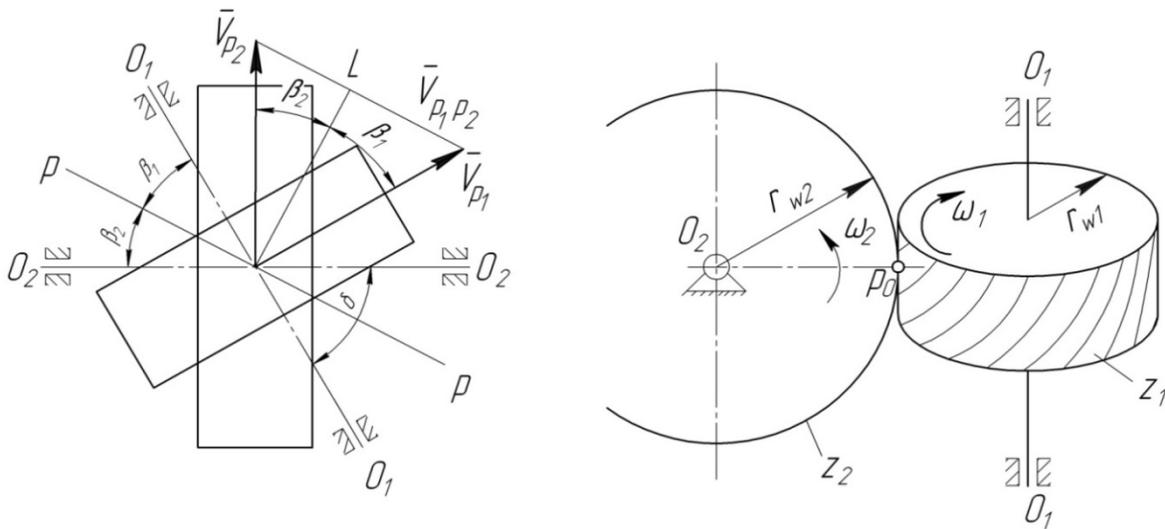


Рис. 1.34

Проведя P_0L перпендикулярно $(r-P)$, получаем

$$V_{P_1} \cos \beta_1 = V_{P_2} \cos \beta_2$$

или

$$\omega_1 r_{w1} \cos \beta_1 = \omega_2 r_{w2} \cos \beta_2.$$

Отсюда

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2} \cos \beta_2}{r_{w1} \cos \beta_1}. \quad (1.38)$$

Формула (1.38) указывает на вторую особенность винтовых колес: одно и то же передаточное отношение можно получить множеством сочетаний начальных радиусов и углов наклона зубьев.

Винтовые колеса, как и косозубые, должны иметь одинаковый нормальный модуль

$$m = m_{t1} \cos \beta_1 = m_{t2} \cos \beta_2.$$

Учитывая это и выражая в (1.38) радиусы начальных цилиндров через m_t и z , можем получить

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1};$$

то есть, как всегда, передаточное отношение может быть выражено отношением чисел зубьев.

Из рис. 1.34 видим, что скорость $V_{P_2P_1}$, направлена вдоль мгновенной винтовой оси и представляет собой скорость продольного скольжения

зубьев. Она значительно больше скорости скольжения профилей, возникающей при чистом качении начальных цилиндров. Таким образом, третья особенность винтовых колес – большое скольжение зубьев, направленное вдоль мгновенной винтовой оси. Это скольжение и точечный контакт зубьев делают невозможным применение винтовых колес для передачи значительных усилий. В качестве силовых передач чаще применяют гипоидные колеса (например, в задних мостах автомобилей). Гипоидные колеса также имеют точечный контакт и большое скольжение зубьев. Однако в силу некоторых других особенностей (не указываемых здесь) они могут передавать большие нагрузки по сравнению с винтовыми колесами.

1.15. Червячные передачи

Червячная передача представляет собой разновидность зацепления винтовых колес, но из-за особенностей нарезания она имеет линейчатый контакт зубьев. Передача состоит из червяка 1 и червячного колеса 2 (рис. 1.35). Угол между осями обычно равен 90° . Червяк представляет собой винтовое колесо с малым числом зубьев (от 1 до 4), причем каждый зуб образует несколько витков. Таким образом, червяк является по существу однозаходным или многозаходным винтом.

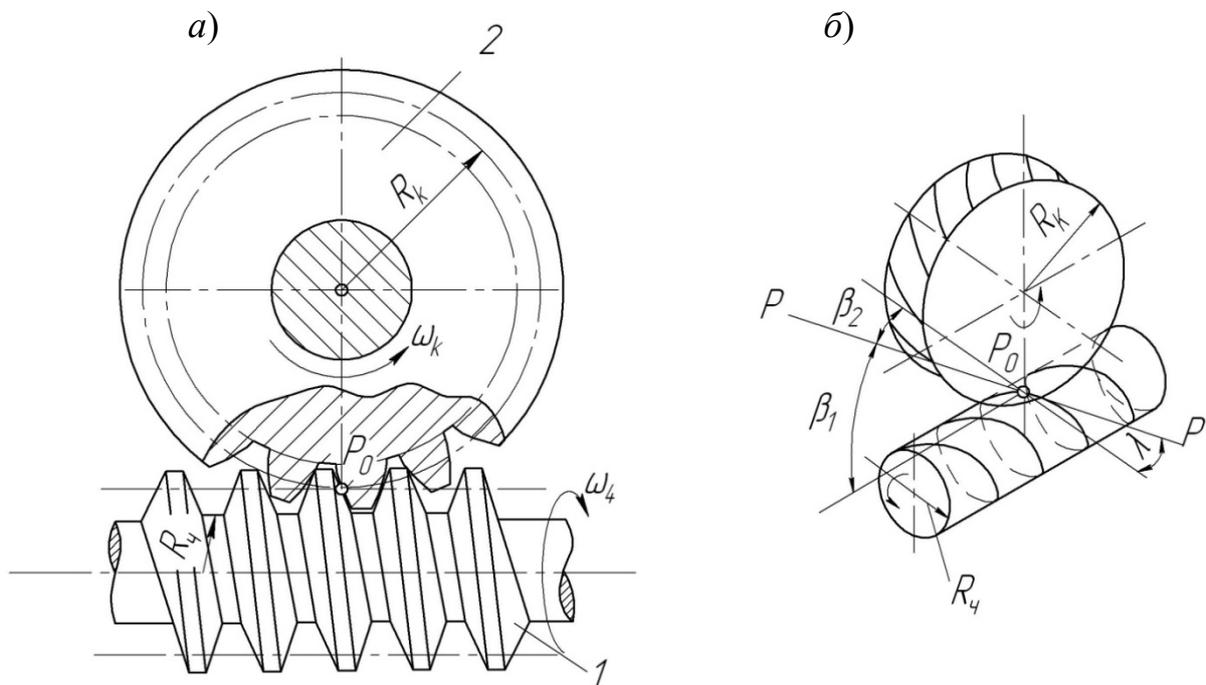


Рис. 1.35

Червячная передача нарезается следующим образом. Возьмем цилиндрическую заготовку и резец с трапецеидальным профилем. Установим резец так, чтобы режущие кромки K лежали в осевом сечении заго-

товки (рис. 1.36, а). Зададим заготовке и резцу движения с постоянными скоростями V и ω . На заготовке нарежется линейчатая винтовая поверхность в виде резьбы с трапецеидальным профилем в осевом сечении. Получим червяк с винтовой поверхностью, образующая которой пересекает его ось.

Изготовим второй точно такой же червяк и превратим его в червячную фрезу, сделав необходимые осевые канавки и заточки.

Этой фрезой нарежем методом обкатки червячное колесо. Полученные червяк и колесо составят червячную передачу.

Цилиндрический червяк с трапецеидальным профилем витка в осевом сечении называется архимедовым, потому что линия пересечения витка плоскостью, перпендикулярной оси, есть архимедова спираль. Кроме архимедовых червяков находят применение конволютные и эвольвентные цилиндрические червяки.

Тот или иной тип червяка получается в зависимости от направления образующей винтовой поверхности, то есть от направления режущей кромки резца. Так, архимедов червяк нарезается, когда режущие кромки пересекают его ось. При нарезании эвольвентного червяка режущая кромка K должна отстоять от его оси на некотором расстоянии r'_b (рис 1.36, б).

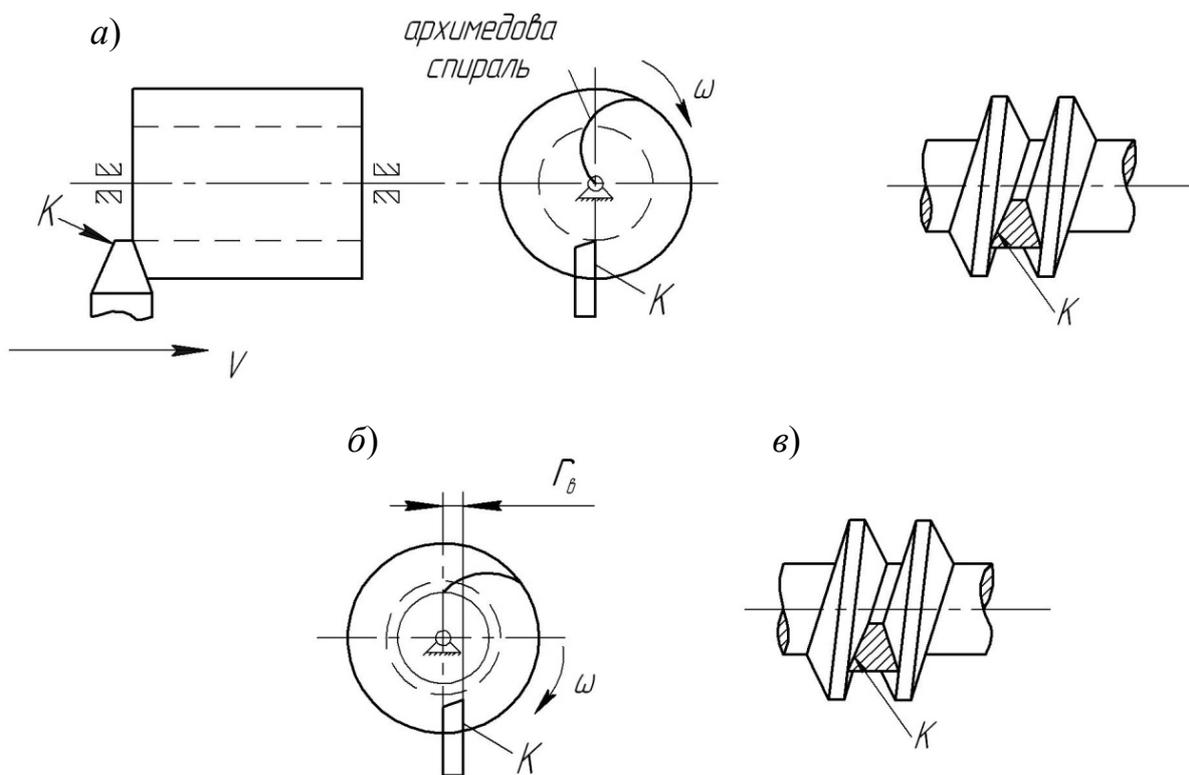


Рис. 1.36

Глава 2

КИНЕМАТИКА МНОГОЗВЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Основные типы многозвенных зубчатых механизмов

В машинах и приборах наиболее распространены зубчатые механизмы, имеющие два или более зубчатых зацепления, то есть состоящие из трех или более зубчатых колес. Такие механизмы называют многозвенными. Различают следующие основные типы многозвенных зубчатых механизмов.

Механизмы с *промежуточными колесами* (рис. 2.1, а), у которых все зацепления расположены в один ряд и каждое промежуточное колесо зацепляется одновременно с двумя другими. Применяются в двух случаях: 1) для передачи вращательного движения от одного ведущего вала к нескольким ведомым, 2) для передачи вращательного движения от ведущего вала к ведомому при значительном расстоянии между ними с целью уменьшения общих габаритов передачи (для сравнения передача двумя колесами показана на рис. 2.1, а штриховыми линиями).

Многоступенчатые зубчатые механизмы (рис. 2.1 б, в). У них на промежуточных валах закреплено два или более зубчатых колеса. При этом образуется несколько последовательных зацеплений, называемых ступенями.

Такие механизмы применяются для увеличения передаточного отношения по сравнению с простым трехзвенным зубчатым механизмом (механизмы часов, коробок скоростей и другие). Одно из преимуществ многоступенчатой зубчатой передачи – возможность сделать ее соосной, то есть такой, чтобы геометрические оси ведущего и ведомого колес совпадали (рис. 2.1, в).

Планетарные и дифференциальные механизмы (рис. 2.1, г–ж). В этих механизмах в отличие от предыдущих имеются зубчатые колеса, геометрические оси вращения которых перемещаются в пространстве (в рассмотренных ранее зубчатых механизмах оси всех колес неподвижны относительно стойки). На рис. 2.1, г такое колесо обозначено цифрой 2. Его ось расположена в подшипнике звена Н, которое, в свою очередь, вращается вокруг оси $O-O$.

В результате в работающем механизме колесо 2 совершает сложное движение, состоящее из двух вращений – переносного вместе со звеном Н вокруг оси $O-O$ и относительного вокруг собственной оси.

Ввиду аналогии с движением планеты вокруг солнца рассмотренный механизм получил название *планетарного*. Звено 2 называется *спутником*, звено Н – водилом или поводком, а соосные звенья (колеса) 1 и 3 – центральными. Одно из центральных колес неподвижно относительно стойки.

В механизме, выполненном по схеме на рис 2.1, *з*, сателлит имеет одно зубчатое колесо, находящееся одновременно во внешнем зацеплении с колесом 1 и во внутреннем зацеплении с колесом 3. В машинах и приборах распространены еще три основных вида планетарных механизмов, у которых сателлит имеет два зубчатых колеса, закрепленных неподвижно на общей оси. На рис. 2.1, *д* изображена схема механизма с одним внешним и одним внутренним зацеплениями, на рис. 2.1, *е* – с двумя внешними, на рис. 2.1, *ж* – с двумя внутренними зацеплениями.

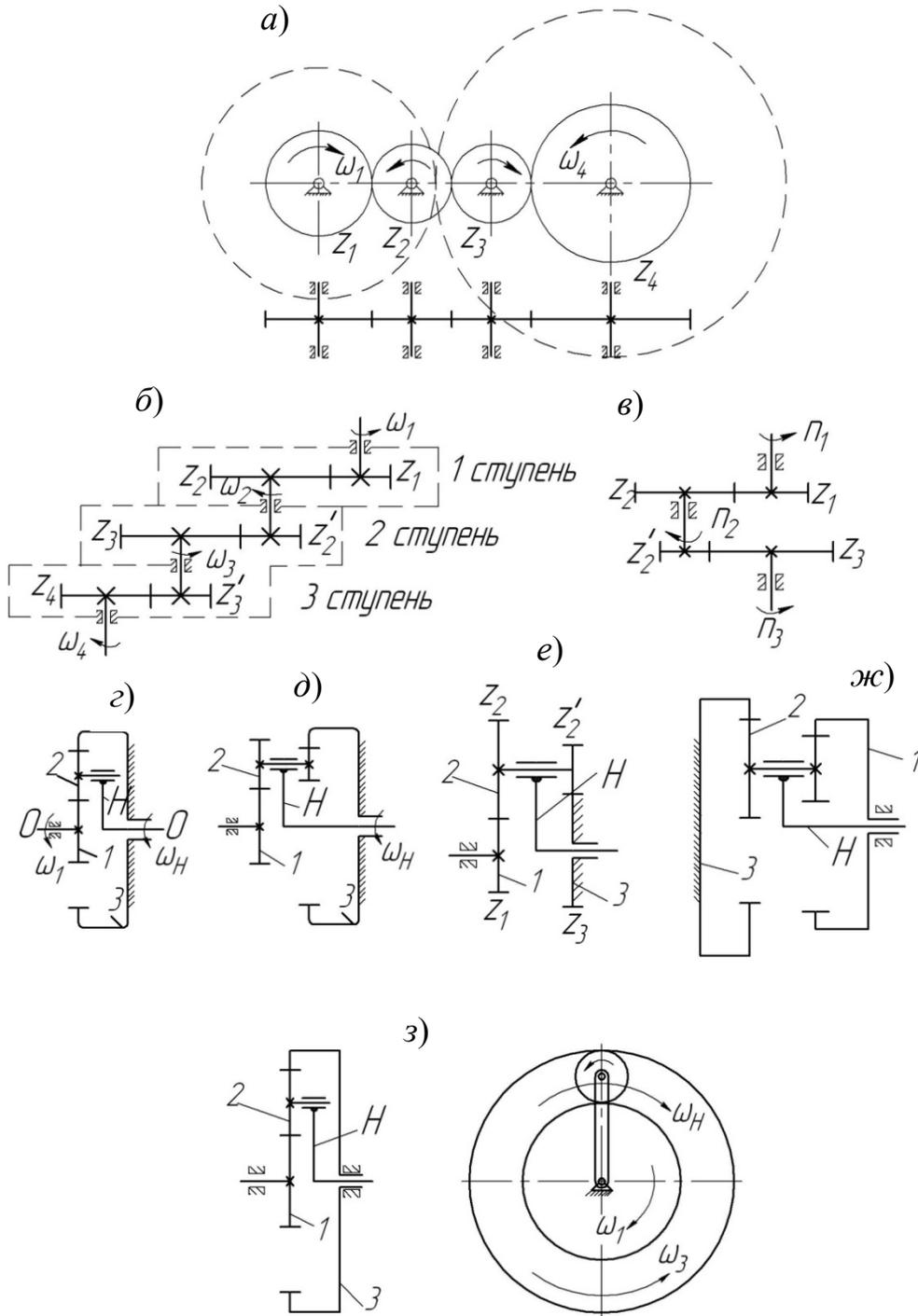


Рис. 2.1

Все механизмы, названные планетарными, имеют степень подвижности, равную единице. Это легко проверить по формуле Чебышева (при одном сателлите):

$$W=3n - 2p_n - p_в = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

Однако находят применение механизмы, у которых $W = 2$. Они называются *дифференциальными* зубчатыми механизмами, или просто *дифференциалами*. Дифференциальный механизм отличается от планетарного тем, что у него оба центральных колеса вращаются относительно стойки (рис. 2.1, з). Тогда

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

Рассмотренные основные типы многозвенных зубчатых механизмов могут применяться в различных сочетаниях друг с другом и образовывать еще более сложные последовательные, разветвленные или замкнутые системы.

2.2. Кинематика зубчатых механизмов с неподвижными осями

Практически важно для всякого зубчатого механизма уметь определять передаточное отношение по числам зубьев колес, а также скорость вращения любого звена при заданной скорости ведущего. Чтобы получить правильный результат, необходимо учитывать не только величину, но и направление угловой скорости звеньев. Для этого принято считать передаточное отношение положительным, если колеса вращаются в одном направлении, и отрицательным, – если они вращаются в противоположных направлениях. Для трехзвенного механизма с параллельными осями колес имеем (см. гл. 1)

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{z_2}{z_1},$$

где знак (+) относится к внутреннему зацеплению, а знак (–) – к внешнему; n_1 и n_2 – числа оборотов колес в минуту.

Механизм с промежуточными колесами. Обращаясь к рис. 2.1, а замечаем, что окружная скорость точек, принадлежащих начальным окружностям, у всех колес одинакова, поскольку все центры катятся друг по другу без скольжения. Следовательно, передаточное отношение между первым и i -м колесами будет по величине таким же, как и при непосредственном зацеплении этих колес друг с другом. Общее передаточное отношение при k колес

$$u_{1k} = \frac{\omega_1}{\omega_k} = \frac{n_1}{n_k} = (-1)^p \frac{z_k}{z_1},$$

где p – число внешних зацеплений.

Таким образом, величина общего передаточного отношения зубчатого механизма с промежуточными колесами не зависит от числа промежуточных колес и их чисел зубьев.

Многоступенчатые механизмы. Покажем, что для этих механизмов общее передаточное отношение равно произведению передаточных отношений всех ступеней. Обращаясь к рис. 2.1, б, запишем

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad u_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} \quad u_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} \quad \text{и т. д.}$$

Перемножив передаточные отношения k ступеней, получим

$$u_{12} \cdot u_{23} \cdot \dots \cdot u_{(k-1)k} = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_2 \omega_3} \cdot \dots \cdot \frac{\omega_{k-1}}{\omega_k} = \frac{\omega_1}{\omega_k} = u_{1k}$$

или через числа зубьев колес

$$u_{1k} = (-1)^p \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z'_2} \cdot \dots \cdot \frac{z_k}{z_{k-1}} \quad (2.1)$$

Определив u_{1k} , можно вычислить ω_k или n_k , если n_1 задано.

Пример. Колесо 1 (рис. 2.1, в) делает $n_1 = 1800$ об/мин. Заданы числа зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 48$, $z'_2 = 34$, $z_3 = 102$. Определить n_3 .

По формуле (2.1) получаем

$$u_{13} = (-1)^2 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z'_2} = \frac{48 \cdot 102}{20 \cdot 34} = 7,2;$$

$$\frac{n_1}{n_3} = u_{13}; \quad n_3 = \frac{n_1}{u_{13}} = \frac{1800}{7,2} = 250 \quad \text{об/мин.}$$

Направление вращения колес 1 и 3 одинаковое.

2.3. Кинематика дифференциальных и планетарных механизмов

Поскольку у дифференциального зубчатого механизма $W=2$, то при заданной скорости вращения ведущего звена скорости остальных звеньев не могут быть определены методами кинематики, так как они будут зависеть от моментов, приложенных к каждому из ведомых звеньев. Вполне определенные скорости можно получить, лишь задав движения двум звеньям. Поэтому для дифференциального механизма понятие передаточного отношения не имеет смысла, но можно получить формулу для вычисления угловых скоростей звеньев.

С этой целью применим к механизму на рис. 2.1, з метод обращения движения, задав всем его звеньям добавочную угловую скорость вокруг оси

$O - O$, равную, но противоположно направленную угловой скорости водила H . Тогда водило остановится, а вместе с ним станет неподвижной и ось вращения сателлита. Дифференциальный механизм превратится в двухступенчатый с неподвижными осями (рис. 2.2), в котором угловые скорости всех звеньев будут отличаться от первоначальных на величину $(-\omega_H)$. Составим следующую таблицу угловых скоростей для рассматриваемого механизма:

№ звена	Угловая скорость	
	В дифференциальном механизме	В обращенном механизме
1	ω_1	$\omega_1^{(H)} = \omega_1 - \omega_H$
2	ω_2	$\omega_2^{(H)} = \omega_2 - \omega_H$
3	ω_3	$\omega_3^{(H)} = \omega_3 - \omega_H$
H	ω_H	$\omega_H^{(H)} = \omega_H - \omega_H = 0$

Индекс (H) означает, что в обращенном механизме остановлено водило.

Напишем выражение передаточного отношения обращенного механизма при остановленном водиле

$$u_{13} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}. \quad (2.2)$$

Полученная формула является основной формулой дифференциального механизма. Она позволяет определять угловую скорость любого звена, если известны скорости двух других звеньев. Для этого предварительно следует вычислить $u_{13}^{(H)}$ через числа зубьев колес. Например, для механизма на рис. 2.2 имеем (учитывая, что колесо 2 – промежуточное)

$$u_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1}.$$

Рассмотрим широко распространенный дифференциальный зубчатый механизм с коническими зубчатыми колесами. Такой механизм применяется, в частности, для привода задних колес автомобиля (рис. 2.3). На осях задних колес закреплены конические центральные колеса 1 и 3 дифференциала, находящиеся в зацеплении с сателлитами 2. Оси сател-

литов расположены в коробке 4, которая играет роль водила. Водило является ведущим звеном и получает привод от двигателя через вал 7 и гиппоидную передачу 5–6.

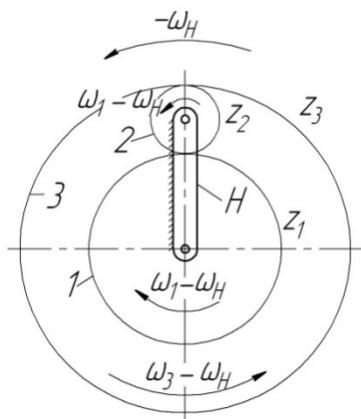


Рис. 2.2

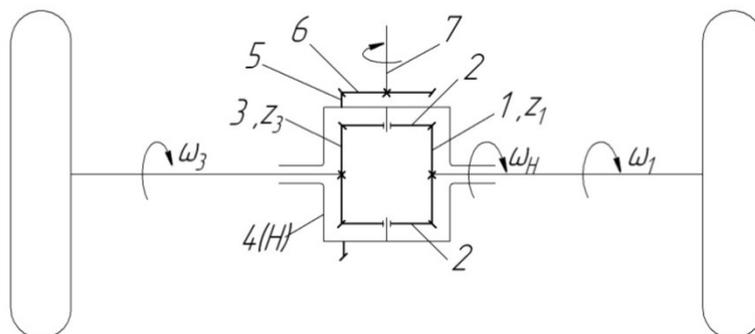


Рис. 2.3

При остановленном водиле получаем

$$u_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1} = -1,$$

так как $z_3 = z_1$. Тогда на основании (2.2)

$$\omega_1 - \omega_H = -\omega_3 + \omega_H$$

или

$$\omega_1 + \omega_3 = 2\omega_H. \quad (2.3)$$

Если автомобиль движется по прямой ровной дороге, то из (2.3) имеем

$$\omega_1 = \omega_3 = \omega_H,$$

и сателлиты не проворачиваются на своих осях (дифференциал как бы выключен из работы). Если автомобиль совершает поворот, то $\omega_1 \neq \omega_3$, причем соотношение между этими скоростями может быть любым при одной и той же скорости вращения вала 7. Это позволяет задним колесам катиться с разными скоростями, то есть устраняется скольжение шин по полотну дороги и уменьшается их износ. При этом сателлиты проворачиваются на своих осях. Аналогично дифференциал работает и при пробуксовке колес с разными скоростями. Например, если одно из колес не вращается ($\omega_1 = 0$), то другое будет буксовать с максимальной скоростью $\omega_3 = 2\omega_H$.

Рассмотрим теперь планетарные механизмы. У них $W=1$ и передаточное отношение определяется от одного из центральных колес к водилу, либо наоборот. Для этого снова можно воспользоваться методом обращения, остановив водило. Чтобы не повторяться, достаточно взять формулу

(2.2), положив в ней $\omega_3 = 0$, так как в планетарном механизме колесо 3 не вращается. Получим

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -i_{1H} + 1.$$

Отсюда передаточное отношение от центрального колеса к водилу

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^{(H)}. \quad (2.4)$$

Передаточное отношение планетарного механизма от центрального колеса к водилу равно единице минус передаточное отношение от этого колеса к другому центральному колесу при остановленном водиле.

П р и м е р. Для планетарного механизма с двумя внешними зацеплениями (см. рис. 2.1, е), известны $n_H = 1000$ об/мин, $z_1 = 100$, $z_2 = 99$, $z'_2 = 100$, $z_3 = 101$. Вычислить скорость вращения колеса 1. Для механизма с остановленным водилом находим

$$u_{13}^{(H)} = u_{12}^{(H)} \cdot u_{23}^{(H)} = (-1)^2 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z'_2} = \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100} = 0,9999.$$

По формуле (2.4)

$$u_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 - 0,9999 = 0,0001.$$

Отсюда

$$n_1 = n_H \cdot u_{1H} = 1000 \cdot 0,0001 = 0,1 \text{ об/мин.}$$

Рассмотренный пример подобран с целью показать, какие большие передаточные числа ($u_{1H} = 10000$) могут быть получены с помощью планетарных механизмов. Для передачи мощности обычно используют значительно меньше u , поскольку при больших u КПД планетарных механизмов получается слишком мал (в приведенном примере около 0,5%). Кроме возможности получать большие передаточные числа, к преимуществам планетарных механизмов следует отнести компактность, высокую надежность, возможность передачи очень больших мощностей (до 100000 л.с.). В реальных конструкциях планетарных передач на водиле размещают не один, а несколько сателлитов (рис. 2.4). При этом нагрузка распределяется на несколько пар зубьев, что повышает нагрузочную способность передачи. Однако появляются метрические повторяющиеся (пассивные) связи со всеми присущими им недостатками. Так, при трех сателлитах получаем

$$W = 3n - 2p_H - p_B = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 6 = -1$$

Фактически $W=1$. Следовательно, имеем две пассивные связи. Чтобы избежать превращения пассивных связей в активные, необходимо изготавливать детали планетарных передач с большой точностью. Можно вообще избежать пассивных связей, применяя в планетарных передачах специальные уравнительные механизмы. Назначение этих механизмов состоит в том, чтобы сделать одинаковыми нагрузки, приходящиеся на зацепление каждого сателлита с центральным колесом.

Рассмотрим еще один способ определения передаточного отношения планетарного механизма – графический. Он основан на построении эпюр линейных скоростей звеньев. В качестве примера возьмем механизм, у которого сателлит имеет одно зубчатое колесо. Отложим от полюса зацепления P_1 колес 1 и 2 отрезок P_1a произвольной длины, изображающий окружную скорость V_{P1} по начальным окружностям. Скорости точек O и P_3 равны нулю, следовательно эпюрой скорости колеса 1 будет прямая Oa , а эпюрой скоростей сателлита 2 – прямая P_3a . Скорость точки B , принадлежащей одновременно и сателлиту и водилу, изобразится отрезком \overline{Bb} , а эпюра скоростей водила – прямой Ob . Тогда скорость точки P_H водила, совпадающей на чертеже с полюсом P_1 , изобразится отрезком P_1d . Передаточное отношение планетарного механизма

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\omega_1(OP_1)}{\omega_H(OP_1)} = \frac{V_{P1}}{V_{P_H}} = \frac{P_1a}{P_1d}$$

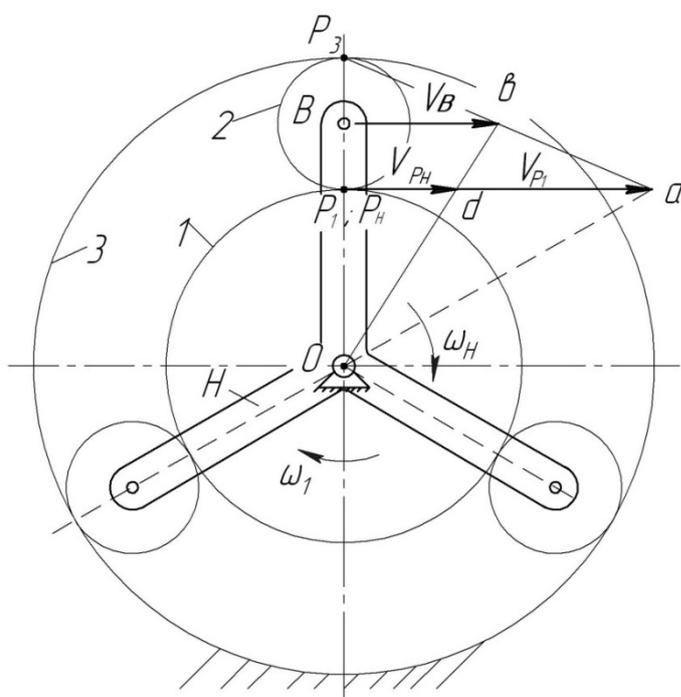


Рис. 2.4

В зависимости от требуемой точности определения u_{1H} отрезки P_1a и P_1d измеряются на чертеже выполненного построения или вычисляются из полученных треугольников. В случае измерения отрезков нужно при вычерчивании схемы планетарного механизма взять начальные радиусы колес в каком-либо масштабе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулировать основную теорему плоского зацепления (теорему Виллиса).
2. Докажите, что эвольвентное зацепление обеспечивает постоянство передаточного отношения зубчатых колес.
3. Назовите преимущества образования зубьев на колесе методом обкатки по сравнению с методом копирования.
4. Что такое исходный производящий контур (ИПК)? Какими параметрами он характеризуется?
5. Какая окружность зубчатого колеса называется делительной?
6. Какая окружность зубчатого колеса называется начальной?
7. Что называется смещением и коэффициентом смещения ИПК?
8. Для чего зубья колес нарезают со смещением?
9. Какими геометрическими показателями качества характеризуют зубчатую передачу?
10. Что называют коэффициентом перекрытия? Почему зубчатая передача с коэффициентом перекрытия меньше единицы неработоспособна?
11. Что понимается под геометрическим проектированием зубчатой передачи?
12. Что такое угол зацепления? Почему контактная прочность зубьев возрастает при увеличении угла зацепления?
13. Каковы причины более плавного движения косозубых колес по сравнению с прямозубыми?
14. Что такое гипоидная зубчатая передача?
15. Как определяется передаточное отношение простого планетарного зубчатого механизма?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория и проектирование зубчатых передач – довольно трудный для изложения раздел теории механизмов, требующий использования большого числа сложных рисунков. В данном пособии содержится более 60 рисунков, которые сопровождаются достаточно полным, ясным и легким для понимания текстом, что вполне может служить студенту в качестве расширенного конспекта лекции по данной теме. Всё это позволит студентам самостоятельно разобраться в изложенных вопросах, а лектор существенно сократит время на изложение материала.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов / под ред. В.К. Фролова – М.: Высш. шк., 1999. – 496 с.
2. *Артоболевский И. И.* Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 636 с.
3. *Левитский, Н. Н.* Теория механизмов и машин / Н. Н. Левитский. – М.: Наука, 1990. – 590 с.
4. *Болотовский, Т. Л.* Справочник по корригированию зубчатых колес / Т. Л. Болотовский [и др.]. – М.: Машиностроение, 1962. – 215 с.
5. *Болотовский, Т. Л.* Корригирование зубчатых колес / Т. Л. Болотовский [и др.]. – М.: Машиностроение, 1967.

Оглавление

Предисловие.....	3
Глава 1. Трехзвенные зубчатые механизмы.....	4
1.1. Назначение и типы зубчатых механизмов.....	4
1.2. Некоторые сведения из теории плоских зубчатых зацеплений.....	6
1.3. Эвольвентное зацепление.....	10
1.4. Формулы передаточного отношения круглых колес.....	16
1.5. Способы изготовления зубчатых колес.....	17
1.6. Зубчатые колеса без смещения и со смещением.....	22
1.7. Подрез зубьев реечным инструментом.....	26
1.8. Внешнее зацепление эвольвентных зубчатых колес.....	28
1.9. Основные показатели качества зацепления.....	34
1.10. Основы геометрического проектирования эвольвентного зацепления.....	41
1.11. Внутреннее зацепление эвольвентных зубчатых колес...	45
1.12. Косозубые цилиндрические колеса.....	47
1.13. Конические зубчатые колеса.....	52
1.14. Винтовые и гипоидные зубчатые колеса.....	54
1.15. Червячные передачи.....	57
Глава 2. Кинематика многозвенных зубчатых механизмов....	59
2.1. Основные типы многозвенных зубчатых механизмов.....	59
2.2. Кинематика зубчатых механизмов с неподвижными осями.....	61
2.3. Кинематика дифференциальных и планетарных механизмов.....	62
Контрольные вопросы.....	67
Заключение.....	68
Библиографический список.....	68

Учебное издание

ВОЛЮШКО Юрий Степанович

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Учебное пособие по дисциплине «Теория машин и механизмов»

Подписано в печать 04.12.08

Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 4,18. Тираж 200 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета
600000, Владимир, ул. Горького, 87.