

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет

А.Ф. ГАЛКИН

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

В четырех частях

Часть 3

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Владимир 2006

УДК 537.21+537.8

ББК 22.33

Г16

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук,
профессор, зав. кафедрой общей физики
Владимирского государственного педагогического университета
Е.Н. Куркутова

Кандидат физико-математических наук, доцент
Владимирского государственного педагогического университета
А.В. Гончаров

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

Галкин, А. Ф.

Г16 Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 3. Электромагнетизм / А. Ф. Галкин ;
Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2006. –
104 с. – ISBN 5-89368-658-6.

Содержит одиннадцать лекций, посвященных раскрытию физического смысла основных законов и понятий электромагнетизма, а также примеры и вопросы для самоконтроля.

Предназначены для студентов технических специальностей всех форм обучения вуза, а также преподавателей.

Табл. 1. Ил. 84. Библиогр.: 10 назв.

УДК 537.21+537.8

ББК 22.33

ISBN 5-89368-658-6

© Владимирский государственный
университет, 2006

Введение

В первой и второй частях издания представлены пятнадцать лекций, посвященных раскрытию физического смысла основных законов и понятий механики, молекулярной физики и термодинамики. Третья часть продолжает курс лекций по физике и содержит одиннадцать лекций по электромагнетизму.

Предметом изучения электромагнетизма являются основные понятия и общие законы, управляющие электрическими и магнитными явлениями, а также электрические и магнитные свойства вещества.

Максимальное внимание уделено раскрытию физического смысла законов электромагнетизма. Ограниченный объем учебного материала и в то же время разумная строгость доказательств позволяют студенту в условиях нехватки времени успешно подготовиться к экзаменам. Лекции также могут быть полезны и преподавателям.

Каждая лекция заканчивается вопросами для самоконтроля. После изучения теоретического материала очередной лекции необходимо прорешать на соответствующую тему задачи, например из пособия [8].

ВНИМАНИЕ! ПОСОБИЕ ОБЛЕГЧАЕТ РАБОТУ СТУДЕНТУ, НО НЕ ЗАМЕНЯЕТ ЛЕКЦИИ В АУДИТОРИИ!

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Лекция № 16

НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ВАКУУМЕ

План

1. Понятие электростатического поля. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции электрических полей. Силовые линии электростатического поля.
2. Поток напряженности электрического поля. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме.
3. Применение теоремы Гаусса в интегральной форме для расчета полей.
4. Теорема Гаусса в дифференциальной форме.

1. Понятие электростатического поля. В этой лекции мы будем заниматься изучением физики неподвижных электрических зарядов – электростатикой. Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать заряд. Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженные тела взаимодействуют друг с другом. Существует два типа электрических зарядов, условно названных отрицательными и положительными. Носители отрицательного заряда – в основном электроны; ядра атомов заряжены положительно. Полагают, что существование этих двух типов заряда является проявлением симметрии природы (как, например, левое и правое). Другим фундаментальным свойством заряда является его дискретность, его кратность, хоть и малой, но вполне определенной величине. В электрически изолированной системе общий заряд системы не изменяется (закон сохранения заряда). Поле, создаваемое электрическими зарядами и обнаруживающее себя воздействием на другие заряды, называется электрическим полем. Если заряды неподвижны и поле со временем не изменяется, то поле называется электростатическим.

Взаимодействие зарядов осуществляется при помощи посредника – электрического поля, создаваемого зарядами, и описывается законом Кулона. Если расстояние между заряженными телами много больше размеров тел, их заряды можно считать точечными.

Закон Кулона. Сила взаимодействия точечных неподвижных зарядов в вакууме прямо пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Для одноименных зарядов (рис. 16.1)

$$\vec{F}_{12} = -k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{12}$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ – коэффициент пропорциональности, ϵ_0 – электрическая постоянная ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м);

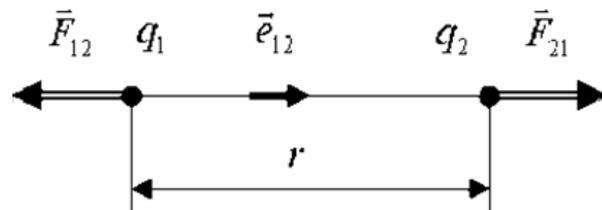


Рис. 16.1

q_1, q_2 – величины электрических зарядов; r – расстояние между зарядами; \vec{e}_{12} – единичный вектор; \vec{F}_{12} – сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2 . Знак « \leftarrow » обусловлен тем, что сила \vec{F}_{12} направлена противоположно вектору \vec{e}_{12} .

Пример использования закона Кулона

Задача. Найти силу взаимодействия заряженного стержня с зарядом Q и длиной l с точечным зарядом q , находящимся на расстоянии a от края стержня на одной прямой с ним.

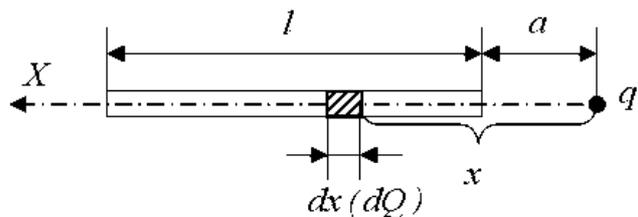


Рис. 16.2

Дано: q, Q, l, a .

Найти: $F = ?$

Решение. Разобьем стержень (рис. 16.2) на дифференциально малые элементы длиной dx с зарядом dQ , которые мы можем считать точечными. Сила взаимодействия заряда dQ с q по закону Кулона: $dF = \frac{dQq}{4\pi\epsilon_0 x^2}$.

Представим dQ как заряд, приходящийся на единицу длины $\frac{Q}{l}$, умноженный на длину элемента dx , т.е. $dQ = \frac{Q}{l} dx$, тогда $dF = \frac{Qq dx}{l \cdot 4\pi\epsilon_0 x^2}$. Интегри-

руя по длине стержня, получим

$$F = \int_a^{a+l} \frac{Qq}{l \cdot 4\pi\epsilon_0 x^2} dx = \frac{Qq}{l \cdot 4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_a^{a+l} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a(a+l)}.$$

Заметим, что при $a \gg l$ $F = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a^2}$, т.е. стержень уже можно считать

точечным зарядом.

Напряженность электрического поля – это его силовая характеристика, векторная величина, определяемая отношением силы, действующей на заряд в данной точке поля, к величине заряда.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

\vec{E} – измеряется в вольтах на метр (В/м). $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м}$.

Принцип суперпозиции электрических полей. Как следует из опыта, сила, действующая на некоторый заряд со стороны системы зарядов, равна векторной сумме сил, с которыми каждый из зарядов системы действует на

данный заряд $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$. Поделив последнее выражение

на величину заряда, получим: $\frac{\vec{F}}{q} = \frac{\vec{F}_1}{q} + \frac{\vec{F}_2}{q} + \dots + \frac{\vec{F}_n}{q} = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{F}_i}{q}$.

Из определения напряженности следует

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Принцип суперпозиции электрических полей: напряженность поля, создаваемого системой зарядов в некоторой точке, равна векторной сумме напряженностей, создаваемых в отдельности каждым зарядом системы в данной точке.

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным неподвижным зарядом в некоторой точке на расстоянии r от него, можно получить с помощью закона Кулона:

$$E_{\text{точ}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Силовые линии электростатического поля. Для наглядности электрические поля изображают с помощью силовых линий, т.е. воображаемых линий, в каждой точке которых напряженность \vec{E} направлена по касательной. На рисунке 16.3 изображены картины силовых линий для некоторых случаев: a и b – одиночные заряды разных знаков, $в$ – система двух разноименных зарядов, $г$ – система двух одноименных зарядов.

Силовые линии выходят из заряда, если он положителен, и входят в него, если заряд отрицателен.

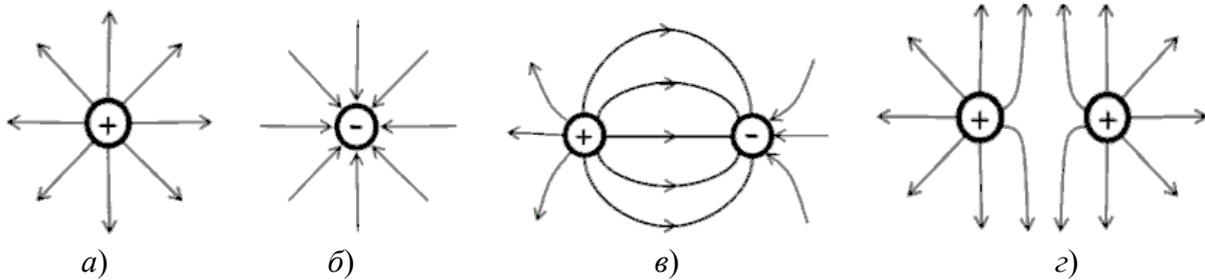


Рис. 16.3

2. Поток напряженности электрического поля. Потоком напряженности $d\Phi$ электрического поля через некоторую площадку $d\vec{s}$ (рис. 16.4) называется скалярное произведение вектора \vec{E} на вектор $d\vec{s}$

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Вектор $d\vec{s}$ по модулю равен ds ($|d\vec{s}| = ds$), направлен по нормали \vec{n} к площадке ds и называется вектором элементарной площадки ($d\vec{s} = \vec{n} \cdot ds$).

По правилу скалярного произведения $d\Phi = E ds \cos\alpha$. Полный поток через произвольную поверхность конечных размеров s находится интегрированием по поверхности:

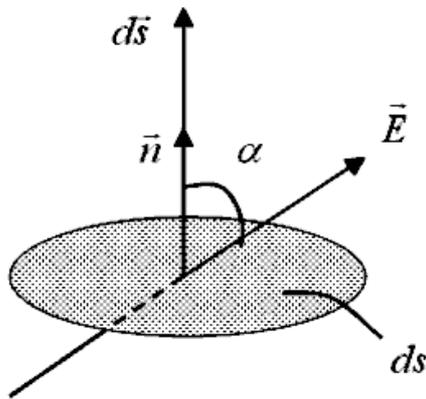


Рис. 16.4

$$\Phi = \int_s \vec{E} d\vec{s}$$

Теорема Гаусса (Карл Гаусс – великий немецкий математик, 1777 – 1855 гг.). Постановка задачи: имеется система точечных зарядов, которые заключены в замкнутую поверхность произвольной формы s . Требуется найти поток напряженности через эту поверхность.

Сначала рассмотрим случай, когда внутри поверхности находится один заряд (рис. 16.5). Найдем элементарный поток $d\Phi = \vec{E} d\vec{s} = E ds \cos\alpha$. Напряженность поля точечного заряда в некоторой точке A на площадке ds : $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

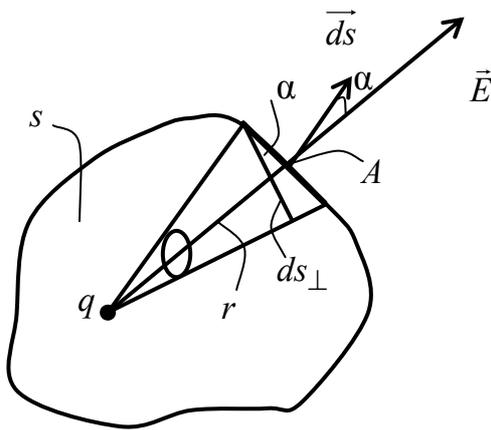


Рис. 16.5

Из рисунка видно, что $ds \cos\alpha = ds_{\perp}$, где ds_{\perp} – элементарная площадка, расположенная перпендикулярно радиус-вектору, проведенному из точки расположения заряда q в точку A . (По сущ-

еству, ds_{\perp} – проекция ds на направление, перпендикулярное \vec{r}).

Тогда элементарный поток напряженности $d\Phi = \frac{q ds_{\perp}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

Отношение $\frac{ds_{\perp}}{r^2} = d\Omega$ – элементарный телесный (пространственный)

угол, получим $d\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$. (Полный телесный угол по определению 4π).

Найдем полный поток напряженности через поверхность s , когда внутри нее один точечный заряд: $\Phi = \oint_s d\Phi = \oint_s \vec{E} d\vec{s} = \oint_0^{4\pi} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0}$.

Обобщим этот результат на случай произвольного числа зарядов внутри поверхности (рис. 16.6).

Воспользуемся принципом суперпозиции $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$, тогда, используя то, что интеграл суммы равен сумме интегралов, получим:

$$\Phi = \oint_s \vec{E} d\vec{s} = \oint_s \sum \vec{E}_i d\vec{s} = \sum \oint_s \vec{E}_i d\vec{s} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}.$$

Таким образом,

$$\boxed{\oint_s \vec{E} d\vec{s} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}}$$

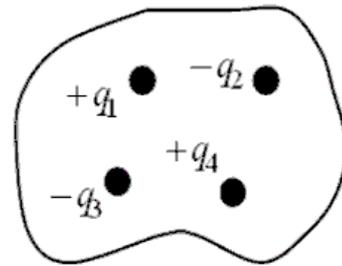


Рис. 16.6

Теорема Гаусса. Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную.

«Алгебраическая сумма» означает, что каждый заряд берется со своим знаком («+» или «-»).

3. Применение теоремы Гаусса в интегральной форме для расчета полей.

Поле бесконечной заряженной плоскости (рис. 16.7)

Введем поверхностную плотность заряда σ ($[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$). Выбираем вспомогательную гауссову поверхность s , в данном случае в виде цилиндра, основания которого параллельны плоскости, а образующие перпендикулярны к ней. Записываем теорему Гаусса

$$\oint_s \vec{E} d\vec{s} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}.$$

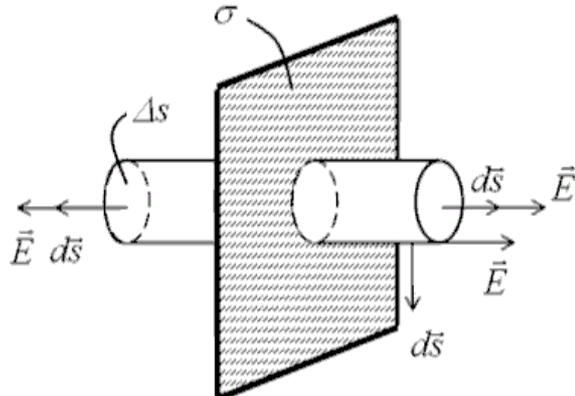


Рис. 16.7

Раскладываем интеграл по поверхности на сумму трех интегралов (по левому основанию, правому основанию и боковой поверхности):

$\int_{\text{лев}} \vec{E} d\vec{s} = \int_{\text{лев}} E ds \cos\alpha$. Угол α между \vec{E} и $d\vec{s}$ для левого основания равен

нулю, значит $\cos\alpha = 1$, т.е. $\int_{\text{лев}} E ds = E \int_{\text{лев}} ds = E\Delta s$.

Аналогичный результат мы получим и для правого основания. Поток напряженности через боковую поверхность равен нулю (угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\cos\alpha = 0$; силовые линии параллельны боковой поверхности, ее не пересекают).

Заряд, «вырезаемый» гауссовой цилиндрической поверхностью $\sum q_i$ на заряженной плоскости, равен $\sigma\Delta s$. Тогда, подставляя полученные выражения в теорему Гаусса, получим $2E\Delta s = \frac{\sigma\Delta s}{\epsilon_0}$, откуда напряженность

поля заряженной плоскости равна

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Поле плоского конденсатора

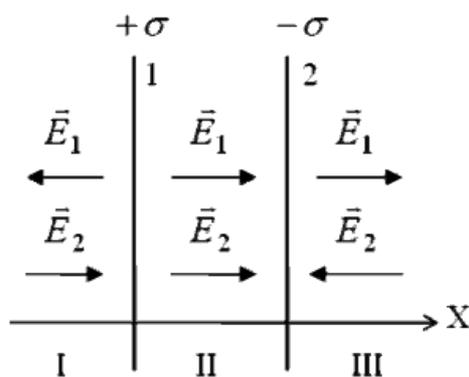


Рис. 16.8

Имеется две бесконечные плоскости, заряженные разноименно с поверхностной плотностью заряда σ (рис. 16.8). Воспользуемся принципом суперпозиции. Напряженность поля в области I: $\vec{E}_I = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 – напряженности полей, создаваемых пластинами 1 и 2 соответственно. В проекции на ось X

$$E_I = -E_1 + E_2 = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0.$$

$$\text{В области II } E_{II} = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

$$\text{В области III } E_{III} = E_1 - E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0.$$

Таким образом, поле бесконечного плоского конденсатора сосредоточено внутри, между его пластинами, и равно

$$E_{\text{пл.конд}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(Примечание: конденсатор можно считать бесконечным, если размеры пластин примерно на порядок больше расстояния между ними).

Поле объемно-заряженного шара

Пусть имеется равномерное скопление зарядов в виде шара (рис. 16.9) радиусом R с объемной плотностью ρ ($[\rho] = \text{Кл/м}^3$). Поле шара обладает центральной симметрией.

Записываем теорему Гаусса $\oint_s \vec{E} d\vec{s} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$.

Проведем внутри шара вспомогательную (гауссову) поверхность в форме сферы радиусом r . Дальнейшие преобразования:

$$\oint_s \vec{E} d\vec{s} = \oint_s E ds \cos \alpha = \oint_s E ds.$$

Напряженность по величине на одном и том же расстоянии r от центра шара одинакова, поэтому, вынося E за знак интеграла, получим:

$$\oint_s E ds = E \int_s ds = E 4\pi r^2,$$

где $4\pi r^2$ – площадь гауссовой сферы.

Заряд, охватываемый гауссовой поверхностью, равен $\rho \frac{4}{3}\pi r^3$, где $\frac{4}{3}\pi r^3$ – объем шара.

В итоге, подставляя $E 4\pi r^2$ в левую часть, а $\rho \frac{4}{3}\pi r^3$ – в правую часть

теоремы Гаусса, получаем: $E 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0}$ и поле внутри заряженной сферы

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

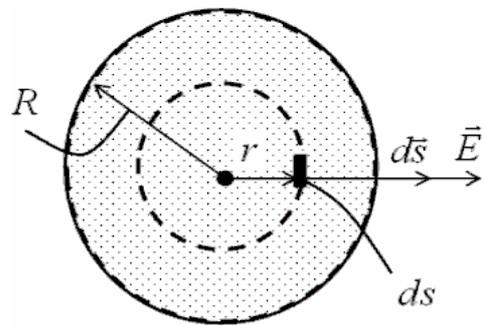
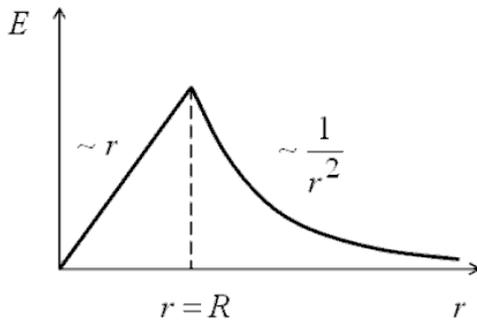


Рис. 16.9

Проведя аналогичные действия вне заряженной сферы, нетрудно получить



$$E(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

График зависимости $E(r)$ представлен на рис. 16.10.

Рис. 16.10

4. Теорема Гаусса в дифференциальной форме. Введем понятие объемной плотности заряда $\rho = \frac{dq}{dV}$ аналогично плотности массы.

Чтобы найти суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности s , нужно вычислить интеграл от ρ по объему V , ограниченному

поверхностью, $Q = \sum_{i=1}^n q_i = \int_V \rho dV$, т.е. можно записать теорему Гаусса

$$\oint_s \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Воспользуемся теоремой Остроградского – Гаусса (Михаил Васильевич Остроградский – крупнейший русский математик, академик, 1801 – 1861 гг.) (без вывода)

$$\oint_s \vec{E} d\vec{s} = \int_V \operatorname{div} \vec{E} dV$$

где $\operatorname{div} \vec{E}$ – дивергенция напряженности электрического поля. (По определению дивергенции $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$).

Тогда очевидно равенство

$$\frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV = \int_V \operatorname{div} \vec{E} dV \quad (*)$$

Из выражения (*) следует теорема Гаусса в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Для уяснения смысла дивергенции проведем параллель с текущей жидкостью. Известно, что $\operatorname{div} \vec{v}$ – удельная мощность источников жидкости в данной точке (\vec{v} – вектор скорости). По аналогии говорят, что заряды являются источниками электрического поля.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте закон Кулона.
2. Что такое напряженность электрического поля?
3. В чем заключается принцип суперпозиции электрических полей?
4. Что такое силовые линии? Для чего они используются?
5. Дайте определение потока напряженности электрического поля через элементарную площадку. Как определяется полный поток напряженности через произвольную поверхность?
6. Сформулируйте теорему Гаусса и осуществите ее вывод.
7. Решите самостоятельно задачи на применение теоремы Гаусса.

ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

План

1. Работа сил электростатического поля. Потенциальность (консервативность) электростатического поля. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.
2. Потенциал. Разность потенциалов. Связь между потенциалом и напряженностью электростатического поля.
3. Электрический диполь. Дипольный момент. Потенциал диполя. Момент сил, действующих на диполь во внешнем электростатическом поле.

1. Работа сил электростатического поля. Работа силы \vec{F} , совершаемая при перемещении $d\vec{l}$ материальной точки под действием этой силы, равна $dA = \vec{F}d\vec{l} = Fdl\cos\alpha$, где α – угол между направлением силы и направлением перемещения.

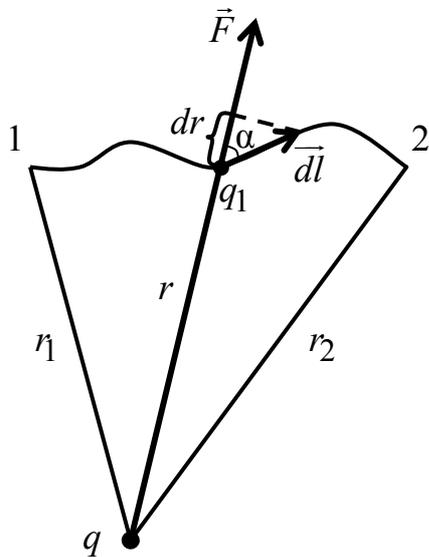


Рис. 17.1

Пользуясь этой формулой, можно найти работу по перемещению одного заряда в поле другого неподвижного заряда (рис. 17.1).

Заряд q_1 перемещается из точки 1 в точку 2 в поле заряда q . Элементарная работа силы \vec{F} на перемещении $d\vec{l}$ равна

$$dA = \vec{F}d\vec{l} = Fdl\cos\alpha = Fdr.$$

Так как сила $F = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, то полная ра-

бота на пути из точки 1 в точку 2 равна

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 Fdr = \int_1^2 \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

то есть:

$$A_{12} = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (*)$$

Потенциальность (консервативность) электростатического поля. Циркуляция вектора \vec{E} . Из формулы (*) видно, что A_{12} не зависит от пути перемещения заряда q_1 и определяется только относительными положениями q и q_1 в начале и конце пути. Отсюда, в частности, следует, что работа по перемещению заряда q_1 по замкнутому контуру равна нулю, то есть электростатическое поле является потенциальным.

Элементарную работу dA можно записать в форме $dA = \vec{F}d\vec{l} = q_1\vec{E}d\vec{l}$, где \vec{E} – вектор напряженности поля, создаваемого зарядом q . Работа по замкнутому контуру равна

$$\oint dA = \oint q_1\vec{E}d\vec{l} = q_1\oint \vec{E}d\vec{l}.$$

Выражение $\oint \vec{E}d\vec{l}$ называется циркуляцией вектора \vec{E} по замкнутому контуру. Для электростатического поля работа по замкнутому контуру из формулы (*): $\oint dA = 0$, отсюда $\oint dA = \oint q_1\vec{E}d\vec{l} = q_1\oint \vec{E}d\vec{l} = 0$, то есть

$$\boxed{\oint \vec{E}d\vec{l} = 0}$$

Таким образом, условием потенциальности электростатического поля является равенство нулю циркуляции вектора напряженности электростатического поля \vec{E} по любому замкнутому контуру.

2. Потенциал. Разность потенциалов. Тело, находящееся в потенциальном поле, имеет потенциальную энергию. Работу по перемещению тела можно представить в виде разности потенциальных энергий в начале и конце пути

$$A_{12} = W_{p_1} - W_{p_2} = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$

Потенциальную энергию можно отсчитывать от любого уровня (так как физический смысл имеет только лишь разность потенциальных энер-

гий). Удобно выбрать потенциальную энергию заряда на бесконечности за начало отсчета потенциальной энергии.

Устремим $r_2 \rightarrow \infty$, тогда $A_{1\infty} = W_{p1} = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r}$, а в общем случае

$$\boxed{W_p = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r}} \quad (**)$$

где W_p – потенциальная энергия заряда q_1 в поле заряда q на расстоянии r .

Определение. Потенциал φ – это энергетическая характеристика электростатического поля, скалярная величина, численно равная отношению потенциальной энергии, которую имеет заряд в данной точке поля, к величине этого заряда.

$$\boxed{\varphi = \frac{W_p}{q_1}}$$

Подставляя выражения для потенциальной энергии (**) в (***), получим формулу для потенциала электростатического поля точечного заряда

$$\boxed{\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}}$$

Единица измерения потенциала – вольт. $[\varphi] = 1 \text{ В}$.

В силу введенного определения потенциала φ работа по перемещению заряда q_1 в электростатическом поле из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_2} = q_1 \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right) = q_1(\varphi_1 - \varphi_2),$$

откуда

$$\boxed{A_{12} = q_1(\varphi_1 - \varphi_2)},$$

(В дифференциальной форме $dA = -q_1 d\varphi$). Разность потенциалов точек 1 и 2:

$$\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_1}}$$

Разность потенциалов – отношение работы по перемещению заряда к величине этого заряда, удельная работа кулоновских сил, однозначно определяемая начальной и конечной точками перемещения.

Связь между потенциалом и напряженностью электростатического поля. Для работы на перемещении $d\vec{l}$ можно написать два эквивалентных выражения.

$$\begin{cases} dA = q_1 \vec{E} d\vec{l} \\ dA = -q_1 d\varphi \end{cases}$$

Знак « – » во второй формуле связан с тем, что работа сил поля над зарядом равна убыли потенциальной энергии заряда.

Сравнение двух формул приводит к связи между потенциалом поля φ и вектором напряженности электростатического поля \vec{E} .

$$\vec{E} d\vec{l} = E_x dx + E_y dy + E_z dz = -d\varphi.$$

Отсюда

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Вектор \vec{E} можно представить как $\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y + E_z \vec{e}_z$, подставляя выражения для компонент вектора \vec{E} , получим:

$$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{e}_x - \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{e}_y - \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{e}_z = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{e}_z \right)$$

Выражение в скобках есть не что иное, как $\text{grad}\varphi$, окончательно получаем

$$\boxed{\vec{E} = -\text{grad}\varphi}$$

Напряженность поля \vec{E} равна градиенту потенциала, взятому со знаком минус.

(Примечания. 1. Используя символ «набла» $\vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e}_z$, связь между вектором напряженности \vec{E} и потенциалом φ можно представить более компактно

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi}$$

2. В случае радиальной симметрии $E = -\frac{d\varphi}{dr}$).

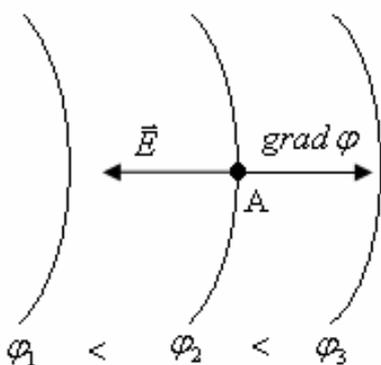


Рис. 17.2

Пример: Пусть имеются эквипотенциальные линии (линии одинакового потенциала) φ_1 , φ_2 и φ_3 причем $\varphi_1 < \varphi_2 < \varphi_3$ (рис. 17.2). Требуется указать направления векторов $\text{grad}\varphi$ и \vec{E} в некоторой точке А. В соответствии с определением градиента он направлен в сторону быстрого возрастания φ , то есть по перпендикуляру к касательной в точке А к эквипотенциальной линии φ_2 в сторону φ_3 .

Из формулы связи \vec{E} и φ следует, что вектор \vec{E} направлен в противоположную сторону.

3. Электрический диполь. Дипольный момент. Потенциал диполя.

Электрическим диполем называют систему двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы. Прямая, проходящая через оба заряда, называется осью диполя (рис. 17.3).

В соответствии с принципом суперпозиции потенциал поля в некоторой точке А равен $\varphi_{\text{дип}} = \varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_2} - \frac{q}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right)$.

Пусть точка А выбрана так, что длина l намного меньше расстояний r_1 и r_2 . В этом случае можно положить, что $r_1 - r_2 = l \cos \alpha$; $r_1 r_2 \approx r^2$ и формулу для потенциала диполя $\varphi_{\text{дип}}$ можно переписать:

$$\varphi_{\text{дип}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q l \cos \alpha}{r^2}$$

где α – угол между осью диполя и направлением к точке А, проведенным от диполя. Произведение $\vec{p} = q\vec{l}$ называется электрическим моментом диполя, или дипольным моментом.

Вектор \vec{p} направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному. Таким образом, произведение ql в формуле для $\varphi_{\text{дип}}$ является дипольным моментом p и соответственно:

$$\varphi_{\text{дип}} = \frac{p \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

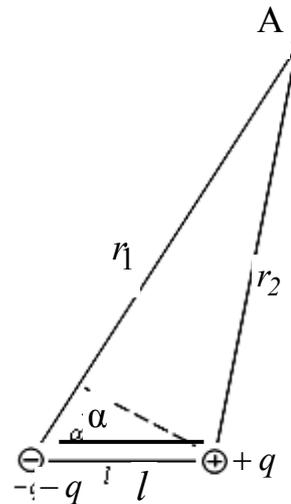


Рис. 17.3

Потенциал поля диполя пропорционален дипольному моменту p , косинусу α и обратно пропорционален квадрату расстояния от диполя до рассматриваемой точки, то есть потенциал диполя убывает быстрее с расстоянием, чем потенциал точечного заряда $\left(\sim \frac{1}{r} \right)$.

Момент сил, действующих на диполь во внешнем электрическом поле. Поместим диполь в электрическое поле (рис. 17.4). Пусть направление диполя составляет с направлением вектора напряженности \vec{E} некоторый угол α . На отрицательный заряд действует сила $\vec{F}_1 = -q\vec{E}$, направлен-

ная против поля, на положительный заряд действует сила $\vec{F}_2 = q\vec{E}$, направленная вдоль поля.

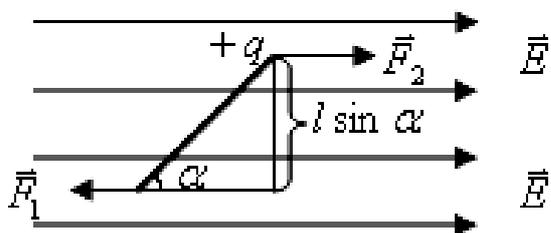


Рис. 17.4

Эти силы образуют пару сил с вращающим моментом

$$M = Fl \sin \alpha = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha .$$

В векторном виде

$$\vec{M}_{\text{вр}} = [\vec{p} \times \vec{E}]$$

Диполь в однородном внешнем поле поворачивается под действием вращающего момента таким образом, чтобы сила, действующая на положительный заряд диполя, совпадала по направлению с вектором \vec{E} и осью диполя. Этому положению соответствуют $\alpha = 0$ и $M_{\text{вр}} = 0$.

Вопросы для самоконтроля

1. Как вычислить работу, совершаемую над точечным зарядом при его перемещении в электрическом поле? Зависит ли эта работа от формы траектории?
2. Что такое потенциал электростатического поля? Запишите его выражение для точечного заряда.
3. Какова связь потенциала с напряженностью электростатического поля?
4. Что такое электрический диполь? Дипольный момент?
5. От чего зависит потенциал поля диполя?
6. Вычислите момент сил, действующих на диполь во внешнем электрическом поле.

ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

План

1. Свободные и связанные заряды в веществе. Типы диэлектриков. Ионная, электронная и ориентационная поляризации.
2. Поляризованность. Диэлектрическая восприимчивость вещества и ее зависимость от температуры.
3. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость среды. Напряженность электрического поля в диэлектрике.
4. Граничные условия для электрического поля на границе раздела «диэлектрик-диэлектрик».

1. Свободные и связанные заряды в веществе. Диэлектрик (от греч. dia – через, сквозь и англ. electric – электрический) – вещества, практически не проводящие электрический ток и в которые проникает электрическое поле (пластмассы, керамика, неионизованные газы, непроводящие жидкости и т.п.)

Свободные заряды имеются в любом проводнике, они могут достаточно свободно перемещаться в пределах проводника.

В диэлектриках нет «свободных» зарядов, которые могли бы перемещаться по всему образцу. Заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, прочно связаны между собой и способны перемещаться только в пределах своей молекулы на расстояние порядка $10^{-7} - 10^{-8}$ см.

Нескомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называют поляризационными, или связанными.

Последним термином хотят подчеркнуть, что свобода перемещения таких зарядов ограничена. Они могут смещаться лишь внутри электрически нейтральных молекул.

Типы диэлектриков. Каждая молекула или атом диэлектрика содержат положительно заряженные ядра и электроны, движущиеся вокруг ядер. Если заменить все положительные заряды ядер молекулы одним суммарным зарядом $+q$, находящимся в «центре тяжести» положительных зарядов, а все отрицательные заряды $-q$, расположенном в «центре тяже-

сти» отрицательных зарядов, то можно приближенно рассматривать молекулу диэлектрика как диполь, состоящий из зарядов $+q$ и $-q$. Такой диполь имеет электрический момент и создает электрическое поле.

Типы диэлектриков

1. Неполярные диэлектрики. Дипольный момент многих диэлектриков в отсутствие внешнего поля равен нулю. Такие диэлектрики называются неполярными, например метан CH_4 , у которого симметричная неполярная молекула, у которой «центры тяжести» положительного и отрицательного зарядов совпадают.

2. Вторую группу диэлектриков составляют такие вещества, как вода, нитробензол и другие, молекулы которых имеют ассиметричное строение. При этом «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают друг с другом, молекула представляет «жесткий» диполь даже в отсутствие внешнего поля, и ее называют полярной. Соответственно такие диэлектрики называются полярными.

3. К третьей группе относятся кристаллические диэлектрики, имеющие ионное строение (хлористый натрий, хлористый калий и др.). При внесении их в электрическое поле происходит небольшое смещение положительных ионов кристаллической решетки по полю, а отрицательных – против поля.

Ионная, электронная и ориентационная поляризации.

Ионная поляризация

Решетку ионных кристаллов можно рассматривать как две вставленные друг в друга решетки, одна из которых образована положительными, а другая – отрицательными ионами. При действии на ионы кристалла

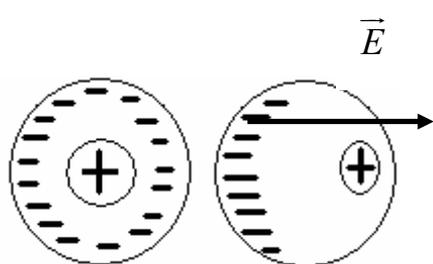


Рис. 18.1

внешнего поля обе решетки сдвигаются относительно друг друга, что приводит к поляризации диэлектрика.

Электронная поляризация

Атом имеет ядро с положительным зарядом, окруженное отрицательными электронами (рис 18.1). В электрическом поле положительные заряды притягиваются в одну сторону, а электроны – в другую.

«Центр тяжести» отрицательных зарядов сместится, и больше не будет совпадать с положительным зарядом ядра.

Аналогичная ситуация имеет место и в молекулах. Поскольку в электрическом поле происходит фактически смещение электронов как легких

частиц, а ядро почти не смещается, такая поляризация и называется электронной.

Ориентационная поляризация

Если диэлектрик состоит из полярных молекул, то при отсутствии внешнего поля их дипольные моменты ориентированы произвольным образом (из-за теплового движения). Под действием же внешнего поля дипольные моменты ориентируются преимущественно в направлении внешнего поля (см. лек. 17).

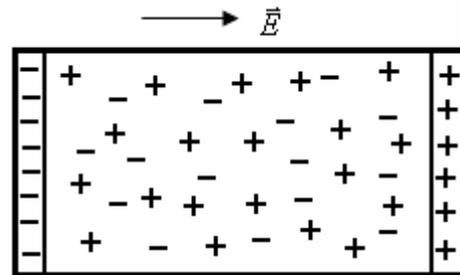


Рис. 18.2

Независимо от типа поляризации на противоположных концах диэлектрика появляются нескомпенсированные поверхностные связанные заряды (рис. 18.2).

2. Поляризованность. Величина, характеризующая степень поляризации диэлектрика, называется поляризованностью \vec{P} . Ее физический смысл – дипольный момент единицы объема:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$$

где ΔV – бесконечно малый объем, заключающий точку, в которой определяется поляризованность; $\sum \vec{p}_i$ – векторная сумма дипольных моментов молекул в этом объеме. (Объем ΔV мал по сравнению с объемом диэлектрика, но много больше объема, занимаемого молекулой).

Диэлектрическая восприимчивость вещества и ее зависимость от температуры. Как показывает опыт, для большого класса изотропных диэлектриков при не слишком больших напряженностях \vec{E} электрического поля, поляризованность связана с \vec{E} в той же точке соотношением:

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$$

где \varkappa – безразмерная величина, называемая диэлектрической восприимчивостью вещества. Эта величина не зависит от \vec{E} , она является характеристикой самого вещества, всегда $\varkappa > 0$. (Существуют, однако, исключения. Например, для сегнетоэлектриков связь между \vec{P} и \vec{E} нелинейная).

В случае диэлектриков, построенных из полярных молекул, ориентирующему действию внешнего поля противится тепловое движение молекул

кул, стремящихся разбросать их дипольные моменты по всем направлениям. Для таких диэлектриков диэлектрическая восприимчивость обратно пропорциональна температуре: $\varepsilon \sim \frac{1}{T}$.

3. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике. Электрическое смещение. Пусть имеются две бесконечно длинные разноименно

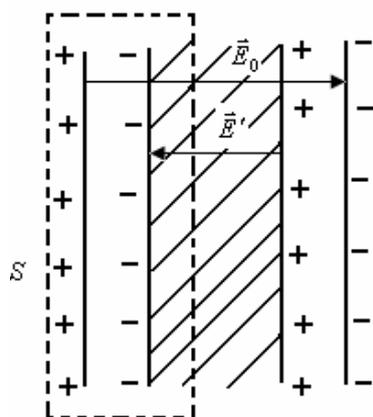


Рис. 18.3

заряженные плоскости плоского конденсатора с полем \vec{E}_0 . В пространстве между ними внесем пластину из диэлектрика (рис. 18.3). В результате образования связанных поляризованных зарядов на поверхности диэлектрика, находящегося в электрическом поле, возникает дополнительное электрическое поле поляризационных зарядов диэлектрика \vec{E}' . По принципу суперпозиции электрическое поле в диэлектрике равно $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$. Выделим гауссову поверхность S , охватывающую положительно заряженную пластину конденсатора и проходящую через диэлектрик (см. рис. 18.3).

Запишем теорему Гаусса. При суммировании зарядов учтем свободные заряды конденсатора и связанные нескомпенсированные заряды диполей диэлектрической среды (на поверхности диэлектрика)

$$\varepsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S} = Q_{\text{своб}} + Q_{\text{связ}} \quad (*)$$

Обозначим поверхностную плотность связанных зарядов σ' . Их результирующий заряд $Q_{\text{связ}} = -\oint_S \sigma' dS$ («минус» учитывает знак связанных зарядов).

Свяжем вектор поляризованности с плотностью связанных зарядов. Выделим из диэлектрика прямоугольный параллелепипед с гранями, параллельными внешнему полю \vec{E}_0 , длиной l и основанием ΔS (рис. 18.4).

Поверхностный заряд на основании параллелепипеда $\sigma' \Delta S$. Дипольный момент параллелепипеда обозначим d (чтобы не перепутать с p – элементарным дипольным моментом):

$$d = \sigma' \Delta S \cdot l$$

С другой стороны, из определения поляризованности дипольный момент параллелепипеда можно выразить как $d = P \Delta V = P \Delta S \cdot l$. Приравняв правые части $\sigma' \Delta S \cdot l = P \Delta S \cdot l$, получим $\sigma' = P$. Как показывает соответствующий расчет, в общем случае произвольного расположения параллелепипеда в пространстве между пластинами конденсатора, плотность поляризационного заряда в произвольной точке поверхности равна нормальной составляющей (перпендикулярной к поверхности ΔS) поляризованности в этой точке поверхности $\sigma' = P_n$, тогда $\oint_S \sigma' dS = \int_S P_n dS$. Поскольку нормальная составляющая P_n

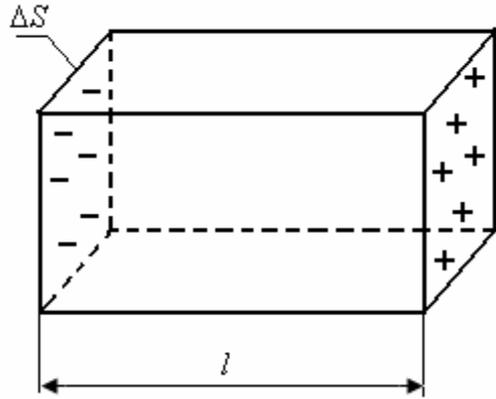


Рис. 18.4

равна скалярному произведению \vec{P} на единичный вектор нормали \vec{n} , то есть $P_n = \vec{P} \cdot \vec{n}$, то $P_n dS = \vec{P} \cdot \vec{n} \cdot dS = \vec{P} d\vec{S}$, тогда $Q_{\text{связ}} = -\oint_S \vec{P} d\vec{S}$.

Подставляя последнее выражение в (*), получим $\epsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S} = Q_{\text{своб}} - \oint_S \vec{P} d\vec{S}$,

или $\epsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S} + \oint_S \vec{P} d\vec{S} = Q_{\text{своб}}$. Тогда $\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = Q_{\text{своб}}$.

Обозначим

$$\boxed{\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}} \quad (**)$$

Вектор \vec{D} называется вектором электрического смещения (или электрическим смещением). В результате получим

$$\boxed{\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{своб}}}$$

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике: поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных зарядов.

Диэлектрическая проницаемость среды. Напряженность электрического поля в диэлектрике. Так как $\vec{P} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$, подставляя это выражение в формулу (**), получим $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \alpha \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \alpha) \vec{E}$. Обозначим

$$1 + \alpha = \epsilon$$

Коэффициент ϵ называется диэлектрической проницаемостью среды, или относительной диэлектрической проницаемостью. Приведем значение ϵ для некоторых веществ (см. таблицу).

Диэлектрик	ϵ
Воздух	1,00055
Трансформаторное масло	2,0
Вода	81,1

Итак, с учетом введенного понятия ϵ связь электрического смещения с напряженностью электрического поля запишется следующим образом:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

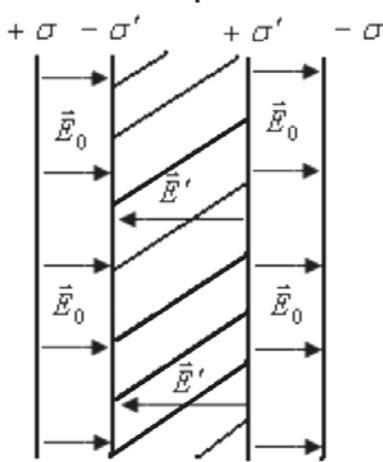


Рис. 18.5

Для того чтобы понять физический смысл ϵ , рассмотрим две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости (т.е. бесконечный плоский конденсатор).

Внесем в поле пластину из однородного изотропного диэлектрика (рис. 18.5). Под действием поля конденсатора диэлектрик поляризуется, и на его поверхности появляются связанные заряды с плотностью σ' . Эти заряды создают внутри пластины поле, напряженность которого

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \text{ Вне диэлектрика } E' = 0. \text{ Напряженность}$$

поля конденсатора $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. Оба поля направлены на встречу друг другу,

следовательно, внутри диэлектрика поле по принципу суперпозиции:

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}.$$

Производя последовательно замену $\sigma' = P = \alpha \epsilon_0 E$, получим:

$$E = E_0 - \alpha \cdot \frac{\epsilon_0 E}{\epsilon_0} = E - \alpha \cdot E, \text{ то есть } E = E_0 - \alpha \cdot E.$$

Таким образом, в результате $E = \frac{E_0}{1+\alpha} = \frac{E_0}{\epsilon}$

$$\boxed{E = \frac{E_0}{\epsilon}}$$

Поле в диэлектрике ослабевает в ϵ раз. То есть ϵ показывает, во сколько раз поле в диэлектрике слабее, чем поле в вакууме.

Примеры

1. Закон Кулона для поля в диэлектрике: $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2}$.

2. Напряженность поля заряженной сферы, погруженной в безграничный однородный и изотропный диэлектрик: $E = \frac{1}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$.

Таким образом, зная диэлектрическую проницаемость среды, нетрудно определить напряженность поля в диэлектрике, заменив в известных законах ϵ_0 на $\epsilon \epsilon_0$.

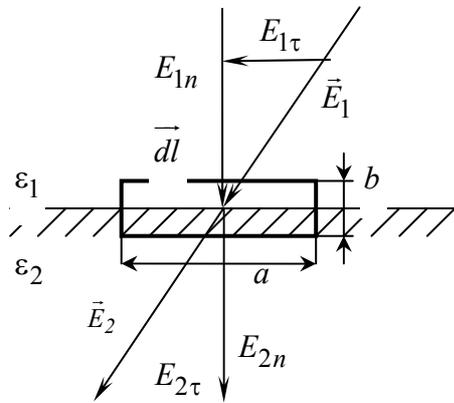
4. Граничные условия для электрического поля на границе раздела диэлектрик – диэлектрик. Выделим небольшой участок раздела двух диэлектриков, который в пределе может считаться плоским. В электрическом поле в каждом из диэлектриков вблизи поверхности раздела появятся поляризационные заряды.

Обозначим напряженность поля в диэлектриках через \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , затем разложим их на составляющие: нормальную и тангенциальную (рис. 18.6). Выберем небольшой прямоугольный контур длиной a и шириной b , который проходит через оба диэлектрика. Граничные условия для тангенциальных составляющих определяются из требования равенства нулю циркуляции \vec{E} по выбранному контуру $\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$. Интегрируя по контуру и устремляя b к нулю ($b \rightarrow 0$), получим $\oint \vec{E} d\vec{l} = E_{1\tau} \cdot a - E_{2\tau} \cdot a = 0$

$$\boxed{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$$

Тангенциальные составляющие вектора напряженности электрического поля являются одинаковыми по обе стороны границы раздела (не претерпевает скачка).

С помощью соотношения $D = \epsilon\epsilon_0 E$ получим



$$\frac{D_{1\tau}}{\epsilon_0\epsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\epsilon_0\epsilon_2},$$

$$\boxed{\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}$$

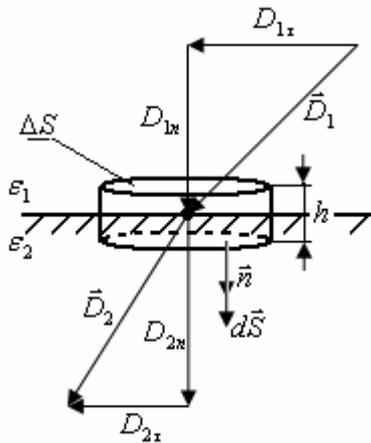
Тангенциальная составляющая вектора электрического смещения на границе раздела диэлектриков испытывает скачок и изменяется прямо пропорционально диэлектрической проницаемости среды.

Рис. 18.6

Теперь возьмем на границе диэлектриков воображаемую цилиндрическую поверхность высотой h с основанием ΔS (рис. 18.7). Применим теорему Гаусса (для диэлектриков)

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{своб.}}$$

Поток вектора \vec{D} через поверхность цилиндра с учетом направления внешних нормалей равен (при устремлении высоты к нулю ($h \rightarrow 0$)).



$(D_{2n} - D_{1n})\Delta S = 0$ (т.к. свободных зарядов на границе раздела диэлектрика нет).

$$\boxed{D_{1n} = D_{2n}}$$

Нормальные составляющие вектора электрического смещения являются одинаковыми по разные стороны границы раздела, не испытывая скачка.

Рис. 18.7

Используя связь между D и E

$$\epsilon_1\epsilon_0 E_{1n} = \epsilon_2\epsilon_0 E_{2n},$$

получим

$$\boxed{\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

Нормальные составляющие вектора напряженности поля на границе раздела двух диэлектриков испытывают скачок и изменяются обратно пропорционально диэлектрической проницаемости среды.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит различие в поляризации полярных и неполярных диэлектриков?
2. Как определяется поляризованность вещества? Каков ее физический смысл?
3. Как влияет поляризация на поле в диэлектрике? Почему?
4. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля в диэлектрике.
5. Каков физический смысл диэлектрической проницаемости вещества?
6. Как связаны между собой векторы электрического смещения \vec{D} и напряженности электрического поля \vec{E} ?
7. Сформулируйте граничные условия для векторов \vec{E} и \vec{D} .

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРОВОДНИКОВ

План

1. Распределение свободных зарядов в проводнике. Электрическое поле внутри проводника и у его поверхности.
2. Электростатическая защита.
3. Емкость уединенного проводника, системы проводников, плоского конденсатора.
4. Энергия системы точечных зарядов, заряженного проводника и конденсатора.
5. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии электростатического поля.

1. Распределение свободных зарядов в проводнике. Электрическое поле внутри проводника и у его поверхности. В заряженном проводнике избыточные заряды располагаются на его поверхности вследствие кулоновского отталкивания. Одноименные заряды отталкиваются и стремятся расположиться как можно дальше друг от друга.

Как показывает опыт, распределение зарядов по поверхности проводника не равномерно и существенно зависит от формы его поверхности. Плотность зарядов невелика там, где кривизна незначительна или даже отрицательна. Для случая электростатики напряженность электрического поля внутри проводника равна нулю ($\vec{E}_{\text{внутр}} = 0$), иначе заряды в проводнике перемещались бы под действием сколь угодно малого поля, а это уже электрический ток. Это означает, что потенциал внутри проводника должен быть постоянным. ($\vec{E} = -\text{grad}\phi, \text{grad}\phi = 0, \phi = \text{const}$). Следовательно, в случае равновесия зарядов поверхность проводника должна быть эквипотенциальной. На поверхности проводника напряженность поля должна быть направлена перпендикулярно поверхности $\vec{E} = \vec{E}_n$ (иначе вдоль поверхности потечет ток).

Электрические заряды располагаются на поверхности проводника с некоторой плотностью σ , создают вне проводника электрическое поле.

Представим небольшую цилиндрическую поверхность, образованную нормальными к поверхности проводника и достаточно малыми основаниями ΔS , одно из которых располагается внутри, а другое вне проводника (рис. 19.1). Поток вектора электрического смещения \vec{D} через внутреннюю часть поверхности равен нулю, так как внутри проводника $\vec{E} = 0$, а значит, $\vec{D} = 0$.

Вне проводника в непосредственной близости к нему напряженность \vec{E} направлена по нормали к поверхности $\vec{E} = \vec{E}_n$, а значит, $\vec{D} = \vec{D}_n$. Теорема Гаусса для вектора \vec{D} (над поверхностью проводника может быть диэлектрик):

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{своб}}$$

где $Q_{\text{своб}} = \sigma \Delta S$; тогда $D \Delta S = \sigma \Delta S$. Так как

$D = \epsilon \epsilon_0 E$, получаем $\epsilon \epsilon_0 E \Delta S = \sigma \Delta S$, откуда

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}$$

Напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника пропорциональна поверхностной плотности заряда σ .

Вблизи выпуклых частей тел поле может быть настолько большим, что происходит ионизация окружающего атмосферного воздуха и коронный разряд.

2. Электростатическая защита. При внесении незаряженного проводника в электрическое поле происходит разделение зарядов, свободные заряды образуют на одной стороне избыток отрицательных зарядов, а на другой – избыток положительных зарядов (рис. 19.2).

Это явление называется электростатической индукцией, а заряды – индуцированными зарядами. При равновесном состоянии поле внутри проводника равно нулю. Линии напряженности вне проводника перпендикулярны к его поверхности. Нейтральный проводник, внесенный в электрическое поле, разрывает часть линий напряженности – они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах. Внутри проводника поле отсутствует.

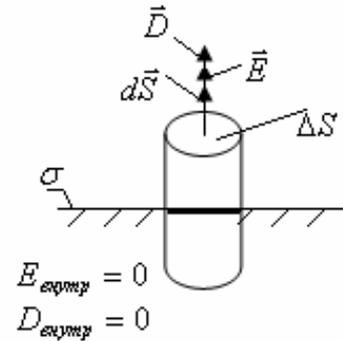


Рис. 19.1

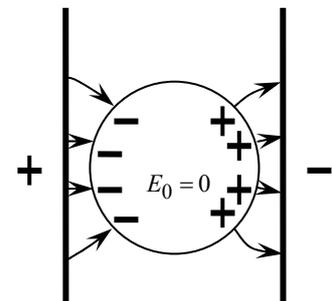


Рис. 19.2

На свойстве проводников экранировать внешние поля основывается электростатическая защита от действия внешних электростатических полей. Когда какой-либо прибор хотят защитить от воздействия внешних полей, его окружают проводящим экраном. Внешнее поле компенсируется внутри экрана возникающими на его поверхности электрическими зарядами. При этом экран может быть не сплошным, а в виде густой сетки.

Заметим, что если заряды находятся внутри полости, то они вызывают возникновение индукционных зарядов и на внутренней и на внешней поверхности проводника. Поле внутри полости в этом случае отлично от нуля.

3. Электроемкость удельного проводника. Пусть имеется некоторый проводник, например металлический шарик на диэлектрической подставке. Будем виртуально переносить на этот проводник порции заряда из бес-

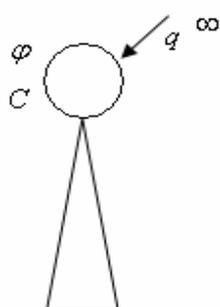


Рис. 19.3

конечности (рис. 19.3). Увеличение заряда на проводнике в некоторое число раз приведет к увеличению напряженности поля в каждой точке окружающего проводник пространства в то же число раз. Соответственно в такое же число раз возрастает работа по перемещению единичного заряда из бесконечности на поверхность проводника.

Напомним, что работа по перемещению заряда из бесконечности в данную точку, отнесенная к величине заряда, есть потенциал в данной точке. Таким образом, возрастает потенциал нашего проводника, то есть будет про-

порционален перенесенному заряду $\varphi = Kq$, обозначим $K = \frac{1}{C}$, тогда

$$q = C\varphi$$

Коэффициент пропорциональности C между зарядом и потенциалом характеризует свойство накапливать электрический заряд и называется электроемкостью, или емкостью, проводника. Емкость $C = \frac{q}{\varphi}$ численно равна заряду, сообщение которого проводнику приводит к повышению потенциала на единицу.

Единица емкости – фарад. Фарад равен емкости конденсатора, между обкладками которого при заряде 1 Кл возникает напряжение 1 В. Более

мелкие единицы емкости: 1 микрофарад ($1\text{мкФ} = 1 \cdot 10^{-6}\text{Ф}$); 1 нанофарад ($1\text{нФ} = 1 \cdot 10^{-9}\text{Ф}$); 1 пикофарад ($1\text{пФ} = 1 \cdot 10^{-12}\text{Ф}$). Потенциал заряженной

сферы $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$, где R – радиус сферы. По определению емкости

$$C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{Q4\pi\epsilon_0 R}{Q} = 4\pi\epsilon_0 R.$$

Таким образом, емкость сферы пропорциональна радиусу сферы. Однако это не самый эффективный способ увеличения емкости. Например, емкость Земли всего 700 мкФ. В общем случае емкость уединенного проводника зависит от его размеров и формы.

Емкость системы проводников. Увеличение емкости проводника можно достичь не только увеличивая его размеры, но и приблизив к нему другой проводник, незаряженный или заряженный. Это вызвано тем, что под действием поля, создаваемого заряженным проводником, на поднесенном к нему теле возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды. Пусть имеется некоторый проводник I с зарядом q , имеющий потенциал φ_1 . Емкость этого проводника $C = \frac{q}{\varphi_1}$. Рядом поместим другое незаряженное

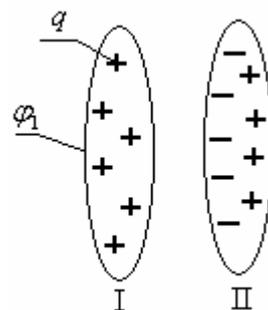


Рис. 19.4

тело II (рис. 19.4). Заряды на этом теле, противоположные по знаку заряду проводника q , располагаются ближе к проводнику, чем одноименный с q и, следовательно, оказывают большее влияние на его потенциал. Поэтому при поднесении к заряженному проводнику какого-либо тела потенциал проводника I уменьшается (по абсолютной величине). По принципу суперпозиции потенциалы складываются алгебраически $\varphi' = \varphi_1 - \varphi_2 < \varphi_1$, потенциал проводника I уменьшается, тогда емкость проводника I $C' = \frac{q}{\varphi'} > C$ увеличивается.

Устройства, основанные на свойстве проводников увеличивать свою емкость в присутствии других проводников (или диэлектриков), называются конденсаторами.

Емкость плоского конденсатора. Получим формулу для емкости бесконечного плоского конденсатора. Если площадь обкладки S , заряд на ней q , а диэлектрическая проницаемость вещества между обкладками ϵ , то напряженность поля между обкладками равна $E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}$, где σ – поверхностная плотность заряда. Разность потенциалов между обкладками $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S} d$, где d – величина зазора между обкладками.

Откуда емкость плоского конденсатора: $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

Емкость реального плоского конденсатора определяется максимально точно, если зазор между обкладками много меньше линейных размеров обкладки. Из полученной формулы следует, что для увеличения емкости пространство между обкладками необходимо заполнить диэлектриком с большим ϵ , увеличить площадь обкладок и уменьшить зазор между обкладками.

4. Энергия системы точечных зарядов. Пусть имеются два заряда: q_1 и q_2 . Заряд q_1 приближается к заряду q_2 из бесконечности на расстояние r (рис. 19.5). Для сближения зарядов на расстояние r необходимо совершить работу $A_{\infty 1} = q_1\varphi_1$, где φ_1 – потенциал, создаваемый q_2 на расстоянии r .

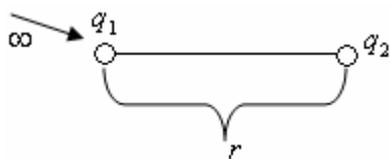


Рис. 19.5

$$\varphi_1 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r}; \quad A_{\infty 1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Эта работа идет на изменение потенциальной энергии системы (была 0, стала W_p). Если q_2 приближается из бесконечности к заряду q_1 на расстояние r , то работа $A_{\infty 2} = q_2\varphi_2 = q_2 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$, то есть

$A_{\infty 1} = A_{\infty 2} = W_p$ можно представить как

$$W_p = q_1\varphi_1 = q_2\varphi_2 = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2).$$

Можно показать, что для системы трёх зарядов:

$$W_p = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3).$$

Потенциальная энергия системы произвольного количества зарядов определяется выражением:

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i$$

где N – полное число зарядов, φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i -го в точке, где находится i -й заряд.

Энергия заряженного проводника. Разделим проводники на отдельные части с зарядами ΔQ (рис. 19.6) учитывая, что проводник эквипотенциален, получим потенциальную энергию проводника:

$$W_p = \frac{\sum_{i=1}^N q_i \varphi_i}{2} = \varphi \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{2} = \varphi \frac{\sum_{i=1}^N \Delta Q_i}{2} = \frac{\varphi Q}{2}$$

$$W_p = \frac{\varphi \cdot Q}{2}$$

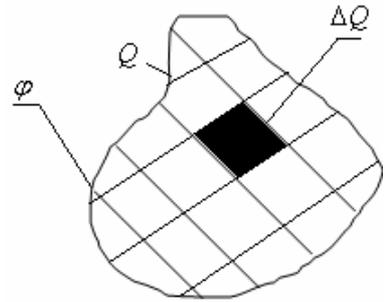


Рис. 19.6

Энергия конденсатора. Рассматриваем энергию конденсатора как сумму энергий проводников, составляющую конденсатор. Используем также эквипотенциальность обкладок и учтем разный знак зарядов.

$$W_p = W_{p1} + W_{p2} = \frac{\varphi_1 Q}{2} - \frac{\varphi_2 Q}{2} = \frac{Q}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{QU}{2},$$

$$W_p = \frac{QU}{2}$$

Так как $C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U}$, то

$$W_p = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2$$

5. Энергия электростатического поля. Энергию заряженного конденсатора можно выразить через величины, характеризующие электрическое поле в зазоре между обкладками.

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S U^2}{d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd.$$

Частное $\frac{U}{d}$ равно напряженности поля в зазоре, произведение $Sd = V$ – объем, занимаемый полем, тогда

$$W_p = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V$$

Объемная плотность энергии электростатического поля. Разделив энергию W_p на объём, получаем плотность энергии

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

Так как электрическое смещение $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, то $w = \frac{ED}{2}$. В изотропном диэлектрике направления векторов \vec{E} и \vec{D} совпадают, поэтому формуле для плотности энергии можно придать вид

$$w = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} = \frac{\vec{E}(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})}{2} = \frac{\varepsilon_0\vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{E}\vec{P}}{2}.$$

То есть плотность энергии можно представить в виде суммы плотности энергии в вакууме и плотности энергии, затрачиваемой на поляризацию диэлектрика.

Зная плотность энергии в каждой точке, можно найти полную энергию поля, занимающего объем V :

$$W = \int w dV = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \int_V E^2 dV$$

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \int_V E^2 dV$$

Вопросы для самоконтроля

1. Каковы напряженность и потенциал электрического поля, а также распределение зарядов внутри и на поверхности заряженного проводника?
2. Чему равна напряженность электрического поля внутри проводника, помещенного в электрическое поле? Почему?
3. Что называется емкостью идеального проводника? От чего она зависит?
4. Как подсчитать емкость уединенного проводника и плоского конденсатора?
5. Запишите выражения для энергии заряженного уединенного проводника и объемной плотности энергии электрического поля.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

План

1. Характеристики электрического тока и условия его существования. Электродвижущая сила, напряжение. Обобщенный закон Ома.
2. Классическая электронная теория электропроводности металлов.
3. Вывод законов Ома и Джоуля – Ленца из электронных представлений.
4. Затруднения классической электронной теории.
5. Законы Кирхгофа.

1. Характеристики электрического тока и условия его существования. В электростатике изучались явления, обусловленные неподвижными зарядами. Если по какой-либо причине возникает упорядоченное движение зарядов и через некоторую поверхность переносится заряд, отличный от нуля, то говорят, что возникает электрический ток.

Количественной характеристикой электрического тока служит сила тока – величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени. Если за время dt через поверхность переносится заряд dq , то сила тока I равна:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Единицей силы тока является ампер (А). За направление тока принимается направление, в котором перемещаются положительные заряды, или направление, противоположное направлению движения отрицательных зарядов. Свободные заряды, которые перемещаются в среде, называются носителями тока.

Электрический ток может быть распределен неравномерно по поверхности, через которую он течет. Более детально ток можно охарактеризовать с помощью вектора плотности тока \vec{j} . Пусть заряженные частицы движутся в определенном направлении со скоростью \vec{v} . Вектором плот-

ности тока \vec{j} называется вектор, по направлению совпадающий с направлением скорости положительных зарядов (или против направления скорости отрицательных зарядов), а по абсолютной величине равный отношению силы тока dI через элементарную площадку dS_{\perp} , расположенную в данной точке пространства перпендикулярно к направлению движения носителей, к ее площади.

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

Число носителей тока в единице объема n называется плотностью носителей тока. Заряд отдельного носителя будет обозначаться e .

Если свободными зарядами являются, например, электроны, а положительные заряды неподвижны (это имеет место в металлах), то плотность носителей будет совпадать с числом свободных электронов в единице объема.

Вектор плотности тока можно выразить через плотность носителей тока n и скорость их движения u . Количество заряда, перенесенного за время dt через некоторую поверхность S , перпендикулярную к вектору скорости (рис. 20.1), равно $dq = n \cdot e \cdot u \cdot dt \cdot S$. За время dt площадку S пересекут все свободные заряды в параллелепипеде с основанием S и длиной $u \cdot dt$. Если площадка S достаточно мала, то плотность тока в её пределах можно считать постоянной, и тогда

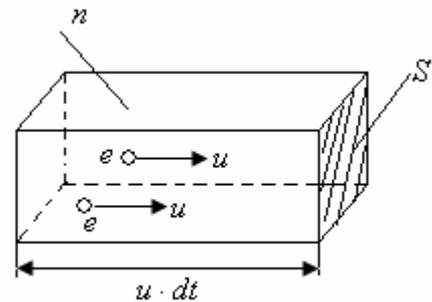


Рис. 20.1

$$j = \frac{I}{S} = \frac{dq}{S dt} = \frac{n \cdot e \cdot u \cdot dt \cdot S}{S dt} = neu.$$

В векторной форме:

$$\vec{j} = n \cdot e \cdot \vec{u}$$

Сила тока через произвольную поверхность

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

Электрический ток, обусловленный движением свободных зарядов в проводниках различной природы, называется током проводимости.

Свободные заряды в проводнике испытывают столкновения с атомами проводника. За время «свободного пробега» τ между двумя столкновениями заряд в проводнике приобретает направленную скорость вдоль внешнего электрического поля

$$\vec{u} = \vec{w}\tau = \frac{e\vec{E}}{m_0}\tau.$$

где \vec{w} – ускорение частицы; \vec{E} – напряженность электрического поля в проводнике. После очередного столкновения скорость теряется. Затем, до следующего столкновения, происходит новое наращивание направленной скорости.

Из вышеизложенного следует, что **условиями существования тока** является наличие:

- а) свободных зарядов;
- б) электрического поля внутри проводника, чтобы поддерживать перемещение зарядов.

Электродвижущая сила, напряжение. Обобщенный закон Ома. Если бы на носитель тока действовали только силы электростатического поля, то под действием этих сил положительные носители перемещались бы из места с большим потенциалом к месту с меньшим потенциалом, а отрицательные носители двигались бы в обратном направлении. Это привело бы к выравниванию потенциалов, и в результате ток бы прекратился. Чтобы этого не произошло, должны иметься участки, на которых перенос положительных зарядов происходит в сторону возрастания ϕ , то есть против сил электростатического поля. Перенос носителей на этих участках возможен лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения, называемых сторонними силами. Физическая природа сторонних сил может быть различна. Например, химическая (как в аккумуляторах), механическая, магнитная и др.

Величина, равная отношению работы сторонних сил по перенесению заряда к величине этого заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС):

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q}.$$

ЭДС измеряется в тех же единицах что и потенциал, то есть в вольтах (В).

Стороннюю силу, действующую на заряд, можно представить в виде $\vec{F}_{\text{стор}} = \vec{E}_{\text{стор}}q$, где $\vec{E}_{\text{стор}}$ – напряженность поля сторонних сил. Работа сторонних сил над зарядом на некотором участке 1 – 2:

$$A_{\text{стор}}^{1-2} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}.$$

Разделив обе части уравнения согласно определению ЭДС на заряд, получим:

$$\varepsilon_{12} = \frac{A_{\text{стор}}^{1-2}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}$$

Для замкнутой цепи

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}$$

ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности сторонних сил.

Кроме сторонних сил на заряд действуют силы электростатического поля $\vec{F}_E = q\vec{E}$. Результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд, равна:

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_{\text{стор}} = q(\vec{E} + \vec{E}_{\text{стор}}).$$

Работа, совершаемая этой силой над зарядом q на участке цепи 1 – 2, определяется выражением $A_{12} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}$. Так как $q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$,

а $q \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l} = q\varepsilon_{12}$, тогда работа равна: $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon_{12}$.

Разделим обе части последнего уравнения на q . В левой части отношение $\frac{A_{12}}{q}$ обозначим U_{12} . Величина, численно равная отношению работы и электростатических, и сторонних сил по перемещению заряда к величине этого заряда, называется падением напряжения, или просто напряжением, на данном участке цепи U_{12} .

Таким образом (рис. 20.2),

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

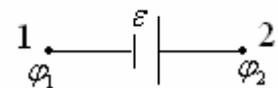


Рис. 20.2

Заметим, что если на участке отсутствует ЭДС, то $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$. Можно показать, что $U_{12} = IR$, где R – полное сопротивление цепи, и тогда

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

Это уравнение выражает закон Ома для неоднородного участка цепи (с ЭДС). Он также называется обобщенным законом Ома.

2. Классическая электронная теория электропроводимости металлов. Внутренняя структура металлов характеризуется кристаллической решеткой. В узлах кристаллической решетки находятся положительные ионы; в пространстве между ними практически свободно движутся обобществленные электроны. Немецкий физик П. Друде предположил, что электроны ведут себя как частицы идеального газа, и предложил использовать для описания их поведения известные формулы кинетической теории газов.

Система свободных обобществленных в кристаллической решетке электронов называется электронным газом. В отличие от молекул газа, пробег которых определялся соударением молекул друг с другом, электроны сталкиваются преимущественно не между собой, а с ионами, образующими кристаллическую решетку металла. Этими столкновениями обусловлено, в частности, сопротивление металла электрическому току.

Хаотическое тепловое движение электронов в металлах можно характеризовать средней скоростью $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}$ (для комнатных температур $\langle v \rangle \sim 10^3$ м/с). При наличии внешнего поля электроны обладают еще некоторой средней скоростью направленного движения \bar{v} . Обычно $u \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ м/с, то есть $u \ll \langle v \rangle$.

3. Вывод законов Ома и Джоуля – Ленца из электронных представлений.

Закон Ома.

Средний путь, проходимый свободно движущимися электронами между двумя последовательными столкновениями с ионами решетки, называется средней длиной свободного пробега λ . Среднее время между двумя

столкновениями $\tau = \frac{\lambda}{v}$ (определяется скоростью хаотического движения v). При наличии поля \vec{E} направленная скорость электронов увеличивается за время свободного пробега и к моменту следующего соударения достигает максимальной величины

$$\vec{u}_{\max} = \vec{w}\tau = \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\lambda}{v}.$$

Скорость \vec{u} изменяется за время пробега линейно. Поэтому ее среднее за пробег значение равно половине максимального значения.

$$\langle \vec{u} \rangle = \frac{1}{2} \vec{u}_{\max} = \frac{1}{2} \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\lambda}{v}$$

Плотность тока

$$\vec{j} = ne \langle \vec{u} \rangle = \frac{ne^2\lambda}{2mv} \vec{E}$$

Коэффициент пропорциональности между \vec{j} и \vec{E} обозначим $\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2mv}$ (σ – проводимость). В результате получим закон Ома в локальной форме (параметры относятся к данной точке сечения проводника).

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

Плотность тока в проводнике пропорциональна напряженности электрического поля \vec{E} . Коэффициентом пропорциональности является проводимость. (Замечание. Сравним полученную формулу с известной $I = \frac{U}{R}$. Проводимость σ обратно пропорциональна удельному сопротивлению ρ $\sigma = \frac{1}{\rho}$. Плотность тока $j = \frac{I}{S}$. Напряженность поля $E = \frac{U}{l}$ (l – длина проводника). Тогда $\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}$, или $I = \frac{U}{\rho l} S = \frac{U}{R}$, что и требовалось показать.)

Закон Джоуля – Ленца

К концу свободного пробега электрон приобретает дополнительную кинетическую энергию, среднее значение которой:

$$\langle \Delta E_k \rangle = \frac{m u_{\max}^2}{2} = \frac{e^2 \lambda^2}{2 m \nu^2} E^2$$

(Напомним: $u_{\max} = \frac{e E \lambda}{m \nu}$).

Столкнувшись с атомом, электрон, по предположению, полностью передает приобретенную им энергию кристаллической решетке. Сообщенная решетке энергия идет на увеличение внутренней энергии металла, проявляясь в его нагревании.

Каждый электрон претерпевает за секунду в среднем $z = \frac{\nu}{\lambda}$ соударений. Обозначим число электронов проводимости в единице объема n , тогда полная энергия, переданная электронами за единицу времени в единице объема, будет равняться:

$$W = n z \langle \Delta E_k \rangle = n z \frac{e^2 \lambda^2}{2 m \nu^2} E^2 = \frac{n e^2 \lambda}{2 m \nu} \frac{\lambda \nu}{\lambda} E^2 = \frac{n e^2 \lambda}{2 m \nu} E^2.$$

Зная, что $\sigma = \frac{n e^2 \lambda}{2 m \nu}$ в результате получим закон Джоуля – Ленца в локальной форме

$$W = \sigma E^2$$

Тепловая мощность, выделяющаяся в единице объема при протекании электрического тока, пропорциональна квадрату напряженности поля.

Переходя от σ и E к ρ и j : ($\sigma = \frac{1}{\rho}$, $E = \frac{j}{\sigma}$), получим

$$W = \frac{1}{\rho} \left(\frac{j}{\sigma} \right)^2 = \rho j^2, \text{ или}$$

$$W = \rho j^2$$

Получили другую форму закона Джоуля – Ленца. (Объемная плотность тепловой мощности равна произведению удельного сопротивления на квадрат плотности тока).

4. Затруднения классической электронной теории электропроводности металлов. Классическая теория смогла объяснить полученные ранее экспериментально законы Ома и Джоуля – Ленца, но есть и существенные затруднения. Основными являются следующие:

1. Теоретическое значение проводимости изменяется с температурой $\sigma_{\text{теор}} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, экспериментальная же зависимость $\sigma \sim \frac{1}{T}$.

2. Классическая теория не в состоянии объяснить такое явление, как сверхпроводимость.

Имеются и другие затруднения и в этом недостаточность классической теории.

Современная квантовая теория электропроводимости металлов показывает, что все трудности классической теории связаны с тем, что представление об электронах как идеальном газе является грубым приближением. На самом деле электроны внутри металла не являются такими свободными, как это следует из классической теории.

В современной квантовой теории показывается, что электроны внутри металла, как и электроны в атоме, могут иметь не любую энергию, а лишь вполне дискретные значения энергии – энергия электронов квантуется.

5. Законы Кирхгофа

1. Первый закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю.

$$\sum I_k = 0$$

При этом токи, идущие к узлу, принято считать положительными, а от узла – отрицательными (можно и наоборот – это несущественно).

Заметим, что узел – это точка, где сходятся три и более тока. Например, для рис. 20.3 первый закон запишется так:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

2. Второй закон Кирхгофа (он относится к любому выделенному в цепи замкнутому контуру):

Алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольного замкнутого контура на их сопротивления (сумма падений напряжений) равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре.

$$\sum I_k R_j = \sum \varepsilon_i$$

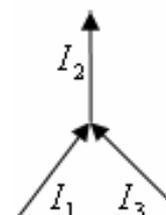


Рис. 20.3

Применение этих законов рассмотрим на следующем примере. Дана электрическая цепь (рис. 20.4)

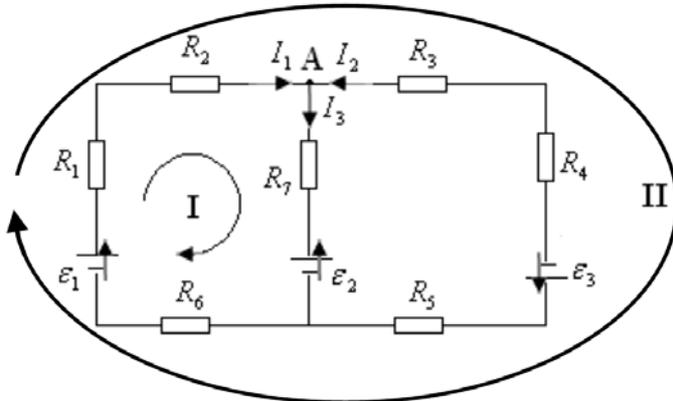


Рис. 20.4

Дано:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 10 \text{ В}, \quad \varepsilon_2 = 20 \text{ В}, \quad \varepsilon_3 = 30 \text{ В}, \\ R_1 &= 1 \text{ Ом}, \quad R_2 = 2 \text{ Ом}, \quad \dots \\ R_7 &= 7 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Требуется найти токи I_1, I_2, I_3 .

Для узла А составим уравнения по первому закону Кирхгофа

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Для контура I запишем уравнение в соответствии с 2-м

законом Кирхгофа.

Причем падения напряжения и ЭДС берутся со знаком «+», если токи и ЭДС совпадают с направлением обхода (для контура I мы выбрали направление обхода «по часовой стрелке»). Направление ЭДС указано на

схеме стрелками $\begin{matrix} - & | & + \\ \hline & \text{---} & \end{matrix}$). Таким образом,

$$(R_1 + R_2 + R_6)I_1 + R_7I_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2.$$

Пусть контур II совпадает с внешним обходом цепи и направление обхода так же по часовой стрелке. Тогда 2-й закон Кирхгофа для контура II:

$$(R_1 + R_2 + R_6)I_1 - (R_3 + R_4 + R_5)I_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_3.$$

Итак, получили систему уравнений

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ (R_1 + R_2 + R_6)I_1 + R_7I_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \\ (R_1 + R_2 + R_6)I_1 - (R_3 + R_4 + R_5)I_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_3. \end{cases}$$

Решаем эту систему линейных уравнений с помощью определителей (метод Крамера).

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta}$$

$$I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ (R_1 + R_2 + R_6) & 0 & R_7 \\ (R_1 + R_2 + R_6) & -(R_3 + R_4 + R_5) & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 9 & 0 & 7 \\ 9 & -12 & 0 \end{vmatrix} = 255,$$

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 & 0 & R_7 \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_3 & -(R_3 + R_4 + R_5) & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -10 & 0 & 7 \\ 40 & -12 & 0 \end{vmatrix} = 160,$$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ (R_1 + R_2 + R_6) & \varepsilon_1 - \varepsilon_2 & R_7 \\ (R_1 + R_2 + R_6) & \varepsilon_1 + \varepsilon_3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 9 & -10 & 7 \\ 9 & 40 & 0 \end{vmatrix} = -730.$$

$$I_1 = \frac{160}{255} = 0,63(\text{A}); \quad I_2 = -\frac{730}{255} = -2,86(\text{A}).$$

Далее, используя 1-й закон Кирхгофа, найдем I_3 :

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0,63 - 2,86 = -2,23(\text{A}).$$

Отрицательные результаты означают, что на самом деле направление токов I_2 и I_3 противоположно указанному на рис. 20.4.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется электрическим током и каковы условия существования тока проводимости?
2. Назовите характеристики электрического тока.
3. На каких представлениях базируется классическая электронная теория металлов?
4. Чем различаются локальная и интегральная формы законов Ома и Джоуля – Ленца?
5. Что такое сторонняя сила? Приведите примеры источников ЭДС, в которых действуют различные сторонние силы.
6. Сформулируйте обобщенный закон Ома для участка цепи с ЭДС.
7. Каков смысл ЭДС, напряжения и разности потенциалов?
8. Сформулируйте правила Кирхгофа. Как выбираются знаки в правилах Кирхгофа?

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ

План

1. Ионизация атомов и молекул и рекомбинация ионов. Ударная ионизация. Работа и потенциал ионизации. Электронные лавины. Газовый разряд.
2. Несамостоятельный и самостоятельный газы разряды. Виды разрядов.

1. Ионизация атомов и молекул, рекомбинация ионов. Ударная ионизация. Работа и потенциал ионизации. Электронные лавины. Газовый разряд. Газы в обычных условиях не содержат свободных зарядов и являются изоляторами. В результате внешних воздействий, например сильного нагрева, светового или рентгеновского излучения, в электрическом поле нейтральные молекулы и атомы могут ионизоваться – расщепляться на электроны и атомные остатки – ионы. Один из основных процессов при этом – ионизация посредством соударения атома с быстрым электроном (ударная ионизация).



Обратный процесс называется тройной рекомбинацией.

Для ионизации атомов и молекул необходимо совершить работу против сил взаимодействия между электроном и остальными частицами атома (или молекулы). Эта работа называется работой ионизации A_i . Отношение работы ионизации A_i к заряду электрона называется потенциалом ионизации.

$$\Phi_i = \frac{A_i}{e}$$

Электронные лавины. Газовый разряд. Вследствие процесса ударной ионизации в газе образуются электронные лавины. В электрическом поле

образовавшиеся в процессе ударной ионизации электроны сталкиваются с другими атомами, снова образуются электроны и т.д. (рис. 21.1).

Оценим число электронов в лавине. Введем коэффициент α – число ионизаций на единицу длины (коэффициент Таунсенда). 1 электрон создаст на пути dx αdx электронов, n электронов создадут на пути dx $dn = n\alpha dx$ электронов. Преобразуем это равенство $\left(\frac{dn}{n} = \alpha dx\right)$ и проинтегрируем:

$\int \frac{dn}{n} = \int \alpha dx$, получим $\ln n = \alpha x + \text{const} \Rightarrow$
 $\Rightarrow n = e^{\alpha x + \text{const}}$, обозначим $e^{\text{const}} = A$,
 тогда

$$n = Ae^{\alpha x}.$$

Воспользуемся граничными условиями. При $x = 0$, $n = n_0$ (концентрация электронов на электроде – катоде). При $x = l$, $n = n_a$ (концентрация на аноде). Тогда

$$n_a = n_0 e^{\alpha l}$$

Проведем оценки. Пусть $\alpha = 300 \text{ (м}^{-1}\text{)}$, то есть 300 ионизаций на 1 м длины (достаточно типичное значение α). При $l = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $e^{\alpha l} = e^{300 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = e^9 \approx 10^4$ электронов, то есть один электрон создает 10 тыс. электронов на пути l , т.е. произойдет образование лавины электронов.

Если газ, содержащий свободные носители заряда, поместить во внешнее электрическое поле, то в газе с беспорядочным тепловым движением ионов и электронов возникает упорядоченное движение заряженных частиц – электрический ток. Прохождение электрического тока через газ называется газовым разрядом.

2. Несамостоятельный и самостоятельный газовые разряды. Если электропроводность газа обусловлена только действием внешних ионизаторов, то электрический ток, возникающий в газе, называется несамостоятельным газовым разрядом. С прекращением действия внешнего ионизатора такой разряд прекращается.

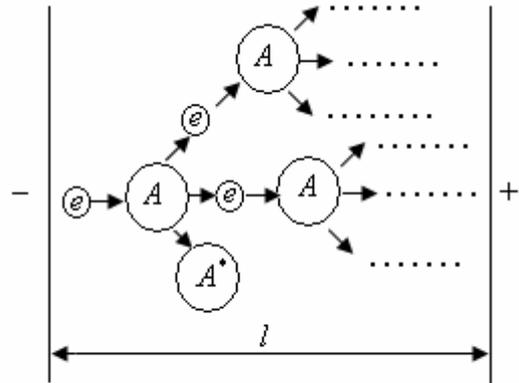


Рис. 21.1

Несамостоятельные токи пропорциональны числу первичных ионов. Это свойство используется в так называемых пропорциональных счетчиках.

Если напряжение не превышает некоторое критическое $U_{\text{заж}}$ «напряжение зажигания», то после выключения ионизатора ток прекращается (электроны уходят на анод). При определенном напряжении в газе начинается процесс ударной ионизации, возникает электронная лавина, но ее возникновение не представляет собой самостоятельного газового разряда. Для его появления необходимо, чтобы в газе возникали новые электроны, восполняя потерю электронов, ушедших на анод, не за счет действия внешнего источника.

Если $U > U_{\text{заж}}$, то в газе происходят процессы образования ионов и электронов, необходимые для поддержания тока за счет самого разряда.

Одним из важнейших процессов, приводящих к возникновению дополнительных электронов, является вторичная электронная эмиссия – испускание электронов поверхностью твердого или жидкого тела при бомбардировке ее электронами или ионами. Отношение числа испущенных (вторичных) электронов к числу частиц, вызвавших эмиссию, называется коэффициентом вторичной эмиссии.

В сильных полях ионы, достигающие катода, обладают значительной энергией и могут выбивать из катода некоторое количество электронов. Эти электроны будут создавать свои электронные лавины, увеличивая ток через газ. Из-за вторичной эмиссии разряд может поддерживать сам себя и внешний ионизатор становится ненужным – разряд превращается в самостоятельный.

Разряд становится самостоятельным, если один выходящий из катода электрон порождает такое количество ионов, которые, подходя к катоду, вновь выбивают из него не менее одного электрона (условие стационарности разряда).

Виды разрядов. Существует много типов разрядов. Одними из главных признаков классификации разрядов являются состояние ионизованного газа и частотный диапазон поля.

По характеру состояния ионизованного газа различают: пробой газа, поддержание поля неравновесной плазмы и поддержание равновесной плазмы.

По признаку частоты – постоянное (или низкочастотное) электрическое поле, высокочастотные поля, сверхвысокочастотные (СВЧ) и оптические. Рассмотрим некоторые из них.

Пробой – это существенно нестационарный процесс бурной ионизации газа, превращения неионизированного газа в проводящую плазму, которое происходит при быстром «включении» достаточно сильного внешнего электрического поля. Вероятно, почти каждому когда-либо приходилось быть свидетелем короткого замыкания. В момент перед соприкосновением проводов в воздухе между ними проскакивает искра. Это происходит пробой воздушного промежутка между проводами, которые находятся над напряжением.

С неравновесной газоразрядной плазмой мы имеем дело, например, в тлеющем разряде. Рассмотрим подробнее этот достаточно распространенный вид разряда (вспомним светящиеся рекламные трубки на улицах). Неравновесная газоразрядная плазма – это слабо ионизованный газ, в котором плотность заряженных частиц (электронов и ионов) много меньше плотности нейтральных частиц (атомов или молекул). При этом электроны, непосредственно приобретающие энергию от поля, обладают повышенной средней энергией («температурой»), а газ тяжелых частиц (атомов, молекул, ионов), остается холодным – отсюда и следует термин «неравновесная».

Тлеющий разряд возникает при низких давлениях (порядка нескольких миллиметров ртутного столба). Его можно наблюдать в стеклянной трубке длиной около 0,5 м, с впаянными у концов плоскими металлическими электродами (рис. 21.2).

В области 1 электроны, выбитые ионами с катода К, ускоряются электрическим полем и в области 2 возбуждают молекулы (или атомы) газа.

$e + A \rightarrow e + A^*$ (A^* – возбужденный атом).

Возникает свечение (при де-возбуждении). В области 3 происходит ионизация атомов газа (свечения почти нет). В области тлеющего свечения 4 электроны, возникающие при ионизации, интенсивно рекомбинируют с ионами. Энергия выделяется в виде световых лучей.

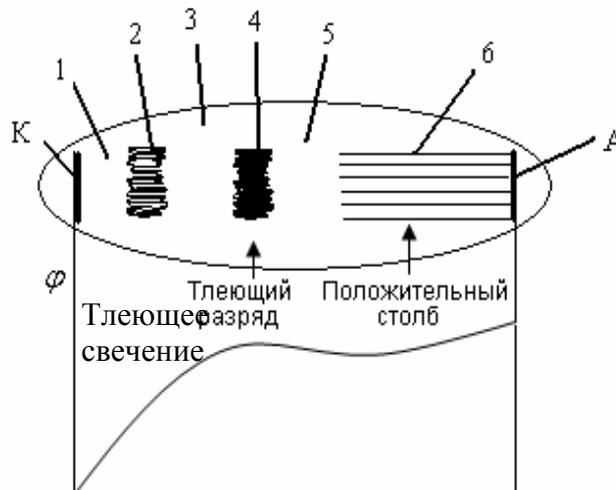
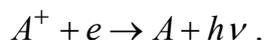


Рис. 21.2



В области 3 остаются малоподвижные положительные ионы, которые создают там пространственный положительный заряд. Наличие этого заряда обуславливает значительное падение потенциала в области между катодом и тлеющим свечением.

В области тлеющего свечения 4 суммарный заряд электронов и ионов близок к нулю и падение потенциала здесь невелико.

В область 5 электроны и ионы проникают вследствие диффузии, их концентрация здесь мала, что снижает интенсивность рекомбинации и свечения. В этой области имеется небольшое поле. Ускоряясь в нем, электроны в области 6 ионизируют и возбуждают атомы газа, который высвечивает полученную энергию. Область 6 называется областью положительного столба (область прилегает к положительному аноду А). Это состояние плазмы, концентрация электронов n_e здесь равна концентрации ионов n_i ($n_e = n_i$).

Положительный столб тлеющего разряда является активной средой в мощных электроразрядных газовых лазерах на углекислом газе (СО₂-лазер).

В последнее время тлеющий разряд нашел новое применение в плазменных мониторах. Его работа похожа на работу неоновой лампы. Каждая ячейка плазменной панели выполнена в виде плоской стеклянной трубки, заполненной инертным газом (Аг или Не) под давлением. Внутри трубки помещены два электрода. При подаче напряжения между ними зажигается тлеющий разряд и возникает свечение. На стеклянную поверхность помещаются маленькие прозрачные электроды, на которые подается высокочастотное напряжение: образуется целое поле миниатюрных точечных неоновых лампочек. Плазменный разряд излучает свет в ультрафиолетовом диапазоне спектра, а он, в свою очередь, вызывает свечение частиц люминофора в видимой человеком части спектра. То есть каждый пиксель (ячейка) на экране работает подобно маленькой лампе дневного света. Преимуществами плазменных экранов являются яркость, контрастность и очень большой угол обзора – до 180°. Толщина плазменных экранов менее 10 см; монитор, как картину, можно повесить на стену.

Дуговой разряд. Основная причина возникновения дугового разряда заключается в сильном разогреве катода вследствие ударов ионов. При больших токах температура катода повышается до нескольких тысяч градусов.

В таких условиях резко возрастает термоэлектронная эмиссия с катода (испускание электронов сильно нагретой поверхностью), которая приводит к сильной ионизации газа между электродами и вызывает ослепительное свечение газа – дуговой разряд (рис. 21.3).

При горизонтальном расположении электродов святящийся газ изгибается в виде дуги (откуда название, данное русским ученым В.В. Петровым).

Рабочее давление газа от миллиметров ртутного столба до сотен атмосфер. Применяется в электросварке, в плазмотронах для напыления на детали твердых, прочных покрытий, в импульсных лазерах на парах атомов металлов, в мощных источниках света и других областях.

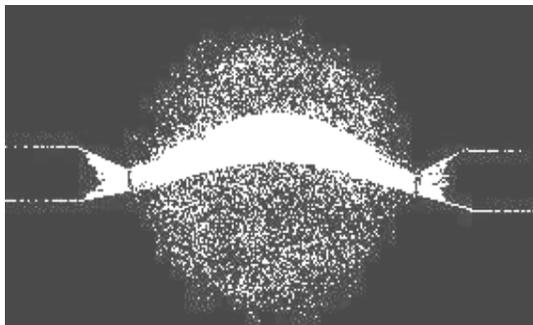


Рис. 21.3

Вопросы для самоконтроля

1. Как происходят реакции ударной ионизации и тройной рекомбинации?
2. Что такое работа и потенциал ионизации?
3. Как происходит образование электронной лавины?
4. Что называется газовым разрядом?
5. Какие разряды называются самостоятельными и несамостоятельными?
6. Что называется вторичной электронной эмиссией?
7. Каково условие стационарности разряда?
8. По каким признакам классифицируются разряды?
9. Что называется пробоем?
10. Как возникает тлеющий разряд? Где он применяется?
11. Как возникает дуговой разряд? Что такое термоэлектронная эмиссия?

Лекция № 22

ПЛАЗМА

План

1. Понятие о плазме. Квазинейтральность. Способы создания плазмы. Потенциал ионизации. Низкотемпературная и высокотемпературная плазма.
2. Дебаевский радиус (дебаевская длина) экранирования.
3. Плазменная частота.

1. Понятие о плазме. Квазинейтральность. Способы создания плазмы. Термин «плазма» был предложен американскими физиками Ленгмюром и Тонксом в 1923 году. Плазма – это ионизированный газ, в котором число положительно заряженных частиц (ионов) приблизительно равно числу отрицательно заряженных частиц (электронов).

Говорят, что плазма квазинейтральна, то есть в среднем за достаточно большие промежутки времени на достаточно больших расстояниях ионизированный газ в целом нейтрален. Далее мы выясним, каковы временные и пространственные масштабы разделения зарядов и нарушения нейтральности плазмы.

Примеры плазмы. Из плазмы полностью состоят Солнце и звезды. Верхние слои земной атмосферы, ионизированные излучением Солнца, тоже состоят из плазмы. Эту верхнюю часть атмосферы называют ионосферой; от нее зависит возможность дальней радиосвязи. Электрические дуги, световая реклама, рабочая среда многих лазеров, плазменные мониторы – это тоже плазма.

Плазма в зависимости от способа создания может иметь различную температуру. Тепловую энергию частицы можно оценить произведением постоянной Больцмана k на температуру T . Если

$$kT \leq e\varphi_i$$

где φ_i – потенциал ионизации, а $e\varphi_i$ – работа ионизации (см. лек. 21) плазма считается низкотемпературной. (При этом температура может быть порядка 10^4 К!). В плазме есть примесь нейтрального газа.

При

$$kT \gg e\varphi_i$$

плазма считается высокотемпературной. Примесей нейтрального газа практически нет. Плазма состоит из электронов и ионов.

2. Дебаевский радиус (дебаевская длина) экранирования. Рассмотрим газообразную среду, состоящую из ионов и электронов. Распределение заряженных частиц в пространстве в достаточно большом объеме должно быть достаточно равномерным. В противном случае возникло бы электрическое поле, стремящееся сблизить разноименные заряды и сгладить неравномерность распределения.

Рассмотрим распределение плотности заряда в окрестности произвольно выбранной заряженной частицы. Такая частица будет отталкивать одноименные заряды и притягивать заряды разноименного знака (рис. 22.1).

Найдем зависимость потенциала результирующего поля, созданного выбранной (пробной) частицей и ее окружением, от r . Запишем теорему Гаусса в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}. \quad (*)$$

Воспользовавшись связью напряженности и потенциала $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$, получим:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \operatorname{div}(-\operatorname{grad}\varphi) = -\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi) =$$

$$= -\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) = -\Delta\varphi, \quad (**)$$

где Δ – оператор Лапласа.

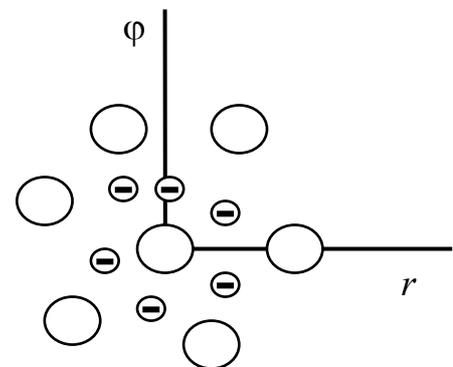


Рис. 22.1

Сравнивая (*) с (***) получаем уравнение Пуассона $\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$. Плот-

ность заряда $\rho = e(n_i - n_e)$, где n_i и n_e – концентрация ионов и электронов соответственно.

При максвелловском распределении по скоростям связь потенциала и концентрации ионов определяется формулой Больцмана

$$n_i = n \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right)$$

где n – средняя концентрация заряженных частиц (ионов) в невозмущенной области (не возмущенной полем данного заряда).

Для электронов с учетом знака соответственно (плазму считаем равновесной):

$$n_e = n \exp\left(\frac{e\varphi}{kT}\right),$$

где n – средняя концентрация электронов в невозмущенной области. (В силу квазинейтральности n для ионов и электронов – одна и та же величина.)

Подставляем последние выражения в уравнение Пуассона:

$$\Delta\varphi = -\frac{e n}{\varepsilon_0} \left(\left[\exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right) - \exp\left(\frac{e\varphi}{kT}\right) \right] \right).$$

В случае низкотемпературной плазмы $e\varphi \ll kT$ экспоненты можно разложить в ряд:

$$\exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right) = 1 - \frac{e\varphi}{kT}, \quad \exp\left(\frac{e\varphi}{kT}\right) = 1 + \frac{e\varphi}{kT},$$

тогда

$$\Delta\varphi = -\frac{e n}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{e\varphi}{kT} - 1 - \frac{e\varphi}{kT} \right) = \frac{2e^2 n \varphi}{\varepsilon_0 kT}.$$

Решение этого уравнения:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right)$$

где $r_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{e^2 n}}$ – радиус Дебая.

Физический смысл радиуса Дебая: на расстоянии, равном r_D , потенциал спадает в e раз, действие поля заряженной частицы на окрестные частицы компенсируется (поле заряженной частицы экранируется).

(Замечания. 1. Характерная длина r_D была впервые введена Дебаем при рассмотрении теории сильных электролитов. В дальнейшем это понятие было перенесено в физику плазмы. 2. Вывод был получен при $e\varphi \ll kT$, но оказывается, что и при $e\varphi \gg kT$ характерный масштаб нарушения квазинейтральности ($n_e \neq n_i \neq n$) имеет порядок дебаевского радиуса).

Рассмотрим другой, упрощенный, подход к решению задачи о масштабе нарушения квазинейтральности.

Выделим в плазме плоский слой площадью S и толщиной x и предположим, что заряды одного знака вышли на одну из плоскостей, ограничивающих слой, то есть произошло разделение зарядов (например за счет тепловых флуктуаций) (рис. 22.2).

Такое самопроизвольное разделение зарядов возможно, если потенциальная энергия заряженной частицы и ее кинетическая энергия теплового движения приблизительно равны, то есть

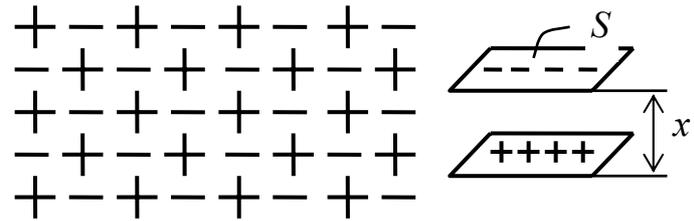


Рис. 22.2

если потенциальная энергия заряженной частицы и ее кинетическая энергия теплового движения приблизительно равны, то есть

$$eU \approx kT. \quad (***)$$

Плоский слой можно рассматривать как конденсатор, напряжение на котором $U = \frac{q}{C}$, заряд равен заряду электронов, ушедших вследствие тепловой флуктуации на одну из плоскостей рассматриваемого слоя из объема слоя, то есть $q = enSx$, а емкость $C = \frac{\epsilon_0 S}{x}$. Подставляя это выражение в (***) , получим

$$\frac{e^2 nx^2}{\epsilon_0} \approx kT.$$

Получаем характерный размер области, в которой возможно отклонение от нейтральности, – дебаевскую длину

$$x_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 kT}{e^2 n}}$$

К такой же характерной длине мы пришли, рассматривая вопрос об экранировании электрического поля в плазме (r_D).

Роль длины Дебая как радиуса экранирования и как пространственного масштаба разделения зарядов выражена определением плазмы Ленгмюра: совокупность свободно движущихся разноименно заряженных частиц, то есть ионизированный газ, называется плазмой, если длина Дебая мала по сравнению с линейным размером объема, занимаемого газом.

Пока радиус Дебая мал по сравнению с размером L изучаемой системы $r_D \ll L$, процессы нарушения квазинейтральности носят локальный и кратковременный характер.

3. Плазменная частота. Итак, в плазме возможно самопроизвольное разделение зарядов на расстоянии порядка r_D . Легко видеть, что такое разделение зарядов вызовет колебательные движения зарядов. В электрическом поле при разделении зарядов на электрон будет действовать сила $F = eE$. Напряженность соответствующего поля

$$E = \frac{U}{x} = \frac{enx^2}{\epsilon_0 x} = \frac{enx}{\epsilon_0}.$$

Второй закон Ньютона как уравнение движения: $m_e \frac{d^2x}{dt^2} = -F$ (знак « \rightarrow » обусловлен тем, что сила, действующая на электрон, направлена в сторону, противоположную направлению смещения от положения равновесия, а электрон в процессе движения «проскакивает» положение равновесия – возникают колебания).

Поделим левую и правую часть на m_e

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{F}{m_e}.$$

Поставим вместо F соответствующее выражение $F = eE = e \frac{enx}{\epsilon_0} = \frac{e^2 nx}{\epsilon_0}$

и, перенеся все в левую часть, получаем уравнение:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e^2 n}{\epsilon_0 m_e} x = 0.$$

Обозначим $\frac{e^2 n}{\varepsilon_0 m_e} = \omega_0^2$, тогда уравнение примет вид:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Это уравнение описывает колебательные движения с собственной круговой частотой ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{e^2 n}{\varepsilon_0 m_e}}$$

ω_0 называется плазменной, или ленгмюровской, частотой.

(Замечание. $\omega_0 = 5,642 \cdot 10^4 \sqrt{n_e}$ Гц, если n_e измеряется в см^{-3} .)

Величина $\frac{1}{\omega_0}$ – характерное время, за которое плазма может отреагировать на внешнее воздействие. (Например, при резком включении внешнего поля его распространение в плазме установится за время порядка $\frac{1}{\omega_0}$.)

При падении радиоволны на ионосферу может произойти отражение, если частота волны ω меньше или равна соответствующей (плазменной) частоте ω_0 ионизированного газа ионосферы $\omega \leq \omega_0$ (рис. 22.3).

На этом принципе основано распространение коротких радиоволн вокруг земного шара.

(Примечание. Показатель преломления ионосферы $n = \sqrt{\varepsilon}$, где $\varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$, то есть n может

быть < 1 , это как раз и соответствует отражению волны).

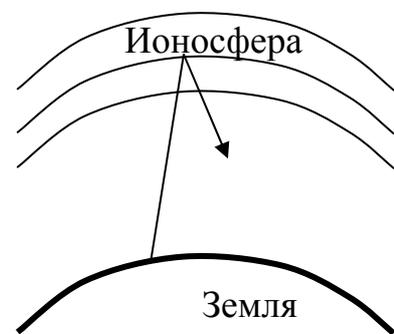


Рис. 22.3

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое плазма?
2. В чем смысл термина «квазинейтральность» плазмы?
3. Когда плазму можно считать низкотемпературной? Высокотемпературной?
4. В чем состоит физический смысл радиуса Дебая?
5. Сформулируйте определение плазмы Ленгмюра.
6. Каким образом возникают плазменные колебания? Что такое плазменная (ленгмюровская) частота?
7. Какую роль играет ионосфера для радиосвязи?

МАГНЕТИЗМ

Лекция № 23

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

План

1. Понятие магнитного поля. Закон Ампера. Магнитная индукция. Сила Лоренца.
2. Контур с током в магнитном поле. Момент сил, действующий на рамку с током. Магнитный момент.
3. Принцип суперпозиции магнитных полей. Закон Био – Савара.
4. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов.
5. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока (теорема о циркуляции магнитного поля в вакууме). Применение закона полного тока для расчета магнитных полей. Магнитное поле длинного соленоида и тороида.
6. Магнитное взаимодействие токов. Определение единицы силы тока – ампер.
7. Инвариантность электрического заряда. Магнитное поле как релятивистский эффект. Вихревое поле движущего заряда. Относительность магнитных и электрических полей.

1. Понятие магнитного поля. Магнитное поле – силовое поле, основным свойством которого является действие на проводники с током или движущиеся заряды в этом поле.

Название происходит оттого, что, как обнаружил в 1820 году Эрстед (датский ученый (1777 – 1851)), поле, возбуждаемое током, оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку.

Закон Ампера. Магнитная индукция. В 1820 году Ампер (французский ученый (1775 – 1836)) установил экспериментально закон, по которо-

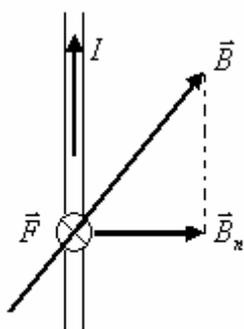
му можно рассчитать силу, действующую на элемент проводника длины dl с током I .

$$d\vec{F}_A = I [d\vec{l} \times \vec{B}]$$

где $d\vec{l}$ – вектор элемента длины проводника, проведенного в направлении тока; \vec{B} – вектор магнитной индукции.

Модуль силы $dF = IdlB \sin \alpha$, где α – угол между направлением тока в проводнике и направлением индукции магнитного поля.

Для прямолинейного проводника длиной l с током I в однородном поле B



$$F_A = IBl \sin \alpha$$

Направление действующей силы может быть определено с помощью правила левой руки:

Если ладонь левой руки расположить так, чтобы нормальная (к току) составляющая магнитного поля \vec{B}_n входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлены вдоль тока, то большой палец укажет направление, в котором действует сила Ампера (рис. 23.1).

Рис. 23.1

Если ладонь левой руки расположить так, чтобы нормальная (к току) составляющая магнитного поля \vec{B}_n входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлены вдоль тока, то большой палец укажет направление, в котором действует сила Ампера (рис. 23.1).

Сила Лоренца (голландский физик (1853 – 1928)). Поскольку ток – перемещение заряженных частиц (электронов или ионов), естественно заключить, что сила, действующая во внешнем магнитном поле на проводник, по которому течет ток, обусловлена силами, действующими со стороны магнитного поля на отдельные движущиеся заряженные частицы.

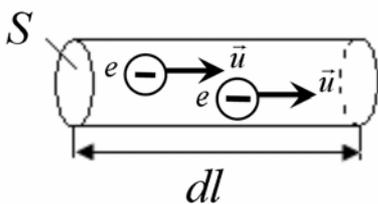


Рис. 23.2

Пусть имеется элемент проводника длиной dl и сечением S (рис. 23.2). Сила, действующая на этот элемент в магнитном поле $dF_A = IdlB \sin \alpha$. Так как $I = jS = qnuS$ (см. лек. № 20), где u – скорость направленного движения заряженной частицы; n – концентрация носителей тока, e – заряд носителя (в данном случае электрона, поскольку рассматривается проводник). Тогда $dF_A = qnuSdlB \sin \alpha$.

Тогда $dF_A = qnuSdlB \sin \alpha$.

Сила, действующая на один заряд: $f_{л} = \frac{dF}{nSdl} = quB \sin \alpha$.

В векторном виде

$$\vec{f}_L = q[\vec{u} \times \vec{B}]$$

Сила, действующая на движущийся в магнитном поле заряд, называется магнитной силой Лоренца. (Заметим, что в общем случае, когда кроме магнитного поля имеется электрическое поле с напряженностью \vec{E} , сила Лоренца равна $\vec{f}_L = q\vec{E} + q[\vec{u} \times \vec{B}]$. Под скоростью следует понимать скорость относительно системы координат, в которой измеряется сила \vec{f}_L и измерена индукция поля \vec{B}).

Сила Лоренца \vec{f}_L перпендикулярна \vec{u} и \vec{B} . В случае положительного заряда направление \vec{f}_L определяется правилом левой руки.

2. Контур с током в магнитном поле. Момент сил, действующий на рамку с током. Магнитный момент. Положим, что контур имеет форму прямоугольной рамки (рис. 23.3). Согласно формуле силы Ампера $\vec{F}_A = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$ силы, действующие на ребра a перпендикулярны к ним и к магнитной индукции \vec{B} и поэтому стремятся только растянуть (или сжать) виток.

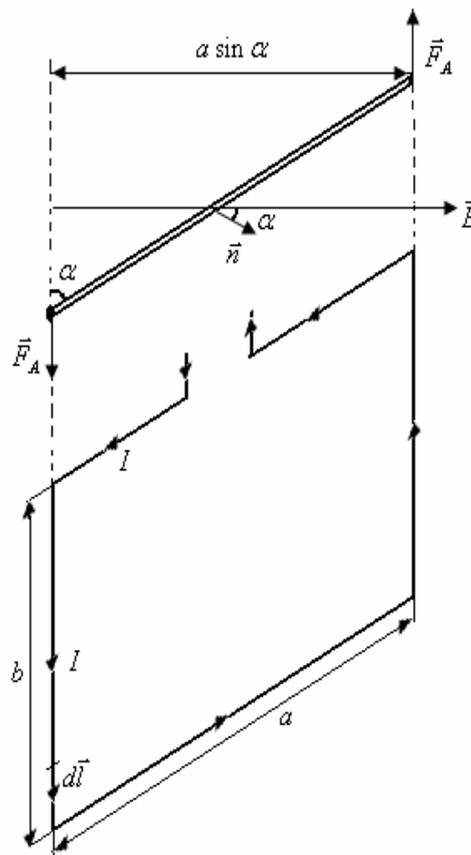


Рис. 23.3

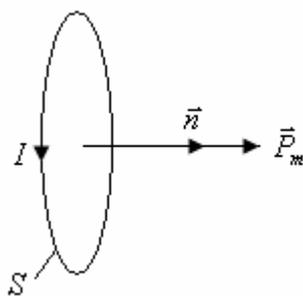
Силы же \vec{F}_A , действующие на ребра b , стремятся повернуть виток так, чтобы его плоскость стала перпендикулярна \vec{B} . Следовательно, на виток действует пара сил с некоторым моментом \vec{M} .

Момент пары сил M равен произведению силы F_A на плечо $a \sin \alpha$, то есть $M = F_A a \sin \alpha$.

Подставляя вместо силы $F_A = IB = IbB$, получим $M = IBab \sin \alpha$. Произведение $ab = S$ – площадь рамки S .

$$M = IB S \sin \alpha. \quad (*)$$

Введем понятие магнитного момента контура с током (рис. 23.4). Если \vec{n} – единичный вектор нормали к плоскости контура, S – площадь контура с током I , то магнитный момент



$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

Модуль магнитного момента $p_m = IS$.

Выражение (*) перепишем в виде $M = p_m B \sin\alpha$, а в векторной форме

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

Рис. 23.4

Из этого выражения следует, что вращающий момент будет стремиться к нулю, когда $\vec{p} \parallel \vec{B}$, то есть рамка будет расположена перпендикулярно силовым линиям поля.

Примечание: из последнего уравнения можно дать определение магнитной индукции как отношение максимального вращающего момента к магнитному моменту рамки.

3. Принцип суперпозиции магнитных полей. Опыт дает, что для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: поле \vec{B} , порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей \vec{B}_i , порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

Закон Био – Савара. Био и Савар (французские физики) провели исследование магнитных полей, текущих по тонким проводам различной формы. Соотношение, определяющее магнитную индукцию $d\vec{B}$ поля, создаваемого элементом тока длины dl в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} , выражает закон Био-Савара:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$$

Здесь μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Направление $d\vec{B}$ всегда перпендикулярно плоскости, содержащей радиус-вектор \vec{r} и элемент тока $d\vec{l}$ (рис. 23.5).

Направление вектора магнитной индукции определяется по правилу буравчика: если поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока, то вращательное движение ручки буравчика дает направление вектора магнитной индукции.

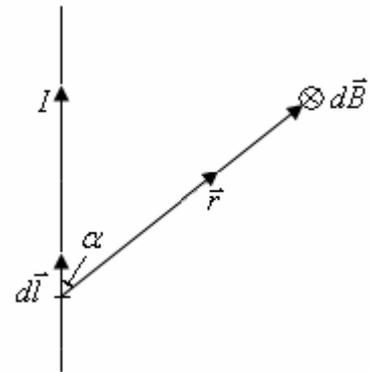


Рис. 23.5

4. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов

Поле прямого тока.

Дано: сила тока I , расстояние b от тока до некоторой точки А. Требуется найти поле B_A в точке А.

Запишем закон Био – Савара в скалярной форме $dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$, где α – угол между направлением тока т.е. $d\vec{l}$, и направлением на данную точку, т.е. \vec{r} .

Все векторы $d\vec{B}$ в точке А имеют одинаковые направления (в нашем случае за чертеж). Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. Из рис. 23.6 следует, что $r = \frac{b}{\sin \alpha}$,

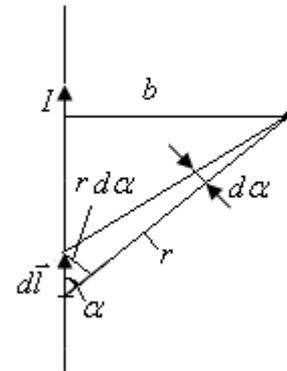


Рис. 23.6

$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$. Тогда

$$dl = \frac{b}{\sin \alpha} \frac{d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha},$$

$$dB_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{b d\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{b^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin \alpha d\alpha.$$

Таким образом, магнитная индукция в т. А от элемента тока dl выражается через I , b и α

$$dB_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin \alpha d\alpha$$

Для прямолинейного отрезка проводника с током (рис. 23.7) магнитная индукция

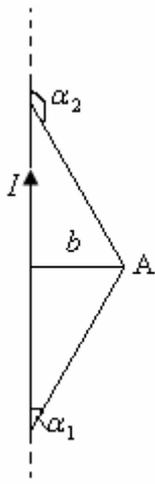


Рис. 23.7

$$B_A = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Для бесконечно длинного прямого проводника с током $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow \pi$.

$$B_A = \int dB_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} [-(\cos \pi - \cos 0)] = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos 0 - \cos \pi) = \frac{2\mu_0 I}{4\pi b} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

$$B_\infty = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

Поле кругового тока.

Имеется виток с током I радиусом r . Необходимо найти магнитную индукцию в центре витка (рис. 23.8).

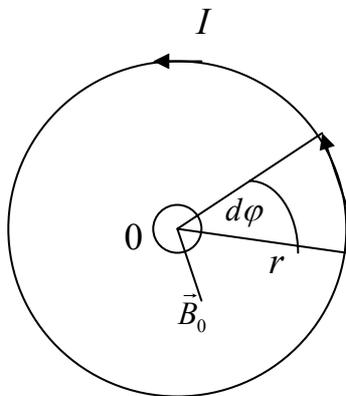


Рис. 23.8

Магнитная индукция от элемента витка dl в центре по закону Био – Савара

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Элемент витка dl можно выразить как дугу окружности $dl = r d\varphi$.

Ввиду малости dl можно считать $\sin \alpha = 1$, тогда

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{rd\varphi}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cdot r} d\varphi.$$

Проведя интегрирование, получим:

$$B_0 = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\varphi}{r} = \frac{\mu_0 I}{2r}.$$

Таким образом, поле в центре витка с током

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

В соответствии с правилом буравчика вектор магнитной индукции направлен в точку О \vec{B}_0 , направлен «к нам».

5. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока.

По определению циркуляция вектора \vec{B} равна интегралу $\oint_l \vec{B} d\vec{l}$. Вы-

числим этот интеграл в случае прямого тока.

Пусть замкнутый воображаемый контур l лежит в плоскости, перпендикулярной к току (рис. 23.9). В каждой точке контура вектор \vec{B} направлен по касательной к окружности радиусом b , проходящей через точку А. Расстояние от тока I до точки А обозначим b . Скалярное произведение $\vec{B} d\vec{l} = B dl \cos \alpha = B dl_B$, где

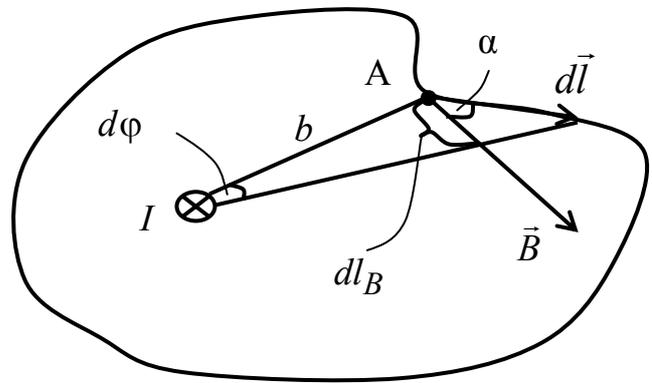


Рис. 23.9

dl_B – проекция $d\vec{l}$ на направление вектора \vec{B} .

В силу малости угла $d\phi$, dl_B можно найти как длину дуги $dl_B = b d\phi$.

Магнитная индукция, создаваемая бесконечным прямолинейным током $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$. Тогда $\vec{B} d\vec{l} = B dl_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} b d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\phi$.

Интегрируя по контуру l , получим:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi = \mu_0 I.$$

Обобщая полученный результат на случай произвольного количества токов, в силу принципа суперпозиции ($\vec{B} = \sum \vec{B}_k$)

$$\oint_l \left(\sum_k \vec{B}_k \right) d\vec{l} = \sum_k \oint_l \vec{B}_k d\vec{l} = \sum_k \mu_0 I = \mu_0 \sum_k I_k.$$

В результате получаем закон полного тока:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_k I_k$$

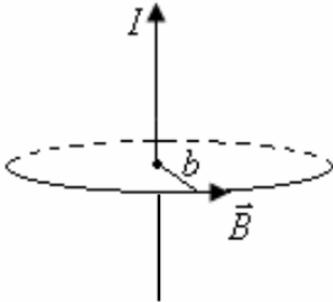


Рис. 23.10

Циркуляция вектора магнитной индукции вдоль произвольного замкнутого контура прямо пропорциональна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.

Например, применительно к полю бесконечного прямого тока (рис. 23.10)

$$B \cdot 2\pi b = \mu_0 I,$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \text{ (очень просто!).}$$

Магнитное поле длинного соленоида и тороида.

Соленоид (от греч. солен – трубка) – провод, навитый в виде спирали на круглый цилиндрический каркас. Длинным можно считать соленоид, у которого длина в 5 – 6 раз больше диаметра. Пренебрегая концевыми эффектами, магнитное поле внутри соленоида можно считать однородным. Пусть число витков N , длина соленоида l , ток I (рис. 23.11). На рисунке

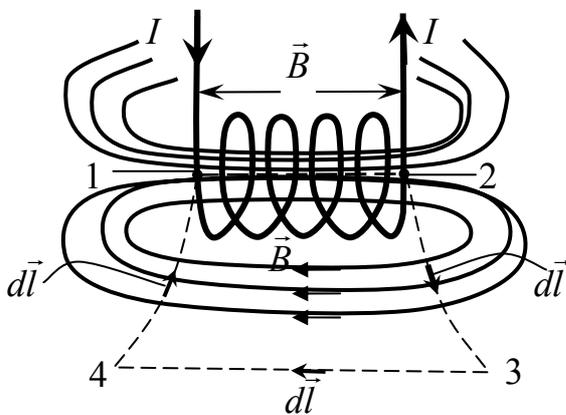


Рис. 23.11

качественно изображены силовые линии магнитного поля, пронизывающие соленоид.

Выберем контур таким образом, чтобы одна сторона была вдоль оси (1 – 2) соленоида, другая параллельна ей достаточно далеко (3 – 4), где $B \rightarrow 0$, и две стороны (2 – 3) и (4 – 1) перпендикулярны силовым линиям (из соображений симметрии ясно, что внутри соленоида они направлены вдоль оси).

Циркуляция:

$$\oint_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1} \vec{B} d\vec{l} = \int_{1 \rightarrow 2} \vec{B} d\vec{l} + \int_{2 \rightarrow 3} \vec{B} d\vec{l} + \int_{3 \rightarrow 4} \vec{B} d\vec{l} + \int_{4 \rightarrow 1} \vec{B} d\vec{l} = Bl$$

Все суммируемые интегралы, кроме первого, равны нулю

$$\int_{\substack{2 \rightarrow 3 \\ 4 \rightarrow 1}} \vec{B} d\vec{l} = \int_{\substack{2 \rightarrow 3 \\ 4 \rightarrow 1}} B dl \cos \frac{\pi}{2} = 0; \quad \int_{3 \rightarrow 4 (B \rightarrow 0)} \vec{B} d\vec{l} = 0; \quad \int_{1 \rightarrow 2} \vec{B} d\vec{l} = \int_{1 \rightarrow 2} B dl \cos 0 = Bl.$$

В соответствии с законом полного тока $Bl = \mu_0 NI$, ток I пересекает контур N раз (рис. 23.12), $B = \mu_0 \frac{N}{l} I$, итак, поле соленоида

$$B = \mu_0 n I$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины.

Тороид представляет собой провод, навитый на каркас, имеющий форму тора (рис. 23.13). Из соображений симметрии нетрудно понять, что силовые линии вектора \vec{B} должны быть окружностями, центры которых расположены на оси тороида. Ясно, что в качестве контура следует взять одну из таких окружностей (показана пунктиром). Если контур расположен внутри тороида, он охватывает ток NI , где N – число витков в тороидальной катушке; I – ток в проводе. Пусть радиус контура r , тогда по теореме о циркуляции $B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$, откуда следует, что внутри тороида

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

Будем считать r много больше толщины тороида, тогда $2\pi r$ – длина тороида l , поле тороида

$$B = \mu_0 n I$$

где n , как и для соленоида, – число витков на единицу длины.

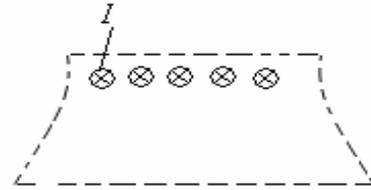


Рис. 23.12

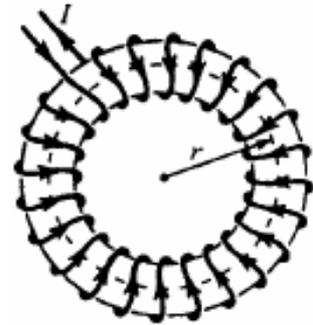


Рис. 23.13

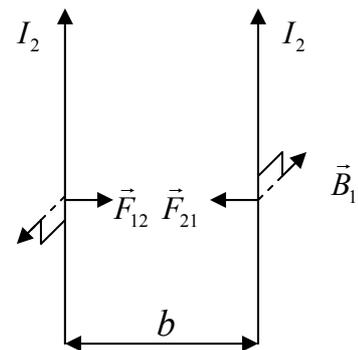


Рис. 23.14

6. Магнитное взаимодействие токов. Определение единицы силы тока – ампер. Применим закон Ампера для вычисления взаимодействия двух находящихся в вакууме параллельных бесконечно длинных прямых токов (рис. 23.14). Если расстояние между то-

ками b , то каждый элемент тока I_2 будет находиться в магнитном поле тока I_1 , индукция которого равна $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}$.

Угол α между элементами тока I_2 и вектором B_1 прямой. Следовательно, на элемент тока I_2 действует сила Ампера: $dF_{21} = I_2 dl B_1$, подставим B_1 ,

$$dF_{21} = I_2 dl \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi b}.$$

Разделим обе части на dl

$$\boxed{\frac{dF_{21}}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}}$$

То есть сила, действующая на элемент тока dl со стороны другого тока пропорциональна произведению сил токов и обратно пропорциональна расстоянию между токами.

На основании полученного соотношения устанавливается единица силы тока в системе СИ – ампер – сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы между этими проводниками силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Заметим, что при одинаковом направлении токи притягивают друг друга, а при различном – отталкивают.

7. Инвариантность электрического заряда. Величина заряда, измеряемая в различных инерциальных системах отсчета, оказывается одинаковой. Следовательно, электрический заряд является релятивистски инвариантным. Отсюда вытекает, что величина заряда не зависит от того, что движется этот заряд или покоится.

Магнитное поле как релятивистский эффект. Основываясь на постулатах теории относительности и на инвариантности электрического заряда, можно показать, что магнитное взаимодействие зарядов и токов является следствием закона Кулона.

Покажем это на примере заряда, движущегося параллельно бесконечному прямому току.

Пусть имеются в системе отсчета K две практически совмещенные друг с другом бесконечные цепочки, образованные зарядами одинаковой

величины, но разных знаков, движущимися в противоположные стороны с одинаковой скоростью \vec{U} (рис. 23.15).

Пусть заряд q , с которым связана система K' , движется со скоростью \vec{v} .

В системе K' (относительно заряда q) отрицательные заряды движутся с большей скоростью, чем положительные. Следовательно, за счет лоренцева сокращения $l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ (см. ч. 1. Механика) отрицательные заряды будут расположены гуще, а положительные – реже. Отсюда наша цепочка, оказывается, заряжена отрицательно.

Плотность отрицательных зарядов больше (рис. 23.16). Избыточный заряд создает электрическое поле \vec{E}' , которое действует на положительный заряд $+q$ с силой \vec{F}' , направленной к цепочке. Эта сила \vec{F}' называется магнитной (она же при другом подходе – сила Лоренца $\vec{f}_Л = q[\vec{v} \times \vec{B}]$, см. п. 1).

Другой пример. Имеется плоский конденсатор с поверхностной плотностью заряда σ и напряженностью поля E_y (рис. 23.17, а).

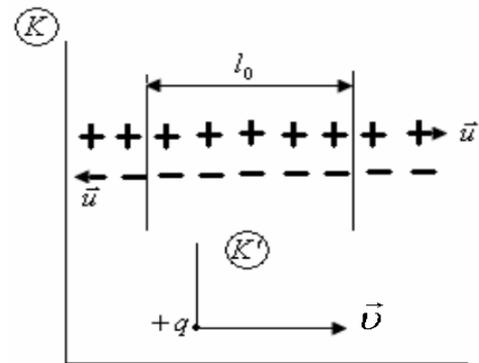


Рис. 23.15

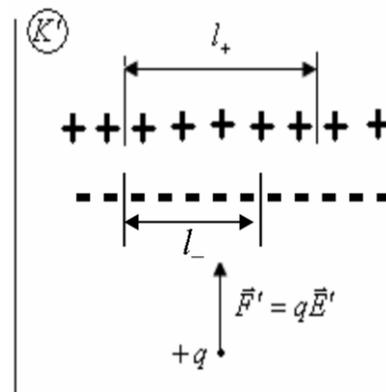
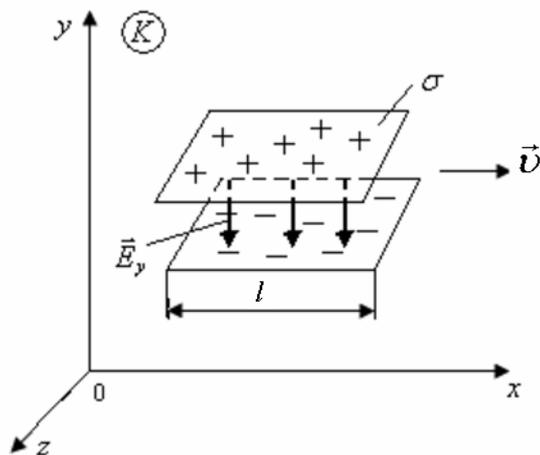
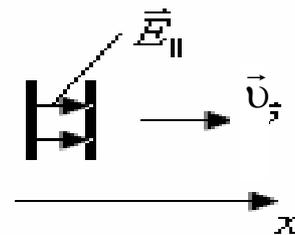


Рис. 23.16



а)



б)

Рис. 23.17

При движении конденсатора относительно точки O системы K вдоль оси x со скоростью \vec{v} размер пластины конденсатора вдоль x уменьшится

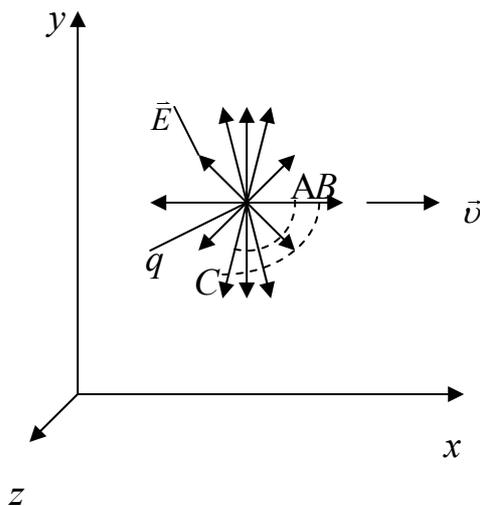
согласно $l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$. Плотность зарядов увеличится $\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, соответственно увеличится напряженность поля конденсатора $\left(E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \right)$,

$$E'_y = \frac{E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} = E_y \frac{l_0}{l},$$

то есть поле, перпендикулярное направлению движения увеличивается ($E'_\perp = \frac{E_\perp}{\sqrt{1 - \beta^2}}$).

Заметим, что при движении конденсатора так, что поле параллельно скорости, размеры пластин не изменяются и поле остается постоянным $E_\parallel = \text{const}$ (рис. 23.17, б).

Вихревое поле движущегося заряда. Соответствующие расчеты показывают, что поле движущегося заряда в направлении, перпендикулярном к



скорости, оказывается заметно сильнее, чем в направлении движения, на одном и том же расстоянии от заряда. Поле как бы «сплющивается» в направлении движения (рис. 23.18). Циркуляция напряженности поле заряда

$$\oint_{ABCD} \vec{E} d\vec{l} \neq 0.$$

Поле движущегося заряда – вихревое.

Рис. 23.18

Относительность магнитных и электрических полей. Представим себе неподвижный заряд и на некотором расстоянии от него два столика на тележках. На обоих столиках имеются приборы, которые могут фиксировать наличие электрического и магнитного полей (рис. 23.19). Пусть первый столик движется, а второй покоится, тогда приборы на первом зафик-

сируют наличие и электрического, и магнитного полей, на втором же только электрическое.

С точки зрения физики, не имеет значения, покоится заряд и движется тележка, либо наоборот. Полученные результаты означают: электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом. В зависимости от выбора системы отсчета поле может оказаться чисто электрическим, или электромагнитным.

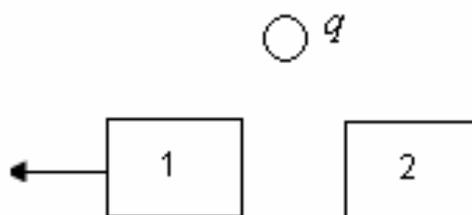


Рис. 23.19

Заметим, что в случае проводника с током вне его (из-за практически идеального баланса числа электронов и протонов в проводниках) обнаруживается практически чисто магнитное поле.

Подчеркнем еще раз единую природу электрического и магнитного полей. Об электрическом и магнитном полях в отдельности можно говорить лишь с обязательным указанием системы отсчета, в которой эти поля рассматриваются.

Вопросы для самоконтроля

1. Запишите закон Ампера в векторной форме.
2. Подчиняется ли третьему закону Ньютона взаимодействие элементов тока?
3. В чем сходство и различие между электростатическим взаимодействием двух точечных зарядов и магнитным взаимодействием двух элементов тока?
4. В электростатике связь между полем и его источником устанавливается с помощью теоремы Гаусса. Как выражается связь магнитного поля с его источником?
5. Укажите на характерные отличия магнитного поля от электрического.
6. Как вводится единица силы тока в системе СИ?
7. При каком условии вокруг электрического заряда возникает и существует магнитное поле?
8. Что такое магнитный момент?
9. В чем состоит относительность электрического и магнитного полей?

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

План

1. Понятие магнитного момента атома. Микро- и макротокки. Намагниченность. Магнитная восприимчивость вещества.
2. Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля. Магнитная проницаемость среды. Индукция магнитного поля в веществе.
3. Условия для магнитного поля на границе раздела двух сред.
4. Типы магнетиков. Кривая намагничивания. Петля гистерезиса. Домены. Точка Кюри.

1. Понятие магнитного момента атома. Если имеется контур с током, то по определению магнитного момента $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ (см. лек. № 23). В атоме электроны движутся вокруг ядра. Через площадку, расположенную в любом месте на пути электрона, переносится в единицу времени заряд $e\nu$, где e – заряд электрона, а ν – число оборотов в секунду.

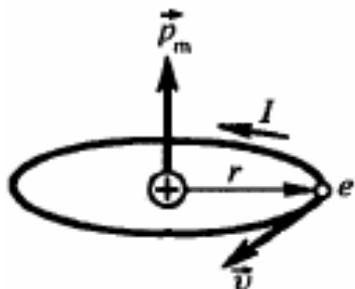


Рис. 24.1

Следовательно, движущийся по орбите электрон (используем боровскую модель атома) образует круговой ток силы $i = e\nu$ (рис. 24.1). Магнитный момент создаваемого электроном тока равен $p_m = iS = e\nu\pi r^2$, где r – радиус орбиты. Свяжем p_m со скоростью электрона $\nu = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r\nu$ (T – период

вращения электрона), получим отсюда $\pi r\nu = \frac{\nu}{2}$,

подставляя в выражение для p_m , получим:

$$p_m = e\nu\pi r^2 = \frac{e\nu r}{2}.$$

Итак, орбитальный магнитный момент электрона

$$\boxed{p_m = \frac{e\nu r}{2}}$$

Учитывая, что направление тока противоположно скорости электрона как отрицательно заряженной частицы, орбитальный магнитный момент электрона на рис. 24.1 направлен вверх по правилу буравчика.

Заметим, что кроме орбитального магнитного момента, электрон обладает собственным (спиновым) магнитным моментом. Магнитный момент атома равен векторной сумме этих магнитных моментов.

Микро- и макротоки. Орбитальное и спиновое движения электронов эквивалентны токам, циркулирующим в молекулах (атомах) вещества, они получили название молекулярных токов (или микротоков). Обычные токи, текущие по проводникам, связанные с перемещением в веществе носителей тока, называются токами проводимости, или макротоками.

Намагниченность. Магнитная восприимчивость вещества. Под воздействием магнитного поля всякое вещество способно приобретать магнитный момент (намагничиваться), то есть является магнетиком. Намагниченное вещество создает магнитное поле \vec{B}' , которое накладывается на внешнее поле \vec{B}_0 . Оба поля в сумме дают результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0$.

Степень намагничивания магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема. Эту величину называют намагниченностью.

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V} = \langle \vec{p}_m \rangle n$$

где \vec{p}_m – магнитный момент отдельной молекулы (молекулярного тока). Суммирование производится по всем молекулам, заключенным в объеме ΔV – физически бесконечно малом объеме в окрестности данной точки (но много больше объема молекулы); $\langle p_m \rangle$ – средний магнитный момент одного молекулярного тока; n – концентрация молекулярных токов.

Намагниченность принято связывать не с магнитной индукцией, а с напряженностью магнитного поля \vec{H} (подробнее об \vec{H} в п. 2). Ограничимся пока рассмотрением магнетиков, для которых зависимость между \vec{J} и \vec{H} имеет линейный характер:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \quad (*)$$

где χ – магнитная восприимчивость, безразмерная величина, характерная для каждого данного магнетика.

В отличие от диэлектрической восприимчивости ϵ , которая всегда положительна, магнитная восприимчивость бывает как положительной, так и отрицательной. Соответственно магнетики, подчиняющиеся зависимости (*), подразделяются на парамагнетики ($\chi > 0$) и диамагнетики ($\chi < 0$). У парамагнетиков $\vec{J} \uparrow \uparrow \vec{H}$, у диамагнетиков $\vec{J} \uparrow \downarrow \vec{H}$. Кроме этих магнетиков существуют ферромагнетики, у которых зависимость $\vec{J}(\vec{H})$ имеет весьма сложный нелинейный характер (подробнее о магнетиках далее в п. 4).

2. Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля. Постановка задачи. В пространство, окружающее макротоки I_1, I_2, \dots, I_n (рис. 24.2), вносим магнетик, который в

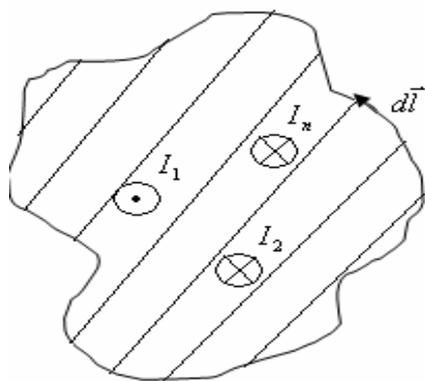


Рис. 24.2

поле токов I_1, \dots, I_n будет намагничиваться. Найдем связь напряженности магнитного поля с токами. Предварительно свяжем намагниченность \vec{J} с молекулярными токами. Обозначим алгебраическую сумму макротоков I , алгебраическую сумму микротоков I' .

Рассмотрим элемент $d\vec{l}$ контура l (рис. 24.3). Токи молекул справа (вне контура) не пронизывают контур. Слева (внутри контура) пронизывают контур дважды, и вклад в алгебраическую сумму токов равен нулю.

Дают вклад только те токи, которые «нанизаны» на контур. Элемент контура $d\vec{l}$, образующий с направлением намагниченности \vec{J} угол α , нанизывает на себя те молекулярные токи, центры которых попадают внутрь косоугольного цилиндра с объемом $dV = S_m dl \cos \alpha$ (S_m – площадь, охватываемая отдельным молекулярным током; $dl \cos \alpha$ – высота косоугольного цилиндра). Обозначим через n концентрацию токов I_m в единице объема. Сумма молекулярных токов в элементарном объеме dV

$$dI' = I_m n dV = I_m n \left| d\vec{l} \right| S_m \cos \alpha = I_m S_m n \cos \alpha \left| d\vec{l} \right|.$$

Произведение $I_m S_m$ равно магнитному моменту отдельного молекулярного тока $\langle p_m \rangle = I_m S_m$, в свою очередь, $\langle p_m \rangle n = J$, следовательно: $dI' = J |d\vec{l}| \cos \alpha = \vec{J} d\vec{l}$ (по определению скалярного произведения). Проинтегрируем по контуру \vec{l}

$$\oint_l \vec{J} d\vec{l} = I'$$

Циркуляция $\oint_l \vec{J} d\vec{l}$ вектора \vec{J} по контуру l равна алгебраической сумме молекулярных токов I' , натянутых на этот контур.

Закон полного тока с учетом токов проводимости и молекулярных токов: $\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I')$, где I – алгебраическая сумма макроток (знак «+» или «-» берется в соответствии с правилом правого винта по отношению к направлению обхода контура).

Раскроем скобки и заменим I' на $\oint_l \vec{J} d\vec{l}$:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \oint_l \vec{J} d\vec{l}$$

Поделив обе части на μ_0 и перенося $\oint_l \vec{J} d\vec{l}$ в левую часть, получим:

$$\oint_l \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I.$$

Обозначим

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \vec{H}$$

где \vec{H} – напряженность магнитного поля. Эта величина не имеет особого физического смысла, но приносит пользу. С учетом введенного понятия

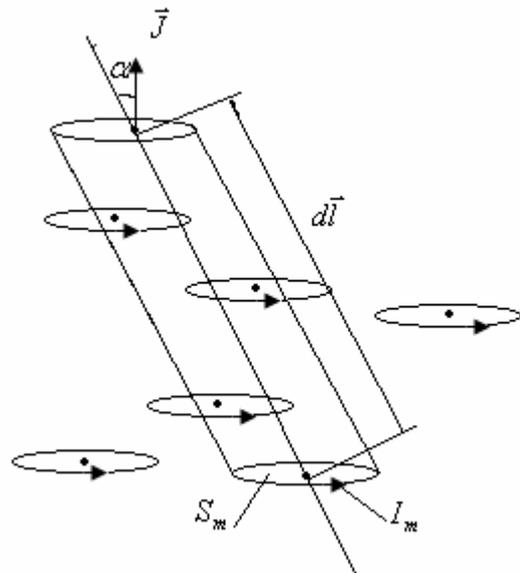


Рис. 24.3

напряженности получаем теорему о циркуляции вектора \vec{H} (закон полного тока для магнитного поля в веществе):

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I$$

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по некоторому замкнутому контуру равна алгебраической сумме макротоков, охватываемых этим контуром.

Таким образом, используя в расчетах вектор \vec{H} , можно не учитывать молекулярные токи.

Магнитная проницаемость среды. Индукция магнитного поля в веществе. В выражении $\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \vec{H}$ заменим \vec{J} на $\chi\vec{H}$, получим:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi\vec{H},$$

отсюда

$$\vec{H}(1 + \chi) = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

Обозначим $1 + \chi = \mu$ – относительная магнитная проницаемость, или просто магнитная проницаемость вещества, тогда

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$$

То есть напряженность поля \vec{H} есть вектор, имеющий то же направление, что и вектор \vec{B} (для изотропных сред), но в $\mu\mu_0$ раз меньший по модулю.

В случаях, когда однородный магнетик заполняет весь объем, ограниченный поверхностями, которые образованы линиями вектора \vec{B}_0 (поле тока проводимости),

$$\vec{H} = \vec{H}_0$$

Тогда $\frac{\vec{B}}{\mu\mu_0} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$

$$\vec{B} = \mu\vec{B}_0$$

Магнитная индукция \vec{B} внутри магнетика будет в μ раз отличаться от \vec{B}_0 .

Например, поле внутри соленоида при отсутствии магнетика $B_0 = \mu_0 nI$. Если магнетик заполняет все пространство соленоида, где поле отлично от нуля (краевыми эффектами мы пренебрегаем), то магнитная индукция \vec{B} должна в μ раз отличаться:

$$B = \mu\mu_0 nI$$

В этом примере с соленоидом μ показывает, во сколько раз магнитная индукция поля, образованного намагничивающим током в данном веществе, отличается от индукции поля, образованного этим же током в вакууме:

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Порядок расчета магнитного поля в магнетике.

1. Из закона полного тока, зная макротоки, создающие поле, определяют напряженность поля \vec{H} .

2. Зная относительную магнитную проницаемость, из формулы $B = \mu\mu_0 H$ определяют индукцию магнитного поля.

3. Условия для магнитного поля на границе раздела двух сред. Речь идет об условиях для векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела двух однородных магнетиков с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 .

Представим себе цилиндрок очень малой высоты h , расположенный на границе раздела магнетиков (рис. 24.4). Каждый из векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 можно представить в виде суммы нормальной \vec{B}_n и тангенциальной \vec{B}_τ составляющих. Векторы \vec{B}_1 и \vec{B}_2 относятся к одной точке на границе раздела. Поток вектора \vec{B} наружу из этого цилиндрика $\oint_l \vec{B} d\vec{l} = 0$ (магнитных зарядов нет, силовые линии магнитного поля замкнуты).

Пренебрегая потоком через боковую поверхность ($h \rightarrow 0$), поток можно записать так:

$$B_{2n}\Delta S - B_{1n}\Delta S = 0,$$

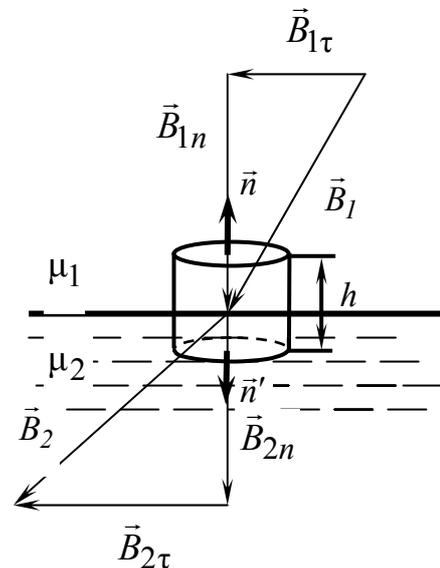


Рис. 24.4

Сокращая на ΔS , получим:

$$B_{1n} = B_{2n}$$

То есть нормальная составляющая вектора \vec{B} не испытывает скачок и одинакова по обе стороны границы раздела.

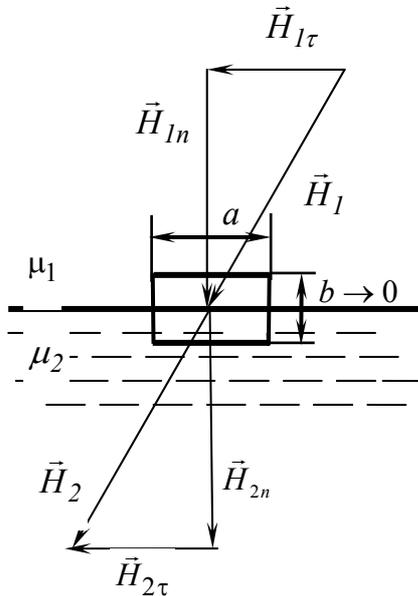


Рис. 24.5

Воспользовавшись связью между векторами \vec{B} и \vec{H} ($B = \mu\mu_0 H$) и подставляя в равенство $B_{1n} = B_{2n}$, получим $\mu_1\mu_0 H_{1n} = \mu_2\mu_0 H_{2n}$, или

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Нормальная составляющая вектора \vec{H} при переходе границы раздела магнетиков испытывает скачок и изменяется обратно пропорционально магнитной проницаемости магнетиков.

Найдем связь между тангенциальными составляющими. Проведем на границе магнетиков прямоугольный контур и вычислим для него циркуляцию вектора \vec{H} (рис. 24.5).

Так как токов проводимости на границе раздела нет, то $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = 0$.

При стремлении $b \rightarrow 0$, предыдущее уравнение примет вид $H_{1\tau}a - H_{2\tau}a = 0$. Сокращая на a , получим

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

Тангенциальная составляющая вектора \vec{H} не испытывает скачок и одинакова по обе стороны границы раздела.

Из связи B и H легко получить

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Тангенциальная составляющая вектора \vec{B} при переходе границы раздела магнетиков испытывает скачок и изменяется прямо пропорционально магнитной проницаемости магнетиков.

4. Типы магнетиков. Кривая намагничивания. Разнообразие типов магнетиков обусловлено различиями магнитных свойств микрочастиц, образующих вещество, а также характером взаимодействия между ними. Магнетики в зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости подразделяются на три группы:

– диамагнетики $\chi < 0$ ($\mu < 1$),

($\chi \sim 10^{-6} \div 10^{-9}$),

Представители: Cu, Ag, Au, почти все газы: N₂, H₂, CO₂ и т.д.

– парамагнетики $\chi > 0$ ($\mu > 1$),

($\chi \sim 10^{-4} - 10^{-6}$).

Представители: Al, Na, K, Ca ..., из газов – O₂;

– ферромагнетики $\chi \gg 1$ ($\mu \gg 1$),

($\chi \sim 10^3 - 10^5$).

Представители: Fe, Ni, Co ..., некоторые сплавы, например пермаллой, и др.

Кривая намагничивания. Намагниченность слабомагнитных веществ (пара- и диамагнетики) изменяется с напряженностью поля линейно (рис. 24.6). Намагниченность ферромагнетиков зависит от H сложным образом. Кроме нелинейности характерно также наличие насыщения.

Петля гистерезиса. Проведем эксперимент. Пусть имеется соленоид с сердечником из ферромагнетика (рис. 24.7).

Будем пропускать по обмотке соленоида постепенно увеличивающийся от нуля постоянный ток. Напряженность магнитного поля соленоида $H = \frac{B}{\mu_0} = nI$. Одновременно с на-

пряженностью будем регистрировать магнитную индукцию в сердечнике B (рис. 24.8). Основная кривая намагничивания 0 – 1. Магнитная индукция $B = \mu_0(H + J)$.

При достижении ферромагнетиком насыщения J (см. рис. 24.6) B продолжает расти с ростом H по линейному закону. С точки 1 будем уменьшать ток, соответственно будет и уменьшаться напряженность магнитного поля H , но индукция B следует не по первоначальной кривой 1 – 0, а изменяется в соответствии с кривой 1 – 2.



Рис. 24.6

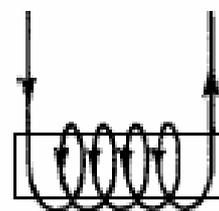


Рис. 24.7

В результате, когда напряженность внешнего поля станет равной нулю, намагниченность не исчезает и характеризуется величиной B_r , которая называется остаточной индукцией.

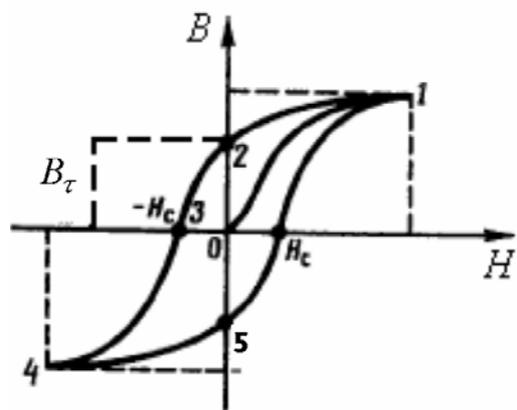


Рис. 24.8

Магнитная индукция обращается в нуль лишь при перемене тока в соленоиде на противоположное направление. (Соответственно меняется на противоположное и направление \vec{H}). Напряженность, при которой B обращается в нуль, называется коэрцитивной силой и обозначается H_c .

При дальнейшем увеличении тока противоположно первоначальному направлению (и соответственно увеличению H), попадаем в точку 4, затем, уменьшая ток (и H), попадаем в точку 5, сменив направление тока и H на первоначальное, снова попадаем в точку 1. Вся фигура называется петлей гистерезиса (греч. – запаздывание). Смысл названия в том, что, например, при уменьшении напряженности из точки 1 до точки 0 B не попадает в точку 0, а лишь с «запаздыванием» (за счет обратного поля H_c) обращается в нуль.

Существование остаточной намагниченности дает возможность изготовления постоянных магнитов, то есть тел, которые без затрат энергии на поддержание макротокков обладают магнитным моментом и создают в окружающем пространстве магнитное поле.

Гистерезис приводит к тому, что намагниченность ферромагнетика не является однозначной функцией H ; она значительно зависит от предыстории образца.

Домены. Точка Кюри. Магнитные свойства ферромагнетиков обусловлены собственными (спиновыми) магнитными моментами электронов.

При определенных условиях в кристаллах могут возникать силы, которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания, которые называются доменами.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура T_C , при которой области спонтанной намагниченности распадаются и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. Эта температура называется точкой Кюри (T_C) (для железа $T_{CFe} = 768$ °С, а для никеля $T_{CNi} = 365$ °С).

Диамагнетики. Диамагнетики состоят из атомов, в которых орбитальные магнитные моменты электронов скомпенсированы. Поэтому магнитные моменты атомов равны нулю. Для анализа механизма диамагнитного эффекта используем модель атома гелия.

Вокруг ядра обращаются два электрона. Опыт показывает, что атом гелия не имеет магнитного момента. Это можно объяснить тем, что оба электрона обращаются вокруг ядра с одинаковой скоростью по одинаковым орбитам, но в противоположных направлениях (рис. 24.9). Для наглядности плоскости орбит изображены значительно смещенными друг от друга. Тогда их орбитальные магнитные моменты будут равны по величине, но противоположны по направлению и суммарный магнитный момент оказывается равным нулю. Поместим атом гелия в магнитное поле.

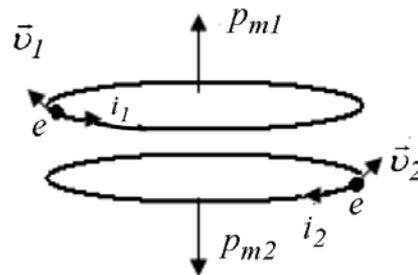


Рис. 24.9

Для простоты положим, что вектор индукции перпендикулярен плоскости орбиты электрона. В этом случае на электрон действуют две силы – кулоновская сила притяжения к ядру и сила Лоренца (рис. 24. 10). Их равнодействующая сообщает электрону центростремительное ускорение. Для 1-го и 2-го электронов соответственно:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{\text{кул}} - F_{\text{лор}}^{(1)} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - ev_1 B = \frac{mv_1^2}{r} \\ F_{\text{кул}} + F_{\text{лор}}^{(2)} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + ev_2 B = \frac{mv_2^2}{r} \end{array} \right. \quad (*)$$

В этих уравнениях полагаем, что под действием магнитного поля меняется только скорость движения электрона, но не радиус орбиты. Из полученной системы уравнений следует, что под действием магнитного поля скорость движения 1-го электрона уменьшается, а 2-го – возрастает. Соответст-

венно изменяются и магнитные моменты: \vec{p}_{m2} возрастает, а \vec{p}_{m1} уменьшается (см. рис. 24.10).

Таким образом, под действием внешнего магнитного поля у атома индуцированным микротоком $i_2 - i_1$ наводится (индуцируется) магнитный момент:

$$p_m = p_{m2} - p_{m1} = \frac{e\omega_2 r}{2} - \frac{e\omega_1 r}{2} = \frac{er}{2}(\omega_2 - \omega_1)$$

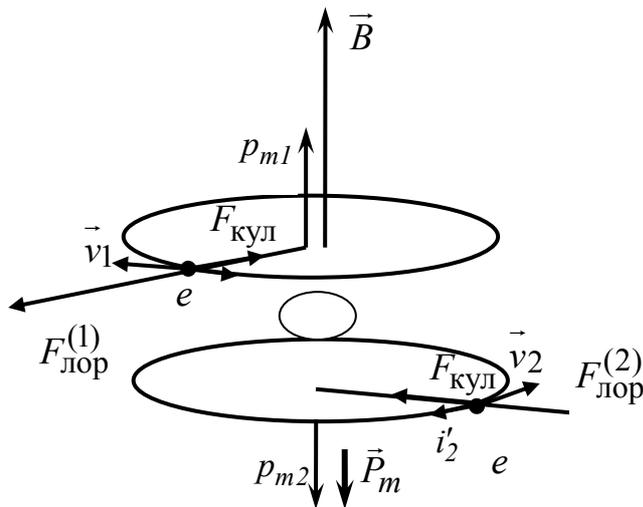


Рис. 24.10

Индукцированный магнитный момент \vec{P}_m направлен противоположно вектору индукции внешнего поля.

Так как индуцированный микроток наводится внешним полем, то согласно правилу Ленца у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю.

Результирующее магнитное поле в диамагнетике уменьшается, магнитная восприимчивость для диамагнетика — величина отрицательная.

Парамагнетики. Атомы парамагнетиков имеют нескомпенсированные магнитные моменты. Под действием внешнего поля эти магнитные моменты поворачиваются, стремясь расположиться вдоль силовых линий поля. Тепловое движение, естественно, в какой-то степени расстраивает этот порядок.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков положительная и примерно в сто раз больше, чем восприимчивость диамагнетиков.

Вопросы для самоконтроля

1. Чем обусловлен магнитный момент атома?
2. Как определяется намагниченность вещества? Каков ее физический смысл?
3. Сформулируйте закон полного тока для магнитного поля в веществе.
4. Как связаны между собой векторы магнитной индукции \vec{B} , напряженности магнитного поля \vec{H} и намагниченности \vec{J} ?
5. Покажите, что напряженность \vec{H} играет в теории магнитного поля такую же роль, как вектор \vec{D} в теории электрического поля.
6. Каков физический смысл магнитной проницаемости среды?
7. Какова связь нормальной и тангенциальной составляющих векторов \vec{B} и \vec{H} ?
8. Чем различаются магнитные свойства диа- и парамагнетиков? Каковы особенности магнитных свойств ферромагнетиков?

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

План

1. Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции. Вывод основного закона электромагнитной индукции. Правило Ленца. Токи Фуко.
2. Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность длинного соленоида. Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность.
3. Токи размыкания и замыкания.
4. Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии магнитного поля.

1. Опыт Фарадея (англ. ученый (1791 – 1867)). На большую деревянную катушку Фарадей навил две электрические спирали, изолированные друг от друга (рис. 25.1). По одной спирали пропускался ток, который Фарадей резко включал и выключал, а другая спираль была соединена с гальванометром. При замыкании и размыкании ключа K цепи гальванометр G показывал наличие электрического тока. При непрерывном прохождении тока через одну из спиралей в другой спирали тока не было.

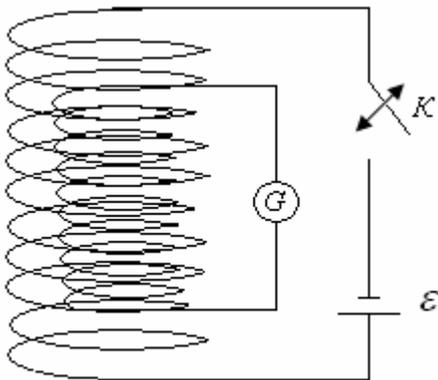


Рис. 25.1

Обнаруженное Фарадеем явление назвали электромагнитной индукцией, а ток – индукционным.

Причина возникновения индукционного тока – появление электродвижущей силы под влиянием изменяющегося потока магнитной индукции.

Магнитный поток (поток магнитной индукции). Магнитный поток $d\Phi$ вектора магнитной индукции через элементарную площадку dS (рис. 25.2) определяется скалярным произведением векторов \vec{B} и $d\vec{S}$.

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = \vec{B}\vec{n}dS = B_n dS.$$

Магнитный поток через конечную поверхность S определяется интегралом

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Магнитный поток через замкнутую поверхность

$$\Phi = \oint \vec{B} d\vec{S}.$$

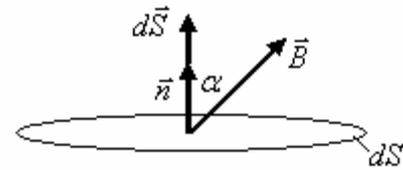


Рис. 25.2

Единица измерения магнитного потока в системе СИ – вебер (Вб). $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$.

ЭДС индукции. Вывод основного закона электромагнитной индукции. Найдем связь между ЭДС индукции ε_i и скоростью изменения магнитного потока.

Возьмем проводящий контур с подвижной металлической перемычкой длиной l (рис 25.3).

Поместим его в однородное магнитное поле \vec{B} , перпендикулярное к плоскости контура и направленное за чертеж \vec{B} . Приведем перемычку в движение со скоростью \vec{v} . С той же скоростью станут перемещаться относительно поля и носители тока в перемычке – электроны. На каждый электрон начнет действовать направленная вдоль перемычки магнитная сила (магнитная составляющая силы Лоренца).

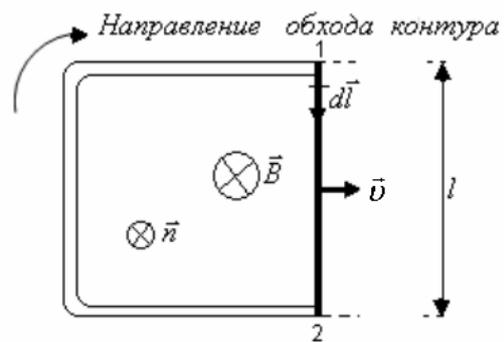


Рис. 25.3

$$F_M = -e [\vec{v} \times \vec{B}]$$

(заряд электрона $-e$).

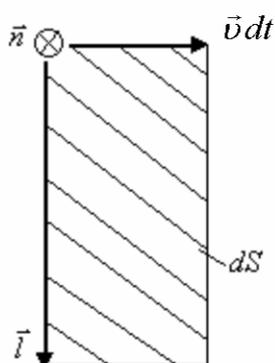
Действие этой силы эквивалентно действию на электрон электрического поля напряженностью

$$\vec{E}_{\text{стор}} = \frac{\vec{F}_M}{-e} = [\vec{v} \times \vec{B}].$$

$$\text{По определению ЭДС } \varepsilon = \oint_{1 \rightarrow 2} \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l} = \oint_{1 \rightarrow 2} [\vec{v} \times \vec{B}] d\vec{l},$$

($\vec{v} \neq 0$ лишь на участке 1 – 2).

Направление обхода выбираем по часовой стрелке, чтобы направление обхода, соответственно вектор элемента контура $d\vec{l}$ и нормаль к контуру \vec{n} образовывали правовинтовую систему. Вынесем за



знак интеграла $[\vec{v} \times \vec{B}]$ (интегрирование ведется по длине перемычки) и проведем интегрирование:

$$\varepsilon = [\vec{v} \times \vec{B}] \int_{1 \rightarrow 2} d\vec{l} = [\vec{v} \times \vec{B}] \vec{l},$$

где \vec{l} – вектор, показанный на рис. 25.4. В полученном смешанном произведении осуществим циклическую перестановку сомножителей, после чего умножим и разделим его на dt :

Рис. 25.4

$$\varepsilon_i = \frac{\vec{B} [\vec{l} \times \vec{v} dt]}{dt}.$$

Из рис. 25.4 видно, что $[\vec{l} \times \vec{v} dt] = -\vec{n} dS$, где dS – приращение площади контура за время dt . По определению магнитного потока произведение $\vec{B} \vec{n} dS = \vec{B} d\vec{S}$ представляет поток через площадку dS .

Таким образом $\vec{B} [\vec{l} \times \vec{v} dt] = -\vec{B} \vec{n} dS = -\vec{B} d\vec{S} = -d\Phi$.

В результате получаем

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

ЭДС индукции в контуре равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур, взятой с обратным знаком.

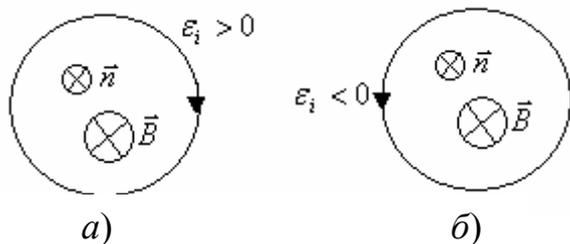


Рис. 25.5

Остановимся на смысле знака « \rightarrow ». ЭДС считается положительной, если ее направление соответствует правилу правого винта по отношению к направлению нормали \vec{n} (а ее направление соответствует направлению \vec{B}), как на рис. 25.5, а, и, наоборот, ЭДС считается отрицательной, если ее направление не соответствует правилу правого винта по отношению к нормали (рис. 25.5, б).

Вернемся к рис. 25.3 (проводник с перемычкой). Нетрудно определить с помощью правила левой руки, что нижний конец перемычки заряжается отрицательно, а верхний конец – положительно, следовательно, ЭДС индукции ε_i направлена против часовой стрелки (рис. 25.6).

Достаточно просто определить направление ЭДС по правилу Ленца.

Правило Ленца. Индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток. В примере на рис 25.6 индукционное магнитное поле \vec{B}_i направленно так, чтобы ослабить изменение внешнего потока.

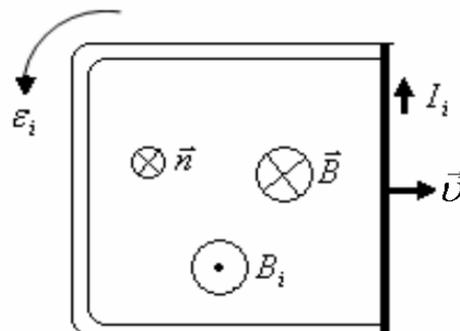


Рис. 25.6

Так как перемычка движется так, что площадь контура, ограниченного проводником и перемычкой, увеличивается, соответственно магнитный поток увеличивается, то индукционное поле \vec{B}_i направлено для ослабления изменения магнитного потока в сторону, противоположную направлению внешнего поля \vec{B} . Индукционный ток I_i в соответствии с правилом буравчика направлен против хода часовой стрелки.

Токи Фуко. Индукционные токи могут возбуждаться и в сплошных массивных проводниках. В этом случае их называют токами Фуко, или вихревыми токами. Тепловое действие токов используется в индукционных печах. По существу индукционная печь представляет катушку, питаемую высокочастотным током большой силы. Если поместить внутрь катушки проводящее тело, в нем возникнут интенсивные вихревые токи, которые могут разогреть тело до плавления. В среде инертного газа получается исключительно чистый металл. Токи Фуко могут играть и отрицательную роль, например в нагреве сердечников трансформаторов.

2. Явление самоиндукции. Индуктивность. Электрический ток, текущий в любом контуре, создает пронизывающий этот контур магнитный поток. Изменение потока магнитной индукции приведет к возникновению в контуре ЭДС. Таким образом, изменение тока в контуре приводит к возникновению ЭДС индукции в самом контуре. Это явление носит название самоиндукции.

Ток в контуре и создаваемый им магнитный поток пропорциональны друг другу:

$$\Phi = LI \quad (*)$$

Коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью и определяется геометрической формой контура и средой, в которой расположен контур. Единица измерения индуктивности $[L] = \text{Гн}$ (генри). В системе СИ 1 генри – индуктивность такого проводника (контура), у которого при силе тока в 1А возникает сцепленный с ним магнитный поток, равный 1 Вб.

$$\text{ЭДС самоиндукции } \varepsilon_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt},$$

то есть
$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность длинного соленоида. Произведение магнитного потока, пронизывающего один виток, на число витков называется потокосцеплением, то есть $\psi = N\Phi$. Число витков N можно представить $N = nl$ (n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, l – длина соленоида), $\Phi = BS$. Магнитная индукция соленоида $B = \mu\mu_0 n^2 I$ (см. лек. № 24). Подставляя в выражение для потокосцепления ψ , получим: $\psi = \mu\mu_0 n^2 l S I$, произведение $l \cdot S$ – объем соленоида V , тогда $\psi = \mu\mu_0 n^2 V I$, выражение перед I по аналогии с (*) является индуктивностью соленоида.

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

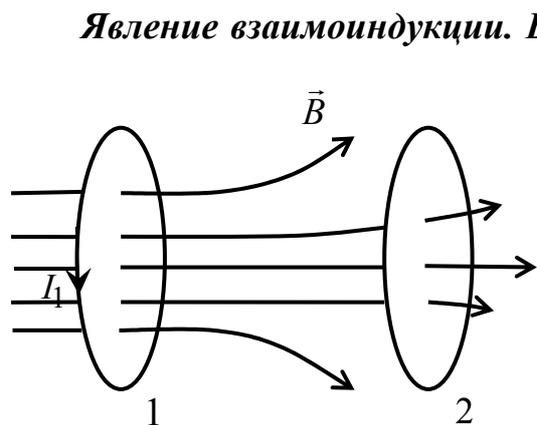


Рис. 25.7

Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность. Пусть имеются два контура (рис. 25.7) 1 и 2. В контуре 1 протекает ток I_1 .

Магнитный поток, создаваемый током I_1 и связанный с контуром 1, частично пронизывает контур 2. Этот магнитный поток пропорционален току I_1 , т.е.

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1$$

Коэффициент пропорциональности L_{21} называется коэффициентом взаимной индукции.

Взаимоиндукция состоит в том, что при изменении силы

тока в контуре 1 изменяющееся магнитное поле этого тока индуцирует ЭДС в соседнем контуре 2.

$$\boxed{\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}}$$

Величина коэффициента взаимной индукции определяется геометрической формой контуров, их размером, относительным расположением и средой, в которой находятся контуры. Контуры 1 и 2 называются индуктивно связанными.

3. Токи размыкания и замыкания. Ток размыкания (экстраток размыкания) можно наблюдать с помощью следующей схемы (рис. 25.8). Если разомкнуть ключ K , то магнитный поток в катушке L будет исчезать и в ней возникнет экстраток самоиндукции I (экстраток размыкания). В соответствии с правилом Ленца он будет препятствовать убыванию магнитного потока и направлен в катушке так же, как убывающий ток.

Сила тока в контуре RL в соответствии со вторым законом Кирхгофа будет удовлетворять уравнению

$$IR = \varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}.$$

Разделив обе части на L и перенеся правую часть уравнения в левую, получим:

$$\boxed{\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = 0}$$

Это линейное дифференциальное уравнение. Составим характеристическое уравнение: $a\lambda + b = 0$, где $a = 1$, $b = \frac{R}{L}$. Корень характеристического уравнения $\lambda = -b$.

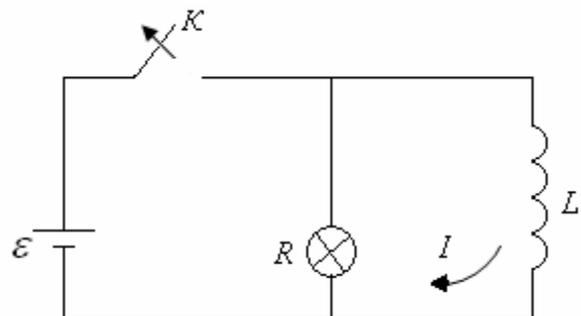


Рис. 25.8

Решение дифференциального уравнения: $I = Ce^{\lambda t} = Ce^{-bt} = Ce^{-\frac{R}{L}t}$.

При $t = 0$ начальное значение тока $I = I_0$. Следовательно, подставив $t = 0$ получим значение константы $C = I_0$. Тогда решение дифференциального уравнения будет иметь вид:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

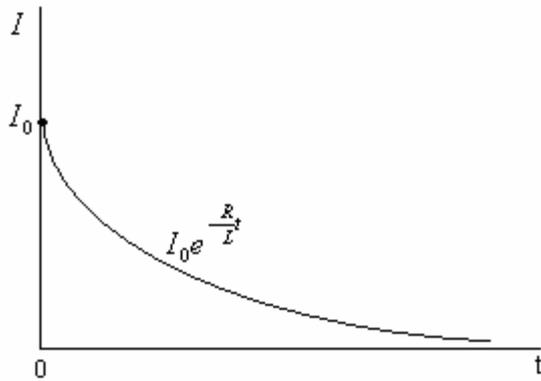


Рис. 25.9

Ток убывает экспоненциально (рис. 25.9). Скорость убывания тока определяется величиной $\frac{L}{R}$, имеющей размерность времени. Обозначим $\tau = \frac{L}{R}$. При $t = \tau$ сила тока уменьшается в e раз. Индуктивность как бы задерживает убывание тока.

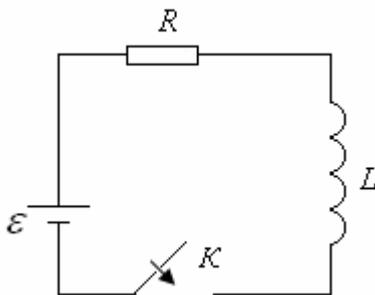


Рис. 25.10

Ток замыкания. Рассмотрим схему на рис. 25.10. По 2-у закону Кирхгофа:

$$IR = \epsilon + \epsilon_S,$$

$$IR = \epsilon - L \frac{dI}{dt}.$$

Разделим обе части на L и перенесем $\frac{dI}{dt}$ в

левую часть:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\epsilon}{L} \quad (**)$$

Это линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Общее решение линейного неоднородного уравнения можно получить, прибавив любое его частное решение к общему решению соответствующего однородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения:

$$I = Ce^{\lambda t} = Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Частным решением может быть, например, $I_m = \frac{\varepsilon}{R}$. (Убедимся в этом, подставим это решение в уравнение (**): $\frac{dI_m}{dt} = 0$; $\frac{R}{L}I_m = \frac{\varepsilon}{L}$; $\frac{R}{L} \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{L}$; $\frac{\varepsilon}{L} = \frac{\varepsilon}{L}$).

Общее решение неоднородного уравнения будет иметь вид:

$$I = Ce^{-\frac{R}{L}t} + I_m.$$

Найдем константу C . При $t = 0$ $I = 0$, тогда $C = -I_m$, откуда общее решение неоднородного уравнения для токов замыкания:

$$I = I_m - I_m e^{-\frac{R}{L}t},$$

$$I = I_m \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

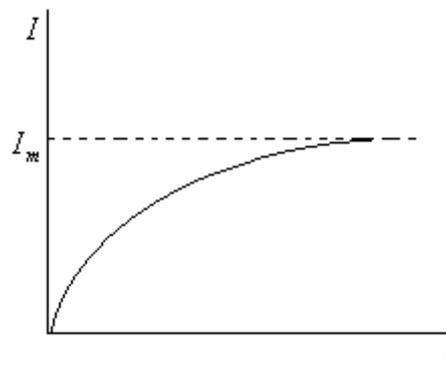


Рис. 25.11

График зависимости I от t представлен на рис. 25.11.

В случае тока замыкания индуктивность задерживает нарастание тока.

4. Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии магнитного поля. Рассмотрим схему на рис. 25.12. При замкнутом ключе в соленоиде установится ток I , который обусловит магнитное поле, сцепленное с витками соленоида. Если разомкнуть ключ, то через сопротивление R будет течь постепенно убывающий ток, поддерживаемый возникающей в соленоиде ЭДС самоиндукции. Работа, совершаемая этим током за счет энергии магнитного поля за время dt :

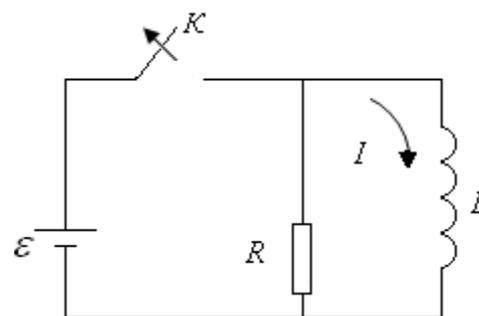


Рис. 25.12

$$dA = \varepsilon_S Idt = -\frac{d\psi}{dt} Idt = -Id\psi,$$

$d\psi = LdI$, тогда

$$dA = -LIdI.$$

Ток совершает работу, изменяя свое значение от I до нуля:

$$A = -\int_I^0 LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Подставляя значение индуктивности соленоида $L = \mu\mu_0 n^2 V$ и учитывая, что $I = \frac{H}{n}$, получаем, $A = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$

Поскольку работа совершается за счет энергии магнитного поля катушки, то $A = W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$, отсюда объемная плотность энергии магнитного поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое магнитный поток? Как он определяется?
2. Что выражает закон электромагнитной индукции Фарадея и какова его формула?
3. Что выражает правило Ленца?
4. Положительные и отрицательные проявления токов Фуко.
5. Какое явление называется самоиндукцией? Взаимоиндукцией?
6. Что такое индуктивность контура?
7. Какую роль играет индуктивность для токов размыкания и замыкания?
8. Найдите выражение для магнитной энергии тока и объемной плотности энергии магнитного поля.

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

План

1. Введение.
2. Движение заряженных частиц в однородном электрическом поле.
3. Понятие об электронной оптике.
4. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле.
5. Эффект Холла.
6. Принцип действия ускорителя заряженных частиц.

1. Введение. Воздействуя на потоки электронов и ионов электрическими и магнитными полями, можно управлять этими потоками, изменять их интенсивность и направление движения. Такая возможность лежит в основе действия различных важных электронных приборов (осциллографов, электронных микроскопов, телевизионных трубок и др.).

Концентрированный поток электронов используется для обработки металлов (электронно-лучевая обработка).

2. Движение заряженных частиц в однородном электрическом поле.

Предположим, что заряженная частица массой m с зарядом $-e$ (электрон) движется первоначально вдоль оси x со скоростью v_0 , и попадает в электрическое поле плоского конденсатора (рис. 26.1) длиной l . Считаем поле \vec{E} однородным. Найдем угол θ отклонения частицы в электрическом поле от первоначального направления. Уравнения движения:

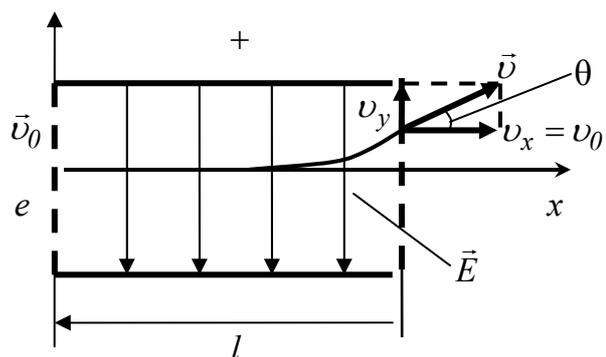


Рис. 26.1

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0, \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE}{m} \end{cases}$$

Интегрируя 1-е и 2-е уравнения, получим

$$\begin{cases} v_x = \text{const}_1 = v_0 \\ v_y = \frac{eEt}{m} + \text{const}_2 \end{cases}$$

где $t = \frac{l}{v_0}$ – время нахождения частицы в электрическом поле.

При $t = 0$ $v_y = 0$, следовательно $\text{const}_2 = 0$, то есть $v_y = \frac{eE}{m}t = \frac{eE}{m} \frac{l}{v_0}$,

тогда тангенс угла отклонения θ :

$$\text{tg}\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{eEl / mv_0}{v_0} = \frac{eEl}{mv_0^2},$$

$$\boxed{\text{tg}\theta = \frac{eEl}{mv_0^2}}$$

То есть отклонение частицы зависит от отношения $\frac{e}{m}$ – удельного заряда частицы, величины поля, длины конденсатора (прямо пропорционально этим величинам) и от квадрата начальной скорости (обратно пропорционально).

3. Понятие об электронной оптике. Если пластины конденсатора сделать из металлических сеток, то в зависимости от направления и скорости движения электронов, величины поля и параметров конденсатора

можно управлять электронными потоками подобно оптическим элементам. Например, явления отражения и преломления показаны на рис. 26.2.

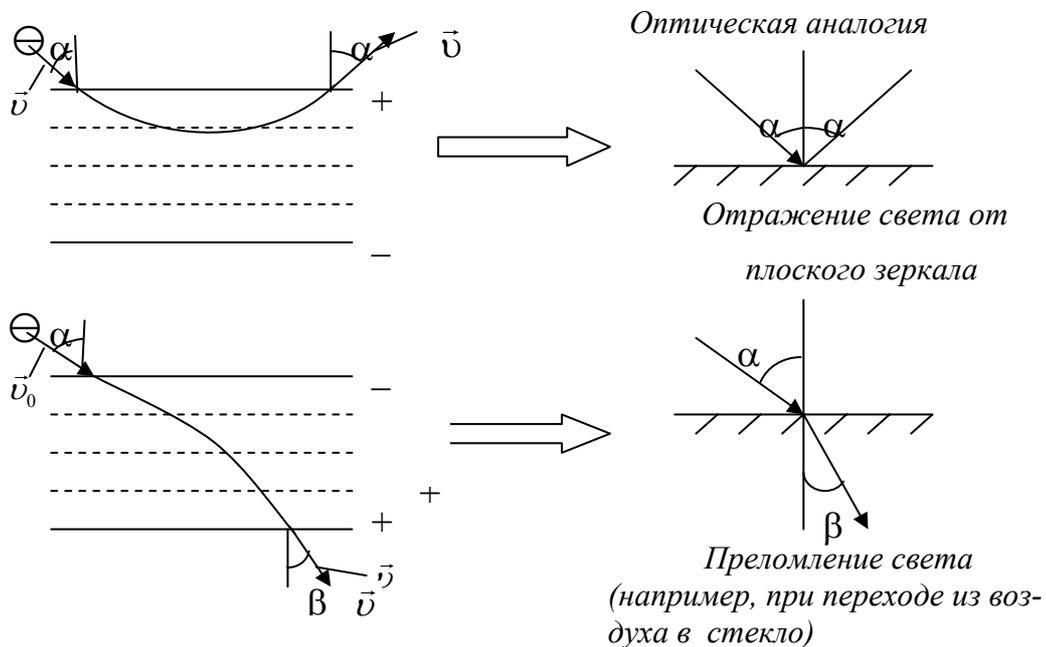


Рис. 26.2

Электрическая линза (рис. 26.3). Электрическая линза состоит из двух коаксиальных цилиндров, потенциалы которых $\varphi_1 < \varphi_2$. Электроны, испущенные из точки P в левой половине «линзы» вблизи границы цилиндров, отклоняются к оси цилиндров (вдоль силовых линий, обозначенных пунктиром), в правой половине линзы от оси, но там электроны уже набрали скорость и пучок электронов, хотя и уменьшает сходящимся, все же остается сходящимся. В правой части рисунка изображен оптический аналог собирающей линзы.

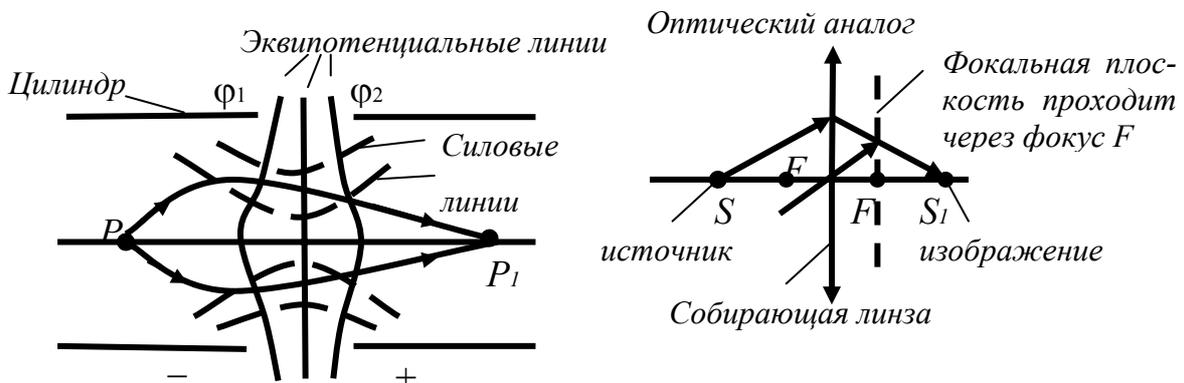


Рис. 26.3

4. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле.

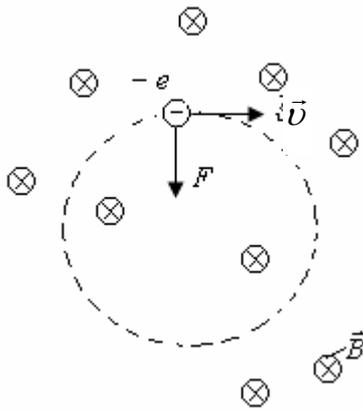


Рис. 26.4

Пусть имеется однородное магнитное поле, например поле соленоида. Предположим, что частица с зарядом $-e$ (электрон), обладающая начальной скоростью v , попадает в магнитное поле с индукцией B . Будем считать поле однородным, направленным перпендикулярно к скорости \vec{v} . На частицу действует магнитная сила (магнитная составляющая силы Лоренца) $\vec{F} = -e[\vec{v} \times \vec{B}]$ (рис. 26.4). Эта сила, будучи на-

правлена перпендикулярно к направлению движения, является центростремительной силой, а движение под действием центростремительной силы есть движение по окружности. Радиус окружности r определяется условием

$$\frac{mv^2}{r} = evB, \text{ откуда}$$

$$r = \frac{v}{(e/m)B}$$

и называется циклотронным (ларморовским) радиусом. Он прямо пропорционален скорости, обратно пропорционален удельному заряду e/m и магнитной индукции.

Энергия электрона может быть получена в электрическом поле

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \text{ где } U \text{ – ускоряющее напряжение, тогда } v = \left(2 \frac{e}{m} U\right)^{1/2} \text{ и } \underline{\text{циклотронный радиус}}$$

$$r = \left(\frac{2}{e/m}\right)^{1/2} \frac{U^{1/2}}{B}$$

Если начальная скорость частицы составляет некоторый угол α с направлением поля (рис. 26.5, а), то частица движется по спирали (рис. 26.5, б).

Шаг витка спирали h определяется тангенциальной составляющей скорости частицы \vec{v}_τ и периодом T (который зависит от нормальной составляющей скорости \vec{v}_n).

$$h = v_\tau T = v_0 T \cos \alpha.$$

Период обращения

$$T = \frac{2\pi r}{v_n} = \frac{2\pi}{(e/m)B}$$

Тогда

$$h = \frac{2\pi v_0 \cos \alpha}{e/m} \frac{1}{B}$$

Циклическая (циклотронная частота обращения электрона):

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} = \frac{eB}{m}$$

5. Эффект Холла. Пусть имеется некоторый образец в виде пластины из металла или полупроводника (рис. 26.6). Если создать в образце магнитное поле, перпендикулярное к току через образец и к зондам, то между зондами возникает разность потенциалов.

Опыт показывает, что полученная разность потенциалов U пропорциональна магнитной индукции B , плотности тока j и расстоянию между зондами d

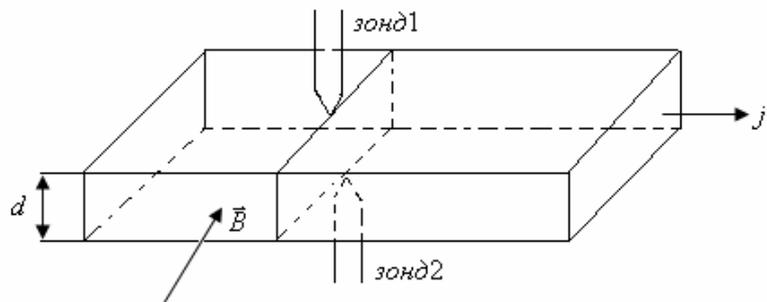


Рис. 26.6

$$U = RdjB$$

где R – постоянная, зависящая от рода вещества, называемая постоянной Холла.

Эффект Холла является следствием разделения зарядов под действием магнитной силы Лоренца. Этот эффект используется в измерениях, например, магнитной индукции поля.

6. Принцип действия ускорителя заряженных частиц. Рассмотрим в качестве примера ускорителя циклотрон. В основу его работы положена независимость периода обращения заряженной частицы от ее скорости (см. п. 4). Циклотрон состоит из двух электродов в виде половинок круговой коробки, которые называются дуантами. Дуанты помещаются в вакуумной камере между полюсами сильного электромагнита. На дуанты пода-

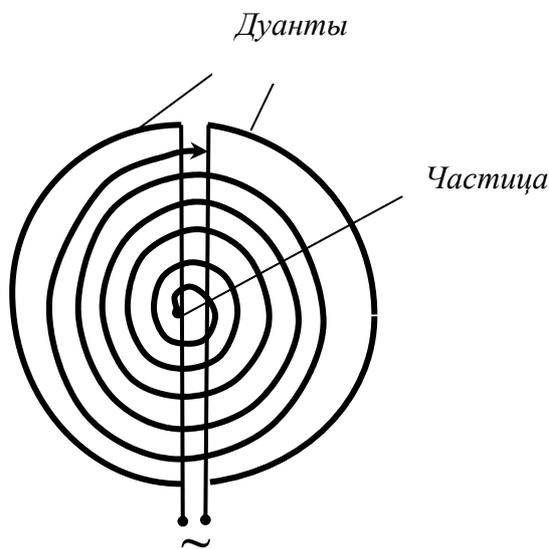


Рис. 26.7

ется переменное напряжение. Поскольку дуанты металлические, пространство внутри них эквипотенциальное, внутри только магнитное поле электромагнитов, между полюсами которых и помещены дуанты (поле перпендикулярно к дуантам).

Частица, введенная в зазор между дуантами, будет подхвачена электрическим полем и втянута внутрь одного из дуантов (рис. 26.7). Далее она будет двигаться по окружности, радиус которой пропорционален ее скорости

частицы (см. п. 4). Частота изменения напряжения подбирается так, чтобы к моменту, когда частица, пройдя половину окружности, подойдет к зазору между дуантами, напряжение на дуантах меняет знак и достигает амплитудного значения. Частица снова ускоряется и влетает во второй дуант с энергией, большей, чем в первом.

С большей скоростью частица будет двигаться по окружности с большим радиусом ($r \sim v$), но так как период постоянен, время, за которое частица пройдет половину окружности, остается прежним.

К моменту, когда частица влетит в зазор между дуантами, напряжение снова изменит знак и примет амплитудное значение. Частица движется по кривой, близкой к спирали, получая при каждом прохождении через зазор дополнительную порцию энергии.

На последнем витке пучок быстрых заряженных частиц выводится наружу, бомбардируя частицы мишени.

Вопросы для самоконтроля

1. Напишите выражение для силы, действующей на заряженную частицу в случае одновременного наличия однородного электрического и магнитного полей.
2. По какой траектории будет двигаться заряженная частица в однородном магнитном поле, если $\vec{v} // \vec{B}$, $\vec{v} \perp \vec{B}$, \vec{v} и \vec{B} направлены произвольно? Дайте объяснение.
3. Почему кинетическая энергия движущейся в постоянном магнитном поле заряженной частицы не меняется?
4. Когда движущаяся заряженная частица при одновременном наличии однородных электрического и магнитного полей не будет испытывать отклонений от первоначальной траектории?
5. Приведите пример «электронной оптики».
6. В чем состоит эффект Холла?
7. Как действует циклотрон?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Иродов, И. Е.* Электромагнетизм. Основные законы / И. Е. Иродов. – М.-СПб. : Физматлит, 2000. – 352 с. – ISBN 5-932208-001-9.
2. *Савельев, И. В.* Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1978. – 480 с.
3. *Калашников, С. Г.* Электричество / С. Г. Калашников. – М. : Наука, 1977. – 592 с.
4. *Трехов, Е. С.* Конспект телевизионных лекций по курсу общей физики для вузов. Разд. Электричество и магнетизм / Е. С. Трехов [и др.]. – М. : МИФИ, 1970. – 52 с.
5. *Райзер, Ю. П.* Основы современной физики газоразрядных процессов / Ю. П. Райзер. – М. : Наука, 1980. – 416 с.
6. *Лукьянов, С. Ю.* Горячая плазма и управляемый ядерный синтез / С. Ю. Лукьянов. – М. : Наука, 1975. – 408 с.
7. *Трофимова, Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 478 с.
8. Физика. Программа, методические указания и задачи для студентов-заочников (с примерами решения) / сост. : А. Ф. Галкин [и др.]. ; под ред. А. А. Кулиша ; Владим. гос. ун-т. – Владимир, 2002. – 128 с.
9. Методические указания для самостоятельной работы студентов по физике / сост. : А. Ф. Галкин [и др.]; Владим. гос. ун-т. – Владимир, 1988. – 72 с.
10. *Яворский, Б. М.* Основы физики. В 2 т. Т. 1. / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. – М. : Наука, 1974. – 496 с.

Оглавление

Введение	3
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО	4
Лекция № 16. Напряженность электрического поля в вакууме.....	4
Лекция № 17. Потенциал электростатического поля	14
Лекция № 18. Диэлектрики в электрическом поле	21
Лекция № 19. Электрическое поле проводников	30
Лекция № 20. Постоянный электрический ток	38
Лекция № 21. Элементы физической электроники. Электрический ток в газах.....	48
Лекция № 22. Плазма	54
МАГНЕТИЗМ	61
Лекция № 23. Магнитное поле в вакууме	61
Лекция № 24. Магнитное поле в веществе	74
Лекция № 25. Электромагнитная индукция	86
Лекция № 26. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.....	95
Библиографический список	102

Учебное издание

ГАЛКИН Аркадий Федорович

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

Ч. 3. Электромагнетизм

Редактор Р.С. Кузина
Технический редактор Н. В. Тупицына
Корректор Е.В. Афанасьева
Компьютерная верстка С.В. Павлухиной

ЛР № 020275. Подписано в печать 22.03.06.

Формат 60x84/16. Бумага для множит. техники. Гарнитура Таймс.
Печать на ризографе. Усл. печ. л. 0.00. Уч.-изд. л. 0.00. Тираж 600 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.