

**Владимирский государственный университет**

**Т. Ульченко А. А. Посаженников Д. Ю. Берегий**

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ  
И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

**Учебно-практическое пособие**

**Владимир 2026**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Т. Ульченко    А. А. Посажеников    Д. Ю. Берегий

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Учебно-практическое пособие

*Электронное издание*



Владимир 2026

ISBN 978-5-9984-1779-5

© Ульченко Т., Посажеников А. А.,  
Берегий Д. Ю., 2026

УДК 514.18  
ББК 22.151.3

**Авторы:** Т. Ульченко (Ч. 1, тема 1 – 6), А. А. Посажеников (Ч. 1, тема 7, Ч. 2), Д. Ю. Берегий (Предисловие, Введение, Советы студентам, Заключение).

**Рецензенты:**

Доктор технических наук, профессор  
профессор кафедры информационных технологий Российской академии  
народного хозяйства и государственной службы  
при Президенте Российской Федерации (Владимирский филиал)

*Б. Ю. Житников*

Кандидат технических наук, доцент  
доцент кафедры информационных систем и программной инженерии  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых

*М. И. Озерова*

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**Ульченко, Т.** Начертательная и инженерная графика [Электронный ресурс] : учеб.-практ. пособие / Т. Ульченко, А. А. Посажеников, Д. Ю. Берегий ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2026. – 340 с. – ISBN 978-5-9984-1779-5. – Электрон. дан. (14,4 Мб). – 1 электрон. опт. Диск (CD-ROM). – Систем. требования: Intel от 1,3 ГГц ; Windows XP/7/8/10 ; Adobe Reader ; дисковод CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

Содержит задания по начертательной и инженерной графике, краткое изложение теоретического материала, технический минимум терминов (словарь) для облегчения усвоения теоретического материала. В начале каждой темы размещена блок-схема краткого описания теоретического материала, в заключение глав даны тесты, позволяющие проверить степень усвоения материала.

Предназначено для самостоятельной работы студентов из КНР направления подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», а также для подготовки к сдаче промежуточной аттестации, может быть полезно студентам, обучающимся по направлению подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника».

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 77. Ил. 50. Библиогр.: 15 назв.

ISBN 978-5-9984-1779-5

© Ульченко Т., Посажеников А. А.,  
Берегий Д. Ю., 2026

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	7
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	8
<b>СОВЕТЫ СТУДЕНТАМ</b> .....	9
<b>Часть I. НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГРАФИКА</b> .....	12
Тема 1. ПРОЕЦИРОВАНИЕ .....	14
1.1. Метод проекций .....	17
1.2. Варианты тестовых вопросов .....	21
Тема 2. ТОЧКА .....	24
2.1. Проекция точек на две и три взаимно перпендикулярные плоскости проекций .....	26
2.2. Принадлежность точек плоскостям проекций.....	32
2.3. Варианты тестовых вопросов .....	36
Тема 3. ПРЯМАЯ.....	62
3.1. Комплексные рисунки прямых линий общего положения .....	62
3.2. Классификация прямых по их положению относительно плоскостей проекций.....	68
3.3. Относительное положение прямых и точек.....	68
3.4. Относительное положение двух прямых.....	70
3.5. Варианты тестовых вопросов .....	83
Тема 4. ПЛОСКОСТЬ .....	115
4.1. Задание плоскости на комплексном рисунке.....	115
4.2. Позиционные задачи на плоскость .....	117
4.3. Классификация плоскостей по их расположению относительно плоскостей проекций .....	125
4.4. Относительное положение прямой и плоскости .....	129

4.5. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей.....	131
4.6. Варианты тестовых вопросов .....	139
<b>Тема 5. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ РИСУНКОВ.....</b>	<b>162</b>
5.1. Способ замены плоскостей проекций.....	162
5.2. Способ плоскопараллельного перемещения и вращения .....	164
5.3. Варианты тестовых вопросов .....	167
<b>Тема 6. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ .....</b>	<b>171</b>
6.1. Многогранники .....	171
6.2. Комплексные рисунки многогранников.....	172
6.3. Сечение многогранников плоскостью .....	175
6.4. Взаимное сечение поверхностей многогранников.....	176
6.5. Развертка многогранников.....	178
6.6. Варианты тестовых вопросов .....	182
<b>Тема 7. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ .....</b>	<b>204</b>
7.1. Краткая классификация криволинейных поверхностей....	204
7.2. Поверхности вращения.....	205
7.3. Поверхности вращения второго порядка .....	205
7.4. Комплексные рисунки тел вращения. Построение точек, лежащих на поверхностях вращения .....	207
7.5. Пересечение поверхности вращения проецирующей плоскостью .....	210
7.6. Сечение поверхностей вращения .....	217
7.6.1. Способ вспомогательных плоскостей.....	218
7.6.2. Способ вспомогательных концентрических сфер .....	220
7.6.3. Особые случаи пересечения поверхностей второго порядка.....	222
7.7. Развертки кривых поверхностей .....	223
7.7.1. Развертка прямого конуса вращения.....	223
7.7.2. Развертка прямого цилиндра вращения .....	225
7.8. Варианты тестовых вопросов .....	228

<b>Часть II. ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА</b> .....	237
Тема 8. ЧЕРТЕЖ.....	237
8.1. Чертежные инструменты.....	237
8.2. Линии. Углы, их элементы.....	240
Тема 9. ЧЕРТЕЖНЫЙ ШРИФТ (ГОСТ 2.304-81).....	242
Тема 10. ФОРМАТЫ. РАМКА. ОСНОВНАЯ НАДПИСЬ.....	245
Тема 11. ЛИНИИ ЧЕРТЕЖА (ГОСТ 2.303-68).....	247
Тема 12. ПРАВИЛА НАНЕСЕНИЯ РАЗМЕРОВ.....	249
Тема 13. МАСШТАБЫ (ГОСТ 2.302-81).....	255
Тема 14. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ.....	257
14.1. Построение углов.....	257
14.2. Окружность и многоугольник.....	262
14.2.1. Построение центра дуги окружности.....	263
14.2.2. Построение касательной к окружности.....	263
14.3. Деление на равные части.....	265
14.4. Сопряжение.....	269
14.5. Циркульные и лекальные кривые.....	273
Тема 15. ПРОЕКЦИОННОЕ ЧЕРЧЕНИЕ.....	277
Тема 16. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ.....	280
Тема 17. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА.....	285
17.1. Геометрические тела и их элементы.....	285
17.2. Многогранники и тела вращения.....	289
Тема 18. ИЗОБРАЖЕНИЯ. ВИДЫ (ГОСТ 2.305-68).....	292
Тема 19. РАЗРЕЗЫ. СЕЧЕНИЯ (ГОСТ 2.305-68).....	300

Тема 20. ТЕСТЫ .....	309
20.1. Масштабы. Нанесение размеров .....	309
20.2. Геометрические построения и приемы вычерчивания контуров технических деталей.....	316
20.3. Разрезы. Сечения.....	320
20.4. Изображения. Виды .....	322
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	337
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК ИСТОЧНИКОВ.....	339

## ПРЕДИСЛОВИЕ

### 前言

Развитие высшего образования характеризуется непрерывным внедрением в учебный процесс новых технологий и стандартов обучения. Понимание основ начертательной и инженерной графики является фундаментальным элементом, формирующим пространственное мышление и инженерный подход к решению практических задач, способствует освоению ключевых профессиональных компетенций, таких как чтение и создание технических чертежей, моделирование пространственных форм и проектирование технических объектов.

Высшее образование развивается за счет постоянного внедрения новых технологий и стандартов обучения в учебный процесс.

Понимание основ начертательной и инженерной графики является фундаментальным элементом, формирующим пространственное мышление и инженерный подход к решению практических задач, способствует освоению ключевых профессиональных компетенций, таких как чтение и создание технических чертежей, моделирование пространственных форм и проектирование технических объектов.

Теоретический материал по начертательной геометрии вызывает у студентов, как правило, самые большие затруднения, которые возникают по двум основным причинам. Во-первых, начертательная геометрия является первой инженерно-технической учебной дисциплиной, во-вторых, в начале ее изучения необходимо овладеть новой терминологией, символикой, условными пометками, которые используются далее в процессе изучения. Чем быстрее вы овладеете терминологией, тем лучше будете овладевать теоретическим и практическим материалом.

Теоретический материал по начертательной геометрии вызывает у студентов, как правило, самые большие затруднения, которые возникают по двум основным причинам. Во-первых, начертательная геометрия является первой инженерно-технической учебной дисциплиной, во-вторых, в начале ее изучения необходимо овладеть новой терминологией, символикой, условными пометками, которые используются далее в процессе изучения. Чем быстрее вы овладеете терминологией, тем лучше будете овладевать теоретическим и практическим материалом.

Теоретический материал по начертательной геометрии вызывает у студентов, как правило, самые большие затруднения, которые возникают по двум основным причинам. Во-первых, начертательная геометрия является первой инженерно-технической учебной дисциплиной, во-вторых, в начале ее изучения необходимо овладеть новой терминологией, символикой, условными пометками, которые используются далее в процессе изучения. Чем быстрее вы овладеете терминологией, тем лучше будете овладевать теоретическим и практическим материалом.

Теоретический материал по начертательной геометрии вызывает у студентов, как правило, самые большие затруднения, которые возникают по двум основным причинам. Во-первых, начертательная геометрия является первой инженерно-технической учебной дисциплиной, во-вторых, в начале ее изучения необходимо овладеть новой терминологией, символикой, условными пометками, которые используются далее в процессе изучения. Чем быстрее вы овладеете терминологией, тем лучше будете овладевать теоретическим и практическим материалом.

Теоретический материал по начертательной геометрии вызывает у студентов, как правило, самые большие затруднения, которые возникают по двум основным причинам. Во-первых, начертательная геометрия является первой инженерно-технической учебной дисциплиной, во-вторых, в начале ее изучения необходимо овладеть новой терминологией, символикой, условными пометками, которые используются далее в процессе изучения. Чем быстрее вы овладеете терминологией, тем лучше будете овладевать теоретическим и практическим материалом.

## ВВЕДЕНИЕ

### 介绍

Современный уровень развития производства требует исключительно четкого умения читать и грамотно выполнять чертежи деталей и машин.

现代生产发展水平要求具备极其清晰、准确地阅读并正确执行零件和机械图纸的能力。

Изучение курса инженерной графики должно основываться на теоретических положениях курса начертательной геометрии, нормативных документах и государственных стандартах ЕСКД.

学习工程制图课程必须以画法几何课程的理论原理、规范性文件以及统一系统设计文档国家标准（ЕСКД）为基础。

Инженерная графика – первая ступень обучения студентов инженерных специальностей, при освоении дисциплины изучают основные правила выполнения и оформления конструкторской документации. Значительную часть необходимых знаний студенты должны получать в результате самостоятельной проработки учебных изданий, справочной литературы и стандартов ЕСКД.

工程制图是工科专业学生学习的第一门基础课程，学生在此课程中掌握设计文件绘制与编制的基本规则。函授学生需要通过自主研读教材、参考资料及统一系统设计文档国家标准（ЕСКД）来掌握大部分必备知识。

Программой дисциплины «Инженерная графика» предусматривается изучение студентами теоретических основ геометрического, проекционного, машиностроительного черчения, а также приобретение практических навыков по технике выполнения, оформления и чтения чертежа. Это дает возможность понимать форму, размеры, устройство объектов машиностроения, принцип действия изображенного технического изделия на основе знаний специальных правил и условностей, установленных ГОСТами.

工程制图课程大纲规定，学生需学习几何制图、投影制图、机械制图的理论基础，并掌握绘制、编制和识读图纸的实践技能。这使学生能够依据国家标准规定的专用规则和约定，理解机械工程对象的形状、尺寸、构造以及所展示技术产品的工作原理。

## СОВЕТЫ СТУДЕНТАМ

### 给学生的建议

В процессе изучения материала вы познакомитесь с основными методами проецирования, научитесь строить и читать чертежи, освоите техники решения позиционных и метрических задач. Пособие построено по принципу постепенного усложнения материала, что позволит вам уверенно двигаться от простых понятий к более сложным конструкциям. Для более доступного ознакомления с курсом весь теоретический материал и основные сведения для выполнения чертежных заданий предложены студентам-иностранцам в виде блок-схем и таблиц.

该手册是根据材料逐步复杂化的原则构建的，这将使您能够自信地从简单的概念转向更复杂的结构。为了更方便地了解课程，所有理论材料和基本绘图知识以框图和表格的形式提供给外国学生。

В начале некоторых разделов дан технический словарный минимум с переводом на китайский язык. В завершении разделов представлены «блок-схемы», которые студент должен распечатать перед изучением темы раздела. В блок-схемах приведены основные термины и понятия, которые необходимо усвоить при изучении материала.

在学习材料的过程中，您将熟悉投影的基本方法，学习如何绘制和阅读图纸，掌握解决位置和度量问题的技术。

Приступая к выполнению заданий, студент должен самостоятельно изучить рекомендованную литературу, так как учебное издание не исчерпывает полностью всех тем, а лишь помогает качественно выполнить задания. Сведения о чертежных инструментах и принадлежностях, чертежной бумаге различных форматов, размерах основной надписи (штампа), прочерчивании линий, углов, окружностей предложены студенту в виде схем. В течение семестра студент выполняет задания в альбоме графических работ, пример которого прилагается отдельно, обучение в семестре заканчивается сдачей экзаменационной работы.

在本教科书中，每一节都以最低限度的外国技术词汇开头。「流程图」，学生在学习本节主题之前必须打印出来。框图列出了基本术语和概念，这些知识是学习教材时必须掌握的。

Важную роль в процессе обучения играют тестовый контроль и самоконтроль степени овладения учебным материалом, предусмотренным стандартами образования, поэтому каждый раздел включает тесты самоконтроля, призванные проверить качество усвоенного материала.

在开始执行任务时，学生需自行研读推荐的文献。由于教学方法并不能完全涵盖所有主题，它只是有助于高质量地完成任任务。有关绘图工具和配件的信息，各种格式的绘图纸，关于主要铭文（印章）的尺寸问题，描画线条，角落，以图表的形式向学生提供圆圈。在学期期间，学生在图形作品相册中执行任务，其示例已另行附上。学期以提交考试试卷而告终。

При работе с тестами достаточно проанализировать и выбрать правильный ответ на заданный вопрос. Следует отметить, что в тестах может быть как один правильный ответ, так и несколько. Правильность ответов студент может проверить в завершающей теме пособия. Вместе с тем это не исключает выполнения домашних заданий с чертежами.

在教学过程中，对教材掌握程度的测试控制和自我控制发挥了重要作用，符合规定的教育标准，因此，每个章节的最后都附有自我测试题。旨在检验所掌握材料的质量。

Старайтесь не приступать к изучению следующего раздела или параграфа, не усвоив предыдущего. Приступайте к решению задачи только после того, как хорошо усвоили ее условие и суть, составили план (алгоритм) решения в пространстве. Пользуйтесь для пространственного моделирования «подручными» средствами: карандаш – прямая, угольник или лист бумаги – плоскость и т.д. Это будет способствовать развитию пространственного воображения и успешному решению пространственных задач на плоских изображениях.

在处理测试时，只需分析测试并选择正确答案即可。在测试中，可能只有一个正确答案，和几个。学生可以在手册的最后一节中检查答案的正确性。但是，这并不排除在完成家庭作业的同时绘制图纸这一行为。

在没有掌握前一章节或段落内容之前，不要急于开始学习下一部分。只有在充分理解题目条件与本质、并在脑中形成解题方案（算

法)之后,再着手解题。请利用身边物品进行空间建模:铅笔代表直线,三角板或纸张代表平面,等等。这有助于培养空间想象力,使你能够在平面图纸上顺利解决空间几何问题。

В учебно-практическом пособии все условные обозначения, шрифты, стрелки, типы линий и другие элементы иллюстраций выполнены строго в соответствии с требованиями государственных стандартов.

修订过程中,所有图例的代号符号、字体、箭头、线型等制图要素,均严格按照国家标准规范绘制。

Все иллюстрации обработаны для обеспечения их соответствия нормативам, четкости и повышению эстетики макета.

全部插图均重新优化修整,保证图样合规规范、画面清晰,同时提升版面整体美观度。

Желаем вам успешного освоения курса и надеемся, что данное пособие станет надежным помощником в вашем профессиональном становлении.

祝您顺利掌握本门课程,希望本手册能成为您职业成长道路上可靠的助手。

## Часть I. НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГРАФИКА

Принятые термины и их обозначения

所采用的术语及其定义

Основные геометрические образы обозначаются:

**точки** 点 — крупными латинскими буквами, или арабскими цифрами;

**прямые** 直线 — строчными буквами латинского алфавита;

**плоскости** 平面 — строчными буквами греческого алфавита.

В табл. 1 приведены принятые символы, их названия и значения.

Таблица 1

Геометрические понятия, знаки	Обозначение (символа или операции)	Название символа или операции	Значение символа или операции
1	2	3	4
Плоскость проекций	$\Pi_1$	Пи один	Горизонтальная плоскость проекций
	$\Pi_2$	Пи два	Фронтальная плоскость проекций
	$\Pi_3$	Пи три	Профильная плоскость проекций
Точки в пространстве и их проекции	$A, B, C, D, E, F, G, H, \dots$	Точка $A$ , Бэ... Точка эФ, Жэ...	Точка $A$ в пространстве Точка $F$ в пространстве
	или 1, 2, 3, ... $A_1, B_1, \dots$	Точка 1, 2, 3... $A$ один, Бэ один...	Точка 1 в пространстве Горизонтальная проекция точки $A$ , $A_1$
	$1_1, 2_1$	один один	
	$A_2, B_2, \dots$ $1_2, 2_2$	$A$ два, Бэ два... один два	Фронтальная проекция точки $A$ , $A_2$
$A_3, B_3, \dots$ $1_3, 2_3$	$A$ три, Бэ три... один три	Профильная проекция точки $A$ , $A_3$ , $1_3$	
Прямые в пространстве и их проекции	$a, b, c, d, e, \dots$	Пряма $a$ , бэ, це...	Прямая $a$ в пространстве...
	$a_1, b_1, c_1, \dots$	$a$ один, бэ один	Горизонтальная проекция прямой $a$
	$a_2, b_2, c_2, \dots$	$a$ два, б два...	Фронтальная проекция прямой $a$

	$a_3, b_3, c_3, \dots$	а три, бэ три,...	Профильная проекция прямой $a$
Плоскость в пространстве и ее следы на плоскостях проекций	$\alpha, \beta, \dots \sigma, \tau, \dots$ $\alpha_{п1}, \beta_{п2}, \dots$ $\alpha_{п2}, \beta_{п2}, \dots$ $\alpha_{п3}, \beta_{п3}, \dots$ $\alpha_1, \beta_1, \dots$  $\alpha_2, \beta_2, \dots$  $\alpha_3, \beta_3, \dots$	Плоскость альфа альфа пи один альфа пи два альфа пи три альфа один  альфа два  альфа три	Плоскость $\alpha$ в пространстве Горизонтальный след плоскости $\alpha$ Фронтальный след плоскости $\alpha$ Профильный след плоскости $\alpha$ Горизонтальная проекция горизонтально-проецирующей плоскости Фронтальная проекция фронтально-проецирующей плоскости Профильная проекция профильно-проецирующей плоскости
Ортогональная система координат	$Ox, y, z$  $O$	О икс, игрек, зэт  Точка $O$	Три координатные плоскости $Oxy, Oxz, Oyz$ , или три координатные оси $x, y, z$ Начало координат
Знак тождественности (совпадения)	$\equiv$ $m \equiv n$  $A_I \equiv B_I$	эм совпадает с эн А один совпадает с бэ один	Прямая $m$ совпадает с прямой $n$ Горизонтальная проекция $A_I$ точки $A$ совпадает с горизонтальной проекцией $B_I$ точки $B$
Знак перпендикулярности	$\perp$ $f \perp \sigma$	эф перпендикулярно к сигме	Прямая $f$ перпендикулярна к плоскости $\sigma$
Знак параллельности	$\parallel$ $a \parallel b$	а параллельно бэ	Прямая $a$ и $b$ параллельны
Знак принадлежности	$\supset \subset$ $a \subset \alpha$  $\alpha \supset a$	а принадлежит альфа альфа проходить через а	Прямая $a$ принадлежит плоскости $\alpha$ (лежит на плоскости $\alpha$ ) Плоскость $\alpha$ проходить через прямую $a$ (открытою стороною знак располагают в сторону геометрического образа большего размера)
Знак пересечения	$\cap$ $c \cap d$	це пересекает дэ	Прямая $c$ пересекает прямую $d$ (прямые $c$ и $d$ пересекаются)
Знак результата	$=$ $M = a \cap \phi$		Точка $M$ есть точка пересечения прямой $a$ с плоскостью $\phi$

геометрического построения или отдельной операции	$a \cap \varphi = M$	Эм есть результат пересечения $a$ с $\varphi$	Прямая $a$ пересекает плоскость $\varphi$ в точке $M$
Знак соединения (соединяются два геометрических образа)	$\cup$ $A \cup B$	$A$ соединено с $B$	Точки $A$ и $B$ соединены прямой линией
Знак логического вывода	$\rightarrow$ $A \subset b, b \subset \alpha$ $\rightarrow A \subset \alpha$	если $A$ принадлежит $b$ , а $b$ принадлежит $\alpha$ , то $A$ принадлежит $\alpha$ .	Если точка $A$ лежит на прямой $b$ , а прямая $b$ лежит на плоскости $\alpha$ , то точка $A$ принадлежит плоскости $\alpha$ .

**Тема 1. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ**  
**投影**  
**Технический словарь**  
**技术词典**

геометрическое тело	立体 [
образовать (чего?)	形成 (什么?)
образующая линия	形成线
направляющая линия	导向线
движение	运动
перемещение	移动 (转移)
вращение	旋转
грань	棱面
ребро	棱边
поверхность	表面

призматическая поверхность	棱柱面
пирамидальная поверхность	棱锥面
гранная поверхность	多面体面
поверхность вращения	旋转面
цилиндрическая поверхность	圆柱面
коническая поверхность	圆锥面
сферическая поверхность	球面
шаровая поверхность	球表面
многогранник	多面体
основание	底面
боковая поверхность	侧脸 (侧面)
призма	棱柱
куб	立方体
пирамида	棱锥
усеченная пирамида	截棱锥
параллелепипед	平行六面体
цилиндр	圆柱
конус	圆锥
усеченный конус	截圆锥
шар	球体
главный меридиан	主子午线
экватор	赤道
полюс	极
очерк	轮廓线
очерковая образующая	轴向母线
контур	轮廓
развертка поверхности	表面展开图

геометрическое построение	几何构造
с помощью(чего?)	借助于什么
произвольный	任意的
провести	画
разделить	分割
засечка	截痕
равные части	相等的部分
заданный угол	已知角
берем точку	我们取一个点
получаем точку	得到一个点
опустить перпендикуляр	向下作垂线
восстановить перпендикуляр	建立垂直 (到...)
кратчайшее расстояние	最短线段
образовать(что?)	形成 (什么?)
проходить (через точку)	通过 (一个点)
принадлежать	属于
деление	分割
ограничивать	限制
определить	确定

## 1.1. Метод проекций

### 投影法

Построения изображений пространственных предметов (объектов) на плоскости осуществляется методом проекций. В начертательной геометрии изучаются центральные и параллельные (косоугольные и прямоугольные) проекции

Метод центрального проектирования заключается в следующем. В пространстве выбирают точку  $S$  — центр проектирования и плоскость проекций  $\Pi'$ , которая не проходит через  $S$  (рис. 1).

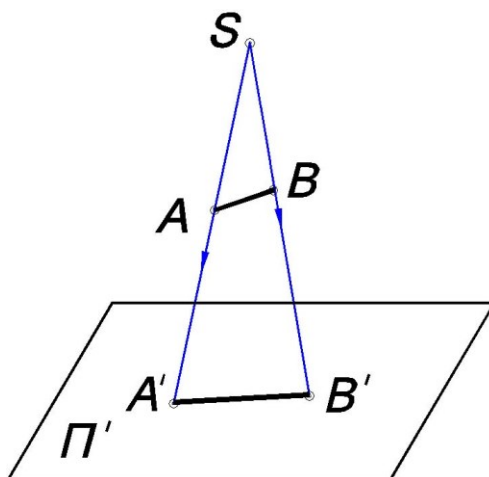


Рис. 1

Построение изображения проекции объекта, заключается в проведении через центр проекций  $S$  и любые точки  $a, b, \dots$  объекта прямых линий (лучей), называемых проецирующими прямыми. Множество точек пересечения проецирующих прямых  $SA, SB, \dots$  с плоскостью проекций даст изображение, которое называют центральной проекцией объекта.

Основными свойствами центральных проекций являются следующие:

- 1) проекция точки — это точка;
- 2) проекцией прямой, в общем случае, является прямая, проекцией проектирующей прямой является точка;
- 3) если точка принадлежит прямой, то проекция этой точки принадлежит проекции прямой.

Если центр проекций отдалить в бесконечность, то проецирующие прямые станут параллельными между собой. Положение проектирующих прямых относительно плоскости проекций определяется направлением проектирования  $s$  (рис. 2).

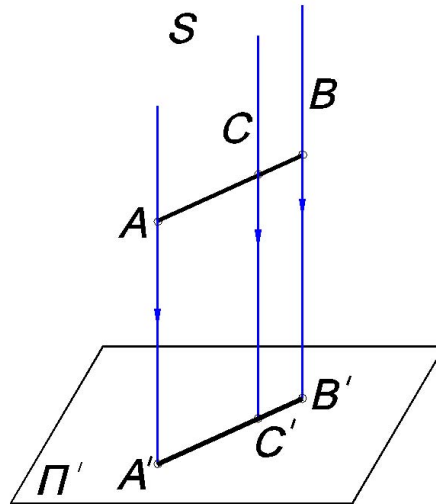


Рис. 2

В этом случае полученное изображение называют параллельной проекцией предмета. Параллельные проекции разделяют:

- на прямоугольные (ортогональные), когда проектируют прямые, перпендикулярные плоскости проекций,
- косоугольные, когда направление проектирования образует с плоскостью проекций не прямой угол.

При параллельном проектировании сохраняются свойства 1, 2, 3 центрального проектирования и добавляются следующие:

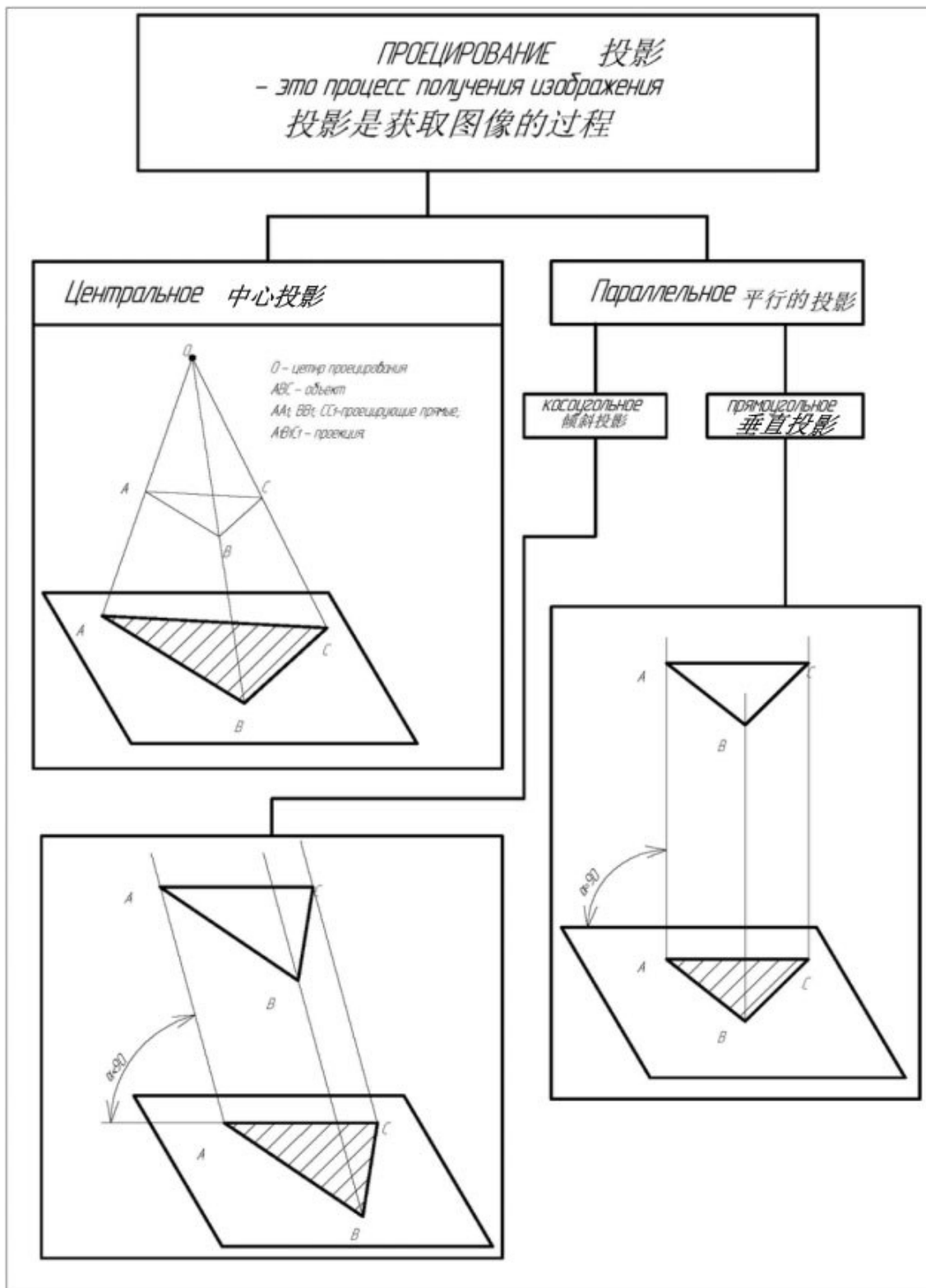
- 4) проекции параллельных прямых параллельны друг другу;
- 5) отношение отрезков прямой равно отношению их проекций;
- 6) отношение отрезков двух параллельных прямых – равно отношению их проекций.

Для ортогональных проекций отметим следующее свойство:

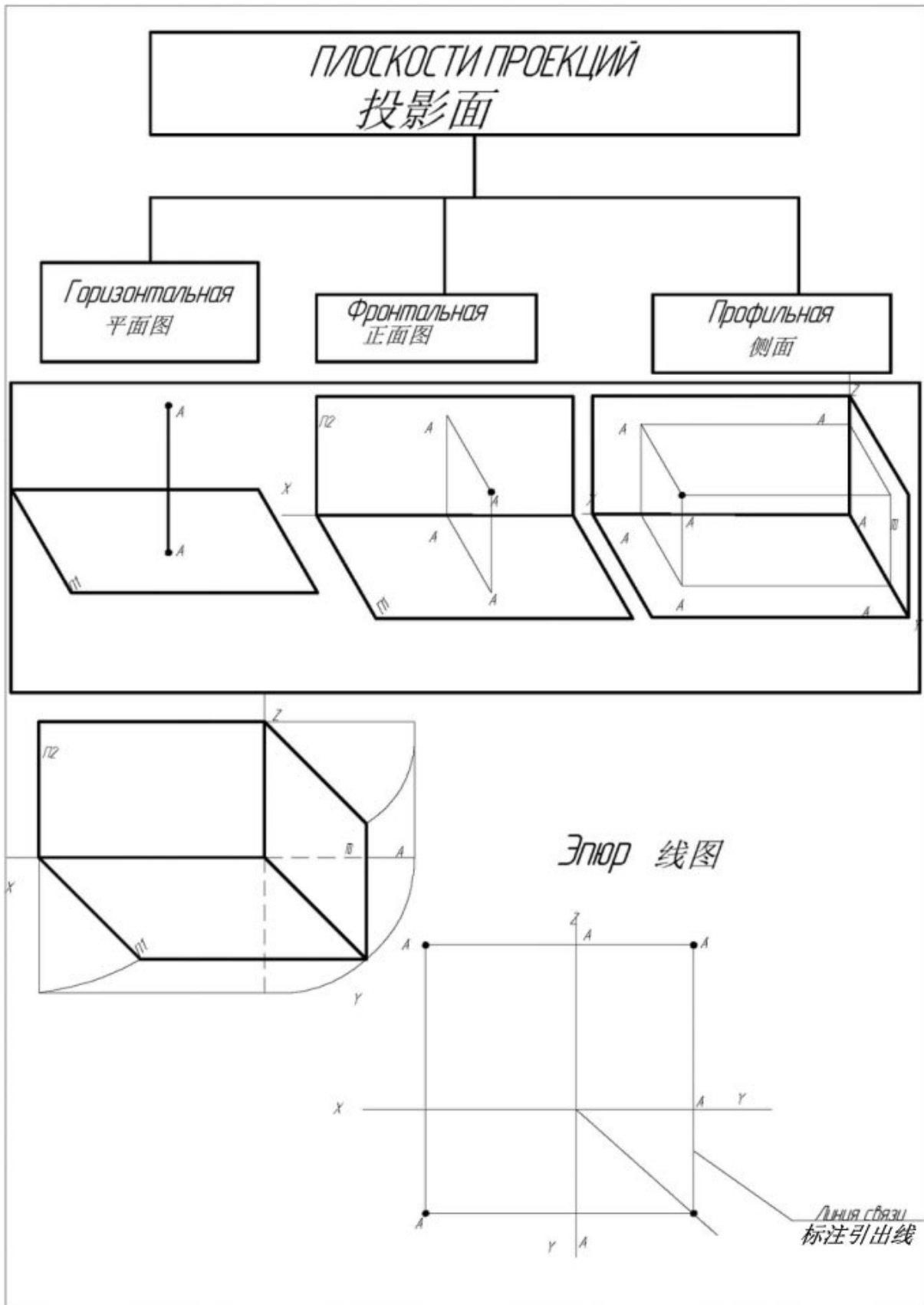
- 7) проекция отрезка общего положения (не параллельного плоскости проекций) меньше, чем сам отрезок.

Операция проектирования дает возможность построить проекционное изображение объекта, то есть решить прямую задачу. Однако по одной центральной или параллельной проекции объекта невозможно или сложно воспроизвести пространственную форму и размеры оригинала. Поэтому чертеж объекта должен быть обратимым, а это значит, что каждая точка изображения должна определять единую точку оригинала. Это условие выполняется ортогональным проектированием объекта на две плоскости проекций.

Блок-схема 1 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 2 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## 1.2. Варианты тестовых вопросов

### 测试选择题

1. Какое из следующих свойств проекций верно только для ортогональных проекций?

下列投影的性质中，哪一项仅适用于正交投影？

- 1) проекции параллельных прямых взаимно параллельны;
  - 2) если точка лежит на прямой, то проекция точки лежит на проекции прямой;
  - 3) проекция отрезка прямой общего положения всегда меньше самого отрезка;
  - 4) проекцией проектирующей плоскости является прямая.
2. Для какого вида проекций соответствует свойство: проекцией прямой в общем случае является прямая, проекцией проектирующей прямой является точка?

哪种投影符合这条性质：直线的投影一般情况下仍是直线，投影面垂直线的投影是一个点？

- 1) Центральных;
  - 2) параллельных;
  - 3) ортогональных;
  - 4) для всех видов проекций.
3. Какое из следующих свойств проекций верно только для ортогональных проекций?

下列投影的性质中，哪一项仅适用于正交投影？

- 1) Если точка разделяет отрезок в данном отношении, то проекция этой точки разделяет проекцию отрезка в этом отношении;
  - 2) проекция отрезка прямой, которая параллельна плоскости проекций, параллельна самому отрезку;
  - 3) проекцией проектирующей прямой является точка;
  - 4) проекция отрезка прямой общего положения всегда меньше самого отрезка.
4. Для каких видов проекций справедливо свойство: если точка лежит на прямой, то проекция этой точки лежит на проекции прямой?

对于哪些投影类型，该性质成立：若某点位于直线上，则该点的投影位于该直线的投影上？

- 1) Центральных;

- 2) параллельных;
- 3) ортогональных;
- 4) для всех видов проекций.

5. Какие из следующих свойств проекций действительны для всех видов проектирования?

下列投影特性中, 哪些适用于所有投影类型?

- 1) Проекция параллельных прямых параллельна;
- 2) проекцией прямой в общем случае является прямая;
- 3) проекция отрезка прямой общего положения всегда меньше самого отрезка;
- 4) проекцией проектирующей плоскости является прямая.

6. Какие из следующих свойств проекций справедливы только для центрального проектирования?

下列投影特性中, 哪些仅适用于中心投影?

- 1) Проекция параллельных прямых параллельна;
- 2) проекцией прямой в общем случае является прямая;
- 3) проекция отрезка прямой общего положения всегда меньше самого отрезка;
- 4) проекцией проектирующей плоскости является прямая.

7. Какое из следующих свойств проекций верно только для ортогональных проекций?

下列投影的性质中, 哪一项仅适用于正交投影?

- 1) Если точка разделяет отрезок в данном отношении, то проекция этой точки разделяет проекцию отрезка в этом отношении;
- 2) проекция отрезка прямой, которая параллельна плоскости проекций, параллельна самому отрезку;
- 3) проекцией проектирующей прямой является точка;
- 4) проекция отрезка прямой общего положения всегда меньше самого отрезка.

8. Как называется прямая  $k$  (рис. 3)?

直线  $k$  的名称是什么 (图 3) ?

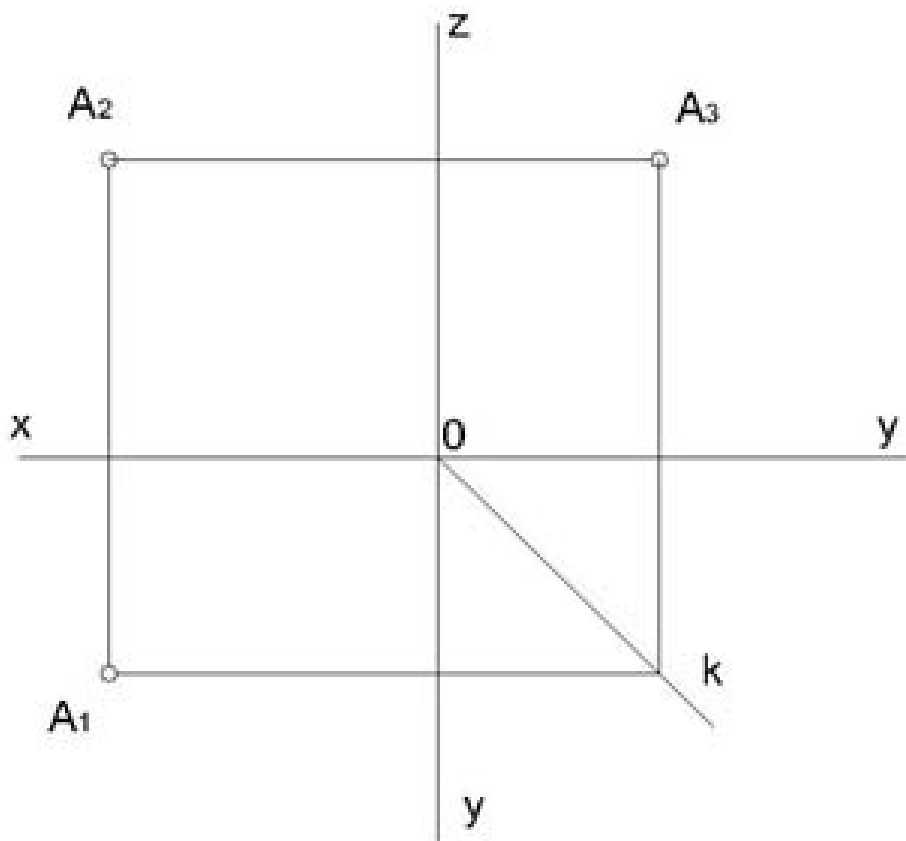


Рис. 3

- 1) проекционная прямая;
- 2) наклонная прямая;
- 3) линия связи;
- 4) постоянная прямая комплексного рисунка (эпюра).

**Тема 2. ТОЧКА**  
**点**  
**Технический словарь**  
**技术词典**

метод: method:	方法
мысленно: mentally:	精神上, 心里
проекция: projection:	投影
пространственное изображение: Изображение:	空间图形 图像
изображение в виде (что?):	以...形式的表示
плоскость:	平面
плоский:	平的
построение:	构造
обозначать:	表示
обозначение:	标注
ортогональное проецирование:	正交投影
косое проецирование:	斜投影
направление проекции:	投影方向
совмещать, совместить:	叠加
совпадать:	重合
соответственно:	相应地
принадлежать:	属于
точка общего положения:	一般位置点
точка частного положения:	特殊位置点
взаимное расположение:	相互位置
координаты:	坐标

абсцисса (ось OX):	X 轴坐标
ордината (ось OY):	Y 轴坐标
ось OZ:	Z 轴
горизонтальная проекция:	水平投影
горизонтальная проекция точки:	点的水平投影
фронтальная проекция:	正面投影
фронтальная проекция точки:	点的正面投影
профильная проекция:	侧面投影
профильная проекция точки:	点的侧面投影
одноименные проекции:	同名投影
горизонтальное проецирование:	水平投影法
фронтальное проецирование:	正面投影法
профильное проецирование:	侧面投影法
связь (проекционная) :	(投影的) 连接
Горизонтально-проецирующая прямая:	水平投射直线
Фронтально-проецирующая прямая:	正面投射直线
Профильно-проецирующая прямая :	侧面投射直线

Построение проекций изображений пространственных объектов на плоскости сводится к построению проекций точек и линий, которые определяют пространственную форму объекта. Поэтому изучение способов построения проекционных изображений пространственных предметов начинают с изучения правил построения проекций точек. В этом пособии рассматриваются способы построения комплексных рисунков (эпюров) точек методом ортогонального (прямоугольного) проектирования точек на две (три) взаимно перпендикулярные плоскости проекций.

## 2.1. Проекция точек на две и три взаимно перпендикулярные плоскости проекций

### 点在两个和三个相互垂直的投影平面上的投影

На рис. 2.1.1 изображены две плоскости проекций — горизонтальная  $\Pi_1$  и перпендикулярная к ней — фронтальная  $\Pi_2$  и связанная с ними ортогональная декартова система координат  $Oxyz$ . Это изображение называется аксонометрической проекцией или, образно говоря, визуальным изображением. Внимательно рассматривая (читая) это изображение, отметим:

1.  $\Pi_1 \equiv xOy$  (горизонтальная плоскость проекций  $\Pi_1$  совпадает с координатной плоскостью  $xOy$ );
2.  $\Pi_2 \equiv xOz$  (фронтальная плоскость проекций  $\Pi_2$  совпадает с координатной плоскостью  $xOz$ );
3.  $\Pi_3 \equiv yOz$  (профильная плоскость проекций  $\Pi_3$  совпадает с координатной плоскостью  $yOz$ ).

Границы профильной плоскости проекций на рис 2.1.1 не показаны.

Построение горизонтальной проекции произвольной точки  $A$  пространства осуществляется в такой последовательности:

1. через точку  $a$  проводится проецирующая прямая  $AA_1$  перпендикулярно к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1 \perp AA_1$  и  $AA_1 \parallel Oz$ .
2. Точка  $A_1$  пересечения этой прямой с плоскостью  $\Pi_1$  является горизонтальной проекцией точки  $A$ .

Для построения проекции этой же точки на плоскости  $\Pi_2$  проведем через точку  $A$  прямую  $AA_2 \perp \Pi_2$  ( $AA_2 \parallel Oy$ ).  $AA_2 \cap \Pi_2 = A_2$ .  $A_2$  представляет собой фронтальную проекцию точки  $A$ .

Линии  $A_1Ax$  и  $AxA_2$  называются линиями проекционной связи. Ломаная  $A_1AxA_2$  связывает две проекции точки  $A$  проекционной связью.

Положение любой точки в пространстве можно определить (задать) с помощью прямоугольных координат. Координатами точки называются отрезки, которыми измеряются расстояния от точки в пространстве до плоскости проекций.

Эти отрезки могут быть измерены в любых единицах (мм, см и т.д.) и координаты точки приобретут числовые значения. На рис. 4 сегмент  $OAx$  имеет числовое значение  $x_A$  ( $x_A = OAx$ ). Числом  $x_A$  измеряется расстояние от пространственной точки  $A$  до профильной плоскости проекций, т. е. число  $x_A$  есть координата  $x$  точки  $A$ . Аналогично  $y_A = AA_2$  — координата  $y$  той же точки, а  $z_A = AA_1$  — координата  $z$ .

Итак, любая точка пространства может быть задана тремя координатами  $x, y, z$ , что записывается так:  $A(x, y, z)$ . Придавая координатам какие-либо числовые значения, мы задаем в пространстве конкретную точку и можем по этим значениям координат построить ее изображение. Две плоскости проекций  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , как безграничные поверхности, разделяют пространство на четыре части. Их называют четвертями, или квадрантами. Порядок нумерации квадрантов римскими цифрами приведен на рис. 4.

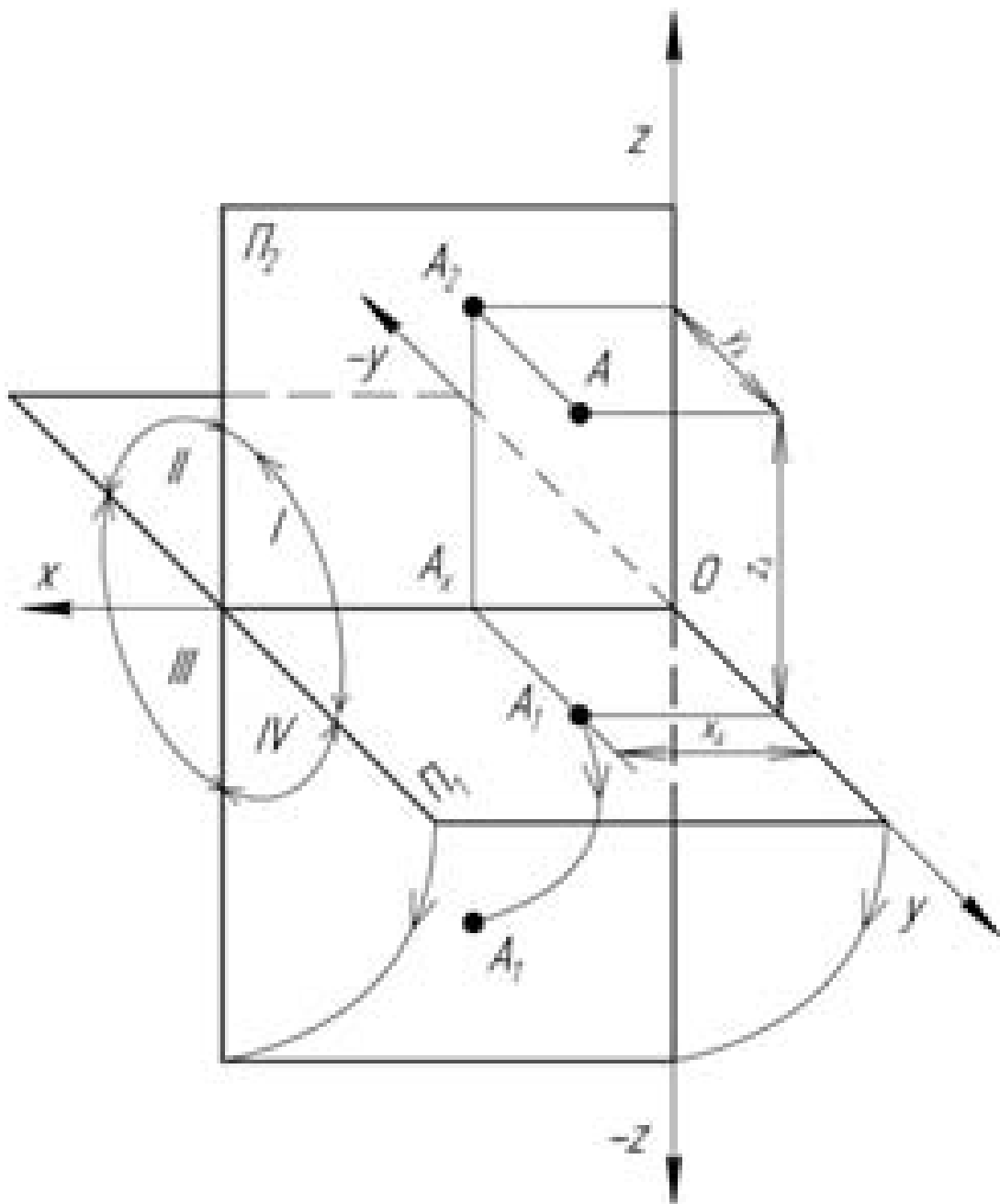


Рис. 4

АксонOMETрическая проекция — это визуальное изображение. В этом ее преимущество. Но она имеет и существенный недостаток — искажение линейных и угловых размеров. Так четырехугольник  $AA_1AxA_2$  в пространстве есть прямоугольник, а проекция его — параллелограмм.

На практике, при проектировании сооружений, машин, механизмов применяют, в подавляющем большинстве, комплексные рисунки, образованные по методу Г. Монжа. Фронтальную плоскость проекций считаем совпадающей с плоскостью чертежа. Горизонтальную —  $\Pi_1$ , совмещаем с  $\Pi_2$  вращением вокруг оси  $Ox$  в направлении, показанном на рис. 5 стрелками.

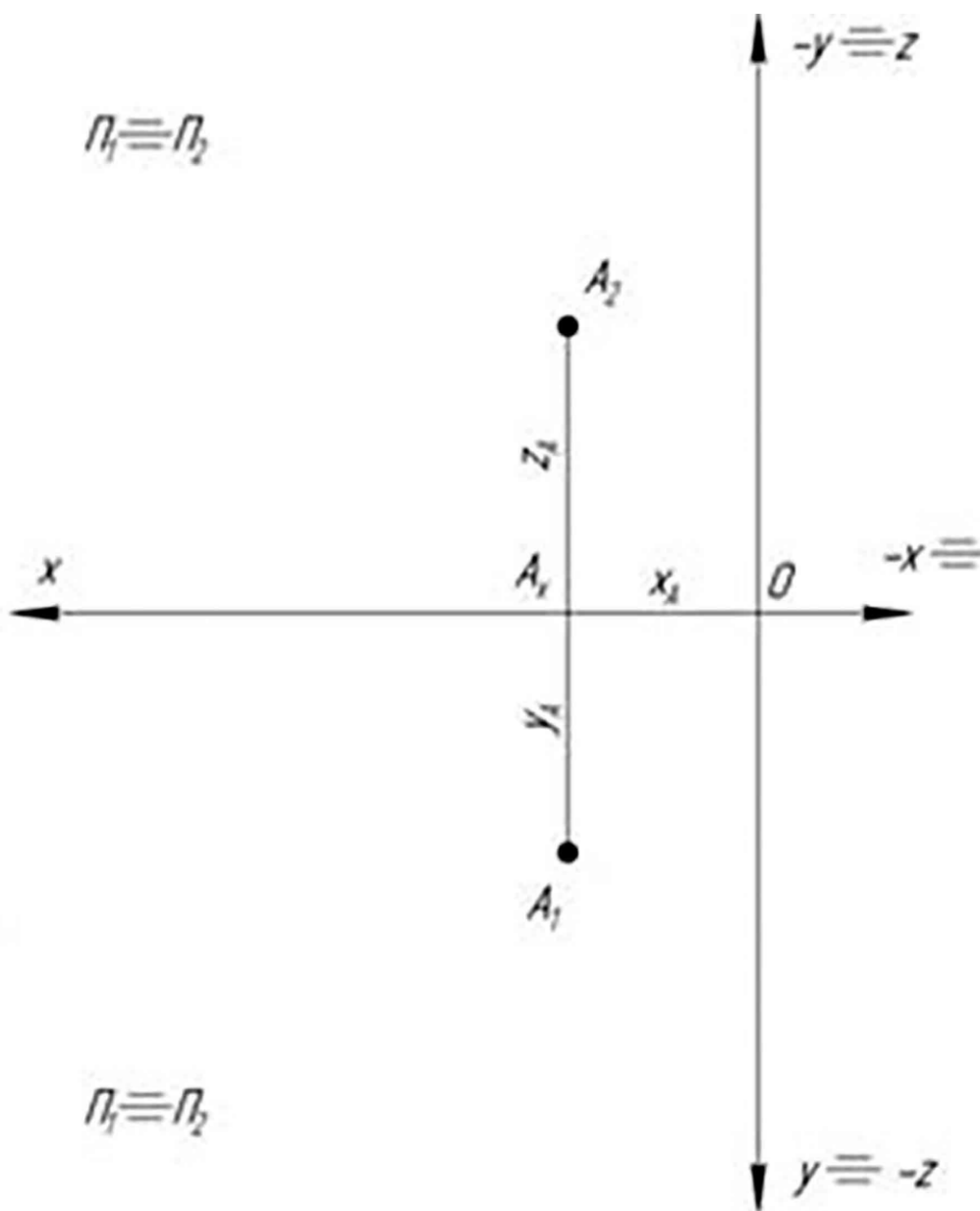


Рис. 5

На рис. 5 изображены оси проекций и проекции точки  $a$  после совмещения плоскостей проекций  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . Ломаная линия связи  $A_1Ax_2$  выровнялась в прямую  $A_1A_2$  и  $Ox$ . На таком рисунке точка  $a$  пространства изображается (задается) двумя своими координатами  $A_1$  и  $A_2$ . Образованный таким образом рисунок называется комплексным рисунком, или эпюром Монжа. Его основные свойства:

- горизонтальная и фронтальная проекции любой точки пространства лежат на линии связи, которая перпендикулярна оси  $x$ ;
- любая пара символизируемых (обозначенных как горизонтальная и фронтальная проекции точки) точек, лежащих на прямой перпендикулярной к оси  $x$  ( $A_1A_2$  и  $x$ ) определяют одну определенную точку пространства. Поэтому высказывание "построить точку" на комплексном рисунке означает, что надо построить две проекции этой точки;
- "Заданная точка" — заданы две проекции этой точки;
- горизонтальная проекция точки определяется координатами  $x$  и  $y$  —  $A_1(xA, zA)$ . Это означает, что когда точка задана тремя координатами, то можно построить две ее проекции (рис. 5) и наоборот, если заданы две проекции точки, то можно измерить и записать ее координаты.

Если точка задана двумя проекциями на комплексном рисунке, то читая этот рисунок, не составит труда определить расстояния от точки в пространстве до плоскости проекций. На самом деле расстояние от горизонтальной проекции точки до оси  $x$  есть координата  $y$  (рис 5), а это значит, что отрезок  $A_1Ax$  определяет расстояние от точки  $a$  в пространстве до фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ . Расстояния от точки до других плоскостей проекций определяются аналогично. Расстояние от фронтальной проекции точки до оси  $x$ , отрезок  $A_2Ax = zA$  определяет расстояние от точки  $a$  в пространстве до плоскости  $\Pi_1$ , а отрезок  $OAx = xA$  — до плоскости  $\Pi_3$ . Следует отметить, что расстояния измеряются абсолютными значениями координат. Поэтому из группы точек, заданных на комплексном рисунке, наиболее удаленной от плоскости проекций будет точка, имеющая наибольшее абсолютное значение соответствующей координаты, несмотря на ее знак.

На начальном этапе изучения начертательной геометрии для развития пространственного воображения и приобретения навыков чте-

ния комплексных рисунков полезными являются следующие упражнения. На оси  $x$  комплексного рисунка (рис 6) назначим произвольные точки  $Mx$  и  $Nx$ .

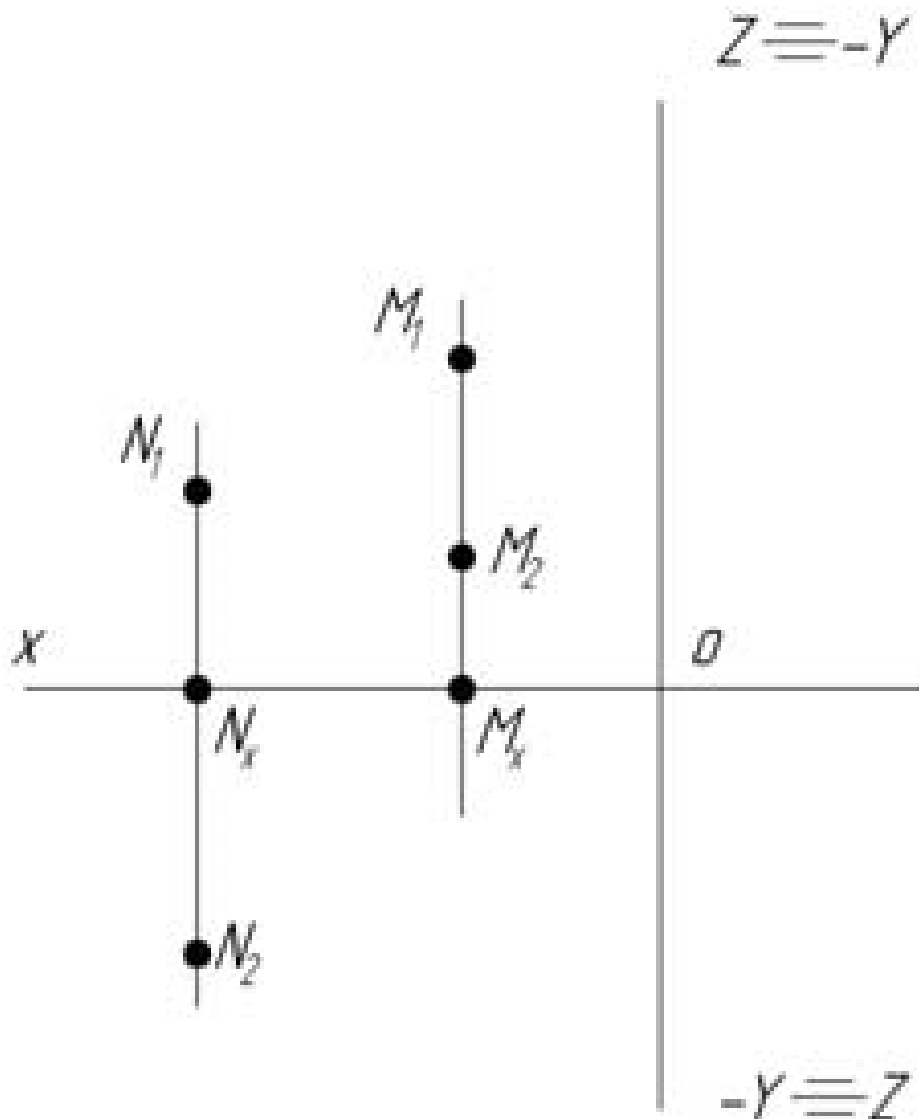


Рис. 6

Через эти точки проведем линии проекционной связи перпендикулярно оси  $x$ . На каждой из этих линий связи назначим произвольно две точки. Одну из назначенных точек назовем горизонтальной проекцией точки, например точки  $M$  или  $N$  и соответственно обозначим  $M_1$  и  $N_1$ . Другую точку обозначим  $M_2$  и  $N_2$  и это означает, что заданы фронтальные проекции точек  $M$  и  $N$ . Каждая пара проекций  $M_1, N_1$  и  $M_2, N_2$  определяет одну определенную точку  $M, N$  пространства. Читая комплексный рисунок этих точек, имеем:

$$OM_x = x_M, M_xM_1 = -y_M, M_xM_2 = z_M,$$

$$ON_x = x_N, N_xN_1 = -y_N, N_xN_2 = z_N.$$

Теперь можно измерить числовые значения координат, определить в какой четверти пространства расположены точки и построить их наглядные изображения (рис. 7).

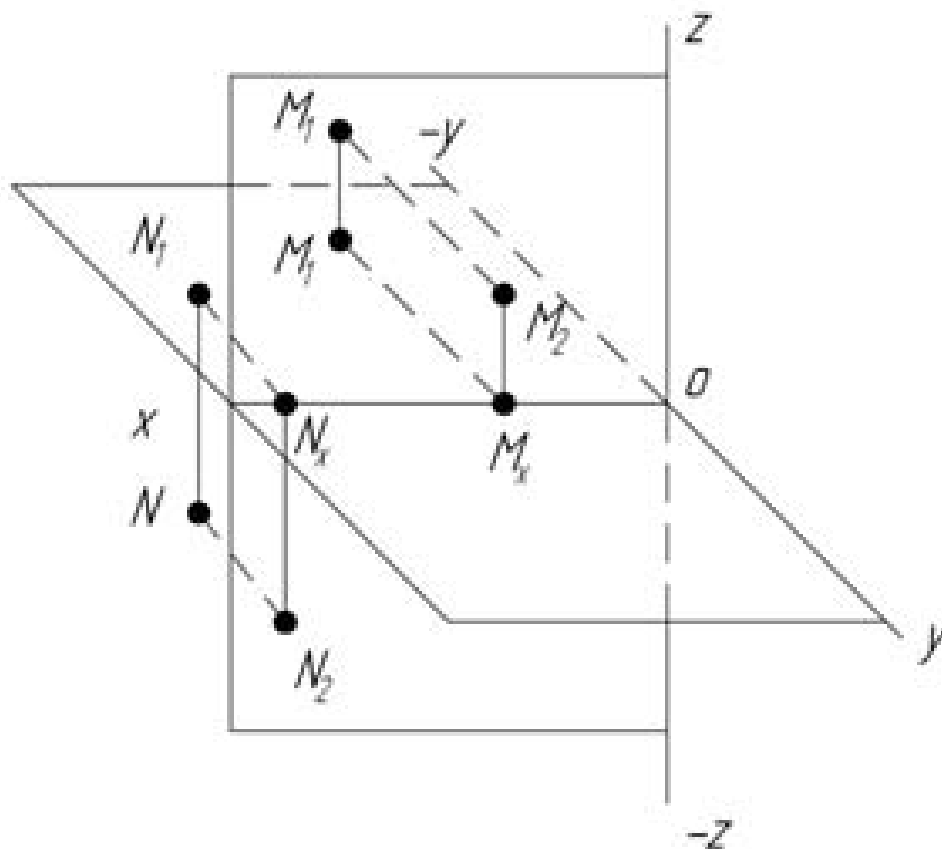


Рис. 7

Если рассмотреть часть пространства, расположенную справа от профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  (от координатной плоскости  $yOz$ ), то плоскости проекций поделят эту часть пространства на остальные четыре четверти в которых координаты  $x$  любой точки будут иметь отрицательные значения. В совокупности три плоскости проекций  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  разделяют пространство на восемь трехгранных углов, которые называют октантами. На практике пространственный предмет располагают в первом октанте, в котором все три координаты точки имеют положительные значения (рис. 8). Для образования комплексного рисунка все три плоскости совмещаются в одну плоскость вращением их вокруг осей  $x$  и  $z$ , как это показано на рис. 8.

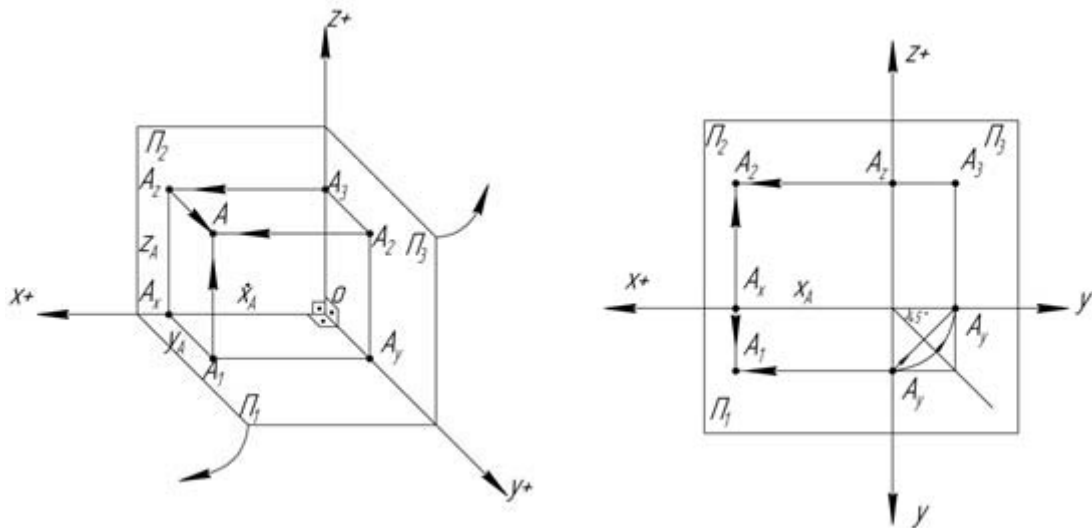


Рис. 8

Имея горизонтальную  $A_1$  и фронтальную  $A_2$  проекции точки  $a$  можем всегда построить профильную ее проекцию  $A_3$ , или непосредственным измерением координаты  $yA = Ax A_1$  и откладыванием ее на горизонтальной линии проекционной связи  $A_2 A z$ .  $A_2 A_3 = Ax A_1 = yA$ , или одним из графических приемов, показанных на рис. 8.

## 2.2. Принадлежность точек плоскостям проекций 投影点与投影平面的对应关系

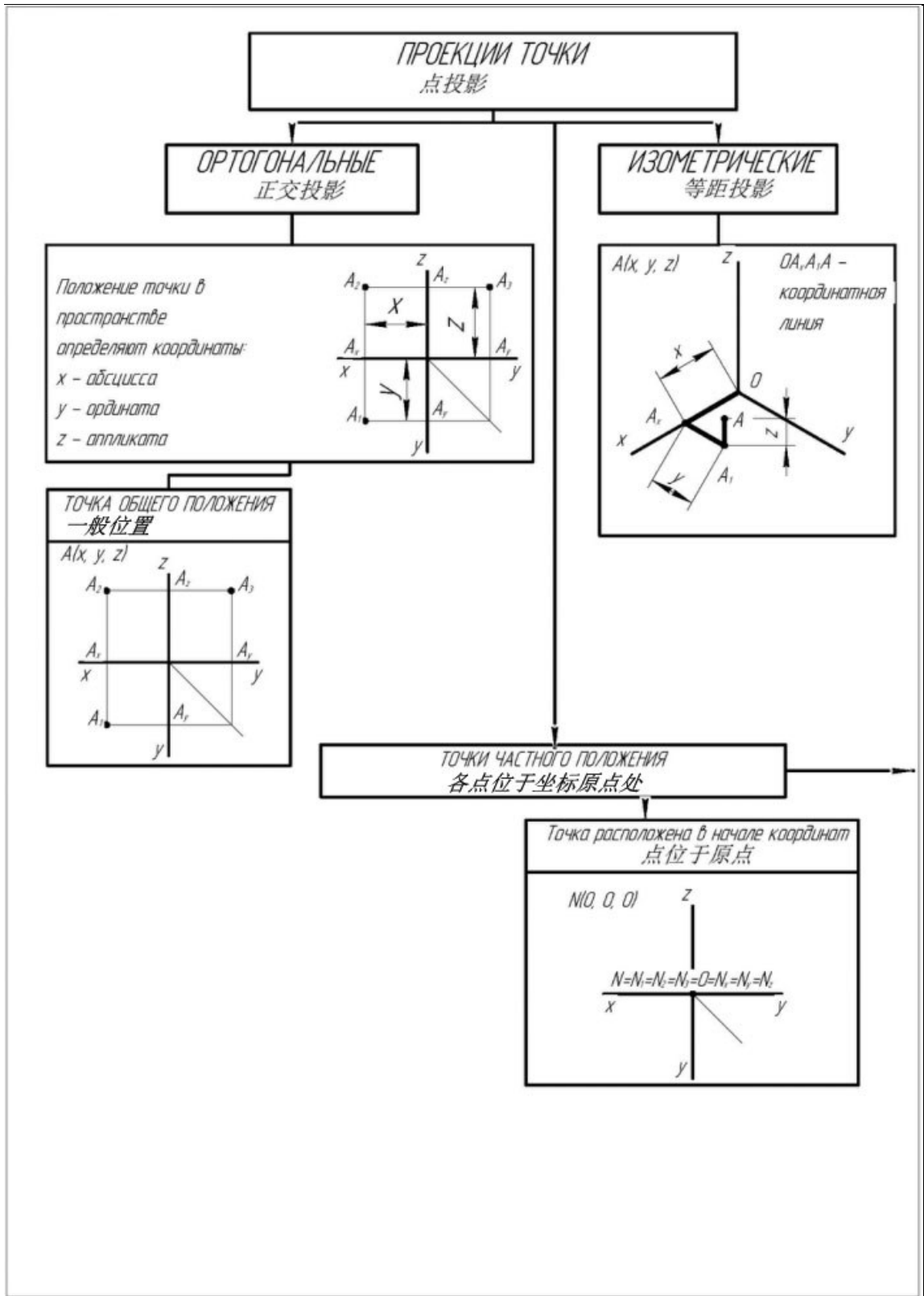
В табл. 2 приведены признаки принадлежности точек плоскостям проекций.

Таблица 2

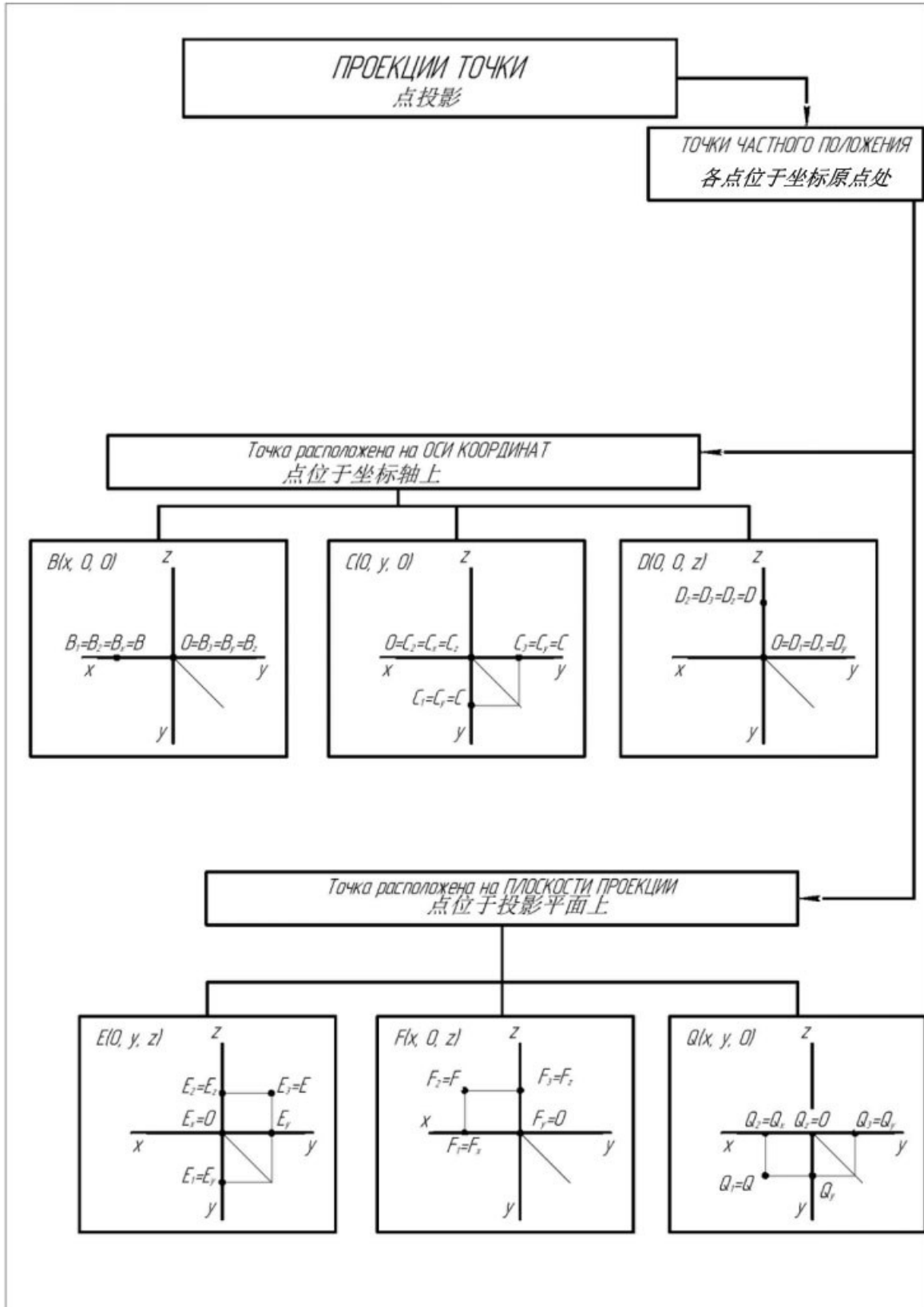
Принадлежность точек плоскостям проекций		Признак принадлежности в координатах	Эскиз комплексного рисунка (эпюра)	Признак принадлежности на комплексном рисунке
1		2	3	4
Принадлежность	$A \in \Pi_1$ Точка $a$ лежит на горизонтальной плоскости проекций	$z_A = 0$		$A_2 \in x$ $A_3 \in y$

	$B \subset \Pi_2$ Точка $B$ лежит на фронтальной плоскости проекций	$y_A = 0$		$B_1 \subset x$ $B_3 \subset z$
	$C \subset \Pi_3$ Точка $C$ лежит на профильной плоскости проекций	$x_A = 0$		$C_1 \subset y$ $C_2 \subset z$
Принадлежность двум плоскостям проекций	$D \subset \Pi_1$ и $\Pi_2$ $D \subset x$ Точка $D$ лежит на $\Pi_1$ и $\Pi_2$ , то есть на оси $x$	$y_D = 0$ $z_D = 0$		$D_1 \equiv D_2 \subset x$ $D_3 \equiv 0$
	$E \subset \Pi_1$ и $\Pi_3$ $E \subset y$ Точка $E$ лежит на $\Pi_1$ и $\Pi_3$ , то есть на оси $y$	$x_E = 0$ $z_E = 0$		$E_1 \subset y$ $E_3 \subset y$ $E_2 \equiv 0$
	$F \subset \Pi_2$ и $\Pi_3$ $F \subset z$ Точка $F$ лежит на $\Pi_2$ и $\Pi_3$ , то есть на оси $z$	$x_F = 0$ $y_F = 0$		$F_2 \equiv F_3 \subset z$ $F_1 \equiv 0$

Блок-схема 3 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 4 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



### 2.3. Варианты тестовых вопросов

#### 测试选择题

1. Как обозначается горизонтальная проекция точки  $A$ ?

点  $A$  的水平投影如何表示?

- 1)  $A$
- 2)  $A_3$
- 3)  $A_1$
- 4)  $A_2$

2. Как обозначается фронтальная проекция точки  $A$ ?

点  $A$  的正面投影如何表示?

- 1)  $A$
- 2)  $A_3$
- 3)  $A_1$
- 4)  $A_2$

3. Как обозначается профильная проекция точки  $A$ ?

点  $A$  的侧面投影如何表示?

- 1)  $A$
- 2)  $A_3$
- 3)  $A_1$
- 4)  $A_2$

4. Какие точки на рисунке 9 лежат на плоскости  $\Pi_2$ ?

图 2.3.1 中哪些点位于投影面  $\Pi_2$  上?

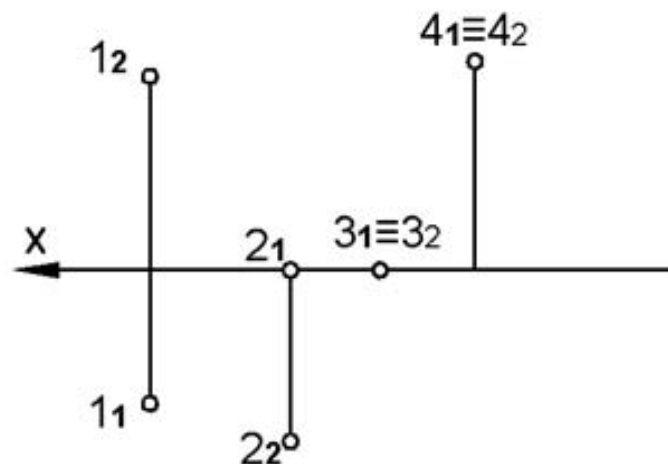


Рис. 9

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

- 5) Ни одна не принадлежит.
1. Какая точка на рисунке 9 лежит на оси  $x$ ?  
图 3.2.1 中哪个点位于  $x$  轴上?
- 1) 1
  - 2) 2
  - 3) 3
  - 4) 4
- 5) Не одна не принадлежит.
2. Какая точка на рисунке 9 лежит на плоскости  $\Pi_1$ ?  
图 2.3.1 中哪个点位于投影面  $\Pi_1$  上?
- 1) 1
  - 2) 2
  - 3) 3
  - 4) 4
- 5) Не одна не принадлежит.
3. Какая точка на рисунке 9 наиболее удалена от фронтальной плоскости проекций?  
图 2.3.1 中哪个点距离正面投影面最远?
- 1) 1
  - 2) 2
  - 3) 3
  - 4) 4
4. Какая точка на рисунке 9 наиболее удалена от горизонтальной плоскости проекций?  
图 2.3.1 中哪个点距离水平投影面最远?
- 1) 1
  - 2) 2
  - 3) 3
  - 4) 4
5. Какая точка на рисунке 9 наиболее удалена от профильной плоскости проекций?  
图 2.3.1 中哪个点距离侧面投影面最远?
- 1) 1
  - 2) 2
  - 3) 3
  - 4) 4

6. Какая точка наиболее удалена от фронтальной плоскости проекций?  
哪个点距离正面投影面最远?
- 1)  $A (10, 50, 60)$
  - 2)  $B (30, 40, 50)$
  - 3)  $C (60, 10, 70)$
  - 4)  $D (40, 20, 40)$
7. Какая точка наиболее удалена от горизонтальной плоскости проекций?  
哪个点距离水平投影面最远?
- 1)  $A (10, 50, 60)$
  - 2)  $B (30, 40, 50)$
  - 3)  $C (60, 10, 70)$
  - 4)  $D (40, 20, 40)$
8. Какая точка наиболее удалена от профильной плоскости проекций?  
哪个点距离侧面投影面最远?
- 1)  $A (10, 50, 60)$
  - 2)  $B (30, 40, 50)$
  - 3)  $C (60, 10, 70)$
  - 4)  $D (40, 20, 40)$
9. Какая из точек расположена ближе к горизонтальной плоскости проекций?  
哪个点距离水平投影面更近?
- 1)  $A (10, 50, 60)$
  - 2)  $B (30, 40, 50)$
  - 3)  $C (60, 10, 70)$
  - 4)  $D (40, 20, 40)$
10. Какая из точек расположена ближе к фронтальной плоскости проекций?  
哪个点距离正面投影面更近?
- 1)  $A (10, 50, 60)$
  - 2)  $B (30, 40, 50)$
  - 3)  $C (60, 10, 70)$
  - 4)  $D (40, 20, 40)$
11. Какая из точек расположена ближе к профильной плоскости проекций?

哪个点距离侧面投影面更近?

- 1)  $A (10, 50, 60)$
- 2)  $B (30, 40, 50)$
- 3)  $C (60, 10, 70)$
- 4)  $D (40, 20, 40)$

12. Какая из точек расположена ближе к горизонтальной плоскости проекций?

哪个点距离水平投影面更近?

- 1)  $A (-5, 88, -14)$
- 2)  $B (15, 70, -20)$
- 3)  $C (7, -40, 14)$
- 4)  $D (16, -50, 10)$

13. Какая из точек расположена ближе к фронтальной плоскости проекций?

哪个点距离正面投影面更近?

- 1)  $A (-5, 88, -14)$
- 2)  $B (15, 70, -20)$
- 3)  $C (7, -40, 14)$
- 4)  $D (16, -50, 10)$

14. Какая из точек расположена ближе к профильной плоскости проекций?

哪个点距离侧面投影面更近?

- 1)  $A (-5, 88, -14)$
- 2)  $B (15, 70, -20)$
- 3)  $C (7, -40, 14)$
- 4)  $D (16, -50, 10)$

15. Какая точка наиболее удалена от фронтальной плоскости проекций?

哪个点距离正面投影面最远?

- 1)  $A (-5, 88, -14)$
- 2)  $B (15, 70, -20)$
- 3)  $C (7, -40, 14)$
- 4)  $D (16, -50, 10)$

16. Какая точка наиболее удалена от горизонтальной плоскости проекций?

哪个点距离水平投影面最远?

- 1)  $A (-5, 88, -14)$

- 2)  $B (15, 70, -20)$   
 3)  $C (7, -40, 14)$   
 4)  $D (16, -50, 10)$
17. Какая точка наиболее удалена от профильной плоскости проекций?  
 哪个点距离侧面投影面最远?  
 1)  $A (-5, 88, -14)$   
 2)  $B (15, 70, -20)$   
 3)  $C (7, -40, 14)$   
 4)  $D (16, -50, 10)$
18. Какие точки находятся на одинаковом расстоянии от одной из плоскостей проекций?  
 哪些点到某一投影面的距离相等?  
 1)  $A (-5, 88, -14)$   
 2)  $B (15, 70, -20)$   
 3)  $C (7, -40, 14)$   
 4)  $D (16, -50, 10)$
19. Как называется проекция точки  $E$ , обозначенная символом  $E_2$ ?  
 用符号  $E_2$  表示的点  $E$  的投影叫什么?  
 1) Горизонтальная.  
 2) Фронтальная.  
 3) Профильная.  
 4) Ортогональная.
20. Как называется проекция точки  $E$ , обозначенная символом  $E_1$ ?  
 用符号  $E_1$  表示的点  $E$  的投影叫什么?  
 1) Горизонтальная.  
 2) Фронтальная.  
 3) Профильная.  
 4) Ортогональная.
21. Какая из точек на рисунке 10 наиболее удалена от плоскости  $\Pi_1$ ?  
 图 2.3.2 中哪个点距离投影面  $\Pi_1$  最远?

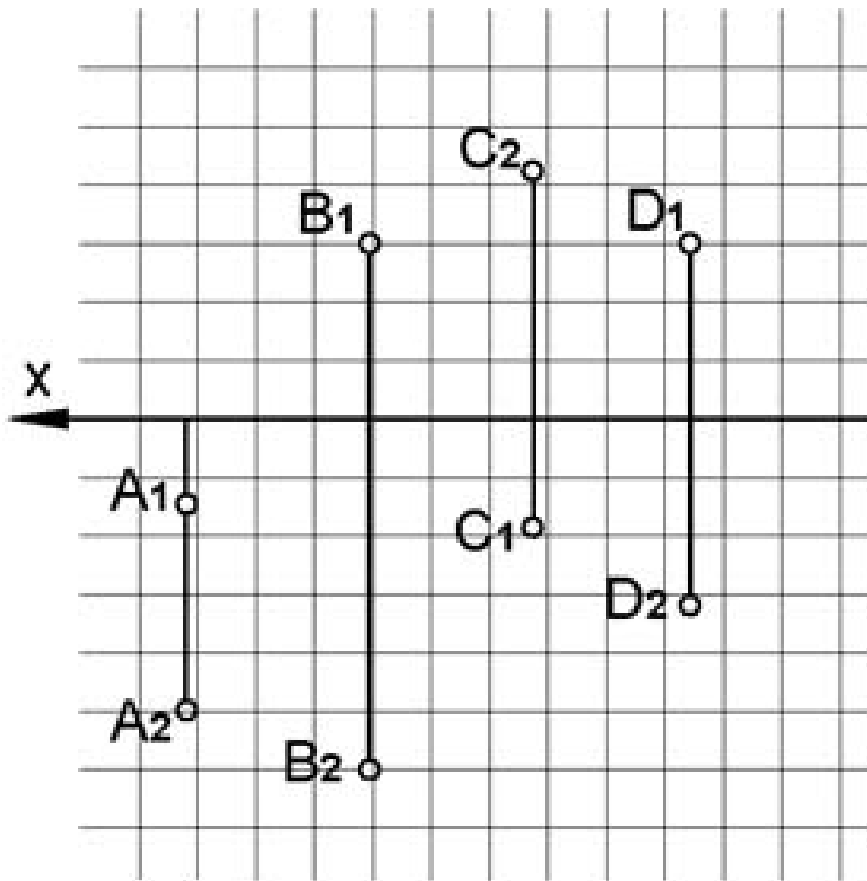


Рис. 10

- 1) A
- 2) B
- 3) C
- 4) D

22. Какие из точек на рисунке 10 наиболее удалены от плоскости  $\Pi_2$ ?

图 3.2.2 中哪些点距离投影面  $\Pi_2$  最远?

- 1) A
- 2) B
- 3) C
- 4) D

23. Какая из точек на рисунке 10 наиболее удалена от плоскости  $\Pi_3$ ?

图 3.2.2 中哪个点距离投影面  $\Pi_3$  最远?

- 1) A
- 2) B
- 3) C
- 4) D

24. Какая из точек на рисунке 10 расположена ближе к плоскости  $\Pi_1$ ?
- 图 3.2.2 中哪个点距离投影面  $\Pi_1$  最近?
- 1) *A*
  - 2) *B*
  - 3) *C*
  - 4) *D*
25. Какая из точек рисунка 10 расположена ближе к плоскости  $\Pi_2$ ?
- 图 2.3.2 中哪个点距离投影面  $\Pi_2$  最近?
- 1) *A*
  - 2) *B*
  - 3) *C*
  - 4) *D*
26. Какая из точек рисунка 10 расположена ближе к плоскости  $\Pi_3$ ?
- 图 3.2.2 中哪个点距离投影面  $\Pi_3$  最近?
- 1) *A*
  - 2) *B*
  - 3) *C*
  - 4) *D*
27. Что обозначается символом  $\Pi_2$ ?
- 符号  $\Pi_2$  表示什么?
- 1) Фронтальная проекция точки.
  - 2) Профильная проекция точки
  - 3) Фронтальная плоскость проекций
  - 4) Профильная плоскость проекций
28. Что обозначается символом  $\Pi_1$ ?
- 符号  $\Pi_1$  表示什么?
- 1) Горизонтальная проекция точки
  - 2) Профильная проекция точки.
  - 3) Горизонтальная плоскость проекций
  - 4) Профильная плоскость проекций
29. Что обозначается символом  $\Pi_3$ ?
- 符号  $\Pi_3$  表示什么?
- 1) Фронтальная проекция точки
  - 2) Профильная проекция точки

- 3) . Фронтальная плоскость проекций  
4) Профильная плоскость проекций
30. Какими координатами определяется положение профильной проекции точки?  
点的侧面投影由哪些坐标确定?
- 1)  $x, y, z$
  - 2)  $x, y$
  - 3)  $y, z$
  - 4)  $x, z$
31. Какими координатами определяется положение горизонтальной проекции точки?  
点的水平投影由哪些坐标确定?
- 1)  $x, y, z$
  - 2)  $x, y$
  - 3)  $y, z$
  - 4)  $x, z$
32. Какими координатами определяется положение фронтальной проекции точки?  
点的正面投影由哪些坐标确定?
- 1)  $x, y, z$
  - 2)  $x, y$
  - 3)  $y, z$
  - 4)  $x, z$
33. Как называется проекция точки  $A$ , обозначаемая символом  $A_3$ ?  
用符号  $A_3$  表示的点  $A$  的投影叫什么?
- 1) Горизонтальная.
  - 2) Фронтальная.
  - 3) Профильная.
  - 4) Ортогональная.
34. От какой плоскости проекций точка  $A(60, 40, 30)$  наиболее удалена?  
点  $A(60, 40, 30)$  距离哪个投影面最远?
- 1)  $\Pi_1$
  - 2)  $\Pi_2$
  - 3)  $\Pi_3$
  - 4) Расстояние до всех плоскостей одинаково

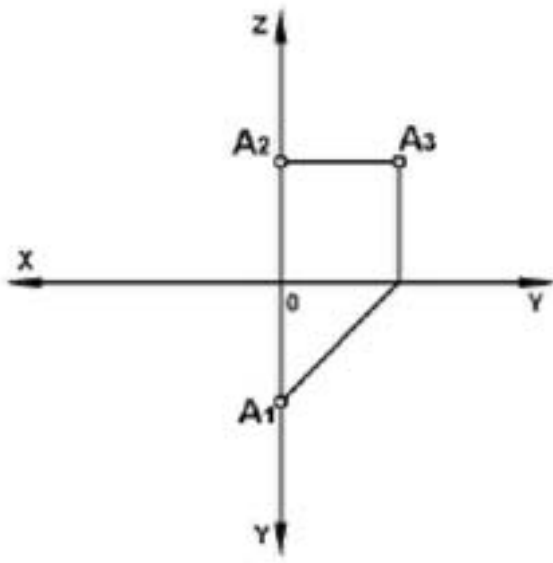
35. От какой плоскости проекций точка  $E(20, 20, 20)$  наиболее удалена?  
点  $E(20, 20, 20)$  距离哪个投影面最远?
- 1)  $\Pi_1$
  - 2)  $\Pi_2$
  - 3)  $\Pi_3$
  - 4) Расстояние до всех плоскостей одинаково
36. Как называется на эюре профильная проекция точки  $M$ ?  
在投影图中, 点  $M$  的侧面投影叫什么?
- 1)  $M$
  - 2)  $M_1$
  - 3)  $M_2$
  - 4)  $M_3$
37. Как называется на эюре фронтальная проекция точки  $M$ ?  
在投影图中, 点  $M$  的正面投影叫什么?
- 1)  $M$
  - 2)  $M_1$
  - 3)  $M_2$
  - 4)  $M_3$
38. Как называется на эюре горизонтальная проекция точки  $M$ ?  
在投影图中, 点  $M$  的水平投影叫什么?
- 1)  $M$
  - 2)  $M_1$
  - 3)  $M_2$
  - 4)  $M_3$
39. Каково взаимное расположение точек  $A(25, 40, 70)$  и  $B(25, 60, 70)$  в пространстве?  
空间中点  $A(25, 40, 70)$  和点  $B(25, 60, 70)$  的相对位置如何?
- 1)  $A$  выше  $B$
  - 2)  $A$  ниже  $B$
  - 3)  $A$  перед  $B$
  - 4)  $B$  перед  $A$
40. Каково взаимное расположение точек  $A(25, 40, 70)$  и  $B(25, 40, 80)$  в пространстве?  
空间中点  $A(25, 40, 70)$  和点  $B(25, 40, 80)$  的相对位置如何?
- 1)  $A$  выше  $B$
  - 2)  $A$  ниже  $B$

- 3)  $A$  перед  $B$   
 4)  $B$  перед  $A$
41. Каково взаимное расположение точек  $A(40, 50, 90)$  и  $B(40, 50, 60)$  в пространстве?  
 空间中点  $A(40, 50, 90)$ 和点  $B(40, 50, 60)$ 的相对位置如何?  
 1)  $A$  выше  $B$   
 2)  $A$  ниже  $B$   
 3)  $A$  перед  $B$   
 4)  $B$  перед  $A$
42. Каково взаимное расположение точек  $A(25, 60, 70)$  и  $B(25, 40, 70)$  в пространстве?  
 空间中点  $A(25, 60, 70)$ 和点  $B(25, 40, 70)$ 的相对位置如何?  
 1)  $A$  выше  $B$   
 2)  $A$  ниже  $B$   
 3)  $A$  перед  $B$   
 4)  $B$  перед  $A$
43. От каких плоскостей проекций точка  $A(20, 20, 10)$  наиболее удалена?  
 点  $A(20, 20, 10)$ 距离哪些投影面最远?  
 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$   
 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$   
 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$   
 4)  $\Pi_1, \Pi_2$  и  $\Pi_3$
44. От каких плоскостей проекций точка  $B(20, 45, 45)$  наиболее удалена?  
 点  $B(20, 45, 45)$ 距离哪些投影面最远?  
 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$   
 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$   
 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$   
 4)  $\Pi_1, \Pi_2$  и  $\Pi_3$
45. От каких плоскостей проекций точка  $C(15, 5, 15)$  наиболее удалена?  
 点  $C(15, 5, 15)$ 距离哪些投影面最远?  
 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$   
 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$   
 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$   
 4) Расстояние до всех плоскостей одинаково.

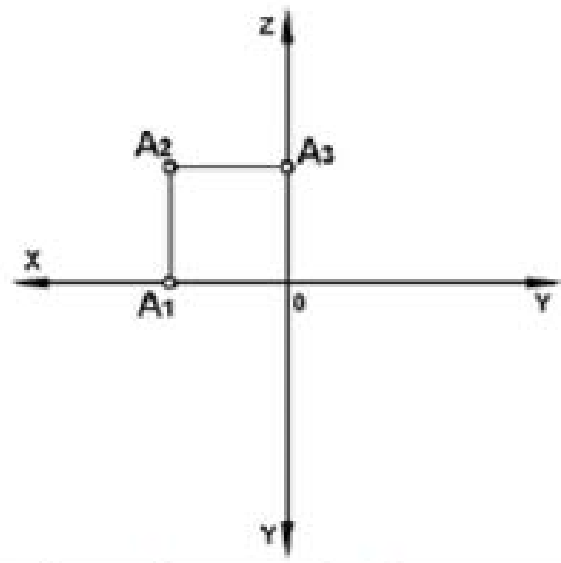
46. К каким плоскостям проекций точка  $E(10, 10, 15)$  находится ближе?  
 点  $E(10, 10, 15)$  距离哪些投影面最近?  
 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$   
 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$   
 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$   
 4) Расстояние до всех плоскостей одинаково.
47. К каким плоскостям проекций точка  $F(20, 30, 20)$  находится ближе?  
 点  $F(20, 30, 20)$  距离哪些投影面最近?  
 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$   
 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$   
 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$   
 4) Расстояние до всех плоскостей одинаково.
48. К каким плоскостям проекций точка  $M(40, 25, 25)$  находится ближе?  
 点  $M(40, 25, 25)$  距离哪些投影面最近?  
 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$   
 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$   
 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$   
 4) Расстояние до всех плоскостей одинаково.
49. К каким плоскостям проекций точка  $N(10, 10, 10)$  находится ближе?  
 点  $N(10, 10, 10)$  距离哪些投影面最近?  
 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$   
 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$   
 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$   
 4) Расстояние до всех плоскостей одинаково.
50. Какая из точек лежит на оси  $Ox$ ?  
 哪个点位于  $Ox$  轴上?  
 1)  $A(0, 0, 30)$   
 2)  $B(0, 40, 0)$   
 3)  $C(20, 0, 10)$   
 4)  $D(20, 0, 0)$
51. Какая из точек лежит на оси  $Oy$ ?  
 哪个点位于  $Oy$  轴上?  
 1)  $A(0, 0, 30)$

- 2)  $B(20, 10, 0)$   
 3)  $C(0, 30, 0)$   
 4)  $D(20, 0, 0)$
52. Какая из точек лежит на оси  $Oz$ ?  
 哪个点位于  $Oz$  轴上?  
 1)  $A(0, 0, 30)$   
 2)  $B(20, 10, 0)$   
 3)  $C(0, 30, 0)$   
 4)  $D(20, 0, 0)$
53. Какая из точек  $A(25, 10, 15)$ ,  $B(25, 15, 20)$  и  $C(25, 10, 5)$  находится ближе к плоскости проекций  $\Pi_3$ ?  
 点  $A(25, 10, 15)$ 、 $B(25, 15, 20)$ 、 $C(25, 10, 5)$  中，哪个点距离投影面  $\Pi_3$  最近?  
 1)  $A$   
 2)  $B$   
 3)  $C$   
 4) Все точки находятся на одинаковом расстоянии от плоскости  $\Pi_3$
54. На какой из осей проекций лежит точка  $A(0, 0, 30)$ ?  
 点  $A(0, 0, 30)$  位于哪条投影轴上?  
 1)  $x$   
 2)  $y$   
 3)  $z$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций
55. На какой из осей проекций лежит точка  $B(20, 0, 0)$ ?  
 点  $B(20, 0, 0)$  位于哪条投影轴上?  
 1)  $x$   
 2)  $y$   
 3)  $z$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций
56. На какой из осей проекций лежит точка  $C(0, 40, 0)$ ?  
 点  $C(0, 40, 0)$  位于哪条投影轴上?  
 1)  $x$   
 2)  $y$   
 3)  $z$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций

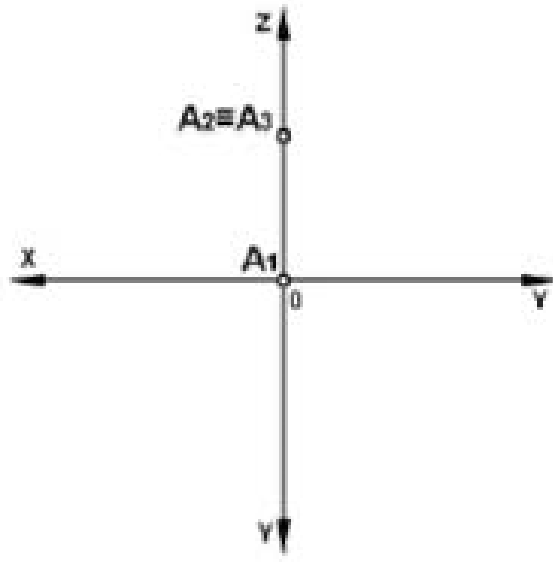
57. На какой из осей проекций лежит точка  $D(0, 10, 30)$ ?  
 点  $D(0, 10, 30)$   
 位于哪条投影轴上?  
 1)  $x$   
 2)  $y$   
 3)  $z$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций
58. На какой плоскости проекций лежит точка  $A(0, 20, 10)$ ? 点  $A(0, 20, 10)$   
 位于哪个投影面上?  
 1)  $\Pi_1$   
 2)  $\Pi_2$   
 3)  $\Pi_3$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций
59. На какой плоскости проекций лежит точка  $B(20, 10, 0)$ ? 点  $B(20, 10, 0)$  位于哪个投影面上?  
 1)  $\Pi_1$   
 2)  $\Pi_2$   
 3)  $\Pi_3$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций
60. На какой плоскости проекций лежат точка  $C(10, 20, 10)$ ? 点  $C(10, 20, 10)$  位于哪个投影面上?  
 1)  $\Pi_1$   
 2)  $\Pi_2$   
 3)  $\Pi_3$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций
61. На какой плоскости проекций лежит точка  $D(20, 0, 10)$ ? 点  $D(20, 0, 10)$  位于哪个投影面上?  
 1)  $\Pi_1$   
 2)  $\Pi_2$   
 3)  $\Pi_3$   
 4) не принадлежит не одной из осей проекций
62. На каком рисунке точка  $A$  находится на оси  $Oz$ ? 在哪张图中点  $A$  位于  $Oz$  轴上?



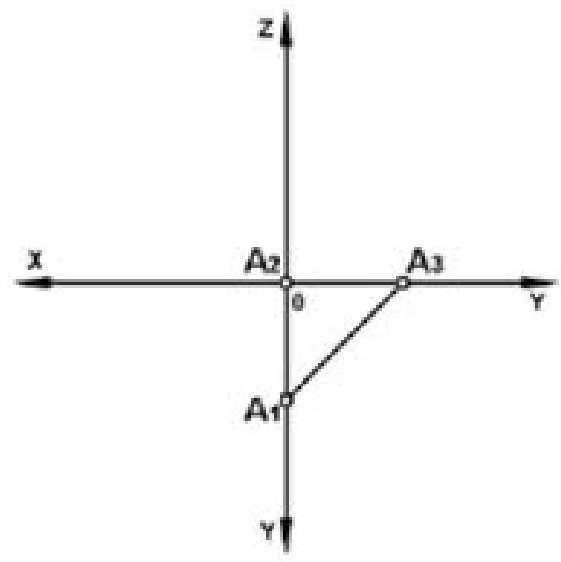
a)



б)



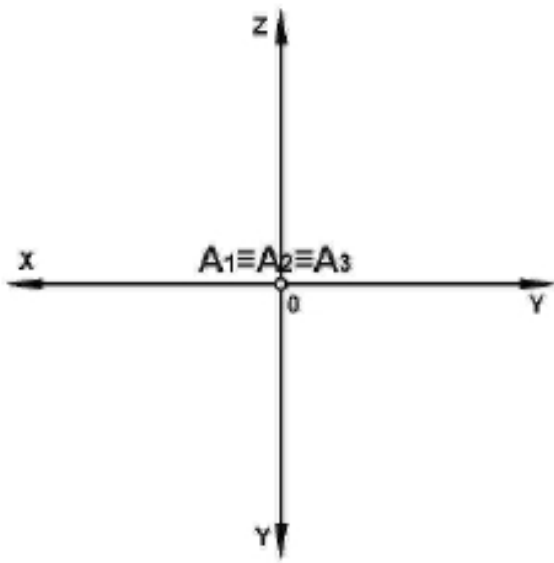
в)



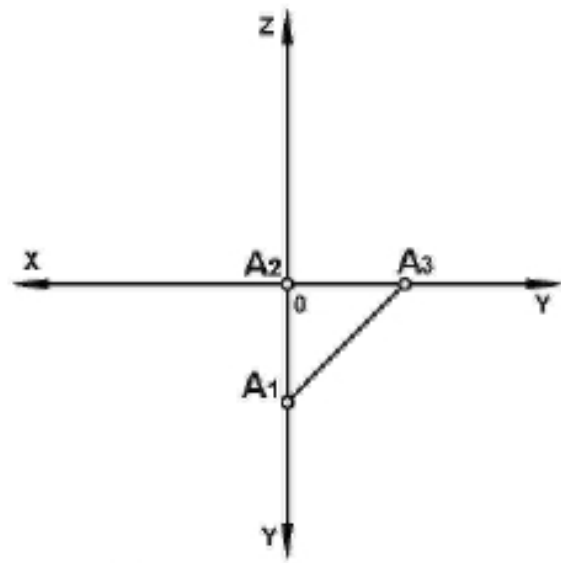
г)

- a)
- б)
- в)
- г)

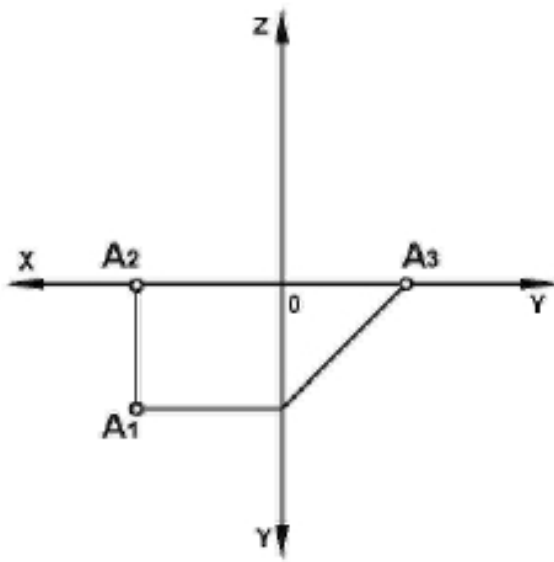
66. На каком рисунке точка принадлежит оси проекции  $Oy$ ?  
 在哪张图中, 点属于投影轴  $Oy$ ?



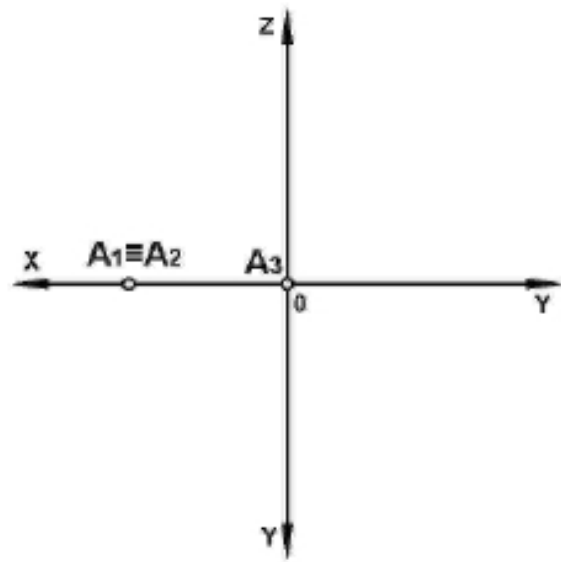
a)



б)



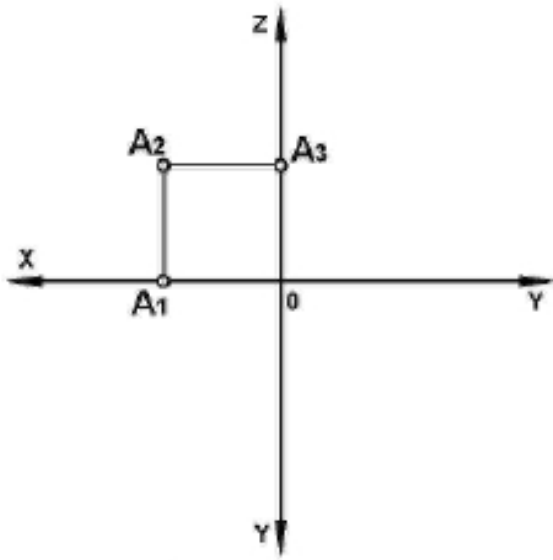
в)



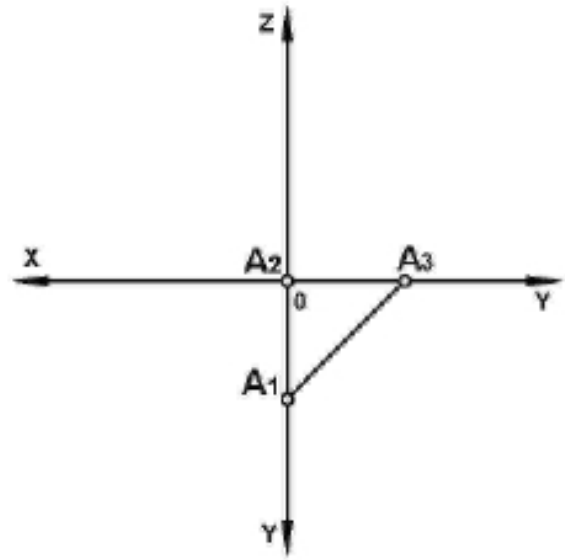
г)

- a)
- б)
- в)
- г)

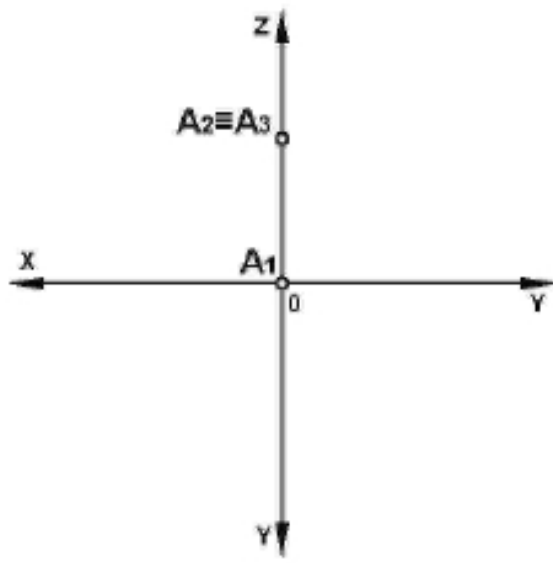
67. На каком рисунке точка принадлежит оси проекции  $Ox$ ?  
 在哪张图中, 点属于投影轴  $Ox$ ?



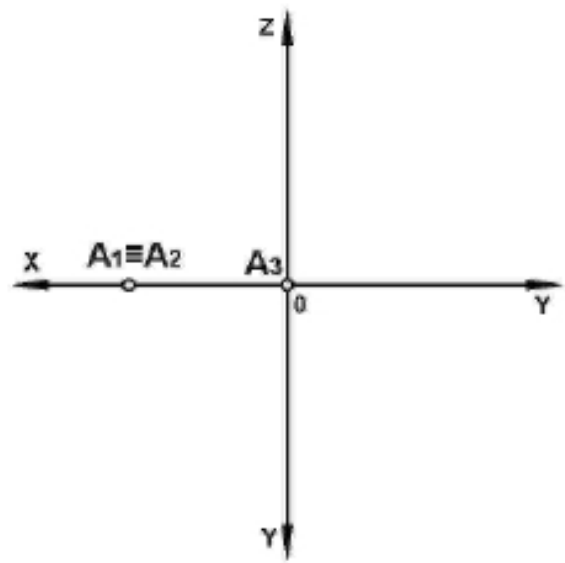
a)



б)



в)

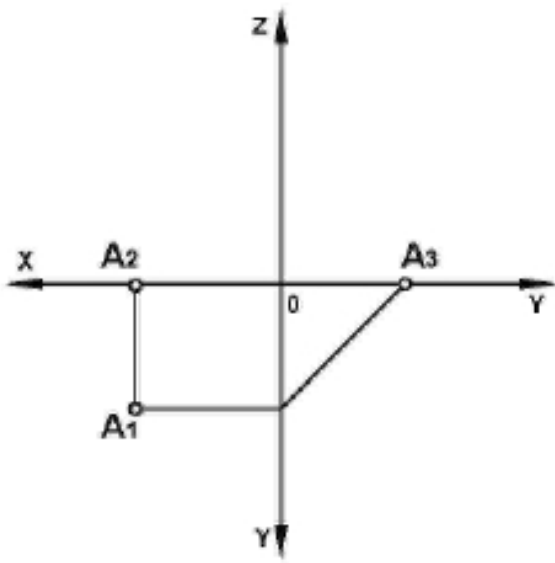


г)

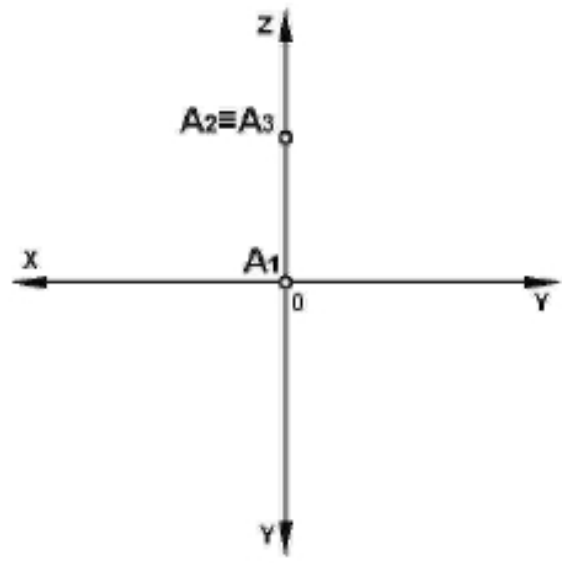
- a)
- б)
- в)
- г)

68. На каком рисунке изображена точка, принадлежащая плоскости проекций  $\Pi_1$ ?

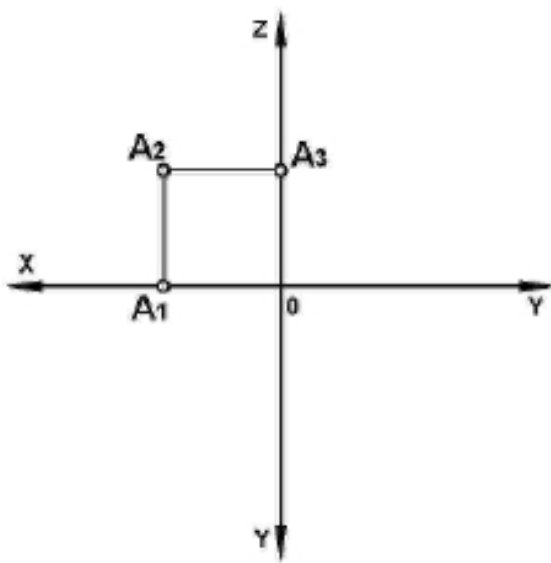
在哪张图中画出了属于投影面  $\Pi_1$  的点?



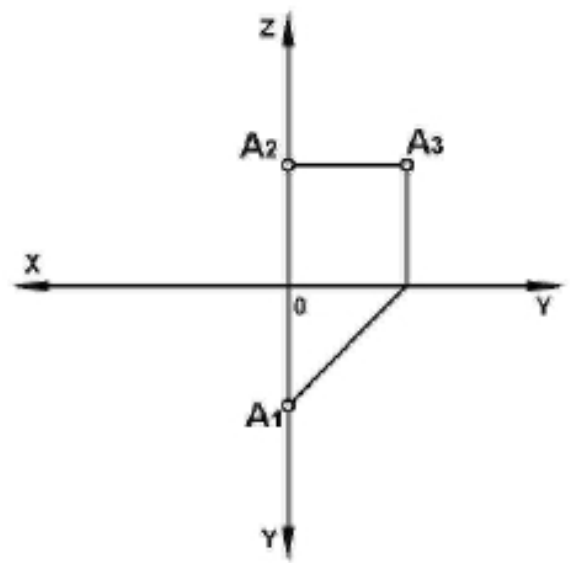
a)



б)



в)

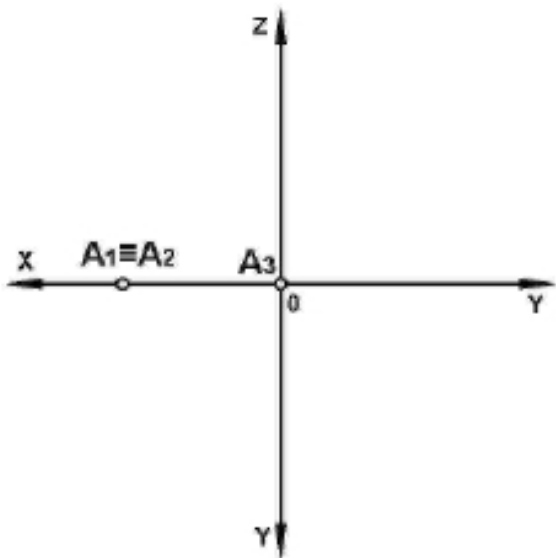


г)

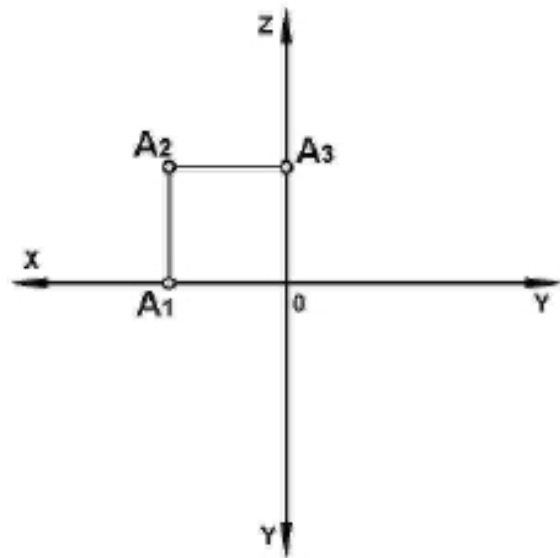
- a)
- б)
- в)
- г)

69. На каком рисунке изображена точка, принадлежащая плоскости проекций  $\Pi_2$ ?

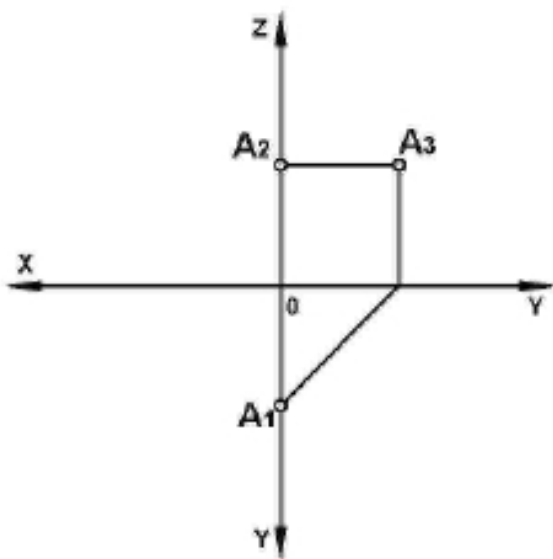
在哪张图中画出了属于投影面  $\Pi_2$  的点?



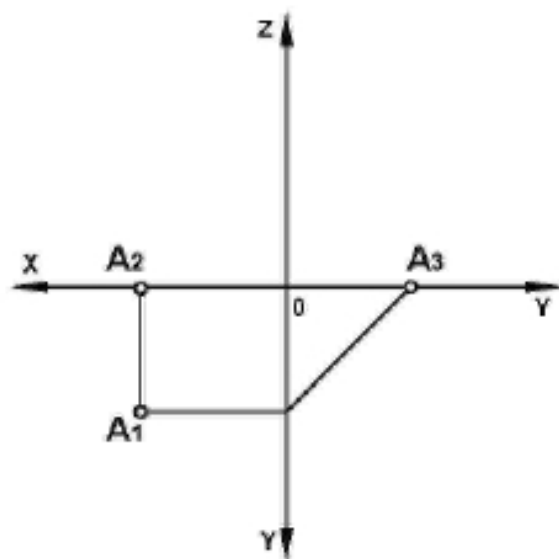
a)



б)



в)

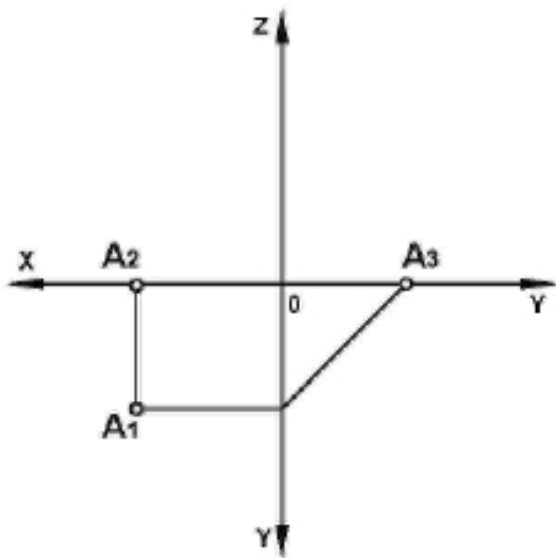


г)

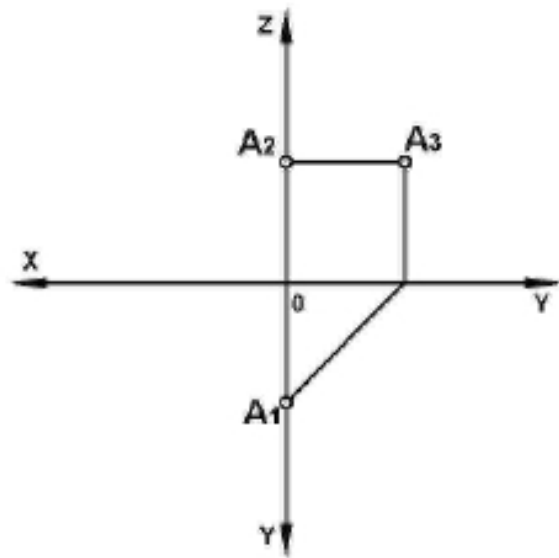
- a)
- б)
- в)
- г)

70. На каком рисунке изображена точка, принадлежащая плоскости проекций  $\Pi_3$ ?

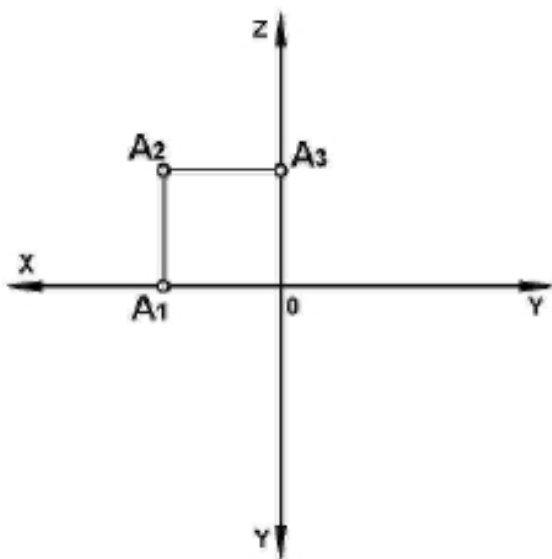
在那张图中画出了属于投影面  $\Pi_3$  的点?



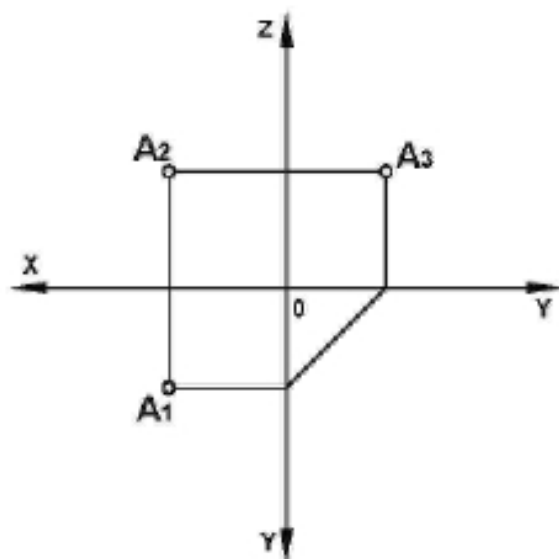
a)



б)



в)

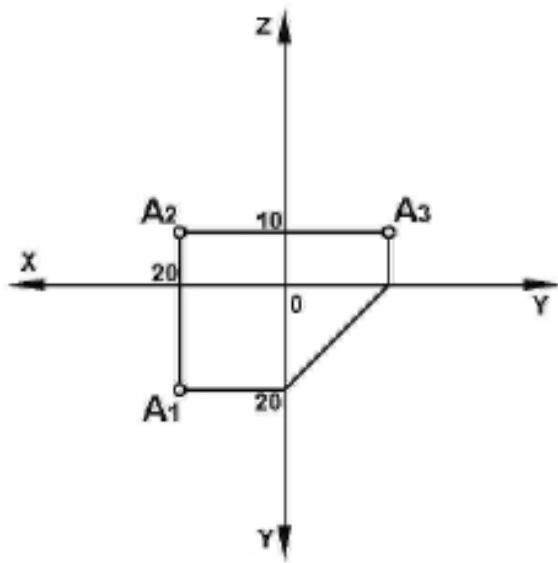


г)

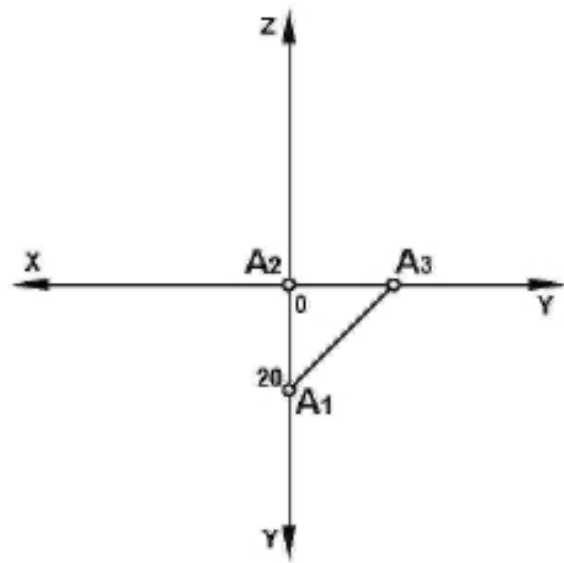
- a)
- б)
- в)
- г)

71. На каком рисунке точка расположена ближе к плоскости про-  
екций  $\Pi_2$ ?

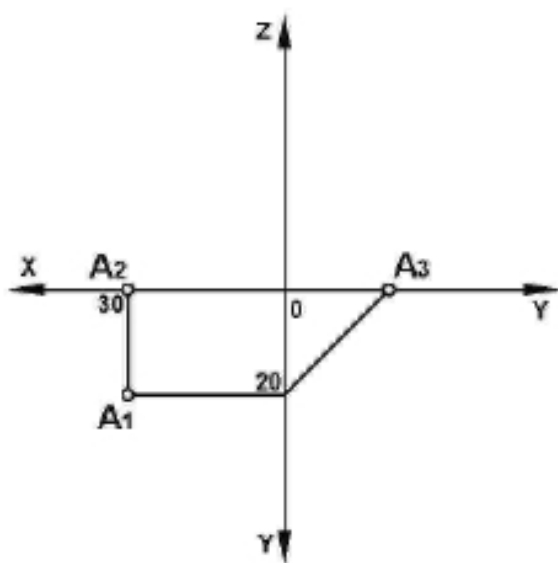
在哪张图中, 点距离投影面  $\Pi_2$  更近?



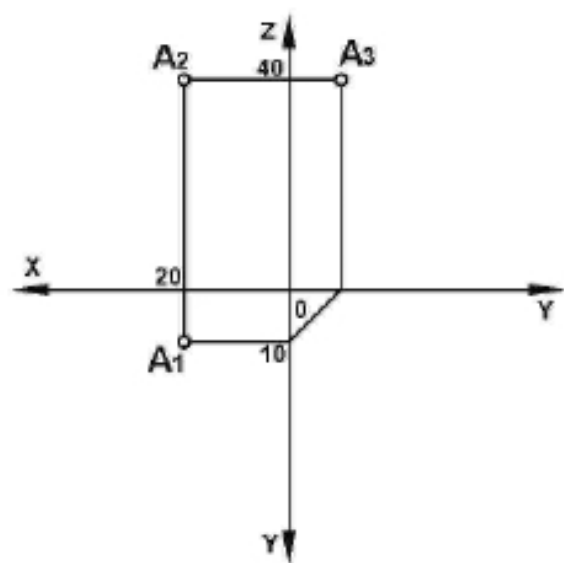
a)



б)



в)

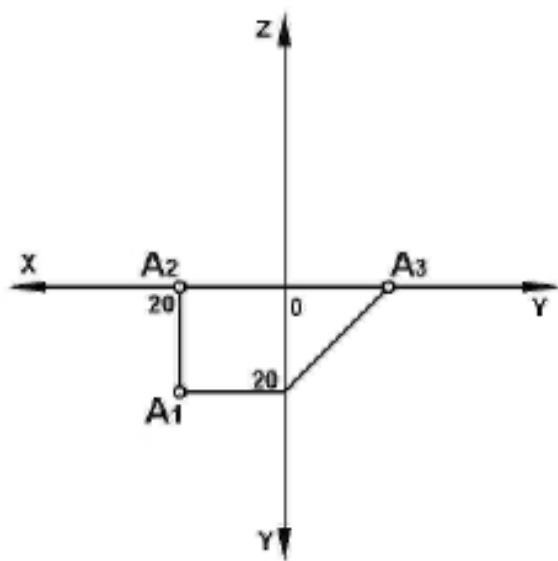


г)

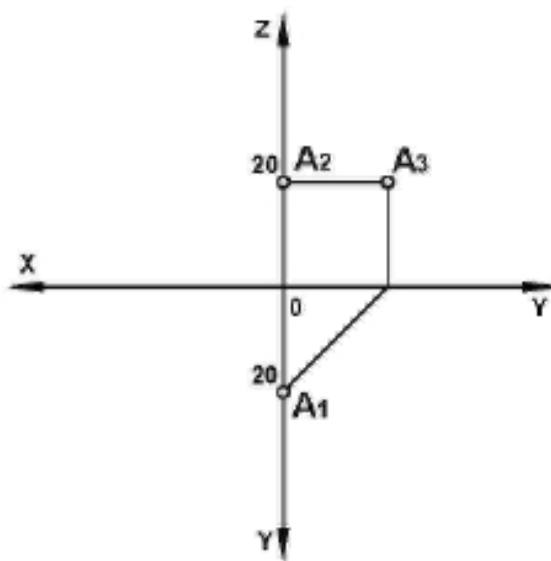
- a)
- б)
- в)
- г)

72. На каком рисунке точка равноудалена от горизонтальной и профильной плоскостей проекций?

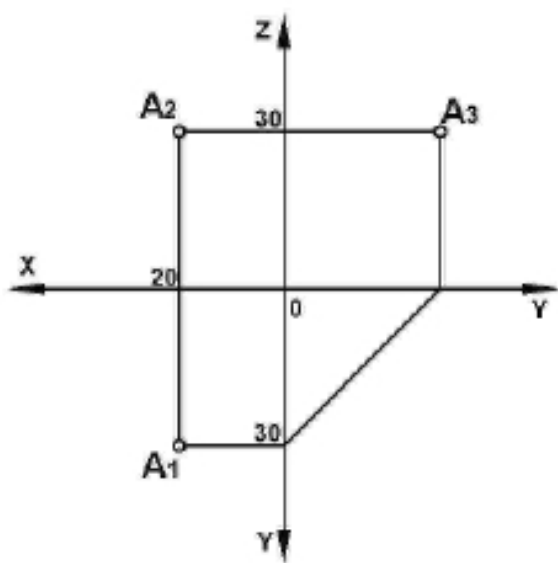
在哪张图中，点到水平投影面和侧面投影面的距离相等？



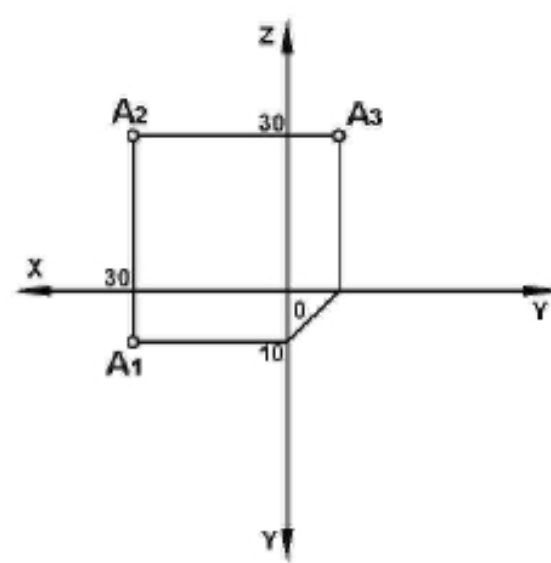
a)



б)



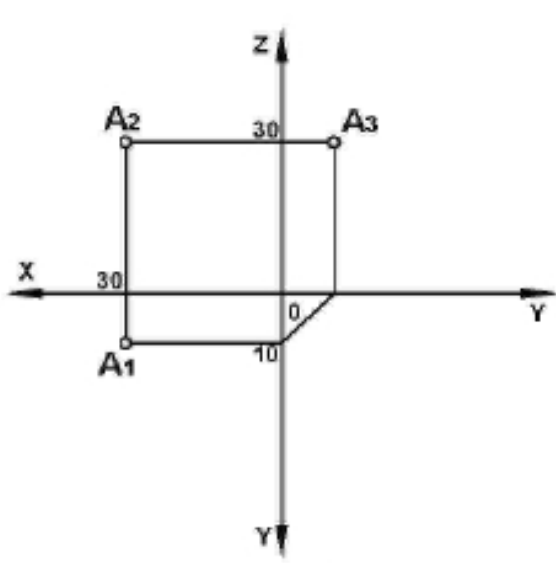
в)



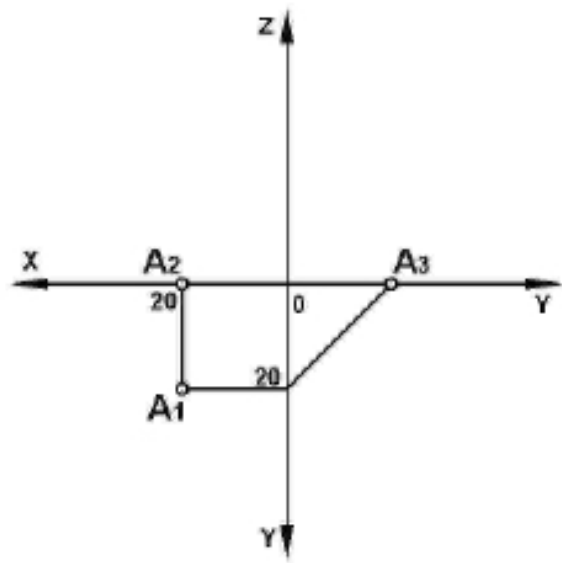
г)

- a)
- б)
- в)
- г)

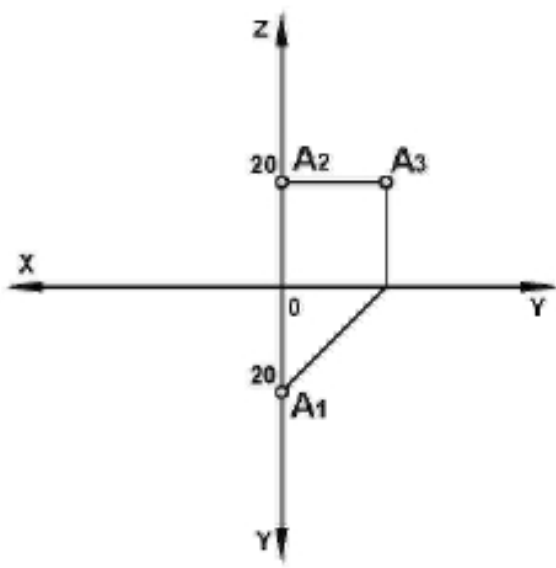
73. На каком рисунке расстояние от точки  $A$  до фронтальной плоскости проекций наименьшее?  
 在哪张图中, 点  $A$  到正面投影面的距离最小?



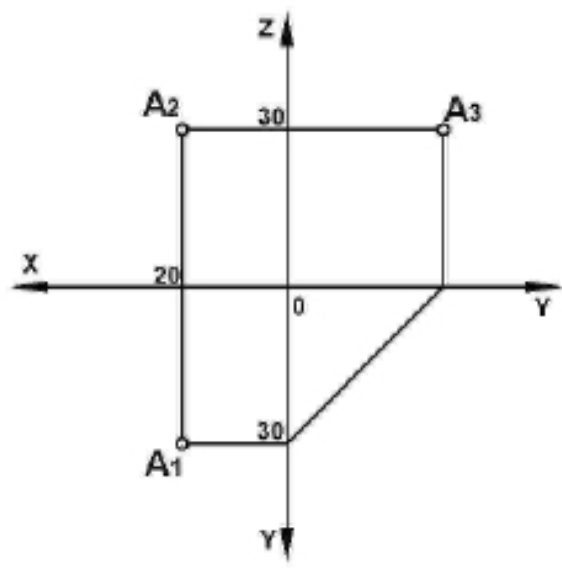
a)



б)



в)



г)

- a)
- б)
- в)
- г)

74. Какая точка равноудалена от фронтальной и профильной плоскостей проекций?

哪个点到正面投影面和侧面投影面的距离相等?

- 1)  $A (34, 65, 10)$
- 2)  $B (45, 45, 35)$
- 3)  $C (45, 35, 35)$
- 4)  $D (45, 35, 45)$

75. Какая точка равноудалена от горизонтальной и профильной плоскостей проекций?

哪个点到水平投影面和侧面投影面的距离相等?

- 1)  $A (34, 65, 10)$
- 2)  $B (45, 45, 35)$
- 3)  $C (45, 35, 35)$
- 4)  $D (45, 35, 45)$

76. Какая точка равноудалена от горизонтальной и фронтальной плоскостей проекций?

哪个点到水平投影面和正面投影面的距离相等?

- 1)  $A (34, 65, 10)$
- 2)  $B (45, 45, 35)$
- 3)  $C (45, 35, 35)$
- 4)  $D (45, 35, 45)$

77. Какая точка находится на разных расстояниях от всех плоскостей проекций?

哪个点到各个投影面的距离均不相等?

- 1)  $A (34, 65, 10)$
- 2)  $B (45, 45, 35)$
- 3)  $C (45, 35, 35)$
- 4)  $D (45, 35, 45)$

78. Какая из точек на рисунке 11 расположена перед точкой  $E$ ?  
在图2.3.3中, 哪个点位于点  $E$  前方?

- 1)  $A$
- 2)  $C$
- 3)  $F$
- 4)  $K$
- 5)  $D$

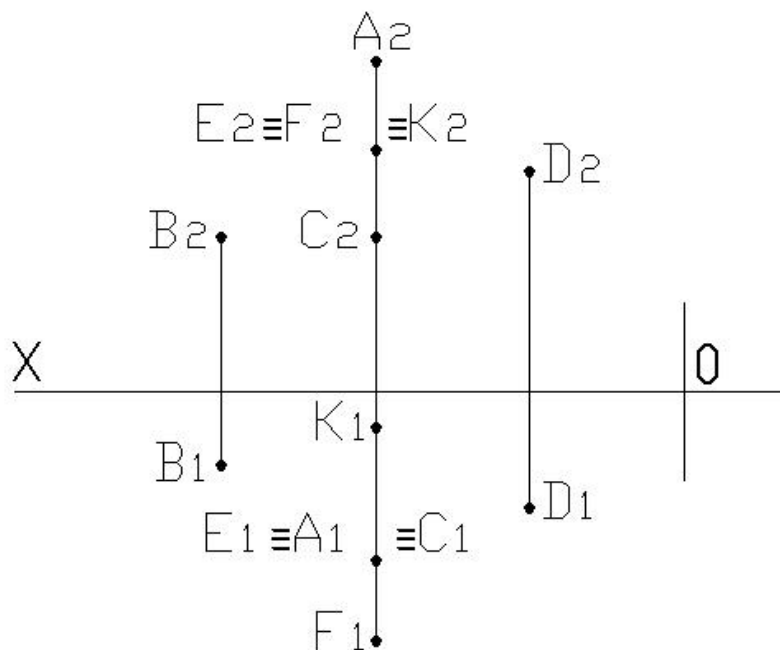


Рис. 11

79. Какая из точек на рисунке 11 расположена над точкой E?  
 在图2.3.3 中, 哪个点位于点E 上方?

- 1) A
- 2) C
- 3) F
- 4) K
- 5) D

80. Какая из точек на рисунке 11 расположена за точкой E?  
 在图2.3.3 中, 哪个点位于点E 后方?

- 1) A
- 2) C
- 3) F
- 4) K
- 5) D

81. Какая из точек на рисунке 11 расположена под точкой E?  
 在图2.3.3 中, 哪个点位于点E 下方?

- 1) A
- 2) C
- 3) F
- 4) K
- 5) D

82. Какая из точек на рисунке 11 расположена слева от точки  $E$ ?  
在图2.3.3中, 哪个点位于点 $E$ 左侧?

- 1)  $A$
- 2)  $C$
- 3)  $F$
- 4)  $K$
- 5)  $D$

83. Какая из точек на рисунке 11 расположена справа от точки  $E$ ?  
在图2.3.3中, 哪个点位于点 $E$ 右侧?

- 1)  $A$
- 2)  $C$
- 3)  $F$
- 4)  $K$
- 5)  $D$

84. Расстояние между какой парой точек наибольшее?  
哪一对点之间的距离最大?

- 1)  $A (15, 34, 40), B (30, 34, 40)$ ;
- 2)  $C (60, 18, 32), D (60, 45, 32)$ ;
- 3)  $E (43, 60, 35), F (58, 60, 35)$ ;
- 4)  $G (45, 14, 70), H (45, 19, 70)$ .

85. Расстояние между какой парой точек наименьшее?  
哪一对点之间的距离最小?

- 1)  $A (15, 34, 40), B (30, 34, 40)$ ;
- 2)  $C (60, 18, 32), D (60, 45, 32)$ ;
- 3)  $E (43, 60, 35), F (58, 60, 35)$ ;
- 4)  $G (45, 14, 70), H (45, 19, 70)$ .

85. Расстояние между какими парами точек одинаковое?  
哪几对点之间的距离相等?

- 1)  $A (15, 34, 40), B (30, 34, 40)$ ;
- 2)  $C (60, 18, 32), D (60, 45, 32)$ ;
- 3)  $E (43, 60, 35), F (58, 60, 35)$ ;
- 4)  $G (45, 14, 70), H (45, 19, 70)$ .

86. Через какие оси проходит фронтальная плоскость проекций  $\Pi_2$ ?  
正面投影面  $\Pi_2$  经过哪些轴?

- 1)  $x, y, z$
- 2)  $x, y$
- 3)  $y, z$
- 4)  $x, z$

97. Через какие оси проходит горизонтальная плоскость проекций  $\Pi_1$ ?

水平投影面  $\Pi_1$  经过哪些轴?

- 1)  $x, y, z$
- 2)  $x, y$
- 3)  $y, z$
- 4)  $x, z$

98. Через какие оси проходит профильная плоскость проекций  $\Pi_3$ ?

侧面投影面  $\Pi_3$  经过哪些轴?

- 1)  $x, y, z$
- 2)  $x, y$
- 3)  $y, z$
- 4)  $x, z$

## Тема 3. ПРЯМАЯ 直线

Для построения комплексных рисунков (эпюров) прямых будем пользоваться следующими свойствами их проекций:

1. Проекция прямой пространства на любую плоскость проекций в общем случае есть прямая, которую будем называть прямой общего положения. В случае, когда прямая перпендикулярна к плоскости проекций, ее проекцию будет точка. Такую проекцию называют вырожденной проекцией прямой.

2. Если точка лежит на прямой в пространстве, то проекция этой точки лежит на проекции прямой.

3. Если прямая проходит через точку в пространстве, то проекция этой прямой проходит через проекцию точки.

4. Длина ортогональной (прямоугольной) проекции отрезка прямой общего положения всегда меньше длины отрезка в пространстве. Длину отрезка в пространстве называют натуральной величиной отрезка и обозначают  $NB$ .

5. Длина проекции отрезка прямой параллельной к плоскости проекций равна его натуральной величине.

### 3.1. Комплексные рисунки прямых линий общего положения 一般位置直线的综合投影图

В прямоугольной системе двух плоскостей проекций, горизонтальной  $\Pi_1$  и фронтальной  $\Pi_2$ , изображение любой прямой пространства состоит из комплекса двух проекций прямой. Такое изображение называют комплексным рисунком или эпюром прямой.

Зададим на комплексном рисунке две произвольные прямые, расположенные под произвольными углами к оси  $x$  (рис. 12). Одну из них назовем горизонтальной проекцией пространственной прямой  $l$  и обозначим  $l_1$ , другую – фронтальной проекцией  $l_2$  той же прямой  $l$ . Прямые линии будем обозначать строчными буквами латинского алфавита, а их проекции теми же буквами с индексом соответствующей плоскости проекций. Запись  $l (l_1, l_2)$  надо читать так: на комплексном рисунке задана прямая  $l$  двумя ее проекциями  $l_1$  и  $l_2$ . Эти обозначения относятся к бесконечной прямой, а не к отдельным ее отрезкам или точкам.

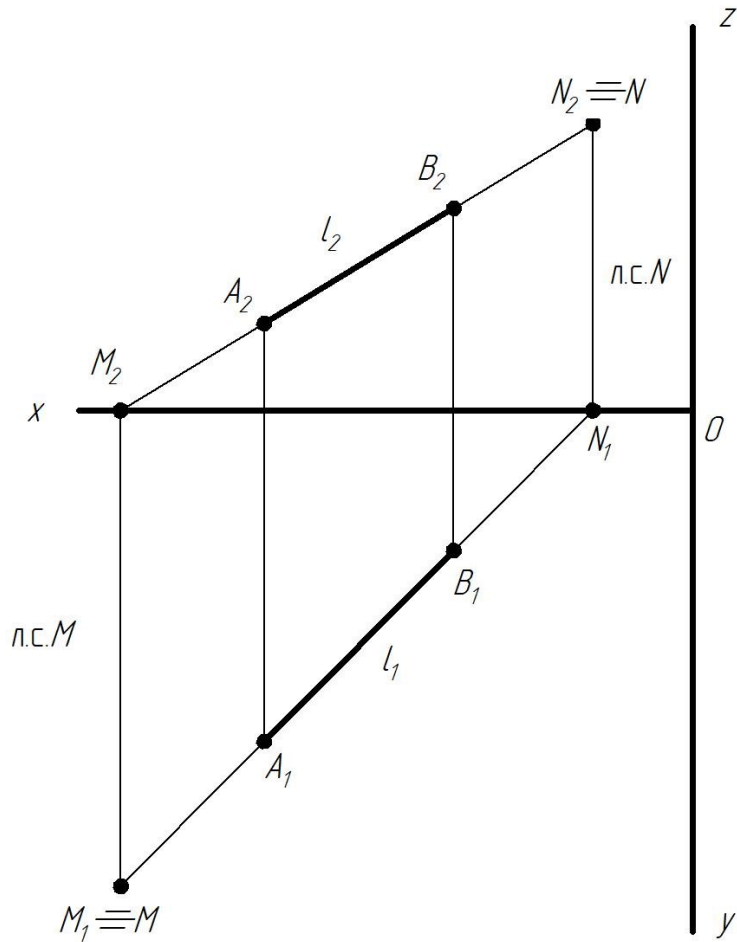


Рис. 12

Две проекции  $l_1$  и  $l_2$  определяют в пространстве одну определенную прямую  $l$ . Для построения наглядного изображения этой прямой зададим на ней две произвольные точки  $A$  и  $B$ , пользуясь свойством: точка лежит на прямой в пространстве, если ее проекции лежат на одноименных проекциях прямой, то есть горизонтальная проекция  $A_1$  точки  $A$  лежит на горизонтальной проекции  $l_1$  прямой  $l$ , а фронтальная  $A_2$  – на фронтальной проекции  $l_2$ . Таким образом, на прямой  $l$  задан произвольный отрезок  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$ .

На рис. 13 построено наглядное изображение прямой  $l$  ( $l_1, l_2$ ). Наглядные изображения точек  $A$  и  $B$  построены так, как это изучалось в предыдущем параграфе. Соединив одноименные проекции точек  $A_1, B_1$ , и  $A_2, B_2$  получаем наглядное изображение прямой  $l$ , изображенной на комплексном рисунке (рис. 12). Из выполненных построений понятно, что любая прямая может быть задана двумя точками, которые принадлежат этой прямой.

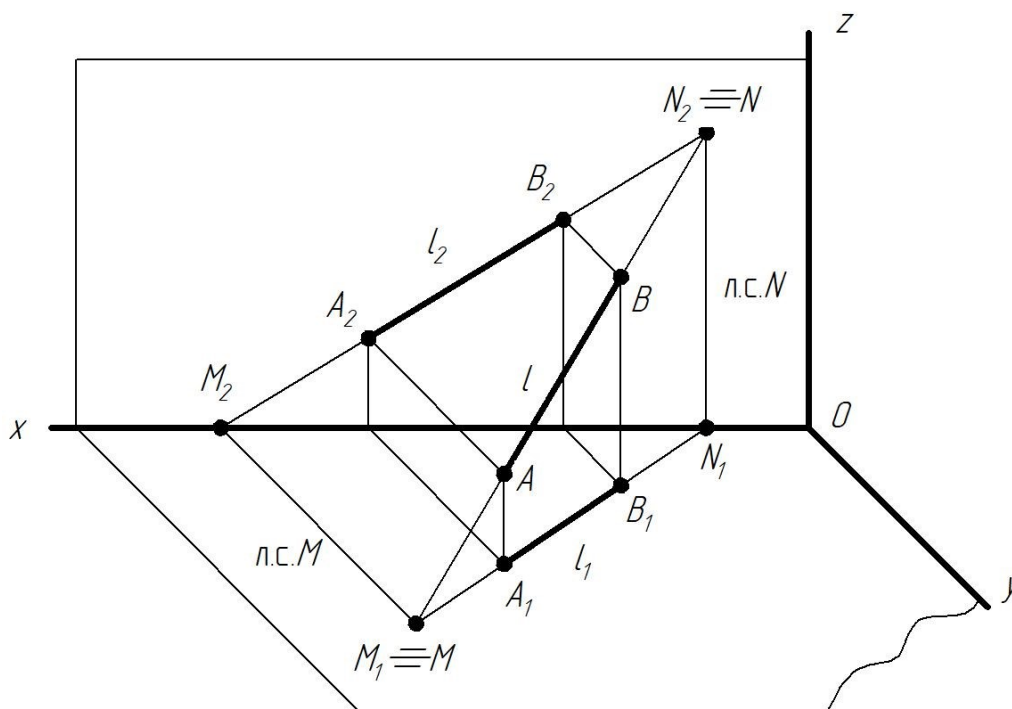


Рис. 13

Если на комплексном рисунке задать две проекции прямой другого направления, под другими произвольными углами к оси  $x$ , чем для проекций прямой  $l$ , то будем иметь комплексный рисунок другой произвольной, но определенной прямой пространства.

Умение изображать на комплексном рисунке прямые линии позволяет решать на таком плоском рисунке пространственные задачи, связанные с прямой линией. Задачи начертательной геометрии делятся на позиционные и метрические.

Позиционными называются задачи на определение взаимного расположения геометрических образов, их взаимозависимости, построения сечения фигур и тому подобное. Метрические задачи — это задачи на определение (построения) длины отрезков прямых, углов, плоскостей фигур и тому подобное. Рассмотрим две задачи, касающиеся прямых линий.

**Задача 1.** Построить следы прямой линии (позиционная задача).

Следами прямой называются точки пересечения прямой с плоскостями проекций. В системе двух плоскостей проекций каждая прямая общего положения имеет два следа. На рис. 13 прямая  $l$  пересекает горизонтальную плоскость проекций в точке  $m$ . Эта точка является горизонтальным следом прямой  $l$  и как любая точка изображается на ком-

плексном рисунке двумя проекциями  $M_1$  и  $M_2$ . Аналогично точка  $N$  пересечения прямой  $l$  с фронтальной плоскостью проекций  $\Pi_2$  является фронтальным следом прямой. Рис. 13 можно рассматривать как графический алгоритм построения следов прямой. "Переведем" его на другой символический "язык" и применим этот алгоритм для построения следов прямой  $l$  на комплексном рисунке (рис. 12).

1.  $l_2 \cap x = M_2$  – фронтальная проекция горизонтального следа прямой  $l$ .

2. линия связи (л.с.)  $M \perp x$ , л.с.  $M \cap l_1 = M_1$  – горизонтальная проекция горизонтального следа, она совпадает с самим следом  $M$ , ибо точка  $M$  лежит на горизонтальной плоскости проекций –  $M_1 \equiv M$ .

Аналогично строится фронтальный след прямой.

3.  $l_1 \cap x = N_2$  – горизонтальная проекция фронтального следа прямой  $l$ .

4. л.с.  $N \perp x$ , л.с.  $N \cap l_2 = N_2 \equiv N$  – фронтальная проекция фронтального следа, совпадающая с самим следом.

Следы прямой применяются для решения различных задач, например при построении теней от геометрических фигур на плоскостях проекций, и для определения расположения прямых относительно плоскостей проекций

**Задача 2.** Определить (построить) натуральную величину отрезка прямой общего положения по его проекциям и углы наклона прямой, которой принадлежит отрезок, к плоскостям проекций (метрическая задача). На рис. 13 задан комплексный рисунок отрезка  $AB$  прямой общего положения  $l$ . Длина каждой из двух проекций  $A_1B_1$  и  $A_2B_2$  отрезка  $AB$  меньше, чем натуральная величина отрезка в пространстве. Как по проекциям отрезка определить его натуральную величину? Ответ на этот вопрос, составить схему (алгоритм) решения задачи 2, нам поможет рис. 14.

На этом рисунке наглядно изображен произвольный отрезок  $AB$ , принадлежащий прямой  $l$  общего положения и его горизонтальная проекция  $A_1B_1$ . Рассмотрим прямоугольный треугольник  $ABB'$ , у которого катет  $AB' \parallel A_1B_1$ , значит  $AB' = A_1B_1$ . Другой катет  $BB_1$  по длине равен разности расстояний от концов отрезка до плоскости проекции, в нашем случае, до плоскости  $\Pi_1$ , т. е. разности координат  $zB - zA = \Delta z$ .

Гипотенуза  $AB$  треугольника  $ABB'$  является натуральной величиной отрезка  $AB$ , а угол  $BAB' = \alpha^\circ$  является углом наклона прямой  $l$  к плоскости проекций. Аналогичные рассуждения можно провести и в

отношении фронтальной плоскости проекций и прийти к выводу: для определения натуральной величины отрезка надо построить прямоугольный треугольник, у которого один катет равен длине проекции отрезка на любую плоскость проекций, а второй — разности расстояний от концов отрезка до этой плоскости проекций, то есть разности соответствующих координат концов отрезка.

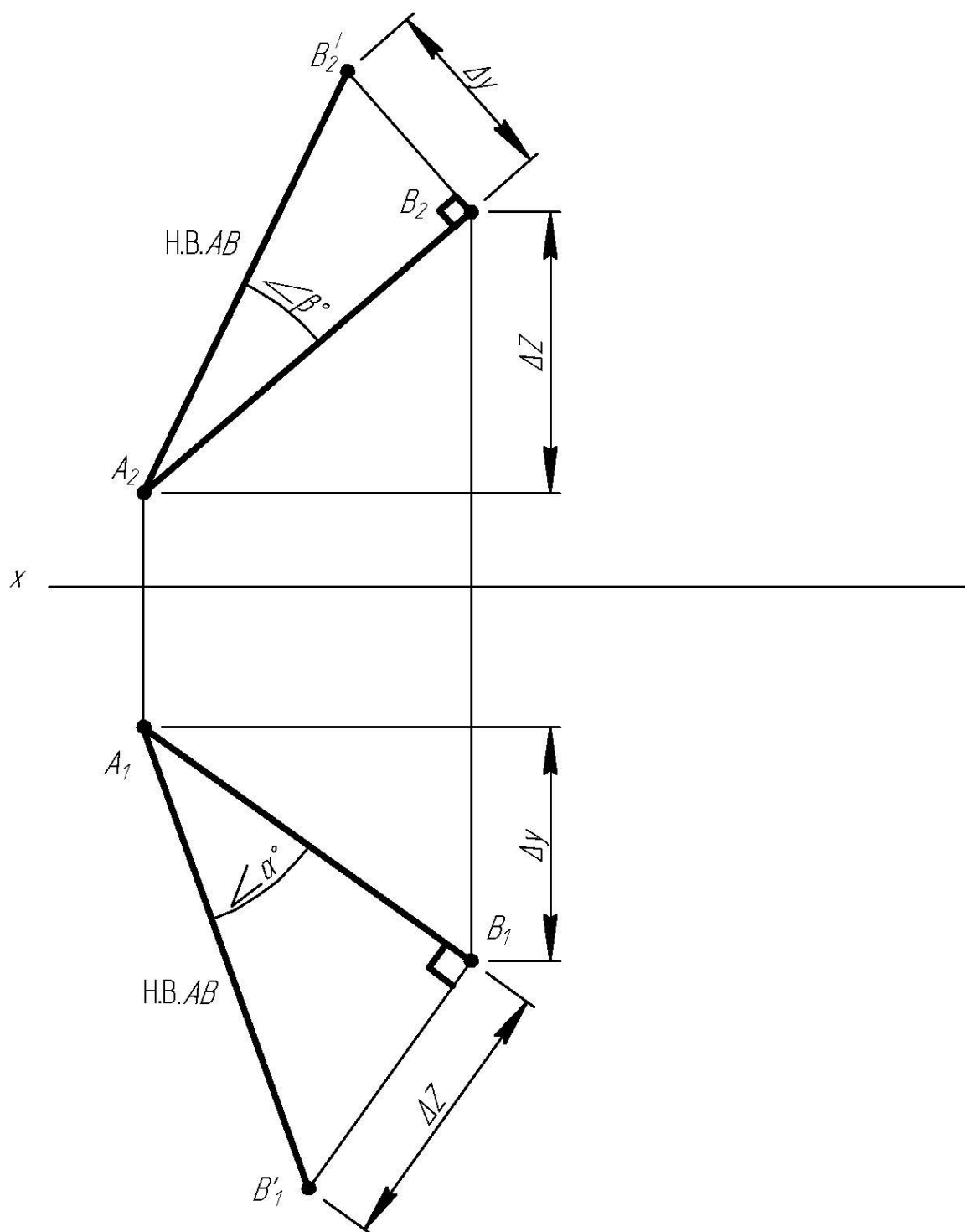


Рис. 13

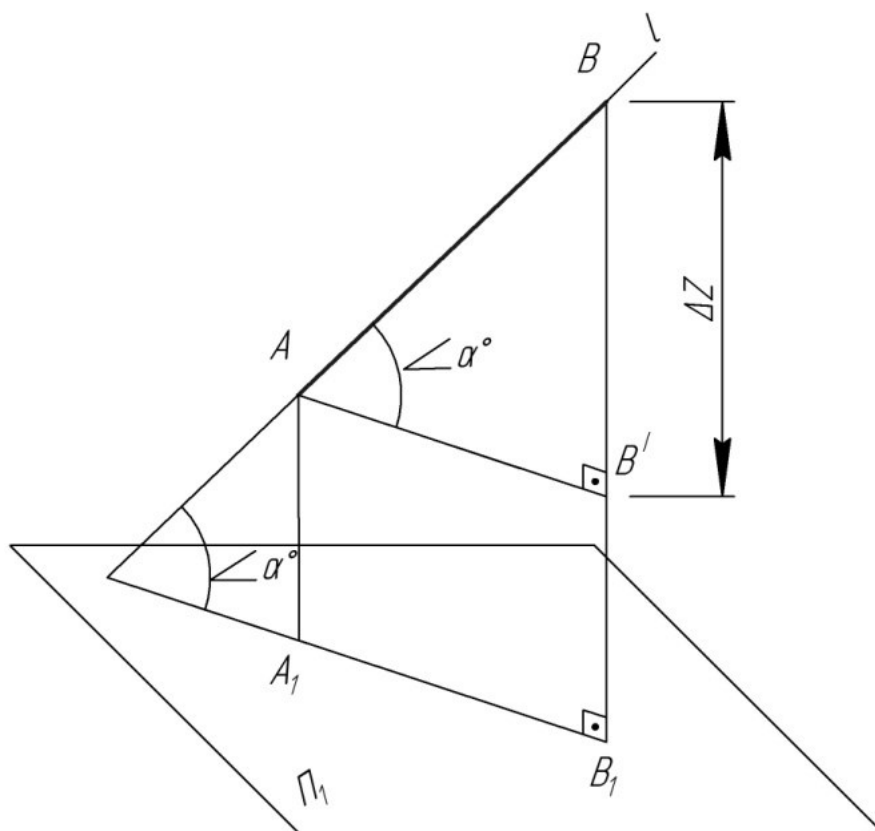


Рис. 14

Придя к такому выводу, можем решить задачу 2 на комплексном рисунке (рис. 13). На нем можем измерить катеты прямоугольного треугольника. Длина одного из них равна горизонтальной проекции  $A_1B_1$  отрезка  $AB$ , длина второго  $\Delta z$  измеряется на фронтальной проекции отрезка. По длинам этих двух катетов можно построить прямоугольный треугольник в любой плоскости чертежа. Для уменьшения графических операций можно выполнить его построение по двум вариантам.

По первому варианту за один катет принимаем горизонтальную проекцию  $A_1B_1$  отрезка, второй катет проведем перпендикулярно ей, например, из проекции  $B_1$  (можно из проекции  $A_1$ ). Откладываем длину второго катета  $\Delta z$  и имеем прямоугольный треугольник  $A_1B_1B_1'$ , у которого гипотенуза  $A_1B_1'$ , есть натуральная величина отрезка, а  $\alpha^\circ$  равна углу наклона прямой  $l$  ( $l_1, l_2$ ) к плоскости  $\Pi_1$  в пространстве.

По второму варианту за один катет принимаем фронтальную проекцию  $A_2B_2$  отрезка, второй катет проведем перпендикулярно ей, например, из проекции  $B_2$  (можно из проекции  $A_2$ ). Откладываем длину второго катета  $\Delta u$  и имеем прямоугольный треугольник  $A_2B_2B_2'$ , у которого гипотенуза  $A_2B_2'$ , есть натуральная величина отрезка, а  $\beta^\circ$  равна углу наклона прямой  $l$  ( $l_1, l_2$ ) к плоскости  $\Pi_2$  в пространстве.

Приведенным построениям можно придать другую интерпретацию. Прямоугольный треугольник  $A_1B_1B_1'$  строится вращением треугольника  $ABB'$  вокруг прямой  $AB'$  до совмещения с горизонтальной плоскостью, а прямоугольный треугольник  $A_2B_2B_2'$  вращением его вокруг катета  $BB'$  до совмещения с фронтальной плоскостью  $\Pi_2$ . Более содержательнее об этом будет речь в одном из следующих параграфов.

До сих пор мы рассматривали исключительно прямые общего положения. Теперь рассмотрим комплексные рисунки прямых, которые расположены параллельно и перпендикулярно плоскостям проекций.

### **3.2. Классификация прямых по их положению относительно плоскостей проекций**

#### **直线相对投影面的位置分类**

Прямая линия относительно плоскостей проекций может занимать следующие положения: прямая параллельна одной плоскости проекций, прямая перпендикулярна одной плоскости проекций, а значит параллельна к другим двум плоскостям проекций, прямая принадлежит плоскости проекций, прямая совпадает с осью проекций.

Прямые параллельные только одной плоскости проекций называются прямыми уровня. Одна проекция таких прямых параллельна соответствующей оси проекций, ибо соответствующие координаты ее точек, определяющие расстояние до плоскости проекций, которой она параллельна, имеют одинаковые значения.

Прямые перпендикулярные плоскостям проекций называются проецирующими прямыми. Одна проекция таких прямых, на плоскость, к которой она перпендикулярна, есть точка. Эта проекция проецирующей прямой называется вырожденной проекцией прямой.

Характерные особенности и признаки на комплексном рисунке таких прямых приведены в таблице 3.

### **3.3. Относительное положение прямых и точек**

#### **直线与点的相对位置**

Чтобы определить относительное положение точки и прямой в пространстве по их комплексному рисунку, надо выяснить, путем чтения комплексного рисунка, лежат ли проекции точки на одноименных проекциях прямой. Если это условие выполняется, то точка, например точка  $A$  (рис. 15) лежит на прямой  $d(d_1, d_2)$ . Другие точки  $B, C, D, E, F$  не лежат на прямой  $d$  в пространстве, ибо одна из проекций каждой из

этих точек не лежит на одноименной с ней проекции прямой. В этом случае положение точки относительно прямой в пространстве определяется на той плоскости проекций на которой проекция точки не лежит на одноименной проекции прямой. Читаем: проекция  $B_1$  точки  $B$  лежит перед проекцией  $d_1$  прямой  $d$ . Значит точка  $B$  в пространстве расположена впереди прямой  $d$ . Аналогичные соображения позволяют определить, что точка  $C$  лежит позади прямой  $d$ , точка  $D$  расположена над прямой, точка  $E$  под прямой, а точка  $F$  за и под прямой  $d$ .

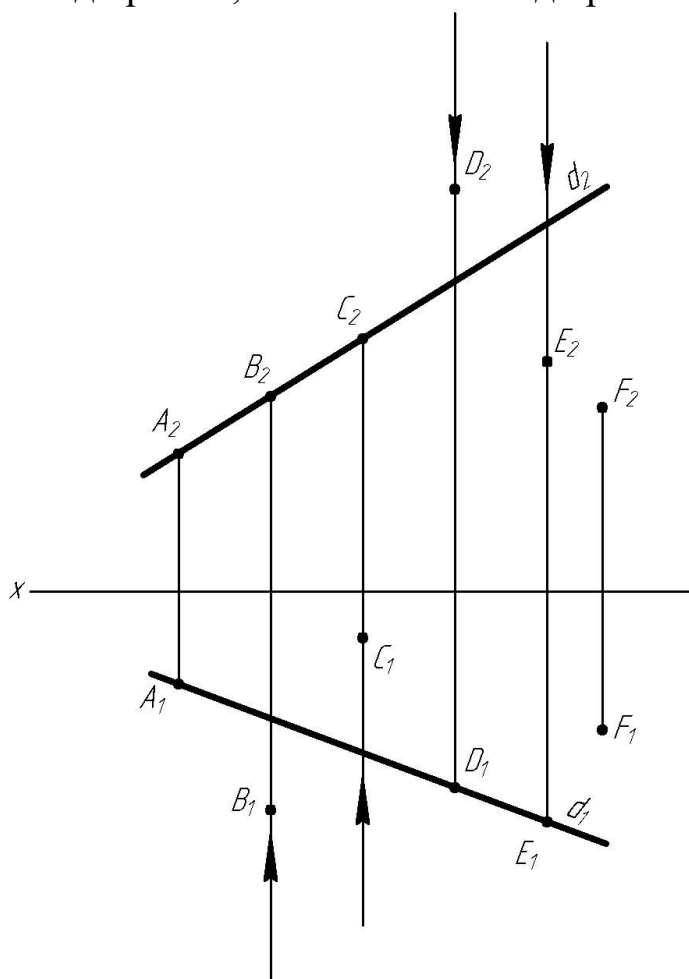


Рис. 16

Для определения расположения точки относительно профильной прямой следует воспользоваться их профильными проекциями. Умение определять положение точки относительно прямой применяется для определения видимости проекций точек. Так, фронтальная проекция  $B_2$  точки  $B$  видима, ибо она расположена перед прямой  $d$ , фронтальная проекция  $C_2$  точки  $C$  — невидима, ибо расположена за прямой  $d$  (закрывается этой прямой). Аналогично горизонтальная проекция  $D_1$  точки  $D$  — видимая,  $E_1$  — невидимая.

### 3.4. Относительное положение двух прямых 两条直线的相对位置

Две прямые в пространстве могут пересекаться, быть параллельными, или мимолетными. Скрещивающиеся прямые — это такие прямые, которые не пересекаются, то есть не имеют общей точки и не параллельны между собой. Рассмотрим комплексные рисунки двух прямых и определим признаки, по которым определяется их взаимное положение в пространстве. Если прямые пересекаются, то они имеют общую точку. В общем случае одноименные проекции таких прямых пересекаются, а точки пересечения одноименных проекций лежат на одной линии проекционной связи, ибо они являются двумя проекциями одной общей точки этих прямых.

На рис. 16 а)  $a_1 \cap b_1 = A_1$ ,  $a_2 \cap b_2 = A_2$ ,  $A_1 A_2 \perp x$ . Это означает, что  $a(a_1, a_2)$  и  $b(b_1, b_2)$  в пространстве пересекаются.

В отдельных случаях одна пара одноименных проекций может совпадать (рис. 16 б).

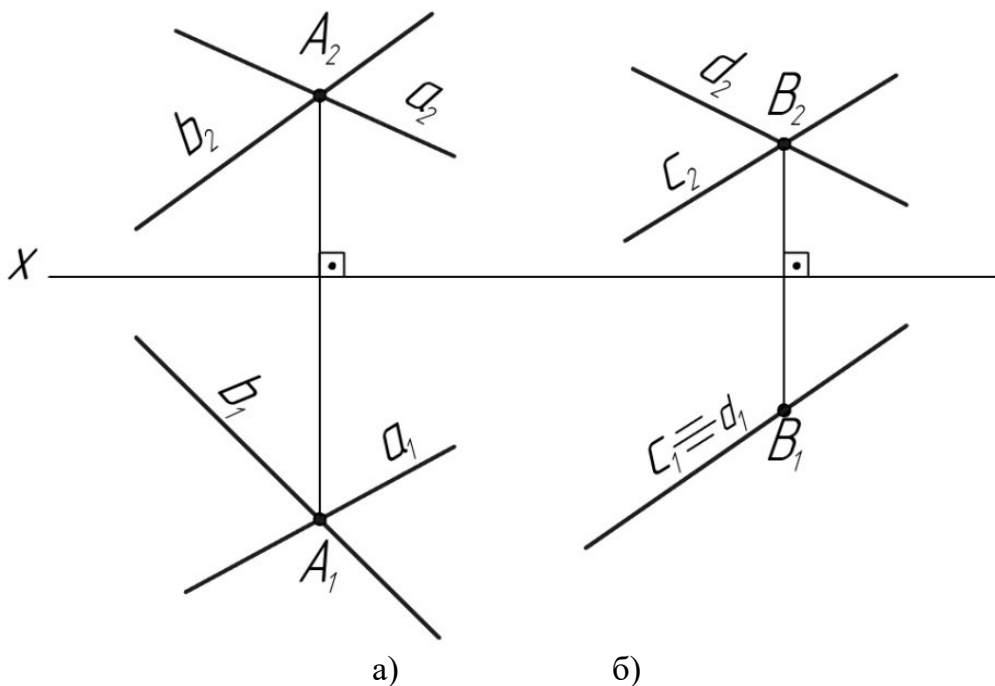


Рис. 16

Для определения точки пересечения двух профильных прямых надо построить их профильные проекции. Одноименные проекции двух параллельных прямых, в общем случае, взаимно параллельны (рис. 3.7 а).  $a_1 \parallel b_1$ ,  $a_2 \parallel b_2 \rightarrow a \parallel b$ . В отдельном случае одна пара параллельных прямых может совпадать (рис. 17 б).

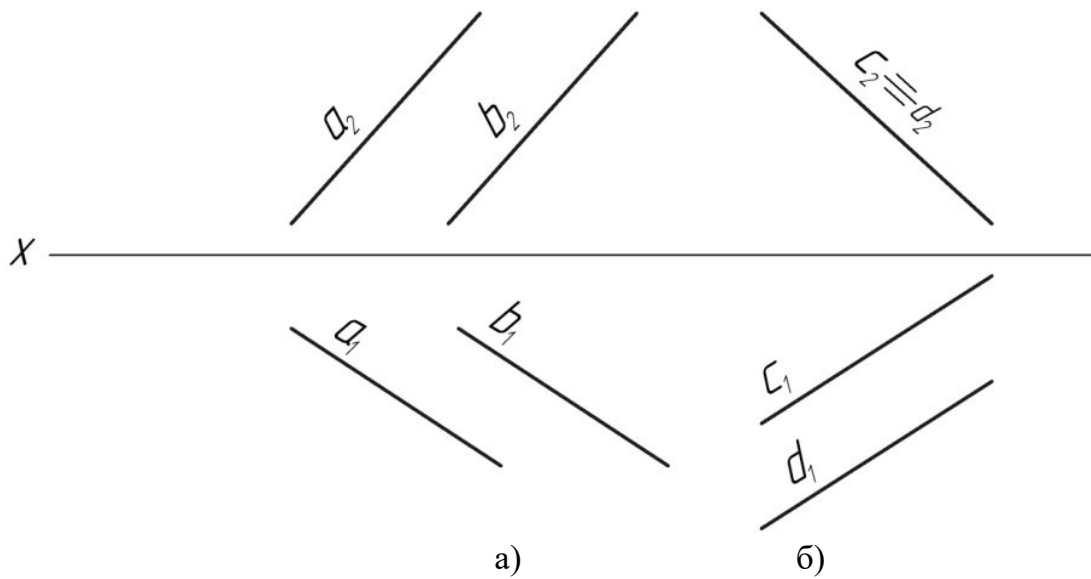


Рис. 17

Для определения параллельности двух профилей прямых надо иметь их профили. Одноименные проекции скрещивающихся прямых в общем случае пересекаются, но точки пересечения не лежат на одной линии проекционной связи (рис. 18). В точках пересечения одноименных проекций совпадают проекции двух разных точек, одна из которых принадлежит одной из заданных прямых  $a(a_1, a_2)$ , а другая – второй  $b(b_1, b_2)$ .

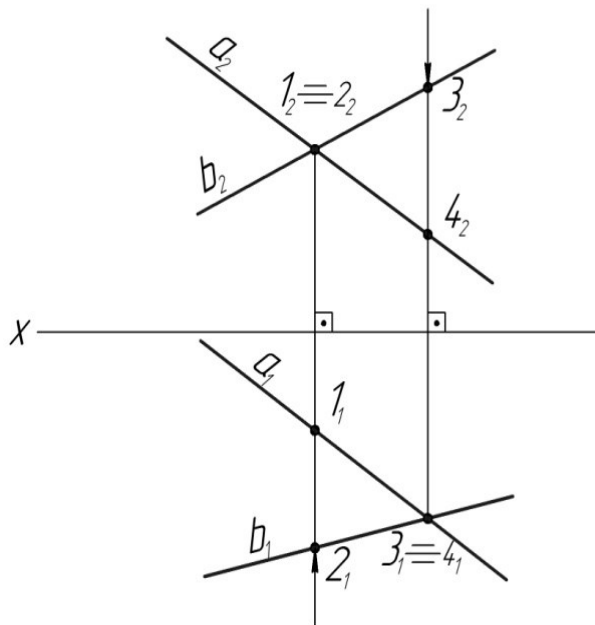


Рис. 18

$a_2 \cap b_2 = 1_2 \equiv 2_2$ .  $1 \subset a$ , т.к.  $1_1 \subset a_1$ ,  $1_2 \subset a_2$ .  $2 \subset b$ , т.к.  $2_1 \subset b_1$ ,  $2_2 \subset b_2$ .  
 $a_1 \cap b_1 = 3_1 \equiv 4_1$ .  $3 \subset b$ , т.к.  $3_1 \subset b_1$ ,  $3_2 \subset b_2$ .  $4 \subset a$ , или  $4_1 \subset a_1$ ,  $4_2 \subset a_2$ .

Прямые  $a$  и  $b$  не имеют общей точки, следовательно являются скрещивающимися.

Две точки, одна пара одноименных проекций которых совпадает, называются конкурирующими, они конкурируют в вопросе видимости относительно плоскостей проекций. На рис. 18 точки 1 и 2 конкурируют относительно  $\Pi_2$ , т.к.  $1_2 \equiv 2_2$ . Фронтальная проекция  $2_2$  точки 2 видна, ибо точка 2 находится перед точкой 1, что следует из расположения горизонтальных проекций  $1_1$  и  $2_1$  этих точек. Образно говоря, прямая  $b$  «закрывает» точку 1 на прямой  $a$ . Аналогичные соображения относительно точек 3 и 4 приводят к выводу: горизонтальная проекция  $3_1$  – видимая, прямая  $b$  «закрывает» точку 4 на прямой  $a$ . Одна пара одноименных проекций скрещивающихся прямых может быть взаимно параллельна (рис. 19).

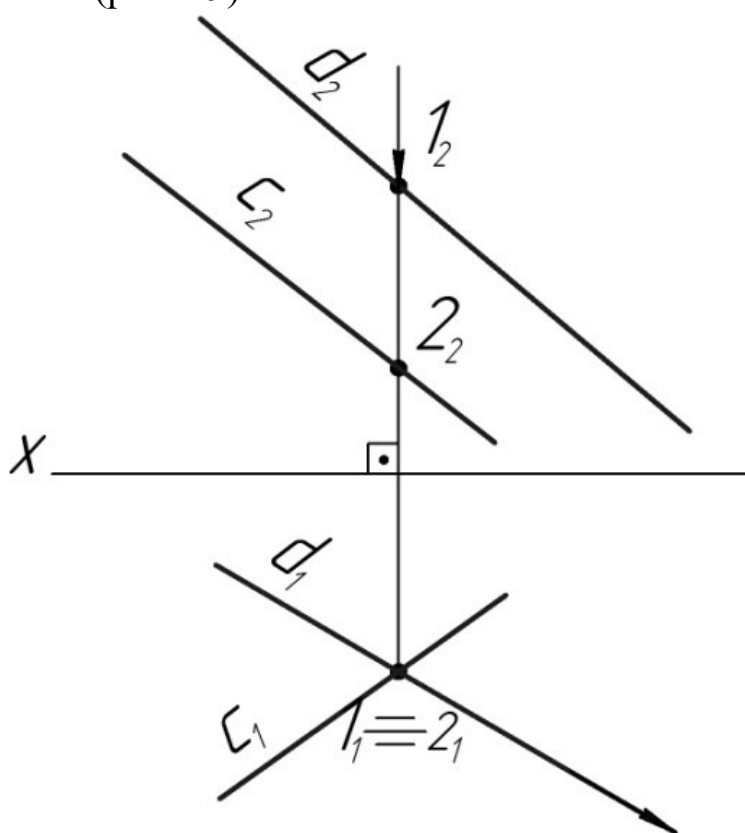


Рис. 19

Выше отмечалось, что для определения взаимного положения профильных прямых надо построить их профильные проекции. Это проиллюстрировано на рис. 20. Изображенные на нем прямые  $AB$  и  $CD$  являются скрещивающимися. Если бы профильные проекции таких прямых оказались бы взаимно параллельными, или совпадали, то эти прямые в пространстве были бы взаимно параллельными.

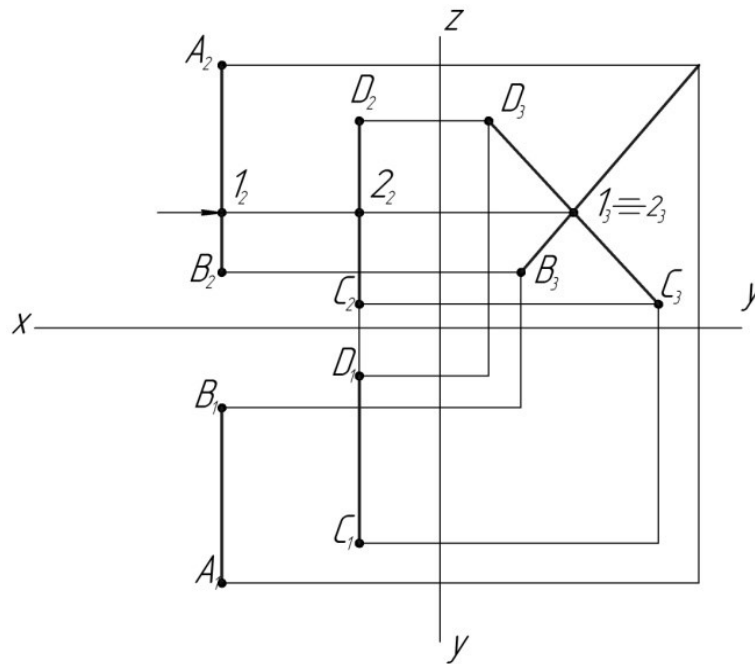


Рис. 20

Остановимся еще на одном случае прямых, пересекающихся под прямым углом в пространстве. Если сторона прямого угла есть прямая общего положения, то его проекция не является прямым углом и наоборот, если одноименные проекции двух прямых общего положения составляют прямой угол, то в пространстве такие прямые пересекаются не под прямым углом. Может ли быть проекция прямого угла тоже прямым углом?

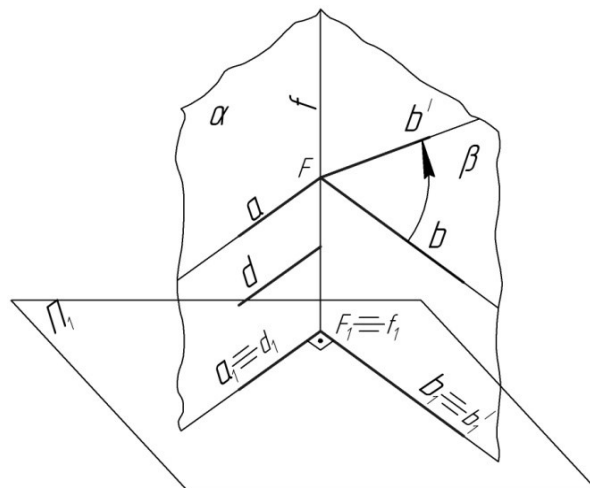


Рис. 21

Рассмотрим прямой угол  $aFb$ , стороны которого параллельны плоскости проекций  $\Pi_1$  (рис. 21). Если  $a \parallel \Pi_1 \rightarrow a \parallel a_1$ , если  $b \parallel \Pi_1 \rightarrow b$

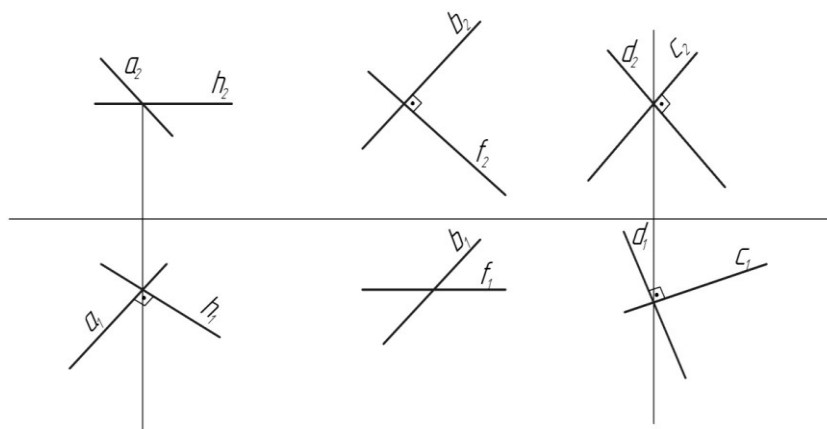
$\parallel b_1$ . Следовательно, проекция  $a_1F_1b_1$  прямого угла  $aFb$  является также прямым углом.

Проведем через стороны прямого угла две плоскости проецируя эти стороны на плоскость  $\Pi_1$ ,  $\alpha \supset a$ ,  $\alpha \perp \Pi_1$ ;  $\beta \supset b$ ,  $\beta \perp \Pi_1$ . Эти плоскости образуют прямой двугранный угол. Его ребро  $f = \alpha \cap \beta$  перпендикулярное к  $\Pi_1$  является проецирующей прямой вершины прямого угла  $F$ . Если сторону  $a$  зафиксировать в плоскости поперек и вокруг нее, как вокруг оси, повернуть сторону  $b$  на произвольный угол в любом направлении, например в направлении, показанном стрелкой, в положение  $b'$ , то сторона  $b$  в процессе вращения не выйдет из плоскости  $\beta$ , т.к.  $a \perp \beta$ . Значит угол  $aFb'$  есть прямой. Также прямым углом является его проекция  $a_1F_1b'_1$ .

**Вывод:** если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а вторая сторона является какой — либо прямой общего положения, то проекция такого прямого угла будет тоже прямой углом. Это открытие называется теоремой о прямой угловой проекции.

Перпендикулярность двух прямых будем рассматривать в широком смысле, две прямые считаются взаимно перпендикулярными, если они даже не пересекаются, например прямые  $b$  и  $d - b \perp d$ ,  $b \not\parallel d$ .

На комплексном рисунке (рис. 22) заданы проекции взаимно перпендикулярных прямых  $h \perp a$  и  $f \perp b$ . Прямые  $c$  ( $c_1, c_2$ ) и  $d$  ( $d_1, d_2$ ) в пространстве не перпендикулярны между собой, ибо ни одна из них не параллельна ни к  $\Pi_1$ , ни к  $\Pi_2$ , а значит не удовлетворяют теореме о проекции прямого угла.



$a (a_1, a_2) \perp h (h_1, h_2)$   
т.к.  $h \parallel \Pi_1, a_1 \wedge h_1 = 90^\circ$

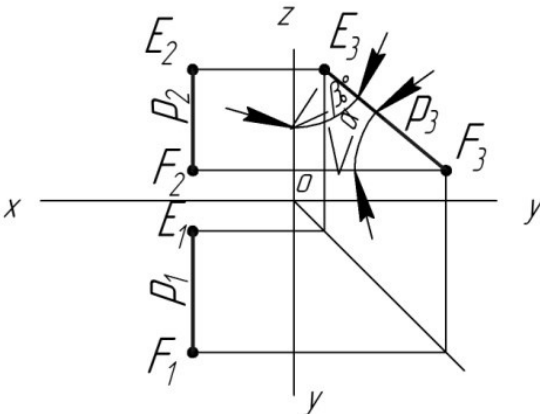
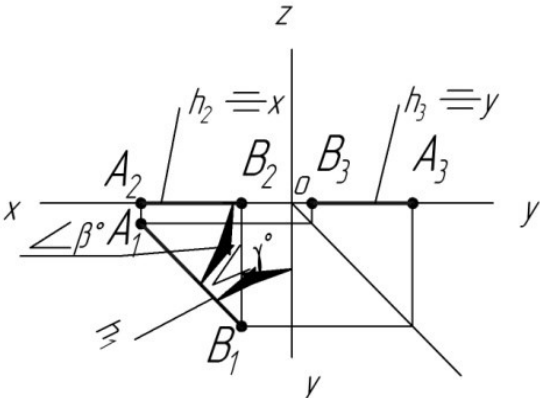
$f \perp b$   
т.к.  $f \parallel \Pi_2$

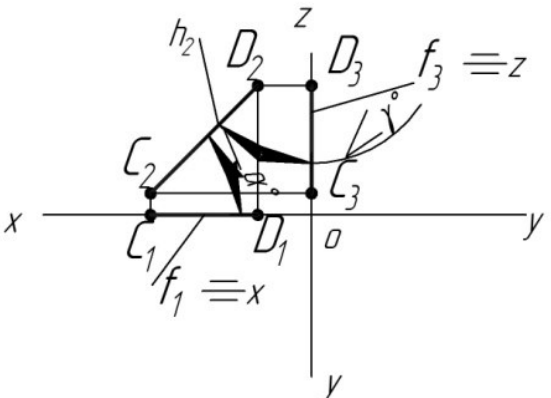
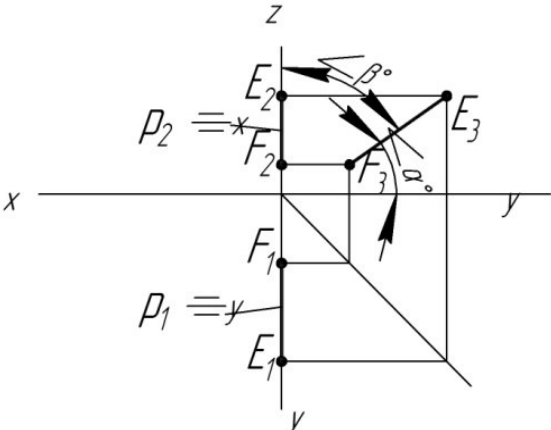
$c \not\perp d$

Рис. 22

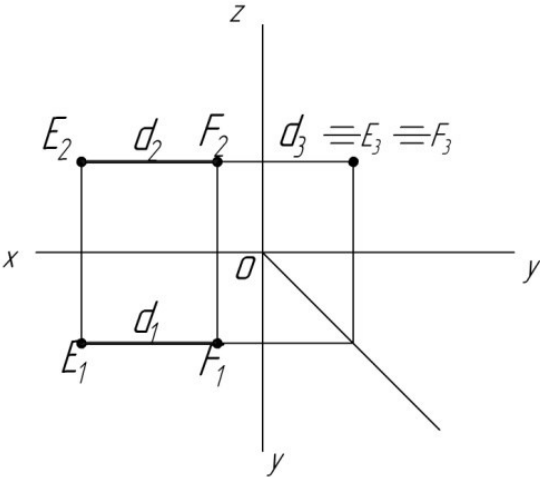
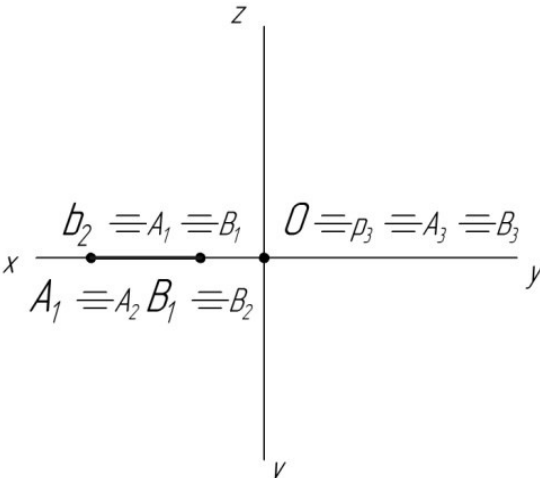
Таблица 3

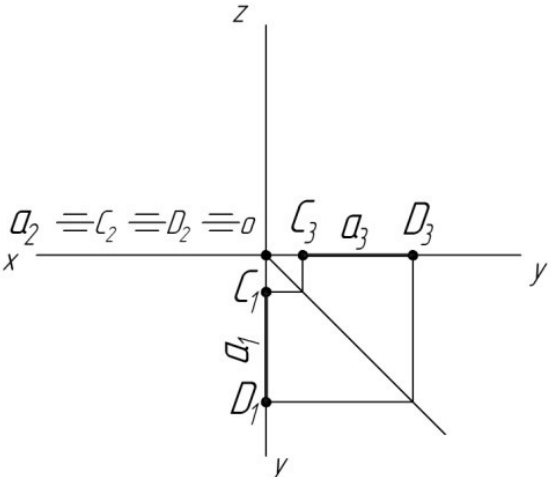
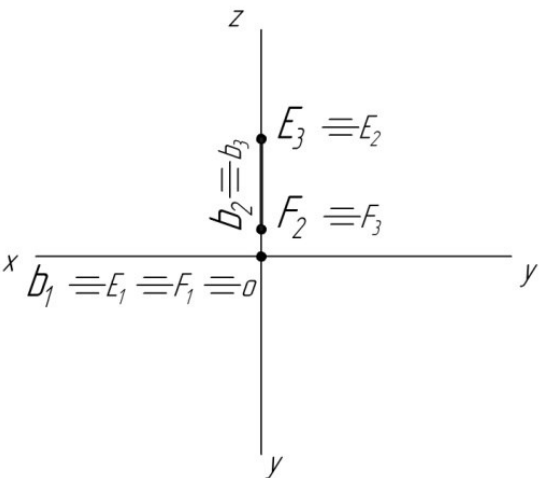
Название прямой и ее положение в пространстве		Признак прямой по координатам ее точек	Эскиз комплексного рисунка (эпюра) прямой	Признаки прямой по комплексному рисунку
Прямые уровня	Горизонтальная (горизонталь) $h$ , $h \parallel \Pi_1$	Координаты $z$ каждой точки прямой имеют одно и то же значение $z_A = z_B = \dots = z_N$		$h_2 \parallel x, h_3 \parallel y$ $h_2, h_3 \perp z$ $A_1 B_1 = AB = HB_{AB}$ $\beta^\circ =$ угол наклона $h$ к $\Pi_2$ $\gamma^\circ =$ наклон $h$ к $\Pi_3$
	Фронтальная (фронталь) $f$ , $f \parallel \Pi_2$	Координаты $y$ каждой точки прямой имеют одно и то же значение $y_C = y_D = \dots = y_N$		$f_1 \parallel x, f_3 \parallel z$ $f_1, f_3 \perp y$ $C_2 D_2 = CD = HB_{CD}$ $\alpha^\circ =$ угол наклона $f$ к $\Pi_1$ $\gamma^\circ =$ угол наклона $f$ к $\Pi_3$

	Профильная $p$ , $p \parallel \Pi_3$	Координаты $x$ каждой точки прямой имеют одно и то же значение $x_E = x_F = \dots = x_N$		$p_1 \parallel y, p_2 \parallel z$ $p_1, p_2 \perp x$ $E_3F_3 = EF = HB_{EF}$ $\alpha^\circ =$ угол наклона $p$ к $\Pi_1$ $\beta^\circ =$ угол наклона $p$ к $\Pi_2$
Прямые в плоскостях проекций	Горизонталь $h$ (нулевого уровня) $h \subset \Pi_1$	Координаты $z$ каждой точки прямой равны 0. $z_A = z_B = \dots = z_N = 0$		$h_2 \equiv x, h_3 \equiv y$ $A_1B_1 = AB = HB_{AB}$ $\beta^\circ$ к $\gamma^\circ$ углам наклона прямой $h$ к $\Pi_2$ и $\Pi_3$ соответственно

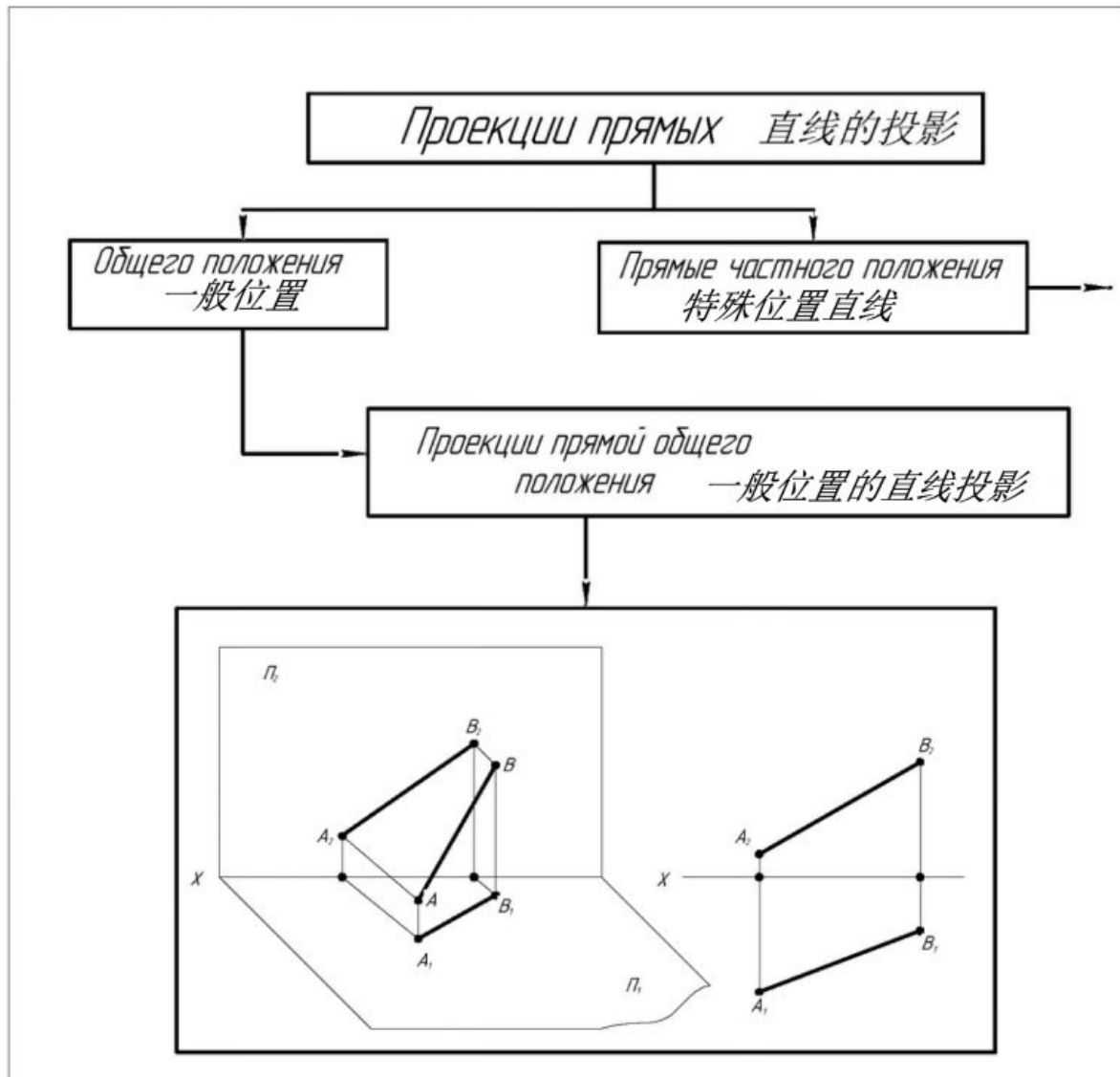
<p>Фронталь <math>f</math> (нулевого уровня) <math>f \subset \Pi_2</math></p>	<p>Координаты <math>y</math> каждой точки прямой равны 0. <math>y_C = y_D = \dots = y_N = 0</math></p>		<p><math>f_1 \equiv x, f_3 \equiv z</math> <math>C_2D_2 = CD = HB_{CD}</math> <math>\alpha^\circ</math> и <math>\gamma^\circ</math> равны углам наклона прямой <math>f</math> к <math>\Pi_1</math> и <math>\Pi_3</math> соответственно</p>
<p>Профильная <math>p</math> (нулевого уровня) <math>p \subset \Pi_3</math></p>	<p>Координаты <math>x</math> каждой точки прямой равны 0. <math>x_E = x_F = \dots = x_N = 0</math></p>		<p><math>p_1 \equiv y, p_2 \equiv z</math> <math>E_3F_3 = EF = HB_{EF}</math> <math>\alpha^\circ</math> и <math>\beta^\circ</math> равняются углам наклона прямой <math>p</math> к <math>\Pi_1</math> и <math>\Pi_2</math> соответственно</p>

Проецирующие прямые	<p>Горизонтально проецирующая прямая <math>b</math>.</p> <p><math>b \perp \Pi_1</math>  <math>b \parallel z</math>  <math>b \parallel \Pi_2</math> и <math>\Pi_3</math></p>	<p>Координаты <math>x</math> и <math>y</math> каждой прямой точки имеют одинаковые значения.</p> <p><math>x_A = x_B = \dots = x_N</math>  <math>y_A = y_B = \dots = y_N</math></p>		<p><math>b_1 \equiv A_1 \equiv B_1</math> – точка (вырожденная проекция прямой <math>b</math>).</p> <p><math>A_2B_2 = A_3B_3 = HB_{AB}</math>  <math>b_2 \parallel b_3</math>. <math>b_2</math>,  <math>b_3 \parallel z</math>  <math>b_2 \perp x</math>, <math>b_3 \perp y</math></p>
	<p>Фронтально проецирующая прямая <math>a</math>.</p> <p><math>a \perp \Pi_2</math>  <math>a \parallel y</math>  <math>a \parallel \Pi_1</math> и <math>\Pi_3</math></p>	<p>Координаты <math>x</math> и <math>z</math> каждой прямой точки имеют одинаковые значения.</p> <p><math>x_C = x_D = \dots = x_N</math>  <math>z_C = z_D = \dots = z_N</math></p>		<p><math>a_2 \equiv C_2 \equiv D_2</math> – точка (вырожденная проекция прямой <math>a</math>).</p> <p><math>C_1D_1 = C_3D_3 = HB_{CD}</math>  <math>a_1 \parallel y</math>, <math>a_3 \parallel y</math>  <math>a_1 \perp x</math>, <math>a_3 \perp z</math></p>

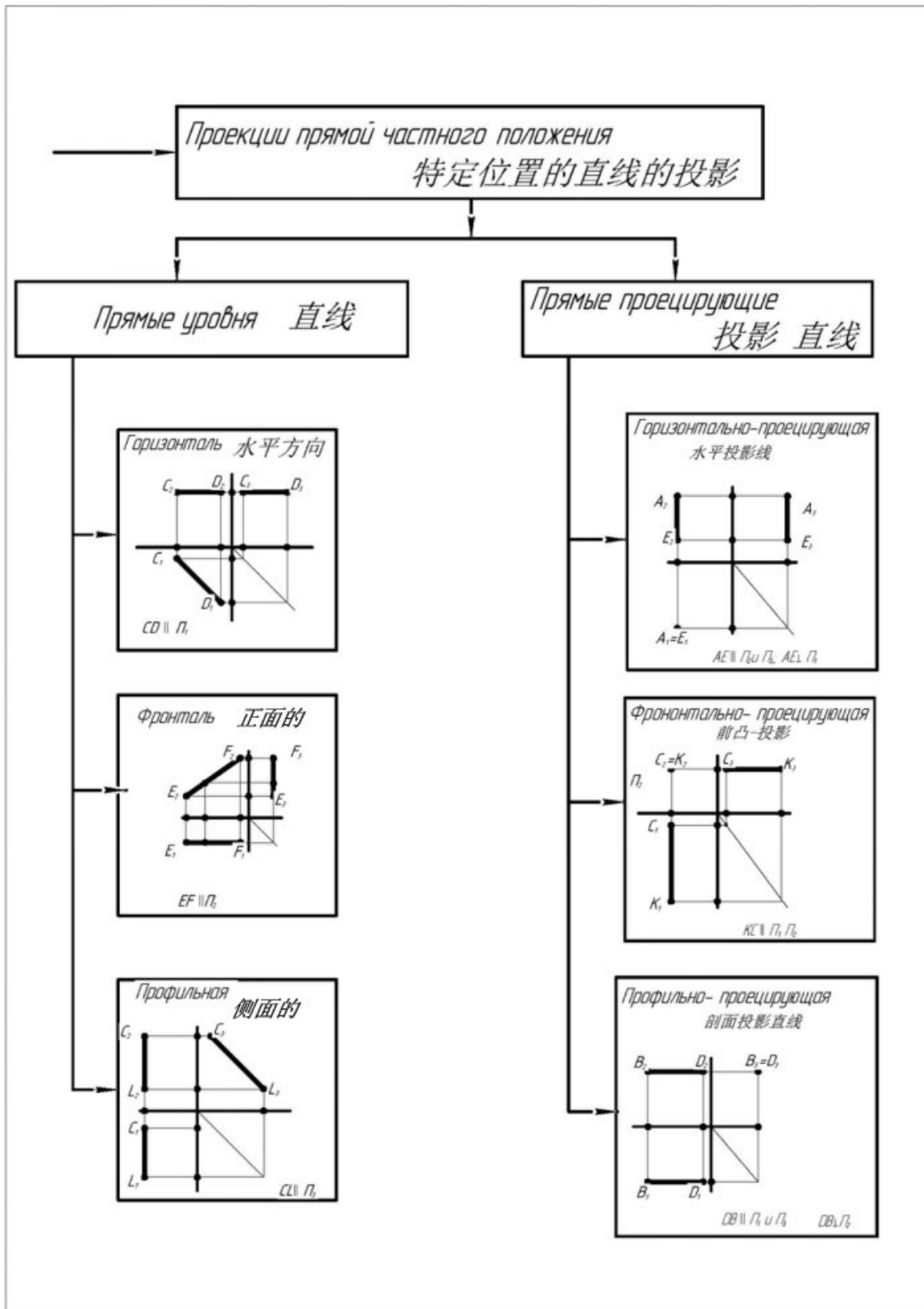
<p>Профильно проецирующая прямая <math>d</math>.</p> <p><math>d \perp \Pi_3</math></p> <p><math>d \parallel x</math></p> <p><math>d \parallel \Pi_1</math> и <math>\Pi_2</math></p>	<p>Координаты <math>y</math> и <math>z</math> каждой прямой точки имеют одинаковые значения. <math>y_E = y_F = \dots = y_N</math></p> <p><math>z_E = z_F = \dots = z_N</math></p>		<p><math>d_3 \equiv E_3 \equiv F_3</math> – точка (вырожденная проекция прямой <math>d</math>).</p> <p><math>E_1F_1 \parallel x</math>, <math>E_1F_1 \parallel \Pi_1</math> и</p> <p><math>E_1F_1 = E_2F_2 = HB_{EF}</math></p>
<p>Прямая <math>p \equiv x</math></p> <p><math>p \subset \Pi_1</math> и <math>\Pi_2</math></p>	<p>Координаты <math>y</math> и <math>z</math> каждой точки прямой равны 0</p> <p><math>y_A = y_B = \dots = y_N = 0</math></p> <p><math>z_A = z_B = \dots = z_N = 0</math></p>		<p><math>p_3 \equiv A_3 \equiv B_3</math> – точка (начало координат <math>O</math>).</p> <p><math>A_1B_1 = A_2B_2 = HB_{AB}</math></p>

<p>Пряма <math>a \equiv y</math>  <math>a \subset \Pi_1</math> и <math>\Pi_3</math></p>	<p>Координаты <math>x</math> и <math>z</math> каждой точки прямой равны 0.  <math>x_C = x_D = \dots = x_N = 0</math>  <math>z_C = z_D = \dots = z_N = 0</math></p>		<p><math>a_2 \equiv C_2 \equiv D_2 = O</math> – точка (начало координат <math>O</math>).  <math>C_1D_1 = C_3D_3 = HB_{CD}</math></p>
<p>Прямая <math>b \equiv z</math>  <math>b \subset \Pi_2</math> и <math>\Pi_3</math></p>	<p>Координаты <math>x</math> и <math>y</math> каждой точки прямой равны 0.  <math>x_E = x_F = \dots = x_N = 0</math>  <math>y_E = y_F = \dots = y_N = 0</math></p>		<p><math>b_1 \equiv E_1 \equiv F_1 = O</math> – точка (начало координат <math>O</math>).  <math>E_2F_2 = E_3F_3 = HB_{EF}</math></p>

Блок-схема 5 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 6 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



### 3.5. Варианты тестовых вопросов

#### 测试题选项

1. Как называется прямая, фронтальная и профильная проекции которой параллельны оси  $z_{23}$ ?

一条直线的正面投影和侧面投影都平行于  $z_{23}$  轴，这条直线叫什么？

- 1) Профильная прямая
- 2) Профильно — проектирующая прямая.
- 3) Фронтально — проектирующая прямая.
- 4) Горизонтально — проецирующая прямая

2. Какие прямые называются проецирующими прямыми?

什么样的直线叫做投影面垂直线（投射直线）？

- 1) Не параллельные ни одной плоскости проекций
- 2) Параллельные к одной плоскости
- 3) Параллельные к двум плоскостям проекций
- 4) Параллельные до трех плоскостей проекций

3. Как называется прямая, фронтальная и горизонтальная проекции которой перпендикулярны оси  $x_{12}$ ?

一条直线的正面投影和水平投影都垂直于  $x_{12}$  轴，这条直线叫什么？

- 1) Фронтально проецирующая прямая.
- 2) Горизонтальная прямая.
- 3) Профильная прямая.
- 4) Профильно проецирующая прямая

4. Как называется прямая, горизонтальная проекция которой перпендикулярна оси  $x_{12}$ , а профильная перпендикулярна оси  $z_{23}$ ?

一条直线的水平投影垂直于  $x_{12}$  轴，侧面投影垂直于  $z_{23}$  轴，这条直线叫什么？

- 1) Профильно-проецирующая прямая
- 2) Фронтально проецирующая прямая.
- 3) Горизонтально-проецирующая прямая.
- 4) Фронтальная прямая.

5. Как называется прямая, фронтальная и горизонтальная проекции которой параллельны оси  $x_{12}$ ?

什么是平行于  $x_{12}$  轴的直线、正面和水平投影？

- 1) Фронтально-проецирующая прямая.
- 2) Горизонтально-проецирующая прямая.

- 3) Фронтальная прямая.
- 4) Профильно-проецирующая прямая

6. Какие прямые называются прямыми общего положения?  
哪些直线被称为一般位置的直线?

- 1) Не параллельны ни одной плоскости проекций.
- 2) Параллельные к одной плоскости проекций.
- 3) Параллельные к двум плоскостям проекций.
- 4) Перпендикулярные к одной плоскости проекций.

7. Какие прямые называются прямыми уровня?

哪些直线被称为水平直线?

- 1) Не параллельны ни одной плоскости проекций.
- 2) Параллельные к одной плоскости проекций.
- 3) Параллельные к двум плоскостям проекций.
- 4) Перпендикулярные к одной плоскости проекций.

8. Как называется прямая, у которой горизонтальная и фронтальная проекции расположено под произвольными углами к оси  $x_{12}$  (углы не равны  $0^\circ$  и  $90^\circ$ )?

直线叫什么名字? 其中水平投影和正面投影位于与  $x_{12}$  轴任意角度 (角度不等于  $0^\circ$  和  $90^\circ$ ) ?

- 1) Прямая общего положения.
- 2) Горизонтальная прямая.
- 3) Фронтальная прямая.
- 4) Профильная прямая.

9. Как называется прямая, у которой горизонтальная проекция параллельна оси  $x_{12}$ , а фронтальная наклонена к оси  $x_{12}$  под углом, который не равен  $0^\circ$  и  $90^\circ$ ?

直线叫什么名字? 其水平投影与  $x$  轴平行, 前表面相对于  $x_{12}$  轴呈倾斜状, 倾斜角度为  $x_{12}$  度。哪个角度不等于  $0^\circ$  和  $90^\circ$ ?

- 1) Прямая общего положения.
- 2) Фронтальная прямая.
- 3) Горизонтальная прямая.
- 4) Горизонтально — проецирующая прямая.

10. Как называется прямая, у которой фронтальная проекция параллельна оси  $x_{12}$ , а горизонтальная наклонена к оси  $x_{12}$  под углом, который не равен  $0^\circ$  и  $90^\circ$ ?

直线叫什么名字? 其前部投影与  $x_{12}$  轴平行, 且水平面以一定角度倾斜向  $x_{12}$  轴方向, 哪个角度不等于  $0^\circ$  和  $90^\circ$ ?

- 1) Прямая общего положения положения.
  - 2) Фронтальная прямая.
  - 3) Горизонтальная прямая.
  - 4) Горизонтально — проецирующая прямая.
11. Какая пара точек лежит на горизонтальной прямой?  
哪一对点位于水平直线上?
- 1)  $A(10, 20, 40); B(10, 30, 50)$
  - 2)  $C(20, 10, 40); D(30, 40, 40)$
  - 3)  $E(10, 20, 70); F(30, 20, 80)$
  - 4)  $M(20, 40, 30); N(60, 15, 20)$
12. Какая пара точек лежит на прямой общего положения?  
在一般位置的直线上, 哪一对点位于其上?
- 1)  $A(10, 20, 40); B(10, 30, 50)$
  - 2)  $C(20, 10, 40); D(30, 40, 40)$
  - 3)  $E(10, 20, 70); F(30, 20, 80)$
  - 4)  $M(20, 40, 30); N(60, 15, 20)$
13. Какая пара точек лежит на фронтальной прямой?  
哪一对点位于前直线上?
- 1)  $A(10, 20, 40); B(10, 30, 50)$
  - 2)  $C(20, 10, 40); D(30, 40, 40)$
  - 3)  $E(10, 20, 70); F(30, 20, 80)$
  - 4)  $M(20, 40, 30); N(60, 15, 20)$
14. Какая пара точек лежит на профильной прямой?  
哪一对点位于轮廓线上?
- 1)  $A(10, 20, 40); B(10, 30, 50)$
  - 2)  $C(20, 10, 40); D(30, 40, 40)$
  - 3)  $E(10, 20, 70); F(30, 20, 80)$
  - 4)  $M(20, 40, 30); N(60, 15, 20)$
15. Какая пара точек лежит на горизонтально — проецирующей прямой?  
哪一对点位于水平—投影线上?
- 1)  $A(10, 20, 40); B(10, 30, 50)$
  - 2)  $C(20, 10, 40); D(30, 40, 40)$
  - 3)  $E(10, 20, 70); F(30, 20, 80)$
  - 4)  $M(20, 40, 30); N(60, 15, 20)$
16. Какая пара точек лежит на профильно-проектирующей прямой?

哪一对点位于轮廓线——即设计线上？

- 1)  $A(20, 30, 20); B(20, 40, 20)$
- 2)  $C(10, 40, 40); D(10, 40, 30)$
- 3)  $E(20, 50, 10); F(30, 50, 10)$
- 4)  $M(40, 30, 16); N(30, 30, 60)$

17. Какая пара точек лежит на фронтально-проецирующей прямой?

哪一对点位于前向——投影直线上？

- 1)  $A(20, 30, 20); B(20, 40, 20)$
- 2)  $C(10, 40, 40); D(10, 40, 30)$
- 3)  $E(20, 50, 10); F(30, 50, 10)$
- 4)  $M(40, 30, 16); N(30, 30, 60)$

18. Через какие октанты проходит горизонтально-проецирующая прямая, если две ее точки находятся в первой?

如果一条水平投影面垂直线（铅垂线）的两个点位于第一卦限，该直线穿过哪些卦限？

- 1)  $I$  и  $II$
- 2)  $I$  и  $V$
- 3)  $I$  и  $IV$
- 4)  $I$  и  $III$

19. Через какие октанты проходит прямая, изображенная на рисунке 23?

图 23 中所示的直线穿过哪些卦限？

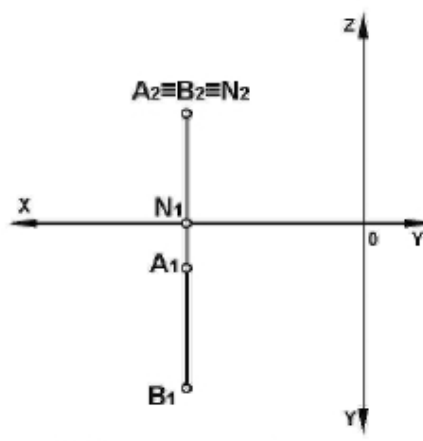


Рис. 23

- 1)  $I$  и  $II$
- 2)  $I$  и  $V$
- 3)  $I$  и  $IV$
- 4)  $I$  и  $III$

20. Через какие октанты проходит прямая, изображенная на рисунке 24?

图 24 中所示的直线穿过哪些卦限?

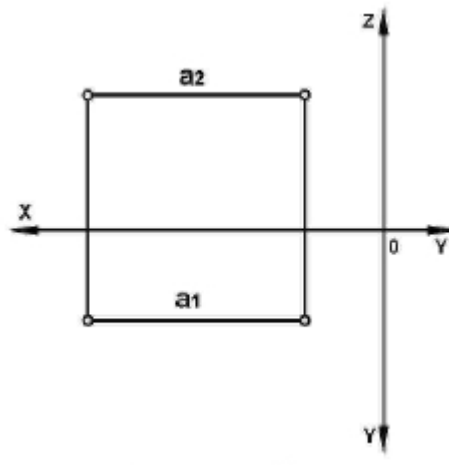


Рис. 24

- 1)  $I u II$
- 2)  $I u V$
- 3)  $I u IV$
- 4)  $I u III$

21. Через какие октанты проходит прямая, изображенная на рисунке 25?

图 25 中所示的直线穿过哪些卦限?

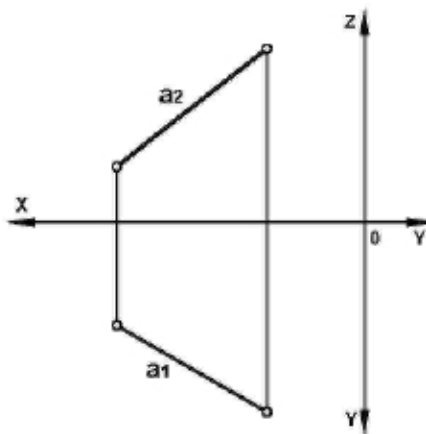


Рис. 25

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

22. Через какие октанты проходит прямая, изображенная на рисунке 26?

图 26 中所示的直线穿过哪些卦限？

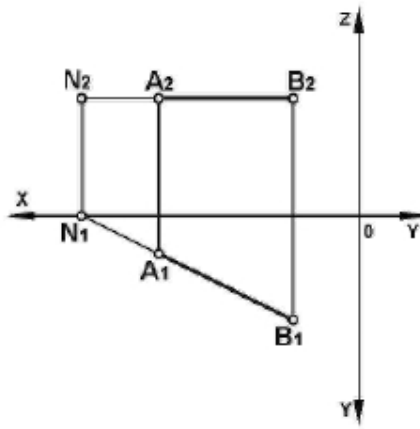


Рис. 26

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

23. Через какие октанты проходит прямая, изображенная на рисунке 27?

图 27 中所示的直线穿过哪些卦限？

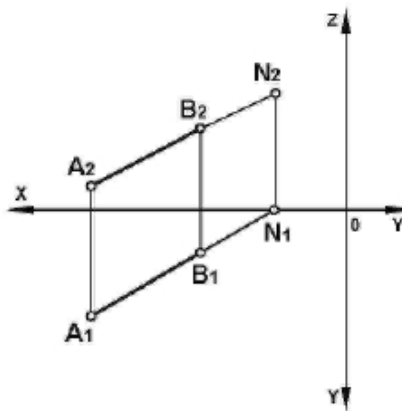


Рис. 27

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

24. Какая проекция горизонтальной прямой параллельна оси  $Ox$ ?

水平线的哪个投影平行于  $Ox$  轴?

- 1) Профильная
- 2) Горизонтальных
- 3) Фронтальная
- 4) Ни одна проекция не параллельна оси  $Ox$ .

25. Какая проекция фронтальной прямой параллельна оси  $Ox$ ?

正平线的哪个投影平行于  $Ox$  轴?

- 1) Профильная
- 2) Горизонтальных
- 3) Фронтальная
- 4) Ни одна проекция не параллельна оси  $Ox$ .

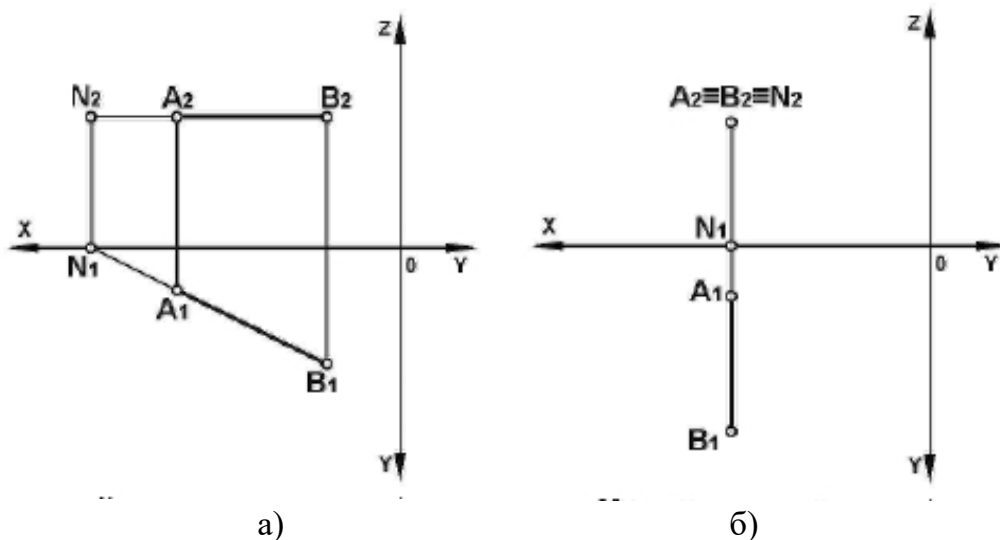
26. Какая проекция профильной прямой параллельна оси  $Ox$ ?

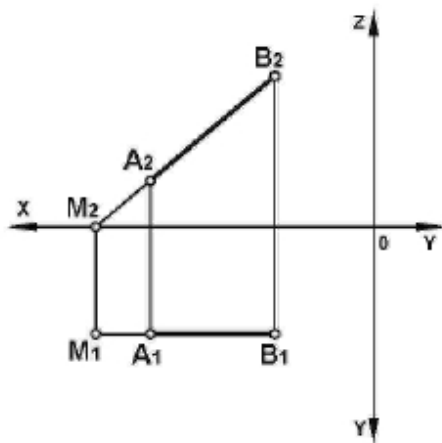
侧平线的哪个投影平行于  $Ox$  轴?

- 1) Профильная
- 2) Горизонтальных
- 3) Фронтальная
- 4) Ни одна проекция не параллельна оси  $Ox$ .

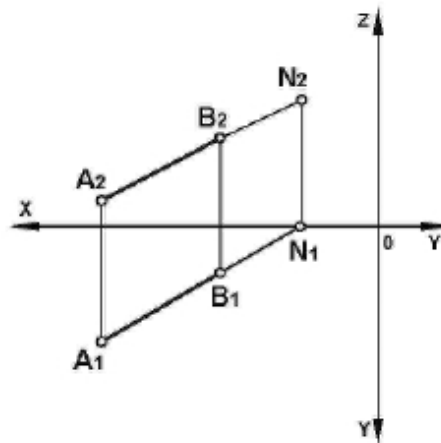
27. На каком рисунке построен горизонтальный след прямой  $AB$ ?

哪张图中绘制了直线  $AB$  的水平迹点?





в)



г)

28. Какой след имеет горизонтально-проецирующая прямая?  
铅垂线（水平投影直线）有哪种迹点？

- 1) Горизонтальный
- 2) Фронтальный
- 3) Профильный
- 4) Горизонтальный и профильный

29. Какой след имеет фронтально — проектирующая прямая?  
正垂线（正面投影直线）有哪种迹点？

- 1) Горизонтальный
- 2) Фронтальный
- 3) Профильный
- 4) Горизонтальный и профильный

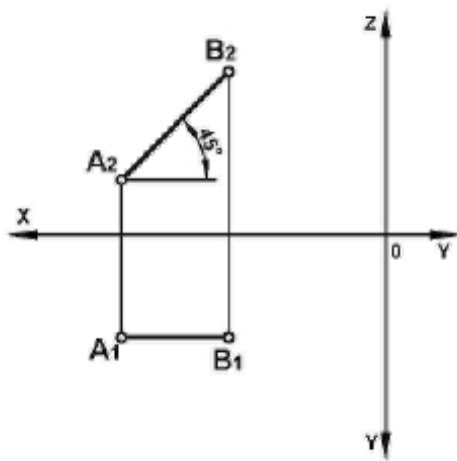
30. Какие плоскости проекций пересекает прямая общего положения?  
一般位置直线与哪些投影面相交？

一般位置直线与哪些投影面相交？

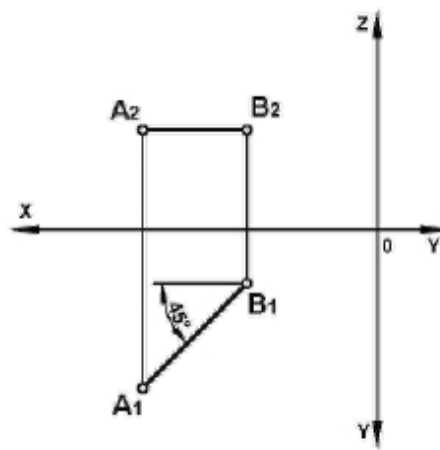
- 1) Только  $\Pi_1$
- 2) Только  $\Pi_2$
- 3) Пересекает все плоскости проекций
- 4)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$

31. На каком рисунке прямая наклонена под углом  $45^\circ$  к фронтальной плоскости проекций?  
哪张图中显示的直线与正面投影面成  $45^\circ$  角倾斜？

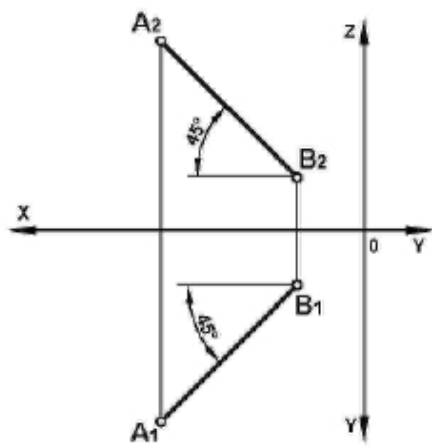
哪张图中显示的直线与正面投影面成  $45^\circ$  角倾斜？



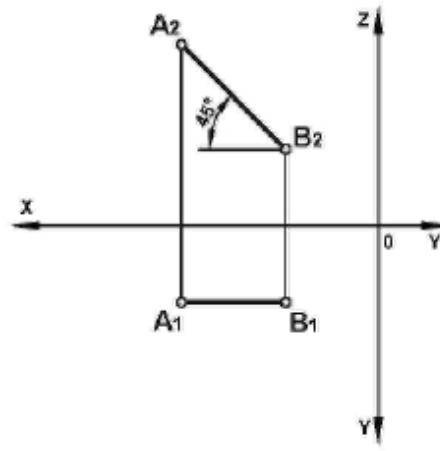
a)



б)



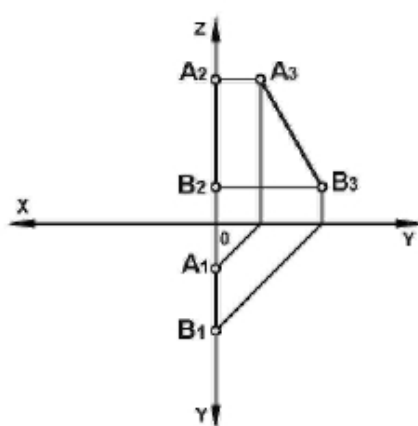
в)



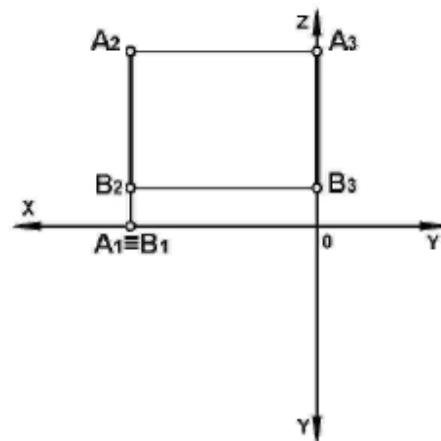
г)

32. На каком рисунке изображена профильно — проектирующая прямая?

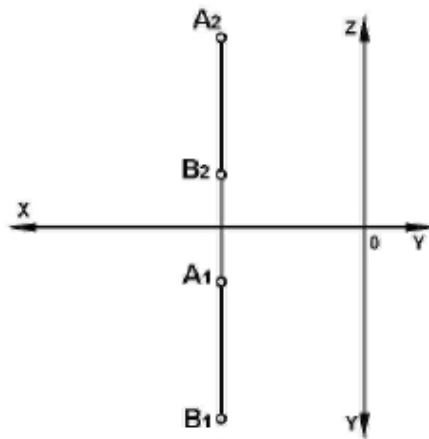
哪张图中显示的是侧垂线（侧面投影直线）？



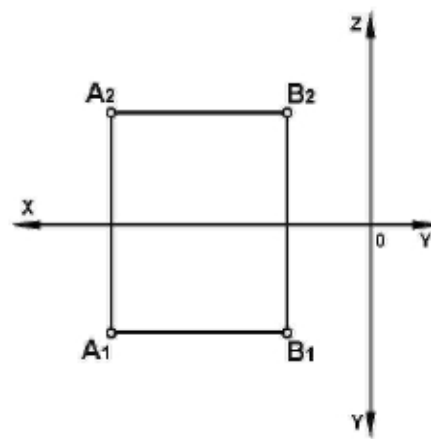
a)



б)



в)



г)

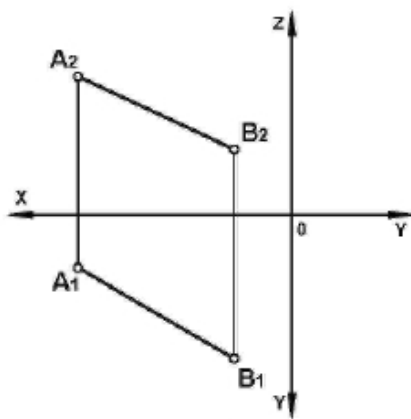
33. Какого следа не имеет горизонтальная прямая?  
水平线没有哪种迹点?

- 1) Горизонтального
- 2) Фронтального
- 3) Профильного

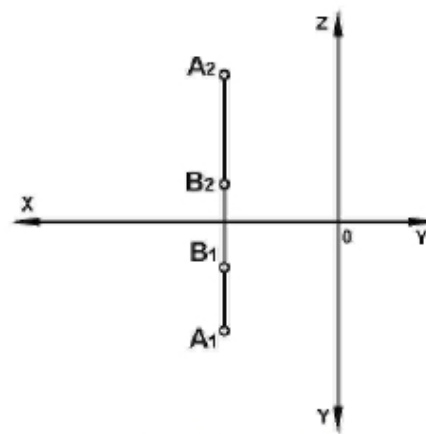
34. Какого следа не имеет фронтальная прямая?  
正平线没有哪种迹点?

- 1) Горизонтального
- 2) Фронтального
- 3) Профильного

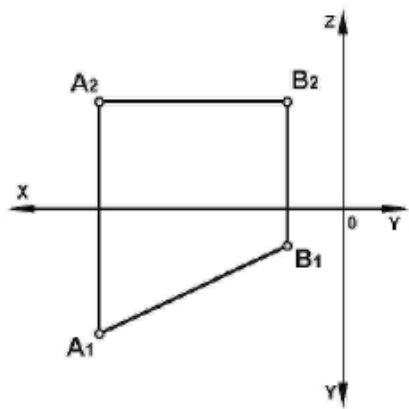
35. На каком рисунке изображена прямая общего положения?  
哪张图中显示的是一般位置直线?



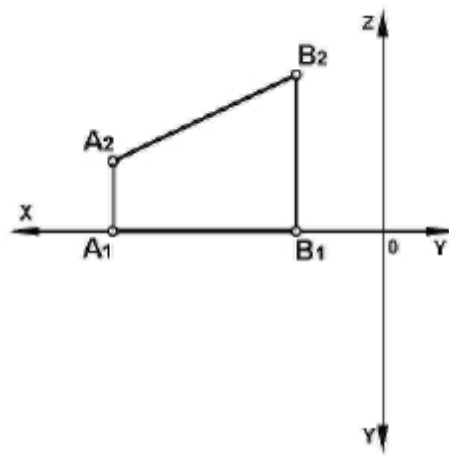
а)



б)

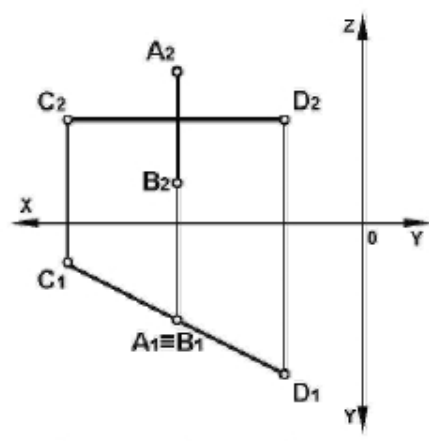


В)

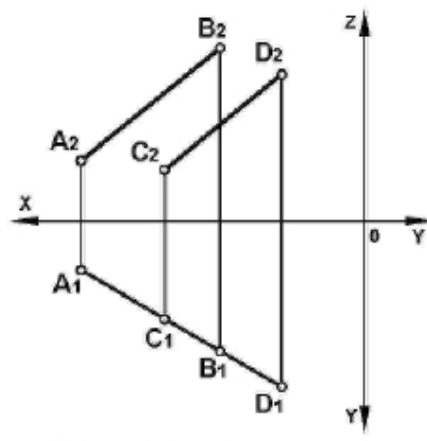


Г)

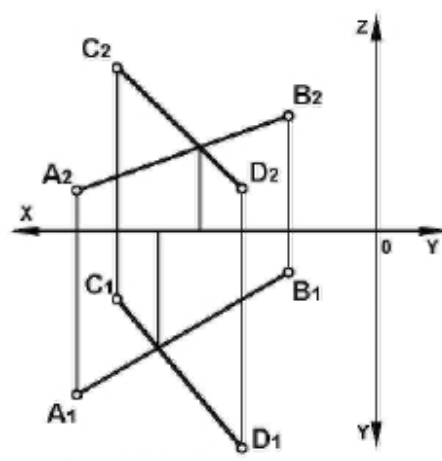
36. На каком рисунке изображены мимолетные прямые?  
哪幅画上描绘了转瞬即逝的直线?



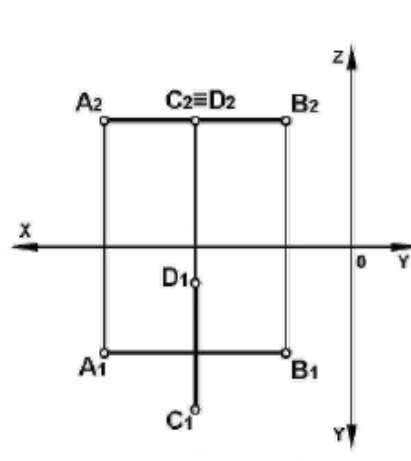
а)



б)

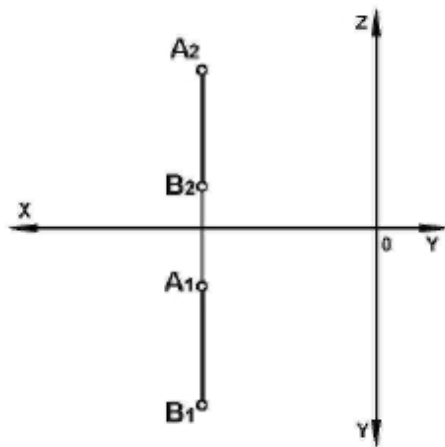


в)

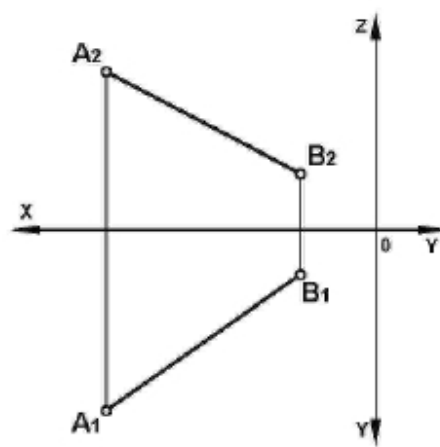


г)

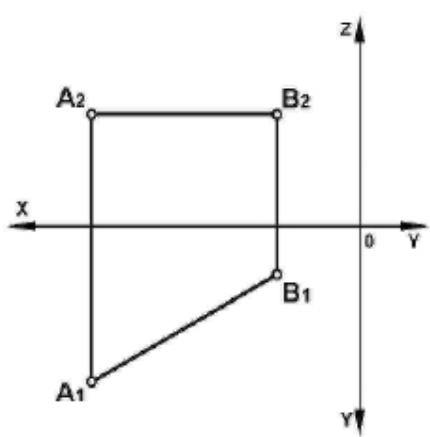
37. На каком рисунке одна из проекций прямой равна.  
在图中，直线的一个投影位于何处?



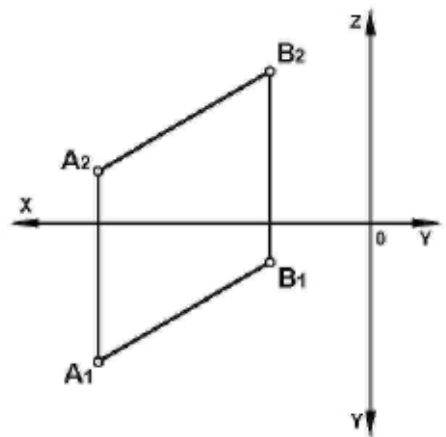
a)



б)

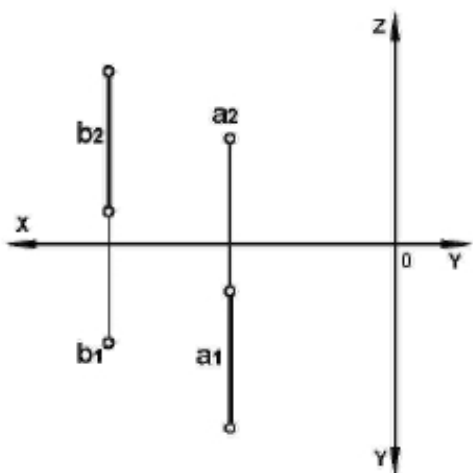


в)

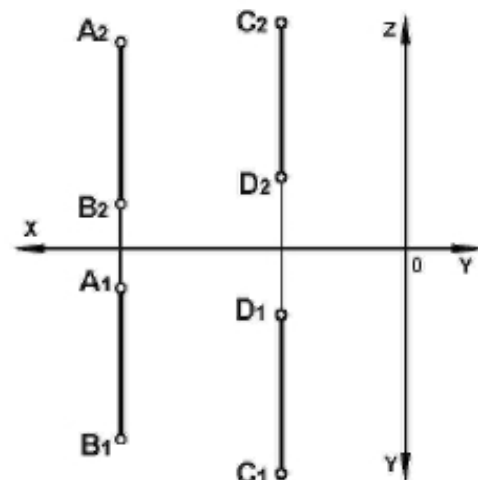


г)

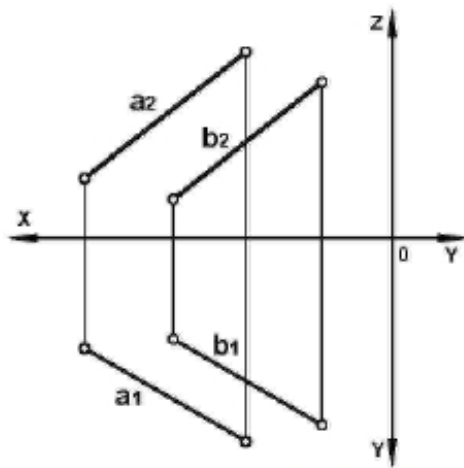
38. На каком рисунке показаны параллельные прямые?  
 在哪一张图中显示平行直线?



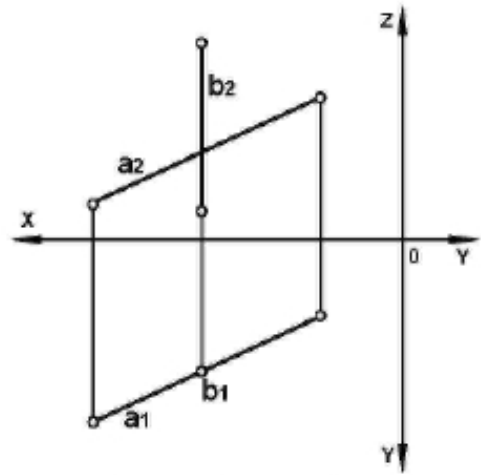
a)



б)

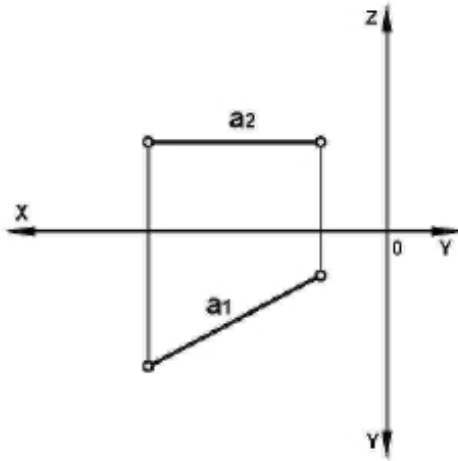


В)

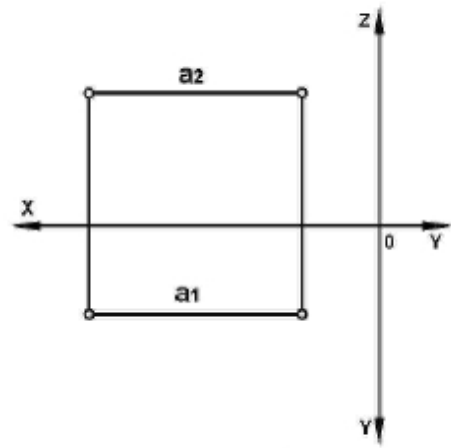


Г)

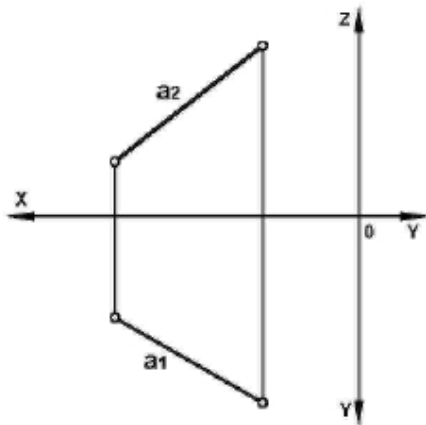
39. На каком рисунке изображена горизонтальная прямая?  
 图中描绘的是哪条水平直线?



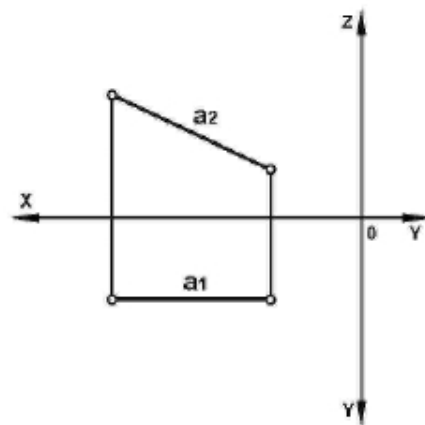
а)



б)



в)



г)

40. Определить взаимное положение прямых изображенных на рисунке 28.

确定图 28 中所示直线的相互位置。

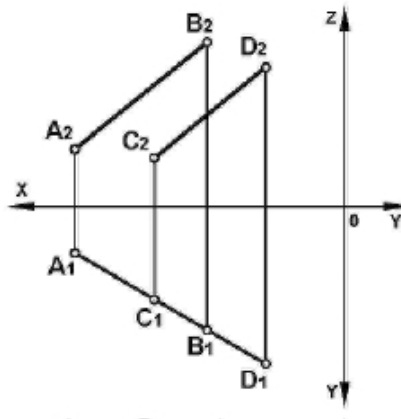


Рис. 28

- 1) Скрещивающиеся
- 2) Перпендикулярные
- 3) Параллельные
- 4) Пересекаются под прямым углом

41. Определить взаимное положение прямых изображенных на рисунке 29.

确定图 29 中所示直线的相互位置

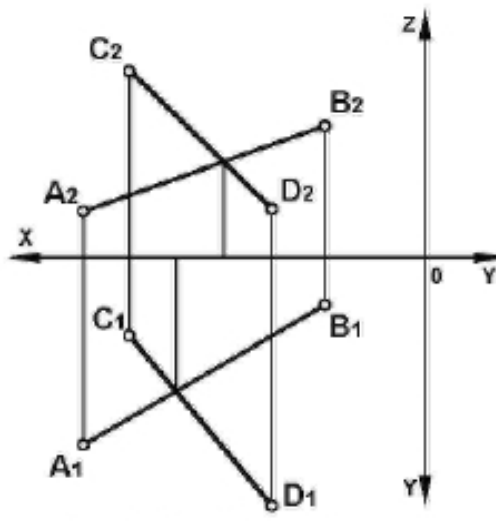


Рис. 29

- 1) Скрещивающиеся
- 2) Перпендикулярные
- 3) Параллельные
- 4) Пересекаются под прямым углом

42. Определить взаимное положение прямых изображенных на рисунке 30.

确定图 30 中所示直线的相互位置

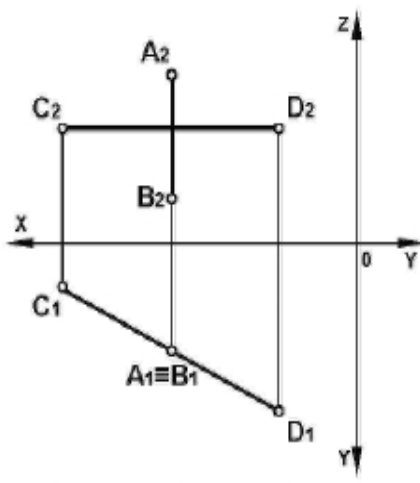


Рис. 30

- 1) Скрещивающиеся
- 2) Перпендикулярные
- 3) Параллельные
- 4) Пересекаются под прямым углом

43. Определить взаимное положение прямых изображенных на рисунке 31.

确定图 31 中所示的直线的相互位置

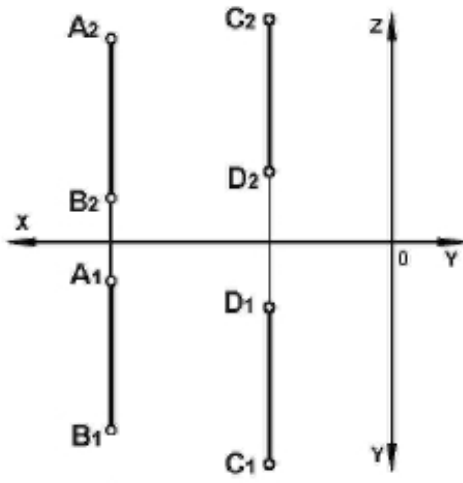


Рис. 31

- 1) Скрещивающиеся
- 2) Перпендикулярные
- 3) Параллельные
- 4) Пересекаются под прямым углом

44. Какая прямая изображена на рисунке 32?

图 32 中所示的直线?

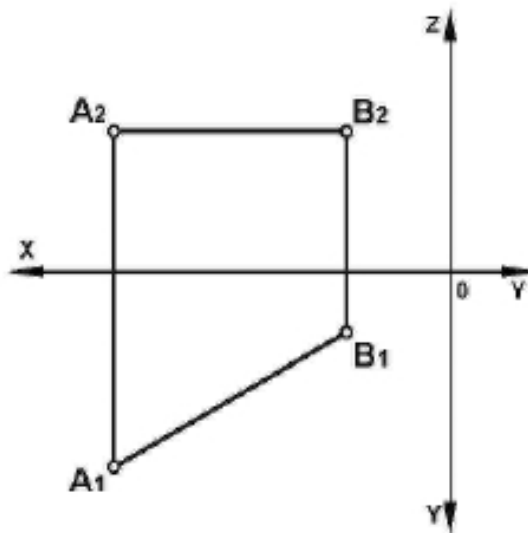


Рис. 32

- 1) Общего положения
- 2) Фронтальная
- 3) Профильная
- 4) Горизонтальная

45. Какая прямая изображена на рисунке 33?

图 33 中描绘的是哪条直线?

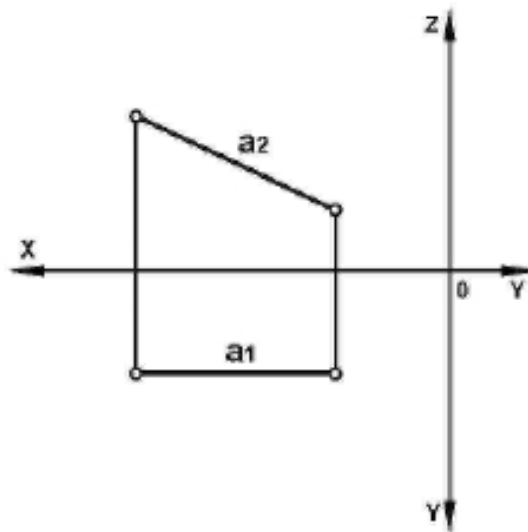


Рис. 33

- 1) Общего положения
- 2) Фронтальная
- 3) Профильная
- 4) Горизонтальная

46. Какая прямая изображена на рисунке 34?

图 34 中描绘的是哪条直线？

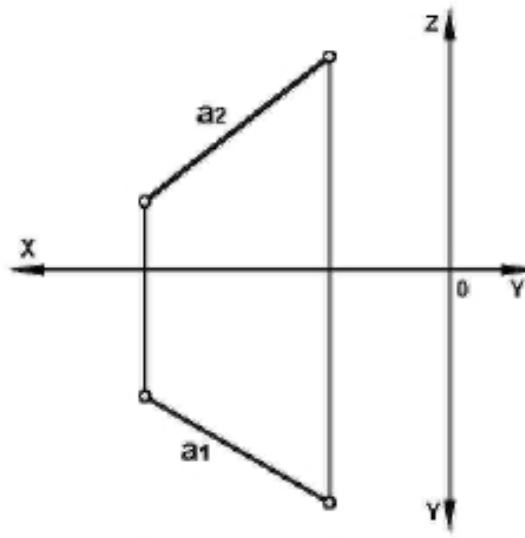


Рис. 34

- 1) Общего положения
- 2) Фронтальная
- 3) Профильная
- 4) Горизонтальная

47. Какая прямая изображена на рисунке 35?

图 35 中描绘的是哪条直线？

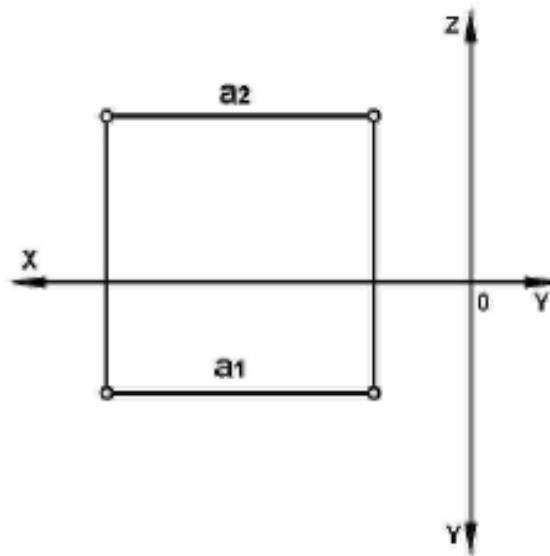


Рис. 35

- 1) Общего положения
- 2) Фронтально-проецирующая
- 3) Горизонтально-проецирующая

4) Профильно-проецирующая  
 48. Какая прямая изображена на рисунке 36?  
 图 36 中描绘的是哪条直线?

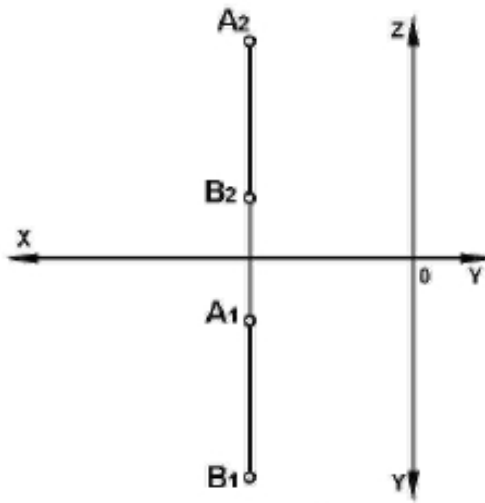


Рис. 36

- 1) Общего положения
- 2) Горизонтальная
- 3) Профильная
- 4) Фронтальная

49. Под каким углом прямая  $AB$  наклонена к плоскости  $\Pi_2$  на рисунке 37?

图 37 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_2$ ?

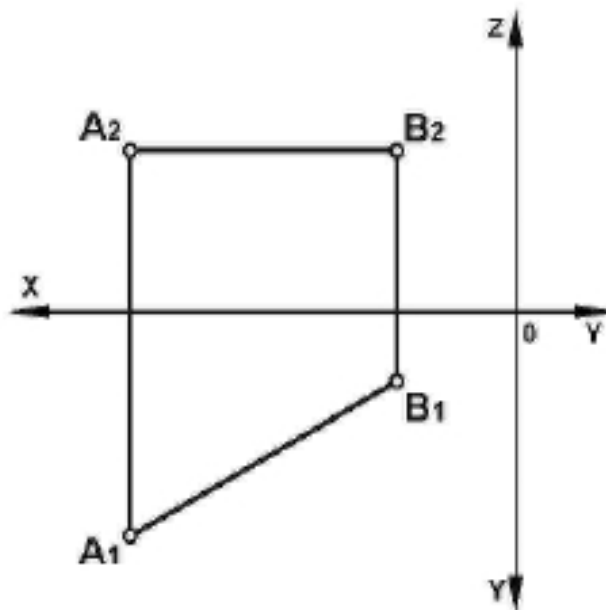


Рис. 37

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

50. Под каким углом прямая  $AB$  наклонена к плоскости  $\Pi_1$  на рисунке 37?

图 37 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_1$ ?

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

51. Под каким углом прямая  $AB$  наклонена к плоскости  $\Pi_3$  на рисунке 37?

图 37 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_3$ ?

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

52. Под каким углом прямая  $AB$  наклонена к плоскости  $\Pi_1$  на рисунке 38?

图 38 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_1$ ?

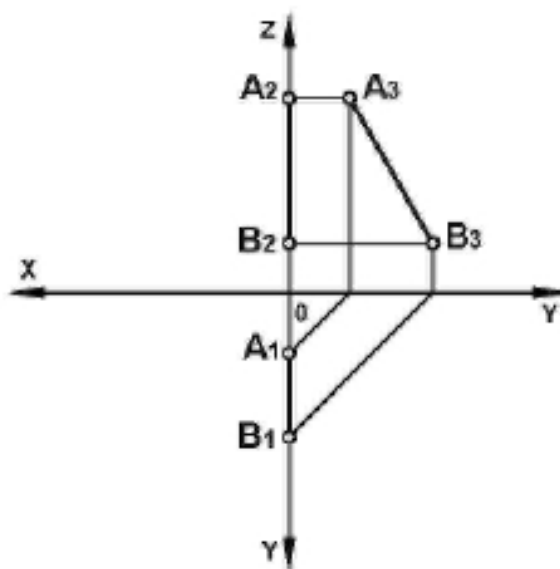


Рис. 38

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

53. На какую плоскость проекций прямая, изображенная на рисунке 39, проецируется в натуральную величину?

图 39 中直线位于哪个投影平面上？如图所示，是否以实物尺寸进行投影？

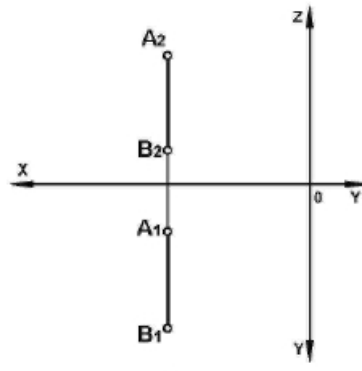


Рис. 39

- 1) Горизонтальную
- 2) Фронтальную
- 3) Профильную
- 4) Не на одну из плоскостей проекций

54. На какую плоскость проекций прямая, изображенная на рисунке 40, проецируется в натуральную величину?

图 04 中直线位于哪个投影平面上？如图所示，是否以实物尺寸进行投影？

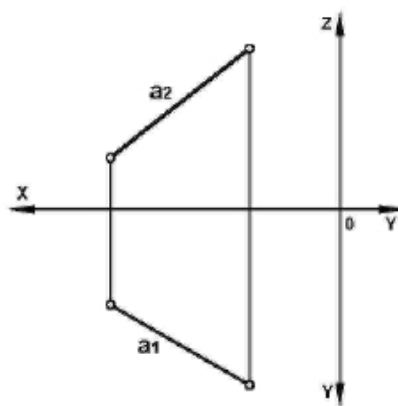


Рис. 40

- 1) Горизонтальную
- 2) Фронтальную
- 3) Профильную
- 4) Не на одну из плоскостей проекций

55. На какую плоскость проекций прямая, изображенная на рисунке 41, проецируется в натуральную величину?

图 41 中直线位于哪个投影平面上? 如图所示, 是否以实物尺寸进行投影?

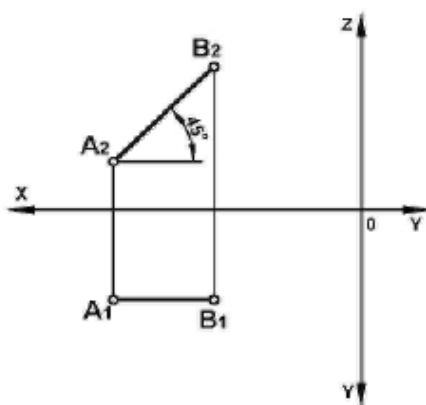


Рис. 41

- 1) Горизонтальную
- 2) Фронтальную
- 3) Профильную
- 4) Не на одну из плоскостей проекций

56. На какую плоскость проекций прямая, изображенная на рисунке 42, проецируется в натуральную величину?

图 42 中直线位于哪个投影平面上? 如图所示, 是否以实物尺寸进行投影?

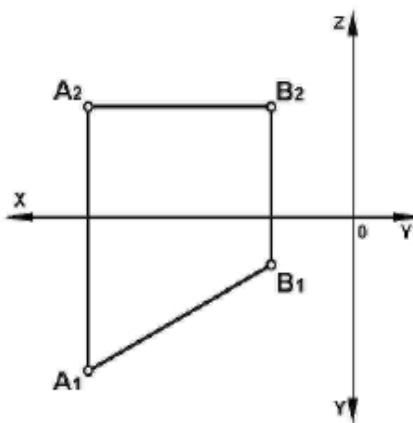


Рис. 42

- 1) Горизонтальную
- 2) Фронтальную
- 3) Профильную
- 4) Не на одну из плоскостей проекций

57. Под каким углом прямая  $AB$  на рисунке 42 наклонена к плоскости  $\Pi_3$ ?

图 42 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_3$  ?

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

58. Под каким углом прямая  $AB$  на рисунке 42 наклонена к плоскости  $\Pi_1$ ?

图 42 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_1$  ?

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

59. Под каким углом прямая  $AB$  наклонена к плоскости  $\Pi_3$  на рисунке 43?

图 43 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_3$  ?

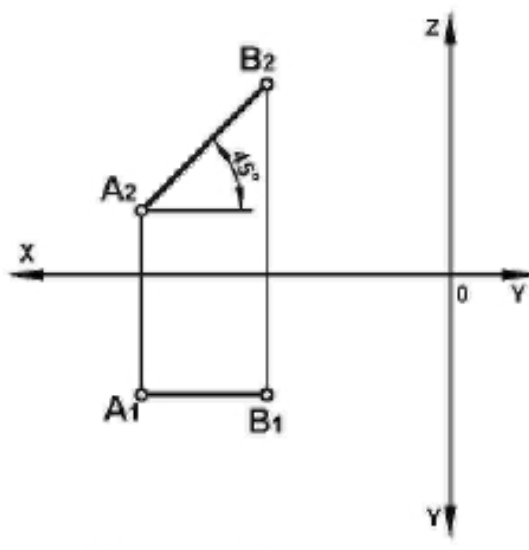


Рис. 43

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

60. Под каким углом прямая  $AB$  наклонена к плоскости  $\Pi_2$  на рисунке 43?

图 43 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_2$  ?

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

61. Под каким углом прямая  $AB$  наклонена к плоскости  $\Pi_1$  на рисунке 43?

图 43 中直线  $AB$  以何种角度倾斜于平面  $P_1$  ?

- 1)  $45^\circ$
- 2)  $90^\circ$
- 3)  $30^\circ$
- 4)  $0^\circ$
- 5)  $60^\circ$

62. К каким плоскостям проекций параллельна горизонтально — проецирующая прямая?

投影平面平行于哪些平面 ?

- 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$
- 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$
- 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$
- 4) Не параллельная ни к одной из плоскостей проекций.

63. К каким плоскостям проекций параллельна фронтально-проектирующая прямая?

投影平面与哪些平面平行 ?

- 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$
- 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$
- 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$
- 4) Не параллельная ни к одной из плоскостей проекций.

64. К каким плоскостям проекций параллельна профильно-проектирующая прямая?

投影平面平行于哪个平面？

- 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$
- 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$
- 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$
- 4) Не параллельная ни к одной из плоскостей проекций.

63. Каково взаимное положение в пространстве прямых  $AB$  и  $CD$  на рисунке 44?

图 44 中直线  $AB$  与直线  $CD$  在空间中的相对位置是怎样的？

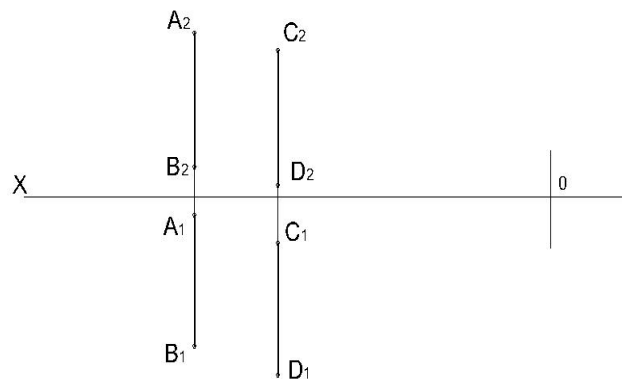


Рис. 44

- 1) Параллельные
- 2) Скрещивающиеся
- 3) Пересекаются

64. Определить взаимное положение прямых в пространстве на рисунке 45.

图 45 中确定线在空间中的相对位置。

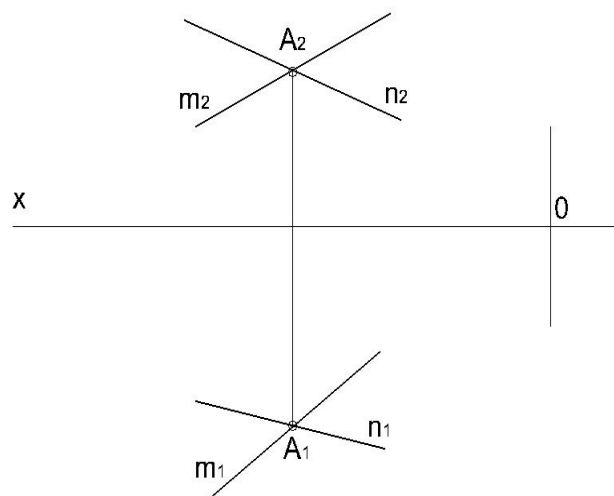


Рис. 45

- 1) Параллельные
- 2) Скрещиваются
- 3) Пересекаются под любым углом
- 4) Перпендикулярные

65. Определить взаимное положение прямых в пространстве на рисунке 46.

图 46 中确定直线在空间中的相互位置

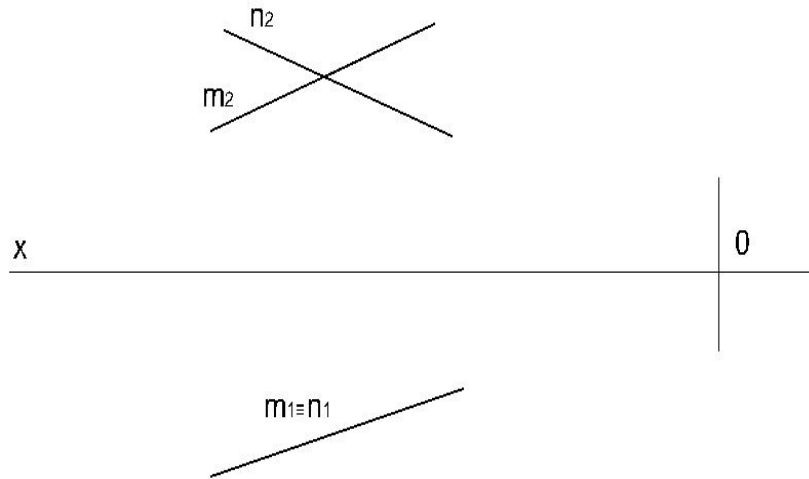


Рис. 46

- 1) Параллельные
- 2) Скрещивающиеся
- 3) Пересекаются под любым углом
- 4) Перпендикулярные

66. Определить взаимное положение прямых в пространстве на рисунке 47.

图 47 中确定直线在空间中的相互位置

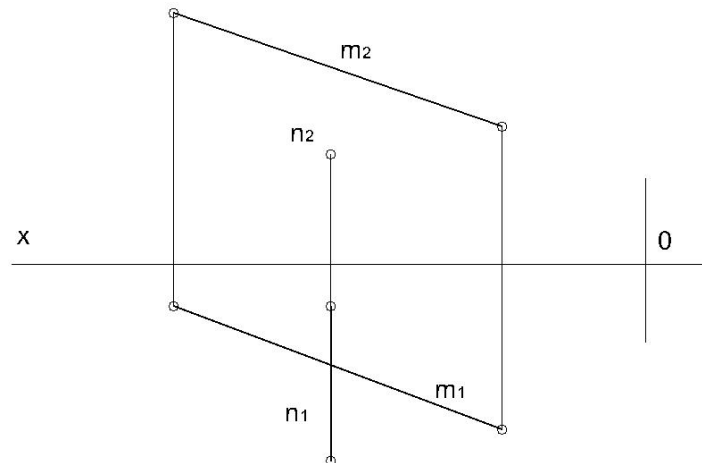


Рис. 47

- 1) Параллельные
- 2) Скрещивающиеся
- 3) Пересекаются под любым углом
- 4) Перпендикулярные

67. Определите взаимное положение прямых в пространстве на рисунке 48.

图 48 中确定直线在空间中的相互位置

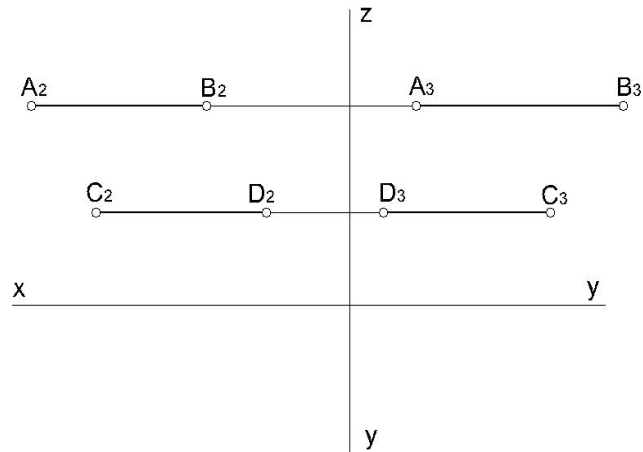


Рис. 48

- 1) Параллельные
- 2) Скрещивающиеся
- 3) Пересекаются под любым углом
- 4) Перпендикулярные

68. Какие прямые изображенные на рисунке 49 параллельны горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ ?

图 49 中所示的哪些直线平行于水平投影面  $P_1$ ?

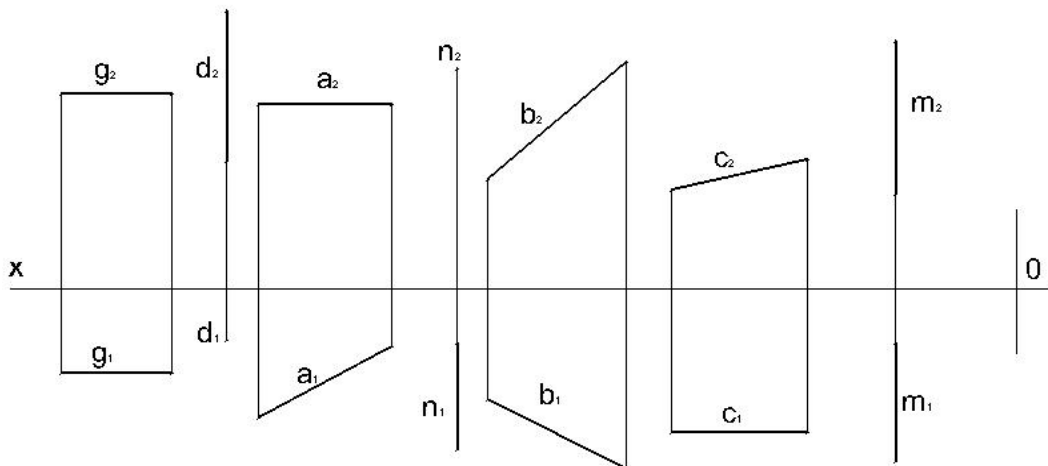


Рис. 49

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*
- 5) *n*
- 6) *m*
- 7) *g*

69. Какие прямые изображенные на рисунке 49 параллельны горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_3$ ?

图 49 中所示的哪些直线平行于水平投影面  $P_3$ ?

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*
- 5) *n*
- 6) *m*
- 7) *g*

70. Какие прямые изображенные на рисунке 49 параллельны горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ ?

图 49 中所示的哪些直线平行于水平投影面  $P_2$ ?

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*
- 5) *n*
- 6) *m*
- 7) *g*

71. Какая прямая на рисунке 49 расположена перпендикулярно профильной плоскости проекций  $\Pi_3$ ?

图 49 中的哪一条直线垂直于  $\Pi_3$  投影的剖面平面?

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*
- 5) *n*
- 6) *m*
- 7) *g*

72. Какая прямая на рисунке 49 расположена перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ ?

图 49 中哪条直线垂直于水平投影面  $\Pi_1$ ?

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*
- 5) *n*
- 6) *m*
- 7) *g*

73. Какая прямая на рисунке 49 расположена перпендикулярно к фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ ?

图 49 中哪条直线垂直于正面投影面  $\Pi_2$ ?

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*
- 5) *n*
- 6) *m*
- 7) *g*

74. Какая прямая на рисунке 49 является прямой общего положения?

图 49 中哪条直线是一般位置直线?

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*
- 5) *n*
- 6) *m*
- 7) *g*

75. Какая прямая на рисунке 49 является горизонтальной прямой?

图 49 中哪条直线是水平线?

- 1) *a*
- 2) *b*
- 3) *c*
- 4) *d*

- 5)  $n$
- 6)  $m$
- 7)  $g$

76. Какая прямая на рисунке 49 является фронтальной прямой?  
图 49 中哪条直线是正平线?

- 1)  $a$
- 2)  $b$
- 3)  $c$
- 4)  $d$
- 5)  $n$
- 6)  $m$
- 7)  $g$

77. Какая прямая на рисунке 49 является профильной прямой?  
图 49 中哪条直线是侧平线?

- 1)  $a$
- 2)  $b$
- 3)  $c$
- 4)  $d$
- 5)  $n$
- 6)  $m$
- 7)  $g$

78. Определить взаимное положение прямых на рисунке 50.  
图 50 中确定直线的相对位置。

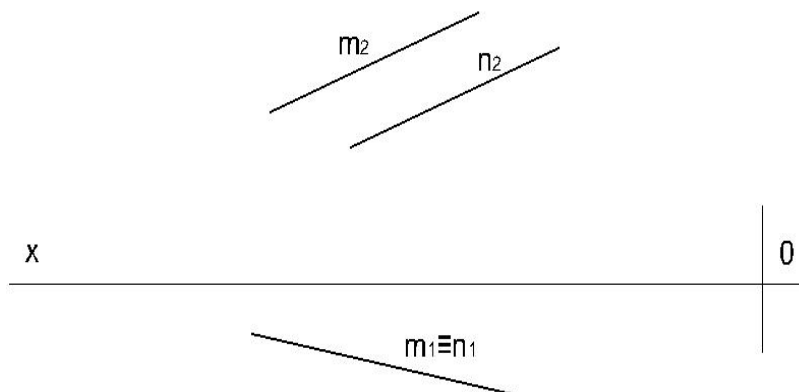


Рис. 50

- 1) Параллельные
- 2) Скрещивающиеся
- 3) Пересекаются под любым углом
- 4) Перпендикулярные

79. Определить взаимное положение прямых на рисунке 51.  
 图 51 中确定直线的相对位置?

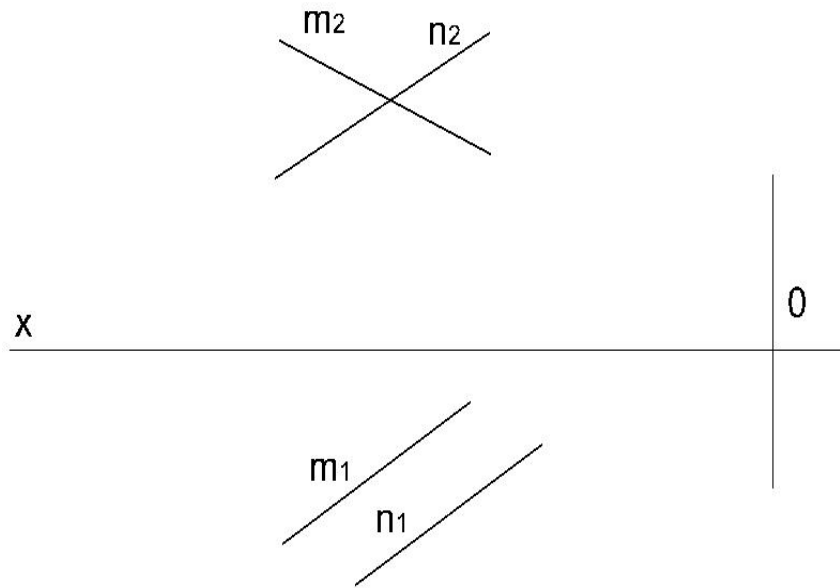


Рис. 51

- 1) Параллельные
- 2) Скрещивающиеся
- 3) Пересекаются под любым углом
- 4) Перпендикулярные

80. В каком отношении точка  $C$  разделяет отрезок  $AB$  на рисунке 52?

图 52 中点  $C$  以什么比例分割线段  $AB$ ?

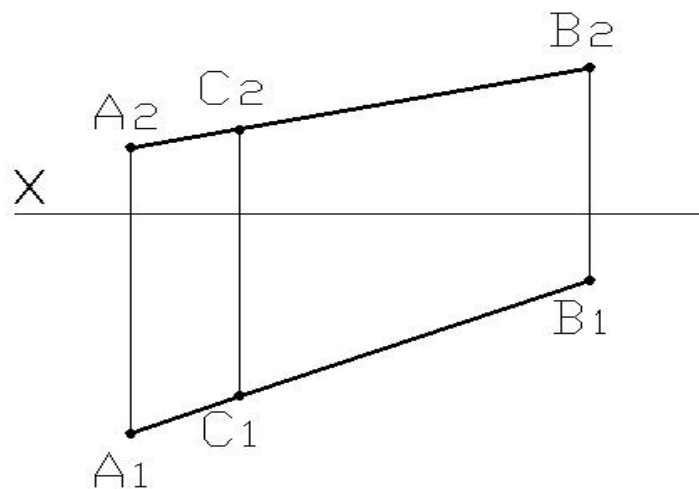


Рис. 52

- 1) 1:4
- 2) 1:3
- 3) 3:1
- 4) 4:1

81. Определить взаимное положение прямых на рисунке 53.  
图 53 中确定直线的相对位置。

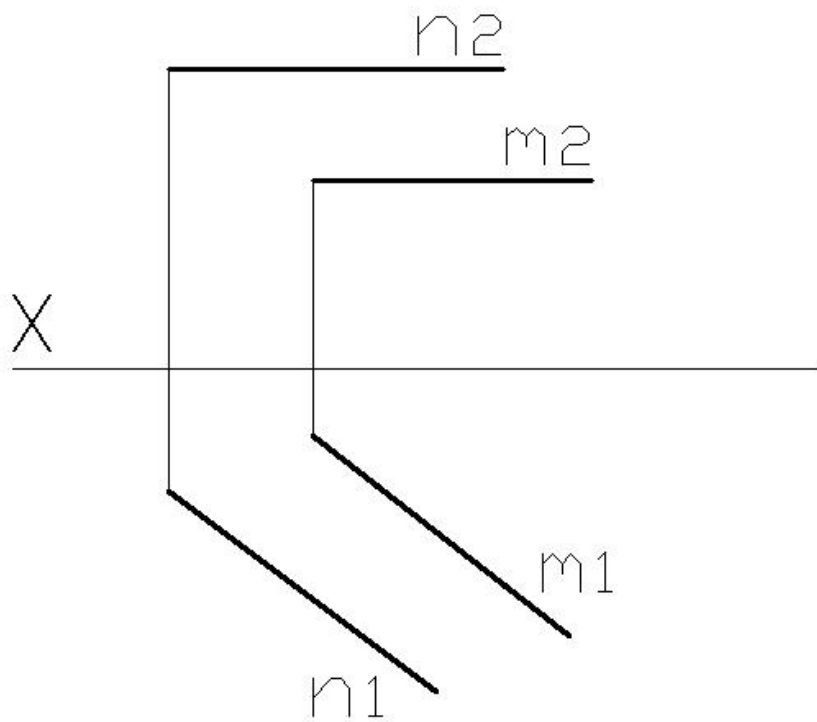
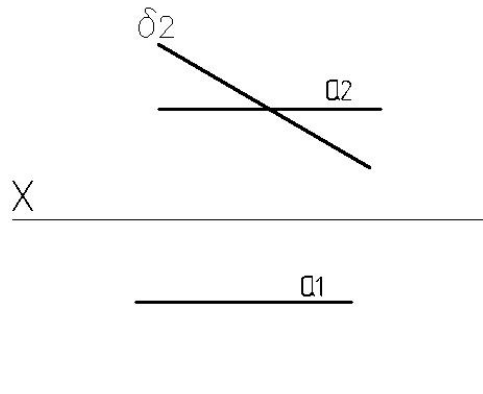


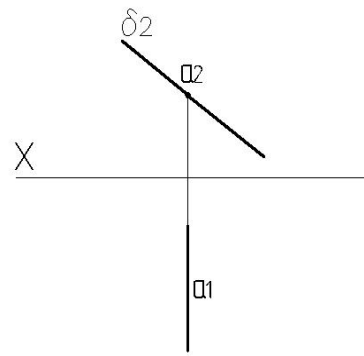
Рис. 53

- 1) Параллельные
- 2) Скрещивающиеся
- 3) Пересекаются под любым углом
- 4) Перпендикулярные

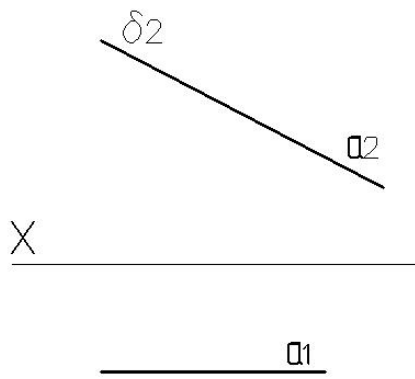
82. На каком рисунке прямая  $a$  является горизонталью плоскости?  
在哪张图中直线  $a$  是平面的水平线?



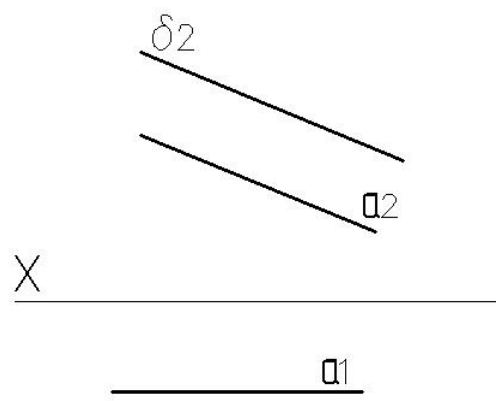
a)



б)



B)



Г)

- a)
- б)
- B)
- Г)

## Тема 4. ПЛОСКОСТЬ

### 平面

Проекцией плоскости, как бесконечной поверхности, на любую плоскость проекций является вся плоскость проекций. На бумаге можно изобразить математической (абстрактной) точки, как укол иглы или маленькое пятно от карандаша. Модель прямой, как непрерывного множества точек, изображается прямой проведенной карандашом под линейку. Промоделировать плоскость, или ее часть, как умноженную ее точек невозможно. Поэтому на комплексном рисунке плоскость задают отдельными ее точками или прямыми на основании следующих аксиом элементарной геометрии:

1. Три точки, не лежащие на одной прямой определяют плоскость.

2. Прямая принадлежит плоскости, если она имеет с плоскостью две общие точки.

3. прямая принадлежит плоскости, если имеет с плоскостью одну общую точку и параллельна любой прямой плоскости.

4. Точка принадлежит плоскости, если она лежит на любой прямой плоскости.

#### 4.1. Задание плоскости на комплексном рисунке

##### 平面在投影图中的给定 (表示)

На рис. 54 а) заданы три точки  $A (A_1, A_2)$ ,  $B (B_1, B_2)$ ,  $C (C_1, C_2)$ . Согласно аксиоме 1 они определяют плоскость, произвольно расположенную в пространстве. Плоскости будем обозначать строчными буквами греческого алфавита с указанием в скобках способа задания плоскости. Так что плоскость  $\alpha$  задана тремя точками  $A, B, C$ , будем обозначать  $\alpha (A, B, C)$ .

На рис. 54 б) задана та же плоскость  $\alpha$ . Точки  $A$  и  $B$  соединены прямой  $b$ . Прямая  $b$  принадлежит плоскости  $\alpha$  (аксиома 2). На этом рисунке плоскость  $\alpha$  задана другим способом, а именно, точкой  $C$  и прямой  $b - \alpha (C, b)$ .

На рис. 54 в) через точку  $C$  проведена прямая  $d$  параллельно прямой  $b$ . Прямая  $d$  принадлежит плоскости  $\alpha$  (аксиома 3). Имеем еще один способ задания той же плоскости  $\alpha$  параллельными прямыми  $b$  и  $d - \alpha (b \parallel d)$ .

На рис. 54 г) точки  $B$  и  $C$  соединены прямой  $a$ , которая тоже принадлежит плоскости  $\alpha$  (аксиома 2). Имеем способ задания той же плоскости  $\alpha$  – двумя пересекающимися прямыми,  $\alpha (a \cap b)$ .

Напоследок, три заданные точки  $A, B, C$  соединены попарно тремя отрезками (рис. 54 д)), образующие плоскую фигуру – треугольник  $ABC$ . Имеем задание той же плоскости  $\alpha$  плоской фигурой –  $\alpha (ABC)$ .

**Вывод:** если плоскость задана одним из приведенных способов, то всегда можем перейти к другому способу, удобному для решения той или иной задачи. Ниже это будет продемонстрировано при решении примеров и задач.

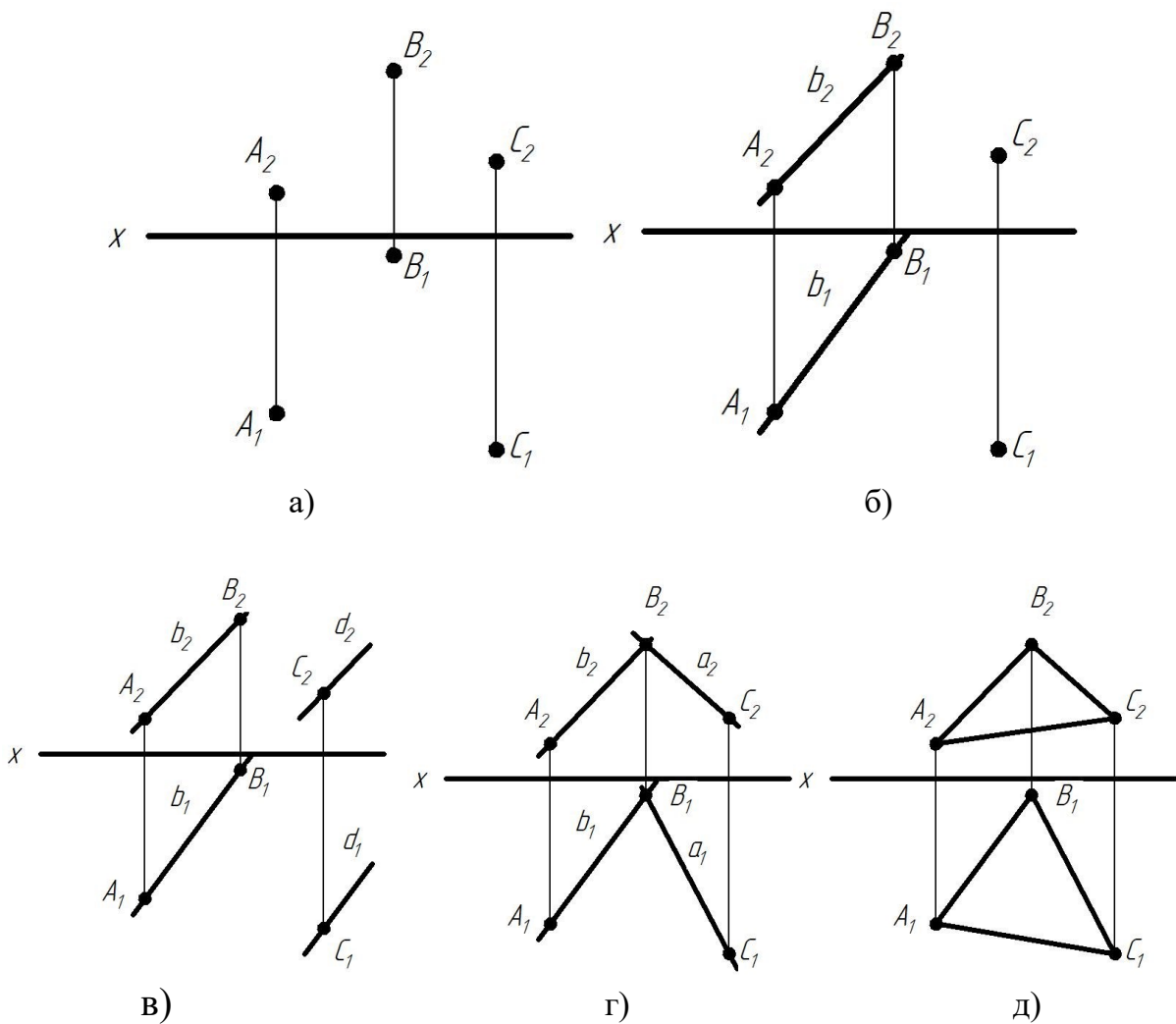


Рис. 54

## 4.2. Позиционные задачи на плоскость 平面的定位问题

Мы рассмотрели способы задания плоскости на комплексном рисунке. Что означает выражение: заданная плоскость? Это выражение означает, что на комплексном рисунке задано минимальное количество точек или прямых, которые определяют положение плоскости в пространстве и позволяют ответить на вопрос: лежит ли какая-либо точка пространства на этой плоскости, или нет? Кроме того, если плоскость задана, то можно построить любое количество точек и прямых, принадлежащих плоскости, необходимых для решения конкретной задачи.

Следующие элементарные задачи, которые, образно говоря, являются «таблицей умножения» начертательной геометрии позволяют решать поставленные выше вопросы.

**Задача 1.** При заданной одной проекции прямой  $d$ , принадлежащей плоскости  $\alpha$  ( $a, A$ ), построить вторую ее проекцию (рис. 55). Для решения задачи надо построить две точки общие для прямой  $d$  и плоскости  $\alpha$  ( $a, A$ ). Одна из них  $T$  ( $T_1, T_2$ ) находится как точка пересечения прямой  $d$  с прямой  $a$  ( $a_1, a_2$ ).

$$d_1 \cap a_1 = T_1. \text{ Л.с. } T_2 \cap a_2 = T_2.$$

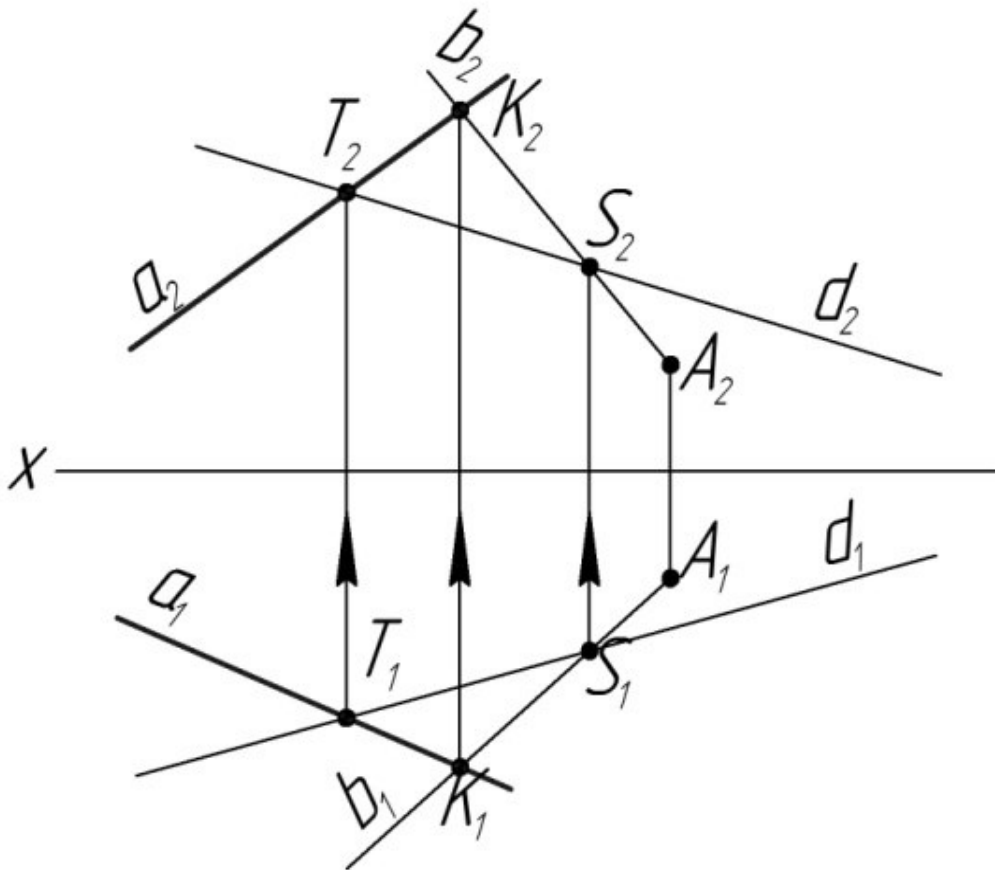


Рис. 55

Для построения второй точки перейдем к другому способу задания плоскости  $\alpha$ , например двум пересекающимся прямым. Проведем через точку  $A$  произвольную прямую  $b$ , которая пересекает прямую  $a$  в точке  $K$ .

$$b_1 \cap a_1 = K_1. \text{ Л.с. } K \cap a_2 = K_2. A_2 \cup K_2 = b_2$$

$$d_1 \cap b_1 = S_1. \text{ Л.с. } S \cap b_2 = S_2.$$

Прямая  $S_2T_2$  определяет другую, фронтальную проекцию  $d_2$  прямой  $d$ .

**Задача 2.** На данной плоскости  $\beta$  ( $a \parallel b$ ) построить произвольную горизонталь  $h$  (рис. 56).

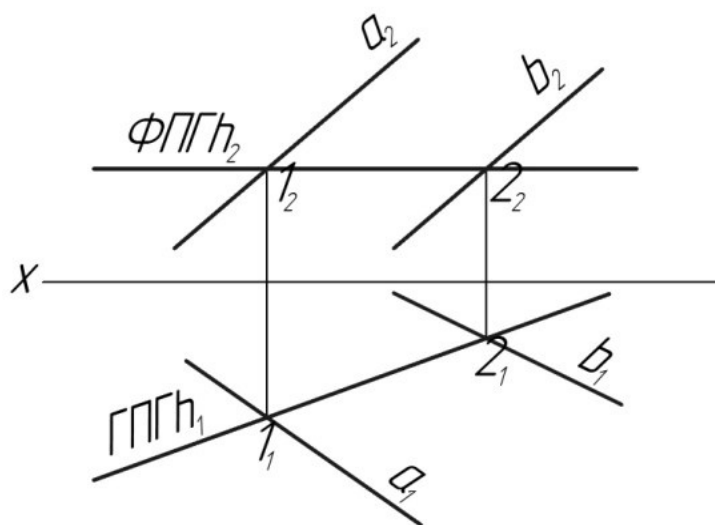


Рис. 56

Горизонталью плоскости называется прямая, лежащая на данной плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций. Поскольку признаком горизонтальной прямой является то, что ее фронтальная проекция (ФПГ) параллельна оси  $x$ , то начинать решать задачу надо с проведения ФПГ  $h_2 \parallel x$ , а дальше надо решить задачу 1: по фронтальной проекции  $h_2$  горизонтали построить ее горизонтальную проекцию (ГПГ)  $h_1$ .

**Задача 3.** На данной плоскости  $\beta$  ( $ABC$ ) построить произвольную фронталь  $f$  (рис. 57). Фронталью плоскости называется прямая, которая лежит на данной плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций. Ее горизонтальная проекция (ГПФ) параллельна оси  $x$ , так как это является признаком прямой параллельной к фронтальной плоскости проекций.

Проведем фронталь, например, через вершину  $C$  треугольника  $ABC$ . Ее горизонтальная проекция — ГПФ  $f_1 \parallel x$  и проходит через проекцию  $C_1$  точки  $C$ . Теперь решаем задачу 1: по горизонтальной проекции ГПФ  $f_1$  строим ее фронтальную проекцию ФПФ  $f_2$ .

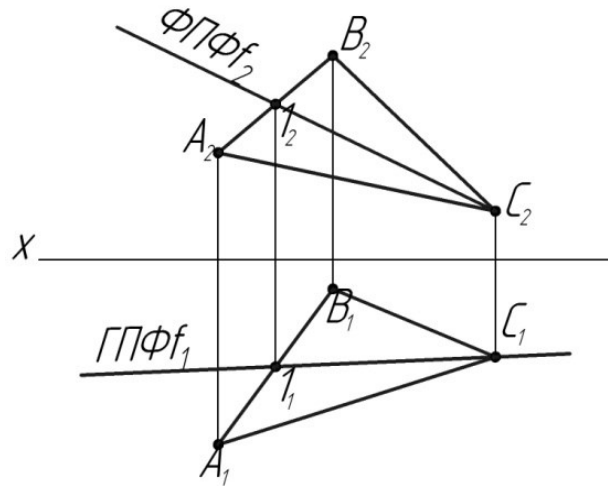


Рис. 57

После решения задач 1, 2, 3 обратим внимание на два отдельных случая задачи плоскости целесообразных и эффективных при решении некоторых задач. На рис. 58 плоскость  $\sigma$  задана двумя прямыми уровня — горизонталью  $h$  ( $h_1, h_2$ ) и фронталью  $f$  ( $f_1, f_2$ ), пересекающимися в точке  $K$  ( $K_1, K_2$ ),  $\sigma(h \cap f)$ .

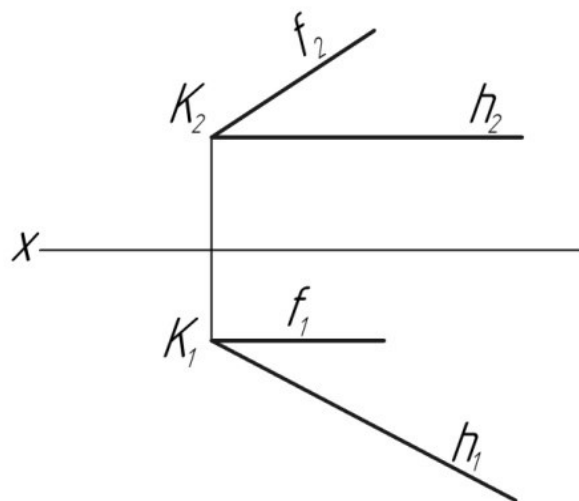


Рис. 58

Такой способ задания плоскости очень эффективен и экономичен с точки зрения уменьшения линий построений при рассмотрении взаимно перпендикулярных прямых и плоскостей, что будет продемонстрировано ниже.

На рис. 59 плоскость  $\alpha$  задана следами  $a_{\Pi_1}$  и  $a_{\Pi_2}$ , слева – на наглядном изображении, справа – на комплексном рисунке.

Следами плоскости называются прямые  $a_{\Pi_1}$  и  $a_{\Pi_2}$  пересечения плоскости с плоскостями проекций. Отметим, что задание плоскостей по следам не является принципиально новым способом задания плоскости. Плоскость задается двумя прямыми, пересекающимися в точке  $\alpha_x$  схода следов плоскости — горизонталью  $h$  ( $h_1, h_2$ ) и фронталью  $f$  ( $f_1, f_2$ ), которые являются прямыми нулевого уровня, то есть лежат на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций соответственно.

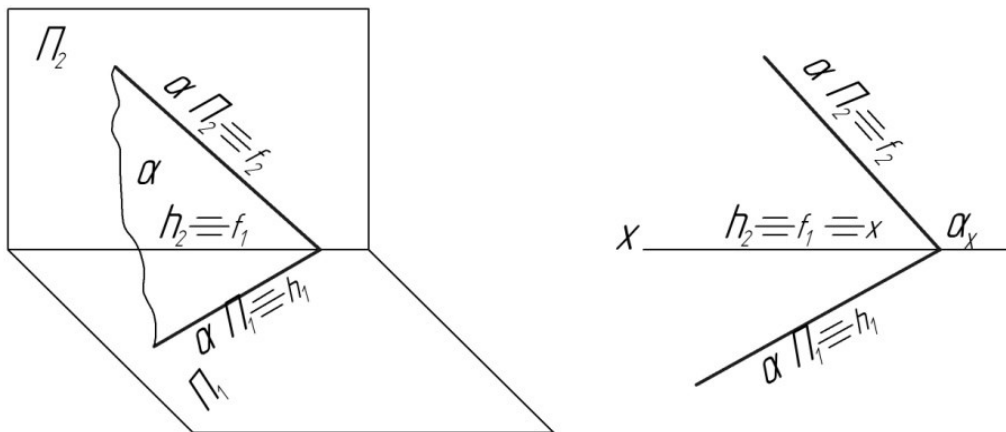


Рис. 59

На комплексном рисунке, как правило, обозначают только следы  $a_{\Pi_1}$  и  $a_{\Pi_2}$  плоскости, но надо хорошо помнить, что горизонтальная проекция фронтального следа и фронтальная проекция горизонтального следа совпадают с осью  $x$ . Если такая же плоскость задается горизонталью  $h$  ( $h_1, h_2$ ) и фронталью  $f$  ( $f_1, f_2$ ), то обозначают только ее проекции без символов обозначения следов плоскости. Символически это обозначается так:

$\alpha (h \cap f)$ , при чем в этом случае  $h_2 \equiv f_1 \equiv x$ .

**Задача 4.** При заданной одной проекции точки, принадлежащей данной плоскости, построить вторую ее проекцию.

На рис. 60 задана плоскость  $\beta$  ( $a \cap b$ ) и горизонтальная проекция  $A_1$  точки  $A$ , которая по условию лежит на плоскости  $\beta$  в пространстве.

Надо построить фронтальную проекцию  $A_2$  этой точки. Через проекцию  $A_1$  проводим, произвольно, горизонтальную проекцию  $l_1$  вспомогательной прямой  $l$ . Строим фронтальную проекцию  $l_2$  этой прямой при условии, что прямая  $l$  принадлежит плоскости  $\beta$  (задача 1). Фронтальную проекцию  $A_2$  точки  $A$  находим на  $l_2$ :

$$\text{Л.с. } A \cap l_1 = A_2$$

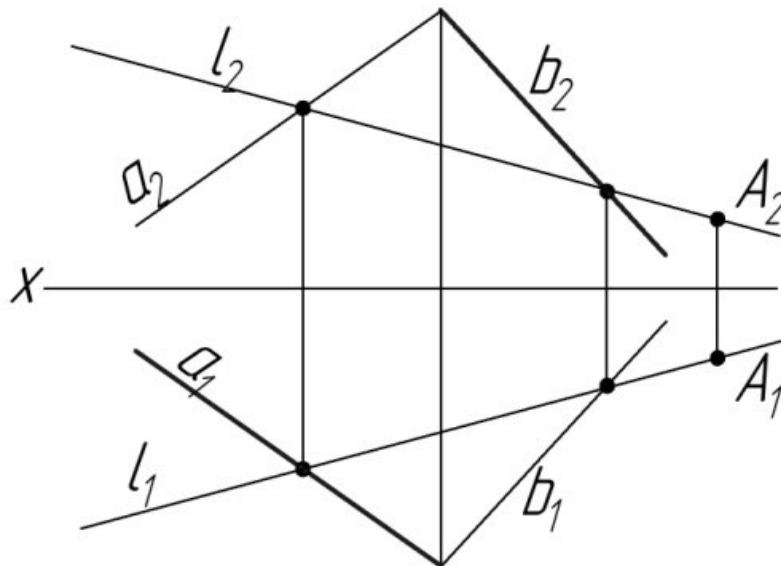


Рис. 60

Точка  $A (A_1, A_2)$  лежит на плоскости  $\beta$ , т.к. она лежит на прямой  $l (l_1, l_2)$  плоскости  $\beta$  (аксиома 4).

На рис. 61 плоскость  $\beta$  задана следами  $\beta (\beta_{П1}, \beta_{П2})$ . Задана также фронтальная проекция  $A_2$  точки  $A$ , которая лежит в пространстве на плоскости  $\beta$ . В этом случае целесообразно воспользоваться, как вспомогательной прямой горизонталью плоскости.

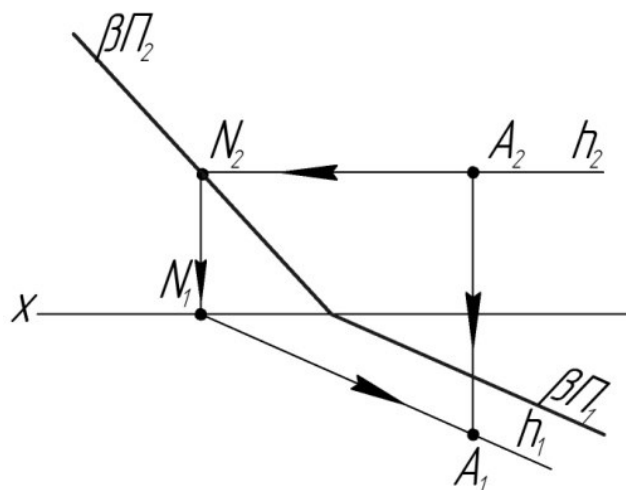


Рис. 61

$A_2 \subset h_2 \parallel x, h_2 \cap \beta_{\Pi_2} = N_2$ , Л.с.  $N \cap x = N_1, N_1 \subset h_1 \parallel \beta_{\Pi_1}$ , Л.с.  $A \cap h_1 = A_1$ .

**Задача 4** применяется для построения проекций плоских фигур. Например, на рис. 62 задана фронтальная проекция  $A_2B_2C_2D_2$  плоского четырехугольника  $ABCD$  и горизонтальные проекции  $A_1B_1D_1$  трех его вершин  $A, B, D$ . Надо достроить горизонтальную проекцию четырехугольника. Поскольку четырехугольник плоский, то есть все его вершины лежат в одной плоскости, которая определяется тремя точками  $A, B, D$ , или треугольником  $ABD$  ( $A_1B_1D_1, A_2B_2D_2$ ), то задача сводится к построению горизонтальной проекции  $C_1$  вершины с четырехугольника по известной проекцией  $C_2$  этой точки, то есть к решению задачи 4; за данной фронтальной проекцией  $C_2$  точки  $C$ , лежащей в плоскости треугольника  $ABD$  построить ее горизонтальную проекцию  $C_1$ .

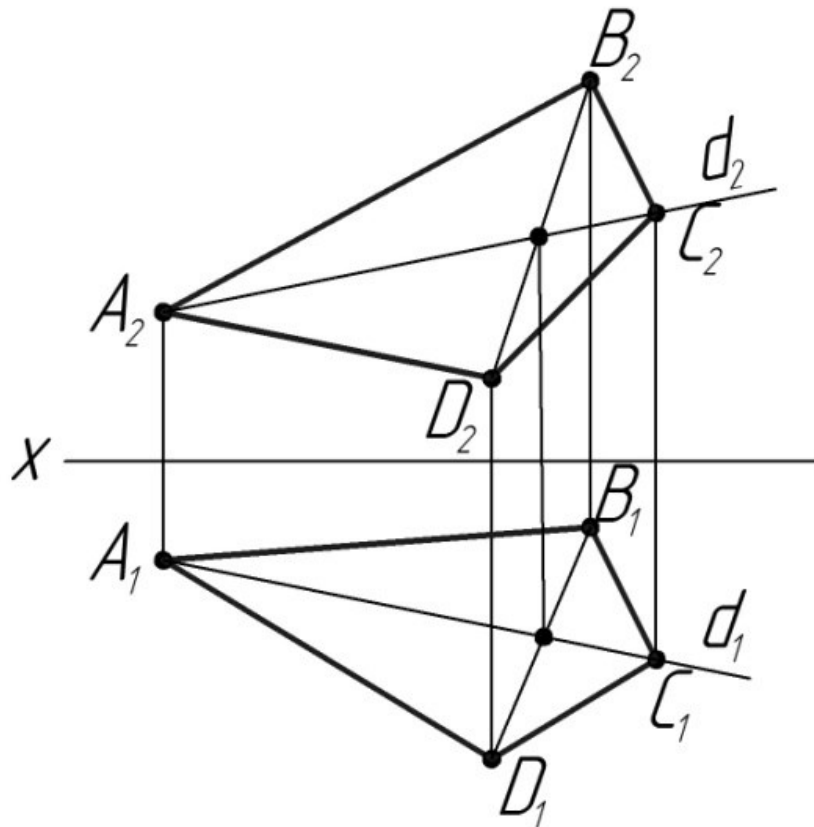


Рис. 62

**Задача 5.** Определить взаимное положение точки  $E(E_1, E_2)$  и плоскости  $\alpha(A, B, C)$ . Точка может принадлежать плоскости или не принадлежать. Чтобы выяснить взаимное положение точки  $E$  и плоскости  $\alpha(A, B, C)$ , заданных на рисунке 63, следует на плоскости провести прямую, одна проекция которой проходит через одноименную проекцию точки, например  $A_2E_2 = a_2$ , или  $A_1E_1 = b_1$ .

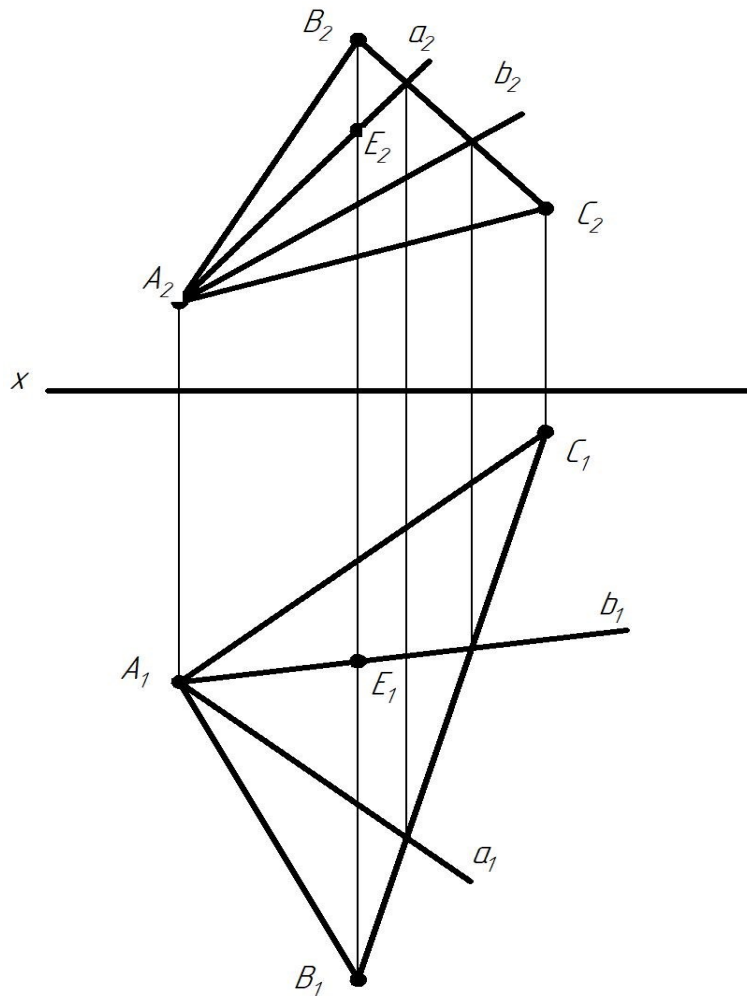


Рис. 63

Строим вторые проекции прямых  $a$  и  $b$ , при условии, что эти прямые принадлежат плоскости  $\alpha$ . Ни одна из этих вторых проекций  $a_1$  и  $b_2$  не проходит через одноименные проекции точки  $E$ , значит точка  $E$  не лежит на плоскости  $\alpha$ .

$$a_1 \not\propto E_1, b_2 \not\propto E_2.$$

Рассматривая взаимное расположение точки  $E$  и прямых  $a$  и  $b$  приходим к выводу что точка  $E$  расположена над плоскостью  $\alpha$ , ибо проекция  $E_2$  находится выше проекции  $b_2$  и за плоскостью  $\alpha$ , ибо  $E_1$  расположена за  $A_1$ .

Для решения этой задачи, в случае когда плоскость задана следами (рис. 64), целесообразно воспользоваться горизонталью  $h$  ( $h_1, h_2$ ),  $N_2$  и  $E_2$  и фронталью  $f$  ( $f_1, f_2$ ),  $f_1$  и  $E_1$ . Вторые проекции этих прямых не проходят через одноименные проекции точки  $E$ . Точка  $E$  не лежит на плоскости  $\alpha$ , а находится над и впереди плоскости, что следует из анализа расположения точки  $E$  относительно горизонтали  $h$  и фронтали  $f$ .

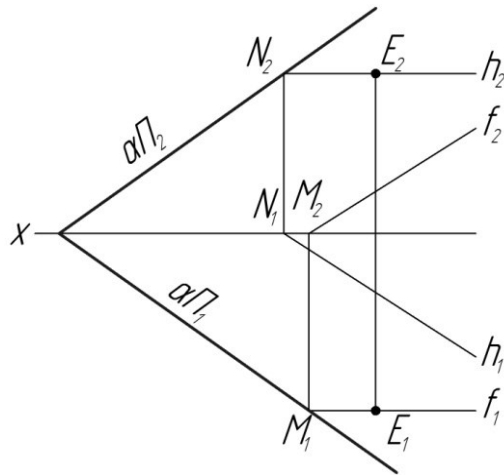


Рис. 64

**Задача 6.** Определить взаимное расположение прямой  $d$  и плоскости  $\alpha$  ( $a \parallel b$ ) (рис. 4.65). Принимая фронтальную проекцию  $D_2$  прямой  $d$  за проекцию прямой, лежащей на данной плоскости  $\alpha$ , строим ее горизонтальную проекцию  $1_1 2_1$  (задача 1). Проекция  $1_1 2_1$  не совпадает с  $D_1$ , а значит прямая  $d$  не лежит на плоскости  $\alpha$ .

$1_2 \cap d = K$ ,  $1_1 2_1 \cap d_1 = K_1$ , Л.с.  $K \cap d_2 = K_2$ .

Точка  $K$  совместна для плоскости  $\alpha$  и прямой  $d$ , то есть является точкой пересечения прямой  $d$  с плоскостью  $\alpha$  ( $a \parallel b$ ).

Если часть плоскости (отсек) между параллельными прямыми  $a \parallel b$  считать непрозрачной, то фронтальная проекция отрезка  $1_2 2_2$  прямой  $d$  будет невидима, ибо точка  $1 \in a$  находится впереди прямой  $d$  (проекция  $1_1$  дальше от оси  $x$ , чем соответствующая проекция точки на прямой  $d$ ). Аналогично определяем видимость горизонтальной проекции прямой  $d$ .

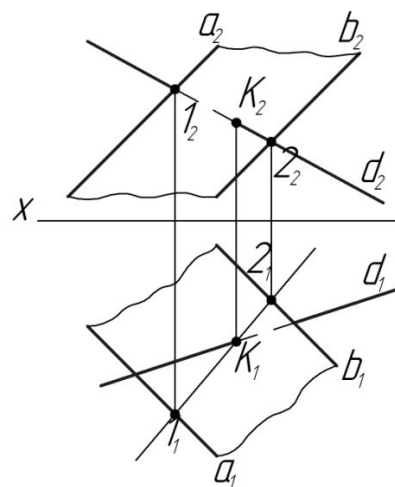


Рис. 65

До сих пор мы рассматривали плоскости, произвольно расположенные в пространстве относительно плоскостей проекций. Такие плоскости называются плоскостями общего положения. Каждая плоскость общего положения наклонена к каждой плоскости проекций под произвольными углами. Теперь рассмотрим комплексные рисунки плоскостей перпендикулярных и параллельных отдельным плоскостям проекций.

### **4.3. Классификация плоскостей по их расположению относительно плоскостей проекций** **平面相对于投影面的位置分类**

Проецирующими плоскостями будем называть плоскости перпендикулярные только к одной плоскости проекций. К двум другим плоскостям проекций они наклонены под произвольными углами, сумма которых равна  $90^\circ$ .

Плоскостями уровня называются плоскости параллельные любой плоскости проекций. К каждой из двух других плоскостей проекций плоскости уровня перпендикулярны, то есть плоскости уровня дважды проецирующие.

Проекцией проецирующей плоскости, на плоскость проекций к которой она перпендикулярна, является прямая линия – вырожденная проекция. Проекция любой точки, линии или фигуры, лежащей в проецирующей плоскости, совпадает с вырожденной проекцией этой плоскости.

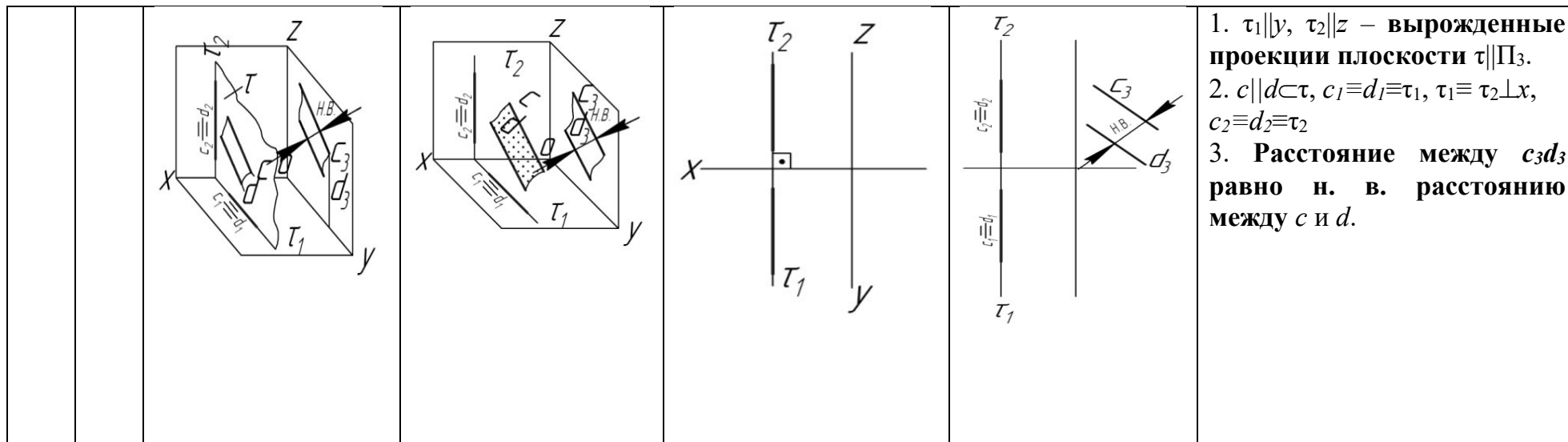
В плоскости уровня две проекции являются вырожденными. Они параллельны осям проекций, лежащим на плоскости проекций, к которой параллельна плоскость уровня. Любая фигура, лежащая в плоскости уровня, проецируется в натуральную величину на плоскость проекций, к которой параллельна плоскость уровня.

В области уровня две проекции вырождены. Они параллельны осям проекций, лежащим на площади проекций, к которой параллельна площадь уровня. Любая фигура, лежащая в площади уровня, проецируется в натуральную величину на площадь проекций, к которой параллельна площадь уровня. В таблице 4 приведены названия, наглядные изображения, комплексные рисунки и признаки и свойства проектирующей плоскостей и плоскостей уровня.

Таблица 4

Название плоскости		Наглядное изображение		Комплексный рисунок		Признаки и свойства на комплексном рисунке
		Следами	Плоской фигурой	Следами	Плоской фигурой	
1	2	3	4	5	6	7
Проецирующие плоскости	Горизонтальная $\parallel \Pi_1$					<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\alpha_1</math> – вырожденная проекция. <math>\alpha_{\Pi 2} \equiv \alpha_1</math> – след — проекции.</li> <li><math>\alpha_{\Pi 1} \perp x</math>, <math>\alpha_{\Pi 3} \perp y</math> – следы плоскости <math>\alpha</math>.</li> <li><math>\beta^\circ</math> — угол плоскости <math>\alpha</math> к <math>\Pi_2</math> в пространстве. <math>\gamma^\circ</math> — угол плоскости <math>\alpha</math> к <math>\Pi_3</math> в пространстве. <math>\beta^\circ + \gamma^\circ = 90^\circ</math></li> <li><math>ABC \subset \alpha</math>, <math>A_1 B_1 C_1 \equiv \alpha_1</math></li> </ol>
	Фронтальная $\parallel \Pi_2$					<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\beta_2</math> – вырожденная проекция. <math>\beta_{\Pi 2} \equiv \beta_2</math> – след — проекции.</li> <li><math>\beta_{\Pi 1} \perp x</math>, <math>\beta_{\Pi 3} \perp z</math> – следы плоскости <math>\beta</math>.</li> <li><math>\alpha^\circ</math> — угол плоскости <math>\beta</math> к <math>\Pi_1</math> в пространстве. <math>\gamma^\circ</math> — угол плоскости <math>\beta</math> к <math>\Pi_3</math> в пространстве. <math>\alpha^\circ + \gamma^\circ = 90^\circ</math></li> <li><math>a \cap b \subset \beta</math>, <math>a_2 \equiv b_2 \equiv \beta_1</math></li> </ol>

	Профильная $\parallel \Pi_3$					<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\gamma_3</math> – вырожденная проекция. <math>\gamma_{\Pi 3} \equiv \gamma_3</math> – след — проекции.</li> <li><math>\gamma_{\Pi 1} \parallel x, \gamma_{\Pi 2} \parallel x</math> – следы плоскости <math>\gamma</math>.</li> <li><math>\alpha^\circ</math> — угол плоскости <math>\gamma</math> к <math>\Pi_1</math> у пространства. <math>\beta^\circ</math> — угол плоскости <math>\gamma</math> к <math>\Pi_2</math> в пространстве.</li> <li><math>a \parallel b \subset \gamma, a_3 \equiv b_3 \equiv \gamma_3</math></li> </ol>
Плоскости уровня						<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\gamma_2 \parallel x, \gamma_3 \parallel y</math> – вырожденные проекции плоскости <math>\gamma \parallel \Pi_1</math>.</li> <li><math>ABC \subset \gamma, A_1B_1C_1 \equiv \gamma_2</math></li> <li><math>A_1B_1C_1 = ABC</math> – натуральна величина треугольника <math>ABC</math>.</li> </ol>
						<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\phi_1 \parallel x, \phi_3 \parallel z</math> – вырожденные проекции плоскости <math>\phi \parallel \Pi_2</math>.</li> <li><math>a \cap b \subset \phi, a_1 \equiv b_1 \equiv \phi_1</math></li> <li><math>a_2 \wedge b_2 = a \wedge b</math> – натуральна величина угла между <math>a</math> и <math>b</math>.</li> </ol>



#### 4.4. Относительное положение прямой и плоскости 直线与平面的相对位置

Прямая может лежать на плоскости, быть ей параллельной, или пересекать плоскость, в отдельном случае под прямым углом.

Вопрос взаимозависимости прямой и плоскости рассмотрен в пункте 4.2.

На комплексном рисунке 66 задана плоскость  $\alpha$  ( $ABC$ ) и прямая  $D$  ( $d_1, d_2$ ). Как определить относительное положение плоскости  $\alpha$  и прямой  $d$  в пространстве?

Попробуем провести на данной плоскости  $\alpha$  произвольную прямую  $m \parallel d$ . Проведем фронтальную проекцию  $M_2$  прямой  $m$  так, чтобы  $m_2 \parallel d_2$ , и построим ее горизонтальную проекцию  $m_1$  из условия, что прямая  $m$  принадлежит плоскости  $\alpha$ . Поскольку  $m_1$  оказалась не параллельной  $d_1$ , то прямые  $d$  и  $m$  не параллельны между собой в пространстве, а значит прямая  $d$  не параллельна плоскости  $\alpha$ .

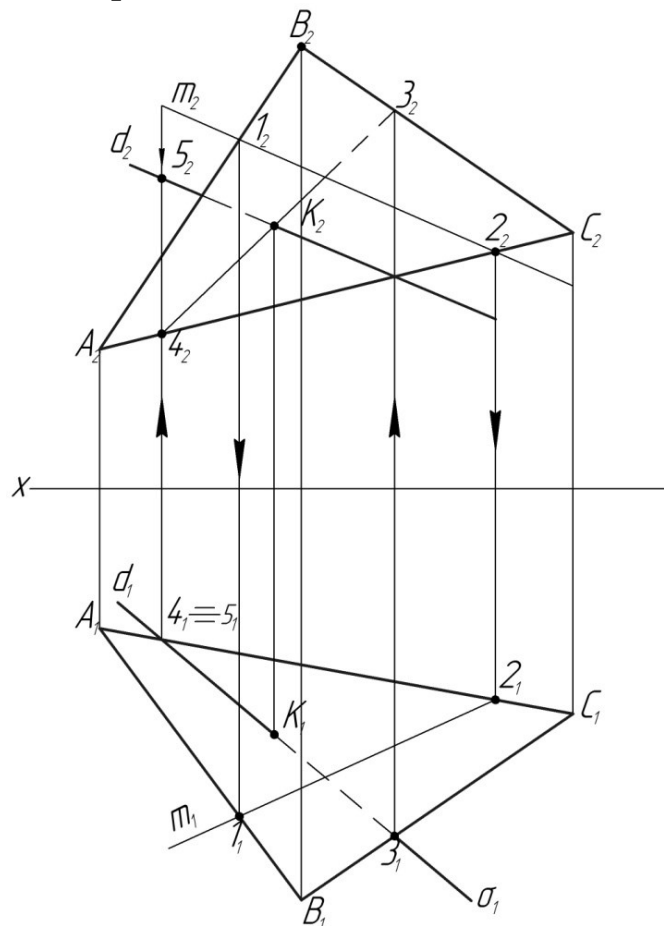


Рис. 66

Проверим теперь, не лежит ли прямая  $d$  на плоскости  $\alpha$ ? Будем считать, что  $d_1 \equiv 3_1 4_1$  представляет собой горизонтальную проекцию

прямой  $3_4$ , которая принадлежит плоскости  $\alpha$ . Ее фронтальная проекция  $3_2 4_2$  не совпадает с  $d_2$ . Это означает что прямая  $d$  не лежит на плоскости  $\alpha$ , а пересекает ее в точке  $K=3_4 \cap d$ , ибо эта точка лежит и на прямой  $d$ , и на плоскости  $\alpha$ , то есть является их общей точкой. Таким образом, мы решили одну из основных позиционных задач начертательной геометрии: построить точку пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения.

В начертательной геометрии этому построению предоставляют другую интерпретацию, связанную с универсальным способом вспомогательных плоскостей, применяемым для решения позиционных задач. Ниже приводится алгоритм построения точки пересечения прямой с плоскостью.

1) Данную прямую  $d$  включить во вспомогательную проецирующую плоскость  $\sigma$  (на рис. 66 эта плоскость горизонтально проецирующая)

$$\sigma \supset d, \quad \sigma \perp \Pi_1, \quad \sigma_1 \equiv d_1.$$

2) Построить вспомогательную линию пересечения вспомогательной плоскости  $\sigma$  с данной плоскостью  $\alpha$ .

$$\sigma \cap \alpha = 3_4, \quad \sigma_1 \cap B_1 C_1 = 3_1, \quad \sigma_1 \cap A_1 C_1 = 4_1, \quad 3_2 \subset B_2 C_2, \quad 4_2 \subset A_2 C_2.$$

3) Точка пересечения вспомогательной линии пересечения с данной прямой является точкой пересечения данной прямой и плоскости.

$$d \cap 3_4 = K, \quad K_2 = d_2 \cap 3_2 4_2, \quad K_1 \subset d_1.$$

Для придания наглядности комплексному рисунку следует определить видимость проекций прямой, исходя из условия, что треугольная пластинка (отсек плоскости  $\alpha$ ) непрозрачна. Воспользуемся для определения видимости конкурирующими точками, например точки 4 и 5, у которых  $4_1 \equiv 5_1$  и  $4_1 \subset A_1 C_1$ , а  $5_1 \subset d_1$ ,  $4_2 \subset A_2 C_2$ ,  $5_2 \subset d_2$ , т.е.  $4 \subset AC$ ,  $5 \subset d$ . Из расположения фронтальных проекций  $4_2$  и  $5_2$  видим, что точка 5 расположена выше точки 4, это значит, что горизонтальная проекция  $5_1$  видимая, а значит отрезок  $4_1 K_1$  горизонтальной проекции  $d_1$  тоже видимый. В точке  $K$  прямая переходит на другую сторону треугольной пластины и отрезок  $K_1 3_1$  становится невидимым.

Видимость фронтальной проекции прямой определяется аналогично с помощью конкурирующих точек относительно фронтальной плоскости проекций, например точек 6 и 7, у которых  $6_2 \equiv 7_2 = d_2 \cap A_2 B_2$  (на рис. 66 точки 6 и 7 не показано).

## 4.5. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей

### 直线与平面的垂直和平行

Напомним некоторые положения элементарной стереометрии, на которых строится теория перпендикулярности на комплексном рисунке.

- 1) Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум любым пересекающимся прямым в этой плоскости. Перпендикулярность рассматривается в широком смысле. Две перпендикулярные линии могут не пересекаться, а скрещиваться под прямым углом.
- 2) Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой этой плоскости.
- 3) Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр ко второй.

Приведенные положения определяют условия перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве. А каковы графические признаки перпендикулярности прямых и плоскостей, заданных на комплексном рисунке? Каким требованиям должны соответствовать проекции прямой, перпендикулярной к плоскости, заданной на комплексном рисунке? Определим эти условия и признаки.

Решим задачу: через точку  $A$  провести прямую  $l$  (построить ее проекции), перпендикулярную в пространстве к плоскости  $\alpha$  ( $BCD$ ) (рис. 67). Через точку пространства проходит единственная прямая перпендикулярная к данной плоскости. Ее проекции  $l_1 \supset A_1$  и  $l_2 \supset A_2$ , но направления этой проекции неизвестны. Для определения направлений проекций перпендикуляра рассмотрим рис. 4.14 б. на этом рисунке схематично изображена плоскость  $\alpha$  и прямая  $l \perp \alpha$ . Перпендикуляр  $l$  проходит через точку  $K$ , принадлежащую плоскости  $\alpha$ . Там же изображены (схематически) горизонтальные проекции  $l_1$  и  $K_1$  перпендикуляра  $l$  и точки  $K$ .

Согласно положению 2 прямая  $l$  перпендикулярна любой плоскости  $\alpha$ . Во множественном числе прямых плоскости  $\alpha$  есть горизонтальные прямые, одна из которых  $h$  изображена (схематически) на рисунке. Горизонтальная проекция  $h_1$  этой горизонтали параллельна  $h$ . Одна сторона прямого угла при вершине  $K$ , а именно сторона  $h$ , параллельна плоскости  $\Pi_1$ . Итак проекция этого угла на  $\Pi_1$  есть также прямой угол. Вывод: если прямая перпендикулярна плоскости в пространстве, то на

комплексном рисунке ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции любой горизонтали плоскости.

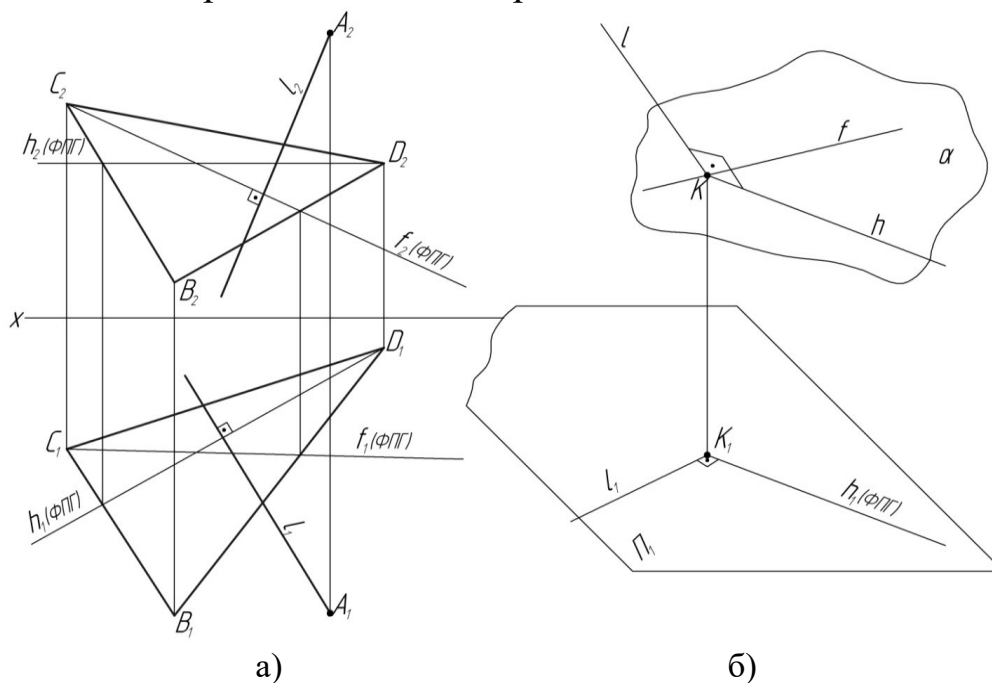


Рис. 67

Аналогичные рассуждения, относительно фронтальной проекции перпендикуляра к данной плоскости приводят к аналогичному выводу.

Если прямая перпендикулярна плоскости в пространстве, то на комплексном рисунке ее фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции любой фронтальной плоскости.

Кратко говоря, прямая перпендикулярна плоскости в пространстве, если ее проекции на комплексном рисунке перпендикулярны одноименным проекциям горизонтали и фронтали плоскости.

Это и есть признаки перпендикулярности прямой и плоскости на комплексном рисунке.

Теперь мы можем решить поставленную в начале этого параграфа задачу. Проводим на плоскости  $\alpha$  ( $BCD$ ) произвольные горизонталь  $h$  ( $h_1, h_2$ ) и фронталь  $f$  ( $f_1, f_2$ ). Через  $A_1$  проводим  $l_1 \perp h_1$  (ГПГ), а через  $A_2 - l_2 \perp f_2$  (ФПФ).  $l_1$  и  $l_2$  являются проекциями прямой  $l \perp \alpha$  ( $BCD$ ).

Рассмотрим типичные примеры и построения, связанные с перпендикулярностью и параллельностью прямых и плоскостей.

**Пример 1.** Через данную точку провести плоскость, перпендикулярную заданной прямой.

На рис. 68 заданные прямые являются прямыми уровня. Через точку  $A$  ( $A_1, A_2$ ) проведена плоскость  $\alpha \perp h$  ( $h_1, h_2$ ). Поскольку прямая  $h$

$\parallel \Pi_1 (h \parallel x)$ , то плоскость  $\alpha \perp h$  и  $\alpha \perp \Pi_1$ , то есть является горизонтально-проецирующей. Ее вырожденная горизонтальная проекция  $\alpha_1 \supset A_1$  и  $\alpha \perp h_1$ . Через точку  $B (B_1, B_2)$  проведем плоскость  $\beta \perp f (f_1, f_2)$ . Это плоскость является фронтально-проецирующей. Ее вырожденная проекция  $\beta_2 \perp f_2$ .

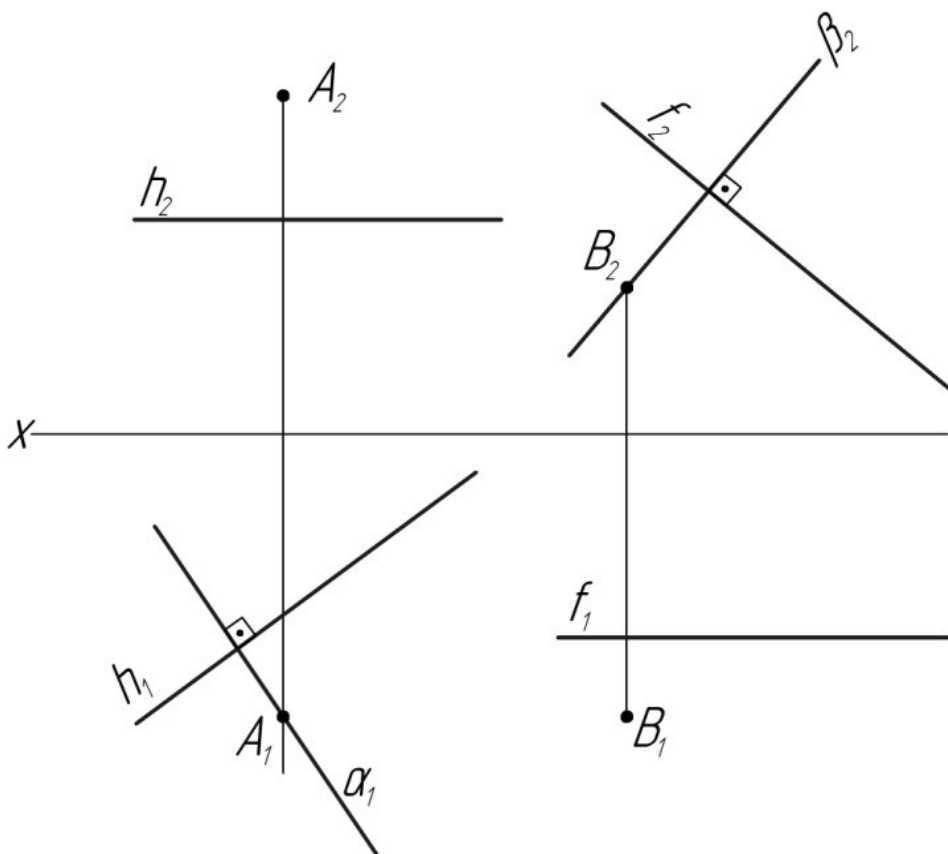


Рис. 68

На рис. 69 прямая  $d$  является прямой общего положения. Через точку  $a$  проведены две прямые горизонталь и фронталь. Горизонтальная проекция горизонтали  $h_1 \perp d_1$ , а фронтальная проекция фронтали  $f_2 \perp d_2$ . Плоскость  $\alpha (h \cap f)$  перпендикулярна в пространстве к прямой  $d$ , ибо проекция прямой  $d$  перпендикулярна к одноименным проекциям горизонтали и фронтали плоскости  $\alpha (h \cap f)$ .

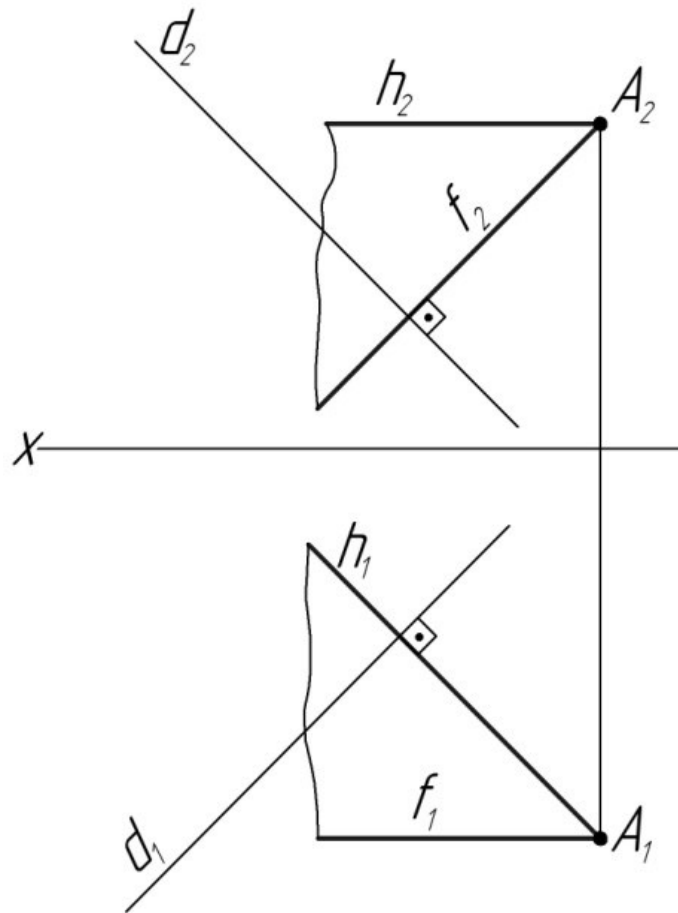


Рис. 69

Отметим, что рассмотренный на рис. 69 пример является этапом построения прямой перпендикулярной к прямой общего положения. На самом деле, если построить точку  $K = d \cap \alpha(h \cap f)$  (на рисунке это построение не показано), то проекции  $A_1K_1$  и  $A_2K_2$  зададут прямую  $AK \perp d$  и будут проекциями расстояния от точки  $A$  до прямой  $d$ .

Если по условию плоскость  $\alpha \perp d$  надо задать следами, то достаточно построить следы плоскости  $\alpha$  ( $h \cap f$ ).

Этот же пример является этапом построения плоскости перпендикулярной к другой заданной плоскости. Для построения такой плоскости надо на заданной плоскости взять произвольную прямую и построить плоскость перпендикулярную к этой прямой так, как это сделано в приведенном примере.

**Пример 2.** Через данную точку провести плоскость параллельно данной плоскости. На рис. 70. задана плоскость общего положения  $\alpha$  ( $a \cap b$ ) и точка  $A$  ( $A_1, A_2$ ). Признак параллельности двух плоскостей: если две пересекающиеся прямые параллельны двум прямым второй плоскости, то такие плоскости взаимно параллельны (стереометрия).

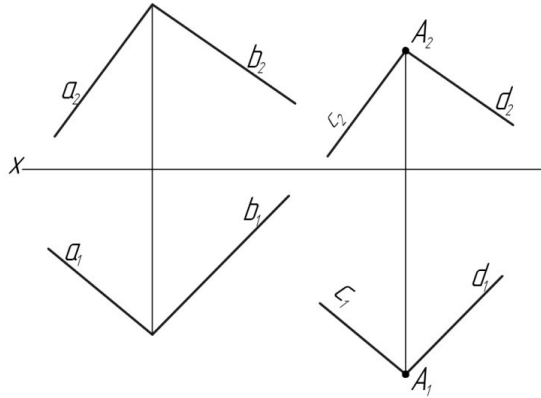


Рис. 70

Исходя из этого признака, через точку  $a$  проведем две прямые  $c \parallel a$  и  $d \parallel b$ . Эти две прямые определяют плоскость  $\beta$  ( $c \cap d$ ), параллельную к данной плоскости  $\alpha$ .

Построения:  $A_1 \subset c_1 \parallel a_1, A_2 \subset c_2 \parallel a_2 \rightarrow c \parallel a$ ;

$A_1 \subset d_1 \parallel b_1, A_2 \subset d_2 \parallel b_2 \rightarrow d \parallel b$ .

**Пример 3.** Через данную точку провести произвольную прямую параллельную к заданной плоскости. На рис. 71 заданная плоскость  $\alpha$  двумя параллельными прямыми  $a$  ( $a_1 \parallel b_1$ ) и точка  $A$  ( $A_1, A_2$ ).

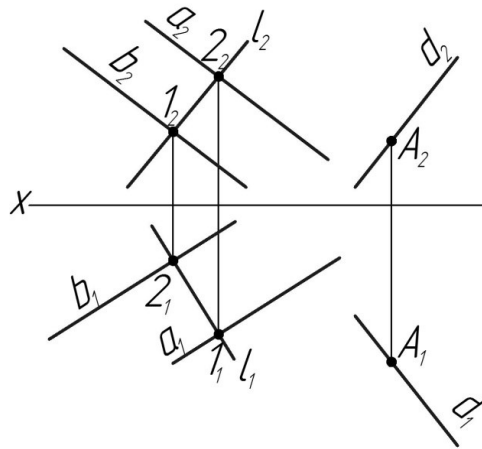
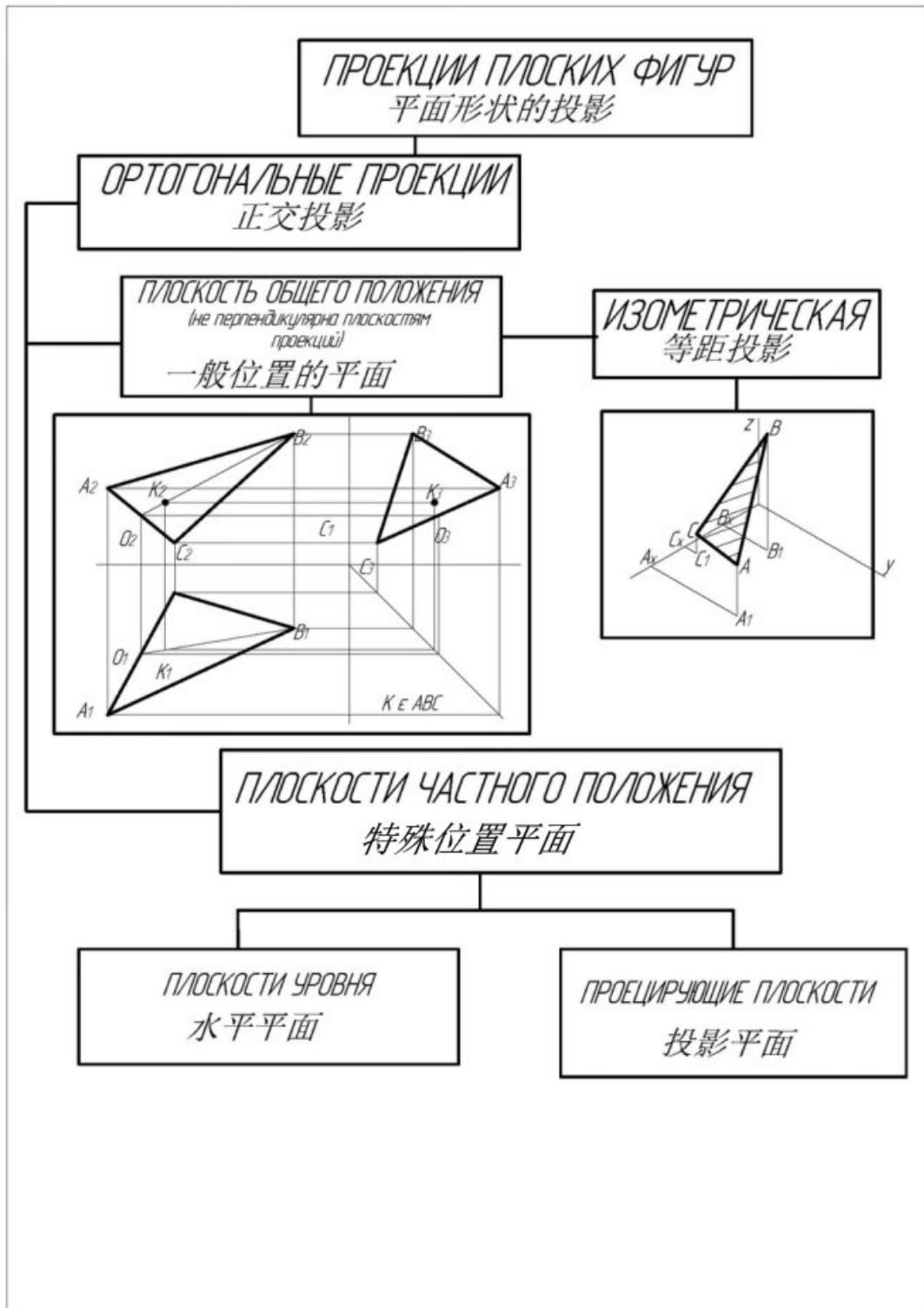


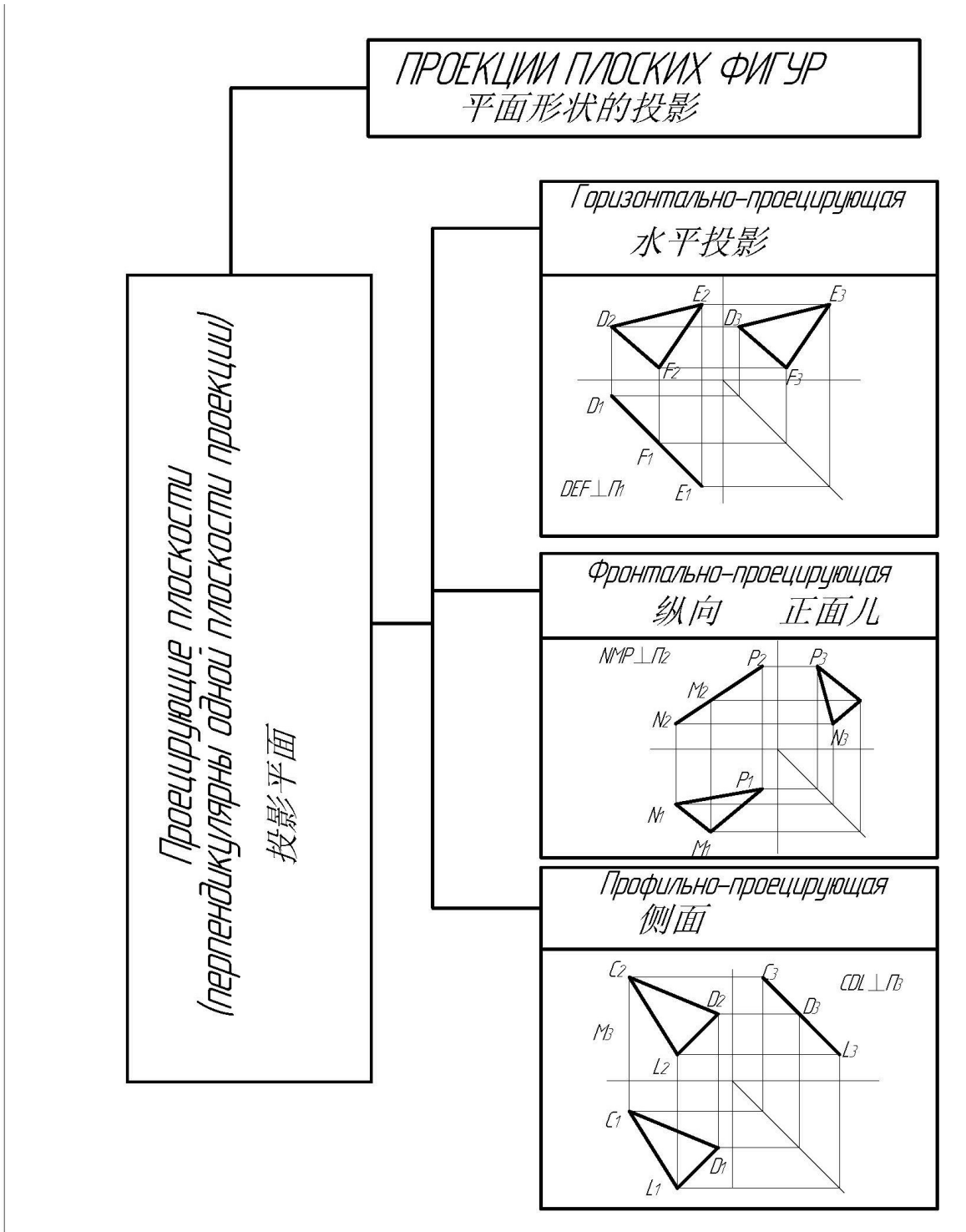
Рис. 71

Признак параллельности прямой и плоскости: прямая параллельна плоскости, если она параллельна любой прямой плоскости. Через точку, не лежащую на данной плоскости, можно провести множество прямых параллельных этой плоскости. Для проведения одной из них сначала зададим на плоскости произвольную прямую  $l$  ( $l_1, l_2$ ).  $l_1 \equiv l_1 2_1, l_2 \equiv l_2 2_2$ . Через точку  $A$  проведем прямую  $d \parallel l - d_1 \supset A_1 \parallel l_1, d_2 \supset A_2 \parallel l_2$ . Прямая  $d$  ( $d_1, d_2$ ) параллельна плоскости  $\alpha$  ( $a \parallel b$ ), потому что она параллельна прямой  $l$  ( $l_1, l_2$ )  $\subset \alpha$  ( $a \parallel b$ ).

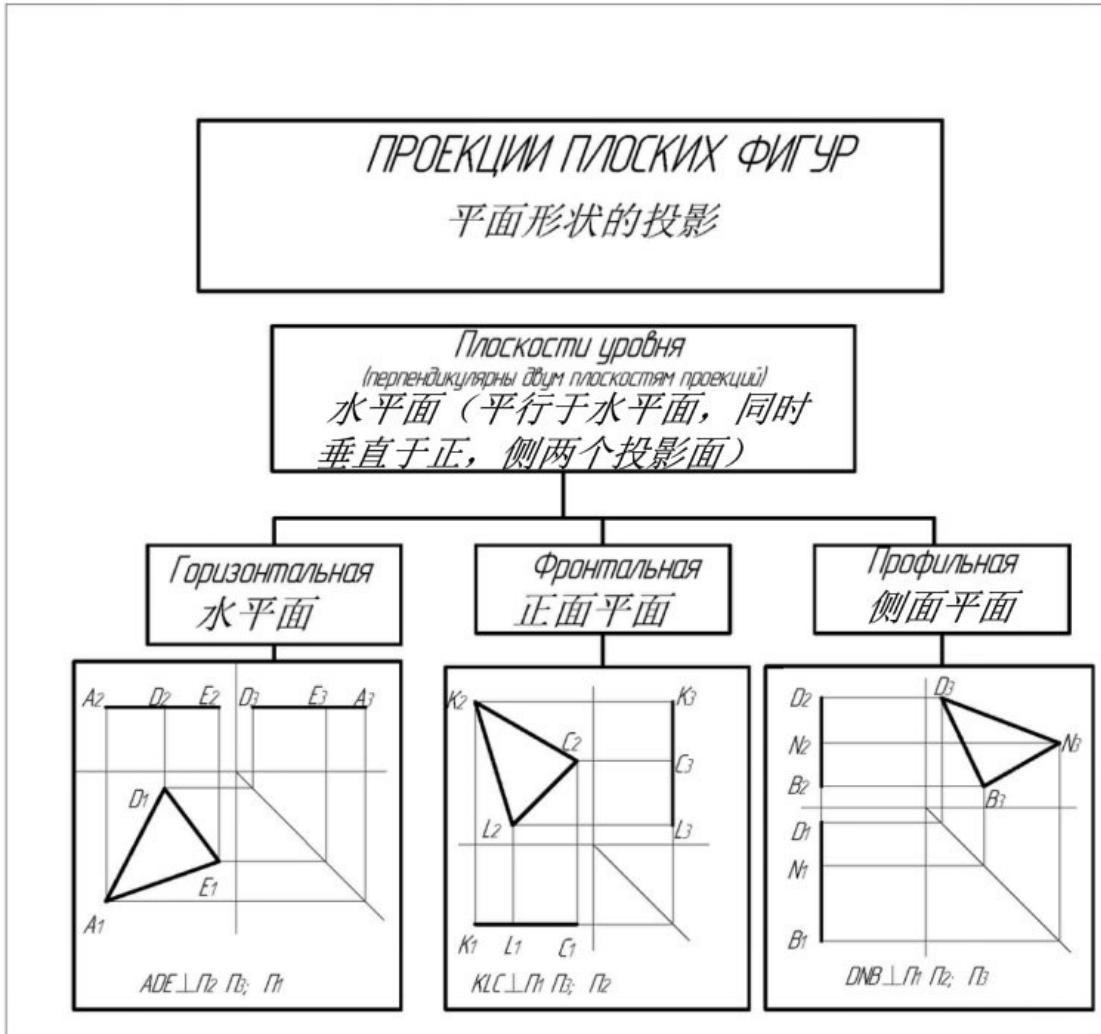
Блок-схема 7 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



Блок-схема 8 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



Блок-схема 9 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



## 4.6. Варианты тестовых вопросов

### 选择测试题

1. Как невозможно задать плоскость?

不可能用什么方式确定一个平面？

- 1) параллельными прямыми
- 2) прямыми, которые пересекаются
- 3) скрещивающимися прямыми
- 4) Три точки, которые не лежат на одной прямой

2. Как обозначается профильная плоскость проекций?

侧面投影面如何表示？

- 1)  $\Pi_{23}$
- 2)  $\Pi_1$
- 3)  $\Pi_3$
- 4)  $\Pi_2$

3. Как обозначается горизонтальная плоскость проекций?

水平投影面如何表示？

- 1)  $\Pi_{23}$
- 2)  $\Pi_1$
- 3)  $\Pi_3$
- 4)  $\Pi_2$

4. Как обозначается фронтальная плоскость проекций?

正面投影面如何表示？

- 1)  $\Pi_{23}$
- 2)  $\Pi_1$
- 3)  $\Pi_3$
- 4)  $\Pi_2$

5. Как называется плоскость, изображенная на рисунке 72?

图 72 中所示的平面叫什么？

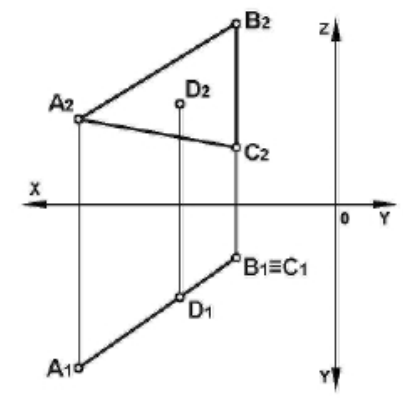


Рис. 72

- 1) Общего положения
  - 2) Горизонтально-проецирующая
  - 3) Фронтально-проецирующая
  - 4) Профильная
6. Как называется плоскость, изображенная на рисунке 73?  
图 73 中所示的平面叫什么？

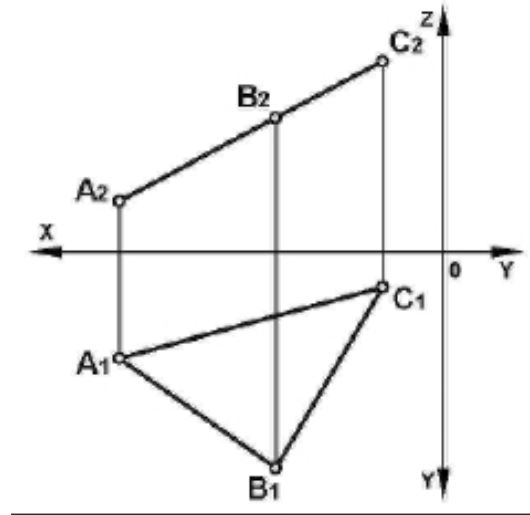


Рис. 73

- 1) Общего положения
  - 2) Горизонтально-проецирующая
  - 3) Фронтально-проецирующая
  - 4) Профильная
7. Как называется плоскость, изображенная на рисунке 74?  
图 74 中所示的平面叫什么？

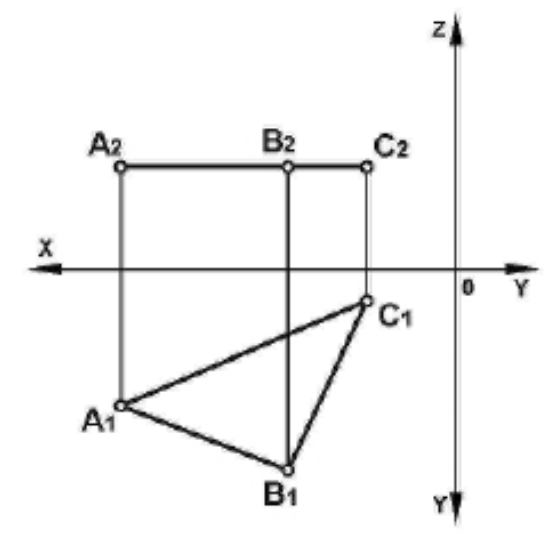


Рис. 74

- 1) Общего положения
- 2) Фронтальная
- 3) Горизонтальная
- 4) Профильная

8. Как называется плоскость, изображенная на рис. 75?

图 75 中所示的平面叫什么？

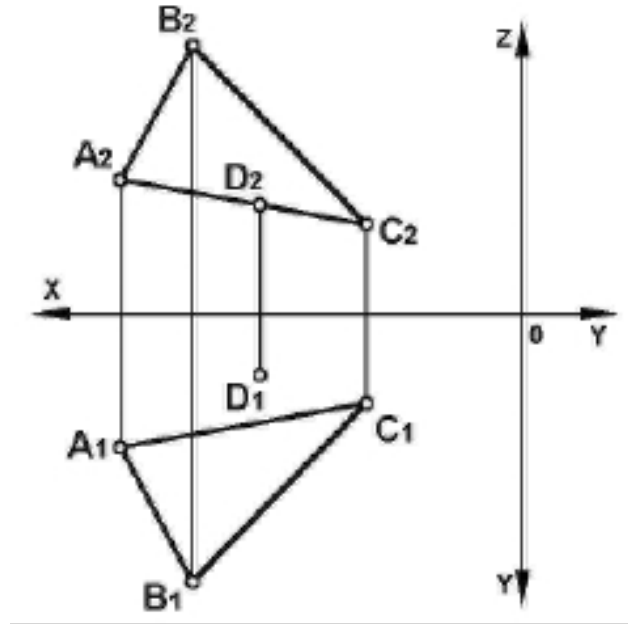


Рис. 75

- 1) Общего положения
- 2) Горизонтально-проецирующая
- 3) Фронтально-проецирующая
- 4) Профильно-проецирующая

9. Как называется плоскость, изображенная на рисунке 76?

图 76 中所示的平面叫什么？

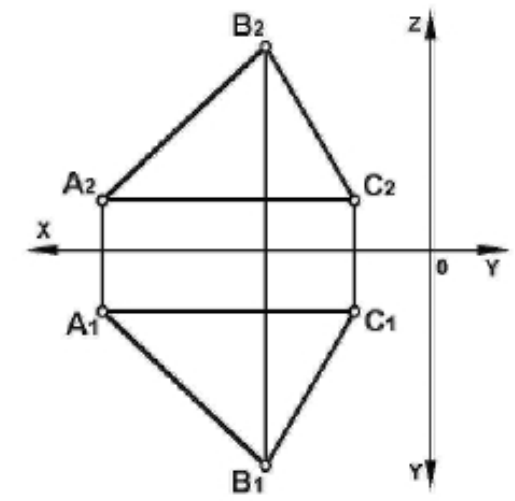


Рис. 76

- 1) Общего положения
- 2) Горизонтально-проецирующая
- 3) Фронтально-проецирующая
- 4) Профильно-проецирующая

10. Как называется плоскость, изображенная на рис. 77?

图 77 中所示的平面叫什么？

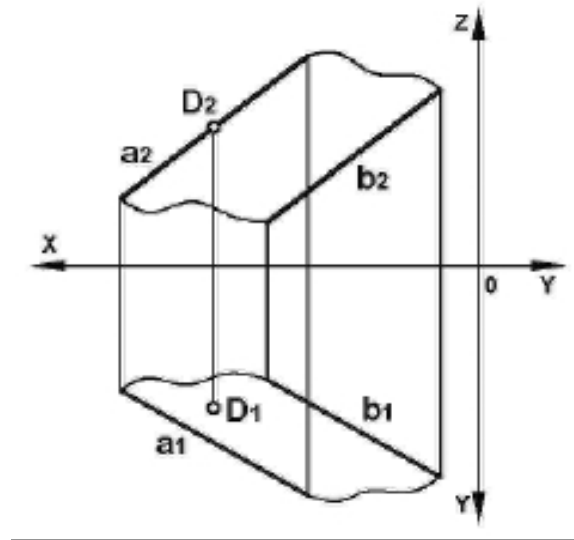


Рис. 77

- 1) Общего положения
- 2) Горизонтальная
- 3) Фронтальная
- 4) Профильная

11. Как называется плоскость, изображенная на рисунке 78?

图 78 中所示的平面叫什么？

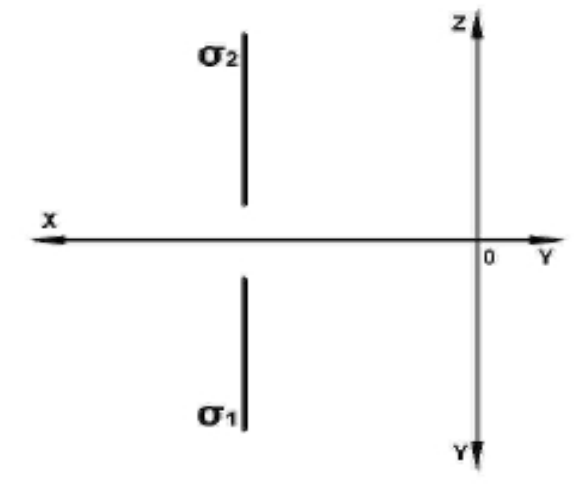


Рис. 78

- 1) Общего положения
- 2) Горизонтальная
- 3) Фронтальная
- 4) Профильная

12. Как называется плоскость, изображенная на рисунке 79?  
 图 79 中所示的平面叫什么？

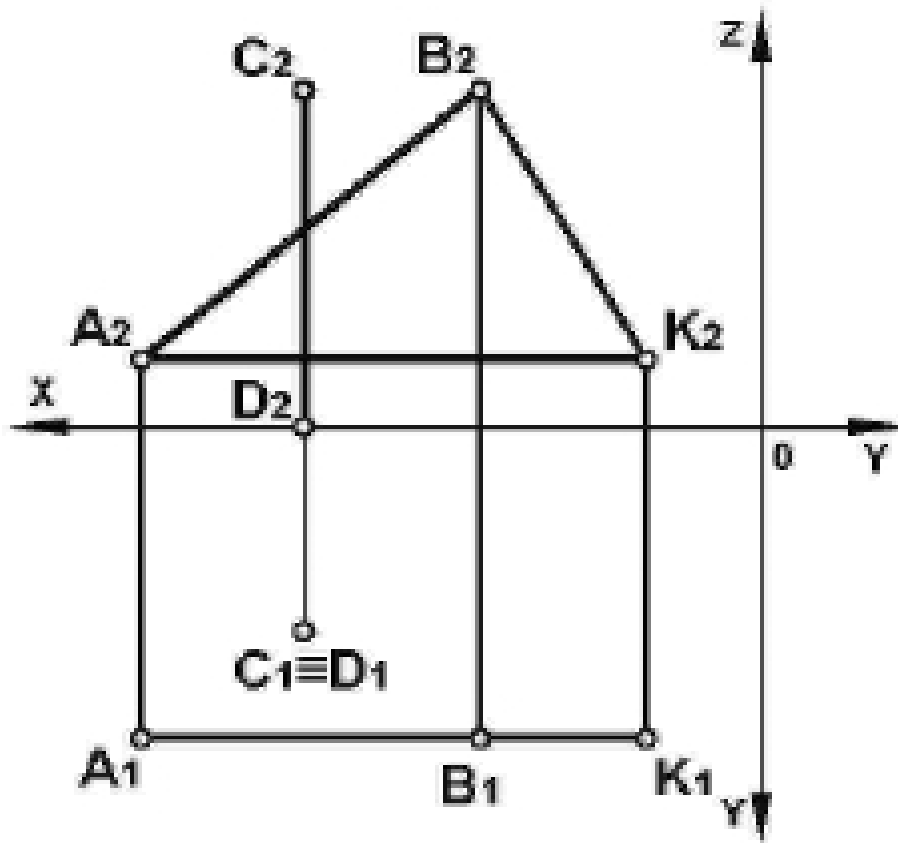
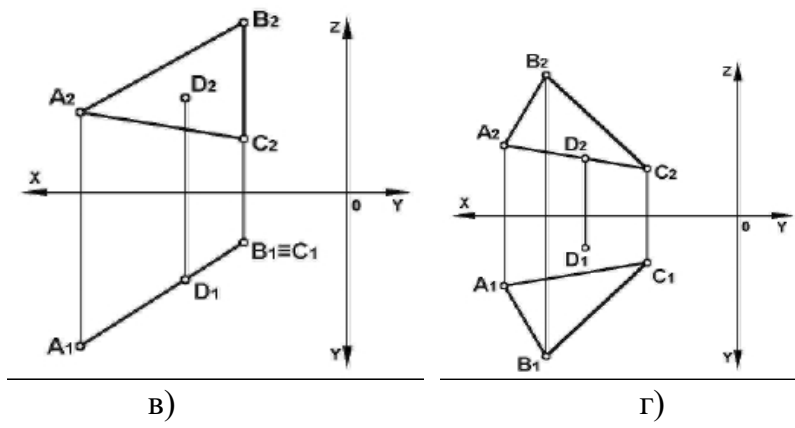
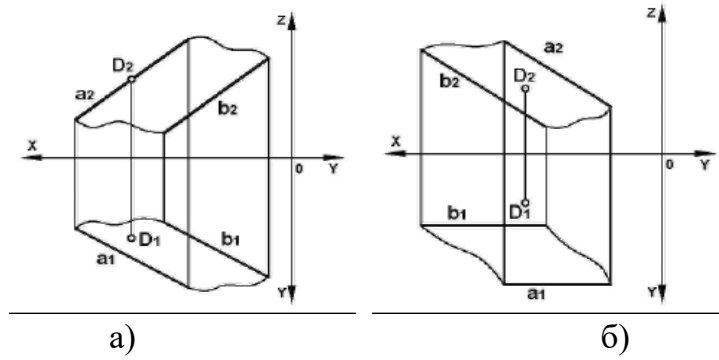


Рис. 79

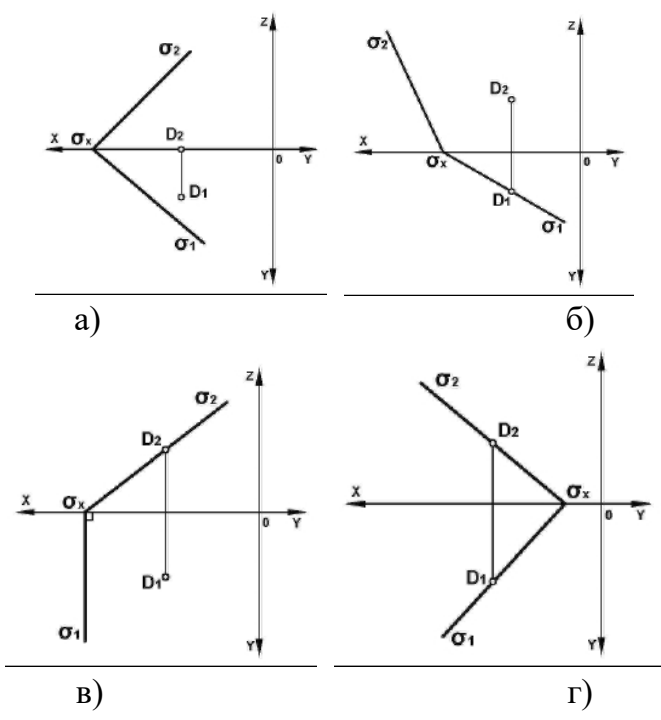
- 1) Общего положения
- 2) Горизонтальная
- 3) Фронтальная
- 4) Профильная

13. На каком рисунке точка  $D$  лежит в заданной плоскости?  
 在哪张图中点  $D$  位于给定平面内？



- a)
- б)
- в)
- г)

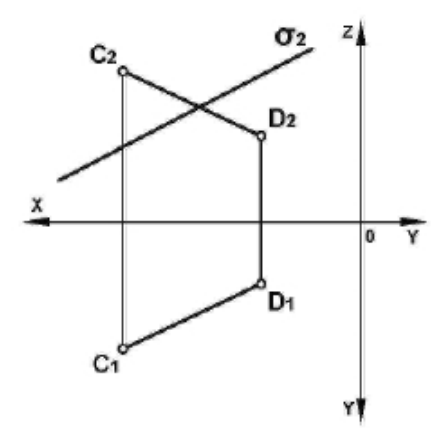
14. На каком рисунке точка  $D$  лежит в заданной плоскости?  
 在哪张图中点  $D$  位于给定平面内？



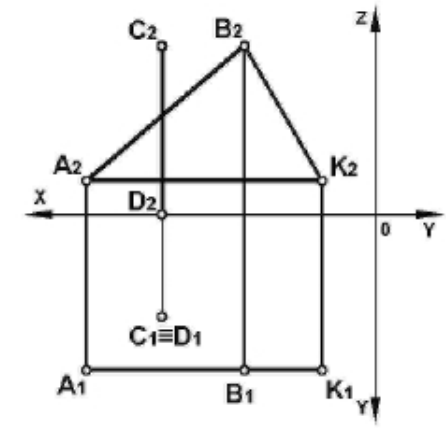
- a)
- б)
- в)
- г)

15. На каком рисунке прямая  $CD$  лежит в проецирующей плоскости?

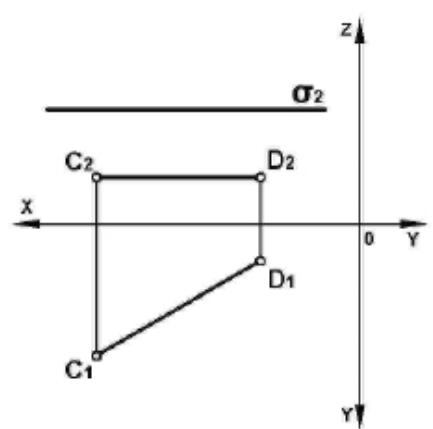
在哪张图中直线  $CD$  位于投影平面内？



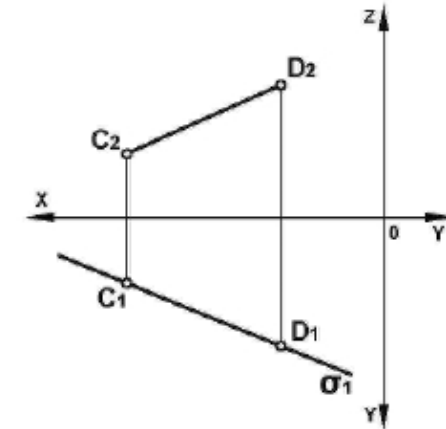
a)



б)



в)

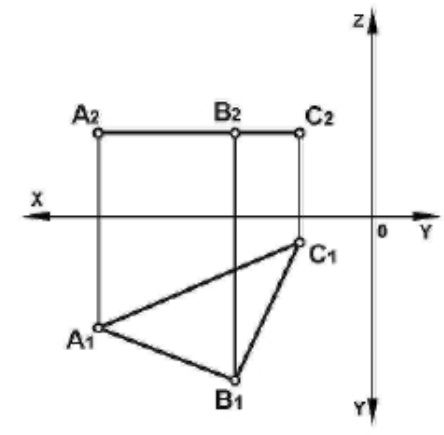


г)

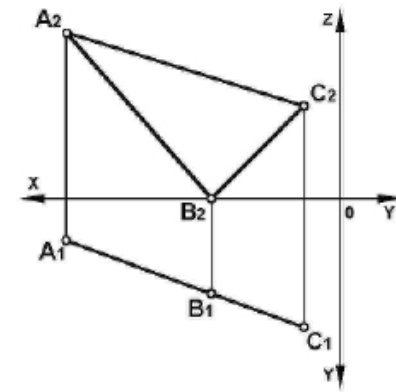
- a)
- б)
- в)
- г)

16. На каком рисунке плоскость  $\Delta ABC$  является горизонтально-проецирующей?

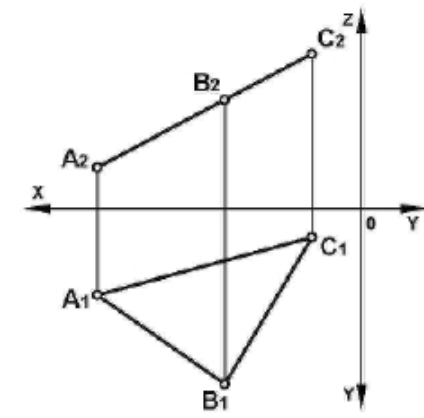
在哪张图中平面  $\Delta ABC$  是水平投影平面？



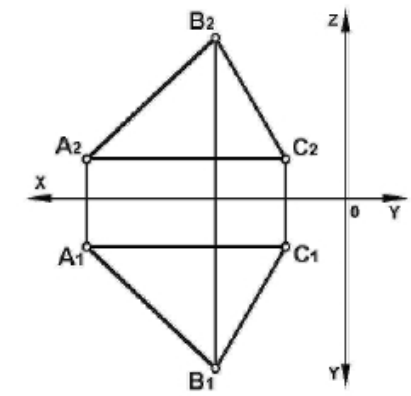
a)



б)



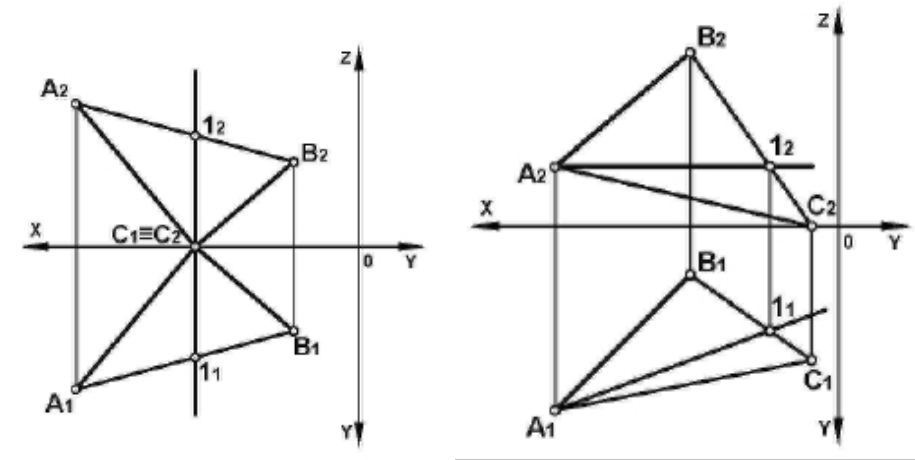
в)



г)

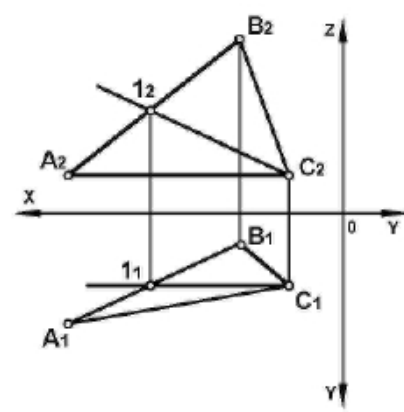
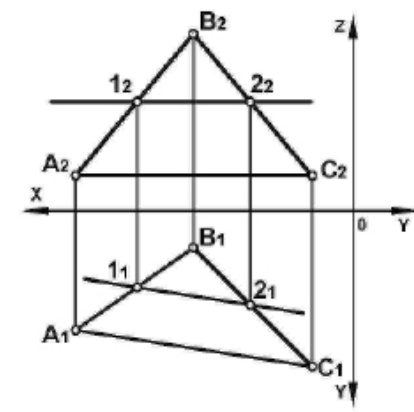
- a)
- б)
- в)
- г)

17. На каком рисунке изображена фронталь плоскости?  
 在哪张图中绘制了平面的正平线?



a)

б)



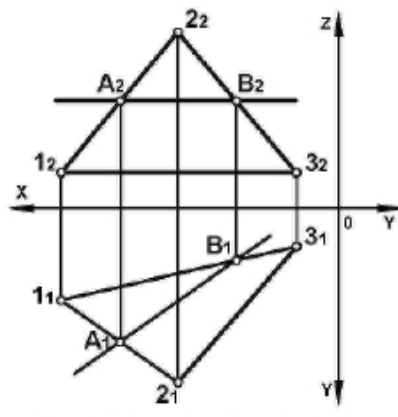
в)

г)

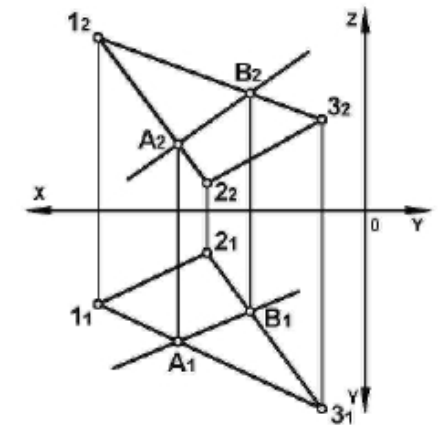
- a)
- б)
- в)
- г)

18. На каком рисунке прямая  $AB$  принадлежит плоскости треугольника?

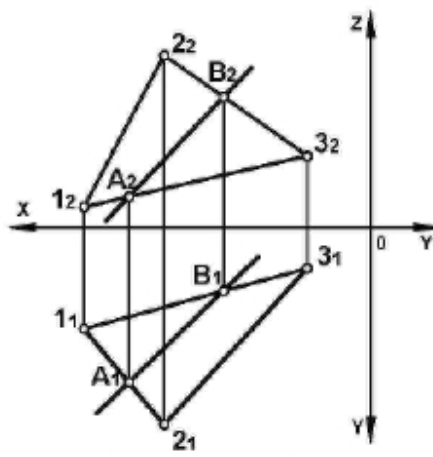
在哪张图中直线  $AB$  属于三角形平面？



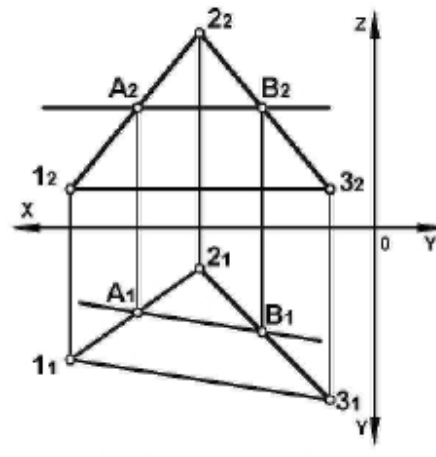
a)



б)



в)

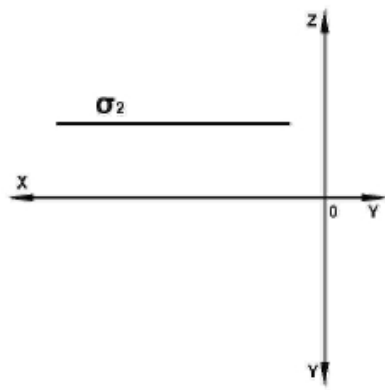


г)

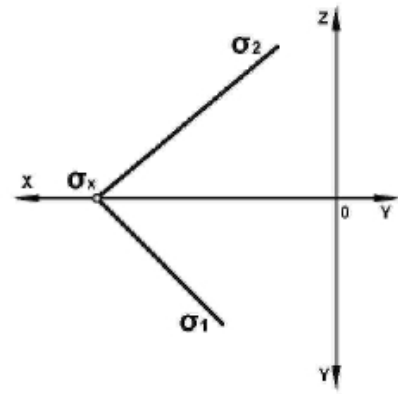
- a)
- б)
- в)
- г)

19. На каком рисунке показана горизонтальная плоскость уровня?

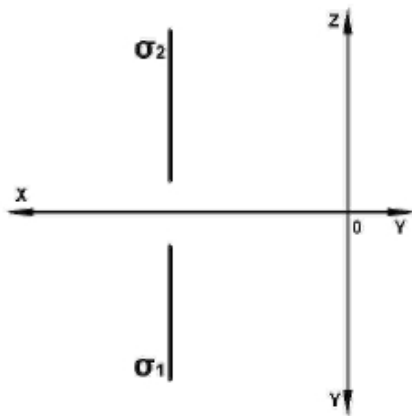
在哪张图中显示了水平面（水平面迹线平面）？



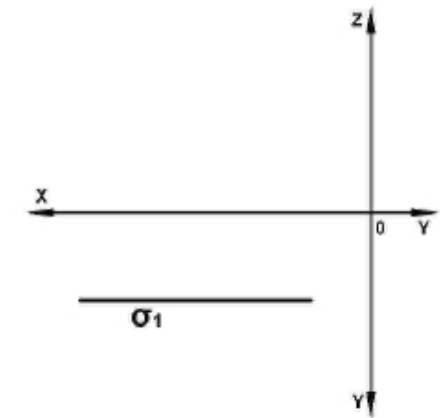
a)



б)



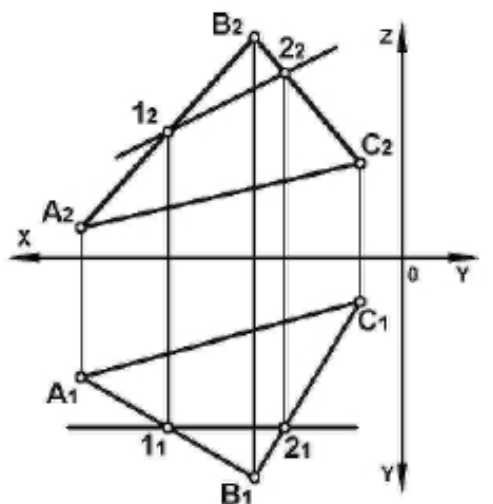
в)



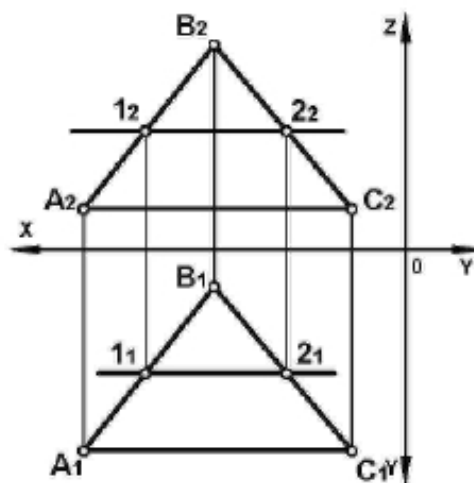
г)

- a)
- б)
- в)
- г)

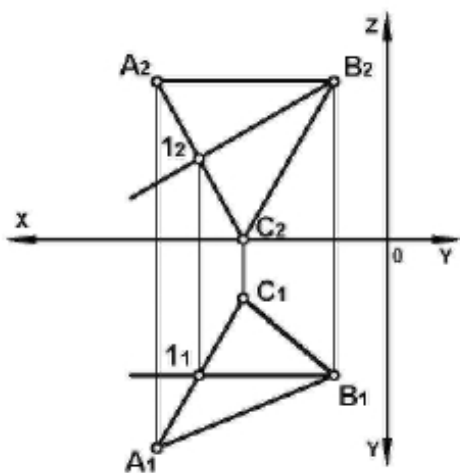
20. На каком рисунке изображена горизонталь плоскости?  
 在哪张图中绘制了平面的水平线?



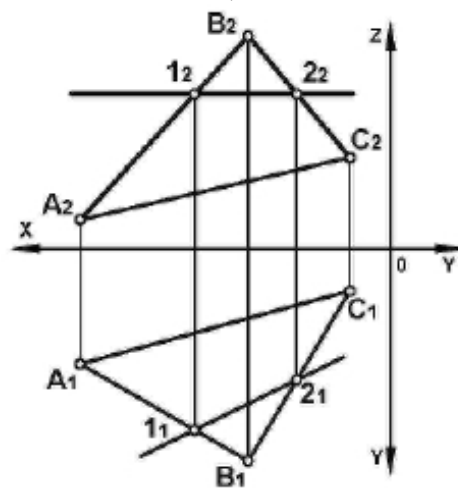
a)



б)



в)



г)

a)

б)

в)

г)

21. Как называется плоскость, изображенная на рисунке 80?  
 图 80 中所示的平面叫什么?

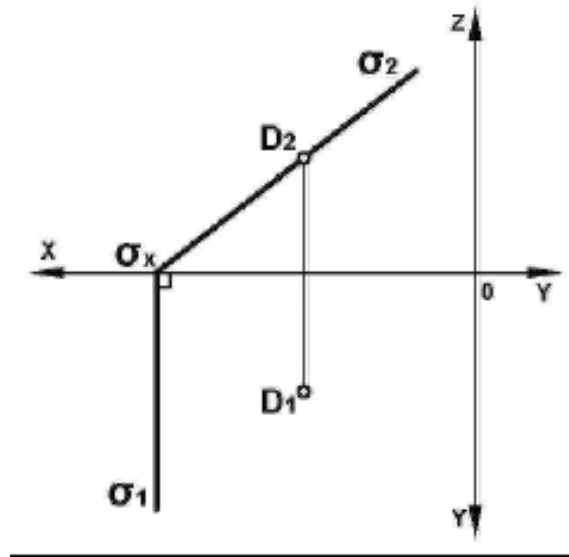


Рис. 80

- 1) Общего положения
- 2) Горизонтально-проецирующая
- 3) Фронтально-проецирующая
- 4) Профильная

22. Как называется плоскость проекций  $\Pi_1$ ?  
 投影面  $\Pi_1$  叫什么?

- 1) Горизонтальная
- 2) Фронтальная
- 3) Профильная
- 4) Параллельная

23. Как называется плоскость проекций  $\Pi_2$ ?  
 投影面  $\Pi_2$  叫什么?

- 1) Горизонтальная
- 2) Фронтальная
- 3) Профильная
- 4) Параллельная

24. Как называется плоскость проекций  $\Pi_3$ ?  
 投影面  $\Pi_3$  叫什么?

- 1) Горизонтальная
- 2) Фронтальная
- 3) Профильная
- 4) Параллельная

25. К каким плоскостям проекций перпендикулярна горизонтальная плоскость уровня?

水平面（水平面迹线平面）垂直于哪些投影面？

- 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$
- 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$
- 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$
- 4)  $\Pi_1, \Pi_2$  и  $\Pi_3$

26. К каким плоскостям проекций перпендикулярна фронтальная плоскость уровня?

正面迹线平面垂直于哪些投影面？

- 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$
- 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$
- 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$
- 4)  $\Pi_1, \Pi_2$  и  $\Pi_3$

27. К каким плоскостям проекций перпендикулярна профильная плоскость уровня?

侧面迹线平面垂直于哪些投影面？

- 1)  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$
- 2)  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$
- 3)  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$
- 4)  $\Pi_1, \Pi_2$  и  $\Pi_3$

28. Как называется плоскость изображенная на рисунке 81?

图 4.28 中所示的平面叫什么？

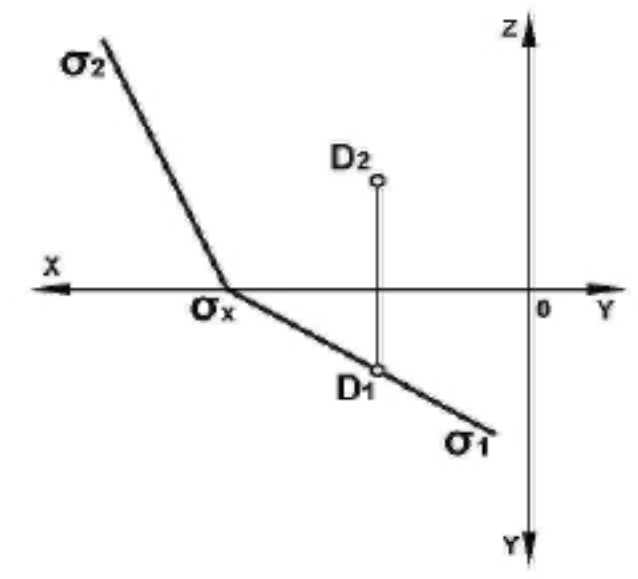


Рис. 81

- 1) Общего положения
- 2) Горизонтально-проецирующая
- 3) Фронтально-проецирующая
- 4) Профильная

29. Как называется плоскость изображенная на рисунке 82?  
图 82 中所示的平面叫什么?

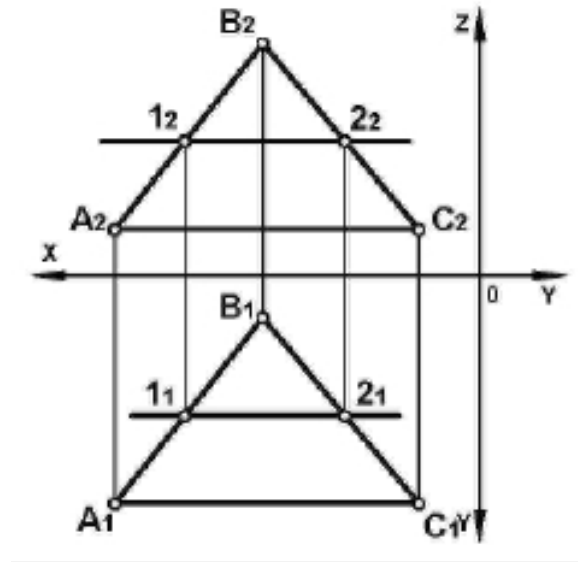


Рис. 82

- 1) Профильно-проецирующая
- 2) Общего положения
- 3) Профильная
- 4) Горизонтально-проецирующая

30. Как называется плоскость изображенная на рисунке 83?  
图 83 中所示的平面叫什么?

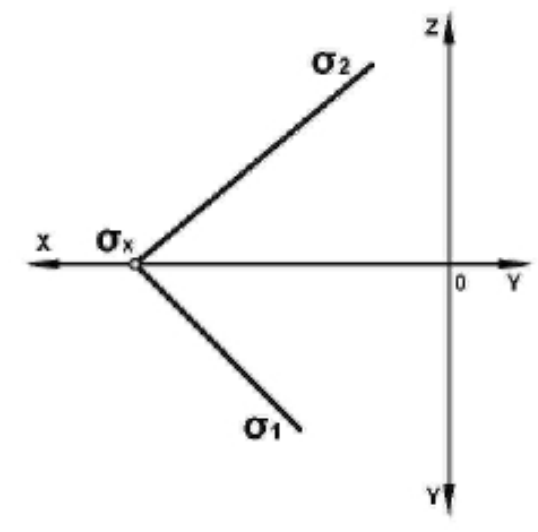


Рис. 83

- 1) Профильно-проецирующая
- 2) Общего положения
- 3) Профильная
- 4) Горизонтально-проецирующая

31. К какой из плоскостей проекций перпендикулярная плоскость, изображена на рисунке 83?

图 83 中所示的平面垂直于哪个投影面?

- 1)  $\Pi_1$
- 2)  $\Pi_2$
- 3)  $\Pi_3$
- 4) ни к одной

32. К какой из плоскостей проекций перпендикулярная плоскость, изображена на рисунке 83?

图 83 中所示的平面垂直于哪个投影面?

- 1)  $\Pi_1$
- 2)  $\Pi_2$
- 3)  $\Pi_3$
- 4) ни к одной

33. К какой из плоскостей проекций перпендикулярная плоскость изображена на рисунке 83?

图 83 中所示的平面垂直于哪个投影面?

- 1)  $\Pi_1$
- 2)  $\Pi_2$
- 3)  $\Pi_3$
- 4) ни к одной

34. К каким осям проекций параллельна горизонтальная плоскость?

水平面平行于哪些投影轴?

- 1)  $x, z$
- 2)  $x, y$
- 3)  $y, z$
- 4)  $x, y, z$

35. К каким осям проекций параллельна профильная плоскость?

侧平面平行于哪些投影轴?

- 1)  $x, z$
- 2)  $x, y$

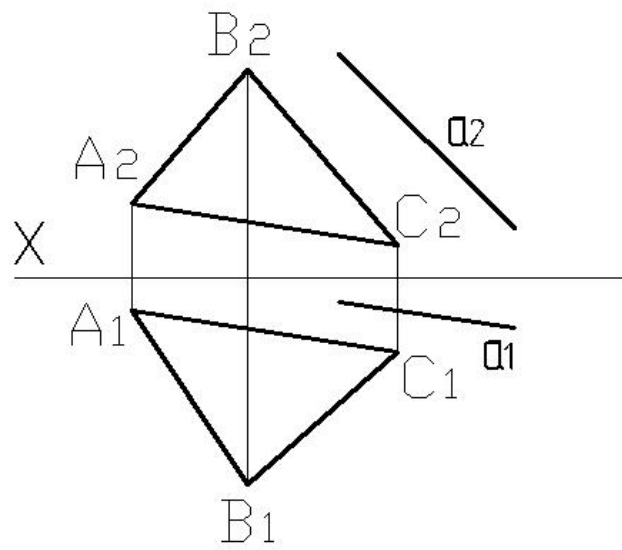
- 3)  $y, z$
- 4)  $x, y, z$

36. К каким осям проекций параллельна фронтальная плоскость?

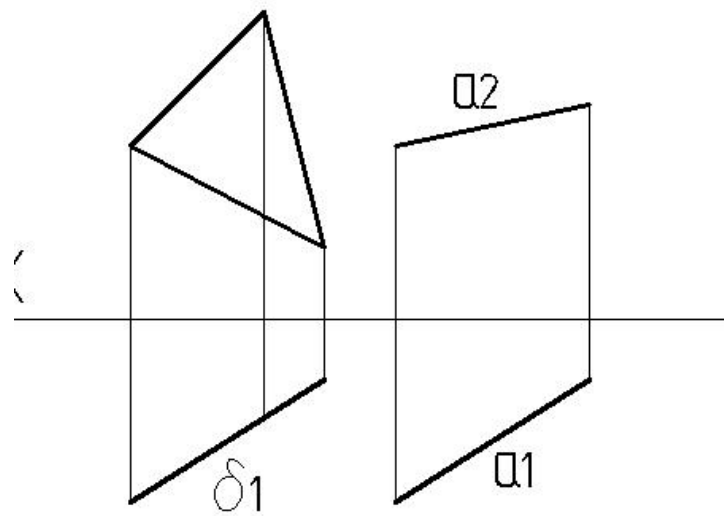
正平面平行于哪些投影轴?

- 1)  $x, z$
- 2)  $x, y$
- 3)  $y, z$
- 4)  $x, y, z$

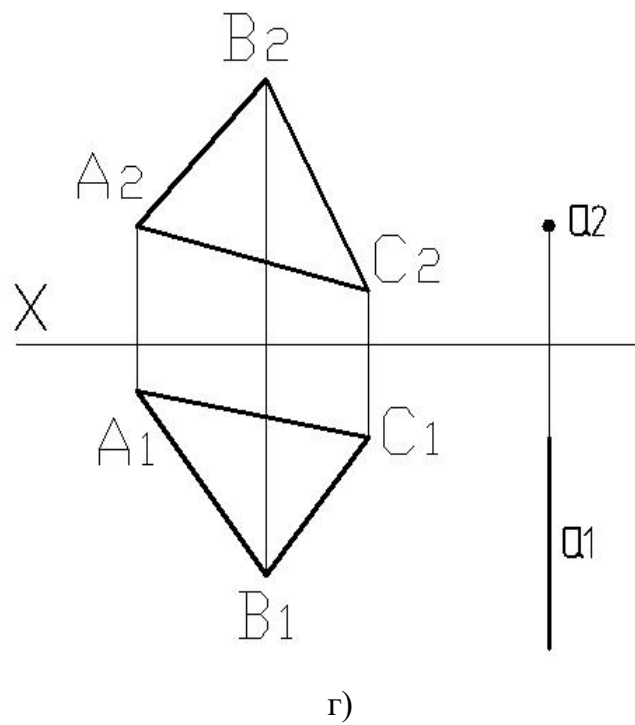
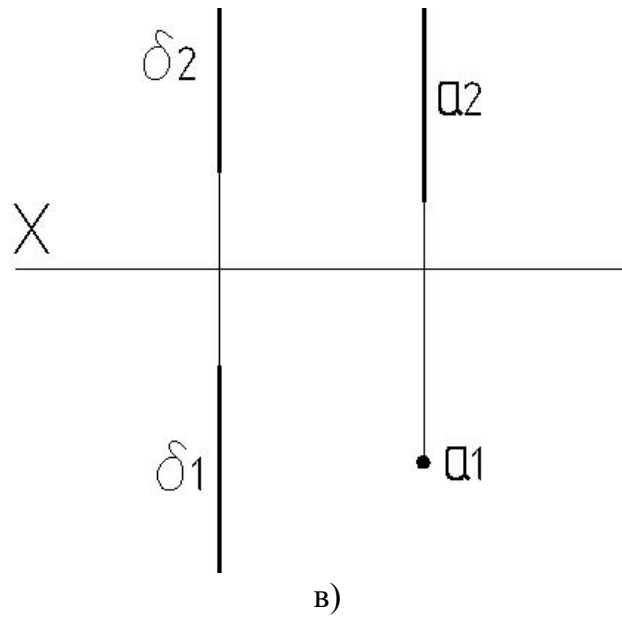
37. На каком рисунке прямая  $a$  параллельна плоскости  $\sigma$ ?  
在哪张图中直线  $a$  平行于平面  $\sigma$ ?



a)

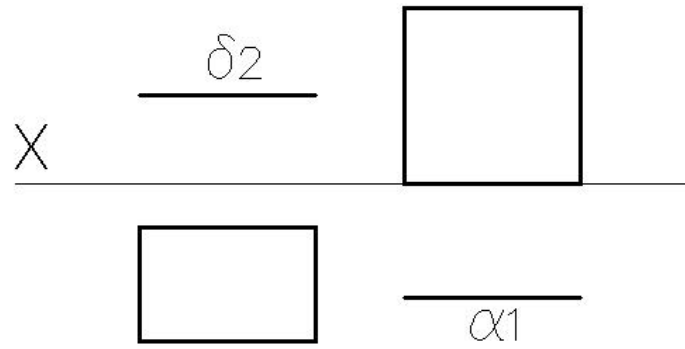


b)

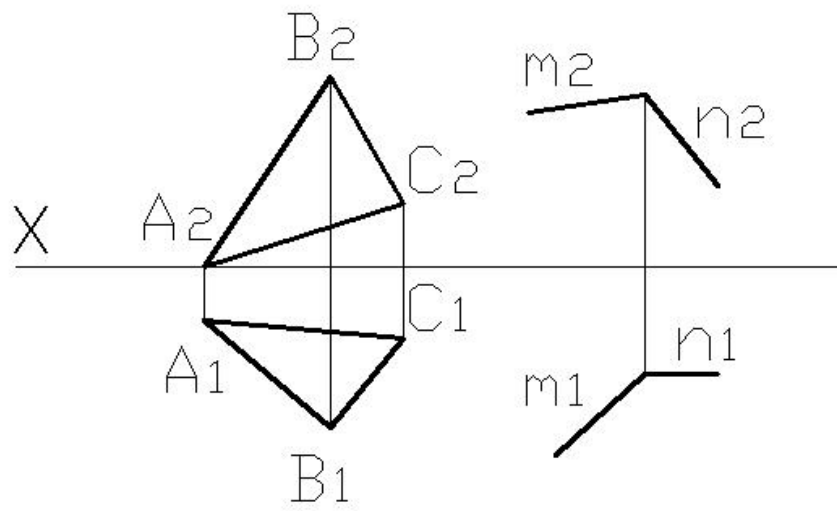


- a)
- б)
- в)
- г)

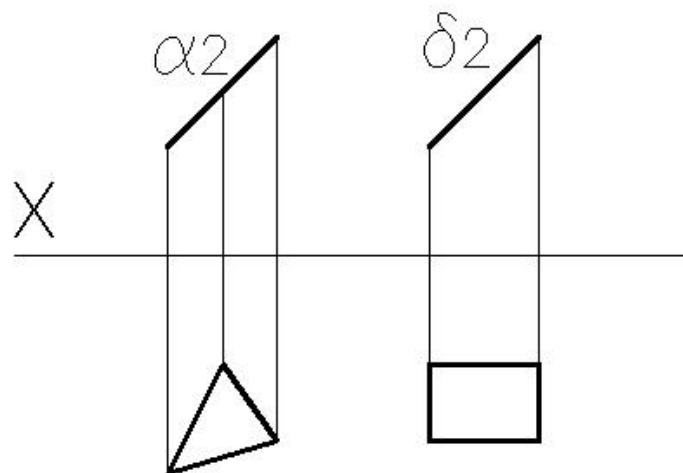
38. На каком рисунке плоскости параллельны между собой?  
 在哪张图中平面互相平行?



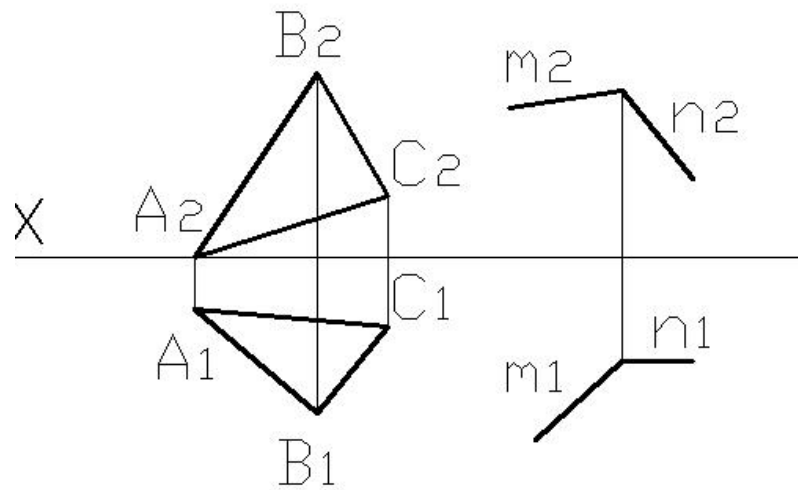
a)



b)



B)



г)

- а)
- б)
- в)
- г)

39. Каково взаимное положение прямой  $a$  и плоскости  $\delta$  на рисунке 84?

图 84 中直线  $a$  与平面  $\delta$  的相对位置如何?

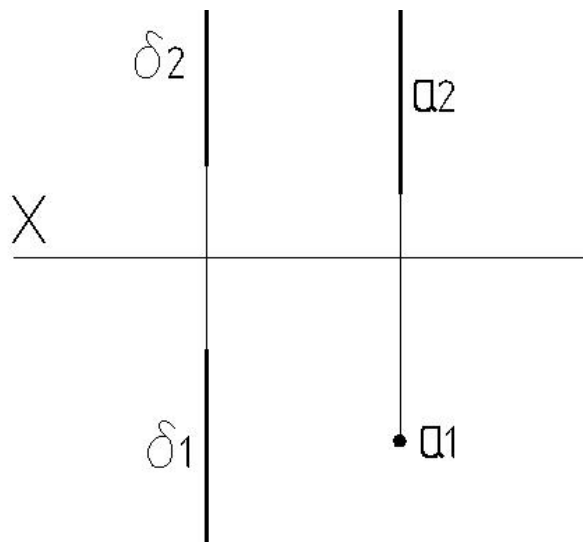


Рис. 84

- 1) Прямая перпендикулярная к плоскости
- 2) Параллельные
- 3) Прямая принадлежит плоскости
- 4) Прямая пересекает плоскость под любым углом

40. Каково взаимное положение плоскостей на рисунке 85?  
 图 85 中平面的相对位置如何?

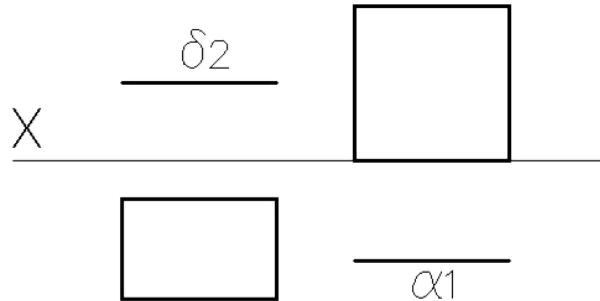


Рис. 85

- 1) Параллельные
- 2) Пересекаются под любым углом.
- 3) Перпендикулярные
- 4) Являются одной плоскостью.

41. Каково взаимное положение плоскостей на рисунке 86?  
 图 86 中平面的相对位置如何?

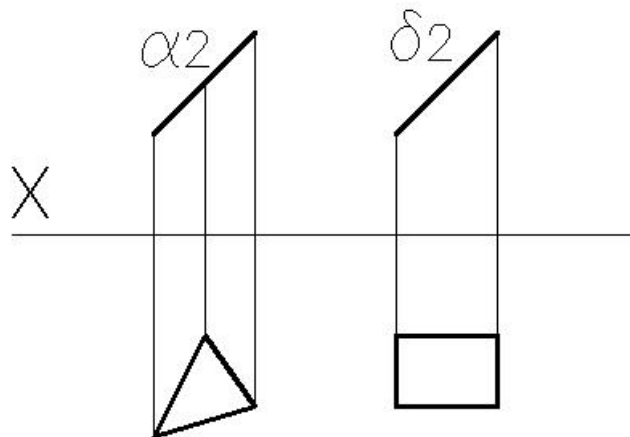


Рис. 86

- 1) Параллельные
- 2) Пересекаются под любым углом.
- 3) Перпендикулярные
- 4) Являются одной плоскостью.

42. Каково взаимное расположение прямой и плоскости на рисунке 86?

图 86 中直线与平面的相对位置如何?

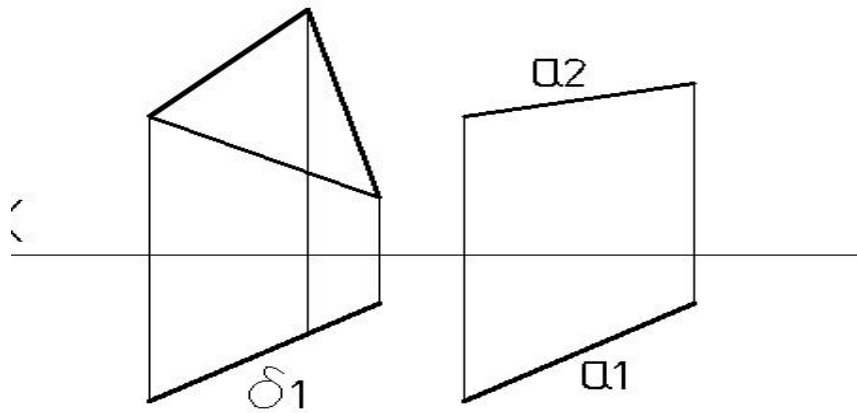


Рис. 86

- 1) Параллельные
- 2) Пересекаются под любым углом.
- 3) Перпендикулярные
- 4) Являются одной плоскостью.

43. Каково взаимное расположение прямой и плоскости на рисунке 87?

图 87 中直线与平面的相对位置如何?

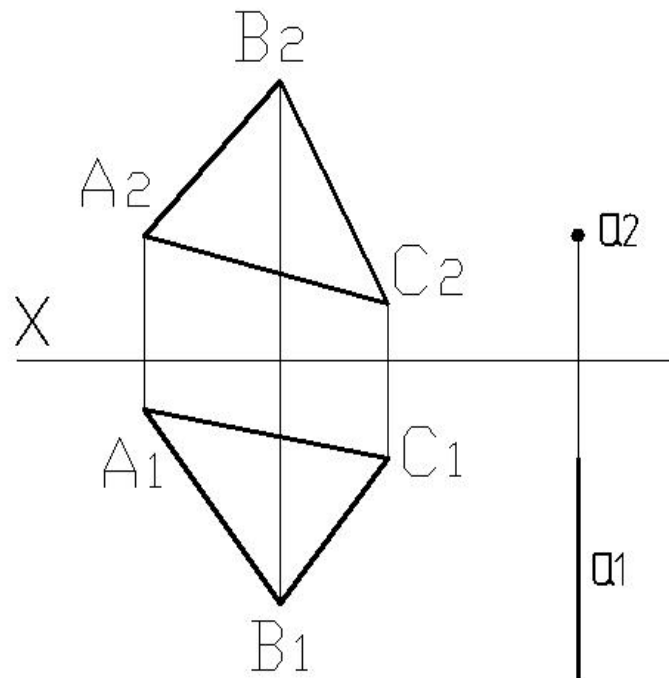


Рис. 87

- 1) Пересекаются под любым углом

- 2) Прямая перпендикулярна к плоскости
- 3) Параллельные

44. Каково взаимное расположение прямой и плоскости на рисунке 88?

图 88 中直线与平面的相对位置如何?

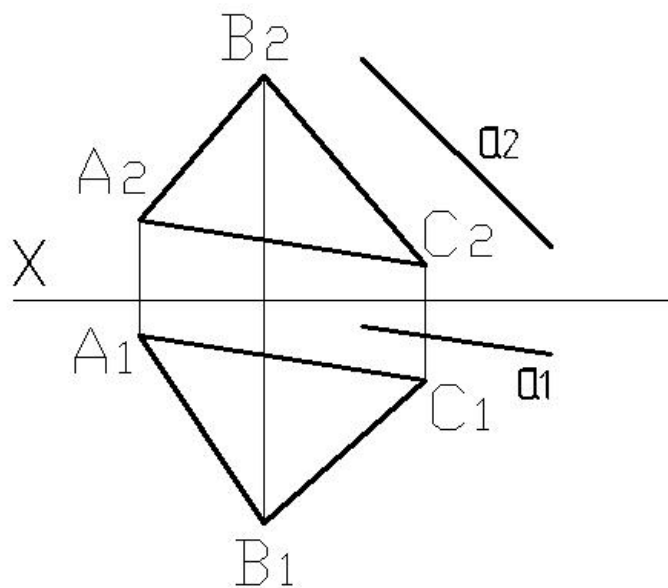


Рис. 88

- 1) Пересекаются под любым углом
- 2) Прямая перпендикулярна к плоскости
- 3) Параллельные

## Тема 5. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ РИСУНКОВ

### 复杂图形的转换方法

Способы преобразования комплексных рисунков предназначены для построения на заданном комплексном рисунке новых проекций, заданных геометрических образов, более удобных для решения поставленных задач чем первоначальные проекции. Достигается это, либо заменой положения плоскостей проекций, либо изменением положения заданных в условии задачи геометрических образов, относительно первоначальных плоскостей проекций без нарушения относительного положения этих образов. Согласно сказанному, ниже рассматриваются способ замены плоскостей проекций и способ плоско — параллельного перемещения с его отдельными случаями – способами вращения и совмещения

#### 5.1. Способ замены плоскостей проекций

##### 投影平面的替换方法

На рис. 89 наглядно изображенная точка  $A$  в системе плоскостей проекций  $x_{\frac{\Pi_1}{\Pi_2}}$ . Введем новую плоскость проекций  $\Pi_4 \perp \Pi_1$  и рассмотрим новую прямоугольную систему плоскостей проекций  $x_{\frac{\Pi_1}{\Pi_4}}$ . Эту операцию удобно записывать символически:  $x_{\frac{\Pi_1}{\Pi_2}} \rightarrow x_{\frac{\Pi_1}{\Pi_4}}$ , где  $x_{\frac{\Pi_1}{\Pi_4}}$  это проекция плоскости  $\Pi_4$ . Будем называть ее новой осью проекций. Из символической записи видно, что плоскость  $\Pi_1$  является общей для обеих систем проекций, то есть является незаменимой плоскостью проекций. Плоскости  $\Pi_2$  в новой системе плоскостей проекций. Ее заменили на плоскость  $\Pi_4$  (откуда и название: способ замены плоскостей проекций), то есть плоскость  $\Pi_2$  является заменяемой плоскостью проекций.

Построим прямоугольную проекцию  $A_4$  точки  $A$  на плоскости  $\Pi_4$  (смотри рис. 89) и вращением вокруг оси  $x_{\frac{\Pi_1}{\Pi_4}}$  совместим  $\Pi_4$  вместе с проекцией  $A_4$  с плоскостью  $\Pi_1$ . После совмещения новая проекция  $A_4$  расположится на новой линии проекционной связи  $A_1A_4 \perp x_{\frac{\Pi_1}{\Pi_4}}$  на расстоянии  $A_4Ax_{\frac{\Pi_1}{\Pi_4}} = A_2Ax_{\frac{\Pi_1}{\Pi_2}}$ .

Следовательно, для построения новой проекции точки на новой плоскости проекций необходимо через незаменимую проекцию точки провести новую линию проекционной связи перпендикулярно к новой

оси проекций и отложить от новой оси проекций отрезок, длина которого равна расстоянию от заменяемой проекции точки до предыдущей оси проекций.

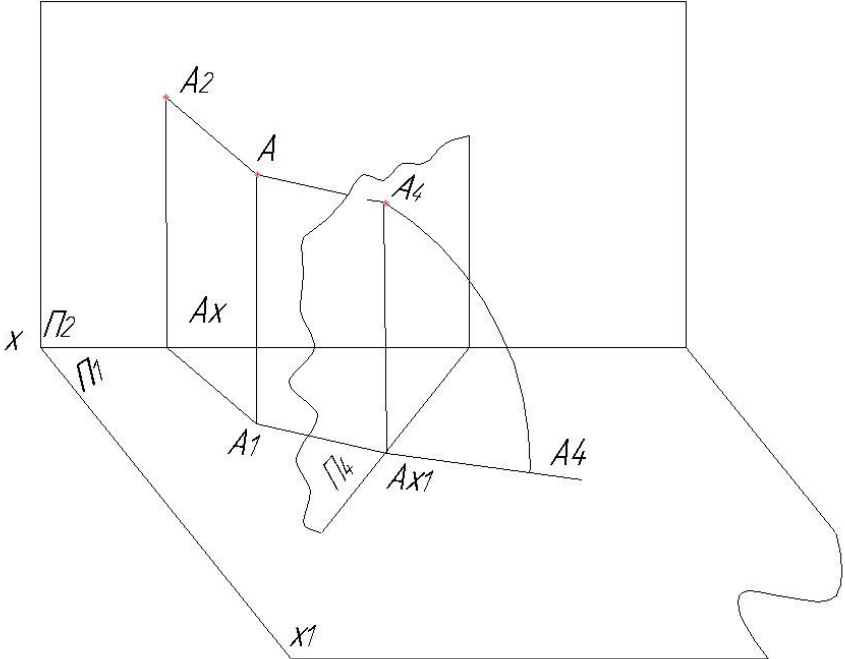


Рис. 89

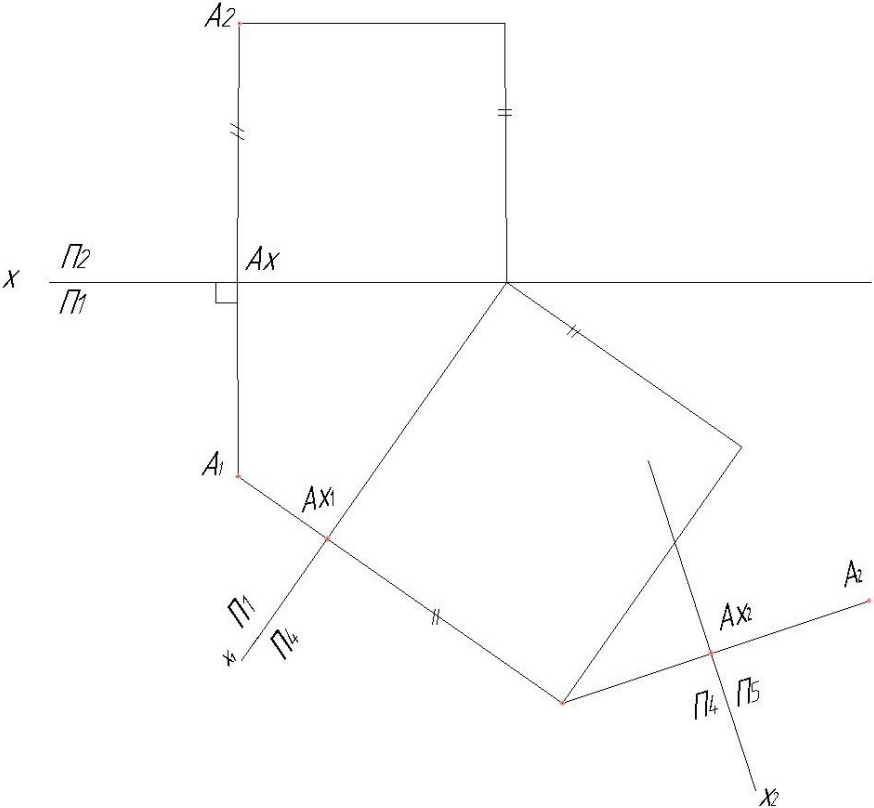


Рис. 90

Переход от предыдущей системы плоскостей проекций к новой на комплексном рисунке показано на рис 90. Точка  $A (A_1, A_2)$  задана в системе  $x \frac{\Pi_1}{\Pi_2}$ . Проведем новую ось  $x_1$ , определяющую новую плоскость проекций  $\Pi_4 \perp \Pi_1$ . Далее действуем по правилу изложенному в предыдущем абзаце. Через незаменимую проекцию  $A_1$  точки  $A$  проводим новую линию проекционной связи  $A_1 A x_1 \perp x_1$  и откладываем на ней отрезок  $A x_1 A_4 = A x_2 A_2$ , длина которого равна расстоянию от замещающей проекции  $A_2$  к предыдущей оси проекций.

Рассматриваемое правило позволяет последовательно заменять обе исходные плоскости проекций. Перейдем от системы  $\frac{\Pi_1}{\Pi_4}$  к системе  $\frac{\Pi_5}{\Pi_4}, x_1 \frac{\Pi_1}{\Pi_4} \rightarrow x_2 \frac{\Pi_5}{\Pi_4}$ . Символическая запись показывает, что в этом случае плоскость  $\Pi_1$  и проекция  $A_1$  заменимы, а  $\Pi_4$  и  $A_4$  – незаменимы. Новая ось проекций  $x_2$  (смотри рис 90) определяет новую плоскость проекций  $\Pi_5 \perp \Pi_4$ . Новые линии проекционной связи  $A_4 A x_2 \perp x_2$ , а отрезок  $A x_2 A_5 = A_1 A x_1$ . На этом рисунке показан графический способ построения новой проекции  $A_4$  точки  $A$ , как способ построения третьей проекции  $A_4$  точки  $A$  на плоскости  $\Pi_4$  по двум данным проекциями  $A_1$  и  $A_2$  в предыдущей системе проекций  $x \frac{\Pi_1}{\Pi_2}$ .

Мы подробно рассмотрели замену плоскости проекций  $\Pi_2$ . При замене плоскости  $\Pi_1$  аналогичные соображения приведут к выводу, что и в этом случае действует изложенное правило построения новых проекций точек на новые плоскости проекций.

## 5.2. Способ плоскопараллельного перемещения и вращения 平面平行移动与旋转法

Плоскопараллельным перемещением фигуры относительно любой плоскости проекций называется такое перемещение, при котором каждая точка фигуры перемещается в своей плоскости параллельной к плоскости проекций. Фигуру рассматриваем как неизменную систему точек, в которой расстояние между любыми точками системы не изменяется при любом ее перемещении.

На комплексном рисунке (рис. 91) задан отрезок  $AB$  произвольной прямой общего положения. Как осуществить любое плоскопараллельное перемещение этого отрезка на комплексном рисунке, например, относительно горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ ? Согласно

определению плоскопараллельного перемещения, концы отрезка будут перемещаться в горизонтальных плоскостях —  $A$  в плоскости  $\gamma$ ,  $B$  — в плоскости  $\gamma'$ . Это означает, что угол наклона прямой  $AB$  к плоскости  $\Pi_1$  остается неизменным при любом перемещении отрезка  $AB$ , поскольку его длина неизменна. Это, в свою очередь означает, что длина горизонтальной проекции  $A_1B_1$  отрезка остается тоже неизменной. Этот вывод можно обобщить: горизонтальная проекция любой фигуры при плоскопараллельном перемещении этой фигуры относительно горизонтальной плоскости проекций не меняет ни своей формы, ни величины.

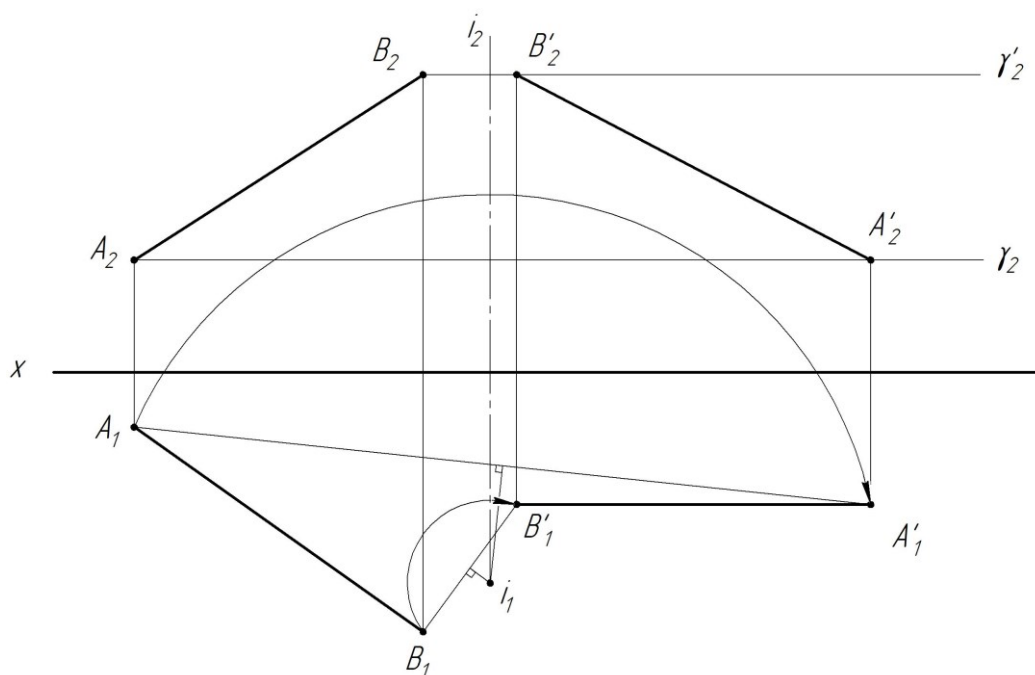


Рис. 91

Этот вывод позволяет осуществлять плоскопараллельное перемещение на комплексном рисунке. Перемещаем горизонтальную проекцию фигуры в любое место комплексного рисунка (удобное, как с точки зрения расположения на рисунке, так и с точки зрения решения конкретной задачи). На рис. 91 горизонтальная проекция  $A_1B_1$  отрезка  $AB$  произвольно перемещена в положение  $A_1'B_1'$  без изменения ее длины ( $A_1'B_1' = A_1B_1$ ). Фронтальные проекции этих точек будут перемещаться по прямым  $\gamma_2$  и  $\gamma_2'$  и займут положения  $A_2'$  и  $B_2'$  соответственно.

Плоскопараллельное перемещение относительно фронтальной плоскости проекций осуществляется аналогично. Только в этом случае фронтальные проекции фигур не изменяются ни по величине ни по форме, а горизонтальные проекции точек перемещаются по прямым параллельным оси  $x$ . Способ плоскопараллельного перемещения



Плоскость  $\gamma$  вращения точки  $A$  перпендикулярна оси  $x$ . На комплексном рисунке  $\gamma_2 \perp i_2$ ,  $\gamma_2 \parallel x$ , то есть плоскость  $\gamma \parallel \Pi_1$ . Центр вращения  $O$  точки  $A$  является точкой пересечения плоскости  $\gamma$  с осью  $i$ .

На комплексном рисунке  $O_1 \equiv i_1$ , а  $O_2 = \gamma_2 \cap i_2$ . Горизонтальная проекция  $A_1$  точки  $A$  перемещается по дуге окружности с центром  $O_1$  и радиусом  $O_1A_1$  на заданный, или определенный из условия задачи угол  $\varphi^\circ$ , а фронтальная проекция  $A_2$  перемещается по прямой, параллельной к оси  $x$ . Повернув горизонтальную проекцию  $A_1$  на угол  $\varphi^\circ$ , получим ее новое положение  $A_1'$ . Линия проекционной связи, проведена через  $A_1'$ , пересечет фронтальную проекцию  $\gamma_2'$  плоскости вращения в точке  $A_2'$ . Проекции  $A_1'$ ,  $A_2'$  определяют новое положение  $A'$  точки  $A$  после ее вращения в пространстве вокруг оси  $i$ .

Вращение точки вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекции  $\Pi_2$ , выполняется аналогично. В этом случае фронтальная проекция точки перемещается по дуге окружности, а горизонтальная – по прямой, параллельной к оси  $x$ .

### 5.3. Варианты тестовых вопросов

#### 选择测试题

1. Каким способом найдена истинная величина прямой  $AB$  на рисунке 93?

图 93 中用什么方法求出了直线  $AB$  的实长?

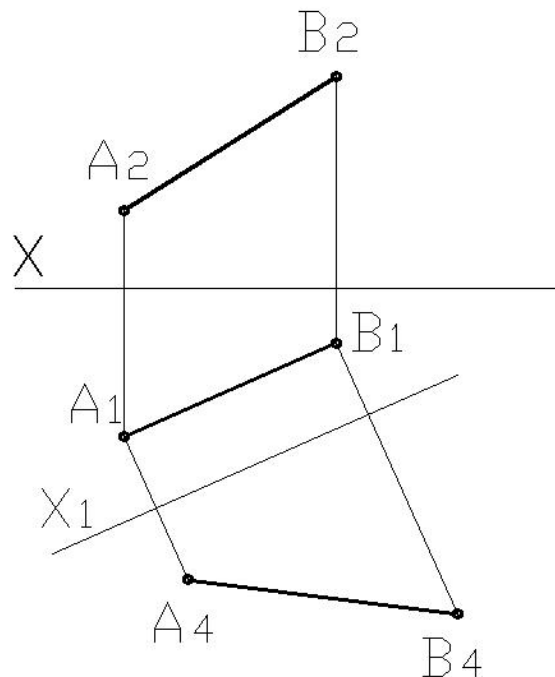


Рис. 93

- 1) Способ замены плоскостей проекций
- 2) Способ вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскостям проекций
- 3) Способ плоскопараллельного перемещения
- 4) Способ сфер

2. Каким способом найдена истинная величина прямой  $AB$  на рисунке 94?

图 94 中用什么方法求出了直线  $AB$  的实长?

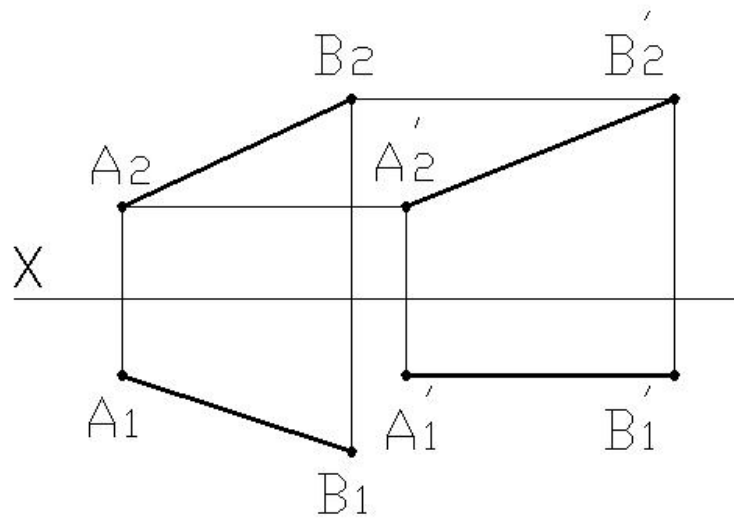


Рис. 94

- 1) Способ замены плоскостей проекций
- 2) Способ вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскостям проекций
- 3) Способ плоскопараллельного перемещения
- 4) Способ сфер

3. Каким способом найдена истинная величина прямой  $AB$  на рисунке 96?

图 96 中用什么方法求出了直线  $AB$  的实长?

- 1) Способ замены плоскостей проекций
- 2) Способ вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскостям проекций
- 3) Способ плоскопараллельного перемещения
- 4) Способ сфер

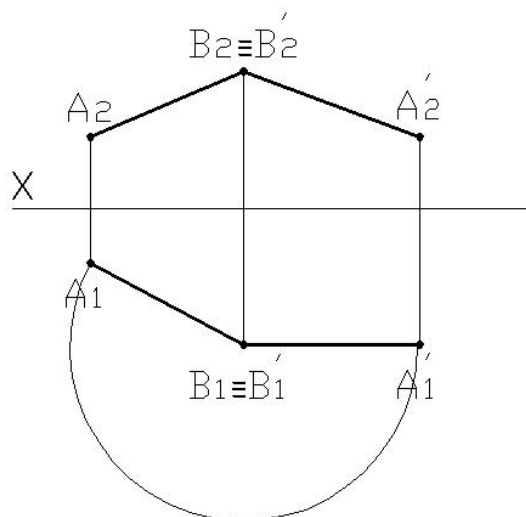


Рис. 95

4. На каком из рисунков (Рис. 96) натуральная величина отрезка  $AB$  найдена способом замены плоскостей проекций?  
 在哪张图中，用更换投影面法求出了线段  $AB$  的实长？

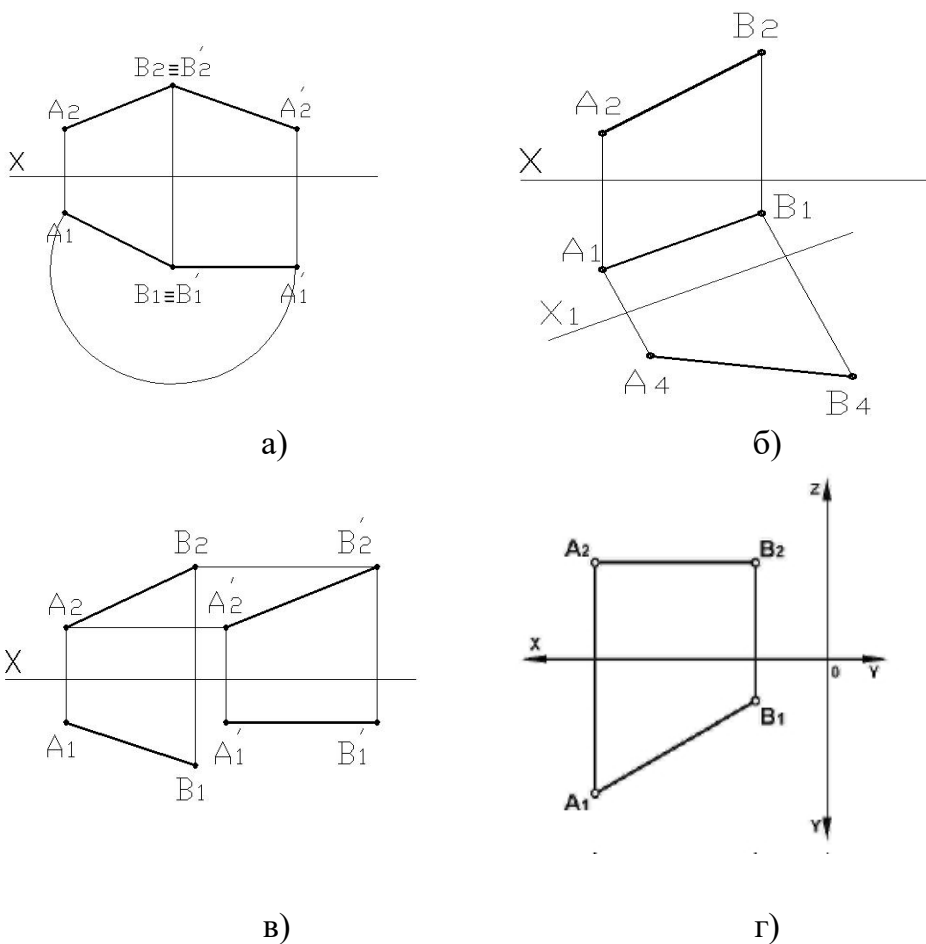


Рис. 96

- а)
- б)
- в)
- г)

5. На каком из рисунков (Рис. 96) натуральная величина отрезка  $AB$  найдена способом плоскопараллельного перемещения?

在哪张图中，用平面平行移动法求出了线段  $AB$  的实长（图 96）？

- а)
- б)
- в)
- г)

6. На каком из рисунков (Рис. 96) натуральная величина отрезка  $AB$  найдена способом вращения вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций?

在哪张图中，用绕垂直于投影面的轴旋转法求出了线段  $AB$  的实长（图 96）？

- а)
- б)
- в)
- г)

## Тема 6. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ

### 几何体及其要素

#### 6.1. Многогранники

#### 多面体

Многогранник — это пространственная фигура (тело), ограниченная со всех сторон от окружающего пространства плоскими многоугольниками — гранями. Смежные грани стыкуются своими сторонами — ребрами, ребра сходятся в точках — вершинах многогранника.

Многогранник называется выпуклым, если он расположен только с одной стороны плоскости какой-либо своей грани. Многогранные формы широко применяются в различных областях техники, в строительстве, машиностроении, приборостроении, технической оптике и др. Большинство частей зданий, пролетных сооружений мостов, береговых опор являются многогранниками. В кратком курсе начертательной геометрии ограничимся рассмотрением простейших многогранников призм и пирамид, представителей которых показано на рис. 97, и которые изучаются в средней школе.

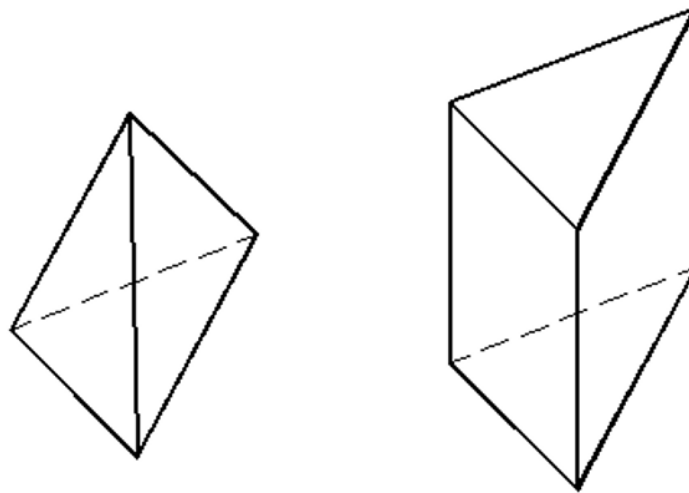


Рис. 97

Для таких многогранников введены понятия боковых граней и оснований (хотя основа — это тоже грань). У пирамиды боковые грани  $SAB$ ,  $SBC$ ,  $SCA$  (см. рис. 97) всегда треугольники, у призм — параллелограммы, или прямоугольники (в случае когда ребра призмы перпендикулярны плоскостям оснований призмы). Основой призмы и пирамиды могут быть любые плоские многоугольники. В зависимости от формы основания различают треугольные, четырехугольные, и т.д. призмы и пирамиды.

## 6.2. Комплексные рисунки многогранников 多边形的复杂图形

На комплексном рисунке многогранник задается проекциями своих вершин и ребер с определением их видимости.

На комплексном рисунке (рис. 98) задана четырехугольная пирамида  $SABCD$  двумя проекциями  $S_1A_1B_1C_1D_1$  и  $S_2A_2B_2C_2D_2$ . Рассмотрим вопрос: как определить видимость проекций его ребер и граней. Если на комплексном рисунке зададим один многогранник, то очевидно, что внешние контуры его проекций всегда видимы, ибо не задано другой фигуры, закрывавшей эти контуры. Это означает, что вопрос видимости надо рассматривать для проекций тех ребер, которые находятся в середине контура проекций многогранника. Определение видимости ребер и граней многогранника рассмотрим на примере пирамиды (рис. 98).

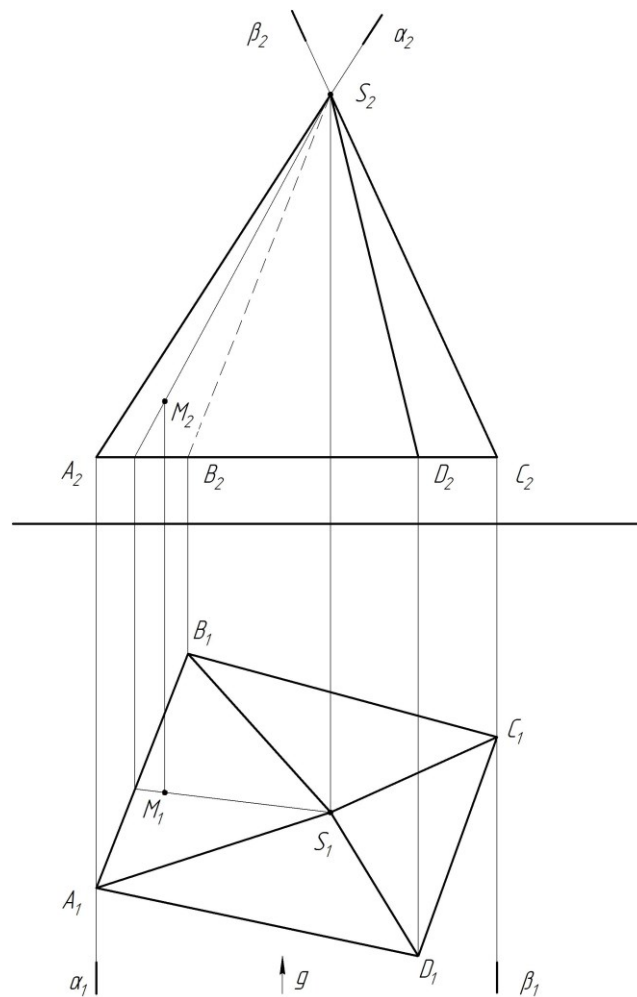


Рис. 98

Чтобы определить видимость фронтальных проекций  $S_2B_2$  и  $S_2D_2$  ребер пирамиды, которые расположены в середине контура ее фронтальной проекции, проведем через контурные ребра  $SA$  и  $SC$  фронтально проецируя плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно. Вместе с плоскостью основания пирамиды они образуют контурную проецирующую треугольную призму.

Определим горизонтальные проекции боковых граней пирамиды, которые видимы или невидимы на фронтальной проекции пирамиды. Горизонтальная проекция  $A_1S_1C_1$  контура видимости делит горизонтальную проекцию пирамиды на две части – переднюю по отношению к фронтальной плоскости проекций и заднюю. Поскольку направление проецирования (взгляда) определяется фронтально проецирующей прямой  $g$ , то на фронтальной проекции пирамиды будут видимы  $SAD$  и  $SDC$  ибо они лежат на передней части пирамиды, а грани  $SAB$  и  $SBC$  – невидимы, как лежащие на задней, невидимой части пирамиды. Поэтому фронтальная проекция  $S_2B_2$ , как невидимая изображена штриховой линией. Соответственно любая точка или линия, лежащая на гранях  $SAB$  и  $SBC$  на фронтальной плоскости пирамиды будет невидима.

Например, точка  $M$ , заданная на поверхности пирамиды на фронтальной проекции пирамиды будет невидима. Соответственно любая фигура, лежащая на видимых гранях  $SAD$  и  $SDC$  будет иметь видимую фронтальную проекцию. Что касается видимости граней пирамиды на горизонтальной проекции, то анализируя (читая) ее фронтальную проекцию приходим к выводу, что все ее боковые грани видимы, ибо вершина пирамиды расположена над основанием пирамиды. Невидима будет лишь основание пирамиды.

**Вывод:** чтобы определить видимость элементов фигуры на одной плоскости проекций анализируем (читаем) расположение ее элементов относительно этой плоскости проекций на второй проекции фигуры.

Все построения связаны с определением видимости ребер и граней многогранников надо научиться выполнять мысленно. Для этого надо иметь необходимые умения и навыки, которых можно достичь только решением примеров, задач, тестов.

На рис. 99 задана прямая четырехгранная призма, у которой ребра и грани перпендикулярны основаниям призмы, а плоскости оснований параллельны горизонтальной плоскости проекций. Не проводя никаких построений, но зная и помня направление проецирования на фронт-

тальную плоскость проекций и анализируя расположение горизонтальной проекции призмы относительно направления проецирования и фронтальной плоскости проекций приходим к выводу, что фронтальные проекции граней  $A_2A_2'B_2B_2'$  и  $B_2B_2'C_2C_2'$  невидимы, а остальные две грани – видимы.

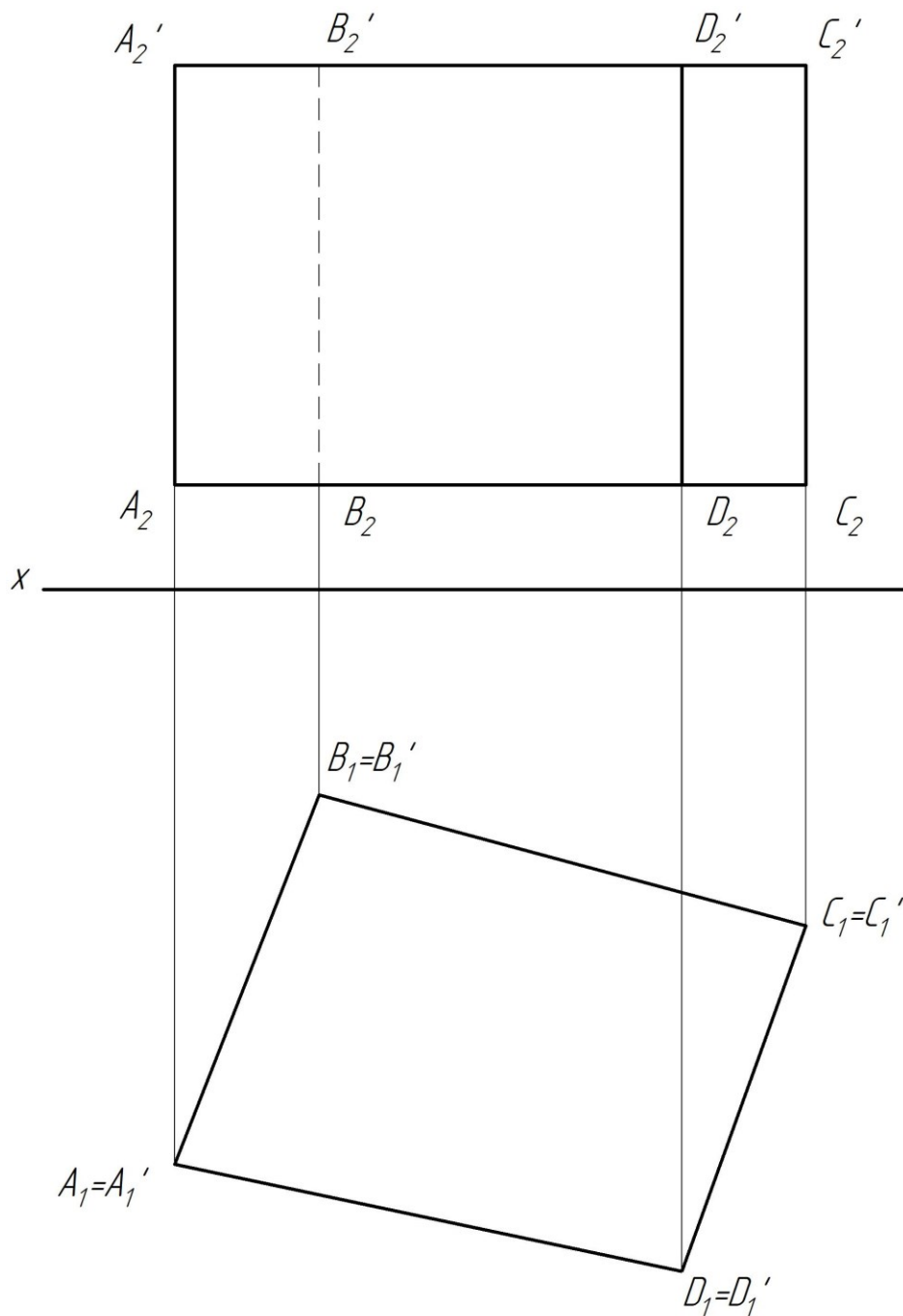


Рис. 99

### 6.3. Сечение многогранников плоскостью 多边形平面截图

При сечении многогранника плоскостью образуется плоская фигура – многоугольник. Вершинами этого многоугольника являются точки пересечения ребер многогранника с секущей плоскостью, а сторонами отрезки прямых по которым секущая плоскость пересекает грани многогранника. Итак, для построения сечения надо, или точки пересечения каждого ребра многогранника с секущей плоскостью, или прямые пересечения каждой грани с этой же плоскостью, то есть неоднократно решить известные задачи на пересечение прямой с плоскостью и пересечение двух плоскостей

Сначала рассмотрим сечение многогранника проецирующей плоскостью. Четырехугольная пирамида  $SABCD$  (рис. 100) перерезается фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha$ , заданной вырожденной проекцией  $\alpha_2$ . В этом случае фронтальная проекция сечения заранее известна. Она совпадает с отрезком вырожденной проекции  $\alpha_2$ . Концы этого отрезка представляют собой точки пересечения  $\alpha_2$  с внешним контуром фронтальной проекции пирамиды.

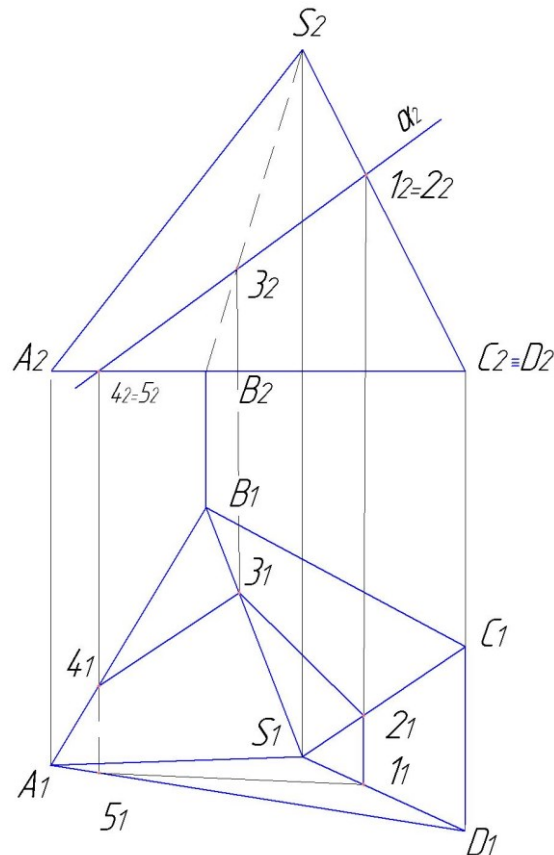


Рис. 100

Сначала определимся, каким будет многоугольник, образующийся в сечении, сколько у него будет вершин? Их будет столько, сколько ребер пересечет плоскость  $\alpha$ . Подсчитаем их количество, читая фронтальную проекцию. Начнем с ребра  $SD$ .

$$S_2D_2 \cap \alpha_2 = 1_2$$

$$S_2C_2 \cap \alpha_2 = 2_2, 1_2 \equiv 2_2, \text{ т.к. } S_2D_2 \equiv S_2C_2.$$

$$S_2B_2 \cap \alpha_2 = 3_2$$

$$A_2B_2 \cap \alpha_2 = 4_2$$

$$A_2D_2 \cap \alpha_2 = 5_2, 4_2 \equiv 5_2$$

Так что фигурой сечения будет пятиугольник. Построив горизонтальную проекцию, получим пятиугольник  $1_12_13_14_15_1$ . Если многогранник пересекается горизонтально-проецирующей плоскостью, то подсчет вершин фигуры сечения ведут на горизонтальной проекции аналогично.

#### 6.4. Взаимное сечение поверхностей многогранников

##### 多面体表面的相交截交

Линия пересечения поверхностей двух многогранников – это пространственный многоугольник (пространственная ломаная линия), сторонами которого являются отрезки прямых пересечения граней многогранников, а вершинами – точки пересечения ребер одного многогранника с гранями другого и наоборот. В зависимости от взаимного расположения многогранников линии пересечения их поверхностей может распадаться на две части. Для построения линии пересечения поверхностей многогранников надо строить точки пересечения ребер одного многогранника с гранями другого и наоборот, то есть неоднократно решать задачу построения точки пересечения прямой с плоскостью (гранью). Это будут вершины линии пересечения. Можно строить отрезки, по которым пересекаются грани многогранников, то есть неоднократно решать задачу построения линии пересечения двух плоскостей. Это будут стороны линии пересечения. Чаще всего эти два способа применяют комплексно. Рассмотрим, например, построения линии пересечения поверхностей двух многогранников. На рис. 101 заданы треугольная пирамида и четырехугольная призма. Читаем комплексный рисунок и осознаем план решения задачи.

Ребра и грани призмы являются фронтально-проецирующими. Поэтому фронтальная проекция призмы вырождается в четырехугольник  $d_2l_2f_2m_2$ , часть которого, находящаяся в середине контура  $S_2A_2B_2C_2$

фронтальной проекции пирамиды, является фронтальной проекцией линии пересечения призмы и пирамиды. Остается построить ее горизонтальную проекцию.

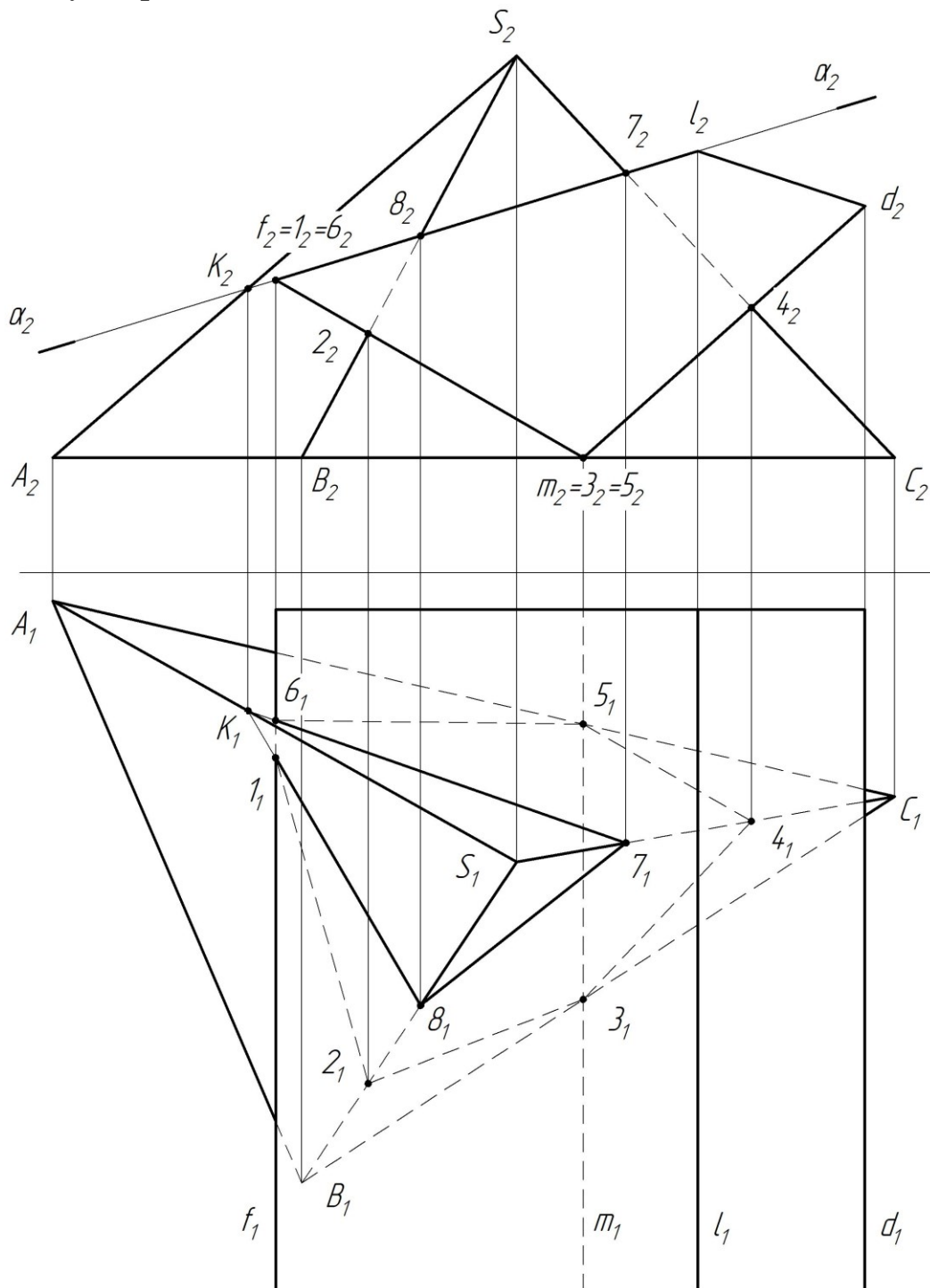


Рис. 101

Обозначим левую верхнюю грань призмы  $\alpha$  ( $\alpha_2$ ).

$$1. \alpha \cap SABCS = \Delta K78$$

$$2. f \cap \Delta K78 = 1, 6; f_1 \cap K_17_18_1 = 1_1, 6_1;$$

Л.с.  $8 \cap \Delta K_1 7_1 8_1 = 8_1$ ; Л.с.  $7 \cap \Delta K_1 7_1 8_1 = 7_1$

Проекция  $6_1 7_1 8_1 1_1$  определяют часть горизонтальной проекции пересечения призмы и пирамиды, которая лежит на грани пирамиды  $f_l \parallel l_1$ . Части линии пересечения, образующиеся в других двух гранях, определяются аналогично. Соединив полученные горизонтальные проекции точек линии пересечения соответствующими отрезками, получим горизонтальную проекцию  $1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 7_1 8_1 1_1$  линии пересечения заданных многогранников. Видимыми будут только те проекции отрезков, которые лежат на видимых гранях обоих многогранников.

## 6.5. Развертка многогранников 多面体的展开

Разверткой многогранника называется плоская фигура, которая образуется совмещением его граней в одну плоскость последовательным вращением каждой грани многогранника вокруг ребер. Каждая грань на развертке изображается в натуральную величину.

Построение разверток многогранников рассмотрим на примерах призмы и пирамиды заданных в предыдущем примере (см. рис. 101). Для лучшего осознания процесса построения развертки призмы нарисуем ее проекции отдельно (без пирамиды) с проекциями линий пересечения  $12345678$  (рис. 102). Обозначим, для удобства дальнейшего изложения, вершины одной из основ (передней) буквами  $MDLF$ . Будем говорить, например, грань  $MD$  – ее фронтальная проекция  $M_2 D_2 = Н.В. MD$ .

Вокруг ребра  $m$  повернем грань  $MD$  совмещением с горизонтальной плоскостью проекций. Это совмещенное положение переносим на свободное место чертежа, то есть строим прямоугольник  $MDD'M'$ , в котором  $MD = M_2 D_2$  – ширина грани, а  $MM' = DD'$  – длина бокового ребра.

Для построения точки 4, лежащей на этой грани проводим на расстоянии  $M_2 4_2$  от ребра  $MM'$  прямую параллельную ребрам грани и откладываем на ней расстояние от проекции  $4_1$  до основания пирамиды. Далее оборачиваем грань  $DL$  вокруг ребра  $d$  до совмещения с плоскостью предыдущей грани, затем грань  $FL$  вокруг ребра  $l$  и грань  $FM$  вокруг ребра  $f$ . Получаем развертку боковой поверхности призмы. Если к любой стороне основания призмы, например, к  $LF$ , как на рисунке, достроить переднюю и заднюю основания, то будем иметь полную развертку призмы.

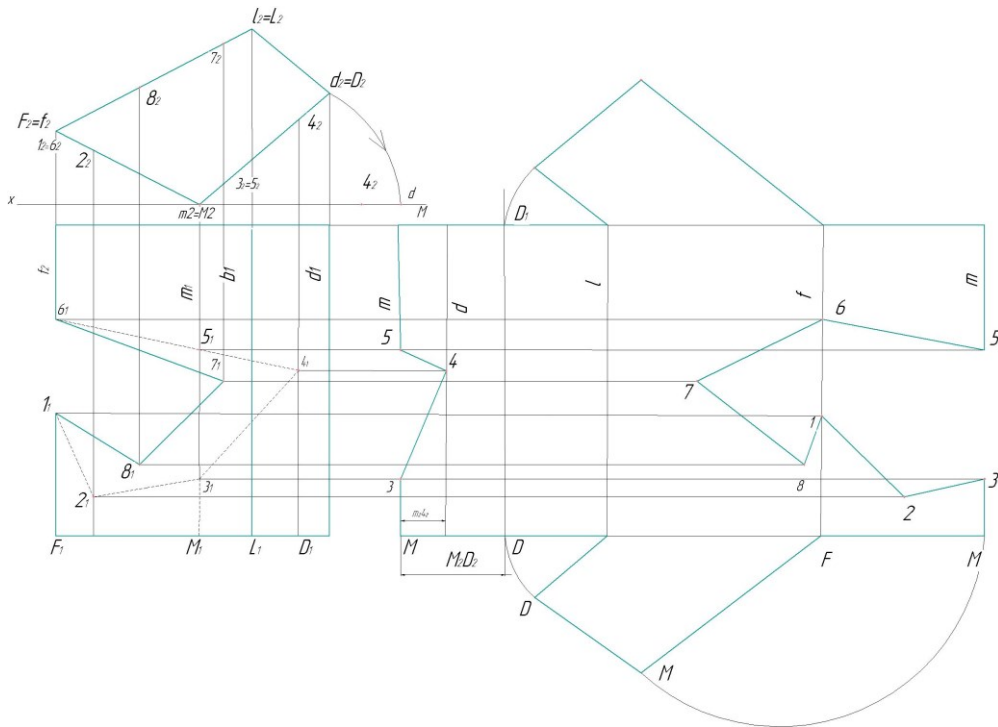


Рис. 102

Для построения развертки пирамиды перерисуем ее проекции из рис. 101 (рис. 103). Читая комплексный рисунок пирамиды, отметим, что только стороны основания пирамиды на горизонтальной проекции отображаются в натуральную величину. Боковые ребра  $SA, SB, SC$ , как отрезки прямых общего положения, искажаются. Надо определить натуральные величины этих ребер. Сделать это можно любым способом. В данном случае целесообразно воспользоваться способом плоскопараллельного перемещения. Переместим горизонтальные проекции  $S_1A_1, S_1B_1, S_1C_1$ , без изменения их длин, в произвольное место оси  $x$ , построим  $S_1'A_1', S_1'B_1', S_1'C_1'$ .

Фронтальная проекция  $S_2$  вершины пирамиды перемещается в положение  $S_2'$ . Отрезки  $S_2'A_1', S_2'B_1', S_2'C_1'$  определяют натуральные величины ребер пирамиды. Строим на этих отрезках проекции  $2_2', 4_2', 7_2', 8_2'$  точек, принадлежащих линии пересечения.

Переходим к построению развертки пирамиды. На любом свободном от построений месте чертежа назначаем вершину  $S$  пирамиды на будущей ее развертке. Строим по трем сторонам треугольник  $SAB$ , где  $SA=S_2'A_1', AB=A_1B_1, SB=S_2'B_1'$ . Имеем натуральную величину  $SAB$  боковой грани пирамиды.

Аналогично строим грани  $SBC$  и  $SCA$  и имеем развертку боковой поверхности пирамиды  $SABCAS$ . Достроим на любой стороне основания, например  $AC$ , основание пирамиды  $ABC=A_1B_1C_1$  и получим полную развертку поверхности пирамиды.

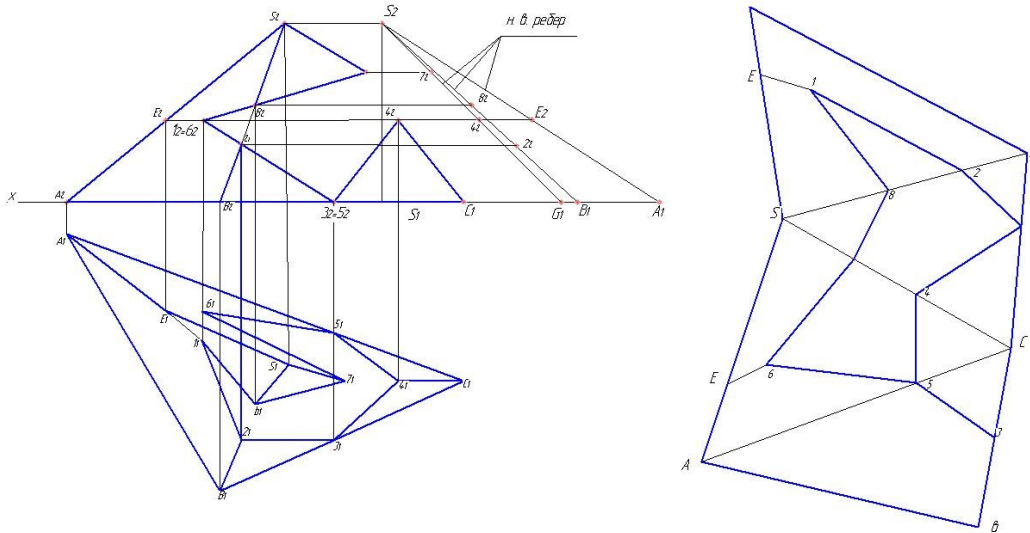


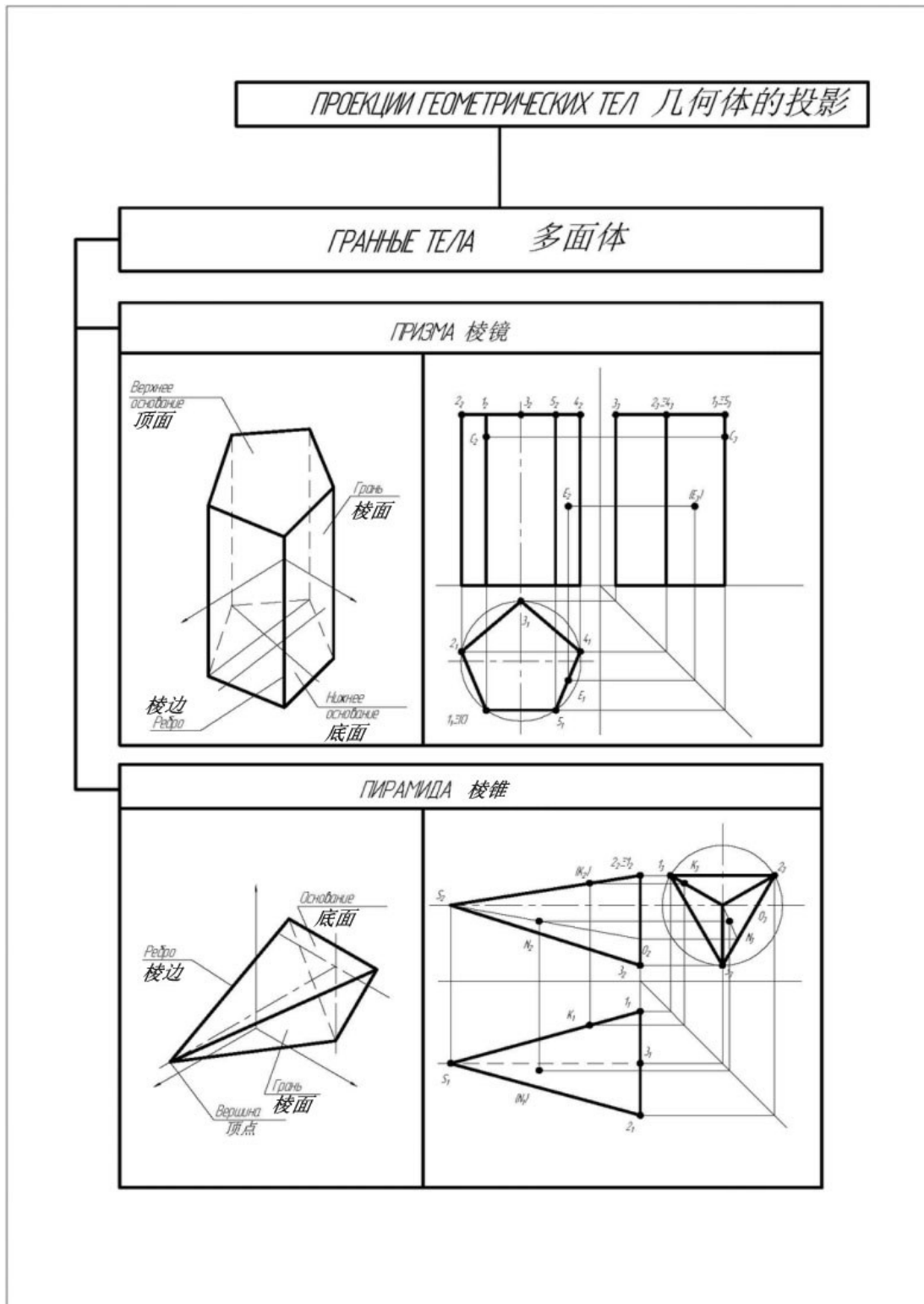
Рис. 103

Для нанесения на развертку линии пересечения, сначала строим ее точки, лежащие на ребрах и сторонах основания, откладываям соответствующих расстояний от вершины  $S$ . А именно: на ребре  $SB - S_2 = S_2'2_2'$ ,  $S_8 = S_2'8_2'$ , на ребре  $SC - S_4 = S_2'4_2'$ , на стороне основания  $C_3 = C_13_1$ ,  $C_5 = C_15_1$ .

Что касается построения точек 1 и 6, не лежащих на ребрах пирамиды, то можем, например, через точку 1 провести горизонталь на грани  $SAB$ , которая пересечет ребро  $SA$  в точке  $E$ . горизонтальная проекция горизонтали проходит через проекцию  $E_1$  параллельно к  $A_1B_1$ . Фронтальную проекцию  $E_2$  перенесем в положение  $E_2'$  на натуральной величине  $S_2'A_1'$  ребра  $SA$ . Находим на развертке точку  $E$ , отложив отрезок  $SE = S_2'E_2'$ . Через точку  $E$  на развертке проведем прямую параллельную к стороне  $AB$ . от точки  $E$  на этой прямой

откладываем отрезок  $E_1 = E_11_1$ . Точку 6 строим аналогично. Соединяя найденные точки линии пересечения в том порядке, в котором они соединены на комплексном рисунке пирамиды, получим линию пересечения нанесенную на развертку пирамиды. Отметим, что на практике отдельно каждую проекцию не перечеркивают, а все построения осуществляют на комплексном рисунке, где изображены обе поверхности вместе. Здесь, как упоминалось выше, это сделано для лучшего понимания процесса построения разверток.

Блок-схема 10 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



## 6.6. Варианты тестовых вопросов

### 测试选择题

1. Сколько ребер пирамиды являются прямыми общего положения на рисунке 104?

图 104 中棱锥有多少条棱是一般位置直线?

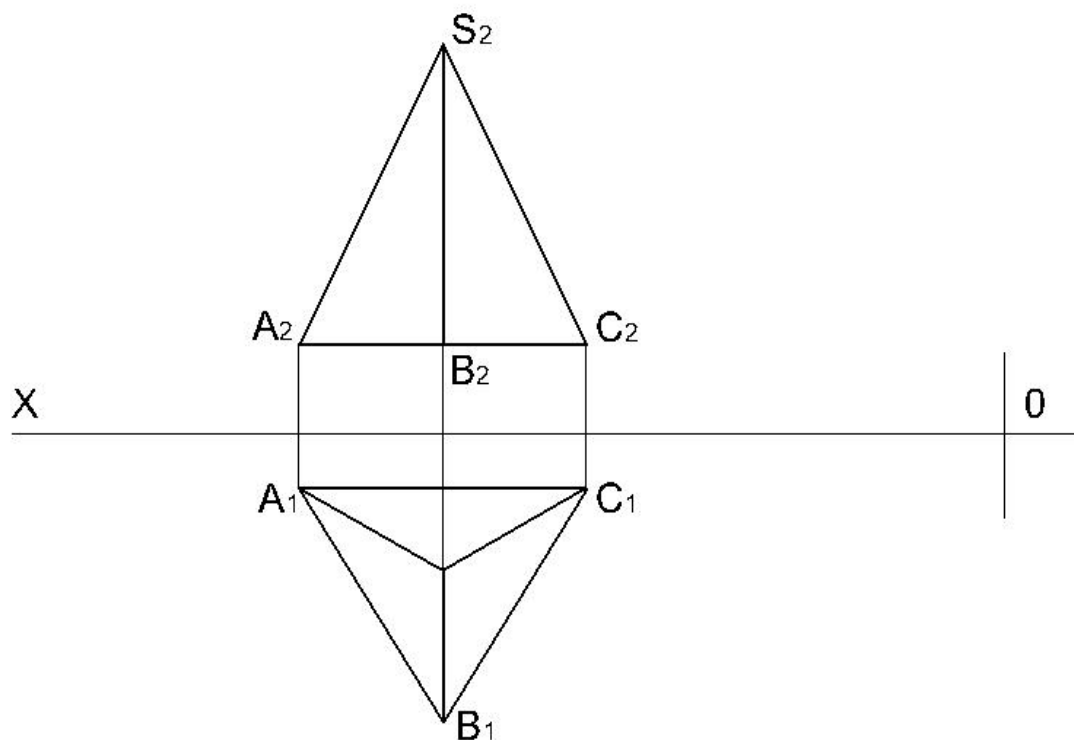


Рис. 104

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

2. Сколько ребер пирамиды на рисунке 104 являются горизонтальными прямыми?

图 104 中棱锥有多少条棱是水平线?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

3. Сколько ребер пирамиды на рисунке 104 являются профильными прямыми?

图 104 中棱锥有多少条棱是侧平线?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

4. Сколько ребер пирамиды на рисунке 104 являются фронтальными прямыми?

图 104 中棱锥有多少条棱是正平线?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

5. Сколько ребер пирамиды на рисунке 104 проецируются в натуральную величину на все плоскости проекций?

图 104 中棱锥有多少条棱在所有投影面上都反映实长?

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

6. Сколько ребер пирамиды на рисунке 104 являются горизонтально — проецирующими прямыми?

图 104 中棱锥有多少条棱是铅垂线（水平投射直线）?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

7. Сколько ребер пирамиды на рисунке 104 являются фронтально-проецирующими прямыми?

图 104 中棱锥有多少条棱是正垂线（正面投射直线）?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

8. Сколько ребер пирамиды на рисунке 104 являются профильно-проектирующими прямыми?

图 104 中棱锥有多少条棱是侧垂线（侧面投影直线）？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

9. Какая из вершин пирамиды на рисунке 104 расположена как можно дальше от горизонтальной плоскости проекций?

图 104 中棱锥的哪个顶点距离水平投影面最远？

- 1) *A*
- 2) *B*
- 3) *C*
- 4) *S*

10. Какая из вершин пирамиды на рисунке 104 расположена как можно дальше от профильной плоскости проекций?

图 104 中棱锥的哪个顶点距离侧面投影面最远？

- 1) *A*
- 2) *B*
- 3) *C*
- 4) *S*

11. Какая из вершин пирамиды на рисунке 104 расположена как можно ближе к профильной плоскости проекций?

图 104 中棱锥的哪个顶点距离侧面投影面最近？

- 1) *A*
- 2) *B*
- 3) *C*
- 4) *S*

12. Какая из вершин пирамиды на рисунке 104 расположена как можно дальше от фронтальной плоскости проекций?

图 104 中棱锥的哪个顶点距离正面投影面最远？

- 1) *A*
- 2) *B*
- 3) *C*
- 4) *S*

13. Какие из вершин пирамиды на рисунке 104 расположены как можно ближе к фронтальной плоскости проекций?

图 104 中棱锥的哪些顶点距离正面投影面最近?

- 1) *A*
- 2) *B*
- 3) *C*
- 4) *S*

14. Какие из вершин пирамиды на рисунке 104 расположены как можно ближе к фронтальной плоскости проекций?

图 104 中棱锥的哪些顶点距离正面投影面最近?

- 1) *A*
- 2) *B*
- 3) *C*
- 4) *S*

15. Сколько граней пирамиды на рисунке 104 являются плоскостями общего положения?

图 104 中棱锥有多少个面是平行面 (水平面) ?

- 1) *0*
- 2) *2*
- 3) *3*
- 4) *1*

16. Сколько граней пирамиды (рис. 104) являются плоскостями уровня?

图 104 中棱锥有多少个面是投射面?

- 1) *0*
- 2) *2*
- 3) *3*
- 4) *1*

17. Сколько граней пирамиды (рис. 104) является проецирующими?

图 104 中图中所示的多面体有多少个面?

- 1) *0*
- 2) *2*
- 3) *3*
- 4) *1*

18. Сколько граней имеет изображенный на рисунке 105 многогранник?

图 105 中多面体有多少个一般位置平面的面?

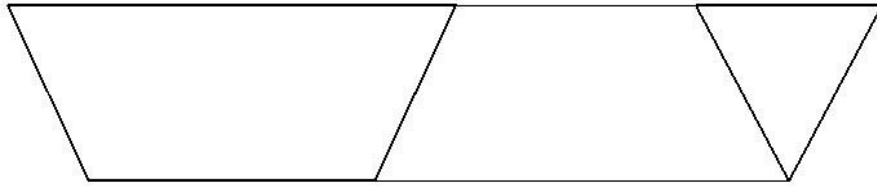


Рис. 105

- 1) 6
- 2) 5
- 3) 4
- 4) 7

19. Сколько граней общего положения имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中多面体有多少个水平面的面?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

20. Сколько горизонтальных граней имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中多面体有多少个正平面的面?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

21. Сколько фронтальных граней имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中多面体有多少条棱?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

22. Сколько ребер имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中多面体有多少条侧垂线（侧面投射直线）的棱？

- 1) 8
- 2) 6
- 3) 9
- 4) 7

23. Сколько профильно-проецирующих ребер имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中多面体有多少条侧垂线（侧面投射直线）的棱？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

24. Сколько фронтально-проецирующих ребер имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中多面体有多少条正垂线（正面投射直线）的棱？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

25. Сколько горизонтально-проецирующих ребер имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中的多面体有多少条正垂线（正面投射直线）棱？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

26. сколько ребер общего положения имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中的多面体有多少条一般位置棱？

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

27. Сколько вершин имеет многогранник на рисунке 105?

图 105 中的多面体有多少个顶点？

- 1) 4

- 2) 5
- 3) 6
- 4) 7

28. Сколько ребер имеет изображенный многогранник на рисунке 106?

图 106 中所示的多面体有多少条棱?

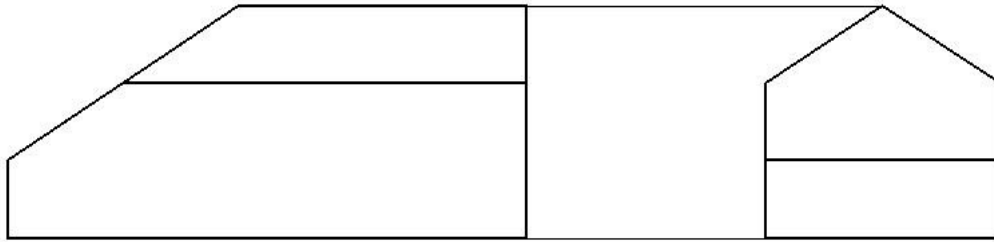


Рис. 106

- 1) 10
- 2) 12
- 3) 18
- 4) 25

29. Сколько вершин имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个顶点?

- 1) 14
- 2) 10
- 3) 12
- 4) 11

30. Сколько профильно-проецирующих ребер имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少条侧垂线 (侧面投影直线) 棱?

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 6
- 4) 5

31. Сколько горизонтально-проецирующих ребер имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少条铅垂线 (水平投影直线) 棱?

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 6
- 4) 5

32. Сколько фронтально-проецирующих ребер имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少条 正垂线 (正面投影直线) 棱?

- 1) 4
- 2) 3
- 3) 6
- 4) 5

33. Сколько ребер общего положения имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少条一般位置棱?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

34. Сколько горизонтальных ребер имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少条水平线棱?

- 1) 6
- 2) 7
- 3) 8
- 4) 9

35. Сколько фронтальных ребер имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少条正平线棱?

- 1) 9
- 2) 7
- 3) 10
- 4) 11

36. Сколько профильных ребер имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少条正平线棱?

- 1) 9
- 2) 7
- 3) 10
- 4) 8

37. Сколько граней общего положения имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个一般位置平面的面？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

38. Сколько горизонтально-проецирующих граней имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个铅垂面（水平投射平面）？

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 6

39. Сколько фронтально-проецирующих граней имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个正垂面（正面投射平面）？

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 5

40. Сколько профильно-проецирующих граней имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个侧垂面（侧面投射平面）？

- 1) 4
- 2) 3
- 3) 6
- 4) 5

41. Сколько горизонтальных граней имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个水平面的面？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

42. Сколько фронтальных граней имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个正平面的面？

- 1) 0

- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

43. Сколько профильных граней имеет многогранник на рисунке 106?

图 106 中的多面体有多少个侧平面的面?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

44. Сколько ребер имеет многогранник, который изображен на рисунке 107?

图 107 中所示的多面体有多少条棱?

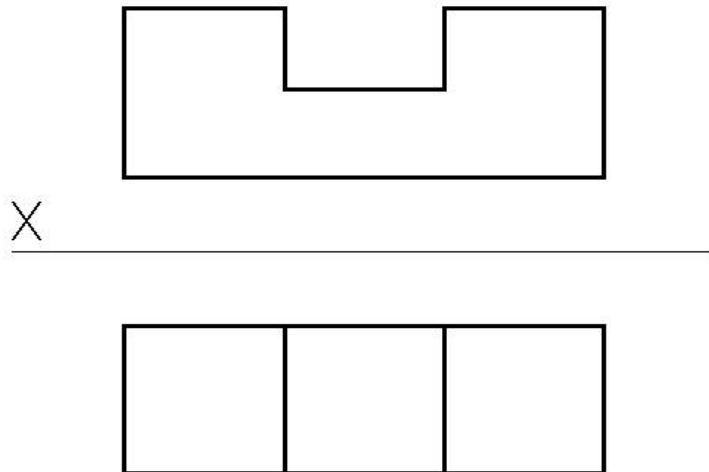


Рис. 107

- 1) 16
- 2) 20
- 3) 24
- 4) 18
- 5) 22

45. Сколько вершин имеет многогранник на рисунке 107?

图 107 中的多面体有多少个顶点?

- 1) 16

- 2) 12
- 3) 15
- 4) 18
- 5) 22

46. Сколько граней имеет многогранник на рисунке 107?

图 107 中的多面体有多少个面?

- 1) 10
- 2) 12
- 3) 16
- 4) 15
- 5) 22

47. Сколько граней имеет многогранник на рисунке 108?

图 108 中的多面体有多少个面?

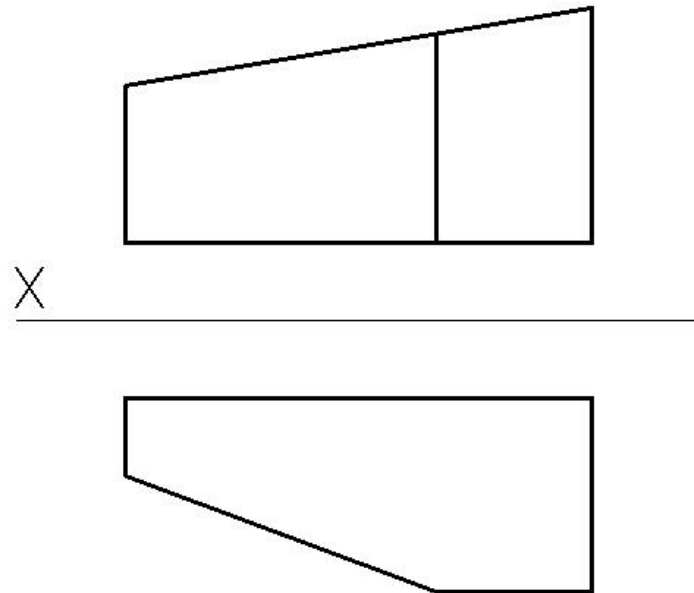


Рис. 108

- 1) 8
- 2) 7
- 3) 6
- 4) 9

48. Сколько горизонтальных граней имеет многогранник на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少个水平面?

- 1) 0
- 2) 2

3) 3

4) 1

49. Сколько фронтальных граней имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少个正平面？

1) 0

2) 2

3) 3

4) 1

50. Сколько профильных граней имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少个侧平面？

1) 0

2) 2

3) 3

4) 1

51. Сколько профильно-проецирующих граней имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少个侧垂面（侧面投射平面）？

1) 0

2) 2

3) 3

4) 1

52. Сколько горизонтально-проецирующих граней имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少个铅垂面（水平投射平面）？

1) 5

2) 2

3) 3

4) 1

53. Сколько фронтально-проецирующих граней имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少个正垂面（正面投射平面）？

1) 0

2) 2

3) 3

4) 4

54. Сколько граней общего положения имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少个一般位置平面？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

55. Сколько ребер имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条棱？

- 1) 15
- 2) 16
- 3) 17
- 4) 18

56. Сколько фронтальнопроецирующих ребер имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条正垂线（正面投影直线）？

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 5
- 4) 6

57. Сколько профильно-проецирующих ребер имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条侧垂线（侧面投影直线）？

- 1) 4
- 2) 2
- 3) 5
- 4) 3

58. Сколько ребер общего положения имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条一般位置直线？

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 1

59. Сколько горизонтально проецируемых ребер имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条铅垂线（水平投影直线）？

- 1) 6
- 2) 4

3) 5

4) 7

60. Сколько горизонтальных ребер имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条水平线?

1) 6

2) 4

3) 5

4) 7

61. Сколько фронтальных ребер имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条正平线?

1) 6

2) 9

3) 5

4) 7

62. Сколько профильных ребер имеет деталь на рисунке 108?

图 108 中的零件有多少条侧平线?

1) 6

2) 9

3) 8

4) 7

63. Какая фигура образуется в поперечном сечении прямой трехгранной призмы, если секущая плоскость пересекает два боковых ребра и треугольник основания?

当截平面与直三棱柱的两条侧棱和底面三角形相交时，截面会形成什么图形?

1) пятиугольник

2) треугольник

3) четырехугольник

4) шестиугольник

64. Какая фигура образуется в поперечном сечении прямой пятигранной призмы, если секущая плоскость пересекает три боковых ребра и пятиугольник основания?

当截平面与直五棱柱的三条侧棱和底面五边形相交时，截面会形成什么图形?

1) пятиугольник

2) треугольник

3) четырехугольник

4) шестиугольник

65. Какая фигура образуется в поперечном сечении прямой четырехугольной пирамиды, если секущая плоскость пересекает три боковых ребра и четырехугольник основания?

当截平面与直四棱锥的三条侧棱和底面四边形相交时，截面会形成什么图形？

1) пятиугольник

2) треугольник

3) четырехугольник

4) шестиугольник

66. Какое наибольшее количество ребер куба может пересечь секущая плоскость?

一个平面最多可以与正方体的多少条棱相交？

1) четыре

2) семь

3) пять

4) шесть

67. Из какого количества плоских фигур состоит развертка правильной пятигранной призмы?

正五棱柱的表面展开图由多少个平面图形组成？

1) семи

2) шести

3) восьми

4) пяти

68. Какое наименьшее количество ребер куба может пересечь секущая плоскость?

一个平面最少可以与正方体的多少条棱相交？

1) четыре

2) три

3) пять

4) два

69. Из какого количества плоских фигур состоит развертка правильной шестигранной пирамиды?

正六棱锥的表面展开图由多少个平面图形组成？

1) семи

2) шести

3) восьми

4) пяти

70. Какое наибольшее количество ребер правильной шестигранной пирамиды может пересечь секущая плоскость?

一个平面最多可以与正六棱锥的多少条棱相交?

1) четыре

2) семь

3) пять

4) шесть

71. Какое наименьшее количество ребер правильной шестигранной пирамиды может пересечь секущая плоскость?

一个平面最少可以与正六棱锥的多少条棱相交?

1) четыре

2) три

3) пять

4) шесть

72. Какое наибольшее количество ребер правильной пятигранной пирамиды может пересечь секущая плоскость?

一个平面最多可以与正五棱锥的多少条棱相交?

1) четыре

2) семь

3) пять

4) шесть

73. Какое наибольшее количество ребер правильной трехгранной пирамиды может пересечь секущая плоскость?

一个平面最多可以与正三棱锥的多少条棱相交?

1) четыре

2) три

3) пять

4) шесть

74. Какое наибольшее количество ребер правильной пятигранной призмы может пересечь секущая плоскость?

一个平面最多可以与正五棱柱的多少条棱相交?

1) пять

2) шесть

3) четыре

4) семь

75. Какая плоскость на рисунке 109 образует в сечении четырехугольник?

图 109 中哪个平面截切后形成四边形截面?

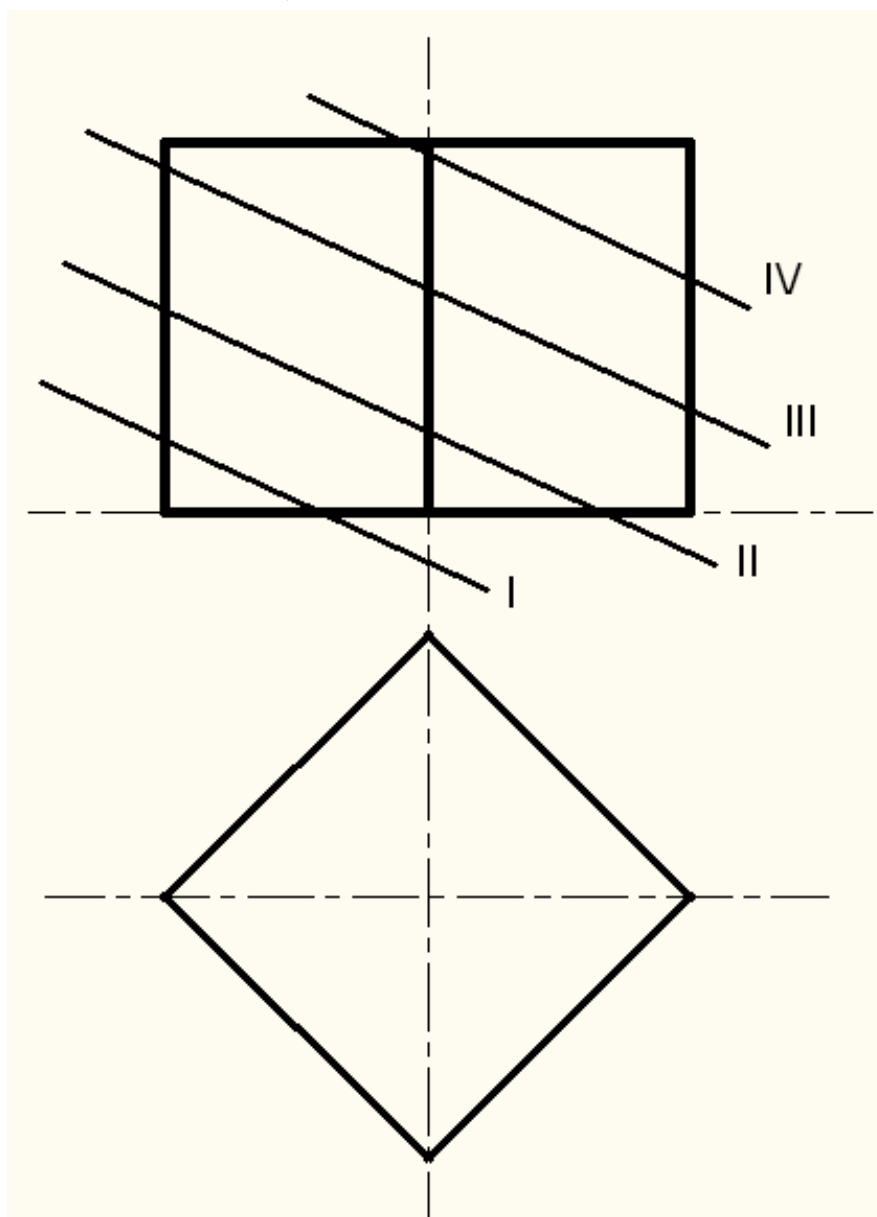


Рис. 109

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I

76. Какая плоскость на рисунке 109 образует в сечении треугольник?

图 109 中哪个平面截切后形成三角形截面?

- 1) IV
- 2) III

3) II

4) I

77. Какие плоскости на рисунке 109 образуют в сечении пятиугольник?

图 109 中哪些平面截切后形成五边形截面?

1) IV

2) III

3) II

4) I

78. Какая плоскость на рисунке 109 образует в сечении куба многоугольник с меньшим количеством углов?

图 109 中哪个平面截切正方体后得到边数最少的多边形截面?

1) IV

2) III

3) II

4) I

79. Какая плоскость на рисунке 110 образует в сечении четырехугольник?

图 110 中哪个平面截切后形成四边形截面?

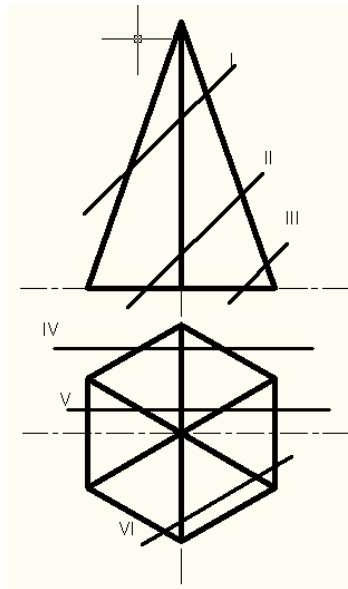


Рис. 110

1) I

2) II

3) III

4) IV

5) V

6) VI

80. Какие плоскости на рисунке 110 образуют в сечении треугольники?

图 110 中哪些平面截切后形成三角形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

81. Какие плоскости на рисунке 110 образуют в сечении многоугольники с наибольшим количеством углов?

图 110 中哪些平面截切后形成角数最多的多边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

82. Какие плоскости на рисунке 110 образуют в сечении шестиугольники?

图 110 中哪些平面截切后形成六边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

83. Какие плоскости на рисунке 110 образуют в сечении многоугольники с меньшим количеством углов?

图 110 中哪些平面截切后形成角数最少的多边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

84. Какая плоскость на рисунке 110 образует в сечении пятиугольник?

图 110 中哪个平面截切后形成五边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

85. Какая плоскость на рисунке 111 образует в сечении четырехугольник?

图 111 中哪个平面截切后形成四边形截面?

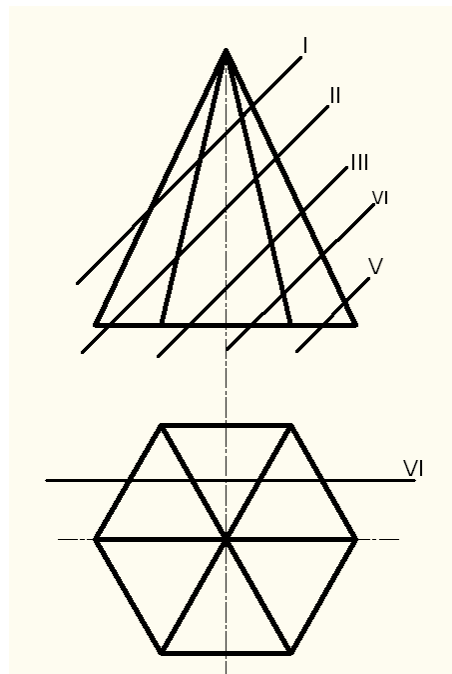


Рис. 111

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

86. Какая плоскость на рисунке 111 образует в сечении треугольник?

图 111 中哪个平面截切后形成三角形截面?

- 1) I
- 2) II

- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

87. Какая плоскость на рисунке 111 образует в сечении многоугольник с наибольшим количеством углов?

图 111 中哪个平面截切后形成角数最多的多边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

88. Какая плоскость на рисунке 111 образует в сечении шестиугольник?

图 111 中哪个平面截切后形成六边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

89. Какая плоскость на рисунке 111 образует в сечении многоугольник с меньшим количеством углов?

图 111 中哪个平面截切后形成角数最少的多边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV
- 5) V
- 6) VI

90. Какие плоскости на рисунке 111 образуют в сечении пятиугольники?

图 111 中哪些平面截切后形成五边形截面?

- 1) I
- 2) II
- 3) III
- 4) IV

5) V

6) VI

91. На каком чертеже изображен многогранник с параллельными боковыми гранями на рисунке 112?

图 112 中在哪张图纸上画出了侧面互相平行的多面体?

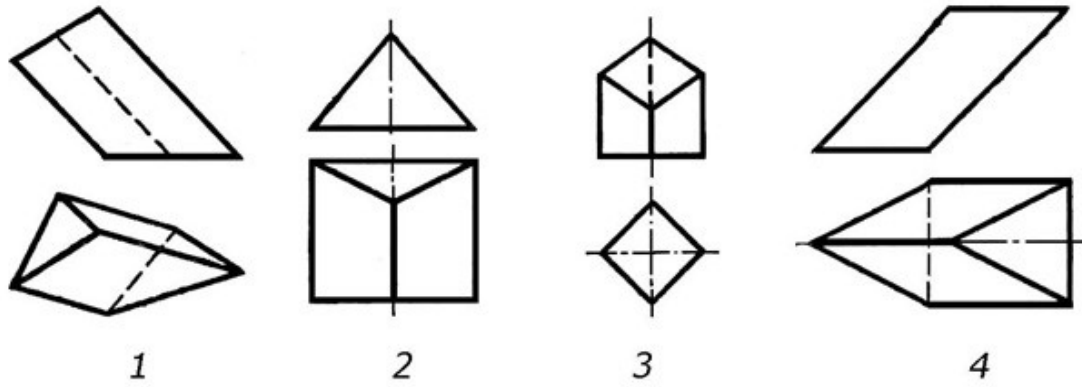


Рис. 112

## Тема 7. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ 曲面

В начертательной геометрии изучается наиболее распространенный способ образования поверхностей — кинематический. По этому способу, поверхность образуется, как множество положений определенной линии (образующей), которая последовательно и непрерывно по определенному закону перемещается в пространстве.

В научной и учебной литературе по начертательной геометрии нет универсальной классификации поверхностей, но есть много схем их классификации по определенным признакам.

### 7.1. Краткая классификация криволинейных поверхностей 曲面的简要分类

Из большого числа возможных способов образования поверхностей рассмотрим основные способы, выделив главные признаки их классификации.

1. По закону движения образующей. Поверхности с поступательным движением образующей, с вращательным и винтовым движением образующей.

2. По виду образующей. Различают поверхности с прямолинейной образующей и поверхности с криволинейной образующей – не линейчатые.

3. По закону изменения формы образующей. С образующей постоянного или переменного вида.

4. По признакам развертывания. Разворачивающиеся и не разворачивающиеся поверхности.

5. По способу задания поверхности – аналитическому или графическому.

6. По дифференциальным свойствам – гладкие или негладкие поверхности, и по признаку кривизны поверхности.

## 7.2. Поверхности вращения

### 回转面

Поверхностью вращения называется поверхность, образованная вращением прямой или кривой линии, образующей поверхность вокруг неподвижной прямой — оси вращения. На проекционном чертеже ось вращения располагают перпендикулярно плоскости проекций. Круги, по которым перемещаются все точки образующей, называются параллелями. Наибольшую параллель называют экватором, наименьшую — горловиной. Если ось поверхности вертикальная, то все параллели проецируются на горизонтальной проекции без искажения, то есть кругами. Плоскости, проходящие через ось вращения, пересекают поверхность по линиям, называемым меридианами. Меридиан, расположенный в плоскости, параллельной плоскости проекций, называется главным и его проекция на эту плоскость проекций является контуром проекции. Параллели и меридианы, пересекаясь между собой, образуют на поверхности вращения ортогональную сетку. Она называется ортогональной потому, что меридианы пересекаются с параллелями под прямым углом.

Из закона образования поверхностей вращения вытекают два основных их свойства:

1. плоскость, перпендикулярная оси вращения, пересекает поверхность по окружности — параллели.
2. плоскость, проходящая через ось вращения, пересекает поверхность по двум симметричным относительно оси линиям, которые образуют Меридиан поверхности.

## 7.3. Поверхности вращения второго порядка

### 二次回转面

Порядок любой алгебраической поверхности равен количеству точек пересечения произвольной прямой с этой поверхностью. В аналитической геометрии поверхности второго порядка определяются алгебраическим уравнением второй степени. Это означает, что любая прямая пересекает поверхность второго порядка в двух точках. Поверхности вращения второго порядка образуются путем вращения кривой второго порядка вокруг одного из ее диаметров. В зависимости от того какая кривая образует поверхность их называют эллипсоидами, гиперболоидами, параболоидами, цилиндрическими и коническими

поверхностями. Особое место среди этих поверхностей занимают цилиндрические и конические. В них образующая кривая распадается на две прямые параллельные, в первом случае, и пересекающиеся – во втором.

Коническая поверхность вращения образуется вращением прямой  $f$ , пересекающей ось вращения и в некоторой точке  $S$  (рис. 113). Она состоит из двух бесконечных полостей, имеющих общую точку  $S$  — вершину поверхности. Частью поверхности между вершиной  $S$  и плоскостью любой параллели  $k$  является тело в пространстве, называемое круговым конусом.

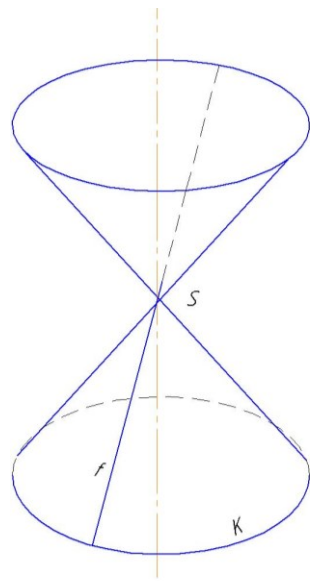


Рис. 113

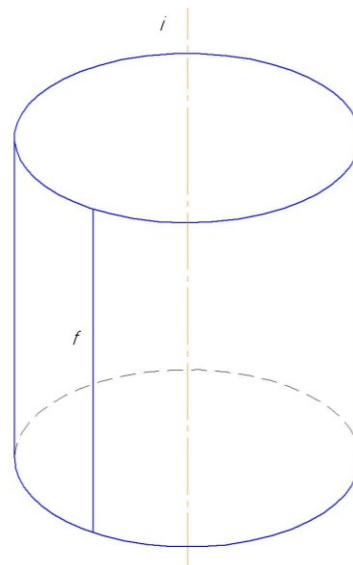


Рис. 114

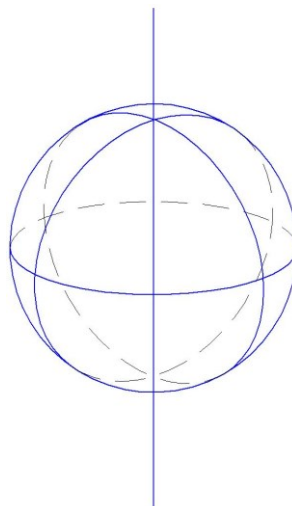


Рис. 115

Цилиндрическая поверхность образуется вращением прямой параллельной к оси вращения (рис. 114). Она представляет собой одну

бесконечную полость, а часть поверхности между двумя параллельными сечениями перпендикулярными оси вращения представляет собой круговой цилиндр.

Для построения проекций конуса и цилиндра удобно рассмотреть их образование, как результат вращения плоских фигур вокруг одной из их сторон. Так конус удобно рассматривать, как вращение прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов. В этом случае гипотенуза образует боковую поверхность конуса, а второй катет – круг, основание конуса.

Аналогично цилиндр может быть образован вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон. Сфера образуется вращением круга вокруг любого его диаметра (рис. 115).

#### **7.4. Комплексные рисунки тел вращения. Построение точек, лежащих на поверхностях вращения**

##### **回转体的投影图，位于回转面上的点的作图**

Ось тела вращения может быть произвольно расположена в пространстве. Для изучения свойств поверхностей вращения удобно изображать их в каноническом положении, располагая ось вращения перпендикулярно той, или иной плоскости проекций. При таком положении ось вращения на плоскости, к которой она перпендикулярна, изображается точкой, а параллели поверхности вращения концентрическими кругами с центрами, совпадающими с этой точкой. Контур проекции поверхности на другой плоскости проекций будет главным меридианом в натуральную величину.

Мы говорим задано поверхность. Что это значит? Это означает, что на комплексном рисунке задано минимальное количество точек и линий поверхности, которые позволяют решить основную задачу проекционного чертежа для поверхностей: за одной проекцией точки, принадлежащей поверхности построить другие ее проекции.

Известно, что точки принадлежат поверхности, если они лежат на линии, принадлежащей поверхности. Учитывая это свойство, можем составить алгоритм решения основной задачи:

1) через заданную проекцию точки провести одноименную проекцию линии на поверхности. Желательно чтобы эта линия была простой – прямая или круг.

2) построить вторую проекцию этой линии при условии, что она принадлежит поверхности.

3) с помощью линии проекционной связи на второй проекции вспомогательной линии построить проекцию заданной точки.

4) по двум проекциям заданной точки построить третью ее проекцию. Рассмотрим применение этого алгоритма на примерах.

На рис. 116 построены три проекции цилиндра вращения, ось которого вертикальная. Построение проекций точки  $A$ , принадлежащей поверхности цилиндра понятно из рисунка.

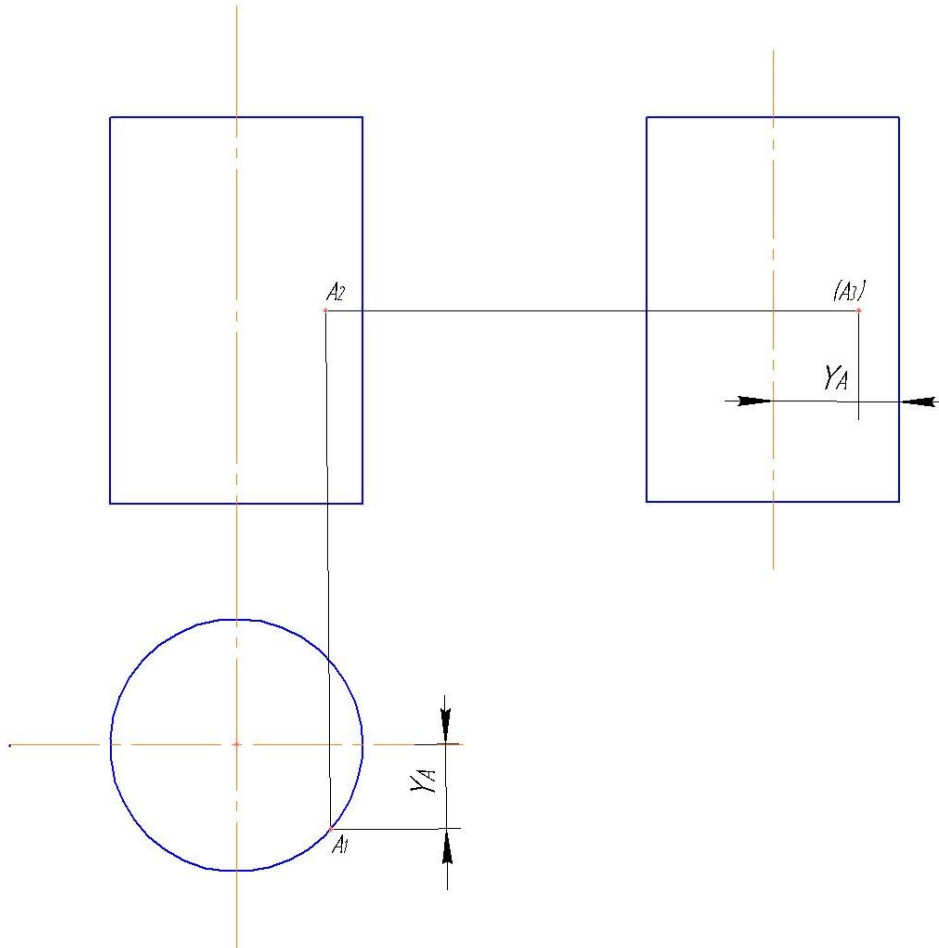


Рис. 116

Построение точек на поверхности конуса вращения показано на рис. 7.5. здесь задана невидимая проекция ( $A_2$ ) точки  $A$ , принадлежащей поверхности конуса. Через заданную проекцию проведена фронтальная проекция окружности, которая принадлежит поверхности конуса. Его можно получить в виде поперечного сечения поверхности конуса плоскостью  $\gamma$ , перпендикулярной оси конуса. Радиус  $R_A$  этой окружности измеряем на фронтальной проекции. Горизонтальной его проекцией будет круг радиуса  $RA$  с центром в проекции  $S_1$ . Через проекцию ( $A_2$ ) проведем вертикальную линию проекционной связи до пе-

ресечения с горизонтальной проекцией вспомогательного круга и получаем горизонтальную проекцию  $A_1$  точки  $A$ . На виде сверху измеряем координату  $Y_A$  и откладываем ее на горизонтальной линии проекционной связи проведенной через проекцию  $(A_2)$ . Получаем профильную проекцию  $A_3$  точки  $A$ . На этом же конусе на виде сверху задана горизонтальная проекция  $B_1$  точки  $B$ , принадлежащей поверхности конуса. Фронтальная проекция  $B_2$  построена с помощью образующей  $S_M$  конуса. Ход построения этой проекции показан стрелками.

На рис. 117 заданы три проекции сферы и фронтальная  $A_2$  и горизонтальная  $B_1$  проекции точек  $A, B$ , принадлежащих сфере.

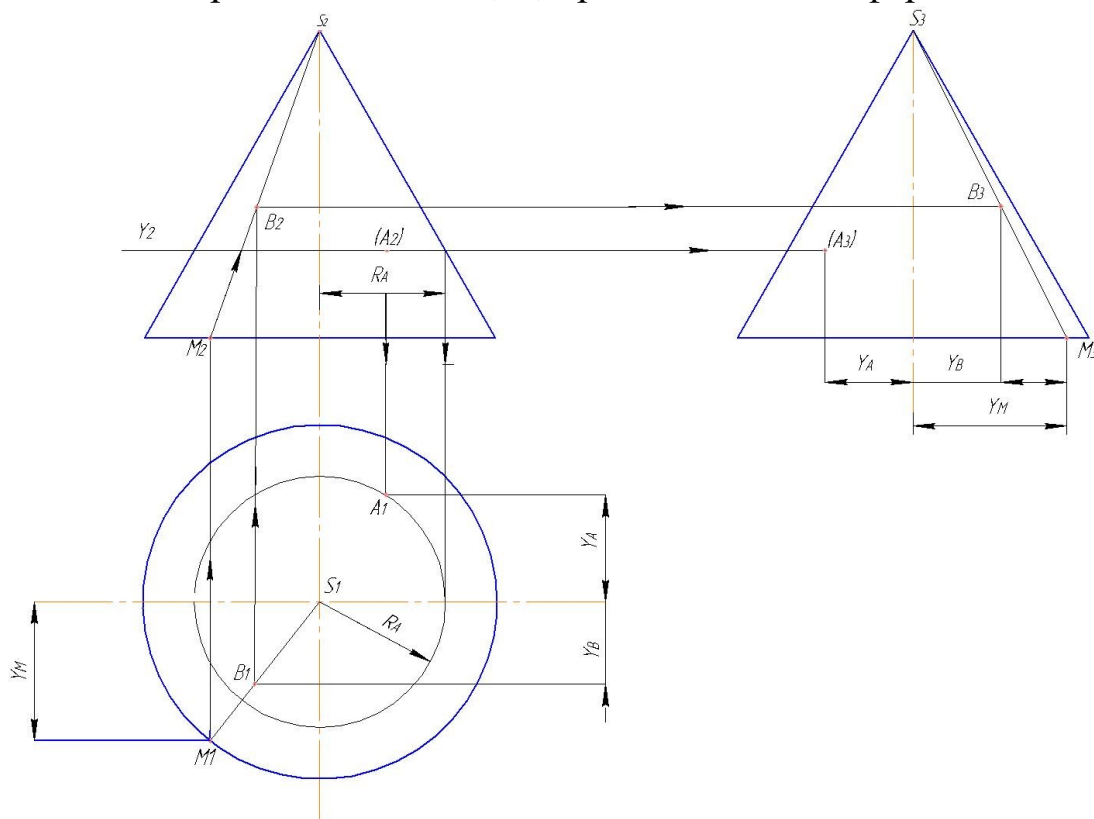


Рис. 117

Для построения других проекций точек использованы горизонтальная ( $\gamma$ ) и фронтальная ( $\phi$ ) плоскости. Горизонтальная плоскость  $\gamma$  пересекает сферу по окружности радиуса  $R_A$ . Горизонтальная проекция этого круга — круг радиуса  $R_A$  с центром  $O_1$ . На последнем лежит горизонтальная проекция  $A_1$  точки  $A$ . фронтальная проекция  $B_2$  точки  $B$  построена с помощью фронтальной плоскости  $\phi$ , которая пересекает сферу по окружности радиуса  $R_B$  (измеряем на горизонтальной плоскости). На виде спереди проводим круг радиуса  $R_B$  с центром  $O_2$ . Построение профильных проекций точек понятно из рисунка.

На рис. 118 задана половина поверхности вращения, называемая тором. Она образуется вращением круга  $S$  вокруг оси  $I (I_1, I_2)$  лежащей в плоскости круга, но не проходящей через его центр. Для построения проекций точки  $A$ , лежащей на поверхности тора, за заданной горизонтальной проекцией  $A_1$  проведена вспомогательная фронтальная плоскость  $\varphi$ . Эта плоскость перпендикулярна оси вращения и в сечении тора дает два круга радиусов  $R_A$  и  $R'_A$ . Фронтальные проекции этих кругов есть тоже круги радиуса  $R_A$  и  $R'_A$  с центром  $I_2$ . Если заданная горизонтальная проекция  $A_1$  видима, то ее фронтальная проекция лежит на окружности радиусом  $R_A$ . Если бы по условию задачи  $A_1$  была невидимой, то ее фронтальная проекция лежала бы на круге радиуса  $R'_A$ . Профильная проекция  $A_3$  точки  $a$  построена аналогично предыдущим примерам.

### 7.5. Пересечение поверхности вращения проецирующей плоскостью

#### 回转面与投影面垂直面的截交

При пересечении поверхности плоскостью образуется линия, состоящая из точек общих для секущей плоскости и поверхности. Плоскую фигуру, ограниченную этой линией, называют сечением. Если секущая плоскость проецируется, то одна проекция сечения заранее известна. Она совпадает с отрезком вырожденной проекции плоскости, концами которого являются точки пересечения вырожденной проекции плоскости с контуром проекции поверхности. Итак, для построения других проекций сечения надо на известной его вырожденной проекции наметить множество проекций точек сечения и для каждой точки решить задачу: за одной проекцией точки, лежащей на заданной поверхности построить другие проекции этой точки. Такую задачу мы рассматривали в предыдущем параграфе.

Рассмотрим примеры построения сечений поверхностей вращения второго порядка.

Цилиндрическими сечениями могут быть:

1. круг, если секущая плоскость  $\gamma$  (рис. 118) перпендикулярна оси цилиндра;
2. Прямоугольник, если секущая плоскость  $\beta$  параллельна оси цилиндра;

3. Эллипс во всех остальных случаях расположение секущей плоскости  $\alpha$  относительно оси цилиндра. Малая ось эллипса равна диаметру цилиндра, а величина  $AB=A_2B_2$  зависит от угла наклона секущей плоскости к оси цилиндра.

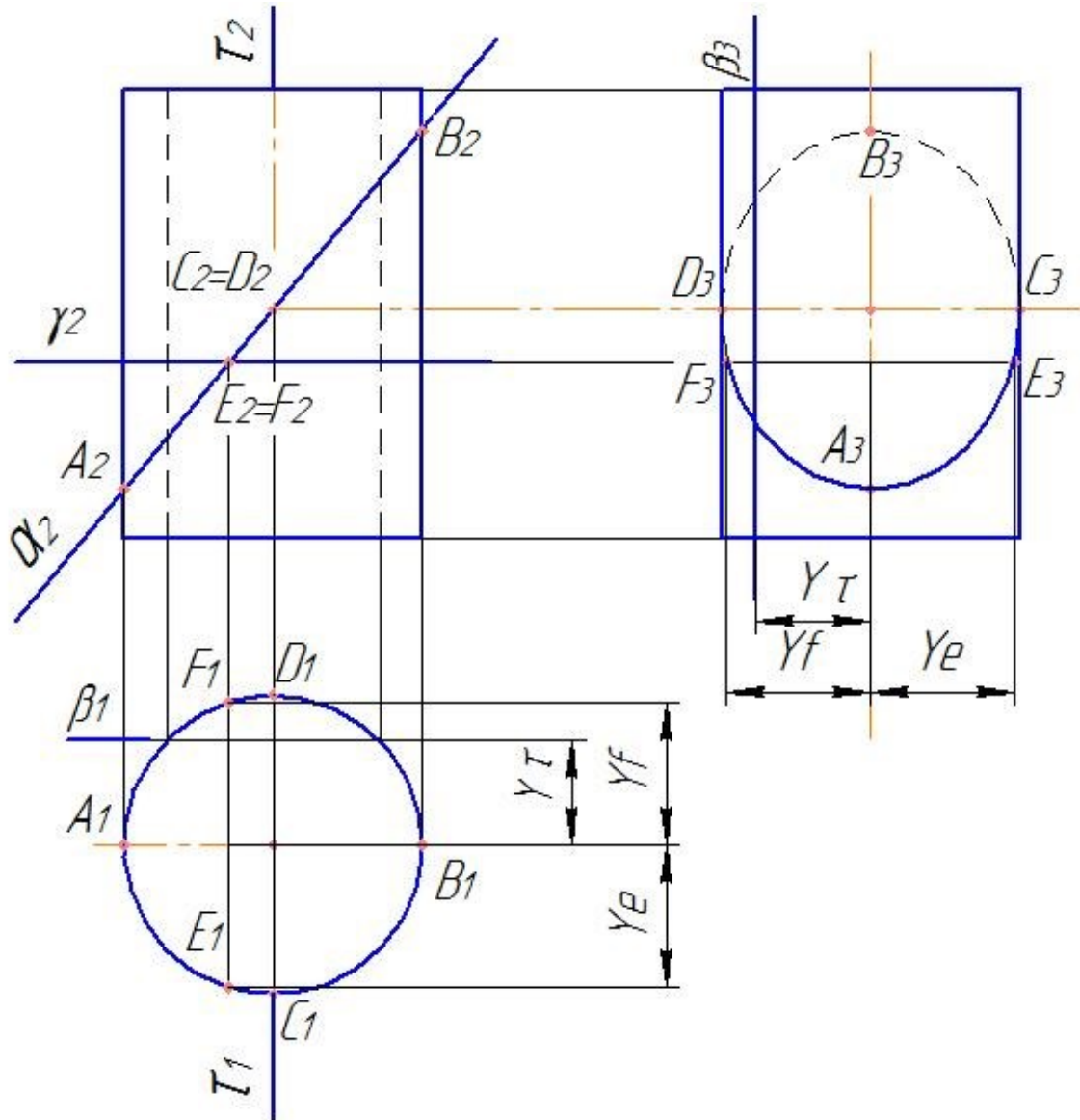


Рис. 118

Построение точек сечения, принадлежащих эллипсу показана на примере точек  $E$  и  $F$ . Обращаем внимание на необходимость построения характерных точек линии сечения: самой высокой и самой низкой, точек изменения видимости. Профильная плоскость  $\tau$  ( $\tau_1, \tau_2$ ), проходящая через ось цилиндра разделяет его на две части левую и правую (читаем фронтальную и горизонтальную проекцию цилиндра). На профильной проекции видимой будет левая часть, а правая – невидимой.

Поэтому проекции  $C_3$  и  $D_3$  точек  $C$  и  $D$  являются точками изменения видимости профильной проекции эллипса.

На рис. 119 приведен пример построения сечения конуса вращения фронтально — проектирующей плоскостью  $\alpha$  ( $\alpha_2$ ).

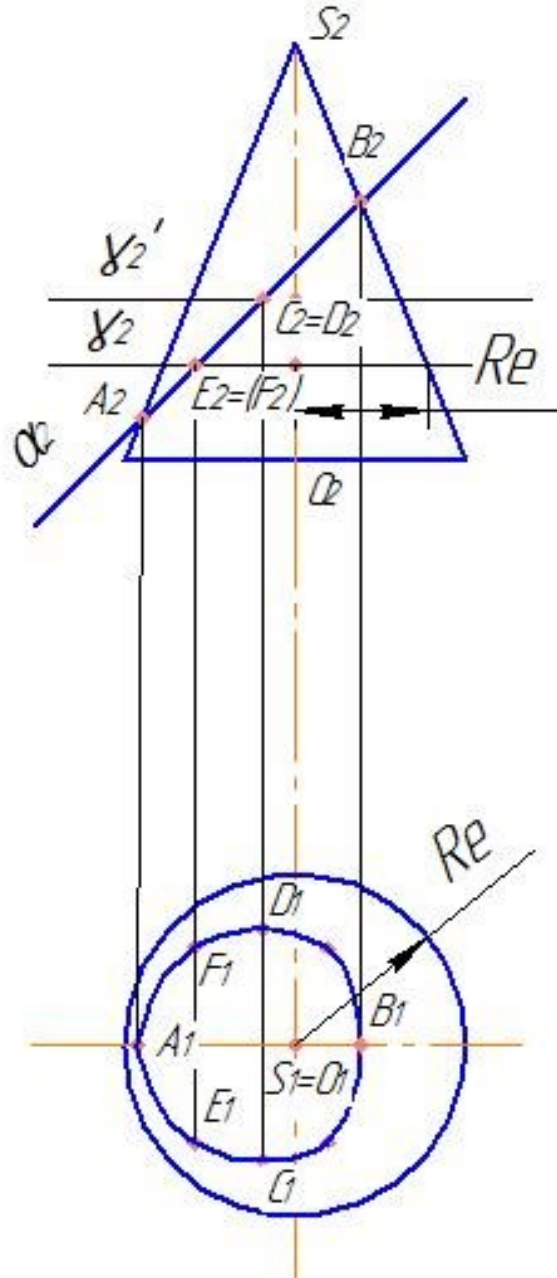


Рис. 119

Фронтальная проекция сечения представляет собой отрезок  $A_2B_2$ , совпадающий с вырожденной проекцией  $\alpha_2$  секущей плоскости  $\alpha$ . Горизонтальные проекции точек сечения строятся как проекции точек, принадлежащих поверхности конуса. Например, назначим на проекции  $A_2B_2$  произвольную проекцию  $E_2$  точки  $E$ . Отметим, что с ней сов-

падает еще и проекция ( $F_2$ ) точки  $F$ , которая также принадлежит сечению. Одна из этих точек лежит на передней части конуса, вторая на задней. Через проекцию  $E_2 \equiv (F_2)$  вырожденную проекцию  $\gamma_2$  горизонтальной плоскости  $\gamma$ . Плоскость  $\gamma$  пересечет поверхность конуса по параллели — круговые радиуса  $RE$ . Строим горизонтальную проекцию этого круга. Это будет круг, центр которого совпадает с горизонтальной проекцией оси конуса  $S_1 \equiv O_1$ , а радиус равен  $RE$ . Горизонтальные проекции  $E_1, F_1$  точек  $E$  и  $F$  лежат на этом круге. Таким образом, можно построить множество точек, принадлежащих сечению, который в рассматриваемом примере будет эллипсом. Большая ось  $AB = A_2B_2$ . Малую ось  $CD$  можно построить, как такую, что ее фронтальная проекция  $C_2D_2$  совпадает с серединой проекции  $A_2B_2$ .

Мы рассмотрели пример, когда поперечным сечением конуса является эллипс. Вообще же коническими сечениями могут быть такие линии (и фигуры, если рассматривать сечение конуса, как тела):

1. Круг, если секущая плоскость перпендикулярна оси конуса.
2. Две образующие (треугольник), если секущая плоскость проходит через вершину конуса.
3. Две образующие (треугольник), если секущая плоскость проходит через вершину конуса.
4. Парабола, если секущая плоскость параллельна одному образующему конусу.
5. Гипербола, если секущая плоскость параллельна двум образующим конуса.

Процесс образования различных конических сечений можно понять следующим образом. На рис. 120 показана фронтальная проекция конической поверхности с вершиной  $S$ . Проведем произвольную фронтально — проектирующую плоскость  $\alpha$  ( $\alpha_2$ ) параллельно образующей  $m$  ( $m_2$ ). Эта плоскость пересекает коническую поверхность по параболе с вершиной  $N$  ( $N_2$ ). В плоскости  $\alpha$  проведем произвольную фронтально — проектирующую прямую  $I$  ( $I_2$ ). Будем вращать вокруг этой прямой плоскость  $\alpha$ , например, против хода часовой стрелки. В секторе  $\alpha_2$   $I_2$   $\alpha'_2$ , в любом положении, эта плоскость пересекает обе полости конической поверхности по гиперболе. В положении, когда плоскость пройдет через вершину  $S$  поверхности, она пересечет поверхность по двум образующим, которые считаются гиперболой, распавшейся на пару прямых. В положении  $\alpha'$  параллельном образующей  $n$  снова имеем параболу, но с вершиной  $M$ . При дальнейшем вращении плоскость будет

пересекать одну полость поверхности, образуя эллипсы, в том числе и круг, как частный случай эллипса.

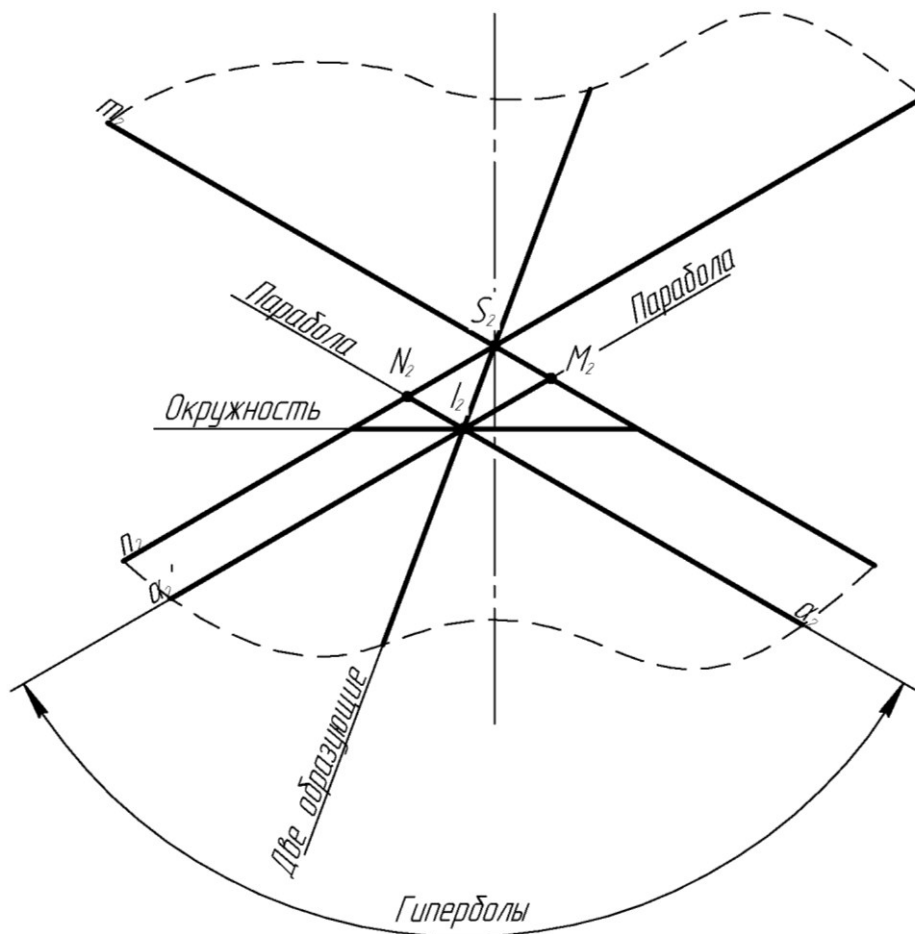


Рис. 120

Переходим к рассмотрению вопроса о пересечении прямой с поверхностью. В свое время, рассматривая задачу пересечения прямой с плоскостью, мы составили алгоритм решения задачи. Поскольку плоскость это тоже поверхность, то алгоритм построения точек пересечения прямой с любой поверхностью складывается аналогично:

1. Провести вспомогательную плоскость через заданную прямую. Желательно, чтобы эта вспомогательная плоскость пересекала заданную поверхность по простому сечению (многоугольник или круг);
2. Построить вспомогательное сечение заданной поверхности вспомогательной плоскостью;
3. Точки пересечения заданной прямой с контуром вспомогательного сечения являются точками пересечения данной прямой и поверхности.

Рассмотрим применение этого алгоритма на примерах.

На рис. 121 задан цилиндр вращения и прямую общего положения  $m$ . Осуществляем алгоритм.

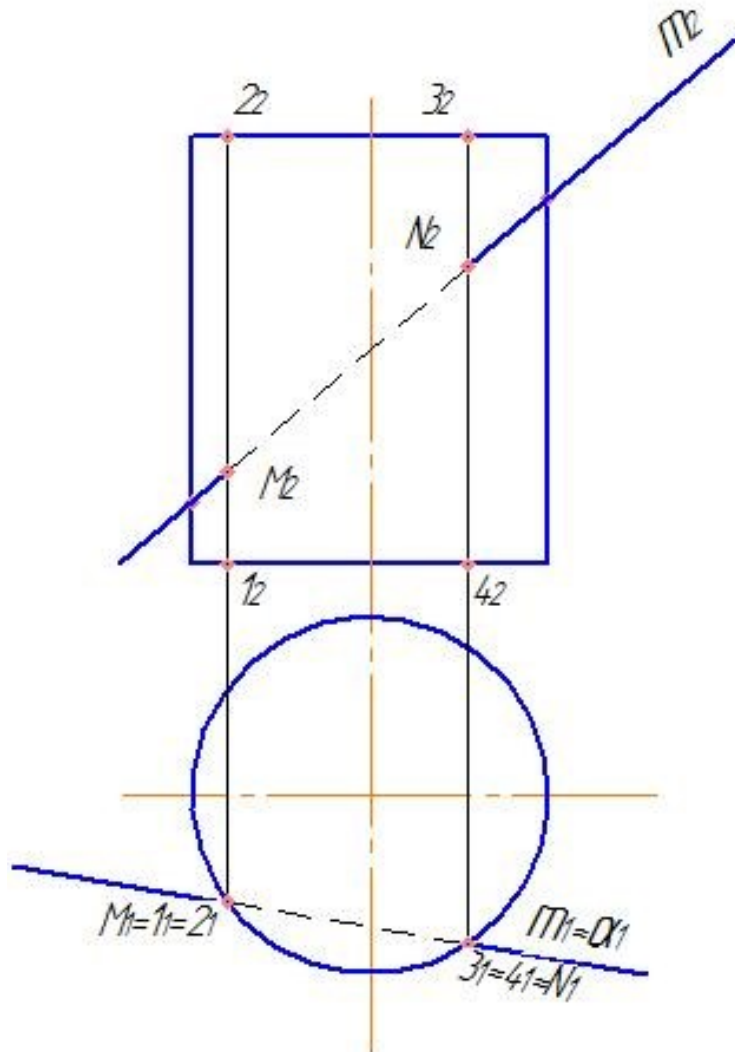


Рис. 121

1.  $m \subset \alpha, \alpha \perp \Pi_1, \alpha_1 \equiv M_1$ ;
2.  $\alpha \cap \text{Цилиндр} = 1234$  – прямоугольник;
3.  $m \cap 12 = M, m \cap 34 = N$ .  $M, N$  – точки пересечения прямой с поверхностью цилиндра.

В данном случае, поскольку цилиндр горизонтально-проецирующий горизонтальные проекции  $M_1$  и  $N_1$  точек пересечения наперед известны. Можно было бы и не применять алгоритм. Он применен для лучшего осознания сути алгоритма.

На рис. 122 построены точки пересечения горизонтальной прямой со сферой.

1.  $h \subset \gamma, h \parallel \Pi_1, \gamma_2 \equiv h_2, h_2 \parallel x$ ;

2.  $\gamma \cap \text{Сферу} = \text{круг радиуса } R$ , горизонтальная проекция, которого тоже круг с центром  $O_1$  и радиусом  $R$ ;
3.  $h \cap \text{Окружность} = M, N$ ,  $h_1 \cap \text{Окружность} = M_1, N_1$  – точки пересечения данных прямой и окружности.

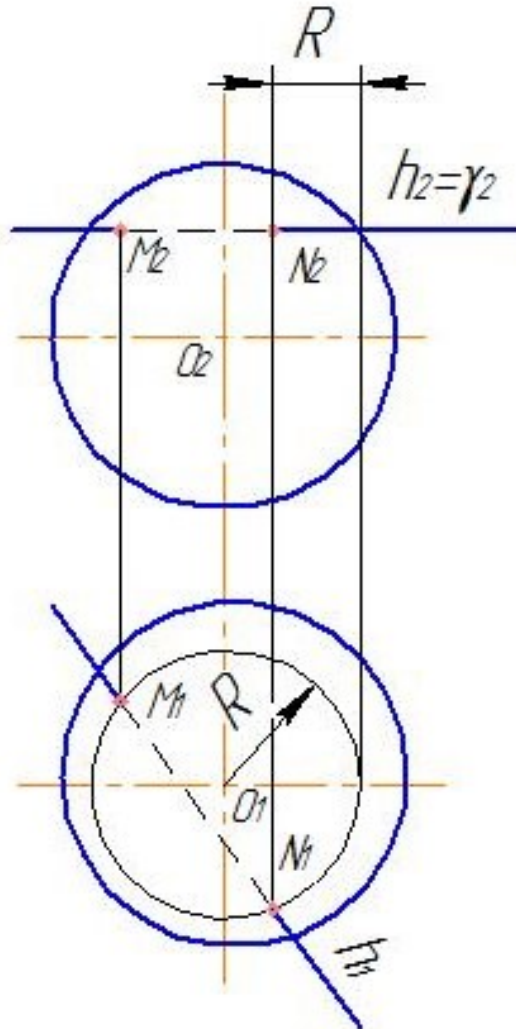


Рис. 122

На рис. 123 рассмотрен пример построения точек пересечения прямой общего положения с поверхностью конуса вращения. Для получения простого вспомогательного сечения дана прямая заключительная во вспомогательную плоскость  $\alpha$  общего положения, которая проходит через вершину конуса. Через вершину конуса проведена горизонталь  $h$  ( $h_1, h_2$ ), пересекающая заданную прямую  $m$  ( $m_1, m_2$ ) в точке  $K$  ( $K_1, K_2$ ).

$$1. m \subset \alpha (h \cap m)$$

На этой плоскости проведена еще одна горизонталь  $h'$ , которая принадлежит плоскости  $\gamma$  основания конуса. Его фронтальная проекция  $h_2'$  совпадает с фронтальной проекцией  $\gamma_2$  плоскости  $\gamma$  основания конуса,  $h_2' \equiv \gamma_2$ . Заданная прямая  $m$  пересекает плоскость  $\gamma$  в точке  $F$  ( $F_1, F_2$ ). Горизонтальная проекция  $H_1'$  горизонтали  $h'$  проходит через проекцию  $F_1$  параллельно горизонтальной проекции  $H_1$  горизонтали  $h$ . Горизонталь  $h'$  пересекает основание конуса в точках  $1$  ( $1_1, 1_2$ ) и  $2$  ( $2_1, 2_2$ ). Итак, вспомогательная плоскость  $\alpha$  ( $h m$ ) пересекает конус по треугольнику  $S12$ .

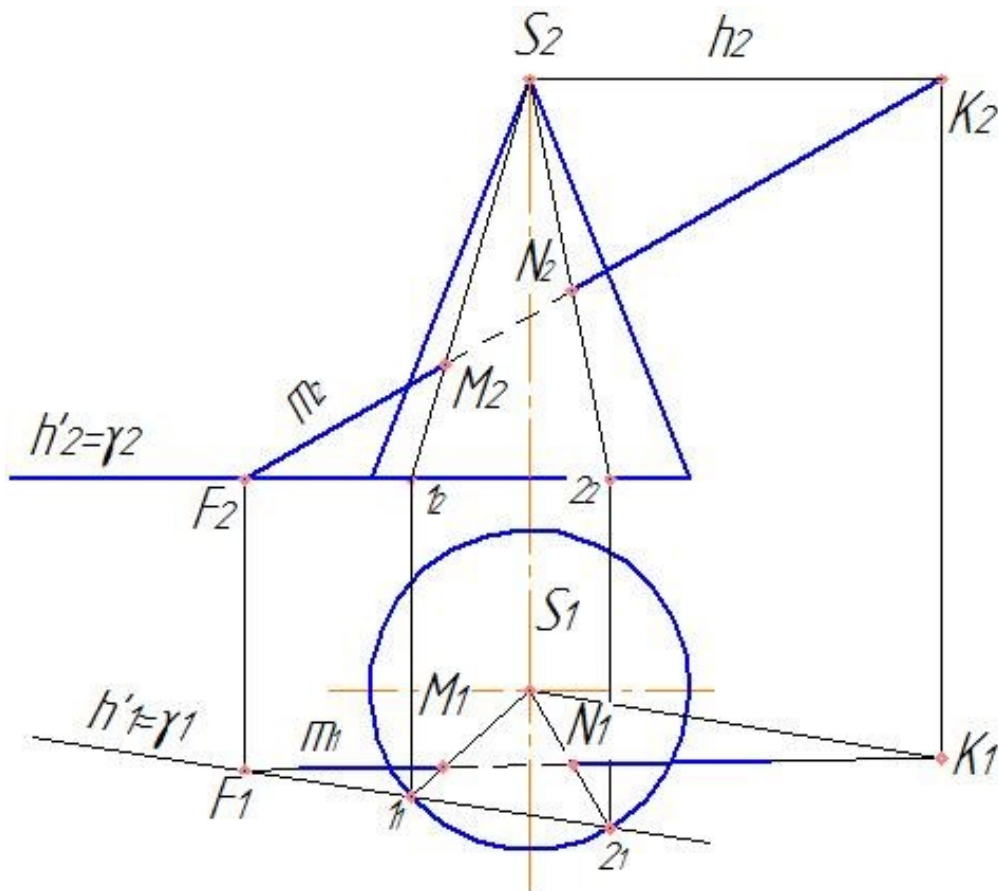


Рис. 123

$$2. \alpha (h \cap m) \cap \text{Конус} = S12.$$

$$3. m \cap S1 = M, m \cap S2 = N.$$

Точки  $M$  и  $N$  являются точками пересечения заданной прямой  $m$  с поверхностью конуса.

## 7.6. Сечение поверхностей вращения

### 回转面的截交

Линия пересечения двух кривых поверхностей в общем случае представляет собой пространственная кривая линия, которая состоит

из точек общих для обеих поверхностей. Итак, для построения линии пересечения поверхностей надо построить множество точек общих обеим поверхностям. На комплексных рисунках применяются различные способы решения этой задачи. Рассмотрим некоторые из них.

### 7.6.1. Способ вспомогательных плоскостей

#### 輔助平面法

Построение точек, принадлежащих линии пересечения двух поверхностей, способом вспомогательных секущих плоскостей осуществляется в такой последовательности: способ вспомогательных плоскостей

1. Проводится вспомогательная секущая плоскость, которая пересекает обе поверхности. Желательно чтобы эта плоскость пересекала каждую поверхность по простому сечению (многоугольник, круг).

2. Строится первое вспомогательное сечение одной из поверхностей со вспомогательной плоскостью.

3. Строится второе вспомогательное сечение второй поверхности со вспомогательной плоскостью.

4. Находятся точки пересечения контуров вспомогательных сечений. Эти точки являются общими для обеих поверхностей, а значит принадлежат линии их пересечения.

Рассмотрим пример. На рис. 124 задан конус вращения и сфера с общей плоскостью симметрии  $\varphi$ . Надо построить линию пересечения этих двух поверхностей. Учитывая расположение заданных поверхностей относительно плоскости проекций, приходим к выводу, что в данном случае целесообразно применить, как вспомогательные, горизонтальные плоскости. Далее действуем по алгоритму.

1.  $\gamma \parallel \Pi_1$ ,  $\gamma_2 \parallel x$ ,  $\gamma_2 \perp S_2C_2$  (фронтальной проекции оси конуса).

2.  $\gamma \cap \text{Сферу} = \text{круг радиуса } R$ . Горизонтальная проекция этого круга тоже будет круг ( $O_I R$ ) с центром  $O_I$  и радиусом  $R$ . Измеряем длину  $R$  на фронтальной проекции сферы и чертим вспомогательный круг ( $O_I R$ ) на горизонтальной проекции.

3.  $\gamma \cap \text{Конус} = \text{Круг } (r)$ . Это будет второе вспомогательное сечение. Строим его горизонтальную проекцию — круг ( $S_I, r$ ).

4.  $\text{Окружность } (O_I R) \cap \text{Окружность } (S_I, r) = 1, 2$ .

Точки 1, 2 являются общими для обеих заданных поверхностей, то есть принадлежат линии пересечения этих поверхностей. Осуществляя аналогичные построения для других горизонтальных секущих

плоскостей, получим множество точек, принадлежащих линии пересечения. Одноименные проекции этих точек соединяют плавной кривой.

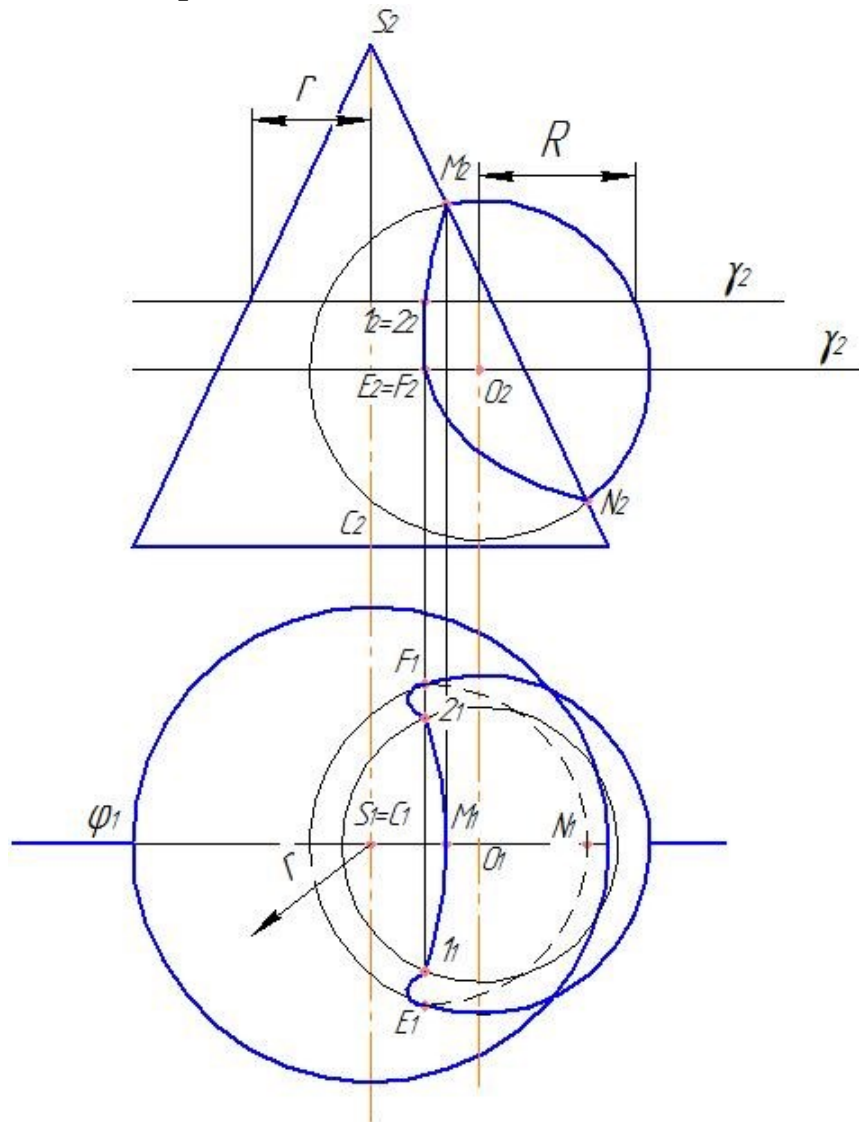


Рис. 124

Для лучшего представления формы линии пересечения и увеличении точности ее обводки на чертеже целесообразно строить характерные (опорные) точки этой линии. Такими точками являются габаритные (самая высокая, самая низкая, самая дальняя, ближайшая), точки изменения видимости и др.

В рассматриваемом примере самая высокая  $M(M_1, M_2)$  и самая низкая  $N(N_1, N_2)$  точки построены как точки пересечения главных меридианов поверхностей. Точки  $E(E_1, E_2)$  и  $F(F_1, F_2)$  линии видимости горизонтальной проекции линии пересечения найдены с помощью вспомогательной секущей плоскости  $\gamma'$ , которая проведена через центр сферы и пересекает ее по экватору.

### 7.6.2. Способ вспомогательных концентрических сфер 辅助同心球面法

Применение сфер для построения линии пересечения поверхностей вращения основывается на том, что любая поверхность вращения ось которой проходит через центр сферы пересекается с этой сферой по кругам. Плоскости этих кругов перпендикулярны оси вращения и изображаются в любой плоскости параллельной оси вращения отрезками прямых. На рис. 125 показана сфера с центром  $O(O_2)$  и конус и два цилиндра вращения, оси которых проходят через центр сферы. Каждая из этих поверхностей пересекает сферу по кругу. Каждый круг изображается отрезком, концами которого являются точки пересечения контуров проекций поверхности и сферы.

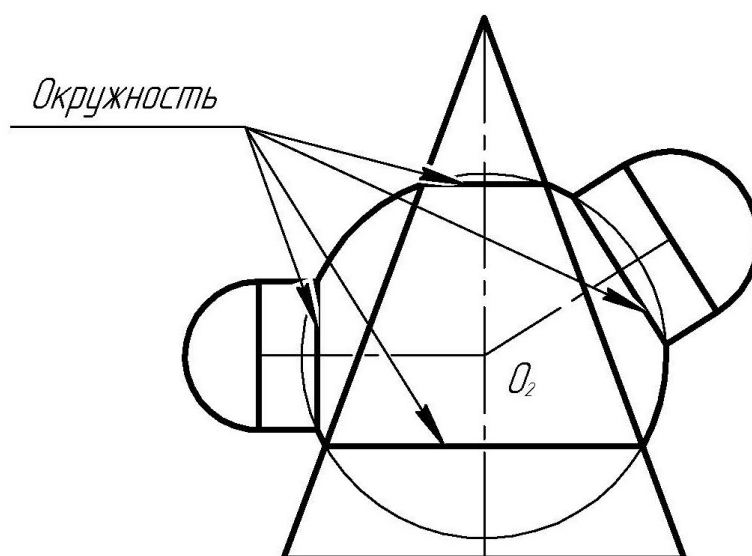


Рис. 125

Рассмотрим пример. На рис. 126 задан конус вращения с горизонтально-проецирующей осью и цилиндр вращения с профильно-проецирующей осью. Оси поверхностей пересекаются в точке  $O(O_1, O_2)$  и параллельны фронтальной плоскости проекций. Надо построить линию пересечения этих поверхностей.

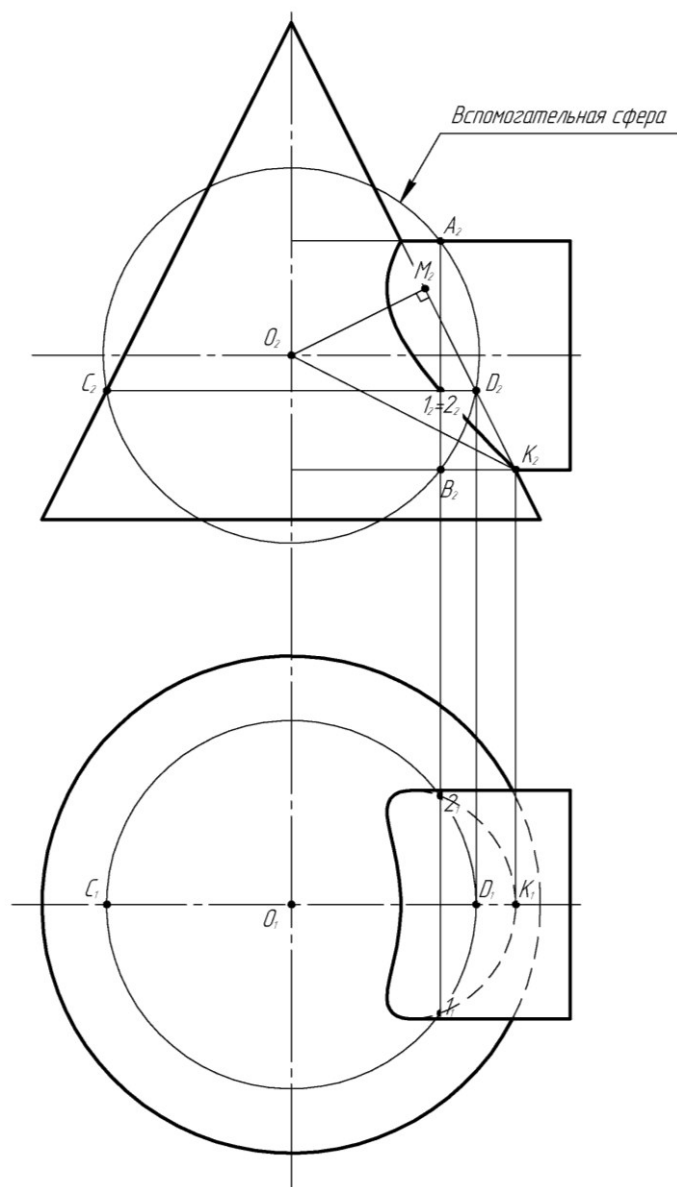


Рис. 126

Последовательность построения, следующая:

1. Точку  $O$  ( $O_1, O_2$ ) пересечения осей поверхностей принимаем за центр вспомогательных концентрических сфер.
2. Из этого центра проведем вспомогательную сферу произвольного радиуса, но в пределах общей части поверхностей. Будем строить только фронтальные проекции вспомогательных сфер.
3. Эта сфера пересечет цилиндр по кругу, фронтальная проекция которого отрезок  $A_2B_2$ .
4. Эта же вспомогательная сфера пересечет конус по кругу, фронтальная проекция которого представляет собой отрезок  $C_2D_2$ .

5. Поскольку оба круга лежат на одной вспомогательной сфере, то они пересекаются в двух точках 1 и 2, фронтальные проекции которых совпадают  $1_2 \equiv 2_2 = A_2B_2 \cap C_2D_2$ . Горизонтальные проекции  $1_1$  и  $2_1$  точек 1 и 2 строятся из условия принадлежности их одной из заданных поверхностей, или вспомогательной сфере.

Точки 1 и 2 являются общими для заданных поверхностей, а значит принадлежат линии пересечения этих поверхностей.

Изменяя величину радиуса вспомогательной сферы, можем построить достаточное количество точек для проведения кривой пересечения. Пределы изменения величины радиуса определяются в каждом конкретном случае. Для рассматриваемого примера  $O_2M_2 \leq R_{C\phi} \leq O_2K_2$ . В случае  $R_{C\phi} = O_2K_2$  вспомогательная сфера будет касательной.

Способ вспомогательных концентрических сфер может применяться только в случае, когда оси заданных поверхностей вращения пересекаются и параллельны плоскости проекций.

### 7.6.3. Особые случаи пересечения поверхностей второго порядка

#### 二次曲面相交的特殊情况

В общем случае линия пересечения двух поверхностей вращения другого порядка представляет собой пространственная линия четвертого порядка. В предыдущих примерах мы строили проекции таких линий.

В особых случаях эта линия разделяется на две плоские кривые второго порядка. Эти особые случаи определяются теоремой г. Монжа: если две поверхности второго порядка описаны вокруг третьей или вписаны в нее, то линия их пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка.

Мы рассмотрим частный случай этой теоремы, когда поверхностью вокруг которой описаны две поверхности второго порядка является сфера.

На рисунках 127, 128, 129 приведены примеры (показаны только фронтальные проекции) когда линия пересечения двух поверхностей, касающихся сферы, распадается в каждом случае на два эллипса.

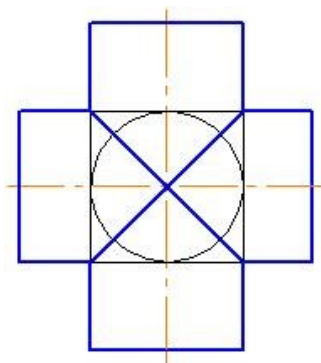


Рис. 127

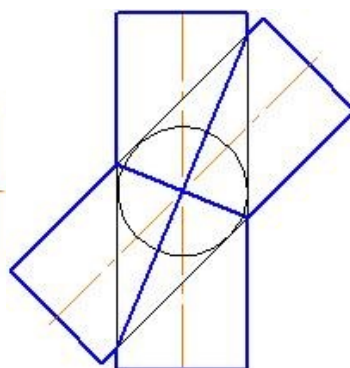


Рис. 128

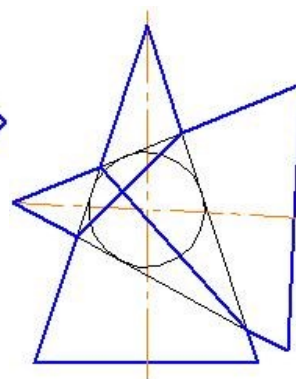


Рис. 129

## 7.7. Развертки кривых поверхностей 曲面的展开

Разверткой поверхности, которая обертывает пространственное тело, называется плоская фигура образованная непрерывным изгибанием поверхности на плоскость без образования разрывов и складок. Для поверхностей, которые разворачиваются (цилиндр, конус), можно построить точные развертки (в пределах точности инструментов и знаний числа  $\pi$  и тригонометрических функций) или приближенные. В практике проектирования и строительства развертки поверхностей находят применение при разработке чертежей для раскроя плоского листового материала. Развертки поверхностей используются при проектировании и строительстве резервуаров различной формы, воздуховодов и др.

### 7.7.1. Развертка прямого конуса вращения 正圆锥面的展开

Разверткой прямого конуса вращения является сектор окружности, радиус которого  $L$  и центральный угол  $\varphi = 360^\circ R/L$  и круг основы (рис. 130). Принято строить угол  $\varphi$  не пользуясь транспортиром, который дает значительную погрешность. К тому же угол  $\varphi$  в большинстве случаев не равно целому числу градусов. Так коническую поверхность при построении развертки заменяют на поверхность многогранной пирамиды, вписанной в данную коническую поверхность. Пример развертки прямого конуса вращения приведен на рис. 131. Дугу сектора разделяют на равные части, например на 12, и на столько же равных части основание конуса. Нумеруют точки раздела, как на рис. 131 и проводят образующие на проекциях конуса и на развертке. Остается

перенести точки из проекции линии сечения конуса плоскостью на раз-  
вертку.

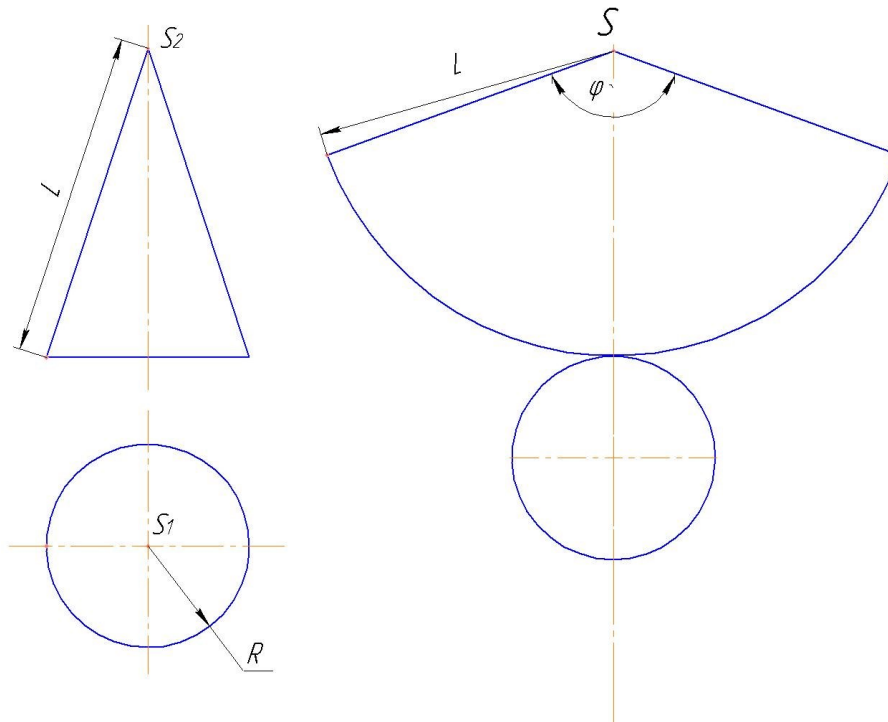


Рис. 130

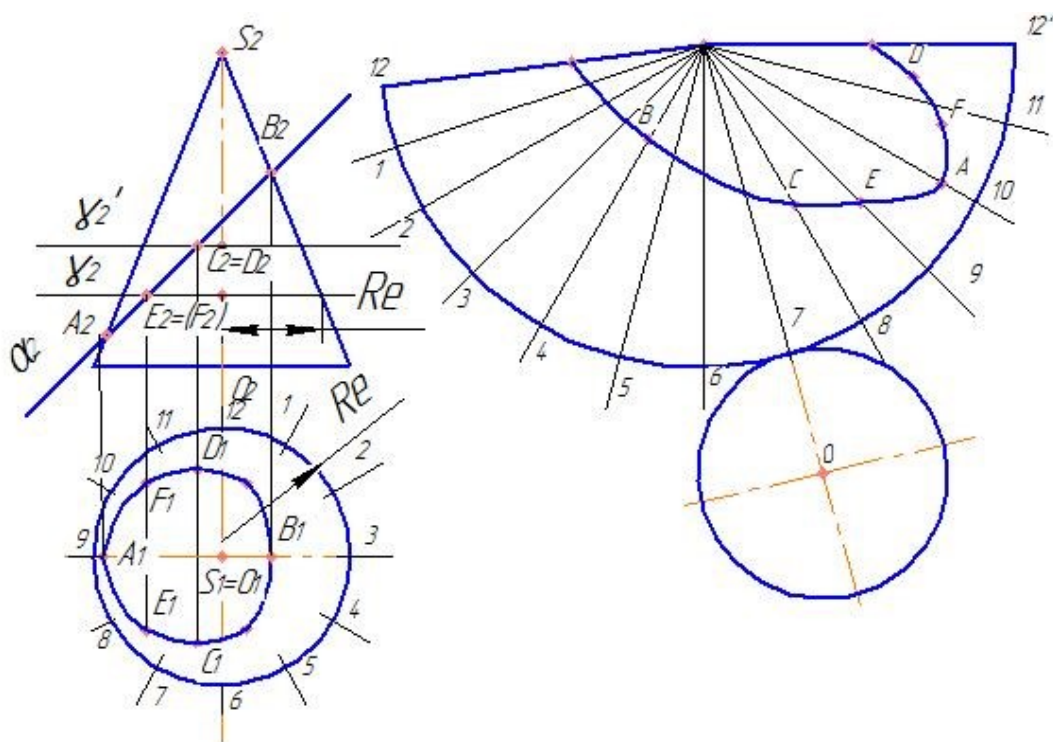


Рис. 131

Для этого необходимо определить их натуральное расстояние от  
вершины  $S$ . Это выполняется параллельным перемещением каждой

точки на крайнюю образующую конуса, которая проецируется в натуральную величину на фронтальной плоскости проекций.

### 7.7.2. Развертка прямого цилиндра вращения 正圆柱面的展开

Развертка прямого цилиндра вращения представляет собой плоскую фигуру, которая состоит из прямоугольника и двух кругов (рис. 132). Одна сторона прямоугольника равна высоте цилиндра  $h$ , другая — длине окружности основания. Длину окружности основания можно определить по формуле  $C=2\pi R$ , или  $C=\pi D$ .  $R$  и  $D$  — радиус и диаметр окружности основания.

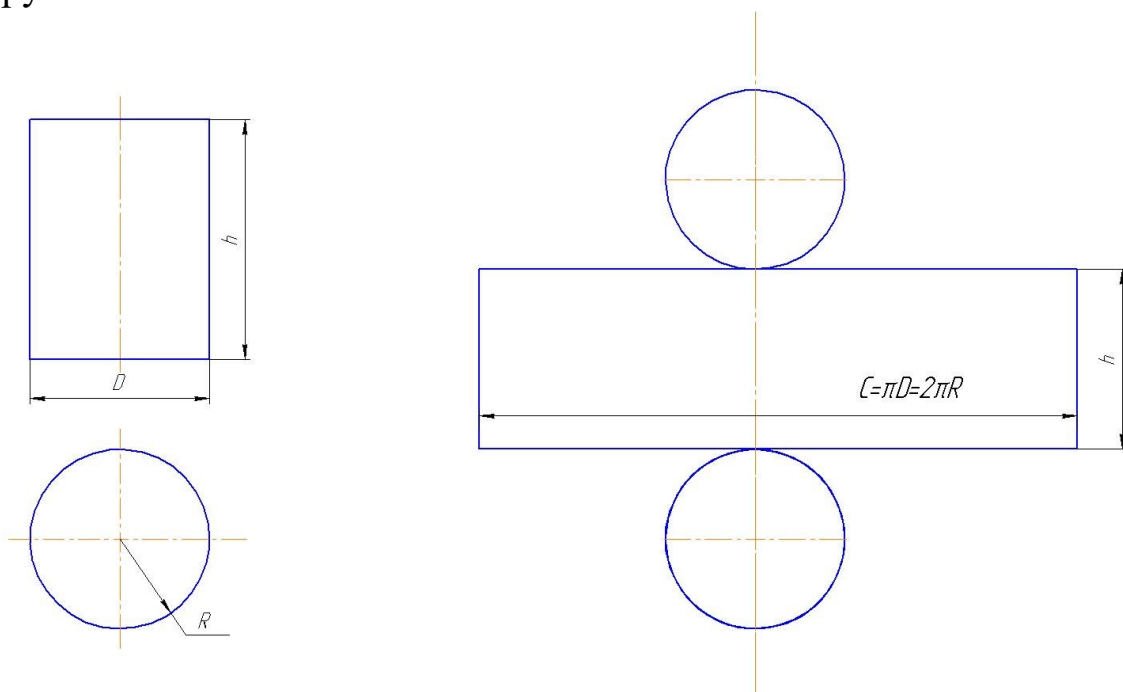


Рис. 132

На практике цилиндрическую поверхность при построении развертки заменяют на поверхность многогранной призмы, вписанной в данную цилиндрическую поверхность.

Пример развертки прямого цилиндра вращения, перерезанного плоскостью, которая наклонена под произвольным углом к оси вращения (которая наиболее часто встречается на практике), приведен на рис. 131. в данном случае кривая линия, в которую на развертке преобразуется линия сечения поверхности, превращается в синусоиду

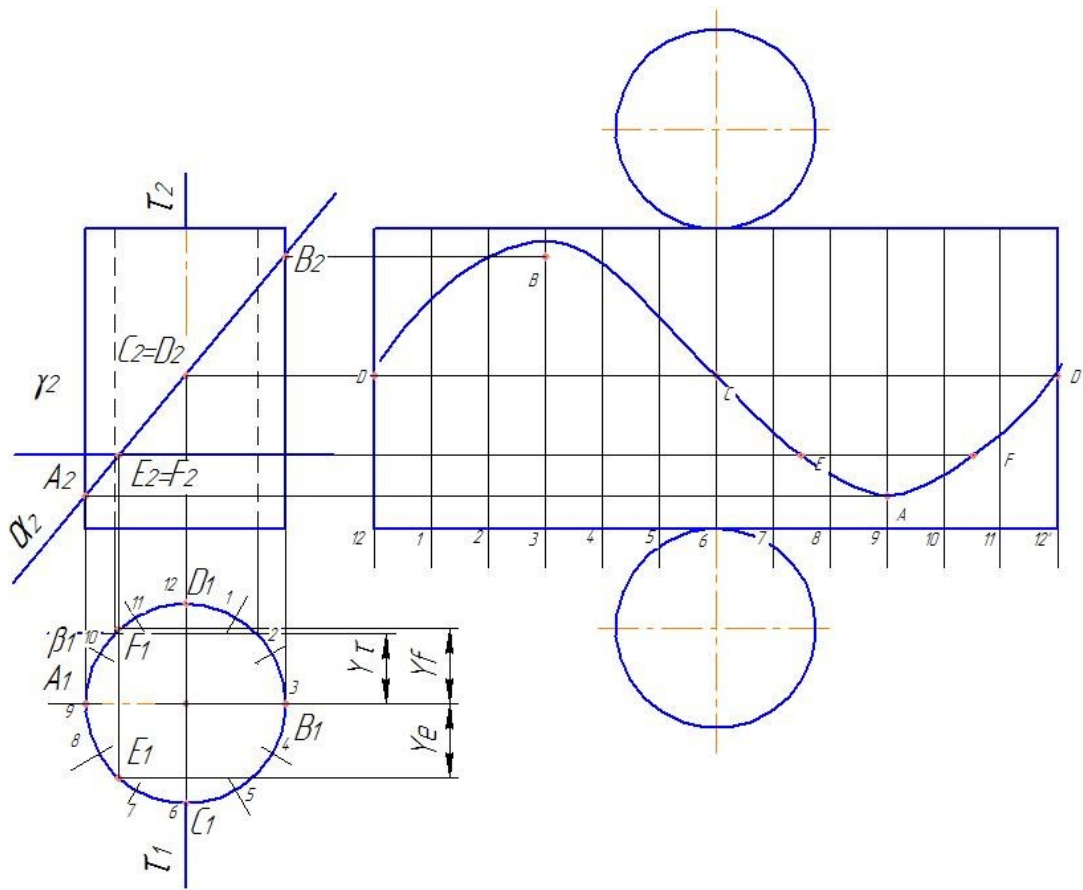
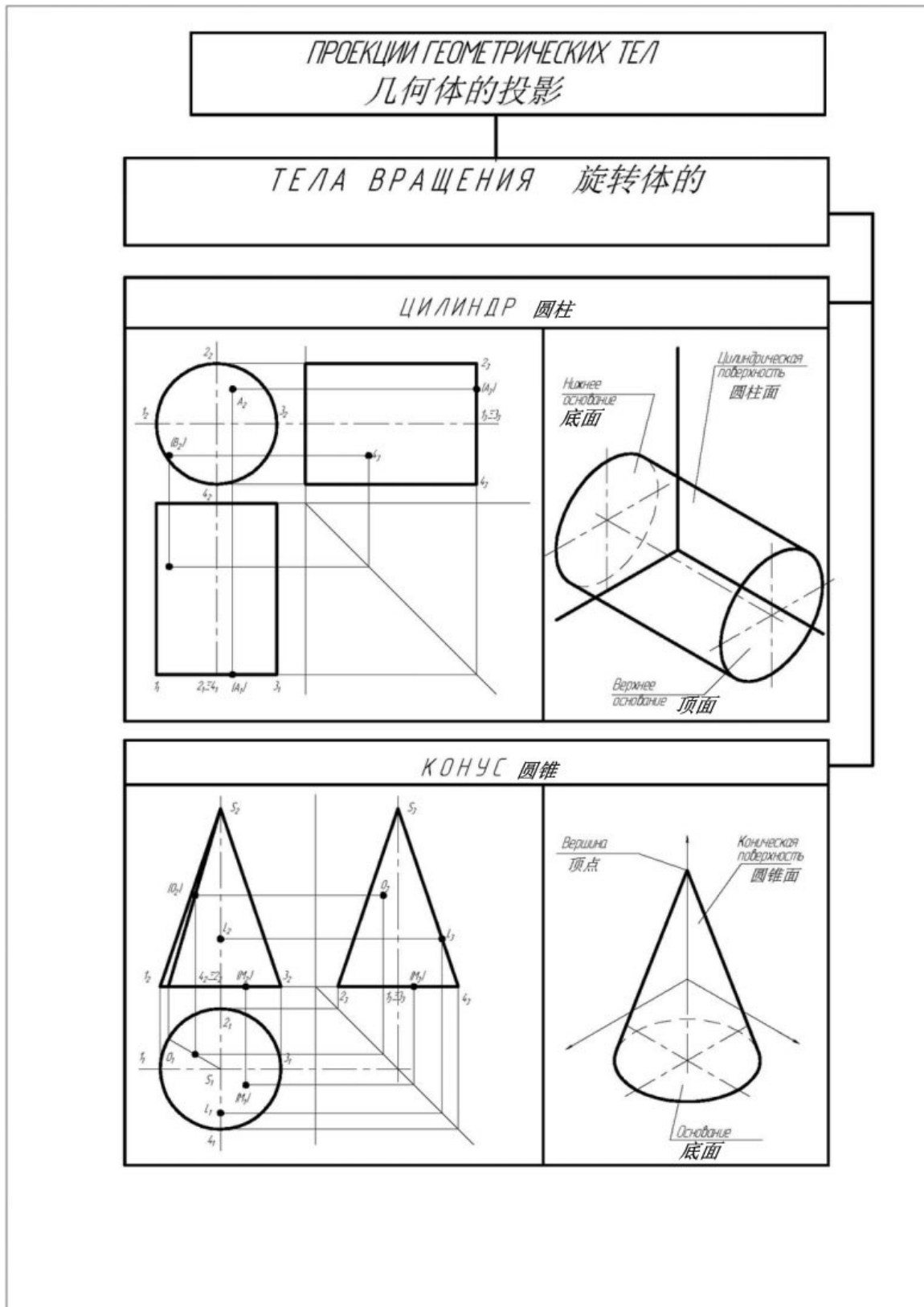


Рис. 131

Блок-схема 11 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## 7.8. Варианты тестовых вопросов

### 选择测试题

1. Какая фигура имеет условную развертку поверхности?

哪种曲面具有近似展开图?

- 1) Многогранник
- 2) Цилиндр
- 3) Сфера
- 4) Конус

2. Развертку какой кривой поверхности можно построить?

哪种曲线曲面的展开图可以精确绘制?

- 1) Гиперболоид
- 2) Сфера
- 3) Тор
- 4) Цилиндр

3. Какая фигура образуется при сечении сферы плоскостью?

平面截切球体时形成什么图形?

- 1) Прямоугольник
- 2) Эллипс
- 3) Окружность
- 4) Квадрат

4. Какая плоскость на рисунке 132 перерезает сферу по окружности наименьшего диаметра?

图 132 中哪个平面截切球体得到直径最小的圆?

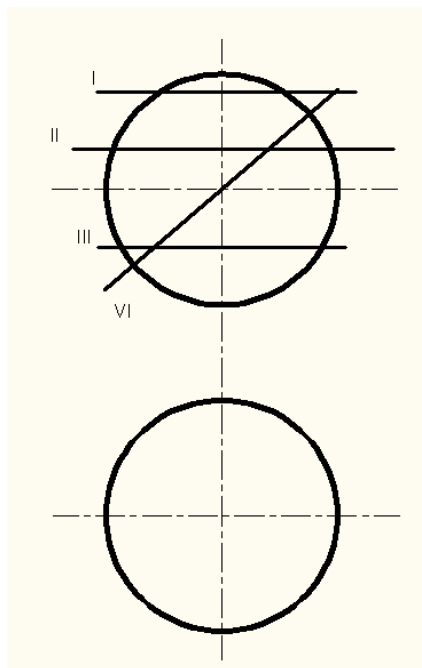


Рис. 132

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I

5. Какая плоскость на рисунке 132 перерезает сферу по окружности наибольшего диаметра?

图 132 中哪个平面截切球体得到直径最大的圆?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I

6. Какая из плоскостей на рисунке 132 образует сечение в форме эллипса на горизонтальной плоскости проекций?

图 132 中哪个平面在水平投影面上形成椭圆截面?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I

7. Какую форму имеет развертка боковой поверхности прямого конуса вращения с основанием, перпендикулярным оси конуса?

底面垂直于轴线的直圆锥的侧面展开图是什么形状?

- 1) Сектор
- 2) Треугольник
- 3) Сегмент
- 4) Прямоугольник

8. Какая плоскость на рисунке 133 образует в сечении круг?

图 133 中哪个平面截切后形成圆?

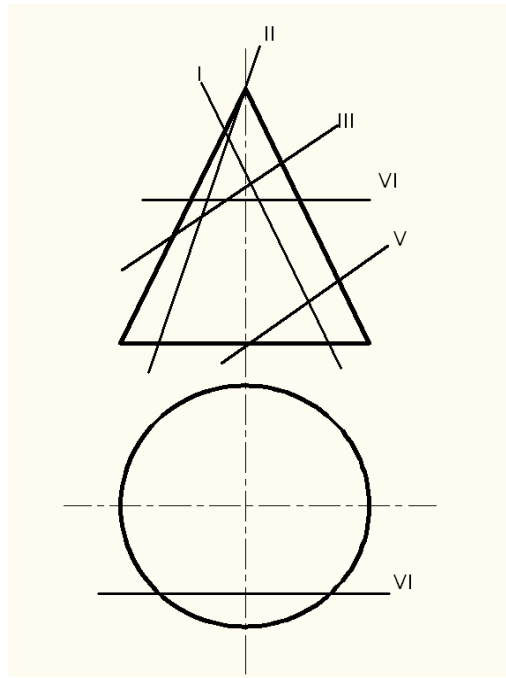


Рис. 133

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V
- 6) VI

9. Какая площадь на рисунке 133 создает в сечении эллипс?

图 133 中哪个平面截切后形成椭圆?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V
- 6) VI

10. Какая плоскость на рисунке 133 образует в сечении половину гиперболы?

图 133 中哪个平面截切后形成双曲线的一支?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V
- 6) VI

11. Какая плоскость на рисунке 133 образует в сечении параболу?

图 133 中哪个平面截切后形成抛物线?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V
- 6) VI

12. Какая плоскость на рисунке 133 образует в сечении треугольник?

图 133 中哪个平面截切后形成三角形?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V
- 6) VI

13. Какая фигура образуется при сечении прямого конуса плоскостью, проходящей через его вершину?

平面过顶点截切直圆锥时形成什么图形?

- 1) Часть эллипса
- 2) Парабола
- 3) Гипербола
- 4) Треугольник

14. Какая плоскость на рисунке 133 образует в сечении половину эллипса?

图 133 中哪个平面截切后形成半个椭圆?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V
- 6) VI

15. Чему равна длина развертки боковой поверхности прямого цилиндра вращения, если радиус основания равен  $R$ ?

若直圆柱底面半径为  $R$ , 其侧面展开图的长度等于多少?

- 1)  $\pi R$

- 2)  $2\pi R$
- 3)  $\pi R^2$
- 4)  $2\pi R$

16. Какая плоскость на рисунке 134 образует в сечении круг?  
 图 134 中哪个平面截切后形成圆?

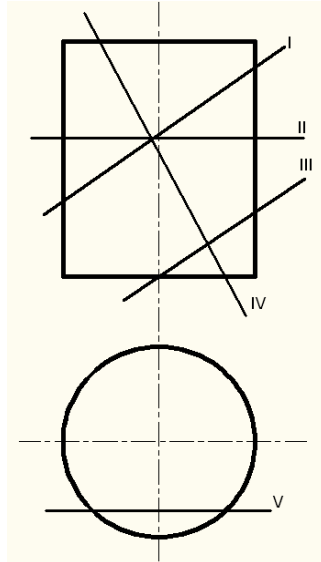


Рис. 134

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V

17. Какая плоскость на рисунке 134 образует в сечении прямоугольник?  
 图 134 中哪个平面截切后形成矩形?

图 134 中哪个平面截切后形成矩形?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V

18. Какая плоскость на рисунке 134 образует в сечении эллипс?  
 图 134 中哪个平面截切后形成椭圆?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V

19. Какая плоскость на рисунке 134 образует в сечении половину эллипса?

图 134 中哪个平面截切后形成半个椭圆?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V

20. Какая плоскость на рисунке 134 образует в сечении часть эллипса, ограниченную с двух сторон прямыми?

图 134 中哪个平面截切后形成被两条直线限制的部分椭圆?

- 1) IV
- 2) III
- 3) II
- 4) I
- 5) V

21. Какая фигура образуется при сечении прямого цилиндра плоскостью, которая параллельна его оси вращения?

平面平行于直圆柱轴线截切时形成什么图形?

- 1) Окружность
- 2) Прямоугольник
- 3) Часть эллипса
- 4) Треугольник

22. Какая фигура образуется при сечении прямого цилиндра плоскостью, которая перпендикулярна его оси вращения?

平面垂直于直圆柱轴线截切时形成什么图形?

- 1) Окружность
- 2) Прямоугольник
- 3) Часть эллипса
- 4) Треугольник

23. Какая фигура образуется при сечении прямого цилиндра плоскостью, которая пересекает его основание и не параллельна оси вращения?

平面与直圆柱底面相交且不平行于轴线截切时形成什么图形?

- 1) Окружность
- 2) Прямоугольник
- 3) Часть эллипса

4) Треугольник

24. Белыми кругами на рисунке 135 изображены видимые проекции точек, черными – невидимые. Видимость какой точки на горизонтальной проекции определена неверно?

图 7.25 中，白点表示可见点投影，黑点表示不可见点。哪个点在水平投影面上的可见性判断错误？

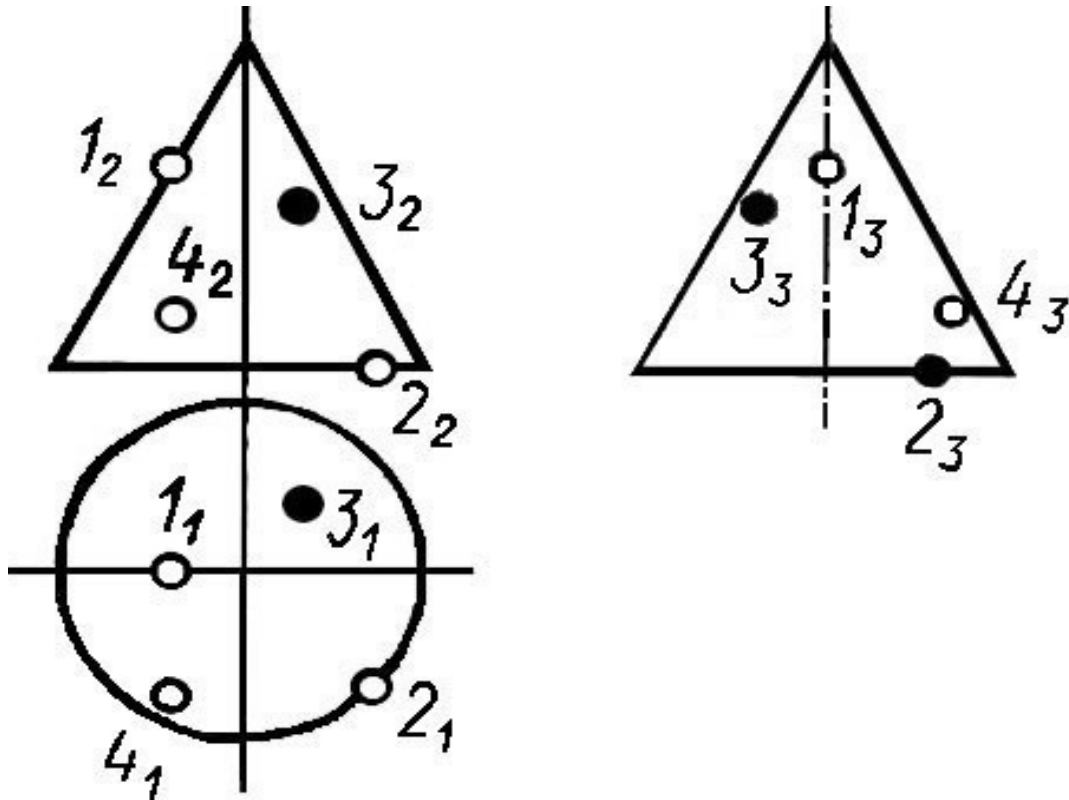


Рис. 135

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

25. Какая форма сечения будет получена в том случае, если цилиндр вращения будет перерезаться плоскостью, которая наклонена к его оси и все образующие цилиндра будут принимать участие в пересечении?

平面倾斜于圆柱轴线，且与所有素线相交时，截切旋转圆柱会得到什么形状的截面？

- 1) Окружность
- 2) Прямоугольник
- 3) Часть эллипса, ограниченная прямой
- 4) Эллипс

26. Белыми кругами на рисунке 136 изображены видимые проекции точек, черными – невидимые. Видимость какой точки определена неверно?

图 136 中，白点表示点的可见投影，黑点表示不可见投影。哪个点的可见性判断错误？

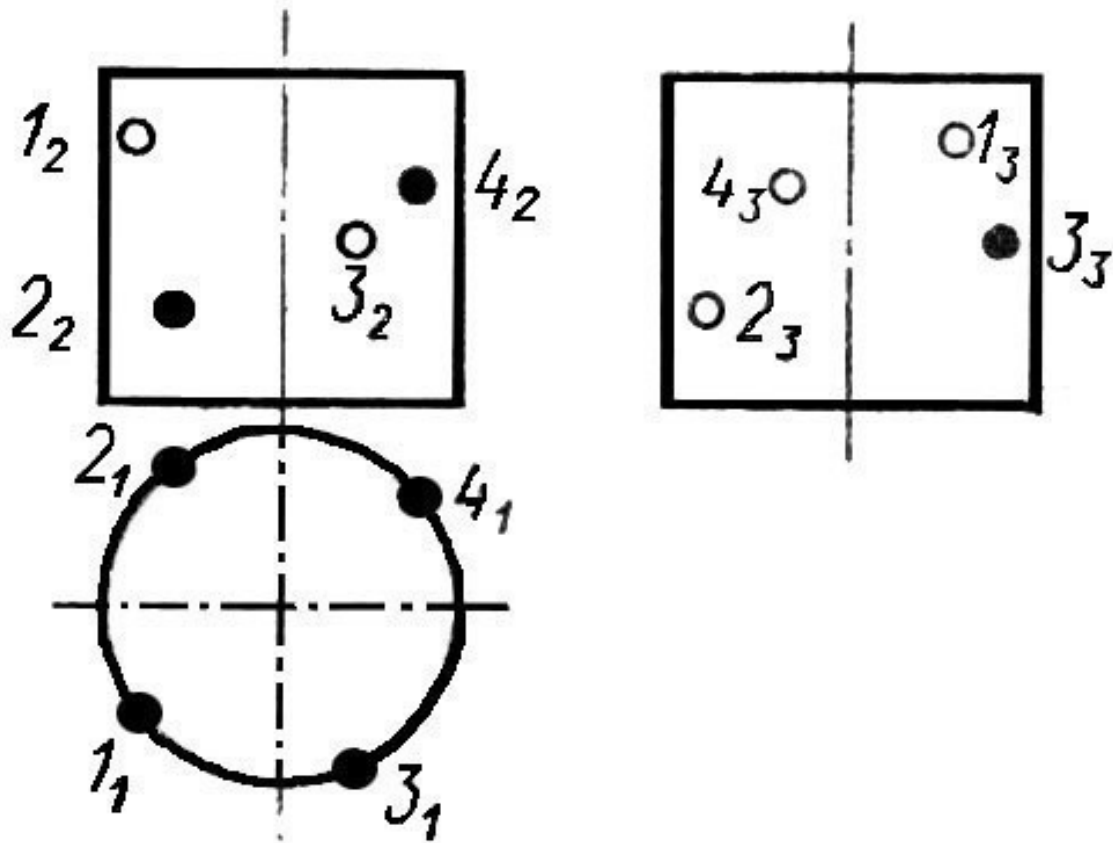


Рис. 136

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

27. Профильная проекция какой точки на рисунке 137 построена неверно?

图 137 中哪个点的侧面投影绘制错误？

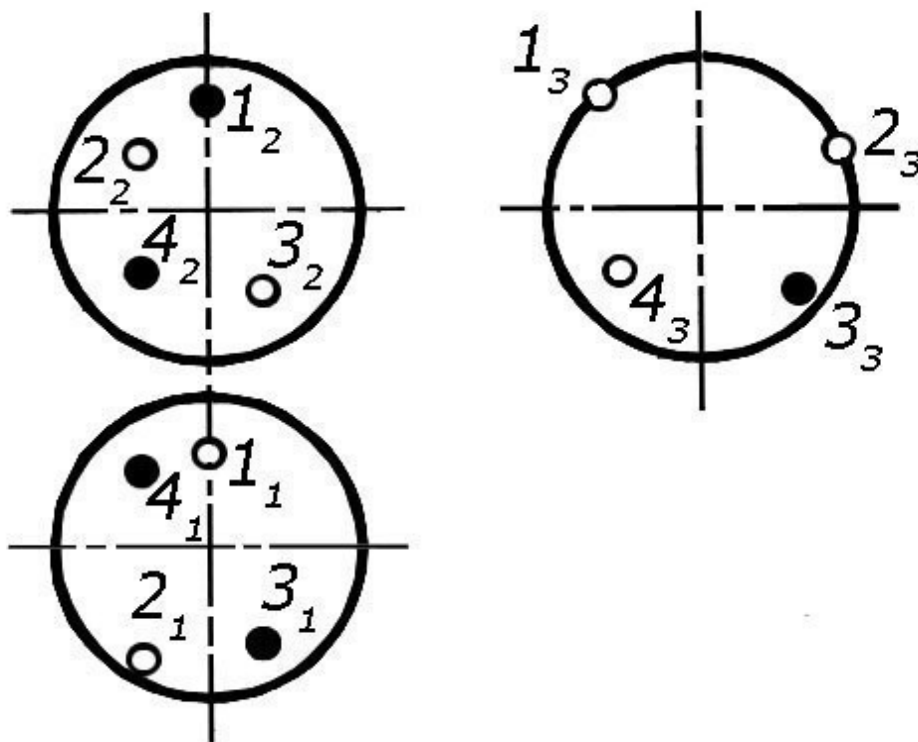


Рис. 137

28. Какой угол сектора имеет развертка боковой поверхности прямого конуса?

直圆锥侧面展开图的扇形圆心角是多少？

- 1)  $180^\circ R/l$
- 2)  $360^\circ R/l$
- 3)  $360^\circ l/R$
- 4)  $180^\circ l/R$

## Часть II. ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

### 工程图形学

#### Тема 8. ЧЕРТЕЖ

#### 图则

Чертеж – это символический язык техники, а линии, из которых он состоит – буквы этого языка.

图纸是技术的符号语言，而构成图纸的线条就是这门语言的字母。

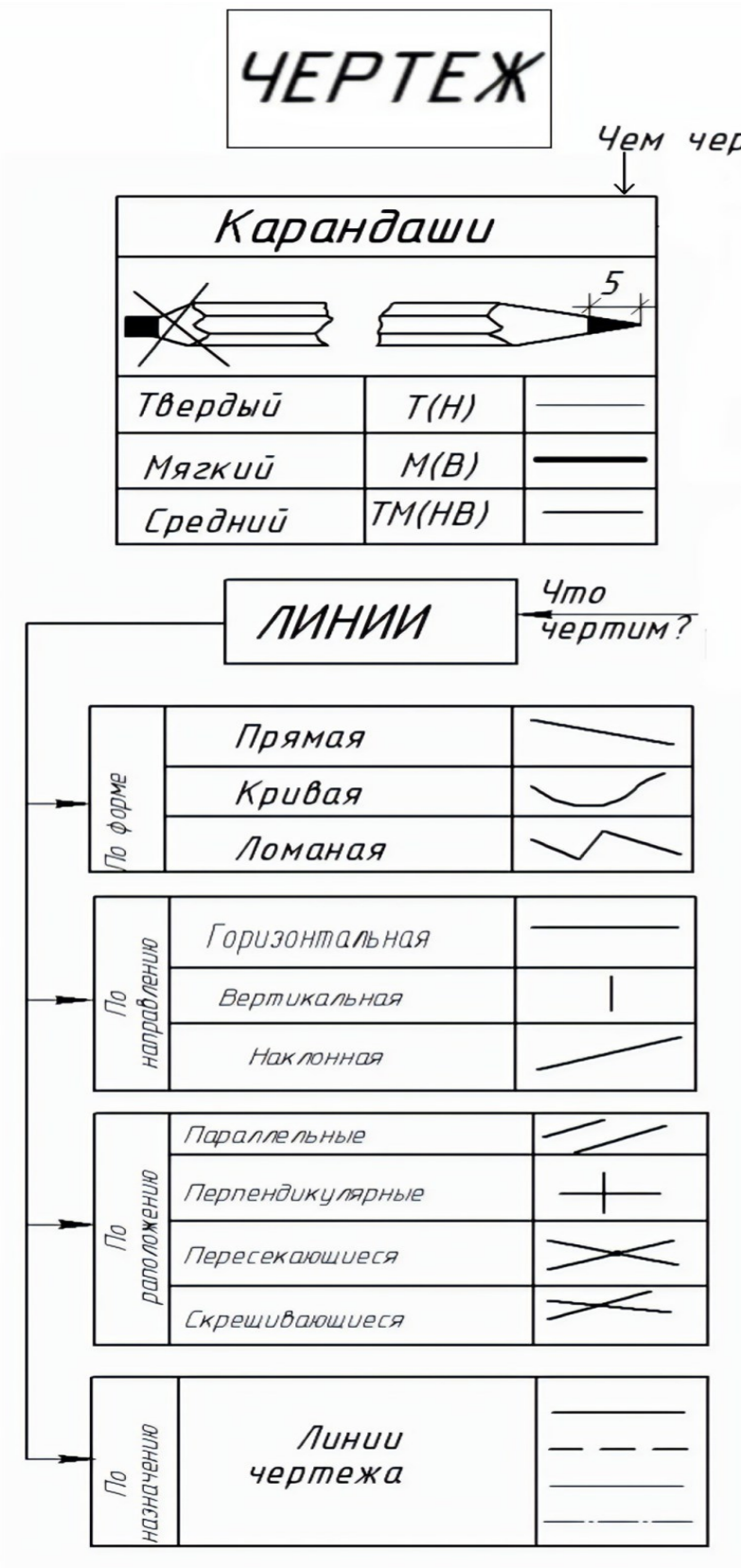
#### 8.1. Чертежные инструменты

##### 绘图工具

Черчение	绘图
Чертеж-черновик, набросок, эскиз	草图
Чертить	绘制
Чертежная доска	绘图板
Инструменты	工具
Готовальня	绘图器具
Циркуль	圆规
Графит (грифель)	石墨
Игла	针
Циркуль-измеритель	分规
Измерять	测量
Рейсфедер	绘图笔
Транспортир	量角器
Линейка	尺子
Деление на шкале	点
Делить	划分
Рейсшина	丁字尺
Лекало	曲线
Угольник	三角板
Карандаш	铅笔
Твердый	硬的
Мягкий	软的
Средний	中等的
Резинка	橡皮

Вытирать	擦除
Кнопка	图钉
Лезвие	刀片
Нож перочинный	削铅笔刀
Заточить, точить	削尖
Вспомогательный	辅助的
Чертежная бумага	绘图纸

Блок-схема 12 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图

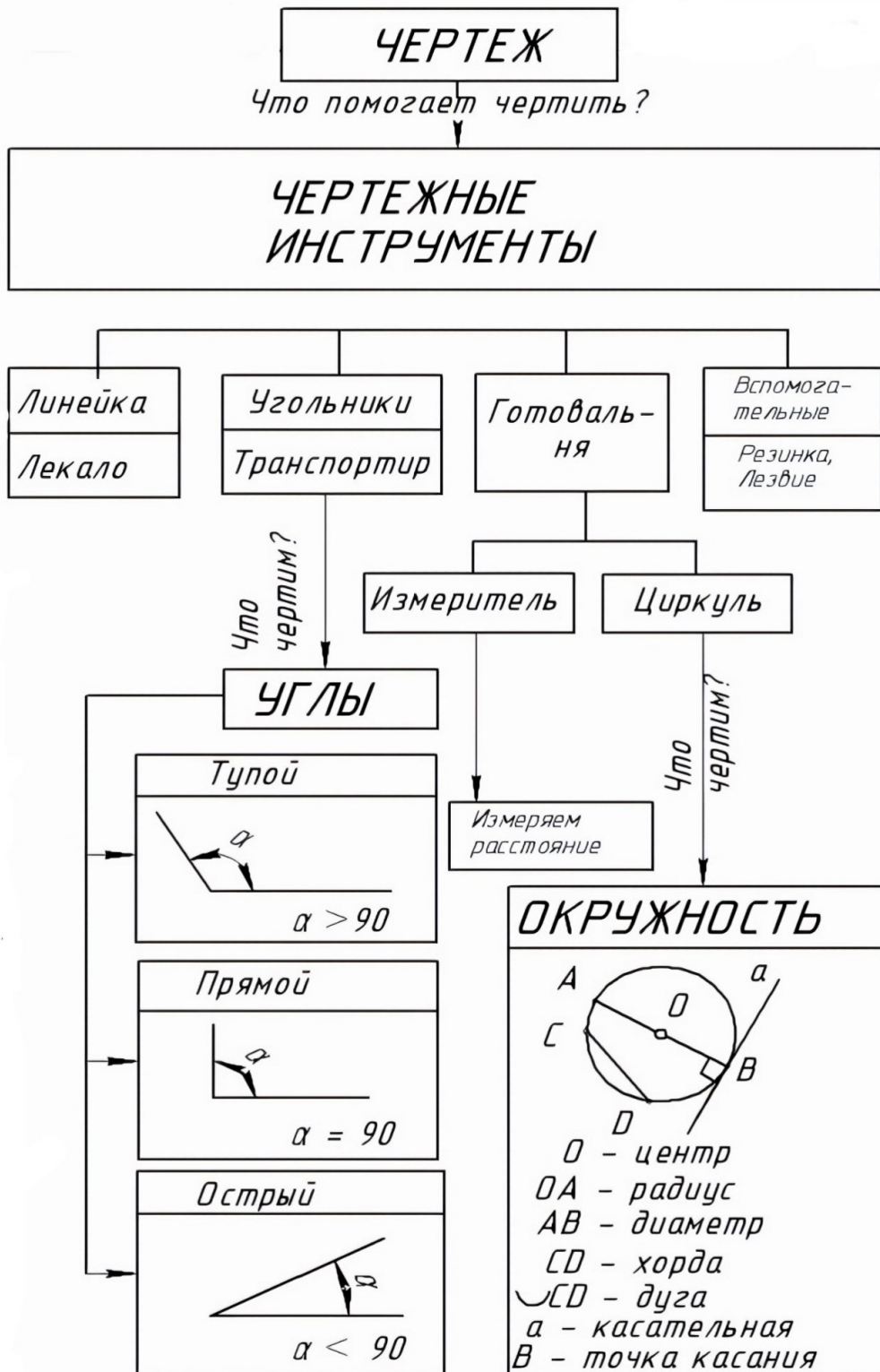


## 8.2. Линии. Углы, их элементы

### 直线与角及其构成要素

Прямая линия	直线
Луч	射线
Отрезок	线段
Кривая	曲线
Ломаная (линия)	多边形的
Горизонтальная (линия)	水平的
Вертикальная (линия)	垂直的
Наклонная (линия)	倾斜的
Параллельные прямые	平行线
Пересекающиеся прямые	相交线
Точка пересечения	交点
Взаимно перпендикулярные прямые	相互垂直的直线
Прямой угол	直角
Тупой угол	钝角
Острый угол	锐角
Меньший угол	较小的角
Элементы угла	角的元素
Сторона угла	角的边
Вершина угла	角的顶点
Биссектриса	平分线
Окружность	圆
Центровые линии	半径线
Центр окружности	圆心
Радиус	半径
Диаметр	直径
Секущая	割线
Хорда	弦
Дуга	弧
Часть	部分
Касательная	切线
Точка касания	切点

Блок-схема 13 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



## Тема 9. ЧЕРТЕЖНЫЙ ШРИФТ (ГОСТ 2.304-81)

### 工程制图字体 (ГОСТ 2,304-81)

Шрифт	字体
Буква	字母
Цифра	数字
Знак (символ)	符号
Прописная буква	大写字母
Строчная буква	小写字母
Параметры шрифта	字体参数
Высота буквы	字母高度
Расстояние между словами	单词间距
Шаг строк	行间距
Размер шрифта	字体大小
Следующий меньший размер	下一个更小的尺寸
Ширина буквы	字母宽度
Толщина линий шрифта	字体线条粗细
Расстояние между буквами	字母间距
Угол наклона	倾斜角度
Сетка	网格

Сведения о чертежном шрифте, с помощью которого выполняются надписи на чертежах, высота, ширина букв и цифр, толщина обводки их по отношению к высоте прописных букв должны соответствовать схемам на рисунке 138 и 139.

有关制图字体（用于图纸上书写文字）的信息、包括字母与数字的高度、宽度，以及笔画粗细相对于大写字母高度的比例，均应符合第图 4.1、4.2 中页的图表要求。

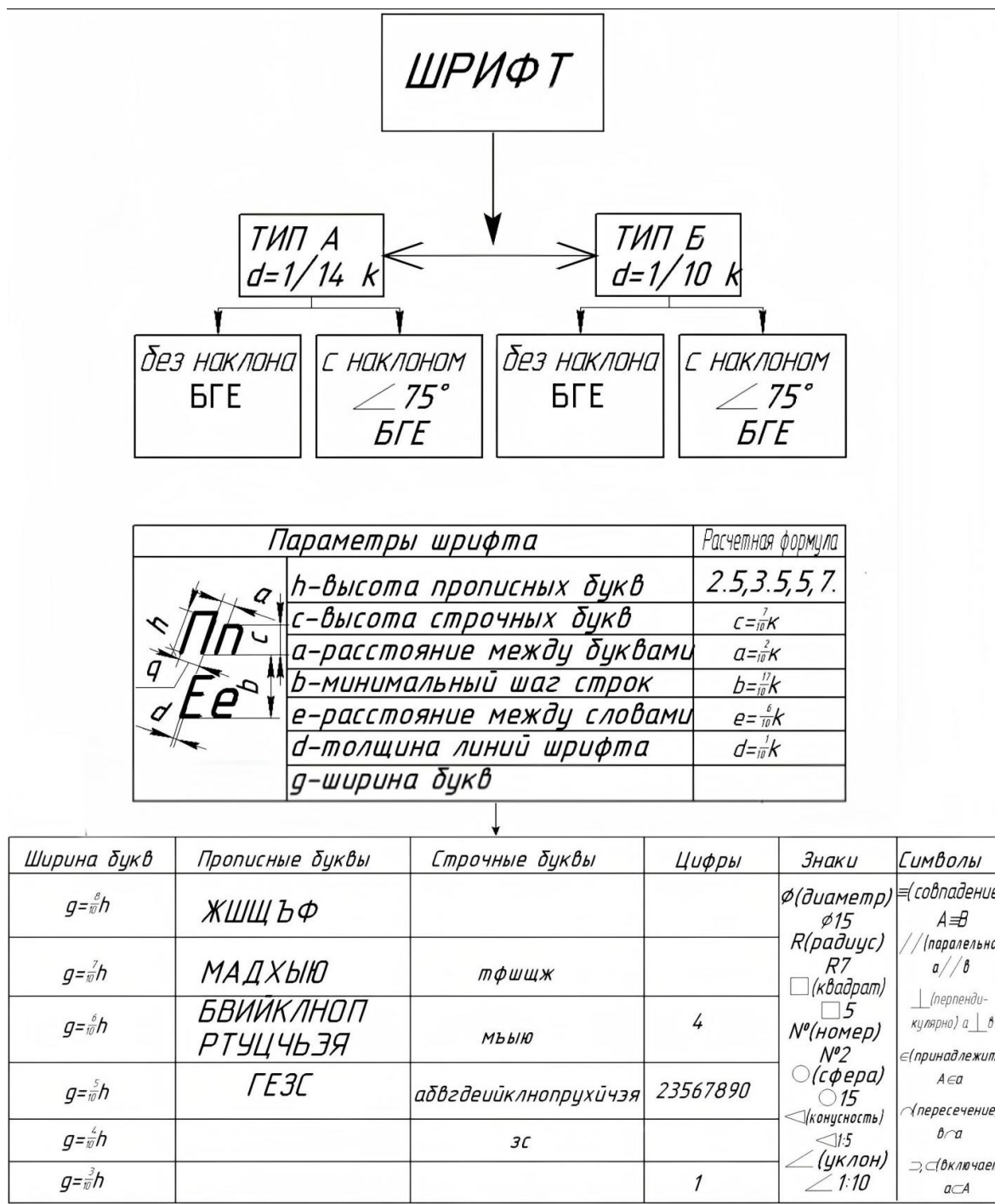


Рис. 138

# ШРИФТ ЧЕРТЁЖНЫЙ

ГОСТ 2.304-81

## ТИП Б С НАКЛОНОМ ОКОЛО 75°

РАЗМЕРЫ ШРИФТА: (1,8); 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40

Параметры шрифта	Шрифт типа Б				
	относи- тельные размеры	размеры в мм			
Размер шрифта – высота прописных букв (h)	(10/10)h	3,5	5,0	7,0	10,0
Высота строчных букв	(7/10)h	2,5	3,5	5,0	7,0
Расстояние между буквами	(2/10)h	0,7	1,0	1,4	2,0
Минимальный шаг строк	(17/10)h	6,0	8,5	12,0	17,0
Минимальное расстояние между словами	(6/10)h	2,1	3,0	4,2	6,0
Толщина линий шрифта	(1/10)h	0,35	0,5	0,7	1,0
Ширина прописных букв: Ж Ш Щ Ъ Ф М А Д Х Ы Ю Б В И Й К Л Н О П Р С Т У Ц Ч Ъ Э Я Е З Г С	(8/10)h (7/10)h (6/10)h (5/10)h	2,8 2,5 2,1 2,0	4,0 3,5 3,0 2,5	5,6 5,0 4,2 3,5	8,0 7,0 6,0 5,0
Ширина строчных букв: т ф ш щ ж м ь ы ю а б в г д е и й к л н о п р у х ц ч ь э я з с	(7/10)h (6/10)h (5/10)h (4/10)h	2,5 2,1 1,75 1,4	3,5 3,0 2,5 2,0	5,0 4,2 3,5 2,8	7,0 6,0 5,0 4,0
Ширина цифр: 4 2 3 5 6 7 8 9 0 1	(6/10)h (5/10)h (3/10)h	2,1 1,75 1,0	3,0 2,5 1,5	4,2 3,5 2,1	6,0 5,0 3,0

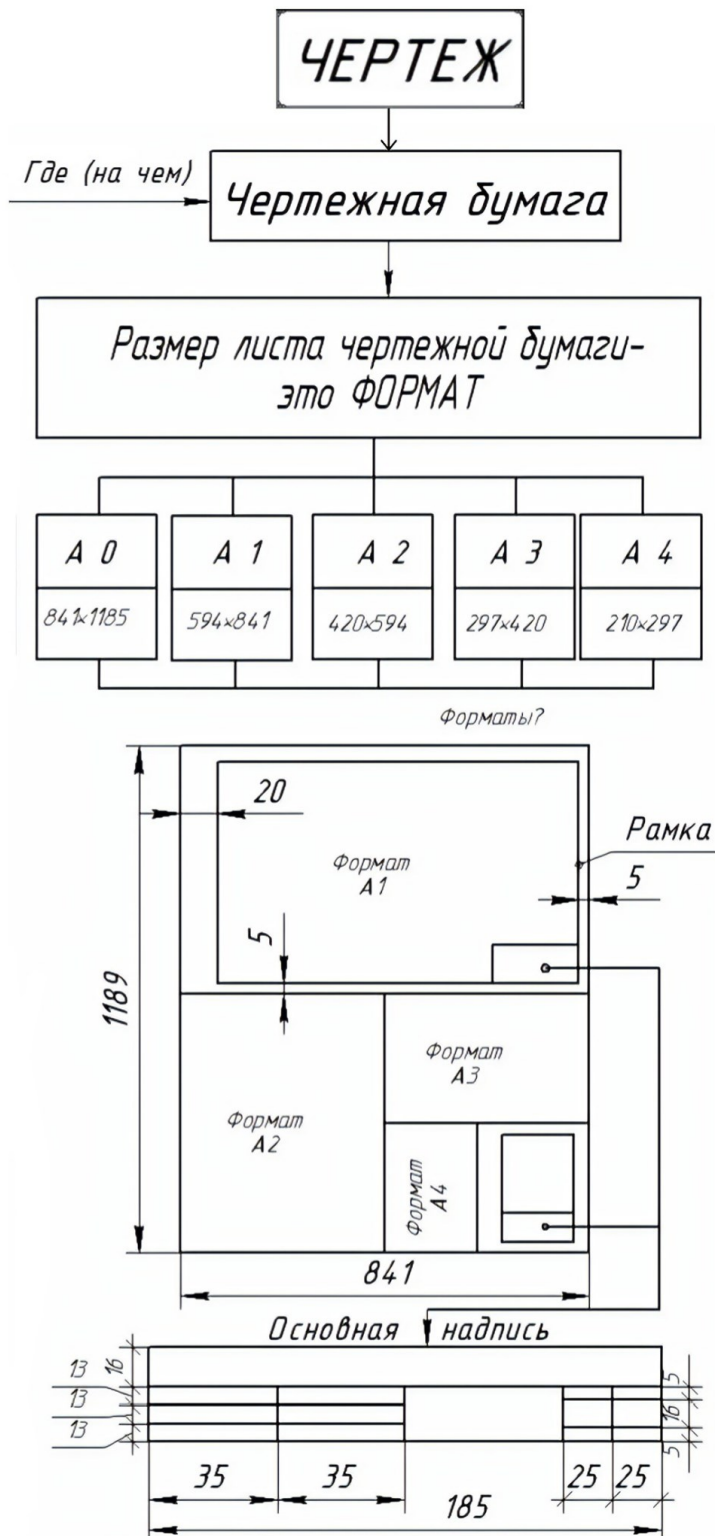
Рис. 139

## Тема 10. ФОРМАТЫ. РАМКА. ОСНОВНАЯ НАДПИСЬ

### 格式，图框，主标题栏

Стандарт	标准
Закон	法律
Формат	格式
Лист бумаги	一张纸
Малая сторона	小面
Большая сторона	大面
Определенный размер	确定的尺寸
Длина	长度
Ширина	宽度
Высота	高度
Рамка	框架
Расстояние	距离
Слева	从左边
Справа	在右侧
Сверху	多于
Снизу	从下面
Основная надпись	标题栏
Название	名称
Номер	数字
Принимать	接受
Следующий	下一个

Блок-схема 14 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图

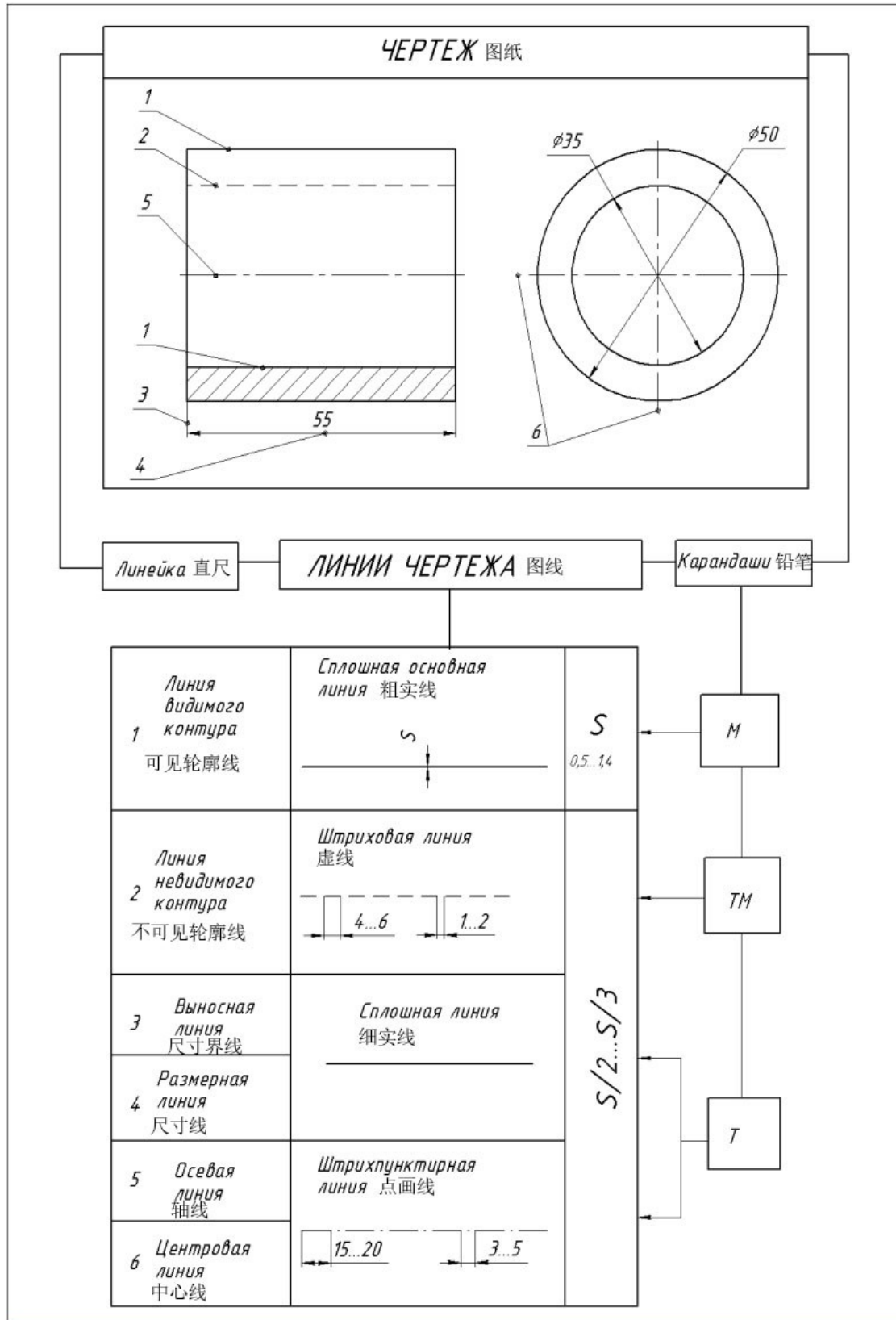


## Тема 11. ЛИНИИ ЧЕРТЕЖА (ГОСТ 2.303-68)

### 图纸线型 (ГОСТ 2.303-68)

Устанавливать:	确定
Начертание:	轮廓
Назначение:	目的
Название:	名称
Сплошная основная толстая (линия):	实心粗线
Видимый контур:	可见轮廓
Толщина:	厚度
Сплошная тонкая (линия):	实心细线
Выносная (линия)	引出线
Размерная линия:	尺寸线
Использовать:	使用
Штриховка:	阴影线
Штрих :	笔画
Штриховая линия:	虚线
Длина штриха:	笔画长度
Расстояние между штрихами:	笔画间距
Невидимый контур:	不可见轮廓
Штрихпунктирная линия:	点划线
Осевая линия:	轴线
Одинаковый:	相同的
Равный:	相等的
Интервал:	间隔

Блок-схема 15 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## Тема 12. ПРАВИЛА НАНЕСЕНИЯ РАЗМЕРОВ

### 应用维度的规则

На чертежах проставляются размеры, которые указываются размерными линиями и размерными числами. Размер на чертеже определяется только по цифровому знаку, проставленному независимо от масштаба, в котором он исполнен. Пользуясь блок-схемами 16, 17, 18, 19.

图纸上要标注尺寸，尺寸由尺寸线和尺寸数字表示。

图纸上的尺寸只按标注的数字为准，与绘图所用比例无关。

利用第图中 16, 17, 18, 19。

На чертежах проставляются размеры, которые указываются размерными линиями и размерными числами. Размер на чертеже определяется только по цифровому знаку, проставленному независимо от масштаба, в котором он исполнен.

图纸上要标注尺寸，尺寸由尺寸线和尺寸数字表示。

图纸上的尺寸只按标注的数字为准，与绘图所用比例无关。

## ПРАВИЛА НАНЕСЕНИЯ РАЗМЕРОВ (ГОСТ 2.307-68)

### 尺寸标注规则 (ГОСТ 2.307-68)

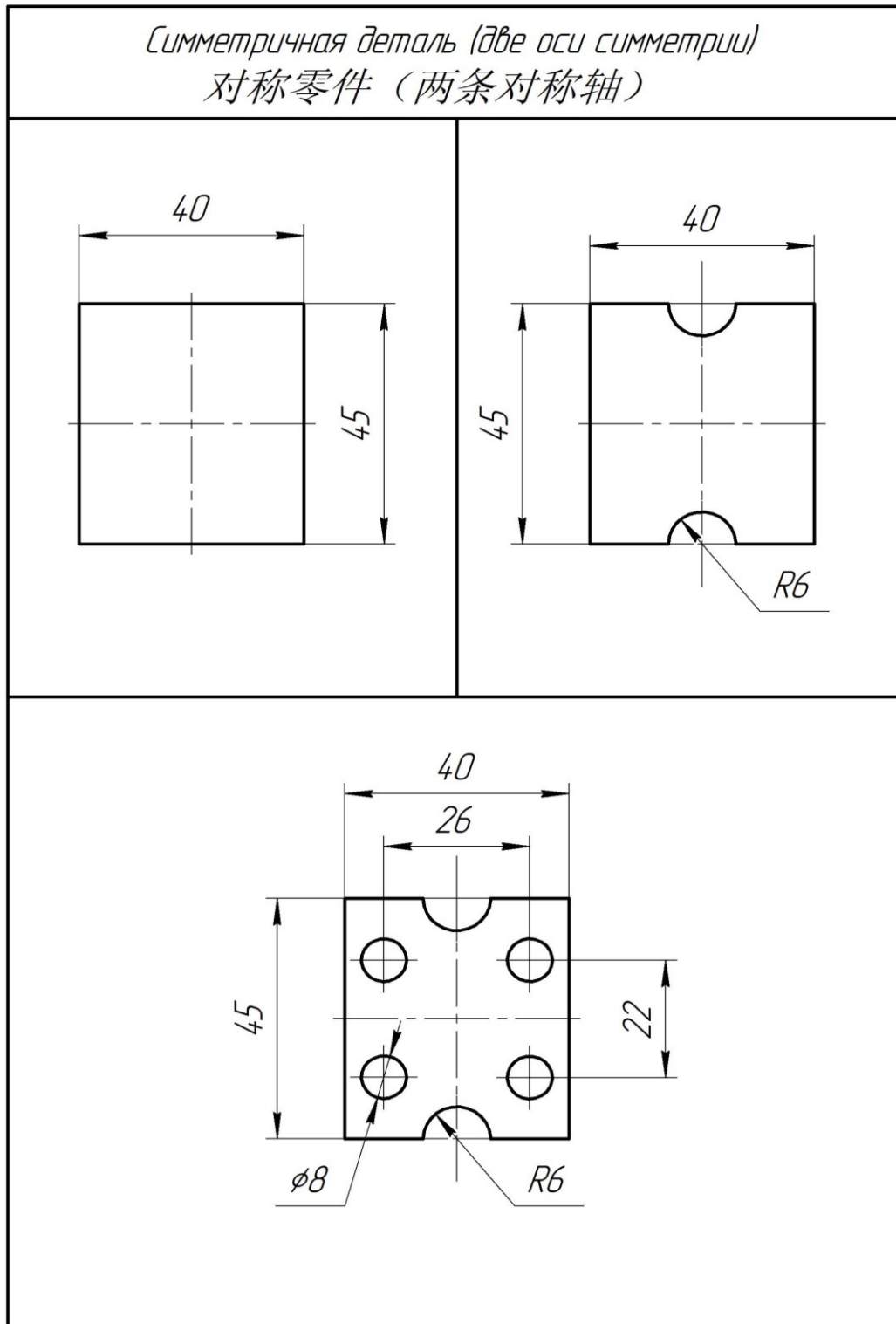
Правила:	规则
Предмет:	物体
Линейный размер:	线性尺寸
Нанесение:	标注
Величина:	大小
Размер:	尺寸
Одинаковый:	相等的
Шахматный порядок	交错顺序
Длина:	长度
Ширина	宽度
Высота	高度
Нанести (размеры)(показать размеры)	标注 (尺寸)
Выносная линия	延伸线
Размерная линия	尺寸线
Ограничить (стрелками)	(用箭头) 限定

Стрелка	箭头
Размерное число	尺寸数字
Ближе к середине	靠近中间
Угловой размер	角度尺寸
Градус	角度
Симметричный	对称的
Несимметричный	不对称的
Необходимый	必要的
Размеры формы	形状尺寸
Размеры положения	位置尺寸
Относительно	相对于
Система координат	坐标系
Достаточно	足够的
Изготовление	生产
Деталь	零件
Анализ формы	形状分析
Отверстие	孔

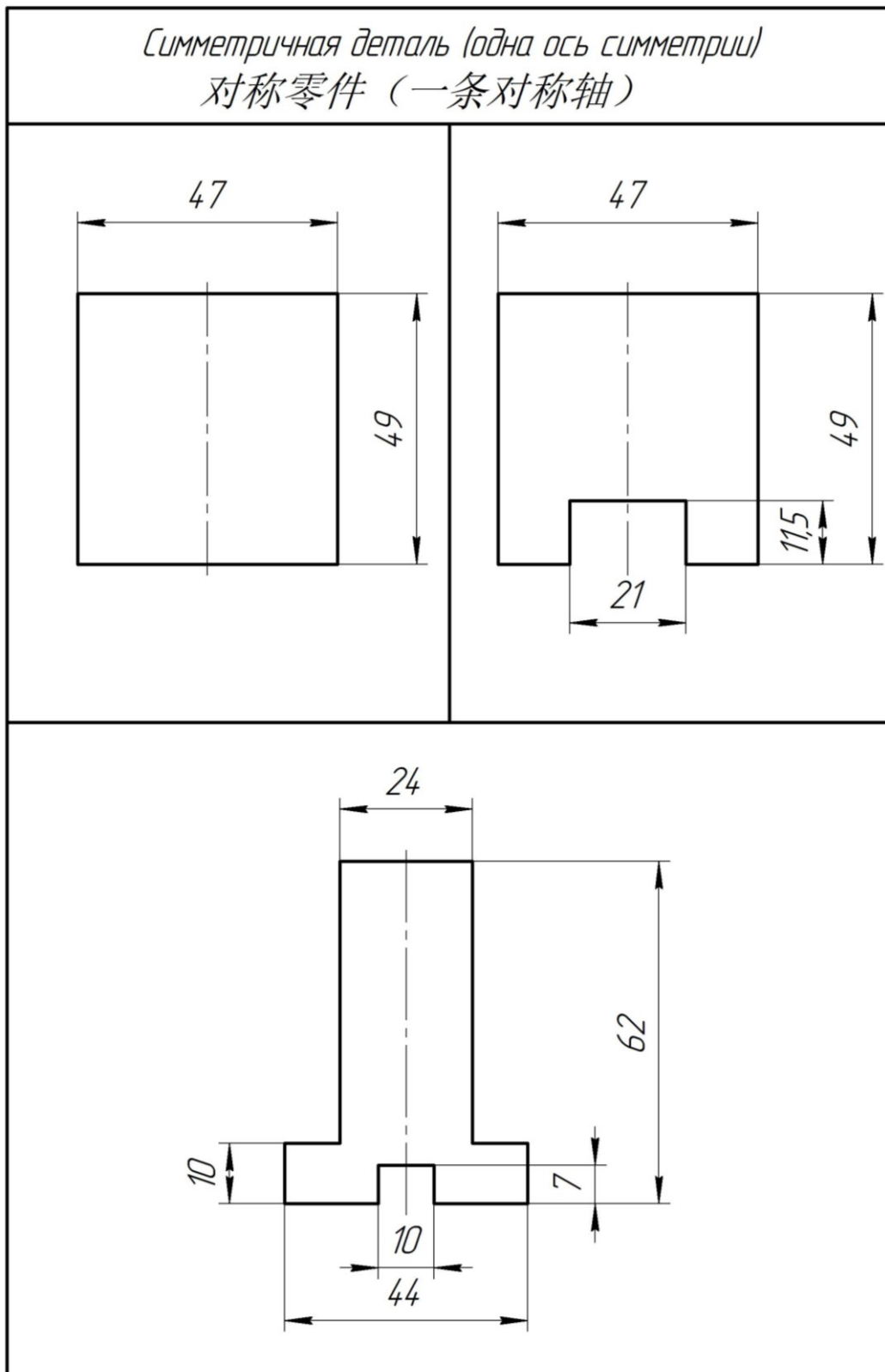
Блок-схема 16 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

<p><i>Последовательность нанесения размеров</i> 尺寸标注的顺序</p> <p><i>*Независимо от масштаба изображения предмета, на чертеже проставляют только действительные размеры</i> *无论物体图像的缩放比例如何, 图纸上仅标注实际尺寸</p>	
<i>Несимметричная форма</i>	<i>不对称形状</i>

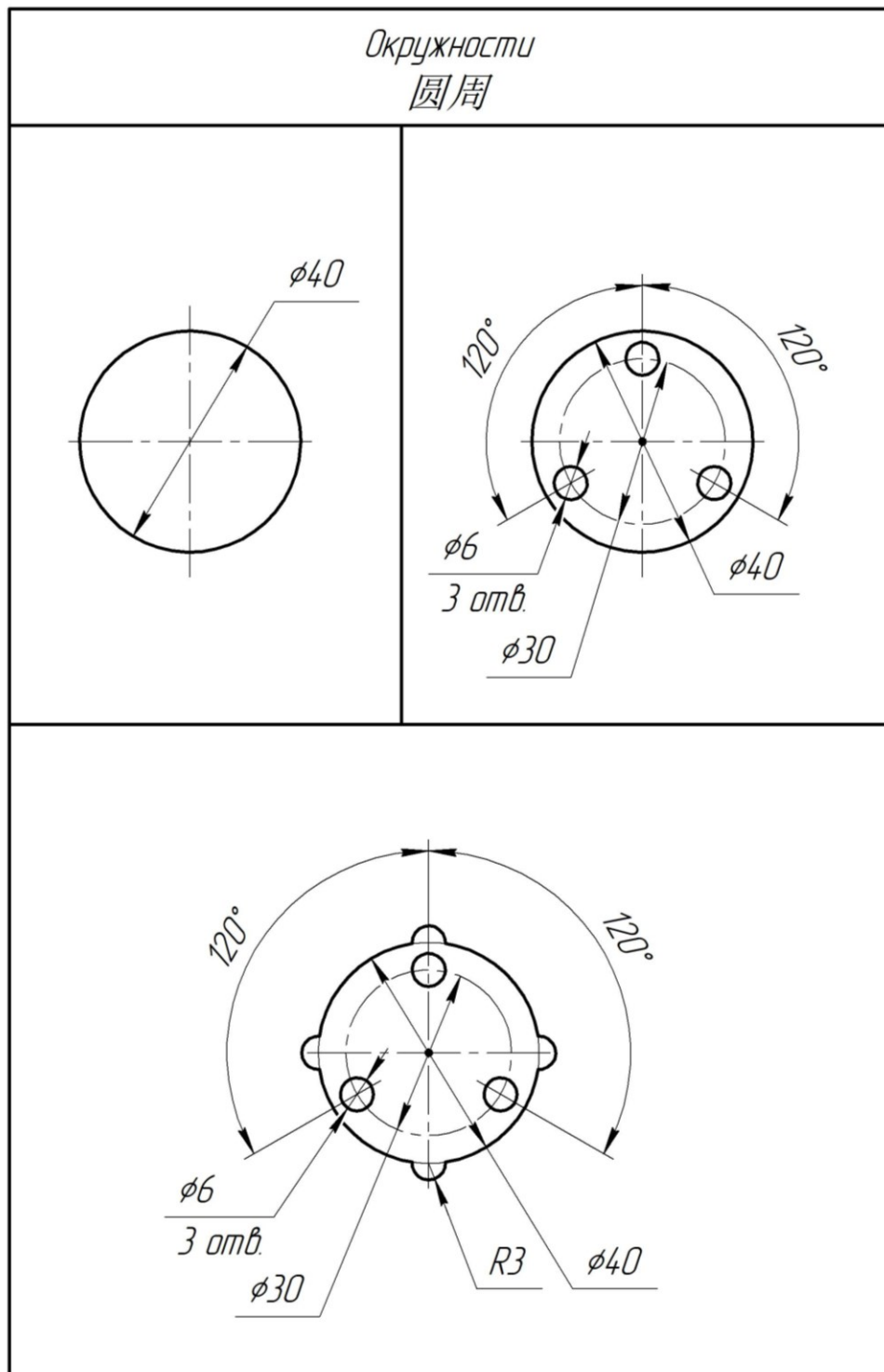
Блок-схема 17 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 18 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 19 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## Тема 13. МАСШТАБЫ (ГОСТ 2.302-81)

### 比例 (ГОСТ 2.302-81)

Масштаб	比例、尺度、规模
Отношение	比率
Изображение	图像
Натуральный (размер)	实际 (尺寸)
Реальный (размер)	实际的 (尺寸、度量)
Действительный	实际的 (大小)
Натуральная величина	实际尺寸
Масштаб уменьшения	缩小比例
Масштаб увеличения	放大比例
Независимый	独立的
Заданный масштаб	给定的比例

Пользуясь блок-схемой 19, студентам рекомендуется самостоятельно изучить материал

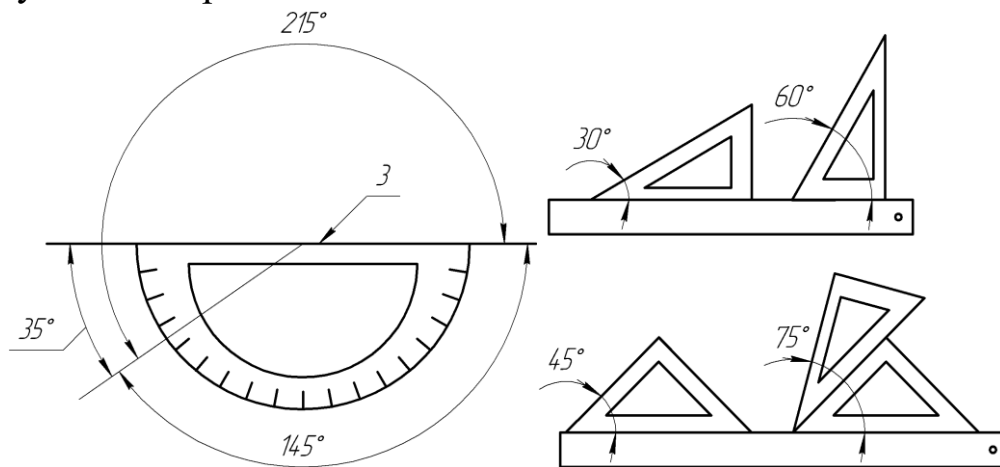
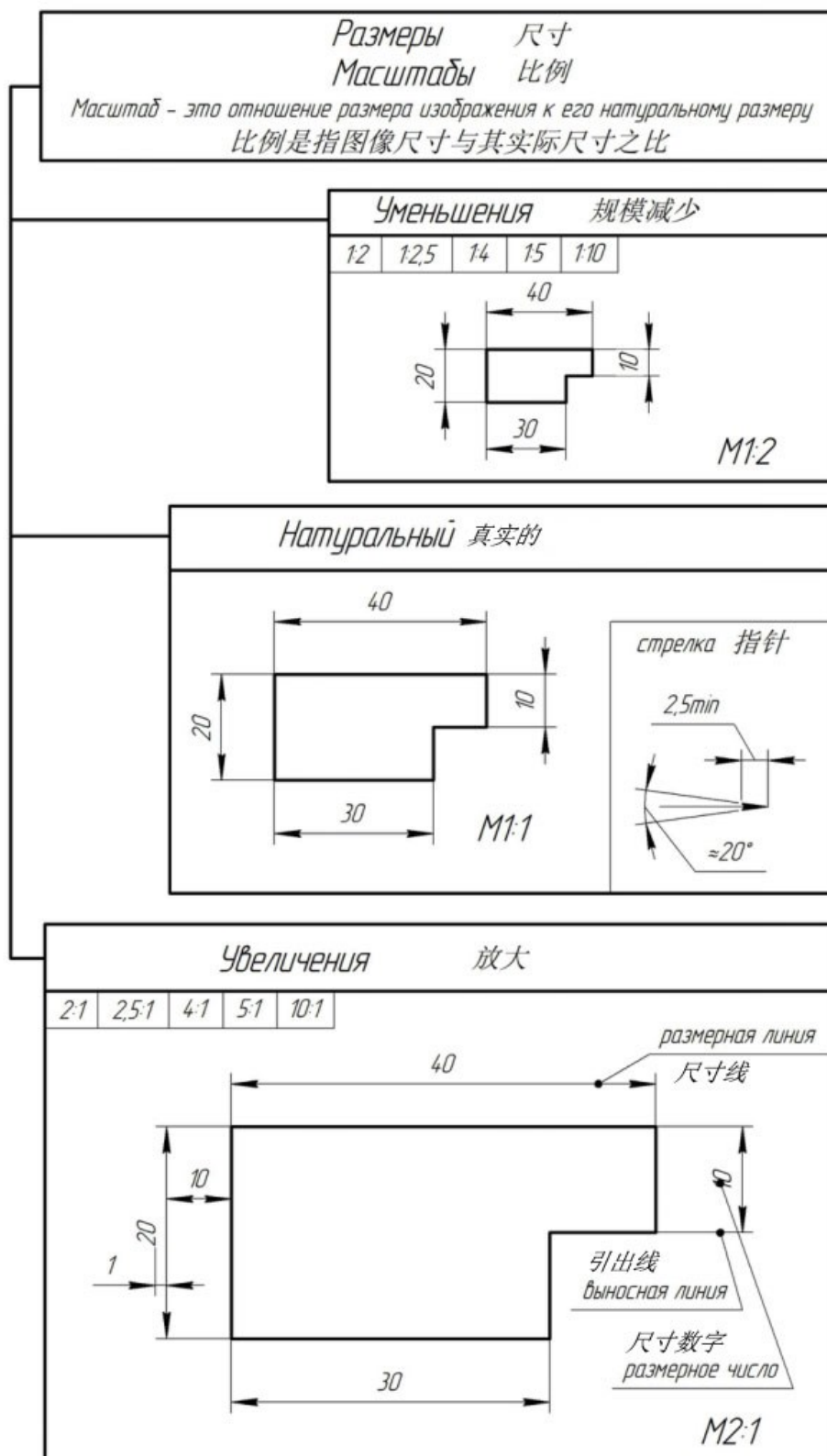


Рис. 140

Построение угла, равного данному, построение уклона, конусности рассмотреть самостоятельно на блок-схеме 20.

Блок-схема 20 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## Тема 14. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

### 几何作图

Геометрическое построение:	几何作图
С помощью(чего?):	借助于什么
Произвольный:	任意的
Провести	绘制
Разделить:	分割
Засечка:	截点
Равные части:	等份
Заданный угол:	给定的角度
Берем точку:	我们取一个点
Получаем точку:	得到一个点
Опустить перпендикуляр:	作（向下的）垂线
Восстановить перпендикуляр:	建立垂直（到...）
Кратчайшее расстояние велин:	最短距离
Образовать(что?):	形成（什么？）
Проходить(через точку):	经过（一点）
Принадлежать:	属于
Деление:	等分
Ограничивать:	限定
Определить:	确定

Пользуясь блок-схемой 21, 22 студентам рекомендуется самостоятельно изучить материал.

#### 14.1. Построение углов

##### 建筑角度

С помощью транспортира можно построить любой угол от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , если угол больше  $180^\circ$ , то на транспортире отмечают угол, составляющий в сумме с углом  $180^\circ$  требующийся угол, например  $215^\circ = 180^\circ + 35^\circ$ . Построить углы можно с помощью угольников ( $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ) и ( $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ ).

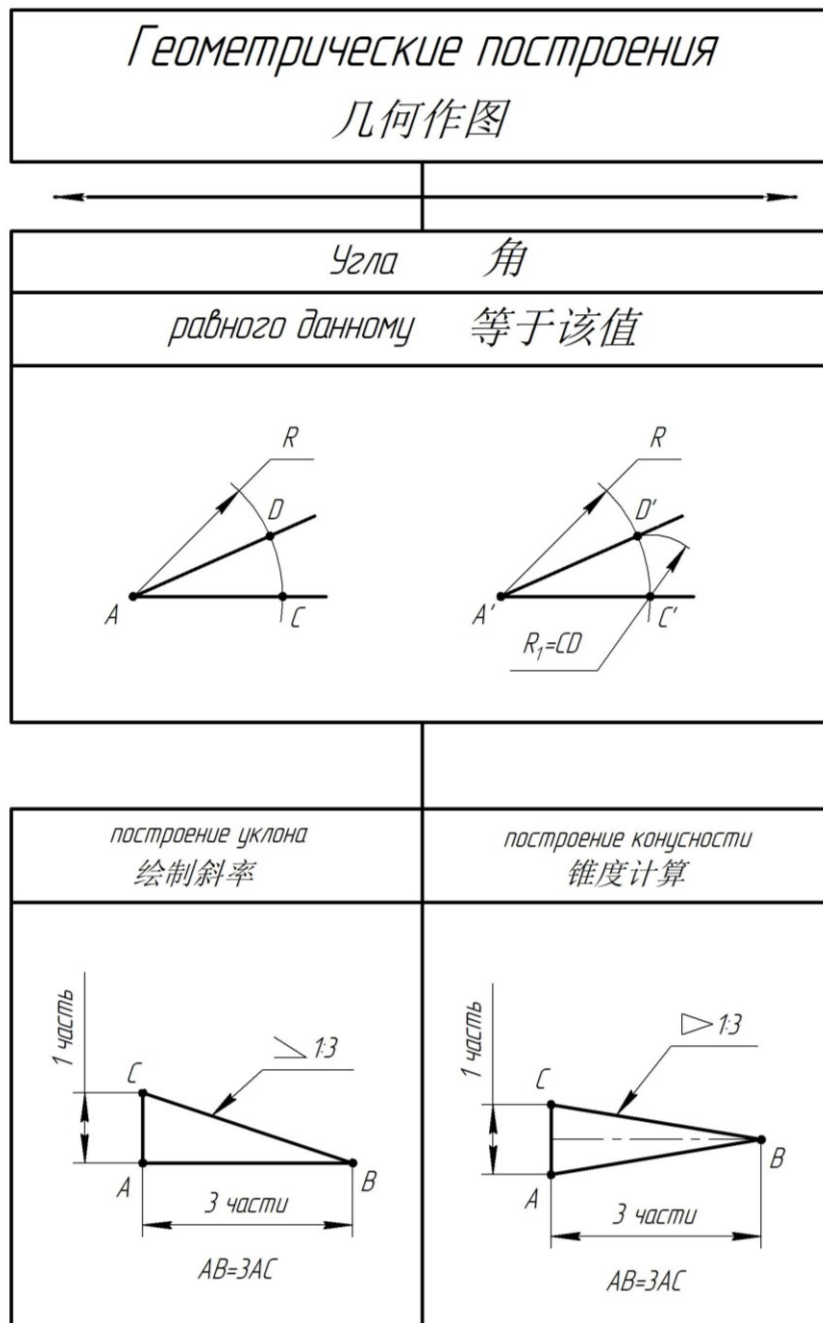
##### 角度绘制

借助量角器 (3) 可绘制  $0^\circ \sim 360^\circ$  之间的任意角。

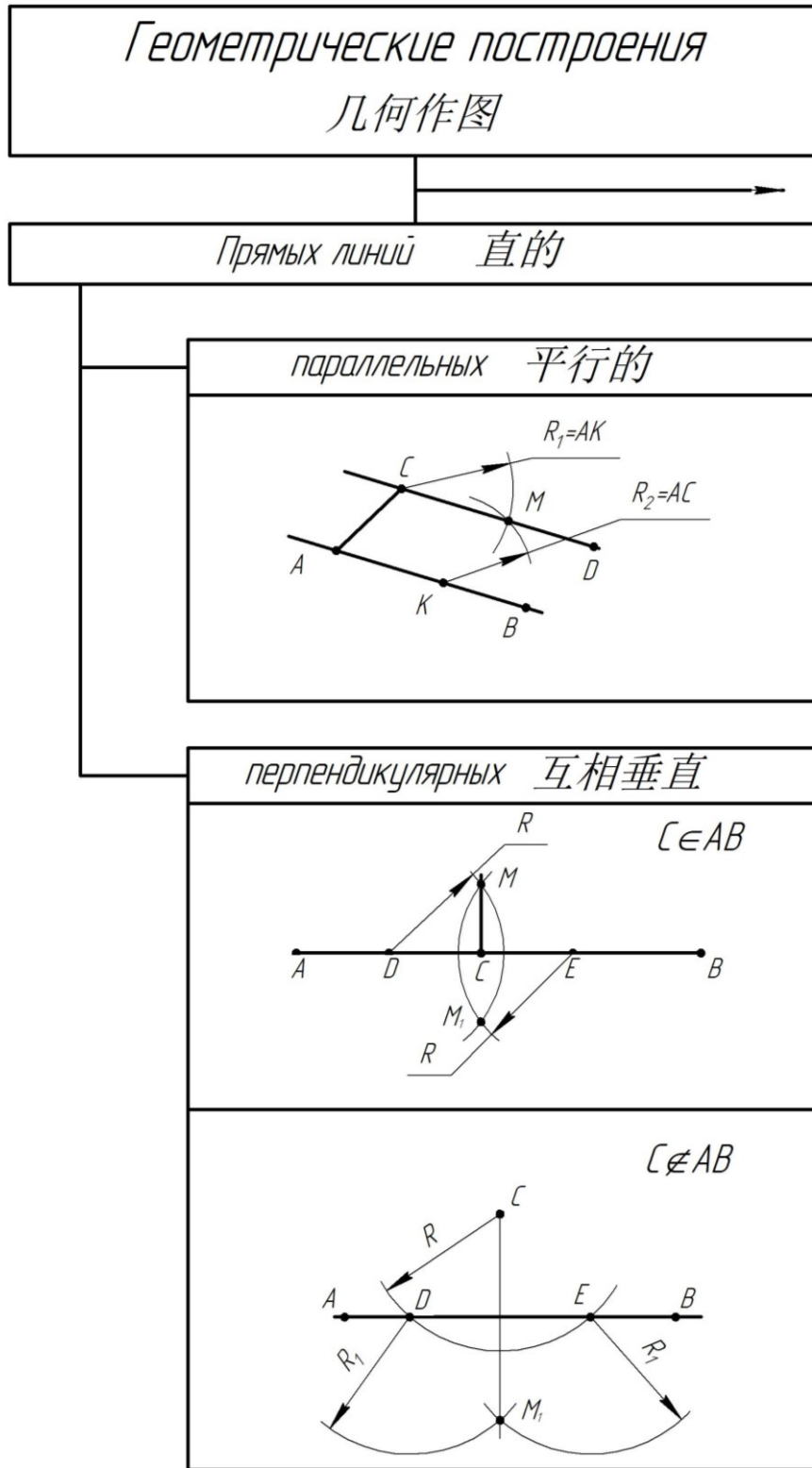
若角度大于  $180^\circ$ , 则在量角器上标注与  $180^\circ$  相加等于所需角度的数值, 例如:  $215^\circ = 180^\circ + 35^\circ$ 。

也可使用三角板（30°-60°-90° 和 45°-45°-90°）绘制角度。

Блок-схема 21 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 22 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Построение перпендикуляра к прямой  $AB$  в заданной на ней точке  $C$  ( $C \in AB$ ) (блок-схема 21).

在直线  $AB$  上的已知点  $C$  处作  $AB$  的垂线 ( $C \in AB$ ) (图表 21)。

На прямой  $AB$  в обе стороны от точки  $C$  откладывают произвольные, но равные отрезки  $CD$  и  $CE$ . Произвольным радиусом  $R$ , большим, чем отложенные отрезки, проводят дуги окружностей с центрами в точках  $D$  и  $E$  до их взаимного пересечения в точках  $M$  и  $M'$ . Отрезок  $MC$  – искомый перпендикуляр ( $MC \perp AB$ ). Можно построить взаимно перпендикулярные прямые с помощью рейшины (1) и угольника (2).

在直线  $AB$  上, 从点  $C$  向两侧截取任意但相等的线段  $CD$  和  $CE$ 。

以大于所截线段的任意半径  $R$ , 分别以  $D$ 、 $E$  为圆心画圆弧, 两圆弧交于点  $M$  和  $M'$ 。

线段  $MC$  即为所求垂线 ( $MC \perp AB$ )。

也可使用直尺 (1) 和三角板 (2) 作相互垂直的直线。

Построение параллельных отрезков при помощи угольника и линейки на рисунке 141.

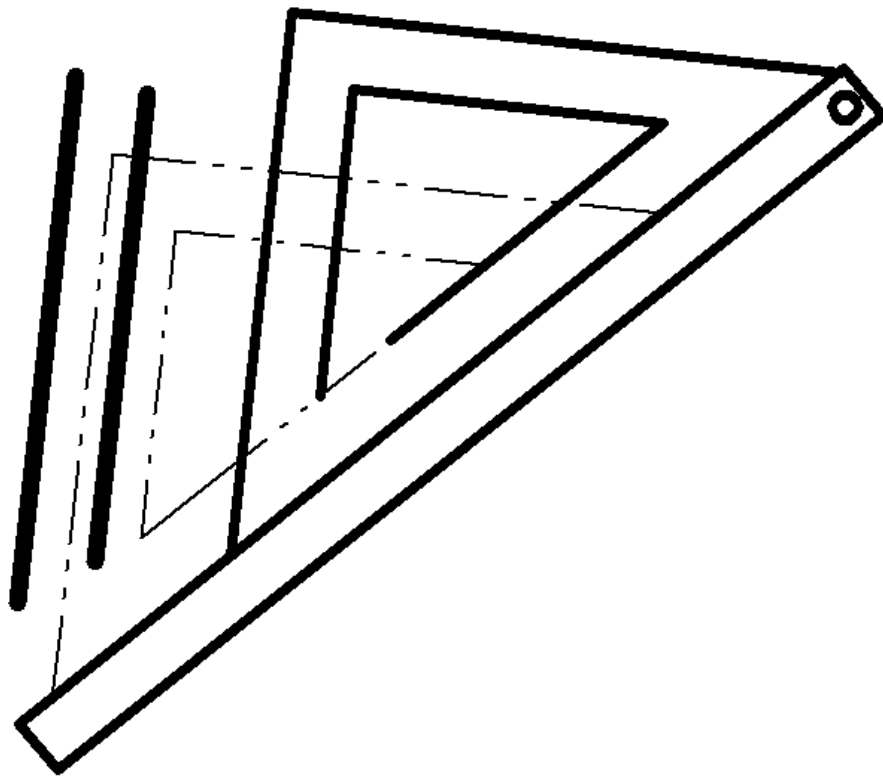


Рис. 141 а

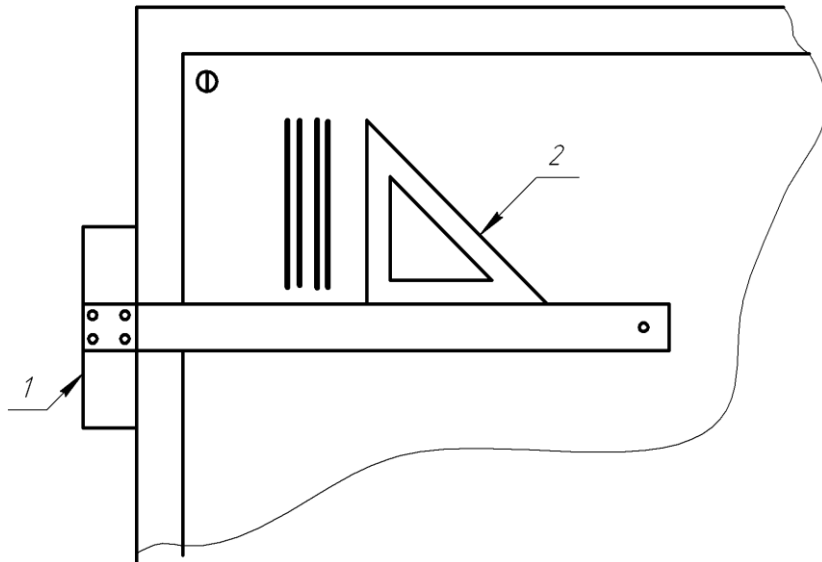


Рис. 141 б

Построение перпендикулярных отрезков при помощи угольника и линейки на рисунке 142.

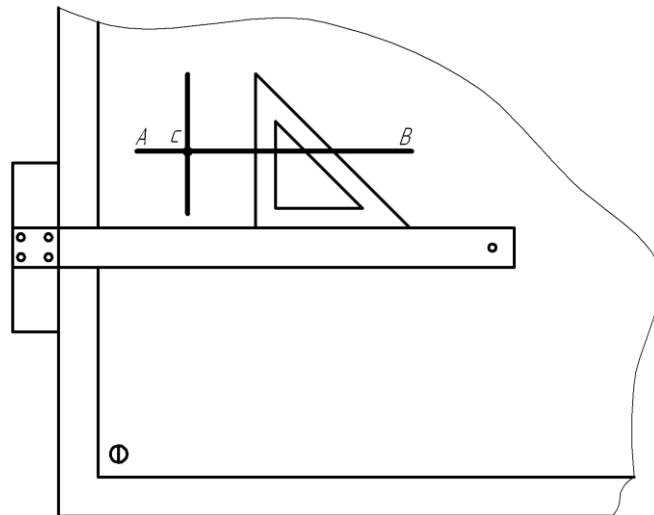


Рис. 142 а

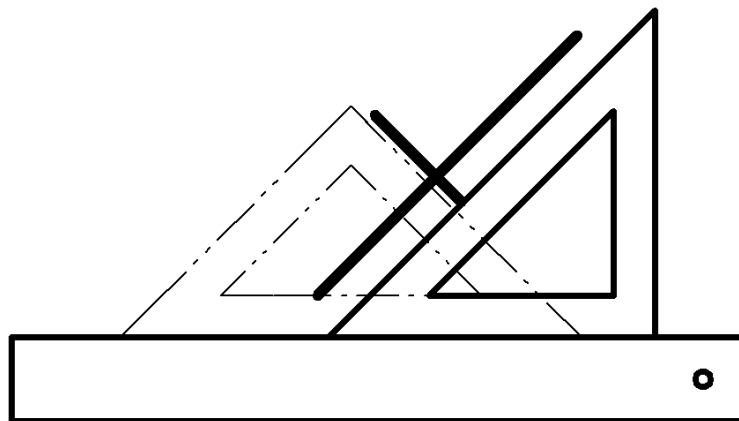


Рис. 142 б

## 14.2. Окружность и многоугольник

### 圆周 与 多边形

Плоский:	平面
Геометрическая фигура:	几何图形
Замкнутый:	封闭的
Окружность:	圆
Часть поверхности:	表面的一部分
Сегмент:	弓形
Сектор:	扇形
Секум:	割线
Хорда:	弦
Соединить:	连接
Многоугольник:	多边形
Вписывать:	内接
Описывать:	外接
Правильный:	正则的
Неправильный:	不正的
Касательная:	切线
Общая точка:	公共点
Катет:	直角边
Гипотенуза:	直角三角形的斜边
Треугольники:	三角形
Остроугольный:	锐角三角形
Прямоугольный:	直角三角形
Тупоугольный:	钝角三角形
Равносторонний:	等边三角形
Разносторонний:	不等边三角形
Четырехугольники:	四边形
Квадрат:	正方形
Прямоугольник:	矩形
Ромб:	菱形
Параллелограмм:	平行四边形
Трапеция:	梯形

Принадлежать:	属于
Лежать(на):	位于之上
Противоположный:	对边的

### 14.2.1. Построение центра дуги окружности

#### 圆弧中心的构造

Дугу  $AC$  пересечь двумя произвольными хордами, (чем длиннее хорды, тем точнее построение),  $AB$  и  $BC$  и к каждой хорде поставить средний перпендикуляр. Точка  $O$ , пересечение перпендикуляров, определит центр окружности.

请自行对照图 14.2.1.学习：作一个角等于已知角、作斜度、作锥度。

#### 圆弧圆心的作法（图 12）

用两条任意弦截取圆弧  $AC$ （弦越长，作图越精确），即弦  $AB$  和弦  $BC$ 。

分别作两条弦的中垂线，两条中垂线的交点  $O$ ，即为该圆弧的圆心。

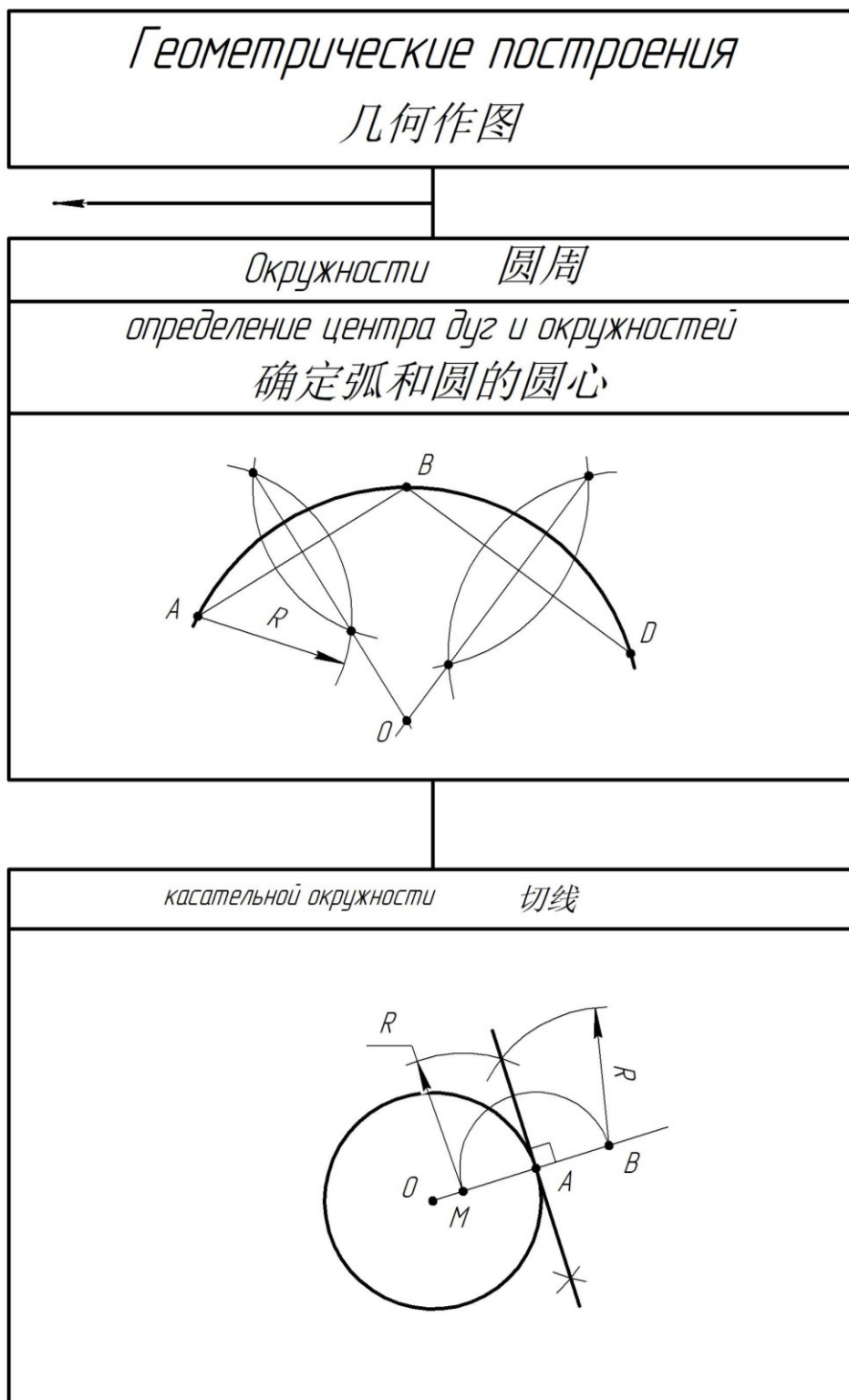
### 14.2.2. Построение касательной к окружности

#### 建立一个切线到一个圆

Рассмотреть самостоятельно на блок-схеме 12.

作圆的切线，请自行对照图 12 学习。

Блок-схема 23 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



### 14.3. Деление на равные части 等分

Примеры деления на равные части отрезка прямой, угла, окружности показаны в блок-схеме 24

线段、角、圆的等分示例，见第 24。

- $AB$  пополам → 将  $AB$  二等分
- В отношении 3:2 → 按 3:2 的比例分割
- УГЛА → 角
- биссектриса → 角平分线

Деление отрезка прямой  $AB$  пополам (блоке схема 24).

将线段  $AB$  二等分

Для того, чтобы отрезок  $AB$  разделить пополам (блок-схема 24), надо из точек  $A$  и  $B$  провести засечки дугой радиуса  $R$  (радиус должен быть больше половины отрезка  $AB$ ). В пересечении засечек образуются точки  $C$  и  $D$ . Если через эти точки провести прямую линию, то она разделит отрезок  $AB$  пополам. Последовательным делением полученных частей пополам (с помощью радиуса  $R_1$ ) можно разделить отрезок на 4, 8, 16 и т.д.

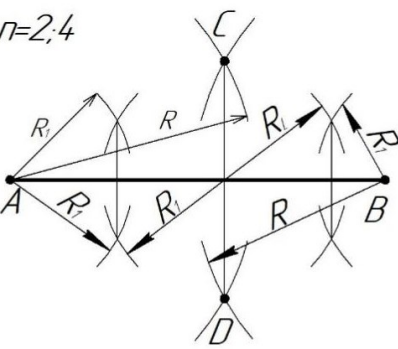
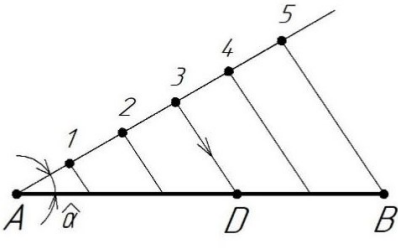
要将线段  $AB$  二等分，需以点  $A$ 、 $B$  为圆心，用半径  $R$  ( $R$  必须大于  $AB$  长度的一半) 画弧相交。

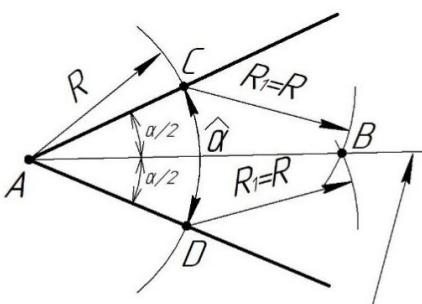
两弧的交点为  $C$ 、 $D$ ，过  $C$ 、 $D$  作直线，该直线会将线段  $AB$  平分。

通过不断对所得线段再次二等分（使用半径  $R_1$ ），可将线段分成 4、8、16 等份。

Блок-схема 24 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

**ДЕЛЕНИЕ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ**  
**分成相等的部分**

<b>ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ</b> <b>直线段</b>	
АВ пополам AB 在一半	$n=2;4$ 
на пропорциональные части 成比例部分	В отношении 3:2 我们将比例除以3:2  $AD : BD = 3 : 2$

<b>УГЛА</b> <b>分割角度</b>

биссектриса 平分线

Деление отрезка прямой  $AB$  на пропорциональные части (блок-схема 24).

Чтобы отрезок  $AB$  разделить, например, в отношении 3:2 (считая от точки  $A$ ), надо через точку  $A$  под произвольным углом к отрезку провести вспомогательную прямую, на которой отложить пять (3+2) произвольных, но равных между собой отрезков. Затем через точки  $B$  и 5 провести прямую линию и параллельно ей через точки 1, 2, 3, 4 – прямые до пересечения с отрезком  $AB$ . Точка  $D$  делит отрезок  $AB$  в отношении 3:2.

将线段  $AB$  按比例分割。

若要将线段  $AB$  按 3:2 的比例 (从点  $A$  算起) 分割, 需过点  $A$  作一条与  $AB$  成任意角度的辅助直线, 在其上连续截取 5 段 (3+2) 长度相等的线段。

然后过点  $B$  和第 5 个分点作一条直线, 再过点 1、2、3、4 作该直线的平行线, 与线段  $AB$  相交。

交点  $D$  将线段  $AB$  按 3:2 分割。

Деление угла на равные части (блок-схема 24).

将角平分 (24) 。

Для деления угла  $\alpha$  с помощью циркуля или линейки на две равные части из точки  $A$  – вершины угла  $\alpha$ , проводят произвольным радиусом  $R$  дугу. Из полученных точек  $C$  и  $D$  проводят дуги радиусом  $R_1 = R$  до их взаимного пересечения в точке  $B$ . Линия  $AB$  (биссектриса) делит угол  $\alpha$  пополам. Таким же образом можно разделить углы на 4, 8 и т.д. равных частей.

用圆规或直尺将角  $\alpha$  平分：

从角  $\alpha$  的顶点  $A$  以任意半径  $R$  画弧, 得到交点  $C$ 、 $D$ 。

再以  $C$ 、 $D$  为圆心, 用半径  $R_1=R$  画弧交于点  $B$ 。

直线  $AB$  (角平分线) 将角  $\alpha$  平分。

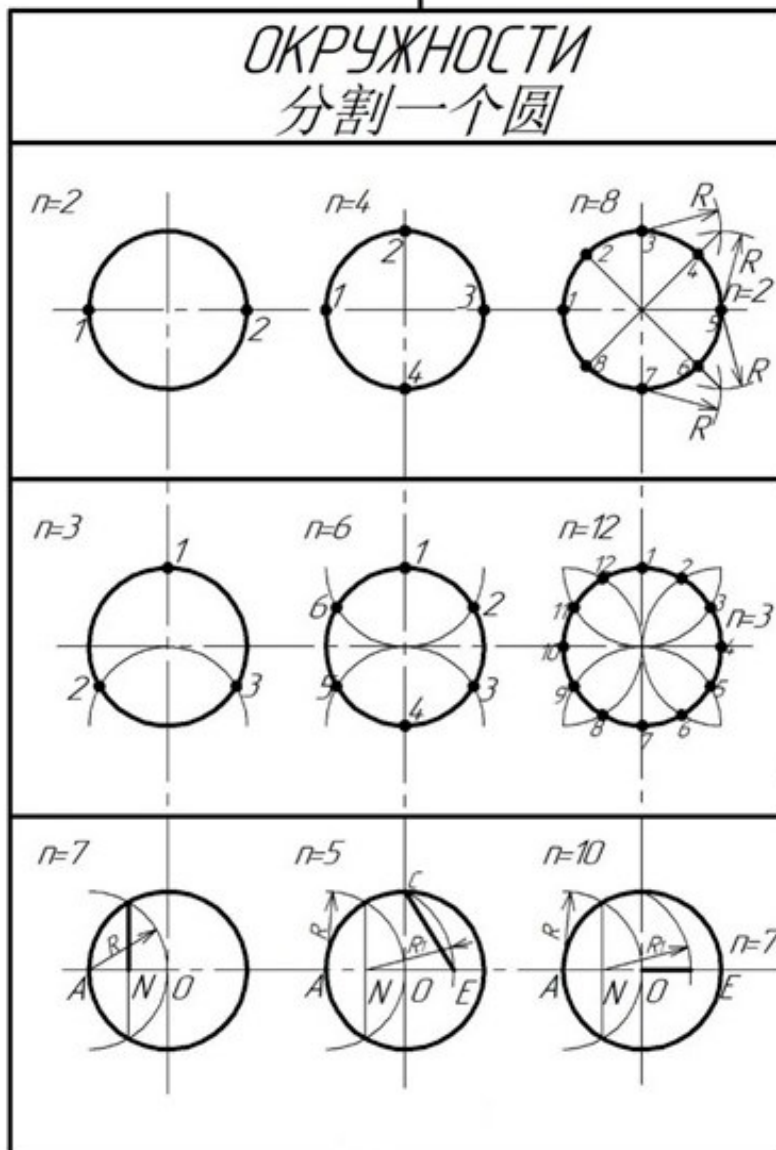
用同样方法可将角分成 4、8 等份。

Деление окружности на равные части рассмотреть самостоятельно (блок-схема 25).

圆的等分请自行对照图 14 学习。

Блок-схема 25 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图。

# ДЕЛЕНИЕ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ 分成相等的部分



## 14.4. Сопряжение

### 过度圆弧/相切链接

Сопряжение	相切连接
Плавный переход	平滑过渡
Сопрягающая окружность	连接圆
Виды сопряжения	连接类型
Внешнее сопряжение	外切接口
Элементы сопряжения	连接元素
Центр сопряжения	配合中心
Точка сопряжения (перехода)	连接点 (过渡点)
Дуга сопряжения	配合弧
Внутреннее сопряжение	内切接口
Смешанное сопряжение	组合配合、(接口)

Примеры выполнения сопряжений прямых линий (углов), прямой и окружности, двух окружностей показаны на блок-схеме 26.

直线 (角)、直线与圆、两圆之间的相切示例, 如图表所示, 见第 26 页:

Сопряжение сторон  $a$  и  $b$  острого угла дугой радиуса  $R_c$  (блок-схема 27).

用半径  $R_c$  的圆弧连接锐角两边  $a$  和  $b$  (图 27)

Сначала определяют центр дуги сопряжения, для чего на расстоянии  $R_c$  от сторон  $a$  и  $b$  острого угла проводят прямые, параллельные этим сторонам, до пересечения в точке  $O_c$ . Из центра  $O_c$  опускают перпендикуляры на заданные прямые, получают точки  $A$  и  $B$  сопряжения. Из точки  $O_c$ , как из центра, проводят радиусом  $R_c$  дугу сопряжения.

先确定连接圆弧的圆心:

作与锐角两边  $a$ 、 $b$  距离均为  $R_c$  的平行线, 交于点  $O_c$ 。

从  $O_c$  向两边作垂线, 得到连接点  $A$ 、 $B$ 。

以  $O_c$  为圆心、 $R_c$  为半径画出连接圆弧。

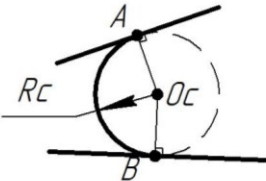
的连接作法与图 27 相同。

Блок-схема 26 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

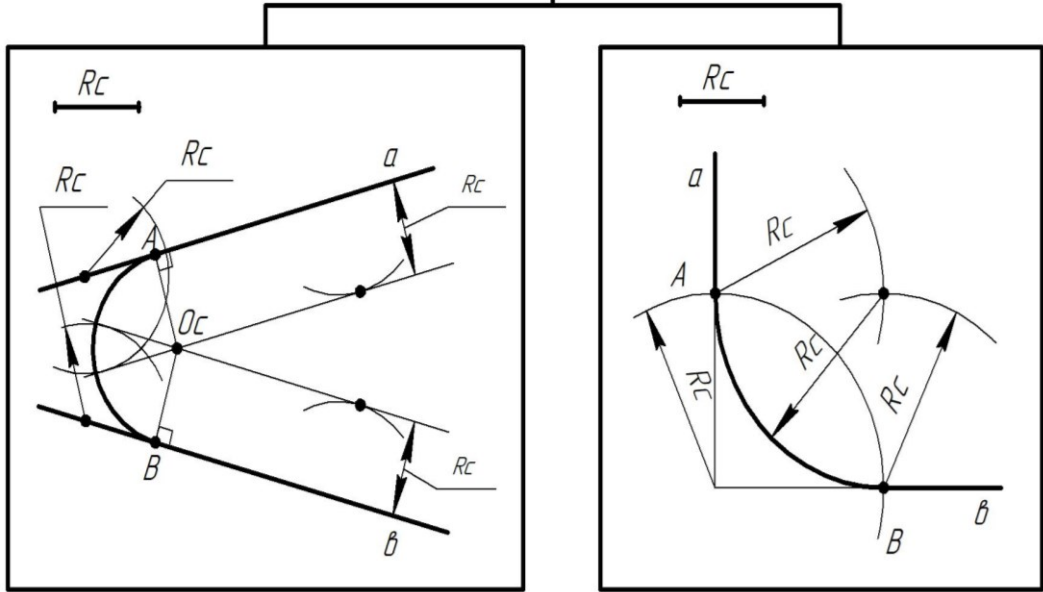
**СОПРЯЖЕНИЕ –**  
это плавный переход одной линии в другую  
**连接**  
是一条线到另一条线的平滑过渡

Элементы сопряжения:  
过渡元素

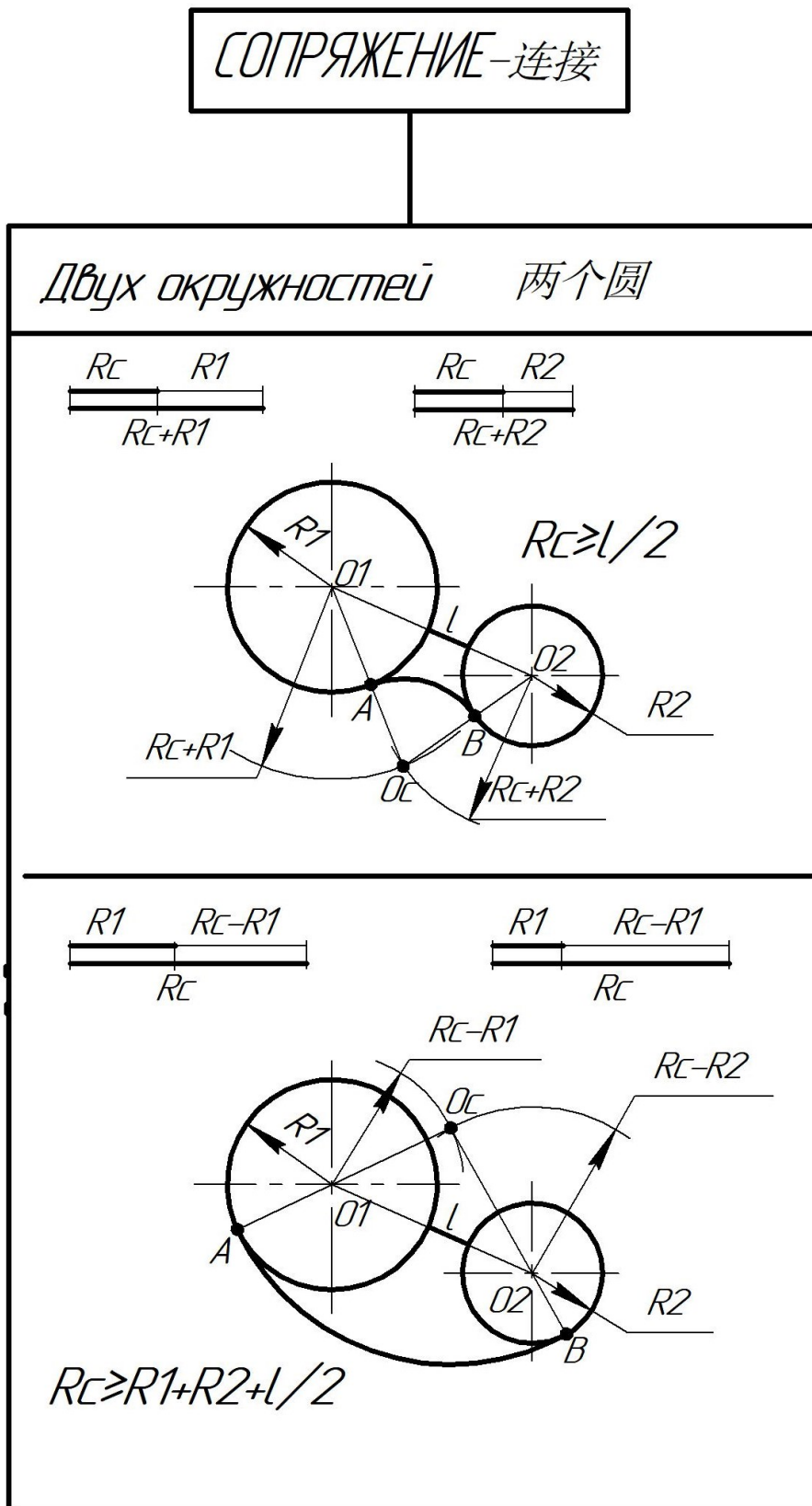
Дано 已知	$R_c$ – радиус сопряжения $R_c$ -过渡半径
Найти 求	$A$ и $B$ – точки сопряжения $A$ и $B$ -过渡点 $O_c$ – центр сопряжения $O_c$ -过渡圆心



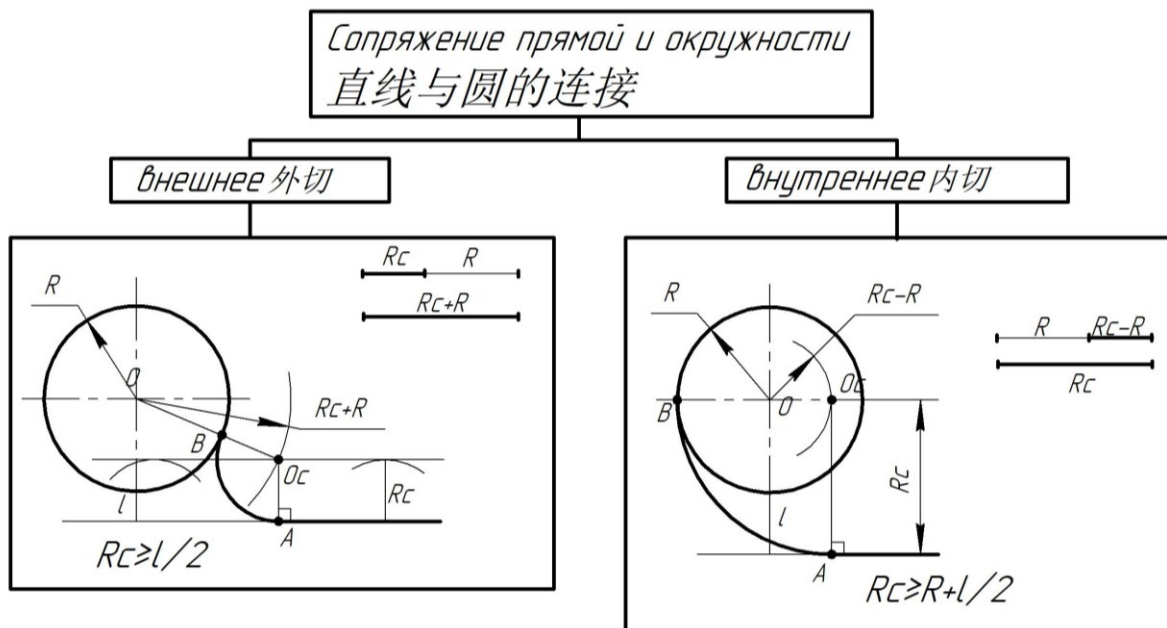
**Сопряжение прямых линий (углов)**  
**直线（角）的连接**



Блок-схема 27 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 28 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## 14.5. Циркульные и лекальные кривые 圆曲线与非圆曲线（规曲线与不规则曲线）

Овал	卵形线
Завиток	卷曲线
Замкнутая кривая	封闭曲线
Спираль	螺旋线
Спиральная кривая	螺旋曲线
Лекальная кривая	不规则曲线
Циркульная кривая	圆曲线
Эллипс	椭圆
Ось симметрии	对称轴
Фокус эллипса	椭圆焦点
Большая ось эллипса	椭圆长轴
Малая ось эллипса	椭圆短轴
Парабола	抛物线
Незамкнутая кривая	开放曲线
Фокус параболы	抛物线焦点
Директриса параболы	抛物线准线
Направляющая (директриса параболы)	抛物线准线
Параметр параболы	抛物线参数
Вершина параболы	抛物线顶点

Примеры выполнения кривых линий показаны в блок-схеме 29, 30.

Построение циркульных кривых – построение овала по заданным осям  $AB$  и  $CD$  (блок-схема 28).

曲线绘制示例见第 29, 30 页图:

圆规曲线的绘制 —— 根据给定的轴  $AB$  和  $CD$  绘制椭圆 (图 29-30)。

Построение лекальных кривых. Построение эллипса по заданным осям, большой  $AB$  и малой  $CD$  (блок-схема 30).

Проводим две взаимно перпендикулярные линии и на горизонтальной прямой от точки  $O$  откладываем  $AB$ , а на перпендикуляре от точки  $O$  вверх откладываем  $OC$ . Соединяем точку  $A$  с  $C$  прямой линией, из центра  $O$  радиусом  $OA$  проводим дугу до пересечения с  $OC$  в точке  $K$ . Отрезок  $CK$  переносим на прямую  $AC$ , получаем точку  $E$ , а отрезок

$AE$  делим пополам и проводим серединный перпендикуляр к отрезку до пересечения его с прямой  $AB$  в точке  $O_2$  и с прямой  $CD$  в точке  $OC$ . Переносим точку  $O_2$  в точку  $O_3$ , ей симметричную, и получаем три центра, из которых проводим кривые  $AM$ ,  $MN$ , и  $NB$ .

画出两条互相垂直的直线，在水平直线上从点  $O$  截取  $AB$ ，在垂直直线上从点  $O$  向上截取  $OC$ 。用直线连接点  $A$  与点  $C$ ，以  $O$  为圆心、 $OA$  为半径画弧，与  $OC$  交于点  $K$ 。将线段  $CK$  移到直线  $AC$  上，得到点  $E$ ，将线段  $AE$  平分，并作其中垂线，与直线  $AB$  交于点  $O_2$ ，与直线  $CD$  交于点  $O_1$ 。将点  $O_2$  移到对称点  $O_3$ ，得到三个圆心，由此画出曲线  $AM$ 、 $MN$  和  $NB$ 。

曲线板曲线的绘制。根据给定的长轴  $AB$  和短轴  $CD$  绘制椭圆（图 30）。

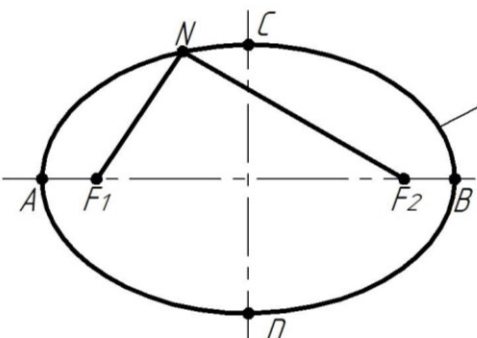
Из точки  $O$  проводим две концентрические окружности, диаметры которых равны заданным осям эллипса. Обе окружности делим на произвольное, но равное число частей, например, двенадцать. Через точки деления 1,2,3,4... и т.д. на большой окружности проводим прямые, параллельные  $CD$ , а через точки деления на малой окружности – прямые, параллельные  $AB$ . От взаимного пересечения этих прямых получим ряд точек: I, II, III и т. д. Это и будут искомые точки эллипса, которые соединим плавной кривой с помощью лекало.

从点  $O$  画出两个同心圆，其直径等于椭圆的给定轴。将两个圆分成任意但数量相等的部分，例如十二等份。通过大圆上的分点 1、2、3、4... 作平行于  $CD$  的直线，通过小圆上的分点作平行于  $AB$  的直线。这些直线的交点得到一系列点：I、II、III 等。这些即为椭圆上的所求点，用曲线板将它们光滑连接。

Блок-схема 29 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

**КРИВЫЕ ЛИНИИ 曲线**

*Лекальные 多中心曲线*

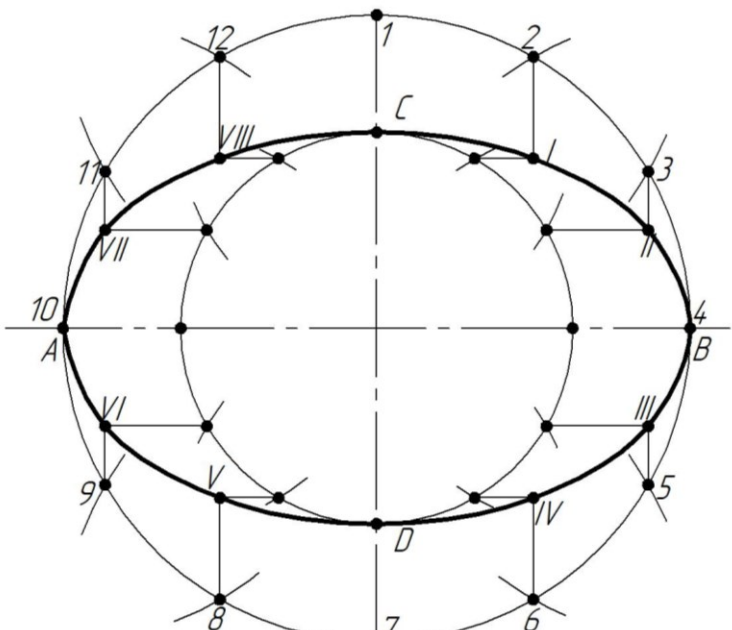


$F_1$  и  $F_2$  - фокусы 焦点

**ЭЛЛИПС 椭圆**

- это замкнутая плавная линия  
椭圆是一条闭合的平滑曲线

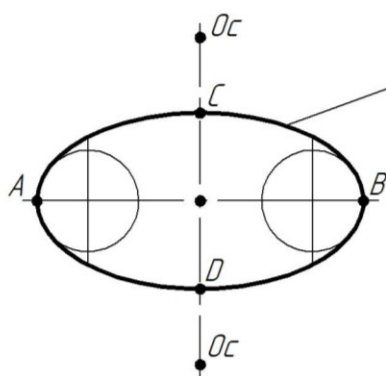
Свойства эллипса: 椭圆的性质  
 $F_1N + NF_2 = AB$



Блок-схема 30 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

# КРИВЫЕ ЛИНИИ 曲线

## Циркульные 圆形曲线



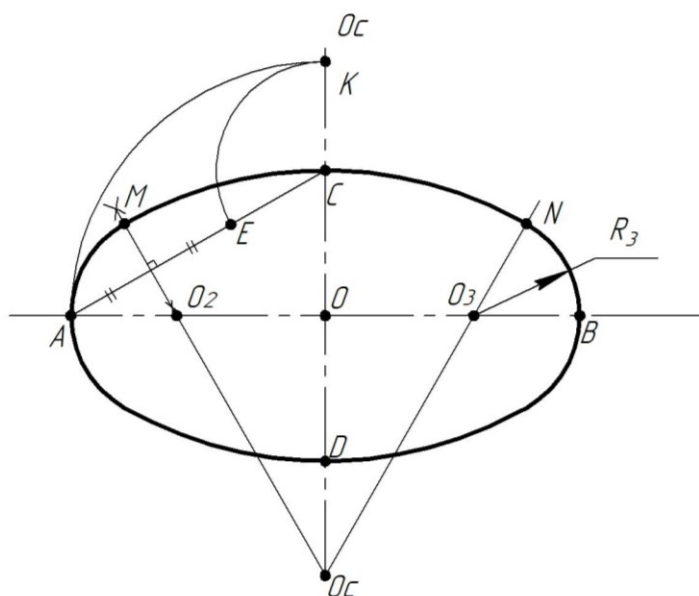
**ОВАЛ 椭圆**

- это замкнутая кривая линия, которая  
состоит из дуг сопрягающихся окружностей

椭圆是由相切圆的弧段组成的闭合曲线

AB - большая ось, 主轴

CD - малая ось 短轴



## Тема 15. ПРОЕКЦИОННОЕ ЧЕРЧЕНИЕ

### 投影制图

Проекционное черчение изучает способы построения на плоскости изображений предметов, имеющих три измерения. По этим изображениям определяются форма и величина предмета, взаимное расположение и размеры его составных частей.

投影制图研究在平面上绘制三维物体图形的方法。

根据这些图形，可以确定物体的形状和大小，以及其各组成部分的相对位置和尺寸。

Для построения изображений предметов на плоскости пользуются *методом проецирования*.

在平面上绘制物体的图形时，使用投影法

Проекция – это изображение предмета, «отброшенное» на плоскость при помощи лучей. Спроецировать предмет на плоскость – это значит построить его изображение на плоскости.

投影——是借助射线将物体“投射”到平面上得到的图形。

把物体投影到平面上，就是在平面上画出它的图形。

Рассмотрев блок-схему 31, можно понять, что проецирование разделяют на центральное и параллельное. Параллельные проекции разделяют на прямоугольные и косоугольные. Три взаимно перпендикулярные плоскости проекций: П1 – горизонтальная, П2 – фронтальная и П3 – профильная плоскости проекций образуют прямой трехгранный угол, который переходит к плоскому, комплексному чертежу (эпюру) при вращении плоскостей проекций вокруг осей  $OX$ ;  $OY$ ;  $OZ$  до совмещения их в одну плоскость.

参看第 31 页的图可以得知，投影分为中心投影和平行投影。

平行投影又分为正投影（直角投影）和斜投影。

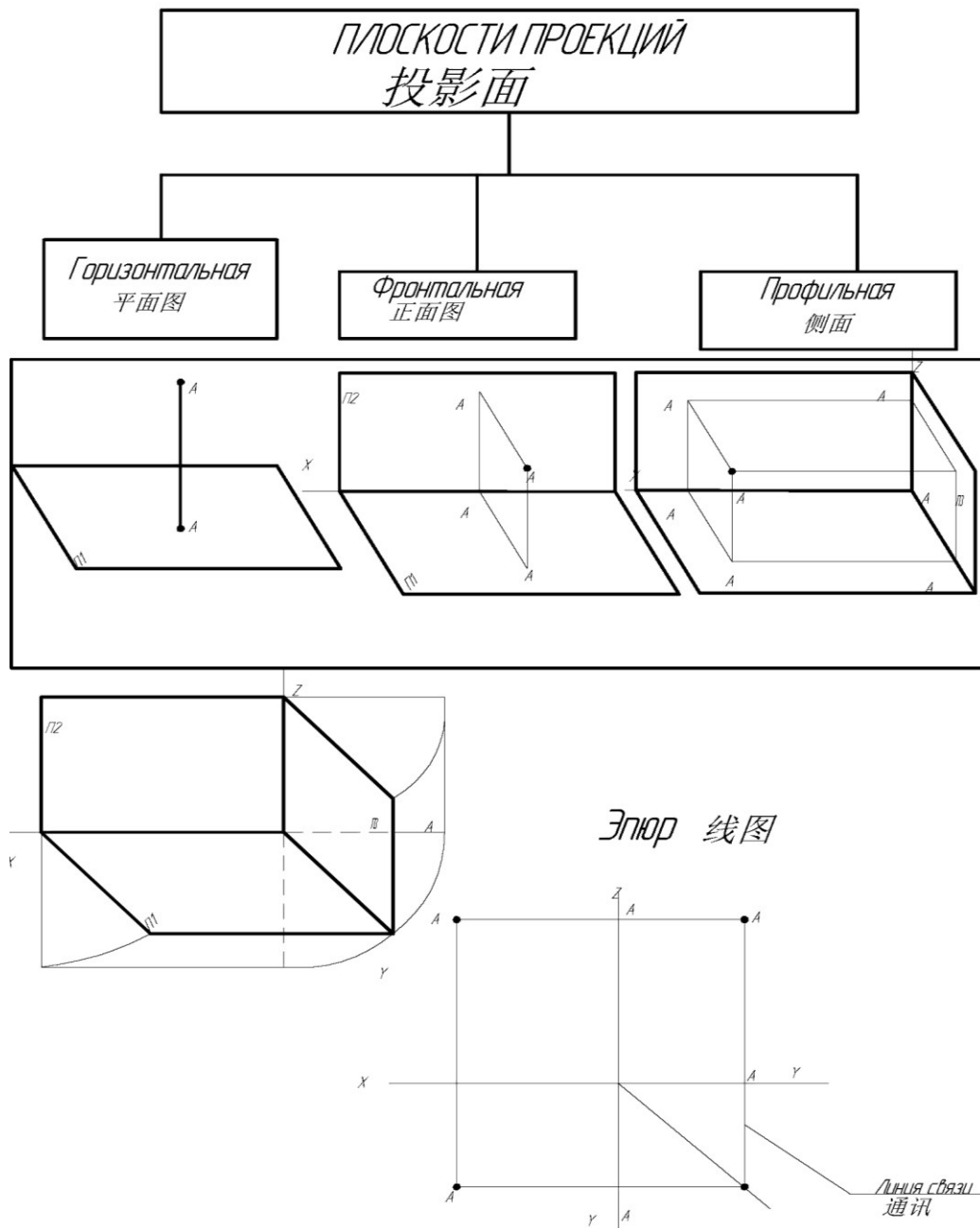
三个互相垂直的投影面：

- П1 — 水平面
- П2 — 正立面（主视面）
- П3 — 侧立面（侧面）

它们形成一个直角三面角。

将各投影面绕  $OX$ 、 $OY$ 、 $OZ$  轴旋转，  
 摊平到同一平面后，就得到了平面复合图样（投影图/三视图）。

Блок-схема 31 для запоминания иностранными студентами  
 留学生记忆框架图。



Сущность аксонометрического проецирования состоит в том, что предмет относят к системе координатных осей и проецируют его вместе с координатными осями  $X$ ;  $Y$ ;  $Z$  на произвольно выбранную плоскость аксонометрических проекций. По сравнению с комплексными, аксонометрические проекции имеют существенное преимущество – наглядность (объемность). При построении аксонометрических проекций проецирующие лучи могут быть направлены перпендикулярно или с наклоном к плоскости аксонометрических проекций. Аксонометрические проекции, полученные в первом случае, называют прямоугольными, во втором – косоугольными. Мы будем изучать прямоугольные изометрию и диметрию.

轴测投影的实质在于：将物体归到坐标轴系统中，并将它与  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  坐标轴一起投影到任意选定的轴测投影平面上。与复合视图（三视图）相比，轴测投影具有一个重要优点——直观性（立体感）。

在绘制轴测投影时，投影射线可以垂直或倾斜于轴测投影面。

第一种情况得到的轴测投影称为正轴测投影，第二种称为斜轴测投影。

我们将学习正等测和正二测。

Проекции точки рассмотрены на блок-схеме 31.

Условимся точки в пространстве обозначать прописными буквами латинского алфавита  $A$ ;  $B$ ;  $C$ ... и т. д., проекции точек – прописными буквами с соответствующими плоскостям проекций индексами  $A_1$ ;  $A_2$ ;  $A_3$  ... и т. д. Одним из способов построения обратимых проекций является способ ортогонального проецирования для точек общего положения и для точек частного положения. Для большей наглядности на схеме приведен пример аксонометрической проекции точки – изометрии.

图 31 中考虑了该点的投影。我们规定：

- 空间中的点用大写拉丁字母表示： $A$ 、 $B$ 、 $C$ ...

- 点的投影用带对应投影面下标的大写字母表示： $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ ...

构建可逆投影的方法之一，是对一般位置点和特殊位置点采用正投影法。

为更具直观性，图中给出了点的轴测投影示例——正等测图。

为更直观，图中给出了点的轴测投影示例——正等测图。

## Тема 16. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

### 轴测投影 / 轴测图

Аксонometрия	轴测法
Аксонometрическая проекция	轴测投影
Аксонometрическая ось	轴测轴
Наглядное изображение	直观图像
Вид (аксонometрии)	轴测视图
Косоугольная аксонometрия	斜轴测法
Искажение	畸变
Изометрия	等正等测投影
Изометрическая проекция	等距投影
Диметрия	两侧投影
Приведенный коэффициент	简化系数
Координатная ломаная (линия)	坐标折线
Упрощение	简化
Коэффициент искажения:	畸变系数
Упрощенное изображение:	简化图像

Проецирование прямой линии рассмотрено в блок-схеме 33.

Для построения проекций прямой достаточно построить проекции двух точек этой прямой и соединить их одноименные проекции. Различают прямые общего положения и прямые частного положения. Для большей наглядности приведен пример аксонometрической проекции точки – изометрии.

直线投影在图 33 中进行了讨论。

要作出直线的投影，只需作出该直线上两个点的投影，并将它们的同面投影连接起来。

直线分为一般位置直线和特殊位置直线。

Проецирование плоских фигур рассмотрено на блок-схеме 33.

Для построения проекций плоских фигур достаточно построить проекции трех точек этой плоскости и соединить их одноименные проекции. Различают плоскости общего положения и плоскости частного положения. Для большей наглядности приведен пример построения аксонometрической проекции плоскости – изометрии.

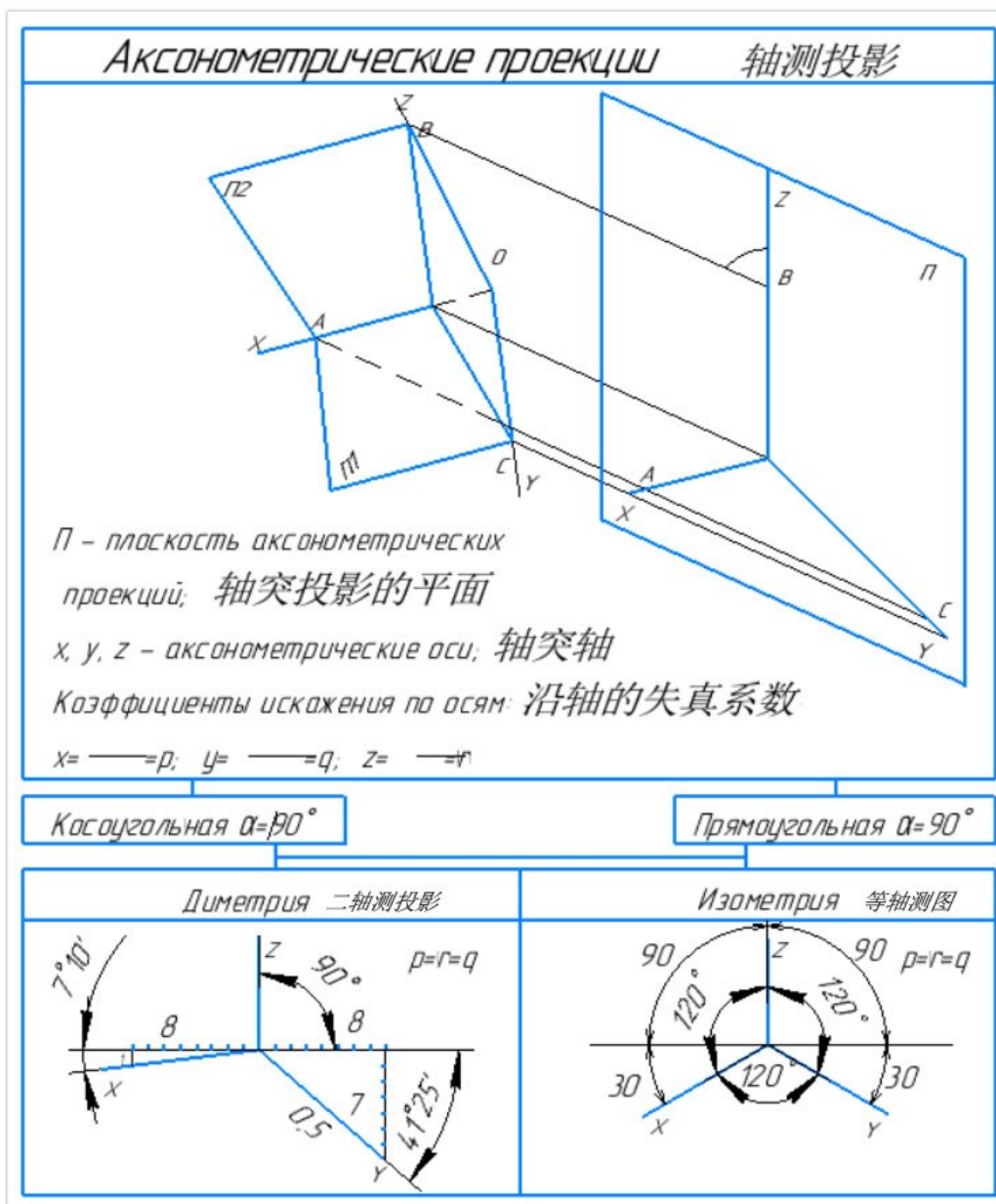
图 33 讨论了平面图形的投影。

要作出平面图形的投影，只需作出该平面上三个点的投影，并将它们的同面投影依次连接。

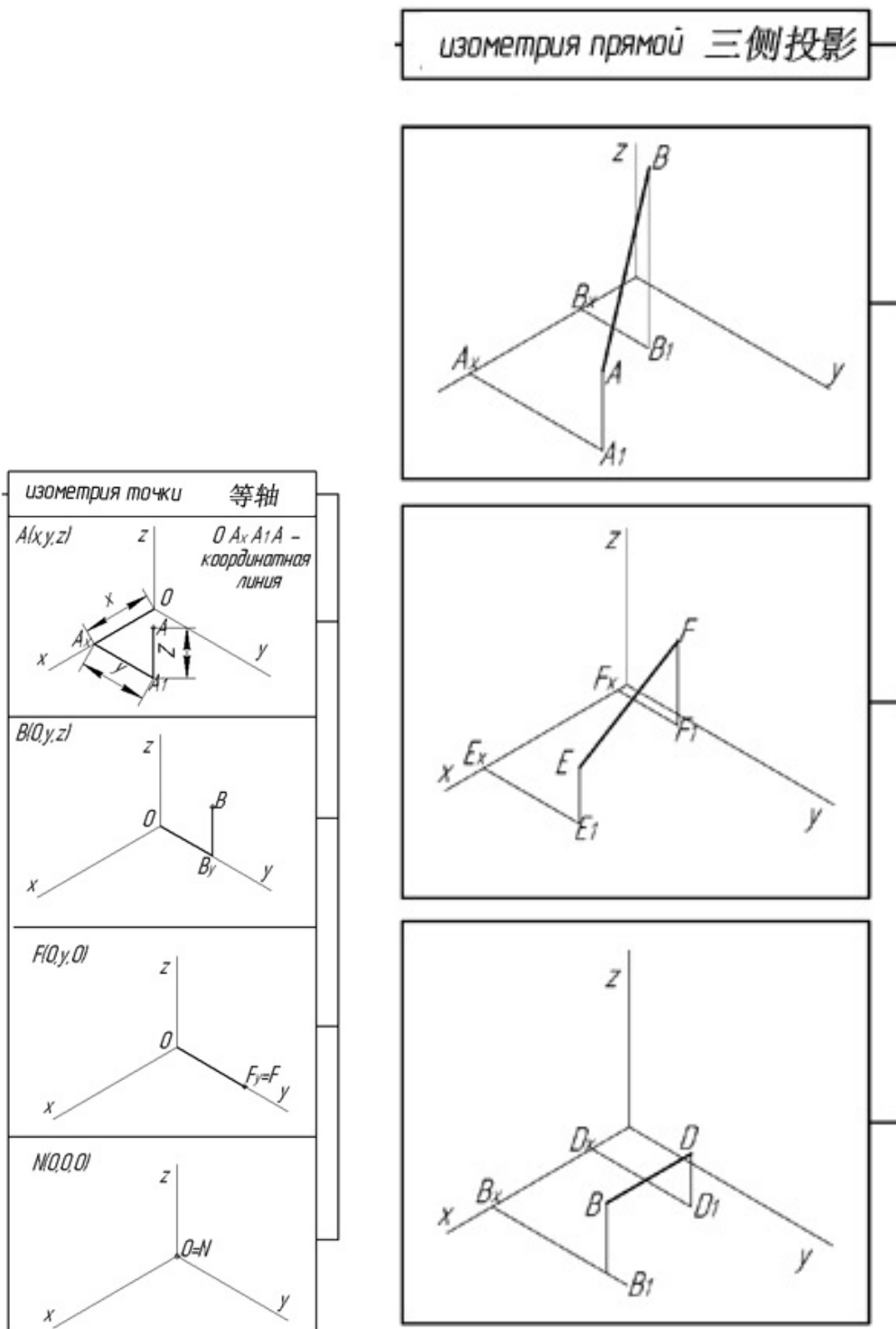
平面分为一般位置平面和特殊位置平面。

为更直观，图中给出了平面的轴测投影作法示例——正等测图。

Блок-схема 32 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

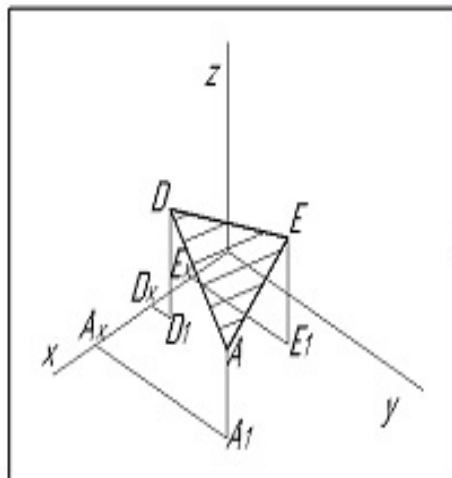
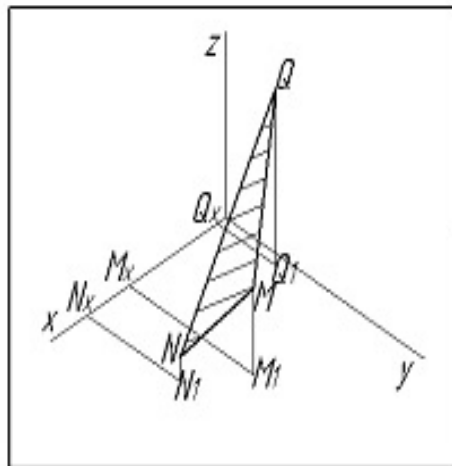
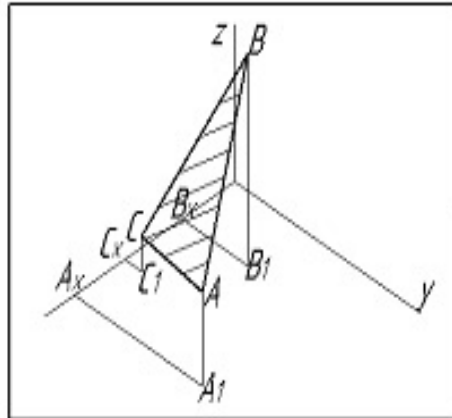


Блок-схема 33 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 34 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

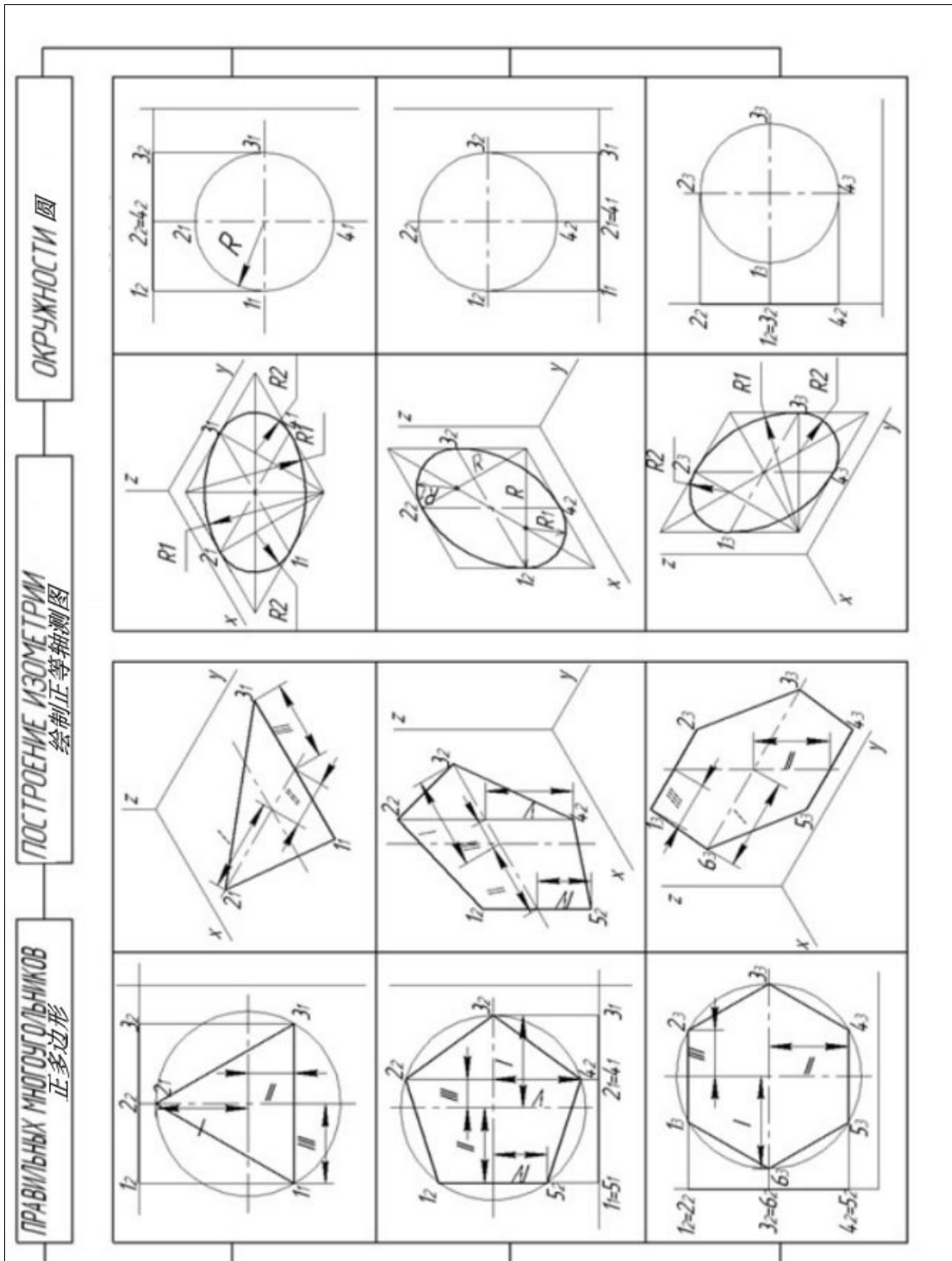
изометрия плоскости 等角投影



Построение изометрии правильных многоугольников и окружности рассмотрены на блок-схеме 35.

正多边形和圆的正等测画法见第图 35。

Блок-схема 35 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## Тема 17. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА

### 几何体

Проецирование предметов заключается не только в построении по заданным размерам проекций этих тел, но и в умении провести полный анализ чертежа, т. е. указать ребра, вершины, грани, образующие, определить взаимное расположение этих элементов, указать видимые и невидимые части предмета, проставить размеры (блок схема 36)

物体的投影不仅在于根据给定尺寸画出这些几何体的投影，还在于能够对图纸进行完整分析，即：指出棱、顶点、面、素线；确定这些要素的相对位置；标出物体的可见与不可见部分；标注尺寸。

#### 17.1. Геометрические тела и их элементы 几何体

Геометрическое тело	立体
Образовать (чего?)	形成 (什么?)
Образующая линия	母线
Направляющая линия	导线
Движение	运动
Перемещение	移动 (转移)
Вращение	旋转
Грань	面
Ребро	棱边
Поверхность	表面
Призматическая поверхность	棱柱面
Пирамидальная поверхность	棱锥面
Гранная поверхность	棱面, 多面体面
Поверхность вращения	旋转面
Цилиндрическая поверхность	圆柱面
Коническая поверхность	圆锥面
Сферическая поверхность	球面
Шаровая поверхность	球表面
Многогранник	多面体
Основание	底面

Боковая поверхность, (грань)	侧面
Призма	棱柱
Куб	立方体
Пирамида	棱锥
Усеченная пирамида	棱台
Параллелепипед	平行六面体
Цилиндр	圆柱
Конус	圆锥
Усеченный конус	圆台
Сфера	球体
Главный меридиан	主子午线
Экватор	赤道
Полюс	极
Очерк	轮廓, 轮廓线
Осередковая образующая	对称母线, 轴线母线
Контур	轮廓
Развертка поверхности	表面展开图
Часть пространства, ограниченная со всех сторон поверхностями	由各面围成的空间部分
Ограниченные многоугольниками	由多边形围成
Тела вращения	旋转体
Ограниченные многоугольниками вращения	由旋转面围成
Призма	棱柱
Пирамида	棱锥
Цилиндр	圆柱
Конус	圆锥
Шар, сфера	球
Прямая	直棱柱
Наклонная	斜棱柱
Правильная	正棱柱
Неправильная	斜棱柱
Прямой	直圆柱
Наклонный	斜圆柱

Ребро основания	底棱
Основание	底面
Боковая поверхность	侧面
Образующаяся	母线
Контурная образующаяся	轮廓母线
Полюс	极点
Меридианы	子午线
Экватор	赤道
Шаровая поверхность	球面
Пирамиды	棱锥
Призмы	棱柱
Цилиндры	圆柱
Конусы полные	完整圆锥
Усеченный	截头的
Верхнее основание	上底面
Нижнее основание	下底面
Основание	底面
Вершина	顶点

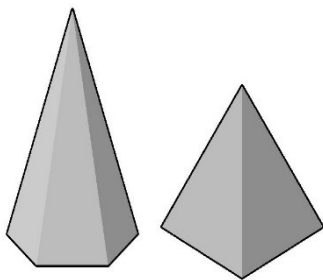
Блок-схема 36 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА**  
Часть пространства, ограниченная со всех сторон поверхностями  
被各个面包围的几何体

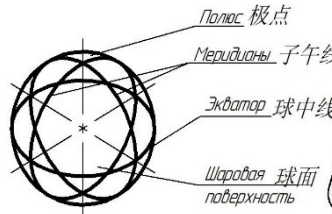
**МНОГОГРАННИКИ**  
Ограниченные многоугольниками  
多面几何体

**ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ**  
Ограниченные многоугольниками вращения  
多边形旋转形成的旋转体

Пирамиды 棱锥

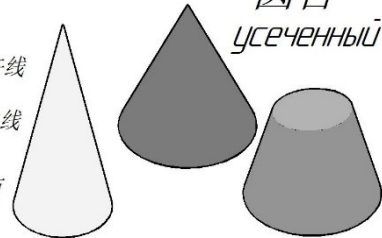


Шар 球

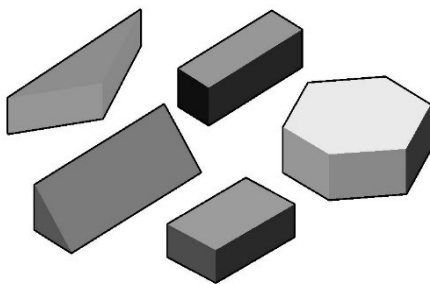


Конусы 圆锥  
Полные

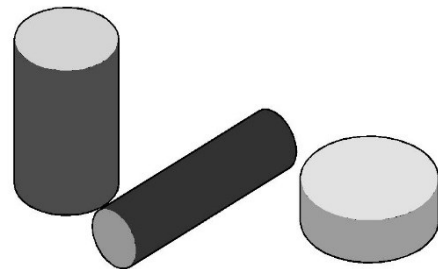
圆台  
Усеченный



Призмы 棱柱



Цилиндры 圆柱



## 17.2. Многогранники и тела вращения

### 多面体

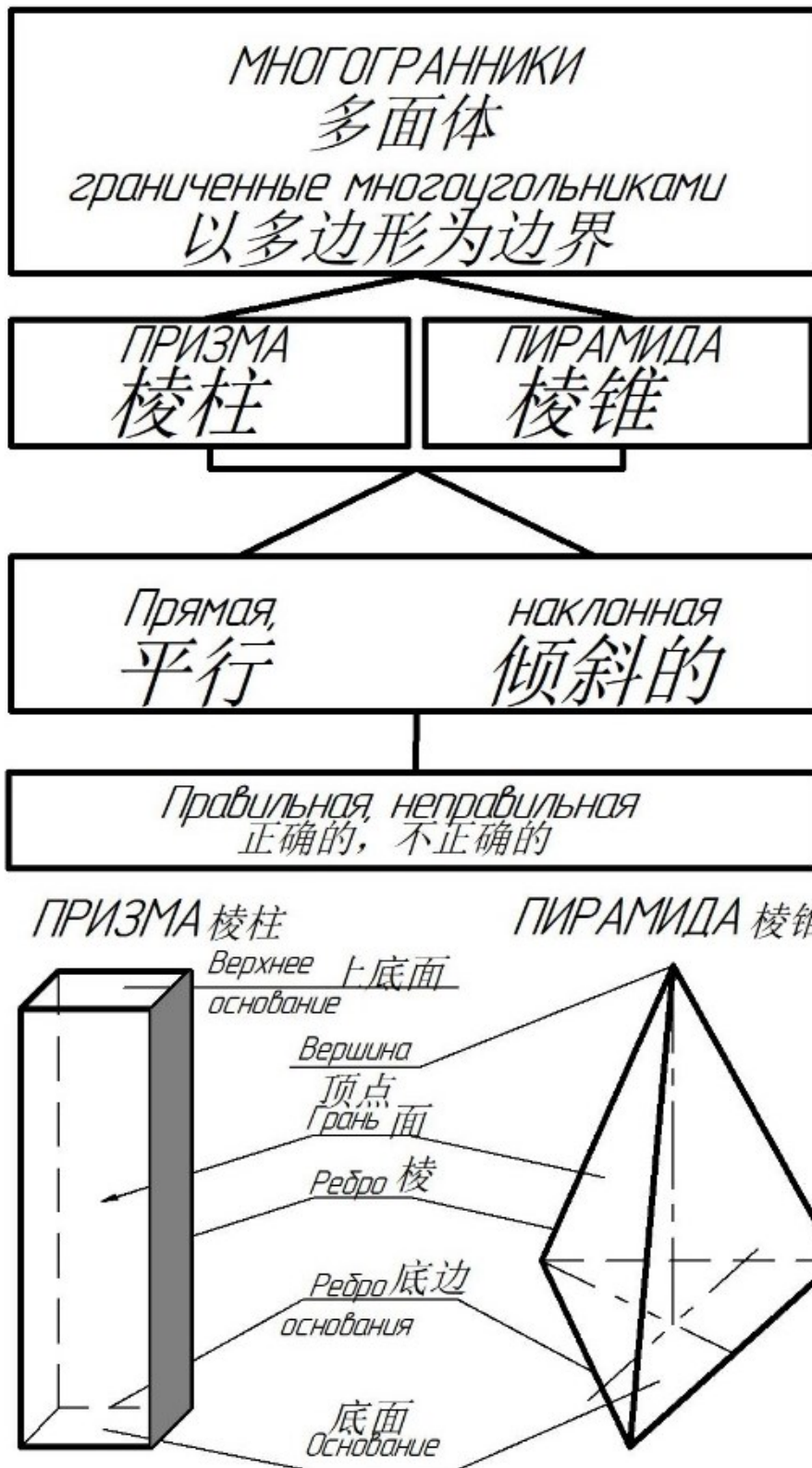
Чтобы вычертить сложную техническую деталь, нужно научиться вычерчивать простые геометрические формы, из которых состоят детали – призмы, пирамиды, цилиндры, конусы сферы и т. п., которые показаны на блок-схеме 37, 38. Пирамиды и призмы могут быть правильными, если их основанием служит правильный многоугольник. Если высота призмы, пирамиды, цилиндра и конуса пересекает основание в центре тяжести, то они называются прямыми.

要绘制复杂的机械零件，必须学会绘制构成零件的简单几何形体——棱柱、棱锥、圆柱、圆锥、球等，它们位于图 36 中。

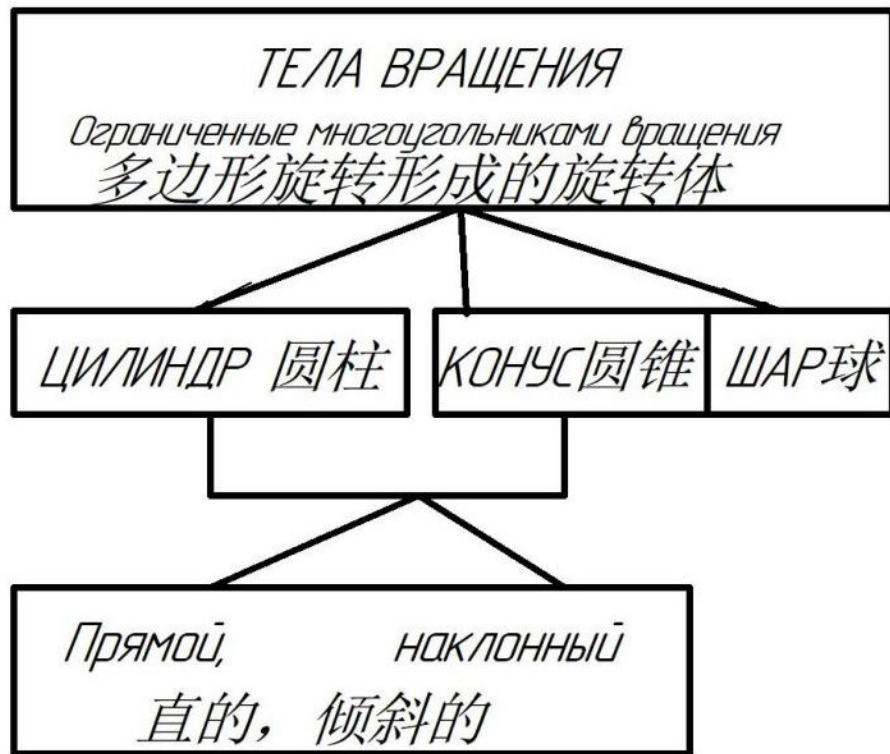
如果棱柱和棱锥的底面是正多边形，它们就是正棱柱、正棱锥。

如果棱柱、棱锥、圆柱、圆锥的高线与底面交于重心，则称它们为直棱柱、直棱锥、直圆柱、直圆锥。

Блок-схема 37 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

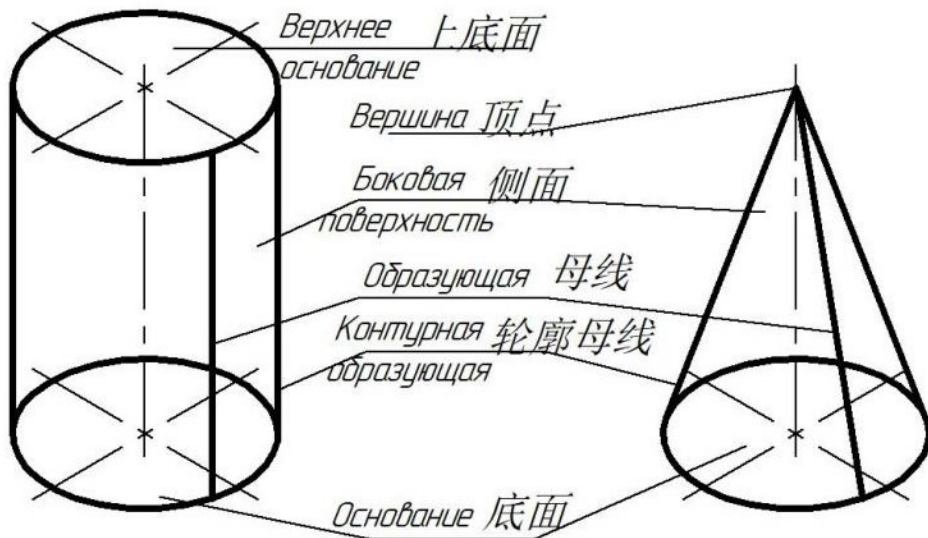


Блок-схема 38 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



ЦИЛИНДР 圆柱

КОНУС 圆锥



## Тема 18. ИЗОБРАЖЕНИЯ. ВИДЫ (ГОСТ 2.305-68)

### 图样画法. 视图 (ГОСТ 2.305-68)

Вид	视图
Изображение	图像
Часть	部分
Поверхность	表面
Обращенный	倒置的
Наблюдатель	观察者
Дополнительный	附加的
Местный	当地的
Основной	基本的
Главный	主要的
Главный вид	主要类型
Спереди	从前
Вид спереди	正视图
Сзади	从后面
Вид сзади	背视图
Сверху	从上面
Вид сверху	俯视图
Справа	从右边
Вид справа	右视图
Слева	从左边
Вид слева	左视图
Снизу	从下面
Вид снизу	仰视图
Помещенный	放置的
Порядок	顺序
Расположение	位置
Достаточно	足够
Зависеть	依赖于
Условный	条件的
Совмещение	叠加
Искажение	畸变

Ограниченный	有限的
Место	地方
Фигура (геометрическая)	几何图形
Замена плоскостей	投影面替换
Техническое черчение	技术绘图
Габаритные размеры	轮廓尺寸
Размеры формы	形状尺寸
Размеры положения	位置尺寸
Последовательно	连续地
Изготовление	制作
База	基础
Отсчет	读数
Общий	一般的
Цепочка	链条
Штангенциркуль	游标卡尺
Кронциркуль	卡钳
Нутромер	内径规
Обмер	测量
Контроль	控制
Эскиз	草图
Эскиз от руки	徒手草图
Пропорция	比例
Временный	临时的
Аккуратно	整洁地

Для построения проекций предметов в блок-схеме 39, 40 пользуются способом ортогонального и аксонометрического проецирования, где рассмотрено поэтапное выполнение изометрии по ортогональному чертежу.

第页图 39, 40 中绘制物体投影时, 采用正投影法和轴测投影法, 图中展示了根据正投影图 (三视图) 逐步绘制正等测图的过程。

В качестве основных плоскостей проекций принимают шесть граней пустотелого куба, внутри которого мысленно размещают предмет и проецируют его на внутренние поверхности граней, следовательно, имеется шесть основных плоскостей проекций. Из них чаще всего используют:  $\Pi_1$  – горизонтальную,  $\Pi_2$  – фронтальную и  $\Pi_3$  – профильную плоскости проекций, которые соответственно называют видами сверху, спереди и слева. Виды делятся на основные, дополнительные и местные, количество их должно быть наименьшим, но достаточным для полного представления о предмете.

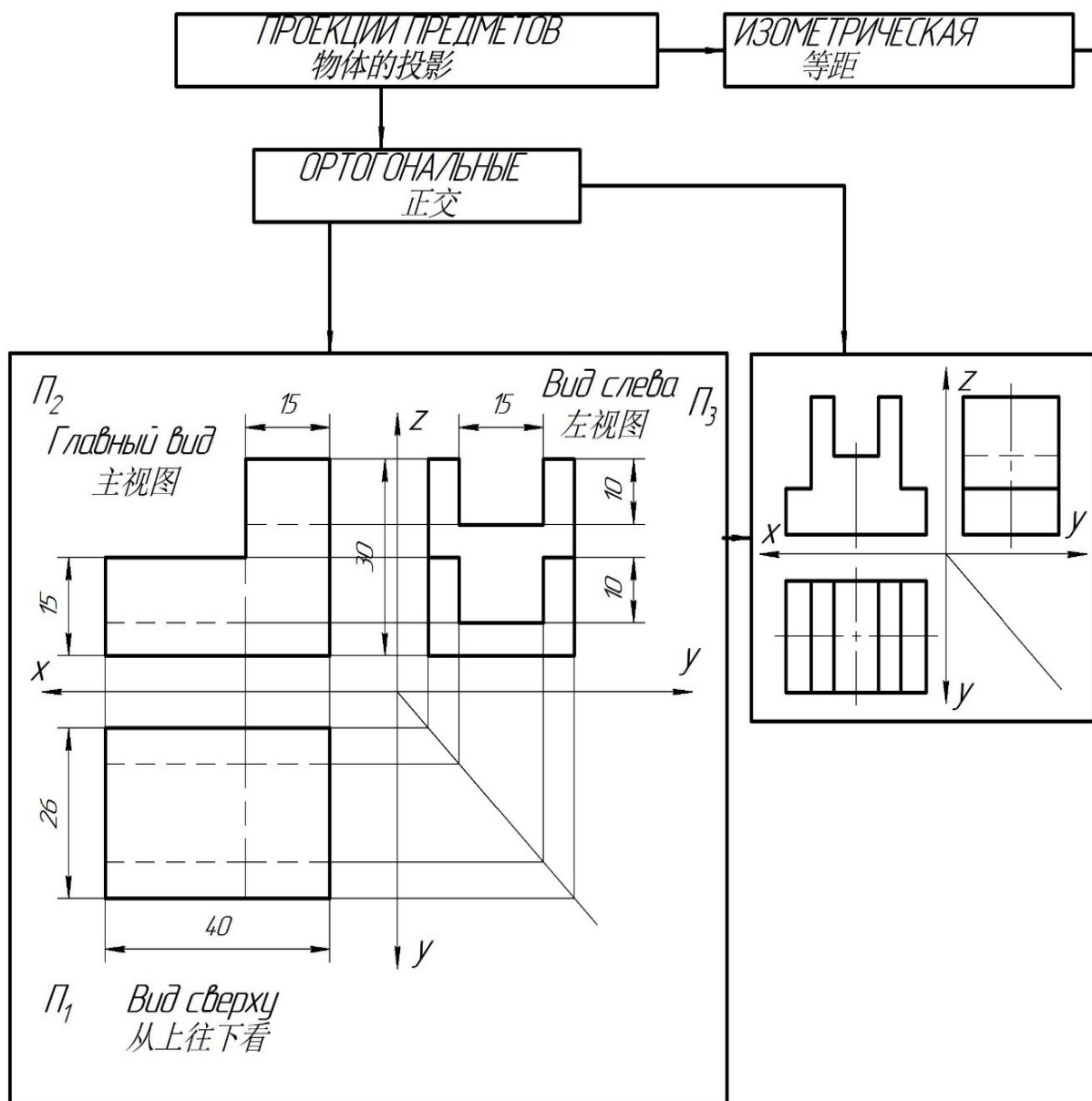
以空心立方体的六个面作为基本投影面, 假想将物体放在立方体内部, 并将其投影到各面的内表面上, 因此共有六个基本投影面。

其中最常用的是:

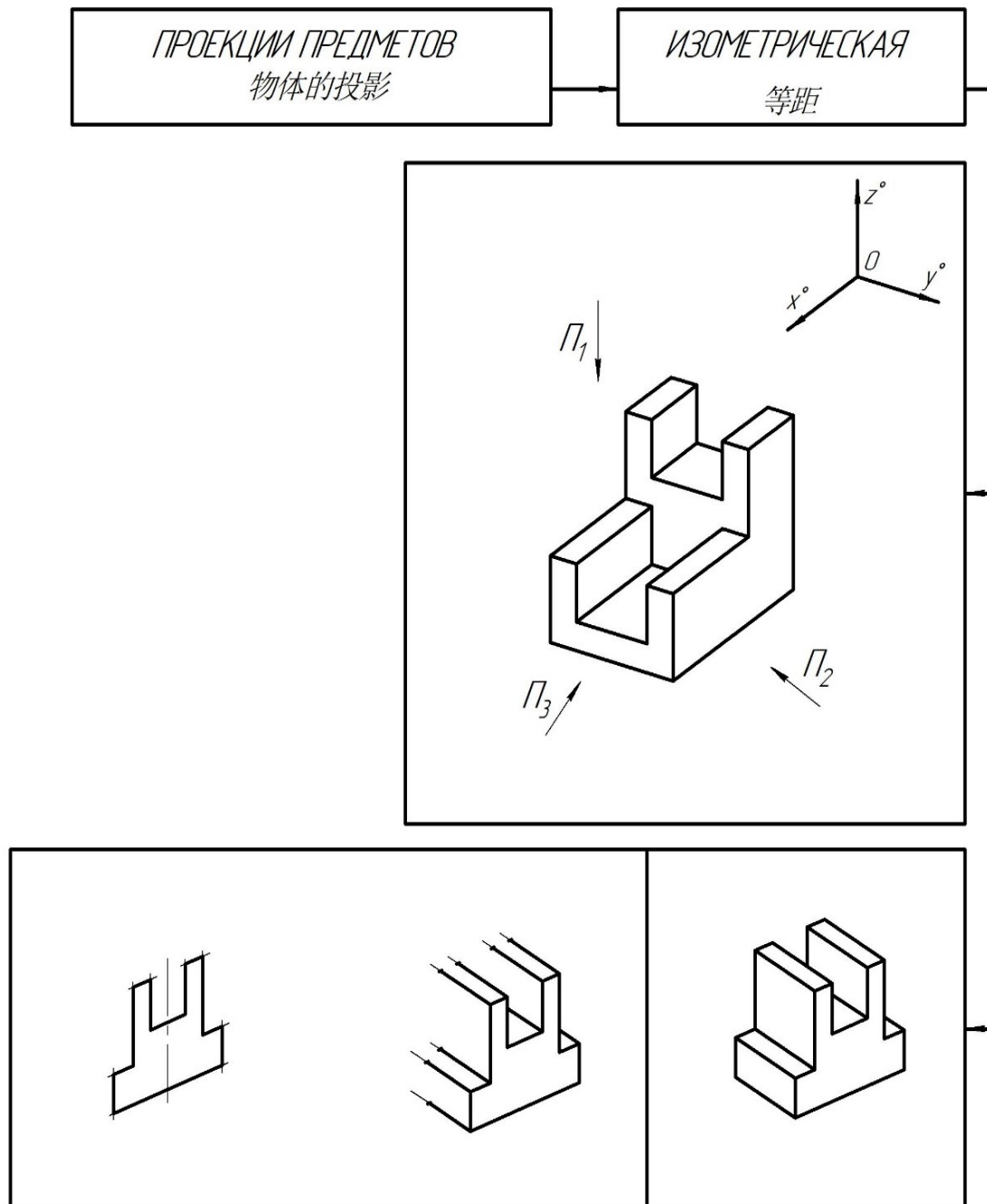
- $\Pi_1$  — 水平面 (俯视图)
- $\Pi_2$  — 正立面 (主视图)
- $\Pi_3$  — 侧立面 (左视图)

视图分为基本视图、辅助视图和局部视图, 其数量应最少, 但足以完整表达物体形状。

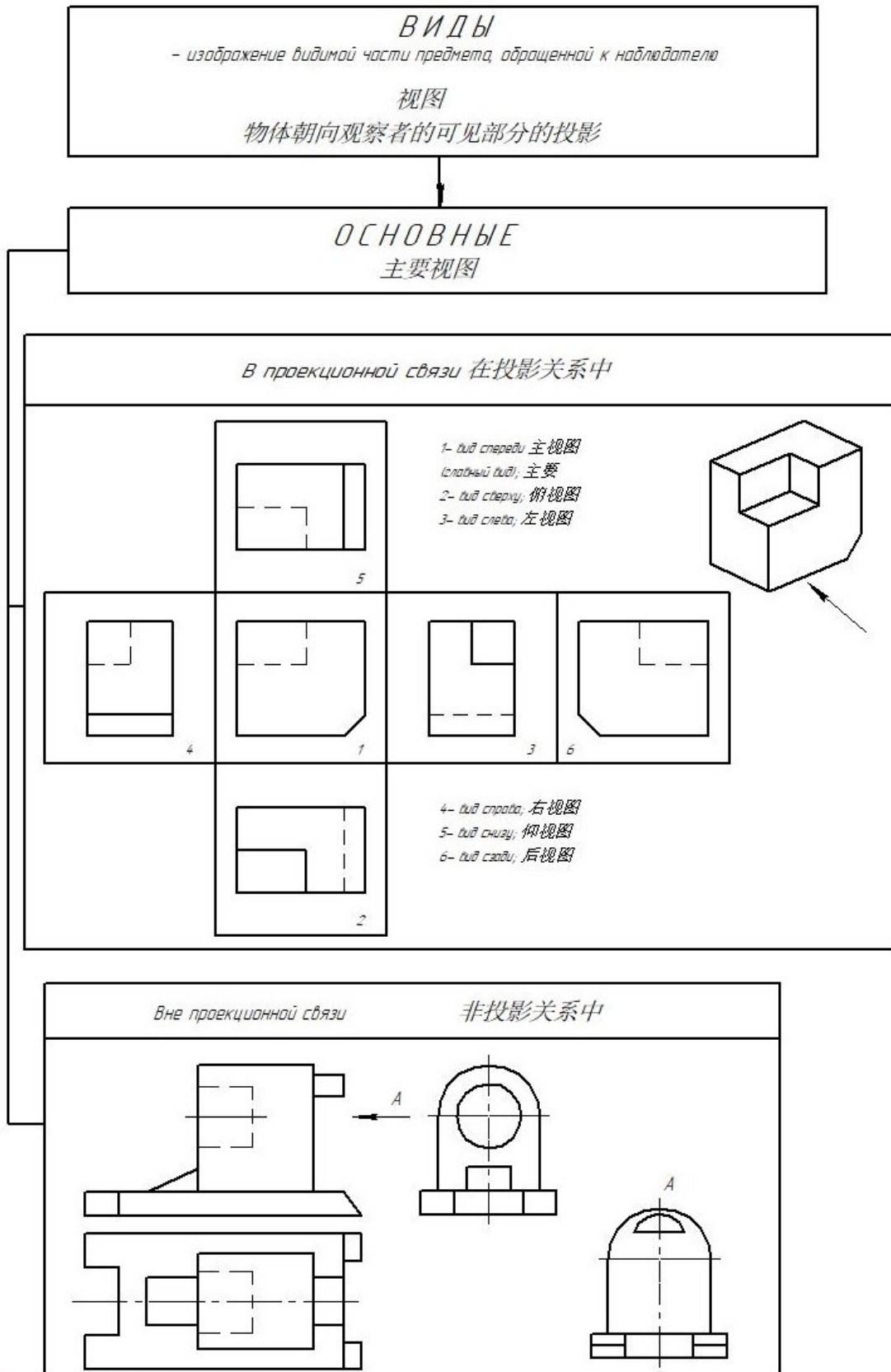
Блок-схема 39 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



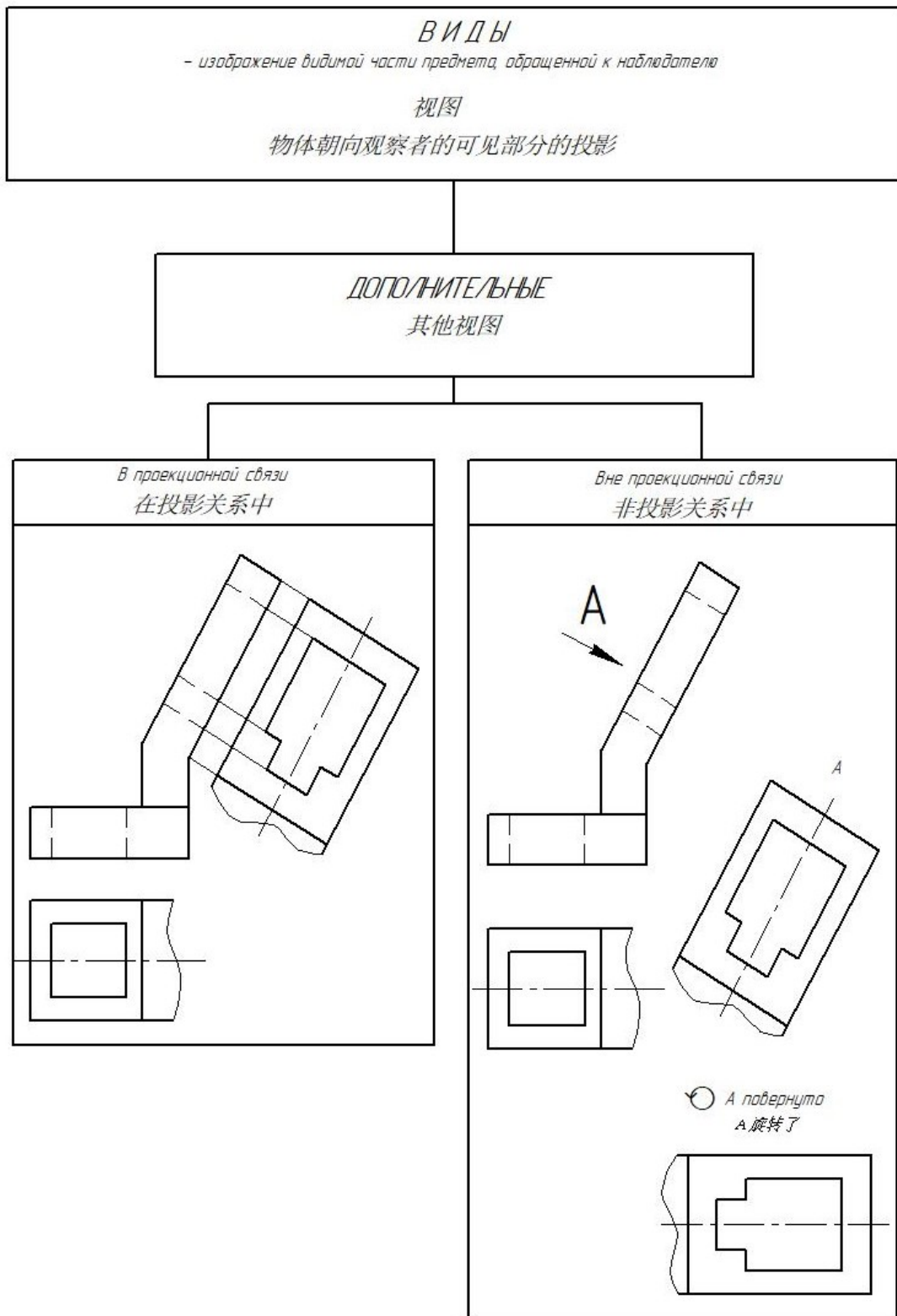
Блок-схема 40 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



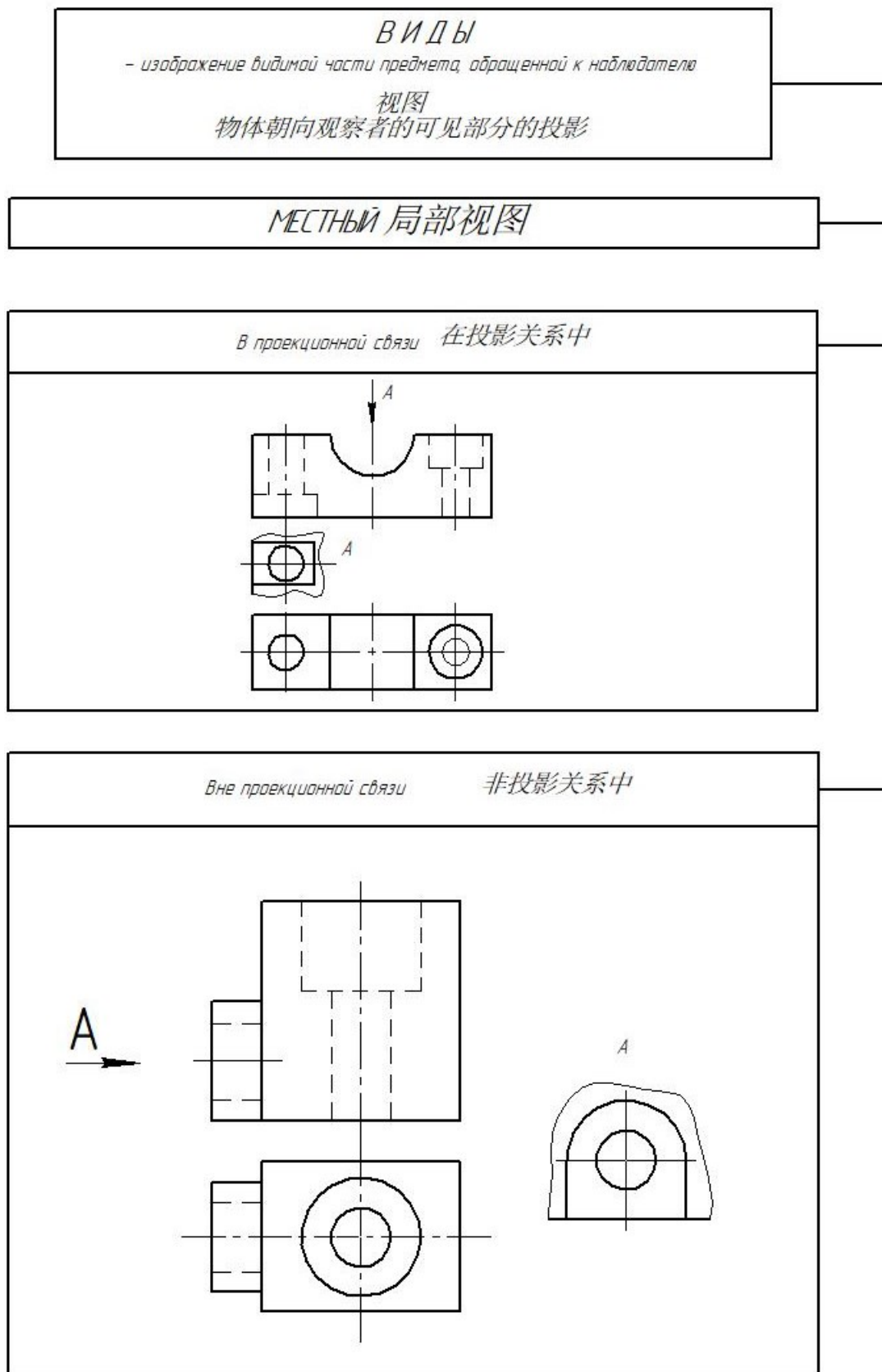
Блок-схема 41 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图



Блок-схема 42 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 43 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## Тема 19. РАЗРЕЗЫ. СЕЧЕНИЯ (ГОСТ 2.305-68)

### 剖视图、断面图 (ГОСТ 2.305-68)

Сечение	剖面
Секущая плоскость	剖面
Поперечный	横截面
Наложенное сечение	叠加剖面
Вынесенное	引出
Продолжение	延续
Разрыв	断裂
Разрез	切割, 剖面图
Углубление	加深
Внутренний	内部
Приём	方法
Выполненный	完成的
Сверху	从上
Ломанный	破碎的
Стена	墙
Ребро жесткость	加强筋(钢筋强度)
Форма	形状
Вдоль	沿着
Поперек	横过
Представление	概念
Сложный	复合的
Согласование	一致
Простой	简单的
Полный	完整的

Разрез — это изображение предмета, мысленно рассечённого одной или несколькими секущими плоскостями. На разрезе показывают то, что находится в секущей плоскости и что расположено за ней.

剖视图是机件被一个或多个剖切平面假想剖开后得到的图形。剖视图需要表达出剖切平面内部以及剖切平面后方的结构。

Некоторые особенности разрезов:

В зависимости от числа секущих плоскостей разрезы делят на простые (при одной секущей плоскости) и сложные (при нескольких секущих плоскостях).

剖视图的特点：按照剖切平面的数量，剖视图分为简单剖视图与复合剖视图。简单剖视图使用单个剖切平面，复合剖视图使用多个剖切平面。

В зависимости от положения секущей плоскости по отношению к горизонтальной плоскости проекций простые разрезы разделяют на вертикальные, горизонтальные и наклонные.

依据剖切平面相对于水平投影面的位置，简单剖视图分为垂直剖视图、水平剖视图与倾斜剖视图。

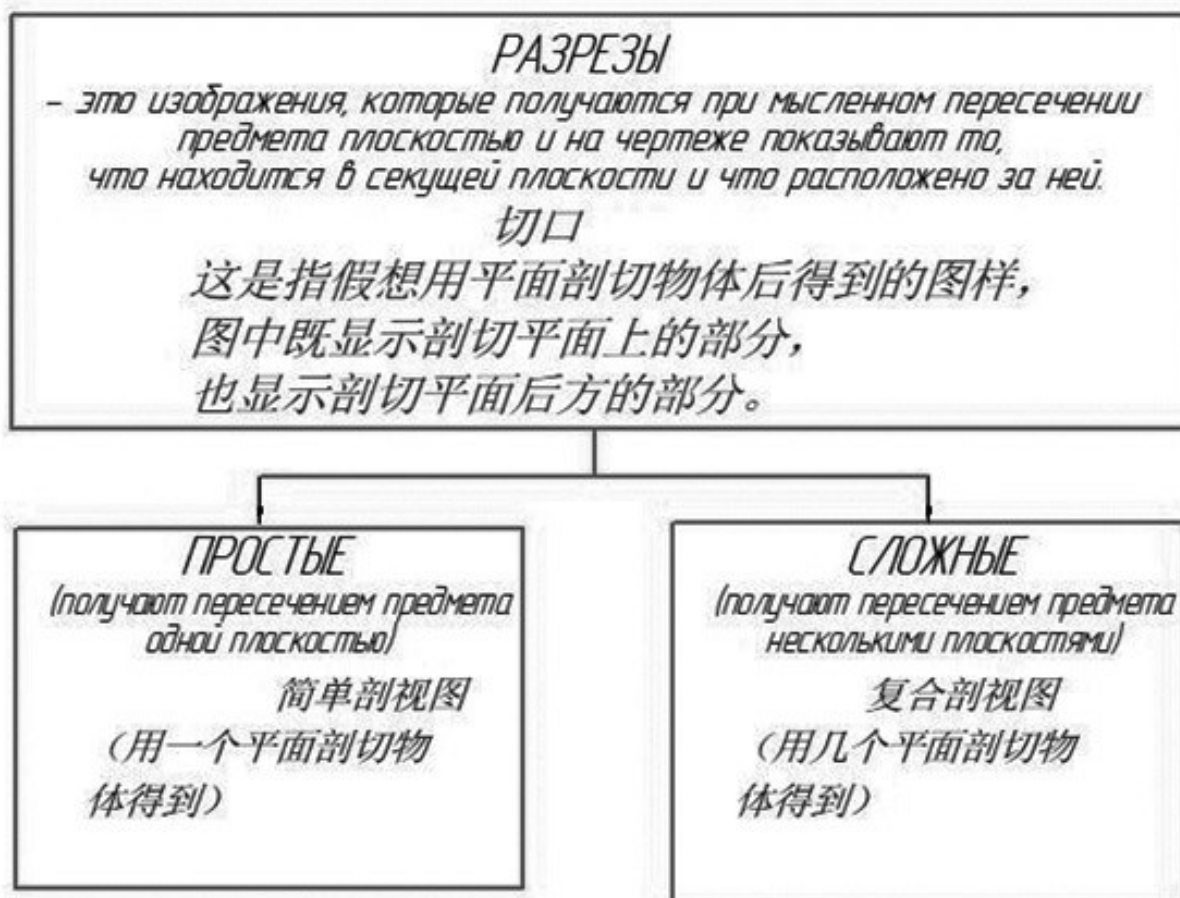
Сложные разрезы делятся на ступенчатые (образуются параллельными плоскостями, параллельными между собой) и ломаные (образуются пересекающимися плоскостями, где угол не равен 90 градусов).

复合剖视图分为阶梯剖视图与转折剖视图。阶梯剖视图由多个相互平行的剖切平面构成，转折剖视图由互不平行的剖切平面构成。

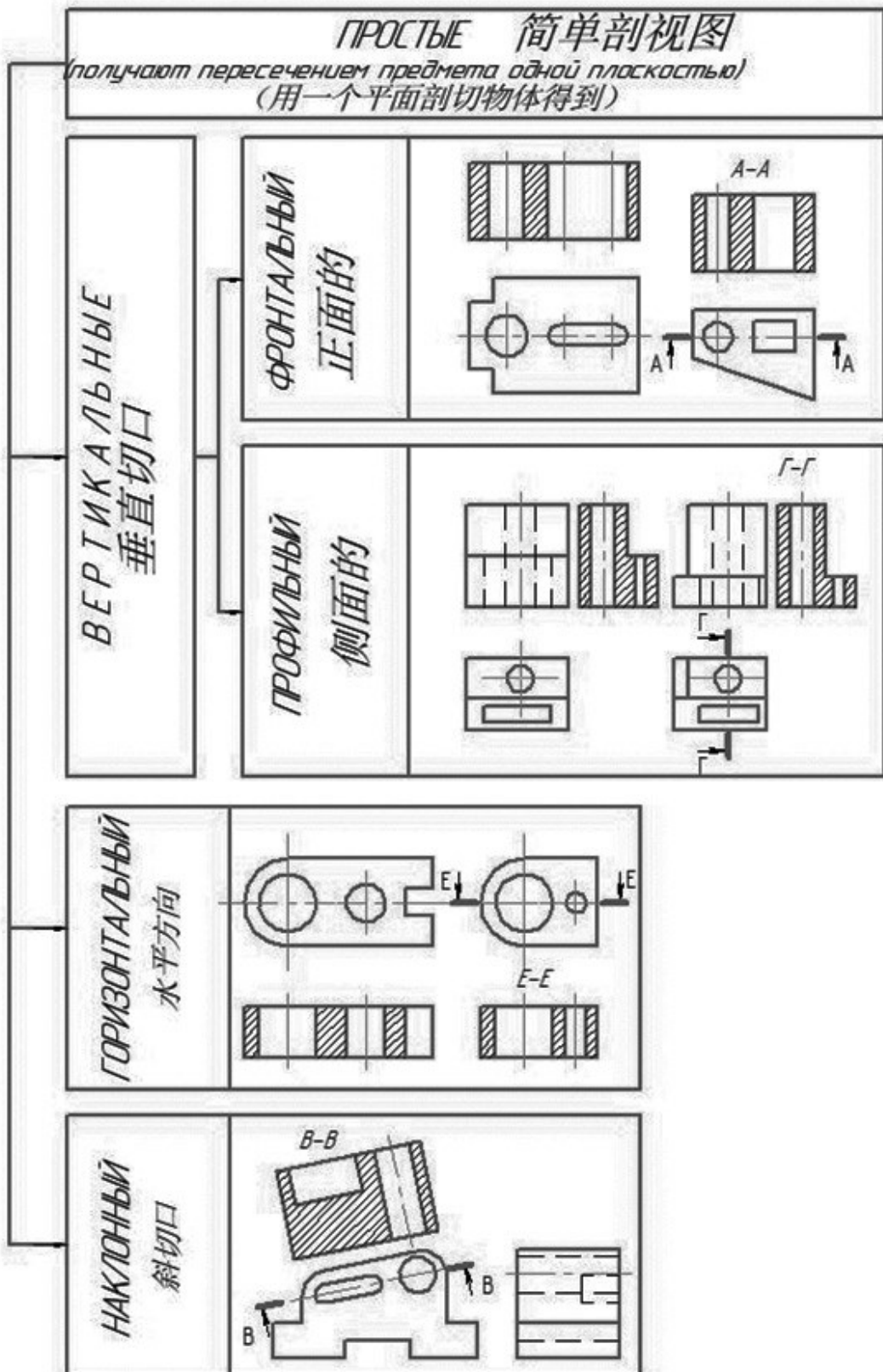
Местный разрез — необходим для для выяснения устройства детали в отдельном ограниченном месте, обозначают на виде кривой линией или линией с изломом.

局部剖视图用于表达零件局部位置的内部结构，在视图当中以波浪线或是断裂线作为边界。

Блок-схема 44 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



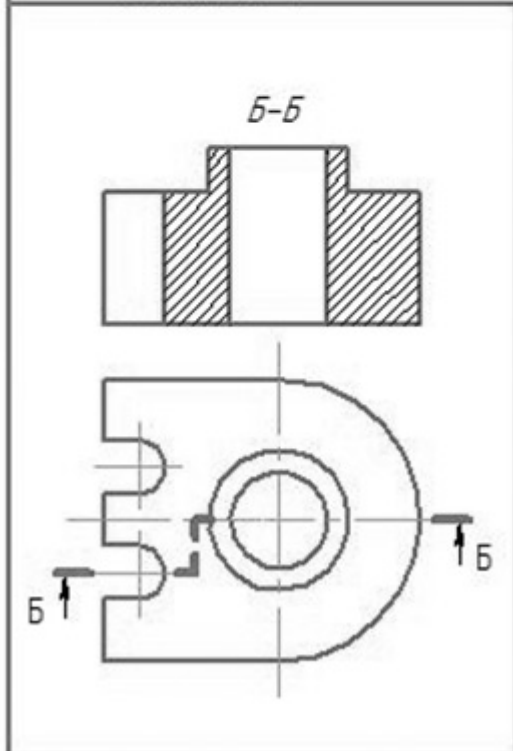
Блок-схема 45 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



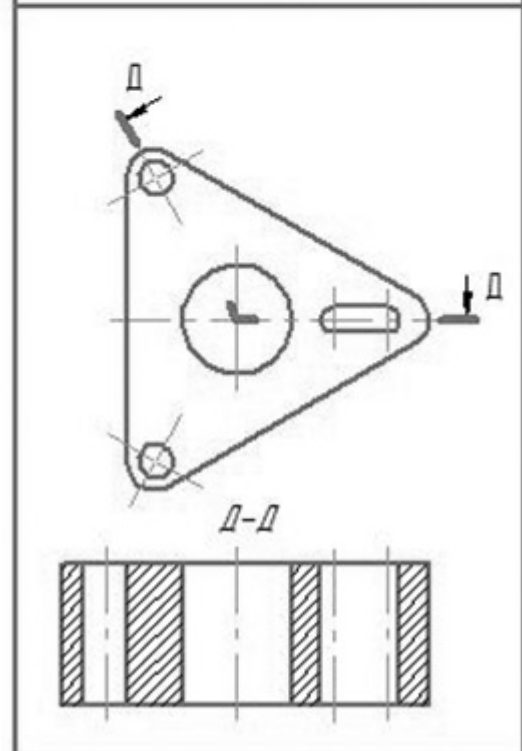
Блок-схема 46 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图

<p><b>СЛОЖНЫЕ</b> (получают пересечением предмета несколькими плоскостями)</p>	<p><b>复杂剖视图</b> (用几个平面剖切物体得到)</p>
--	---------------------------------------

**СТУПЕНЧАТЫЙ**  
(получают пересечением предмета  
параллельными плоскостями)  
**阶梯剖视图**  
(用几个相互平行的平面  
剖切物体得到)



**ЛОМАНЫЙ**  
(получают пересечением предмета  
пересекающимися плоскостями)  
**转折剖视图**  
(用几个相交平面剖  
切物体得到)



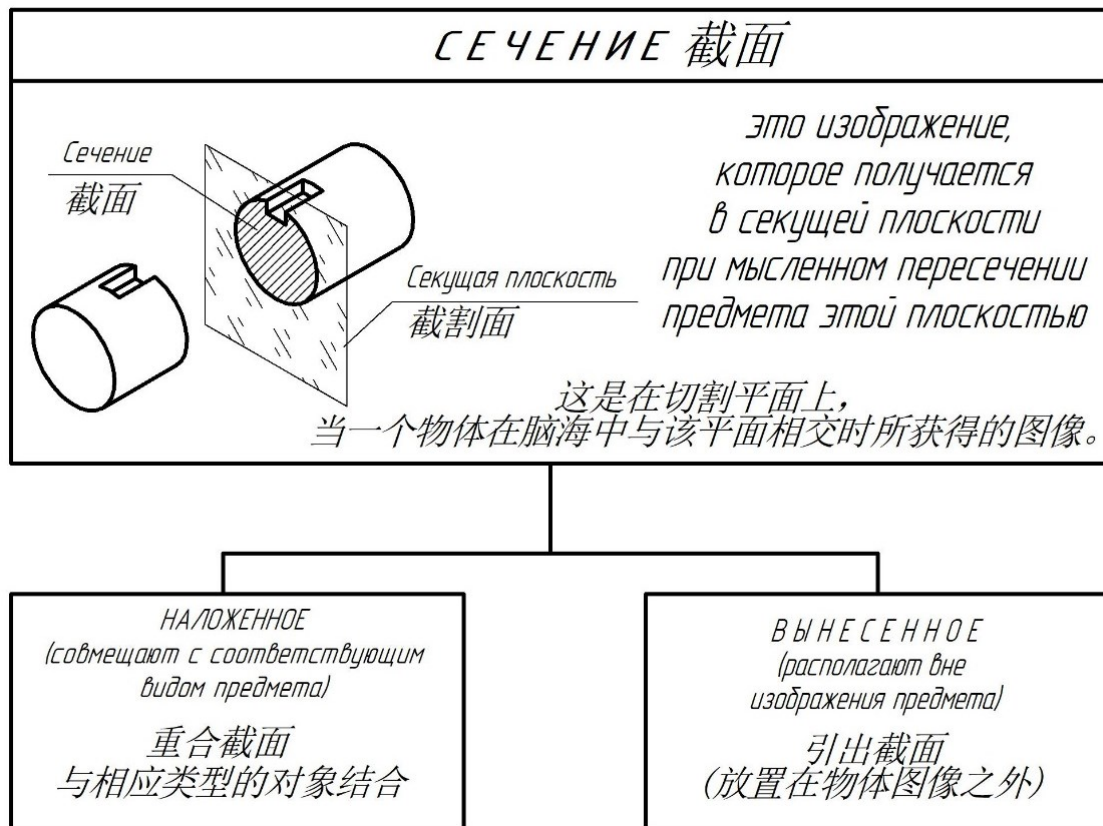
Сечение — это изображение фигуры, получающейся при мысленном рассечении предмета секущей плоскостью. На сечении показывают только ту фигуру, которая получается в секущей плоскости (исключение — цилиндрические отверстия).

断面图 断面图是机件被剖切平面假想截切后所得的图形。断面图仅绘制剖切平面截切出的轮廓，圆柱形孔洞是唯一例外。

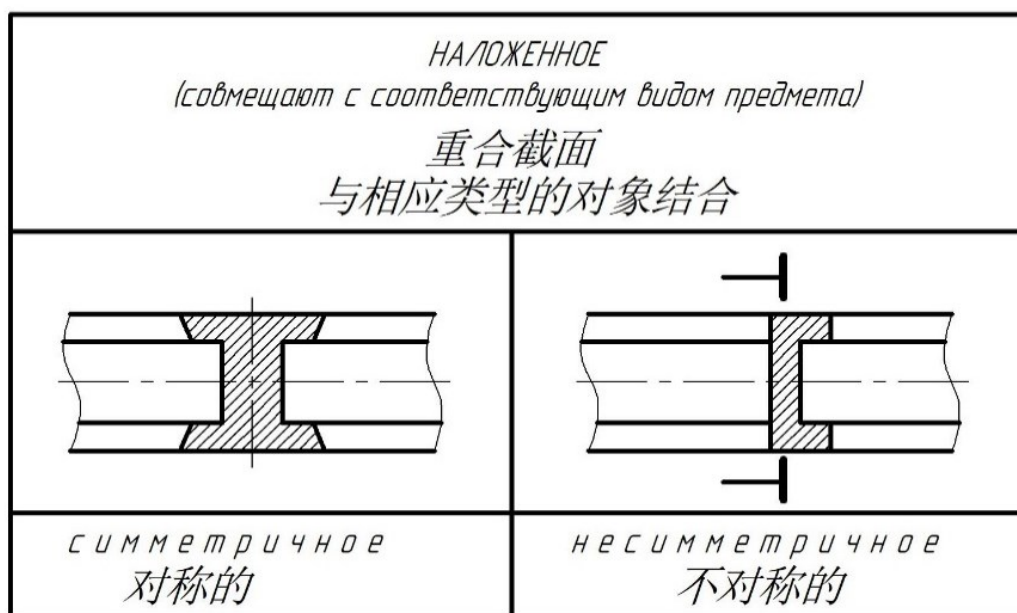
В зависимости от размещения относительно вида изображаемого предмета различают вынесенные (расположены вне контура изображений детали) и наложенные (расположены непосредственно на видах чертежа и именно там, где проходит секущая плоскость) сечения.

根据相对于零件视图的摆放位置，分为移出断面图与重合断面图。移出断面绘制在零件轮廓外侧，重合断面直接绘制在图纸剖切位置之上。

Блок-схема 47 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Блок-схема 48 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



Если секущая плоскость проходит через ось поверхности вращения, ограничивающей отверстие или углубление, то на фигуре сечения контур отверстия или углубления показывают полностью.

当剖切平面穿过孔、凹槽等回转结构的轴线时，断面图上需要完整绘制出孔洞与凹槽的轮廓。

Сечения наиболее часто применяют, чтобы показать поперечную форму предмета и форму отверстий, углублений, срезов и вырезов на поверхностях округлых деталей.

断面图多用于表达零件的横截面形状，以及回转零件表面的孔、凹槽、切口与开槽结构。

Таким образом, сечение — это часть разреза, но при этом оно может и не входить в состав разреза (в таком случае речь идёт о вынесенном сечении).

综上所述：断面图是剖视图的一部分，但移出断面可以独立存在，不属于剖视图。

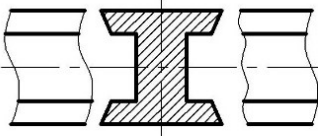
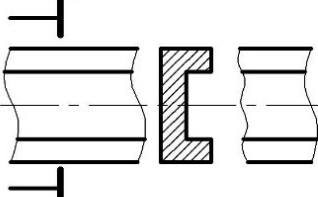
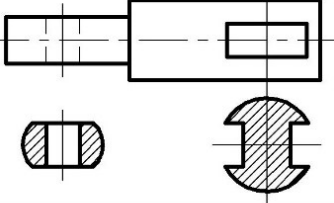
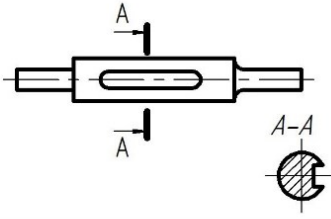
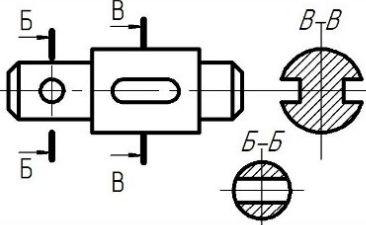
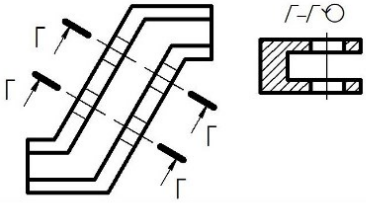
В зависимости от содержания, изображения делят на виды, разрезы и сечения. В случае симметрии детали, соединяют половину вида с половиной разреза. Этот материал рассмотрен в блок-схемах 41-50.

根据内容不同，图样分为视图、剖视图和断面图。

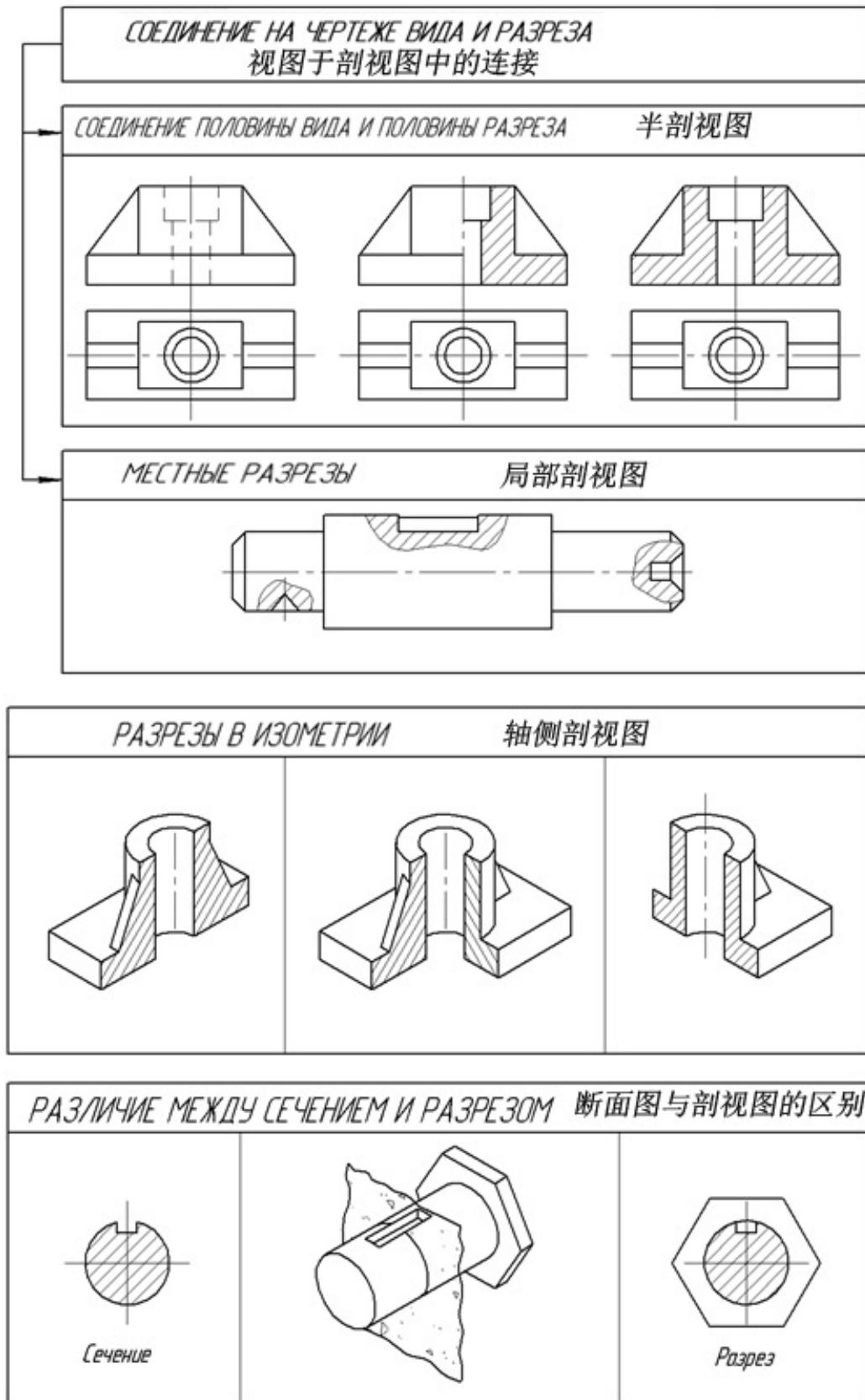
当零件具有对称性时，可将半个视图与半个剖视图结合绘制。

该内容见第 41-50 页图。

Блок-схема 49 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.

<p><i>ВЫНЕСЕННОЕ</i> (располагают вне изображения предмета) 引出截面 (放置在物体图像之外)</p>	
<p><i>в разрыве изображения</i> 在图像间隙中</p>	
	
<p><i>симметричное</i> 对称的</p>	<p><i>несимметричное</i> 不对称的</p>
<p><i>в продолжении следа секущей плоскости</i> 沿切割平面的轨迹继续</p>	
	
<p><i>симметричное</i> 对称的</p>	<p><i>несимметричное</i> 不对称的</p>
<p><i>на свободном поле чертежа</i> 在绘画的自由区域</p>	
	
<p><i>фигуры сечения разные</i> 不同的横截面图形</p>	<p><i>фигуры сечения одинаковые</i> 横截面图形完全相同。</p>

Блок-схема 50 для запоминания иностранными студентами  
留学生记忆框架图.



## Тема 20. ТЕСТЫ

### 测试

#### 20.1. Масштабы. Нанесение размеров

#### 主题. 比例. 尺寸标注

1. Надо выполнить чертеж какого-то предмета в уменьшенном масштабе.

Какой из перечисленных масштабов не предусмотрен стандартом?

需要按缩小比例绘制某一物体的图纸。所列比例中哪一个不符合标准规定？

1:2

1:3

1:5

2. Даны масштабы: 1:2 и 2:1.

Какой из них является масштабом увеличения?

给出的比例有 1:2 和 2:1。其中哪一个是放大比例？

1) 2:1

2) 1:2

3. Указать правильный ответ:

Формат с размерами сторон 420 x 297 по ГОСТ 2.301-68 обозначают

请指出正确答案：

根据 ГОСТ 2.301-68，尺寸为 420×297 的图纸格式标准名称是 A3。

1 A1

2 A2

3 A3

4 A4

4. Указать правильный ответ:

ГОСТ 2.302-68 не допускает масштаб

请指出正确答案：

按照 ГОСТ 2.302-68，该比例不被允许。

1 1:1

2 1:3

3 2,5:1

4 1:1000

5. На каком чертеже размеры проставлены в соответствии с требованиями ГОСТ 2.307—68

哪张图纸的尺寸标注符合 ГОСТ 2.307—68 标准的要求？

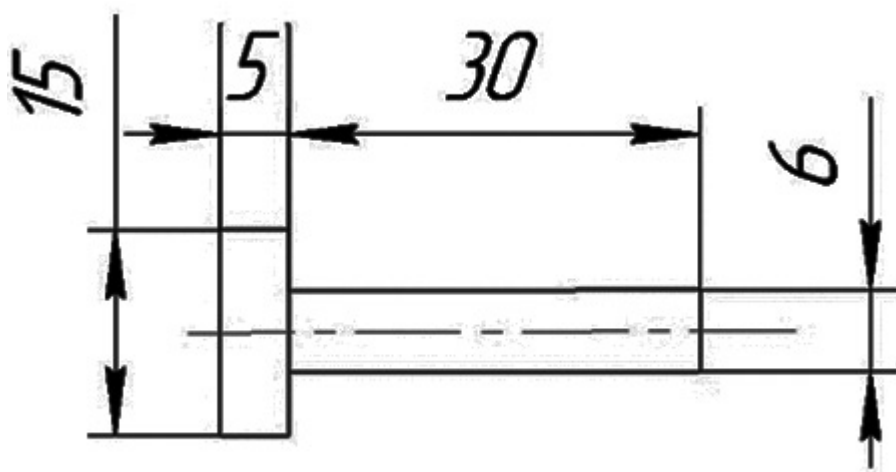


Рис.1

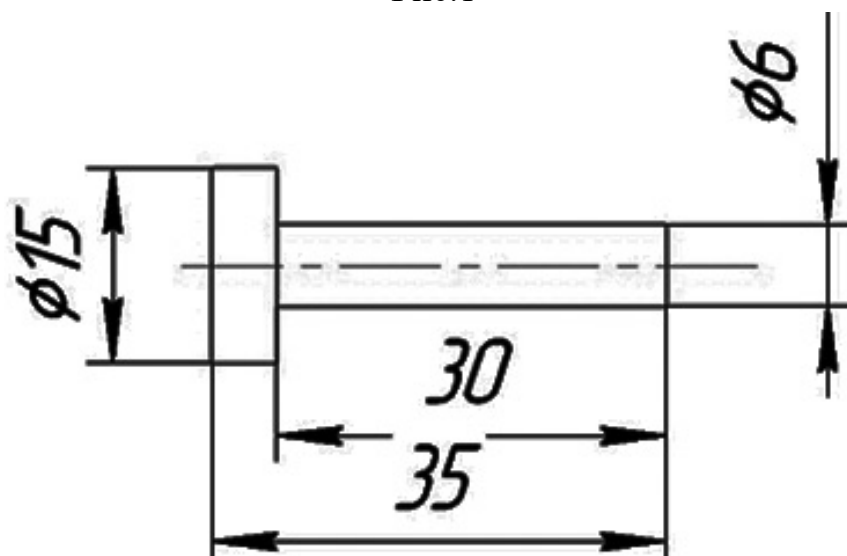
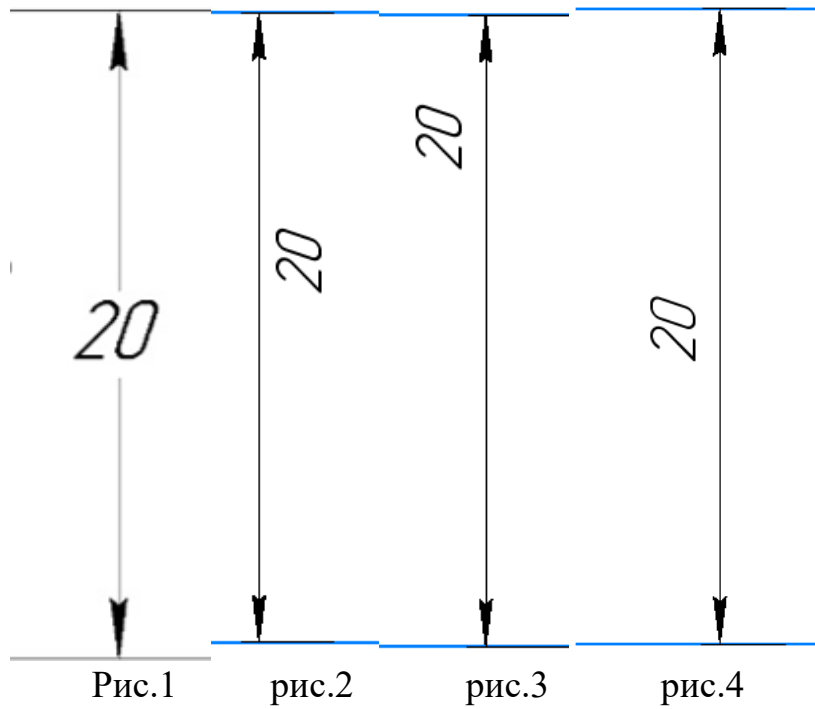


Рис.2

- 1. 2
- 2. 1

6. На каком рисунке размерное число нанесено правильно?

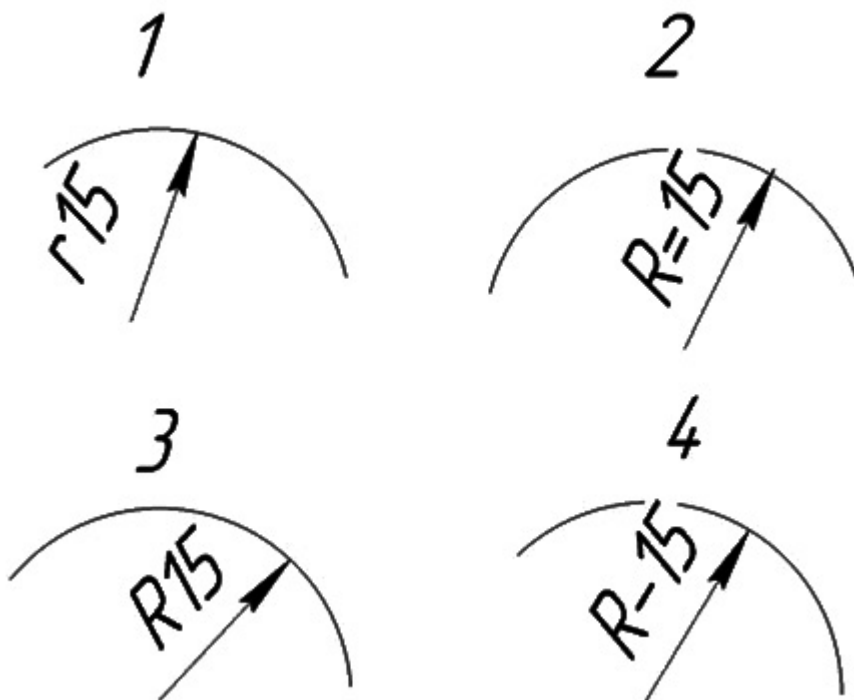
哪张图纸上的尺寸数字标注正确？



1. 1
2. 2
3. 4
4. 3

7. На каком рисунке размер радиуса дуги проставлен правильно?

哪幅图样中圆弧半径的尺寸标注是正确的？



1. 2
2. 3
3. 4
4. 1

8. На чертеже, выполненном в масштабе, надо нанести размеры.

Какая должна быть величина размеров?

需在按某比例绘制的图纸上标注尺寸。尺寸数值应为多少?

- 1) Натуральная величина
- 2) Соответственно изображению
9. Масштаб чертежа 2:1.

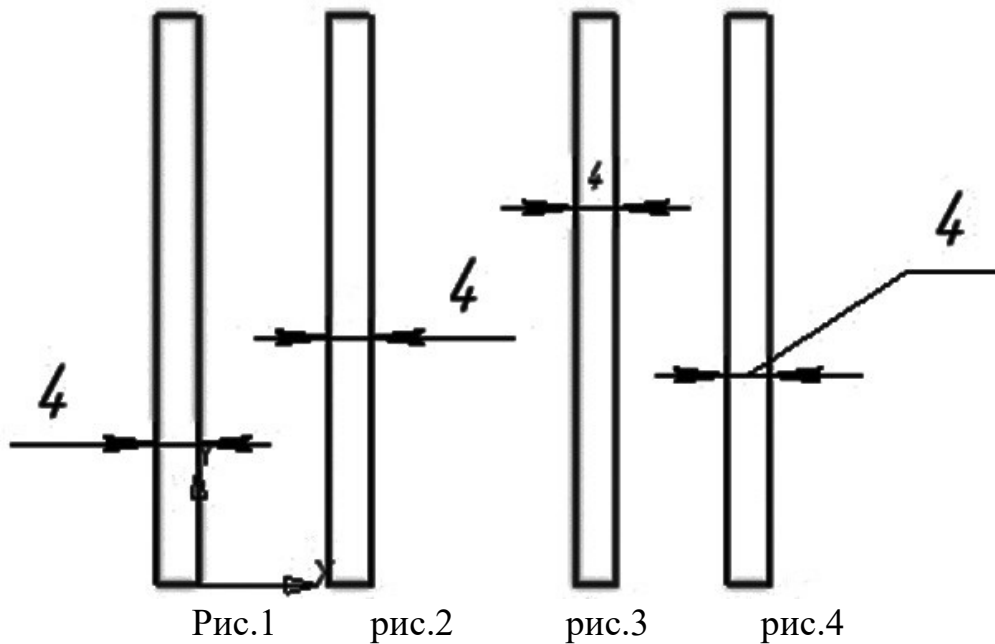
Увеличено или уменьшено изображение предмета?

图纸比例为 2:1。物体的图形是放大还是缩小?

- 1) Увеличено
- 2) Уменьшено

10. На каком рисунке неправильно нанесен размер?

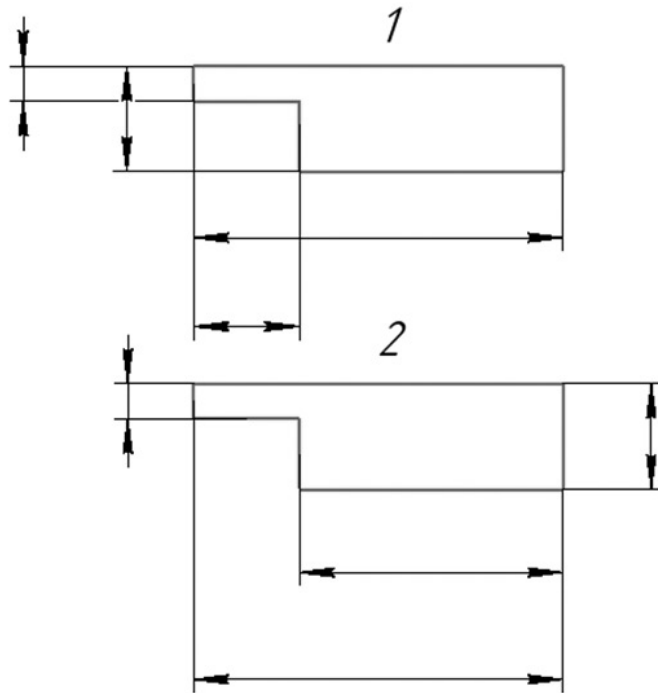
哪幅图样中的尺寸标注存在错误?



1. 4
2. 3
3. 1
4. 2

11. На каком рисунке выносные и размерные линии нанесены правильно?

哪幅图样中的引出线和尺寸线标注正确？

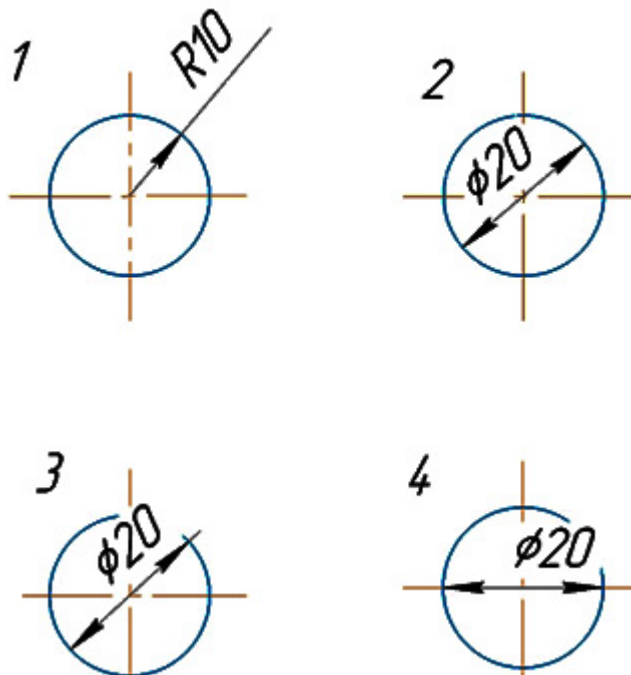


1. 2

2. 1

12. На каком рисунке размер диаметра окружности нанесен правильно?

哪幅图样中圆的直径标注是正确的？



1. 3
2. 1
3. 2
4. 3

13. На машиностроительном чертеже требуется нанести размеры. В каких единицах измерения задаются на чертеже линейные размеры?

在机械工程图纸上需要标注尺寸。图纸上的线性尺寸以什么单位标注？

1. мм
2. см
3. дм
4. м

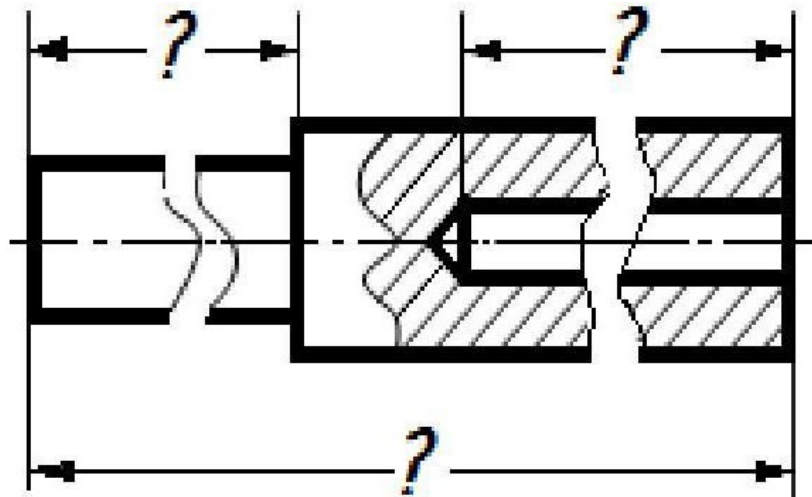
14. Указать правильный ответ

При нанесении размеров на детали, изображённой с разрывом, размерную линию

请指出正确答案

对带有断裂（剖断）画法的零件标注尺寸时，尺寸线应\_\_\_\_\_

。



нужно прерывать

нельзя прерывать

15. Указать правильный ответ

При нанесении размеров ближайшую к контуру детали размерную линию проводят на расстоянии не менее

指出正确答案

标注尺寸时，距零件轮廓最近的尺寸线，绘制距离不得小于 \*\*  
(标准规定数值)

Ответ

回答

5 мм

7 мм

10 мм

стандарт не предусматривает ограничения

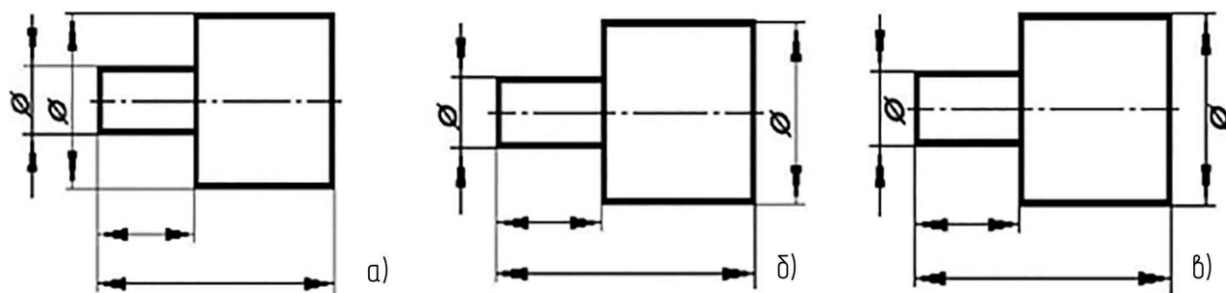
标准未规定相关限制。

16. Указать правильный ответ

Отметить чертёж, на котором размеры детали нанесены в соответствии с требованиями ГОСТ 2.307-2011

指出正确答案

标记出符合 ГОСТ 2.307-2018 标准要求，零件尺寸标注规范的图纸。

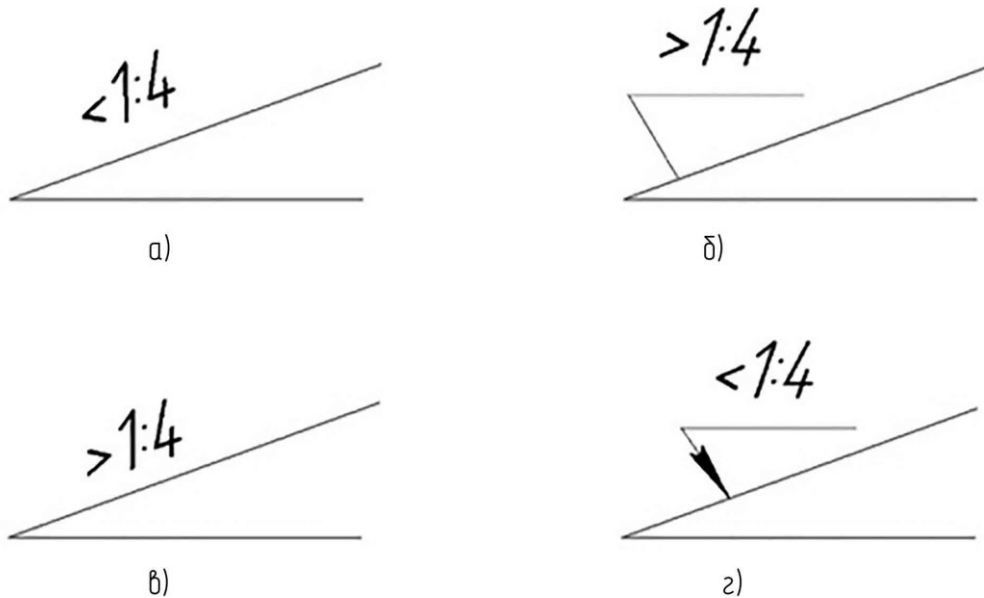


1. а
2. б
3. в

**20.2. Геометрические построения и приемы вычерчивания контуров технических деталей**

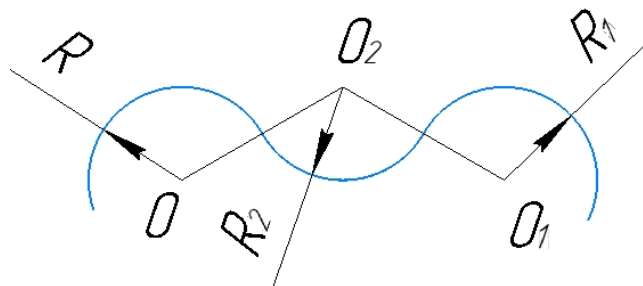
**几何作图与机械零件轮廓的绘制方法**

1. На каком рисунке правильно обозначена величина уклона?  
哪个图样中斜度数值标注正确?

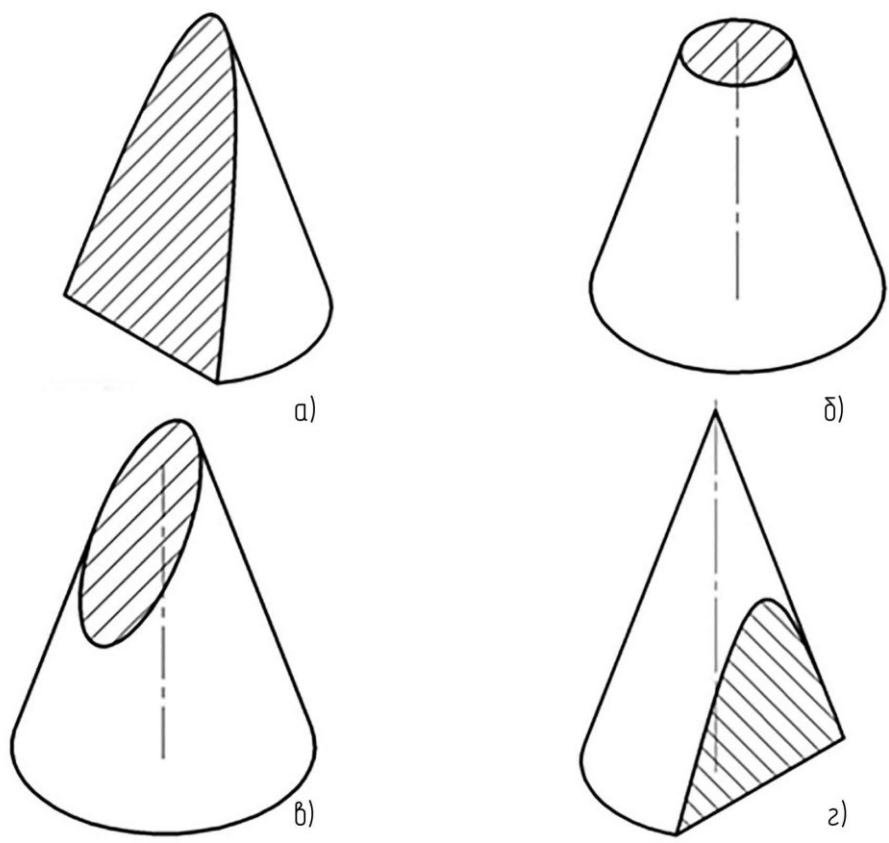


1. а
2. б
3. в
4. г

2. Как называется сопряжение дуг, выполненное на рисунке?  
图中绘制的圆弧连接（共轭 / 衔接）被称为什么？



1. Внешнее
  2. Внутреннее
3. На каком рисунке кривая, ограничивающая сечение конуса, представляет собой гиперболу?  
在哪个图样中，限制截面轮廓的曲线为双曲线？



1. а
2. б
3. в
4. г

4. Как называется кривая, ограничивающая сечение на рис. 1?  
 图 1 截面边界的曲线叫什么?

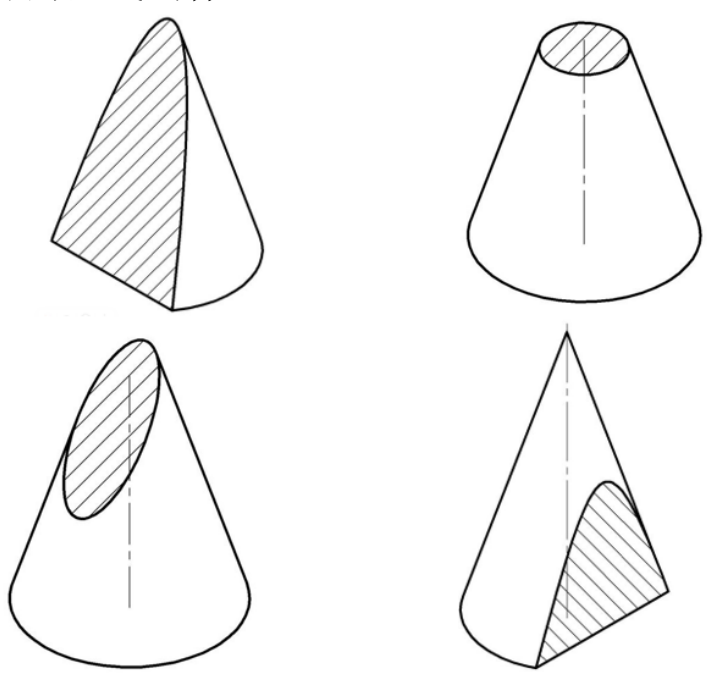
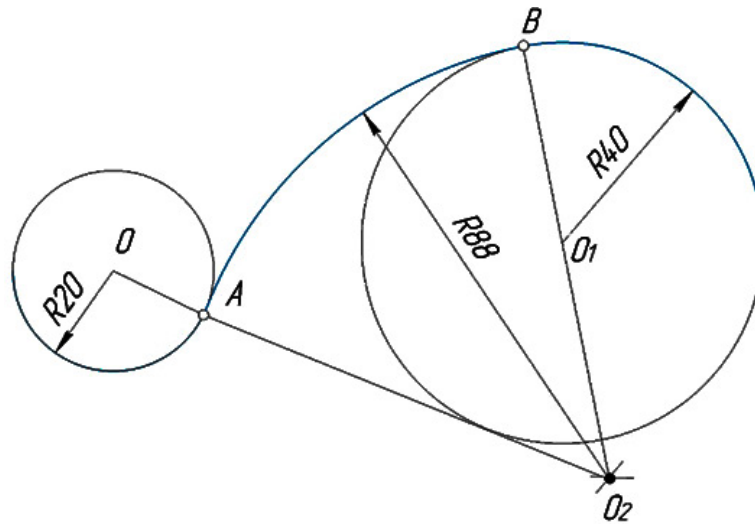


Рис. 1

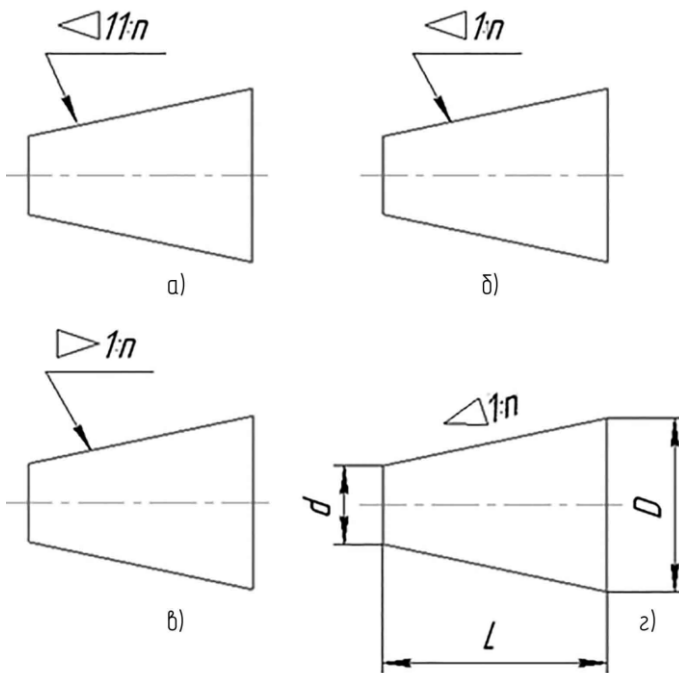
5. Эллипс
6. Парабола
7. Гипербола
8. Окружность

5. Как называется сопряжение дуг, изображенное на рисунке?  
 图中绘制的圆弧连接被称为什么？



1. Внешнее
2. Внутреннее
3. Смешанное

6. На каком - рисунке правильно обозначена конусность?  
 在哪张图纸上，锥度的标注是正确的？



1. a



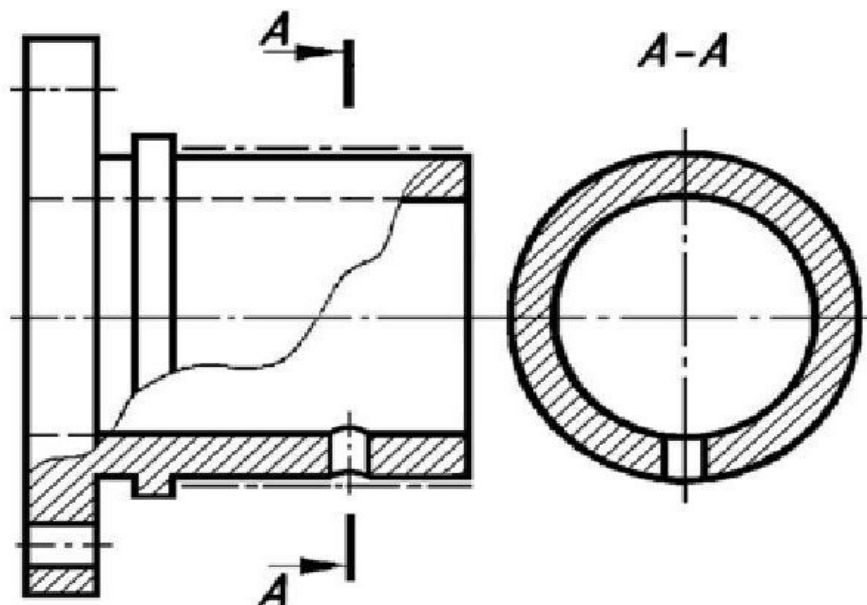
### 20.3. Разрезы. Сечения

#### 切口。横截面

1. Указать правильный ответ:

На данном чертеже сплошная тонкая линия используется для изображения линии

请指出正确答案：在该图纸中，细实线被用于绘制线条。

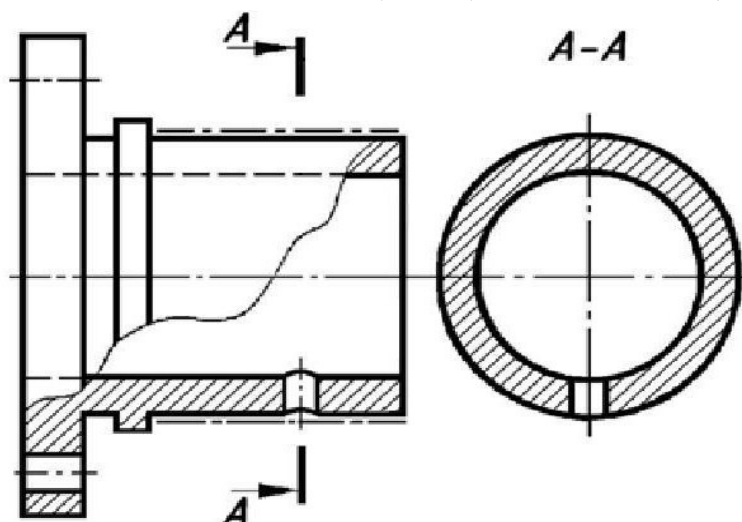


- 1 невидимого контура
- 2 разграничения вида и разреза
- 3 сечения
- 4 штриховки

2. Указать правильный ответ:

На данном чертеже штриховая линия используется для изображения линии

请指出正确答案：在该图纸中，虚线被用于绘制线条。

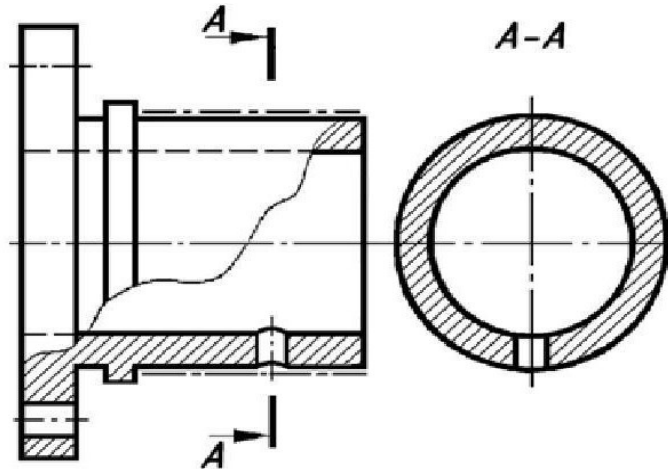


1. невидимого контура
2. разграничения вида и разреза
3. сечения
4. видимого контура

3. Указать правильный ответ:

На данном чертеже сплошная толстая линия используется для изображения линии:

请指出正确答案：在该图纸中，粗实线被用于绘制线条。

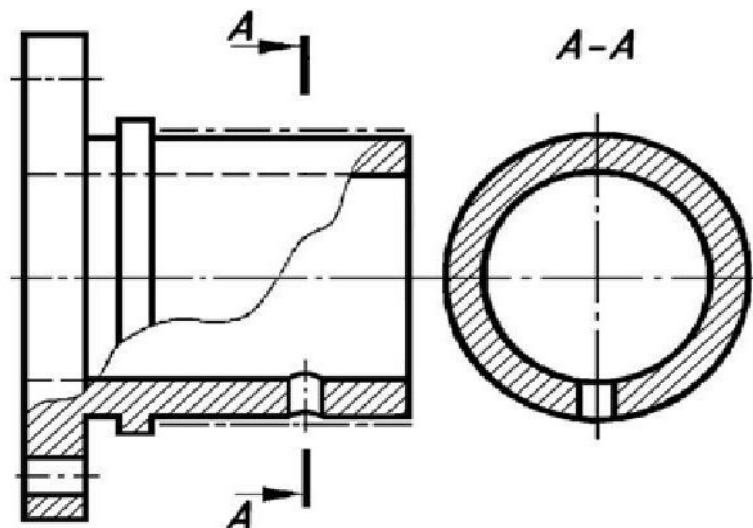


1. невидимого контура
2. разграничения вида и разреза
3. видимого контура
4. сечения

4. Указать правильный ответ:

На данном чертеже волнистая тонкая линия используется для изображения линии

指出正确答案：在该图纸中，细波浪线用于表示断裂线（截断线）。



1. невидимого контура
2. разграничения вида и разреза
3. сечения
4. штриховки

5. Какой разрез выполнен на рисунке 1  
выберите правильный ответ

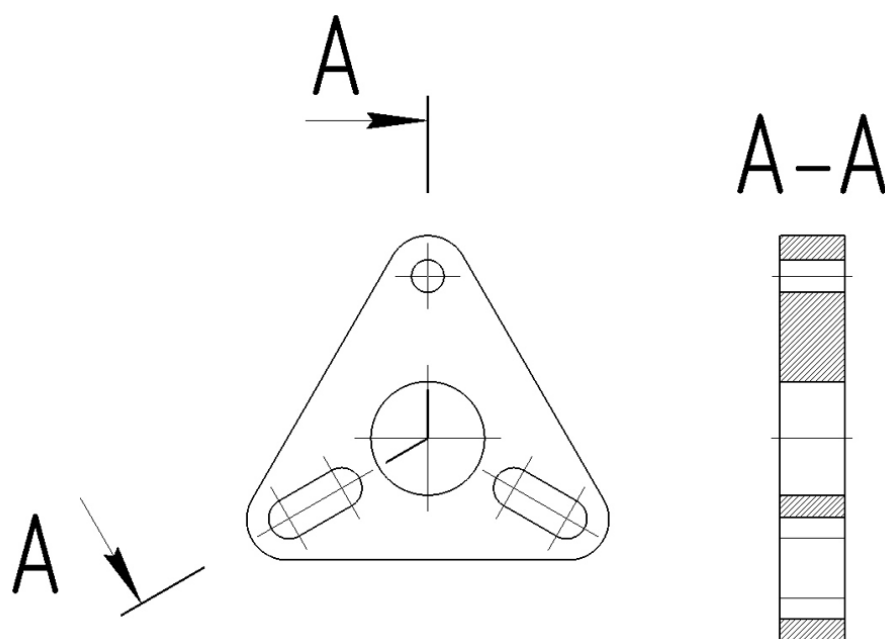


Рис.1

1. на рисунке выполнен ступенчатый разрез
2. на рисунке выполнен ломаный разрез
3. на рисунке выполнен простой разрез
4. на рисунке выполнен профильный разрез

#### 20.4. Изображения. Виды

##### 图像。种类

1. Прямые линии чертежа обводятся карандашом ТМ. Какой графитный стержень надо поставить в циркуль, чтобы линии были одинакового черного цвета?

图纸上的直线用 ТМ 铅笔描边。需要在圆规中装入哪种石墨笔芯，才能使线条颜色一致（呈相同的黑色）？

1. ТМ
2. Т
3. М
4. 2Т

2. Имеются карандаши марок: Т, 2Т, 3Т и ТМ

Какой из карандашей самый твердый?

铅笔型号有：Т、2Т、3Т和ТМ。哪种铅笔的笔芯最硬？

- 1 Т
- 2 2Т
- 3 3Т
- 4 ТМ

3. Имеется два угольника, лист бумаги и карандаш. Можно ли с помощью этих принадлежностей проводить линии параллельные и взаимно перпендикулярные?

现有两个三角板、一张纸和一支铅笔，能否用这些工具画出平行线以及互相垂直的线？

- 1 Можно
- 2 Нельзя

4. Между штрихами штриховой линии нужно выдерживать расстояние?

Указать правильный ответ

绘制剖面线时，相邻线条之间必须保持间距吗？

请指出正确答案。

Ответ:

回答:

1. от 1 до 2 мм
2. от 3 до 5 мм
3. от 3 до 4 мм

5. Указать правильный ответ

Слово «деталь» написано шрифтом номер

指出正确答案：单词“деталь（零件）”使用几号字体书写



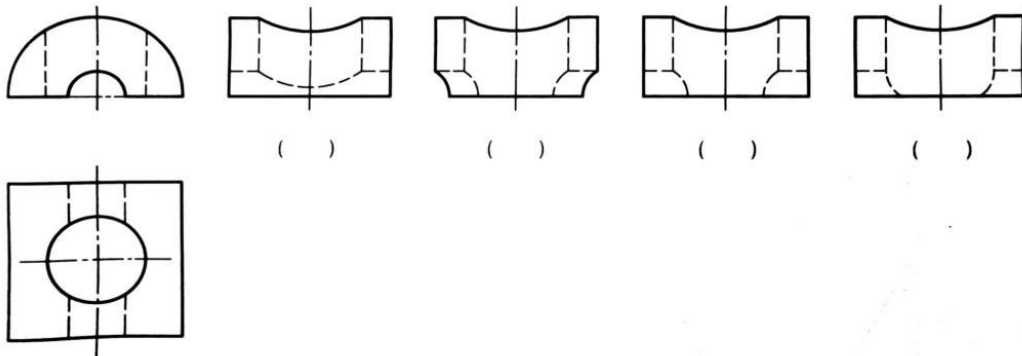
Ответ

回答

2. 3,5
3. 5
4. 7
5. 10
6. 14

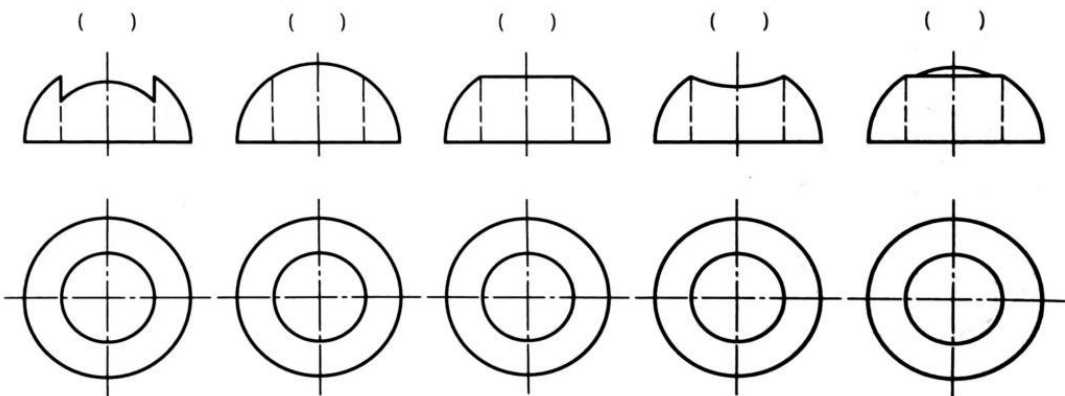
6. Выбрать правильный левый вид и поставить знак «√» в соответствующей скобке.

选择正确的左视图，并在相应的括号内画“√”



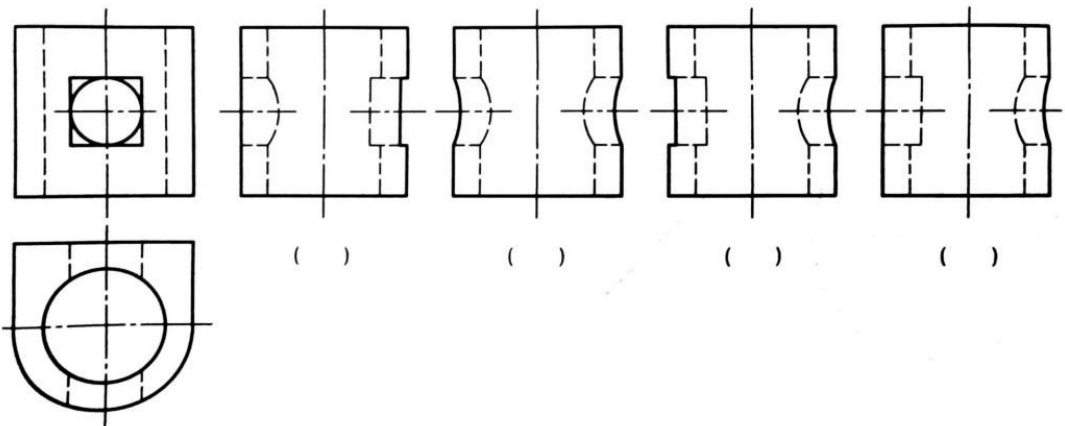
Выбрать правильную группу из пяти наборов рисунков и поставить знак «√» в соответствующей скобке.

在下列五组图形中选择正确的一组，并在相应的括号内画“√”。



7. Выбрать правильный левый вид и поставить знак «√» в соответствующей скобке.

选择正确的左视图，并在相应的括号内画“√”

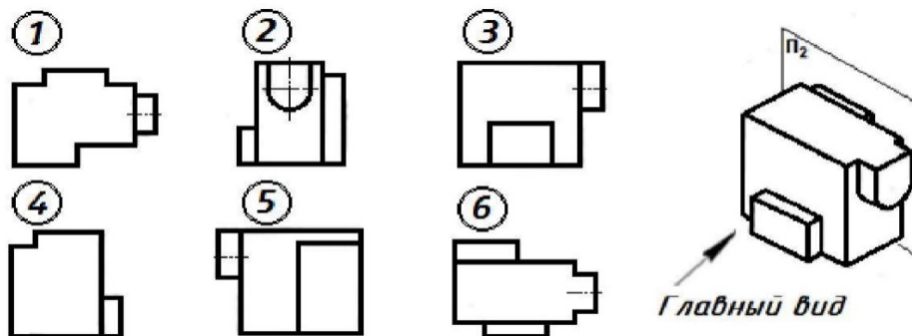


8. Установить соответствие

По заданным видам определить название каждого вида согласно проекционной связи:

建立对应关系

根据给定的视图，确定每个视图的名称依据投影关联关系：



1. главный вид
2. вид слева
3. вид сверху
4. вид справа вид сзади вид снизу

9. Указать правильный ответ

指出正确答案

Для комплексного чертежа данной детали на рисунке 1, указать изображение, где правильно выполнен профильный разрез

针对图 1 中零件的综合视图，指出正确绘制剖面剖切的视图。

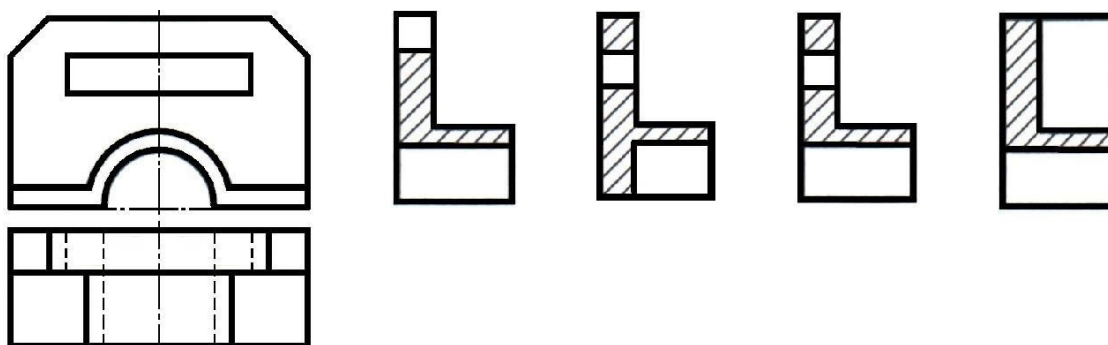


Рис.1

рис.2

рис.3

рис.4

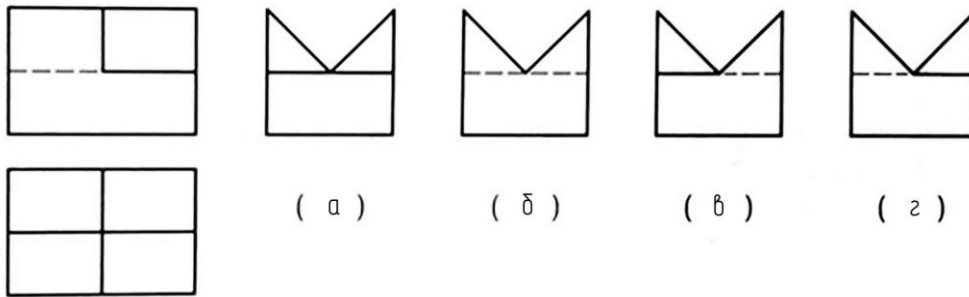
рис.5

Ответ:

回答:

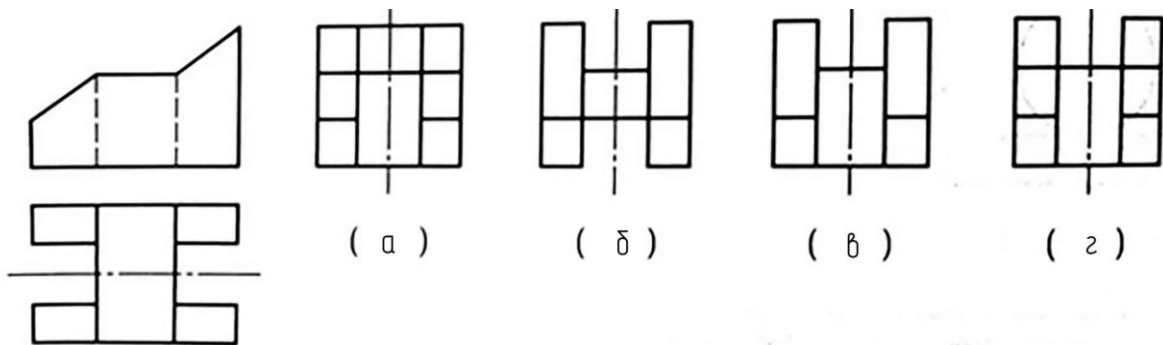
1. Рисунок 3
2. рисунок 4
3. рисунок 1
4. рисунок 2

10. Выбрать правильный левый вид.  
选择正确的左视图



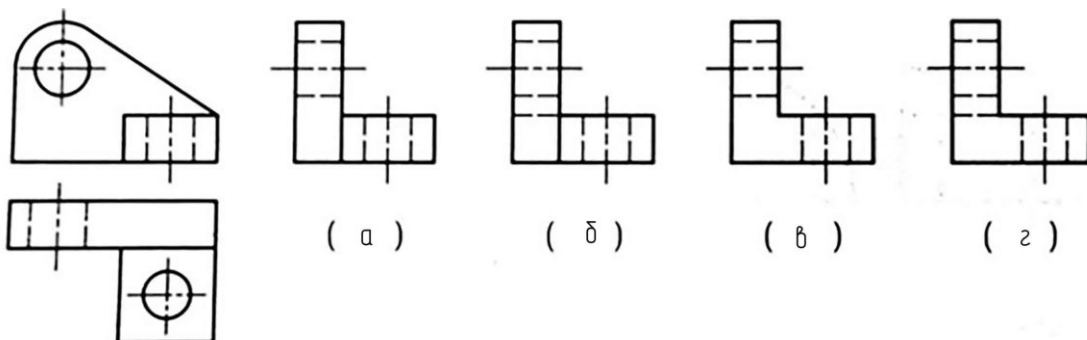
1. а
2. б
3. в
4. г

11. Выбрать правильный левый вид.  
选择正确的左视图。



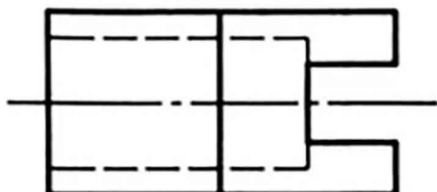
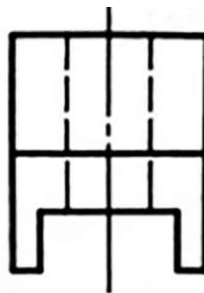
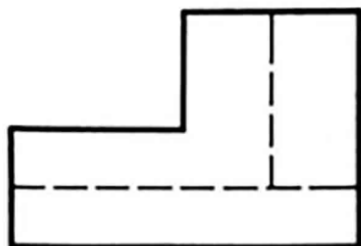
1. а
2. б
3. в
4. г

12. Выбрать правильный левый вид.  
选择正确的左视图。

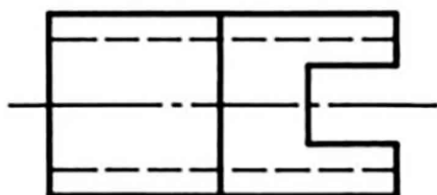


1. а
2. б
3. в
4. г

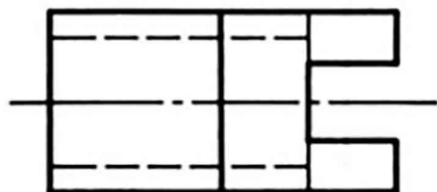
13. Выбрать правильный вид сверху.  
选择正确的俯视图。



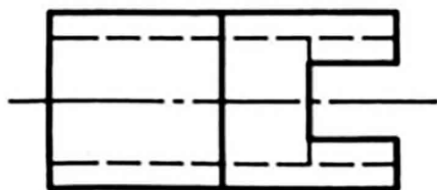
( а )



( б )



( в )

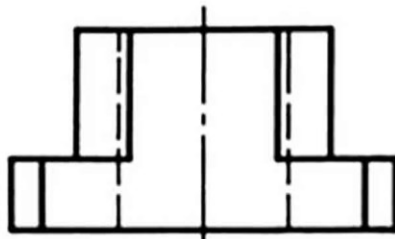


( г )

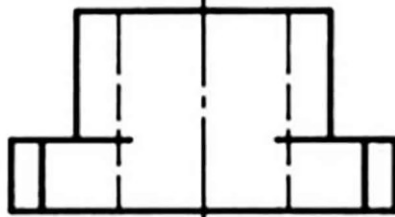
1. а
2. б
3. в
4. г

14. Выбрать правильный главный вид.  
选择正确的主视图。

( а )



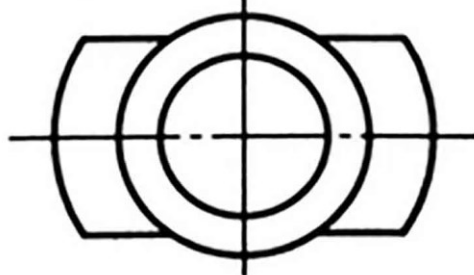
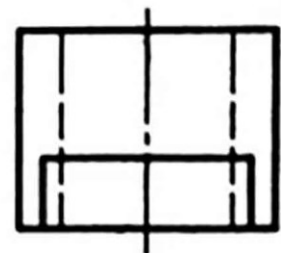
( б )



( в )



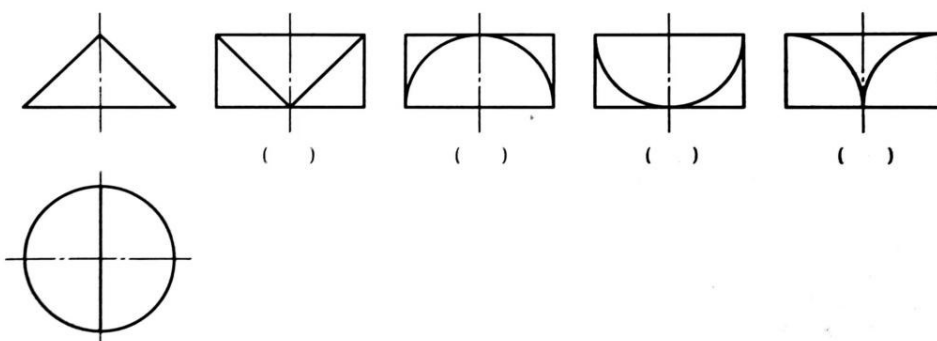
( г )



1. а
2. б
3. в
4. г

15. Выбрать правильный левый вид и поставить знак «√» в соответствующей скобке.

选择正确的左视图，并在相应的括号内画“√”



16. Указать правильный ответ

指出正确答案

Отметить чертёж, где соединение половины вида с половиной разреза для данной детали выполнено правильно

标注出图纸，在该图纸中，对于给定零件，视图的一半与剖视图的一半的衔接画法符合规范要求。

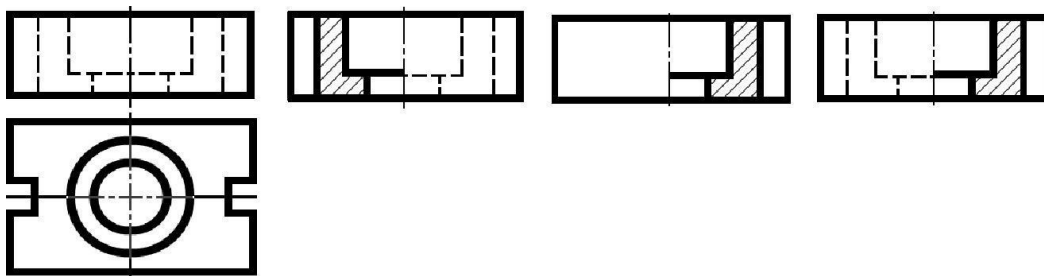


Рис.1

рис.2

рис.3

Ответ

回答

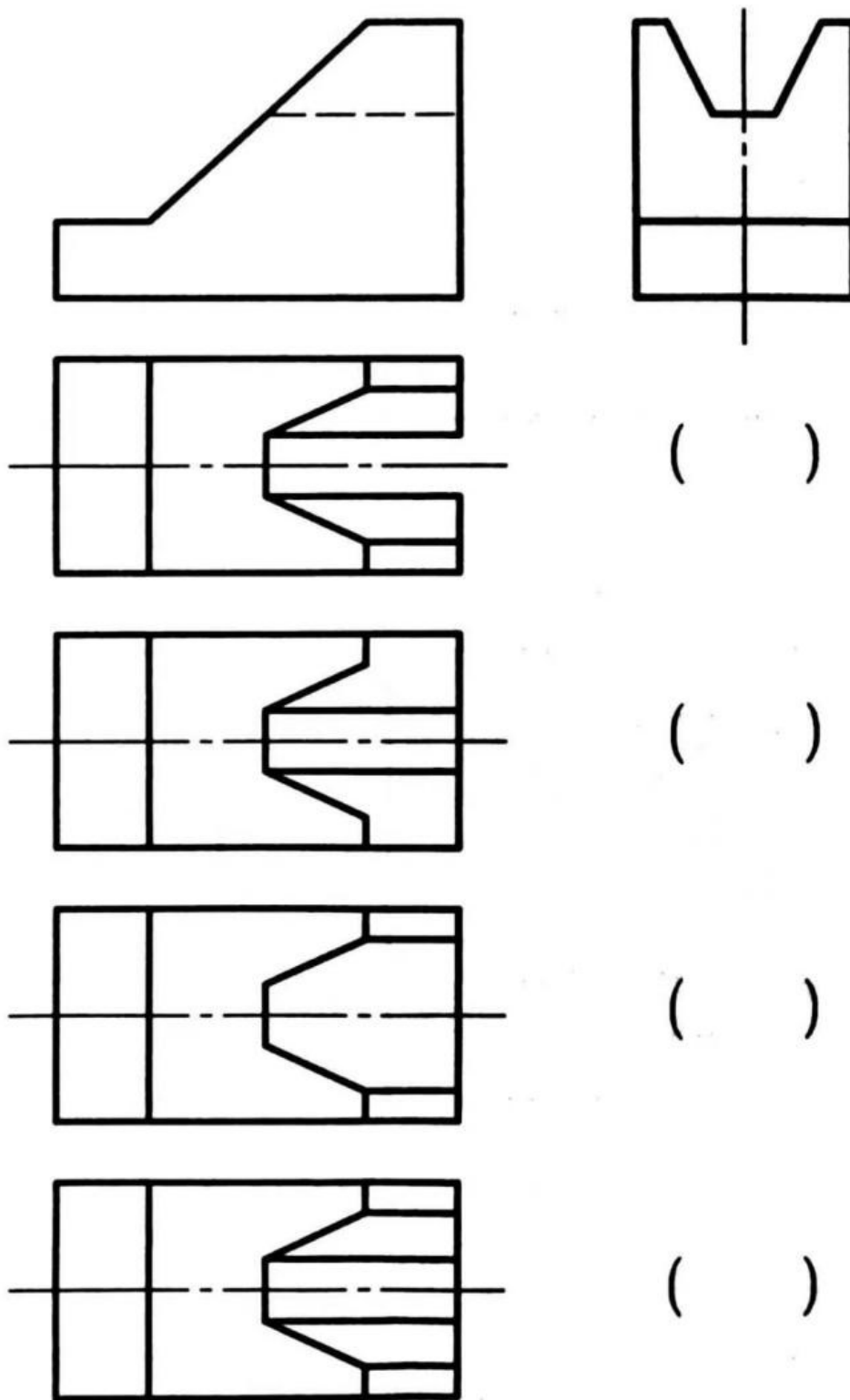
1. рис.2

2. рис.1

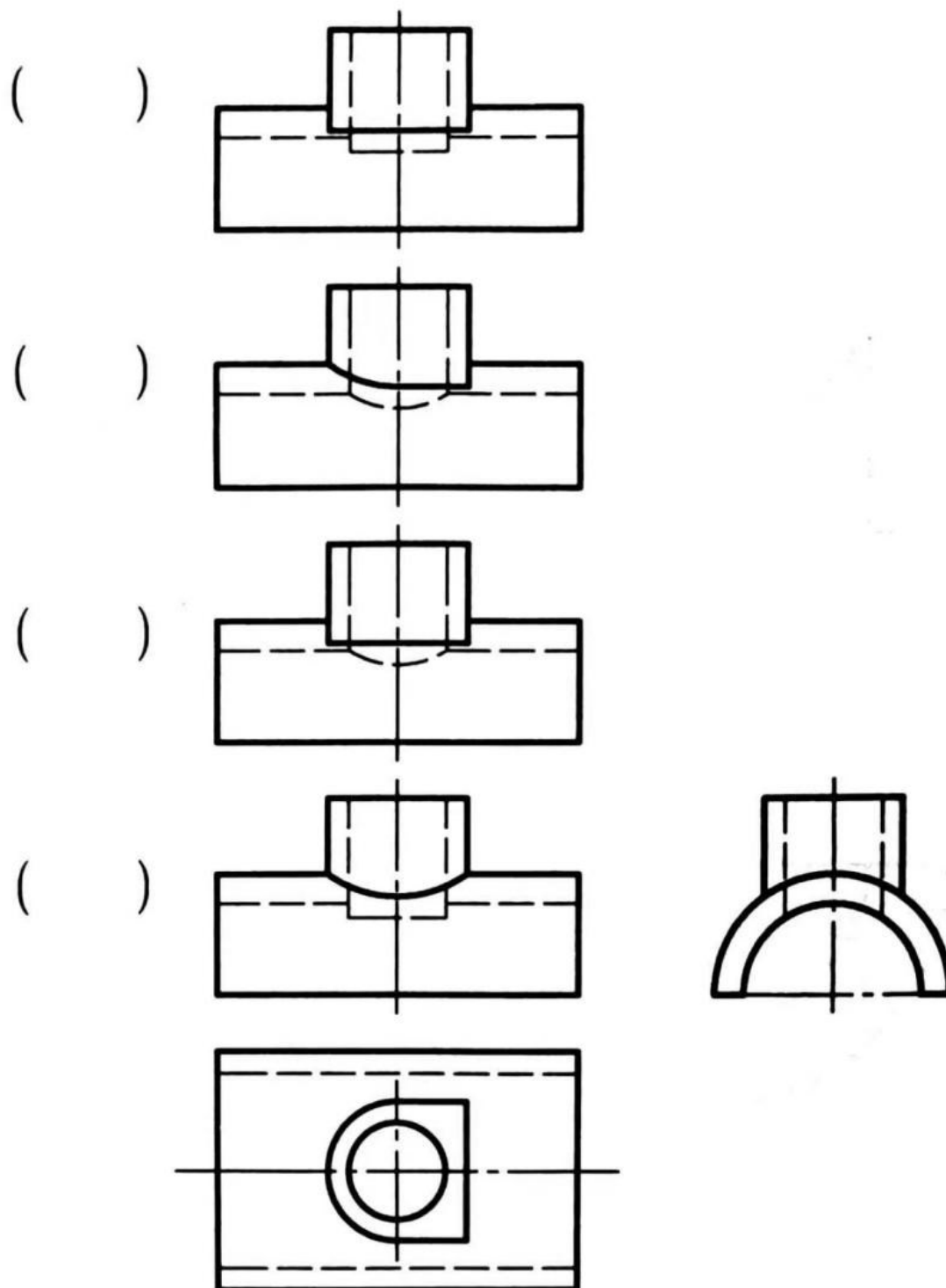
3. рис.3

17. Выбрать правильный вид сверху и поставить знак «√» в соответствующей скобке..

选择正确的俯视图。

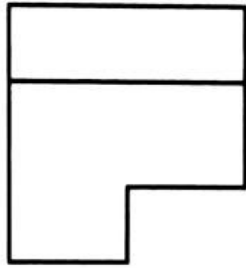
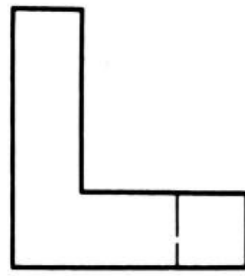
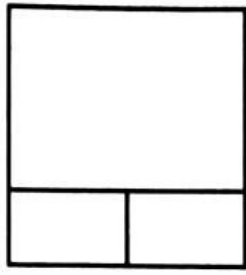


18. Выбрать правильный главный вид и поставить знак «√» в соответствующей скобке.  
 选择正确的主视图。

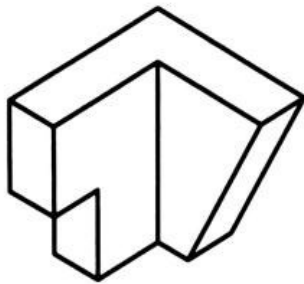


19. Выбрать аксонометрическую проекцию, соответствующую трем видам; выполнить от руки в клетках три вида по аксонометрии, вписать ее номер в скобки.

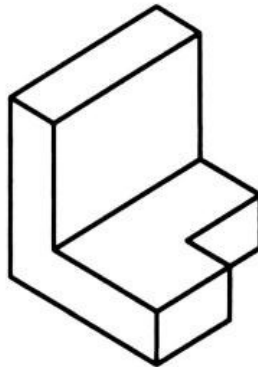
选择与三视图对应的轴测图；根据轴测图在方格内徒手画出三视图，将其编号填入括号内。



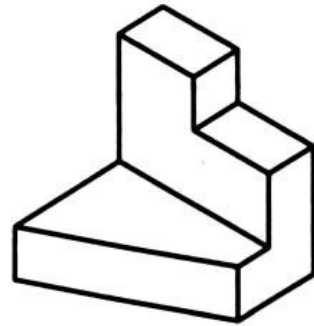
( )



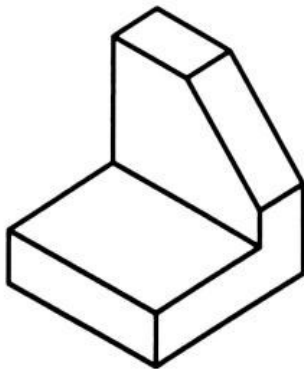
(1)



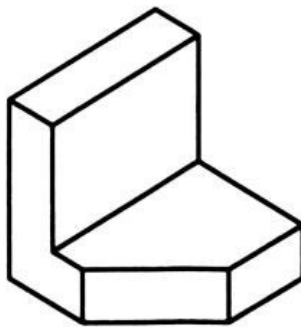
(2)



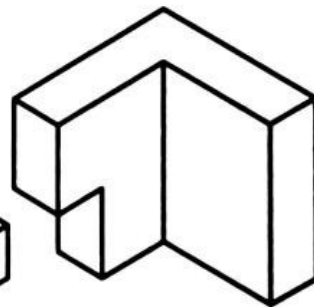
(3)



(4)



(5)

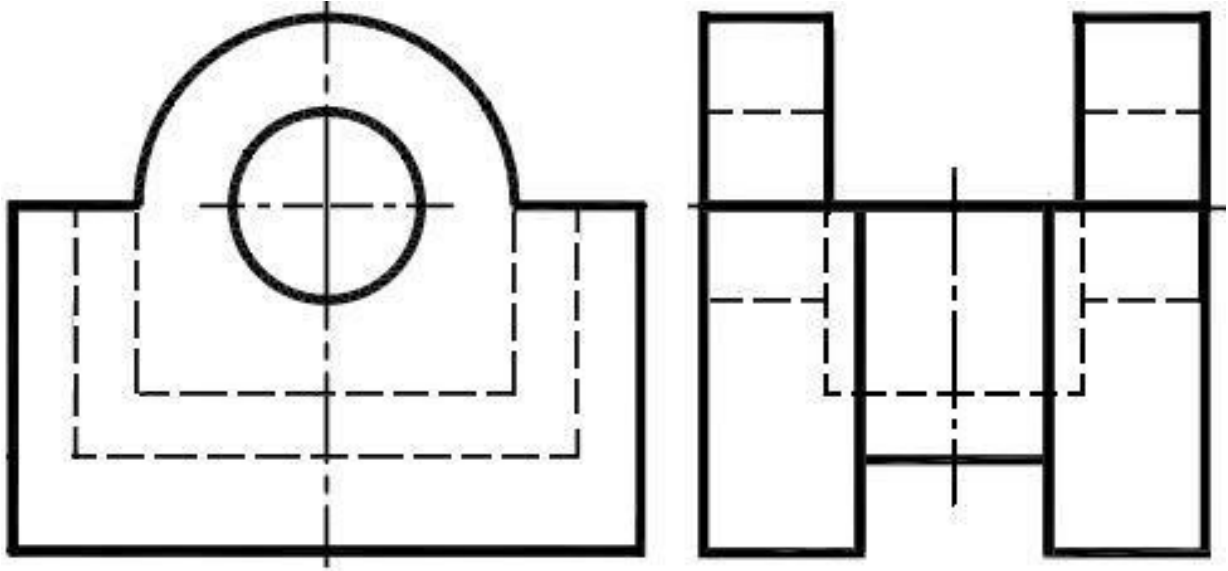


(6)

20. На заданных изображениях показаны проекционные виды  
给定的图样中展示了投影视图

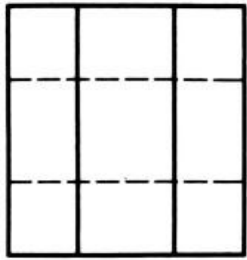
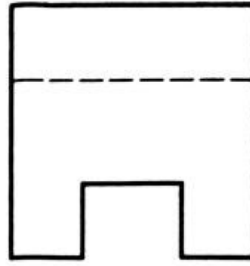
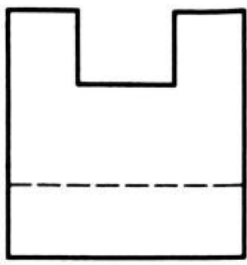
Указать правильный ответ

指出正确答案

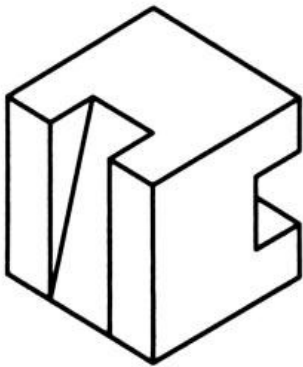


1. Вид спереди и вид слева
2. Вид справа и вид слева
3. Вид справа и вид сзади
4. Фронтальный и горизонтальный вид

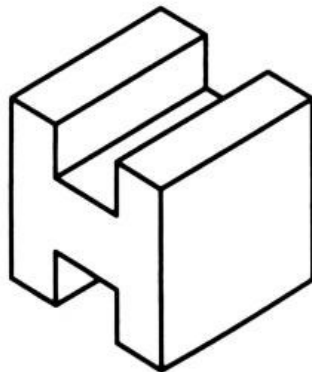
21. Выбрать аксонометрическую проекцию, соответствующую  
трем видам, вписать ее номер в скобки  
选择与三视图对应的轴测图，将其编号填入括号内。



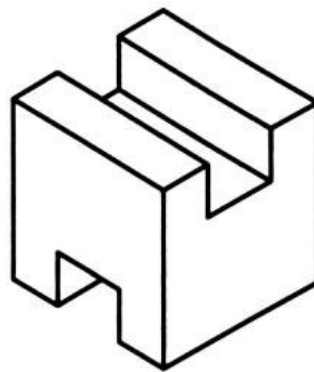
( )



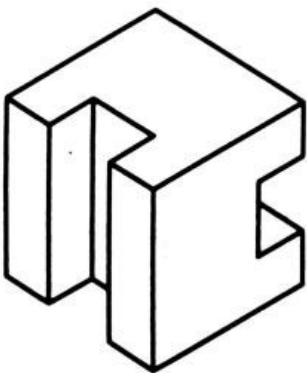
(1)



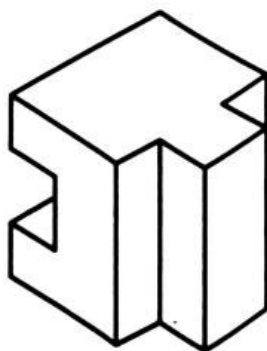
(2)



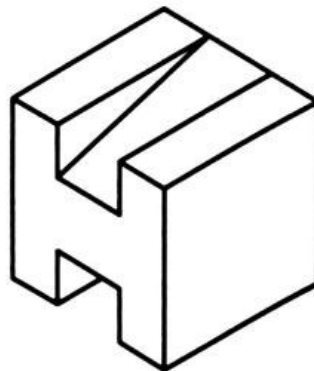
(3)



(4)



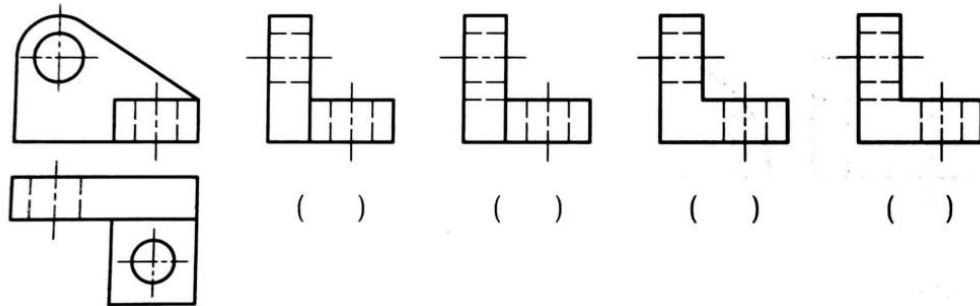
(5)



(6)

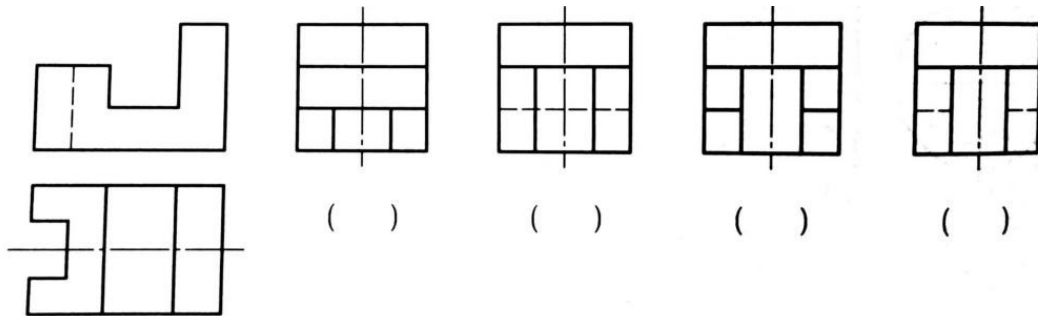
22. Выбрать правильный левый вид и поставить знак «✓» в соответствующей скобке.

选择正确的左视图



23. Выбрать правильный левый вид и поставить знак «✓» в соответствующей скобке.

选择正确的左视图。



24. Отметить чертёж, где данному изображению детали на рисунке 1, соответствует правильно выполненное сечение

标记出图纸，其中针对图 1 中零件的该视图，匹配绘制规范的剖视图

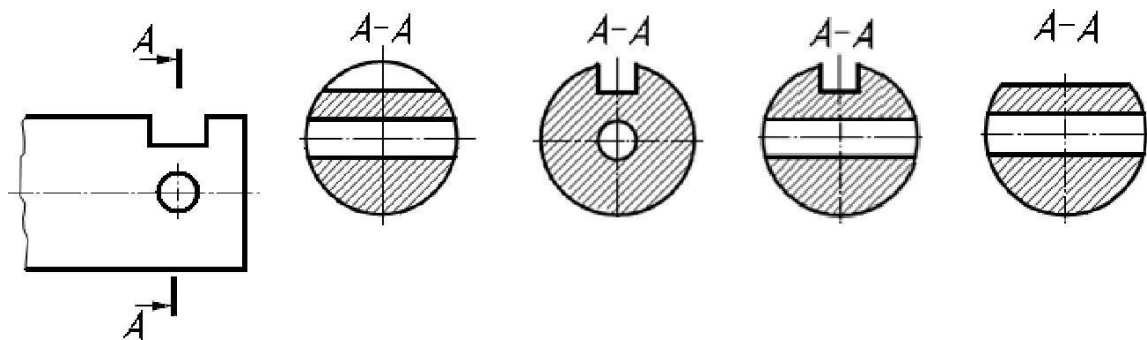


Рис.1

рис.2

рис.3

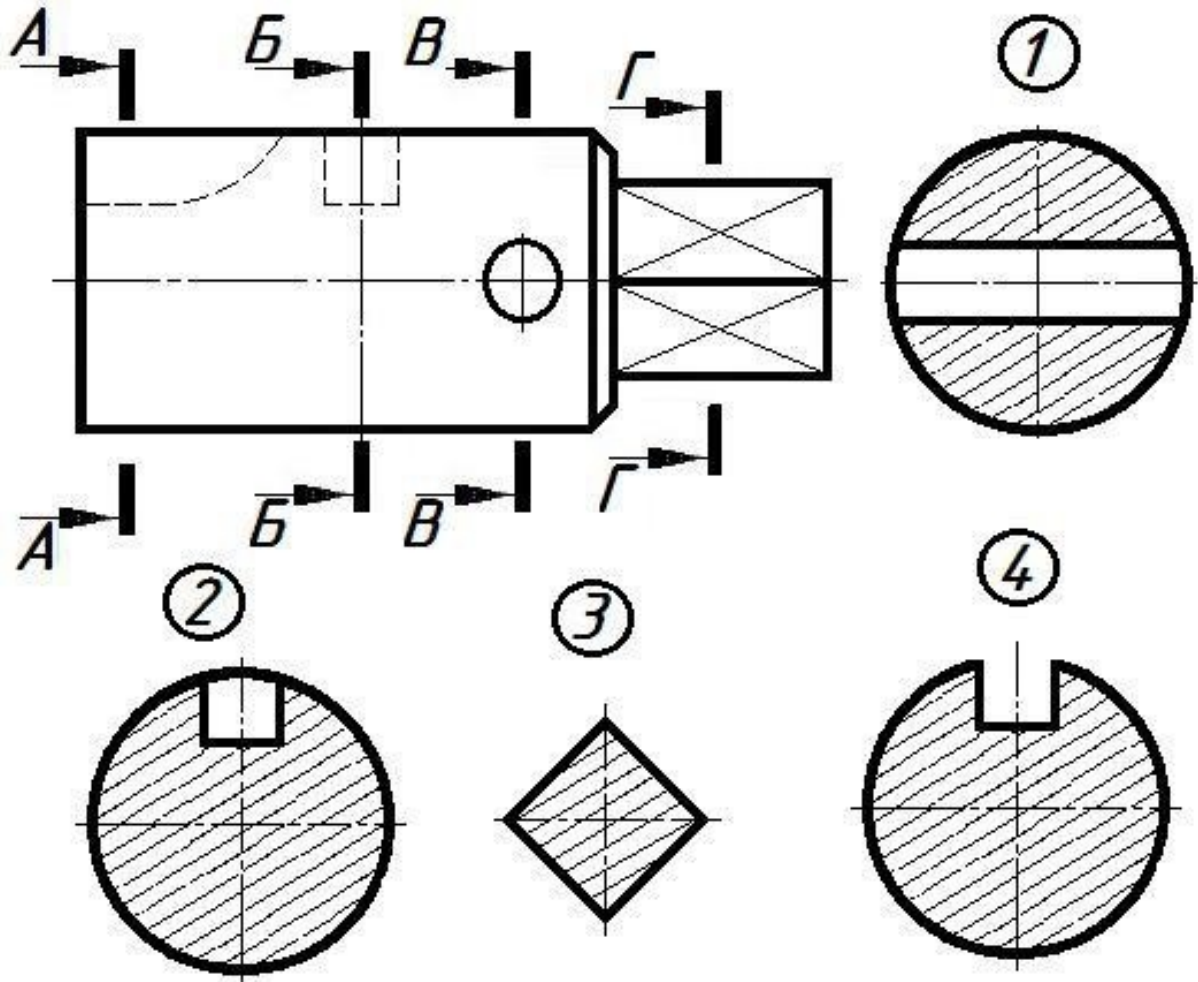
рис.4

1. рисунок 1
2. рисунок 2
3. рисунок 3
4. рисунок 4

25. По заданному чертежу определить обозначение каждого сечения, указанного на чертеже цифрой:

建立对应关系

根据给定的图纸，确定图纸上用数字标注的每个断面 / 截面的名称（标注）。



Ответ

*A – A*

*B – B*

*B – B*

*Г – Г*

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебно-практическое пособие разработано для формирования у обучающихся из КНР фундаментальных знаний и практических навыков в области начертательной и инженерной графики – дисциплин, составляющих основу инженерного образования.

Ценность издания заключается в его адаптации к особенностям китайского образовательного стандарта и культурно-языковым традициям. Пособие может быть использовано при подготовке, переподготовке и повышении квалификации руководителей и специалистов практиков, изучающих начертательную и инженерную графику. Будет полезно для всех преподавателей, занимающихся со студентами из КНР.

В результате изучения пособия обучающиеся:

- овладевают языком технического черчения и умеют «читать» конструкторскую документацию;
- приобретают навыки выполнения чертежей в соответствии с требованиями стандартов оформления чертежей;
- учатся решать пространственные задачи графическими методами;
- осваивают приёмы работы с традиционными инструментами (циркуль, линейка, лекало);
- развивают аналитическое и логическое мышление, аккуратность и внимание к деталям – качества, критически важные для инженера.

Знания и навыки, полученные при работе с пособием, находят непосредственное применение:

- в выполнении курсовых и дипломных проектов;
- изучении смежных дисциплин;
- профессиональной деятельности при разработке и анализе конструкторской документации;
- освоении современных САД-систем (AutoCAD, КОМПАС-3D, SolidWorks и др.), где базовые принципы начертательной геометрии лежат в основе 3D-моделирования.

Материал пособия обеспечивает системный подход к освоению графических дисциплин, сочетая теоретическую подготовку с практической отработкой навыков, способствует формированию у студентов компетенций, соответствующих современным требованиям инженерной профессии, и закладывает прочный фундамент для дальнейшего профессионального роста.

Пособие рекомендуется к применению в технических вузах, колледжах и на курсах повышения квалификации, а также может служить справочным руководством для молодых специалистов в первые годы работы.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Анурьев, В. И. Справочник конструктора-машиностроителя / В. И. Анурьев. – 5-е изд. – М. : Машиностроение, 1980. – 728 с.
2. Бабулин, Н. А. Построение и чтение машиностроительных чертежей : учеб. для проф. учеб. заведений / Н. А. Бабулин. – М. : Высш. шк. : Академия, 1998. – 367 с.
3. Боголюбов, С. К. Инженерная графика : учеб. для сред. спец. учеб. заведений / С. К. Боголюбов. – М. : Машиностроение, 2000. – 352 с.
4. Винокурова, Г. Ф. Инженерная графика : учеб. пособие : в 2 ч. / Г. Ф. Винокурова, Б. Л. Степанов. – Томск : Изд-во Том. пед. ун-та, 2000. – 120 с.
5. Годик, Е. И. Справочное руководство по черчению / Е. И. Годик, А. М. Хаскин. – М. : Машиностроение, 1974. – 696 с.
6. ГОСТ 2.109–73. Основные требования к чертежам. – М. : Изд-во стандартов, 1984. – 45 с.
7. ЕСКД. Правила выполнения чертежей. – М. : Изд-во стандартов, 1984. – 232 с.
8. Каменев, В. И. Курс машиностроительного черчения : учеб. пособие для втузов / В. И. Каменев. – М. : Машиностроение, 1968. – 184 с.
9. Королёв, Ю. И. Начертательная геометрия : учеб. для вузов / Ю. И. Королёв. – СПб. : Питер, 2007. – 252 с.
10. Лагерь, А. И. Инженерная графика : учебник / А. И. Лагерь. – М. : Высш. шк., 2004. – 334 с.
11. Вяткин, Г. П. Машиностроительное черчение / Г. П. Вяткин [и др.]. – М. : Машиностроение, 1985. – 368 с.
12. Миронова, Р. С. Инженерная графика : учебник / Р. С. Миронова, Б. Г. Миронов. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Высш. шк., 2003. – 288 с.
14. Справочное руководство по черчению / В. Н. Богданов [и др.]. – М. : Машиностроение, 1989. – 864 с.
15. Чекмарев, А. А. Инженерная графика : учеб. для немаш. спец. вузов / А. А. Чекмарев. – 7-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2005. – 365 с.

*Учебное электронное издание*

УЛЬЧЕНКО Татьяна  
ПОСАЖЕННИКОВ Артур Андреевич  
БЕРЕГИЙ Дарья Юрьевна

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

Учебно-практическое пособие

*Издается в авторской редакции*

**Системные требования:** Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/7/8/10; Adobe Reader;  
дисковод CD-ROM.

**Тираж 9 экз.**

Издательство Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, Владимир, ул. Горького, 87.