

Владимирский государственный университет

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие

Владимир 2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие

Электронное издание



Владимир 2025

ISBN 978-5-9984-2075-7
© Нестерова В. М., 2025

УДК 336
ББК 65.05

Автор-составитель В. М. Нестерова

Рецензенты:

Доктор экономических наук, профессор
профессор кафедры бизнес-информатики и экономики
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
А. М. Губернаторов

Кандидат экономических наук доцент кафедры менеджмента
Российской академии народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации (Владимирский филиал)
А. И. Абдюшитова

Финансовая математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие /
авт.-сост. В. М. Нестерова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столето-
вых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2025. – 176 с. – ISBN 978-5-9984-2075-
7. – Электрон. дан. (3,66 Мб). – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Си-
стем. требования: Intel от 1,3 ГГц ; Windows XP/7/8/10 ; Adobe Reader ;
дисковод CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

Включает полный курс дисциплины «Финансовая математика». Рассмотрены теоретические и практические основы финансовых вычислений, проанализированы актуальные методы расчета дисконтированной и будущей стоимости платежей и денежных потоков.

Предназначено для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 – Экономика, а также специалитета, обучающихся по специальности 38.05.01 – Экономическая безопасность всех форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 11. Ил. 18. Библиогр.: 83 назв.

ISBN 978-5-9984-2075-7

© Нестерова В. М., 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
1. ВВЕДЕНИЕ В КУРС ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ.....	8
1.1. Сущность финансовой математики	8
1.2. Предмет и объект финансовой математики.....	9
1.3. Возникновение финансовой математики.....	9
1.4. Развитие финансовой математики как дисциплины.....	11
1.5. Этапы развития методов финансовых вычислений.....	12
1.6. Задачи финансовой математики	12
1.7. Факторы, учитываемые в финансово-экономических расчетах..	15
1.8. Основные принципы финансовой математики	17
2. ПРОЦЕНТЫ. РАСЧЕТЫ ПО ПРОСТЫМ ПРОЦЕНТАМ.....	19
2.1. Понятие процентов.....	19
2.2. Виды процентных ставок и способы начисления процентов	21
2.3. Условия применения простых процентов.....	23
2.4. Нарращение по простым процентным ставкам.....	24
2.5. Дисконтирование по простым процентным ставкам.....	25
2.6. Системы начисления простых процентов.....	27
3. РАСЧЕТЫ ПО СЛОЖНЫМ ПРОЦЕНТАМ	29
3.1. Определение сложных процентов	29
3.2. Расчет будущей стоимости при использовании сложных процентов	30
3.3. Дисконтирование по сложным процентным ставкам.....	31
3.4. Сравнительный анализ начисления простых и сложных процентов	32
3.5. Эффективная и номинальная ставки процентов	34
3.6. Переменная сложная процентная ставка	37
3.7. Расчет сложных процентов при дробном числе периодов	38
3.8. Расчет сложных процентов с использованием финансовых таблиц.....	40

4. НЕПРЕРЫВНОЕ НАЧИСЛЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК. ЭФФЕКТИВНАЯ СТАВКА ПРОЦЕНТОВ.....	42
4.1. Непрерывное начисление процентов	42
4.2. Расчеты при непрерывном начислении процентов	43
4.3. Эквивалентность процентных ставок.....	45
4.4. Средняя процентная ставка. Средняя ставка для простых процентов	47
4.5. Средняя ставка для сложных процентов.....	49
4.6. Эффективная процентная ставка	49
5. УЧЕТНАЯ СТАВКА. ВЕКСЕЛЬ	52
5.1. Определение векселя.....	52
5.2. История возникновения векселя	53
5.3. Основные характеристики и функции векселя	54
5.4. Сфера использования векселя	55
5.5. Вексель как ценная бумага	56
5.6. Классификация векселей	58
5.7. Простой и переводной вексель	60
5.8. Учет векселя.....	61
5.9. Эквивалентность простой процентной и простой учетной ставок	63
5.10. Сложная учетная ставка.....	65
6. СУЩНОСТЬ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ. ДЕНЕЖНЫЕ ПОТОКИ ОБЩЕГО ВИДА	67
6.1. Определение денежного потока.....	67
6.2. Основные характеристики и особенности денежных потоков.....	67
6.3. Классификация денежных потоков	69
6.4. Определение текущей и будущей стоимости денежного потока.....	76

7. КЛАССИФИКАЦИЯ ФИНАНСОВЫХ РЕНТ. РАСЧЁТ ТЕКУЩЕЙ И БУДУЩЕЙ СТОИМОСТИ ФИНАНСОВОЙ РЕНТЫ ПОСТНУМЕРАНДО.....	82
7.1. Определение и классификация финансовых рент	82
7.2. Расчёт наращенной стоимости финансовой ренты постнумерандо	84
7.3. Расчёт текущей стоимости финансовой ренты постнумерандо ...	90
7.4. Использование финансовых рент для расчета денежных потоков общего вида	95
8. ПЕРЕВОД РЕНТ ПОСТНУМЕРАНДО В РЕНТЫ ПРЕНУМЕРАНДО. ПОГАШЕНИЕ КРЕДИТА	99
8.1. Перевод рент постнумерандо в ренты пренумерандо	99
8.2. Кредит, основные понятия и принципы.....	103
8.3. Виды платежей по кредитам	104
8.4. Погашение кредита при аннуитетных платежах.....	107
8.5. Погашение кредита при дифференцированных платежах.....	111
9. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ	115
9.1. Простые проценты.....	115
9.2. Сложные проценты	116
9.3. Расчеты по сложным процентам с использованием финансовых таблиц	117
9.4. Задачи для подготовки к рейтинг-контролю № 1	118
9.5. Непрерывное начисление процентов	119
9.6. Эквивалентность процентных ставок. Эффективная ставка процентов	119
9.7. Учетная ставка. Вексель.	120
9.8. Простая и сложная учетная ставка	121
9.9. Денежные потоки общего вида.....	122
9.10. Расчёт текущей и будущей стоимости финансовой ренты постнумерандо	122

9.11. Использование финансовых рент для расчёта денежных потоков общего вида	123
9.12. Перевод рент постнумерандо в ренты пренумерандо	124
9.13. Погашение кредита	125
10. ПРИМЕРНЫЙ СОСТАВ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	127
10.1. Перечень компетенций и планируемые результаты обучения по дисциплине.....	127
10.2. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине	128
10.3. Самостоятельная работа обучающегося	135
10.4. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине	137
10.5. Методические рекомендации по выполнению курсовых работ (проектов)	140
10.6. Темы примерных курсовых работ по курсу	161
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	163
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК ИСТОЧНИКОВ	163
РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	173
ПРИЛОЖЕНИЯ	174

ВВЕДЕНИЕ

Мировая экономика постоянно меняется, недостаточно полагаться только на интуицию при управлении финансами организации и инвестициями, именно поэтому ключевую роль в финансовом управлении играют математические методы. Основу такого подхода составляет финансовая математика, она помогает всесторонне анализировать хозяйственную деятельность предприятия, оценивать состав её активов и определять, насколько эффективно работают используемые инструменты.

В основе финансовых вычислений находятся финансовые сделки и их отдельные параметры: процентные ставки, сроки финансовых операций, величина капитала (кредита, депозита, ссуды). Изучение финансовой математики позволяет установить функциональную зависимость перечисленных параметров в виде количественных связей.

В учебном пособии излагаются основные понятия и способы количественного анализа финансовых операций, методы и техника финансово-экономических расчетов. Показаны зависимость конечных результатов от основных параметров финансовой операции, изменение взаимосвязи этих параметров, определены их допустимые граничные значения. Представлена разработка алгоритмов проведения финансовых операций, приводится нахождение параметров эквивалентного изменения условий операции.

Задачи курса «Финансовая математика»:

- овладение студентами методами начисления процентов и дисконтирования разовых выплат и потоков платежей в различных условиях;
- применение методов финансовых и коммерческих расчетов при разработке основных экономических операций.

В результате изучения дисциплины студенты должны научиться вести сбор, обработку данных и их количественно-качественный анализ в целях обеспечения экономической безопасности социально-экономических систем, знать методы работы с экономико-статистическими данными, уметь приводить данные о финансовых операциях в сопоставимом виде, владеть навыками расчета в рамках дисконтирования и наращивания по сложным и простым процентам, аннуитетам, а также владеть навыками анализа эффективности финансовых операций для всех сторон участников сделок.

1. ВВЕДЕНИЕ В КУРС ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ

1.1. Сущность финансовой математики

Начать изучение курса финансовой математики стоит с определения этой науки. Существует множество различных определений данного направления, остановимся на нескольких из них. Советский учёный, доктор экономических наук, профессор Евгений Михайлович Четыркин определяет финансовую математику как совокупность методов определения изменения стоимости денег, происходящего вследствие их возвратного движения в процессе воспроизводства [1].

Андрей Алексеевич Мицкевич, кандидат экономических наук, в своей книге «Финансовая математика» определяет ее как систему практически необходимых расчетов доходности финансовых, инвестиционных и торговых операций во времени с учетом инфляции, валютных курсов, а также юридических и фактических условий выполнения договоров.

В современных учебниках имеет место следующее определение: «финансовая математика» – это наука, изучающая методы и методики определения стоимостных и временных параметров финансовых и инвестиционных операций, процессов и сделок, а также модели управления инвестициями, капиталом и его составляющими [2].

Стоит отметить основные отличия между понятиями метод и методика. Метод обозначает общий подход или способ достижения цели или решения проблемы. Методика является более конкретным и конкретизированным инструментом или набором инструкций, который определяет конкретные действия, процедуры или шаги, необходимые для достижения определенной цели. Таким образом, метод является более широким и абстрактным понятием, определяющим общий подход, в то время как методика представляет собой конкретные инструкции и действия, необходимые для достижения конкретной цели или выполнения задачи. Иными словами, методика – отвечает на вопрос, как будет проводиться исследование, а метод – каким способом. Все это мы будем изучать в курсе финансовой математики более подробно.

1.2. Предмет и объект финансовой математики

Для начала остановимся на определении терминов «объект» и «предмет» научного направления, а также разберемся, чем отличаются данные понятия. Если кратко, объект — это то, что вы рассматриваете. А предмет - то, что вы изучаете. Под объектом исследования понимается конкретная реальность, которая исследуется в работе. А под предметом - та сторона исследуемого объекта, которая нас интересует.

Для примера, добыча и переработка нефти может быть объектом исследования и для химика, и для экономиста, т.е. у них будет общий объект исследования – нефть. Но предмет исследования при этом будет отличаться: химика может интересовать, например, новая технология переработки нефти, а экономиста - экономическая целесообразность внедрения этой технологии, а также зависимость стоимости нефти от влияния данных новых технологий переработки или добычи нефти.

В данном курсе объект финансовой математики – финансовые операции и сделки, а также их технико-экономическое обоснование, которое направлено на извлечение прибыли.

Предмет финансовой математики – финансовые оценки показателей эффективности этих операций и сделок, а также доходов отдельно взятых участников этих сделок, определяемых в виде процентных ставок, норм и коэффициентов, скидок, доходов и дивидендов, ренты и маржи, котировок ценных бумаг, курсов валют, курсовых разниц [3].

1.3. Возникновение финансовой математики

Финансовые вычисления ведут свое начало с момента появления товарно-денежных отношений. История про оливки – одна из самых известных историй о Фалесе Милетском, которая иллюстрирует его мудрость, практичность и деловую хватку.

Согласно истории, Фалес предсказал, что в следующем году будет большой урожай оливок. Он знал это, основываясь на своих наблюдениях за звездами. Фалес решил воспользоваться своими наблюдениями, чтобы заработать денег. Он использовал свои сбережения, чтобы зарезервировать все оливковые прессы в Милете и на острове Хиос. Это были единственные два места в регионе, где производилось оливковое масло.

В конце лета, когда наступил сезон сбора оливок, все фермеры нуждались в оливковых прессах, но они были уже зарезервированы Фалесом, который сдавал прессы в аренду по очень высокой цене, что принесло ему огромное богатство.

История про оливки показывает, что Фалес был не только великим философом, но и успешным предпринимателем. Он умел использовать свои знания и навыки, чтобы достигать поставленных целей. Согласно книге Аристотеля, Фалес на примере использования прессов для оливок показал, как математика может влиять на обогащение, при этом его модель являлась ничем иным, как колл-опционом, дающим право купить указанный товар в определённый момент времени

В 1202 году Фибоначчи написал первую книгу, содержащую элементы финансовой математики, – «Книгу абака». В ней он рассчитал текущую стоимость альтернативных денежных потоков в дополнение к разработке общего метода для выражения инвестиций и решил широкий спектр задач, связанных с процентными ставками.

В 1565 году итальянский математик Джироламо Кардано опубликовал трактат «Об азартных играх», который основал элементарную теорию азартных игр.

В 1654 году французские математики Блез Паскаль и Пьер Ферма заложили основы теории вероятностей. Поставленная ими задача заключалась в том, чтобы решить, стоит ли делать ставки на то, что при 24 бросаниях игральных костей два раза выпадет по 6 очков. В серии писем, которыми обменивались Паскаль и Ферма, они решили эту проблему и проблему точек (также известную как проблема «незавершенной игры»), которая, по сути, аналогична проблеме ценообразования колл-опциона для модели Кокса-Росса-Рубинштейна.

В 1900 году французский математик Луи Башелье защитил диссертацию на тему «Теория спекуляций», которая позже была признана свидетельством зарождения современной финансовой математики. Башелье считается первым, кто ввёл в математику броуновское движение и применил его траектории для моделирования динамики цен на акции и расчет опционных цен.

1.4. Развитие финансовой математики как дисциплины

Как учебная дисциплина «Финансовая математика» берет свое начало во второй половине XVIII века. Судя по некоторым публикациям, первое в мире коммерческое училище было основано в 1772 году в Москве на средства П. А. Демидова, внука выдающегося промышленника, сподвижника Петра I. Оно называлось «Воспитательное училище из купеческих детей для коммерции». Затем в 1804 году было создано на этой основе «Императорское Московское коммерческое училище», которое в 1806 году было преобразовано в «Практическую коммерческую академию», позже переименованную в «Императорскую практическую академию коммерческих наук», процветавшую вплоть до 1918 года.

В 1877 году преподаватель Московской Практической Академии Коммерческих Наук А.В. Прокофьев издал учебник «Коммерческая арифметика и торговые операции». Затем в 1910 - 1915 гг. П. М. Гончаров издает для коммерческих училищ серию популярных учебников: «Коммерческая арифметика», «Сборник задач по коммерческой арифметике» и другие.

В 1912 году был создан Московский Коммерческий Институт, который, в частности, готовил выпускников по специальностям счетоводство, коммерческая арифметика, страховые и банковские вычисления [4].

В процессе развития рыночных отношений «коммерческую арифметику», затем в «коммерческая математика», преобразовалась в «финансовую математику», как одну из составляющих «коммерческого дела» и «финансового менеджмента». Параллельно с развитием финансовой математики в России, она развивалась и в других европейских странах, а также в США.

К настоящему времени в России в сфере финансово-экономических расчетов значительный прогресс был достигнут благодаря работам по этой теме Г.П. Башарина, Е.С. Стояновой, Г.Б. Поляка, В.И. Малыхина, В.В. Капитоненко, В.А. Колемаева, А.В. Бухвалова, А.В. Идельсона, О.Ю. Ситниковой, Я.С. Мелкумова, Е.М. Четыркина, А.Н. Ширяева и др.

1.5. Этапы развития методов финансовых вычислений

Финансовые вычисления ведут свое начало с момента появления товарно-денежных отношений. В отдельную отрасль знаний они выделились в XIX в. под названием «коммерческая арифметика».

Выделяют три основных исторических этапа развития финансовых вычислений:

1-й этап: до начала XIX в. К основным методам в финансовых расчетах в данный период относились методы начисления процентов в кредитных операциях.

2-й этап: начало XIX — первая половина XX в. Этот период характеризуется разработкой большого разнообразия схем погашения долгосрочной задолженности с использованием моделей аннуитетов.

Аннуитетный платёж – это платёж, который устанавливается в равной сумме через равные промежутки времени. Так, при аннуитетном графике погашения кредита вы ежемесячно платите одну и ту же сумму, независимо от остатка задолженности.

3-й этап: вторая половина XX в. — настоящее время. Особенностью этапа является учет неопределенности в анализе финансовых операций и применение инструментария теории вероятностей [5].

Теория вероятностей — это наука, которая изучает мир случайностей и пытается их предсказать

1.6. Задачи финансовой математики

Финансовая математика - раздел количественного анализа финансовых операций, предметом которого является изучение финансовых зависимостей между параметрами коммерческих сделок или финансово –банковских операций и разработка на их основе методов решения финансовых задач определенного класса.

К основным задачам финансовой математики относятся:

- измерение конечных финансовых результатов операции (сделки, контракта) для каждой из участвующих сторон;
- разработка планов выполнения финансовых операций, в том числе планов погашения задолженности;
- измерение зависимости конечных результатов операции от основных ее параметров;

- определение допустимых критических значений этих параметров и расчет параметров эквивалентного (безубыточного) изменения первоначальных условий операции.

Любая финансовая операция — это действие, которое направлено на получение дохода, характеризуемого финансовыми показателями.

Поэтому относительно финансовой операции можно выделить следующие задачи финансовой математики:

- анализ эффективности финансовой операции;
- оптимизация финансовой операции;
- планирование финансовой операции;
- сравнение финансовых операций.

В системе количественного финансового анализа финансовые операции разделяют по следующим направлениям:

1) По числу источников дохода:

- операции с одним источником дохода;
- операции с несколькими источниками дохода.

Например, операцией с несколькими источниками дохода является кредитная операция с учетом удержания комиссионных, то есть в договоре кредитования заранее прописываются условия, к примеру, кредит выдается под по 15% годовых и 2% комиссионных.

2) По характеру распределения денежных сумм во времени:

- операции с одним интервалом времени между платежами;
- операции с потоком платежей.

К операциям первого типа относится, в частности, ссудная операция с возмещением одним платежом. Если долг погашается последовательностью выплат, то выполняется операция с потоком платежей.

3) По форме получения дохода:

- операции с долговыми обязательствами;
- амортизация основных фондов; (простыми словами, амортизация основных средств — это способ накопления денежных сумм для восстановления имущества путем ежемесячного включения определенных отчислений в стоимость реализуемой продукции. Вместе с тем, это еще и способ постепенно перенести стоимость купленных ОС в расходы при расчете налога на прибыль.)

- осуществление инвестиционных проектов;

- страхование (накопительное страхование жизни – комбинированная программа, позволяющая застраховать жизнь и здоровье, а также накопить необходимую сумму денег) [6].

Договор НСЖ предусматривает:

- регулярные взносы со стороны страхователя;
- направление страховой компанией полученных средств непосредственно на страховку и инвестирование;
- получение дополнительного дохода страхователем. Процент может быть фиксированным на весь период действия договора, либо страховая компания может устанавливать его каждый год;
- два основных страховых случая: уход страхователя из жизни или дожитие до истечения периода действия полиса.

Методы финансовой математики используются в расчетах параметров, характеристик и свойств инвестиционных операций и стратегий, параметров государственных и негосударственных займов, ссуд, кредитов, в расчетах амортизации, страховых взносов и премий, пенсионных начислений и выплат, при составлении планов погашения долга, оценке прибыльности финансовых сделок.

Методы финансовой математики чаще всего применяются при решении следующих практических задач:

- исчисление конечных сумм денежных средств, находящихся во вкладах, займах, ценных бумагах путем начисления процентов;
- учет ценных бумаг;
- установление взаимосвязи между отдельными параметрами сделки и определение параметров сделки, исходя из заданных условий;
- определение эквивалентности параметров сделки для получения равной отдачи от затрат, произведенных различными способами;
- анализ последствий изменения условий финансовой операции;
- исчисление обобщающих характеристик и отдельных параметров денежных средств, рассматриваемых как финансовые потоки;
- разработка планов выполнения финансовых операций;
- расчет показателей доходности финансовых операций и др.

На практике методы финансовой математики применяют в работе финансовых организаций, торговых фирм и инвестиционных компаний, фондовых и валютных бирж.

1.7. Факторы, учитываемые в финансово-экономических расчетах

Финансовые процессы определяются многими факторами или параметрами, которые с достаточной долей условности можно отнести к двум типам: внутренним и внешним.

К внутренним факторам относятся те, которые определяют основные, существенные и непосредственные характеристики финансового процесса.

К ним относятся, например, такие, как структура портфеля активов, участвующих в сделке, контрактные характеристики сделки, такие, как способ начисления процентов в кредитных сделках, выбранная схема погашения и т. п., а также факторы, определяющие начальные условия сделки: величину инвестируемого капитала, начальный момент инвестиций.

К внешним относятся факторы, определяющие рыночную среду, т.е. условия, в которых протекает финансовый процесс: такие, как фактор времени, текущие и будущие рыночные цены, инфляционные ожидания и др. Рассмотрим некоторые из них [7].

Инфляционные ожидания – существенный фактор, влияющий на уровень процентных ставок. Инфляционные ожидания — это предположения людей относительно роста цен в будущем. То, какой инфляции мы ждем в ближайшие месяцы и годы. Эти ожидания влияют на наше потребительское поведение. Желая поскорее приобрести то, что завтра станет дороже, люди перестают откладывать покупки, совершают больше трат, меньше сберегают деньги, чаще берут кредиты. Например, Вася собирался купить новую машину через год. Но увидел, как дорожает гречка, и забеспокоился, что цены на машины тоже вырастут. Он решает занять денег и купить машину прямо сейчас. Если таких людей много, то продавцы замечают увеличение спроса и поднимают цены. Снижение покупательной способности денег за период кредитования приводит к уменьшению реального размера заемных средств, возвращаемых кредитору. Соответственно кредиторы пытаются компенсировать снижение реальных доходов за счет увеличения процентных ставок по активным операциям.

Конкуренция на рынке финансовых ресурсов также оказывает влияние на уровень банковских процентных ставок. Чем выше конкуренция среди заемщиков, тем выше процентные ставки по кредитам. Чем выше конкуренция среди кредиторов, тем они ниже.

Развитие рынка ценных бумаг выступает одним из факторов ценообразования на кредитном рынке. Организованный рынок государственных и корпоративных долговых обязательств является альтернативой прямому банковскому кредитованию, поэтому важнейшие параметры рынка ценных бумаг (доходность, объемы совершаемых операций, ожидания инвесторов, состояние инфраструктуры) и денежно-кредитного рынка находятся в прямой зависимости.

Открытость национальной экономики, международная миграция капиталов, обменный курс валют, состояние платежного баланса страны – факторы, также влияющие на национальную систему процентных ставок.

Фактор риска присущ практически любой финансовой сделке. С позиции макроэкономики риск зависит от экономической, политической и прочих составляющих и часто не поддается управлению [8].

Система налогообложения определяет размер чистой прибыли, остающейся в распоряжении налогоплательщика. Меняя ставки налогообложения, порядок взимания налогов, применяя систему льгот, государство стимулирует определенные экономические процессы. Этот порядок справедлив и для денежно-кредитного рынка. Например, инвестор может отдать предпочтение менее доходным государственным ценным бумагам, при наличии по ним определенных налоговых льгот.

В условиях рыночной экономики при проведении долгосрочных финансовых операций важную роль играет фактор времени. «Золотое» правило бизнеса гласит: «Денежная сумма, полученная сегодня, больше той же суммы, полученной завтра». Поэтому в финансовых расчетах фактор времени играет не меньшую роль, чем размеры денежных сумм. Действительно, всегда найдутся организации и частные лица (заемщики), нуждающиеся в кредитах на тот или иной период и готовые платить за такой заем (ссуду). Таким образом, в большинстве случаев увеличение стоимости капитала происходит в результате предоставления его в долг и взимания процентной ставки.

Фактор времени в финансовой сфере учитывается с помощью процентной ставки. В узком смысле процентная ставка представляет

собой цену, уплачиваемую за использование заемных денежных средств. Однако в финансовом менеджменте ее также часто используют в качестве измерителя уровня (нормы) доходности производимых операций, исчисляемого как отношение полученной прибыли к величине вложенных средств и выражаемого в долях единицы (десятичной дробью) или в процентах [9].

1.8. Основные принципы финансовой математики

Необходимость учета временного фактора вытекает из сущности финансирования, кредитования и инвестирования и выражается в первом принципе финансовой математики.

Принцип неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени. Т.е. две одинаковые по абсолютной величине, но разновременные суммы – неравноценны. Это обусловлено, во-первых, способностью денег приносить доход, а во-вторых, влиянием инфляции.

Из первого принципа финансовой математики следует, что неправомерно сравнивать денежные суммы, относящиеся к разным моментам времени. Для сравнения денежных сумм, полученных или затраченных в разные моменты времени их необходимо привести к одному моменту времени (базовой дате). Приведение осуществляется наращением, если базовая дата относится к будущему или дисконтированием – приведение к более ранней дате (рис. 1.1) [10].

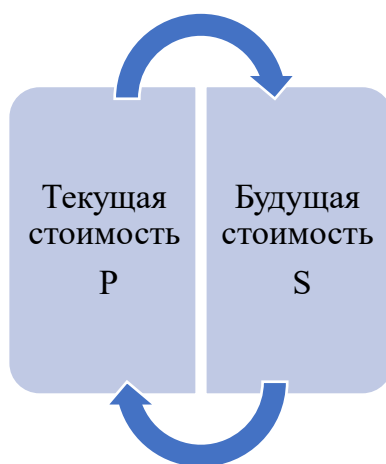


Рис. 1.1. Приведение денежных сумм

Дисконтирование – это метод, основанный на приведении будущих доходов к их нынешней стоимости. Он предполагает, что

будущие денежные средства будут стоить меньше по сравнению с сегодняшними из-за положительной нормы временных предпочтений (более высокой оценки «настоящих благ» по сравнению с «будущими благами») [11].

Наращение - представляет собой процесс оценки изменения стоимости денег или финансового инструмента относительно их текущей стоимости к их будущей стоимости в предстоящем периоде

Финансовые операции подразумевают наличие как минимум двух сторон сделки, которые друг перед другом несут определенные финансовые обязательства. При этом должен соблюдаться принцип финансовой эквивалентности, т.е. стороны должны нести эквивалентные финансовые обязательства.

Пример. Покупатель облигации оплачивает ее рыночную цену, а эмитент обязуется периодически выплачивать ему купонный доход и вернуть в конце срока сумму, равную номиналу облигации.

Второй принцип финансовой математики: принцип финансовой эквивалентности, который предполагает равенство (эквивалентность) финансовых обязательств, сторон, принимающих участие в операции. Этот принцип позволяет изменять условия контрактов без нарушения принятых обязательств.

В практике нередко возникают случаи, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например с более отдаленным сроком платежа, досрочно погасить задолженность, объединить несколько платежей в один (консолидировать платежи) и т. п. Именно благодаря принципу финансовой эквивалентности обязательств обеспечивается неизменность финансовых отношений сторон до и после изменения контракта.

Эквивалентными считаются такие платежи, которые, будучи «приведены» к одному моменту времени, оказываются равными. Приведение осуществляется путем дисконтирования к более ранней дате или, наоборот, наращивания суммы платежа (если эта дата относится к будущему). Если при изменении условий принцип финансовой эквивалентности не соблюдается, то одна из участвующих сторон терпит ущерб, размер которого можно заранее определить [7].

Соблюдение принципа финансовой эквивалентности требует определения ключевых характеристик финансовых операций и навыка разбираться во влиянии различных параметров на результат финансовой операции.

2. ПРОЦЕНТЫ. РАСЧЕТЫ ПО ПРОСТЫМ ПРОЦЕНТАМ

2.1. Понятие процентов

Под процентными деньгами или, кратко, процентами (interest), понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг в любой его форме: выдача ссуды, продажа товара в кредит, помещение денег на депозитный счет, учет векселя, покупка сберегательного сертификата или облигации и т.д.

Какой бы вид или происхождение ни имели проценты, это всегда конкретное проявление такой экономической категории, как ссудный процент. Практика получения процентов за выданные в долг деньги существовала задолго до нашей эры. Например, в Древней Греции взимали от 10 до 36 % суммы долга в год. В «Русской Правде» годовой рост на занятый капитал определялся в 40 %.

Примером получения дохода от предоставления средств в долг может послужить следующая история. Земельный участок семьи Эгиби, считавшийся весьма большим, располагался выше, чем участки их соседей, и когда в 716 г. до н.э. мощный разлив Евфрата разрушил ирригационную систему Вавилона, то вскоре выяснилось, что Эгиби получили отличный урожай, тогда как их соседи остались вовсе без зерна. Шула, глава семьи Эгиби, выручал соседей, выдавая им займы - за мешок зерна надо было отдать, после сбора следующего урожая, два - но соседи были ему благодарны и, наверное, считали его своим спасителем [12].

Историки думают, что ростовщичество примерно столько же лет, сколько и организованному человеческому существованию - потому что всегда существовали люди, обладавшие какими-то излишками, и всегда находились нуждающиеся в них.

При заключении финансового или кредитного соглашения стороны (кредитор и заемщик) договариваются о размере процентной ставки. Под процентной ставкой (rate of interest) понимается относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени — отношение дохода (процентных денег) к сумме долга.

Процентная ставка — один из важнейших элементов коммерческих, кредитных или инвестиционных контрактов. Она измеряется в виде десятичной или обыкновенной дроби (в последнем случае она

фиксируется в контрактах с точностью до $1/16$ или $1/32$) или в процентах. При выполнении расчетов процентные ставки обычно измеряются в десятичных дробях.

Временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, называют периодом начисления (running period), его не следует путать со сроком начисления. В качестве такого периода принимают год, полугодие, квартал, месяц или даже день. Чаще всего на практике имеют дело с годовыми ставками [13].

Проценты согласно договоренности между кредитором и заемщиком выплачиваются по мере их начисления или присоединяются к основной сумме долга, такой процесс называется капитализацией процентов. Процесс увеличения суммы денег во времени в связи с присоединением процентов называют наращением, или ростом, этой суммы. Возможно определение процентов и при движении во времени в обратном направлении — от будущего к настоящему. В этом случае сумма денег, относящаяся к будущему, уменьшается на величину соответствующего дисконта (скидки). Такой способ называют дисконтированием (сокращением).

Размер процентной ставки зависит от ряда как объективных, так и субъективных факторов, а именно:

- общего состояния экономики, в том числе денежно-кредитного рынка;
- кратковременных и долгосрочных ожиданий его динамики;
- вида сделки, ее валюты;
- срока кредита;
- особенностей заемщика (его надежности) и кредитора, истории их предыдущих отношений и т. д.

В финансовом анализе процентная ставка применяется не только как инструмент наращивания суммы долга, но и в более широком смысле — как измеритель степени доходности (эффективности) любой финансовой, кредитной, инвестиционной или коммерческо-хозяйственной деятельности вне зависимости от того, имел место или нет факт непосредственного инвестирования денежных средств и процесс их наращивания. В старой русской финансовой литературе такую ставку называли ставка помещения [12].

2.2. Виды процентных ставок и способы начисления процентов

Существуют различные способы начисления процентов, зависящие от условий контрактов. Соответственно на практике применяют разные виды процентных ставок. Можно выделить ряд признаков, по которым различаются процентные ставки.

Для начисления процентов применяют постоянную базу начисления и последовательно изменяющуюся (за базу принимается сумма, полученная на предыдущем этапе наращивания или дисконтирования). В первом случае используют простые, во втором — сложные процентные ставки, при применении которых проценты начисляются на проценты.

Важным является выбор принципа расчетов процентных денег. Существует два таких принципа: от настоящего к будущему и, наоборот, от будущего к настоящему. Соответственно применяют ставки наращивания (interest base rate) и дисконтные, или учетные, ставки (discount base rate). В финансовой литературе проценты, полученные по ставке наращивания, принято называть декурсивными, по учетной ставке — антисипативными (в России этим понятиям соответствовали проценты «на 100» и «со 100»). Далее декурсивные проценты в большинстве случаев будем называть просто процентами.

Процентные ставки могут быть фиксированными (в контракте указываются их размеры) или плавающими (floating). В последнем случае указывается не сама ставка, а изменяющаяся во времени база (базовая ставка) и размер надбавки к ней — маржи.

Классическим примером базовой ставки может служить лондонская межбанковская ставка ЛИБОР (LIBOR: London interbank offered rate). LIBOR (аббревиатура от London Interbank Offered Rate) — это лондонская межбанковская ставка предложения, то есть процентная ставка, по которой крупнейшие банки в Лондоне готовы предоставить необеспеченный кредит друг другу на различные сроки (овернайт, неделя, месяц, 2 месяца, 3 месяца, 6 месяцев, 1 год).

LIBOR рассчитывается по нескольким валютам: австралийский доллар, датская крона, доллар США, евро, канадский доллар, новозеландский доллар, фунт стерлингов, шведская крона, швейцарский франк, японская иена.

LIBOR считается эталонной краткосрочной процентной ставкой и бенчмарком для многих инструментов на финансовом рынке, в том числе облигаций и деривативов.

В России применяются базовые ставки по рублевым кредитам МИ БОР. Размер маржи определяется рядом условий, в частности финансовым положением заемщика, сроком кредита и т.д. Он может быть постоянным на протяжении срока ссудной операции или переменным.

Московская межбанковская ставка предложения, сокр. МИБОР, МИБОР, MosIBOR, MowIBOR (от англ. Moscow Interbank Offered Rate) — индикативная ставка предоставления рублёвых кредитов (депозитов) на московском межбанковском рынке.

С 1 января 2010 года вместо МИБОР используется MosPrime Rate. MosPrime Rate - усреднённая ставка предоставления рублёвых кредитов (депозитов) на московском денежном рынке. Ставка MosPrime Rate используется только для рублевых ипотечных кредитов. Для валютных применяется показатель LIBOR. На RUONIA ориентировано ценообразование части финансовых инструментов, прежде всего, облигаций и процентных деривативов [14].

В практических расчетах применяют так называемые дискретные проценты, т.е. проценты, начисляемые за фиксированные интервалы времени (год, полугодие и т.д.). Иначе говоря, время рассматривается как дискретная переменная. Дискретная случайная величина — это переменная, которая может принимать только счётное число различных значений, например: 0, 1, 2, 3, 4, 5...100, 1 млн и т. д.

В некоторых случаях — в доказательствах и аналитических финансовых расчетах, связанных с процессами, которые можно рассматривать как непрерывные, в общих теоретических разработках и значительно реже на практике — возникает необходимость в применении непрерывных процентов (continuous interest), когда наращение или дисконтирование производится непрерывно, за бесконечно малые промежутки времени. В подобных ситуациях применяют специальные непрерывные процентные ставки.

Непрерывное начисление процентов используется при анализе сложных финансовых задач, например при обосновании выбора инвестиционных решений. Оценивая работу финансового учреждения за период, в котором платежи поступают многократно, целесообразно также применять непрерывное начисление процентов.

Бывают ситуации, когда непрерывное начисление процентов применяется непосредственно при работе с клиентами. В начале 70-х

годов в США ставка процентных выплат по займам и депозитам со сроком от 6 до 10 лет была ограничена величиной 7,75% годовых, но не ограничивалось количество начислений процентов в течение года. Этим и воспользовались банки для привлечения вкладчиков, и некоторые из них стали применять непрерывное начисление процентов при годовой ставке 7,75%. По существу, эти банки установили годовую ставку, равную силе роста, т. е. $i = e^{0,0775} - 1 = 0,0806 = 8,06\%$ [15].

Важное место в системе процентных ставок занимает ставка рефинансирования Центрального Банка России — ставка, по которой ЦБ выдает кредит коммерческим банкам.

КС, или ключевая ставка, — это процент, под который Центральный банк Российской Федерации (ЦБ) кредитует коммерческие банки, а также принимает у них денежные средства на хранение. Другими словами, это стоимость денег для банков.

Ключевую ставку определяет совет директоров Банка России восемь раз в год, но бывают ситуации, когда он не дожидается очередного заседания и меняет процент раньше — например, если курс рубля резко падает. С 2013 года КС корректировалась более 50 раз.

Если ключевая ставка Центробанка равна 15 %, плата КБ за предоставленный кредит должна быть выше, а за вклад — ниже, например 17 и 13 % соответственно. В противном случае кредитно-финансовая организация ничего не заработает или уйдёт в минус.

2.3. Условия применения простых процентов

Начисление простых процентов обычно используется в двух случаях:

- при заключении краткосрочных контрактов (предоставлении краткосрочных кредитов и т.п.), срок которых не превышает года ($n \leq 1$);
- когда проценты не присоединяются к сумме долга, а периодически выплачиваются.

Необходимо соблюдать соответствие между расчетным периодом и расчетной ставкой. Если продолжительность финансовой операции не равна целому числу лет, периоды начисления процентов n выражают дробным числом, как отношение продолжительности финан-

совой сделки в днях к количеству дней в году (или отношение продолжительности финансовой сделки в месяцах к числу месяцев в году и т.п.) [16].

2.4. Нарращение по простым процентным ставкам

Под наращенной суммой ссуды (долга, депозита, других видов, выданных в долг или инвестированных денег) понимают первоначальную ее сумму с начисленными процентами к концу срока начисления.

Процесс роста суммы долга по простым процентам легко представить графически (рис. 2.1). При начислении простых процентов по ставке i за базу берется первоначальная сумма долга. Нарращенная сумма S растет линейно от времени.

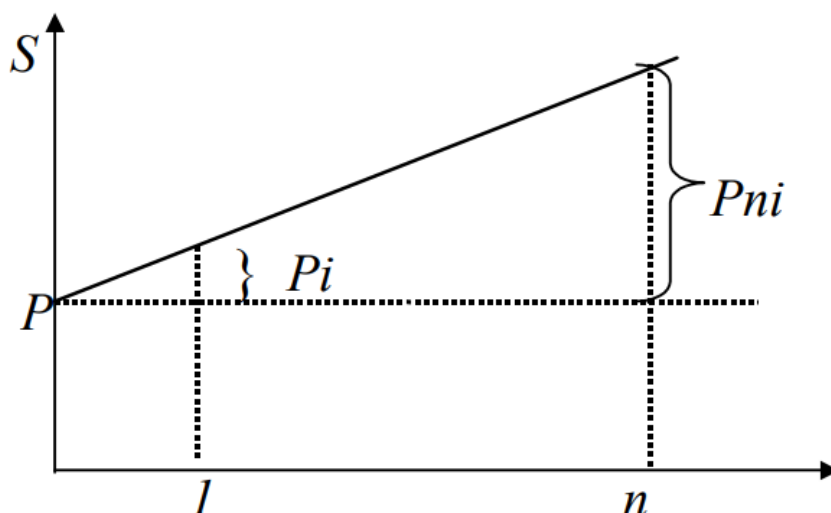


Рис. 2.1. График наращенной суммы при простой процентной ставке

Нарращенная сумма определяется умножением первоначальной суммы долга на множитель наращения, который показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной. Расчетная формула зависит от вида применяемой процентной ставки и условий наращения.

Процесс изменения суммы долга с начисленными простыми процентами описывается арифметической прогрессией, членами которой являются величины:

$$P; P + P \cdot i = P \cdot (1 + i); P + Pi + Pi = P \cdot (1 + 2i); \dots; P \cdot (1 + ni)$$

Первый член этой прогрессии равен P , разность – Pi , а последний член, определяемый как:

$$S = P \cdot (1 + n \cdot i) \quad (2.1)$$

и является наращенной суммой. Буковой S обозначается будущая стоимость, P – текущая стоимость, n – период, измеряемый в годах, i – процентная ставка в виде коэффициента. Формула (2.1) называется формулой наращения по простым процентам, или формулой простых процентов. Множитель $(1 + ni)$ является множителем наращения. Он показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной суммы.

Пример. Определить сумму накопленного долга, если ссуда равна 500 тысяч рублей, выдана на срок 4 года под простые проценты по ставке 20 % годовых.

Решение:

По условиям задачи 500 тысяч рублей – это текущая стоимость долга, период равен 4, а годовая процентная ставка 20% или (0,2), найти необходимо будущую стоимость.

$P=500$ тыс.руб.

$n=4$

$i=20\%=0,2$

$S=?$

Применим формулу (2.1) и получим

$$S = P \cdot (1 + n \cdot i) = 500000 \cdot (1 + 4 \cdot 0,2) = 500000 \cdot 1,8 = 900000$$

Таким образом, сумма накопленного долга через 4 года составит 900 тысяч рублей.

2.5. Дисконтирование по простым процентным ставкам

Дисконтирование по простым процентам — это операция, которая позволяет по известным наращённой сумме, процентной ставке и сроке финансовой операции определить современную стоимость этой наращённой суммы.

Другими словами, дисконтирование позволяет определить, какую первоначальную сумму надо дать в долг, чтобы получить в конце

срока сумму при условии, что на долг начисляются проценты по ставке. Дисконтный множитель показывает, какую долю составляет первоначальная сумма долга в величине наращенной суммы.

Формулу дисконтирования по простым процентам можем получить, выразив текущую стоимость P из формулы (2.1):

$$P = \frac{S}{1+n \cdot i} \quad (2.2)$$

Полученная формула является формулой для нахождения текущей или дисконтированной стоимости. Множитель $\frac{1}{1+n \cdot i}$ является множителем дисконтирования, он показывает, какую долю составляет первоначальная сумма долга в величине наращенной суммы.

Пример. Через 210 дней после подписания договора должник уплатит 450 тыс. руб. Кредит выдан под 26% годовых (простые проценты). Какова первоначальная сумма долга при условии, что временная база равна 365 дням?

Решение:

Из условий понятно, что 450 тысяч – это будущая стоимость, период, во время которого начислялись проценты равен 210/365, а ставка простых процентов составляет 26% или 0,26.

Воспользуемся формулой (2.2) и получим

$$P = \frac{S}{1 + n \cdot i} = \frac{450000}{1 + \frac{210}{365} \cdot 0,26} = \frac{450000}{1,1496} = 394440,50$$

Таким образом, первоначальная сумма долга составила 394440,50 рублей.

В ряде случаев процентные ставки не остаются неизменными во времени. Поэтому в кредитных соглашениях иногда предусматриваются дискретно изменяющиеся во времени процентные ставки. В этом случае формула расчета наращенной суммы принимает следующий вид:

$$S = P * (1 + \sum i \cdot n) \quad (2.3)$$

Рассмотрим подробнее на примере. Рассчитать сумму накопленных процентов на вклад в размере 50000 рублей, который хранился 3

месяца под 13% годовых, 2 месяца под 14% и 4 месяца под 16% годовых?

Решение:

Воспользуемся формулой (2.3) и получим:

$$\begin{aligned} S &= P * \left(1 + \sum i \cdot n\right) = 50000 \cdot \left(1 + 0,13 \cdot \frac{3}{12} + 0,14 \cdot \frac{2}{12} + 0,16 \cdot \frac{4}{12}\right) \\ &= \\ &= 50000 \cdot \left(1 + \frac{0,13 \cdot 3 + 0,14 \cdot 2 + 0,16 \cdot 4}{12}\right) = 50000 \cdot 1,1092 = \\ &= 55460 \end{aligned}$$

Чтобы найти сумму накопленных процентов, необходимо найти разницу будущей стоимости S и текущей стоимости вклада P:

$$S - P = 55460 - 50000 = 5460 \text{ рублей}$$

Таким образом, сумма накопленных процентов за 9 месяцев составит 5460 рублей.

2.6. Системы начисления простых процентов

При расчете простых процентов при переводе годовой ставки в дневном и последующем расчете процентов используют 3 подхода.

Английская система - точное число дней в году и точное число дней в месяце. Этот вариант, естественно, дает самые точные результаты. Данный способ применяется центральными банками многих стран и крупными коммерческими банками, например, в Великобритании, США. Согласно указаниям ЦБ РФ, именно эта методика закреплена для начисления процентов в России [17].

Французская система - 360 дней в году и точное число дней в месяце. Этот метод, иногда называемый банковским (Bankers Rule), распространен в междоународных ссудных операциях коммерческих банков, во внутригосударственных - во Франции, Бельгии, Швейцарии.

Немецкая система - 360 дней в году и 30 дней в месяце. Такой метод применяется тогда, когда не требуется большой точности. Например, при промежуточных расчетах. Он принят в практике коммерческих банков Германии, Швеции, Дании.

При этом день оформления и день выдачи вклада считаются как один день.

Пример. Рассчитать сумму начисленных процентов по вкладу в 50000 руб., положенному на счет 5 февраля 2023 г. и снятого со счета

17 мая 2023 г. под 5% годовых, используя английскую, немецкую и французскую системы.

Решение:

Английская:

Количество дней ($n_{\text{дн}}$) = $28 - 4 + 31 + 30 + 17 - 1 = 101$ дн.

$S - P = 50000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 101/365) - 50000 = 691,78$ руб.

Немецкая:

Количество дней ($n_{\text{дн}}$) = $30 - 4 + 30 \cdot 2 + 17 - 1 = 102$ дн.

$S - P = 50000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 102/360) - 50000 = 708,33$ руб.

Французская:

Количество дней ($n_{\text{дн}}$) = $28 - 4 + 31 + 30 + 17 - 1 = 101$ дн.

$S - P = 50000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 101/360) - 50000 = 701,39$ руб.

Сравнив сумму процентов, полученных при разных системах начисления, можем сделать вывод, что для данного вклада немецкая система начисления оказалась более выгодной. Но так бывает далеко не всегда.

3. РАСЧЕТЫ ПО СЛОЖНЫМ ПРОЦЕНТАМ

3.1. Определение сложных процентов

Чтобы понять разницу между простыми и сложными процентами рассмотрим ситуацию: клиент положил в банк на несколько лет сумму, равную P , под простые проценты по ставке i , причем счет можно закрыть в любое время. Если клиент закроет счет через 2 года, то на руки он получит сумму $S_1 = P + Pi + Pi = P \cdot (1 + 2i)$.

Но клиент может поступить таким образом: через год закрыть счет, получить на руки сумму $S = P(1 + i)$, а затем положить эту сумму еще раз на год, осуществив операцию реинвестирования. Такое действие позволит ему в конце второго года получить $S_2 = S \cdot (1 + i) = P \cdot (1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$. Найдем разницу между двумя полученными суммами S_2 и S_1 :

$$S_2 - S_1 = P(1+i)^2 - P(1+2i) = (P + Pi + Pi + Pi^2) - (P + 2Pi) = P + 2Pi + Pi^2 - P - 2Pi = Pi^2 = (Pi) \cdot i$$

Сумма, полученная во втором случае больше, чем в первой на величину $Pi^2 = (Pi)i$, которая представляет собой проценты на начисленные проценты. Ясно, что клиенту выгодно каждый раз переоформлять счет, поэтому с целью предотвращения такого рода действий банки в некоторых случаях используют сложные проценты.

Таким образом, можно дать определение, сложные проценты – это ситуация, когда проценты прибыли в конце каждого периода прибавляются к основной сумме, и полученная величина в дальнейшем становится исходной для начисления новых процентов [18].

В средне- и долгосрочных финансово-кредитных операциях, если проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяются к сумме долга, применяют сложные проценты (compound interest).

База для начисления сложных процентов в отличие от простых не остается постоянной – она увеличивается с каждым шагом во времени. Абсолютная сумма начисляемых процентов возрастает, и процесс увеличения суммы долга происходит с ускорением. Нарастание по сложным процентам можно представить как последовательное реинвестирование средств, вложенных под простые проценты на один период начисления (running period). Присоединение начисленных процентов к сумме, которая послужила базой для их начисления, часто называют капитализацией процентов.

3.2. Расчет будущей стоимости при использовании сложных процентов

Для расчета наращенной суммы при условии, что проценты начисляются и капитализируются один раз в году (годовые проценты), применяется сложная ставка наращения.

Применим те же обозначения, что и в формуле наращения по простым процентам:

S – будущая стоимость,

P – текущая стоимость,

i – годовая процентная ставка (в виде коэффициента),

n – период.

Тогда размер будущей стоимости будет рассчитываться следующим образом:

- через 1 год: $S_1 = P + Pi = P(1+i)$

- через 2 года: $S_2 = S_1 + S_1 \cdot i = S_1(1+i) = P(1+i)(1+i) = P(1+i)^2$

...

- через n лет: $S_n = P \cdot (1+i)^n$

Отсюда следует формула наращения (3.1):

$$S_n = P \cdot (1+i)^n \quad (3.1)$$

Множитель $k_n = (1+i)^n$ является множителем (коэффициентом) наращения. Множитель наращения сложных процентов за полный срок n периодов по процентной ставке i за каждый является основным финансовым коэффициентом и показывает будущую стоимость 1 денежной единицы, вложенной на n периодов под сложные проценты, начисляемые по ставке i .

Пример. Какую сумму можно будет снять со счета через 5 лет, если положили 1 млн руб. под 15,5 % годовых по сложной ставке?

Решение:

Из условий задачи ясно, что сумма в 1 млн рублей является текущей стоимостью P , период n равен 5 годам и сложная ставка составляет 15,5 процентов или $i=0,155$. Используя формулу (3.1), получим:

$$S_n = P \cdot (1+i)^n = 1000000 \cdot (1+0,155)^5 = 2055464 \text{ рублей}$$

Таким образом, можно сделать вывод, 1 млн рублей при оформлении вклада под 15,5% при начислении процентов раз в год через 5

лет превратится в 2 055 464 рублей. Для сравнения при простых процентах эта сумма составила бы 1,755 млн рублей.

3.3. Дисконтирование по сложным процентным ставкам

Для начала снова вернемся к определению дисконтирования. Дисконтирование — это действие, обратное начислению процентов, когда по известной наращённой сумме (будущей стоимости) находят первоначальную сумму (нынешнюю стоимость) или, другими словами, находят сегодняшнюю стоимость доходов, которые могут быть получены в будущем.

Формулу, которую мы будем использовать для дисконтирования, мы можем получить из формулы (3.1), выразив оттуда текущую стоимость P . Тогда формула дисконтирования по сложным процентам (3.2) примет вид:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} \quad (3.2)$$

Множитель $k_d = \frac{1}{(1+i)^n}$ является множителем (коэффициентом) дисконтирования, он показывает текущую стоимость 1 денежной единицы, которая будет получена через n периодов времени при процентной ставке i [18].

Пример. Инвестор намерен положить деньги в банк под 20% годовых с целью накопления через два года 500 тыс. р. Определить сумму вклада в случае сложных процентов.

Решение:

Из условий задачи дано, что будущая стоимость вклада S составляет 500 000 рублей, период, за который необходимо накопить такую сумму, равен 2 годам, а банк предлагает ставку 20% в случае сложных процентов. Необходимо найти текущую стоимость P . Используя формулу (3.2), получим:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = \frac{500\,000}{(1+0,2)^2} = \frac{500\,000}{1,44} = 347\,222,22 \text{ руб.}$$

Из полученного результата можем сделать вывод, что для накопления 500 тысяч рублей за 2 года при сложной процентной ставке 20% в банк нужно положить 347223 рубля.

3.4. Сравнительный анализ начисления простых и сложных процентов

Различие между простыми и сложными процентами заключается в том, что каждый период деньги при простых процентах приносят доход только на основную сумму, тогда как при сложных процентах доход начисляется на сумму вместе с уже заработанными процентами и поэтому получается он больше.

Разница между этими методами начисления процентов может казаться незначительной на короткие периоды, но на длительную перспективу сложные проценты значительно увеличивают потенциал вашего капитала.

Графически последовательность наращенных сумм в случае сложных процентов представляет геометрическую прогрессию (рис.3.1). График позволяет сделать важный в практическом отношении вывод: наращенная сумма по простым процентам может быть равна, больше или меньше наращенной суммы по сложным процентам. Это связано с периодами начисления процентов [19].

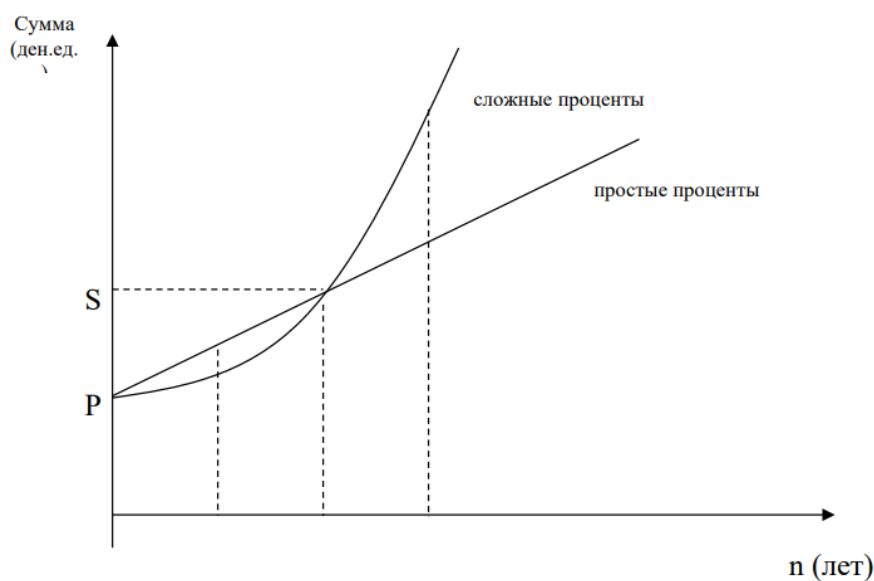


Рис. 3.1. График сравнительного анализа начисления простых и сложных процентов

Сделаем иллюстративный расчет для случая $P = 100$ руб., различных сроков n и значений процентной ставки i . Полученные значения наращенной суммы S приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Сравнительный анализ начисления простых и сложных процентов

	Простые проценты			Сложные проценты		
	Номинальная годовая процентная ставка i					
Срок n , лет	4%	5%	10%	4%	5%	10%
0,25	101,00	101,25	102,50	100,99	101,23	102,41
0,50	102,00	102,50	105,00	101,98	102,47	104,88
1,00	104,00	105,00	110,00	104,00	105,00	110,00
2,00	108,00	110,00	120,00	108,16	110,25	121,00
2,50	110,00	112,50	125,00	110,30	112,97	126,91

Изучив таблицу 3.1, легко увидеть, что при сроке меньше года наращенная сумма при расчете по формуле простых процентов превышает наращенную сумму при расчете по формуле сложных процентов, а при сроке более года — наоборот.

Из графика видно, что при сроке меньше года простые проценты превышают сложные, а при сроке более года — наоборот. Пользуясь этим, банки иногда в кредитных договорах устанавливают начисление процентов по формуле простых процентов при сроках до года и по формуле сложных процентов — в остальных случаях.

Величина множителя наращения зависит от двух параметров — i и n . Следует отметить, что при большом сроке наращения даже небольшое изменение ставки заметно влияет на величину множителя. В свою очередь очень большой срок приводит к устрашающим результатам даже при небольшой процентной ставке. Здесь уместна следующая иллюстрация. Остров Манхэттен, на котором расположена центральная часть Нью-Йорка, был куплен (а точнее выменян) за 24 доллара. Стоимость земли этого острова 400 лет спустя оценивается примерно в 50 млрд. долларов, то есть первоначальная сумма увеличилась в $2,083 \cdot 10^9$ раз! Такой рост достигается при сложной ставке, равной:

$$i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 = \sqrt[400]{\frac{50 \cdot 10^9}{24}} - 1 \approx 5,5\%$$

Казалось бы, что ставка 5,5 не такая уж и большая, но мы видим, что при большом периоде и применении сложных процентов она дает колоссальные результаты [20].

3.5. Эффективная и номинальная ставки процентов

Если сложные проценты начисляются и присоединяются по истечении года, то ставка процентов является эффективной и обозначается i .

Эффективная ставка процентов характеризует доходность финансовой операции с учетом внутригодовой капитализации, это та реальная прибыль, которую можно получить от одной денежной единицы в год.

В современных условиях проценты капитализируются, как правило, не один, а несколько раз в году – по полугодиям, кварталам и т.д. В этом случае, для наращения применяется номинальная процентная ставка. В этом случае проценты начисляются m раз в году. В контрактах, как правило, фиксируется не ставка за процентный период, а годовая ставка процентов, которая в этом случае называется номинальной (обозначается j) [22].

Существенное различие между ставками заключено в задачах, которые они выполняют:

- эффективная ставка процентов характеризует доходность финансовой операции с учетом внутригодовой капитализации, это та реальная прибыль, которую можно получить от одной денежной единицы в год;
- номинальная ставка процентов предназначена для исчисления процентной ставки за период (месяц, квартал, полугодие), которую рассчитывают j/m .

Следует иметь в виду, что обе ставки (и эффективная, и номинальная) являются годовыми.

Номинальная ставка процентов предназначена для исчисления процентной ставки за период (день, месяц, квартал, полугодие), которую рассчитывают j/m . Такую ставку j/m в мировой практике называют релятивной (относительной).

Релятивная процентная ставка – ставка, получающаяся делением номинальной процентной ставки на количество m начислений сложных процентов в году. Стоит обратить внимание, что релятивная ставка не является годовой [23].

Если начисление процентов происходит чаще, чем раз в год, то для нахождения будущей стоимости следует использовать следующую формулу (3.3):

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m}, \quad (3.3)$$

где S – будущая стоимость; P – текущая стоимость; j – номинальная процентная ставка, то есть годовая процентная ставка при m начислениях в году; m – количество начислений процентов в течение года; n – период, измеряемый в годах, в течение которого начисляются проценты.

Пример. Какую сумму можно будет снять со счета, если положили 120000 руб. на 3 года под 16% годовых с ежемесячной капитализацией процентов?

Решение:

В условии задачи сказано, что капитализация ежемесячная, то есть проценты начислялись в конце каждого месяца, в таком случае $m=12$. Воспользовавшись формулой (3.3), получим:

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m} = 120000 \cdot \left(1 + \frac{0,16}{12}\right)^{3 \cdot 12} = 120000 \cdot 1,0133^{36} = 193314,79$$

Таким образом, вложив 120 тысяч рублей под 16% с ежемесячной капитализацией через 3 года мы получим 193314,79 рублей.

Далее найдем формулу для нахождения текущей стоимости при известной будущей стоимости, для этого выразим текущую стоимость P из формулы (3.3), получится:

$$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m}} \quad (3.4)$$

Полученная формула (3.4) называется формулой дисконтирования и используется, когда начисление сложных процентов происходит чаще, чем раз в год.

Пример. Какую сумму нужно положить на счет под 17,5% годовых с ежеквартальной капитализацией процентов, если через 4 года со счета сняли 150000 рублей?

Решение:

Из условий задачи известно, что будущая стоимость вклада S составляет 150000 рублей, капитализация была ежеквартальной, то есть $m=4$. Воспользовавшись формулой (3.4), найдем текущую стоимость:

$$P = \frac{S}{(1 + \frac{j}{m})^{n \cdot m}} = \frac{150000}{(1 + \frac{0,175}{4})^{4 \cdot 4}} = \frac{150000}{1,04375^{16}} = 75604,46$$

Таким образом, положив в банк 75605 рублей под 17,5% годовых при ежеквартальном начислении процентов через 4 года можно будет снять со счета 150 тысяч рублей.

Далее посмотрим, как меняется будущая стоимость при разной капитализации процентов. Для этого решим следующую задачу.

Чему будет равна сумма начисленных процентов на вклад в размере 80000 руб., который открыли в банке на 2 года под 8% годовых с ежеквартальной, ежемесячной, ежедневной капитализацией процентов (принять 360 дней в году)?

Решение:

Нам надо найти будущую стоимость вклада 3 раза, в первом случае m будет равно 4, во втором случае 12, а в третьем $m=360$. Воспользуемся формулой (3.3) и получим:

$$S_1 = 80000 \cdot (1 + 0,08/4)^{2 \cdot 4} = 93732,75 \text{ руб.}$$

$$S_1 - P = 93732,75 - 80000 = 13732,75 \text{ руб.}$$

$$S_2 = 80000 \cdot (1 + 0,08/12)^{2 \cdot 12} = 93831,03 \text{ руб.}$$

$$S_2 - P = 93831,03 - 80000 = 13831,03 \text{ руб.}$$

$$S = 80000 \cdot (1 + 0,08/360)^{2 \cdot 360} = 93879,2 \text{ руб.}$$

$$S_3 - P = 93879,2 - 80000 = 13879,2 \text{ руб.}$$

Проанализировав полученные результаты, можно сделать вывод, что чем чаще происходит капитализация, тем больше становится будущая стоимость при прочих равных условиях.

Графически изменение наращенной суммы в зависимости от частоты начисления (на примере ежегодного и полугодового начислений) имеет следующий вид (рис. 3.2).

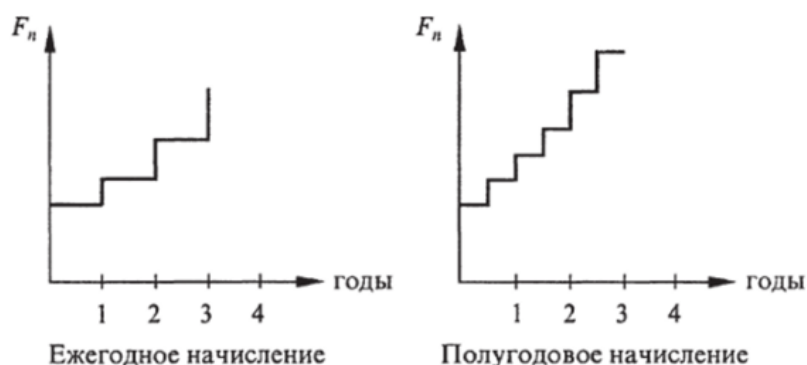


Рис. 3.2. Изменение наращенной суммы в зависимости от частоты начисления

При дискретном начислении каждая «ступенька» характеризует прирост основной суммы вклада/долга в результате очередного начисления процентов. Высота «ступенек» все время возрастает.

В рамках одного года одной «ступеньке» на левом графике соответствует две «ступеньки» на правом графике меньшего размера, но в сумме они превышают высоту «ступеньки» однократного начисления. Чем чаще происходит капитализация процентов, тем больше «ступенек» будет в каждом периоде.

3.6. Переменная сложная процентная ставка

На практике возникают случаи, когда процентная ставка меняется на протяжении срока вклада или кредита, в таком случае ставка является переменной.

Наращенная сумма при различных ставках сложных процентов на разных интервалах исчисления ($n_1; n_2; \dots$ — продолжительность интервалов начисления в годах; $j_1; j_2; \dots$ — годовые ставки процентов, соответствующие этим интервалам) составит:

- в конце первого интервала: $S_1 = P \cdot \left(1 + \frac{j_1}{m}\right)^{n_1 \cdot m}$
- в конце второго интервала:

$$S_2 = S_1 \cdot \left(1 + \frac{j_2}{m}\right)^{n_2 \cdot m} = P \cdot \left(1 + \frac{j_1}{m}\right)^{n_1 \cdot m} \cdot \left(1 + \frac{j_2}{m}\right)^{n_2 \cdot m}$$
- в конце последнего интервала:

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{j_1}{m}\right)^{n_1 \cdot m} \cdot \left(1 + \frac{j_2}{m}\right)^{n_2 \cdot m} \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{j_n}{m}\right)^{n_n \cdot m}$$

Отсюда получим формулу для нахождения будущей стоимости. Если процентная ставка меняется во времени, то будущая стоимость рассчитывается по следующей формуле (3.5):

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{j_1}{m}\right)^{n_1 \cdot m} \cdot \left(1 + \frac{j_2}{m}\right)^{n_2 \cdot m} \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{j_n}{m}\right)^{n_n \cdot m}, \quad (3.5)$$

где S – будущая стоимость; P – текущая стоимость; m – количество начислений процентов в течение года; $n_1, n_2; \dots$ — продолжительность интервалов начисления в годах; $j_1, j_2; \dots$ — годовые ставки процентов, соответствующие этим интервалам.

Рассмотрим пример. Какую сумму сняли со счета через 7 лет, если вклад был открыт на сумму 150000 руб., первый год он хранился под 4% годовых, 2 последующих года – под 5%, остальные 4 года – под 6% годовых? Во всех периодах осуществлялась полугодовая капитализация процентов.

Решение:

В данной задаче рассмотрим 3 периода, в каждом из которых менялась процентная ставка, таким образом:

$$n_1=1 \quad j_1=4\%=0,04$$

$$n_2=2 \quad j_2=5\%=0,05$$

$$n_3=4 \quad j_3=6\%=0,06$$

При этом текущая стоимость составляет 150000 рублей, а начисление процентов происходило в конце каждого полугодия, то есть $m=2$. Воспользовавшись формулой (3.5), получаем:

$$\begin{aligned} S &= P \cdot \left(1 + \frac{j_1}{m}\right)^{n_1 \cdot m} \cdot \left(1 + \frac{j_2}{m}\right)^{n_2 \cdot m} \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{j_n}{m}\right)^{n_n \cdot m} = \\ &= 150000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^{1 \cdot 2} \cdot \left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^{2 \cdot 2} \cdot \left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^{4 \cdot 2} = \\ &= 150000 \cdot 1,02^2 \cdot 1,025^4 \cdot 1,03^8 = 218215,13 \end{aligned}$$

Таким образом, через 7 лет со вклада сняли 218215, 13 рублей, при этом в данном вкладе применялась переменная процентная ставка.

3.7. Расчет сложных процентов при дробном числе периодов

На практике возможен вариант дробного числа периодов, так как достаточно часто финансовые контракты заключаются на период, отличающийся от целого числа лет.

При расчете сложных процентов возникает необходимость расчета процентов и наращенной стоимости при дробном числе периодов. Для этого используют 3 метода:

1) по формуле сложных процентов;

2) смешанный способ – за целое число периодов начисляются сложные проценты, а за дробную часть – простые;

3) сложные проценты начисляются только за целую часть периода, а дробная часть отбрасывается.

Мы помним по графику (рис. 3.1), что простые проценты выгоднее, когда период меньше года, поэтому если начисление процентов происходит за период, превышающий один год, и при этом период финансовой операции, выраженный в годах, является дробным числом, то с точки зрения инвестора (кредитора) наибольший эффект может быть получен при начислении процентов по смешанной схеме начисления процентов. Важно отметить, что наибольшая выгода наблюдается, когда дробная часть составляет $\frac{1}{2}$ [24].

Рассмотрим все 3 способа на примере. Определите сумму начисленных процентов разными способами на вклад в размере 50000 рублей, положенный на 19 месяцев под 20% годовых с ежеквартальным начислением процентов.

Решение:

1 метод:

Период в 19 месяцев представим как $19/12$ и найдем будущую стоимость:

$$S = 50000 \cdot (1 + 0,2/4)^{4 \cdot 19/12} = 68103,42 \text{ руб.}$$

$$\text{Сумма процентов: } 68103,42 - 50000 = 18103,42 \text{ руб.}$$

2 метод:

19 месяцев представим как 6 кварталов (18 месяцев) и 1 месяц, для 6 кварталов будем использовать сложные проценты, а для одного месяца простые, тогда будущая стоимость:

$$S = 50000 \cdot (1 + 0,2/4)^{4 \cdot 18/12} \cdot (1 + 0,2 \cdot 1/12) = 68121,53 \text{ руб.}$$

$$\text{Сумма процентов: } 68121,53 - 50000 = 18121,53 \text{ руб.}$$

3 метод:

Найдем будущую стоимость только для целого числа периодов, то есть для 6 кварталов или 18 месяцев:

$$S = 50000 \cdot (1 + 0,2/4)^{4 \cdot 18/12} = 67004,78 \text{ руб.}$$

$$\text{Сумма процентов: } 67004,78 - 50000 = 17004,78 \text{ руб.}$$

Как и упоминалось выше, можно сделать вывод, что множитель наращения по смешанному методу оказывается несколько больше.

3.8. Расчет сложных процентов с использованием финансовых таблиц

При работе со сложными процентами используются коэффициенты (множители) дисконтирования и наращения. Величина $k_n = (1+i)^n$ называется коэффициентом (множителем) наращения сложных процентов. Величина $k_d = 1/(1+i)^n$ называется коэффициентом (множителем) дисконтирования сложных процентов.

Для некоторых значений i и n Имеются таблицы значений k_n и k_d , они представлены в приложении 1. Данными таблицами можно пользоваться при решении задач, они значительно упрощают и сокращают время, требуемое для расчетов. Но стоит отметить, что финансовые организации данные таблицы практически не используют в работе, так как коэффициенты в них округлены всего лишь до второго знака после запятой. А как мы помним, даже небольшое изменение процентной ставки при большом периоде может сильно изменить конечный результат.

Для нахождения нужного коэффициента достаточно знать число периодов и процентную ставку, затем найти пересечение соответствующих строки и столбца [25].

Пример. Какую сумму можно будет снять со счета через 2 года, если положили 60000 руб. под 20 % годовых с ежеквартальной капитализацией процентов? Решите задачу, используя финансовые таблицы.

Решение:

Для начала найдем число периодов, так как вклад существовал 2 года ($n=2$), а начисление процентов происходило ежеквартально ($m=4$), то общее число периодов составит 8 ($m \cdot n = 4 \cdot 2$). При этом процентную ставку следует использовать релятивную, то есть j/m , в данном случае она составит $20\%/4=5\%$, так как мы ищем будущую стоимость, то обратимся к таблице с коэффициентами наращения разовых выплат (рис. 3.3.).

Период	Ставка									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,10
2	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,15	1,17	1,19	1,21
3	1,03	1,06	1,09	1,13	1,16	1,19	1,23	1,26	1,30	1,33
4	1,04	1,08	1,13	1,17	1,22	1,26	1,31	1,36	1,41	1,46
5	1,05	1,10	1,16	1,22	1,28	1,34	1,40	1,47	1,54	1,61
6	1,06	1,13	1,19	1,27	1,34	1,42	1,50	1,59	1,68	1,77
7	1,07	1,15	1,23	1,32	1,41	1,50	1,61	1,71	1,83	1,95
8	1,08	1,17	1,27	1,37	1,48	1,59	1,72	1,85	1,99	2,14
9	1,09	1,20	1,31	1,42	1,55	1,69	1,84	2,00	2,17	2,36
10	1,11	1,22	1,34	1,48	1,63	1,79	1,97	2,16	2,37	2,59
11	1,12	1,24	1,38	1,54	1,71	1,90	2,11	2,33	2,58	2,85

Рис. 3.3. Фрагмент таблицы с коэффициентами наращенения

Так как мы определили, что число периодов 8, а ставка 5%, то находим пересечение строки со значением «8» и столбца со значением «5», полученный коэффициент равен 1,48. Тогда найдем будущую стоимость:

$$S = P \cdot k_n(8; 5\%) = 60000 \cdot 1,48 = 88800 \text{ рублей}$$

Таким образом, через 2 года со вклада можно будет снять 88,8 тысяч рублей, и мы видим, как использование коэффициентов наращенения упростило решение.

4. НЕПРЕРЫВНОЕ НАЧИСЛЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК. ЭФФЕКТИВНАЯ СТАВКА ПРОЦЕНТОВ

4.1. Непрерывное начисление процентов

Во 2 главе мы разбирали, что по времени начисления процентов ставки бывают:

- Дискретные процентные ставки — это проценты, начисляемые за фиксированные интервалы времени (год, полугодие и т. д.). В таких случаях время рассматривается как дискретная переменная.
- Непрерывные процентные ставки — они применяются в случаях, когда наращение или дисконтирование производится непрерывно, за бесконечно малые промежутки времени.

В зависимости от частоты начисления процентов наращение суммы осуществляется различными темпами, причем с возрастанием частоты накопленная сумма увеличивается. Максимально возможное наращение осуществляется при бесконечном дроблении годового интервала [26].

Рассмотренные в предыдущих задачах проценты являлись дискретными, поскольку их начисление осуществлялось за фиксированные промежутки времени (год, квартал, месяц, день). Но на практике встречаются случаи, когда проценты начисляются непрерывно, за сколь угодно малый промежуток времени.

В практических финансово-кредитных операциях непрерывное наращение, то есть наращение за бесконечно малые отрезки времени, применяется крайне редко. Существенно большее значение непрерывное наращение имеет в анализе сложных финансовых проблем, например при обосновании и выборе инвестиционных решений, в финансовом проектировании

Непрерывное начисление процентов используется при анализе сложных финансовых задач, например, оценивая работу финансового учреждения, где платежи за период поступают многократно, целесообразно предполагать, что наращенная сумма непрерывно меняется во времени, применять непрерывное начисление процентов.

Бывают ситуации, когда непрерывное начисление процентов применяется непосредственно при работе с клиентами. В начале 70-х

годов в США ставка процентных выплат по займам и депозитам со сроком от 6 до 10 лет была ограничена величиной 7,75% годовых, но не ограничивалось количество начислений процентов в течение года. Этим и воспользовались банки для привлечения вкладчиков, и некоторые из них стали применять непрерывное начисление процентов при годовой ставке 7,75%. По существу, эти банки установили годовую ставку, равную силе роста, т. е. $i = e^{0,0775} - 1 = 0,0806 = 8,06\%$ [27].

4.2. Расчеты при непрерывном начислении процентов

Непрерывное начисление процентов представляет собой начисление в течение самого короткого из возможных промежутков времени, позволяет получить максимальную норму доходности при данной объявленной ставке процента.

Поскольку проценты начисляются непрерывно, то m стремится к бесконечности. Уменьшая период начисления, а также увеличивая частоту начисления процентов и переходя к пределу в формуле $S = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m}$ при частоте начисления процентов, можно перейти к так называемому непрерывному проценту, при котором наращенная сумма (при схеме сложных процентов) увеличивается максимально (второй замечательный предел):

$$S = \lim_{m \rightarrow \infty} P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m} = P \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m} = P \cdot e^{j \cdot n}$$

Ставку непрерывных процентов называют силой роста (force of interest) и обозначают символом δ (дельта), в отличие от ставки дискретных сложных процентов (j). Сила роста характеризует относительный прирост наращенной суммы за бесконечно малый промежуток времени.

Таким образом, при непрерывном начислении процентов используется следующая базовая формула (4.1):

$$S = P \cdot e^{n\delta}, \quad (4.1)$$

где $e \approx 2,718$, основание натуральных логарифмов, называется числом Эйлера и является одной из важнейших постоянных математического анализа [28].

Сравнить графики наращения при дискретных и непрерывных процентах можно на рис. 4.1.

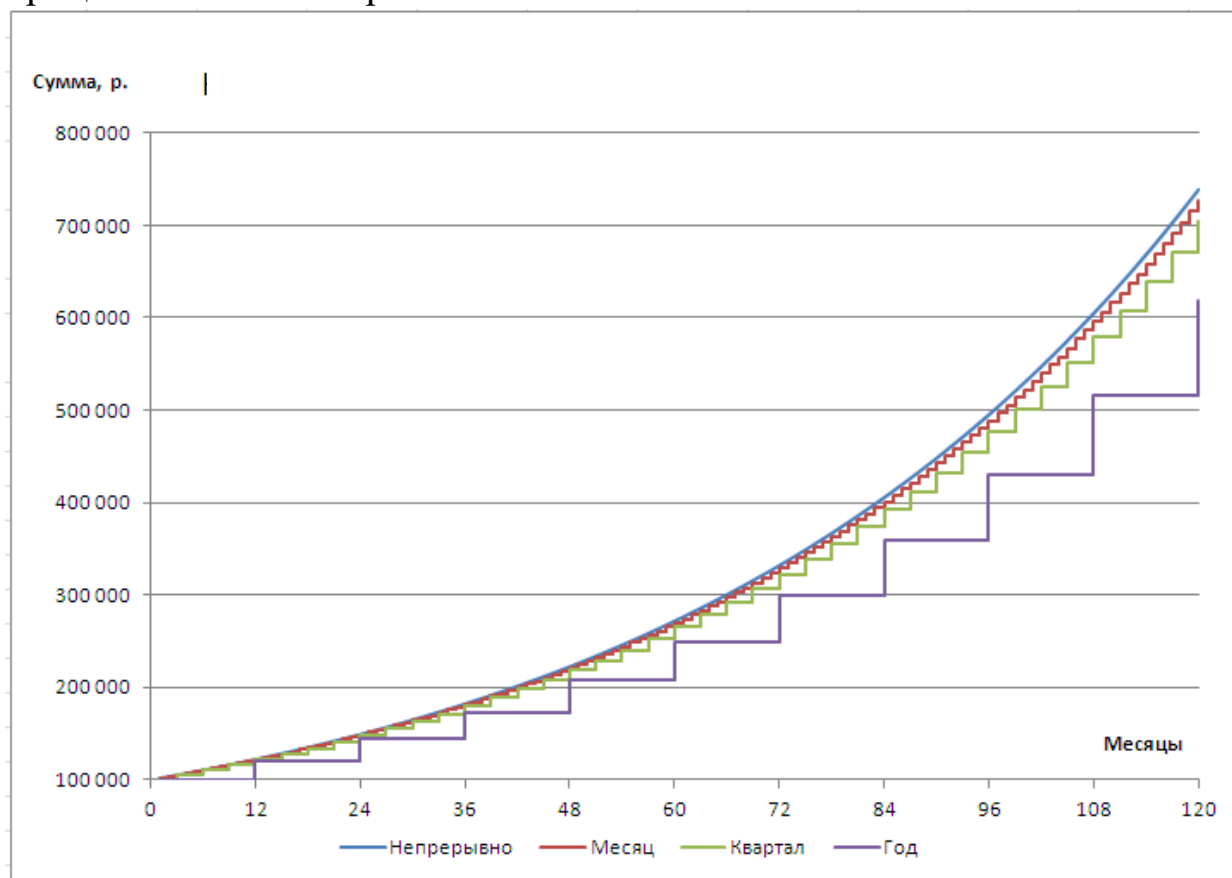


Рис. 4.1. Непрерывное и дискретное наращение сложных процентов

На рис. 4.1 представлены графики наращенной суммы за 10 лет по ставке 10% от начальной суммы 100 000 рублей. При расчете получаем следующие результаты:

- при непрерывном наращении будущая стоимость 738 905,61 рублей;

- при ежедневном наращении - 738 500,99 рублей;

- при ежемесячном наращении - 726 825,50 рублей;

- при ежеквартальном наращении - 703 998,87 рублей;

- при ежегодном наращении - 619 173,64 рублей.

Таким образом, в очередной раз можно подтвердить, что именно при непрерывном начислении процентов достигается максимальный размер наращенной суммы.

Пример. Определите сумму начисленных процентов на вклад в размере 40000 рублей, положенный на счет на 3 года под 10% годовых при непрерывной капитализации.

Решение:

Из условий ясно, что 40000 рублей это текущая стоимость вклада P , 10% являются силой роста, а период вклада равен 3. Тогда воспользовавшись формулой (4.1), получим:

$$S = P \cdot e^{n\delta} = 40000 \cdot 2,7183^{3 \cdot 0,1} = 53994,35 \text{ руб.}$$

$$S - P = 53994,35 - 40000 = 13994,35 \text{ руб.}$$

Получается, за 3 года при непрерывном начислении процентов мы получим 13994, 35 рублей прибыли по вкладу.

4.3. Эквивалентность процентных ставок

Для процедур наращения и дисконтирования могут применяться различные виды процентных ставок. Одну процентную ставку можно эквивалентным образом выразить через другую ставку процентов. При этом замена одного вида ставки на другой при соблюдении принципа эквивалентности не подвергает изменению отношения сторон в рамках одной операции. Для участвующих в сделке сторон безразлично, какой вид ставки фигурирует в контракте.

Ставки называются эквивалентными, если они дают одинаковые финансовые результаты. Формулы эквивалентности ставок можно получить, исходя из равенства взятых попарно множителей наращения [29].

Для нахождения эквивалентных процентных ставок используют уравнения эквивалентности. Принцип составления данных уравнений заключается в следующем:

- выбирается величина, которую можно рассчитать при использовании различных процентных ставок (обычно это наращенная сумма S);
- на основе равенства двух выражений для данной величины составляется уравнение эквивалентности;
- из полученного уравнения путем преобразований получается соотношение, выражающее зависимость между процентными ставками различного вида.

Уравнения эквивалентности также используются при решении задач, связанных с заменой или объединением платежей. На практике

часто возникают ситуации, когда участники сделки вынуждены изменять условия ранее заключенного финансового соглашения. Например, должник просит изменить срок платежа на более отдаленный либо изменить сумму платежа. В результате изменений условий контракта ни один из его участников не должен терпеть убытков, поэтому в таких ситуациях также составляется уравнение эквивалентности. Согласно уравнению эквивалентности сумма нового и старого платежей приводится к одному моменту времени. Из полученного уравнения определяется величина нового платежа при известном сроке либо срок нового платежа при его заданной величине. Для краткосрочных контрактов процесс приведения осуществляется, как правило, на основе простых ставок [27].

Для примера определим соотношение эквивалентности между простой ставкой наращенного и сложной ставкой наращенного (при капитализации процентов раз в год). Для этого приравняем друг к другу соответствующие множители наращенного:

$$1+n \cdot i = (1+j)^n,$$

где i – ставка простых процентов; j – ставка сложных процентов.

Приведенное равенство предполагает, что начальные и наращенные суммы при применении двух видов ставок идентичны. Из этого равенства найдем i и j .

$$1+n \cdot i = (1+j)^n$$

$$n \cdot i = (1+j)^n - 1$$

$$i = \frac{(1+j)^n - 1}{n}$$

Получаем уравнение эквивалентности, формула (4.2):

$$i = \frac{(1+j)^n - 1}{n} \quad (4.2)$$

Далее из первого равенства найдем ставку сложных процентов j :

$$1+n \cdot i = (1+j)^n$$

$$\sqrt[n]{1+n \cdot i} = 1+j$$

$$j = \sqrt[n]{1+n \cdot i} - 1$$

Получаем уравнение эквивалентности, формула (4.3):

$$j = \sqrt[n]{1+n \cdot i} - 1, \quad (4.3)$$

где i – ставка простых процентов; j – ставка сложных процентов; n – период, измеряемый в годах.

Пример. На какую годовую ставку простых процентов можно заменить годовую номинальную ставку процентов, равную 17%, если начисление по ней производилось ежеквартально в течение четырех лет?

Решение:

По условиям нам дано, что номинальная ставка j равна 17%, начисление производилось ежеквартально, то есть $m=4$ и период n так же составляет 4 года. А искать будем простую ставку i , которую выразим из уравнения эквивалентности, для этого приравняем множитель $(1+ni)$ к множителю $(1+j/m)^{mn}$.

$$1+n \cdot i = (1+j/m)^{mn}$$

$$i = \frac{(1 + \frac{j}{m})^{n \cdot m} - 1}{n}$$

Подставляем в эту формулу наши данные и находим ставку i :

$$i = \frac{(1 + \frac{j}{m})^{n \cdot m} - 1}{n} = \frac{(1 + \frac{0,17}{4})^{4 \cdot 4} - 1}{4} = 0,2366 = 23,66\%$$

Получается, что номинальная ставка $j=17\%$ и простая ставка $i=23,66\%$ эквивалентны, то есть они дают одинаковые финансовые результаты.

4.4. Средняя процентная ставка. Средняя ставка для простых процентов

Проблема эквивалентности ставок в некоторых случаях может быть решена с помощью расчета средних значений ставок. Если речь идет об одной финансовой операции, в которой размер ставки изменяется во времени, то все значения ставки можно обобщить с помощью соответствующей средней. Причем замена всех усредняемых значений ставки на среднюю ставку не должна изменить результаты наращения или дисконтирования [30].

Искомые средние можно получить при приравнивании множителей наращения друг к другу.

В общем виде определение средней ставки может быть сформулировано следующим образом.

Средняя процентная ставка – это ставка, дающая такое наращение, которое эквивалентно наращению с применением ряда разных по значению процентных ставок, применяемых на различных интервалах времени.

Рассмотрим пример для простых процентных ставок. Пусть за периоды $n_1, n_2, \dots, n_t$ начисляются простые проценты по ставкам $i_1, i_2, \dots, i_t$ на один и тот же капитал P . Тогда на основе равенства коэффициентов наращения:

$$1 + N \cdot \bar{i} = 1 + \sum n_t i_t,$$

где N – сумма всех периодов.

Отсюда можем вывести среднюю процентную ставку (формула 4.4):

$$\bar{i} = \frac{\sum n_t i_t}{N} \quad (4.4)$$

Средняя ставка простых процентов – это взвешенная средняя арифметическая величина, при расчете которой каждому значению процентной ставки ставится в соответствие интервал, в течение которого данное значение ставки использовалось [31].

Пример. Контракт предусматривает переменную по периодам ставку простых процентов: 20, 22 и 25 %. Продолжительность последовательных периодов начисления процентов: 2, 3 и 5 лет. Какой размер средней ставки приведет к аналогичному наращению исходной суммы?

Решение:

$$n_1=2, i_1=20\%=0,2$$

$$n_2=3, i_2=22\%=0,22$$

$$n_3=5, i_3=25\%=0,25$$

Воспользовавшись формулой (4.4), найдем среднюю ставку:

$$\bar{i} = \frac{\sum n_t i_t}{N} = \frac{2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,22 + 5 \cdot 0,25}{2 + 3 + 5} = \frac{2,31}{10} = 0,231 = 23,1\%$$

Таким образом, средняя ставка составляет 23,1%, и она даст такой же результат за 10 лет, что и переменные ставки 20%, 22% и 25% за периоды 2, 3 и 5 лет соответственно.

4.5. Средняя ставка для сложных процентов

Рассмотрим пример для сложных процентных ставок при капитализации раз в год. Пусть за периоды $n_1, n_2, \dots, n_t$ начисляются сложные проценты по ставкам $i_1, i_2, \dots, i_t$ на один и тот же капитал P . Тогда на основе равенства коэффициентов наращения:

$$(1 + \bar{i})^N = (1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \cdot \dots \cdot (1 + i_t)^{n_t}$$

Следует формула (4.5) для нахождения средней ставки для сложных процентов:

$$\bar{i} = \sqrt[N]{(1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \cdot \dots \cdot (1 + i_t)^{n_t}} - 1 \quad (4.5)$$

Таким образом, средняя ставка сложных процентов вычисляется как взвешенная средняя геометрическая.

Пример. Для первых двух лет ссуды применяется сложная ставка 15%, для следующих трех лет она составляет 20%. Найдите среднюю ставку за весь срок ссуды.

$$n_1=2, i_1=15\%=0,15$$

$$n_2=3, i_2=20\%=0,20$$

Для нахождения средней ставки воспользуемся формулой (4.5):

$$\begin{aligned} \bar{i} &= \sqrt[N]{(1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \cdot \dots \cdot (1 + i_t)^{n_t}} - 1 = \\ &= \sqrt[2+3]{(1 + 0,15)^2 \cdot (1 + 0,2)^3} - 1 = 0,1797 = 17,97\% \end{aligned}$$

Таким образом, средняя ставка составляет 17,97%, и она даст такой же результат за 5 лет, что и переменные сложные ставки 15% и 20% за периоды 2 и 3 года соответственно.

4.6. Эффективная процентная ставка

Уравнение эквивалентности используют и при вычислении так называемой эффективной ставки. Именно эффективная ставка характеризует реальную доходность финансовой операции, в то время как в контрактах обычно оговаривается годовая номинальная ставка.

Меняя частоту начисления процентов, можно существенно влиять на доходность операции. В частности, оговоренная в контракте номинальная ставка в $i\%$ может при определенных условиях вовсе не отражать истинный относительный доход (относительные расходы) [32].

Например, в контракте клиента с банком указано, что банк начисляет проценты по ставке 18% годовых. Если сложные проценты начисляются один раз в конце года, реальная доходность этой сделки составляет 18%. Если же банк начисляет сложные проценты ежемесячно, реальная доходность сделки составляет 19,5%.

Эффективная ставка процентов – это ставка простых процентов, которая в течение года дает тот же доход, что и ставка сложных процентов при m -начислениях.

Поскольку при $n = 1$, $(1 + ni) = (1 + i)^n$, справедливо и следующее определение: эффективная ставка – это годовая ставка сложных процентов, которая дает тот же результат, что и m -разовое начисление процентов по ставке j/m .

Эта ставка измеряет тот реальный относительный доход, который получают в целом за год от начисления процентов, то есть служит мерой доходности сделки.

Эффективная ставка при $m > 1$ больше номинальной, а при $m = 1$ эффективная ставка будет равна номинальной.

Замена в договоре номинальной ставки j при m -разовом начислении процентов на эффективную ставку $i_{\text{эф}}$ не изменяет финансовых обязательств участвующих сторон, то есть обе ставки являются эквивалентными ставками процента в финансовом отношении [33].

Получим формулу эффективной ставки процентов из формул нахождения будущей стоимости по простым (2.1) и сложным процентам (3.3):

$$S = P \cdot (1 + i \cdot n) \quad S = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m}$$

При $n=1$ получаем:

$$P \cdot (1 + i \cdot n) = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n \cdot m}$$

$$P \cdot (1 + i \cdot 1) = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{1 \cdot m}$$

$$1 + i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

Получаем формулу для нахождения эффективной ставки процентов (4.6):

$$i_{\text{эф}} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1, \quad (4.6)$$

где $i_{\text{эф}}$ – эффективная ставка процентов; j – номинальная ставка процентов; m – количество начислений в год; n – период, измеряемый в годах.

Пример. Выбрать наиболее эффективный вариант вложения средств:

А) 6,4% годовых, ежеквартальное начисление процентов

Б) 6,3% годовых, ежемесячное начисление процентов

В) 6,2% годовых, ежедневное начисление процентов (принять 360 дней в году)

Решение:

Найдем для каждого варианта эффективную ставку процентов, воспользовавшись формулой (4.6):

А) $i_{\text{эф}} = (1 + 0,064/4)^4 - 1 = 0,06555$, т.е. 6,555%

Б) $i_{\text{эф}} = (1 + 0,063/12)^{12} - 1 = 0,06485$, т.е. 6,485%

В) $i_{\text{эф}} = (1 + 0,062/360)^{360} - 1 = 0,06396$, т.е. 6,396%

Сравнив полученные результаты, можно сделать вывод, что наиболее эффективный вариант вложения средств – вариант А, так как именно в этом случае мы получаем наибольшую эффективную ставку.

5. УЧЕТНАЯ СТАВКА. ВЕКСЕЛЬ

5.1. Определение векселя

В финансовых расчётах наряду с процентными ставками, которые рассчитываются как надбавки к текущей стоимости, используются ставки, которые определяются как скидки к наращенной сумме. Их называют учётные ставки. Они используются для операций по учёту векселей.

Поэтому для начала разберемся с понятием вексель, а потом перейдем к учетной ставке.

Вексель — это первая и самая ранняя в товарном мире форма ценной бумаги, из которой произошли все другие виды ценных бумаг. Вексель ведет свое происхождение из простой долговой расписки. В современном товарном мире вексель активно используется, но занимает достаточно скромное место по сравнению с такими массовыми видами ценных бумаг, как акции и облигации. Бланк векселя представлен на рис. 5.1 [34].

The image shows a blank form for a bill of exchange (Вексель) with a decorative blue border. The form contains the following fields and text:

- Top left: A blank oval space for a stamp or seal.
- Top right: A blank oval space for the number (№).
- Center: "По предъявлении настоящего векселя....." (Upon presentation of this bill of exchange.....)
- Below center: "(векселедатель—наименование юридического/физического лица, юридический адрес)" (Drawer—name of legal/physical person, legal address)
- Below center: "обязуется заплатить....." (I undertake to pay.....)
- Below center: "(наименование того, кому или по приказу кого платеж должен быть совершен)" (Name of the person to whom or on whose order payment is to be made)
- Below center: "В г." (Place of payment), "(сумма цифрами и прописью)" (Sum in figures and words), "(валюта платежа)" (Currency of payment)
- Below center: "На вексельную сумму начисляются проценты из расчета процентов годовых" (Interest is calculated on the bill amount at a rate of percent per annum)
- Below center: "с 199 г." (From 1999)
- Bottom left: "Подпись векселедателя (полностью)" (Signature of the drawer (fully)), "М. п." (Signature), "с 199 г." (From 1999)
- Center: Large blue text "ВЕКСЕЛЬ" (BILL OF EXCHANGE), "(соло-вексель)" (sole bill of exchange)
- Bottom: "Вексель на сумму рублей" (Bill of exchange for the sum of rubles)

Рис. 5.1. Бланк для заполнения векселя

Вексель – это ценная бумага (долговой документ), удостоверяющая право векселедержателя требовать от векселедателя (простой вексель) или иного указанного в векселе плательщика (переводной вексель) уплаты обусловленной денежной суммы при наступлении предусмотренного векселем срока платежа.

5.2. История возникновения векселя

Первые упоминания о векселе возникли в Древнем Мире, но традиционно принято разделять историю вексельного обращения на три периода - итальянский, французский и немецкий.

Согласно наиболее распространенной точке зрения, появление векселя относится к XII столетию, родиной векселя является Италия; но надо учитывать, что ранний прототип векселя был исключительно способом перемещения денег, чтобы избежать перевозки их, сопряженной с расходами и с опасностью от грабежа. Тем самым первоначально вексель облакался в форму переводного письма. Переводное письмо являлось прототипом именно переводного векселя: место платежа по переводному письму никогда не совпадало с местом его выдачи; поэтому и переводной вексель сохранял черты своего происхождения вплоть до конца XIX в.

Дальнейшее развитие вексель получает во Франции, где он начинает применяться как средство платежа и неотъемлемая часть договора, что было закреплено в полном своде экономических законов 1808г. Вторая половина XVII - начало XIX столетия принято считать французским периодом развития вексельного обращения, который представляет рождение векселя в современном понимании - переводное письмо стало передаваться по индоссаменту, произошло окончательное превращение векселя из простого способа перемещения денег в могущественное орудие кредита.

Середина XIX в. явилась зенитом развития векселя, в 1848г. прусским правительством принимается Общегерманский Вексельный Устав, по которому вексель разрешается использовать в отрыве от торговых сделок исключительно как долговую ценную бумагу. Именно этот устав берется за основу вексельного законодательства Швеции в 1851г., Финляндии в 1858г., Сербии в 1860г., Бельгии в 1878г., Норвегии в 1880г., Италии в 1882г. Далее вексель начинает сдавать позиции, что служит характерным и показательным примером общего падения

роли ценных бумаг в современном гражданском праве. Юридическая конструкция векселя послужила моделью для создания неформального института банковского перевода, что явилось толчком к развитию современной системы безналичных расчетов.

В России вексель появился в начале XVIII века благодаря развитию торговых отношений с германскими княжествами, поэтому русское слово «вексель» происходит от немецкого *wechsel* (обмен, переход). В России вексель начал действовать в эпоху Петра I из-за опасности перевозки денег из одного города в другой. Эти векселя имели название - казначейские. В 1709г. был опубликован первый вексельный устав. Затем в 1832г. появляется Устав о векселе, вошедший в Свод законов 1857г. Третий российский вексельный устав принимается в 1902г. по аналогии с германским 1848г., что заметно оживляет вексельное обращение в дореволюционной России. Форма простого векселя как формализованной долговой расписки могла встретить понимание, для хождения переводного векселя предпосылок не было [35].

5.3. Основные характеристики и функции векселя

Расчет векселями ведется между продавцами и покупателями. В подписании участвуют векселедатель (эмитент, заемщик) и векселедержатель – кредитор, получатель выгоды, а сам документ имеет строгую форму и правила заполнения.

Основные характеристики векселя:

- Бесспорность – долг погашается в любой ситуации полностью.
- Безусловность – то есть ничем ни обусловленное предложение (переводной вексель) или обещание (простой вексель) уплатить определенную денежную сумму.
- Только денежная форма – использование в качестве предмета сделки только одного вида обязательств – безусловного денежного.
- Обращаемость - передается без ограничений от одного владельца к другому с помощью передаточной записи без согласия эмитента. Векселедержатель может меняться.

- Независимость и отвлеченность от других сделок – он сам имеет ценность и юридический статус отдельно от дополнительных условий.

- Бланк строгой отчетности – соблюдение письменной формы документа, содержащего в своем тексте все предусмотренные реквизиты [36].

Вексель является важнейшим финансовым инструментом, выполняющим определенные функции.

Вексель в первую очередь является средством для получения кредита. С помощью векселя можно оплатить приобретенный товар или услуги, вернуть полученную ссуду, предоставить кредит. Для кредиторов являются привлекательными формальная и материальная строгость векселя, его легкая передача и быстрота взыскания долгов.

Еще одна функция векселя – возможность его использования в качестве обеспечения сделок. Иными словами, держатель векселя имеет право получить деньги по векселю ранее установленного в нем срока двумя путями: посредством учета векселя в банке или путем получения кредита под залог имеющейся у него ценной бумаги.

Вексель служит инструментом денежных расчетов. Кроме того, он способен ускорять расчеты, поскольку до момента оплаты вексель проходит нескольких держателей, гасит их обязательства и тем самым уменьшает потребность в реальных деньгах.

5.4. Сфера использования векселя

Кто может выписать вексель? Права на оформление собственного векселя называются вексельной дееспособностью. Его могут выпускать как компании, так и люди. Человек, который может выписать кредитный билет и отвечать по финансовым обязательствам, должен быть совершеннолетним (старше 18 лет), психически здоровым.

Ее может выпустить компания, индивидуальный предприниматель или физическое лицо.

Вексель можно использовать в разных ситуациях — от заключения сделок по продаже квартиры до выплаты зарплат. Чаще всего это делают банки и коммерческие предприятия. Например:

- при кредитовании физических и юридических лиц он считается надежным обеспечением кредита, заемщик выдает его своему кредитору;

- для привлечения капитала, например, банками и предприятиями не надо проходить сложную процедуру по эмиссии акций или облигаций, если потребовались средства на развитие;
- для взаиморасчетов между предприятиями с возможностью зачета взаимных требований;
- для оплаты сделок безналичным путем;
- выступает самостоятельным объектом купли-продажи;
- для отсрочки платежа покупатель выписывает документ продавцу товаров и услуг [37].

5.5. Вексель как ценная бумага

Важно отметить, что вексель — это долговая ценная бумага. Обычно он выдается в том случае, если покупатель не может заплатить за товар сразу. В подобной ситуации продавцу дается обещание выплатить деньги несколько позднее, что фиксируется в документальной форме.

Ответ на вопрос о том, является ли вексель ценной бумагой, или нет, достаточно очевиден. Безусловно, является, ведь вексель обладает всеми стандартными признаками ценной бумаги, включая:

- оформление по точно установленной форме (на бланке строгой отчетности);
- бесспорный характер долгового обязательства;
- опция передачи/продажи третьим лицам;
- жесткое регулирование выпуска, обращения и погашения законодательством.

Можно выделить еще несколько характеристик векселя как долговой ценной бумаги, многие из которых являются достаточно специфическими, в том числе:

- оформление исключительно в письменной форме;
- обязательное присутствие прописанных в законодательстве реквизитов каждой из сторон;
- запрет на выдачу под залог;
- использование в качестве предмета сделки только одного вида обязательств — безусловного денежного;
- возможность обладания ценной бумагой сразу несколькими владельцами;

- невозможность использования в качестве причины для отказа платить долг такого основания как отсутствие денег;
- возможность принудительного взыскания без обращения в суд;
- выдача не только юридическими (как для всех остальных ценных бумаг), но и физическими лицами, достигшими 18-летнего возраста [38].

Кроме сходств, у векселя есть и отличия от других ценных бумаг, так, например есть несколько основных отличий между векселями и облигациями.

Доход выплачивается один раз. Векселедатель обязан совершить погашение векселя, то есть закрыть долг перед векселедержателем. Сделать это необходимо, когда векселедержатель предъявляет вексель плательщику. На сумму долга могут начисляться проценты, но векселедатель выплачивает средства только в момент погашения векселя.

Инвестор, который вложился в облигации, тоже получает номинальную стоимость в момент их погашения. То есть эмитент выплатит инвестору определенную сумму за каждую облигацию. Но, как правило, при этом инвестор периодически получает купонные выплаты за то, что владеет облигациями. Размер купонов зависит от номинала облигации и известен заранее. Обычно купонные выплаты осуществляются раз в три месяца, полгода или год.

Не торгуется на бирже. В отличие от облигации вексель нельзя приобрести через посредника на фондовом рынке и посмотреть котировки. Компании или физические лица выпускают векселя в зависимости от ситуации и собственных требований. Поэтому номинал векселя может быть любым. Главное, чтобы векселедержатель, или кредитор, согласился с условиями векселедателя, или должника.

Выпускается единицами. Векселя выпускаются в единственном экземпляре и составляются при необходимости. Например, когда стороны сделки договариваются, что одна из них составит вексель и будет обязана выплатить определенную сумму второй стороне. При этом вексель составляется на специальном бланке. Если векселедатель неправильно оформит ценную бумагу, то потом вексель могут посчитать недействительным.

В отличие от векселей облигации являются биржевыми ценными бумагами и выпускаются на рынок в процессе эмиссии [40].

Чем отличаются акции от векселей? Между данными видами ценных бумаг также существует ряд отличий.

- Акции – это такие ценные бумаги, при которых их владелец получает определённую прибыль, даже если предприятие будет ликвидировано, владельцы акций никому ничего не должны возвращать. Вексель – это ценная бумага, которая подтверждает, что её владелец обязан в определённые сроки вернуть какую-то сумму денег. В результате владельцы акций получают прибыль, а владельцы векселей, наоборот, теряют деньги.

- В отличие от акций, на векселях всегда указывается имя их владельца.

- Акции не имеют срока давности, и их владелец получает прибыль до момента полной ликвидации организации. Вексель имеет определённые сроки, до окончания которых векселедатель обязан вернуть долг.

- Цена на акции постоянно изменяется. Сумма, указанная для оплаты в векселе неизменна.

- Каждая акция оформляется по определённым правилам, с использованием необходимых реквизитов. При оформлении векселя никаких правил не существует [41].

Все вышеуказанные отличия показывают, что акция и вексель – это абсолютные противоположности.

Ранее, векселя пользовались огромной популярностью, но на сегодняшний день про них почти ничего не слышно. А вот акции с каждым годом становятся всё более и более популярными. А те люди, которые обладают акциями какой-либо компании, пользуются особым уважением у людей, ведь наличие акций – это определённый уровень достатка. Единственный минус акций в том, что они не постоянны и существует огромная возможность, что организация просто обанкротится.

5.6. Классификация векселей

Виды векселей определяют по четырем критериям: количеству сторон сделки, предназначению, держателю и сроку погашения.

По предназначению и цели выдачи вексель бывает:

1. Коммерческий — подтверждает сделку между покупателем и продавцом.

2. Финансовый — служит обеспечением по кредитам и ссудам от предприятий.

3. Бланковый — для торговых сделок, в которых нет фиксированной стоимости товара. В этом случае покупатель подписывает незаполненный бланк, а продавец заполняет его после установки окончательной цены.

4. Обеспечительный — его выдают как обеспечение кредита заемщика.

По держателю документа векселя делят на именные и ордерные. В именных указано имя того, кто может требовать деньги. А в ордерных — лицо, являющееся держателем векселя, не указывается. Остаётся закреплённым только лицо, его выдающее — то есть тот, кто будет расплачиваться. Ну, и естественно все остальные данные — сумма, время, место. А права на вексель могут переходить от одного лица к другому. На момент указанного к возврату долга срока тот, кто будет иметь право на вексель и будет получать долг [42].

По сроку погашения выделяют три вида векселей:

1. По предъявлению. Оплатить такой вексель нужно не позднее года с момента выдачи — в любой день по требованию владельца ценной бумаги.

2. По окончании срока. Этот вексель оплачивают в течение определенного периода, прошедшего после его предъявления.

3. После начала действия. Оплачивают через определенный срок после даты составления документа.

Должник не может просить отсрочку или выплачивать долг частями. Но можно перенести выплату на первый рабочий день, если ее дата пришлась на праздник или выходной.

По количеству сторон сделки вексель бывает простым и переводным.

Простой предполагает, что в сделке участвуют две стороны: векселедатель и векселедержатель.

Переводной еще называют траттой. Его суть в том, что компания, вместо того чтобы заплатить поставщику, дает ему вексель от своего должника. В итоге поставщик получит деньги не от самой компании, а от ее должника [43].

5.7. Простой и переводной вексель

Простой вексель выписывается в одном экземпляре покупателем товара поставщику. Простой вексель — это ценная бумага, которая содержит ничем не обусловленное (безусловное) обязательство векселедателя (должника) уплатить денежную сумму векселедержателю (кредитору) в размере и на условиях, обозначенных в векселе и только в нем. Простой вексель выписывает сам плательщик, и по существу является его долговой распиской. Обращение простого векселя предполагает наличие двух субъектов: векселедателя и векселедержателя.

Простой вексель появляется обычно в результате товарной сделки, когда покупатель товара не имеет в момент поставки необходимых денежных средств и вместо денег выписывает данный вексель, по которому он обязуется заплатить продавцу требуемую им сумму денег через какой-то промежуток времени в будущем. По прошествии этого времени векселедержатель предъявляет вексель покупателю (т. е. должнику по данному векселю), который платит указанную сумму денег и в обмен получает вексель («гасит» его). Простой вексель обычно выписывает должник на имя своего кредитора и передает его последнему [44].

Переводной вексель — это ценная бумага, в которой содержится письменный приказ векселедателя плательщику уплатить в определенный срок установленную сумму векселедержателю.

Переводной вексель связывает, как минимум, трех субъектов: векселедателя, векселеприобретателя и плательщика.

Переводной вексель связан с «переводом» долга с одного лица на другое. Обычно тот, кто выписывает переводной вексель (векселедатель), является одновременно кредитором одного лица и должником другого лица. В переводном векселе векселедатель требует, чтобы тот, кто ему должен, заплатил бы не ему самому непосредственно, а напрямую его кредитору.

Чаще всего траттой пользуются, когда у векселедателя есть должник. Когда обязательство погашается, одновременно ликвидируются две задолженности: лица, которое выписало вексель, и его должника.

5.8. Учет векселя

Учётом векселя называется передача векселя векселедержателем банку для получения вексельной суммы до наступления даты платежа. За учёт векселя банк взимает плату в виде процента от вексельной суммы. Данный процент называется учётной ставкой или учётным процентом, или дисконтом.

Иными словами, учёт векселя — это покупка векселя банком по цене ниже вексельной суммы, с дисконтом.

Размер учетного процента устанавливается самим банком в зависимости от платежеспособности векселедержателя, предоставившего вексель к учету [45].

Учётная ставка используется для расчёта дисконта в денежном выражении, который определяется как разница наращенной суммы (номинальной стоимости векселя) и учетной стоимости векселя. Учетная стоимость будет тем ближе к номинальной стоимости, чем меньше период до срока погашения векселя.

Обозначается учётная ставка буквой d . Как правило, если срок менее 1 года, то расчет ведется по простым процентам, если больше, то по сложным процентам.

Учетная ставка - сумма, указанная в процентном выражении к величине денежного обязательства (векселя), которую взимает приобретатель обязательства.

Как и процентная ставка, учетная ставка определяет величину платы за аренду денег. Сама плата в данном случае называется дисконтом.

Формула (5.1) для расчетов с использованием простой учетной ставки номинальной стоимости:

$$S = P \cdot \frac{1}{(1-n \cdot d)}, \quad (5.1)$$

где S – номинальная стоимость векселя (в задачах обозначается S_n); P – учетная стоимость векселя (в задачах обозначается P_y); d – годовая учетная ставка (учитывается в виде коэффициента); n – период до погашения векселя (в годах), т.е. срок от момента учета до даты погашения векселя.

Из формулы (5.1) можем вывести формулу для нахождения учетной стоимости векселя (5.2) – той суммы, которую векселедержатель получит от банка при учете векселя:

$$P = S \cdot (1 - n \cdot d), \quad (5.2)$$

где S – номинальная стоимость векселя (в задачах обозначается S_n); P – учетная стоимость векселя (в задачах обозначается P_y); d – годовая учетная ставка (учитывается в виде коэффициента); n – период до погашения векселя (в годах), т.е. срок от момента учета до даты погашения векселя.

Номинальная стоимость векселя — это сумма долга, которая указана на ценной бумаге.

Учетная стоимость векселя - цена векселя на момент его продажи.

Учет посредством учетной ставки чаще всего осуществляется при временной базе - 360 дней в году, число дней от момента учета до даты погашения векселя обычно принимается точным. При этом день учета и день погашения векселя считаются как один день.

Пример. Рассчитайте сумму, выданную на руки при учете векселя за 36 дней до срока погашения, если номинал векселя составил 150000 руб. Учетная ставка 12% годовых. Принять 360 дней в году.

Решение:

Так как вексель был учтен за 36 дней до погашения, то период n представим как $36/360$, при этом номинальная стоимость векселя S составила 150000, а учетная ставка $d=12\%$. Используя формулу (5.2), найдем учетную стоимость:

$$P = S \cdot (1 - n \cdot d) = 150000 \cdot \left(1 - \frac{36 \cdot 0,12}{360}\right) = 148200$$

Таким образом, поскольку векселедержатель решил предъявить к учету вексель на 36 дней раньше срока погашения, учетная стоимость векселя составила 148200 рублей, что ниже номинальной стоимости на 1800 руб. (дисконт). Если бы он подождал еще 36 дней, то получил бы на руки всю номинальную стоимость векселя, т.е. 150000 руб.

5.9. Эквивалентность простой процентной и простой учетной ставок

Когда банк учитывает вексель, выдавая дисконтированную сумму векселедержателю, со стороны банка это можно рассматривать как размещение средств под проценты, когда банк получает наращенную сумму (номинал, указанный в векселе) по истечении срока погашения векселя [46].

Таким образом, можно определить доходность этой операции для банка, исходя из учетной ставки, используемой банком при дисконтировании. И с другой стороны, можно определить учетную ставку, требуемую для получения заданной доходности по операциям с векселями.

Для этого необходимо составить уравнение эквивалентности, где с одной стороны равенства подставим формулу (3.1), а с другой (5.1), получим:

$$\begin{aligned} S_{\text{уч}} &= S_{\text{пр}} \\ \frac{P}{(1 - nd)} &= P \cdot (1 + ni) \\ \frac{1}{(1 - nd)} &= 1 + ni \\ i &= \frac{d}{1 - nd} \end{aligned}$$

Получим формулу (5.3) для нахождения простой процентной ставки, эквивалентной по доходности простой учетной ставке:

$$i = \frac{d}{1 - nd}, \quad (5.3)$$

где i – простая процентная ставка; d – годовая учетная ставка (учитывается в виде коэффициента); n – период до погашения векселя (в годах), т.е. срок от момента учета до даты погашения векселя.

Из этого же уравнения эквивалентности можем найти учетную ставку:

$$S_{\text{пр}} = S_{\text{уч}}$$

$$\frac{P}{(1 - nd)} = P \cdot (1 + ni)$$

$$\frac{1}{(1 - nd)} = 1 + ni$$

$$1 = (1 + ni)(1 - nd)$$

$$1 - nd = \frac{1}{1 + ni}$$

$$d = \frac{i}{1 + ni}$$

Получим формулу (5.4) для нахождения простой учетной ставки, эквивалентной по доходности простой процентной ставке:

$$d = \frac{i}{1 + ni}, \quad (5.4)$$

где d – годовая учетная ставка (учитывается в виде коэффициента); i – простая процентная ставка; n – период до погашения векселя (в годах), т.е. срок от момента учета до даты погашения векселя.

Пример. Вексель учтен за год до даты его погашения по учетной ставке 15 %. Какова доходность учетной операции в виде процентной ставки?

Решение:

Из условий нам дано, что период n равен 1, а учетная ставка d составила 15%, используя формулу (5.3), получим:

$$i = \frac{d}{1 - nd} = \frac{0,15}{1 - 1 \cdot 0,15} = \frac{0,15}{0,85} = 0,1765 = 17,65\%$$

Иначе говоря, операция учета по учетной ставке 15% за год дает тот же доход, что и наращение по ставке 17,65 %.

5.10. Сложная учетная ставка

В практике учетных операций применяют сложную учетную ставку. В этих случаях процесс дисконтирования происходит с замедлением, так как каждый раз учетная ставка применяется не к первоначальной сумме (как при простой учетной ставке), а к сумме, дисконтированной во времени на предыдущем шаге. Это выгодно владельцу векселя, но невыгодно банку [47].

Для таких случаев будем использовать формулы при сложной учетной ставке. Для нахождения номинальной стоимости векселя будем применять формулу (5.5):

$$S_n = \frac{P_y}{\left(1 - \frac{d}{m}\right)^{n \cdot m}}, \quad (5.5)$$

где S – номинальная стоимость векселя (в задачах обозначается S_n); P – учетная стоимость векселя (в задачах обозначается P_y); d – годовая учетная ставка (учитывается в виде коэффициента); m – сколько раз в год происходит дисконтирование; n – период до погашения векселя (в годах), т.е. срок от момента учета до даты погашения векселя.

Из формулы (5.5) выведем формулу (5.6) для нахождения учетной стоимости векселя при сложной учетной ставке:

$$P_y = S_n \cdot \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{n \cdot m}, \quad (5.6)$$

где P – учетная стоимость векселя (в задачах обозначается P_y); S – номинальная стоимость векселя (в задачах обозначается S_n); d – годовая учетная ставка (учитывается в виде коэффициента); m – сколько раз в год происходит дисконтирование; n – период до погашения векселя (в годах), т.е. срок от момента учета до даты погашения векселя.

Пример. Владелец векселя номинальной стоимостью 100000 руб. и периодом обращения 2 с половиной года предложил его банку для учета за 1 год и 3 месяца до погашения. Банк согласился учесть вексель по сложной учетной ставке 18 % годовых. Дисконтирование по сложной учетной ставке производится 2 раза в год. Требуется определить дисконт, полученный банком, и сумму, выданную владельцу векселя.

Решение:

Из условий известная номинальная стоимость векселя $S = 100\,000$, так как вексель был учтен за 1 год и 3 месяца до погашения, то период $n=15/12$. Также известная сложная учетная ставка d составила 18%, а дисконтирование производится 2 раза в год, то есть $m=2$. Используя формулу (5.6), получим:

$$P_y = S_n \cdot \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{n \cdot m} = 100000 \cdot \left(1 - \frac{0,18}{2}\right)^{\frac{15}{12} \cdot 2} = 78995,71$$

$$S_n - P_y = 100000 - 78995,71 = 21004,29$$

Таким образом, дисконт банка составил 21004,29 рубля, а сумма, выданная владельцу векселя равна 78995,71, вместо 100 тысяч рублей.

6. СУЩНОСТЬ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ. ДЕНЕЖНЫЕ ПОТОКИ ОБЩЕГО ВИДА

6.1. Определение денежного потока

Современные финансово-банковские операции часто предполагают не отдельные или разовые платежи, а некоторую их последовательность во времени, например:

- погашение задолженности в рассрочку,
- периодическое поступление доходов от инвестиций,
- выплаты пенсии и т. д.

Такого рода последовательность (или ряд платежей), называют потоком платежей.

В западной финансовой литературе в аналогичном смысле применяется термин «cash flow».

Источником жизненной силы и энергии любого бизнеса является денежный поток. Это своего рода сердцебиение, обеспечивающее бесперебойную работу. Вот почему от верного понимания денежного потока зависит эффективность деятельности как предпринимателей и инвесторов, так и финансовых аналитиков [48].

Под денежным потоком в финансовой сфере принято понимать сумму денежных средств, которые переводятся на баланс компании и выводятся из нее в течение определенного периода времени. Он служит фундаментальным показателем финансового состояния любого предприятия, дающим представление о том, насколько оно в состоянии нести ответственность по своим финансовым обязательствам, инвестировать в развитие, генерировать прибыль для владельцев бизнеса.

Движение денежных средств называется денежным потоком, который состоит из притока (↓) и оттока (↑) денежных средств. Такое движение распределено во времени и объемах.

6.2. Основные характеристики и особенности денежных потоков

К основным характеристикам денежного потока можно отнести:

- количество членов потока, член потока – это отдельный элемент потока платежей;
- величину периода – длительность одного периода, она может быть равна 1 году, полугодию, кварталу и т.д.,

- срок денежного потока – общая длительность всех периодов,
- процентная ставка потока платежей - сложная процентная ставка, используемая для наращивания и дисконтирования членов потока.

Основные характеристики денежного потока представлены на рис. 6.1.

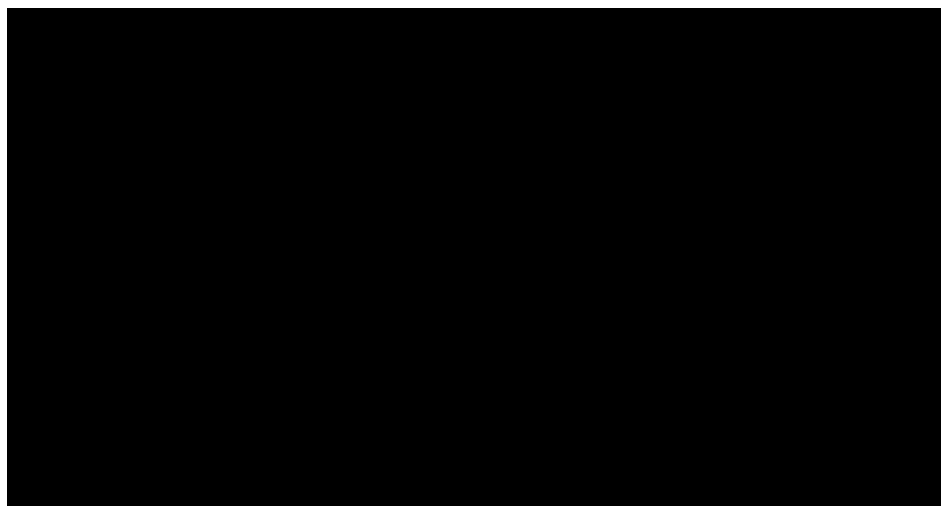


Рис. 6.1. Характеристики денежного потока

Предприятию для ведения хозяйственной деятельности, исполнения обязательств и обеспечения доходности необходимы денежные средства. Осуществление практически всех видов хозяйственных операций предприятия генерирует определенное движение денежных средств. Таким образом, актуальность анализа и управления денежными потоками определяется тем, что они играют большую роль в производственно-хозяйственной деятельности организации [48].

Денежные потоки:

- обслуживают все аспекты финансово-экономической деятельности организации;
- снижают риск неплатежеспособности;
- способствуют ускорению оборачиваемости капитала;
- позволяют снизить потребность в заемном капитале;
- генерируют дополнительную прибыль, которая может быть направлена на финансирование инвестиционной деятельности и т.д.

Особенность денежных потоков:

1) денежные потоки обслуживают осуществление хозяйственной деятельности организации практически во всех его аспектах;

2) эффективное управление денежными потоками обеспечивает финансовое равновесие организации в процессе его стратегического развития;

3) рациональное формирование денежных потоков способствует повышению ритмичности осуществления операционного процесса в организации;

4) эффективное управление денежными потоками позволяет сократить потребление предприятия в заемных средствах;

5) управление денежными потоками является важным фактором ускорения оборота капитала организации;

6) эффективное управление денежным потоком обеспечивает снижение риска и неплатежеспособности фирмы;

7) активные формы управления денежным потоком позволяет организации получить дополнительную прибыль, генерируемую непосредственно его денежными активами.

6.3. Классификация денежных потоков

Понятие «денежный поток предприятия» является агрегированным, включающим в свой состав многочисленные виды этих потоков, обслуживающих хозяйственную деятельность. В целях обеспечения эффективного целенаправленного управления денежными потоками они требуют определенной классификации. Классификация денежных потоков представлена в табл. 6.1 [49].

Таблица 6.1

Классификация денежных потоков

Классификационный признак	Наименование денежного потока
1. Масштаб обслуживания хозяйственного процесса	1.1 ДП по предприятию в целом
	1.2 ДП по отдельному структурному подразделению
	1.3 ДП отдельной хозяйственной операции
2. Вид хозяйственной деятельности	2.1 ДП по текущей (операционной) деятельности
	2.2 ДП по инвестиционной деятельности
	2.3 ДП по финансовой деятельности
3. Направленность движения	3.1 Положительный (входящий) ДП (приток)
	3.2 Отрицательный (исходящий) ДП (отток)
4. Сфера обращения	4.1 Внешний ДП
	4.2 Внутренний ДП

5. Метод исчисления объема	5.1 Валовый ДП 5.2 Чистый ДП
6. Достаточность объема	6.1 Избыточный ДП 6.2 Оптимальный ДП 6.3 Дефицитный ДП
7. Форма осуществления	7.1 Безналичный ДП 7.2 Наличный ДП
8. Вид валюты	8.1 ДП в национальной валюте 8.2 ДП в иностранной валюте
9. Предсказуемость	9.1 Планируемый ДП 9.2 Непланируемый ДП
10. Непрерывность формирования в рассматриваемом периоде	10.1 Регулярный ДП 10.2 Дискретный ДП
11. Стабильность временных интервалов формирования	11.1 Регулярный ДП с равномерными временными интервалами 11.2 Регулярный ДП с неравномерными временными интервалами
12. Оценка во времени	12.1 Текущий ДП 12.2 Будущий ДП

1. По масштабам обслуживания хозяйственного процесса выделяются следующие виды денежных потоков:

- денежный поток по предприятию в целом. Это наиболее агрегированный вид денежного потока, который аккумулирует все виды денежных потоков, обслуживающих хозяйственный процесс предприятия в целом. Информационной базой для отражения денежного потока по предприятию в целом служит форма № 4 — «Отчет о движении денежных средств»;

- денежный поток по отдельному структурному подразделению, которое определяется как самостоятельный объект управления в системе организационно-хозяйственного построения предприятия;

- денежный поток по отдельной хозяйственной операции. В системе хозяйственного процесса предприятия такой вид денежного потока следует рассматривать как первичный объект самостоятельного управления. Отдельные хозяйственные операции регистрируются платежными документами, такими как приходный и расходный кассовый ордер, платежное поручение и др [50].

2. По видам хозяйственной деятельности. В соответствии с российскими и международными стандартами учета выделяют следующие виды денежных потоков:

- денежный поток по текущей (операционной) деятельности включает регулярные операции, связанные с обслуживанием производственно-хозяйственной деятельности предприятия: поступления денежных средств от покупателей продукции, денежные выплаты поставщикам сырья и материалов, заработной платы персоналу, налоги и взносы в бюджеты всех уровней и во внебюджетные фонды и некоторые другие платежи;

- денежный поток по инвестиционной деятельности. Он характеризует платежи и поступления денежных средств, связанные с осуществлением реального и финансового инвестирования, продажей выбывающих основных средств и нематериальных активов, ротацией долгосрочных финансовых инструментов инвестиционного портфеля и другие аналогичные потоки денежных средств, обслуживающие инвестиционную деятельность предприятия;

- денежный поток по финансовой деятельности. Он характеризует поступления и выплаты денежных средств, связанные с привлечением дополнительного уставного капитала, получением долгосрочных и краткосрочных кредитов и займов, уплатой в денежной форме дивидендов по вкладам собственников и некоторые другие денежные потоки, связанные с осуществлением внешнего финансирования хозяйственной деятельности предприятия.

3. По направленности движения денежных средств выделяют два основных вида денежных потоков:

- положительный денежный поток, характеризующий совокупность поступлений денежных средств на предприятие от всех видов хозяйственных операций (в качестве аналога этого термина используется термин «приток денежных средств»);

- отрицательный денежный поток, характеризующий совокупность выплат денежных средств предприятием в процессе осуществления всех видов его хозяйственных операций («отток денежных средств»).

Характеризуя эти виды денежных потоков, следует обратить внимание на высокую степень их взаимосвязи. Недостаточность объемов во времени одного из этих потоков обуславливает последующее сокращение объемов другого вида этих потоков. Поэтому в системе управ-

ления денежными потоками предприятия оба эти вида денежных потоков представляют собой единый (комплексный) объект финансового менеджмента.

4. По сфере обращения:

- внешний денежный поток, который характеризуется поступлением в организацию денежных средств от физических и юридических лиц, а также выплатой денежных средств этим лицам, в результате чего общий уровень денежных средств в организации меняется;

- внутренний денежный поток включает операции движения денежных средств в пределах предприятия, характеризующиеся сменой места нахождения денежных средств, и не влияет на общий уровень денежных средств.

5. По методу исчисления объема:

- валовой денежный поток характеризует всю совокупность поступлений или расходования денежных средств в рассматриваемом периоде в разрезе отдельных его интервалов, т. е. показывает весь объем циркулирующей денежной массы на предприятии;

- чистый денежный поток характеризует разницу между положительным и отрицательным денежными потоками (между поступлением и расходованием денежных средств) в рассматриваемом периоде в разрезе отдельных его интервалов. Чистый денежный поток является важнейшим результатом финансовой деятельности предприятия, во многом определяющим финансовое равновесие фирмы [51].

Расчет чистого денежного потока по предприятию в целом, отдельным структурным его подразделениям (центрам ответственности), различным видам хозяйственной деятельности или отдельным хозяйственным операциям осуществляется по следующей формуле:

$$\text{ЧДП} = \text{ПДП} - \text{ОДП}, \quad (6.1)$$

где ЧДП — сумма чистого денежного потока в рассматриваемом периоде; ПДП — сумма положительного денежного потока (поступлений денежных средств) в рассматриваемом периоде; ОДП — сумма отрицательного денежного потока (расходования денежных средств) в рассматриваемом периоде.

Как видно из формулы (6.1), в зависимости от соотношения объемов положительного и отрицательного потоков сумма чистого денежного потока может характеризоваться как положительной, так и отрицательной величинами, определяющими конечный результат соответствующей хозяйственной деятельности предприятия и влияющими в конечном итоге на формирование и динамику размера остатка его денежных активов [52].

6. По уровню достаточности объема выделяют следующие виды денежных потоков предприятия:

- избыточный денежный поток — такой денежный поток, при котором поступления денежных средств существенно превышают реальную потребность предприятия в целенаправленном их расходовании. Свидетельством избыточного денежного потока является высокая стабильная положительная величина чистого денежного потока, не используемого в процессе осуществления хозяйственной деятельности предприятия;

- оптимальный денежный поток характеризуется сбалансированностью денежных поступлений и расходований по суммам и во времени, обеспечивая такое положительный чистый денежный поток, который позволяет предприятию своевременно выполнять свои обязательства перед контрагентами и застраховать предприятие от непредвиденных расходов денежных средств;

- дефицитный денежный поток — такой денежный поток, при котором поступления денежных средств существенно ниже реальных потребностей предприятия в целенаправленном их расходовании. Даже при положительном значении суммы чистого денежного потока он может характеризоваться как дефицитный, если эта сумма не обеспечивает плановую потребность в расходовании денежных средств по всем предусмотренным направлениям хозяйственной деятельности предприятия. Отрицательное же значение суммы чистого денежного потока характеризует денежный поток однозначно как дефицитный.

7. По форме осуществления:

- безналичный денежный поток включает денежные расчеты, осуществляемые через банковские счета организации;

- наличный денежный поток — это операции, связанные с движением денежных средств через кассу предприятия. При этом все операции по обналичиванию денежных сумм или по зачислению наличных

денег на счет не приводят к изменению общего уровня денежных средств на предприятии.

8. По виду валюты:

- денежный поток в национальной валюте характеризует обороты по счетам 50 «Касса», 51 «Расчетный счет», 55 «Специальные счета в банках», 57 «Переводы в пути»;
- денежный поток в иностранной валюте включает дебетовый и кредитовый оборот по счету 52 «Валютные счета».

9. По предсказуемости:

- планируемый денежный поток связан с денежными операциями, которые характеризуются высокой степенью определенности при прогнозировании движения денежных средств;
- непланируемый денежный поток подразумевает те притоки и оттоки денежных средств, которые возникли внепланово.

10. По непрерывности формирования в рассматриваемом периоде различают следующие виды денежных потоков предприятия:

- регулярный денежный поток — характеризует поток поступления или расходования денежных средств по отдельным хозяйственным операциям, который в рассматриваемом периоде осуществляется постоянно по отдельным интервалам этого периода. Характер регулярного носит большинство видов денежных потоков, генерируемых текущей деятельностью предприятия: платежи от покупателей, расчеты с поставщиками, бюджетом, внебюджетными фондами, персоналом и другими контрагентами.
- дискретный денежный поток — поступление или расходование денежных средств, связанное с осуществлением единичных хозяйственных операций предприятия в рассматриваемом периоде. Характер дискретного денежного потока носит разовое поступление или расходование денежных средств, например приобретение предприятием целостного имущественного комплекса, покупка лицензии франчайзинга, поступление финансовых средств в порядке безвозмездной помощи и т. п.

Рассматривая эти виды денежных потоков предприятия, следует обратить внимание на то, что они различаются лишь в рамках конкретного временного интервала. При определенном минимальном временном интервале все денежные потоки предприятия могут рассматриваться как дискретные. И наоборот — в рамках жизненного цикла

предприятия преимущественная часть его денежных потоков носит регулярный характер.

11. По стабильности временных интервалов формирования различаются следующие виды регулярных денежных потоков:

- регулярный денежный поток с равномерными временными интервалами в рамках рассматриваемого периода. Если такой денежный поток связан с финансовыми операциями, то он носит характер аннуитета;

- регулярный денежный поток с неравномерными временными интервалами в рамках рассматриваемого периода. Примером такого денежного потока может служить график лизинговых платежей за арендуемое имущество с согласованными сторонами неравномерными интервалами времени их осуществления на протяжении периода лизингования актива.

12. По методу оценки во времени выделяют следующие виды денежного потока:

- настоящий денежный поток — характеризует денежный поток предприятия как единую сопоставимую величину, приведенную по стоимости к текущему моменту времени. Процесс оценки величины денежных средств в текущем времени по ее известному или прогнозируемому значению в будущем исходя из заданной процентной ставки носит название «дисконтирование»;

- будущий денежный поток. Он характеризует денежный поток предприятия как единую сопоставимую величину, приведенную по стоимости к некоторому моменту в будущем. Определение величины денежных средств, которая может быть получена из первоначально инвестированной (текущей) суммы в результате проведения операции, называется компаундированием или наращением. Однако понятие «будущий денежный поток» может использоваться и как номинальная идентифицированная его величина в предстоящем времени (или в разрезе интервалов будущего периода), которая служит базой дисконтирования в целях приведения к настоящей стоимости.

Данный критериальный признак основан на базовой концепции — концепции стоимости денег во времени. Сущность данной концепции заключается в том, что денежная единица, имеющаяся сегодня, и

денежная единица, ожидаемая к получению через какое-то время, не равноценны: денежная единица в будущем всегда обладает меньшей ценностью, чем денежная единица сегодня.

Рассмотренная классификация позволяет более целенаправленно осуществлять учет, анализ и планирование денежных потоков различных видов на предприятии [53].

6.4. Определение текущей и будущей стоимости денежного потока

Анализ денежного потока предполагает расчет одной из двух обобщающих характеристик:

1) Наращенная сумма (FVCF - future value of cash flow) - сумма всех членов денежного потока с начисленными на них к концу срока процентами;

2) Текущая стоимость потока (PVCF - present value of cash flow) - сумма всех его членов, дисконтированных к дате оценки (чаще всего к дате начала денежного потока).

Таким образом, при определении текущей стоимости денежного потока все суммы приводятся к нулевому моменту времени с помощью коэффициентов дисконтирования, а при расчете будущей стоимости - к моменту окончания срока денежного потока с помощью коэффициентов наращивания.

Текущая и будущая стоимости денежного потока могут быть определены по следующим формулам (6.2) и (6.3) при условии сохранения единой годовой процентной ставки на протяжении всего срока денежного потока, а также при равенстве всех периодов:

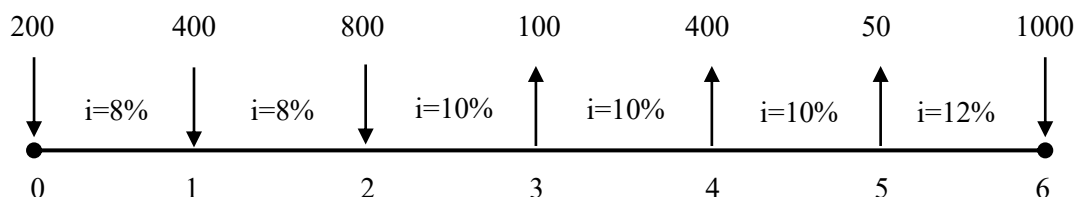
$$PVCF = P_0 + \frac{P_1}{(1+i)^1} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P_n}{(1+i)^n} \quad (6.2)$$

$$FVCF = P_0(1+i)^n + P_1(1+i)^{n-1} + \dots + P_{n-1}(1+i)^1 + P_n, \quad (6.3)$$

где PVCF – текущая стоимость денежного потока; FVCF – наращенная (будущая) стоимость денежного потока; P – член денежного потока; i – процентная ставка.

В случаях, когда процентная ставка меняется с течением времени, используется переменную сложную ставку, как и в задачах по сложным процентам. Рассмотрим на примере.

Пример. Определите текущую стоимость денежного потока общего вида.



Решение:

$$\begin{aligned}
 PVCF &= P_0 + \frac{P_1}{(1+i)^1} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P_n}{(1+i)^n} = \\
 &= 200 + \frac{400}{(1+0,08)^1} + \frac{800}{(1+0,08)^2} - \frac{100}{(1+0,08)^2 \cdot (1+0,1)^1} - \frac{400}{(1+0,08)^2 \cdot (1+0,1)^2} \\
 &\quad - \frac{50}{(1+0,08)^2 \cdot (1+0,1)^3} + \frac{1000}{(1+0,08)^2 \cdot (1+0,1)^3 \cdot (1+0,12)^1} = 1437,79 \text{ ден. ед.}
 \end{aligned}$$

Расчет текущей стоимости начинаем с 0 члена потока. Мы видим, что в 0 нам перечислили (приход, так как стрелка вниз) 200 рублей, поэтому записываем 200.

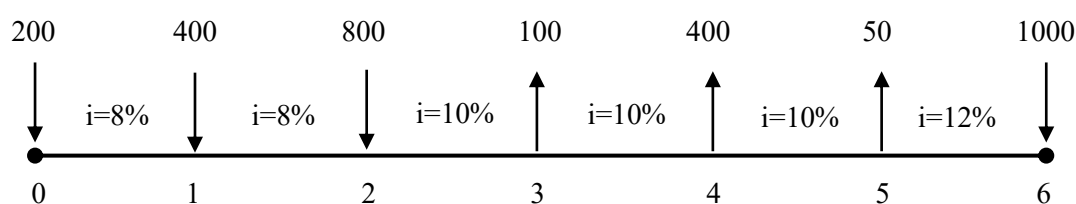
Перемещаемся к 1 члену потока. Так как там наблюдается тоже приход (стрелка вниз), то ставим знак плюс, записываем 400, но теперь необходимо осуществить дисконтирование, поэтому умножаем на $\frac{1}{(1+0,08)^1}$. Подставляем 0,08, так как в интервале между 0 и 1 по условиям задачи указана ставка в размере 8%. В коэффициенте проставляем 1 степень, так как дисконтируем всего на 1 период.

Перемещаемся ко 2 члену потока. Мы видим, что наблюдается приход в размере 800 руб., поэтому ставим плюс 800, умножаем на $\frac{1}{(1+0,08)^2}$. Поскольку и между 1 и 2 членами потока, и между 0 и 1 указана ставка в размере 8%, то в коэффициенте проставляем 2 степень.

Перемещаемся к 3 члену потока. Наблюдался расход 100 руб. (стрелка вверх), поэтому ставим знак минус. Умножаем на $\frac{1}{(1+0,08)^2 \cdot (1+0,1)^1}$, поскольку от 0 члена потока до 3 в двух периодах наблюдалась процентная ставка - 8%, а в одном – 10%. И так далее до последнего члена денежного потока.

Разберем так же задачу по нахождению будущей (наращенной) стоимости денежного потока.

Пример. Определите будущую стоимость денежного потока общего вида без использования финансовых таблиц.



Решение:

$$\begin{aligned}
 FVCF &= P_0(1+i)^n + P_1(1+i)^{n-1} + \dots + P_{n-1}(1+i)^1 + P_n = \\
 &= 1000 - 50 \cdot (1+0,12)^1 - 400 \cdot (1+0,12)^1 \cdot \\
 &\quad \cdot (1+0,1)^1 - 100 \cdot (1+0,12)^1 \cdot (1+0,1)^2 + \\
 &\quad + 800 \cdot (1+0,12)^1 \cdot (1+0,1)^3 + 400 \cdot (1+0,12)^1 \cdot \\
 &\quad \cdot (1+0,1)^3 \cdot (1+0,08)^1 + 200 \cdot (1+0,12)^1 \cdot (1+0,1)^3 \cdot \\
 &\quad \cdot (1+0,08)^2 = 2500 \text{ ден. ед.}
 \end{aligned}$$

Расчет будущей стоимости удобнее начинать с последнего члена потока (6). Мы видим, что нам перечислили (приход, так как стрелка вниз) 1000 руб., поэтому записываем 1000.

Перемещаемся к 5 члену потока. Так как там наблюдается расход (стрелка вверх), то ставим знак минус, записываем 50, но теперь необходимо осуществить наращение, поэтому умножаем на $(1+0,12)^1$. Подставляем 0,12, так как в интервале между 5 и 6 членами потока по условиям задачи указана ставка в размере 12%. В коэффициенте проставляем 1 степень, так как наращение осуществляем всего на 1 период (от 5 к 6).

Перемещаемся к 4 члену потока. Мы видим, что наблюдается расход в размере 400 руб., поэтому ставим минус 400, умножаем на

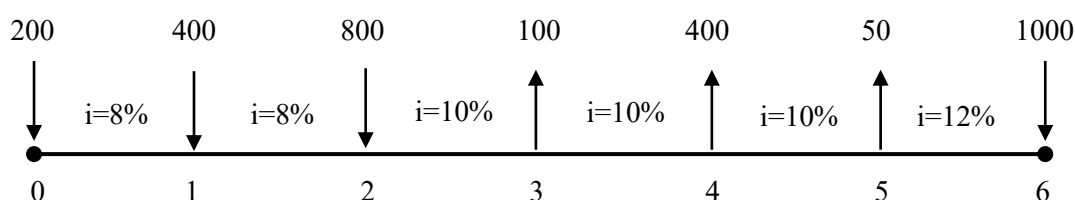
$(1+0,12)^1 \cdot (1 + 0,1)^1$. Поскольку между 5 и 6 членами потока указана ставка - 12%, а между 4 и 5 указана ставка в размере 10%.

Перемещаемся к 3 члену потока. В данном периоде наблюдался расход 100 руб. (стрелка вверх), поэтому ставим знак минус. Умножаем на $(1 + 0,12)^1 \cdot (1 + 0,1)^2$, поскольку в интервале между 5 и 6 членами потока наблюдалась ставка – 12% (один период, следовательно, первая степень), а между 3 и 5 – 10% (2 периода, следовательно, вторая степень). И так далее до нулевого члена денежного потока.

Для упрощения решения подобных задач можно использовать таблицы с коэффициентами дисконтирования и наращения разовых выплат (Приложение 1).

Пример.

Определите текущую стоимость денежного потока общего вида с использованием финансовых таблиц.



Решение:

$$PVCF = 200 + 400 \cdot k_{д(1 \text{ пер.}, 8\%)} + 800 \cdot k_{д(2 \text{ пер.}, 8\%)} - 100 \cdot k_{д(2 \text{ пер.}, 8\%)} \cdot k_{д(1 \text{ пер.}, 10\%)} - 400 \cdot k_{д(2 \text{ пер.}, 8\%)} \cdot k_{д(2 \text{ пер.}, 10\%)} - 50 \cdot k_{д(2 \text{ пер.}, 8\%)} \cdot k_{д(3 \text{ пер.}, 10\%)} + 1000 \cdot k_{д(2 \text{ пер.}, 8\%)} \cdot k_{д(3 \text{ пер.}, 10\%)} \cdot k_{д(1 \text{ пер.}, 12\%)} = 200 + 400 \cdot 0,93 + 800 \cdot 0,86 - 100 \cdot 0,86 \cdot 0,91 - 400 \cdot 0,86 \cdot 0,83 - 50 \cdot 0,86 \cdot 0,75 + 1000 \cdot 0,86 \cdot 0,75 \cdot 0,89 = 1438 \text{ ден. ед.}$$

Для нахождения текущей стоимости воспользуемся фрагментом таблицы с коэффициентами дисконтирования разовых выплат (рис. 6.2)

Коэффициенты дисконтирования разовых выплат

Период	Ставка дисконтирования, %																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,84	0,83
2	0,98	0,90	0,94	0,93	0,91	0,89	0,87	0,86	0,84	0,83	0,81	0,80	0,78	0,77	0,76	0,74	0,73	0,72	0,71	0,69
3	0,97	0,94	0,92	0,89	0,86	0,84	0,82	0,79	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,64	0,62	0,61	0,59	0,58

Рис. 6.2. Коэффициенты дисконтирования разовых выплат

Расчет текущей стоимости начинаем с 0 члена потока. Мы видим, что в 0 нам перечислили (приход, так как стрелка вниз) 200 рублей, поэтому записываем 200, никакой коэффициент при этом не используем.

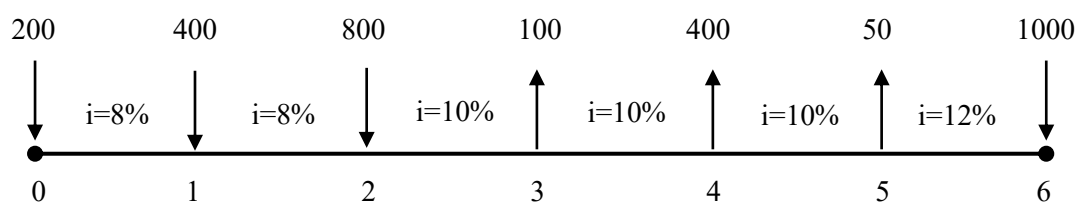
Перемещаемся к 1 члену потока. Так как там наблюдается тоже приход (стрелка вниз), то ставим знак плюс, записываем 400, но теперь необходимо осуществить дисконтирование, поэтому берем коэффициент дисконтирования при 1 периоде и ставке 8%. Подставляем 8%, так как в интервале между 0 и 1 по условиям задачи указана ставка в размере 8%.

Перемещаемся ко 2 члену потока. Мы видим, что наблюдается приход в размере 800 руб., поэтому ставим плюс 800 и умножаем на коэффициент дисконтирования для 2 периодов и ставки 8%.

Перемещаемся к 3 члену потока. Наблюдался расход 100 руб. (стрелка вверх), поэтому ставим знак минус и умножаем на два коэффициента дисконтирования: первый – для 2 периодов и ставки 8%, второй – для 1 периода и ставки 10%. И так далее до последнего члена денежного потока. Затем находим значения коэффициентов по таблице и находим текущую стоимость всего денежного потока.

Разберем так же задачу по нахождению будущей (наращенной) стоимости денежного потока.

Пример. Определите будущую стоимость денежного потока общего вида с использованием финансовых таблиц.



Решение:

$$FVCF = 1000 - 50 \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 12\%)} - 400 \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 12\%)} \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 10\%)} - 100 \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 12\%)} \cdot k_{n(2 \text{ пер.}, 10\%)} + 800 \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 12\%)} \cdot k_{n(3 \text{ пер.}, 10\%)} + 400 \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 12\%)} \cdot k_{n(3 \text{ пер.}, 10\%)} \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 8\%)} + 200 \cdot k_{n(1 \text{ пер.}, 12\%)} \cdot k_{n(3 \text{ пер.}, 10\%)} \cdot k_{n(2 \text{ пер.}, 8\%)} = 1000 - 50 \cdot 1,12 - 400 \cdot 1,12 \cdot 1,1 - 100 \cdot 1,12 \cdot 1,21 + 800 \cdot 1,12 \cdot 1,33 + 400 \cdot 1,12 \cdot 1,33 \cdot 1,08 + 200 \cdot 1,12 \cdot 1,33 \cdot 1,17 = 2499 \text{ ден. ед.}$$

Для нахождения текущей стоимости воспользуемся фрагментом таблицы с коэффициентами наращенной разовых выплат (рис. 6.3)

Коэффициенты наращивания разовых выплат

Период	Ставка наращивания, %																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20	25	30	35
1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	1,20	1,25	1,30	1,35
2	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,15	1,17	1,19	1,21	1,23	1,25	1,28	1,30	1,32	1,35	1,44	1,56	1,69	1,82
3	1,03	1,06	1,09	1,13	1,16	1,19	1,23	1,26	1,30	1,33	1,37	1,41	1,44	1,48	1,52	1,56	1,73	1,95	2,20	2,46

Рис. 6.3. Коэффициенты наращивания разовых выплат

Расчет будущей стоимости удобнее начинать с последнего члена потока (6). Мы видим, что нам перечислили (приход, так как стрелка вниз) 1000 руб., поэтому записываем 1000.

Перемещаемся к 5 члену потока. Так как там наблюдается расход (стрелка вверх), то ставим знак минус, записываем 50, но теперь необходимо осуществить наращивание, поэтому берем коэффициент наращивания для 1 периода и 12%. Берем 12% так как в интервале между 5 и 6 членами потока по условиям задачи указана ставка в размере 12%.

Перемещаемся к 4 члену потока. Мы видим, что наблюдается расход в размере 400 руб., поэтому ставим минус 400, далее берем два коэффициента наращивания: первый – для 12% и 1 периода, второй – для 10% и 1 периода. Поскольку между 5 и 6 членами потока указана ставка - 12%, а между 4 и 5 указана ставка в размере 10%.

Перемещаемся к 3 члену потока. В данном периоде наблюдался расход 100 руб. (стрелка вверх), поэтому ставим знак минус. Умножаем на коэффициенты наращивания: первый – для 1 периода и 12%, второй – для 2 периодов и 10%, поскольку в интервале между 5 и 6 членами потока наблюдалась ставка – 12% (один период), а между 3 и 5 – 10% (2 периода,). И так далее до нулевого члена денежного потока. Затем находим значения коэффициентов по таблице и находим наращенную стоимость всего денежного потока.

7. КЛАССИФИКАЦИЯ ФИНАНСОВЫХ РЕНТ. РАСЧЁТ ТЕКУЩЕЙ И БУДУЩЕЙ СТОИМОСТИ ФИНАНСОВОЙ РЕНТЫ ПОСТНУМЕРАНДО

7.1. Определение и классификация финансовых рент

Члены потока платежей могут быть как положительными (поступления), так и отрицательными величинами (выплаты).

Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют финансовой рентой или просто рентой, или аннуитетом, независимо от назначения или происхождения платежей. Например, рентой является последовательность получения процентов по облигациям, платежи по потребительскому кредиту, выплата в рассрочку страховых премий [54].

Во всех приведенных случаях выплата или получение денег производится через равные промежутки времени.

Рента характеризуется следующими параметрами:

- член ренты — размер отдельного платежа;
- период ренты — временной интервал между двумя последовательными платежами;
- срок ренты — время от начала первого периода ренты до конца последнего периода;
- процентная ставка.

Ренты могут быть классифицированы по следующим признакам.

По продолжительности периода ренты на протяжении года, ренты делятся на:

- годовые (выплата раз в году);
- p -срочные (p — количество выплат в году).

В финансовой практике встречаются и с такими последовательностями платежей, которые производятся столь часто, что их практически можно рассматривать как непрерывные.

По числу начислений процентов на протяжении года различают:

- ренты с ежегодным начислением (чаще всего по годовой ставке сложных процентов);
- с начислением несколько раз в году (m -раз в году);
- с непрерывным начислением.

По величине своих членов ренты делятся на:

- постоянные (с одинаковыми платежами);
- переменные (с разными суммами платежей).

По количеству членов различают ренты:

- с конечным числом членов, то есть ограниченные по срокам ренты (их срок заранее оговорен);
- и бесконечные, или вечные, ренты. Примеры вечной ренты: выплаты дивидендов по привилегированным акциям с фиксированной ставкой дивиденда и неопределённым сроком выпуска; купоны по облигациям без погашения (или с очень большими сроками до погашения).

По вероятности выплат ренты делятся на:

- верные (подлежат безусловной уплате);
- условные (выплата ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события).

Пример верных - при погашении кредита. Пример условных - например, число выплат пенсий зависит от продолжительности жизни пенсионера.

В зависимости от наличия сдвига начала ренты бывают:

- немедленные – срок выплат начинается с момента заключения контракта;
- отложенные (отсроченные) – срок начала выплат отодвигается на какое-то время.

Пример отложенной ренты: покрытие долга планируется начать через определённый (льготный) период. В такой ситуации старт платежей по отсроченной ренте смещается немного вперёд относительно какого-то срока.

Также в качестве примера отложенной ренты можно привести страховой договор, по которому выплаты начинаются в будущем, а до этого момента страховщик инвестирует взносы и копит проценты.

По моменту выплат платежей в пределах периода:

- обыкновенные ренты или постнумерандо – если платежи осуществляются в конце периодов;
- ренты пренумерандо – платежи производятся в начале периодов [55].

Пример. Фирма принимает платежи от клиента в уплату долга в конце каждого полугодия равными частями в течение фиксированного

числа лет. Банк, обслуживающий компанию, начисляет проценты в конце каждого года. Таким образом, предусматривается постоянная, срочная полугодовая, верная, с начислением процентов на платежи один раз в год, ограниченная рента постнумерандо.

7.2. Расчёт наращенной стоимости финансовой ренты постнумерандо

В случае с финансовыми рентами платежи осуществляются через равные интервалы времени, это позволило разработать теорию количественного анализа рент, в котором решаются два типа задач:

1) Определение наращенной суммы – суммы всех платежей с начисленными на них процентами к концу срока;

2) Вычисление текущей стоимости величины – суммы всех платежей, дисконтированных на момент времени, совпадающий с началом потока платежей [56].

Для начала разберем расчет наращенной (будущей) стоимости финансовой ренты постнумерандо.

1. Годовая рента постнумерандо (начисление процентов 1 раз в год, т.е. $m=p=1$)

Начнем с наиболее простого случая — годовой ренты постнумерандо. Пусть в течение n лет в банк в конце каждого года вносится по R руб. На взносы начисляются сложные проценты по ставке $i\%$ годовых. Таким образом, имеется рента, член которой равен R , а срок n . Все члены ренты, кроме последнего, приносят проценты — на первый член проценты начисляются $(n - 1)$ год, на второй $(n - 2)$ и т. д. На последний взнос проценты не начисляются, так как рента постнумерандо, платежи вносятся в конце периода. Наращенные к концу срока каждого взноса суммы составят:

$$R \cdot (1 + i)^{n-1}, R \cdot (1 + i)^{n-2}, \dots, R \cdot (1 + i), R$$

Переписав этот ряд в обратном порядке, нетрудно убедиться в том, что он представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем $(1 + i)$ и первым членом R . Число членов прогрессии равно n . Искомая величина очевидно равна сумме членов этой прогрессии, тогда получим формулу (7.1):

$$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (7.1)$$

Пример. Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо в течение пяти лет. Размер разового платежа 5 млн руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке 17% годовых. Необходимо найти наращенную стоимость.

Решение:

По условиям задачи средства поступают в течение 5 лет, то есть $n=5$, размер разового платежа составил 5 млн рублей, то есть $R=5$ млн, так же указана ставка 17%, она обозначается буквой i . Все необходимые данные есть, остается только подставить их в формулу (7.1):

$$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 5 \cdot \frac{(1+0,17)^5 - 1}{0,17} = 35,07 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, наращенная стоимость данной финансовой ренты через 5 лет составит 35,07 млн рублей.

2. *Годовая рента, начисление процентов m раз в году.*

Пусть, как и выше, анализируется годовая рента постнумерандо. Однако проценты начисляются m раз в году. Члены ренты с начисленными к концу срока процентами образуют ряд (перепишем его в обратном порядке):

$$R, R \cdot (1+j/m)^m, R \cdot (1+j/m)^{2m}, \dots, R \cdot (1+j/m)^{(n-1)m}$$

Нетрудно убедиться, что и в этом случае мы имеем дело с возрастающей геометрической прогрессией. Первый член прогрессии равен R , знаменатель $(1+j/m)^m$. Сумма членов этой прогрессии, а следовательно наращенная стоимость ренты рассчитывается по формуле (7.2):

$$S = R \cdot \frac{(1+\frac{j}{m})^{m \cdot n} - 1}{(1+\frac{j}{m})^m - 1}, \quad (7.2)$$

где S - наращенная сумма; R - платежи (взносы) за год; j - номинальная ставка; m - количество начисления процентов (в году); n - время начисления процентов (лет).

Пример. Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо в течение пяти лет. Размер разового платежа 5 млн. руб. На поступившие взносы ежеквартально начисляются проценты по ставке 17% годовых. Найти наращенную стоимость ренты.

Решение:

По сравнению с прошлой задачей появляются новые данные, а именно ежеквартальное начисление процентов, это значит $m=4$, остальные данные остались прежними, как в первом примере. Подставляем в формулу (7.2) и находим:

$$S = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1} = 5 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,17}{4}\right)^{4 \cdot 5} - 1}{\left(1 + \frac{0,17}{4}\right)^4 - 1} = 35,85 \text{ млн руб.}$$

Как видим, переход от годового начисления процентов к поквартальному несколько увеличил наращенную сумму.

3. Срочная рента с p начислениями:

- *начисления ежегодные ($m=1$), а выплаты p раз в год*

Пусть рента выплачивается p раз в году равными суммами, процент начисляется один раз в конце года. Если годовая сумма платежей равна R , то каждый раз выплачивается R/p . Общее число членов ренты равно np . Ряд членов ренты с начисленными процентами представляет собой геометрическую прогрессию. Первый член ее равен R/p , знаменатель — $(1+i)^{1/p}$. Сумма членов этой прогрессии и будущая стоимость ренты находится по формуле (7.3):

$$S = \frac{R}{p} \cdot \frac{(1+i)^{\frac{1}{p}np} - 1}{(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{p \cdot \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1\right]}, \quad (7.3)$$

где S - наращенная сумма; R - платежи (взносы) за год; i - процентная ставка; n - время начисления процентов (лет); p - количество взносов в году.

Пример. Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной ежеквартальной ренты постнумерандо в течение пяти лет. Размер годового платежа 5 млн. руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке 17% годовых.

Решение:

Так как платежи поступают ежеквартально, то $p=4$.

$n=5$

$R=5$

$j=17\%=0,17$

$$p=4$$

$$S=?$$

Воспользуемся формулой (7.3) и найдем наращенную сумму:

$$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{p \cdot \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]} = 5 \cdot \frac{(1+0,17)^5 - 1}{4 \cdot \left[(1+0,17)^{\frac{1}{4}} - 1 \right]} = 37,23 \text{ млн. руб.}$$

Таким образом, при ежеквартальных платежах наращенная сумма составила 37,23 млн рублей, что больше, чем в предыдущих примерах.

• *количество выплат равно количеству начислений процентов в год ($m=p$)*

На практике часто встречаются случаи, когда число выплат в году равно числу начислений процентов, т. е. когда $p = m$. Для получения необходимой формулы воспользуемся формулой (7.3), в которой i заменяется на j/m , а вместо числа лет берется число периодов выплат np , член ренты равен R/m . Поскольку $p = m$, то в итоге получим формулу (7.4):

$$S = \frac{R}{m} \cdot \frac{(1+\frac{j}{m})^{m \cdot n} - 1}{\frac{j}{m}} = R \cdot \frac{(1+\frac{j}{m})^{m \cdot n} - 1}{j}, \quad (7.4)$$

где S - наращенная сумма; R - платежи (взносы) за год; j - номинальная ставка; m - количество начисления процентов (в году); n - время начисления процентов (лет); p - количество взносов в году.

Пример. Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной ежеквартальной ренты постнумерандо в течение пяти лет. Размер годового платежа 5 млн. руб. На поступившие взносы ежеквартально начисляются проценты по ставке 17% годовых.

Решение:

Из условий задачи видно, что число начислений процентов равно числу поступлений в год, то есть $m=p=4$, тогда:

$$n=5$$

$$R=5$$

$$j=17\%=0,17$$

$$m=p=4$$

$$S=?$$

$$S = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{j} = 5 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,17}{4}\right)^{4 \cdot 5} - 1}{0,17} = 38,2 \text{ млн. руб.}$$

Таким образом, при ежеквартальных платежах и ежеквартальных начислениях процентов наращенная сумма составила 38,2 млн рублей.

- *начисления m раз в год, выплаты p раз год, то есть $m \neq p$*

Определим теперь наращенную сумму для наиболее общего случая - p -срочная рента с начислением процентов m раз в году. Общее количество членов ренты равно np , величина члена ренты R/p . Члены ренты с начисленными процентами образуют ряд, следующий геометрической прогрессии, с первым членом R/p и знаменателем $\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m/p}$. Сумма членов такой прогрессии, а следовательно и наращенная стоимость ренты составит:

$$S = \frac{R}{p} \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p} \cdot np} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1} = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{p \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]}, \quad (7.5)$$

где S - наращенная сумма; R - платежи (взносы) за год; j - номинальная ставка; m - количество начисления процентов (в году); n - время начисления процентов (лет); p - количество взносов в году.

Пример. Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной ежеквартальной ренты постнумерандо в течение пяти лет. Размер годового платежа 5 млн. руб. На поступившие взносы ежемесячно начисляются проценты по ставке 17% годовых.

Решение:

В данном случае число начислений процентов не равно числу поступлений в год, поэтому будем использовать формулу (7.5).

$$n=5$$

$$R=5$$

$$j=17\%=0,17$$

$$p=4$$

$$m=12$$

$$S=?$$

$$S = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{p \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]} = 5 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,17}{12}\right)^{12 \cdot 5} - 1}{4 \cdot \left[\left(1 + \frac{0,17}{12}\right)^{\frac{12}{4}} - 1\right]} = 38,44 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, наращенная стоимость составила 38,44 млн рублей, что больше всех предыдущих вариантов.

Объединим все формулы для нахождения будущей стоимости финансовой ренты постнумерандо в табл. 7.1 [58].

Таблица 7.1

Формулы для нахождения будущей стоимости финансовой ренты постнумерандо

$p=m=1$	$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
$p=1$	$S = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1}$
$m=1$	$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{p \cdot \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1\right]}$
$p=m$	$S = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{j}$
$p \neq m$	$S = R \cdot \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{p \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]}$

Как видно из приведенных примеров, условия выплат (точнее, их частота) и наращения процентов заметно влияют на размер наращенной суммы. Для практика, очевидно, представляет определенный интерес соотношение этих сумм. Ниже сравниваемые суммы обозначены как $S(p;m)$, то есть $S(1;1)$ означает наращенную сумму годовой ренты с ежегодным начислением процентов, $S(1;m)$ — аналогичную характеристику для ренты с начислением процентов m раз в году, наконец, $S(p; \infty)$ — наращенную сумму p -срочной ренты с непрерывным начислением процентов.

$$S(1;1) < S(1;m)_{m>1} < S(p;1)_{p>1} < S(p;m)_{p>m>1} < S(p;m)_{p=m>1} < S(p;m)_{(m>p>1)}$$

Приведенные неравенства могут быть использованы при выборе условий контрактов, так как позволяют заранее (до расчета) получить

представление о приоритете того или иного условия. Например, можно заранее сказать, что рента с полугодовыми платежами и ежеквартальной капитализацией процентов дает меньшую наращенную стоимость, чем рента с ежеквартальными платежами и полугодовой капитализацией.

7.3. Расчёт текущей стоимости финансовой ренты постнумерандо

Методы расчета текущей стоимости финансовых рент обсудим в том же порядке, что и методы наращения рент, и почти столь же детально.

1. Годовая рента постнумерандо

(начисление процентов 1 раз в год, т.е. $m=p=1$)

Начнем с самого простого случая — годовой ренты постнумерандо, член которой равен R , срок ренты n ; ежегодное дисконтирование. Рента немедленная. В этих условиях дисконтированная величина первого платежа равна $R \cdot \frac{1}{1+i}$, второго — $R \cdot \frac{1}{(1+i)^2}$, последнего — $R \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$. Как видим, эти величины образуют ряд, следующий геометрической прогрессии, с первым членом $R \cdot \frac{1}{1+i}$ и знаменателем $\frac{1}{1+i}$. Обозначим сумму членов этой прогрессии как P , найдем ее и получим формулу (7.6):

$$P = R \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}, \quad (7.6)$$

где P — текущая стоимость; R — платежи (взносы) за год; i — процентная ставка; n — время начисления процентов (лет).

Пример. Рента постнумерандо характеризуется следующими параметрами: годовой платеж равен 5 млн. руб., срок ренты 5 лет. При дисконтировании по сложной ставке процента, равной 17% годовых, необходимо найти текущую стоимость.

Решение:

$R=5$

$n=5$

$i=0,17$

$P=?$

$$P = R \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = 5 \cdot \frac{1 - (1 + 0,17)^{-5}}{0,17} = 16 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, все будущие платежи оцениваются в настоящий момент в сумме 16 млн. руб. Иначе говоря, 16 млн. руб., размещенных под 17% годовых, обеспечивают ежегодную выплату по 5 млн. руб. в течение пяти лет.

2. Годовая рента, начисление процентов m раз в году

Не будем выводить формулу для этого случая, а заменим в предыдущей формуле дисконтный множитель $(1 + i)^{-n}$ на эквивалентную величину $(1 + j/m)^{-mn}$, соответственно i заменим на $(1 + j/m)^m - 1$, после чего получим формулу (7.7):

$$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1}, \quad (7.7)$$

где P - текущая стоимость; R - платежи (взносы) за год; j - номинальная ставка; m - количество начисления процентов (в году); n - время начисления процентов (лет).

Пример. Рента постнумерандо характеризуется следующими параметрами: $R = 5$ млн. руб., $n = 5$. При дисконтировании по сложной ставке процента, равной 17% годовых и полугодовой капитализации найти текущую стоимость денежного потока.

Решение:

$$R=5$$

$$n=5$$

$$j=0,17$$

$$p=1$$

$$m=2$$

$$P=?$$

$$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1} = 5 \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{0,17}{2}\right)^{-2 \cdot 5}}{\left(1 + \frac{0,17}{2}\right)^2 - 1} = 15,73 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, дисконтированная стоимость данной ренты постнумерандо составила 15,73 млн рублей.

3. Срочная рента с p начислениями:

- начисления ежегодные ($m=1$), а выплаты p раз в год.

Если платежи производятся не один, а p раз в году, то коэффициенты приведения находятся так же, как и в случае годовой ренты. Только теперь размер платежа равен R/p , а число членов np . Сумма дисконтированных платежей определяется по формуле (7.8):

$$P = R \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{p \cdot \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]}, \quad (7.8)$$

где P – текущая стоимость; R - платежи (взносы) за год; i - процентная ставка; n - время начисления процентов (лет); p - количество взносов в году.

Пример. Рента постнумерандо характеризуется следующими параметрами: на счет в течение 5 лет каждые полгода вносятся 2,5 млн рублей. При дисконтировании по сложной ставке процента, равной 17% годовых необходимо найти текущую стоимость.

Решение:

$$R/p = 2,5$$

$$p = 2$$

$$n = 5$$

$$i = 0,17$$

$$P = ?$$

$$P = R \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{p \cdot \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]} = 2,5 \cdot \frac{1 - (1+0,17)^{-5}}{(1+0,17)^{\frac{1}{2}} - 1} = 16,65 \text{ млн руб.}$$

- количество выплат равно количеству начислений процентов в год ($m=p$)

Число членов ренты здесь равно числу начислений процентов, величина члена ренты составляет R/m . Тогда дисконтированную стоимость найдем по формуле (7.9):

$$P = R \cdot \frac{1 - (1 + \frac{j}{m})^{-mn}}{j}, \quad (7.9)$$

где P – текущая стоимость; R - платежи (взносы) за год; j - номинальная ставка; m - количество начисления процентов (в году); n - время начисления процентов (лет).

Пример. Рента постнумерандо характеризуется следующими параметрами: на счет в течение 5 лет каждые полгода вносятся 2,5 млн рублей. При дисконтировании по сложной ставке 17% годовых и полугодовой капитализации процентов найти текущую стоимость ренты.

Решение:

$$R/p=2,5$$

$$p=2$$

$$n=5$$

$$j=0,17$$

$$m=2$$

$$p=m=2$$

$$P=?$$

$$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{j} = 5 \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{0,17}{2}\right)^{-2 \cdot 5}}{0,17} = 16,40 \text{ млн руб}$$

Таким образом, все будущие платежи оцениваются в настоящий момент в сумме 16,4 млн. руб. Иначе говоря, 16,4 млн. руб., размещенных под 17% годовых с полугодовой капитализацией, обеспечивают выплату по 2,5 млн. рублей каждые полгода в течение пяти лет.

- *начисления m раз в год, выплаты p раз год*

Определим теперь текущую стоимость для наиболее общего случая - p -срочная рента с начислением процентов m раз в году. Из данной формулы можно легко получить все предыдущие:

$$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{p \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]}, \quad (7.10)$$

где P – текущая стоимость; R - платежи (взносы) за год; j - номинальная ставка; m - количество начисления процентов (в году); n - время начисления процентов (лет); p - количество взносов в году.

Пример. Рента постнумерандо характеризуется следующими параметрами: в течение 5 лет каждые полгода вносятся 2,5 млн рублей на счет. При дисконтировании по сложной ставке 17% годовых и ежеквартальной капитализации процентов найти текущую стоимость ренты.

Решение:

$$R/p=2,5$$

$$p=2$$

$$n=5$$

$$j=0,17$$

$$m=4$$

$$P=?$$

Воспользуемся формулой (7.10):

$$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{p \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]} = 2,5 \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{0,17}{4}\right)^{-4 \cdot 5}}{\left[\left(1 + \frac{0,17}{4}\right)^{\frac{4}{2}} - 1\right]} = 16,27 \text{ млн руб.}$$

Таким образом, все будущие платежи оцениваются в настоящий момент в сумме 16,27 млн. руб. Иначе говоря, 16,27 млн. руб., размещенных под 17% годовых с ежеквартальной капитализацией, обеспечивают выплату по 2,5 млн. рублей каждые полгода в течение пяти лет.

Объединим все формулы для нахождения текущей стоимости финансовой ренты постнумерандо в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Формулы для нахождения текущей стоимости финансовой ренты постнумерандо

$p=m=1$	$P = R \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$
$p=1$	$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1}$
$m=1$	$P = R \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{p \cdot \left[(1 + i)^{\frac{1}{p}} - 1\right]}$
$p=m$	$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{j}$
$p \neq m$	$P = R \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}}{p \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]}$

Как следует из приведенных примеров, величина современной стоимости заметно зависит от условий наращения процентов (точнее, дисконтирования) и частоты выплат в пределах года. Ниже приводятся соотношения текущих стоимостей соответствующих рент. Сравниваемые суммы обозначены как $P(p;m)$, то есть $P(1;1)$ означает текущую стоимость годовой ренты с ежегодным начислением процентов, $P(1;m)$ — аналогичную характеристику для ренты с начислением процентов m раз в году.

Расположив все ренты в порядке возрастания, получим следующий ряд:

$$P(1;m) < P(1;1) < P(p;m)_{m>p>1} < P(p;m)_{p=m>1} < P(p;m)_{p>m>1} < P(p;1)$$

Из приведенных неравенств следует, что рента с полугодовыми поступлениями и ежеквартальной капитализацией имеет меньшую текущую стоимость, чем рента с ежеквартальными поступлениями и полугодовой капитализацией [60].

7.4. Использование финансовых рент для расчета денежных потоков общего вида

Использование финансовых рент для расчёта денежных потоков общего вида возможно при условии, что:

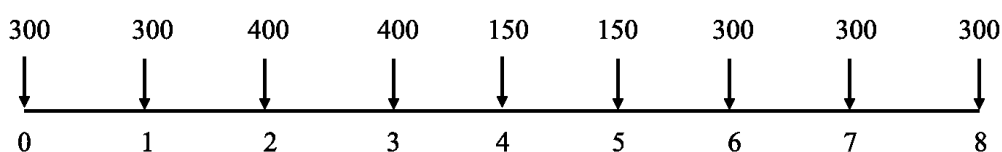
- процентная ставка i (j) — постоянная величина;
- все потоки выражены либо притоком, либо оттоком денежных средств.

Применение финансовых рент значительно упрощает расчёты.

Существует 2 способа расчета:

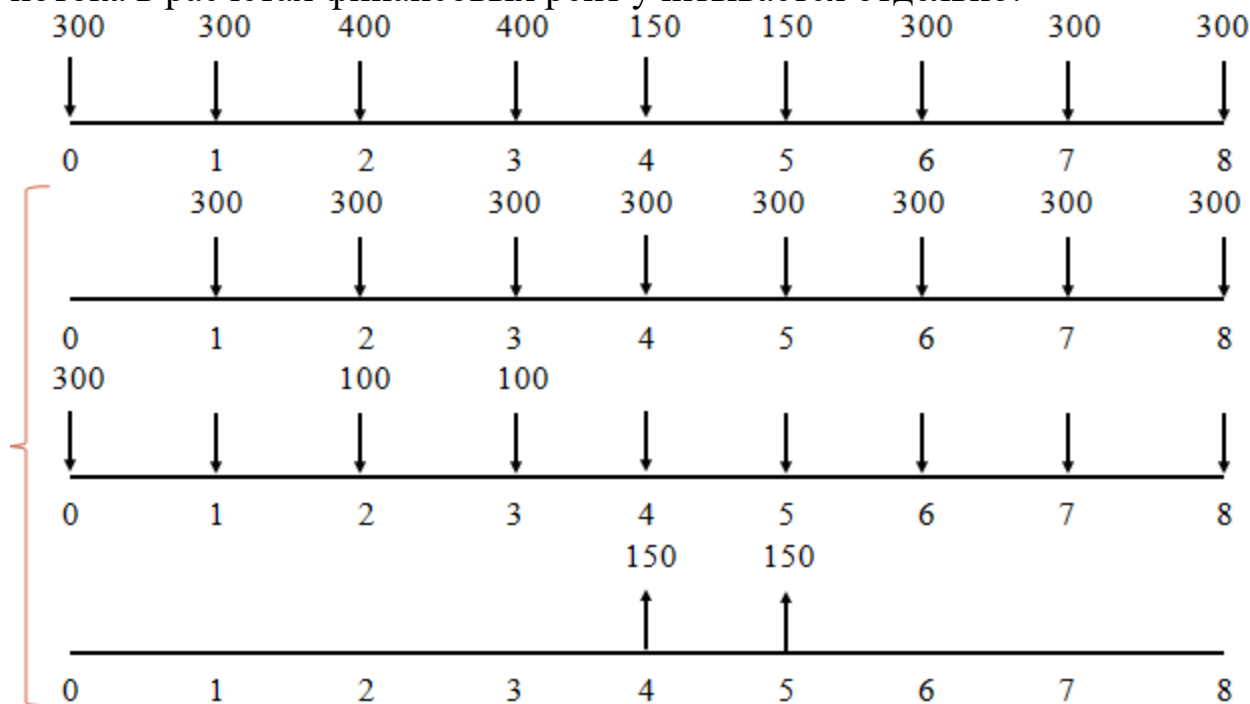
- 1) с выделением чистого аннуитета (когда члены потока равны во всех периодах) и последующей его корректировкой к исходному потоку;
- 2) без выделения чистого аннуитета, т.е. разбиение потока на последовательно идущие одинаковые суммы в периодах.

Пример. Рассчитайте текущую стоимость ренты постнумерандо с использованием финансовых таблиц, $i=11\%$.



Решение:

1 способ. Принимаем, что члены потока с 1 по 8 составляли 300 ден. ед. (так как это наиболее часто встречаемое значение в денежном потоке), далее корректируем 2, 3, 4 и 5 члены потока. Нулевой член потока в расчетах финансовых рент учитывается отдельно.

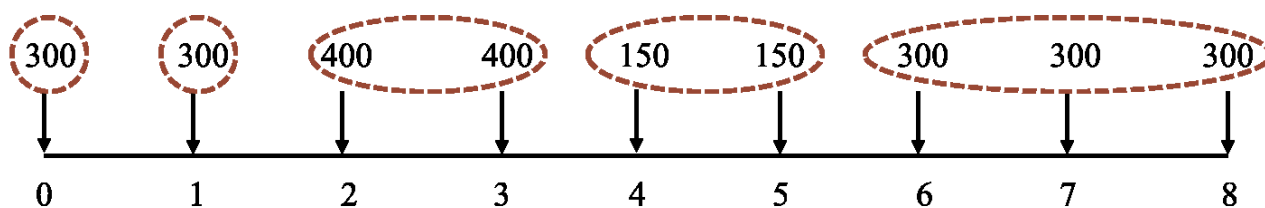


$PVCF = 300$ (нулевой член потока из второго преобразованного денежного потока) $+ 300 \cdot k_{\text{да}}(8 \text{ пер.}; 11\%)$ (так как в первом преобразованном потоке 300 встречается 8 раз, а использование коэффициента дисконтирования аннуитетных выплат приводит нас сразу к 0 периоду) $+ 100 \cdot k_{\text{да}}(2 \text{ пер.}; 11\%)$ (так как во втором преобразованном потоке 100 встречается 2 раза) $\cdot k_{\text{д}}(1 \text{ пер.}; 11\%)$ (так как использование предыдущего коэффициента дисконтирования аннуитетных выплат приводит нас к 1 периоду, а нам нужно к 0) $- 150 \cdot k_{\text{да}}(2 \text{ пер.}; 11\%) \cdot k_{\text{д}}(3 \text{ пер.}; 11\%) = 300 + 300 \cdot 5,15 + 100 \cdot 1,71 \cdot 0,9 - 150 \cdot 1,71 \cdot 0,73 = 1811,66$ ден. ед.

Коэффициенты аннуитетных выплат представлены в Приложении 2.

Таким образом, текущая стоимость денежного потока составляет 1811,66 денежных единиц.

2 способ. Разбиваем поток на последовательно идущие одинаковые суммы. Нулевой член потока в расчетах финансовых рент учитывается отдельно.

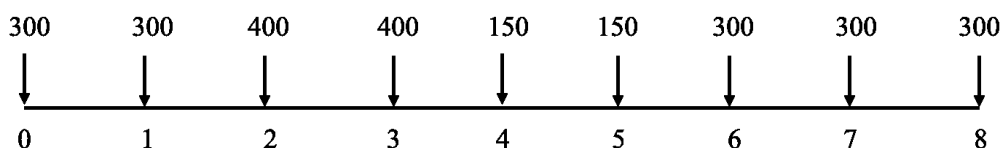


$$\begin{aligned}
 PVCF &= 300 + 300 \cdot k_{\text{д}}(1 \text{ пер.}; 11\%) + 400 \cdot k_{\text{да}}(2 \text{ пер.}; 11\%) \cdot k_{\text{д}}(1 \text{ пер.}; 11\%) + \\
 &+ 150 \cdot k_{\text{да}}(2 \text{ пер.}; 11\%) \cdot k_{\text{д}}(3 \text{ пер.}; 11\%) + 300 \cdot k_{\text{да}}(3 \text{ пер.}; 11\%) \cdot k_{\text{д}}(5 \text{ пер.}; 11\%) = 300 + \\
 &300 \cdot 0,9 + 400 \cdot 1,71 \cdot 0,9 + 150 \cdot 1,71 \cdot 0,73 + 300 \cdot 2,44 \cdot 0,59 = \\
 &= 1804,73 \text{ ден. ед.}
 \end{aligned}$$

Таким образом, при расчете вторым способом текущая стоимость денежного потока составляет 1804,73 денежных единиц.

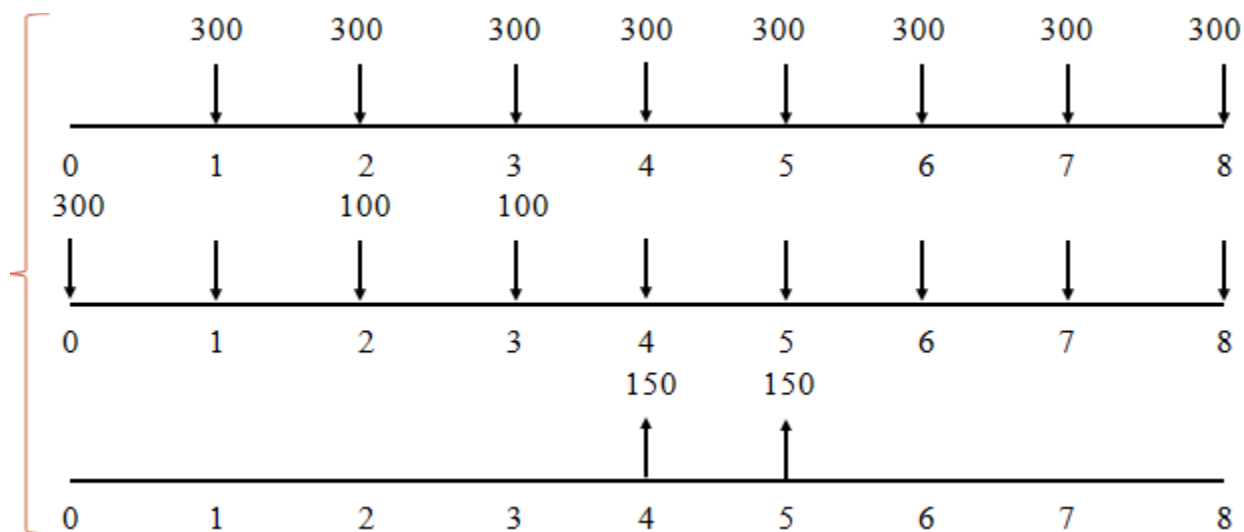
Найдем теперь будущую стоимость этого же денежного потока двумя способами.

Пример. Рассчитайте будущую стоимость ренты постнумерандо с использованием финансовых таблиц, $i=11\%$.



Решение:

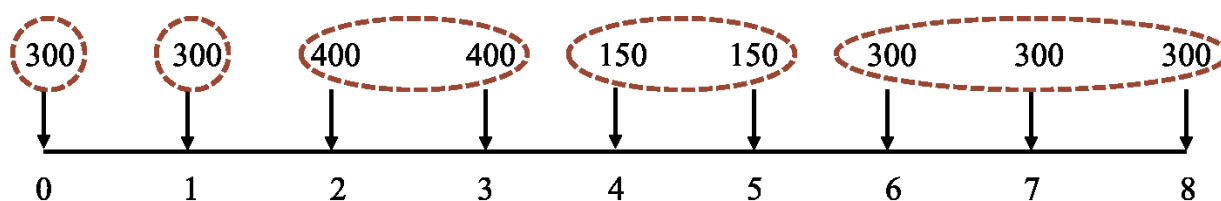
1 способ. Принимаем, что члены потока с 1 по 8 составляли 300 ден. ед. (так как это наиболее часто встречаемое значение в денежном потоке), далее корректируем 2, 3, 4 и 5 члены потока. Нулевой член потока в расчетах финансовых рент учитывается отдельно.



$FVCF = 300 \cdot k_{на (8 \text{ пер.}; 11\%)} \text{ (так как в первом преобразованном потоке 300 встречается 8 раз)} + 300 \cdot k_{н (8 \text{ пер.}; 11\%)} \text{ (так как во втором преобразованном потоке нулевой член ренты 300, а от 0 до 8 члена потока – 8 периодов)} + 100 \cdot k_{на (2 \text{ пер.}; 11\%)} \text{ (так как во втором преобразованном потоке 100 встречается 2 раза)} \cdot k_{н (5 \text{ пер.}; 11\%)} \text{ (так как от 3 до 8 члена потока – 5 периодов)} - 150 \cdot k_{на (2 \text{ пер.}; 11\%)} \text{ (так как в третьем преобразованном потоке 150 встречается 2 раза)} \cdot k_{н (3 \text{ пер.}; 11\%)} \text{ (так как от 5 до 8 члена потока – 3 периода)} =$
 $= 300 \cdot 11,86 + 300 \cdot 2,31 + 100 \cdot 2,11 \cdot 1,69 - 150 \cdot 2,11 \cdot 1,37 =$
 $= 4173,99 \text{ ден. ед.}$

Таким образом, будущая стоимость денежного потока при расчете с выделением чистого аннуитета составляет 4173,99 денежных единиц.

2 способ. Разбиваем поток на последовательно идущие одинаковые суммы. Нулевой член потока в расчетах финансовых рент учитывается отдельно.



$FVCF = 300 \cdot k_{н (8 \text{ пер.}; 11\%)} + 300 \cdot k_{н (7 \text{ пер.}; 11\%)} + 400 \cdot k_{на (2 \text{ пер.}; 11\%)} \cdot k_{н (5 \text{ пер.}; 11\%)} + 150 \cdot k_{на (2 \text{ пер.}; 11\%)} \cdot k_{н (3 \text{ пер.}; 11\%)} + 300 \cdot k_{на (3 \text{ пер.}; 11\%)} = 300 \cdot$
 $\cdot 2,31 + 300 \cdot 2,08 + 400 \cdot 2,11 \cdot 1,69 + 150 \cdot 2,11 \cdot 1,37 + 300 \cdot 3,34 =$
 $= 4178,97 \text{ ден. ед.}$

Таким образом, будущая стоимость при расчете с разбиением потока на последовательно идущие одинаковые суммы в периодах составляет 4178, 97 денежных единиц.

8. ПЕРЕВОД РЕНТ ПОСТНУМЕРАНДО В РЕНТЫ ПРЕНУМЕРАНДО. ПОГАШЕНИЕ КРЕДИТА

8.1. Перевод рент постнумерандо в ренты пренумерандо

Ранее мы разбирали понятие финансовой ренты и классификацию таких рент. В этой главе подробнее остановимся на рентах постнумерандо и пренумерандо.

Рента постнумерандо – поток платежей, выплаты которого производятся в конце периода. Рента пренумерандо – поток платежей, выплаты которого производятся в начале периода. Схема потока платежей рент постнумерандо и пренумерандо представлена на рис. 8.1 [62].

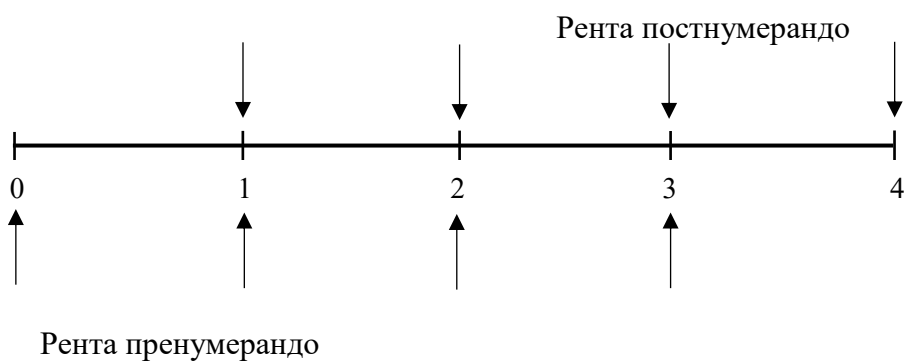


Рис. 8.1. Схема потока платежей рент постнумерандо и пренумерандо

Перевод рент постнумерандо в ренты пренумерандо нужен для учёта более раннего поступления денег и удлинения на один период срока начисления процентов. Осуществить такой перевод можно двумя способами.

Первый способ предполагает использование формул перехода, ниже представлена формула (8.1) для нахождения будущей стоимости финансовой ренты пренумерандо:

$$\hat{S} = S \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}, \quad (8.1)$$

где $\hat{S}$ – наращенная сумма рент пренумерандо; S – наращенная сумма рент постнумерандо.

То есть для расчета будущей стоимости ренты пренумерандо сначала находим будущую стоимость ренты постнумерандо, а затем корректируем ее по формуле.

Пример. Определите будущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение трех лет два раза в год в начале каждого периода на счет перечисляли по 15000 руб. под 10% годовых с полугодовым начислением процентов. Расчет осуществите первым способом, используя формулы перехода. Ответ округлите до целого.

Решение:

$$n=3$$

$$p=2$$

$$R/p=15000$$

$$j=10\%=0,1$$

$$m=2$$

$$\hat{S}=?$$

Для начала найдем будущую стоимость ренты постнумерандо с помощью коэффициентов аннуитетных выплат:

$$S = 15000 \cdot k_{\text{на}(6 \text{ пер.}, 5\%)} = 15000 \cdot 6,8 = 102\,000 \text{ руб.}$$

Затем полученную сумму подставим в формулу (8.1):

$$\hat{S} = S \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} = 102\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,1}{2}\right)^{\frac{2}{2}} = 107\,100 \text{ руб.}$$

Таким образом, будущая стоимость финансовой ренты пренумерандо составляет 107100 рублей.

Аналогичная формула (8.2) для расчета текущей стоимости финансовой ренты пренумерандо:

$$\hat{P} = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}, \quad (8.2)$$

где $\hat{P}$ – дисконтированная сумма рент пренумерандо; P – дисконтированная сумма рент постнумерандо.

То есть для расчета текущей стоимости ренты пренумерандо сначала находим текущую стоимость ренты постнумерандо, а затем корректируем ее по формуле [63].

Пример. Определите текущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение трех лет два раза в год в начале каждого периода на счет перечисляли по 15000 руб. под 10% годовых с полугодовым начислением процентов. Расчет осуществите первым способом, используя формулы перехода. Ответ округлите до целого.

Решение:

$$n=3$$

$$p=2$$

$$R/p=15000$$

$$j=10\%=0,1$$

$$m=2$$

$$\hat{P}=?$$

Для начала найдем текущую стоимость ренты постнумерандо с помощью коэффициентов аннуитетных выплат:

$$P = 15000 \cdot k_{\text{да}(6 \text{ пер.}, 5\%)} = 15000 \cdot 5,08 = 76200 \text{ руб.}$$

Затем полученную сумму подставим в формулу (8.2):

$$\hat{P} = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} = 76200 \cdot \left(1 + \frac{0,1}{2}\right)^{\frac{2}{2}} = 80010 \text{ руб.}$$

Таким образом, текущая стоимость финансовой ренты пренумерандо составляет 80010 рублей.

Первый способ общий, подходит для всех рент пренумерандо, а второй способ применяется в случаях, когда число платежей в год равно числу начислений процентов в год, то есть при $m=p$. Данный способ предполагает непосредственное использование финансовых таблиц для расчета обязательного аннуитета.

Ниже представлена формула (8.3) для нахождения будущей стоимости финансовой ренты пренумерандо:

$$\hat{S}_{nm,j/m} = S_{nm+1,j/m} - \frac{R}{p}, \quad (8.3)$$

где $\hat{S}$ – наращенная сумма рент пренумерандо; S – наращенная сумма рент постнумерандо.

Пример. Определите будущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение трех лет два раза в год в начале каждого периода на счет перечисляли по 15000 руб. под 10% годовых с полугодовым начислением процентов. Расчет осуществите вторым способом, используя финансовые таблицы. Ответ округлите до целого.

Решение:

$$n=3$$

$$p=2$$

$$R/p=15000$$

$$j=10\%=0,1$$

$$m=2$$

$$\hat{S}-?$$

Воспользуемся формулой (8.3) и получим:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{nm,\frac{j}{m}} &= S_{nm+1,\frac{j}{m}} - \frac{R}{p} = S_{2\cdot 3+1,\frac{10\%}{2}} - 15000 = \\ &= 15000 \cdot k_{\text{на}}(7 \text{ пер}, 5\%) - 15\,000 = \\ &= 15000 \cdot 8,14 - 15000 = 107\,100\end{aligned}$$

Таким образом, при расчете вторым способом будущая стоимость финансовой ренты пренумерандо составляет 107100 рублей.

Для нахождения текущей стоимости ренты пренумерандо используется формула (8.4):

$$\hat{P}_{nm,j/m} = P_{nm-1,j/m} + \frac{R}{p}, \quad (8.4)$$

где $\hat{P}$ – дисконтированная сумма рент пренумерандо; P – дисконтированная сумма рент постнумерандо.

Пример. Определите текущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение трех лет два раза в год в начале каждого периода на счет перечисляли по 15000 руб. под 10% годовых с полугодовым начислением процентов. Расчет осуществите вторым способом, используя финансовые таблицы. Ответ округлите до целого.

Решение:

$$n=3$$

$$p=2$$

$$R/p=15000$$

$$j=10\%=0,1$$

$$m=2$$

$$\hat{P}-?$$

Воспользуемся формулой (8.4) и получим:

$$\hat{P}_{nm,j/m} = P_{nm-1,j/m} + \frac{R}{p} = P_{2\cdot 3-1,\frac{10\%}{2}} + 15000 =$$

$$\begin{aligned}
 &= 15000 \cdot k_{\text{да}}(5 \text{ пер}, 5\%) + 15000 = \\
 &= 15000 \cdot 4,33 + 15000 = 79950
 \end{aligned}$$

Таким образом, при расчете вторым способом текущая стоимость финансовой ренты пренумерандо составляет 107100 рублей.

8.2. Кредит, основные понятия и принципы

Для начала разберемся с понятием кредита. Кредит – это предоставление денег банком или кредитной организацией заёмщику в размере и на условиях, которые предусмотрены кредитным договором, по которому заёмщик обязан возвратить полученную сумму и уплатить по ней проценты. В повседневной жизни люди часто сталкиваются с необходимостью воспользоваться кредитом. Но, прежде чем оформить кредит, необходимо знать, на каких принципах он работает [64].

В кредитовании существует шесть основных принципов:

1. Срочность. Срочность в кредитовании является важным условием предоставления кредитных средств, ведь вернуть последние необходимо в срок, имеющий строго определенные рамки, которые прописаны в кредитном договоре. Данный принцип является гарантией возвратности.

2. Возвратность. Возвратность – основа любого кредита, ведь не будь у вас обязанности возврата полученных средств, кредитодателю просто не было бы смысла вам их предоставлять.

3. Обеспеченность. Такой принцип кредитования, как обеспеченность, также выступает гарантией возвратности, ведь в случае вашего отказа в возврате необходимой суммы денег, она будет истребована с обеспечения последних, которым могут выступать залог, гарантия, страхование ответственности заемщика и поручительство.

4. Платность. Платность — еще одна основа любых кредитных отношений. Она заключается в необходимости возврата полученных вами средств с процентами, которые в свою очередь являются вознаграждением кредитодателю за пользование его деньгами. Следовательно, при отсутствии такого материального вознаграждения финансовые отношения будут какими угодно, но только не кредитными.

5. Дифференцированность. Принцип дифференцированности на практике выглядит как индивидуальный подход к вам и другим клиентам. При этом эта индивидуальность работы с каждым обусловлена не только разными уровнем доходов и степенью доверия к тому или

иному клиенту банка, но и государственной политикой, а также рядом других факторов, которые иногда имеют место быть.

6. Целевой характер. Данная характеристика свойственна не всем кредитам, но большинству из них. На практике она выглядит как закрепление в кредитном соглашении цели, на которую вы потратите кредитные средства [65].

Так же следует разобрать основные понятия, связанные с кредитом, которые будут встречаться нам далее.

Кредитное соглашение (кредитный договор) – это документ, в котором прописаны все условия выдачи и погашения кредита.

Кредитоспособность клиента – наличие у заемщика возможности вернуть взятые денежные средства с процентами в установленный срок.

Риски кредитования – риск частичного или полного невозврата кредита и начисленных процентов.

Структура кредита – любой кредит состоит из тела и процентов. Тело кредита – это основная сумма кредита, предоставленная банком или другой кредитной организацией заемщику. По сути, это то количество денег, которое было получено в долг. Проценты по кредиту — это плата банку за то, что он предоставил заёмные деньги.

Кредитное обеспечение – это залог, как гарантия того, что заемщик погасит кредит.

График погашения кредита – определение конкретных сроков и сумм порционной оплаты взятой суммы и процентов.

Как раз график погашения кредита мы и будем разбирать далее.

8.3. Виды платежей по кредитам

Как мы уже рассматривали выше, когда вы берёте в банке кредит, ваша ежемесячная выплата состоит из двух частей:

- тела кредита — суммы долга;
- процентов — того, что банк начисляет сверху согласно кредитной ставке.

Соотношение этих частей может быть разным, от этого и будет зависеть размер платежа [66].

Выделяют два вида платежей – аннуитетные и дифференцированный.

Аннуитетный платёж — это тип выплат, при котором вы каждый месяц перечисляете банку одну и ту же сумму. При этом первые выплаты идут на погашение процентов, тогда как тело (изначальная сумма долга) почти не уменьшается.

Аннуитетными платежами называют взносы по кредиту, которые представлены в виде равных частей и вносятся плательщиком без изменения суммы платежа на всем промежутке времени погашения задолженности.

При таком виде платежа заемщик регулярно совершает платеж одного и того же размера.

Эта сумма может меняться только по соглашению сторон или в некоторых случаях частичного досрочного погашения.

Структура аннуитетного платежа также состоит из двух частей: процентов за пользование кредитом и суммы, идущей на погашение кредита.

С течением времени соотношение этих величин меняется и проценты постепенно начинают составлять меньшую величину, соответственно сумма на погашение основного долга внутри аннуитетного платежа увеличивается.

Поскольку, при аннуитетных платежах в начале сумма, идущая на погашение основного долга, убывает медленно, а проценты всегда начисляются на остаток от этой суммы, то и общий размер уплаченных процентов по такому кредиту больше. Это особенно заметно при досрочных погашениях. В первые периоды кредитования основные выплаты приходятся именно на погашение процентов по кредиту.

Дифференцированный платеж — это платёж, размер которого уменьшается с каждым месяцем. При этом доля процентов и тела займа остаётся неизменной. Этот вид подойдет тем, кому размер выплат не критичен. Важна уверенность, что вы осилите крупные выплаты в самом начале даже с учётом непредвиденных расходов. Такая схема встречается редко, особенно в потребительских займах.

Дифференцированные платежи в начале срока кредитования больше, а затем постепенно уменьшаются, то есть регулярные платежи по кредиту не равны между собой.

Структура дифференцированного платежа состоит из двух частей: фиксированной на весь период суммы, идущей на погашение

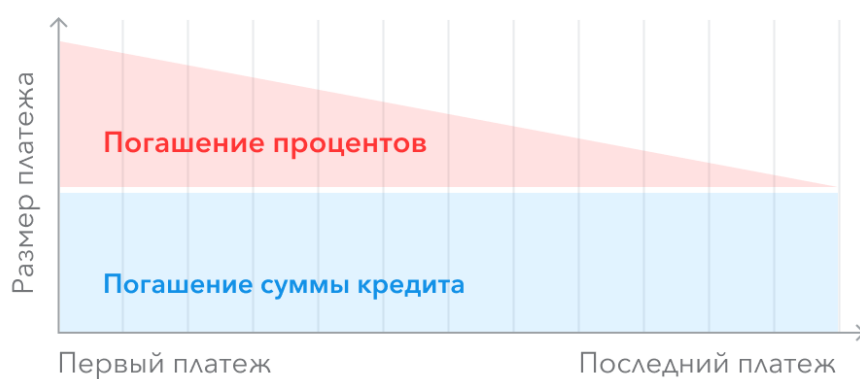
суммы задолженности, и убывающей части – процентов по кредиту, которая рассчитывается от суммы остатка задолженности по кредиту.

Из-за постоянного уменьшения суммы долга уменьшается и размер процентных выплат, а с ними и ежемесячный платеж.

Для того чтобы вычислить сумму возврата основного долга, необходимо первоначальную сумму кредита разделить на срок кредита (количество периодов) [67].

Наглядное сравнение двух видов платежей представлено на рис. 8.2.

Дифференцированный платеж



Аннуитетный платеж

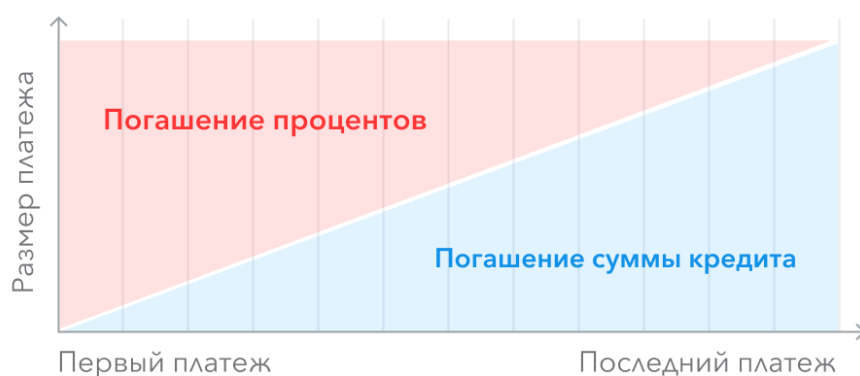


Рис. 8.2. Структура платежей по кредитам

Как видно из графиков, при аннуитетных платежах размер выплат остается постоянным на весь срок кредитования, при этом меняется структура платежа. В начале срока почти вся сумма идет на погашение процентов, а после середины срока кредитования наоборот – большая часть платежа идет на погашение основной суммы долга. При

дифференцированных платежах видно, что сумма, которая идет в погашение основного долга, остается неизменной, меняется лишь сумма процентов, поэтому платежи меняются с каждым периодом, постоянно уменьшаясь за счет уменьшения оставшейся суммы основного долга и начисленных процентов, соответственно.

8.4. Погашение кредита при аннуитетных платежах

Расчет разового платежа при аннуитетном погашении кредита осуществляется путем выражения R/p из формулы (7.10), получаем формулу (8.5).

$$\frac{R}{p} = \frac{P \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m} \right)^{\frac{m}{p}} - 1 \right]}{1 - \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{-mn}}, \quad (8.5)$$

где R/p – разовый платеж; P – сумма, которую взяли в кредит; j – годовая процентная ставка; m – количество начислений % в течение года; p – количество выплат в течение года; n – период кредитования, выраженный в годах.

Далее разберем на примере составления графика платежей при аннуитетных платежах.

Пример. Составьте план погашения кредита в размере 100000 руб. за 2 года с ежеквартальным начислением процентов из расчета 24% годовых и ежеквартальными платежами. Погашение рассчитайте равными платежами.

Решение:

Для начала необходимо определить размер разового платежа, для этого запишем все данные, которые у нас есть.

$P=100\ 000$

$n=2$

$m=4$

$j=24\%=0,24$

$p=4$

$R/p - ?$

Воспользуемся формулой (8.5) и найдем разовый платеж:

$$\frac{R}{p} = \frac{P \cdot \left[\left(1 + \frac{j}{m} \right)^{\frac{m}{p}} - 1 \right]}{1 - \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{-mn}} = \frac{100000 \cdot \left(\left(1 + \frac{0,24}{4} \right)^{\frac{4}{4}} - 1 \right)}{1 - \left(1 + \frac{0,24}{4} \right)^{-4 \cdot 2}}$$

$$= 16103,59 \text{ руб.}$$

Далее составим табл. 8.1 с графиком погашения кредита.

Таблица 8.1

График погашения кредита равными платежами

Остаток на начало (переносим из ст.5 предыду- щего периода)	Погашение ссуды			Остаток на конец пери- ода (ст.1-ст.4)
	Всего разовый платеж	В т.ч.		
		% (6%) (ст. 1 · 0,06)	Осн. долг (ст.2-ст.3)	
1	2	3	4	5
100000,00	16103,59	6000,00	10103,59	89896,41
89896,41	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			

Начинаем постепенно заполнять нашу таблицу. Разберем каждый столбец, первый столбец – остаток основного долга на начало периода, в начале первого периода он будет равен сумме, которую мы берем в кредит, в нашем случае это 100 тысяч рублей.

Второй столбец – размер разового платежа, мы его нашли по формуле (8.5), он составляет 16103,59 рубля. Так как у нас аннуитетные платежи, то можем сразу заполнить этот столбец до конца, ведь платеж не будет меняться с течением времени. Растягиваем эту сумму на 8 строк, так как указанный срок кредита составляет 2 года с ежеквартальными платежами, то всего платежей будет 8 (2 умножаем на 4).

Третий столбец – это проценты, выплаченные банку в соответствующем периоде. Так как годовая процентная ставка у нас указана 24%, а платежи ежеквартальные, то квартальная ставка составит 6%

(24% делим на 4), поэтому для расчета процентов, мы каждый раз будем находить 6% от остатка основного долга на начало периода, то есть 6% от суммы, указанной в первом столбце этой же строчки. В первой строке это будет 6% от 100 000 рублей, то есть 6000 рублей.

Четвертый столбец – это сумма, которая идет в погашение основного долга в соответствующем периоде, чтобы ее найти необходимо из размера разового платежа вычесть проценты, который мы выплачиваем банку, то есть из второго столбца вычесть третий. В нашем случае из 16103,59 рублей вычитаем 6000, получаем 10103,59 рублей – именно такая сумма пойдет на погашение основного долга при первом платеже банку.

Пятый столбец – последний, сюда вносим сумму основного долга на конец периода, то есть из первого столбца вычитаем четвертый. В нашем случае из 100000 рублей вычитаем 10103,59 рублей, получаем сумму 89896,41 рублей, именно столько мы еще должны банку без учета процентов. Далее эту сумму переносим в первый столбец, но на следующую строчку, то есть во второй платеж. И продолжаем аналогичным образом заполнять таблицу, расчет для второго и третьего периода представлены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

График погашения кредита равными платежами

Остаток на начало (переносим из ст.5 предыду- щего периода)	Погашение ссуды			Остаток на конец пери- ода (ст.1-ст.4)
	Всего разо- вый платеж	В т.ч.		
		% (6%) (ст. 1 · 0,06)	Осн. долг (ст.2-ст.3)	
1	2	3	4	5
100000,00	16103,59	6000,00	10103,59	89896,41
89896,41	16103,59	5393,78	10709,81	79186,60
79186,60	16103,59	4751,20	11352,39	67834,21
67834,21	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			
	16103,59			

Переходим ко второму платежу, остаток основного долга на начало периода 89896, 41 рублей, тогда проценты банку (третий столбец) будут составлять 5393,78 рублей (это 6% от 89896,41), разовый платеж у нас постоянный, а именно 16103, 59 рублей, поэтому сумма, которая идет на погашение основного долга составит 10709, 81 (из разового платежа 16103,59 вычитаем сумму процентов 5393,78). Тогда остаток на конец периода будет 79186,60 рублей, переносим эту сумму на следующую строчку и переходим к расчету суммы третьего периода. Постепенно заполняем таблицу до конца и получаем итоговый вариант в виде табл. 8.3.

Таблица 8.3

График погашения кредита равными платежами

Остаток на начало (переносим из ст.5 предыду- щего периода)	Погашение ссуды			Остаток на конец пери- ода (ст.1-ст.4)
	Всего разо- вый платеж	В т.ч.		
		% (6%) (ст. 1 · 0,06)	Осн. долг (ст.2-ст.3)	
1	2	3	4	5
100000,00	16103,59	6000,00	10103,59	89896,41
89896,41	16103,59	5393,78	10709,81	79186,60
79186,60	16103,59	4751,20	11352,39	67834,21
67834,21	16103,59	4070,05	12033,54	55800,67
55800,67	16103,59	3348,04	12755,55	43045,12
43045,12	16103,59	2582,71	13520,88	29524,24
29524,24	16103,59	1771,45	14332,14	15192,11
15192,11	16103,59	911,53	15192,06	0,04

После заполнения таблицы можно увидеть, как меняется структура платежа с течением времени при аннуитетных платежах. Если с первым платежом банку в счет процентов перечислили 6000 рублей из 16103,59, то из последнего платежа всего лишь 911,53 рублей. В это время сумма основного долга, уплачиваемая в каждом периоде, наоборот растет, так из первого платежа в 16103,59 всего лишь 10103,59 рублей идет на погашение основного долга, а в последнем периоде уже 15192,06, при этом разовый платеж остается всегда одинаковым.

8.5. Погашение кредита при дифференцированных платежах

В случае с дифференцированными платежами нет смысла рассчитывать размер разового платежа, так как он меняется с каждым периодом, поэтому будем его рассчитывать для каждого периода отдельно. Но зато в данном случае есть другая постоянная величина – это сумма, которая идет на погашение основного долга, она не меняется на протяжении всего срока кредитования.

Расчет суммы погашения основного долга, которая включена в каждый платеж, при дифференцированном погашении осуществляется как $\frac{P}{n \cdot m}$, где P – сумма первоначального долга (сумма кредита), n – срок кредитования, m – количество платежей в год. Разберем график погашения кредита при дифференцированных платежах на том же примере [68].

Пример. Составьте план погашения кредита в размере 100000 руб. за 2 года с ежеквартальным начислением процентов из расчета 24% годовых и ежеквартальными платежами. Погашение рассчитайте дифференцированными платежами.

Решение:

$$P=100\,000$$

$$n=2$$

$$m=4$$

$$j=24\%=0,24$$

$$p=4$$

Для начала рассчитаем сумму основного долга, уплачиваемую с каждым платежом, в нашем случае она составит:

$$\frac{P}{n \cdot m} = \frac{100000}{2 \cdot 4} = 12500$$

Затем составляем табл. 8.4 и начинаем заполнять график погашения при дифференцированных платежах.

Таблица 8.4

Погашение кредита дифференцированными платежами

Остаток на начало (переносим из ст.5 предыдущего периода)	Погашение ссуды			Остаток на ко- нец периода (ст.1-ст.4)
	Всего разовый платеж (ст.3+ст.4)	В т.ч.		
		% (6%) (ст.1·0,06)	Осн. долг	
1	2	3	4	5
100000	18500	6000	12500	87500
87500			12500	
			12500	
			12500	
			12500	
			12500	
			12500	
			12500	
			12500	

Начинаем постепенно заполнять нашу таблицу. Разберем каждый столбец, первый столбец – остаток основного долга на начало периода, в начале первого периода он будет равен сумме, которую мы берем в кредит, в нашем случае это 100 тысяч рублей.

Третий столбец – это проценты, выплаченные банку в соответствующем периоде. Так как годовая процентная ставка у нас указана 24%, а платежи ежеквартальные, то квартальная ставка составит 6% (24% делим на 4), поэтому для расчета процентов, мы каждый раз будем находить 6% от остатка основного долга на начало периода, то есть 6% от суммы, указанной в первом столбце этой же строчки. В первой строке это будет 6% от 100 000 рублей, то есть 6000 рублей.

Далее рассмотрим четвертый столбец – это сумма основного долга в одном платеже, так как мы ее уже нашли (12500), и она постоянная на протяжении всего срока кредитования, то можем растянуть до конца таблицы, то есть с каждым платежом 12500 рублей идут на погашение основного долга.

Второй столбец – это размер разового платежа, как помним, он состоит из основного долга и процентов. Так как у нас уже известны проценты (столбец 3) и размер основного долга в 1 платеже (4 столбец), то остается сложить эти суммы и получить размер разового платежа. В нашем случае он составит $6000+12500=18500$ рублей.

Пятый столбец – последний, сюда вносим сумму основного долга на конец периода, то есть из первого столбца вычитаем четвертый. В нашем случае из 100000 рублей вычитаем 12500 рублей, получаем сумму 87500 рублей, именно столько мы еще должны банку без учета процентов. Далее эту сумму переносим в первый столбец, но на следующую строчку, то есть во второй платеж. И продолжаем аналогичным образом заполнять таблицу, расчет для второго и третьего периода представлены в табл. 8.5.

Таблица 8.5

Погашение кредита дифференцированными платежами

Остаток на начало (переносим из ст.5 предыдущего периода)	Погашение ссуды			Остаток на ко- нец периода (ст.1-ст.4)
	Всего разовый платеж (ст.3+ст.4)	В т.ч.		
		% (6%) (ст.1·0,06)	Осн. долг	
1	2	3	4	5
100000	18500	6000	12500	87500
87500	17750	5250	12500	75000
75000	17000	4500	12500	62500
62500			12500	
			12500	
			12500	
			12500	
			12500	

Переходим ко второму платежу, остаток основного долга на начало периода 87500 рублей, тогда проценты банку (третий столбец) будут составлять 5250 рублей (это 6% от 87500), сумма основного долга у нас постоянная, а именно 12500 рублей, поэтому размер разового платежа в этом случае будет $12500 + 5250 = 17750$ рублей, уже меньше, чем в первом периоде. Далее находим остаток основного долга на конец периода, он составит 75000 ($87500 - 12500$) рублей, переносим эту сумму на следующую строчку и переходим к расчету суммы третьего периода. Постепенно заполняем таблицу до конца и получаем итоговый вариант в виде табл. 8.6.

Таблица 8.6

Погашение кредита дифференцированными платежами

Остаток на начало (переносим из ст.5 предыдущего периода)	Погашение ссуды			Остаток на ко- нец периода (ст.1-ст.4)
	Всего разовый платеж (ст.3+ст.4)	В т.ч.		
		% (6%) (ст.1·0,06)	Осн. долг	
1	2	3	4	5
100000	18500	6000	12500	87500
87500	17750	5250	12500	75000
75000	17000	4500	12500	62500
62500	16250	3750	12500	50000
50000	15500	3000	12500	37500
37500	14750	2250	12500	25000
25000	14000	1500	12500	12500
12500	13250	750	12500	0

После заполнения таблицы можно увидеть, как меняется размер разового платежа с течением времени. Если первый платеж был 18500, то последний уже 13250 рублей, при этом сумма, идущая на погашение основного долга, была всегда постоянной 12500 рублей.

Если сравнить два вида погашения, то можем заметить, что в начале погашения дифференцированными платежами размер платежа больше, чем при аннуитетном погашении, но если найти сумму выплаченных процентов банку, то именно этот вариант окажется выгоднее, так как в этом случае мы выплати банку меньшую сумму.

Если платить исключительно по графику, то переплата по кредитам с одним и тем же сроком будет меньше при дифференцированных платежах, потому что с первых месяцев будет погашаться достаточно большая сумма основного долга и процентов будет начисляться меньше.

При этом при дифференцированном платеже на первом этапе погашения платежи значительно больше, а это значит, что есть риск не справиться с нагрузкой. Кроме того, сейчас банки в большинстве своем предлагают именно аннуитетный способ погашения кредита, то есть равными платежами. Так меньше рисков, что заемщик не справится с выплатами: размер платежа одинаковый в течение всего срока, да и банку это более выгодно с точки зрения процентов.

9. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ

9.1. Простые проценты

Задача 1. Вклад в размере 25 000 рублей открыт в банке на 4 месяца под 16% годовых. Найдите будущую стоимость.

Задача 2. Сколько нужно положить на депозит, чтобы через 2 года получить 100000 руб. при условии начисления простых процентов в размере 11%?

Задача 3. Рассчитать сумму начисленных процентов по вкладу в 45000 руб., положенному на счет 20 января 2024 г. и снятого со счета 12 мая 2024 г. под 6% годовых, используя английскую, немецкую и французскую системы.

Задача 4. На какой срок необходимо открыть вклад в размере 55 000 рублей при условии начисления 19% годовых, чтобы сумма дохода составила 10 000 рублей? Принять 365 дней в году.

Задача 5. Под какой процент были положены на депозит в банк 34000 рублей, если через 7 лет сумма наращенного капитала составила 70000 рублей?

Задача 6. Рассчитайте сумму накопленных процентов на вклад в размере 50000 рублей, который хранился 2 месяца под 16% годовых, 2 месяца под 17% и 5 месяцев под 18% годовых?

Задача 7. Компания получила кредит на 4 года в размере 456 тыс. руб. с условием возврата 636 тыс. руб. Определить процентную ставку для случая применения простых процентов.

Задача 8. Вы поместили в банк стипендию под 18% годовых. Какую сумму Вы снимете с вклада через 3 года?

Задача 9. Банк выдал кредит 5 мая в размере 100 тыс.руб. Срок возврата 7 ноября, ставка 25% годовых. Определить сумму, подлежащую возврату, 3 способами.

Задача 10. Кредит размером 50 тыс. рублей предоставлен на 9 месяцев под 10% годовых с единовременной выплатой долга с процентами в конце операции. После первых трёх месяцев плата по займу выросла до 10,5%. Вычислите подлежащую возврату сумму.

9.2. Сложные проценты

Задача 1. Сколько нужно положить на депозит, чтобы через 4 года получить 100000 руб. при условии начисления сложных процентов в размере 13%?

Задача 2. Какую сумму нужно положить на счет под 17,5% годовых с ежеквартальной капитализацией процентов, если через 4 года со счета сняли 175000 рублей?

Задача 3. Чему будет равна сумма начисленных процентов на вклад в размере 80000 руб., открытый в банке на 3 года под 13% годовых с ежеквартальной, ежемесячной, ежедневной капитализацией процентов (принять 360 дней в году)?

Задача 4. Определить более выгодный вариант вложения денежных средств в объеме 30000 р.:

1) сроком на 2 года, получая доход в виде простой процентной ставки 20%;

2) сроком на 2 года по сложной ставке 15% с годовой капитализацией.

Задача 5. Решите задачу 2 с условием ежемесячной капитализации.

Задача 6. Решите задачу 2 с условием начисления простых процентов.

Задача 7. Определить более выгодный вариант вложения денежных средств в объеме 350 тыс. р.:

а) сроком на 1 год, получая доход в виде простой процентной ставки 12% годовых;

б) на тот же срок по сложной ставке 10% с поквартальной капитализацией.

Задача 8. Какую сумму сняли со счета через 5 лет, если первый год вклад хранился под 13% годовых, 2 последующих года – под 14%, остальные 2 года – под 15% годовых? Во всех периодах осуществлялась полугодовая капитализация процентов. Положили на счет 110000 руб.

Задача 9. Какую сумму сняли со счета через 7 лет, если первые 2 года вклад хранился под 16% годовых, 3 последующих года – под 15%, остальные 2 года – под 14% годовых? Во всех периодах осуществлялась ежеквартальная капитализация процентов. Положили на счет 130000 руб.

Задача 10. Ссуда в размере 40000 рублей была предоставлена на 17 месяцев под 14% годовых при ежеквартальном начислении процентов. Определите сумму долга с процентами.

9.3. Расчеты по сложным процентам с использованием финансовых таблиц

Задача 1. Какую сумму можно будет снять со счета через 3 года, если положили 200000 руб. под 20 % годовых с полугодовой капитализацией процентов?

Задача 2. Вклад в размере 800 тыс. руб. открыт в банке на 4 года под сложную процентную ставку 10% годовых. Определить наращенную сумму при ежегодном, полугодовом, ежеквартальном и ежемесячном начислении процентов. Какой вариант выгоднее вкладчику?

Задача 3. Банк предоставил ссуду в размере 100 тыс. руб. на 30 месяцев под 22% годовых. Определите сумму долга, подлежащую возврату, точным и смешанным методами. Сравните результаты, сделайте выводы.

Задача 4. Какую сумму можно будет снять со счета через 7 лет, если положили 65000 руб. под 14% годовых с ежеквартальной капитализацией процентов?

Задача 5. Какую сумму нужно положить на счет под 14% годовых с полугодовой капитализацией процентов, если через 4 года со счета сняли 180000 рублей?

Задача 6. Какую сумму нужно положить на счет под 16% годовых с ежеквартальной капитализацией процентов, если через 3 года со счета сняли 220000 рублей?

Задача 7. Какую сумму можно будет снять со счета через 9 лет, если положили 170000 руб. под 20% годовых с полугодовой капитализацией процентов?

Задача 8. Через 4 года потребуется сумма 170 тыс. руб. Определить величину первоначального вклада, если проценты начисляются по сложной ставке 16% годовых: а) ежегодно; б) ежеквартально.

Задача 9. Вклад на сумму 250 тыс. руб. был размещен в банке под 13% годовых сроком на 4 года. Определите наращенную сумму, если начисление процентов проходило по схеме: а) простых процентов; б) сложных процентов.

Задача 10. Ссуда в размере 300 тыс. руб. предоставлена на 19 месяцев под сложную процентную ставку 9% годовых. Определите наращенную сумму долга двумя способами (точным и смешанным), если проценты начисляются раз в полгода.

9.4. Задачи для подготовки к рейтинг-контролю №1

Задача 1. Определите сумму, выданную на руки вкладчику, если вклад был открыт под 15% годовых с полугодовой капитализацией процентов на два года на всю сумму, накопленную в результате хранения 50000 руб., положенную на счет 12.01.19 под 13% годовых при условии немецкой системы начисления % и снятую со счета 22 марта 2019 г.

Задача 2. Используя финансовые таблицы, определите, какую сумму можно будет снять со счета через 3 года, если положили под 16% годовых с полугодовой капитализацией процентов сумму процентов, накопленную в результате хранения на депозите в банке 1280000 рублей 2 месяца под 8% годовых, 3 месяца под 9% и 4 месяца под 10% годовых (округляйте до целых)?

Задача 3. Определите сумму, выданную на руки вкладчику, если вклад был открыт под 12% годовых с полугодовой капитализацией процентов на два года на всю сумму, накопленную в результате хранения 25000 рублей в течение 16 месяцев под 14% годовых при полугодовом начислении процентов смешанным способом.

Задача 4. Заемщик получил кредит на сумму 200000 рублей под 32% годовых на год. Но через 240 дней кредит был полностью погашен. Рассчитайте, какую сумму можно снять с депозита, если сэкономленную сумму процентов положить под 9% годовых на 2 года с ежеквартальной капитализацией процентов. Принять 365 дней в году. Округляйте до целого по правилам математики.

Задача 5. Используя финансовые таблицы, определите, у какого вклада первоначальная сумма была больше и на сколько рублей:

1. Со счета сняли 78000 руб. Вклад лежал под 20% годовых с ежеквартальной капитализацией процентов 3 года,

2. Со счета сняли 80550 руб. Вклад лежал под 16% годовых с полугодовой капитализацией процентов 4 года?

9.5. Непрерывное начисление процентов

Задача 1. Определить сумму начисленных процентов на вклад в размере 50000 рублей, положенный на счет на 2 года под 10% годовых при непрерывной капитализации.

Задача 2. Рассчитать накопленную сумму, если на вклад в 2 млн руб. в течение 5 лет начисляются непрерывные проценты с силой роста 10%.

Задача 3. Банк предлагает вариант начисления сложного процента по ставке 12% годовых. Начальная сумма равна 1 млн руб. Найдите величину вклада через три года при непрерывном начислении сложного процента.

Задача 4. Определить будущую стоимость для вклада 75000 рублей, который хранился в банке 2 года под 14% годовых, для следующих ситуаций:

- 1) при начислении процентов раз в год
- 2) при полугодовом начислении процентов
- 3) при ежеквартальном начислении процентов
- 4) при непрерывном начислении процентов.

Задача 5. Определить будущую стоимость для вклада 100000 рублей, который хранился в банке 3 года под 10% годовых, для следующих ситуаций:

- 1) при начислении процентов раз в год
- 2) при полугодовом начислении процентов
- 3) при ежеквартальном начислении процентов
- 4) при непрерывном начислении процентов.

9.6. Эквивалентность процентных ставок.

Эффективная ставка процентов

Задача 1. Клиент положил деньги в банк, ежемесячно начисляющий сложные проценты по ставке 16% годовых. Определить реальную доходность этой финансовой операции.

Задача 2. Компания может получить кредит на следующих условиях:

- 1) ежемесячное начисление процента из расчета 26% годовых;
- 2) полугодовое начисление процента из расчета 27% годовых.

Определить, какой вариант предпочтительнее для компании.

Задача 3. Чему равна эффективная ставка процента, если банк начисляет проценты ежеквартально, исходя из номинальной ставки 17%?

Задача 4.

Пусть проценты начисляются на условиях сложной процентной ставки, равной 10 % с ежемесячным начислением процентов. Найти эффективную годовую процентную ставку, если срок – один год.

Задача 5. Определить, какой должна быть номинальная ставка при ежеквартальном начислении процентов, чтобы обеспечить эффективную ставку 12% годовых.

Задача 6. Выбрать наиболее эффективный вариант вложения средств:

- А) 10% годовых, ежегодное начисление %
- Б) 9,5% годовых, ежеквартальное начисление процентов
- В) 9% годовых, ежемесячное начисление процентов
- Г) 8,5% годовых, ежедневное начисление процентов (принять 360 дней в году)

Задача 7. Выбрать наиболее эффективный вариант вложения средств:

- А) 14% годовых, ежегодное начисление %, ежегодное начисление процентов
- Б) 13,8% годовых, полугодовое начисление процентов
- В) 13,5% годовых, ежеквартальное начисление процентов
- Г) 13,2% годовых, ежемесячное начисление процентов
- Д) 13% годовых, ежедневное начисление процентов (принять 360 дней в году)

9.7. Учетная ставка. Вексель.

Задача 1. За сколько дней до срока погашения векселя были выданы 96000 руб. векселедержателю, если вексель был выписан на сумму, полученную в результате хранения 100000 руб. в течение 185 дней под 7,5% годовых векселедателем. Принять 360 дней в году. Учетная ставка составила 12% годовых.

Задача 2. При учете векселя номиналом 20 тыс.руб. за 100 дней до погашения банк выплатил его владельцу 18.1 тыс.руб. Определите учетную ставку, используемую банком, при временной базе 360 дней.

Задача 3. Рассчитайте сумму, выданную на руки при учете векселя за 29 дней до срока погашения, если номинал векселя составил 87000 руб. Учетная ставка 12% годовых. Принять 360 дней в году.

Задача 4. При учете векселя господин М получил 250000 руб. за 47 дней до срока погашения векселя. Учетная ставка составила 16% годовых. Определите номинальную стоимость векселя.

Задача 5. Вексель на сумму 20 000 рублей с погашением 30 ноября предъявлен в банк для оплаты 22 сентября по учётной ставке 19% годовых. Определите сумму, выплаченную владельцу векселя и сумму дисконта. Принять 360 дней в году и точное число дней в месяце.

Задача 6. Банком 15 апреля был учтен вексель со сроком погашения 9 июля. Вычислите номинальную стоимость векселя, если учетная ставка составляла 10 % годовых, а векселедержатель получил 20 тысяч рублей. При вычислении используйте французскую практику расчетов.

Задача 7. При учете векселя номиналом 35 тысяч рублей за 100 дней до погашения банк выплатил его владельцу 19100 рублей. Определите учетную ставку, используемую банком, при временной базе 360 дней.

9.8. Простая и сложная учетная ставка

Задача 1. Рассчитайте сумму, положенную на депозит под 7% годовых с полугодовым начислением сложных процентов, если всё, что было накоплено за 5 лет, было оформлено векселем и учтено за 30 дней до срока его погашения. На руки было выдано 227 тыс. руб. Простая учётная ставка – 12%. Принять 360 дней в году.

Задача 2. Владелец векселя номинальной стоимостью 500 тыс. руб. и периодом обращения 1,5 года предложил его банку сразу для учета, то есть за 1,5 года до погашения. Банк согласился учесть вексель по сложной учетной ставке 20 % годовых. Дисконтирование по сложной учетной ставке производится 1 раз в году. Требуется определить дисконт, полученный банком, и сумму, выданную владельцу векселя.

Задача 3. За долговое обязательство в 80 тыс. руб. банком было выплачено 62 тыс. руб. За какое время до срока погашения было учтено это обязательство, если банком использовалась простая годовая учётная ставка 28% годовых?

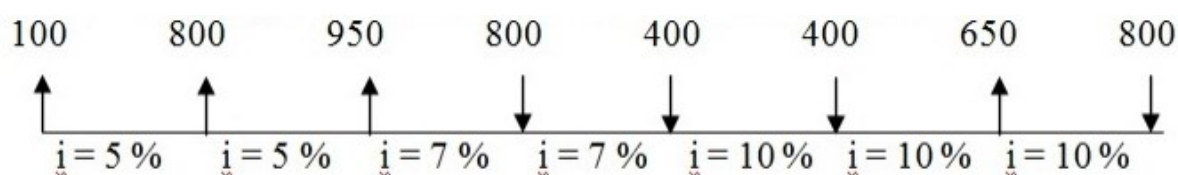
Задача 4. Определите сумму, выданную на руки векселедержателю за 18 дней до срока погашения векселя по учетной ставке 16%

годовых (принять 360 дней в году), если вексель был выписан векселедателем на всю сумму, накопленную в результате хранения 80000 руб., положенную на счет 02.01.24 под 6% годовых и снятую со счета 13 сентября 2024 г. Используйте немецкую систему начисления %.

Задача 5. Рассчитайте сумму, положенную на депозит под 10% годовых с ежеквартальным начислением сложных процентов, если всё, что было накоплено за 5 лет, было оформлено векселем и учтено за 60 дней до срока его погашения. На руки было выдано 120 тыс. рублей. Простая учетная ставка=16 %. Принять 360 дней в году.

Задача 6. Долговое обязательство на выплату 46 тыс. руб. учтено за 4 года до срока погашения. Определите сумму, полученную при учете этого обязательства, если производилось 1) полугодовое; 2) поквартальное; 3) ежемесячное дисконтирование по сложной учетной ставке 24% годовых.

9.9. Денежные потоки общего вида



Задача 1. Определите текущую стоимость денежного потока без использования финансовых таблиц.

Задача 2. Определите текущую стоимость денежного потока с использованием финансовых таблиц.

Задача 3. Определите будущую стоимость денежного потока без использования финансовых таблиц.

Задача 4. Определите будущую стоимость денежного потока с использованием финансовых таблиц.

9.10. Расчёт текущей и будущей стоимости финансовой ренты постнумерандо

Задача 1. Рассчитайте наращенную стоимость финансовой ренты постнумерандо, а также сумму начисленных процентов, если в течение трех лет ежеквартально на счет перечислялось по 40000 руб. под 12 % годовых с полугодовой капитализацией процентов.

Задача 2. Рассчитайте наращенную стоимость финансовой ренты постнумерандо, а также сумму начисленных процентов, если в течение трех лет ежемесячно на счет перечислялось по 7000 руб. под 9 % годовых с ежеквартальной капитализацией процентов.

Задача 3. Рассчитайте наращенную стоимость финансовой ренты постнумерандо, а также сумму начисленных процентов, если в течение пяти лет ежеквартально на счет перечислялось по 25000 руб. под 6 % годовых с ежеквартальной капитализацией процентов.

Задача 4. Рассчитайте двумя способами: -с помощью общих формул; -с помощью финансовых таблиц наращенную стоимость финансовой ренты постнумерандо, если в течение двух лет ежеквартально на счет перечислялось по 10000 руб. под 12 % годовых с ежеквартальной капитализацией процентов.

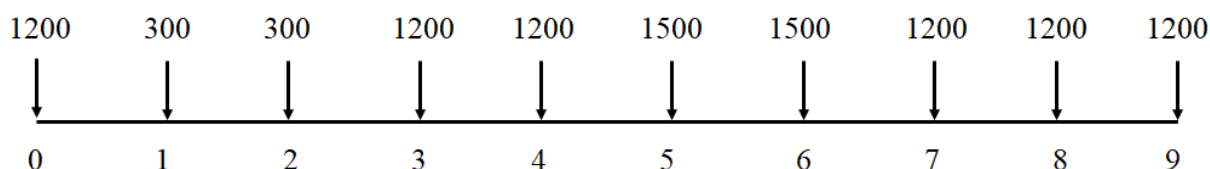
Задача 5. Рассчитайте наращенную стоимость финансовой ренты постнумерандо двумя способами (без использования финансовых таблиц и с использованием финансовых таблиц), если в течение восьми лет каждое полугодие на счет перечислялось по 45000 руб. под 10 % годовых с полугодовой капитализацией процентов.

Задача 6. Определите двумя способами (без использования финансовых таблиц и с использованием финансовых таблиц) коэффициент дисконтирования аннуитетных выплат для расчета текущей стоимости финансовой ренты постнумерандо, если в течение девяти лет каждое полугодие осуществлялись выплаты под 16 % годовых с полугодовой капитализацией процентов.

Задача 7. Определите двумя способами (без использования финансовых таблиц и с использованием финансовых таблиц) коэффициент наращения аннуитетных выплат для расчета будущей стоимости финансовой ренты постнумерандо, если в течение пяти лет ежеквартально осуществлялись выплаты под 8 % годовых с ежеквартальной капитализацией процентов.

9.11. Использование финансовых рент для расчёта денежных потоков общего вида

Задача 1. Рассчитайте текущую стоимость ренты постнумерандо первым способом с использованием финансовых таблиц, $i=7\%$



Задача 2. Рассчитайте будущую стоимость той же ренты постнумерандо вторым способом с использованием финансовых таблиц, $i=7\%$.

9.12. Перевод рент постнумерандо в ренты пренумерандо

Задача 1. Определите текущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение четырех лет в начале каждого года на счет перечисляли по 100000 руб. под 10% годовых с ежегодным начислением процентов. Расчет осуществите двумя способами с использованием коэффициентов.

Задача 2. Определите будущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение четырех лет в начале каждого года на счет перечисляли по 100000 руб. под 10% годовых с ежегодным начислением процентов. Расчет осуществите двумя способами с использованием коэффициентов.

Задача 3. Определите текущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение трех лет в начале каждого квартала на счет перечисляли по 10000 руб. под 12% годовых с ежеквартальным начислением процентов. Расчет осуществите двумя способами с использованием коэффициентов.

Задача 4. Определите будущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение трех лет в начале каждого квартала на счет перечисляли по 10000 руб. под 12% годовых с ежеквартальным начислением процентов. Расчет осуществите двумя способами с использованием коэффициентов.

Задача 5. Определите двумя способами коэффициент дисконтирования аннуитетных выплат для расчета текущей стоимости обязательного аннуитета, если в течение трех лет в начале каждого квартала на счет поступали платежи под 20% годовых с ежеквартальным начислением процентов.

Задача 6. Определите двумя способами коэффициент наращивания аннуитетных выплат для расчета будущей стоимости обязательного аннуитета, если в течение трех лет в начале каждого квартала на счет

поступали платежи под 20% годовых с ежеквартальным начислением процентов.

Задача 7. Определите двумя способами коэффициент дисконтирования аннуитетных выплат для расчета текущей стоимости обязательного аннуитета, если в течение пяти лет в начале каждого полугодия на счет поступали платежи под 12% годовых с полугодовым начислением процентов.

Задача 8. Определите двумя способами коэффициент наращивания аннуитетных выплат для расчета будущей стоимости обязательного аннуитета, если в течение пяти лет в начале каждого полугодия на счет поступали платежи под 12% годовых с полугодовым начислением процентов.

Задача 9. Определите будущую стоимость обязательного аннуитета 2 способами (с использованием финансовых таблиц и без использования финансовых таблиц), если в течение трех лет в начале каждого полугодия на счет перечисляли по 40000 руб. под 8% годовых с полугодовым начислением процентов. Ответ округлите до целого.

9.13. Погашение кредита

Задача 1. Составьте план погашения кредита в размере 210000 руб. за полтора года с ежеквартальным начислением процентов из расчета 20% годовых и ежеквартальными платежами. Погашение рассчитайте двумя способами: равными платежами и равными суммами основного долга.

Задача 2. Составьте план погашения кредита в размере 120000 руб. за 6 месяцев с ежемесячным начислением процентов из расчета 24% годовых и ежемесячными платежами. Погашение рассчитайте двумя способами: равными платежами и равными суммами основного долга.

Задача 3. Составьте план погашения кредита в размере 400000 руб. за 4 года с полугодовым начислением процентов из расчета 16% годовых и полугодовыми платежами. Погашение рассчитайте двумя способами: равными платежами и равными суммами основного долга.

Задача 4. Составьте план погашения кредита в размере 200000 руб. за 8 месяцев с ежемесячным начислением процентов из расчета 24% годовых и ежемесячными платежами. Погашение рассчитайте

двумя способами: равными платежами и равными суммами основного долга.

Задача 5. Составьте план погашения кредита в размере 300000 руб. за 3 года с полугодовым начислением процентов из расчета 18% годовых и полугодовыми платежами. Погашение рассчитайте двумя способами: равными платежами и равными суммами основного долга.

10. ПРИМЕРНЫЙ СОСТАВ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

10.1. Перечень компетенций и планируемые результаты обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОПОП (компетенциями и индикаторами достижения компетенций) представлены в таблице 10.1.

Таблица 10.1

Планируемые результаты обучения по дисциплине

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-9 Способен осуществлять сбор, обработку данных и их количественно-качественный анализ в целях обеспечения экономической безопасности социально-экономических систем	ПК 9.1 Знает методы работы с экономико-статистическими данными	Знает методы работы с данными о финансовых операциях	Тестовые задания Практико-ориентированные практические задания
	ПК 9.2 Умеет выявлять, оценивать, анализировать и обобщать данные в области экономической безопасности	Умеет приводить данные о финансовых операциях в сопоставимом виде, владеет навыками расчета в рамках дисконтирования и наращения по сложным и простым процентам, аннуитетам	Тестовые задания Практико-ориентированные практические задания

	ПК 9.3 – Владеет навыками количественно-качественного анализа экономико-статистических данных и их использования в обеспечении функционирования систем экономической безопасности хозяйствующих субъектов	Владеет навыками анализа эффективности финансовых операций для всех сторон участниц сделок	Тестовые задания Практико-ориентированные практические задания
--	---	--	---

10.2. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Задания к рейтинг-контролю №1

1. При помощи какого показателя учитывается фактор времени в финансовых расчетах:

- а) начала срока операции;
- б) окончания срока операции;
- в) продолжительность операции;
- г) процентной ставки.

2. Сущность французской системы начисления простых процентов:

- а) точное число дней в году и точное число дней в месяце;
- б) 360 дней в году и точное число дней в месяце;
- в) 360 дней в году и 30 дней в месяце.

3. Ставки, обеспечивающие равноценность финансовых последствий, называются:

- а) номинальными;
- б) антисипативными;
- в) декурсивными;
- г) эквивалентными.

4. Нарощенная сумма при простых процентах увеличивается:

- а) без какой-либо закономерности;

- б) по геометрической прогрессии;
- в) по арифметической прогрессии.

5. Период начисления это:

- а) временной интервал, к которому приурочена процентная (учетная) ставка;
- б) минимальный период, в происшествии которого происходит начисление процентов;
- в) максимальный период, в происшествии которого происходит начисление процентов;
- г) временной интервал, в течение которого происходит наращение или дисконтирование денежных сумм.

6. Определить сумму, выданную на руки вкладчику, если вклад был открыт под 13% годовых с полугодовой капитализацией процентов на 3 года на всю сумму, накопленную в результате хранения 27000 рублей, положенных на счет 19 февраля 2024 г. под 14% годовых при условии английской системы начисления процентов и снятых со счета 13 мая 2024г. (округлять до копеек)

7. Используя финансовые таблицы, определите, какую сумму можно будет снять со счета через 4 года, если положили под 15% годовых с полугодовой капитализацией процентов всю сумму, накопленную в результате хранения 185000 рублей в течение 19 месяцев под 14% годовых при полугодовом начислении процентов смешанным способом? (округлять до копеек)

8. Какую сумму можно снять со счета через 4 года, если положили под 14 % годовых с полугодовой капитализацией процентов сумму процентов, накопленную в результате хранения на депозите в банке 100000 руб. один год под 9% годовых, второй, третий и четвертый – под 10% годовых, пятый – под 11% годовых при условии начисления процентов 1 раз в год. (округлять до целого по правилам математики)

9. Заемщик получил кредит на сумму 220000 рублей под 22% годовых на год. Но через 210 дней кредит был полностью погашен. Рассчитайте, какую сумму можно снять с депозита, если сэкономленную

сумму процентов положить под 13% годовых на 2 года с полугодовой капитализацией процентов. Принять 365 дней в году. (округлять до целого по правилам математики)

10. Используя финансовые таблицы, определите, по какому вкладу сумма, полученная вкладчиком по истечении срока хранения, окажется больше и на сколько рублей:

1. 100000 руб. на 5 лет под 18 % годовых с полугодовой капитализацией процентов;

2. 80000 руб. на 7 лет под 10% годовых с полугодовой капитализацией процентов?

Задания к рейтинг-контролю №2

1. Укажите формулу наращения по сложным процентам:

а) $S = Pn(1+i)$

б) $S = P^n(1+i)$

в) $S = P(1+i)^n$

г) $S = P(1+ni)$

2. Для одних и тех же условий эффективная ставка процентов:

а) больше номинальной

б) меньше номинальной

в) равна номинальной

г) нет верного ответа

3. Два платежа считаются эквивалентными, если:

а) равны процентные ставки;

б) приведенные к одному моменту времени они оказываются равными;

в) равны наращенные суммы;

г) равны учетные ставки.

4. Средняя ставка простых процентов – это

а) взвешенная средняя арифметическая величина

б) взвешенная средняя геометрическая величина

в) простая средняя арифметическая

г) простая средняя геометрическая

5. Дискретные процентные ставки – это
- а) проценты, полученные по ставке наращенения
 - б) процентные ставки, применяемые в случаях, когда наращение или дисконтирование производится непрерывно
 - в) это проценты, начисляемые за фиксированные интервалы времени
 - г) проценты, полученные по ставке дисконта

6. Рассчитать сумму, положенную на депозит под 15% годовых с полугодовым начислением сложных процентов, если всё, что было накоплено за 5 лет, было оформлено векселем и учтено за 38 дней до срока его погашения. На руки было выдано 102 тыс. руб. Простая учётная ставка – 18%. Принять 360 дней в году.

7. В каком случае будущая стоимость будет максимальной при следующих условиях: вклад в размере 185000 рублей, который хранился в банке 4 года под 16% годовых, для следующих ситуаций (расчеты представить для всех случаев):

- 1) при начислении процентов раз в год
- 2) при полугодовом начислении процентов
- 3) при ежеквартальном начислении процентов
- 4) при непрерывном начислении процентов.

8. Выбрать наиболее эффективный вариант вложения средств:

- А) 14% годовых, ежегодное начисление %,
- Б) 13,7% годовых, полугодовое начисление процентов
- В) 13,5% годовых, ежеквартальное начисление процентов
- Г) 13,3% годовых, ежемесячное начисление процентов
- Д) 13% годовых, ежедневное начисление процентов (принять 360 дней в году)

9. Определите текущую стоимость без использования коэффициентов следующего денежного потока:

400	150	250	70	180	320	80						
↓	↑	↓	↓	↑	↓	↑						
0	10%	1	11%	2	11%	3	10%	4	13%	5	12%	6

10. Определите будущую стоимость с использованием коэффициентов следующего денежного потока:

400		150		250		70		180		320		80
↓		↑		↓		↓		↑		↓		↑
0	10%	1	11%	2	11%	3	10%	4	13%	5	12%	6

Задания к рейтинг-контролю №3

1. Основными элементами аннуитета являются:

- а) член рент;
- б) период ренты;
- в) дисконтирующий множитель;
- г) срок ренты;
- д) процент по векселю;
- е) процентная ставка.

2. Дефицитный денежный поток предприятия возникает в результате:

- а) поступления денежных средств ниже реальной потребности предприятия в целенаправленном их расходовании;
- б) приток денежных средств равен оттоку денежных средств;
- в) приток денежных средств не больше оттока денежных средств

3. Что такое рента постнумерандо?

- а) рента, образуемая платежами после некоторого указанного момента времени;
- б) рента, платежи которой поступают в конце каждого периода;
- в) рента, платежи которой скорректированы с учетом инфляции;
- г) рента, платежи которой скорректированы на величину налога.

4. Укажите коэффициент наращения обычной годовой ренты при однократном начислении процентов в году.

- а) $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$\text{б) } \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\text{в) } \frac{(1+\frac{j}{m})^n - 1}{(1+\frac{j}{m})^{m/p}}$$

$$\text{г) } \frac{1-(1+i)^{-n}}{(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1}$$

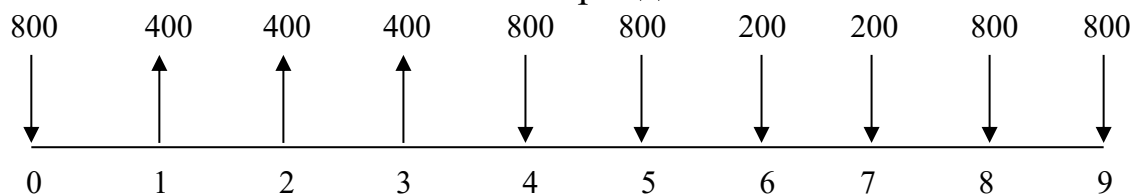
5. Коэффициент дисконтирования применяется для:

- а) расчета величины налогов;
- б) расчета увеличения прибыли;
- в) приведения будущих поступлений к начальной стоимости;
- г) определения уровня инфляции.

6. Определите будущую стоимость обычного аннуитета со следующими условиями: в течение четырех лет ежеквартально на счет поступало по 25000 руб. под 18% годовых с ежеквартальным начислением процентов. Ответ округлите до целого.

7. Определите будущую стоимость обязательного аннуитета, если в течение четырех лет два раза в год в начале каждого периода на счет перечисляли по 58000 руб. под 14% годовых с полугодовым начислением процентов. Расчет осуществите двумя способами с использованием коэффициентов. Ответ округлите до целого.

8. Определите текущую стоимость денежного потока вторым способом (без выделения чистого аннуитета, т.е. разбиение потока на последовательно идущие одинаковые суммы в периодах). Процентная ставка составляет 14% во всех периодах.



9. Составьте план погашения ссуды в размере 180000 руб. за 4 года с полугодовым начислением процентов из расчета 25% годовых и полугодовыми платежами. Погашение рассчитайте двумя способами: равными платежами и равными суммами основного долга.

Критерии оценки ответов на вопросы рейтинг-контроля и критерии оценки посещения занятий представлены в таблицах 10.2 и 10.3 соответственно.

Таблица 10.2

Критерии оценки ответов на вопросы рейтинг-контроля
(шкалы – 10/15 баллов)

Баллы рейтинговой оценки	Критерии оценки
9-10/13-15 баллов	Ответ на вопрос представлен комплексно и полно, представлены необходимые определения и понятия, все положения теоретического и практического характера обоснованы, приведены ссылки на текущие стандарты и положения (при необходимости)
7-8/10-12 балла	Ответ на вопрос представлен комплексно и полно, представлены необходимые определения и понятия, все положения теоретического и практического характера недостаточно обоснованы, не приведены ссылки на текущие стандарты и положения (при необходимости)
5-6/7-9 балла	Ответ на вопрос представлен некомплексно и неполно, не представлены необходимые определения и понятия, все положения теоретического и практического характера недостаточно обоснованы, не приведены ссылки на текущие стандарты и положения (при необходимости)
3-4/4-6 балла	Ответ на вопрос представлен частично и неполно, не представлены необходимые определения и понятия, все положения теоретического и практического характера недостаточно обоснованы, не приведены ссылки на текущие стандарты и положения (при необходимости)
1-2/1-3 балла	Ответ отсутствует

Таблица 10.3

Критерии оценки посещения занятий

Баллы рейтинговой оценки	Критерии оценки
5	Студент посетил все занятия
4	Студент по уважительной причине пропустил 4 часа аудиторных занятий
3	Студент по уважительной причине пропустил 6 часов аудиторных занятий
1-2	Студент по уважительной причине пропустил 10 часов аудиторных занятий

10.3. Самостоятельная работа обучающегося**Тема 1. Введение в курс «Финансовая математика»:**

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Тема 2. Проценты. Расчеты по простым процентам:

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Тема 3. Расчеты по сложным процентам:

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Тема 4. Непрерывное начисление процентов. Эквивалентность процентных ставок.

Эффективная ставка процентов:

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Тема 5. Учетная ставка. Вексель:

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Тема 6. Сущность денежных потоков. Денежные потоки общего вида.

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Тема 7. Классификация финансовых рент. Расчёт текущей и будущей стоимости финансовой ренты постнумерандо.

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Тема 8. Перевод рент постнумерандо в ренты пренумерандо. Погашение кредита: Перевод рент постнумерандо в ренты пренумерандо

- изучение литературы по указанной тематике.
- решение задач

Фонд оценочных материалов (ФОМ) для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом. Подготовка доклада/презентации к практическому занятию, критерии оценки доклада представлены в таблице 10.4.

Таблица 10.4

Критерии оценки доклада

Оценка	Критерии оценивания
«отлично»	- Тема раскрыта исчерпывающе, автор продемонстрировал глубокие знания. - Цель сформулирована, четко обоснована, дан подробный план ее достижения. - Доклад отличается творческим подходом, собственным оригинальным отношением автора к теме. - Печатный вариант доклада полностью соответствует предъявляемым требованиям. Отличается четкой структурой и грамотным оформлением. - Качественно оформлена презентация и автору удалось вызвать интерес аудитории и уложиться в регламент.
«хорошо»	- Тема доклада раскрыта, автор показал хорошее знание тематики исследования. - Цель сформулирована, обоснована, дан схематичный план ее достижения. - Работа над докладом была самостоятельная, демонстрирующая серьезную заинтересованность автора, была предпринята попытка представить личный взгляд, применены элементы творчества. - Печатный вариант доклада не полностью соответствует предъявляемым требованиям. Предприняты попытки оформить работу, придать ей соответствующую структуру. - В наличии презентация и автору удалось вызвать интерес аудитории, но он вышел за рамки регламента.
«удовлетворительно»	- Тема доклада раскрыта фрагментарно. - Цель сформулирована, но план ее достижения отсутствует.

	- Автор проявил незначительный интерес к теме доклада, но не продемонстрировал самостоятельности в работе над докладом, не использовал возможности творческого подхода. - Печатный вариант доклада не соответствует предъявляемым требованиям. Отсутствуют порядок и четкая структура работы. Есть ошибки в оформлении. - Материал изложен с учетом регламента, однако автору не удалось заинтересовать аудиторию.
«неудовлетворительно»	- Тема доклада не раскрыта и не исследована. - Цель не сформулирована. - Доклад шаблонный, показывающий формальное отношение автора. - Доклад в печатном варианте отсутствует. - Презентация не проведена.

10.4. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Перечень вопросов к экзамену

1. Финансовая математика как дисциплина: понятие, объект, предмет
2. Основные задачи финансовой математики
3. Внутренние факторы, учитываемые в финансово-экономических расчетах
4. Внешние факторы, учитываемые в финансово-экономических расчетах
5. Фактор времени в рыночной экономике
6. Принцип финансовой эквивалентности
7. Обычные проценты: понятие, сферы применения
8. Авансовые проценты: понятие, сферы применения
9. Нарращение: понятие, расчет с использованием простых процентов
10. Дисконтирование: понятие, расчет с использованием сложных процентов
11. Системы простых процентов
12. Реинвестирование по простым процентам
13. Сложные проценты: понятие, сферы применения
14. Методы исчисления сложных процентов при дробном числе периодов
15. Непрерывное начисление процентов
16. Эквивалентность процентных ставок

17. Средняя процентная ставка
18. Эффективная ставка
19. Вексель: понятие, сфера применения
20. Простой вексель: понятие, особенности
21. Переводной вексель: понятие, особенности
22. Индоссамент: понятие, специфика применения
23. Учет векселя, учетная ставка
24. Денежный поток: понятие, структура
25. Классификация денежных потоков
26. Денежный поток от операционной деятельности: понятие, структура
27. Денежный поток от инвестиционной деятельности: понятие, структура
28. Денежный поток от финансовой деятельности: понятие, структура
29. Финансовая рента: понятие, классификация
30. Расчёт наращенной стоимости финансовой ренты постнумерандо
31. Расчёт текущей стоимости финансовой ренты постнумерандо

Критерии оценивания:

В экзаменационный билет включен два теоретических вопроса, соответствующий содержанию формируемой компетенции и задача.

Экзамен проводится в устной форме. На ответ студенту отводится 20 минут. За ответ на теоретические вопросы студент может получить максимально 40 баллов.

Перевод баллов в оценку:

Если общая сумма баллов, набранных обучающимся в течение работы за семестр, а также в ходе проведения итогового испытания по дисциплине, превысила 91 балл, это соответствует оценке «отлично».

Если общая сумма баллов, набранных обучающимся в течение работы за семестр, а также в ходе проведения итогового испытания по дисциплине, превышает 74, но меньше или равна 90 баллов, это соответствует оценке «хорошо».

Если общая сумма баллов, набранных обучающимся в течение работы за семестр, а также в ходе проведения итогового испытания по

дисциплине, превысила превышает 61, но меньше или равна 73 баллам, это соответствует оценке «удовлетворительно».

Если общая сумма баллов, набранных обучающимся в течение работы за семестр, а также в ходе проведения итогового испытания по дисциплине, превысила не превышает 60 баллов, это соответствует оценке «неудовлетворительно». Критерии оценки компетенций по дисциплине представлены в таблице 10.5.

Таблица 10.5

Критерии оценки компетенций по осваиваемой дисциплине
при проведении промежуточной аттестации

Баллы	Оценка	Требования к знаниям
91-100	<i>«отлично» / «зачтено»</i>	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение. Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют высокую степень овладения программным материалом.
74-90	<i>«хорошо» / «зачтено»</i>	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют хорошую степень овладения программным материалом.

Баллы	Оценка	Требования к знаниям
61-73	«удовлетворительно» / «зачтено»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он знает только основной материал, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ. Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют достаточную степень овладения программным материалом.
0-60	«неудовлетворительно» / «не зачтено»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. Учебные достижения в семестровый период и результаты текущего контроля демонстрируют не высокую степень овладения программным материалом.

10.5. Методические рекомендации по выполнению курсовых работ (проектов)

1. Общие положения

Курсовая работа (проект) представляет собой вид учебной и научно-исследовательской работы студента, является индивидуальным, завершённым трудом, отражающим знания, навыки и умения студента, полученные в ходе освоения дисциплины.

Тема курсовой работы (проекта) не может носить описательного характера, в ее формулировку должна быть заложена исследовательская проблема. Курсовая работа (проект) подготавливает студента к

выполнению более сложной задачи – написанию выпускной квалификационной или дипломной работ.

Рациональнее темы курсовых работ (проектов), выполняемых студентами за весь период обучения, подбирать таким образом, чтобы они вместе с выпускной работой составляли единую систему последовательно усложняемых и взаимосвязанных работ. При защите работы студент учится не только правильно излагать свои мысли, но и аргументированно отстаивать, защищать выдвигаемые выводы и решения. Формулировка темы должна быть по возможности краткой и соответствовать содержанию работы.

2. Цели и задачи выполнения курсовых работ (проектов)

Основной целью выполнения курсовой работы (проекта) является развитие мышления, творческих способностей студента, привитие навыков самостоятельной работы, связанной с поиском, систематизацией и обобщением научной и учебной литературы, углублённым изучением определенного вопроса, темы, раздела учебной дисциплины, формирование умений анализировать и критически оценивать исследуемый научный и практический материал, овладение методами современных научных исследований.

Курсовая работа (проект) представляет собой:

- изложение результатов исследования с учетом вопросов теории и практики в пределах выбранной темы;
- авторский труд, самостоятельное творчество студента, формирование его личной позиции и практического подхода к выбранной теме;
- отражение умения студентом логично, аргументировано, ясно, последовательно и кратко излагать свои мысли.

Основные отличия курсовой работы (проекта) от контрольной работы:

- курсовая работа требует более глубокого анализа проблемы, поэтому её минимальный требуемый объем значительно больше,
- обязательно включает практический раздел, направленный на отработку факто- логического материала, в курсовой работе должно найти отражение взаимосвязи теоретических положений с практикой;
- контроль за ходом написания курсовой работы осуществляется кафедрой.

Научно-консультационную и методическую помощь студенту оказывает научный руководитель. Работа над избранной темой требует от студента знаний основ методологии исследования, творческого мышления, прилежания и профессионализма.

Задачами выполнения курсовых работ (проектов) являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение приобретенных студентом знаний, умений, навыков по учебным дисциплинам профессиональной подготовки;
- овладение методами научных исследований;
- формирование навыков решения творческих задач в ходе научного исследования, художественного творчества или проектирования по определенной теме;
- овладение современными методами поиска, обработки и использования информации.
- подготовка к написанию дипломной работы (материалы курсовых работ могут входить в дипломную работу).

При выполнении курсовых работ (проектов) студент должен продемонстрировать способности:

- выдвинуть научную (рабочую) гипотезу;
- собрать и обработать информацию по теме;
- изучить и критически проанализировать полученные материалы;
- систематизировать и обобщить имеющуюся информацию;
- самостоятельно решить поставленные творческие задачи;
- логически обосновать и сформулировать выводы, предложения и рекомендации.

Особенности курсовых работ (проектов) в зависимости от курса обучения проявляются в постепенном усложнении объектов и методов исследования (проектирования).

Количество курсовых работ (проектов), наименование дисциплин, по которым они предусматриваются, определяется учебным планом. Общее число курсовых работ (проектов) по дисциплинам учебного плана не может превышать 5-6 на весь период обучения, если иное не предусматривается государственным образовательным стандартом и примерным учебным планом по соответствующей специальности (направлению). Курсовая работа (проект) рассматривается как вид

учебной работы по дисциплине и выполняется в пределах часов, отводимых на ее изучение. Курсовые работы (проекты) рассматриваются как форма отчетности.

Полные названия курсовых работ (проектов) вносятся в экзаменационные ведомости, зачетные книжки студентов и в приложения к дипломам.

Согласно номенклатуре дел курсовые работы (проекты) учитываются и хранятся на кафедре в течение пяти лет. По истечении указанного срока все курсовые работы (проекты), не представляющие учебно-методической ценности, списываются по акту и уничтожаются.

3. Структура и этапы выполнения кр (кп)

Тематику курсовых работ (проектов) разрабатывает кафедра в учебном году, предшествующем выполнению курсовой работы (проекта).

Выбор и утверждение темы курсовой работы (проекта) происходит в следующем порядке:

- тематика курсовых работ (проектов) сообщается студентам;
- студент может выбрать тему курсовой работы (проекта) из числа тем, предложенных кафедрой;
- студент может также самостоятельно предложить тему курсовой работы (проекта) с обоснованием ее целесообразности;
- тематика курсовых работ (проектов) на предстоящий учебный год утверждается на заседании кафедры, о чем в протоколе заседания делается соответствующая запись.

Студент выполняет курсовую работу (проект) по утвержденной теме под руководством преподавателя, являющегося его научным руководителем.

Темы курсовых работ (проектов) утверждаются на заседании кафедры и подтверждаются соответствующими заявлениями студентов о выборе темы.

Руководителем курсовой работы (проекта) по дисциплине учебного плана является, как правило, лектор, ведущий данную дисциплину, преподаватель, ведущий практические занятия. Руководителем курсовой работы (проекта) по специальным дисциплинам, дисциплинам специализации может быть назначен приглашенный специалист, выполняющий учебную нагрузку на условиях почасовой оплаты на условиях почасовой оплаты.

Научный руководитель составляет задание на курсовую работу (проект), осуществляет ее текущее руководство. Текущее руководство курсовой работой (проектом) включает систематические консультации с целью оказания организационной и научно-методической помощи студенту, контроль за осуществлением выполнения работы в соответствии с планом – графиком, проверку содержания и оформления завершенной работы.

Завершенная курсовая работа (проект) передается студентом на кафедру за неделю до защиты для ее анализа.

Написание работы - процесс, включающий в себя ряд взаимосвязанных этапов:

1. Выбор темы. Тематика курсовых работ содержится в рабочих программах дисциплин, по которым формой промежуточной аттестации является курсовая работа (проект). При выборе темы курсовой работы (проекта) можно рекомендовать студенту четко определить круг своих интересов и выполнять весь комплекс курсовых работ (в рамках соответствующих учебных дисциплин) по одной проблематике. Это позволит существенно повысить качество выполняемых курсовых работ (проектов) и даст возможность студенту лучше подготовиться к выполнению выпускной квалификационной работы.

2. Разработка структуры и оформление содержания. Структура работы должна быть согласована с научным руководителем.

3. Сбор, анализ и обобщение материалов исследования, написание текста работы:

- сбор материалов, необходимых для выполнения курсовой работы (проекта), посредством использования литературных источников, нормативных актов, директивных документов и документации предприятия (организации) по рассматриваемой в работе проблематике;

- систематизация и обработка собранного материала по каждому из разрабатываемых в курсовой работе (проекту) вопросу или проблеме. На базе систематизированного материала формируются основные направления анализа. Одновременно выясняется необходимость сбора дополнительной информации по отдельному вопросу или вопросам;

– сбор дополнительной информации и разработка аналитической части курсовой работы (проекта). На этом этапе выявляются негативные моменты и недостатки функционирования объекта исследования;

– разработка и обоснование предложений по основным направлениям деятельности объекта исследования. На основе разработанных предложений и рекомендаций формулируются соответствующие выводы

4. Оформление работы и её представление для проверки.

5. Защита курсовой работы. Работа предоставляется на кафедру (руководителю) заранее, не позднее, чем за 10 дней до защиты.

Методологической основой курсовой работы (проекта) являются законодательные акты Российской Федерации по экономике, в целом, и по изучаемой дисциплине, в частности, программные документы и решения правительства РФ по хозяйственным вопросам.

По выбранной теме курсовой работы (проекта) рекомендуется использовать данные Росстата, материалы Института исследования товародвижения и конъюнктуры оптового рынка (ИТКОР), учебную специальную литературу, монографии, брошюры, статьи. Целесообразно изучить зарубежный опыт применительно к рассматриваемой теме. Важным условием успешного раскрытия избранной темы является ознакомление с материалами, опубликованными в периодических изданиях и др.

Желательно, чтобы курсовой проект выполнялся на материалах предприятия или организации по месту работы студентов заочной формы обучения или по месту прохождения производственной практики студентов очной формы обучения. В качестве основы написания курсовой работы (проекта) могут быть использованы материалы, собранные для курсовых работ по смежным дисциплинам, изученным ранее, а также материалы, собранные в ходе учебной и производственной практик

4. Формы и порядок аттестации курсовых работ (проектов)

Формами аттестации студента по результатам выполнения курсовой работы являются зачёт (зачтено/не зачтено), а по результатам курсового проекта дифференцированный зачёт («отлично» - «хорошо» - «удовлетворительно» - «неудовлетворительно»). Форма аттестации по

курсовым работам (проектам) по дисциплинам учебного плана вносятся в рабочий учебный план специальности (направления) и утверждается Ученым советом института.

Аттестация всех курсовых работ (проектов) должна быть проведена до начала экзаменационной сессии, в сроки, указанные рабочим учебным планом специальности (направления).

Аттестация по курсовым работам (проектам) производится в виде ее защиты перед группой и научным руководителем работы (проекта).

Решение об оценке курсовой работы (проекта) принимается преподавателем по результатам трех рейтингов, проводимых в течение семестра, для которых деканатом выдается отдельная ведомость, аналогичная ведомости текущего рейтинг-контроля, а также по итогам анализа предъявленной курсовой работы (проекта), доклада студента и его ответов на вопросы. Оценка по курсовой работе (проекту) вносится в экзаменационную ведомость, зачетную книжку студента научным руководителем.

Студент, по неуважительной причине не предоставивший в установленный срок или не защитивший курсовую работу (проект), считается имеющим академическую задолженность. Научный руководитель курсовой работы (проекта) проставляет в экзаменационную ведомость неудовлетворительную оценку. В случае наличия уважительных причин, подтвержденных документально, распоряжением по институту (факультету) студенту устанавливаются индивидуальный порядок и сроки выполнения и защиты курсовой работы (проекта). Курсовая работа, оцененная неудовлетворительно перерабатывается студентом и возвращается на проверку тому же преподавателю.

Критериями оценки курсовой работы являются:

- актуальность и степень разработанности темы;
- творческий подход и самостоятельность в анализе, обобщениях и выводах;
- полнота охвата первоисточников и исследовательской литературы;
- уровень овладения методикой исследования;
- научная обоснованность и аргументированность обобщений, выводов и рекомендаций;
- научный стиль изложения;

– соблюдение всех требований к оформлению курсовой работы и сроков ее исполнения.

5. Требования к содержанию кр (кп)

Курсовая работа (проект) имеет ряд структурных элементов: введение, теоретическая часть, практическая часть, заключение.

Разработка введения. Во-первых, во введении следует обосновать актуальность избранной темы курсовой работы (проекта), раскрыть ее теоретическую и практическую значимость, сформулировать цели и задачи работы.

Во-вторых, во введении, а также в той части работы, где рассматривается теоретический аспект данной проблемы, автор должен дать, хотя бы кратко, обзор литературы, изданной по этой теме.

Введение должно подготовить читателя к восприятию основного текста работы. Оно состоит из обязательных элементов, которые необходимо правильно сформулировать. В первом предложении называется тема курсовой работы.

Актуальность исследования (почему это следует изучать?). Актуальность исследования рассматривается с позиций социальной и практической значимости. В данном пункте необходимо раскрыть суть исследуемой проблемы и показать степень ее проработанности в различных трудах. Здесь же можно перечислить источники информации, используемые для исследования (Информационная база исследования может быть вынесена в первую главу).

Цель исследования (какой результат будет получен?). Цель должна заключаться в решении исследуемой проблемы путем ее анализа и практической реализации. Цель всегда направлена на объект.

Объект исследования (что будет исследоваться?). Объект предполагает работу с понятиями. В данном пункте дается определение экономическому явлению, на которое направлена исследовательская деятельность. Объектом может быть личность, среда, процесс, структура, хозяйственная деятельность предприятия (организации).

Предмет исследования (как, через что будет идти поиск?). Здесь необходимо дать определение планируемым к исследованию конкретным свойствам объекта или способам изучения экономического явления. Предмет исследования направлен на практическую деятельность и отражается через результаты этих действий.

Задачи исследования (как идти к результату), пути достижения цели. Задачи соотносятся с гипотезой, определяются они исходя из целей работы. Формулировки задач необходимо делать как можно более тщательно, поскольку описание их решения должно составить содержание глав и параграфов работы. Как правило, формулируются 3-4 задачи.

Примерный перечень рекомендуемых задач:

1. «На основе теоретического анализа литературы разработать...» (ключевые понятия, основные концепции).
2. «Определить...» (выделить основные условия, факторы, причины, влияющие на объект исследования).
3. «Раскрыть...» (выделить основные условия, факторы, причины, влияющие на предмет исследования).
4. «Разработать...» (средства, условия, формы, программы).
5. «Апробировать...» (что разработали) и дать рекомендации...

Методы исследования (как исследовали?): дается краткое перечисление методов исследования через запятую без обоснования.

Структура работы – это завершающая часть введения (что в итоге в работе/проекте представлено).

В завершающей части в назывном порядке перечисляются структурные части работы (проекта), например: «Структура работы соответствует логике исследования и включает в себя введение, теоретическую часть, практическую часть, заключение, список литературы, 5 приложений».

Здесь допустимо дать развернутую структуру курсовой работы (проекта) и кратко изложить содержание глав. (Чаше содержание глав курсовой работы излагается в заключении).

Таким образом, введение должно подготовить к восприятию основного текста работы.

Краткие комментарии по формулированию элементов введения представлены в табл. 10.6.

Таблица 10.6

Комментарии по формулированию элементов введения

Элемент введения	Комментарий к формулировке
Актуальность темы	Почему это следует изучать? Раскрыть суть исследуемой проблемы и показать степень ее проработанности.
Цель исследования	Какой результат будет получен? Должна заключаться в решении исследуемой проблемы путем ее анализа и практической реализации.
Объект исследования	Что будет исследоваться? Дать определение явлению или проблеме, на которое направлена исследовательская деятельность.
Предмет исследования	Как и через что будет идти поиск? Дать определение планируемым к исследованию конкретным свойствам объекта или способам изучения явления или проблемы.
Задачи работы	Как идти к результату? Определяются исходя из целей работы и в развитие поставленных целей. Формулировки задач необходимо делать как можно более тщательно, поскольку описание их решения должно составить содержание глав и параграфов работы. Рекомендуется сформулировать 3 – 4 задачи.
Методы исследования	Как изучали? Краткое перечисление методов через запятую без обоснования.
Элемент введения	Комментарий к формулировке
Структура работы (завершающая часть введения)	Что в итоге в работе/проекте представлено. Краткое изложение перечня и/или содержания глав работы/проекта.

Разработка основной части курсовой работы/проекта. Основная часть обычно состоит из двух-трех разделов: в первом содержатся теоретические основы темы; дается история вопроса, уровень разработанности вопроса темы в теории и практике посредством сравнительного анализа литературы.

В теоретической части рекомендуется излагать наиболее общие положения, касающиеся данной темы, а не вторгаться во все проблемы в глобальном масштабе. Теоретическая часть предполагает анализ объекта исследования и должна содержать ключевые понятия, историю

вопроса, уровень разработанности проблемы в теории и практике. Излагая содержание публикаций других авторов, необходимо обязательно давать ссылки на них с указанием номеров страниц этих информационных источников.

Вторым разделом является практическая часть, которая должна носить сугубо прикладной характер. В ней необходимо описать конкретный объект исследования, привести результаты практических расчетов и направления их использования, а также сформулировать направления совершенствования, либо вынести их в отдельных – третий раздел курсовой работы (проекта).

Важно глубоко изучить наиболее существенные с точки зрения задач курсовой работы (проекта) стороны и особенности.

Разработка заключения. По окончании исследования подводятся итоги по теме. Заключение носит форму синтеза полученных в работе результатов. Его основное назначение - резюмировать содержание работы, подвести итоги проведенного исследования. В заключении излагаются полученные выводы и их соотношение с целью исследования, конкретными задачами, гипотезой, сформулированными во введении.

Проведенное исследование должно подтвердить или опровергнуть гипотезу исследования. В случае опровержения гипотезы даются рекомендации по возможному совершенствованию деятельности в свете исследуемой проблемы.

Составление списка литературы. В список источников и литературы включаются источники, изученные Вами в процессе подготовки работы, в т.ч. те, на которые Вы ссылаетесь в тексте курсовой работы/проекта.

Список используемой литературы должен содержать не менее 20 источников (не менее 10 книг и 10-15 материалов периодической печати), с которыми работал автор курсовой работы (проекта).

Список используемой литературы включает в себя:

- нормативные правовые акты;
- научную литературу и материалы периодической печати;
- практические материалы.

6. Требования к оформлению КР (КП)

Курсовые работы (проекты) следует оформлять в печатном виде с использованием компьютера и принтера распечатывать на одной стороне листа белой бумаги формата А4. Рукописное оформление работы

не допускается (разрешается вписывать черными чернилами отдельные слова, формулы, условные знаки, а также выполнять отдельные иллюстрации).

Вне зависимости от способа выполнения работы качество напечатанного текста и оформления иллюстраций, таблиц, распечаток с ЭВМ должно удовлетворять требованию их четкого воспроизведения. При выполнении отчета необходимо соблюдать равномерную плотность, контрастность и четкость изображения по всему отчету. В отчете должны быть четкие, не расплывшиеся линии, буквы, цифры и знаки.

Расположение текста должно обеспечивать соблюдение следующих полей:

- левое поле - не менее 30 мм;
- правое поле - не менее 10 мм;
- верхнее поле - не менее 20 мм;
- нижнее поле - не менее 20 мм.

Все страницы курсовой работы (проекта), включая приложения, должны быть пронумерованы арабскими цифрами сквозной нумерацией по всему тексту. Первой страницей является титульный лист, на котором номер страницы не проставляется. Порядковый номер страницы помещается в нижнем правом углу колонтитула.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из следующих элементов:

1. *Титульный лист*, образец которого представлен в приложении А
2. *Пояснительная записка*:
 - Содержание (см. Приложение Б) - включает в себя перечень частей ВКР с указанием страниц, соответствующих началу каждой части работы;
 - Введение - раскрывает актуальность выбранной темы исследования, степень разработанности темы, цели, задачи, объект, предмет, гипотезу и методы исследования, структуру работы;
 - Основная часть - состоит из нескольких глав, содержащих параграфы;
 - Заключение - подводятся основные итоги работы, обобщаются полученные результаты, освещаются рекомендации по конкретному использованию результатов выпускной квалификационной работы и направления дальнейших исследований;

– Список использованных источников - он включает литературу, используемую при подготовке текста: цитируемую, упоминаемую, а также имеющую непосредственное отношение к исследуемой теме. Полнота списка зависит от тщательности сбора публикаций. Правильно составленный и грамотно оформленный список свидетельствует о том, насколько автор знаком с литературой по теме исследования. Важным компонентом является работа автора с литературой последних трех-пяти лет, как показатель ориентированности автора в современном состоянии научной изученности темы исследования. Библиографический список должен включать не менее 20 источников.

– Приложения (если таковые имеются).

Оформление заголовков и основного текста.

Текст работы следует разделять на разделы, подразделы и пункты. Разделы и подразделы должны иметь заголовки. Наименования структурных элементов отчета "СОДЕРЖАНИЕ", "ВВЕДЕНИЕ», "ЗАКЛЮЧЕНИЕ", "СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ", "ПРИЛОЖЕНИЕ" служат заголовками структурных элементов работы (проекта). Заголовки структурных элементов (введение, заключение, главы и т.п.) следует располагать в середине строки без точки в конце и печатать прописными (заглавными) буквами, не подчеркивая, полужирный шрифт не применяется.

Разделы основной части пояснительной записки работы (проекта) должны иметь порядковые номера в пределах всего документа, обозначенные арабскими цифрами без точки и записанные с абзацного отступа. Подразделы должны иметь нумерацию в пределах каждого раздела. В конце номера подраздела точка не ставится.

Каждый раздел следует начинать с нового листа (страницы). Расстояние между заголовками раздела или подраздела приблизительно 1.5-2 см. Расстояние между заголовками раздела и текстом должно быть равно 1,5-2 см.

Расположение текста должно обеспечивать следующих полей:

- левое поле – не менее 30 мм;
- правое поле – не менее 10 мм;
- верхнее поле – не менее 20 мм;
- нижнее поле – не менее 20 мм.

Все страницы курсовой работы (проекта), включая приложения, должны быть пронумерованы арабскими цифрами, шрифт Times New

Roman, 12 пт. Порядковый номер страницы помещается в нижнем правом углу колонтитула.

Оформление заголовков раздела (ВВЕДЕНИЕ, ГЛАВА и т.д.):

- междустрочный интервал - 1,5;
- шрифт Times New Roman;
- **написание - прописные (заглавные) буквы;**
- **полужирный шрифт не применяется;**
- размер шрифта 14 пт;
- **режим выравнивания - по центру;**
- отступ в начале абзаца - 15 мм.

Оформление заголовков подраздела и подпункта (1.1, 1.2 и т.д.):

- междустрочный интервал - 1,5;
- шрифт Times New Roman;
- **написание - первая заглавная, остальные строчные буквы;**
- **полужирный шрифт не применяется;**
- размер шрифта 14 пт;
- **режим выравнивания - слева;**
- отступ в начале абзаца - 15 мм.

Оформление основного текста работы (проекта):

- междустрочный интервал - 1,5;
- шрифт Times New Roman;
- **полужирный шрифт не применяется;**
- размер шрифта 14 пт (для таблиц допускается 12 пт);
- **режим выравнивания - по ширине;**
- отступ в начале абзаца - 15 мм.

Разрешается использовать компьютерные возможности акцентирования внимания на определенных терминах, формулах, теоремах, применяя шрифты разной гарнитуры.

Числовые значения величин в тексте следует указывать с необходимой степенью точности, при этом в ряду величин осуществляется выравнивание числа знаков после запятой. Округление числовых значений величин до первого, второго, третьего и т.д. десятичного знака для величин одного наименования должны быть одинаковыми. Например: 1,50; 1,75; 2,00.

Оформление списков.

Внутри пунктов или подпунктов раздела могут быть приведены перечисления, которые записываются с абзацного отступа. **Перед каждой позицией перечисления следует ставить дефис**, а при необходимости ссылки в тексте ВКР на один из элементов перечисления вместо дефиса ставятся строчные буквы в порядке русского алфавита, начиная с буквы а (за исключением букв ё, з, й, о, ч, ь, ы, ь). Для дальнейшей детализации перечислений необходимо использовать арабские цифры, после которых ставится скобка, а запись производится с абзацного отступа.

Примеры приведены на рис. 10.1 и 10.2.

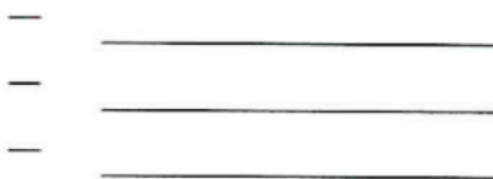


Рис. 10.1. Пример оформления списка

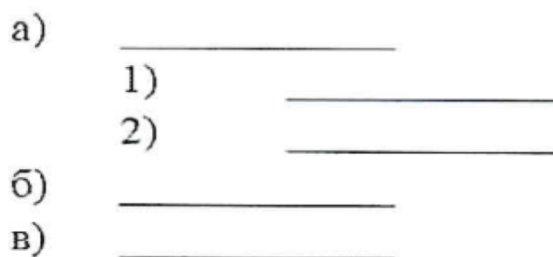


Рис. 10.2. Пример оформления списка при необходимости дальнейшей ссылки на один из его элементов

Оформление формул.

Уравнения и формулы следует выделять из текста в отдельную строку. Выше и ниже каждой формулы или уравнения должно быть оставлено не менее одной свободной строки. Пояснения символов и числовых коэффициентов, входящих в формулу, если они не пояснены ранее в тексте, должны быть приведены непосредственно под формулой. Пояснения каждого символа следует давать с новой строки в той последовательности, в которой символы приведены в формуле. Первая строка пояснения должна начинаться со слова "где" без двоеточия после него.

Формулы должны нумероваться сквозной нумерацией арабскими цифрами, которые записывают на уровне формулы в крайнем положении справа в круглых скобках. Одну формулу обозначают - (1).

Ссылки в тексте на порядковые номера формул дают в скобках, например «... в формуле (1)».

Пример:

Плотность каждого образца ρ , кг/м³, вычисляют по формуле

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (10.1)$$

где m - масса образца, кг, V - объем образца, м³.

Оформление таблиц.

Таблицу следует располагать непосредственно после текста, в котором она упоминается впервые. При ссылке следует писать слово «таблица» с указанием ее номера.

Все таблицы должны иметь название и порядковую нумерацию. Таблицы нумеруются арабскими цифрами сквозной нумерацией в пределах всей работы (за исключением таблиц приложений). Номер таблицы следует проставлять в левом верхнем углу над таблицей после слова Таблица, без знака №, например, «Таблица 1». В приложениях таблицы обозначают отдельной нумерацией арабскими цифрами с добавлением перед цифрой обозначения приложения, например «Таблица В.1», если она приведена в приложении В.

Название таблицы должно отражать ее содержание, быть точным кратким. Наименование таблицы следует помещать над таблицей слева, без абзацного отступа в одну строку с ее номером через тире.

Таблицы выравниваются по центру страницы и оформляются в соответствии с рис. 10.3. Выше и ниже каждой таблицы должно быть оставлено не менее одной свободной строки.

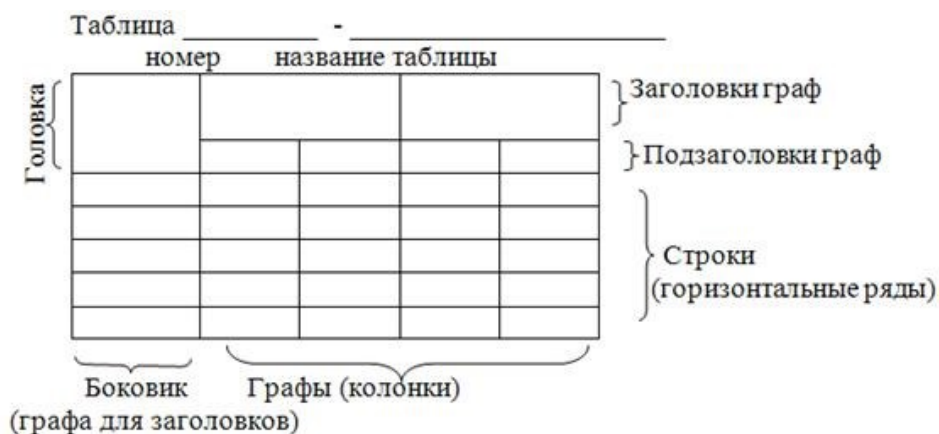


Рис. 10.3. Оформление таблиц

В каждой таблице следует указывать единицы измерения показателей и период времени, к которому относятся данные. Если единица измерения в таблице является общей для всех числовых данных то ее приводят в заголовке таблицы после ее названия.

Таблицу с большим числом строк допускается переносить на другой лист (страницу). При переносе части таблицы на другой лист (страницу) слово «Таблица», ее номер и наименование указывают один раз слева над первой частью таблицы и указывают номер таблицы (рис. 10.4).

Расчет влияния каждого фактора представлен в таблице 1.

Таблица 1 - Расчет влияния факторов на деятельность производственного предприятия

Фактор	Расчет
1. Выручка от реализации	$\Delta \Pi_{\text{в}} = (B_1 - B_0) \times R_{10} / 100$ (6) где $\Delta \Pi_{\text{в}}$ - изменение суммы прибыли от продаж за счет изменения

21

Продолжение таблицы 1

	объемов выручки; B_1 и B_0 - соответственно выручка от продажи в отчетном (1) и базисном (0) периодах; R_{10} - рентабельность продаж в базисном периоде
2. Себестоимость реализованной продукции	$\Delta \Pi_{\text{с}} = B_1 \times (UC_1 - UC_0) / 100$ (7) где UC_1 и UC_0 - соответственно уровни себестоимости в отчетном и базисном периодах.
3. Коммерческие расходы	$\Delta \Pi_{\text{к}} = B_1 \times (УКР_1 - УКР_0) / 100$ (8) где $УКР_1$ и $УКР_0$ - соответственно уровни коммерческих расходов в отчетном и базисном периодах.
4. Управленческие расходы	$\Delta \Pi_{\text{уп}} = B_1 \times (УУР_1 - УУР_0) / 100$ (9) где $УУР_1$ и $УУР_0$ - соответственно уровни управленческих расходов в отчетном и базисном периодах.

Рис. 10.4. Оформление при делении таблиц

Оформление иллюстраций и графической части.

Весь графический материал (схемы, диаграммы, фотографии, чертежи и т.п.), расположенный по тексту работы (не включая приложения), следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией. Если рисунок один, то он обозначается «Рисунок 1». Графики, схемы, диаграммы, располагаются в работе непосредственно после текста, имеющего на них ссылку, или на следующей странице. Поясняющие данные помещают под иллюстрацией, а ниже по центру печатают слово «Рисунок», его номер, а через знак «-» и его наименование. Иллюстрации каждого приложения обозначают отдельной нумерацией арабскими цифрами с добавлением перед цифрой обозначения приложения. Например, «Рисунок А.3 – Детали прибора».

Пример оформления иллюстраций представлен на рис. 10.5.

Структура продаж товаров основных товарных групп магазина представлена на рисунке 1.

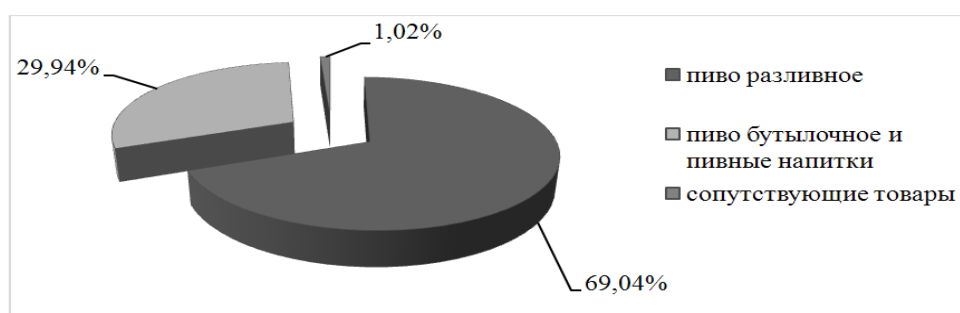


Рисунок 1 – Структура продаж магазина «Золотая кружка» (ИП Медведев К.Д.) по данным на 2015г., %

Рис.10.5. Пример оформления иллюстраций и графической части

При ссылках на иллюстрации следует писать «... в соответствии с рисунком 2».

Выше и ниже каждого рисунка должно быть оставлено не менее одной свободной строки.

Оформление приложений.

Материал, дополняющий текст документа, допускается помещать в приложениях. Приложения могут быть, например, графический материал, таблицы большого формата, расчеты, описания аппаратуры и приборов, описания алгоритмов и программ задач, решаемых на ЭВМ и т.д. Приложения располагают в порядке появления ссылок на них в тексте документа. В тексте документа на все приложения должны быть даны ссылки.

Каждое приложение следует начинать с новой страницы с указанием наверху посередине страницы слова "ПРИЛОЖЕНИЕ" и его обозначения.

Приложения обозначают заглавными буквами русского алфавита, начиная с А. Буквы Ё, З, Й, О, Ч, Ь, Ы, Ъ для обозначения приложений НЕ используются.

Приложение должно иметь заголовок, который записывают симметрично относительно текста (выравнивание по тексту) с прописной (заглавной) буквы с новой строки.

Пример оформления приложения представлен на рис. 10.6.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Основные группы показателей экономической эффективности хозяйственной деятельности предприятия

Таблица А.1 - Основные группы показателей экономической эффективности хозяйственной деятельности предприятия

Показатели	Характеристика	Способ расчета
I. Производительность труда		
1. Выработка	Отражает количество продукции, произведенной в единицу рабочего времени или приходящееся на одного среднесписочного работника в месяц, квартал, год	Отношение количества произведенной продукции к затратам рабочего времени на производство этой продукции
2. Трудоемкость	Величина, обратная выработке, характеризует затраты труда на производство единицы продукции	Отношение затрат труда к объему продукции

Рис. 10.6. Пример оформления приложения

Оформление библиографического списка используемой литературы.

Список используемой литературы содержит перечень источников, используемых обучающимся при работе над темой работы (проекта). Список используемой литературы нумеруется арабскими цифрами, после которых ставится скобка, запись производится с абзацного отступа. Сведения об источниках следует располагать в порядке появления ссылок на источники в тексте работы (проекта).

При написании работы обучающийся обязан давать ссылку на источник, библиографическое описание которого должно приводиться в списке используемых источников. Порядковый номер ссылки в тексте работы заключают в квадратные скобки.

Для каждого учебника, книги обязательно должен быть указан уникальный номер книжного издания ISBN, для периодических изданий – ISSN, для электронных ресурсов – ссылка (URL) и дата обращения.

7. Процедура защиты КР (КП)

Курсовая работа (проект), выполненная с соблюдением рекомендуемых требований, оценивается и допускается к защите. Защита должна производиться до начала экзамена или зачета по дисциплине.

Процедура защиты курсовой работы/проекта включает в себя:

- выступление студента по теме и результатам работы (5-8 мин),
- ответы на вопросы аудитории и научного руководителя работы.

Окончательная оценка за курсовую работу (проект) выставляется преподавателем после защиты.

Результаты защиты курсового проекта оцениваются по четырехбалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», а при выполнении курсовой работы по двухбалльной системе: «зачтено» или «незачтено».

Положительная оценка по той дисциплине, по которой предусматривается курсовая работа (проект), выставляется только при условии успешной сдачи курсовой работы (проекта) на оценку не ниже «удовлетворительно».

К защите курсовой работы (проекта) предъявляются следующие требования:

1. Глубокая теоретическая проработка исследуемых проблем на основе анализа экономической литературы.
2. Умелая систематизация цифровых данных в виде таблиц и графиков с необходимым анализом, обобщением и выявлением тенденций развития исследуемых явлений и процессов.
3. Критический подход к изучаемым фактическим материалам с целью поиска направлений совершенствования деятельности.
4. Аргументированность выводов, обоснованность предложений и рекомендаций.
5. Логически последовательное и самостоятельное изложение материала.
6. Оформление материала в соответствии с установленными требованиями.

Для выступления на защите необходимо заранее подготовить и согласовать с руководителем тезисы доклада и иллюстрационный материал в виде презентации.

Рекомендуемые структура, объем и время доклада приведены в табл.10.7.

Таблица 10.7

Структура, объем и время доклада

№	Структура доклада	Объем	Время
1.	Представление темы работы.	До 1,5 страниц	До 2 минут
2.	Актуальность темы.		
3.	Цель работы.		
4.	Постановка задачи, результаты ее решения и сделанные выводы (по каждой из задач, которые были поставлены для достижения цели курсовой работы/ проекта).	До 6 страниц	До 7 минут
5.	Перспективы и направления дальнейшего исследования данной темы.	До 0,5 страницы	До 1 минуты

При составлении тезисов необходимо учитывать ориентировочное время доклада на защите, которое составляет 8-10 минут. Доклад целесообразно строить не путем изложения содержания работы по главам, а по задачам, то есть, раскрывая логику получения значимых результатов. В докладе обязательно должно присутствовать обращение к иллюстративному материалу, который будет использоваться в ходе защиты работы. Объем доклада должен составлять 7-8 страниц текста в формате Word, размер шрифта 14, полуторный интервал.

10.6. Темы примерных курсовых работ по курсу

1. Анализ эффективности инвестиционных проектов и выработка стратегических решений.
2. Прогнозирование конъюнктуры финансового рынка и ее учет в финансовом менеджменте.
3. Изучение динамики и связи различных секторов финансового рынка России, как макроэкономического фактора финансового менеджмента.
4. Анализ и управление кредитными операциями на конкретном предприятии.
5. Анализ и корректировка инвестиционной деятельности конкретного инвестора.
6. Теории управления портфелем ценных бумаг и их применимость на российском фондовом рынке.
7. Анализ динамики котировок и доходности ГКО и управление структурой инвестиций.
8. Технический анализ на российском рынке ценных бумаг.
9. Анализ влияния мировых кризисных ситуаций на российский фондовый рынок.
10. Исследование связи отдельных ценных бумаг с конъюнктурой фондового рынка.
11. Арбитражные операции на валютном рынке.

12. Максимизация доходности депозита путем реинвестирования и применения конверсии валют.

13. Сравнение динамики валютных курсов и темпов инфляции на российском рынке.

14. Расчет реальной доходности портфеля ценных бумаг в условиях инфляции, накладных расходов и условий налогообложения.

15. Выявление относительно устойчивых циклических колебаний и лагов на рынке ГКО и рынке корпоративных ценных бумаг.

16. Разработка алгоритмов и программ, подготавливающих проекты финансовых решений в стандартных ситуациях на основе имеющихся данных

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе освоения дисциплины «Финансовая математика» студент должен изучить теоретические основы финансовых вычислений, понятия простого и сложного процентов, определение учетной ставки векселя, владеть методами расчета текущей и будущей стоимости платежей и денежных потоков, научиться применять различные схемы начисления процентов, рассчитывать графики погашения кредитов.

Понимание принципов финансовой математики – обязательный навык для специалистов в любой области, связанной с финансами и кредитованием. Эти знания особенно важны на этапе составления и согласования договорных условий, где каждая цифра имеет значение.

Без применения методов финансовой математики невозможно грамотно выстроить финансовое планирование в компании. Они становятся незаменимыми помощниками при анализе и выборе перспективных долгосрочных инвестиций, помогая оценить потенциальную доходность и риски различных проектов.

Таким образом, владение инструментами финансовой математики – это фундамент успешной работы в финансовой сфере, который позволяет принимать взвешенные решения и избегать дорогостоящих ошибок.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Четыркин Е. М. Финансовая математика: учебник для вузов / Е. М. Четыркин. — 9-е изд. — М.: Дело, 2010. — 397 с.: ISBN 978-5-7749-0570-6.
2. Финансовая математика: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ю. Ф. Касимов. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2014. — 459 с.: ISBN 978-5-9916-3141-9.
3. Глаголева Л.А. Процентная ставка как инструмент оценки стоимости и доходности проекта и компании (бизнеса): монография / ред. А.Ю. Архипов; Южный федеральный ун-т; Л.А. Глаголева.— Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2017 .— 222 с.: ISBN 978-5-9275-2329-0.
4. Основы финансовых вычислений: учебное пособие / Н. Х. кук, А. Е. Сенникова – Краснодар: Краснодарский ЦНТИ – филиал ФГБУ «РЭА» Минэнерго России, 2021. – 203 с.: ISBN 978-5-91221-482-0.
5. Математические методы и модели: учебное пособие / И. С. Светуньков, А. В. Заграновская; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. бюджетное образовательное учреждение высш. проф. образования "Санкт-Петербургский гос. экономический ун-т", Каф. экономической кибернетики и экономико-мат. методов. — СПб. : Изд-во Санкт-Петербургского гос. экономического ун-та, 2014. - 107 с.
6. Финансовые вычисления: учебное пособие / Ф. А. Красина. — Томск: Эль Контент, 2011. — 190 с. ISBN 987-5-4332-0011-1/
7. Лукашин Ю.П. Финансовая математика: Учебно-методический комплекс / М.: Изд. центр ЕАОИ, 2008. — 200 с.: ISBN 978-5-374-00026-9.
8. Экономическая информатика: учебник и практикум для вузов / В. П. Поляков [и др.]; под редакцией В. П. Полякова. — 2-е изд., испр. — М. : Издательство Юрайт, 2025. — 515 с.: ISBN 978-5-534-16079-6.
9. Финансовая математика: электронный курс лекций / Я.Д. Гельруд. — Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2013. — 112 с.
10. Абдулгалимов А.М., Адеева М.Г. Финансовая математика: Учеб. пособие/ Под ред. А.М. Абдулгалимова - Махачкала, ДГТУ, 2020. — 94 с.: ил.

11. Жминько А.Е., Багателия Э.Т., Зубарева А.А., Пилипенко Е.А. Факторы, учитываемые в финансово-экономических расчётах // Вестник Академии Знаний. – 2022. - №48 (1). – С. 421-428. ISSN 2687-0983.
12. Блау, С. Л. Инвестиционный анализ: учебник для бакалавров / С. Л. Блау. - 6-е изд. - М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2023. - 256 с. - ISBN 978-5-394-05218-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2082677>.
13. Леонова, Н. Г. Финансовая математика: учебное пособие / Н. Г. Леонова. - Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2015. - 104 с. ISBN 978-5-7389-1821-6.
14. Коммерческая деятельность: учебник. - М. :ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2016. - 379 с.: ISBN 978-5-89035-919-3.
15. Четыркин, Е. М. Методы финансовых и коммерческих расчетов / Е.М. Четыркин. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Дело ЛТД, 1995. - 320 с.: ISBN 5-86461-187-5.
16. Оценочная деятельность. Правовые, теоретические и математические основы: учеб. пособие / В. Е. Кацман, И. В. Косорукова, А. Ю. Родин. Кн. 1. — М.: Маркет ДС, 2008. — 256 с.: ISBN 978-5-7958-0221-3.
17. Статистика финансов: учебник / под ред. М. Г. Назарова. — 6 е изд., стер. — М.: Издательство «Омега Л», 2011. — 516 с. ISBN 978-5-370-01700-1.
18. Основы финансового менеджмента: учебное пособие / Л. Н. Коршунова, Н. А. Проданова, Е. И. Зацаринная [и др.]. — М. : ИНФРА-М, 2023. — 228 с. — (Высшее образование: Специалитет). — DOI 10.12737/textbook_5d3961a55db7f9.62246330. - ISBN 978-5-16-014466-5. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2021459>.
19. Сборник задач по курсу финансовых вычислений / Под ред. проф. В.В. Ковалева. - М.: Финансы и статистика, 2000. - 400 с.: ил. ISBN 5-279-02089-3.
20. Математические основы финансовых вычислений: учебное пособие / В.В. Давнис, Р.У. Рахметова, В.В. Коротких. – Воронеж: типография Воронежского ЦНТИ – филиала ФГБУ «РЭА» Минэнерго России, 2013. – 185 с. ISBN 978-5-4218-0193-1.

21. Ковалев, В. В. Курс финансовых вычислений : учебное пособие / В. В. Ковалев, В. А. Уланов. — 4-е, изд. — М. : Проспект, 2015. — 560 с. — ISBN 978-5-392-16338-0.

22. Финансовая математика: методы исследования региональной экономики. Сборник второй: научное издание / отв. ред. В. С. Горбунов. - М. : Издательство «Научный консультант», 2023. - 124 с. - ISBN 978-5-907692-50-3. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2179373>.

23. Ширшов, Е.В. Инструменты финансового рынка: учеб. пособие / Н.И. Петрик, А.Г. Тutyгин; Е.В. Ширшов. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Проспект, 2016.— 142 с. — ISBN 978-5-392-21082-4.

24. Векселя: правовое регулирование, налогообложение и бухгалтерский учет: нормативные акты и арбитражная практика / [Брызгалин А. В., Берник В. Р., Головкин А. Н.]; под ред. А. В. Брызгалина. — Екатеринбург: Налоги и финансовое право, 2005. — 383 с.: ISBN 5-88819-176-0.

25. Тычинина Т. Н. История становления и развития вексельного обращения / Т. Н. Тычинина. — Текст: непосредственный // Юридические науки: проблемы и перспективы: материалы I Междунар. науч. конф. (г. Пермь, март 2012 г.). — Пермь: Меркурий, 2012. — С. 94-96.

26. Рынок ценных бумаг: Учебник для бакалавров/В. А. Зверев, А. В. Зверева, С. Г. Евсюков, А. В. Макеев. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 256 с.: ISBN: 978-5-394-02390-3.

27. Оценка стоимости ценных бумаг и бизнеса / И.В. Косорукова, С.А. Секачев, М.А. Шуклина; под ред. И.В. Косоруковой. – М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2016. – 904 с. (Университетская серия). ISBN 978-5-4257-0213-5.

28. Ковалев, В.В. Корпоративные финансы: Учебник / В.В. Ковалев 2-е издание — М. : Проспект, 2019. — 640 с. — ISBN 978-5-392-28823-6.

29. Ширяев, В. И. Управление бизнес-процессами: учебно-методическое пособие / В. И. Ширяев, Е. В. Ширяев. — М. : Финансы и статистика, 2009. — 464 с. — ISBN 978-5-279-03375-1.

30. Анализ денежных потоков: учебное пособие/ А. В. Конова-лова; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль : ЯрГУ, 2015. — 108 с. ISBN 978-5-8397-1024-5.

31. Финансовая политика предприятия: учебное пособие / В.Я. Ушаков; Моск. ун-т им. С.Ю. Витте. Каф. финансов и кредита. М.: изд. «МУ им. С.Ю. Витте», 2015. 242 с. ISBN 978-5-9580-0210-8.

32. Архангельский, Владимир Александрович. Финансово-экономическая модель управления денежными потоками предприятия: автореферат дис. кандидата экономических наук: 08.00.10 / Воен. финан.-экономич. ун-т. - Ярославль, 2003. - 28 с.

33. Информационные технологии в экономике и управлении: учебное пособие/Ю. П. Александровская [и др.]; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. - Казань: Изд-во КНИГУ, 2014. - 112 с. ISBN: 978-5-7882-1707-9.

34. Статистика финансов: учебник для вузов / И. И. Елисеева [и др.]; под редакцией И. И. Елисеевой. — 6-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2025. — 211 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16150-2.

35. Демкин, П. С. Кредит и его роль в становлении рыночных отношений / П. С. Демкин. – М. : Лаборатория книги, 2012. – 150 с.: ISBN 978-5-504-00387-0.

36. Саблин, М. Т. Покупка квартиры в России: техника подбора, юридической проверки и проведения сделки: монография / М. Т. Саблин. — 3-е изд. — М. : Проспект, 2017. — 557 с. — ISBN 978-5-392-25342-5.

37. Бухвалов, А. В. Финансовые вычисления для менеджеров: учеб. пособие / А. В. Бухвалов, В. В. Бухвалова ; Высшая школа менеджмента СПбГУ. - 3-е изд., испр. и доп. – СПб. : Высшая школа менеджмента, 2010. - 368 с. - ISBN 978-5-9924-0051-9.

38. Левкин, Г. Г. Коммерческая деятельность: учебник и практикум для среднего профессионального образования / Г. Г. Левкин, О. А. Никифоров. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2025. — 265 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-17372-7.

39. Баженов, Ю. К. Коммерческая деятельность: учебник / Ю. К. Баженов, А. Ю. Баженов; под ред. д.э.н., проф. Л. П. Дашкова. - 3-е изд. - М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2023. - 286 с. - ISBN 978-5-394-05388-7.

40. Математические методы финансового анализа: учебное пособие / Ю. П. Александровская; Минобрнауки России, Казан. нац. исслед.

технол. ун-т. - Казань: Изд-во КНИТУ, 2017. - 128 с. ISBN: 978-5-7882-2145-8.

41. Кукукина, И. Г. Корпоративные финансы: учебное пособие / И. Г. Кукукина, А. В. Макарова; под ред. И. Г. Кукукиной. — 2-е изд., доп. — М. : ИНФРА-М, 2023. — 422 с. — (Высшее образование: Магистратура). — DOI 10.12737/ 958799. - ISBN 978-5-16-013819-0.

42. Крамаренко, Т. В. Корпоративные финансы: учебное пособие / Т. В. Крамаренко, М. В. Нестеренко, А. В. Щенников. — 2-е изд., стер. — М. :: ФЛИНТА, 2014. — 187 с. — ISBN 978-5-9765-1957-2.

43. Касьяненко, Т. Г. Экономическая оценка инвестиций: учебник и практикум / Т. Г. Касьяненко, Г. А. Маховикова. — М. : Издательство Юрайт, 2024. — 559 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19660-3.

44. Закирова, О. В. Управление финансовыми потоками и бюджетирование на предприятии: учебное пособие / О. В. Закирова, Е. Е. Гамова. - Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2018. - 156 с. - ISBN 978-5-8158-2041-8.

45. Маевская, Е. Б. Стратегический анализ и бюджетирование денежных потоков коммерческих организаций: монография / Е.Б. Маевская. — М. :ИНФРА-М, 2023. — 108 с. — (Научная мысль). — DOI 10.12737/2378. - ISBN 978-5-16-009615-5.

46. Кириченко Т. В. Финансовый менеджмент: Учебник/Т. В. Кириченко. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2014. - 484 с. ISBN 978-5-394-01996-8.

47. Самостоятельная работа студентов: виды, формы, критерии оценки: Учебно-методическое пособие / Меренков А.В., Куньщиков С.В., Гречухина Т.И., - 2-е изд., стер. - М. : Флинта, Изд-во Урал. ун-та, 2017. - 78 с. ISBN 978-5-9765-3082-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/947269>.

48. Ржевская С.В. Управление качеством: практикум: учеб. пособие/С.В. Ржевская. - М.: Университетская книга; Логос, 2009. - 288 с. - (Новая университетская библиотека). ISBN: 978-5-98704-333-6.

49. Брюков, В.Г. Создание фонда погашения долга как форма хеджирования рисков / В.Г. Брюков // Банковское кредитование. — 2011 — №6. — 44-55.

50. Зайцев, И. М. Финансовая математика: курс лекций / И. М. Зайцев, О. О. Скрыбин, А. С. Богачев. - М. : Издательский Дом НИТУ «МИСиС», 2022. - 96 с. - ISBN 978-5-907560-12-3.

51. Брусов, П. Н. Финансовая математика: учебное пособие / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова. — М. :: ИНФРА-М, 2025. — 481 с. — (Высшее образование: Магистратура). — DOI 10.12737/1255. - ISBN 978-5-16-005134-5.

52. Александрович, С. В. Финансовая математика : учебное пособие / С. В. Александрович. - М. : Прометей, 2023. - 306 с. - ISBN 978-5-00172-507-7.

53. Малыхин В.И. Финансовая математика: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 237 с. - ISBN 978-5-238-00559-8.

54. Брусов, П. Н. Справочник по финансовой математике: учебное пособие / П. Н. Брусов, Т. В. Филатова, Н. П. Орехова. — М. :ИНФРА-М, 2019. - 239 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-009577-6.

55. Чусавитина, Г. Н. Практикум по основам финансовой математики: сборник задач / Г. Н. Чусавитина, Т. Н. Варфоломеева. - М. : Флинта, 2022. - 218 с. - ISBN 978-5-9765-5157-2.

56. Мелкумов, Я. С. Финансовые вычисления. Теория и практика: учебно-справочное пособие / Я. С. Мелкумов. — 2-е изд. — М. : ИНФРА-М, 2021. — 408 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005751-4.

57. Финансовая статистика и финансовые вычисления: методическое пособие / сост. Е. Е. Синявская, В. А. Янющкин. - М. : ФЛИНТА, 2021. - 85 с. - ISBN 978-5-9765-4785-8.

58. Кузнецов, Г. В. Основы финансовых вычислений: учебное пособие / Г. В. Кузнецов, А. А. Кочетыгов. — М. : ИНФРА-М, 2021. — 407 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012094-2.

59. Господарчук, Г. Г. Финансовые рынки и финансовые инструменты: Учебное пособие / Господарчук Г.Г., Господарчук С.А. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 88 с. ISBN 978-5-16-107386-5.

60. Агаркова, Л. В. Механизмы вексельных операций в современной финансовой практике: учебное пособие / Л. В. Агаркова, В. В.

Агарков. - Ставрополь: Ставролит, 2013. - 88 с. - ISBN 978-5-904436-89-6.

61. Финансы и кредит. Современные концепции: учебник / А.Б. Басс, Д.В. Бураков, И.Н. Молчанов, Н.П. Молчанова; под ред. Д.В. Буракова. — М. : ИНФРА-М, 2023. — 313 с. - ISBN 978-5-16-015711-5.

62. Кузнецова, В. П. Деньги, кредит, банки: учебно-методическое пособие / В. П. Кузнецова, Н. К. Темнова. – СПб. : РГПУ им. Герцена, 2021. - 156 с. - ISBN 978-5-8064-2990-3.

63. Голодова, Ж. Г. Финансы и кредит: учебник / Ж.Г. Голодова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2023. — 612 с. - ISBN 978-5-16-016448-9.

64. Алиев, А. Т. Деньги. Кредит. Банки: учебное пособие / А. Т. Алиев, Е. Г. Ефимова. — 3-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА, 2024. — 292 с. — ISBN 978-5-9765-1242-9.

65. Лукасевич, И. Я. Управление денежными потоками: учебник / И.Я. Лукасевич, П.Е. Жуков. — М. : Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2024. — 184 с. - ISBN 978-5-9558-0461-3.

66. Карпова, Т. П. Учет, анализ и бюджетирование денежных потоков: учебное пособие / Т.П. Карпова, В.В. Карпова. — М. : Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2023. — 302 с. - ISBN 978-5-9558-0243-5.

67. Алексеева, Н. А. Анализ денежных потоков организации. Сборник задач с методическими рекомендациями и ответами к решению задач: учебное пособие / Н. А. Алексеева. — М. : ИНФРА-М, 2021. — 159 с. - ISBN 978-5-16-009623-0.

68. Маевская, Е. Б. Стратегический анализ и бюджетирование денежных потоков коммерческих организаций: монография / Е.Б. Маевская. — М. : ИНФРА-М, 2023. — 108 с. - ISBN 978-5-16-009615-5.

69. Кеменов, А. В. Управление денежными потоками: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / А. В. Кеменов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2020. - 191 с. - ISBN 978-5-238-03350-1.

70. Жуков, П. Е. Управление денежными потоками. Практикум: учебное пособие / П.Е. Жуков. — М. : ИНФРА-М, 2021. — 186 с. - ISBN 978-5-16-014972-1.

71. Рожков, И. М. Финансовый менеджмент: анализ финансово-экономического состояния и расчет денежных потоков предприятия:

практикум / И. М. Рожков, Н. А. Виноградская, И. А. Ларионова. - М. : Изд. Дом МИСиС, 2011. - 38 с. - ISBN 978-5-87623-413-1.

72. Морошкин, В. А. Практикум по финансовому менеджменту: технология финансовых расчетов с процентами: практическое пособие / В.А. Морошкин, А.С. Сметанкин. — 3-е изд., испр. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2024. — 131 с. - ISBN 978-5-16-013070-5.

73. Макализ, Д. Экономика бизнеса: конкуренция, макростабильность и глобализация: учебное пособие / Д. Макализ; пер. с англ. — 4-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 697 с. — ISBN 978-5-00101-839-1.

74. Метелев, С. Е. Инвестиционный менеджмент: учебник / С. Е. Метелев, В. П. Чижик, С. Е. Елкин, Н. М. Калинина. — М. : ФОРУМ: ИНФРА-М, 2022. — 288 с.: ил. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-00091-092-4.

75. Лукаш, Ю. А. Экономические расчеты в бизнесе: большое практическое справочное пособие / Ю. А. Лукаш. - 3-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2024. - 210 с. - ISBN 978-5-9765-1369-3.

76. Бондаренко, Т. Г. Инвестиции: учебное пособие / Т.Г. Бондаренко, Н.А. Проданова. — Москв: ИНФРА-М, 2024. — 157 с. - ISBN 978-5-16-017420-4.

77. Шестак, О. Н. Розничный бизнес банка: учебное пособие / О. Н. Шестак, Л. П. Левченко. - Минск: Вышэйшая школа, 2014. - 143 с. - ISBN 978-985-06-2243-3.

78. Казимагомедов, А. А. Банковское дело: организация деятельности центрального банка и коммерческого банка, небанковских организаций: Учебник / Казимагомедов А.А. — М. : НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 502 с. - ISBN 978-5-16-013890-9.

79. Землянский, О. А. Оценочная деятельность. Оценка стоимости бизнеса и активов: учебник / О.А. Землянский. — М. : ИНФРА-М, 2025. — 599 с. - ISBN 978-5-16-020360-7.

80. Бродецкий, Г. Л. Методы моделирования денежных потоков для оптимизации порядка выполнения заказов: монография / Г.Л. Бродецкий, В.Д. Герами, И.Г. Шидловский. — М. : ИНФРА-М, 2023. — 292 с. - ISBN 978-5-16-017707-6.

81. Кузнецов, Б.Т. Математические методы финансового анализа: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям 061800 «Математические методы в экономике», 060400 «Финансы и

кредит» / Б.Т Кузнецов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. - 159 с. - ISBN 978-5-238-00977-1.

82. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов: Учебное пособие / Кастрица О.А., - 4-е изд., стер. - М.:НИЦ ИНФРА-М, Новое знание, 2015. - 491 с. ISBN 978-5-16-010960-2.

83. Ивченко, Ю. С. Статистика: Учебное пособие / Ю.С. Ивченко. - М. : ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2018. - 375 с. - ISBN 978-5-369-00636-8.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Четыркин Е. М. Финансовая математика: учебник для вузов / Е. М. Четыркин. – 9-е изд. – М. : Дело, 2010. – 397 с.: ISBN 978-5-7749-0570-6.

2. Финансовая математика: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ю. Ф. Касимов. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 459 с.: ISBN 978-5-9916-3141-9.

3. Оценочная деятельность. Правовые, теоретические и математические основы: учеб. пособие / В. Е. Кацман, И. В. Косорукова, А. Ю. Родин. Кн. 1. — М.: Маркет ДС, 2008. — 256 с.: ISBN 978-5-7958-0221-3.

4. Карпова, Т. П. Учет, анализ и бюджетирование денежных потоков: учебное пособие / Т.П. Карпова, В.В. Карпова. — М. : Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2023. — 302 с. - ISBN 978-5-9558-0243-5.

5. Голодова, Ж. Г. Финансы и кредит: учебник / Ж.Г. Голодова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2023. — 612 с. - ISBN 978-5-16-016448-9.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Коэффициенты дисконтирования и наращенная разовых выплат

Коэффициенты дисконтирования разовых выплат

Период	Ставка дисконтирования, %																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,84	0,83
2	0,98	0,90	0,94	0,93	0,91	0,89	0,87	0,86	0,84	0,83	0,81	0,80	0,78	0,77	0,76	0,74	0,73	0,72	0,71	0,69
3	0,97	0,94	0,92	0,89	0,86	0,84	0,82	0,79	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,64	0,62	0,61	0,59	0,58
4	0,96	0,92	0,89	0,86	0,82	0,79	0,76	0,74	0,71	0,68	0,66	0,64	0,61	0,59	0,57	0,55	0,53	0,52	0,50	0,48
5	0,95	0,91	0,86	0,82	0,78	0,75	0,71	0,68	0,65	0,62	0,59	0,57	0,54	0,52	0,50	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40
6	0,94	0,89	0,84	0,79	0,75	0,71	0,67	0,63	0,60	0,56	0,54	0,51	0,48	0,46	0,43	0,41	0,39	0,37	0,35	0,34
7	0,93	0,87	0,81	0,76	0,71	0,67	0,62	0,58	0,55	0,51	0,48	0,45	0,43	0,40	0,38	0,35	0,33	0,31	0,30	0,28
8	0,92	0,85	0,79	0,73	0,68	0,63	0,58	0,54	0,50	0,47	0,43	0,40	0,38	0,35	0,33	0,31	0,29	0,27	0,25	0,23
9	0,91	0,84	0,77	0,70	0,65	0,59	0,54	0,50	0,46	0,42	0,39	0,36	0,33	0,31	0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19
10	0,91	0,82	0,74	0,68	0,61	0,56	0,51	0,46	0,42	0,39	0,35	0,32	0,30	0,27	0,25	0,23	0,21	0,19	0,18	0,16
11	0,90	0,80	0,72	0,65	0,59	0,53	0,48	0,43	0,39	0,35	0,32	0,29	0,26	0,24	0,22	0,20	0,18	0,16	0,15	0,14
12	0,89	0,79	0,70	0,63	0,56	0,50	0,44	0,40	0,36	0,32	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,14	0,12	0,11
13	0,88	0,77	0,68	0,60	0,53	0,47	0,42	0,37	0,33	0,29	0,26	0,23	0,20	0,18	0,16	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09
14	0,87	0,76	0,66	0,58	0,51	0,44	0,39	0,34	0,30	0,26	0,23	0,21	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,10	0,09	0,08
15	0,86	0,74	0,64	0,56	0,48	0,42	0,36	0,32	0,28	0,24	0,21	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,08	0,07	0,07
16	0,85	0,73	0,62	0,53	0,46	0,39	0,34	0,29	0,25	0,22	0,19	0,16	0,14	0,12	0,11	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05
17	0,84	0,71	0,61	0,51	0,44	0,37	0,32	0,27	0,23	0,20	0,17	0,15	0,13	0,11	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05
18	0,84	0,70	0,59	0,49	0,42	0,35	0,30	0,25	0,21	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,04
19	0,83	0,69	0,57	0,48	0,40	0,33	0,28	0,23	0,19	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,04	0,03
20	0,82	0,67	0,55	0,46	0,38	0,31	0,26	0,22	0,18	0,15	0,12	0,10	0,09	0,07	0,06	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03

Коэффициенты наращенная разовых выплат

Период	Ставка наращенная, %																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20	25	30	35
1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	1,20	1,25	1,30	1,35
2	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,15	1,17	1,19	1,21	1,23	1,25	1,28	1,30	1,32	1,35	1,44	1,56	1,69	1,82
3	1,03	1,06	1,09	1,13	1,16	1,19	1,23	1,26	1,30	1,33	1,37	1,41	1,44	1,48	1,52	1,56	1,73	1,95	2,20	2,46
4	1,04	1,08	1,13	1,17	1,22	1,26	1,31	1,36	1,41	1,46	1,52	1,57	1,63	1,69	1,75	1,81	2,07	2,44	2,86	3,32
5	1,05	1,10	1,16	1,22	1,28	1,34	1,40	1,47	1,54	1,61	1,69	1,76	1,84	1,93	2,01	2,10	2,49	3,05	3,71	4,48
6	1,06	1,13	1,19	1,27	1,34	1,42	1,50	1,59	1,68	1,77	1,87	1,97	2,08	2,20	2,31	2,44	2,99	3,82	4,83	6,05
7	1,07	1,15	1,23	1,32	1,41	1,50	1,61	1,71	1,83	1,95	2,08	2,21	2,35	2,50	2,66	2,83	3,58	4,77	6,28	8,17
8	1,08	1,17	1,27	1,37	1,48	1,59	1,72	1,85	1,99	2,14	2,31	2,48	2,66	2,85	3,06	3,28	4,30	5,96	8,16	11,03
9	1,09	1,20	1,31	1,42	1,55	1,69	1,84	2,00	2,17	2,36	2,56	2,77	3,00	3,25	3,52	3,80	5,16	7,45	10,60	14,89
10	1,11	1,22	1,34	1,48	1,63	1,79	1,97	2,16	2,37	2,59	2,84	3,11	3,40	3,71	4,05	4,41	6,19	9,31	13,79	20,11
11	1,12	1,24	1,38	1,54	1,71	1,90	2,11	2,33	2,58	2,85	3,15	3,48	3,84	4,23	4,65	5,12	7,43	11,64	17,92	27,14
12	1,13	1,27	1,43	1,60	1,80	2,01	2,25	2,52	2,81	3,14	3,50	3,90	4,33	4,82	5,35	5,94	8,92	14,55	23,30	36,64
13	1,14	1,29	1,47	1,67	1,89	2,13	2,41	2,72	3,07	3,45	3,88	4,36	4,90	5,49	6,15	6,89	10,70	18,19	30,29	49,47
14	1,15	1,32	1,51	1,73	1,98	2,26	2,58	2,94	3,34	3,80	4,31	4,89	5,54	6,26	7,08	7,99	12,84	22,74	39,37	66,78
15	1,16	1,35	1,56	1,80	2,08	2,40	2,76	3,17	3,64	4,18	4,79	5,47	6,25	7,14	8,14	9,27	15,41	28,42	51,19	90,16
16	1,17	1,37	1,61	1,87	2,18	2,54	2,95	3,43	3,97	4,60	5,31	6,13	7,07	8,14	9,36	10,75	18,49	35,53	66,54	121,71
17	1,18	1,40	1,65	1,95	2,29	2,69	3,16	3,70	4,33	5,05	5,90	6,87	7,99	9,28	10,76	12,47	22,19	44,41	86,50	164,31
18	1,20	1,43	1,70	2,03	2,41	2,85	3,38	4,00	4,72	5,56	6,54	7,69	9,02	10,58	12,38	14,46	26,62	55,51	112,45	221,82
19	1,21	1,46	1,75	2,11	2,53	3,03	3,62	4,32	5,14	6,12	7,26	8,61	10,20	12,06	14,23	16,78	31,95	69,39	146,19	299,46
20	1,22	1,49	1,81	2,19	2,65	3,21	3,87	4,66	5,60	6,73	8,06	9,65	11,52	13,74	16,37	19,46	38,34	86,74	190,05	404,27

Приложение 2

Коэффициенты дисконтирования и наращенная аннуитетных выплат

Коэффициенты дисконтирования аннуитетных выплат

Период	Ставка дисконтирования, %																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,84	0,83
2	1,97	1,94	1,91	1,89	1,86	1,83	1,81	1,78	1,76	1,74	1,71	1,69	1,67	1,65	1,63	1,61	1,59	1,57	1,55	1,53
3	2,94	2,88	2,83	2,78	2,72	2,67	2,62	2,58	2,53	2,49	2,44	2,40	2,36	2,32	2,28	2,25	2,21	2,17	2,14	2,11
4	3,90	3,81	3,72	3,63	3,55	3,47	3,39	3,31	3,24	3,17	3,10	3,04	2,97	2,91	2,86	2,80	2,74	2,69	2,64	2,59
5	4,85	4,71	4,58	4,45	4,33	4,21	4,10	3,99	3,89	3,79	3,70	3,61	3,52	3,43	3,35	3,27	3,20	3,13	3,06	2,99
6	5,80	5,60	5,42	5,24	5,08	4,92	4,77	4,62	4,49	4,36	4,23	4,11	4,00	3,89	3,78	3,69	3,59	3,50	3,41	3,33
7	6,73	6,47	6,23	6,00	5,79	5,58	5,39	5,21	5,03	4,87	4,71	4,56	4,42	4,29	4,16	4,04	3,92	3,81	3,71	3,61
8	7,65	7,33	7,02	6,73	6,46	6,21	5,97	5,75	5,54	5,34	5,15	4,97	4,80	4,64	4,49	4,34	4,21	4,08	3,95	3,84
9	8,57	8,16	7,79	7,44	7,11	6,80	6,52	6,25	6,00	5,76	5,54	5,33	5,13	4,95	4,77	4,61	4,45	4,30	4,16	4,03
10	9,47	8,98	8,53	8,11	7,72	7,36	7,02	6,71	6,42	6,15	5,89	5,65	5,43	5,22	5,02	4,83	4,66	4,49	4,34	4,19
11	10,37	9,79	9,25	8,76	8,31	7,89	7,50	7,14	6,81	6,50	6,21	5,94	5,69	5,45	5,23	5,03	4,84	4,66	4,49	4,33
12	11,26	10,58	9,95	9,39	8,86	8,38	7,94	7,54	7,16	6,81	6,49	6,19	5,92	5,66	5,42	5,20	4,99	4,79	4,61	4,44
13	12,13	11,35	10,64	9,99	9,39	8,85	8,36	7,90	7,49	7,01	6,75	6,42	6,12	5,84	5,58	5,34	5,12	4,91	4,72	4,53
14	13,00	12,11	11,30	10,56	9,90	9,30	8,75	8,24	7,79	7,37	6,98	6,63	6,30	6,00	5,72	5,47	5,23	5,01	4,80	4,61
15	13,87	12,85	11,94	11,12	10,38	9,71	9,11	8,56	8,06	7,61	7,19	6,81	6,46	6,14	5,85	5,58	5,32	5,09	4,88	4,68
16	14,72	13,58	12,56	11,65	10,84	10,11	9,45	8,85	8,31	7,82	7,38	6,97	6,60	6,27	5,95	5,67	5,41	5,16	4,94	4,73
17	15,56	14,29	13,17	12,17	11,27	10,48	9,76	9,12	8,54	8,02	7,55	7,12	6,73	6,37	6,05	5,75	5,48	5,22	4,99	4,78
18	16,40	14,99	13,75	12,66	11,69	10,83	10,06	9,37	8,76	8,20	7,70	7,25	6,84	6,47	6,13	5,82	5,53	5,27	5,03	4,81
19	17,23	15,68	14,32	13,13	12,09	11,16	10,34	9,60	8,95	8,37	7,84	7,37	6,94	6,55	6,20	5,88	5,58	5,32	5,07	4,84
20	18,05	16,35	14,88	13,59	12,46	11,47	10,59	9,82	9,13	8,51	7,96	7,47	7,03	6,62	6,26	5,93	5,63	5,35	5,10	4,87

Коэффициенты наращенная аннуитетных выплат

Период	Ставка наращенная, %																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	20	25		
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05	2,06	2,07	2,08	2,09	2,10	2,11	2,12	2,13	2,14	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	
3	3,03	3,06	3,09	3,12	3,15	3,18	3,22	3,25	3,28	3,31	3,34	3,37	3,41	3,44	3,47	3,51	3,64	3,81		
4	4,06	4,12	4,18	4,25	4,31	4,38	4,44	4,51	4,57	4,64	4,71	4,78	4,85	4,92	4,99	5,07	5,37	5,77		
5	5,10	5,20	5,31	5,42	5,53	5,64	5,75	5,87	5,99	6,11	6,23	6,35	6,48	6,61	6,74	6,88	7,44	8,21		
6	6,15	6,31	6,47	6,63	6,80	6,98	7,15	7,34	7,52	7,72	7,91	8,12	8,32	8,54	8,75	8,98	9,93	11,26		
7	7,21	7,43	7,66	7,90	8,14	8,39	8,65	8,92	9,20	9,49	9,78	10,09	10,41	10,73	11,07	11,41	12,92	15,07		
8	8,29	8,58	8,89	9,21	9,55	9,90	10,26	10,64	11,03	11,44	11,86	12,30	12,76	13,23	13,73	14,24	16,50	19,84		
9	9,37	9,76	10,16	10,58	11,03	11,49	11,98	12,49	13,02	13,58	14,16	14,78	15,42	16,09	16,79	17,52	20,80	25,80		
10	10,46	10,95	11,46	12,01	12,58	13,18	13,82	14,49	15,19	15,94	16,72	17,55	18,42	19,34	20,30	21,32	25,96	33,25		
11	11,57	12,17	12,81	13,49	14,21	14,97	15,78	16,65	17,56	18,53	19,56	20,66	21,81	23,04	24,35	25,73	32,15	42,57		
12	12,68	13,41	14,19	15,03	15,92	16,87	17,89	18,98	20,14	21,38	22,71	24,13	25,65	27,27	29,00	30,85	39,58	54,21		
13	13,81	14,68	15,62	16,63	17,71	18,88	20,14	21,50	23,95	24,52	26,21	28,03	29,98	32,09	34,35	36,79	48,50	68,76		
14	14,95	15,97	17,09	18,29	19,60	21,02	22,55	24,22	26,02	27,98	30,10	32,39	34,88	37,58	40,50	43,67	59,20	86,95		
15	16,10	17,29	18,60	20,02	21,58	23,28	25,13	27,15	29,36	31,77	34,41	37,28	40,42	43,84	47,58	51,66	72,04	109,69		
16	17,26	18,64	20,16	21,82	23,66	25,67	27,89	30,32	33,00	35,95	39,19	42,75	46,67	50,98	55,72	60,93	87,44	138,11		
17	18,43	20,01	21,76	23,70	25,84	28,21	30,84	33,75	36,97	40,54	44,50	48,88	53,74	59,12	65,08	71,67	105,93	173,64		
18	19,61	21,41	23,41	25,65	28,13	30,91	34,00	37,45	41,30	45,40	50,40	55,75	61,72	68,39	75,84	84,14	128,12	218,05		
19	20,81	22,84	25,12	27,67	30,54	33,76	37,38	41,45	46,02	51,16	56,94	63,44	70,75	78,97	88,21	98,60	154,74	273,56		
20	22,02	24,30	26,87	29,78	33,07	36,79	41,00	45,76	51,16	57,27	64,20	72,05	80,95	91,02	102,44	115,38	186,69	342,95		

Учебное электронное издание

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие

Автор-составитель
НЕСТЕРОВА Валентина Михайловна

Издается в авторской редакции

Системные требования: Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/7/8/10; Adobe Reader;
дисковод CD-ROM.

Тираж 9 экз.

Издательство Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.