

Владимирский государственный университет

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ
АНАЛИЗ
РЕГИОНАЛЬНЫХ
ТРАНСФОРМАЦИЙ**

Учебное пособие

Владимир 2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ

Учебное пособие

Электронное издание



Владимир 2025

ISBN 978-5-9984-2053-5

© Фраймович Д. Ю.,

Быкова М. Л., 2025

УДК 311.3:332.1
ББК 60.6 + 65.04

Авторы-составители: Д. Ю. Фраймович, М. Л. Быкова

Рецензенты:

Доктор экономических наук, профессор
профессор кафедры бизнес-информатики и экономики
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
А. М. Губернаторов

Доктор экономических наук, профессор
профессор кафедры менеджмента
Российской академии народного хозяйства
и государственной службы при Президенте Российской Федерации
(Владимирский филиал)
О. Л. Гойхер

Статистический анализ региональных трансформаций [Электронный ресурс] : учеб. пособие / авт.-сост.: Д. Ю. Фраймович, М. Л. Быкова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2025. – 164 с. – ISBN 978-5-9984-2053-5. – Электрон. дан. (3,57 Мб). – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Intel от 1,3 ГГц ; Windows XP/7/8/10 ; Adobe Reader ; дисковод CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

Рассмотрены теоретические и практические основы дисциплин «Статистика», «Региональная экономика», проанализированы актуальные статистические методы анализа в региональной экономике.

Предназначено для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки «Экономика», и специалитета, обучающихся по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность», всех форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 12. Ил. 21. Библиогр.: 112 назв.

ISBN 978-5-9984-2053-5

© Фраймович Д. Ю.,
Быкова М. Л., 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1. ОСНОВНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ.....	7
1.1. Население регионов	7
1.2. Основные показатели экономической деятельности региона.....	9
1.3. Статистика эффективности регионального производства	11
Контрольные вопросы	12
Глава 2. ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ РЕГИОНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ	13
2.1. Временные ряды: сущность и классификация. Средние показатели временных рядов.....	13
2.2. Проблема сопоставимости рядов динамики	18
2.3. Выявление аномальных значений в рядах динамики при анализе региональных процессов.....	21
2.4. Элементы временных рядов.....	31
Контрольные вопросы	35
Примеры решения задач.....	36
Глава 3. ТРЕНДЫ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ.....	56
3.1. Критерии проверки гипотезы о существовании тренда ...	56
3.2. Основные типы тенденций и уравнений тренда.....	64
3.3. Выявление типа тренда	74
3.4. Метод наименьших квадратов как инструмент оценки параметров тренда	78
3.5. Логарифмирование как инструмент оценки параметров экспоненциального, логарифмического и логистического уравнений тренда.....	81
3.6. Сглаживание рядов, характеризующих динамику изменения показателей деятельности фирмы	84
Контрольные вопросы	88
Примеры решения задач.....	89

Глава 4. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ КОМПОНЕНТА РЕГИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ.....	115
4.1. Методы выявления периодической компоненты	115
4.2. Сезонная компонента. Индексы сезонности	116
4.3. Оценка параметров сезонности региональных процессов на основе абсолютных приростов	120
Контрольные вопросы	122
Примеры решения задач.....	123
ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА РЕФЕРАТОВ.....	130
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ	134
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	139
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	144
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	145
РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	156
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	160

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире невозможно осуществить объективный анализ процессов и явлений без применения статистических методов. Значение статистики в исследовании региональных процессов состоит в том, что именно она обеспечивает региональную экономику инструментарием для того, чтобы проанализировать данные, проверить выдвинутые гипотезы о региональном развитии, а также принять обоснованные решения в области развития территорий на мезоуровне.

Применение статистических методов становится возможным, в том числе за счет активного применения персональных компьютеров и различных программных продуктов, которые позволяют существенно упростить задачу обработки данных и интерпретации полученных результатов.

Статистические методы активно применяются в исследовании региональных процессов, относящихся к различным направлениям анализа. Представленные в учебном пособии способы и приемы могут быть использованы для анализа особенностей развития мезосистем на основе грамотного применения элементов статистического анализа.

Пособие включает четыре главы, в них рассматриваются теоретические и практические основы курса. Приводятся конкретные примеры, которые дают возможность рассмотреть различные аспекты применения статистической науки для решения конкретных задач региональной экономики. Дидактический материал пособия содержит контрольные вопросы, примеры решения задач, тематику рефератов, а также задания для самостоятельной работы.

В случае успешного изучения курса предполагается формирование результатов, благодаря которым обучающийся:

- **знает** основные правила сбора, анализа и обработки статистической информации; статистический и математический инструментарий оценки и описания сущности социально-экономических явлений на региональном уровне;

- **умеет** систематизировать статистическую информацию, проводить ее первичный анализ, строить экономико-математические модели социальных и экономических региональных процессов и явлений;

- **владеет** навыками сбора, анализа и обработки статистической информации, решения прикладных экономических задач на региональном уровне на основе грамотного применения статистико-математического инструментария, интерпретации полученных результатов и выводов.

Глава 1. ОСНОВНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ

1.1. Население регионов

Население является одним из наиболее важных объектов изучения в рамках статистического анализа региональных трансформаций. Население – это понятие, характеризующее совокупность людей, которые проживают на какой-либо определенной территории, их численность колеблется за счет процессов рождаемости и смертности. Важно отметить двоякую роль данной категории в экономическом развитии регионов: с одной стороны, население представляет собой важнейший ресурс, значение которого состоит в обеспечении регионального воспроизводства, а с другой – именно население выступает в качестве потребителя произведенных благ. Все это обуславливает важность анализа населения не только как категории демографической статистики, но и как носителя трудового потенциала.

Демографическая статистика является разделом статистической науки, в которой изучаются основные статические и динамические характеристики населения. К основным показателям демографической статистики на региональном уровне можно отнести следующие:

- Численность населения;
- Состав населения;
- Показатели рождаемости и смертности;
- Показатели браков/разводов
- Показатели размещения населения и т.д.

Для того, чтобы обеспечить своевременную актуализацию данных о населении, регулярно проводятся переписи, которые представляют собой процесс сбора необходимых данных о каждом жителе по состоянию на конкретную дату.

Статистический анализ населения включает, в том числе, оценку половозрастного состава, который для наглядности зачастую представляют в виде демографических пирамид (возрастных пирамид, половозрастных пирамид) (рис. 1.1).

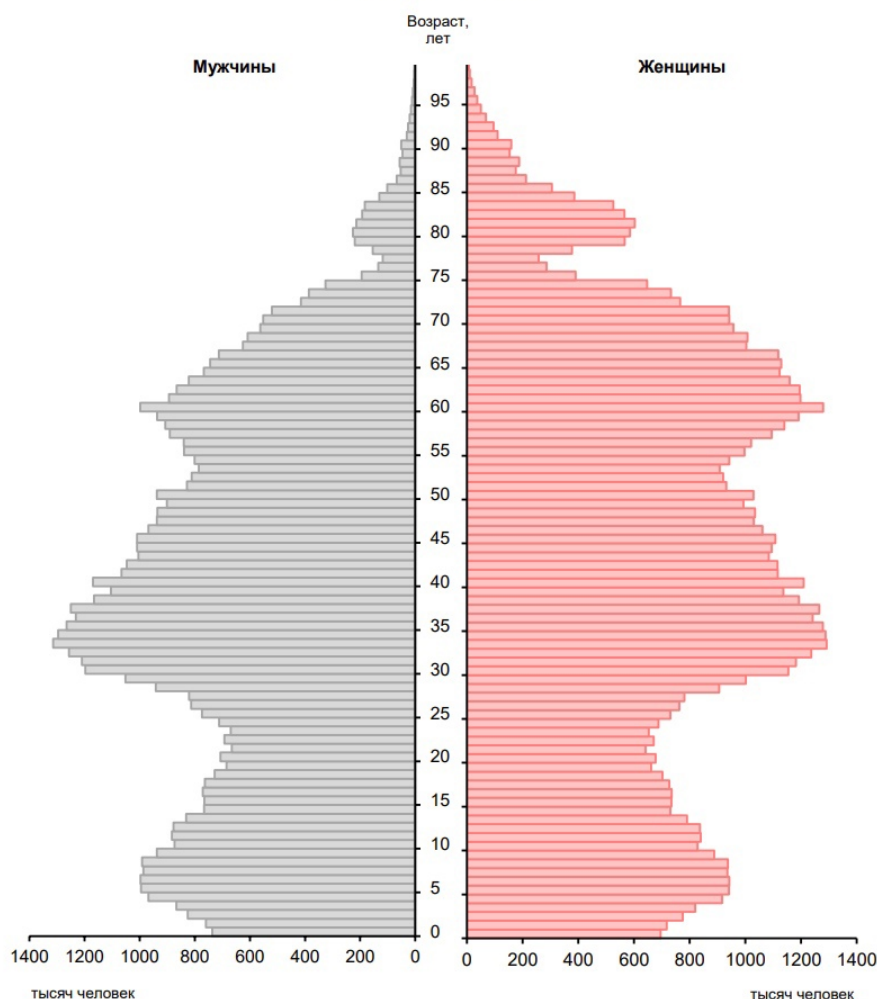


Рис. 1.1. Пример демографической пирамиды

Общее движение населения — это совокупность показателей, используемых для отражения естественного и миграционного движения населения.

Интенсивность миграции - частота случаев перемены места жительства в совокупности населения за определенный период.

Естественное движение населения обусловлено изменением состава и численности населения за счет процессов рождаемости, смертности, браков, разводов и т.д.

Значительную часть населения составляют трудовые ресурсы. На рисунке 1.2 представлена классификация основных понятий и категорий, используемых при статистическом анализе.



Рис. 1.2. Структура трудовых ресурсов

Таким образом, в рамках данного параграфа были рассмотрены основные статистические характеристики, используемые для описания населения регионов не только как объекта демографической статистики, но и как элемента, характеризующего трудовой капитал конкретного округа.

1.2. Основные показатели экономической деятельности региона

Одной из основных характеристик, используемых для представления результатов производственной деятельности, является величина валового выпуска. Оценка величины валового выпуска осуществляется на основе сведений о том, какова стоимость реализованной продукции, незавершенного производства, а также на сколько и в какую сторону изменились запасы готовой продукции.

Анализ величины выпуска товаров и услуг осуществляется с использованием рыночных цен. Для оценки изменений запасов готовой продукции, а также анализа незавершенного производства, используются цены, которые действуют на момент поступления и изъятия запасов.

Промежуточное потребление представляет собой стоимость товаров и услуг, полное потребление или трансформация которых происходит в отчетном периоде в процессе производства. Процесс потребления основного капитала не является составной частью промежуточного потребления.

Исчисление величины валовой добавленной стоимости (ВДС) осуществляется как разница между выпуском и промежуточным потреблением. В качестве обобщающего параметра, используемого для оценки экономической деятельности региона, используется валовой региональный продукт.

Одной из важнейших характеристик экономического развития является величина инвестиций в основной капитал. От данного показателя зависит возможность дальнейшего регионального роста. По сути вложения в основной капитал призваны решить задачу расширения, реконструкции и строительства объектов, приобретения машин и оборудования и т.д.

Важным параметром, используемым для описания внешнеэкономической деятельности, является внешнеторговый оборот. Он измеряется в стоимостном выражении и характеризует объем внешней торговли за конкретный период времени (год, месяц, квартал и т.д.) Исчисляется величина внешнеторгового оборота как сумма экспорта и импорта.

Для характеристики промышленного производства в динамике используется индекс промышленного производства. Данный параметр является агрегированным производственным индексом и исчисляется по конкретным видам экономической деятельности.

1.3. Статистика эффективности регионального производства

Для того, чтобы проанализировать анализ эффективности регионального производства, используется система статистических показателей. Региональная экономика эффективна в том случае, если эффективно используются имеющиеся ресурсы.

Под эффективным использованием понимается такое применение ресурсов, которое обеспечивает максимальную отдачу при минимальном уровне затрат.

Наиболее благоприятной для регионального развития является ситуация, при которой валовое производство растет при наименьших затратах:

$$Q = (A; B; C), \quad (1.1)$$

где Q – объем валового регионального производства;

A – фактор производства A ;

B – фактор производства B ;

C – фактор производства C .

Согласно системе национальных счетов, в качестве параметров, используемых для описания производственных результатов национального уровня, могут использоваться такие характеристики, как ВВП (внутренний валовой продукт), ВДС (валовая добавленная стоимость), а также НД (национальных доход).

Оценка эффективности использования ресурсов, как правило, осуществляется по следующим направлениям:

- анализ эффективности использования трудовых ресурсов;
- анализ эффективности использования основных фондов;
- анализ эффективности использования капитала;
- анализ эффективности использования информационных ресурсов.

Для оценки эффективности использования трудовых ресурсов и основных фондов используются такие показатели, как трудоемкость, производительность, их динамические характеристики, фондоемкость, фондовооруженность, материалоемкость и т.д.

Контрольные вопросы

1. Почему население является важным объектом анализа региональных трансформаций?
2. Какова роль населения в экономическом развитии регионов?
3. В чем состоит сущность демографической статистики?
4. Перечислите основные показатели демографической статистики на региональном уровне.
5. С какой целью осуществляется регулярная перепись населения?
6. Что такое демографическая пирамида и для чего она используется?
7. Что представляет собой общее движение населения?
8. Что характеризует интенсивность миграции?
9. Чем обусловлено естественное движение населения?
10. Перечислите основные понятия и категории, используемые при статистическом анализе трудовых ресурсов.
11. На основе каких сведений осуществляется оценка величины валового выпуска?
12. На основе каких цен проводится анализ величины выпуска товаров и услуг?
13. На основе каких цен проводится анализ незавершенного производства?
14. Что представляет собой промежуточное потребление?
15. Что представляет собой валовая добавленная стоимость?
16. В чем состоит важность инвестиций в основной капитал?
17. Перечислите основные параметры, используемые для описания внешнеэкономической деятельности.
18. Что представляет собой внешнеторговый оборот?
19. Что такое индекс промышленного производства и каким способом он исчисляется?
20. В каком случае региональная экономика считается эффективной?
21. Что понимается под эффективным использованием ресурсов?
22. Какая ситуация с точки зрения использования ресурсов является наиболее благоприятной для регионального развития?
23. Какие параметры используются для оценки эффективности использования трудовых ресурсов?
24. Какие параметры используются для оценки эффективности использования основных фондов?

Глава 2. ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ РЕГИОНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

2.1. Временные ряды: сущность и классификация. Средние показатели временных рядов

Ряд динамики (или временной ряд) – это упорядоченная последовательность числовых характеристик, которые позволяют описание изменение рассматриваемого признака или явления во времени [27]. Отображение ряда динамики, как правило, осуществляется в табличной или графической форме. Для того, чтобы построить график, описывающий изменение признака во времени, необходимо построить систему координат. Ось Ох в таком случае – это шкала времени, а Ось Оу используется для представления уровней ряда.

Табличное отображение временного ряда используется для описания как интервальных, так и моментных рядов. В таком случае y_1 - первое или начальное значение уровня интервального или моментного ряда, а y_n - последнее известное значение ряда динамики.

Классификация временных рядов может осуществляться по разным критериям [28, 29], основные из которых отражены на рис. 2.1.



Рис. 2.1. Классификация рядов динамики

Для **моментного временного ряда** характерно представление значения статистического показателя по состоянию на определенные последовательные моменты времени (например, на начало каждого месяца или года). При работе с моментными данными необходимо помнить, что сложение показателей такого ряда динамики невозможно, поскольку может появиться проблема двойного счета. Примером моментных рядов может служить численность населения на начало каждого календарного года, величина запасов на первое число каждого месяца.

В **интервальных рядах динамики** данные накапливаются за определенный промежуток времени. Например, годовое значение объема выпущенной продукции равно сумме данных за четыре квартала [30].

Полный временной ряд - ряд динамики, в котором одноименные моменты времени или периоды времени строго следуют один за другим в календарном порядке или равноотстоят друг от друга. В **неполном ряду** уровни зафиксированы в неравноотстоящие моменты или периоды времени.

Изолированные временные ряды строятся по одному конкретному показателю, а **комплексные ряды** являются многомерными и представляют собой систему взаимосвязанных параметров.

В зависимости от формы представления уровней ряды могут быть **абсолютными** (например, объем произведенной продукции), **относительными** (индекс инфляции) или **средними** (величина среднедушевых доходов) [31].

Стационарный временной ряд это ряд данных, статистические свойства которого не зависят от времени. Таким ряды не содержат тенденцию или циклическую компоненту. Значение их каждого последующего уровня может быть определено как сумма среднего уровня ряда и случайной компоненты.

Для нестационарного ряда характерно изменение статистических свойств во времени. Для нестационарных рядов характерно наличие тренда, сезонной и/или циклической составляющей [32].

Таким образом, грамотная интерпретация исходных данных является залогом успешного моделирования и прогнозирования. Понимание исследователем природы и сущности рассматриваемых явлений позволяет грамотно использовать статистический инструментарий для решения конкретных прикладных задач.

К основным показателя временных рядов относятся: средний уровень временного ряда, абсолютные приросты, темпы роста и прироста, абсолютное значение одного процента прироста.

Средний уровень представляет собой среднюю величину изучаемого показателя за рассматриваемый период. Следует отметить, что для различных видов рядов динамики исчисление осуществляется по различным формулам [33].

Для равномерного интервального ряда вычисление производится по формуле простой средней арифметической (2.1):

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (2.1)$$

Средний уровень неравномерного интервального ряда определяется по формуле средней арифметической взвешенной (2.2):

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n Y_i t_i, N = \sum_{i=1}^n t_i \quad (2.2)$$

Для вычисления равномерного моментного ряда принято использовать формулу средней хронологической простой (2.3):

$$\bar{Y} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{n-1} + \frac{Y_n}{2} \right) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (Y_i + Y_{i+1}) \quad (2.3)$$

Для неравномерного моментного ряда предполагается применение формулы средней хронологической взвешенной (2.4):

$$\bar{Y} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n t_i} * \sum_{i=1}^n \bar{Y}_i t_i \quad (2.4)$$

Абсолютный прирост представляет собой разность между двумя последующими уровнями временного ряда (цепной прирост) или разность между данным уровнем ряда и уровнем, принятым за базу сравнения (базисный прирост). Как правило, базой сравнения служит начальное значение уровня ряда.

Показатели абсолютного прироста измеряются в тех же единицах измерения, что и уровни ряда [34].

Соответственно базисный прирост отражает изменение величины показателя в анализируемом периоде по сравнению с базисным и может быть определен по формуле (2.5):

$$\Delta_{i\text{базис.}} = Y_i - Y_0 \quad (2.5)$$

где Y_i - данный уровень ряда,
 Y_0 - базисное значение уровня ряда.

Цепной прирост показывает, на сколько изменилась величина показателя в данном периоде по сравнению с предыдущим периодом (2.6):

$$\Delta_{i_{\text{цепн.}}} = Y_i - Y_{i-1} \quad (2.6)$$

Где Y_{i-1} - предыдущее значение уровня ряда относительно Y_i

Средний абсолютный прирост характеризует среднее изменение величины изучаемого показателя (2.7):

$$\bar{\Delta} = \frac{Y_n - Y_0}{n - 1} \quad (2.7)$$

Где Y_n и Y_0 конечный и начальный уровни ряда соответственно [35].

Либо средний абсолютный прирост может быть определен через значения цепных приростов (2.8):

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^k \Delta_{i_{\text{цепн}}}}{K} \quad (2.8)$$

где K – количество анализируемых цепных приростов.

Базисный темп роста ($T_{pб}$) характеризует отношение каждого последующего уровня к базисному, выраженное в процентах [36] (2.9):

$$T_{pб} = \frac{Y_n}{Y_0} * 100\% \quad (2.9)$$

Цепной темп роста ($T_{pц}$) определяется следующим соотношением (2.10):

$$T_{pц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} * 100\% \quad (2.10)$$

Темп роста показывает, какую долю составляет текущее значение уровня ряда относительно начального или предыдущего (в зависимости от базисного или цепного способа составления ряда).

Средний темп роста характеризует среднее процентное изменение изучаемого показателя [37]. Расчет данного показателя осуществляется по формуле средней геометрической простой (2.11):

$$\overline{T_p} = \sqrt[n]{T_{pц1} * T_{pц2} * ... * T_{pцn-1}} = \sqrt[n]{\frac{Y_n}{Y_0}} * 100\% \quad (2.11)$$

Темп прироста представляет собой отношение абсолютного прироста (базисного или цепного) к начальному значению временного ряда, выраженное в процентах [38].

Соответственно базисный темп прироста может быть найден по формуле (2.12):

$$T_{прб} = \frac{\Delta_{базис}}{Y_0} * 100\% = \frac{Y_n - Y_0}{Y_0} * 100\% \quad (2.12)$$

Также можно найти базисный темп прироста, зная значение базисного темпа роста (2.13):

$$T_{прб} = T_{рб} - 100\% \quad (2.13)$$

Цепной темп находится по следующим формулам (2.14 и 2.15):

$$T_{прц} = \frac{\Delta_{цепн}}{Y_{n-1}} * 100\% = \frac{Y_n - Y_{n-1}}{Y_{n-1}} * 100\% \quad (2.14)$$

$$T_{прц} = T_{рц} - 100\% \quad (2.15)$$

Темп прироста показывает, на сколько процентов изменилась величина показателя в данном периоде по сравнению с начальным или предыдущим (в зависимости от базисного или цепного способа составления ряда) [39].

Средний темп прироста позволяет оценить величину, на которую в среднем изменилась величина изучаемого показателя (2.16):

$$\overline{T_{пр}} = \overline{T_p} - 100\% \quad (2.16)$$

Стоит отметить, что темп прироста может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

Коэффициенты роста также могут быть базисными (2.17) или цепными (2.18):

$$K_{рб} = \frac{Y_n}{Y_0} \quad (2.17)$$

$$K_{рц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} \quad (2.18)$$

В отличие от темповых характеристик они показывают относительную скорость изменения ряда, выраженную в долях, а не процентах [40].

Базисные или цепные коэффициенты прироста вычисляются по формулам (2.19 и 2.20):

$$K_{\text{прб}} = K_{\text{рб}} - 1 \quad (2.19)$$

$$K_{\text{прц}} = K_{\text{рц}} - 1 \quad (2.20)$$

Абсолютное значение одного процента прироста характеризует скорость изменения уровней ряда в единицу времени [41] и может быть найдено по следующей формуле (2.21):

$$|A| = \frac{\Delta_{\text{цепн}}}{T_{\text{прц}}} \quad (2.21)$$

Таким образом, в рамках данного параграфа были рассмотрены основные показатели временных рядов и формулы для их вычисления. Следует отметить, что понимание сущности рассчитываемых параметров является необходимым условием грамотного их применения в практической деятельности.

2.2. Проблема сопоставимости рядов динамики

При построении динамического ряда исследователю важно помнить, что все уровни отвечать требованию сопоставимости: в частности, уровни должны относиться в одной территории, характеризовать один и тот же объект или явление, быть рассчитанными по единой методологии с использованием единых единиц измерения значений анализируемого показателя [40].

Сопоставимость по кругу охватываемых явлений означает, что процедура сравнения проводится для равных по числу элементов совокупностей, однородных по своему экономическому содержанию и обладающих одинаковыми границами. Несопоставимость может возникнуть в результате перехода ряда объектов из одного подчинения в другое. Например, если показатели из одной группы изучаемых социально-экономических явлений в течение анализируемого интервала времени были отнесены к другой группе.

Сопоставимость по времени регистрации для интервальных рядов динамики предполагает равенство временных промежутков, за которые собираются и представляются данные. Например, для обеспечения сопоставимости интервальных временных рядов, выделяют среднедневные показатели по декадам, кварталам, месяцам, которые затем подвергаются процедуре сравнения. Если речь идет о моментных рядах, наблюдения лучше проводить по состоянию на конкретно определенное число каждого месяца, полугодия, года [41].

Сопоставимость по территории предполагает исследование данных в рамках одних тех же территориальных границ в течение всего времени анализа. Например, изменение территориальных границ Москвы и Московской области привело к тому, что ранее параметры отдельных городов учитывались в показателях Московской области, в после расширения границ Москвы сведения по этим географическим единицам были включены в статистические данные по столице, то есть возникла проблема территориальной сопоставимости

Сопоставимость по методологии расчетов предполагает использование единого методологического аппарата для вычислений уровней динамического ряда в течение всего аналитического периода [42].

Существует также проблема сопоставимости по ценам. Существуют различные виды цен. Также стоимостные изменения могут не учитывать влияние инфляции. Для устранения данных проблем оценка одних и тех же процессов или явлений зачастую осуществляется в ценах одного и того же базисного периода. В статистических источниках такие приведенные данные принято называть сопоставимыми.

Следует отметить, что для экономических процессов изменение качественных характеристик является одним из наиболее часто встречающихся состояний. С течением времени меняется методология вычислений показателей, происходит корректировка границ их определения как в сторону сужения, так и расширения. Например, до октября 1995 года предприятие считалось малым, если число работников не превышало 200, а с октября ценз отнесения предприятий к числу малых по критерию численности сотрудников был снижен до 100 человек. Таким образом, возникла проблема сопоставимости динамического ряда, который бы характеризовал результаты деятельности малых предприятий до и после внесения изменений.

Приведение статистической информации к сопоставимому виду осуществляется при помощи особой вычислительной процедуры, которая носит название «смыкание временных рядов» [43].

Под смыканием принято понимать процесс объединения нескольких динамических рядов, относящихся к разным периодам времени и с первоначально несопоставимыми уровнями, в один динамический ряд с новыми, уже сопоставимыми уровнями, расположенными в хронологической последовательности.

Для того, чтобы проведение данной процедуры стало возможным, необходимо обладать информацией о значении показателя, рассчитанного по старой и новой методологии, но относящейся к одному аналитическому периоду времени [44].

Принято выделять два основных способа смыкания временных рядов.

Первый способ является абсолютным. Он предполагает корректировку данных до изменений на коэффициент перехода. Подробно схема реализации данного метода представлена на рис. 2.2.

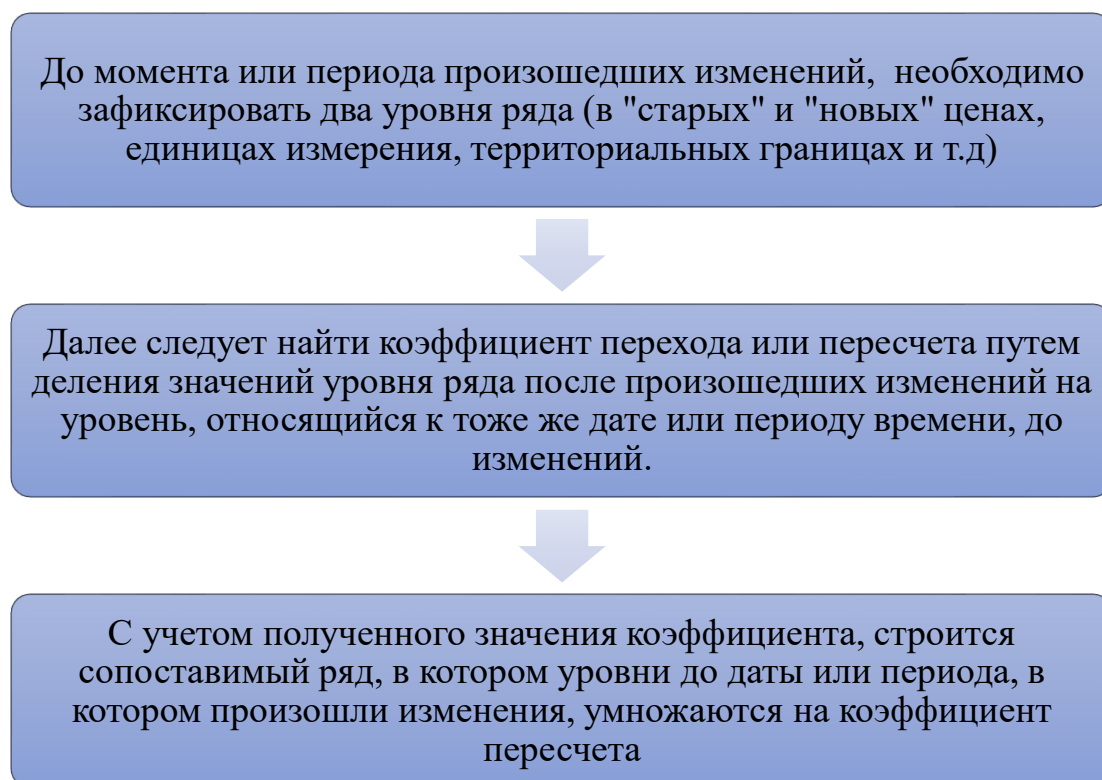


Рис. 2.2. Схема реализации абсолютного способа смыкания данных

Второй способ (относительный) предполагает получение временного ряда, выраженного в процентах или долях. При реализации данного метода уровень переходного периода принимается равным 100 % (как для прежнего значения ряда, так и для рассчитанного по новой методологии, в новых единица измерения и др.). Временной ряд пересчитывается, исходя из численного значения уровня, принятого за 100%. Применение данного способа предполагает пересчет значений как до, так и после «переломного момента».

Таким образом, анализ сопоставимости динамических рядов является важнейшим этапом научно-исследовательской работы. Для приведения данных в сопоставимый вид используется два основных способа смыкания: абсолютный и относительный [40]. Выбор способа смыкания обусловлен спецификой исходных временных рядов, а также и целями исследовательской работы в рамках решение конкретной практической задачи.

2.3. Выявление аномальных значений в рядах динамики при анализе региональных процессов

Под аномальным уровнем ряда понимается конкретное численное значение уровня, которое не отвечает потенциальным возможностям исследуемой экономической системы и, которое, оставаясь в качестве уровня ряда, оказывает существенное влияние на значения основных характеристик временного ряда, в том числе на соответствующую трендовую модель. Причинами аномальных наблюдений могут быть ошибки технического порядка, или **ошибки первого рода**. К ним относятся ошибки, возникающие при передаче информации, а также ошибки, возникающие при агрегировании и дезагрегировании показателей.

Кроме того, причины аномальных уровней во временных рядах могут быть обусловлены факторами, имеющими объективный характер, но проявляющимися эпизодически или очень редко (**ошибки второго рода**). Такого рода ошибки устранению не подлежат [45].

Одним из способов выявления аномальных уровней временных рядов является **метод Ирвина**.

Реализация данного метода основывается на вычислении параметра λ_t (2.22):

$$\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\delta_y} \quad (2.22)$$

где δ_y - среднее квадратическое отклонение, которое рассчитывается по формуле (2.23):

$$\delta_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}{n-1}} \quad (2.23),$$

Где $\bar{y}$ - среднее значение уровня ряда, которое рассчитывается по формуле (2.24):

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n} \quad (2.24)$$

На следующем этапе расчетные значения λ_t сравниваются с табличными значениями критерия Ирвина λ_α . В случае, если найденное $\lambda_t > \lambda_\alpha$, можно сделать вывод о том, что соответствующее значение уровня y_t является аномальным.

Значения критерия Ирвина для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и $\alpha = 0,01$ приведены в табл. 2.1.

Табл. 2.1. Табличные значения критерия Ирвина λ_α

Число измерений n	Уровень значимости	
	$q = 0,05$	$q = 0,01$
2	2,8	3,7
3	2,2	2,9
10	1,5	2,0
20	1,3	1,8
30	1,2	1,7
50	1,1	1,6
100	1,0	1,5
400	0,9	1,3
1000	0,8	1,2

После выявления аномальных уровней ряда, обязательным условием является определение причин их возникновения, а затем устранение этих значений.

Критерий Романовского. Данный критерий применяется для исследования грубых погрешностей (промахов), если число наблюдения n меньше 20 [46].

Конкурирующая гипотеза о наличии грубых погрешностей в подозрительных результатах подтверждается, если выполняется неравенство (2.25):

$$\beta_t = \frac{|y_t - \bar{y}|}{\delta_y} \quad (2.25)$$

При анализе грубых промахов с использованием критерия Романовского рассчитанное по формуле 2.25 значение β_t сравнивается с критерием β_q , выбранным по табл. 2.2.

Табл. 2.2. Табличные значения критерия Романовского β_q

n	$q=0,01$	$q=0,02$	$q=0,05$	$q=0,1$
4	1,73	1,72	1,71	1,69
6	2,16	2,13	2,10	2,00
8	2,43	2,37	2,27	2,17
10	2,62	2,54	2,41	2,29
12	2,75	2,66	2,52	2,39
15	2,90	2,80	2,64	2,49
20	3,08	2,96	2,78	2,62

Если $\beta_t \geq \beta_q$, то значение уровня ряда считается промахом и отбрасывается.

Критерий вариационного размаха является одним из самых простых методов исключения грубой погрешности измерений (промаха) [47]. Для его использования определяют размах вариационного ряда упорядоченной совокупности наблюдений (2.26):

$$R = y_{\max} - y_{\min} \quad (2.26)$$

где $Y_{\max}$ и $Y_{\min}$ - максимальное и минимальное значение уровня ряда соответственно.

Если какой-либо член вариационного ряда, например Y_k , резко отличается от всех других, то производят проверку, используя следующее неравенство (2.27):

$$\bar{Y} - z * R < y_k < \bar{Y} + z * R \quad (2.27)$$

где $\bar{Y}$ – выборочное среднее арифметическое значение, вычисленное после исключения предполагаемого промаха;

z – критериальное значение [48].

В табл. 2.3 приведены критериальные значения для метода вариационного размаха

Табл. 2.3. Значения критерия вариационного размаха

n	5	6	7	8-9	10-11	12-15	16-22	23-25	26-63	64-150
z	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8

Нулевую гипотезу (об отсутствии грубой погрешности) принимают, если указанное неравенство выполняется. Если Y_k не удовлетворяет условию (2.27), то этот результат исключают из вариационного ряда [49].

Критерий Диксона основан на предположении, что погрешности измерений подчиняются нормальному закону (предварительно необходимо построение гистограммы результатов наблюдений) и проверка гипотезы о принадлежности нормальному закону распределения. При использовании критерия вычисляют коэффициент Диксона (наблюдаемое значение критерия) для проверки наибольшего или наименьшего экстремального значения в зависимости от числа измерений. В табл. 2.4 приведены формулы для вычисления коэффициентов. Коэффициенты Γ_{10}, Γ_{11} применяют, когда имеется один выброс, а Γ_{21}, Γ_{22} - когда два выброса. Требуется первоначальное упорядочение результатов измерений (объема выборки) по возрастанию. Критерий применяется, когда выборка может содержать более одной грубой погрешности [50].

Табл. 2.4. Формулы коэффициентов Диксона

Число измерений n (объем выборки)	Коэффициент Диксона	Для наименьшего экстремального значения параметра	Для наибольшего экспериментального параметра
3-7	r_{10}	$\frac{y_2 - y_1}{y_n - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-1}}{y_n - y_1}$
8-10	r_{11}	$\frac{y_2 - y_1}{y_{n-1} - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-1}}{y_n - y_2}$
11-13	r_{21}	$\frac{y_3 - y_1}{y_{n-1} - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-2}}{y_n - y_2}$
14-25	r_{22}	$\frac{y_3 - y_1}{y_{n-2} - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-2}}{y_n - y_3}$

Вычисленные для выборки по формулам значения коэффициентов Диксона r сравнивают с табличным значением критерия Диксона r_q (табл. 2.5).

Табл. 2.5. Табличные значения критерия Диксона

Статистика	Число измерений	r_q при уровне значимости q			
		0,1	0,05	0,02	0,01
r_{10}	3	0,886	0,941	0,976	0,988
	4	0,679	0,765	0,846	0,899
	5	0,557	0,642	0,729	0,780
	6	0,482	0,560	0,644	0,698
	7	0,434	0,507	0,586	0,637
r_{11}	8	0,479	0,554	0,631	0,683
	9	0,441	0,512	0,587	0,636
	10	0,409	0,477	0,551	0,597
r_{21}	11	0,517	0,576	0,538	0,679
	12	0,490	0,546	0,605	0,642
	13	0,467	0,521	0,578	0,615

r_{22}	14	0,462	0,546	0,602	0,641
	15	0,472	0,525	0,579	0,616
	16	0,452	0,507	0,559	0,595
	17	0,438	0,490	0,542	0,577
	18	0,424	0,475	0,527	0,561
	19	0,412	0,462	0,514	0,547
	20	0,401	0,450	0,502	0,535
	21	0,391	0,440	0,491	0,524
	22	0,382	0,430	0,481	0,514
	23	0,374	0,421	0,472	0,505
	24	0,367	0,413	0,464	0,497
	25	0,360	0,406	0,457	0,489

Нулевая гипотеза об отсутствии грубой погрешности выполняется, если выполняется неравенство $\Gamma < \Gamma_q$.

Если $\Gamma > \Gamma_q$, то результат признается грубой погрешностью и исключается из дальнейшей обработки [51,52].

Критерии Райта и правило «трех сигм» являются одними из простейших методов для проверки результатов, подчиняющихся нормальному закону распределения [53].

Сущность правила трех сигм заключается в следующем: если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратического отклонения [53].

На практике правило трех сигм применяют так: если распределение изучаемой случайной величины неизвестно, но условие, указанное в приведенном правиле, выполняется, то есть основания предполагать, что изучаемая величина распределена нормально; в противном случае она не распределена нормально. С этой целью для выборки вычисляется центр распределения и оценка среднего квадратического отклонения результата наблюдений. Результат, который удовлетворяет условию (2.28), считается имеющим грубую погрешность и удаляется, а ранее вычисленные характеристики распределения уточняются:

$$\left| y_k - \bar{y} \right| \geq 3\delta \quad (2.28)$$

Правило «трех сигм» считается слишком жестким, поэтому рекомендуется назначать границу цензурирования в зависимости от объема выборки (критерий Райта) (табл. 2.6) [54].

Табл. 2.6. Границы критерия Райта

Объём выборки	Условия критерий Райта
$6 < n < 100$	$ y_k - \bar{y} \geq 4\delta$
$100 < n < 1000$	$ y_k - \bar{y} \geq 4,5\delta$
$1000 < n < 10000$	$ y_k - \bar{y} \geq 5\delta$

Может оказаться, что при новых значениях $\bar{y}$ и δ другие результаты попадут в категорию аномальных, поэтому дважды использовать критерии грубой погрешности не рекомендуется [55].

Критерий Смирнова рекомендуется использовать при объемах выборки $n \geq 25$ или при известных значениях генеральных среднего и среднего квадратического отклонения. Он устанавливает менее жесткие границы грубой погрешности [56]. Для реализации этого критерия вычисляются действительные значения квантилей распределения (наблюдаемое значение критерия) по формуле (2.29):

$$\beta = \frac{\max |y_k - \bar{y}|}{\delta}, \quad (2.29)$$

где y_k - сомнительное значение ряда (максимальное или минимальное) [57].

Найденное значение β сравнивается с критериальным β_q , приведенным в табл. 2.7

Табл. 2.7. Квантили распределения β_q

Объем выборки n	Предельное значение β_q при уровне значимости q				
	0,100	0,050	0,0010	0,005	0,001
1	2	3	4	5	6
1	1,282	1,645	2,326	2,576	3,090
2	1,632	1,955	2,575	2,807	3,290
3	1,818	2,121	2,712	2,935	3,403
4	1,943	2,234	2,806	3,023	3,481
5	2,036	2,319	2,877	3,090	3,540
6	2,111	2,386	2,934	3,143	3,588
7	2,172	2,442	2,981	3,188	3,628
8	2,224	2,490	3,022	3,227	3,662
9	2,269	2,531	3,057	3,260	3,692
10	2,309	2,568	3,089	3,290	3,719
15	2,457	2,705	3,207	3,402	3,820
20	2,559	2,799	3,289	3,480	3,890
25	2,635	2,870	3,351	3,539	3,944
30	2,696	2,928	3,402	3,587	3,988
40	2,792	3,015	3,480	3,662	4,054
50	2,860	3,082	3,541	3,716	4,108
100	3,076	3,285	3,723	3,892	4,263
250	3,339	3,534	3,946	4,108	4,465
500	3,528	3,703	4,108	4,263	4,607

Если $\beta > \beta_q$, то значение U_k считают грубой ошибкой и отбрасывают

Критерий Шовене применяется для законов, не противоречащих нормальному, и строится на определении числа ожидаемых результатов наблюдений $n_{ож}$, которые имеют столь же большие погрешности, как и подозрительный [58]. Гипотеза о наличии грубой погрешности принимается, если выполняется условие (2.30):

$$n_{ож} \leq 0,5 \quad (2.30)$$

Порядок проверки гипотезы следующий:

1) вычисляются среднее арифметическое $\bar{y}$ и δ результатов наблюдений для всей выборки;

2) из таблицы нормированного нормального распределения (Приложение 1 – интегральная функция нормированного нормального

распределения) по величине $z = \frac{|y_k - \bar{y}|}{\delta}$ определяется вероятность появления подозрительного результата в генеральной совокупности чисел n [59]:

$$P\left(z \cdot \delta < |y_k - \bar{y}|\right); \quad (2.31)$$

3) число ожидаемых результатов $n_{ож}$ определяется по формуле:

$$n_{ож} = n \cdot P \quad (2.32)$$

Указанные выше критерии во многих случаях оказываются «жесткими». Тогда рекомендуется пользоваться критерием грубой погрешности « k », зависящим от объема выборки n и принятой доверительной вероятности P (табл. 2.8) [60].

Табл. 2.8. Зависимость критерия грубой погрешности k от объема выборки n и доверительной вероятности P

n	$P = 95\%$	$P = 99\%$	$P = 99,73\%$
9	4,42	7,10	11,49
10	4,31	6,99	10,26
12	4,16	6,38	8,80
15	4,03	5,88	7,66
20	3,90	5,41	6,73
25	3,84	5,14	6,25
30	3,80	5,00	5,95
40	3,75	4,82	5,56
50	3,73	4,70	5,34

Для распределений, отличных от нормального, таких классов, как двух модальных кругловершинных композиций нормального и дискретного распределения с эксцессом $\varepsilon=1,5-3$; островершинных двумодальных; композиций дискретного двузначного распределения и распределения Лапласа с эксцессом $\varepsilon=1,5-6$; композиций равномерного распределения с экспоненциальным распределением эксцесса $\varepsilon=1,8-6$ и классом экспоненциальных распределений в пределах изменения эксцесса $\varepsilon=1,8-6$ граница грубой погрешности определяется величиной $\pm (t_{гр} \cdot \sigma)$ [61], где:

$$t_{гр} = 1,2 + 3,6 \cdot (1 - \gamma) \cdot \lg \frac{n}{10}, \quad (2.33)$$

где γ – контрэксцесс;

$$t_{гр} = 1,55 + 0,8 \cdot \sqrt{\varepsilon - 1} \cdot \lg \frac{n}{10}. \quad (2.34)$$

Погрешности в определении оценок δ и $t_{гр}$ являются отрицательно коррелированными, т. е. возрастание δ сопровождается уменьшением $t_{гр}$. Поэтому определение границ грубой погрешности для законов, отличных от нормального, с эксцессом $\varepsilon \leq 6$ с помощью критерия $t_{гр}$ является достаточно точным и может широко использоваться на практике [62].

Оценки $\bar{y}$, δ и ε должны вычисляться после исключения подозрительных результатов из выборки. После расчета границ грубой погрешности результаты наблюдений, оказавшиеся внутри границ, возвращаются, а ранее найденные характеристики распределения уточняются [63,64].

Для равномерного распределения за границы грубой погрешности можно принять величину $\pm 1,8 \cdot \delta$.

Таким образом, существуют различные способы выявления аномальных значений уровня ряда, выбор которых должен быть определен на основе требуемых целей исследования и специфики исходного временного ряда.

2.4. Элементы временных рядов

В практической деятельности принято полагать, что структурно-образующими элементами временного ряда являются:

- тренд $T(t)$
- сезонная компонента $S(t)$
- циклическая компонента $Z(t)$
- случайная составляющая $R(t)$ [65].

Анализ временных рядов путём разложения их на перечисленные компоненты называется декомпозицией. В общем виде функция изменения временного ряда представляет собой следующую зависимость (2.35):

$$y = f(T, S, Z, R) \quad (2.35)$$

Тренд представляет собой изменение, которое определяет общий вектор развития, то есть тенденцию ряда динамики. Тренд является систематической составляющей долговременного действия. Тренд предполагает плавное изменение уровня ряда, которое выражается устойчивой тенденцией развития определенного экономического процесса или явления во времени [66].

Зачастую в рядах динамики, описывающих экономические процессы или явления, помимо долговременных тенденций имеют место относительно регулярные колебания, то есть периодические составляющие временного ряда [67].

Если период колебаний меньше или равен году, то такие колебания являются сезонными [68]. Часто причина их появления обусловлена природно-климатическими или иными условиями. Например, колебание цен на сельскохозяйственную продукцию. В период сбора урожая цена снижается, а затем фиксируется рост, обусловленный необходимостью хранения собранной продукции. Также с использованием сезонных колебаний описывается объём потребления газа в течение года. Логично, что чем ниже температура окружающей среды, тем больше будут объёмы потребления газа. Соответственно, с конца весны и до середины осени показатели потребления будут значительно ниже, чем зимой.

Таким образом, в рассматриваемых процессах прослеживается устойчивая годовая периодичность. Иногда причины сезонных колебаний имеют социальный характер, например, увеличение закупок в предпраздничный период, увеличение платежей в конце квартала и т.д. [69].

Если период колебания составляет больше года, имеет место циклическая составляющая. Примерами могут служить инвестиционные, промышленные, демографические и иные циклы [70].

Помимо тренда и периодических составляющих, временные ряды содержат в себе нерегулярную компоненту [71]. В экономической практике принято выделять два вида факторов, под влиянием которых формируется данная компонента (рис. 2.3).



Рис. 2.3. Факторы, оказывающие влияние на формирование нерегулярной компоненты временного ряда

Факторы внезапного действия представляют собой эпидемии, стихийные бедствия и пр. Как правило, под влиянием данных факторов, возникают значительные отклонения, которые иногда носят название «катастрофические» [72].

Текущие факторы являются причиной случайных колебаний. Как правило, они обусловлены целым рядом побочных причин. Поскольку влияние каждого отдельно взятого текущего фактора является незначительным, в исследованиях воздействие данных факторов учитывается как суммарное [73, 74].

Рассмотренные в рамках данного параграфа положения позволяют сделать вывод о том, что выделяют четыре основных компонента, образующих структуру временного ряда, однако не все элементы имеют место в каждой конкретной модели.

Если ряд динамики представляется в виде суммы соответствующих компонент, то полученная модель является аддитивной [75] и записывается в следующем виде (2.36):

$$y_t = T(t) + S(t) + Z(t) + R(t) \quad (2.36)$$

Аддитивная модель применяется тогда, когда анализируемый ряд динамики имеет примерно одинаковую амплитуду колебаний в течение рассматриваемого промежутка времени (рис.2.4).

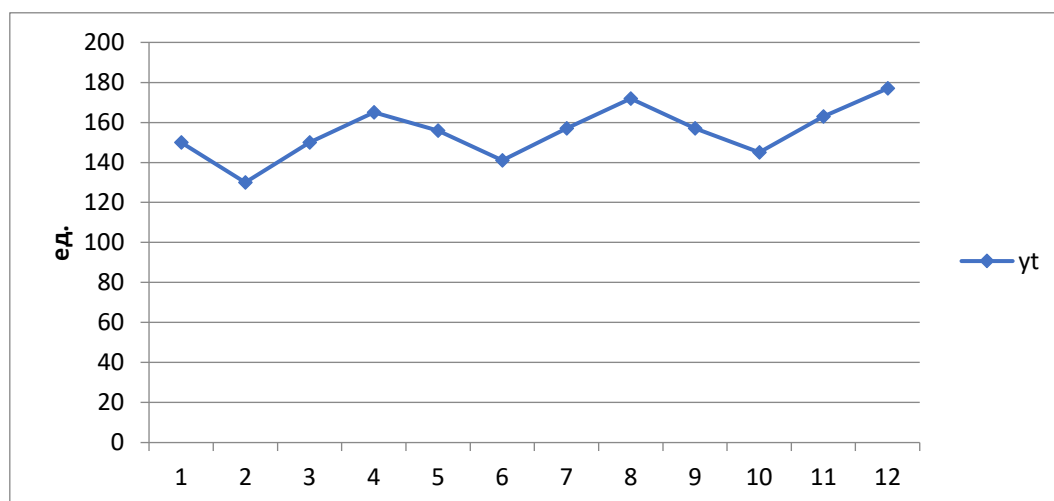


Рис.2.4. Динамика изменения временного ряда с постоянной амплитудой

В мультипликативной модели временного ряда компоненты представляют собой сомножители (2.37):

$$y_t = T(t) * S(t) * Z(t) * R(t) \quad (2.37)$$

Как правило, именно мультипликативная модель чаще всего применяется в экономических исследованиях [76].

Данный вид модели применяется в том случае, если на протяжении анализируемого промежутка времени амплитуда колебаний постоянно возрастает или уменьшается (рис. 2.5 и 2.6).

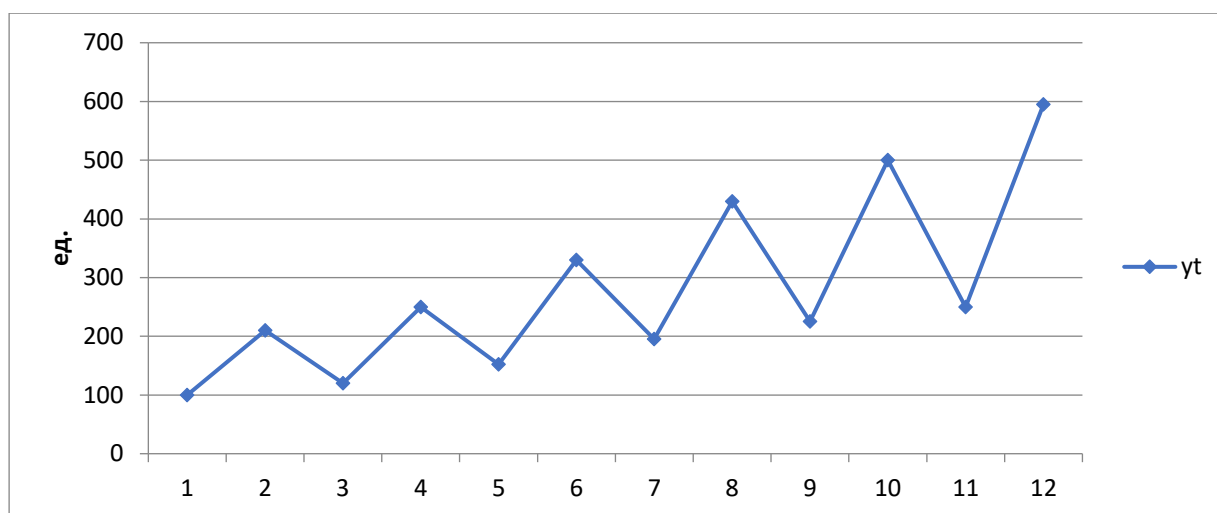


Рис. 2.5. Динамика изменения временного ряда с возрастающей амплитудой

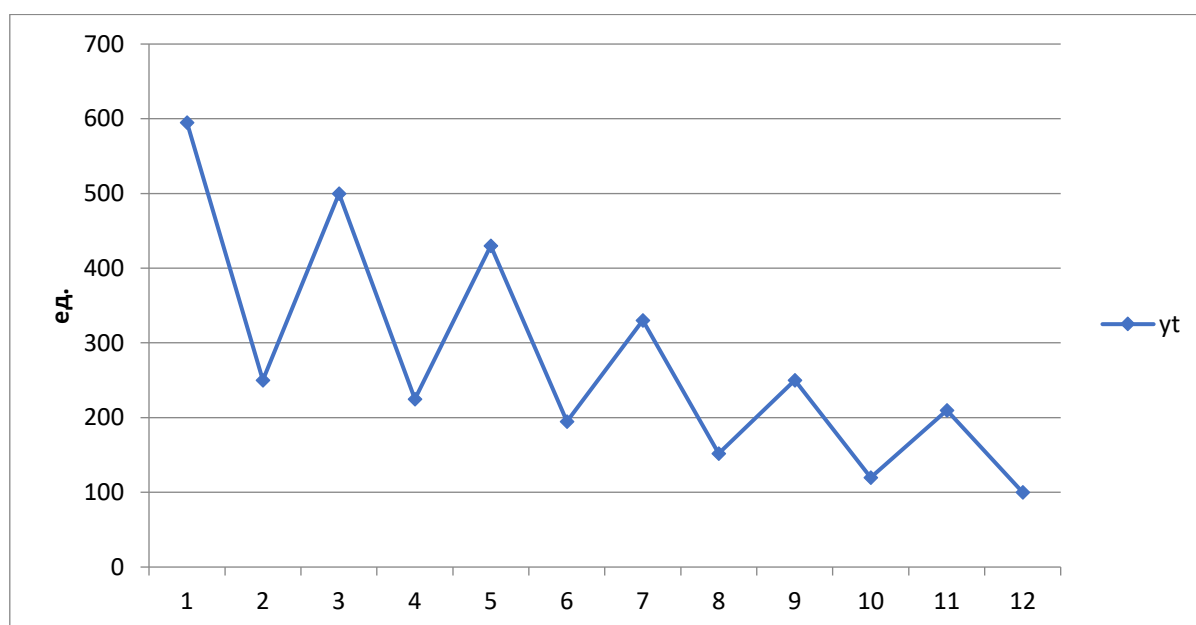


Рис. 2.6. Динамика изменения временного ряда с амплитудой, имеющей тенденцию к снижению

Смешанная модель представляет собой комбинированную модель временного ряда и записывается в следующем виде (2.38):

$$y_t = T(t) * S(t) * Z(t) + R(t) \quad (2.38)$$

При статистическом моделировании и прогнозировании следует четко понимать, какая из моделей наиболее точно описывает изменения временного ряда, с целью составления наиболее точного прогноза, учитывающего специфику рассматриваемых экономических процессов и явлений.

Контрольные вопросы

1. Что такое временной ряд?
2. Какие существуют признаки для классификации временных рядов?
3. Какие основные показатели рядов динамики выделяют в статистическом моделировании и прогнозировании?
4. Отличаются ли способы вычисления основных показателей для различных видов рядов динамики?
5. Чем отличаются понятия «темп роста» и «темп прироста»? Каковы способы вычисления данных параметров?
6. В чем состоит проблема сопоставимости динамических рядов?
7. Какие предъявляются требования к сопоставимости временных рядов?
8. Каковы признаки сопоставимости для различных динамических рядов?
9. В чем состоит сущность абсолютного способа смыкания временного ряда?
10. Перечислите основные этапы смыкания.
11. Что представляет собой относительный способ смыкания динамического ряда?
12. Что такое «аномальный уровень ряда»?
13. Что представляют собой ошибки первого и второго рода?
14. Какие методы выявления аномальных значений уровней временного ряда Вам известны?
15. В чем состоит суть метода Ирвина?
16. Для каких уровней значимости представлены табличные значения критерия Ирвина?
17. В каких случаях применяется критерий Романовского?
18. В чем состоит сущность критерия вариационного размаха?
19. Что представляет собой основу критерия Диксона?
20. Каким образом определяется специфика применения конкретных методов выявления аномальных значений временного ряда?
21. Какие факторы оказывают влияние на формирование нерегулярной компоненты временного ряда?
22. Какие особенности графика свидетельствуют о том, что представленная модель временного ряда является аддитивной?
23. В чем состоят особенности мультипликативной модели?
24. Какие элементы ряда динамики Вам известны?

Примеры решения задач

Пример 2.1

В таблице приведены данные о внутренних текущих затратах на научные исследования и разработки в Российской Федерации за период с 2000 по 2020 год в некотором регионе М:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн руб.
2000	73873,3
2001	100507,4
2002	128243,3
2003	161202,7
2004	187210,5
2005	221119,5
2006	277784,8
2007	352917,7
2008	410865
2009	461006,2
2010	489450,8
2011	568386,7
2012	655061,7
2013	699948,9
2014	795407,9
2015	854288,0
2016	873778,7
2017	950257,0
2018	960689,4
2019	1060589,7
2020	1091333,5

На основании данных таблицы, определить основные показатели временного ряда.

Решение.

Первым этапом решения представленной задачи является определение вида временного ряда. Поскольку приведены ежегодные данные, можно сделать вывод о том, что представленный временной ряд является равномерным.

В данном ряду динамики данные накапливаются за определенный промежуток времени, следовательно, он является интервальным.

Опираясь на сформулированные выводы, рассчитаем основные показатели представленного равномерного интервального ряда

Средний ряд динамики

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = \frac{1}{21} \sum_{i=1}^{21} Y_i = \frac{1}{21} * 11373922,8 = 541615,37 \text{ млн.руб.}$$

Вычисления данного параметра в Ms Excel может быть произведено с помощью функции «срзнач»:

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид							
Вставить		Шрифт		Выравнивание			
Буфер обмена		Шрифт		Выравнивание			
СУММ		=СРЗНАЧ(B2:B22)					
	A	B	C	D	E	F	G
		Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.					
1	Год						
2	2000	73873,3					
3	2001	100507,4					
4	2002	128243,3					
5	2003	161202,7155					
6	2004	187210,5					
7	2005	221119,5					
8	2006	277784,8					
9	2007	352917,7					
10	2008	410865					
11	2009	461006,2					
12	2010	489450,8					
13	2011	568386,7					
14	2012	655061,7					
15	2013	699948,9					
16	2014	795407,9					
17	2015	854288					
18	2016	873778,7					
19	2017	950257					
20	2018	960689,4372					
21	2019	1060589,717					
22	2020	1091333,5					
23	Средний уровень ряда:	=СРЗНАЧ(B2:B22)					
24							
25							

Абсолютные приросты

Вычисление базисного и цепного абсолютного прироста производилось по формулам:

$$\Delta_{i\text{базис.}} = Y_i - Y_0,$$

$$\Delta_{i\text{цепн.}} = Y_i - Y_{i-1}.$$

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Абсолютный прирост	
		Базисный	Цепной
2000	73873,3	-	-
2001	100507,4	100507,4 - 73873,3 = 26634,1	100507,4 - 73873,3 = 26634,1
2002	128243,3	128243,3 - 73873,3 = 54370	128243,3 - 100507,4 = 27735,9
2003	161202,7	161202,7 - 73873,3 = 87329,4155	161202,7 - 128243,3 = 32959,42
2004	187210,5	113337,2	26007,78
2005	221119,5	147246,2	33909
2006	277784,8	203911,5	56665,3
2007	352917,7	279044,4	75132,9
2008	410865	336991,7	57947,3
2009	461006,2	387132,9	50141,2
2010	489450,8	415577,5	28444,6
2011	568386,7	494513,4	78935,9
2012	655061,7	581188,4	86675
2013	699948,9	626075,6	44887,2
2014	795407,9	721534,6	95459
2015	854288	780414,7	58880,1
2016	873778,7	799905,4	19490,7
2017	950257	876383,7	76478,3
2018	960689,4	886816,1	10432,4
2019	1060589,7	986716,4	99900,3
2020	1091333,5	1017460,2	30743,3

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

Год	Величина внутрен- них теку- щих затрат на научные исследова- ния и раз- работки, млн. руб.	Коэффициенты роста		Темпы роста	
		Базисный	Цепной	Базисный	Цепной
2000	73873,3	$=73873,3/73873,3=1$	-	$=73873,3/73873,3*100\% = 100,00\%$	-
2001	100507,4	$=100507,4/73873,3 = 1,36$	$=100507,4/73873,3 = 1,36$	$=100507,4/73873,3*100\% = 136,05\%$	$=100507,4/73873,3*100\% = 136,05\%$
2002	128243,3	$=128243,3/73873,3 = 1,74$	$=128243,3/100507,4 = 1,28$	$=128243,3/73873,3*100\% = 173,60\%$	$=128243,3/100507,4*100\% = 127,60\%$
2003	161202,7	$=161202,7/73873,3 = 2,18$	$=161202,7/128243,3 = 1,26$	$=161202,7/73873,3*100\% = 218,22\%$	$=161202,7/128243,3*100\% = 125,70\%$
2004	187210,5	2,53	1,16	253,42%	116,13%
2005	221119,5	2,99	1,18	299,32%	118,11%
2006	277784,8	3,76	1,26	376,03%	125,63%
2007	352917,7	4,78	1,27	477,73%	127,05%
2008	410865,0	5,56	1,16	556,18%	116,42%
2009	461006,2	6,24	1,12	624,05%	112,20%
2010	489450,8	6,63	1,06	662,55%	106,17%
2011	568386,7	7,69	1,16	769,41%	116,13%
2012	655061,7	8,87	1,15	886,74%	115,25%
2013	699948,9	9,47	1,07	947,50%	106,85%
2014	795407,9	10,77	1,14	1076,72%	113,64%
2015	854288,0	11,56	1,07	1156,42%	107,40%
2016	873778,7	11,83	1,02	1182,81%	102,28%
2017	950257,0	12,86	1,09	1286,33%	108,75%
2018	960689,4	13,00	1,01	1300,46%	101,10%
2019	1060589,7	14,36	1,10	1435,69%	110,40%
2020	1091333,5	14,77	1,03	1477,30%	102,90%

Таким образом, величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки увеличивалась в течение всего анализируемого промежутка времени. Наибольший абсолютный прирост по сравнению с базисным периодом наблюдается с 2020 году.

Анализируя цепные абсолютные приросты, можно сделать вывод, что наибольший рост (на 99900,3 млн. руб.) показателя по сравнению с уровнем предыдущего периода имеет место в 2019 году.

В среднем абсолютный прирост величины внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки за весь анализируемый период с 2000 по 2020 годы составил 50843,01 млн. руб.

Коэффициенты и темпы роста

$$T_{pб} = \frac{Y_n}{Y_0} * 100\%$$

- базисный темп роста

$$T_{pц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} * 100\%$$

- цепной темп роста

$$K_{pб} = \frac{Y_n}{Y_0},$$

- базисный коэффициент роста

$$K_{pц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}$$

- цепной коэффициент роста

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид						
Σ Автосумма Недавно использовались Финансовые Логические Текстовые Дата и время Ссылки и массивы Математические Другие функции Диспетчер имен Определенные имена Присвоить имя Использовать в формуле Создать из выделенного Влияющие ячейки Зависимые ячейки Убрать стрелки Окно контрольного значения Библиотека функций						
J34						
	A	B	C	D	E	F
1			Коэффициенты роста		Темпы роста	
2	Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Базисный	Цепной	Базисный	Цепной
3	2000	73873,3	1	-	=B3/\$B\$3*100%	-
4	2001	100507,4	=B4/\$B\$3	=B4/B3	=B4/\$B\$3*100%	=B4/B3*100%
5	2002	128243,3	=B5/\$B\$3	=B5/B4	=B5/\$B\$3*100%	=B5/B4*100%
6	2003	161202,7155	=B6/\$B\$3	=B6/B5	=B6/\$B\$3*100%	=B6/B5*100%
7	2004	187210,5	=B7/\$B\$3	=B7/B6	=B7/\$B\$3*100%	=B7/B6*100%
8	2005	221119,5	=B8/\$B\$3	=B8/B7	=B8/\$B\$3*100%	=B8/B7*100%
9	2006	277784,8	=B9/\$B\$3	=B9/B8	=B9/\$B\$3*100%	=B9/B8*100%
10	2007	352917,7	=B10/\$B\$3	=B10/B9	=B10/\$B\$3*100%	=B10/B9*100%
11	2008	410865	=B11/\$B\$3	=B11/B10	=B11/\$B\$3*100%	=B11/B10*100%
12	2009	461006,2	=B12/\$B\$3	=B12/B11	=B12/\$B\$3*100%	=B12/B11*100%
13	2010	489450,8	=B13/\$B\$3	=B13/B12	=B13/\$B\$3*100%	=B13/B12*100%
14	2011	568386,7	=B14/\$B\$3	=B14/B13	=B14/\$B\$3*100%	=B14/B13*100%
15	2012	655061,7	=B15/\$B\$3	=B15/B14	=B15/\$B\$3*100%	=B15/B14*100%
16	2013	699948,9	=B16/\$B\$3	=B16/B15	=B16/\$B\$3*100%	=B16/B15*100%
17	2014	795407,9	=B17/\$B\$3	=B17/B16	=B17/\$B\$3*100%	=B17/B16*100%
18	2015	854288	=B18/\$B\$3	=B18/B17	=B18/\$B\$3*100%	=B18/B17*100%
19	2016	873778,7	=B19/\$B\$3	=B19/B18	=B19/\$B\$3*100%	=B19/B18*100%
20	2017	950257	=B20/\$B\$3	=B20/B19	=B20/\$B\$3*100%	=B20/B19*100%
21	2018	960689,4372	=B21/\$B\$3	=B21/B20	=B21/\$B\$3*100%	=B21/B20*100%
22	2019	1060589,7167	=B22/\$B\$3	=B22/B21	=B22/\$B\$3*100%	=B22/B21*100%
23	2020	1091333,5	=B23/\$B\$3	=B23/B22	=B23/\$B\$3*100%	=B23/B22*100%

Средний темп роста определяется по формуле средней геометрической:

$$\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{T_{p_{ц1}} * T_{p_{ц2}} * ... * T_{p_{цn-1}}}$$

Таким образом, для исходных данных вычисление будет следующим:

$$\overline{T_p} = \sqrt[21-1]{136,05\% * 127,6\% * 125,7\% * ... * 110,4\% * 102,9\%} = 114,41\%$$

Коэффициенты и темпы прироста

$$T_{прб} = T_{pб} - 100\% \quad \text{- базисный темп прироста}$$

$$T_{прц} = T_{pц} - 100\% \quad \text{- цепной темп прироста}$$

$$K_{прб} = K_{pб} - 1 \quad \text{- базисный коэффициент прироста}$$

$$K_{прц} = K_{pц} - 1 \quad \text{- цепной коэффициент прироста}$$

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Коэффициенты роста		Темпы роста	
		Базисный	Цепной	Базисный	Цепной
2000	73873,3	1-1=0	-	100,00% - 100,00% = 0	-
2001	100507,4	1,36-1=0,36	=1,36-1=0,36	136,05%-100% = 36%	136,05%-100% = 36%
2002	128243,3	1,74-1=0,74	1,28-1=0,28	173,60%-100% = 73,6%	127,60%-100% = 27,6%
2003	161202,7	2,18-1=1,18	1,26-1=0,26	218,22%-100% = 118,22%	125,70%-100% = 25,7%
2004	187210,5	1,53	0,16	153,42%	16,13%
2005	221119,5	1,99	0,18	199,32%	18,11%
2006	277784,8	2,76	0,26	276,03%	25,63%

2007	352917,7	3,78	0,27	377,73%	27,05%
2008	410865,0	4,56	0,16	456,18%	16,42%
2009	461006,2	5,24	0,12	524,05%	12,20%
2010	489450,8	5,63	0,06	562,55%	06,17%
2011	568386,7	6,69	0,16	669,41%	16,13%
2012	655061,7	7,87	0,15	786,74%	15,25%
2013	699948,9	8,47	0,07	847,50%	06,85%
2014	795407,9	9,77	0,14	976,72%	13,64%
2015	854288,0	10,56	0,07	1056,42%	7,40%
2016	873778,7	10,83	0,02	1082,81%	2,28%
2017	950257,0	11,86	0,09	1086,33%	8,75%
2018	960689,4	12,00	0,01	1200,46%	1,10%
2019	1060589,7	13,36	0,10	1335,69%	10,40%
2020	1091333,5	13,77	0,03	1377,30%	2,90%

Средний темп прироста определяется по формуле:

$$\overline{T_{\text{пр}}} = T_{\text{р}} - 100\% = 114,41 - 100\% = 14,41\%$$

Таким образом, в течение рассматриваемого временного интервала темп роста составляет свыше 100%, что свидетельствует о постоянном увеличении значения показателя как по сравнению с базисным периодом, так и об увеличении каждого последующего значения временного ряда по сравнению с предыдущим.

Максимальный темп прироста по сравнению с начальным значением ряда наблюдается в 2020 году. Анализ цепных приростов позволяет сделать вывод о том, что наибольшее изменение величины внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки (на 10,4%) наблюдается в 2019 году по сравнению с 2018 годом.

В среднем темп роста внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки составляет 114,41%, а темп прироста 14,41%.

Абсолютное значение одного процента прироста определим по формуле:

$$|A| = \frac{\Delta_{\text{цепн}}}{T_{\text{пр ц}}}$$

Для вычислений воспользуемся таблицей, содержащей необходимые данные для расчета:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Абсолютный цепной прирост, млн. руб.	Цепной тест прироста	Абсолютное значение одного процента прироста, млн. руб.
2000	73873,3	-	-	-
2001	100507,4	26634,1	36,05%	26634,1/36,05 =738,81
2002	128243,3	27735,9	27,60%	27735,9/27,60 =769,37
2003	161202,7	32959,4	25,70%	32959,4/25,70 = 914,27
2004	187210,5	26007,8	16,13%	721,44
2005	221119,5	33909,0	18,11%	940,61
2006	277784,8	56665,3	25,63%	1571,85
2007	352917,7	75132,9	27,05%	2084,13
2008	410865,0	57947,3	16,42%	1607,41
2009	461006,2	50141,2	12,20%	1390,88
2010	489450,8	28444,6	6,17%	789,03
2011	568386,7	78935,9	16,13%	2189,62
2012	655061,7	86675,0	15,25%	2404,30
2013	699948,9	44887,2	6,85%	1245,14
2014	795407,9	95459,0	13,64%	2647,96
2015	854288,0	58880,1	7,40%	1633,29
2016	873778,7	19490,7	2,28%	540,66
2017	950257,0	76478,3	8,75%	2121,45
2018	960689,4	10432,4	1,10%	289,39
2019	1060589,7	99900,3	10,40%	2771,16
2020	1091333,5	30743,8	2,90%	852,81

Наибольшее абсолютное значение, соответствующее процентному приросту, наблюдается в 2019 году и составляет 2771,16 млн. руб. Наименьшее значение показателя имеет место 2018 году: абсолютное значение, которое соответствует процентному приросту величины внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки по сравнению с 2017 годом, в данном периоде составляет 289.39 млн. руб.

Пример 2.2.

Имеются данные о численности населения Белгородской, Брянской и Владимирской областей на конец года:

	Численность населения, тыс. чел.		
	Белгородская область	Брянская область	Владимирская область
2000	1507,0	1407,9	1558,0
2001	1508,1	1391,4	1539,2
2002	1511,9	1375,0	1520,1
2003	1513,9	1360,2	1509,6
2004	1511,7	1344,1	1497,6
2005	1511,7	1327,7	1486,5
2006	1514,2	1312,7	1475,9
2007	1520,1	1303,3	1466,8
2008	1526,3	1294,3	1457,9
2009	1531,8	1286,5	1449,8
2010	1532,4	1275,3	1441,1
2011	1536,1	1264,4	1431,9
2012	1541,0	1253,6	1421,7
2013	1544,1	1242,6	1413,3
2014	1547,9	1233,0	1405,6
2015	1550,1	1225,8	1397,2
2016	1552,9	1220,5	1389,6
2017	1549,9	1211,0	1378,3
2018	1547,4	1200,2	1365,8
2019	1549,2	1192,5	1358,4
2020	1541,3	1182,7	1342,1

На основании данных таблицы рассчитайте средний уровень временного ряда для каждого из представленных субъектов Российской Федерации, сформулируйте выводы.

Решение.

Поскольку временной ряд, характеризующий изменение численности населения, рассчитывается на конец года, то есть в конкретный момент времени, можно сделать вывод о том, что совокупность значений ряда образует моментный временной ряд. Значения приведены ежегодные, следовательно, представленные ряды являются равномерными

Таким образом, для расчета среднего уровня ряда динамики необходимо применить формулу:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{n-1} + \frac{Y_n}{2} \right)$$

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

	A	B	C	D
1		Численность населения, тыс. чел.		
2		Белгородская область	Брянская область	Владимирская область
3	2000	1507	1407,9	1558
4	2001	1508,1	1391,4	1539,2
5	2002	1511,9	1375	1520,1
6	2003	1513,9	1360,2	1509,6
7	2004	1511,7	1344,1	1497,6
8	2005	1511,7	1327,7	1486,5
9	2006	1514,2	1312,7	1475,9
10	2007	1520,1	1303,3	1466,8
11	2008	1526,3	1294,3	1457,9
12	2009	1531,8	1286,5	1449,8
13	2010	1532,4	1275,3	1441,1
14	2011	1536,1	1264,4	1431,9
15	2012	1541	1253,6	1421,7
16	2013	1544,1	1242,6	1413,3
17	2014	1547,9	1233	1405,6
18	2015	1550,1	1225,8	1397,2
19	2016	1552,9	1220,5	1389,6
20	2017	1549,9	1211	1378,3
21	2018	1547,4	1200,2	1365,8
22	2019	1549,2	1192,5	1358,4
23	2020	1541,3	1182,7	1342,1
24	Средний уровень ряда	=1/(СЧЁТ(\$A\$3:\$A\$23)-1)*(B3/2+С/ММ(B4:B22)+B23/2)	=1/(СЧЁТ(\$A\$3:\$A\$23)-1)*(C3/2+С/ММ(C4:C22)+C23/2)	=1/(СЧЁТ(\$A\$3:\$A\$23)-1)*(D3/2+С/ММ(D4:D22)+D23/2)

В результате вычислений было выявлено, что среднее значение численности населения за период с 2000 по 2020 год в Белгородской области составило 1531,24 тыс.чел., в Брянской области 1280, 47 тыс. чел, во Владимирской области 1442,82 тыс. чел.

Таким образом, становится очевидным, что наибольшее среднее значение уровня временного ряда среди данных субъектов наблюдается в Белгородской области, а наименьшее – в Брянской области.

Пример 2.3

В таблице приведены данные о количестве малых предприятий в Российской Федерации:

	1999	2000	2001	2002	2003
Число малых предприятий (по старой методологии)	54	89	125	-	-
Число малых предприятий (по новой методологии)	-	-	90	138	169

На основании представленных данных провести процедуру смыкания абсолютным и относительным способом.

Решение.

Произведем смыкание двух динамических рядов в один. Для реализации абсолютного способа выполним следующие действия:

1. По данным за 2001 г. рассчитаем коэффициент пересчета - соотношение величин, вычисленных по новой и старой методологии:

$$k = 90/125 = 0,72$$

2. Данные за 1999 г. и 2000 г. переведем в вид, соответствующий новой методологии расчета, для чего умножим показатели этих лет на полученный коэффициент пересчета. Таким образом, временной ряд после процедуры смыкания примет следующий вид:

	1999	2000	2001	2002	2003
Сомкнутый динамический ряд (с использованием абсолютного способа смыкания)	= 0,72*54 = 39	=0,72*89 = 64	90	138	169

Для реализации относительного способа выполним следующие действия:

1. Год, в котором произошли методологические изменения, примем за 100 % (в данном примере 2001)
2. Остальные уровни пересчитаем в процентах к нему: для уровней, исчисленных по старой методологии, в качестве базы сравнения выступают значение показателя в 2001 г., определенное по старой методологии (это - 125), для уровней, рассчитанных по новой методологии, - значение показателя в 2001 г., исчисленное по новой методологии (это - 90).

Расчеты и результаты вычислений с использованием относительного способа смыкания приведены в таблице:

	1999	2000	2001	2002	2003
Сомкнутый динамический ряд	54/125 * 100% ≈ 43%	89/125 * 100% ≈ 71%	100%	138/90 * 100% ≈ 153%	169/90 * 100 % ≈ 188%

Таким образом, для смыкания временных рядов можно использовать абсолютный и относительный способ. Применение конкретного метода должно осуществляться с учетом конкретных исследовательских задач.

Пример 2.4.

В таблице приведены данные ряда динамики по некоторому наблюдению:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	4,88
2	4,69
3	4,79
4	4,84
5	4,69
6	4,88
7	4,91
8	4,65
9	4,89
10	5,75

Последнее наблюдение ставится под сомнение. Произвести обработку результатов измерений по обнаружению грубых погрешностей, используя статистический критерий Романовского. Уровень значимости принять равным 0,99.

Решение.

Число наблюдений составляет менее 20, таким образом, применение критерия Романовского для данного временного ряда представляется возможным.

Проверка по критерию Романовского предполагает определение всех характеристик без учета подозрительного результата.

Таким образом, вычислим значение параметра $\bar{y}$:

$$\bar{y} = \frac{4,88 + 4,69 + 4,79 + 4,84 + 4,69 + 4,88 + 4,91 + 4,65 + 4,89}{9} = 4,8$$

Для нахождения δ_y воспользуемся вспомогательной таблицей:

Исходное значение	Отклонение от среднего	Квадраты отклонений
4,88	0,08	0,01
4,69	-0,11	0,01
4,79	-0,01	0,00
4,84	0,04	0,00
4,69	-0,11	0,01
4,88	0,08	0,01
4,91	0,11	0,01
4,65	-0,15	0,02
4,89	0,09	0,01

Тогда δ_y составит:

$$\delta_y = \sqrt{\frac{1,02}{9-1}} = 0,36$$

Найдем значение параметра β_t :

$$\beta_t = \frac{|5,75 - 4,8|}{0,36} = 2,66$$

При заданных условиях $\beta_q = 2,62$.

Так как $\beta_t \geq \beta_q$ ($2,66 > 2,62$), то значение уровня ряда считается промахом и отбрасывается. Таким образом, последний результат измерения необходимо не учитывать.

Пример 2.5.

Временной ряд задан в табличной форме:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	1,6
2	1,9
3	2,1
4	2,4
5	4,5
6	2,8
7	3,1
8	3,3
9	3,6
10	3,8

С помощью метода Ирвина проверить наличие аномальных значений во втором и пятом наблюдении.

Решение.

Вычислим среднее значение временного ряда:

$$\bar{y} = \frac{1,6 + 1,9 + 2,1 + 2,4 + 4,5 + 2,8 + 3,1 + 3,3 + 3,6 + 3,8}{10} = 2,91$$

Для нахождения δ_y воспользуемся вспомогательной таблицей:

Исходное значение	Отклонение от среднего	Квадраты отклонений
1,6	-1,31	1,7161
1,9	-1,01	1,0201
2,1	-0,81	0,6561
2,4	-0,51	0,2601
4,5	1,59	2,5281
2,8	-0,11	0,0121
3,1	0,19	0,0361
3,3	0,39	0,1521
3,6	0,69	0,4761

Тогда δ_y составит:

$$\delta_y = \sqrt{\frac{7,649}{10-1}} = 0,92$$

Исследуем на аномальные значения точки $t = 2$ и $t = 5$:

Найдем значение параметра λ_2 :

$$\lambda_2 = \frac{|1,9 - 1,6|}{0,92} = 0,33$$

Найдем значение параметра λ_5 :

$$\lambda_5 = \frac{|4,5 - 2,4|}{0,92} = 2,28$$

Так как $\lambda_2 = 0,33$, а значение $\lambda_\alpha = 1,5$ (при уровне значимости 95% и $t=10$) , можно сделать вывод о том, что для $t=2$ значение уровня 1,9 является нормальным ($0,33 < 1,5$).

Так как $\lambda_5 = 2,28$, а значение $\lambda_\alpha = 1,5$ (при уровне значимости 95% и $t=10$) , можно сделать вывод о том, что для $t=5$ значение уровня 1,9 является аномальным ($2,28 > 1,5$).

Пример 2.6.

Временной ряд задан в табличной форме:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	36
2	65
3	40
4	41,5
5	42,5
6	51
7	44
8	46,5
9	38
10	33

Провести проверку на наличие грубых ошибок по критерию Диксона при доверительной вероятности 0,95, если известно, что распределение показателя соответствует нормальному.

Решение.

Предварительно упорядочим временной ряд по возрастанию. Тогда отсортированный ряд примет следующий вид:

Уровень ряда	Значение
1	33
2	36
3	38
4	40
5	41,5
6	42,5
7	44
8	46,5
9	51
10	65

В вариационном ряду выглядит сомнительно наибольшее значение ряда 65. Тогда для одного одностороннего выброса найдем коэффициент Диксона:

$$r = \frac{65 - 51}{65 - 36} = 0,38$$

Вычисленное значение коэффициента Диксона сравним с табличным значением. Для заданного объема выборки ($n=10$) r_q составляет 0,477

Так как $r < r_q$, нулевая гипотеза об отсутствии грубой погрешности выполняется, следовательно, результат наблюдения 65 является нормальным.

Пример 2.7.

Временной ряд задан в табличной форме:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	3,42
2	3,43
3	3,44
4	3,45
5	3,46
6	3,47
7	4,21

Провести проверку седьмого наблюдения по критерию Райта и правилу «трех сигм».

Решение.

Вычислим среднее значение временного ряда без учета подозрительного результата:

$$\bar{y} = \frac{3,42 + 3,43 + 3,44 + 3,45 + 3,46 + 3,47 + 4,21}{7} = 3,55$$

Для нахождения δ_y воспользуемся вспомогательной таблицей:

Исходное значение	Отклонение от среднего	Квадраты отклонений
3,42	-0,02	0,0006
3,43	-0,01	0,0002
3,44	0,00	0,0000
3,45	0,01	0,0000
3,46	0,02	0,0002
3,47	0,03	0,0006
4,21	0,66	0,4300

Тогда δ_y составит:

$$\delta_y = \sqrt{\frac{0,5034}{7-1}} = 0,29$$

Согласно правилу «трех сигм», сравним подозрительное значение с утроенным значением δ_y :

$$|4,21 - 3,55| < 3 * 0,29$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что седьмое наблюдение является нормальным.

Согласно критерию Райта, подозрительное значение для семи наблюдений сравнивается со значением $4 * \delta_y$:

$$|4,21 - 3,45| < 4 * 0,29$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что по критерию Райта седьмое наблюдение также признается нормальным.

Пример 2.8

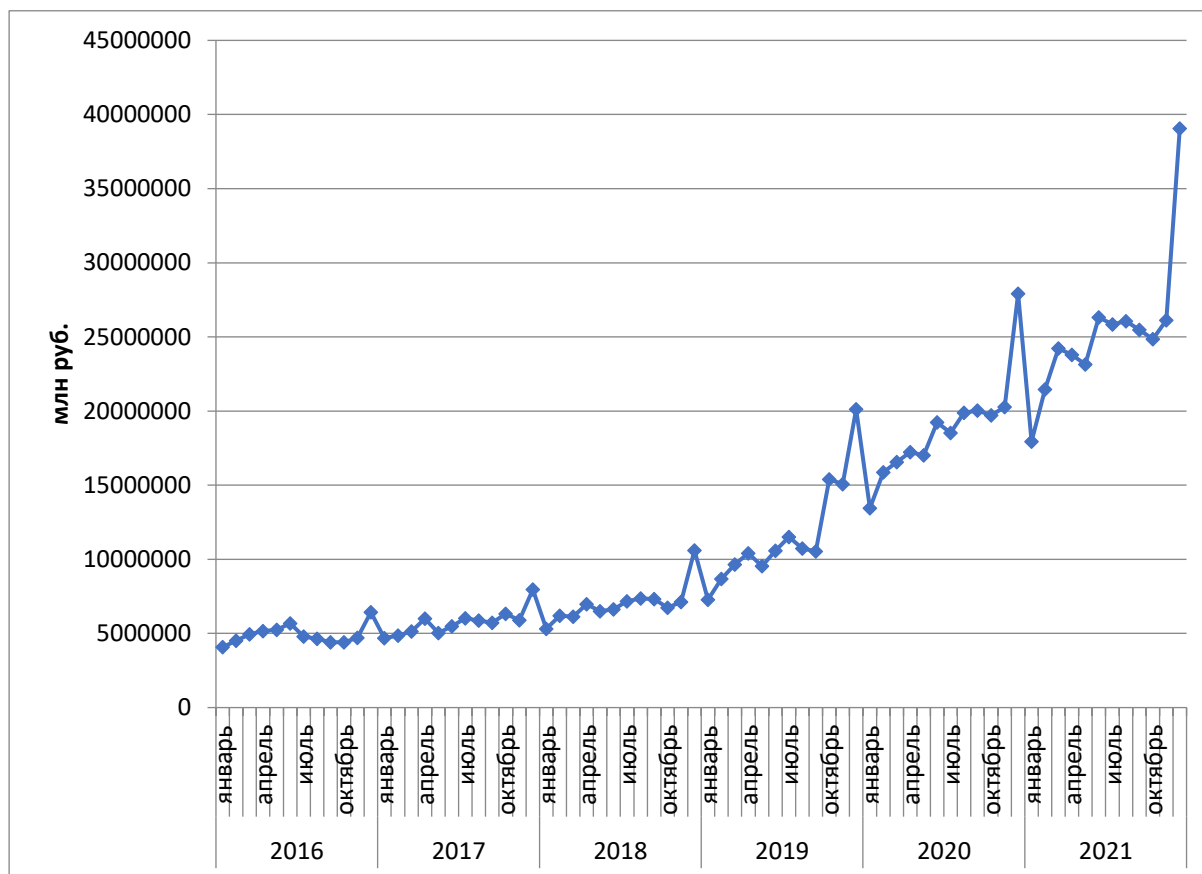
Имеются данные о значении признака в некотором регионе:

Год	Месяц	Значение, млн руб.	Год	Месяц	Значение, млн руб.
2016	январь	4071000	2019	январь	7273000
	февраль	4519000		февраль	8687000
	март	4953000		март	9652000
	апрель	5169000		апрель	10412000
	май	5238000		май	9543000
	июнь	5677000		июнь	10585000
	июль	4797000		июль	11500000
	август	4637000		август	10720000
	сентябрь	4397000		сентябрь	10530000
	октябрь	4412000		октябрь	15399000
	ноябрь	4703000		ноябрь	15073000
	декабрь	5437000		декабрь	20130000
2017	январь	4681000	2020	январь	13453000
	февраль	4866000		февраль	15870000
	март	5144000		март	16552000
	апрель	6010000		апрель	17230000
	май	5034000		май	17015000
	июнь	5489000		июнь	19239000
	июль	6015000		июль	18526000
	август	5866000		август	19876000
	сентябрь	5713000		сентябрь	20033000
	октябрь	6323000		октябрь	19716000
	ноябрь	5897000		ноябрь	20270000
	декабрь	7963000		декабрь	27927000
2018	январь	5302000	2021	январь	17932000
	февраль	6200000		февраль	21469000
	март	6123000		март	24223000
	апрель	6978000		апрель	23803000
	май	6499000		май	23154000
	июнь	6632000		июнь	26328000
	июль	7160000		июль	25841000
	август	7360000		август	26067000
	сентябрь	7317000		сентябрь	25475000
	октябрь	6741000		октябрь	24856000
	ноябрь	7129000		ноябрь	26118000
	декабрь	10599000		декабрь	39065000

На основании данных таблицы проведите графический анализ временного ряда, сформулируйте выводы.

Решение

С помощью Ms Excel построим график зависимости региональных значений от времени (Вставка – Диаграммы-График):



По графику видно, что динамический ряд имеет периодические колебания, интервал между которыми составляет 12 месяцев, то есть один год. В каждом году также имеют место менее заметные колебания, повторяющиеся с определенной периодичностью. Таким образом, можно сделать вывод о том, что подобные колебания связаны с сезонностью изменения признака.

Также по графику видно, что для представленного временного ряда амплитуда колебаний постоянно увеличивается. Таким образом, для описания данного ряда динамики, характеризующего изменение признака, целесообразно использовать мультипликативную модель. Применение данного типа модели позволит максимально точно описать динамические изменения ряда и спрогнозировать значение признака в краткосрочной перспективе.

Глава 3. ТРЕНДЫ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ

3.1. Критерии проверки гипотезы о существовании тренда

Начальным этапом решения задачи анализа и прогнозирования временных рядов является исследование графика изменения исследуемого показателя. Современные программные средства позволяют решить данную задачу быстро и максимально точно.

В результате графического отображения временного ряда присутствие тренда не всегда является очевидным. В таком случае для выявления тенденции и определения тренда проводят дополнительный анализ, направленный на подтверждение или опровержение утверждения о существовании тренда.

Сущность основных подходов к решению данной задачи заключается в статистической проверке гипотез [77]. Критерии выявления элементов ряда основываются на проверке гипотезы о случайности ряда, то есть (3.1):

$$H_0 : My(t) = a = \text{const} \quad (3.1)$$

Наиболее часто используемые методы проверки гипотезы о наличии тренда приставлены на рис. 3.1.



Рис.3.1. Основные методы проверки гипотезы о наличии тренда

Расчет критерия серий, основанного на медиане выборки, предполагает выполнение следующих шагов.

Предварительным этапом расчета является преобразование исходного ряда $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ в ранжированный по возрастанию вариационный ряд $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$, где Y_1 - наименьшее значение среди исходного ряда.

На первом шаге определяется медиана данного ранжированного ряда. В случае нечетного значения ряда n ($n = 2m + 1$) медиана определяется как соответствующее срединное значение уровня, в противном случае (т.е. при $n = 2m$) медиана рассчитывается как среднее арифметическое срединных значений временного ряда [78].

На втором шаге образуется последовательность δ_i из плюсов и минусов по правилу, выраженному следующей системой (3.2):

$$\delta_i = \begin{cases} +, & \text{если } y_t > Me, t = 1, 2, \dots, n \\ -, & \text{если } y_t < Me, t = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (3.2)$$

Если же значение уровня Y_t равно медиане, то данное значение пропускается. Очевидно, что общее число знаков плюс и минус заранее не известно, поэтому индекс i может принимать значения от 1 до k , причем $k < n$.

Далее определяется число серий в совокупности $V(n)$. Серия представляет собой последовательность подряд идущих плюсов или минусов, даже в том случае если число членов последовательности единично, то есть имеет место только один плюс или минус.

Затем определяется последовательность самой длинной серии $\tau_{\max}(n)$

Сущность проверка гипотезы с использованием данного критерия состоит в следующем: если у временного ряда отсутствует систематическая составляющая, то есть динамический ряд является случайным, протяженность самой длинной серии $\tau_{\max}(n)$ не должна быть слишком большой, а общее число серий $V(n)$ не должно быть слишком маленьким.

Для того, чтобы гипотеза о случайности ряда не была отвергнута, необходимо выполнение следующей системы неравенств (3.3):

$$\begin{cases} v(n) > \left[\frac{1}{2} (n+1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right] \\ \tau_{\max}(n) < [3,3(\lg n + 1)] \end{cases} \quad (3.3)$$

Таким образом, если хотя бы одно из неравенств нарушается, гипотеза о наличии тренда принимается с вероятностью 95%.

Квадратные скобки в системе неравенств означают целую часть числа. При этом целой частью числа A называется целое число, ближайшее к A , но не превосходящее его.

Как и метод проверки гипотезы, основанный на медиане выборки, **критерий восходящих и нисходящих серий** предполагает образование последовательности из плюсов и минусов, однако подход к образованию серий при использовании данного метода иной [79].

Вспомогательная последовательность для динамического ряда $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ определяется, исходя из следующих условий (3.4):

$$\delta_i = \begin{cases} +, & \text{если } y_{t+1} - y_t > 0, \quad t = 1, 2, \dots, n \\ -, & \text{если } y_{t+1} - y_t < 0, \quad t = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (3.4)$$

Если два соседних уровня ряда одинаковые, учитывается только одно значение временного ряда. Таким образом, элементы последовательности принимают знак «+» в том случае, если последующее значение временного ряда больше предыдущего, и «-», если предыдущее значение временного ряда больше последующего.

Как и при использовании критерия, основанного на медиане выборки, общее число знаков «+» и «-» также заранее неизвестно. Индекс i может принимать значения от 1 до k , причем $k < n-1$

Аналогично рассмотренному выше варианту расчета критерия, осуществляется подсчет общего числа серий $v(n)$ и протяженность самой длинной серии $\tau_{\max}(n)$. Серия, состоящая из плюсов, является возрастающей (восходящей), а из минусов – убывающей (нисходящей).

При уровне значимости $\alpha \in [0,05; 0,0975]$ гипотеза об отсутствии тренда принимается в случае, если выполняется следующая система неравенств (3.5):

$$\begin{cases} v(n) > \left[\frac{1}{3}(2n-1) - 1,96 \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right] \\ \tau_{\max}(n) < \tau_0(n) \end{cases} \quad (3.5)$$

где $\tau_0(n)$ - табличное значение, зависящее от длины ряда динамики (табл. 3.1).

Табл. 3.1. Значение $\tau_0(n)$, применяемое для расчета критерия восходящих и нисходящих серий

Длина ряда динамики (n)	Значение $\tau_0(n)$
$n \leq 26$	5
$26 < n \leq 153$	6
$153 < n \leq 170$	7

Если нарушается хотя бы одно из представленных условий, гипотеза о наличии тренда принимается с вероятностью 95%.

Критерий Аббе [80] (критерий квадратов последовательных разностей) для проверки стохастической независимости предполагает расчет величины (3.6):

$$\gamma(n) = \frac{q^2(n)}{s'^2(n)} \quad (3.6)$$

где

$$q^2(n) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (y_{i+1} - y_i)^2,$$

$$s'^2(n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

Для того, чтобы гипотеза о стохастической независимости уровней временного ряда отвергалась, необходимо выполнение следующего условия (3.7)

$$\gamma(n) \leq \gamma_{\alpha}^{\min}(n) \quad (3.7)$$

Если число уровней ряда составляет более 60, величина $\gamma_{\alpha}^{\min}(n)$ находится по формуле (3.8):

$$\gamma_{\alpha}^{\min}(n) = 1 + \frac{u_{\alpha}}{\sqrt{n + 0,5(1 + u_{\alpha}^2)}}, \quad (3.8)$$

где u_{α} - α -квантиль нормированного нормального распределения.

Величина $\gamma_{\alpha}^{\min}(n)$ для $n \leq 60$ может быть определена на основе уже существующих статистических расчетов. В табл. 3.2. приведены значения $\gamma_{\alpha}^{\min}(n)$ для различных уровней значимости при $n \in [4; 20]$

Табл. 3.2. Значение $\gamma_{\alpha}^{\min}(n)$, применяемое для расчета критерия Аббе

Длина ряда динамики (n)	$\gamma_{\alpha}^{\min}(n)$		
	$\alpha = 0,001$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$
4	0,295	0,313	0,390
5	0,208	0,269	0,410
6	0,182	0,281	0,445
7	0,185	0,307	0,468
8	0,202	0,331	0,491
9	0,221	0,354	0,512
10	0,241	0,376	0,531
11	0,260	0,396	0,548
12	0,278	0,414	0,564
13	0,295	0,431	0,578
14	0,311	0,447	0,591
15	0,327	0,461	0,603
16	0,341	0,474	0,614
17	0,355	0,487	0,624
18	0,368	0,499	0,633
19	0,381	0,510	0,642
20	0,393	0,520	0,650

Определение наличия тренда в исходном временном ряду **методом проверки разностей средних уровней** предполагает выполнение четырёх основных этапов [81].

На первом этапе исходный временной ряд $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ разбивается на две примерно равные по числу уровней части: в первой части – n_1 первых уровней исходного ряда, во второй – n_2 остальных уровней. Общее число уровней n равно сумме уровней n_1 и n_2 .

На втором этапе для каждой из этих частей вычисляются средние значения и дисперсии (3.9):

$$\begin{aligned}
\bar{y}_1 &= \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1}; \\
S_1^2 &= \frac{\sum_{t=1}^{n_1} (y_t - \bar{y}_1)^2}{n_1 - 1} \\
\bar{y}_2 &= \frac{\sum_{t=n_1+1}^n y_t}{n_2}; \\
S_2^2 &= \frac{\sum_{t=1}^{n_1} (y_t - \bar{y}_2)^2}{n_2 - 1}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

На третьем этапе осуществляется проверка однородности дисперсий обеих частей ряда с помощью F-критерия Фишера (3.10):

$$F = \begin{cases} S_1^2/S_2^2, & \text{если } S_1^2 > S_2^2 \\ S_2^2/S_1^2, & \text{если } S_1^2 < S_2^2 \end{cases} \tag{3.10}$$

Сущность данной проверки заключается в сравнении расчетного значения этого критерия с табличным (критическим) значением критерия Фишера F_q с заданным уровнем значимости q (приложение 2). В качестве q чаще всего берут значения 0,1 (десятипроцентная ошибка), 0,05 (пятипроцентная ошибка), 0,01 (однопроцентная ошибка). Величина $P = 1 - q$ называется доверительной вероятностью

Если расчетное значение F меньше табличного F_q , то гипотеза о равенстве дисперсий принимается и переходят к четвертому этапу. Если F больше или равно F_q , гипотеза о равенстве дисперсий отклоняется и делается вывод, что данный метод для определения наличия тренда ответа не дает.

На четвертом этапе осуществляется проверка гипотезы об отсутствии тренда с использованием t -критерия Стьюдента.

Для этого определяется расчетное значение критерия Стьюдента по формуле (3.11):

$$t = \frac{|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|}{\bar{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \tag{3.11}$$

где $\bar{S}$ – среднеквадратическое отклонение разности средних (3.12):

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad (3.12)$$

Если расчетное значение t меньше табличного значения статистики Стьюдента t_q с заданным уровнем значимости q , гипотеза принимается, т.е. тренда нет, в противном случае тренд есть (приложение 3).

Число степеней свободы i для определения табличного значения t_q находится по формуле (3.13):

$$i = n_1 + n_2 - 2 \quad (3.13)$$

Применение метода проверки разностей средних уровней возможно только для рядов динамики с монотонной тенденцией.

Метод Фостера-Стюарта обладает относительно широкими возможностями практического применения. Помимо тренда самого временного ряда, с помощью данного метода можно установить наличие тренда дисперсии временного ряда: если тренда дисперсии нет, то разброс уровней ряда является постоянным; если дисперсия увеличивается, то ряд "раскачивается" и т.д.

Реализация данного метода предполагает выполнение четырех основных этапов [82].

На первом этапе осуществляется сравнение каждого уровня исходного временного ряда, начиная со второго уровня, со всеми предыдущими, при этом определяются две числовые последовательности (3.14):

$$\begin{aligned} k_t &= \begin{cases} 1, & \text{если } u_t \text{ больше всех предыдущих уровней} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \\ l_t &= \begin{cases} 1, & \text{если } u_t \text{ меньше всех предыдущих уровней} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.14)$$

На втором этапе вычисляются величины S и D , характеризующие изменения среднего значения и дисперсии временного ряда (3.15 и 3.16):

$$S = \sum_{t=2}^n k_t + l_t \quad (3.15)$$

$$D = \sum_{t=2}^n k_t - l_t. \quad (3.16)$$

Величина S характеризует изменение дисперсии временного ряда и может принимать значения от 0 до $n-1$ (когда ряд монотонно изменяется).

Величина D характеризует изменение среднего значения временного ряда и изменяется от $1-n$ (когда ряд монотонно убывает) до $n-1$ (когда ряд монотонно возрастает). Величины S и D являются случайными с математическим ожиданием равным μ для значения S и равным 0 для значения D .

На третьем этапе осуществляется проверка гипотезы о случайности отклонения величин s и d от их математических ожиданий с помощью t -критерия Стьюдента (3.17):

$$\begin{aligned} t_s &= \frac{|S - \mu|}{\sigma_1}, \\ t_D &= \frac{|D - 0|}{\sigma_2}, \\ \sigma_1 &= \sqrt{2 * \ln(n) - 3,4253}, \\ \sigma_2 &= \sqrt{2 * \ln(n) - 0,8456}, \\ \mu &= \sigma_2^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

где μ - оценка математического ожидания величины S для случайного временного ряда;

σ_1 – оценка среднеквадратического отклонения S для случайного временного ряда;

σ_2 – оценка среднеквадратического отклонения D для случайного временного ряда

Формулы для нахождения σ_1 и σ_2 следует применять в случае, если число уровней временного ряда составляет более 50 элементов, в противном случае целесообразно применять готовые статистические таблицы (табл. 3.3.)

Табл. 3.3. Значения σ_1 и σ_2 для проверки гипотезы о существовании тренда методом Фостера-Стюарта

n	σ_1	σ_2
10	1,288	1,964
15	1,512	2,152
20	1,677	2,279
25	1,791	2,373
30	1,882	2,447
35	1,956	2,509
40	2,019	2,561
45	2,072	2,606
50	2,121	2,645

На четвертом этапе происходит сравнение найденных параметров t_s и t_D с табличным значением t_q . Если табличное значение больше расчетного, можно сделать вывод о том, что тренд отсутствует: например, если $t_s > t_q$, а $t_D < t_q$, то тренд дисперсии есть, а тренда временного ряда нет [83].

3.2. Основные типы тенденций и уравнений тренда

В данном параграфе рассматриваются далеко не все известные в математике линии и их уравнения, а лишь набор их сравнительно простых форм, которых достаточно для отображения и анализа большинства встречающихся на практике тенденций временных рядов. При этом желательно всегда выбирать из нескольких типов линий, достаточно близко выражающих тенденцию, более простую линию. Данный принцип обоснован тем, что чем сложнее уравнение линии тренда, чем большее число параметров оно содержит, тем при равной степени приближения труднее дать надежную оценку этих параметров по ограниченному числу уровней ряда и тем больше ошибка оценки этих параметров, ошибки прогнозируемых уровней [84].

Прямолинейный тренд и его свойства. Самым простым типом линии тренда является прямая линия, описываемая линейным (т.е. первой степени) уравнением тренда (3.18):

$$\hat{y}_i = a + b * t_i, \quad (3.18)$$

где $\hat{y}_i$ - выравненные, т.е. лишенные колебаний, уровни тренда для лет с номером i ;

a - свободный член уравнения, численно равный среднему выравненному уровню для момента или периода времени, принятого за начало отсчета, т.е. для $t_i = 0$;

b - средняя величина изменения уровней ряда за единицу изменения времени;

t_i - номера моментов или периодов времени, к которым относятся уровни временного ряда (год, квартал, месяц, дата).

Среднее изменение уровней ряда за единицу времени - главный параметр и константа прямолинейного тренда. Следовательно, этот тип тренда подходит для отображения тенденции примерно равномерных изменений уровней: равных в среднем абсолютных приростов или абсолютных сокращений уровней за равные промежутки времени. Практика показывает, что такой характер динамики встречается достаточно часто. Причина близких к равномерным абсолютным изменениям уровней ряда состоит в следующем: многие явления, как, например, урожайность сельскохозяйственных культур, численность населения региона, города, сумма дохода населения, среднее потребление какого-либо продовольственного товара и др., зависят от большого числа различных факторов. Одни из них влияют в сторону ускоренного роста изучаемого явления, другие - в сторону замедленного роста, третьи - в направлении сокращения уровней и т.д. Влияние разнонаправленных и разноускоренных (замедленных) сил факторов взаимно усредняется, частично взаимно погашается, а равнодействующая их влияний приобретает характер, близкий к равномерной тенденции. Итак, равномерная тенденция динамики (или застоя) - это результат сложения влияния большого количества факторов на изменение изучаемого показателя [84].

Основные свойства тренда в форме прямой линии представлены на рис. 3.2.

- равные изменения за равные промежутки времени;

- если средний абсолютный прирост - положительная величина, то относительные приросты или темпы прироста постепенно уменьшаются;

- если среднее абсолютное изменение - отрицательная величина, то относительные изменения или темпы сокращения постепенно увеличиваются по абсолютной величине снижения к предыдущему уровню;

- если тенденция к сокращению уровней, а изучаемая величина является по определению положительной, то среднее изменение b не может быть больше среднего уровня a ;

- при линейном тренде ускорение, т.е. разность абсолютных изменений за последовательные периоды, равно нулю.

Рис. 3.2. Основные свойства прямолинейного тренда

Параболический тренд и его свойства

Под названием параболического будем иметь в виду тренд, выраженный параболой II порядка с уравнением (3.19):

$$\hat{y}_i = a + b * t + c * t^2 \quad (3.19)$$

Параболы III порядка и более высоких порядков редко применимы для выражения тенденции динамики и слишком сложны для получения надежных оценок параметров при ограниченной длине временного ряда. Прямую линию, с точки зрения математики, можно также считать одним из видов парабол - параболой I порядка, которая уже рассмотрена выше.

Значения параметров параболы II порядка таковы: свободный член a - это средний (выравненный) уровень тренда на момент или период, принятый за начало отсчета времени, т.е. $t = 0$; b - это средний за весь период среднегодовой прирост, который уже не является константой, а изменяется равномерно со средним ускорением, равным $2c$, которое и служит константой, главным параметром параболы II порядка.

Следовательно, тренд в форме параболы II порядка применяется для отображения таких тенденций динамики, которым свойственно примерно постоянное ускорение абсолютных изменений уровней. Процессы такого рода встречаются на практике гораздо реже, чем процессы с равномерным изменением, но, с другой стороны, любое отклонение процесса от строго равномерного прироста (или сокращения) уровней можно интерпретировать как наличие ускорения. Более того, существует строгое математическое правило: чем выше порядок параболы, тем ближе линия тренда к уровням исходного временного ряда. Если это правило довести до крайнего предела, то любой ряд из n уровней может быть точно отображен параболой $(n-1)$ -го порядка, так как через любые две точки проходит одна прямая, через три точки - одна парабола II порядка и т.д. Такое «приближение» линии тренда к эмпирическому ряду, содержащему как тенденцию, так и колебания, нельзя считать достижением научного анализа. Напротив, применяя параболу более высокого порядка там, где сущность процесса этого не требует, а только ради уменьшения остаточной суммы отклонений (или их квадратов) отдельных уровней от тренда, исследователь уходит от цели, смешивая тренд с колебаниями [85]. Парабола II порядка, как уравнение тренда, применяется к различным процессам, которые на некотором, как правило, непродолжительном, этапе развития имеют примерно постоянное ускорение абсолютного прироста уровней. Такими бывают рост населения отдельных городов или регионов, ускоренное увеличение объема продукции в фазе циклического подъема и т.д.

Основные свойства тренда в форме параболы II порядка представлены на рис. 3.3.

неравные, но равномерно возрастающие или равномерно убывающие абсолютные изменения за равные промежутки времени;

парабола, рассматриваемая относительно ее математической формы, имеет две ветви: восходящую с увеличением уровней признака и нисходящую с их уменьшением. Но относительно статистики по содержанию изучаемого процесса изменений трендом, выражающим определенную тенденцию развития, чаще всего можно считать только одну из ветвей: либо восходящую, либо нисходящую. В особых, более конкретных, ситуациях мы не отрицаем возможности объединения обеих ветвей в единый тренд;

так как свободный член уравнения a как значение показателя в начальный момент (период) отсчета времени, как правило, величина положительная, то характер тренда определяется знаками параметров b и c :

при $b > 0$ и $c > 0$ имеем восходящую ветвь, т.е. тенденцию к ускоренному росту уровней;

при $b < 0$ и $c < 0$ имеем нисходящую ветвь - тенденцию к ускоренному сокращению уровней;

при $b > 0$ и $c < 0$ имеем либо восходящую ветвь с замедляющимся ростом уровней, либо обе ветви параболы, восходящую и нисходящую, если их по существу можно считать единым процессом;

при $b < 0$ и $c > 0$ имеем либо нисходящую ветвь с замедляющимся сокращением уровней, либо обе ветви - нисходящую и восходящую, если их можно считать единой тенденцией;

при параболической форме тренда, в зависимости от соотношений между его параметрами, цепные темпы изменений могут либо уменьшаться, либо некоторое время возрастать, но при достаточно длительном периоде рано или поздно темпы роста обязательно начинают уменьшаться, а темпы сокращения уровней при $b < 0$ и $c < 0$ обязательно начинают возрастать (по абсолютной величине относительного изменения).

Рис. 3.3. Основные свойства тренда в форме параболы II порядка

В тех случаях, когда по существу изучаемого процесса допустимо считать единым трендом обе ветви параболы, представляет большой интерес решение задачи о нахождении того периода или момента времени, когда уровень тренда достигает максимума (когда $b > 0$, $c < 0$) или минимума (если $b < 0$, $c > 0$). Экстремальная точка параболы $\hat{y}_i = a + b \cdot t + c \cdot t^2$ достигается при нулевом значении первой производной (3.20):

$$\frac{df}{dt} = (a + bt + ct^2)' = b + 2ct \quad (3.20)$$

Из $b+2ct=0$ равенства имеем: $t=-b/2c$. Например, если $\hat{y}_i = 100 + 20t - 2t^2$, то максимум параболы имеет при $t=-5$.

Максимальное значение уровня тренда при $t=5$ составит 150.

Если имеем параболу при $b<0$, а $c>0$, например, $\hat{y}_i = 100 - 20t + 2t^2$, то минимальное значение тренда достигается при $t=5$, и это минимальное значение составит 50.

Экспоненциальный тренд и его свойства

Экспоненциальным трендом называют тренд, выраженный уравнением (3.21):

$$\hat{y}_i = ak^{t_i} \quad (3.21)$$

или формулой (3.22):

$$\hat{y}_i = \exp[\ln a + \ln kt_i] \quad (3.22)$$

Свободный член экспоненты a равен выравненному уровню, т.е. уровню тренда в момент или период, принятый за начало отсчета времени, т.е. при $t=0$. Основным параметр экспоненциального тренда k является постоянным темпом изменения уровней (ценным). Если $k>1$, имеем тренд с возрастающими уровнями, причем это возрастание не просто ускоренное, а с возрастающим ускорением и возрастающими производными всех более высоких порядков. Если $k<1$, то имеем тренд, выражающий тенденцию постоянного, но замедляющегося сокращения уровней, причем замедление непрерывно усиливается. Экстремума экспонента не имеет и при $t \rightarrow \infty$ стремится либо к ∞ при $k > 1$, либо к 0 при $k < 1$.

Экспоненциальный тренд характерен для процессов, развивающихся в среде, не создающей никаких ограничений для роста уровня. Из этого следует, что на практике он может развиваться только на ограниченном промежутке времени, так как любая среда рано или поздно создает ограничения, любые ресурсы со временем исчерпаемы. Однако практика показала что, например, численность населения Земли на протяжении 1950-1985 гг. возрастала примерно по экспоненте со среднегодовым темпом роста $k \approx 1,018$ и за это время возросла вдвое - с 2,5

до 5 млрд. чел. В настоящее время темп роста населения постепенно уменьшается.

Экспоненциальный рост объема реализации и производства происходит при возникновении новых видов продукции и их освоении промышленностью: при появлении цветных телевизоров, видеомагнитофонов, пейджеров и т.п., но когда производство начинает наполнять рынок, приближаться к спросу, экспоненциальный рост прекращается.

Основные свойства экспоненциального тренда представлены на рис. 3.4.

Абсолютные изменения уровней тренда пропорциональны самим уровням.

Экспонента экстремумов не имеет: при $k > 1$ тренд стремится к $+\infty$, при $k < 1$ тренд стремится к нулю.

Уровни тренда представляют собой геометрическую прогрессию: уровень периода с номером $t = m$ есть ak^m

При $k > 1$ тренд отражает ускоряющийся неравномерно рост уровней, при $k < 1$ тренд отражает замедляющееся неравномерно уменьшение уровней.

Рис. 3.4. Основные свойства экспоненциального тренда

Гиперболический тренд и его свойства

Из различных форм гипербол рассмотрим только наиболее простую (3.23):

$$\hat{y}_i = a + \frac{b}{t} \quad (3.23)$$

Если основной параметр гиперболы $b > 0$, то этот тренд выражает тенденцию замедляющегося снижения уровней и при $t \rightarrow \infty$, $\hat{y} \rightarrow a$. Таким образом, свободный член гиперболы - это предел, к которому стремится уровень тренда.

Такая тенденция наблюдается, например, при изучении процесса снижения затрат любого ресурса (труда, материалов, энергии) на единицу данного вида продукции или ее себестоимости в целом. Затраты ресурса не могут стремиться к нулю, значит, экспонента не соответствует сущности процесса; нужно применить гиперболическую формулу тренда.

Если параметр $b < 0$, то с возрастанием t , т.е. с течением времени, уровни тренда возрастают и стремятся к величине a при $t \rightarrow \infty$ [86].

Такой характер динамики присущ, например, показателям КПД двигателей или иных преобразователей энергии (трансформатор тока, фотоэлемент и т.п.). По мере развития научно-технического прогресса эти КПД постепенно повышаются, но никогда не могут превысить определенного предела для каждого типа двигателя и не могут превысить 100% в принципе для любого преобразователя энергии. При расчете гиперболического тренда нельзя нумеровать года от середины ряда, так как значения $1/t_i$ должны быть всегда положительными. Основные свойства гиперболического тренда представлены на рис. 3.5.

Абсолютный прирост или сокращение уровней, ускорение абсолютных изменений, темп изменения - все эти показатели не являются постоянными. При $b > 0$ уровни замедленно уменьшаются, отрицательные абсолютные изменения, а также положительные ускорения тоже уменьшаются, цепные темпы изменения растут и стремятся к 100%.

При $b < 0$ уровни замедленно возрастают, положительные абсолютные изменения, а также отрицательные ускорения и цепные темпы роста замедленно уменьшаются, стремясь к 100%.

Рис. 3.5. Основные свойства гиперболического тренда

Таким образом, гиперболический тренд описывает тенденцию такого процесса, показатели которого со временем затухают, т.е. происходит переход от движения к застою.

Логарифмический тренд и его свойства

Если изучаемый процесс приводит к замедлению роста какого-то показателя, но при этом рост не прекращается, не стремится к какому-либо ограниченному пределу, то гиперболическая форма тренда уже не подходит. Тем более не подходит парабола с отрицательным ускорением, по которой замедляющийся рост перейдет со временем в снижение уровней. В указанном случае тенденция изменения лучше всего отображается логарифмической формой тренда (3.24):

$$\hat{y}_i = a + b \ln t_i \quad (3.24)$$

Логарифмы возрастают значительно медленнее, чем сами числа (номера периодов t_i), но рост логарифмов неограничен. Подбирая начало отсчета периодов (моментов) времени, можно найти такую скорость снижения абсолютных изменений, которая наилучшим образом отвечает фактическому временному ряду.

Примером тенденций, соответствующих логарифмическому тренду, может служить динамика на отдельных этапах анализа урожайности или валового сбора какой-то культуры в данном регионе, пока новое агротехническое достижение не придаст снова тенденции ускорения. Основные свойства логарифмического тренда представлены на рис. 3.6.

Если $b > 0$, то уровни возрастают, но с замедлением, а если $b < 0$, то уровни тренда уменьшаются, тоже с замедлением.

Абсолютные изменения уровней по модулю всегда уменьшаются со временем.

Ускорения абсолютных изменений имеют знак, противоположный самим абсолютным изменениям, а по модулю постепенно уменьшаются.

Темпы изменения (цепные) постепенно приближаются к 100% при $t \rightarrow \infty$

Рис. 3.6. Основные свойства логарифмического тренда

Логарифмический тренд, как и гиперболический, отражает постепенно затухающий процесс изменений. Различие состоит в том, что затухание по гиперболе происходит быстро при приближении к конечному пределу, а при логарифмическом тренде затухающий процесс продолжается без ограничения гораздо медленнее.

Логистический тренд и его свойства

Логистическая форма тренда подходит для описания такого процесса, при котором изучаемый показатель проходит полный цикл развития. Начиная, как правило, от нулевого уровня, значения уровней растут сначала медленно, затем темп роста ускоряется, в середине цикла ускорение становится нулевым, т.е. рост происходит по линейному тренду, затем, в завершающей части цикла, рост замедляется по гиперболе по мере приближения к предельному значению показателя.

Примером такого цикла динамики может служить изменение доли грамотного населения в стране, например в России, с 1800 г. до наших дней. В некоторых зарубежных программах для компьютеров логистическая кривая называется S-образной кривой.

С одной стороны, логистическую тенденцию можно считать объединением трех разных по типу тенденций: параболической с ускоряющимся ростом на первом этапе, линейной - на втором и гиперболической с замедляющимся ростом - на третьем этапе. Но есть доводы и в пользу рассмотрения всего цикла развития как особого единого типа тенденции со сложными, переменными свойствами, но постоянным направлением изменений в сторону увеличения или уменьшения уровней.

Рассмотрение таких временных рядов, как проявление единой логистической тенденции, позволяет уже на первом этапе рассчитать всю траекторию развития, определить сроки перехода от ускоренного роста к замедленному, что чрезвычайно важно при планировании производства или реализации нового вида товара, спрос на который будет проходить все этапы логистической тенденции вплоть до насыщения рынка.

Так, например, обеспеченность населения в России автомобилями в конце 1980-х годов находилась на начальном этапе логистической кривой, и это означало, что предстоит еще ряд лет или даже деся-

тилетий ускоренного роста спроса. В то же время обеспеченность фотоаппаратами уже достигла этапа замедления роста, и это означало, что расширять производство или импорт прежних типов фотоаппаратов не следует. Расширение их рынка возможно было только для принципиально новых типов фотоаппаратов, насыщенность которыми еще находится в самом начале первого этапа [87].

В вышеописанном диапазоне изменения уровней, т.е. от нуля до единицы, уравнение логистического тренда имеет вид (3.25):

$$\hat{y}_i = \frac{1}{e^{a_0 + a_1 t_i} + 1} \quad (3.25)$$

При $a_0 > 0$, $a_1 < 0$, с ростом номеров периодов времени t_i получаем логистическую тенденцию роста уровней, причем если нужно начать рост почти от нулевой величины, то a_0 должно быть примерно равно 10. Чем больше модуль a_1 , тем быстрее возрастание уровней. При $a_0 < 0$ и $a_1 > 0$ имеем логистический тренд со снижением уровней, причем если снижение должно начаться почти от единицы, то a_0 должно быть примерно равно -10. Чем больше a_1 , тем быстрее будут снижаться уровни.

Если же диапазон изменения уровней ограничен не нулем и единицей, а любыми значениями, определяемыми исходя из существа задачи, обозначаемыми $y_{\max}$ и $y_{\min}$, то формула логистического тренда принимает вид (3.26):

$$\hat{y}_i = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{e^{a_0 + a_1 t_i} + 1} + y_{\min} \quad (3.26)$$

3.3. Выявление типа тренда

При изучении методов распознавания типа тренда не следует забывать о существовании изучаемого процесса, который отображается временным рядом. Как правило, тип тренда должен соответствовать характерным особенностям процесса. На практике зачастую используется графический анализ для распознавания типа тенденции.

Графическое изображение во многих случаях позволяет приближенно выявить тип тенденции временного ряда. Но для этого следует соблюдать правила построения графика, сущность которых представлена на рис. 3.7.

Точное соблюдение масштаба как по величине уровней ряда, так и по времени

Временные интервалы откладывают по оси абсцисс, величины уровней - по оси ординат.

По каждой оси следует установить такой масштаб, чтобы ширина графика была примерно в 1,5 раза больше его высоты.

Если уровни ряда на всем протяжении периода много больше нуля и между собой различаются не более чем на 20-30%, то следует обозначить перерыв на оси ординат, увеличить масштаб так, чтобы меньший из уровней ненамного превышал разрыв оси.

Если уровни ряда различаются в десятки, сотни и тысячи раз, ось ординат следует разметить в логарифмическом масштабе, чтобы равные отрезки означали различие уровней в одинаковое число раз. Интерпретация вида графика будет другой: при линейном масштабе график, близкий к прямой линии, означает линейную тенденцию, а при логарифмическом масштабе оси ординат прямая линия показывает экспоненциальную тенденцию.

Необходимо строго соблюдать равенство промежутков времени на равных отрезках оси абсцисс. Логарифмический масштаб по времени не рекомендуется, так как он крайне затруднит интерпретацию графика.

Рис. 3.7. Основные правила построения графика для корректного распознавания типа тенденции

Следует отметить, что не всегда график позволяет выбрать тип линии тренда. Трудно графически отличить параболу от экспоненты, логарифмическую кривую от гиперболы и т.д. Оценка типа тренда по типу графика включает субъективные моменты, что может привести к ошибке. Есть много способов объективной, статистико-математической оценки пригодности того или иного типа линии. Весьма популярен его выбор с помощью перебора на персональном компьютере всех имеющихся в пакете программ статистического анализа типов линий либо по наименьшему среднему квадратическому отклонению, либо по наименьшему модулю отклонений фактических уровней от расчетных по проверяемой линии. Недостатки данной методики заключаются в том, что, во-первых, не все пакеты программ статистического анализа содержат достаточный выбор линий тренда, но главное состоит в том, что, чем больше параметров содержит уравнение тренда, тем меньше и отклонений отдельных уровней от тренда. Парабола II порядка, а тем более III и более высоких порядков всегда при таком подходе «лучше», чем прямая или экспонента [88].

Но «преимущество» параболы над прямой может быть невелико. Следовательно, нужно применить опять же статистико-математические критерии существенности уменьшения среднего отклонения при переходе от прямой к параболе.

Предположим, что предварительная гипотеза о типе тренда выбрана на основе теоретических соображений об изучаемом процессе и на основе графического изображения. Для того чтобы проверить данную гипотезу, необходимо сформулировать ее математически. Так, гипотеза о том, что тренд является прямой линией, означает, что на всем периоде временной ряд в среднем сохраняет постоянную величину абсолютного изменения уровней. Гипотеза о параболы II порядка означает, что на всем периоде (в среднем) имеется постоянная величина ускорения абсолютных изменений. Гипотеза об экспоненциальном тренде подтвердится, если можно будет доказать, что на периоде сохраняется постоянная величина (в среднем) цепного темпа изменений.

Для указанных трех типов линий предлагается методика статистической проверки гипотез, разработанная М.С. Каяйкиной и А.И. Манеллей [89, 90] (рис. 3.8).

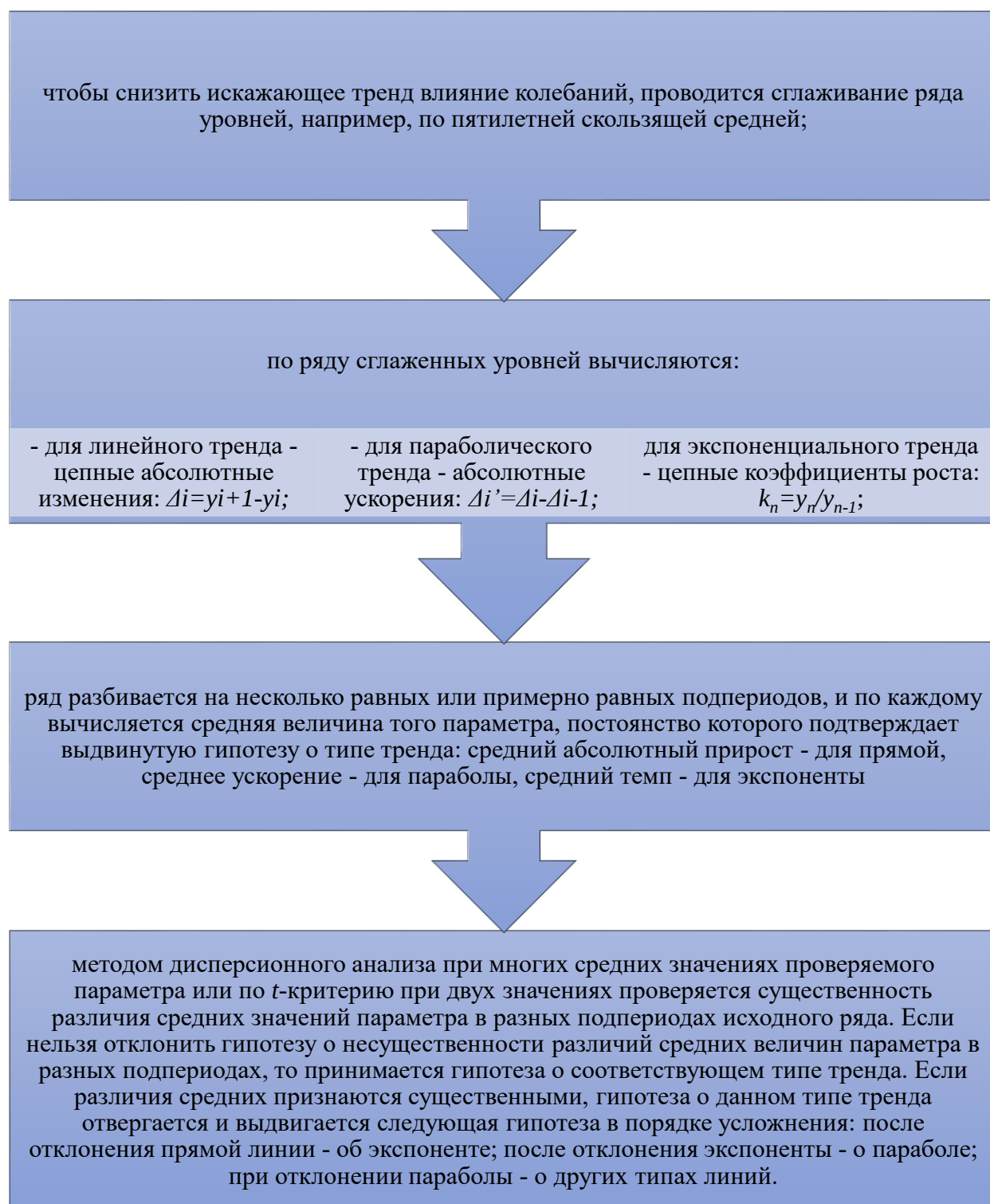


Рис. 3.8. Методика проверки статистических гипотез о типе тренда

Таким образом, последовательная реализация представленных на рис. 3.8 этапов позволяет сформулировать вывод о типе линии тренда [91]. Однако, это не является конечным результатом работы с обнаружением типа тенденции.

3.4. Метод наименьших квадратов как инструмент оценки параметров тренда

Основой методики проверки статистических гипотез о типе тренда является метод наименьших квадратов, который дает оценки параметров, отвечающие принципу максимального правдоподобия. Суть данного принципа состоит в том, что сумма квадратов отклонений фактических уровней от тренда (от выравненных по уравнению тренда уровней) должна быть минимальной для данного типа уравнения [92].

Данная методика близка к методике корреляционно-регрессионного анализа связей - парной регрессии. Однако между ними есть и принципиальные различия: выступающий при расчете уравнения тренда в качестве независимой переменной ряд номеров периодов или моментов времени не является случайной варьирующей переменной регрессионного анализа. Ряд значений времени – это жестко упорядоченный ряд величин, и, следовательно, не может быть речи о корреляции между ним и значениями зависимой переменной - варьирующих уровней показателя, изменяющегося во времени. Нередко применяемые в литературе и в программах для компьютеров коэффициенты корреляции со временем или фактических уровней с выравненными (т.е. тоже упорядоченными) уровнями тренда таковыми на самом деле не являются и не могут измерять какой-либо «тесноты связи». Чем длиннее период, охватываемый рядом, тем автоматически становятся больше так называемые коэффициенты корреляции при той же самой скорости роста уровней и той же самой силе колебаний. Таким образом, эти лжекоэффициенты не могут характеризовать соотношение между ролью факторов тенденции и ролью факторов колеблемости.

Для уравнения **прямой линии тренда** величина параметров a и b определяется по методу наименьших квадратов путем приравнивания частных первых производных функции

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^n y_i - \hat{y}_i = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bt_i)^2$$
 к нулю. Тогда система нормальных уравнений имеет вид (3.26):

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n t_i + b \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i t_i \end{cases} \quad (3.26)$$

Решая эти уравнения с двумя неизвестными по данным фактического временного ряда y_i , получаем значения a и b . Если номера периодов (моментов) времени отсчитываются от начала ряда так, что первый период (момент) обозначен номером $t=1$, то свободный член a есть уровень тренда для предыдущего периода (момента), а не первого в ряду, как часто ошибочно полагают. Для первого периода уровень тренда $\hat{y}$ равен $a+b$, для второго $\hat{y}=a+2b$ и т.д.

Однако рациональнее начало отсчета времени перенести в середину ряда, т.е. при нечетном n - на период (момент) с номером $(n+1)/2$, а при четном числе уровней ряда - на середину между периодом с номером $n/2$ и $(n/2)+1$. В последнем случае все номера периодов t_i будут дробными. При нумерации периодов времени точно от середины ряда половина номеров t_i будет отрицательными числами (аналогично годам до нашей эры), а половина - положительными, их сумма равна нулю. В таком случае система нормальных уравнений МНК распадется на два уравнения с одним неизвестным в каждом (3.27 и 3.28):

$$na = \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.27)$$

$$b \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i t_i \quad (3.28)$$

Откуда имеем (3.29 и 3.30):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \bar{y} \quad (3.29)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} \quad (3.30)$$

Зачастую многие компьютерные программы не предусматривают такого упрощения, и нумерация периодов (моментов) в них производится с начала ряда, с номера $t=1$, причем пользователь об этом не предупреждается [93]. При расчетах без компьютера следует применить

упрощенный прием. Знаменатель в формуле (3.30) при нумерации периодов от середины ряда вычисляется устно при $n \leq 10$ или по формуле (3.31):

$$\sum_{i=-\frac{n+1}{2}}^{+\frac{n+1}{2}} t_i^2 = \frac{n^3 - 3}{12} \quad (3.31)$$

Уравнение параболического (II порядка) тренда

Для вычисления параметров a , b , c по методу наименьших квадратов три частные производные функции $f(a, b, c) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2$ приравниваются к нулю, и после преобразований получаем систему трех уравнений с тремя неизвестными (3.32):

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n t_i + c \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n t_i + b \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i^3 = \sum_{i=1}^n y_i t_i \\ a \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \sum_{i=1}^n t_i^3 + c \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i t_i^2 \end{cases} \quad (3.32)$$

При переносе начала отсчета периодов (моментов) времени в середину ряда суммы нечетных степеней номеров этих периодов $\sum t_i$ и $\sum t_i^3$ обращаются в нуль. При этом второе уравнение обращается в уравнение с одним неизвестным, откуда (3.33):

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} \quad (3.33)$$

Образуется система из двух уравнений с двумя неизвестными (3.34):

$$\begin{cases} na + c \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i t_i^2 \end{cases} \quad (3.34)$$

В данной системе уравнений (3.35 и 3.36):

$$\sum_{i=1}^n t_i^2 = \frac{n^3 - n}{12} \quad (3.35)$$

$$\sum_{i=1}^n t_i^4 = \frac{3n^5 - 10n^3 + 7n}{240} \quad (3.36)$$

Гиперболическое уравнение тренда отличается от линейного уравнения тем, что вместо первой степени включает номера периодов времени (моментов) в минус первой степени: $1/t_i$. Соответственно нормальные уравнения метода наименьших квадратов получают вид (3.37):

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i} + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{t_i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{t_i} \end{cases} \quad (3.27)$$

Однако при этом нельзя, в отличие от линейного тренда, переносить начало отсчета периодов времени в середину, так как гипербола не имеет постоянного параметра изменения уровней на протяжении всего периода, и все величины $1/t_i$ должны быть положительными.

3.5. Логарифмирование как инструмент оценки параметров экспоненциального, логарифмического и логистического уравнений тренда

Данные типы трендов объединены в одну группу в связи с необходимостью при оценке их параметров прибегать к логарифмированию. При расчете логарифмического уравнения тренда логарифмируют номера периодов (моментов) времени, а при расчете параметров экспоненциального и логистического трендов - сами уровни. Поскольку отрицательные числа не имеют действительных логарифмов, если нужно логарифмировать номера периодов времени, то нельзя переносить начало их отсчета в середину ряда [94]. Если же сами уровни могут принимать отрицательные значения, например, уровни финансового результата от реализации, уровни температуры воздуха или почвы, то необходимо перенести начало отсчета уровней на величину, алгебраически меньшую реального наименьшего уровня. По окончании расчета тренда нетрудно восстановить обычные единицы измерения.

Для экспоненциального уравнения тренда формула уравнения имеет вид (3.28):

$$\hat{y}_i = ak^{t_i} \quad (3.28)$$

Для нахождения параметров a и k уравнение логарифмируем (3.29):

$$\ln \hat{y}_i = \ln a + t_i \ln k \quad (3.29)$$

В такой форме, т.е. для логарифмов, уравнение соответствует линейному, следовательно, метод наименьших квадратов дает для логарифмов, a и k нормальные уравнения, аналогичные таковым для параметров, a и b линейного тренда (3.30):

$$\begin{cases} n \ln a + \ln k \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n \ln y_i \\ \ln a \sum_{i=1}^n t_i + \ln k \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n t_i \ln y_i \end{cases} \quad (3.30)$$

Так как номера периодов времени не логарифмируются, можно перенести начало отсчета в середину ряда и упростить систему (3.31):

$$\begin{cases} n \ln a = \sum_{i=1}^n \ln y_i \\ \ln k \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n t_i \ln y_i \end{cases} \quad (3.31)$$

Отсюда получаем систему (3.32):

$$\begin{cases} \ln a = \frac{\sum_{i=1}^n \ln y_i}{n} \\ \ln k = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \ln y_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} \end{cases} \quad (3.32)$$

Особенность **логарифмического уравнения тренда** заключается в том, что логарифмировать необходимо номера периодов (моментов) времени. Следовательно, все номера должны быть положительными числами. Однако это вовсе не означает, что нумерацию следует начинать с числа 1. Дело в том, что величина логарифма быстро воз-

растает при переходе от единицы к двум: натуральный логарифм единицы равен нулю, а логарифм двух равен 0,693, имеем рост на 0,693; в то же время логарифм четырех равен 1,386, а логарифм пяти равен 1,609, имеем прирост лишь на 0,223 и т.д. Если и уровень изучаемого ряда вначале возрастает втрое быстрее, чем между четвертым и пятым периодом, тогда нумерация от единицы допустима. Если же уменьшение прироста уровней происходит значительно медленнее, нумерацию периодов (моментов) следует начинать не с единицы, а с большего числа.

Логистическое уравнение тренда имеет вид (3.33):

$$\hat{y}_i = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{e^{a_0 + a_1 t_i} + 1} + y_{\min} \quad (3.33)$$

При расчете этого уравнения логарифмируют величину, производную от уровней ряда, но не номера периодов (моментов) времени, эту нумерацию поэтому рациональнее проводить от середины ряда.

Особенностью логистического тренда является этап обоснования значений максимального и минимального уровней временного ряда.

Это обоснование осуществляется на основе, во-первых, уровней фактического ряда, во-вторых, теоретических, т.е. внешних по отношению к статистике, соображений, относящихся к содержанию изучаемого процесса.

Уравнение логистического тренда в общем виде непосредственно логарифмировать невозможно [95]. Для этого необходимо преобразовать его в форму (3.34):

$$\frac{\hat{y}_{\max} - \hat{y}_{\min}}{\hat{y}_i - y_{\min}} - 1 = e^{a_0 + a_1 t} \quad (3.34)$$

Произведем замену переменной (3.35):

$$\frac{\hat{y}_{\max} - \hat{y}_{\min}}{\hat{y}_i - y_{\min}} - 1 = \hat{\xi}, \hat{\xi} = e^{a_0 + a_1 t} \quad (3.35)$$

Тогда получим (3.36):

$$\ln \hat{\xi} = a_0 + a_1 t_i \quad (3.36)$$

Условие метода наименьших квадратов (3.37):

$$\sum_{i=1}^n (\ln \xi_i - \ln \hat{\xi}_i)^2 \rightarrow \min \quad (3.37)$$

Тогда получим (3.38):

$$\sum_{i=1}^n (\ln \xi_i - a_0 - a_1 t_i)^2 \rightarrow \min \quad (3.38)$$

После вычисления частных производных по a_0 и по a_1 , получаем нормальные уравнения МНК для логистической кривой, аналогичные таковым для прямой линии, так как заменой на ζ фактически проведена линеаризация функции логистической кривой (3.39):

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n \ln \xi_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n t_i \ln \xi_i \end{cases} \quad (3.39)$$

При переносе начала отсчета периодов (моментов) времени в середину ряда система упрощается до двух уравнений с одним неизвестным в каждом из них (3.40):

$$\begin{cases} na_0 = \sum_{i=1}^n \ln \xi_i \\ a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n t_i \ln \xi_i \end{cases} \quad (3.40)$$

Таким образом, коэффициенты могут быть найдены (3.41):

$$\begin{cases} a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \ln \xi_i}{n} \\ a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \ln \xi_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} \end{cases} \quad (3.41)$$

3.6. Сглаживание рядов, характеризующих динамику изменения показателей деятельности фирмы

Одной из важнейших задач исследования динамических рядов является определение общей тенденции развития.

Тенденция представляет собой направление развития явления или процесса во времени под влиянием определённых факторов.

Для того, чтобы выявить общую тенденцию изменения процесса или явления во времени, сократив при этом колебания уровней ряда, применяются различные методы сглаживания динамических рядов. К числу простейших можно отнести **метод сглаживания с использованием скользящей средней** и **метод укрупнения интервалов**.

Сущность всех методов сглаживания состоит в замене исходных уровней ряда расчетными параметрами. По сравнению с фактическими значениями ряда они обладают значительно меньшей колеблемостью, что позволяет четче проследить общую тенденцию и сформулировать общие выводы.

Метод укрупнения интервалов

Сущность данного метода состоит в переходе от менее крупных интервалов к более крупным: от месячных - к квартальным, от квартальных - к полугодовым, от полугодовых - к годовым и т.д.

Нахождение уровней укрупненных рядов осуществляют путем поиска среднего значения уровня или суммированием значений за определенный промежуток времени

Стоит отметить, что метод укрупнения интервалов, является самым простым, но вместе с тем и наименее точным.

Применение данного метода возможно только для интервальных рядов, для моментных временных рядов используется метод скользящей средней [96].

При **применении метода простой скользящей средней** новый динамический ряд строится из простых средних арифметических. При этом сначала для временного ряда определяется интервал сглаживания m .

Для вычисления сглаженных уровней временного ряда $\bar{y}_i$ применяется следующая формула (3.42):

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{t=1}^m y_t}{m} \quad (3.42)$$

После вычисления значений средней для m первых уровней $y_1, y_2 \dots y_m$ переходят к вычислению последующих $y_2, y_3 \dots y_{m+1}$ и т.д. Таким образом, интервал как бы «скользит» по исходному динамическому ряду с шагом, равным единице.

Если число уровней, взятых для расчета средней, нечетное, средняя записывается в уровень находящийся в середине. Если число уровней четное, то средняя будет относиться к промежутку между срединными значениями. Для ликвидации этого сдвига применяют способ центрирования.

Центрирование представляет собой процесс определения средней из средних для отнесения полученного уровня к конкретному уровню.

Существенным недостатком метода скользящей средней является «укорачивание» ряда полученных значений с каждого конца по сравнению с исходным на $m/2$ при четном интервале сглаживания и на $(m-1)/2$ для нечетного интервала.

Для восстановления потерянных значений временного ряда нужно вычислить прирост на последнем участке скольжения, а затем восстановить значения ряда динамики путем последовательного прибавления среднего абсолютного прироста к последнему сглаженному значению. Аналогичным образом восстанавливаются первые члены ряда.

Если для процесса характерно нелинейное развитие, то более надежным способом является использование взвешенной скользящей средней, которое осуществляется по полиномам 2-го и 3-го порядков. В некоторых случаях использование простой скользящей средней является неинформативным, поскольку сглаживание данным способом приводит к проявлению тенденции только в самом общем виде, исключая при этом важные для экономического анализа относительно мелкие изгибы линий [97].

При применении взвешенной скользящей средней каждому уровню в пределах интервала сглаживания приписывается определенный вес. Его величина зависит от расстояния, рассчитанного от данного уровня до середины интервала сглаживания

Для определения значений взвешенных скользящих средних внутри каждого периода уровни описываются полиномом в степени p (3.43):

$$\overline{y}_t = \sum_{j=0}^p a_j t^j \quad (3.43)$$

Каждому значению уровня ряда соответствует свой весовой коэффициент. Все весовые коэффициенты характеризуются свойствами:

1. Они симметричны относительно центрального уровня.
2. Сумма всех весов с учетом общего множителя равна единице.
3. Наличие положительных и отрицательных весов позволяет сглаженной кривой сохранять различные изгибы кривой тренда [98].

Весовые коэффициенты сглаживания ряда динамики по полиномам 2-го и 3-го порядка для различных активных участков сглаживания приведены в табл. 3.4.

Табл. 3.4. Весовые коэффициенты, применяемые в методе взвешенной скользящей средней

Длина активного участка	Весовые коэффициенты
5	$\frac{1}{35}[-3; +12; +17; +12; -3]$
7	$\frac{1}{21}[-2; +3; +6; +7; +6; +3; -2]$
9	$\frac{1}{231}[-21; +14; +39; +54; +59; +54; +39; +14; -21]$

Таким образом, в рамках данного параграфа были рассмотрены простейшие методы сглаживания временных рядов. Выбор способа сглаживания зависит от специфики рассматриваемого ряда, его вида, а также от конкретных исследовательских задач.

Контрольные вопросы

1. Что такое тенденция?
2. Каковы основные критерии проверки гипотезы о существовании тренда
3. В чем состоит сущность критерия Аббе?
4. Реализацию каких этапов предполагает расчет критерия серий, основанного на медиане выборки?
5. Каковы возможности применения Фостера – Стюарта?
6. Что является самым простым типом линии тренда?
7. Каковы свойства прямолинейного тренда?
8. Как можно охарактеризовать параболу II порядка при $b < 0$ и $c > 0$?
9. Для каких экономических процессов характерен экспоненциальный рост?
10. Как с помощью графического анализа можно распознать тип тренда?
11. В чем состоит методика статистической проверки гипотез, разработанная М.С. Каяйкиной и А.И. Манеллей?
12. Что является основой методики проверки статистических гипотез о типе тренда?
13. Что объединяет оценку параметров экспоненциального, логарифмического и логистического уравнений тренда?
14. В чем состоит суть метода укрупнения интервалов?
15. В каких случаях применяется процедура центрирования? В чем состоит ее суть?
16. В каких случаях целесообразно использование взвешенной скользящей средней?

Примеры решения задач

Пример 3.1.

В таблице приведен временной ряд:

t	Значение временного ряда Y_i
1	174
2	168
3	164
4	167
5	171
6	178
7	184
8	186
9	194
10	201

С помощью критерия серия, основанного на медиане выборки, проверить гипотезу о наличии тренда

Решение.

На первом этапе решения исходный ряд данных был проранжирован по возрастанию:

t^*	Значение временного ряда Y_i^*
1	164
2	167
3	168
4	171
5	174
6	178
7	184
8	186
9	194
10	201

Затем была определена медиана данного вариационного ряда Me . Поскольку число звеньев четное, медиана определяется как средняя из двух центральных значений:

$$Me = \frac{174+178}{2} = 176$$

В исходной выборке вместо каждого значения уровня ряда будем ставить «+», если значение больше медианы, и «-», если значение ряда меньше медианы. В случае, если значение уровня ряда равно медиане, знак проставляться не будет:

Значение временного ряда Y_i	Серии
174	-
168	-
164	-
167	-
171	-
178	+
184	+
186	+
194	+
201	+

Таким образом, число серий равно 2, самая длинная последовательность серий равна 5.

Проанализируем, с учетом полученных данных, систему неравенств

$$\begin{cases} 2 > \left[\frac{1}{2} (10 + 1 - 1,96\sqrt{10 - 1}) \right] \\ 5 < [3,3(\lg n + 1)] \end{cases}$$

Поскольку первое неравенство неверно, гипотеза об отсутствии тренда отвергается. Стоит отметить, что критерий серий, основанный на медиане, улавливает только монотонное изменение среднего (оценки математического ожидания).

Пример 3.2.

В таблице приведен временной ряд:

t	Значение временного ряда Y_i
1	200
2	194
3	190
4	193
5	197
6	204
7	210
8	193

С помощью критерия восходящих и нисходящих серий проверить гипотезу о наличии тренда.

Решение.

На основании исходных данных составим последовательность из плюсов и минусов, исходя из условий системы:

$$\delta_i = \begin{cases} +, & \text{если } y_{t+1} - y_t > 0, \quad t = 1, 2, \dots, n \\ -, & \text{если } y_{t+1} - y_t < 0, \quad t = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Таким образом, получим:

Значение временного ряда Y_i	Серии
200	
194	-
190	-
189	-
197	+
204	+
210	+
193	-

Исходный временной ряд состоит из 3 серий, максимальная длина серии составляет 3

Проанализирует полученную систему:

$$\begin{cases} 3 > \left[\frac{1}{3}(2 * 8 - 1) - 1,96 \sqrt{\frac{16 * 8 - 29}{90}} \right] \\ 3 < 5 \end{cases}$$

Таким образом, гипотеза о наличии тренда принимается. Стоит отметить, что критерий "восходящих" и "нисходящих" серий улавливает смещение оценки математического ожидания монотонного и периодического характера. Это более мощный критерий по сравнению с критерием серий, основанном на медиане выборки.

Пример 3.3

Ниже представлен временной ряд, отражающий изменений признака во времени:

t	Значение временного ряда Y_i
1	313
2	307
3	303
4	306
5	310
6	317
7	323

Проверить стохастическую независимость с помощью критерия квадратов последовательных разностей (критерия Аббе).

Решение.

Для вычислений построим вспомогательную таблицу:

t	Значение временного ряда Y_i	$Y_{i+1} - Y_i$	$(Y_{i+1} - Y_i)^2$	$Y_i - \bar{Y}$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1	313			1,714	2,939
2	307	-6	36	-4,286	18,367
3	303	-4	16	-8,286	68,653
4	306	3	9	-5,286	27,939
5	310	4	16	-1,286	1,653
6	317	7	49	5,714	32,653
7	323	6	36	11,714	137,224
		Σ	162	Σ	289,429

Найдем необходимые параметры для расчета:

$$q^2(n) = \frac{1}{2(7-1)} 162 = 13,5$$

$$s'^2(n) = \frac{1}{7-1} 289,429 = 48,238,$$

При заданных исходных данных $\gamma(n)$ составит:

$$\gamma(n) = \frac{13,5}{48,238} = 0,28$$

Сравним найденное значение с критическим при уровне значимости 95%:

$$0,28 < 0,468$$

Следовательно, не подтверждается гипотеза о постоянстве центра группирования. То есть имеют место систематические расхождения между результатами наблюдений.

Пример 3.4

В таблице приведены данные об изменении значений уровней временного ряда

Год	Значение временного ряда Y_i
2016	75,3
2017	73,8
2018	72,1
2019	70,9
2020	68,5
2021	67,1
2022	65,9

На основании представленных данных, постройте линейную модель тренда, сформулируйте вывод

Решение.

Построим вспомогательную таблицу для расчетов:

Год	Значение временного ряда y_i	t_i	$y * t_i$	t_i^2	$\hat{y}$	$y_i - \hat{y}$
2016	85,3	-3	-255,9	9	85,36	-0,06
2017	83,8	-2	-167,6	4	83,74	0,06
2018	82,1	-1	-82,1	1	82,13	-0,03
2019	80,9	0	0	0	80,51	0,39
2020	78,5	1	78,5	1	78,90	-0,40
2021	77,1	2	154,2	4	77,29	-0,19
2022	75,9	3	227,7	9	75,67	0,23
Σ	563,6	0	-45,2	28	563,6	0

Для данного тренда параметры а и b:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{563,6}{7} = 80,51$$

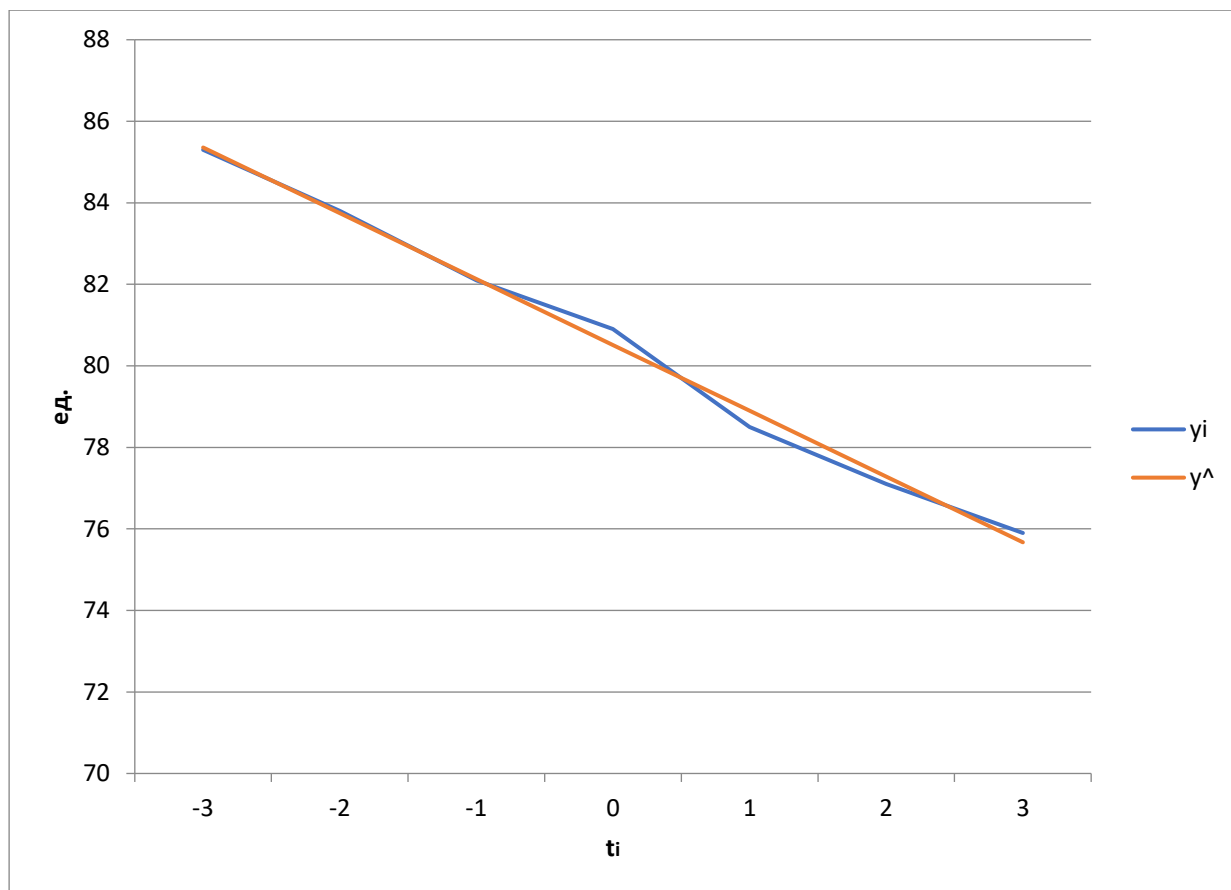
$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} = \frac{-45,2}{28} = -1,61$$

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y} = 80,51 - 1,61t$$

Таким образом, в среднем значение уровня ряда сокращалось на 1,61 единиц в год.

Сумма уровней тренда равна сумме фактических уровней, что свидетельствует о корректности данной модели. Также это может быть подтверждено методом графического анализа:



Близость тренда к заданным уровням временного ряда свидетельствует о том, что линейная модель максимально полно описывает исходный ряд динамики.

Пример 3.5

В таблице приведены данные об изменении значений уровней временного ряда

Год	Уровень временного ряда y_i
2015	317
2016	326
2017	340
2018	367
2019	392
2020	414
2021	449
2022	495

На основании представленных данных, постройте параболическую модель тренда, представьте прогноз на три периода, сформулируйте вывод

Решение.

Для вычислений построим вспомогательную таблицу:

Год	Значение временного ряда Y_i	t_i	$y * t_i$	$y * t_i^2$	$\hat{y}$	$y_i - \hat{y}$
2015	317	-3,5	1109,5	3883,25	316,42	0,58
2016	326	-2,5	-815	2037,50	327,16	-1,16
2017	340	-1,5	-510	765,00	342,68	-2,68
2018	367	-0,5	-183,5	91,75	362,99	4,01
2019	392	0,5	196	98,00	388,08	3,92
2020	414	1,5	621	931,50	417,97	-3,97
2021	449	2,5	1122,5	2806,25	452,63	-3,63
2022	495	3,5	1732,5	6063,75	492,09	2,91
Σ	3100	0	1054	3883,25	≈ 3100	≈ 0

Вычислим параметр b:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} = \frac{1054}{\frac{8^2 - 8}{12}} \approx 25,095$$

Для нахождения параметров a и c воспользуемся системой уравнений:

$$\begin{cases} 8a + 42c = 3100 \\ 42a + c \frac{3 \cdot 8^5 - 10 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8}{240} = 16677 \end{cases}$$

Таким образом, получим:

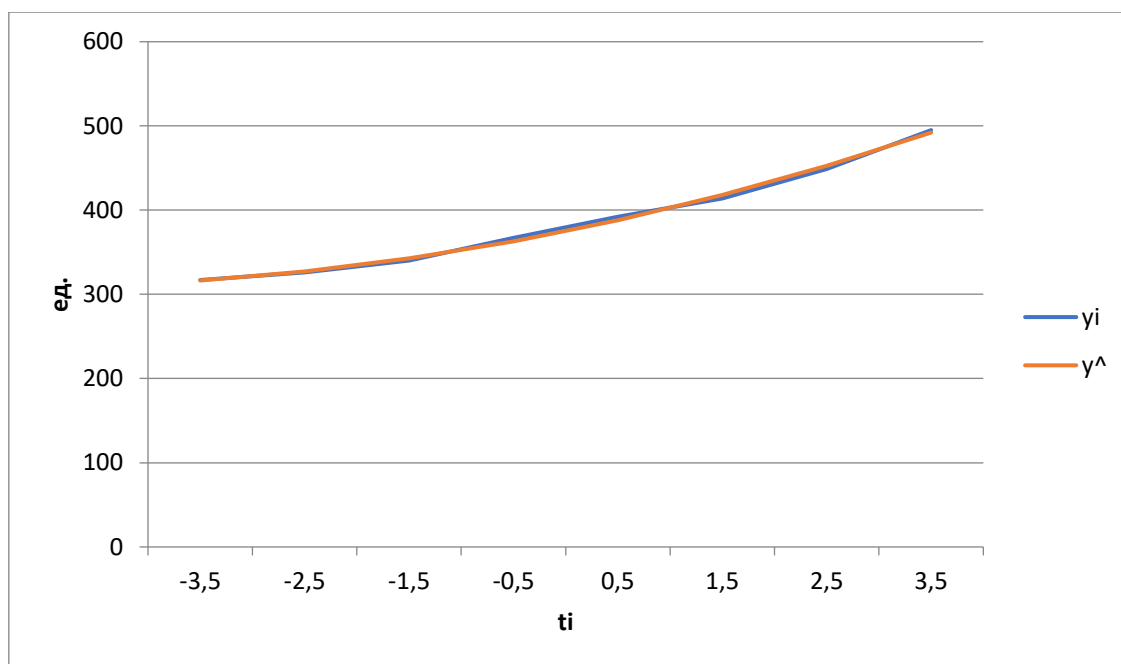
$$\begin{cases} a + 5,25c = 387,5 \\ a + 9,25c = 397,07 \end{cases}$$

Решая данную систему, получим $c = 2,393$; $a = 374,939$

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y}_i = 374,939 + 25,095 * t + 2,393 * t^2$$

Сравним графически исходный временной ряд и параболический тренд:

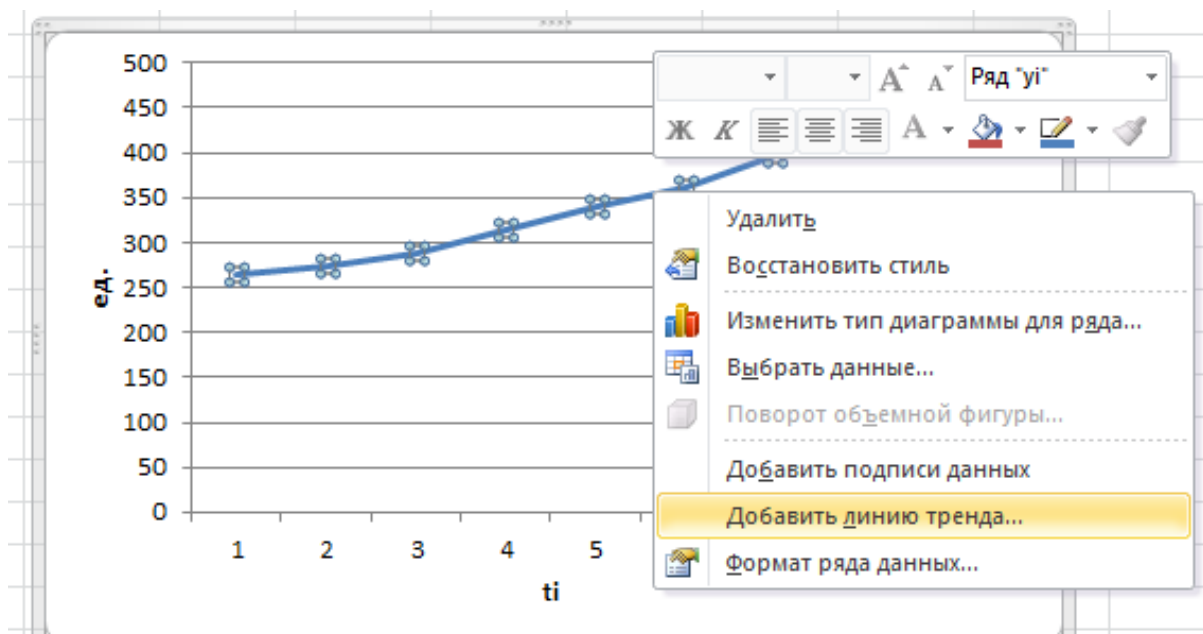


Близость тренда к заданным уровням временного ряда свидетельствует о том, что параболическая модель максимально полно описывает исходный ряд динамики.

Результаты моделирования можно интерпретировать следующим образом: значение уровней ряда возрастало в номинальной оценке ускоренно, со средним ускорением: $2 * 2,393 = 4,786$ единиц в год, средний за весь период прирост показателя составил 25,095 единиц в год, среднее значение уровня в середине анализируемого периода составляет 374,939 единиц.

Рассмотрим результаты моделирования в Ms Excel. Как уже было отмечено, автоматическое моделирование предусматривает нумерацию лет от начала с номера $t = 1$, поэтому уравнение имеет иной вид.

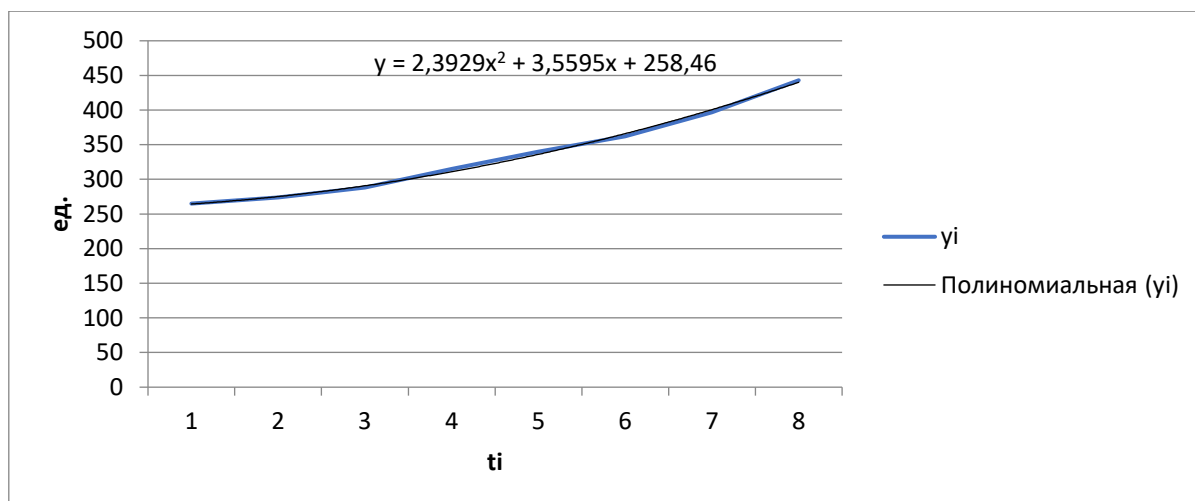
Для построения модели тренда с помощью Ms Excel необходимо построить исходный ряд, а затем, нажав на построенный график, добавить тренд:



Затем необходимо выбрать нужную линию тренда и указать желаемые результаты отображения на графике:

The figure shows the 'Формат линии тренда' (Format Trendline) dialog box. The 'Параметры линии тренда' (Trendline Parameters) tab is active. The 'Построение линии тренда (аппроксимация и сглаживание)' (Build trendline (approximation and smoothing)) section shows 'Полиномиальная' (Polynomial) selected with a degree of 2. The 'Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой' (Name of the approximating (smoothed) curve) section shows 'автоматическое: Полиномиальная (y1)' (Automatic: Polynomial (y1)). The 'Прогноз' (Forecast) section shows 'вперед на: 0,0' (Forward by: 0,0) and 'назад на: 0,0' (Backward by: 0,0) periods. The 'показывать уравнение на диаграмме' (Show equation on chart) checkbox is checked.

В результате была построена линия тренда следующего вида:



Разница в результатах вычисления обусловлена тем, что за нулевой уровень при построении линии тренда выбраны различные значения параметра t .

Осуществить прогнозирование можно путем подстановки в найденное уравнение тренда последующих значений t_i .

Кроме того, можно воспользоваться встроенными средствами MS Excel. Для этого в окне ввода параметров линии тренда необходимо задать желаемый интервал прогнозирования:

Диалоговое окно "Формат линии тренда".

Параметры линии тренда

Построение линии тренда (аппроксимация и сглаживание)

- ☐ Экспоненциальная
- ☐ Линейная
- ☐ Логарифмическая
- ☒ Полиномиальная Степень: 2
- ☐ Степенная
- ☐ Линейная фильтрация Точки: 2

Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой

- ☒ автоматическое: Полиномиальная (y_i)
- ☐ другое:

Прогноз

вперед на: 3 периодов

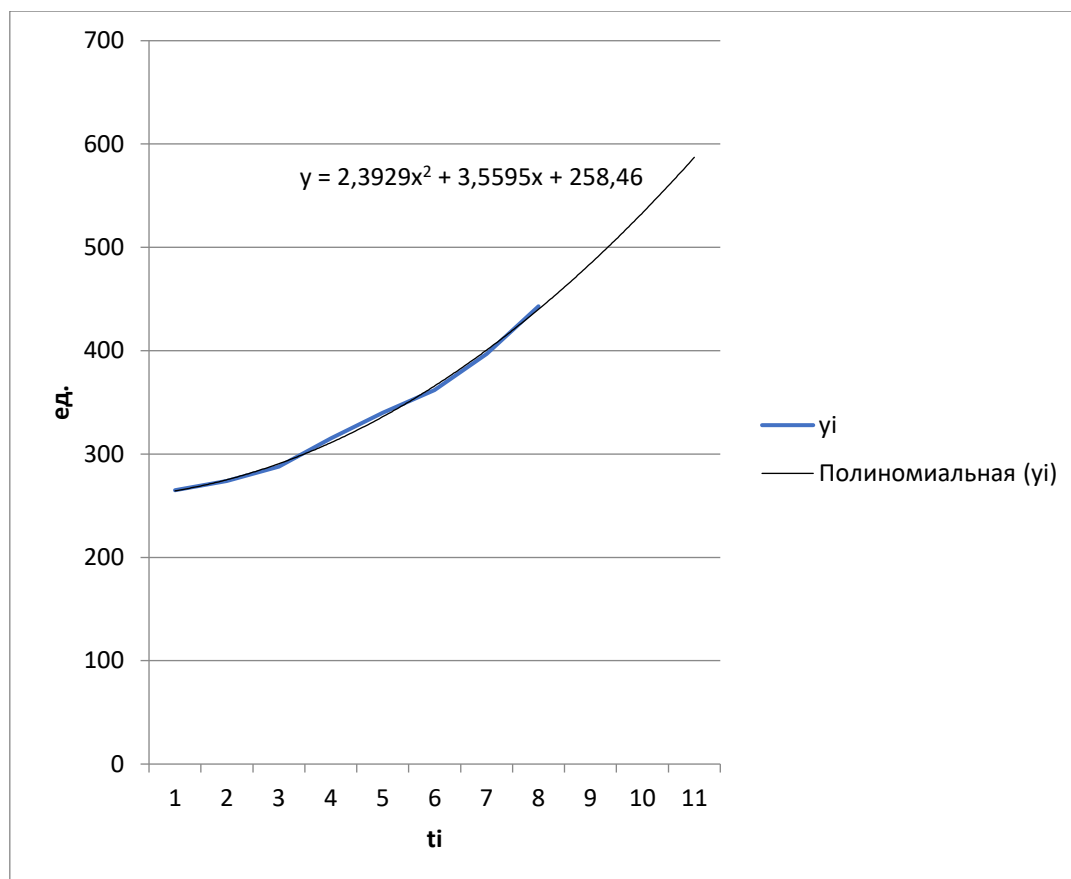
назад на: 0,0 периодов

☐ пересечение кривой с осью Y в точке: 0,0

☒ показывать уравнение на диаграмме

☐ поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2)

В результате получим графическое отображение прогнозных значений на три заданных периода:



Стоит отметить, что с увеличением горизонта прогнозирования, точность прогноза снижается.

Пример 3.6

В таблице приведены данные об изменении значений уровней временного ряда:

Год	Уровень временного ряда y_i
2016	468
2017	401
2018	367
2019	340
2020	328
2021	326
2022	325

На основании представленных данных, постройте гиперболическую модель тренда, сформулируйте вывод

Решение.

Для вычислений построим вспомогательную таблицу:

Год	Значение временного ряда y_i	t_i	$\frac{1}{t_i}$	$\frac{1}{t_i^2}$	$\frac{y_i}{t_i}$	$\hat{y}$	$y_i - \hat{y}$
2016	491	1	1,000	1,000	491,000	497,300	-6,300
2017	424	2	0,500	0,250	212,000	410,382	13,619
2018	390	3	0,333	0,111	130,000	381,409	8,591
2019	362	4	0,250	0,063	90,500	366,922	-4,922
2020	351	5	0,200	0,040	70,200	358,230	-7,230
2021	349	6	0,167	0,028	58,167	352,436	-3,436
2022	348	7	0,143	0,020	49,714	348,297	-0,297
Σ	2715	28	2,593	1,512	1101,581	≈ 2715	≈ 0

Для данных исходных данных система нормальных уравнений имеет вид:

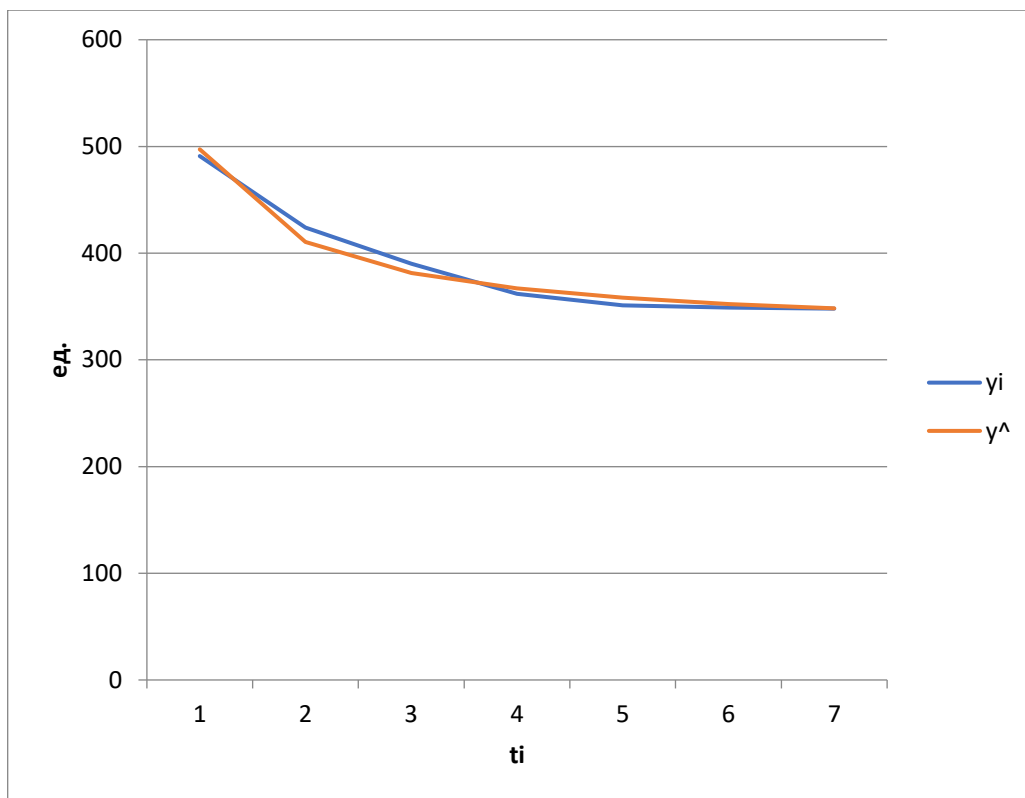
$$\begin{cases} 7a + 2,593b = 2715 \\ 2,593a + 1,512b = 1101,581 \end{cases}$$

Решая данную систему, получим $a = 323,463$; $b = 173,837$

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y} = 323,463 + \frac{173,837}{t}$$

График представлен ниже:



Таким образом, величина 323,463 – предельное значение уровня ряда, к которому стремится величина показателя y_i .

Пример 3.7

С помощью Ms Excel рассчитать параметры экспоненциального тренда по данным временного ряда, приведенным в таблице

Год	Значение временного ряда y_i
2017	2527
2018	3060
2019	3727
2020	4430
2021	5241
2022	6160

Решение

Для расчёта параметров экспоненциального тренда построим вспомогательную таблицу

Год	Значение временного ряда y_i	t_i	$y_i t_i$	$\ln y_i$	$t_i \ln y_i$	$\hat{y}$	$y_i - \hat{y}$
2017	2540	-2,5	-6350	7,840	-19,600	2567,319	-27,319
2018	3073	-1,5	-4609,5	8,030	-12,046	3066,740	6,260
2019	3740	-0,5	-1870	8,227	-4,113	3663,314	76,686
2020	4443	0,5	2221,5	8,399	4,200	4375,939	67,061
2021	5254	1,5	7881	8,567	12,850	5227,192	26,808
2022	6173	2,5	15432,5	8,728	21,820	6244,039	-71,039
Σ	25223	0	12705,5	49,791	3,111	25144,544	78,456

Согласно данным таблицы:

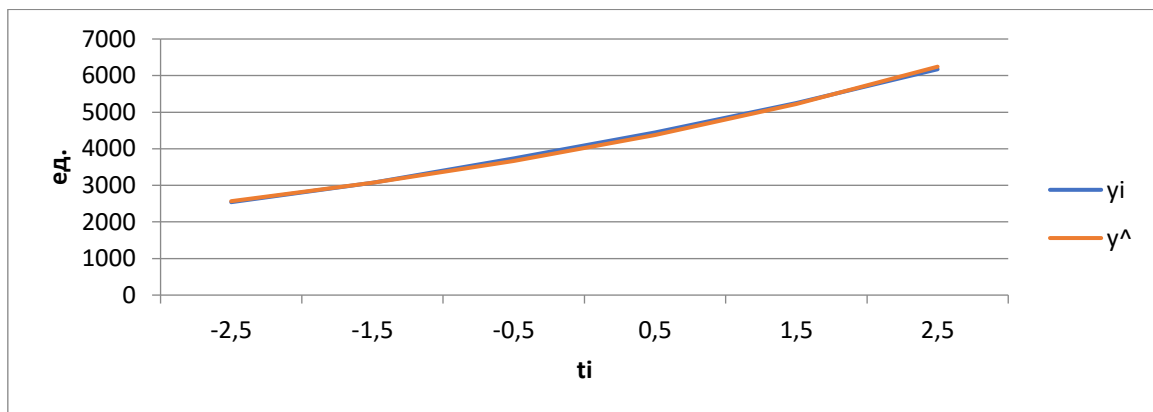
$$\ln a = \frac{49,791}{6}, \text{ следовательно, } a = 4003,803$$

$$\ln b = \frac{3,111}{17,5}, \text{ следовательно, } b = 1,195$$

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y} = 4003,803 * 1,195^t$$

Сравним тренд с исходным уровнем ряда:



Результаты вычислений показали, что исходное и расчетное значение уровня ряда динамики отличаются друг от друга. Также разница между уровнями видна на графике. Такая неточность может быть объяснена, в частности, малым числом наблюдений для построения уравнения экспоненциального тренда

Пример 3.8.

В таблице приведены данные о ежемесячном объеме реализации продукции. На основании исходным данных, проведите сглаживание ряда динамики методом укрупнения интервалов, используя при этом трехзвенные интервалы

Период	Объем реализации продукции, тыс. руб.
Январь	115,24
Февраль	122,13
Март	134,11
Апрель	128,72
Май	135,41
Июнь	135,13
Июль	140,55
Август	141,13
Сентябрь	140,26
Октябрь	145,32
Ноябрь	150,15
Декабрь	151,01

Решение

Для проведения сглаживания временных рядов, вычислим среднемесячное значение для каждого квартала (поскольку применяются трехзвенные интервалы, а исходя из логики исходных данных три последовательных месяца представляют собой квартал)

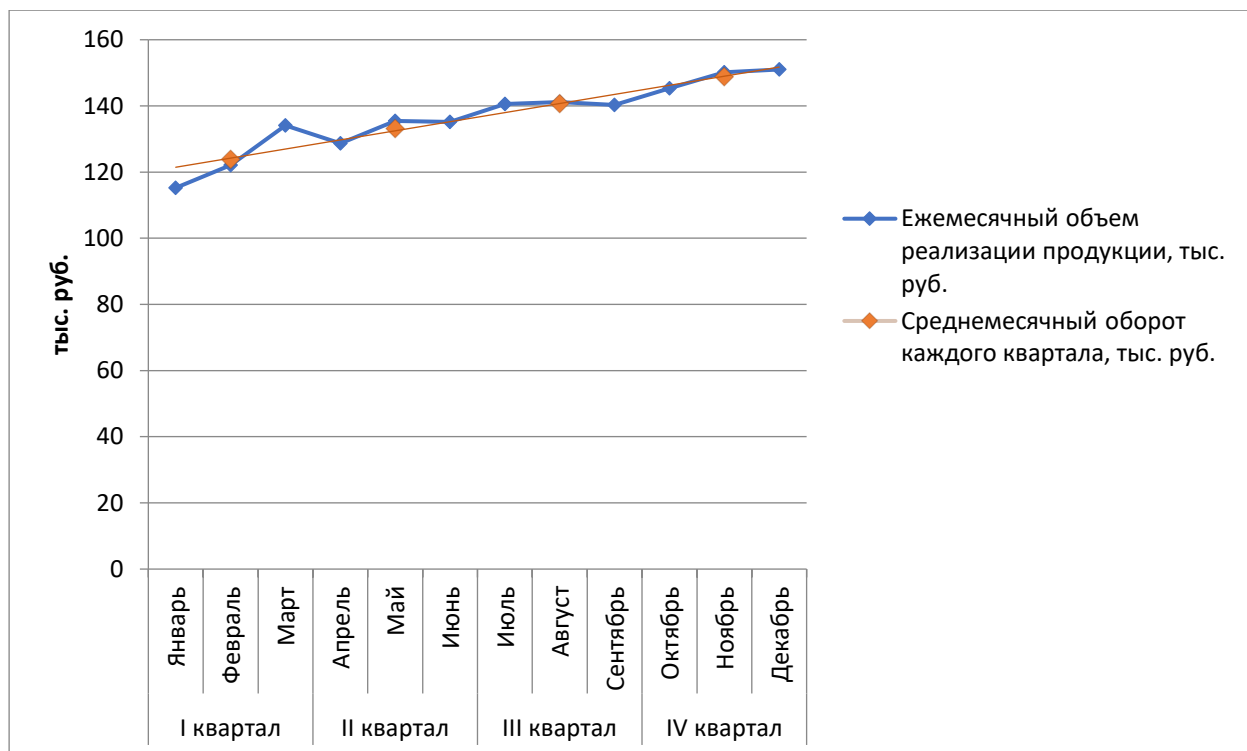
Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид			
fx	Автозаполнение	Логические	Ссылки и массивы
Вставить функцию	Недавно использовались	Текстовые	Математические
Библиотека функций	Финансовые	Дата и время	Другие функции
Диспетчер имен	Использовать в формуле	Создать из выделенного	Определенные имена
Влияющие ячейки	Зависимые ячейки	Убрать стрелки	Зависимости формул
Окно контрольного значения	Параметры вычислений	Вычисление	Solutions
Euro Conversion	Euro Formatting		
H1			
A	B	C	D
Период (укрупненный)	Период	Ежемесячный объем реализации продукции, тыс. руб.	Среднемесячный оборот каждого квартала, тыс. руб.
1			
2		Январь	115,24
3	I квартал	Февраль	122,13
4		Март	134,11
5		Апрель	128,72
6	II квартал	Май	135,41
7		Июнь	135,13
8		Июль	140,55
9	III квартал	Август	141,13
10		Сентябрь	140,26
11		Октябрь	145,32
12	IV квартал	Ноябрь	150,15
13		Декабрь	151,01
14			

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Период (укрупненный)	Период	Ежемесячный объем реализации продукции, тыс. руб.	Среднемесячный оборот каждого квартала, тыс. руб.
I квартал	Январь	115,24	$= (115,24 + 122,12 + 134,11) / 3 = 123,83$
	Февраль	122,13	
	Март	134,11	
II квартал	Апрель	128,72	133,09
	Май	135,41	
	Июнь	135,13	
III квартал	Июль	140,55	140,65
	Август	141,13	
	Сентябрь	140,26	
IV квартал	Октябрь	145,32	148,83
	Ноябрь	150,15	
	Декабрь	151,01	

Для более наглядного представления результатов сглаживания методов укрупнения интервалов, построим график, на котором отображен исходный и сглаженный с использованием трехзвенных интервалов временной ряд



В результате процедуры сглаживания был получен новый ряд, колеблемость которого стала значительно меньше по сравнению с исходным рядом.

Пример 3.9

По исходным данным проведите сглаживание ряда динамики методом простой скользящей средней с пятизвенным интервалом

									0	1	2	3	4	5	6	7
	,3	,6	,9	,4	,6	,8	,6	,9	,2	,4	,1	,3	,7	,9	,2	,5

Решение

Для построения сглаженного ряда воспользуемся формулой:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{t=1}^m y_t}{m}$$

По данной формуле будут получены сглаженные методом простой скользящей средней 13 уровней нового ряда.

Вычислим значение среднего абсолютного прироста для первого и последнего участка скользящего:

$$\Delta_{1-5} = \frac{y_5 - y_1}{m - 1}$$

$$\Delta_{13-17} = \frac{y_{17} - y_{13}}{m - 1}$$

Для восстановления потерянных значений на последнем участке временного ряда последовательно прибавим величину среднего абсолютного прироста к последнему сглаженному значению. Аналогичным образом восстановим первые члены ряда.

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

G22				
	A	B	C	D
1	Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями	
2	1	6	=C3-B20	
3	2	6,3	=C4-B20	
4	3	6,6	=CPЗНАЧ(B2:B6)	
5	4	6,9	=CPЗНАЧ(B3:B7)	
6	5	6,4	=CPЗНАЧ(B4:B8)	
7	6	7,6	=CPЗНАЧ(B5:B9)	
8	7	6,8	=CPЗНАЧ(B6:B10)	
9	8	6,6	=CPЗНАЧ(B7:B11)	
10	9	6,9	=CPЗНАЧ(B8:B12)	
11	10	7,2	=CPЗНАЧ(B9:B13)	
12	11	7,4	=CPЗНАЧ(B10:B14)	
13	12	8,1	=CPЗНАЧ(B11:B15)	
14	13	7,3	=CPЗНАЧ(B12:B16)	
15	14	7,7	=CPЗНАЧ(B13:B17)	
16	15	7,9	=CPЗНАЧ(B14:B18)	
17	16	8,2	=C16+B21	
18	17	8,5	=C17+B21	
19				
20	Δ_{1-5}	=(B6-B2)/4		
21	Δ_{13-17}	=(B18-B14)/4		

Таким образом, величина средних абсолютных приростов для исходных данных составит:

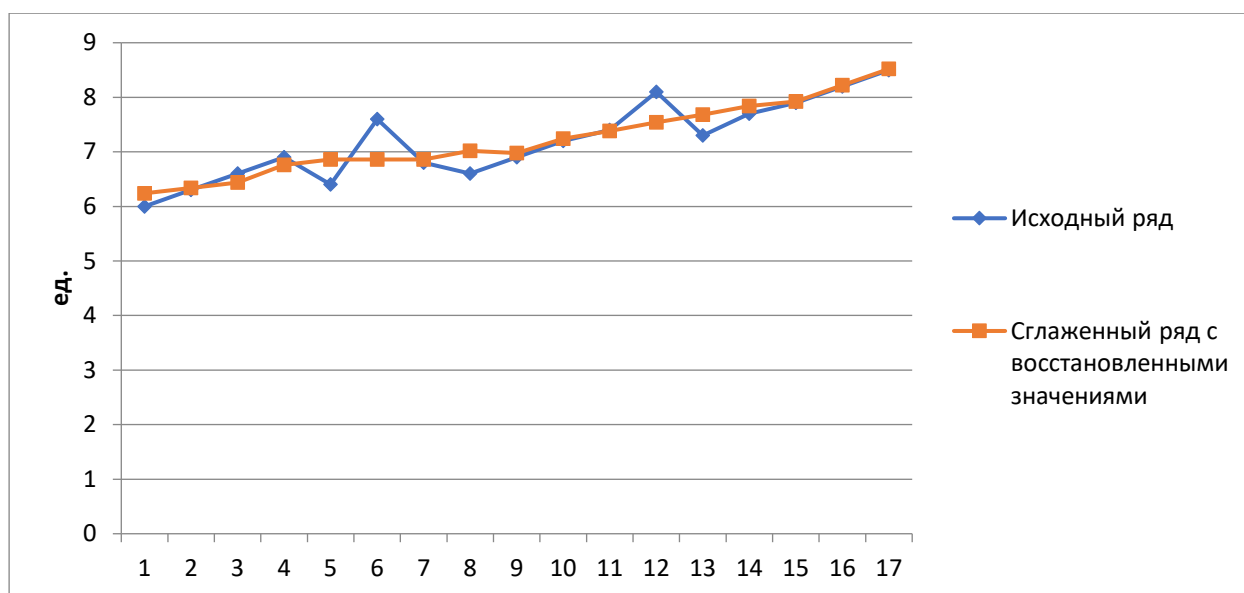
$$\Delta_{1-5} = \frac{6,4 - 6}{4} = 0,1$$

$$\Delta_{13-17} = \frac{8,5 - 7,3}{4} = 0,3$$

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями
1	6	$6,34 - 0,1 = 6,24$
2	6,3	$6,44 - 0,1 = 6,34$
3	6,6	$=(6+6,3,+6,6+6,9+6,4)/5=6,44$
4	6,9	$=(6,3,+6,6+6,9+6,4+7,6)/5 = 6,76$
5	6,4	$=(6,6+6,9+6,4+7,6+6,8)/5 = 6,86$
6	7,6	6,86
7	6,8	6,86
8	6,6	7,02
9	6,9	6,98
10	7,2	7,24
11	7,4	7,38
12	8,1	7,54
13	7,3	7,68
14	7,7	7,84
15	7,9	$=(7,3+7,7+7,9+8,2+8,5)/5 = 7,92$
16	8,2	$7,92 + 0,3 = 8,22$
17	8,5	$8,22+0,3 = 8,52$

Для более наглядного представления результатов, построим график, на котором отображен исходный и сглаженный методом простой скользящей средней с использованием пятизвенных интервалов временной ряд:



По графику видно, что получившийся ряд является более сглаженным по сравнению с исходным динамическим рядом.

Пример 3.10

По исходным данным проведите сглаживание ряда динамики методом простой скользящей средней с четырехзвенным интервалом

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	6,3	6,6	6,9	6,4	7,6	6,8	6,6	6,9	7,2	7,4	8,1	7,3	7,7	7,9	8,2	8,5

Решение

Нахождение сглаженных значений также осуществляется по формуле:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{t=1}^m y_t}{m}$$

Полученные значения нового уровня ряда находятся между исходными уровнями. Для решения данной проблемы проводится процедура центрирования, когда для каждого соседних сглаженных значений находится среднее арифметическое.

Поскольку в данном примере используется четырехзвенное сглаживание, можно сделать вывод о том в результате процедуры сглаживания произойдет «укорачивание» ряда по 2 уровня с каждого конца.

Восполнение недостающих значений производится также с использованием средних абсолютных приростов

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид f_x Вставить функцию Σ Автосумма Недавно использовались Финансовые Логические Текстовые Дата и время Ссылки и массивы Математические Другие функции Библиотека функций Присвоить имя Использовать в формуле Создать из выделенного Влияющие ячейки Зависимые ячейки Убрать стрелки Диспетчер имен Определенные имена Зависимости формул				
H22				
	A	B	C	D
1	Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями (с учетом процедуры центрирования)	
2	1	6	=C3-B20	
3	2	6,3	=C4-B20	
4	3	6,6	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B2:B5);СРЗНАЧ(B3:B6))	
5	4	6,9	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B3:B6);СРЗНАЧ(B4:B7))	
6	5	6,4	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B4:B7);СРЗНАЧ(B5:B8))	
7	6	7,6	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B5:B8);СРЗНАЧ(B6:B9))	
8	7	6,8	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B6:B9);СРЗНАЧ(B7:B10))	
9	8	6,6	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B7:B10);СРЗНАЧ(B8:B11))	
10	9	6,9	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B8:B11);СРЗНАЧ(B9:B12))	
11	10	7,2	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B9:B12);СРЗНАЧ(B10:B13))	
12	11	7,4	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B10:B13);СРЗНАЧ(B11:B14))	
13	12	8,1	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B11:B14);СРЗНАЧ(B12:B15))	
14	13	7,3	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B12:B15);СРЗНАЧ(B13:B16))	
15	14	7,7	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B13:B16);СРЗНАЧ(B14:B17))	
16	15	7,9	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B14:B17);СРЗНАЧ(B15:B18))	
17	16	8,2	=C16+B21	
18	17	8,5	=C17+B21	
19				
20	$\Delta 1-4$	=(B5-B2)/3		
21	$\Delta 14-17$	=(B18-B15)/3		

Величина средних абсолютных приростов для исходных данных составит:

$$\Delta_{1-4} = \frac{6,9 - 6}{3} = 0,3$$

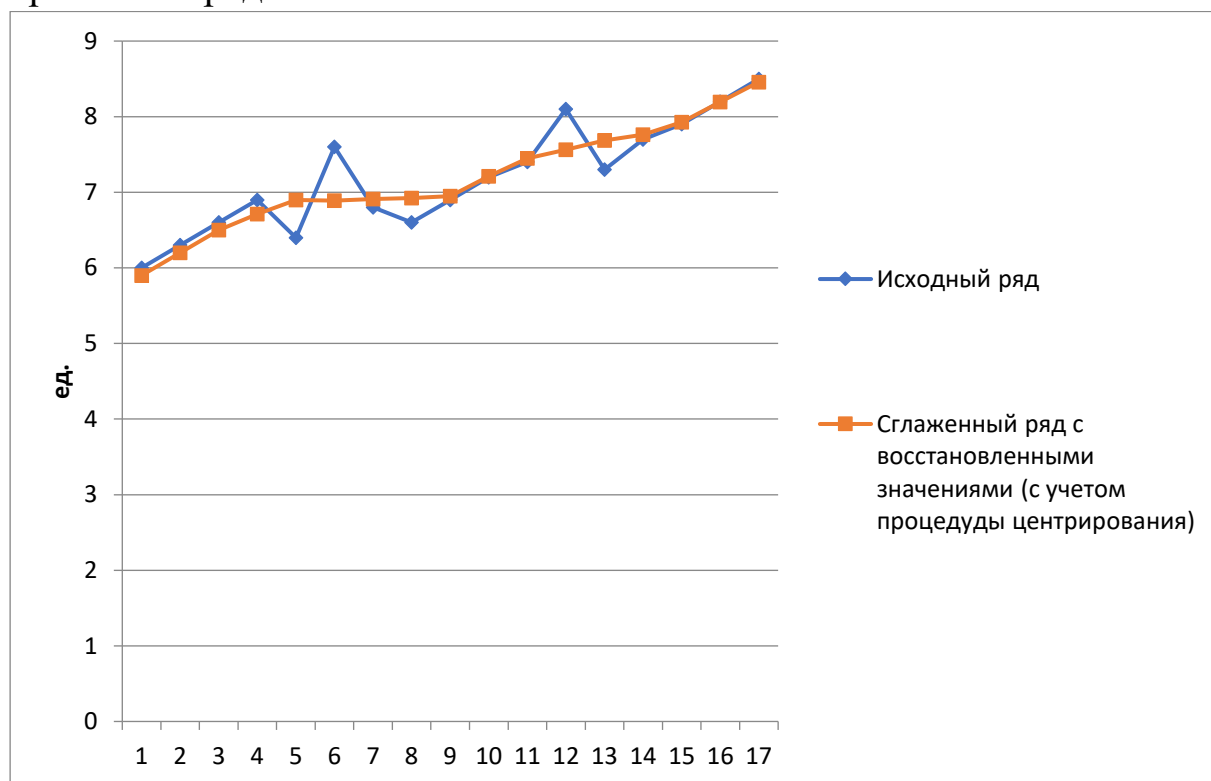
$$\Delta_{14-17} = \frac{8,5 - 7,7}{3} = 0,27$$

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями (с учетом процедуры центрирования)
1	6	6,2-0,3=5,9
2	6,3	6,5-0,3=6,2
3	6,6	= ((6+6,3+6,6+6,9)/4+ (6,3+6,6+6,9+6,4)/4)/2 = 6,5
4	6,9	=((6,3+6,6+6,9+6,4)/4 + (6,6+6,9+6,4+7,6)/4)/2 = 6,7
5	6,4	6,90
6	7,6	6,89
7	6,8	6,91
8	6,6	6,93
9	6,9	6,95
10	7,2	7,21
11	7,4	7,45
12	8,1	7,56
13	7,3	7,69
14	7,7	7,76
15	7,9	=(7,3+7,7+7,9+8,2)/4+(7,7+7,9+8,2+8,5)/4)/2 = 7,93
16	8,2	=7,93+0,27 = 8,19
17	8,5	=8,19+0,27=8,46

Для более наглядного представления результатов, построим график, на котором отображен исходный и сглаженный методом простой

скользящей средней с использованием четырехзвенных интервалов временной ряд:



Сравнивая полученные результаты данной задачи и задачи 6, можно сформулировать следующий вывод: чем меньше интервал сглаживания, тем ближе рассчитанный ряд к исходному временному ряду.

Пример 3.11

По исходным данным проведите пятизвенное сглаживание ряда динамики методом взвешенной скользящей средней

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	6,3	6,6	6,9	6,4	7,6	6,8	6,6	6,9	7,2	7,4	8,1	7,3	7,7	7,9	8,2	8,5

Решение

Сглаживание методом взвешенной скользящей средней предполагает применение весовых коэффициентов сглаживания.

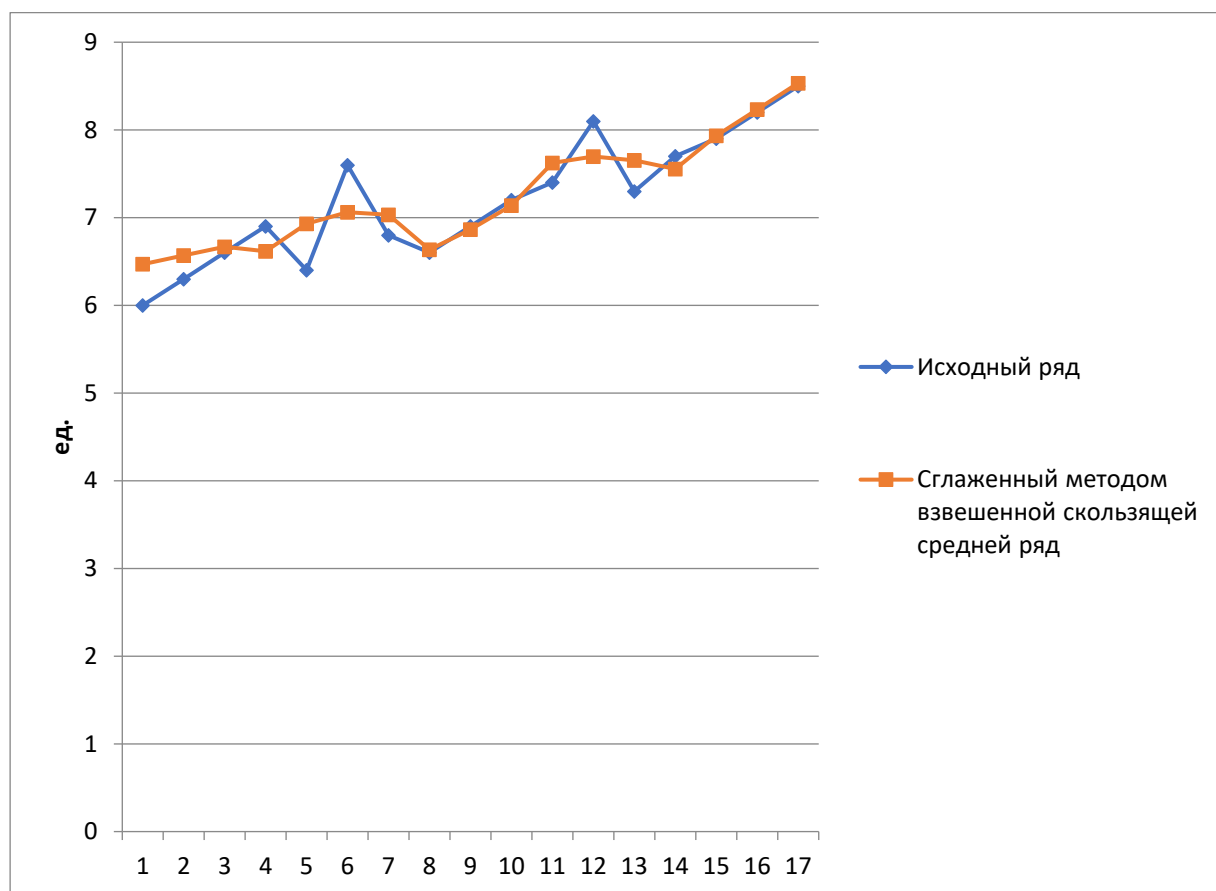
Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Вставить Буфер обмена Шрифт Гр Выравнивание Гр Число Гр			
Calibri 11 A Ж К Ч Гр Гр Общий % 000 0,00 + -			
G21 f_x			
	A	B	C
	Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный методом взвешенной скользящей средней ряд
1	1	6	=C3-B20
2	2	6,3	=C4-B20
3	3	6,6	=1/35*(-3*B2+12*B3+17*B4+12*B5-3*B6)
4	4	6,9	=1/35*(-3*B3+12*B4+17*B5+12*B6-3*B7)
5	5	6,4	=1/35*(-3*B4+12*B5+17*B6+12*B7-3*B8)
6	6	7,6	=1/35*(-3*B5+12*B6+17*B7+12*B8-3*B9)
7	7	6,8	=1/35*(-3*B6+12*B7+17*B8+12*B9-3*B10)
8	8	6,6	=1/35*(-3*B7+12*B8+17*B9+12*B10-3*B11)
9	9	6,9	=1/35*(-3*B8+12*B9+17*B10+12*B11-3*B12)
10	10	7,2	=1/35*(-3*B9+12*B10+17*B11+12*B12-3*B13)
11	11	7,4	=1/35*(-3*B10+12*B11+17*B12+12*B13-3*B14)
12	12	8,1	=1/35*(-3*B11+12*B12+17*B13+12*B14-3*B15)
13	13	7,3	=1/35*(-3*B12+12*B13+17*B14+12*B15-3*B16)
14	14	7,7	=1/35*(-3*B13+12*B14+17*B15+12*B16-3*B17)
15	15	7,9	=1/35*(-3*B14+12*B15+17*B16+12*B17-3*B18)
16	16	8,2	=C16+B21
17	17	8,5	=C17+B21
18			
19			
20	Δ 1-5	=(B6-B2)/4	
21	Δ 13-17	=(B18-B14)/4	

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный методом взвешенной скользящей средней ряд
1	6	=6,57-0,1=6,47
2	6,3	=6,67-0,1=6,57
3	6,6	=1/35*(-3*6+12*6,3+17*6,6+12*6,9-3*6,4)= 6,67
4	6,9	=1/35*(-3*6,3+12*6,6+17*6,9+12*6,4-3*7,6)= 6,62
5	6,4	6,93
6	7,6	7,06
7	6,8	7,03
8	6,6	6,63
9	6,9	6,87
10	7,2	7,14
11	7,4	7,62
12	8,1	7,70
13	7,3	7,65
14	7,7	7,55
15	7,9	=1/35*(-3*7,3+12*7,7+17*7,9+12*8,2-3*8,5)= 7,93
16	8,2	=7,93+0,3=8,23
17	8,5	=8,23+0,3=8,53

На графике представлен исходный и сглаженный методом взвешенной скользящей средней временной ряд:



Применение метода сглаженной взвешенной средней целесообразно в тех случаях, когда изменения ряда описываются нелинейной функцией. По графику видно, что использование данного способа позволило построить сглаженный ряд, достаточно точно описывающий интервалы роста и спада.

Глава 4. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ КОМПОНЕНТА РЕГИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ

4.1. Методы выявления периодической компоненты

Для проверки предположения о существенности периодической компоненты ряда динамики целесообразно использовать такие критерии случайности, которые имеют наибольшую мощность относительно альтернативной гипотезы о цикличности ряда. Наиболее простым для применения и зрительно понятным является критерий «пи-ков» и «ям». В основе этого критерия лежит подсчет числа экстремальных точек ряда p , который осуществляется следующим образом (4.1):

$$p_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_{t-1} < y_t < y_{t+1} \\ \text{или } y_{t-1} > y_t > y_{t+1} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (4.1)$$

где $t=n+1$,

n – число наблюдений в ряду динамики.

Для случайного ряда математическое ожидание числа экстремальных точек (4.2):

$$\bar{p} = \frac{2 \cdot (n - 2)}{3} \quad (4.2)$$

Проверка гипотезы сводится к сравнению $\bar{p}$ с расчетным значением $\hat{p}$. Если эти значения близки, то можно отказаться от дальнейшей проверки и признать ряд случайным. Если же $\hat{p}$ и $\bar{p}$ значительно отличаются друг от друга, то проводится дальнейшая проверка гипотезы, основанная на подсчете фаз различной длины [99].

Фазой называется интервал между двумя соседними уровнями, для которых $p_t = 1$. Для определения длины фазы l достаточно просто найти разности индексов двух соседних экстремальных точек, затем подсчитать число фаз N_1, N_2, N_3 длин $l_1 = 1, l_2 = 2, l_3 = 3$. Теоретическое значение числа фаз длины l для случайного ряда следующее (4.3):

$$\hat{N}_1 = \frac{2 \cdot (n-1-2) \cdot (l^2 - 3 \cdot l + 1)}{(1+3)!} \quad (4.3)$$

Естественная процедура проверки случайности сводится к сравнению наблюдаемых значений N_1 , N_2 , N_3 с теоретическим значением N_1 . Однако при небольшом числе наблюдений n критерий χ^2 здесь непосредственно использовать нельзя, так как в этом случае длины фаз l_i не являются независимыми. Доказано, что при разбиении длины фазы на три группы: $l_1 = 1$, $l_2 = 2$, $l_3 = 3$ (две степени свободы) - статистика χ^2 может быть использована в обычной форме ($v = 2,5$) при $\chi^2 = 6,3$. Расчетные значения χ^2 в случае трех групп длин фазы определяются по формуле (4.4):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{(N_i - \hat{N}_i)^2}{N_i} \quad (4.4)$$

Если $\chi^2 \geq 6,3$, то колебания исходного ряда нельзя считать чисто случайными и ряд содержит периодическую составляющую. Этот критерий весьма чувствителен к периодическим колебаниям и имеет практически нулевую эффективность относительно альтернативы наличия тренда, поэтому он может применяться непосредственно к исходному ряду динамики в отличие от других критериев, которые требуют, чтобы из ряда динамики предварительно была выделена систематическая составляющая [100]. После того как установлена периодическая составляющая, проводится ее анализ.

4.2. Сезонная компонента. Индексы сезонности

При рассмотрении квартальных или месячных данных многих социально-экономических явлений часто обнаруживаются определенные, постоянно повторяющиеся колебания, которые существенно не изменяются за длительный период времени. Они являются результатом влияния природно-климатических условий, общих экономических факторов, а также ряда многочисленных разнообразных факторов, ко-

которые частично являются регулируемы. В статистике периодические колебания, которые имеют определенный и постоянный период, равный годовому промежутку, носят название сезонных колебаний, или сезонных волн, а динамический ряд в этом случае называют тренд-сезонным, или просто сезонным рядом динамики.

Классификация наиболее распространенных методов измерения сезонной волны представлена на рис. 4.1.



Рис. 4.1 Методы измерения сезонной волны

Сезонные колебания характеризуются специальными показателями, которые называются индексами сезонности (I_s). Совокупность этих показателей отражает сезонную волну. Индексами сезонности являются процентные отношения фактических внутригодовых уровней к постоянной или переменной средней.

Для выявления сезонных колебаний обычно берут данные за несколько лет, распределенные по месяцам. Данные за несколько лет (не менее трех) используют для того, чтобы выявить устойчивую сезонную волну, которая бы не отражала случайные условия одного года.

Для вычисления индексов сезонности применяют различные методы. Если ряд динамики не содержит ярко выраженной тенденции в развитии, то индексы сезонности вычисляют непосредственно по эмпирическим данным без их предварительного выравнивания (рис. 4.2).

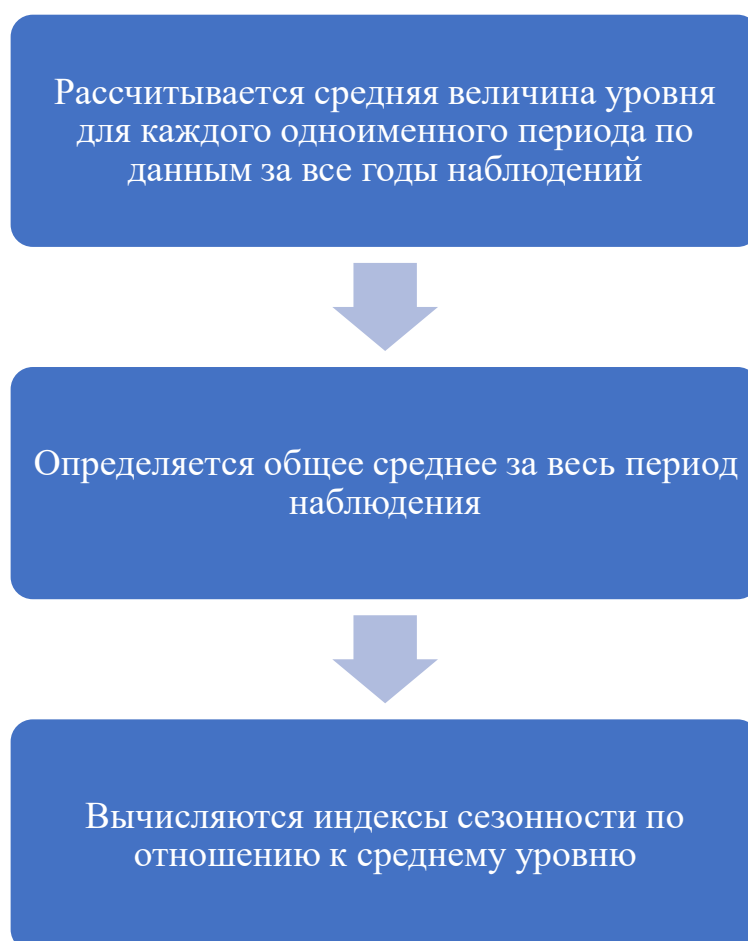


Рис. 4.2. Схема расчета индексов сезонности в случае, если ряд динамики не содержит ярко выраженной тенденции в развитии

Таким образом, расчет будет производиться по формуле (4.5):

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\% \quad , \quad (4.5)$$

где $\bar{y}_i$ - средняя величина уровня для каждого одноименного периода

$\bar{y}$ - общее среднее значение за весь период наблюдения.

Если ряд динамики содержит определенную тенденцию в развитии, то прежде чем вычислить сезонную волну фактические данные нужно обработать так, чтобы выявить общую тенденцию. Обычно для этого прибегают к аналитическому выравниванию ряда динамики. Схема, используемая в данном случае, отражена на рис. 4.3.



Рис. 4.3. Схема расчета индексов сезонности в случае, если ряд динамики содержит тенденцию в развитии

В общем виде формулу расчета индекса сезонности данным способом можно записать так (4.6):

$$I_s = \left[\sum \frac{y_i}{\bar{y}_t} \right] : n \quad (4.6)$$

Для сопоставления величины сезонных колебаний по различным территориям или периодам может быть рассчитан коэффициент сезонности, представляющий собой среднеквадратическое отклонение (4.7):

$$k_s = \sigma = \sqrt{\frac{(i_c - 1)^2}{n}}, \quad (4.6)$$

Где i_c - индекс сезонности для каждого периода (квартала, месяца, дня и т.д.)

n – число таких периодов (кварталов, месяцев, дней и т.д.)

Стоит отметить, что величина k_s прямо пропорциональна величине сезонных колебаний [101]. Соответственно, чем больше данное значение, тем выше величина сезонных колебаний.

4.3. Оценка параметров сезонности региональных процессов на основе абсолютных приростов

Ранее были рассмотрены основные структурные элементы временного ряда. На основе анализа имеющихся данных был сформулирован вывод: в случае, если амплитуда сезонных колебаний с течением времени не меняется, предполагается использование аддитивной модели.

Стоит отметить, что расчет параметров такой модели осуществляется на основе абсолютных отклонений.

Способ построения аддитивной модели опирается на данные о наличии либо отсутствии.

Схема корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда, с учетом сезонной составляющей, представлена на рис.4.4.

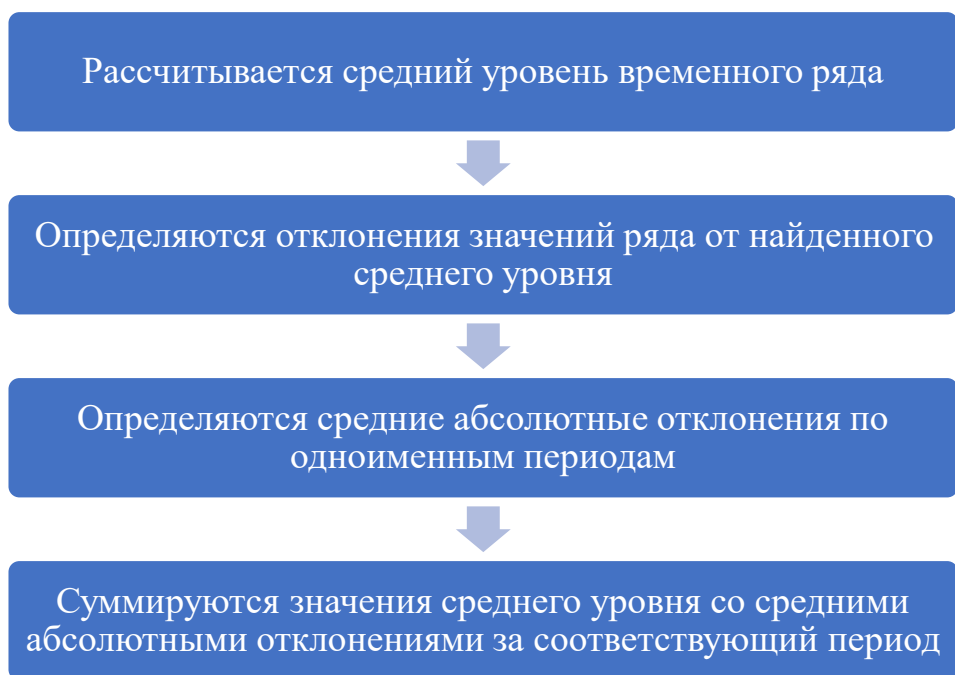


Рис. 4.4 - Схема корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда, с учетом сезонной составляющей

В случае, если временной ряд содержит тенденцию, построение аддитивной модели с учетом сезонной составляющей осуществляется с использованием теоретических кривых [102] (рис. 4.5).

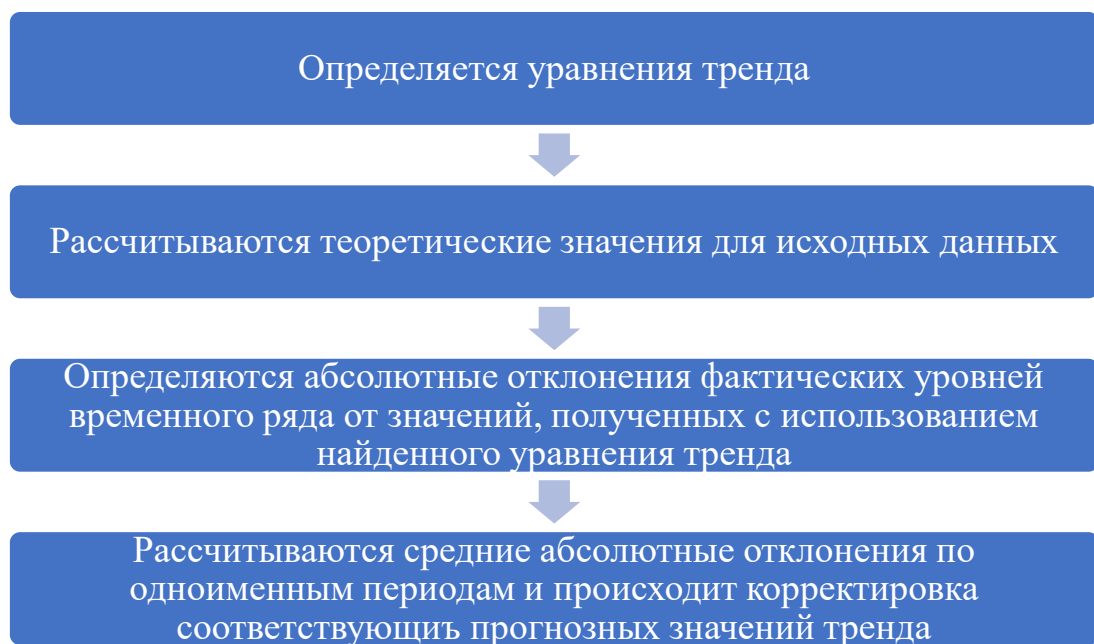


Рис. 4.5. Схема корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда, с учетом сезонной составляющей

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть основных методов выявления периодической компоненты?
2. Назовите методы, основанные на применении средней арифметической.
3. Какие методы измерения сезонной составляющей основаны на применении механического выравнивания?
4. Опишите схему корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда, с учетом сезонной составляющей.
5. В чем состоит особенность построения модели с учетом сезонной составляющей, если имеет место наличие тренда?
6. Что такое индекс сезонности?
7. Различается ли расчет коэффициента сезонности для моделей с наличием тренда и без него?
8. С какой целью рассчитываются коэффициенты сезонности? Каков характер связи между данным параметром и величиной сезонных колебаний?
9. Как осуществляется расчет параметров аддитивной модели на основе абсолютных отклонений?

Примеры решения задач

Пример 4.1.

В таблице представлены данные о поквартальных значениях региона за трехлетний период:

Год	Квартал	Значение показателя, млн. руб.
2020	I	7
	II	8,7
	III	11,9
	IV	28,6
2021	I	11,6
	II	9,1
	III	10,7
	IV	25,9
2022	I	8,6
	II	8,9
	III	11
	IV	23,3

Предполагая, что представленный ряд не имеет общей тенденции развития, рассчитайте индексы сезонности, постройте график.

Решение

Рассчитаем средний уровень по одноименным кварталам:

$$\bar{y}_I = \frac{7 + 11,6 + 8,6}{3} = 9,07 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{y}_{II} = \frac{8,7 + 9,1 + 8,9}{3} = 8,9 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{y}_{III} = \frac{11,9 + 10,7 + 11}{3} = 11,2 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{y}_{IV} = \frac{28,6 + 25,9 + 23,3}{3} = 25,93 \text{ млн. руб.}$$

Среднее значение уровня для всех наблюдений оставит:

$$\bar{y}_I = \frac{165,3}{12} = 13,78 \text{ млн. руб.}$$

Для нахождения индексов сезонности построим вспомогательную таблицу:

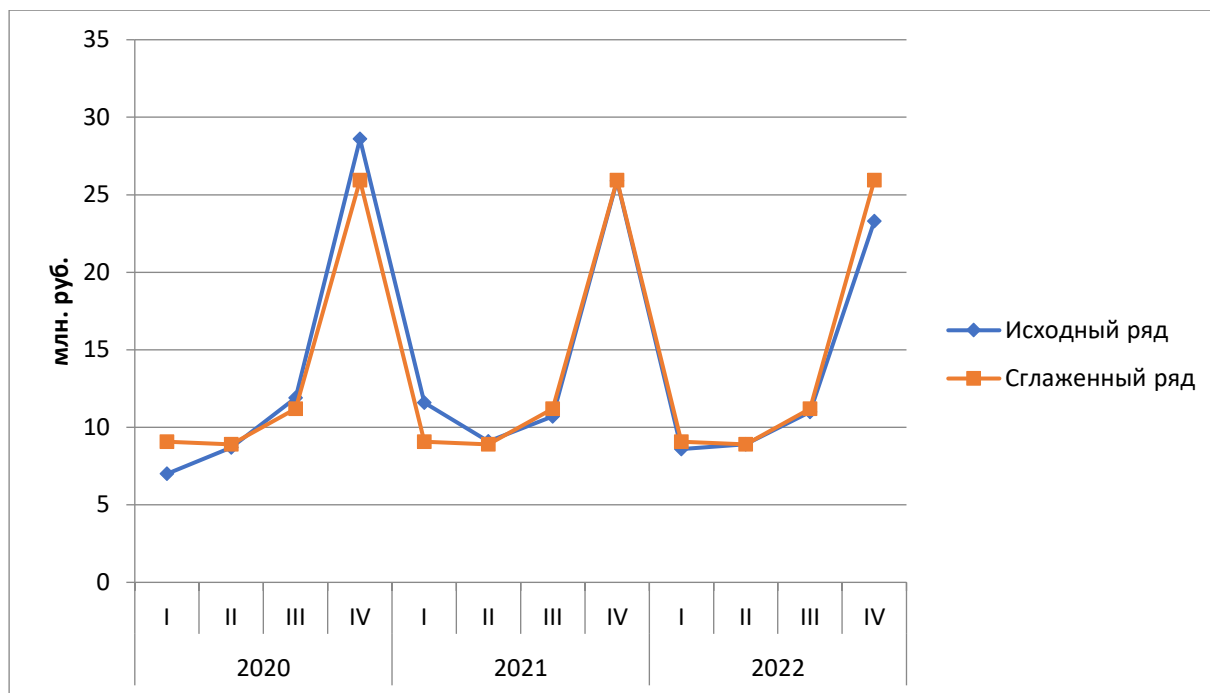
Год	Квартал	Значение, млн. руб.	Среднее по-квартальное значение, млн. руб.	Индекс сезонности	$i_c - 1$	$(i_c - 1)^2$
2020	I	7	9,07	0,66	-0,34	0,12
	II	8,7	8,90	0,65	-0,35	0,13
	III	11,9	11,20	0,81	-0,19	0,03
	IV	28,6	25,93	1,88	0,88	0,78
2021	I	11,6	9,07	0,66	-0,34	0,12
	II	9,1	8,90	0,65	-0,35	0,13
	III	10,7	11,20	0,81	-0,19	0,03
	IV	25,9	25,93	1,88	0,88	0,78
2022	I	8,6	9,07	0,66	-0,34	0,12
	II	8,9	8,90	0,65	-0,35	0,13
	III	11	11,20	0,81	-0,19	0,03
	IV	23,3	25,93	1,88	0,88	0,78

Найденные индексы сезонности свидетельствуют о том, что I, II, III квартале средние значения соответствующих уровней меньше среднегодового значения на 34%, 35% и 19%. Средние значения за IV квартал превышают среднегодовые параметры на 88%.

Для данного временного интервального ряда коэффициент сезонности составит:

$$k_s = \sigma = \sqrt{\frac{1,06}{12}} = 0,297$$

График, сглаженный с учетом индексов сезонности:



Пример 4.2.

В таблице представлены данные о поквартальном изменении цены на некоторый товар в регионе Р:

Год	Квартал	Цена, руб.
2019	I	3482
	II	3253,3
	III	3120,3
	IV	4541
2020	I	3721
	II	3397,7
	III	3787,3
	IV	4386,3
2021	I	5176,7
	II	4554
	III	3870
	IV	5053
2022	I	5301,3
	II	4422
	III	4134
	IV	5146,7

Предполагая наличие общей тенденции в динамике, рассчитайте индексы сезонности, постройте график.

Решение

Для выравнивания примем линейную функцию и перенесём начало координат в середину ряда динамики. Параметры регрессии определим из системы нормальных уравнений.

Для расчета построим вспомогательную таблицу:

Год	Квартал	Исходные данные	t	t ²	y*t	y [^]	I _{сез}	I _{сез ср.}	Выравненный уровень с учетом сезонности
2019	I	3482	-15	225	-52230	3411,107	1,021	1,084	3697,602
	II	3253,3	-13	169	-42292,9	3517,515	0,925	0,938	3298,797
	III	3120,3	-11	121	-34323,3	3623,922	0,861	0,876	3175,073
	IV	4541	-9	81	-40869	3730,329	1,217	1,101	4106,619
2020	I	3721	-7	49	-26047	3836,737	0,970	1,084	4158,980
	II	3397,7	-5	25	-16988,5	3943,144	0,862	0,938	3697,961
	III	3787,3	-3	9	-11361,9	4049,551	0,935	0,876	3547,985
	IV	4386,3	-1	1	-4386,3	4155,959	1,055	1,101	4575,183
2021	I	5176,7	1	1	5176,7	4262,366	1,215	1,084	4620,357
	II	4554	3	9	13662	4368,774	1,042	0,938	4097,125
	III	3870	5	25	19350	4475,181	0,865	0,876	3920,898
	IV	5053	7	49	35371	4581,588	1,103	1,101	5043,747
2022	I	5301,3	9	81	47711,7	4687,996	1,131	1,084	5081,735
	II	4422	11	121	48642	4794,403	0,922	0,938	4496,289
	III	4134	13	169	53742	4900,810	0,844	0,876	4293,810
	IV	5146,7	15	225	77200,5	5007,218	1,028	1,101	5512,311

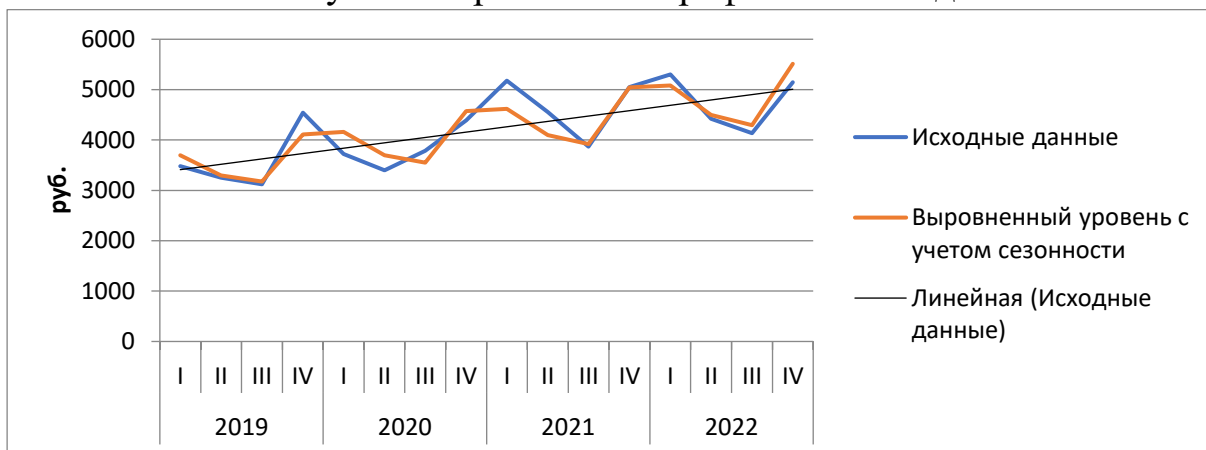
Тогда для заданного ряда параметры составят:

$$\begin{cases} a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = 4209,16 \\ b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} = 53,2 \end{cases}$$

Расчеты в формульном виде приведены ниже:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	Год	Квартал	Исходные данные	t	t ²	yt	y ^Δ	Ices	Ices. Cp.	Выровненный уровень с учетом сезонности
1										
2		I	3482	-15	=D2^2	=C2*D2	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D2	=C2/G2	=CP3HAC(H2:H6;H10;H14)	=G2*I2
3		II	3253,3	-13	=D3^2	=C3*D3	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D3	=C3/G3	=CP3HAC(H3:H7;H11;H15)	=G3*I3
4		III	3120,3	-11	=D4^2	=C4*D4	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D4	=C4/G4	=CP3HAC(H4:H8;H12;H16)	=G4*I4
5	2019	IV	4541	-9	=D5^2	=C5*D5	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D5	=C5/G5	=CP3HAC(H5:H9;H13;H17)	=G5*I5
6		I	3721	-7	=D6^2	=C6*D6	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D6	=C6/G6	=CP3HAC(H2:H6;H10;H14)	=G6*I6
7		II	3397,7	-5	=D7^2	=C7*D7	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D7	=C7/G7	=CP3HAC(H3:H7;H11;H15)	=G7*I7
8		III	3787,3	-3	=D8^2	=C8*D8	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D8	=C8/G8	=CP3HAC(H4:H8;H12;H16)	=G8*I8
9	2020	IV	4386,3	-1	=D9^2	=C9*D9	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D9	=C9/G9	=CP3HAC(H5:H9;H13;H17)	=G9*I9
10		I	5176,7	1	=D10^2	=C10*D10	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D10	=C10/G10	=CP3HAC(H2:H6;H10;H14)	=G10*I10
11		II	4554	3	=D11^2	=C11*D11	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D11	=C11/G11	=CP3HAC(H3:H7;H11;H15)	=G11*I11
12		III	3870	5	=D12^2	=C12*D12	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D12	=C12/G12	=CP3HAC(H4:H8;H12;H16)	=G12*I12
13	2021	IV	5053	7	=D13^2	=C13*D13	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D13	=C13/G13	=CP3HAC(H5:H9;H13;H17)	=G13*I13
14		I	5301,3	9	=D14^2	=C14*D14	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D14	=C14/G14	=CP3HAC(H2:H6;H10;H14)	=G14*I14
15		II	4422	11	=D15^2	=C15*D15	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D15	=C15/G15	=CP3HAC(H3:H7;H11;H15)	=G15*I15
16		III	4134	13	=D16^2	=C16*D16	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D16	=C16/G16	=CP3HAC(H4:H8;H12;H16)	=G16*I16
17	2022	IV	5146,7	15	=D17^2	=C17*D17	=CP3HAC(SCS2:SCS17)+CYMM(SFS2:SFS17)/CYMM(SE52:SE517)*D17	=C17/G17	=CP3HAC(H5:H9;H13;H17)	=G17*I17

Результаты расчетов в графическом виде:



По результатам проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что относительно линии тренда разброс индексов сезонности меньше, чем по отношению к среднегодовому изменению цен на некотором предприятии за четыре года.

Пример 4.3.

Имеются данные об изменении значений временного ряда:

Год	Квартал	y
2020	I	24
	II	25,7
	III	28,9
	IV	45,6
2021	I	28,6
	II	26,1
	III	27,7
	IV	42,9
2022	I	25,6
	II	25,9
	III	28
	IV	40,3

Предполагая отсутствие тренда, скорректировать ряд динамики на сезонную составляющую.

Решение.

Для выполнения поставленной задачи составим вспомогательную таблицу:

Год	Квартал	y	Абсолютное отклонение от среднего уровня, Δ	Среднее абсолютное отклонение от среднего годового уровня, Δ _{ср.}	Выравненный уровень с учетом сезонности
2020	I	24	-6,775	-4,71	26,07
	II	25,7	-5,075	-4,88	25,90
	III	28,9	-1,875	-2,58	28,20
	IV	45,6	14,825	12,16	42,93
2021	I	28,6	-2,175	-4,71	26,07
	II	26,1	-4,675	-4,88	25,90
	III	27,7	-3,075	-2,58	28,20
	IV	42,9	12,125	12,16	42,93
2022	I	25,6	-5,175	-4,71	26,07
	II	25,9	-4,875	-4,88	25,90
	III	28	-2,775	-2,58	28,20
	IV	40,3	9,525	12,16	42,93

Для вычислений найдем средний уровень ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n} = 30,78$$

Средние поквартальные отклонения от среднего годового уровня составят:

$$\bar{\Delta}_I = \frac{-6,78 + (-2,175) + (-5,178)}{3} = -4,71$$

$$\bar{\Delta}_{II} = \frac{-5,075 + (-4,675) + (-4,878)}{3} = -4,88$$

$$\bar{\Delta}_{III} = \frac{-1,875 + (-3,075) + (-2,775)}{3} = -2,58$$

$$\Delta_{IV}^{-} = \frac{14,825 + 12,125 + 9,525}{3} = 12,16$$

Таким образом, поквартальные данные выравненные с учетом сезонности:

$$\bar{y}_I = 30,78 + (-4,71)$$

$$\bar{y}_{II} = 30,78 + (-4,88) = 25,9$$

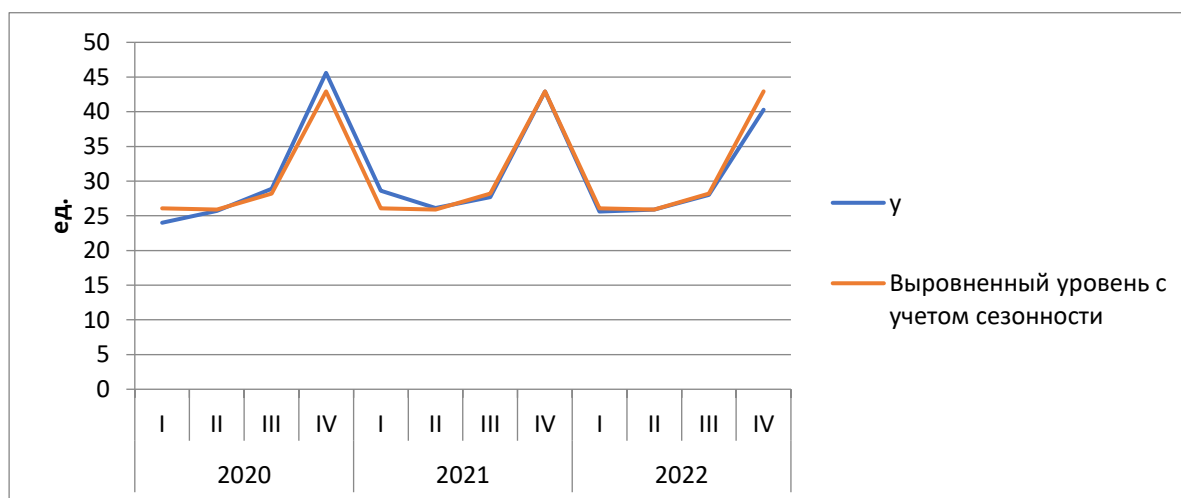
$$\bar{y}_{III} = 30,78 + (-2,58) = 28,2$$

$$\bar{y}_{IV} = 30,78 + 12,16 = 42,93$$

Вычисления в формульном виде:

	A	B	C	D	E	F
	Год	Квартал	y	Абсолютное отклонение от среднего уровня, Δ	Среднее абсолютное отклонение от среднего уровня	Выровненный уровень с учетом сезонности
1						
2	2020	I	24	=C2-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D2;D6;D10)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E2
3		II	25,7	=C3-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D3;D7;D11)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E3
4		III	28,9	=C4-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D4;D8;D12)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E4
5		IV	45,6	=C5-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D5;D9;D13)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E5
6	2021	I	28,6	=C6-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D2;D6;D10)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E6
7		II	26,1	=C7-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D3;D7;D11)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E7
8		III	27,7	=C8-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D4;D8;D12)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E8
9		IV	42,9	=C9-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D5;D9;D13)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E9
10	2022	I	25,6	=C10-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D2;D6;D10)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E10
11		II	25,9	=C11-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D3;D7;D11)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E11
12		III	28	=C12-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D4;D8;D12)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E12
13		IV	40,3	=C13-CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)	=CPЗНАЧ(D5;D9;D13)	=CPЗНАЧ(\$C\$2:\$C\$13)+E13

Динамика сезонных колебаний отражена на графике:



ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА РЕФЕРАТОВ

1. Анализ динамики валового производства в регионах Центрального федерального округа.
2. Анализ динамики валового производства в регионах Южного федерального округа.
3. Анализ динамики валового производства в регионах Северо-Западного федерального округа.
4. Анализ динамики валового производства в регионах Дальневосточного федерального округа.
5. Анализ динамики валового производства в регионах Сибирского федерального округа.
6. Анализ динамики валового производства в регионах Уральского федерального округа.
7. Анализ динамики валового производства в регионах Приволжского федерального округа.
8. Анализ динамики валового производства в регионах Северо-Кавказского федерального округа.
9. Статистический анализ малого предпринимательства в регионах Центрального федерального округа.
10. Статистическая оценка малого предпринимательства в регионах Приволжского федерального округа.
11. Статистическая оценка малого предпринимательства в регионах Южного федерального округа.
12. Статистическая оценка малого предпринимательства в регионах Северо-Западного федерального округа.
13. Статистическая оценка малого предпринимательства в регионах Дальневосточного федерального округа.
14. Статистическая оценка малого предпринимательства в регионах Сибирского федерального округа.
15. Статистическая оценка малого предпринимательства в регионах Уральского федерального округа.
16. Статистическая оценка малого предпринимательства в регионах Северо-Кавказского федерального округа.
17. Бизнес-демография организаций в регионах Центрального федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

18. Бизнес-демография организаций в регионах Приволжского федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

19. Бизнес-демография организаций в регионах Южного федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

20. Бизнес-демография организаций в регионах Уральского федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

21. Бизнес-демография организаций в регионах Северо-Западного федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

22. Бизнес-демография организаций в регионах Дальневосточного федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

23. Бизнес-демография организаций в регионах Сибирского федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

24. Бизнес-демография организаций в регионах Северо-Кавказского федерального округа: оценка и анализ с помощью статистических методов и приемов.

25. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Центрального федерального округа).

26. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Приволжского федерального округа).

27. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Южного федерального округа).

28. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Уральского федерального округа).

29. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Северо-Западного федерального округа).

30. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Дальневосточного федерального округа).

31. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Сибирского федерального округа).

32. Региональные особенности рынка труда (на примере субъектов в составе Северо-Кавказского федерального округа).

33. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Центрального федерального округа.

34. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Приволжского федерального округа.

35. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Южного федерального округа.

36. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Уральского федерального округа.

37. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Северо-Западного федерального округа.

38. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Дальневосточного федерального округа.

39. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Сибирского федерального округа.

40. Статистическая оценка состояния экономической безопасности в регионах Северо-Кавказского федерального округа.

41. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Центрального федерального округа.

42. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Приволжского федерального округа.

43. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Южного федерального округа.

44. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Уральского федерального округа.

45. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Северо-Западного федерального округа.

46. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Дальневосточного федерального округа.

47. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Сибирского федерального округа.

48. Анализ периодической компоненты в технологическом развитии регионов Северо-Кавказского федерального округа.

49. Статистическая оценка образования в регионах Центрального федерального округа.

50. Статистическая оценка образования в регионах Приволжского федерального округа.

51. Статистическая оценка образования в регионах Южного федерального округа.

52. Статистическая оценка образования в регионах Уральского федерального округа.

53. Статистическая оценка образования в регионах Северо-Западного федерального округа.

54. Статистическая оценка образования в регионах Дальневосточного федерального округа.

55. Статистическая оценка образования в регионах Сибирского федерального округа.

56. Статистическая оценка образования в регионах Северо-Кавказского федерального округа.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

I. В регионе Р на складах имеется остатки материальных запасов.

Их состояние на начало года описывается:

- 1) рядом распределения;
- 2) моментным рядом;
- 3) интервальным рядом.
- 4) не может быть описано ни одним из представленных рядов

II. Числовые значения статистического показателя, представленные во временной последовательности, являются

- 1) рядом распределения;
- 2) моментным рядом;
- 3) интервальным рядом;
- 4) статическим рядом.

III. Показателями рядов динамики при анализе региональных процессов являются

- 1) время и уровень;
- 2) абсолютный прирост, темпы роста и прироста;
- 3) момент;
- 4) интервал.

IV. С помощью временного ряда описывается

- 1) изменение показателя на конкретную дату;
- 2) изменение значений признака регионального развития во времени;
- 3) состояние процесса на конец года
- 4) не может быть описано ни одним из представленных показателей.

V. Если региональный процесс описывается с помощью моментного ряда динамики с равными интервалами, то средний уровень определяется по формуле

- 1) средней хронологической
- 2) средней арифметической простой
- 3) средней хронологической
- 4) средней квадратической

VI. В таблице представлены данные об уровне остатков на региональных счетах:

Региональные остатки, млрд руб.	01.01.24	01.04.24	01.07.24	01.10.24	01.01.25
	3,0	3,5	3,2	2,8	3,4

Тогда средняя будет вычисляться по формуле:

- 1) средней хронологической
- 2) средней арифметической простой
- 3) средней хронологической
- 4) средней квадратической

VII. Базисный абсолютный прирост рассчитывается как

- 1) произведение цепных абсолютных приростов по данному ряду динамики;
- 2) разница данного уровня и уровня, взятого за базу умноженная на 100 процентов;
- 3) разница темпов роста за рассматриваемый период;
- 4) сумма цепных абсолютных приростов по данному ряду динамики

VIII. В таблице представлены данные об уровне остатков на региональных счетах:

Региональные остатки, млрд руб.	01.02.24	01.05.24	01.08.24	01.11.24	01.02.25
	13,0	13,5	13,2	12,8	13,4

Тогда средняя будет вычисляться по формуле:

- 1) средней хронологической
- 2) средней арифметической простой
- 3) средней хронологической
- 4) средней квадратической

IX. При оценке региональных процессов ряды динамики могут быть

- 1) цепными и базисными;
- 2) средними и базисными;
- 3) интервальными и средними;
- 4) интервальными и цепными

X. Наиболее распространенным показателем для оценки регионального развития является

- 1) ВВП
- 2) ВРП
- 3) Чистые налоги
- 4) Индекс промышленного производства

XI. Перечислите средние структурные величины

- 1) квартиль, процентиль, дециль
- 2) мода и медиана
- 3) мода и средняя квадратическая
- 4) медиана и средняя геометрическая

XII. В случае, если среднее квадратическое отклонение меньше среднего линейного отклонения, рассчитанного по той же совокупности, то сформулировать вывод о

- 1) Верности проведенных расчетов
- 2) Неверности проведенных расчетов
- 3) Отсутствии данных для формулировки выводов о корректности вычислений
- 4) Высокой степени корреляции

XIII. Как называется характеристика, которая описывается значение совокупности, разделяющей ранжированный ряд пополам

- 1) Модальное значение
- 2) Квартильное значение
- 3) Медианное значение
- 4) Децильное значение

XIV. Относительная величина сравнения представляет собой

- 1) Отношение частей одного целого друг к другу

- 2) Отношение показателя более позднего периода к одноименному показателю более раннего периода, рассчитанному в сопоставимых условиях
- 3) Отношение одноименных показателей, представленных за один и тот же период по разным объектам
- 4) Отношение части и целого

XV. Годовым планом предприятия определен прирост выпуска продукции на 12%, фактически прирост составил 8 %. Определите процент выполнения плана предприятия по увеличению выпуска продукции?

- 1) план невыполнен на 4 %
- 2) план перевыполнен на 20,96 %
- 3) план невыполнен на 33,3 %
- 4) план невыполнен на 3,57 %

XVI. Если известны следующие данные о состоянии некоторого процесса в регионе, модальное значение составит:

x	3	6	9	10	12
n	10	45	12	15	10

- 1) 6
- 2) 9
- 3) 6,5
- 4) 7

XVII. Относительная величина выполнения плана регионального развития представляет собой

- 1) отношение показателя более позднего периода к одноименному показателю более раннего периода, рассчитанному в сопоставимых условиях
- 2) отношение плана более позднего периода к фактическому показателю более раннего периода
- 3) Отношение части и целого
- 4) Отношение фактического показателя к плановому того же периода

XVIII. Имеются данные о распределении совокупности регионов по величине валового производства:

ВРП, млн руб.	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220
Число регионов	10	14	15	16	9

Тогда наиболее часто встречающееся значение ВРП составит:

- 1) 184
- 2) 182,5
- 3) 170
- 4) 190.

XIX. Если известно, что дисперсия признака равна 1600, коэффициент вариации признака - 20%, то среднее значение признака составит:

- 1) 210
- 2) 200
- 3) 195
- 4) 205

XX. В таблице представлены данные о размере среднемесячной прибыли предприятий в некоторых регионах

Регион	Число предприятий	Совокупная месячная прибыль всех предприятий региона, тыс. руб.
N	1600	112000
M	300	27000
K	100	11000

Тогда средняя месячная прибыль предприятий по трём регионам в целом составит:

- 1) 75000
- 2) 80000
- 3) 72000
- 4) 78000

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1. Ниже представлены данные об изменении параметра в некотором регионе Р:

Год	X, млн руб.
2004	88647,96
2005	120608,9
2006	153892
2007	193443,2
2008	224652,6
2009	265343,4
2010	333341,8
2011	423501,2
2012	493038
2013	553207,4
2014	587341
2015	682064
2016	786074
2017	839938,7
2018	954489,5
2019	1025146
2020	1048534
2021	1140308
2022	1152827
2023	1272708
2024	1309600

Используя приведенные данные, рассчитайте основные характеристики представленного ряда динамики.

Задание 2. Ниже представлены данные об изменении численности населения в 4х регионах на конец года. Определите средний уровень ряда динамики для каждого из субъектов. Сравните полученные значения, сформулируйте выводы.

	Численность населения, тыс. чел.			
	Регион m	Регион n	Регион p	Регион k
2003	1657,70	1279,91	1869,60	2337,00
2004	1658,91	1264,91	1847,04	2308,80
2005	1663,09	1250,00	1824,12	2280,15
2006	1665,29	1236,55	1811,52	2264,40
2007	1662,87	1221,91	1797,12	2246,40
2008	1662,87	1207,00	1783,80	2229,75
2009	1665,62	1193,36	1771,08	2213,85
2010	1672,11	1184,82	1760,16	2200,20
2011	1678,93	1176,64	1749,48	2186,85
2012	1684,98	1169,55	1739,76	2174,70
2013	1685,64	1159,36	1729,32	2161,65
2014	1689,71	1149,45	1718,28	2147,85
2015	1695,10	1139,64	1706,04	2132,55
2016	1698,51	1129,64	1695,96	2119,95
2017	1702,69	1120,91	1686,72	2108,40
2018	1705,11	1114,36	1676,64	2095,80
2019	1708,19	1109,55	1667,52	2084,40
2020	1704,89	1100,91	1653,96	2067,45
2021	1702,14	1091,09	1638,96	2048,70
2022	1704,12	1084,09	1630,08	2037,60
2023	1695,43	1075,18	1610,52	2013,15

Задание 3. В таблице представлены данные о размере среднемесячной прибыли предприятий в некоторых регионах

Регион	Число предприятий	Совокупная месячная прибыль всех предприятий региона, тыс. руб.
N	1800	112000
M	500	27000
K	700	11000

Рассчитайте среднемесячную прибыль по трем регионам

Задание 4.

В табличной форме представлен ряд динамики.

Год	X, млн руб.
2004	98647,96
2005	220608,9
2006	253892
2007	293443,2
2008	324652,6
2009	365343,4
2010	433341,8
2011	523501,2
2012	693038
2013	653207,4
2014	687341
2015	782064
2016	886074
2017	939938,7
2018	1054489,5
2019	1125146
2020	948534
2021	1240308
2022	1452827
2023	1372708
2024	1509600

Проверьте его стохастическую независимость, сформулируйте вывод.

Задание 5. Признак менялся со временем так, как показано в таблице.

2016	75,3
2017	73,8
2018	72,1
2019	70,9
2020	68,5
2021	67,1
2022	65,9

На основании приведенных данных постройте линейную модель тренда.

Задание 6.

Поквартальные данные о региональном развитии приведены в таблице:

Год	Квартал	Значение показателя, млн. руб.
2018	I	16,9
	II	19
	III	33
	IV	38
2020	I	17,2
	II	18,9
	III	31,9
	IV	38,9
2021	I	14,6
	II	13,3
	III	15
	IV	47,1
2022	I	19
	II	19
	III	15,6
	IV	48,2
2023	I	19,7
	II	22,5
	III	37,9
	IV	57
2024	I	22,1
	II	21,3
	III	24,5
	IV	56,1

Проанализируйте, имеется ли общая тенденция развития в представленном ряду, оцените сезонность представленного временного ряда.

Задание 7.

В табличной форме представлен ряд динамики.

Год	X, млн руб.
2004	118647,8
2005	420608,4
2006	453892,3
2007	493443,5
2008	424652,6
2009	565343,4
2010	633341,8
2011	723501,2
2012	893038,2
2013	853207,4
2014	887341,1
2015	982064,1
2016	986074,7
2017	1239938,9
2018	1254489,8
2019	1325146,2
2020	1148534,4
2021	1440308,4
2022	1652827,7
2023	1572708,1
2024	1709600,9

Проверьте его стохастическую независимость, сформулируйте
ВЫВОД.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение статистических методов при анализе региональных процессов и явлений важное направление исследования. Статистические инструменты используются на различных уровнях хозяйствования. Повышение качества прогнозирования на мезоуровне – одна из основных задач для региональных властей, поскольку подобные аспекты учитываются при принятии решений в рамках построения стратегий дальнейшего развития регионов в текущих условиях. Это объясняет необходимость грамотного обоснования применения конкретных статистических методов и приемов, с помощью которых возможно определить специфику трансформаций на региональном уровне.

В пособии были рассмотрены теоретические и практические аспекты применения статистических методов в управлении региональным развитием, а также приведены примеры решения задач, в которых используются статистические методы в анализе региональных трансформаций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шорохова, И.С. Статистические методы анализа : [учеб. пособие] / И. С. Шорохова, Н. В. Кисляк, О. С. Мариев; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2015. – 300 с. – ISBN 978-5-7996-1633-5
2. Курмангалиева А.К. Статистические методы анализа : [учеб. пособие]. – Костанай, КГУ им. А. Байтурсынова, 2018 – 112 с. – ISBN 978-601-7955-08-3
3. Басовский, Л. Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка : учеб. пособие / Л. Е. Басовский. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 260 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-004198-8.
4. Герасимов, А. Н. Социально-экономическое прогнозирование : учеб. пособие / А. Н. Герасимов, Е. И. Громов, Ю. С. Скрипниченко. – М. : СтГАУ : Агрус, 2017. – 144 с. – ISBN 978-5-9596-1294-8.
5. Почкутова, Е. Н. Прогнозирование и планирование : учеб.-метод. пособие / Е. Н. Почкутова, А. П. Феденко. – Красноярск : СФУ, 2016. – 126 с. – ISBN 978-5-7638-3439-0.
6. Кулешова, Е. С. Макроэкономическое планирование и прогнозирование : учеб. пособие / Е. С. Кулешова. – 2-е изд., доп. – Томск : Эль-Контент, 2015. – 178 с. – ISBN 978-5-4332-0252-8.
7. Петросов, А. А. Стратегическое планирование и прогнозирование / Петросов А.А. – М. : МГГУ, 2001. – 464 с.: ISBN 5-7418-0145-5.
8. Прогнозирование и планирование в условиях рынка [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т. Н. Бабич [и др.]. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 336 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – URL: www.dx.doi.org/10.12737/2517. – ISBN 978-5-16-004577-1 (дата обращения: 15.03.2023).
9. Судакова, А. Е. Бюджетное планирование и прогнозирование : учеб. пособие / А. Е. Судакова, Г. А. Агарков, А. А. Тарасьев. - 2-е изд., стер. – М. : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2022.– 308 с. - ISBN 978-5-9765-5024-7 (ФЛИНТА), ISBN 978-5-7996-2922-9 (Изд-во Урал. ун-та).
10. Основы экономического прогнозирования [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.В. Смирнова, Е.В. Чмышенко, И.Ю. Цыганова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 145 с. ISBN 978-5-7410-2425-6

11. Социально-экономическое прогнозирование: учебное пособие / Ю. А. Антохина, А. М. Колесникова, С. Н. Медведева ; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. бюджетное образовательное учреждение высш. образования Санкт-Петербургский гос. ун-т аэрокосмического приборостроения. - Санкт-Петербург : ГУАП, 2016. – 177 с. : табл.; 21 см.; ISBN 978-5-8088-1103-4.

12. Виноградская, Н. А. Управление производством : методы экономического прогнозирования и планирования : практикум / Н. А. Виноградская, Е. Н. Елисеева, О. О. Скрябин. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2013. - 96 с. - ISBN 978-5-87623-687-6

13. Орехов, А. М. Методы экономических исследований : учебное пособие / А.М. Орехов. — 2-е изд. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 344 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005748-4

14. Бабешко, Л. О. Эконометрика и эконометрическое моделирование : учебник / Л.О. Бабешко, М.Г. Бич, И.В. Орлова. — 2-е изд., испр. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2023. – 387 с. : ил. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1141216. – ISBN 978-5-16-016417-5

15. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов : учебное пособие / Н.Н. Лычкина. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 254 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/724. – ISBN 978-5-16-017094-7

16. Бакланова, И. И. Теория вероятности : учебно-методическое пособие / И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков. - Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2017. - 64 с. - ISBN 978-5-8158-1801-9

17. Бочаров, П. П. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. – 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3

18. Коган, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.А. Коган, А.А. Юрченко. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 250 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015649-1

19. Бакланова, И. И. Теория вероятности : учебно-методическое пособие / И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков. – Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2017. – 64 с. – ISBN 978-5-8158-1801-9

20. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2020. – 289 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015712-2

21. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. – (Университетская серия). – ISBN 978-5-4257-0106-0

22. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов : учебное пособие / Н.Н. Лычкина. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 254 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/724. – ISBN 978-5-16-017094-7

23. Булыгина, О. В. Имитационное моделирование в экономике и управлении : учебник / О.В. Булыгина, А.А. Емельянов, Н.З. Емельянова ; под ред. д-ра экон. наук, проф. А.А. Емельянова. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 592 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/textbook_5b5ab5571bd995.05564317. – ISBN 978-5-16-014523-5

24. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. – 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. – 260 с

25. Осипов, Г. В. Моделирование социальных явлений и процессов с применением математических методов: учебное пособие / Г. В. Осипов, В. А. Лисичкин ; под общ. ред. В. А. Садовниченко. – Москва : Норма : ИНФРА-М, 2022. – 192 с. : ил. – (Социальные науки и математика). – ISBN 978-5-91768-533-5

26. Криволапов, С. Я. Теория вероятностей в примерах и задачах на языке R : учебник / С.Я. Криволапов. – М.: ИНФРА-М, 2023. – 412 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование). – DOI 10.12737/1898404. – ISBN 978-5-16-017941-4

27. Ларионова, И. А. Статистика. Анализ временных рядов: учебное пособие / И. А. Ларионова. – М.: ИД МИСиС, 2001. – 73 с.

28. Воейко, О. А. Анализ временных рядов и прогнозирование : практикум / О. А. Воейко. – М.; Берлин : Директ-Медиа, 2019. – 175 с. – ISBN 978-5-4499-0178-1

29. Ярушкина, Н. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов : учебное пособие / Н.Г. Ярушкина, Т.В. Афанасьева, И.Г. Перфильева. – М. : ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2018. – 160 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-8199-0496-1

30. Карпенко, Н. В. Эконометрика. Анализ и прогнозирование временного ряда : учебное пособие / Н. В. Карпенко. – М.: РУТ (МИИТ), 2018. – 132 с.

31. Замедлина, Е. А. Статистика: учебное пособие / Е.А. Замедлина – М.: РИОР : ИНФРА-М, 2019. – 160 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-369-01303-8

32. Шумак, О. А. Статистика: Учебное пособие / О.А. Шумак, А.В. Гераськин. – М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2019. – 311 с.: ил.; – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-369-01048-8

33. Статистика : учебник / В.В. Глинский, В.Г. Ионин, Л.К. Серга [и др.] ; под ред. В.Г. Ионина. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2023. – 355 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/25127. – ISBN 978-5-16-012070-6

34. Сергеева, И. И. Статистика: учебник / И.И. Сергеева, Т.А. Чекулина, С.А. Тимофеева. – 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. – 304 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-8199-0888-4

35. Годин, А. М. Статистика : учебник для бакалавров / А. М. Годин. - 12-е изд., стер. – Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. – 410 с. – ISBN 978-5-394-03485-5

36. Тимофеева, И. Ю. Статистика. Часть 1. Общая теория статистики: Учебное пособие / Тимофеева И.Ю., Лаврова Е.В., Полякова О.Е. – М.:НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 104 с. (Высшее образование)ISBN 978-5-16-107041-3

37. Сидоренко, М. Г. Статистика : учебное пособие / М.Г. Сидоренко. – М. : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2022. – 160 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-91134-160-2

38. Иода, Е. В. Статистика: Учебное пособие / Иода Е.В. - М.:Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 303 с. ISBN 978-5-9558-0144-5

39. Ивченко, Ю. С. Статистика: Учебное пособие / Ю.С. Ивченко. - Москва : ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2018. – 375 с.: – (Высшее образование). – ISBN 978-5-369-00636-8
40. Непомнящая, Н. В. Статистика: общая теория статистики, экономическая статистика. Практикум/Непомнящая Н.В., Григорьева Е.Г. – Краснояр.: СФУ, 2015. – 376 с.: ISBN 978-5-7638-3185-6
41. Гужова, О. А. Статистика в управлении социально-экономическими процессами : учебное пособие / О.А. Гужова, Ю.А. Токарев. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 172 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-012151-2
42. Мелкумов, Я. С. Социально-экономическая статистика : учебное пособие / Я.С. Мелкумов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 186 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005424-7
43. Экономическая статистика. Практикум: учебное пособие / Ю.Н. Иванов, Г.Л. Громыко, А.Н. Воробьев [и др.] ; под ред. д-ра экон. наук, проф. Ю.Н. Иванова. – М. : ИНФРА-М, 2022. – 176 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/23950. - ISBN 978-5-16-012772-9
44. Батракова, Л. Г. Социально-экономическая статистика : учебник / Л. Г. Батракова. – М.: Логос, 2020. – 480 с. – ISBN 978-5-98704-657-9
45. Гусева, Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. Н. Гусева. - 5-е изд., стереотип. – М.: Флинта, 2011. – 220 с. – ISBN 978-5-9765-1192-7.
46. Непомнящая, Н. В. Статистика: общая теория статистики, экономическая статистика. Практикум/Непомнящая Н.В., Григорьева Е.Г. – Краснояр.: СФУ, 2015. – 376 с.: ISBN 978-5-7638-3185-6
47. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2021. – 289 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/18865. - ISBN 978-5-16-011793-5
48. Теоретическая метрология : методические указания к практическим занятиям / сост. И. А. Петюль, В. Д. Борозна. – Витебск : УО «ВГТУ», 2017. – 66 с.

49. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 299 с. : ил. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-011748-5

50. Эрастов, В. Е. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В.Е. Эрастов. – 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2022. – 196 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/23696. – ISBN 978-5-16-012324-0

51. Белокопытов, В. И. Организация, планирование и обработка результатов эксперимента : учебное пособие / В. И. Белокопытов. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. – 132 с. – ISBN 978-5-7638-4297-5

52. Шпаков, П. С. Математическая обработка результатов измерений / П. С. Шпаков, Ю. Л. Юнаков. – Красноярск : СФУ, 2014. - 410 с. – ISBN 978-5-7638-3077-4.

53. Гальянов, А. В. Математическая обработка результатов измерений в горном деле : учебное пособие / А. В. Гальянов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. – 292 с. - ISBN 978-5-9729-0815-8

54. Организация производства и управление предприятием : учебник / под ред. О.Г. Туровца. – 3-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 506 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015612-5

55. Пискажова, Т. В. Математическое моделирование объектов и систем управления : учебное пособие / Т. В. Пискажова, Т. В. Донцова, Г. Б. Даныкина. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. – 230 с. – ISBN 978-5-7638-4184-8

56. С.С. Бондарчук, И.С. Бондарчук. Б81 Статобработка экспериментальных данных в MS Excel: учебное пособие. – Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2018. – 433

57. Жуков, В. И. Методология математического моделирования управления социальными процессами : монография / В.И. Жуков, Г.С. Жукова. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 207 с. – (Научная мысль). – ISBN 978-5-16-108296-6

58. Двойцова, И. Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов : учебное пособие / И. Н. Двойцова.

– Железногорск : ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2022. – 112 с.

59. Инструментальные средства математического моделирования: учебное пособие / Золотарев А.А., Бычков А.А., Золотарева Л.И. – Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2011. – 90 с. ISBN 978-5-9275-0887-7

60. Колпаков, В. Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: компьютерный практикум : учеб. пособие / В.Ф. Колпаков. – М. : ИНФРА-М, 2018. — 396 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – www.dx.doi.org/10.12737/24417. - ISBN 978-5-16-010967-1

61. Гусева, Е. Н. Экономическо-математическое моделирование [Электронный ресурс] : Уч. пособ. / Е. Н. Гусева. – 2-е изд., стереотип. - Москва : Флинта : МПСИ, 2011. – 216 с. – ISBN 978-5-89349-976-6 (Флинта), ISBN 978-5-9770-0256-1 (МПСИ)

62. Кундышева, Е. С. Экономико-математическое моделирование : учебник / Е. С. Кундышева ; под ред. Б. А. Сулакова. – 4-е изд. - Москва : Дашков и К°, 2012. – 424 с. - ISBN 978-5-394-01716-2

63. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, И. Э. Келлер [и др.] ; под. ред. П. В. Трусова. – Москва : Логос, 2020. – 440 с. – ISBN 978-5-98704-637-1

64. Орлова, И. В. Экономико-математическое моделирование: практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова, М.Г. Бич. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2023. – 190 с. – ISBN 978-5-9558-0527-6

65. Федосеев, В.В. Математическое моделирование в экономике и социологии труда. Методы, модели, задачи: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям 080104 «Экономика труда», 080116 «Математические методы в экономике» / В.В. Федосеев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – 167 с. – ISBN 978-5-238-01114-8

66. Математическое моделирование и проектирование : учеб. пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полушин ; под ред. А.С. Коломейченко. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 181 с. – (Высшее образование: Магистратура). – www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59688803c3cb35.15568286. – ISBN 978-5-16-012890-0

67. Гаврилов, Л. П. Информационные технологии в коммерции : учебное пособие / Л.П. Гаврилов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва :

ИНФРА-М, 2022. – 369 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1085795. – ISBN 978-5-16-016187-7

68. Математическое моделирование и проектирование : учебное пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин ; под ред. А.С. Коломейченко. – М.: ИНФРА-М, 2021. – 181 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015651-4

69. Тарасик, В. П. Математическое моделирование технических систем : учебник / В.П. Тарасик. – Минск : Новое знание ; Москва : ИНФРА-М, 2022. – 592 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-011996-0

70. Назарова, Ю. Н. Математическое моделирование в экономике : практикум : специальность : 38.05.01 «Экономическая безопасность». Специализация : «Судебная экономическая экспертиза» / Ю. Н. Назарова. – Волгоград : ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ, 2019. – 68 с.

71. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, И. Э. Келлер [и др.] ; под. ред. П. В. Трусова. – Москва : Логос, 2020. – 440 с. – ISBN 978-5-98704-637-1

72. Математическое моделирование и проектирование : учебное пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин ; под ред. А.С. Коломейченко. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 181 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015651-4

73. Колпаков, В. Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: компьютерный практикум : учеб. пособие / В.Ф. Колпаков. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 396 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – www.dx.doi.org/10.12737/24417. – ISBN 978-5-16-0109671

74. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 299 с. : ил. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-011748-5

75. Михалева, М. Ю. Математическое моделирование и количественные методы исследований в менеджменте: учеб. пособие / М.Ю. Михалева, И.В. Орлова. – М.: Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2018. – 296 с. – (Высшее образование: Магистратура). —

www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5b03f73021f562.03199866. - ISBN 978-5-9558-0607-5

76. Орлова, И. В. Экономико-математическое моделирование: практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова, М.Г. Бич. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2023. – 190 с. - ISBN 978-5-9558-0527-6

77. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия : учебник / под ред. А.П. Гарнова. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 366 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/8240. - ISBN 978-5-16-009995-8

78. Погорелова, М. Я. Экономический анализ: теория и практика: Учебное пособие / Погорелова М.Я. – М.: РИОР : ИНФРА-М, 2018. – 290 с.(Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01295-6

79. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. – 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. – 260 с.

80. Пахунова, Р. Н. Общая и прикладная статистика : учеб. для студентов высшего профессионального образования / П.Ф. Аскеров, Р.Н. Пахунова, А.В. Пахунов; под общ. ред. Р.Н. Пахуновой. – Москва : ИНФРА-М, 2022. — 272 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/748. – ISBN 978-5-16-006669-1

81. Прикладная математическая статистика : учебное пособие / сост. А. А. Мицель. - Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016. - 113 с. - Текст : электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1845838> (дата обращения: 27.03.2023)

82. Полякова, В. В. Прикладная статистика: методы анализа эмпирической информации : учебно-методическое пособие / В. В. Полякова, Н. В. Шаброва ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Изд-во Уральского ун-та, 2020. – 188 с. – ISBN 978-5-7996-3021-8

83. Зайцев, В. М. Прикладная медицинская статистика: учебное пособие / В. М. Зайцев, В. Г. Лифляндский, В. И. Маринкин. – 2-е изд. –

Санкт-Петербург : ООО «Издательство ФОЛИАНТ», 2006. – 432 с. - ISBN 5-93929-135-X

84. Григорьев, А. А. Методы и алгоритмы обработки данных : учебное пособие / А.А. Григорьев, Е.А. Исаев. –2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2022. – 383 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1032305. – ISBN 978-5-16-015581-4

85. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход/ЛемешкоБ.Ю., ЛемешкоС.Б., ПостоваловС.Н. и др. – Новосибирск : НГТУ, 2011. – 888 с.: ISBN 978-5-7782-1590-0.

86. Эконометрика: учебник / В.Н. Афанасьев, Т.В. Леушина, Т.В. Лебедева, А.П. Цыпин; под ред. проф. В.Н. Афанасьева; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2012. – 402 с.

87. Лемешко, Б. Ю. Критерии проверки гипотез о случайности и отсутствии тренда. Руководство по применению : монография / Б.Ю. Лемешко, И.В. Веретельникова. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 221 с. – (Научная мысль). – DOI 10.12737/1587437. – ISBN 978-5-16-017054-1

88. Теория статистики : учебник / под ред. проф. Г.Л. Громько. – 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2021. – 465 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/textbook_5d0734d6e23853.79720708. – ISBN 978-5-16-014914-1

89. Альсова, О. К. Исследование временных рядов в среде R : учебное пособие / О. К. Альсова. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2021. – 88 с. – ISBN 978-5-7782-4337-8

90. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебник. – М.: Финансы и статистика, 2001 – 228 с. – ISBN 5-279-02419-8

91. Каяйкина М. С. Статистические методы изучения урожайности (на примере совхоза Ленинградской области). –Л.,1969. 106 с.

92. Манелля, А. И. Измерение устойчивости производства продукции земледелия // Статистический анализ развития АПК. – М.: Наука, 1992. С. 60-73.

93. Двойцова, И. Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов : учебное пособие / И. Н. Двойцова.

– Железногорск : ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2022. – 112 с.

94. Валентинов, В. А. Эконометрика / Валентинов В.А., – 3-е изд. – Москва : Дашков и К, 2016. – 436 с.: ISBN 978-5-394-02111-4

95. Крянев, А. В. Эконометрика (продвинутый уровень): Конспект лекций / Крянев А.В. – Москва : КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2017. – 62 с. – ISBN 978-5-906818-62-1

96. Балдин К.В., Быстров О.Ф., Соколов М.М. Эконометрика: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – 254 с. – ISBN 978-5-238-00702-7

97. Середа, В. А. Эконометрика : учебное пособие / В. А. Середа, А. В. Литаврин, Н. Л. Собачкина. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2018. – 148 с. – ISBN 978-5-7638-3996-8

98. Едророва, В. Н. Экономический анализ развития территорий : учебник / В.Н. Едророва. – Москва : Магистр : ИНФРА-М, 2023. – 328 с. - ISBN 978-5-9776-0547-2

99. Пахунова, Р. Н. Общая и прикладная статистика : учебник для студентов высшего профессионального образования / П.Ф. Аскеров, Р.Н. Пахунова, А.В. Пахунов ; под общ. ред. Р.Н. Пахуновой. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 272 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/748. - ISBN 978-5-16-006669-1

100. Сергеева, И. И. Статистика : учебник / И.И. Сергеева, Т.А. Чекулина, С.А. Тимофеева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. – 304 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-8199-0888-4

101. Лысенко, С. Н. Общая теория статистики : учебное пособие / С. Н. Лысенко, И. А. Дмитриева. – изд. испр. и доп. – М.: Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2022. – 219 с. - ISBN 978-5-9558-0115-5

102. Ефимова, М. Р. Общая теория статистики: Учебник / М.Р. Ефимова, Е.В. Петрова, В.Н. Румянцев. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2011. – 416 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-16-004265-7.

103. Рыжикова, Т. Н. Маркетинг: экономика, финансы, контроллинг : учебное пособие / Т.Н. Рыжикова. – Москва : ИНФРА-М, 2023. – 225 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/24399. - ISBN 978-5-16-012515-2

104. Статистическое моделирование и прогнозирование : учеб. пособие / Е. М. Марченко [и др.] ; Владим. гос. ун-т им А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2018. – 100 с. ISBN 978-5-9984-0861-8

105. Дайитбегов, Д. М. Компьютерные технологии анализа данных в эконометрике: Монография / Д.М. Дайитбегов. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Вузовский учебник: НИЦ Инфра-М, 2018. – XIV, 587 с.: – (Научная книга). – ISBN 978-5-9558-0275-6

106. Айвазян, С. А. Эконометрика – 2: продвинутый курс с приложениями в финансах: Учебник / Айвазян С.А., Фантаццини Д. – М.: Магистр, НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 944 с. – ISBN 978-5-9776-0333-1

107. Буреева Н.Н. Многомерный статистический анализ с использованием ППП «Statistica». Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Применение программных средств в научных исследованиях и преподавании математики и механики. – Нижний Новгород, 2007 – 112 с.

108. А.В. Кугаевских, Д.И. Муромцев, О.В. Кирсанова. Классические методы машинного обучения. – СПб: Университет ИТМО, 2022. – 53 с.

109. Чубукова, И. А. Data Mining : курс лекций / И. А. Чубукова. - Москва : ИНТУИТ, 2016. - 337 с. - ISBN 978-5-94774-819-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2136992> (дата обращения: 26.03.2024).

110. Обеспечение экономической безопасности предприятия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / авт.-сост.: С. А. Грачев, М. А. Гундорова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2022. – 420 с. – ISBN 978-5-9984-1666-8

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Статистическое моделирование и прогнозирование [Электронный ресурс]: учеб. пособие / авт.-сост.: Д. Ю. Фраймович, М. Л. Быкова; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2023. – 209 с. – ISBN 978-5-9984-1686-6

2. Статистические методы в управлении фирмой [Электронный ресурс]: учеб. пособие / авт.-сост.: Д. Ю. Фраймович, М. Л. Быкова;

Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2024. – 404 с. – ISBN 978-5-9984-2102-0

3. Шорохова, И.С. Статистические методы анализа : [учеб. пособие] / И. С. Шорохова, Н. В. Кисляк, О. С. Мариев; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2015. – 300 с. – ISBN 978-5-7996-1633-5

4. Курмангалиева А.К. Статистические методы анализа : [учеб. пособие]. – Костанай, КГУ им. А. Байтурсынова, 2018 – 112 с. – ISBN 978-601-7955-08-3

5. Басовский, Л. Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка : учеб. пособие / Л. Е. Басовский. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 260 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-004198-8.

6. Герасимов, А. Н. Социально-экономическое прогнозирование : учеб. пособие / А. Н. Герасимов, Е. И. Громов, Ю. С. Скрипниченко. – М. : СтГАУ : Агрус, 2017. – 144 с. – ISBN 978-5-9596-1294-8.

7. Почкутова, Е. Н. Прогнозирование и планирование : учеб.-метод. пособие / Е. Н. Почкутова, А. П. Феденко. – Красноярск : СФУ, 2016. – 126 с. – ISBN 978-5-7638-3439-0.

8. Кулешова, Е. С. Макроэкономическое планирование и прогнозирование : учеб. пособие / Е. С. Кулешова. – 2-е изд., доп. – Томск : Эль-Контент, 2015. – 178 с. – ISBN 978-5-4332-0252-8.

9. Петросов, А. А. Стратегическое планирование и прогнозирование / Петросов А.А. – М. : МГГУ, 2001. – 464 с.: ISBN 5-7418-0145-5.

10. Прогнозирование и планирование в условиях рынка [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т. Н. Бабич [и др.]. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 336 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – URL: www.dx.doi.org/10.12737/2517. – ISBN 978-5-16-004577-1 (дата обращения: 15.03.2023).

11. Судакова, А. Е. Бюджетное планирование и прогнозирование : учеб. пособие / А. Е. Судакова, Г. А. Агарков, А. А. Тарасьев. - 2-е изд., стер. – М. : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2022.– 308 с. - ISBN 978-5-9765-5024-7 (ФЛИНТА), ISBN 978-5-7996-2922-9 (Изд-во Урал. ун-та).

12. Основы экономического прогнозирования [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.В. Смирнова, Е.В. Чмышенко, И.Ю. Цыганова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 145 с. ISBN 978-5-7410-2425-6

13. Социально-экономическое прогнозирование: учебное пособие / Ю. А. Антохина, А. М. Колесникова, С. Н. Медведева ; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. бюджетное образовательное учреждение высш. образования Санкт-Петербургский гос. ун-т аэрокосмического приборостроения. - Санкт-Петербург : ГУАП, 2016. – 177 с. : табл.; 21 см.; ISBN 978-5-8088-1103-4.

14. Виноградская, Н. А. Управление производством : методы экономического прогнозирования и планирования : практикум / Н. А. Виноградская, Е. Н. Елисеева, О. О. Скрябин. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2013. - 96 с. - ISBN 978-5-87623-687-6

15. Орехов, А. М. Методы экономических исследований : учебное пособие / А.М. Орехов. — 2-е изд. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 344 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005748-4

16. Бабешко, Л. О. Эконометрика и эконометрическое моделирование : учебник / Л.О. Бабешко, М.Г. Бич, И.В. Орлова. — 2-е изд., испр. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2023. – 387 с. : ил. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1141216. – ISBN 978-5-16-016417-5

17. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов : учебное пособие / Н.Н. Лычкина. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 254 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/724. – ISBN 978-5-16-017094-7

18. Бакланова, И. И. Теория вероятности : учебно-методическое пособие / И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков. - Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2017. - 64 с. - ISBN 978-5-8158-1801-9

19. Бочаров, П. П. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. – 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3

20. Коган, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.А. Коган, А.А. Юрченко. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 250 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015649-1

21. Бакланова, И. И. Теория вероятности : учебно-методическое пособие / И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков. – Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2017. – 64 с. – ISBN 978-5-8158-1801-9

22. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2020. – 289 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015712-2

23. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. – (Университетская серия). – ISBN 978-5-4257-0106-0

24. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов : учебное пособие / Н.Н. Лычкина. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 254 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/724. – ISBN 978-5-16-017094-7

25. Булыгина, О. В. Имитационное моделирование в экономике и управлении : учебник / О.В. Булыгина, А.А. Емельянов, Н.З. Емельянова ; под ред. д-ра экон. наук, проф. А.А. Емельянова. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 592 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/textbook_5b5ab5571bd995.05564317. – ISBN 978-5-16-014523-5

26. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. – 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. – 260 с

27. Осипов, Г. В. Моделирование социальных явлений и процессов с применением математических методов: учебное пособие / Г. В. Осипов, В. А. Лисичкин ; под общ. ред. В. А. Садовниченко. – Москва : Норма : ИНФРА-М, 2022. – 192 с. : ил. – (Социальные науки и математика). – ISBN 978-5-91768-533-5

28. Криволапов, С. Я. Теория вероятностей в примерах и задачах на языке R : учебник / С.Я. Криволапов. – М.: ИНФРА-М, 2023. – 412 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование). – DOI 10.12737/1898404. – ISBN 978-5-16-017941-4

29. Ларионова, И. А. Статистика. Анализ временных рядов: учебное пособие / И. А. Ларионова. – М.: ИД МИСиС, 2001. – 73 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Интегральная функция нормированного нормального распределения

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} dt$$

Z	0,08	0,06	0,04	0,02	0
-3,5	0,00017	0,00019	0,0002	0,00022	0,00023
-3,4	0,00025	0,00027	0,00029	0,00031	0,00034
-3,3	0,00036	0,00039	0,00042	0,00045	0,00048
-3,2	0,00052	0,00056	0,0006	0,00064	0,00069
-3,1	0,00074	0,00079	0,00085	0,0009	0,00097
-3	0,00104	0,00111	0,00118	0,00126	0,00135
-2,9	0,0014	0,0015	0,0016	0,0017	0,0019
-2,8	0,002	0,0021	0,0023	0,0024	0,0026
-2,7	0,0027	0,0029	0,0031	0,0033	0,0035
-2,6	0,0037	0,0039	0,0041	0,0044	0,0047
-2,5	0,0049	0,0052	0,0055	0,0059	0,0062
-2,4	0,0066	0,0069	0,0073	0,0078	0,0082
-2,3	0,0087	0,0091	0,0096	0,0102	0,0107
-2,2	0,0113	0,0119	0,0125	0,0132	0,0139
-2,1	0,0146	0,0154	0,0162	0,017	0,0179
-2	0,0188	0,0197	0,0207	0,0217	0,0228
-1,9	0,0239	0,025	0,0262	0,0274	0,0287
-1,8	0,0301	0,0314	0,0329	0,0344	0,0359
-1,7	0,0375	0,0392	0,0409	0,0427	0,0446
-1,6	0,0465	0,0485	0,0505	0,0526	0,0548
-1,5	0,0571	0,0594	0,0618	0,0643	0,0668
-1,4	0,0694	0,0721	0,0749	0,0778	0,0808
-1,3	0,0838	0,0869	0,0901	0,0934	0,0968
-1,2	0,1003	0,1038	0,1075	0,1112	0,1151
-1,1	0,119	0,123	0,1271	0,1314	0,1357
-1	0,1401	0,1446	0,1492	0,1539	0,1587
-0,9	0,1635	0,1685	0,1736	0,1788	0,1841
-0,8	0,1894	0,1949	0,2005	0,2061	0,2119
-0,7	0,2177	0,2236	0,2297	0,2358	0,242
-0,6	0,2483	0,2546	0,2611	0,2676	0,2743
-0,5	0,281	0,2877	0,2946	0,3015	0,3085
-0,4	0,3156	0,3228	0,33	0,3372	0,3446
-0,3	0,352	0,3594	0,3669	0,3745	0,3821
-0,2	0,3897	0,3974	0,4052	0,4129	0,4207
-0,1	0,4286	0,4364	0,4443	0,4522	0,4602
0	0,4681	0,4761	0,484	0,492	0,5
z	0	0,02	0,04	0,06	0,08

0	0,5	0,508	0,516	0,5239	0,5319
0,1	0,5398	0,5478	0,5557	0,5636	0,5714
0,2	0,5793	0,5871	0,5948	0,6026	0,6103
0,3	0,6179	0,6225	0,6331	0,6406	0,648
0,4	0,6554	0,6628	0,67	0,6772	0,6844
0,5	0,6915	0,6985	0,7054	0,7123	0,719
0,6	0,7257	0,7324	0,7389	0,7454	0,7517
0,7	0,758	0,7642	0,7704	0,7764	0,7823
0,8	0,7881	0,7939	0,7995	0,8051	0,8106
0,9	0,8159	0,8212	0,8264	0,8315	0,8365
1	0,8413	0,8461	0,8505	0,8554	0,8599
1,1	0,8643	0,8686	0,8729	0,877	0,881
1,2	0,8849	0,8888	0,8925	0,8962	0,8997
1,3	0,9032	0,9066	0,9099	0,9131	0,9162
1,4	0,9192	0,9222	0,9251	0,9279	0,9306
1,5	0,9332	0,9357	0,9382	0,9406	0,9429
1,6	0,9452	0,9474	0,9495	0,9515	0,9535
1,7	0,9554	0,9573	0,9591	0,9608	0,9625
1,8	0,9641	0,9656	0,9671	0,9686	0,9699
1,9	0,9713	0,9726	0,9738	0,975	0,9761
2	0,9773	0,9783	0,9793	0,9803	0,9812
2,1	0,9821	0,983	0,9838	0,9846	0,9854
2,2	0,9861	0,9868	0,9875	0,9881	0,9887
2,3	0,9893	0,9898	0,9904	0,9909	0,9913
2,4	0,9918	0,9922	0,9927	0,9931	0,9934
2,5	0,9938	0,9941	0,9945	0,9943	0,9951
2,6	0,9953	0,9956	0,9959	0,9961	0,9963
2,7	0,9965	0,9967	0,9969	0,9971	0,9973
2,8	0,9974	0,9976	0,9977	0,9979	0,998
2,9	0,9981	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986
3	0,99865	0,99874	0,99882	0,99889	0,99896
3,1	0,99903	0,9991	0,99915	0,99921	0,99926
3,2	0,99931	0,99936	0,9994	0,99954	0,99948
3,3	0,99952	0,99955	0,99958	0,99961	0,99964
3,4	0,99966	0,99969	0,99971	0,99973	0,99975
3,5	0,99977	0,99978	0,9998	0,99981	0,99983

Приложение 2

Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
1	6.31	12.7	31.82	63.7	318.3	637.0
2	2.92	4.30	6.97	9.92	22.33	31.6
3	2.35	3.18	4.54	5.84	10.22	12.9
4	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	2.01	2.57	3.37	4.03	5.89	6.86
6	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.40
8	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.80	2.20	2.72	3.11	4.03	4.44
12	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.95
18	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.73	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.71	2.07	2.50	2.81	3.50	3.77
24	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.74
25	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.72
26	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.71	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
29	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.66	1.98	2.36	2.62	3.17	3.37
∞	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Приложение 3

Критические точки распределения Фишера

(k_1 и k_2 — число степеней свободы большей и меньшей дисперсии соответственно)

Уровень значимости $\alpha = 0.01$

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98.49	99.01	90.17	99.25	99.33	99.30	99.34	99.36	99.36	99.40	99.41	99.42
3	34.12	30.81	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13	27.05
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.54	14.45	14.37
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.45	10.27	10.15	10.05	9.96	9.89
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54	6.47
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74	5.67
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78	4.71
11	9.86	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61	3.55
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.45

Уровень значимости $\alpha = 0.05$

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18.5	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.36	19.37	19.38	19.39	19.40	19.41
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.88	8.84	8.81	8.78	8.76	8.74
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93	5.91
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70	4.68
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60	3.57
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31	3.28
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10	3.07
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94	2.91
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82	2.79
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63	2.60
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51	2.48
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41	2.38

Учебное электронное издание

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕГИОНАЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ

Учебное пособие

Авторы-составители:
ФРАЙМОВИЧ Денис Юрьевич
БЫКОВА Маргарита Леонидовна

Издается в авторской редакции

Системные требования: Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/7/8/10;
Adobe Reader; дисковод CD-ROM.

Тираж 8 экз.

Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Изд-во ВлГУ
rio.vlgu@yandex.ru

Институт экономики и туризма
кафедра экономики инноваций и финансов
margarita93@bk.ru