

**Владимирский государственный университет**

# **КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ, ОПТИКА**

**Учебно-практическое пособие**

**Владимир 2024**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

# КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ, ОПТИКА

Учебно-практическое пособие



Владимир 2024

УДК 535  
ББК 22.34  
К60

**Автор-составитель Л. В. Фуров**

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор  
профессор кафедры общей физики и микроэлектроники  
Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова  
*С. О. Ширяева*

Доктор технических наук, доцент  
профессор кафедры радиотехники и радиосистем  
Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых  
*Е. К. Левин*

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

**Колебания**, волны, оптика : учеб.-практ. пособие / авт.-  
К60 сост. Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. –  
Владимир : Изд-во ВлГУ, 2024. – 151 с. – ISBN 978-5-9984-1973-7.

Предназначено для занятий по курсу «Колебания, волны, оптика». Включает в себя шесть тем. Ориентировано на формирование у студентов знаний в области общей физики. Дидактический материал издания позволяет проконтролировать усвоение теоретического материала, необходимого для решения задач по каждой теме.

Предназначено для студентов технических направлений всех форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 74. Табл. 3. Библиогр.: 23 назв.

УДК 535  
ББК 22.34

ISBN 978-5-9984-1973-7

© ВлГУ, 2024

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящем пособии колебания, волны и оптика рассматриваются как единое целое электромагнитное поле. Под *полем* понимают область пространства, характеризующуюся пространственным распределением какой-либо физической величины. Развитые в теории поля методы оказались исключительно плодотворными при исследовании пространственного распределения температуры, упругих сил, скорости и других физических величин, т. е. различных состояний вещества. В процессе развития физики постепенно выделился один класс полей, уже не характеризующих состояние какой-либо среды, а представляющих собой самостоятельный, новый вид материи. Такие материальные поля называют *физическими полями*. Понятие физического поля как материального объекта уже выходит за рамки исторически сложившегося понятия поля как области пространства, так как нельзя отождествлять материальный объект, локализованный в данной области пространства, с этим пространством.

Электромагнитное поле является физическим полем, т. е. оно материально. В соответствии с современной терминологией *электромагнитное поле* определяют как особый вид материи, отличающийся непрерывным распределением в пространстве (электромагнитные волны) и обнаруживающий дискретность структуры (фотоны); характеризующийся способностью распространяться в вакууме со скоростью, близкой к  $3 \cdot 10^8$  м/с; оказывающий на заряженные частицы силовое воздействие, зависящее от их скорости.

При исследовании электромагнитного поля обнаруживаются два его проявления – электрическое и магнитное поля. *Электрическое поле* определяют как одну из двух сторон электромагнитного поля, обусловленную электрическими зарядами и изменением магнитного поля, оказывающую силовое воздействие на заряженные частицы и тела и выявляемую по силовому воздействию на неподвижные заряженные тела и частицы.

*Магнитное поле* – другая сторона электромагнитного поля, обусловленная движущимися электрическими зарядами и изменением электрического поля, оказывающая силовое воздействие на движущиеся частицы и выявляемая по силовому воздействию, направленному нормально к направлению движения этих частиц и пропорциональному их скорости.

Поля могут быть скалярными или векторными в зависимости от природы той физической величины, распределение которой изучают. Например, температурное поле является скалярным, а электрическое поле, т. е. поле напряженности, – векторным.

Современные представления об электромагнитном поле возникли в результате длительной эволюции научных знаний о природе электрических и световых явлений. Фарадей ввел в физику электрическое и магнитное поля, рассматривая их как состояние новой среды. Одно из самых фундаментальных достоинств теории Максвелла заключается в окончательном устранении старых идеалистических представлений о «дальнодействии», согласно которым электрические силы передаются якобы мгновенно, без участия промежуточной среды. Максвелл открыл законы взаимосвязи между электрическим и магнитным полями, откуда вытекает факт постепенного распространения электромагнитного процесса в пространстве от точки к точке с конечной скоростью (близкодействие).

После того как Максвелл разработал теорию электромагнитного поля, выяснилось, что свет представляет собой электромагнитные волны. Волновая теория света Максвелла, трактующая световую волну как непрерывный процесс, не смогла объяснить некоторые из вновь открытых оптических явлений. Ее дополнила квантовая теория света, согласно которой энергия световой волны излучается, распространяется и поглощается не непрерывно, а определенными порциями – квантами, или фотонами, величина которых зависит только от длины световой волны. Таким образом, по современным представлениям, свет обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Атом источника света излучает световую энергию квантами света (или фотонами) в виде электромагнитных поперечных волн определенной частоты. Энергия кванта пропорциональна частоте световой волны.

## Тема 1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

### *Теоретический материал*

*Гармонические колебания и их характеристики. Пружинный, физический и математический маятники. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение. Энергия гармонических колебаний. Сложение гармонических колебаний. Биения. Фигуры Лиссажу. Трение в колебательной системе. Затухающие механические колебания. Аperiodический процесс. Частота и коэффициент затухания механического колебания. Логарифмический декремент затухания. Вынужденные механические колебания. Амплитуда и фаза вынужденных механических колебаний. Механический резонанс. Соотношение между фазами вынуждающей силы и скорости при механическом резонансе.*

**Гармонические колебания и их характеристики.** Колебания широко распространены в природе и технике. *Колебательным* называют процесс, в котором какая-либо его характеристика последовательно отклоняется то в одну, то в другую сторону от своего определенного значения, т. е. колебания – движения (изменение состояния), характеризующиеся той или иной степенью повторяемости во времени. Колебания совершают температура воздуха, давление воздуха, ствол и ветви дерева, вода в морях и океанах, электрический ток в грозовом разряде, магнитное поле Земли и т. д. Колебания бывают периодическими и непериодическими.

*Непериодические колебания* можно разложить на периодические составляющие. Они описываются периодической функцией

$$f(t) = f(t + nT),$$

где  $T$  – период функции;  $n$  – произвольное целое число;  $t$  – время.

Колебания называют *периодическими*, если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени.

*Периодом колебаний* называют наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются все значения физических величин, характеризующих колебательное движение, т. е. время одного

полного колебания. Пусть за время  $t$  система совершила  $N$  полных колебаний. Тогда период колебаний

$$T = \frac{t}{N}.$$

Число полных колебаний, совершенных за единицу времени, называют *частотой колебаний*

$$f = \frac{N}{t}.$$

Период и частота – величины обратные

$$T = \frac{1}{f}.$$

За время периода совершается одно полное колебание  $\nu = 1/T$ . В СИ частота измеряется в герцах. Один герц (Гц = 1/с) – частота периодического процесса, при которой за время 1 с происходит один цикл этого процесса.

*Круговой частотой*  $\omega$  периодического колебания называют число полных колебаний, которые совершаются за единицу времени  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ .

Сформулируем некоторые закономерности, справедливые для гармонических колебаний. Для этого построим график зависимости смещения от времени, приняв  $\varphi_0 = 0$  (рис. 1). Здесь время  $t$  измерено в долях периода  $T_0$  (обозначения даны ниже оси абсцисс). Умножив все значения  $t$  на постоянную величину  $\omega_0$ , мы тем самым изменяем только масштаб графика. Независимой переменной теперь можно считать угол  $\omega_0 t$  (это аргумент тригонометрической функции; значения соответствующих углов приведены выше оси абсцисс).

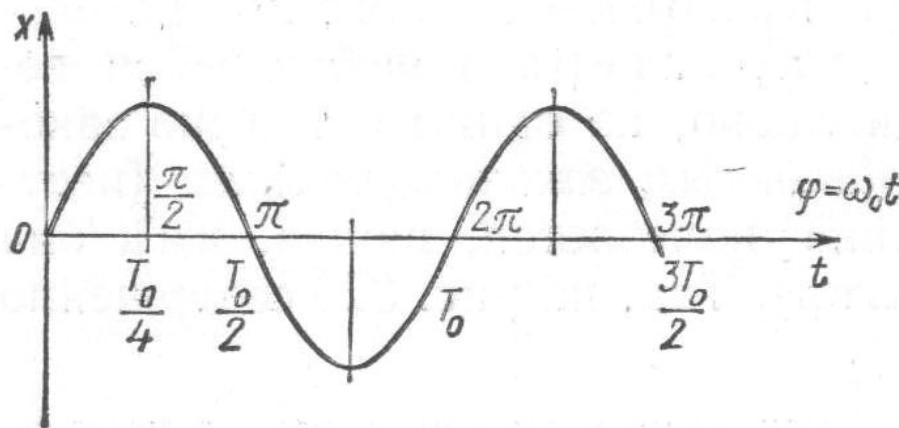


Рис. 1

На рис. 2 изображена зависимость  $x(t)$  в общем случае. Над осью времен отложен угол, являющийся аргументом синуса. Этот угол  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  называют *фазой колебаний*.

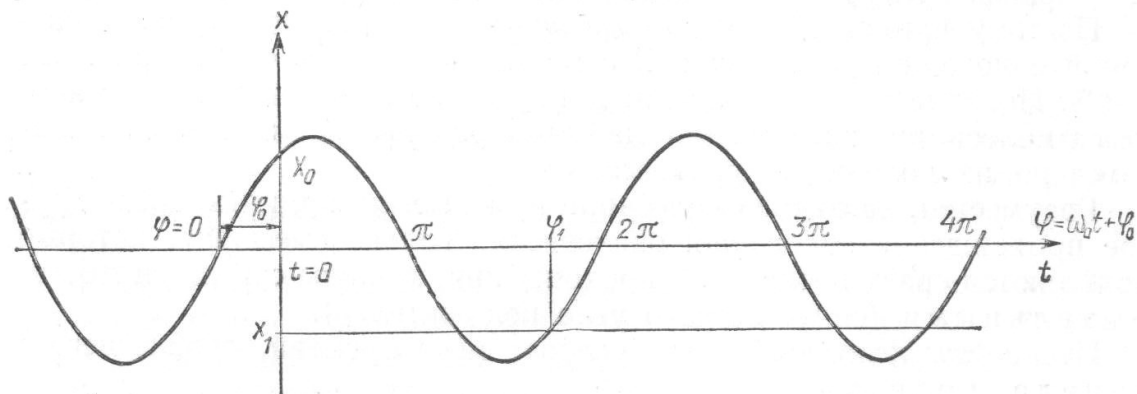


Рис. 2

Наглядный математический способ изображения гармонически изменяющихся величин состоит в построении векторной диаграммы. Возьмем простейшую гармоническую синусоидальную величину в виде  $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ . Проведем две взаимно перпендикулярные оси (рис. 3). От их точки пересечения в каком-то масштабе отложим под углом  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  к горизонтальной оси амплитуду колебаний величины  $x$  в виде вектора  $A$  (поэтому диаграмму называют векторной). Проекция вектора на вертикальную ось представляет собой мгновенное значение величины  $x$  в момент времени  $t$ . Действительно,  $\sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{x}{A}$ , что соответствует уравнению  $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ .

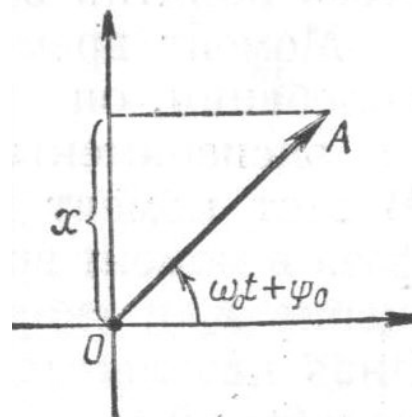


Рис. 3

Представим теперь, что вектор  $A$  равномерно вращается с угловой скоростью  $\omega_0$  против часовой стрелки вокруг оси  $O$ , перпендикулярной плоскости рис. 3. Тогда угол  $\varphi$ , который вектор амплитуды составляет с положительным направлением горизонтальной оси, будет линейно расти со временем. А проекция амплитуды на вертикальную ось наглядно изобразит мгновенное значение данной величины. Точно так же на векторной диаграмме можно отложить векторы амплитуд



других гармонически изменяющихся величин. Их проекции на вертикальную ось дадут мгновенные значения этих величин в любой момент времени. Если все эти величины колеблются с одной частотой, то углы между равномерно вращающимися (с одинаковыми угловыми скоростями) векторами остаются неизменными. Таким образом, на векторной диаграмме наглядно видно изменение величин, совершающих гармонические колебания.

Кроме того, векторная диаграмма – единственный способ «увидеть» фазу колебаний. Для того чтобы выяснить смысл фазы, зададим два вопроса: что такое часы? В каких единицах измеряют время по современным часам? Часами является любой периодический процесс. По современным часовым циферблатам мы измеряем время в угловых единицах (поворот минутной стрелки на угол  $90^\circ$  означает, что прошло 15 минут; поворот часовой стрелки на угол  $90^\circ$  – что прошло 3 часа и т. д.).

Таким образом, векторная диаграмма тоже может служить часами, в которых «стрелкой» будет вектор амплитуды. Угол поворота этого вектора является мерой времени.

Поскольку время не имеет ни начала, ни конца, нельзя указать точку на оси времени, с которой время «началось». Но в теории и на практике нас интересуют промежутки времени, величина которых не зависит от начала его отсчета, следовательно, это начало можно выбрать произвольно. Если закон колебаний синусоидален, то угол поворота нашей «стрелки» – амплитуды – равен нулю в одном из положений равновесия.

Поэтому примем за начало колебаний некоторое прохождение системой положения равновесия. Это момент времени  $\varphi = 0$  на рис. 2 и 3. Понятие «начало колебаний» не связано с возникновением процесса колебаний, который мог начаться раньше или позже и не обязательно из положения равновесия.

Следует отметить, что за начало колебаний можно принять любое другое прохождение положения равновесия. Только смещения, которые появляются сразу после этого прохождения, должны считаться положительными, так как синус острого угла положителен.

Таким образом, фаза колебаний – это угловая мера времени, прошедшего с начала колебаний. В каком-либо процессе фаза равномерно увеличивается, так же как и обычное время.

Понятие фазы несет в себе больше сведений о колебаниях, чем, например, понятие смещения. Если задано смещение  $x_1$  (см. рис. 2), мы знаем, где находится тело, но не знаем, в какую сторону оно движется. Задав же фазу  $\varphi_1 = 1,75\pi$ , мы задали и смещение  $x_1$ , и направление движения – к положению равновесия. Фаза от заданного момента будет увеличиваться, следовательно, смещение – уменьшаться. Знание фазы позволяет вычислить мгновенные значения скорости и ускорения. Значение понятия фазы во всей теории колебаний и волн трудно переоценить.

Например, момент времени  $t = 0$  в общем случае не является началом колебаний, он представляет собой начало отсчета времени, зависящее от экспериментатора (например, момент включения секундомера). В этот момент все характеристики называют начальными. Так, фаза в момент времени  $t = 0$  – начальная фаза ( $\varphi_0$ , рис. 2).

В закон гармонических колебаний входят такие величины, как смещение, амплитуда, фаза; в последнюю входят круговая частота, начальная фаза и время. Эти величины имеют фундаментальное значение во всей теории колебательных и волновых процессов. Круговая частота системы  $\omega_0$  определяется ее динамическими параметрами, т. е. конструкцией. Амплитуда и начальная фаза могут быть вычислены по начальным условиям.

Важнейшая характеристика гармонических колебаний – их фаза, по которой можно узнать смещение и направление их изменений, а также мгновенные значения скорости (угловой скорости, силы электрического тока) и ускорения (углового ускорения, скорости изменения электрического тока).

Метод описания колебаний всевозможных систем состоит в написании и решении основного уравнения соответствующего движения (для механических колебаний) или второго закона Кирхгофа (для электрических колебаний).

**Пружинный, физический и математический маятники. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение.** В качестве простейшей колебательной системы рассмотрим

горизонтальный пружинный маятник. Шарик массой  $m$  может без сопротивления скользить по горизонтальному стержню (рис. 4).

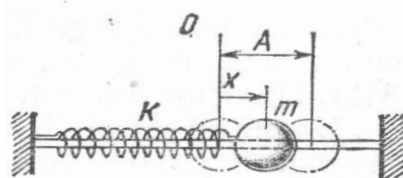


Рис. 4

Сила тяжести  $\vec{F}_g$  уравнивается реакцией стержня и может не учитываться.

К шарiku и к стенке прикреплена пружина жесткостью  $k$  и пренебрежимо малой массой. Таким образом, вся система сосредоточена в шарике, а упругость – в пружине. Растяжение пружины равно нулю, когда шарик находится в положении  $O$ . Смещение шарика  $x$  в любой момент времени равно деформации пружины. Амплитуда колебаний равна  $A$ .

Маятник совершает колебания около положения  $O$ , двигаясь поступательно. Для описания такого движения известно основное уравнение динамики поступательного движения  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a}$ .

В нашем случае сила, действующая на шарик, – это сила упругости пружины, подчиняющаяся закону Гука  $\vec{F} = -k \vec{x}$ . Следовательно,  $-k x = m a$ .

Получим, что ускорение маятника  $a = -\frac{k}{m} x$ , т. е. пропорционально смещению и направлено к положению равновесия. Это одно из определений гармонических колебаний. Уравнение колебаний пружинного маятника  $m a + k x = 0$ .

Решение уравнения должно иметь вид  $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ . Дифференцируя его по времени, можно получить скорость движения маятника

$$V = \frac{dx}{dt} = A \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ и ускорение } a = \frac{dV}{dt} = -A \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Подставляя в уравнение выражения для ускорения и координаты, получим следующее выражение:

$$-m \omega_0^2 + k = 0.$$

Тогда собственная частота пружинного маятника будет определяться как  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ . Собственная частота связана с периодом как

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}. \text{ Здесь } T_0 \text{ – период незатухающих колебаний пружинного ма-}$$

ятника. Если взять  $2\pi$  единиц времени и разделить на время одного полного колебания  $T_0$ , получится количество колебаний за выбранное время. Следовательно, круговая, или циклическая, частота  $\omega_0$  равна количеству полных колебаний, которые система может совершить за  $2\pi$  единиц времени.

Период колебаний пружинного маятника определится как

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

*Физическим маятником* называют любое тело, подвешенное не за центр тяжести. Рассмотрим движение маятника, имеющего закрепленную ось подвеса  $O$  (рис. 5). Такой маятник совершает вращательное движение, поэтому уравнение колебаний получим из основного уравнения динамики вращательного движения

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = J \ddot{\alpha}. \quad \text{Здесь } \sum_{i=1}^n \vec{M}_i \text{ — сумма мо-$$

ментов сил (реакций), действующих на маятник;  $J$  — момент инерции маятника;  $\ddot{\alpha}$  — угловое ускорение. На маятник действует сила тяжести  $\vec{F} = m\vec{g}$ , момент которой равен  $mgl \sin \alpha$  и направлен к нам. Моменты остальных сил (реакции) равны нулю. Угол  $\alpha$  направлен от нас вдоль оси, т. е.

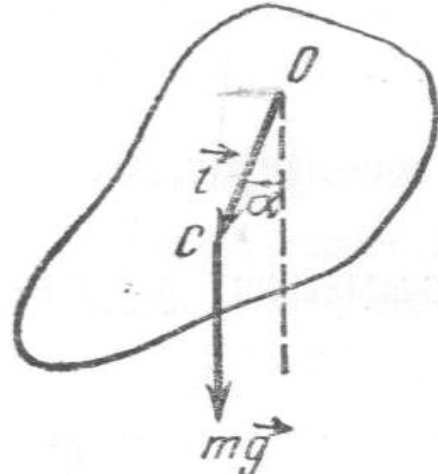


Рис. 5

навстречу моменту силы. Это справедливо для любого отклонения маятника. Примем направление углового ускорения положительным. Тогда угол  $\alpha$  будет отрицательным, а так как моменты остальных сил направлены по одной прямой, то можем переписать уравнение движения в скалярной форме  $-mgl \alpha = J\epsilon$ , или  $J\epsilon + mgl\alpha = 0$ .

Это уравнение гармонических колебаний физического маятника. Его решение будет

$$\alpha = \alpha_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

$$\text{Тогда } \omega_0^2 = \frac{mgl}{J}.$$

Таким образом, выражение (1) — закон гармонических колебаний физического маятника. Величины  $\alpha$  — угловое смещение,  $\alpha_m$  — амплитуда колебаний,  $\omega_0$  — круговая частота. Период незатухающих колеба-

ний физического маятника равен  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$ .

Частный случай физического маятника – *маятник математический*. Это материальная точка, подвешенная на нерастяжимой нити

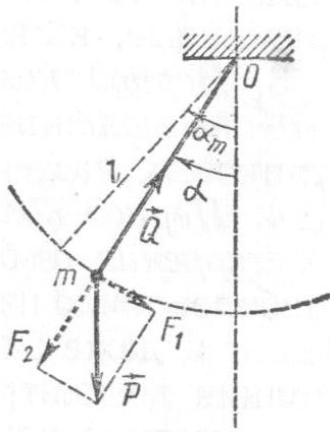


Рис. 6

(рис. 6). Момент инерции материальной точки относительно оси, проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости, равен  $J = m l$ . Тогда уравнение колебаний математического маятника примет вид  $m l^2 \varepsilon + m g l \alpha = 0$ , или  $l \varepsilon + g \alpha = 0$ .

Частота математического маятника определяется как  $\omega_0^2 = \frac{m g l}{m l^2} = \frac{g}{l}$ . Период гармонических колебаний математического маятника

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m l^2}{m g l}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ . Для математического маятника справедливы следующие положения.

1. Период колебаний не зависит от массы. Это типичное свойство полей тяготения, где бóльшая сила сообщает бóльшей массе такое же ускорение, как меньшая сила – меньшей массе ( $F \approx m, a \approx F/m$ , поэтому ускорение от массы не зависит).

2. Период колебаний не зависит от амплитуды. Это свойство маятника называют *изохронностью* (греч. *isos* – «равный», *chronos* – «время»), оно дает возможность построить целый ряд современных часов (маятниковые, пружинные, камертонные и т. д.).

3. Период колебаний прямо пропорционален квадратному корню из длины маятника. Например, настенные маятниковые часы регулируют длиной маятника.

4. Период колебаний обратно пропорционален квадратному корню из ускорения свободного падения. Это дает возможность наиболее точно измерить ускорение свободного падения в каждой точке Земли и даже экспериментально установить его зависимость от расстояния до центра Земли. На этой основе созданы специальные приборы – *гравиметры*, которые с высокой точностью (до 9-го знака) позволяют определить ускорение свободного падения  $g$ . По таким измерениям можно определить местные искажения гравитационного поля, зачастую связанные с наличием полезных ископаемых (руды, нефти, газа и т. п.).

**Энергия гармонических колебаний.** Пружинный маятник, совершающий гармонические колебания, имеет кинетическую энергию и потенциальную энергию, сумма которых является полной энергией маятника.

Кинетическая энергия

$$T = \frac{mV^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{mV_m^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = T_m \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \Pi_m \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Здесь  $T_m = \frac{mV_m^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$  – максимальная кинетическая энергия;  $\Pi_m = \frac{kA^2}{2}$  – максимальная потенциальная энергия пружинного маятника. Таким образом, энергия пропорциональна квадрату соответствующих амплитуд – скорости или смещения.

Полная энергия пружинного маятника

$$\begin{aligned} W &= \frac{mA^2\omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} + \frac{kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2\omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2\omega_0^2} + \\ &+ \frac{kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2}{2} = \Pi_m = \frac{mA^2\omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} + \\ &+ \frac{mA^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{mV_m^2}{2} = T_m = \text{const.} \end{aligned}$$

Полная энергия гармонически колеблющейся системы постоянна и равна максимальной кинетической (в положении равновесия) или максимальной потенциальной (в крайних точках) энергии. На рис. 7 изображены зависимости кинетической и потенциальной энергии от времени; для сравнения там же изображен график зависимости скорости от времени. Если в один момент времени сложить ординаты двух последних графиков, получится амплитудное значение

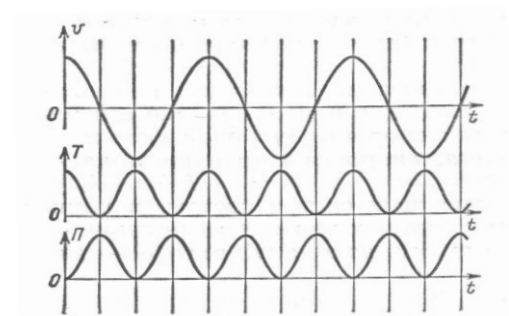


Рис. 7

той или другой энергии. С течением времени потенциальная энергия переходит в кинетическую и обратно.

**Сложение гармонических колебаний. Биения. Фигуры Лиссажу. Трение в колебательной системе.** Одна и та же система может участвовать в нескольких колебательных процессах. По принципу суперпозиции движений в каждый момент времени результирующее смещение будет векторной суммой составляющих. В случае сложения колебаний скалярных величин или направленных по одной прямой векторов результирующее смещение – алгебраическая сумма составляющих. Если складываются гармонические колебания произвольных частот (рис. 8), то сложение сводится к суммированию ординат в каждый момент времени (чем больше точек, тем точнее). Складывать колебания равных частот удобнее с помощью векторной диаграммы.

Рассмотрим сложение гармонических колебаний одинаковых частот  $x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$  и  $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ , где  $x_1$  и  $x_2$  – смещения в момент времени  $t$ ;  $A_1, A_2$  – амплитуды;  $\omega$  – круговая частота складываемых колебаний;  $\varphi_1, \varphi_2$  – их начальные фазы. Отложим амплитуды этих колебаний в момент времени  $t$  на векторной диаграмме (рис. 9).

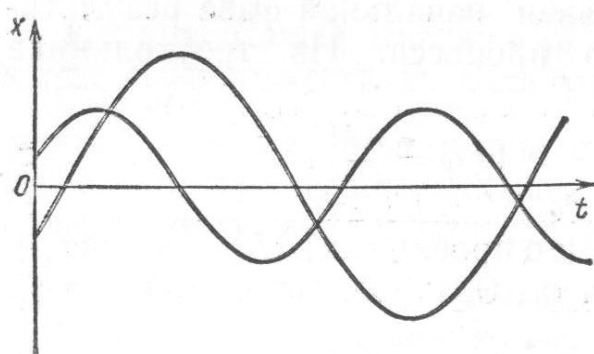


Рис. 8

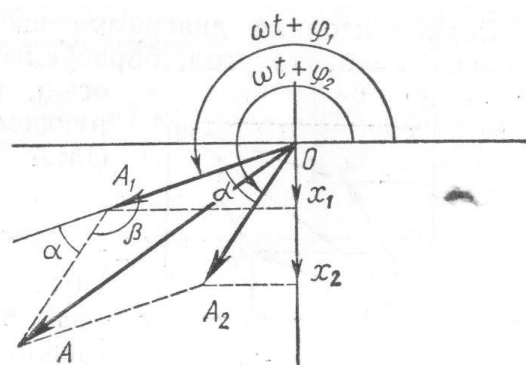


Рис. 9

Сумма мгновенных значений  $x_1$  и  $x_2$  равна сумме проекций векторов  $\vec{A}_1$  и  $\vec{A}_2$ . Сложим векторно амплитуды и получим вектор  $\vec{A}$ , проекция которого равна сумме проекций  $x_1$  и  $x_2$ . Отметим, что все векторы равномерно вращаются против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$ . Углы между ними не изменяются, т. е. весь параллелограмм амплитуд вращается как одно целое. Проекция равномерно вращающегося вектора неизменной длины  $A$  – гармонически вращающаяся функция  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Она является суммой двух гармонически изменяющихся величин  $x_1$  и  $x_2$ .

Неизвестные величины  $A$  и  $\varphi$  найдем тоже из векторной диаграммы. В наших обозначениях  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos\beta$ . Поскольку  $\cos\beta = -\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha = -\cos(\omega t + \varphi_2 - \omega t - \varphi_1) = -\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ . Отсюда

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (2)$$

Если векторная диаграмма изображена на рис. 10 в момент времени  $t = 0$ , то угол, образуемый вектором  $\vec{A}$  с горизонтальной осью, равен начальной фазе результирующего процесса.

Из треугольника  $OMA$   $\operatorname{tg} \varphi = \frac{AM}{OM}$ .

По теореме о проекциях

$$AM = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2,$$

$$OM = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2.$$

Тогда  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$ , откуда  $\varphi$  равно арктангенсу.

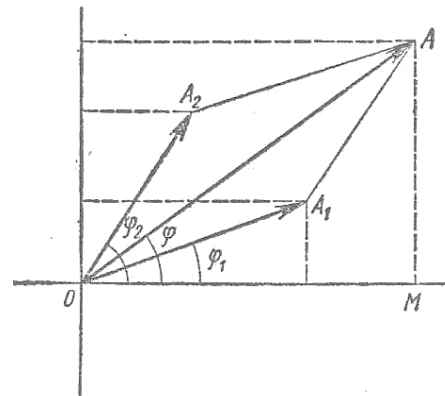


Рис. 10

Итак, результат скалярного сложения двух гармонических колебаний одинаковых частот – гармоническое колебание той же частоты, амплитуда и начальная фаза которого определяются по вышеприведенным формулам.

Отметим, что тело, участвуя в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, совершает также гармоническое колебание в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания. Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  складываемых колебаний.

Проанализируем выражение (2) в зависимости от разности фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$ :

1)  $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2m\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), тогда  $A = A_1 + A_2$ , т. е. амплитуда результирующего колебания  $A$  равна сумме амплитуд складываемых колебаний;

2)  $(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm(2m + 1)\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), тогда  $A = |A_1 - A_2|$ , т. е. амплитуда результирующего колебания равна разности амплитуд складываемых колебаний.



Для практики особый интерес представляет случай, когда два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте. В результате сложения этих колебаний получаются колебания с периодически изменяющейся амплитудой. Периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами, называют *биениями*.

Пусть амплитуды складываемых колебаний равны  $A$ , а частоты равны  $\omega$  и  $\omega + \Delta\omega$ , причем  $\Delta\omega \ll \omega$ . Начало отсчета выберем так, чтобы начальные фазы обоих колебаний были равны нулю

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t, \\ x_2 = A \cos (\omega + \Delta\omega)t. \end{cases}$$

Складывая эти выражения и учитывая, что во втором множителе  $(\Delta\omega/2) \ll \omega$ , найдем  $x = (2A \cos \frac{\Delta\omega}{2}t) \cos \omega t$ .

Получившееся выражение есть произведение двух колебаний. Поскольку  $\Delta\omega \ll \omega$ , то сомножитель, стоящий в скобках, почти не изменяется, когда сомножитель  $\cos \omega t$  совершает несколько полных колебаний. Поэтому результирующее колебание  $x$  можно рассматривать как гармоническое с частотой  $\omega$ , амплитуда которого  $A_6$  изменяется по следующему периодическому закону:

$$A_6 = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2}t \right|.$$

Частота изменения  $A_6$  в два раза больше частоты изменения косинуса (так как берется по модулю), т. е. частота биений равна разности частот складываемых колебаний

$$\omega_6 = \Delta\omega.$$

Период биений

$$T_6 = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

Характер зависимости показан на рис. 11, где сплошные линии дают график результирующего колебания, а огибающие их – график медленно меняющейся амплитуды.

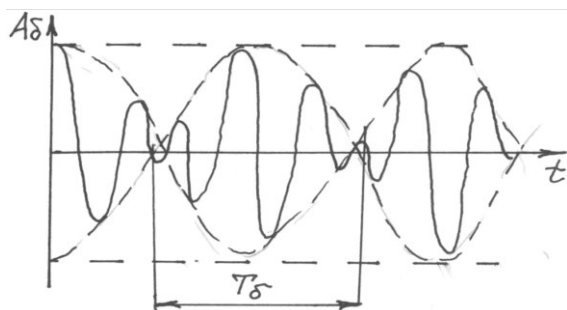


Рис. 11

Определение частоты тона (звука определенной высоты) биений между эталонным и измеряемым колебаниями – наиболее широко применяемый на практике метод сравнения измеряемой величины с эталонной. Метод биений используют для настройки музыкальных инструментов, анализа слуха и т. д.

Рассмотрим результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты  $\omega$ , происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей  $x$  и  $y$ . Для простоты начало отсчета берем так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t, \\ y = B \cos (\omega t + \varphi). \end{cases}$$

Разность фаз  $\varphi$  равна разности фаз амплитуд  $A$  и  $B$  – амплитуды складываемых колебаний.

Уравнение траектории результирующего колебания

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi.$$

Поскольку траектория результирующего колебания имеет форму эллипса, то такие колебания называют *эллиптически поляризованными*.

Ориентация осей эллипса и его размеры зависят от амплитуд складываемых колебаний и разности фаз  $\varphi$ . Рассмотрим некоторые частные случаи, представляющие физический интерес:

1)  $\varphi = m\pi$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). В данном случае эллипс вырождается в отрезок прямой

$$y = \pm \left(\frac{B}{A}\right)x,$$

где знак «плюс» соответствует нулю и четным значениям  $m$  (рис. 12, а), а знак «минус» – нечетным значениям  $m$  (рис. 12, б). Результирующее колебание является гармоническим колебанием с частотой  $\omega$  и амплитудой  $\sqrt{A^2 + B^2}$ , совершающимся вдоль прямой, составляющей с осью  $x$  угол  $\varphi = \arctg\left(\frac{B}{A} \cos m\pi\right)$ . В данном случае мы имеем дело с линейно поляризованными колебаниями;

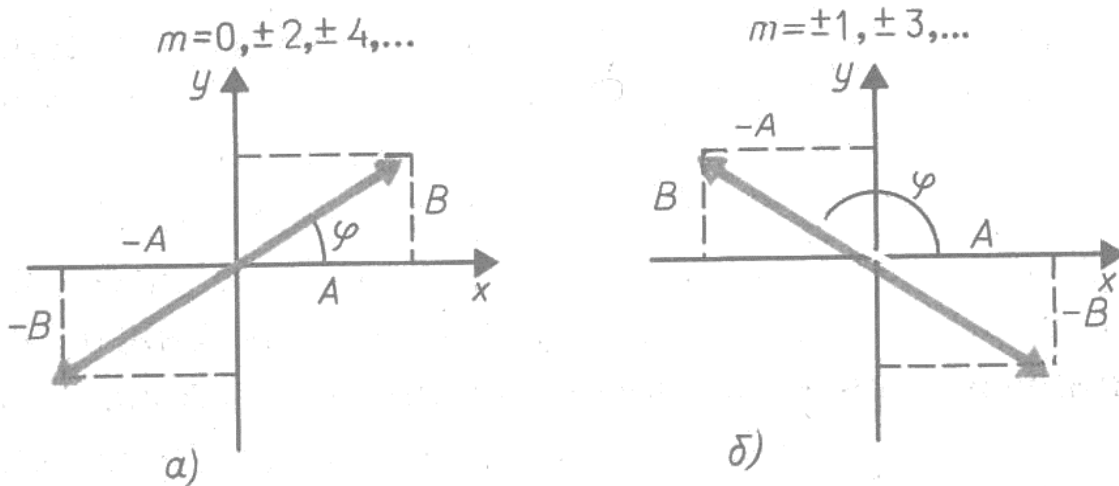


Рис. 12

2)  $\varphi = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ ). Тогда уравнение примет вид

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

Это уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат, а его полуоси равны соответствующим амплитудам (рис. 13).

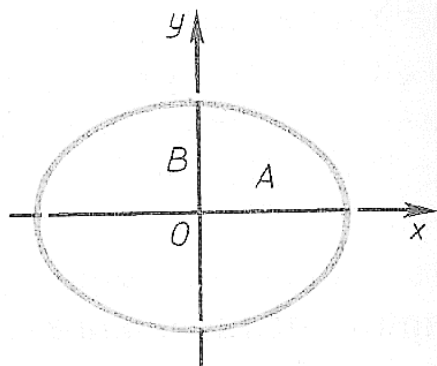


Рис. 13

Кроме того, если  $A = B$ , то эллипс вырождается в окружность. Такие колебания называют *циркулярно поляризованными колебаниями*, т. е. поляризованными по кругу.

Если частоты складываемых взаимно перпендикулярных колебаний различны, то замкнутая траектория результирующего колебания довольно сложна. Замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей

одновременно два взаимно перпендикулярных колебания, называют *фигурами Лиссажу*. Форма этих кривых зависит от соотношения амплитуд, частот и разности фаз складываемых колебаний (рис. 14).

Отношение частот складываемых колебаний равно отношению числа пересечений фигур Лиссажу с прямыми, параллельными осям координат. По виду фигур можно определить неизвестную частоту по

известной или определить отношение частот складываемых колебаний. Поэтому анализ фигур Лиссажу – широко используемый метод соотношения частот и разности фаз складываемых колебаний, а также формы колебаний.

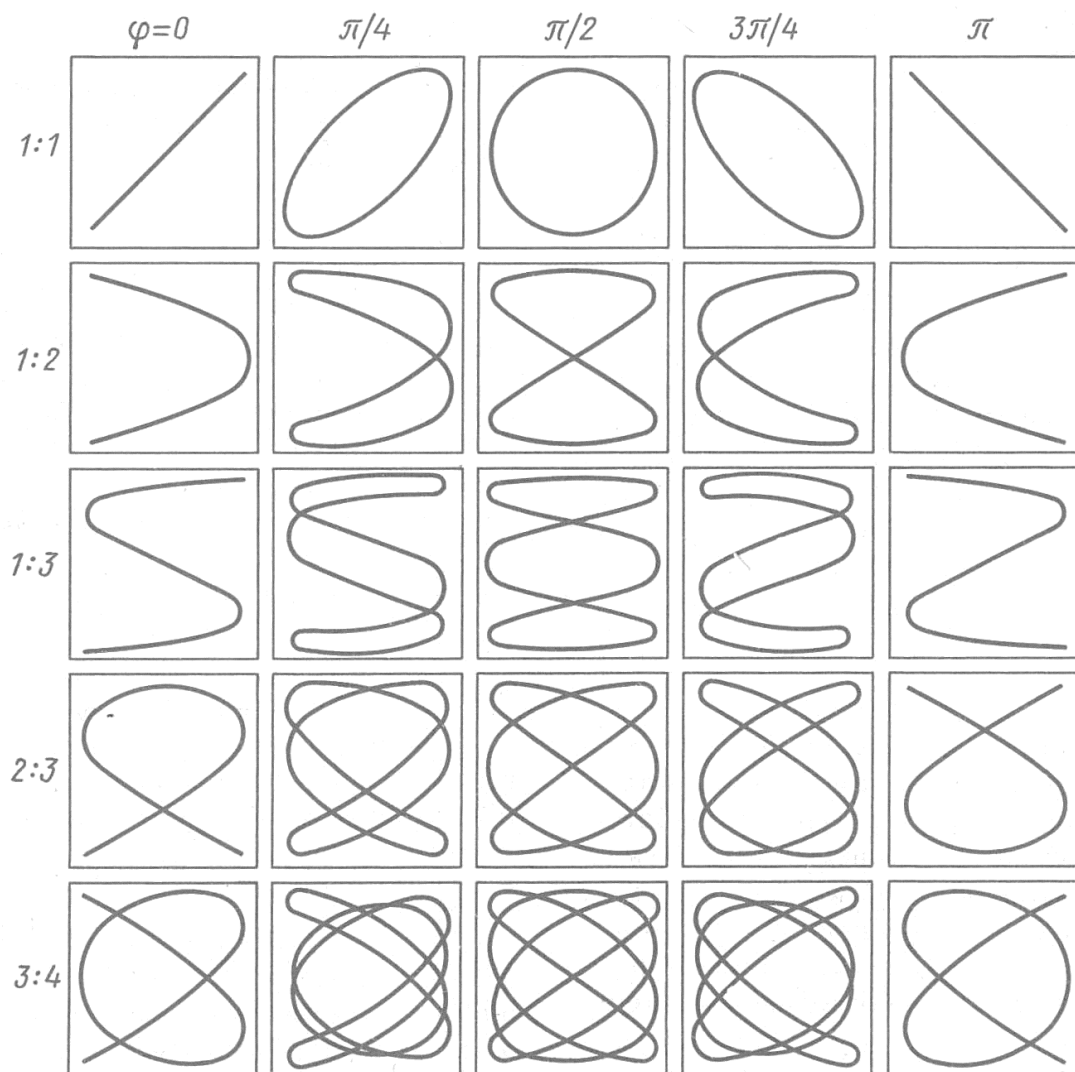


Рис. 14

**Затухающие механические колебания. Аперiodический процесс. Частота и коэффициент затухания механического колебания. Логарифмический декремент затухания.** Рассмотрим *свободные затухающие колебания* – колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается. Простейший механизм уменьшения энергии колебаний – ее

превращение в теплоту вследствие трения в механических колебательных системах, а также омических потерь и излучения электромагнитной энергии в электрических колебательных системах.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы задается в виде

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\delta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0,$$

где  $S$  – колеблющаяся величина, описывающая тот или иной физический процесс;  $\delta = \text{const}$  – коэффициент затухания;  $\omega_0$  – циклическая частота свободных затухающих колебаний, т. е. при  $\delta = 0$  (при отсутствии

потерь энергии) она называется *собственной частотой колебательной системы* (рис. 15).

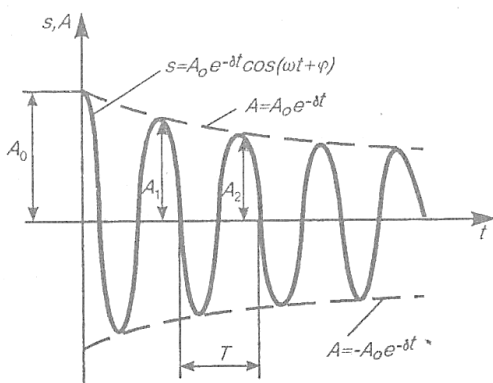


Рис. 15

Решение этого уравнения можно представить в следующем виде:

$$S = e^{-\delta t} u,$$

где  $u = u(t)$ . После нахождения первой и второй производных получим

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + (\omega_0^2 - \delta^2) u = 0.$$

Решение уравнения зависит от знака коэффициента перед искомой величиной. Рассмотрим случай, когда этот коэффициент положителен

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2 \text{ (если } (\omega_0^2 - \delta^2) > 0 \text{)}.$$

Тогда получим уравнение типа

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega^2 u = 0,$$

решением которого будет функция

$$u = A_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Таким образом, решение уравнения в случае малых затуханий ( $\delta^2 \ll \omega_0^2$ )

$$S = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где  $A = A_0 e^{-\delta t}$  – амплитуда затухающих колебаний, а  $A_0$  – начальная амплитуда. Промежуток времени  $\tau = 1/\delta$ , в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз, называют *временем релаксации*.

Затухание нарушает периодичность колебаний, поэтому затухающие колебания не являются периодическими и, строго говоря, к ним неприменимо понятие периода или частоты. Однако если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием периода как промежутка времени между двумя последующими максимумами (или минимумами) колеблющейся физической величины. Тогда период затухающих колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Если  $A(t)$  и  $A(t + T)$  – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

$$\frac{A(t)}{A(t + T)} = e^{\delta T}$$

называют *декрементом затухания*, а его логарифм – *логарифмическим декрементом затухания*

$$\theta = \frac{A(t)}{A(t + T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

где  $N_e$  – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз. Логарифмический декремент затухания – постоянная для данной колебательной системы величина.

Для характеристики колебательной системы используют понятие *добротности*  $Q$ . При малых значениях логарифмического декремента добротность равна

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}.$$

Из формулы следует, что добротность пропорциональна числу колебаний  $N_e$ , совершаемых системой за время релаксации.

Отметим, что при увеличении коэффициента затухания  $\delta$  период затухающих колебаний растет и при  $\delta = \omega_0$  обращается в бесконечность, т. е. движение перестает быть периодическим. В данном случае

колеблющаяся величина асимптотически приближается к нулю, когда  $t \rightarrow \infty$ . Этот процесс не будет колебательным. Его называют *апериодическим*.

Особенно важны и широко применимы так называемые *автоколебания* – незатухающие колебания, поддерживаемые в диссипативной системе за счет постоянного внешнего источника энергии, причем свойства этих колебаний определяются самой системой. Автоколебания принципиально отличаются от свободных незатухающих колебаний, происходящих без действия сил, а также от вынужденных колебаний, происходящих под действием периодической силы. Автоколебательная система сама управляет внешними воздействиями, обеспечивая согласованность поступления энергии определенными порциями в нужный момент времени (в такт с ее колебаниями). Автоколебательной является реальная система, в которой происходят незатухающие колебания, частота и амплитуда которых определяются ее конструкцией. В состав автоколебательной системы входят: источник энергии (достаточно энергоемкий, чтобы убыль энергии за несколько колебаний была гораздо меньше полного запаса его энергии); собственно колебательная часть; клапан, открывающий и закрывающий доступ энергии от источника к собственно колебательной части в такт с ее колебаниями, управляемый автоматически (отсюда название колебаний) самой колебательной частью. Примером автоколебательной системы могут служить часы. Их принцип действия:

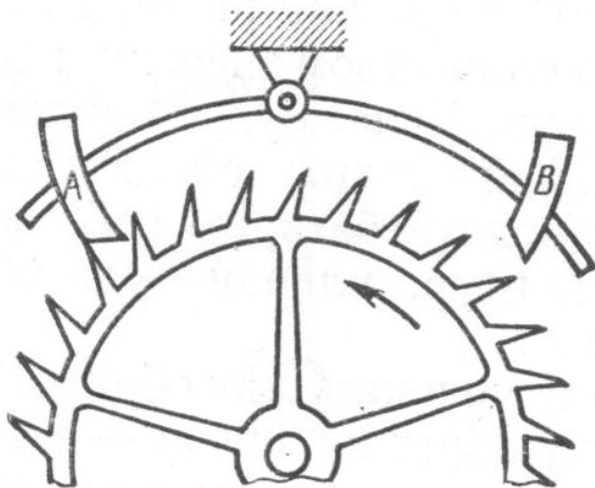


Рис. 16

которым жестко связана. При каждом качании выступ *A* пропускает один зуб шестерни, а выступ *B* задерживает очередной зуб. При этом

цепочке, перекинутой через зубчатое колесо, является источником энергии. Колебательная часть представляет собой маятник, который совершал бы затухающие колебания собственной частоты. Но маятник связан с клапаном, которым в данном случае является анкерный механизм (рис. 16). Скоба *AB* качается вместе с маятником, с

часть энергии гири передается скобе и, следовательно, маятнику. Гиря медленно опускается, а маятник качается без затухания (его период не зависит от амплитуды). Система зубчатых колес передает вращение стрелкам часового механизма. Совершенно аналогично работает часовой механизм будильника или обыкновенных наручных часов, только в качестве источника энергии в них вместо поднятой гири используют свернутую пружину, и маятник в этих часах не физический, а крутильный.

Балансир – колесо на оси, связанное с особой спиральной пружиной, которая создает упругий возвращающий момент при любом его повороте. Период таких колебаний, зависящий от коэффициента возвращающего момента и момента инерции балансира, можно вычислить, составив и решив уравнение соответствующих колебаний.

**Вынужденные механические колебания. Амплитуда и фаза вынужденных механических колебаний. Механический резонанс. Соотношение между фазами вынуждающей силы и скорости при механическом резонансе.**

*Вынужденными механическими колебаниями* называют колебания, возникающие в какой-либо системе под влиянием переменного внешнего воздействия (рис. 17). Характер вынужденных колебаний определяется характером внешнего воздействия и свойствами самой системы. Если частота вынужденного воздействия стремится к частоте собственных колебаний, то амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает – наступает резонанс. *Резонанс* – более или менее резкое возрастание амплитуды установившихся вынужденных колебаний, когда частота вынужденного внешнего воздействия приближается к частоте собственных колебаний системы.

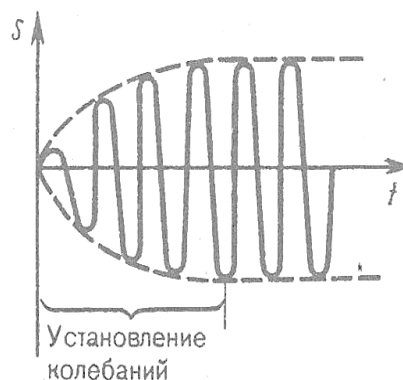


Рис. 17

Уравнение вынужденных механических колебаний можно представить в дифференциальной форме в виде

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\delta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = X_0 e^{i\eta\omega t}.$$

Рассмотрим зависимость амплитуды  $A$  вынужденных колебаний от частоты  $\omega$ . Механические и электромагнитные колебания будем рассматривать одновременно. *Резонансную частоту*  $\omega_{\text{рез}}$  – частоту, при



которой амплитуда  $A$  смещения (заряда) достигает максимума, можно определить по формуле  $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$ . При  $\delta^2 \ll \omega_0^2$  значение  $\omega_{рез}$  практически совпадает с собственной частотой  $\omega_0$  колебательной системы. Амплитуда может быть найдена по формуле

$$A_{рез} = \frac{x_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Приведенную на рис. 18 совокупность кривых называют *резонансными кривыми*.

Из выражения  $\text{tg } \varphi = \frac{2\delta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$  следует, что если затухание в системе отсутствует ( $\delta = 0$ ), то только в этом случае колебания и вынуждающая сила (приложенное переменное напряжение) имеют одинаковые фазы; во всех других случаях  $\varphi \neq 0$ .

Зависимость  $\varphi$  от  $\omega$  при разных коэффициентах  $\delta$  графически представлена на рис. 19, из которого следует, что при изменении частоты изменяется и сдвиг фаз. Эти кривые называют *фазовыми резонансными кривыми*.

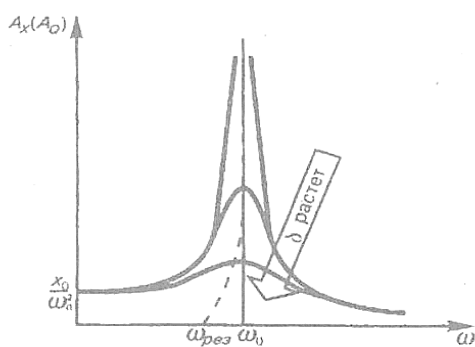


Рис. 18

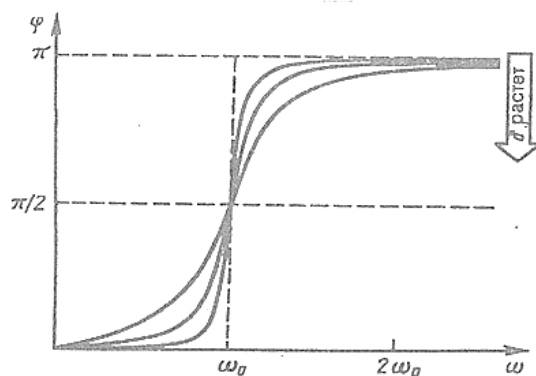


Рис. 19

### Тестовые вопросы и задачи

**Задание 1.** Дайте определение следующих характеристик гармонического колебания: амплитуда, фаза, начальная фаза, период, частота, циклическая частота.

**Задание 2.** Как происходит сложение гармонических колебаний?

**Задание 3.** Напишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

**Задание 4.** Напишите дифференциальное уравнение, описывающее затухающие колебания, и его решение.

**Задание 5.** В чем физический смысл логарифмического декремента затухания и добротности колебательной системы?

**Задание 6.** Напишите дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания, и его решение.

**Задание 7.** Движение тела вдоль оси  $Ox$  в системе СИ описывается уравнением  $x(t) = 0,4\cos(0,5t + 1,5\pi)$ . Через какой промежуток времени  $t = 0$  с тело окажется в точке с координатой  $x = -0,4$  м?

- 1)  $-0,4$  м;
- 2)  $0,8$  м;
- 3)  $0$  м;
- 4)  $4,0$  м.

**Задание 8.** Материальная точка совершает гармонические колебания по закону  $x = 0,45 \cos(3/2\pi t + \pi/8)$ . Максимальное значение ускорения точки равно

- 1)  $2\pi/3$  м/с<sup>2</sup>;
- 2)  $0,6\pi$  м/с<sup>2</sup>;
- 3)  $0,2\pi^2$  м/с<sup>2</sup>;
- 4)  $4\pi^2$  м/с<sup>2</sup>.

**Задание 9.** На рис. 20 изображен график затухающих колебаний, где  $S$  – колеблющаяся величина, описываемая уравнением  $x(t) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$ . Определите коэффициент затухания  $\beta$ .

- 1)  $0,5$ ;
- 2)  $2,8$ ;
- 3)  $1$ ;
- 4)  $2$ .

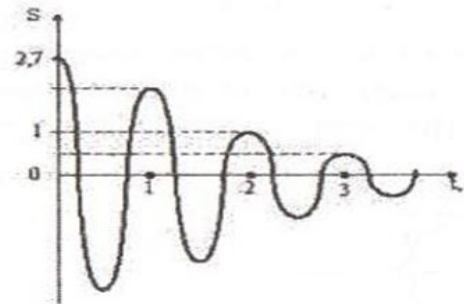


Рис. 20

**Задание 10.** Уравнение движения пружинного маятника – это дифференциальное уравнение

- 1) вынужденных колебаний;
- 2) свободных незатухающих колебаний;
- 3) свободных затухающих колебаний;
- 4) автоколебаний.

## Тема 2. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

### Теоретический материал

*Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Гармонические волны и их характеристики. Волновое уравнение и его решение. Фазовая скорость и дисперсия волн. Ударные волны. Принцип суперпозиции волн и граница его применимости. Волновой пакет и групповая скорость. Понятие когерентности. Интерференция волн. Энергия упругой волны. Вектор Умова. Стоячие волны. Эффект Доплера для звуковых волн. Звук.*

**Механизм образования механических волн в упругой среде.** Процесс распространения колебаний в сплошной среде называют *волновым процессом* (или волной). При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому основное свойство всех волн, независимо от их природы, – перенос энергии без переноса вещества.

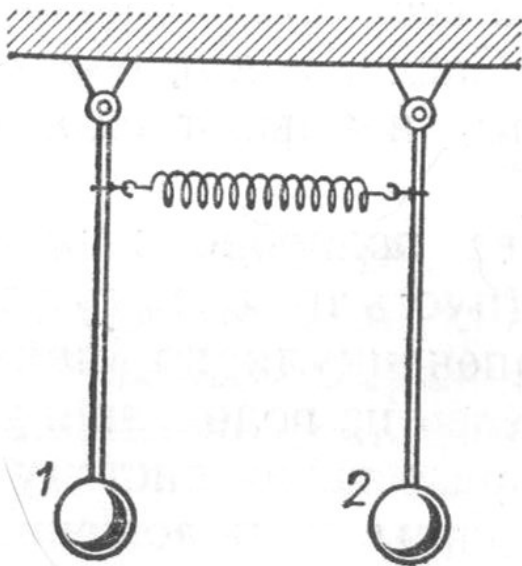


Рис. 21

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяют следующие их типы: волны на поверхности жидкости, упругие и электромагнитные волны.

Рассмотрим два одинаковых маятника, упруго связанных друг с другом (рис. 21). Без связи такие маятники колебались бы по известным нам законам. Наличие связи приводит к передаче энергии от одного маятника к другому. Выведем из положения равновесия маятник 1 и предоставим систему самой себе. Первый маятник, начав собственные колебания, посредством связи действует с вынуждающей силой на второй, заставляя его совершать вынужденные колебания

(в резонансном режиме собственные частоты маятников одинаковы). Амплитуда колебаний второго маятника будет расти до максимальной, а первого – уменьшаться до нуля (первый все время опережал второй по фазе; второй, в свою очередь, тормозил первый до его остановки).

В этот момент маятники меняются ролями: второй становится раскачивающим, действует вынуждающей силой на первый, который совершает вынужденные колебания и, в свою очередь, получает энергию у второго, и т. д. Если пренебречь затуханием, энергия в равных количествах будет переходить от первого маятника ко второму и обратно. Можно заметить, что чем сильнее связь (более упруга пружина, связывающая маятники) и меньше масса маятников, тем быстрее идет процесс перекачки энергии от одного маятника к другому.

При достаточно малой массе и сильной связи процесс передачи энергии будет закончен за время гораздо меньшее, чем период колебаний. Тогда не будет происходить процесс колебаний каждого маятника, а некоторое движение одного маятника будет без изменения формы передано другому.

Ничего принципиально не изменится в нашем опыте, если вместо двух маятников система будет состоять из большего числа маятников, упруго связанных друг с другом (рис. 22). Возмущение любой формы будет без изменения передано всем последующим точкам до конца цепочки, затем вернется обратно и т. д. Здесь мы имеем два вида движения: уже изученное нами колебательное движение одной точки и распространение возмущения вдоль цепочки таких точек.

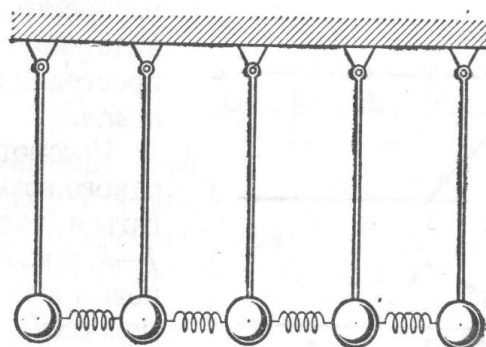


Рис. 22

Скорость распространения возмущения тем больше, чем сильнее упругая связь точек и чем меньше их масса.

Рассмотрим совокупность колеблющихся точек – вибраторов, имеющих упругие связи (рис. 23).

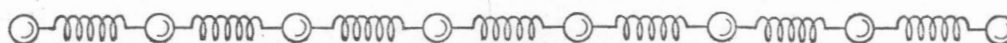


Рис. 23

При достаточно малой массе и сильной связи вибраторов вся энергия передается от какой-либо точки к соседней за время гораздо меньшее, чем период их собственных колебаний. Тогда собственных колебаний не будет, потому что не успеет одна точка совершить часть своего колебания, как вся ее энергия в той же форме перейдет к другой точке и первая остановится. Вся цепь связанных вибраторов с некоторым запозданием повторит движение первого. Возмущение, без искажения формы с конечной скоростью распространяющееся вдоль цепочки упруго связанных вибраторов, называют *упругой волной*.

Если мы устремим массу каждого шарика к нулю, а их число – к бесконечности, то получится непрерывная упругая среда. В такой среде колебания (или одиночное возмущение), начавшиеся в одной точке, не остаются локализованными в этой точке, а благодаря упругим связям распространяются во всех направлениях в виде упругих волн. Среду, в которой распространяются волны, называют *волновым полем*.

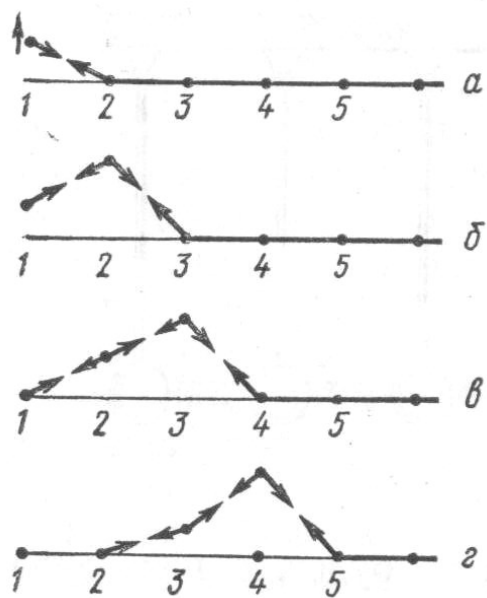


Рис. 24

Рассмотрим более подробно передачу одного возмущения (пусть точки могут двигаться только перпендикулярно прямой 1 – 5, рис. 24). Выведем из положения равновесия точку 1 и предоставим систему самой себе. Упругие силы в положении *a* тормозят точку 1 и ускоряют (выводя из положения равновесия) точку 2. Точка 1 под действием этих сил останавливается и начинает ускоренно двигаться к положению равновесия. Точка 2 повторяет ее движение с запаздыванием, она разгоняется, пока есть составляющая

сил упругости, направленная от положения равновесия; затем силы упругости начинают тормозить и точку 2, движущуюся от своего положения равновесия; в то же время ускоренно от положения равновесия начинает двигаться точка 3 (рис. 24, б). Точка 1 теперь движется к положению равновесия замедленно, точка 2 останавливается и начинает ускоренно двигаться к положению равновесия.

Когда точка 1 приходит в положение равновесия, ее скорость равна нулю (рис. 24, в). Точка 2, двигавшаяся к положению равновесия ускоренно, теперь движется с меньшим ускорением, а затем замедленно; точка 3 начинает тормозить, затем останавливается и ускоренно возвращается; точка 4 начинает ускоренное движение от положения равновесия. В положении 2 точка 2 тоже (вслед за точкой 1) останавливается; точка 3 замедляет свое движение к положению равновесия; точка 4 тормозит перед началом возвращения к положению равновесия; точка 5 ускоренно выводится из своего положения равновесия и т. д.

**Продольные и поперечные волны.** Упругие волны бывают *поперечными* (смещение перпендикулярно направлению распространения волны) и *продольными* (смещение параллельно направлению распространения волны). Такие волны наблюдаются в изотропных средах. Обычно встречаются комбинации поперечных и продольных волн. Продольные волны могут распространяться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, т. е. в твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут распространяться в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига, т. е. фактически только в твердых телах; в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах – как продольные, так и поперечные.

Среда	Продольные волны	Поперечные волны
Газ	+	–
Жидкость	+	–
Твердое тело	+	+

Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ , называют *фронтом волны* или *волновым фронтом*. Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называют *волновой поверхностью*. Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процес-

сом. Следовательно, существует бесконечное множество волновых поверхностей, в то время как волновой фронт в каждый момент времени только один. Волновые поверхности остаются всегда неподвижными, а волновой фронт все время перемещается.

Определим скорость распространения упругой волны, например, сжатия в однородной среде (рис. 25). Относительная деформация  $\varepsilon = \Delta l / l$  распространяется со скоростью  $v$ . Плотность недеформированной среды  $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta S l}$ , где  $\Delta S$  –

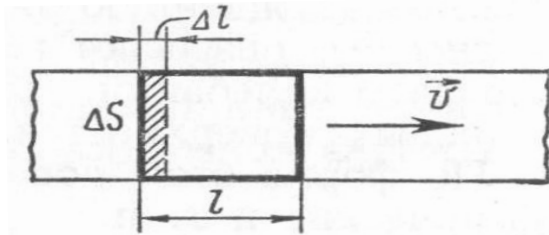


Рис. 25

площадь поперечного сечения образца, которая не изменяется при распространении продольной волны.

Сжатию соответствует увеличение плотности, так что плотность в месте сжатия будет равна  $\rho + \Delta\rho = \frac{\Delta m}{\Delta S(l - \Delta l)}$ . Умножим числитель и

знаменатель на одну и ту же величину  $(l + \Delta l)$ . В полученном выражении можно пренебречь квадратом малой величины  $\Delta l$  по сравнению с квадратом большой величины  $l$

$$\begin{aligned} \rho + \Delta\rho &= \frac{\Delta m(l + \Delta l)}{\Delta S(l - \Delta l)(l + \Delta l)} = \frac{\Delta m(l + \Delta l)}{\Delta S(l^2 - \Delta l^2)} = \frac{\Delta m(l + \Delta l)}{\Delta S l^2} = \\ &= \frac{\Delta m l}{\Delta S l^2} + \frac{\Delta m \Delta l}{\Delta S l^2} = \rho + \rho \frac{\Delta l}{l}. \end{aligned}$$

Отсюда  $\Delta\rho = \rho\varepsilon$ .

Распространение возмущения представляет собой движение области сжатия со скоростью  $v$  образца. За время  $\Delta t$  через сечение  $\Delta S$  пройдет «участок сжатия» длиной  $\Delta x = v\Delta t$ . Масса этого участка  $\Delta m = \Delta S \Delta x \Delta\rho = \Delta S v \Delta t \rho \varepsilon$ , она движется со скоростью  $v$  и имеет импульс  $\Delta m v = \Delta S v^2 \Delta t \rho \varepsilon$ . Это изменение импульса массы  $\Delta m$  (так как до прохождения импульса эта масса покоилась) волнового поля по второму закону Ньютона равно произведению действующей на нее силы упругости и времени ее действия

$$F \Delta t = \sigma \Delta S \Delta t = E \varepsilon \Delta S \Delta t,$$

где  $E$  – модуль Юнга;  $\sigma$  – напряжение;  $\varepsilon$  – относительное удлинение. Следовательно,  $E\varepsilon \Delta S \Delta t = \Delta S v^2 \Delta t \rho \varepsilon$ . Отсюда  $v^2 = \frac{E}{\rho}$  и скорость

распространения продольной упругой волны  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ . Так же можно

вывести скорость распространения любой упругой волны, только модуль  $E$  будет соответствовать виду деформации.

**Гармонические волны и их характеристики. Волновое уравнение и его решение. Фазовая скорость и дисперсия волн.** Рассмотрим плоскую монохроматическую (одна частота вибратора) гармоническую волну в однородной безграничной среде. Такую волну можно рассматривать как одномерную (рис. 26): все точки с одной координатой  $r$  движутся одинаково. Пусть источник колебаний (генератор), находящийся в точке  $r = 0$ , совершает гармонические колебания по закону

$$x_0 = A \sin \omega t,$$

где  $x_0$  – смещение в точке  $r = 0$  в момент

времени  $t$  (а не смещение в момент времени  $t = 0$ );  $A$  – амплитуда колебаний, которую будем считать одинаковой во всех точках, пренебрегая поглощением среды;  $\omega$  – круговая частота колебаний генератора, которая равна частоте вынужденных колебаний всех точек волнового поля.

Пусть начальная фаза колебаний равна нулю. Все точки волнового поля совершают одинаковые движения с некоторым запаздыванием. В момент времени  $t$  фаза генератора равна  $\omega t$ . В произвольную точку волнового поля с координатой  $r$  фаза придет через некоторое время запаздывания  $\tau$  (время движения возмущения от генератора до рассматриваемой точки). По уравнению равномерного движения  $\tau = r/v$ . С таким же успехом можно сказать, что в момент времени  $t$ , когда фаза генератора равна  $\omega t$ , фаза колебаний в точке с координатой  $r$  в тот же момент времени  $t$

$$x = A \sin \omega(t - \tau) = A \sin \left( \omega t - \omega \frac{r}{v} \right).$$

Расстояние, пройденное волной за период колебаний генератора, называют *длиной волны*  $\lambda = vT$ .

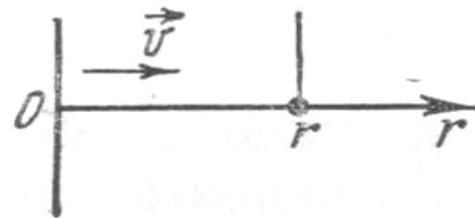


Рис. 26



Коэффициент при координате точки  $r$

$$\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{Tv} = \frac{2\pi}{\lambda} = k$$

называют *волновым числом*. Длина волны – некоторое расстояние. Если  $2\pi$  единиц длины разделить на  $\lambda$ , получится какое-то количество таких отрезков, уложившихся на выбранной длине. Таким образом, волновое число равно количеству длин волн, укладываемых на  $2\pi$  единицах длины. Волновое число  $k$  характеризует повторяемость процесса в пространстве.

Мы получили смещение точки с координатой  $r$  в момент времени  $t$  в виде  $x = A \sin(\omega t - kr)$ . Это уравнение плоской бегущей монохроматической волны в однородной непоглощающей среде. В наипростейшем случае волнового движения смещение не зависит от времени и координаты, т. е. является функцией двух переменных. В некоторой точке  $r$  происходят обыкновенные гармонические колебания по закону  $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ , включающему в себя в качестве начальной фазы величину  $\varphi_0 = -kr$  (на которую и будет в любой момент времени отличаться фаза колебаний в этой точке от фазы колебаний генератора). Рассматривая совокупность колеблющихся точек в определенный момент времени, мы получим чередование фаз в волновом поле, причем

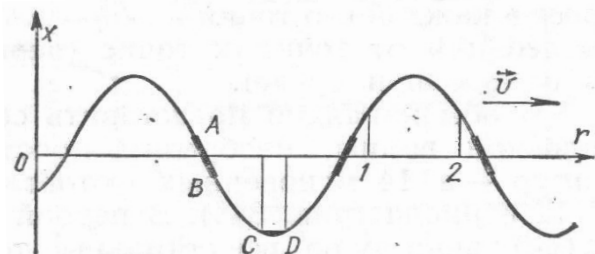


Рис. 27

чем дальше от генератора, тем фаза колебаний меньше.

В плоской монохроматической волне фазы непрерывно изменяются (возрастая в каждой точке; кривая на рис. 27 равномерно движется вдоль  $r$ ) во времени и чередуются в про-

странстве (в один момент времени, уменьшаясь при удалении от источника).

Разность фаз двух произвольных точек с координатами  $r_1$  и  $r_2$  в один момент времени

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega t - kr_1 - \omega t + kr_2 = k(r_2 - r_1) = k\Delta r.$$

Смещения точек 1 и 2 на рис. 27 одинаковы, но в следующий момент времени смещение точки 1 уменьшится, а точки 2 – увеличится.

Найдем расстояния между такими точками, смещения которых одинаковы в любой момент времени,  $x_1 = x_2$ . Для них

$$A \sin(\omega t - k r_1) = A \sin(\omega t - k r_2).$$

Равенство синусов означает, что аргументы отличаются на  $2n\pi$

$$\omega t - k r_1 = \omega t - k r_2 + 2n\pi.$$

Отсюда  $k(r_2 - r_1) = 2n\pi$ .

Расстояние между такими точками

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \frac{2n\pi}{k} = \frac{2n\pi}{2\pi} \lambda = n\lambda.$$

Таким образом, точки, смещения которых всегда одинаковы, отстоят друг от друга на целое число длин волн; про такие точки говорят, что они колеблются «в фазе».

В волновом поле различают две скорости – *колебательную скорость* каждой его точки и *скорость волны* – скорость распространения колебаний от точки к точке (первая гармонична, вторая постоянна в однородной среде).

Чтобы наглядно представить себе распространение гармонической плоской волны, изобразим простейшее волновое поле – резиновый шнур – в 14 мгновенных фотографиях через промежутки времени в  $1/12$  периода (рис. 28). В первой позиции фаза колебаний генератора  $a(\omega t)$  равна нулю, все остальные точки тоже находятся в положениях равновесия. Во второй позиции фаза генератора  $30^\circ$ , смещение соответствующее. Часть шнура упругими силами выведена из положения равновесия; волна дошла до точки  $b$ . В третьей позиции фаза колебаний генератора  $a$   $60^\circ$ , точки  $b$   $30^\circ$ , смещения соответствующие, еще часть шнура вовлечена в движение, волна распространилась до точки  $c$  и т. д. В предпоследней позиции возникла целая волна за время одного полного колебания точки  $a$ ; процесс прошел расстояние  $\lambda$ , следовательно,  $v = \lambda/T$ . В последней стадии фаза колебаний генератора  $390^\circ$  (а не  $30^\circ$ ), новая волна начала рождаться, а уже сформировавшаяся удаляется от источника, вовлекая в колебательное движение новые точки волнового поля. Если внимательно посмотреть, то станет ясно, что точки волнового поля остаются на своих местах, от одной точки к другой переходит каждая фаза колебаний. Если в некоторый момент времени определенная фаза  $\varphi = \omega t - k r$  есть у точки с координатой  $r_1$ , то

через некоторое время, когда первое слагаемое увеличится, та же фаза будет у точки с бóльшим  $r$ . Поэтому скорость распространения волнового процесса  $v = \lambda/T$  называют *фазовой скоростью*.

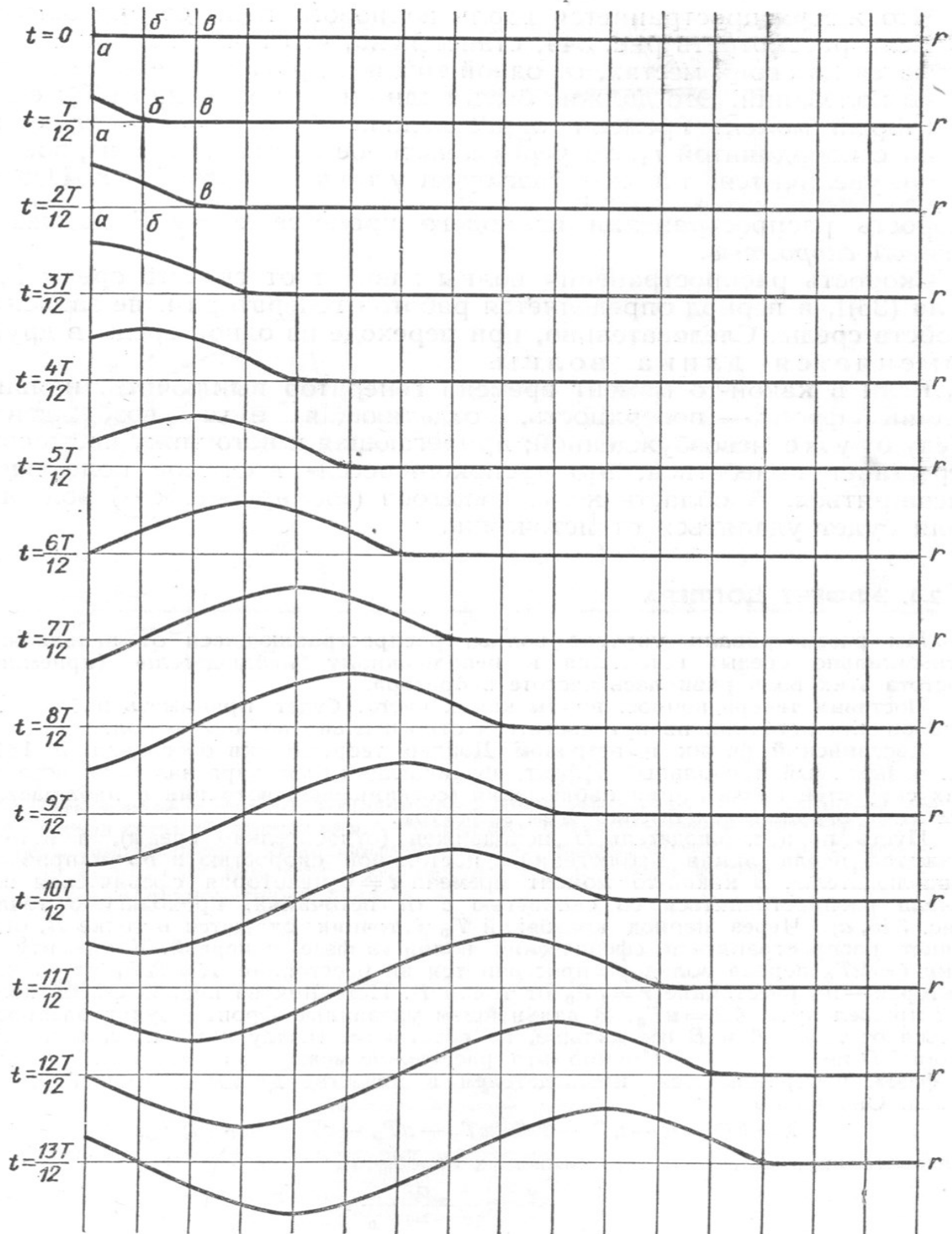


Рис. 28

Скорость распространения волны зависит от свойств среды, а период определяется работой генератора и не зависит от свойств среды. Следовательно, при переходе из одной среды в другую изменяется длина волны.

Если в какой-то момент времени выключить генератор, появится задний фронт – поверхность, отделяющая еще возбужденную среду от уже невозбужденной; прилегающая к источнику часть среды перестанет колебаться; это «успокоившееся» волновое поле начнет расширяться. А область колеблющегося волнового поля будет удаляться от источника.

Рассмотрим волну, источник которой находится в центре сферы. Тогда для сферической волны имеем

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - k r + \varphi_0),$$

где  $r$  – расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды.

Фазовую скорость также можно определить через частоту и волновой вектор  $v = \omega / k$ . Если фазовая скорость зависит от частоты, то это явление называют *дисперсией волн*, а среду, в которой наблюдается дисперсия волн, называют *диспергирующей*.

Распространение волн в однородной изотропной среде в общем случае описывается волновым уравнением в частных производных

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial Z^2} = \left(\frac{1}{v^2}\right) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \text{ или } \Delta \xi = \left(\frac{1}{v^2}\right) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где  $v$  – фазовая скорость;  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $X$ , волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} = \left(\frac{1}{v^2}\right) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

**Ударные волны.** *Ударная волна* (скачок уплотнения), распространяющаяся со сверхзвуковой скоростью, – тонкая переходная область, в которой происходит резкое увеличение плотности, давления и скорости вещества. Ударные волны возникают при взрывах, детонации, сверхзвуковых движениях тел, мощных электрических разрядах и т. д. Например, при взрыве веществ образуются высоконагретые продукты взрыва, обладающие большой плотностью и находящиеся под высоким давлением. В начальный момент они окружены покоящимся

воздухом при нормальной плотности. Расширяющиеся продукты взрыва сжимают окружающий воздух, причем в каждый момент времени сжатым оказывается лишь воздух, находящийся в определенном объеме; вне этого объема воздух остается в невозмущенном состоянии. С течением времени объем сжатого воздуха возрастает. Поверхность, которая отделяет сжатый воздух от невозмущенного, представляет собой ударную волну (или фронт ударной волны). В определенных случаях сверхзвукового движения тел в газе (например, артиллерийские снаряды, спускаемые космические аппараты) направление движения не совпадает с нормалью к поверхности фронта ударной волны, и тогда возникают косые ударные волны.

Примером возникновения и распространения ударной волны может служить сжатие газа в трубе поршнем. Если поршень вдвигается в газ медленно, то по газу со скоростью звука бежит упругая (акустическая) волна сжатия. Если же скорость поршня не мала по сравнению со скоростью звука, то возникает ударная волна, скорость распространения которой по невозмущенному газу больше, чем скорость движения частиц газа (так называемая массовая скорость), совпадающая со скоростью поршня. Расстояния между частицами в ударной волне меньше, чем в невозмущенном газе, вследствие сжатия газа. Если поршень сначала вдвигают в газ с небольшой скоростью и постепенно ускоряют, то ударная волна образуется не сразу. Вначале возникает волна сжатия с непрерывными распределениями плотности и давления. С течением времени крутизна передней части волны сжатия нарастает, так как возмущения от ускоренно движущегося поршня догоняют ее и усиливают, вследствие чего возникает резкий скачок всех гидродинамических величин, т. е. ударная волна.

Следует отметить, что при прохождении газа через ударную волну его параметры меняются очень резко и в очень узкой области. Толщина фронта ударной волны имеет порядок длины свободного пробега молекул.

Ударные волны в твердых телах объясняют следующим образом. Энергия и давление в твердых телах имеют двоякую природу: они связаны с тепловым движением и с взаимодействием частиц (тепловые и упругие составляющие). Теория междучастичных сил не может дать общей зависимости упругих составляющих давления и энергии от плотности в широком диапазоне для разных веществ. Поэтому ударные

адиабаты для твердых (и жидких) тел определяются из опыта. Для значительного сжатия твердых тел нужны давления в миллионы атмосфер, которые достигаются при экспериментальных исследованиях. На практике большое значение имеют слабые ударные волны с давлениями  $10^4 - 10^5$  атмосфер. Это давления, которые развиваются при детонации, взрывах в воде, ударах продуктов взрыва о преграды и т. д. При небольших давлениях в твердых телах возникают упругие волны, распространение которых, как и распространение слабых волн сжатия в газах, можно рассматривать на основе законов акустики.

**Принцип суперпозиции волн и граница его применимости. Волновой пакет и групповая скорость.** Если среда, в которой распространяется одновременно несколько волн, линейна, т. е. ее свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых волной, то к волнам применим принцип суперпозиции (наложения) волн.

Исходя из принципа суперпозиции и разложения Фурье, любую волну можно представить в виде суммы гармонических волн (волнового пакета), или группы волн. *Волновым пакетом* называют суперпозицию волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающую в каждый момент времени ограниченную область пространства.

Рассмотрим простейший волновой пакет из двух распространяющихся вдоль положительного направления оси  $X$  гармонических волн с одинаковыми амплитудами, близкими частотами и волновыми числами, причем  $d\omega \ll \omega$  и  $dk \ll k$ . Тогда

$$\begin{aligned} \xi &= A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] = \\ &= 2 A_0 \cos\left(\frac{t d\omega - x dk}{2}\right) \cos(\omega t - kx). \end{aligned}$$

Эта волна отличается от гармонической тем, что ее амплитуда

$$A = \left| 2 A_0 \cos\left(\frac{t d\omega - x dk}{2}\right) \right|$$

есть медленно изменяющаяся функция координаты  $x$  и времени  $t$ .

За скорость распространения этой негармонической волны (волнового пакета) принимают скорость перемещения максимума амплитуды волны, рассматривая, таким образом, максимум в качестве центра волнового пакета. При условии, что  $td\omega - xdk = \text{const}$ , получим

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} = u.$$

Скорость  $u$  есть групповая скорость. Ее можно определить как скорость движения группы волн, образующих волновой пакет.

Рассмотрим связь между групповой  $u = \frac{d\omega}{dk}$  и фазовой  $v = \frac{\omega}{k}$

скоростями. Учитывая, что  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ ,  $\lambda = 2\pi/k$ , получим

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(vk)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v + k \left[ \frac{dv}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk} \right] = v + k \left( -\frac{\lambda}{k} \right) \frac{dv}{d\lambda},$$

или  $u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$ . Из этой формулы следует, что  $u$  может быть как

меньше, так и больше  $v$  в зависимости от знака  $\frac{dv}{d\lambda}$ . В недиспергиру-

ющей среде  $\frac{dv}{d\lambda} = 0$  и групповая скорость совпадает с фазовой. Поня-

тие групповой скорости очень важно, так как именно она используется при измерении дальности в радиолокации, в системах управления космическими объектами и т. д.

**Понятие когерентности. Интерференция волн.** Согласование во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов связывают с понятием *когерентности*. Волны называют *когерентными*, если разность их фаз остается постоянной во времени. Очевидно, что когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту. При наложении в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн. Это явление называют *интерференцией волн*.

Рассмотрим наложение двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками  $S_1$  и  $S_2$ , колеблющимися с одинаковыми амплитудами  $A_0$  и частотой  $\omega$  и постоянной разностью фаз

$$\xi_1 = \frac{A_0}{r_1} \cos(\omega t - k r_1 + \varphi_1),$$

$$\xi_2 = \frac{A_0}{r_2} \cos(\omega t - k r_2 + \varphi_2),$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния от источников волн до рассматриваемой точки  $B$ ;  $k$  – волновое число;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – начальные фазы обеих накладывающихся сферических волн.

Амплитуда результирующей волны

$$A^2 = A_0^2 \left\{ \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos[k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2)] \right\}.$$

Поскольку для когерентных источников  $(\varphi_1 - \varphi_2) = \text{const}$ , то результат наложения двух волн в различных точках зависит от величины

$$\Delta = r_1 - r_2,$$

которую называют разностью хода волн. В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

наблюдается интерференционный максимум

$$A = \frac{A_0}{r_1} + \frac{A_0}{r_2}.$$

В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm (2m + 1)\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

наблюдается интерференционный минимум

$$A = \left| \frac{A_0}{r_1} - \frac{A_0}{r_2} \right|.$$

Эти условия сводятся к тому, что

$$r_1 - r_2 = \text{const}.$$

Это выражение представляет собой уравнение гиперболы с фокусами  $S_1$  и  $S_2$ . Следовательно, геометрическое место точек, в которых наблюдается усиление или ослабление результирующего колебания, представляет собой семейство гипербол, отвечающих условию  $(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$ . Между двумя интерференционными максимумами (сплошные линии) находятся интерференционные минимумы (штриховые линии) (рис. 29).

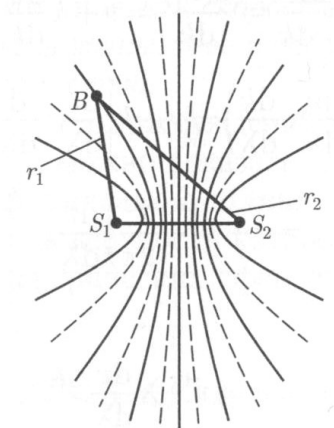


Рис. 29

### Энергия упругой волны. Вектор Умова.

Упругая волна несет с собой энергию. Это видно из того, что на «раскачку» ранее неподвижных вибраторов волнового поля необходима



определенная энергия, пропорциональная квадрату амплитуды колебаний. «Поставщик» этой энергии – генератор колебаний, раскачивающий все частицы волнового поля.

В упругой волне различают потенциальную и кинетическую энергию. Кинетическая энергия максимальна у тех участков волнового поля, где наибольшей является колебательная скорость, т. е. участки, близкие к положению равновесия (см. рис. 27). Потенциальная энергия максимальна у тех же участков, так как они сильнее всех остальных деформированы. Необходимо отметить, что в волне нет взаимного преобразования энергий. Потенциальная и кинетическая энергия без изменения формы передается соседним точкам. *Упругая волна* – это совокупность двух волн – волны колебательных скоростей и волны деформаций (участков), каждая из которых характеризуется своей энергией – соответственно кинетической и потенциальной. На рис. 27 изображены одинаковые участки в чисто поперечной волне. Участок *AB* сильнее всего деформирован, его потенциальная энергия наибольшая; участок *CD* почти такой же, как и в положении равновесия, его потенциальная энергия упругой деформации практически равна нулю. Таким образом, потенциальная и кинетическая энергия каждого участка изменяется от нуля до максимального значения в одинаковых фазах. Можно доказать, что мгновенные значения энергии для каждого участка одинаковы, т. е. полная энергия каждого участка в данный момент времени равна удвоенной потенциальной или удвоенной кинетической энергии этого участка в тот же момент времени. Кинетическую энергию малого участка  $\Delta r$  мы найдем через плотность и колебательную скорость  $u$

$$\Delta T = \frac{\Delta m u^2}{2} = \frac{\rho \Delta V u^2}{2}.$$

$$\text{Полная энергия участка } \Delta W = 2 \Delta T = \rho \Delta V u^2.$$

Плотность энергии измеряется количеством энергии, приходящейся на единицу объема волнового поля (в данной точке)

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \rho u^2.$$

Количество энергии, проходящей за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, называют *поток энергии в волновом поле*. За время  $\Delta t$  вся

энергия  $\Delta W$  элементарного объема  $\Delta V = \Delta S v \Delta t$  (рис. 30) пройдет через правое сечение  $\Delta S$ . Следовательно, поток энергии

$$U = \frac{\Delta W}{\Delta S \Delta t} = \frac{w \Delta V}{\Delta S \Delta t} = \frac{w \Delta S v \Delta t}{\Delta S \Delta t} = wv.$$

Поток энергии связан с квадратом колебательной скорости  $\Delta S \Delta t \Delta S \Delta t$ ,

$$U = \rho u^2 v = \rho v u^2.$$

Коэффициент пропорциональности  $z = \rho v$  (величину, характеризующую упругие свойства среды), называют *удельным волновым сопротивлением*. Чтобы одинаково «раскачать» частицы среды с большим волновым сопротивлением, нужно большее количество энергии. Поток энергии в данной точке волнового поля изменяется с течением времени так же, как меняется плотность энергии в этой точке.

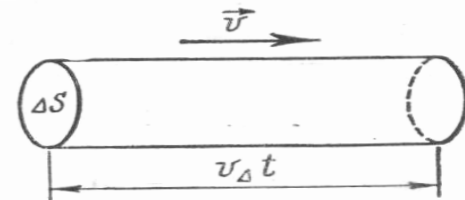


Рис. 30

Колебательная скорость равна  $u = A \omega \cos(\omega t - kr)$ . Поэтому  $w = \rho u^2 = \rho A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kr)$ . Значит,  $U = \rho A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kr)v$ .

Зависимость  $U(r)$  в какой-то момент времени изображена на рис. 31. Для сравнения там же изображена в этот момент зависимость  $u(r)$ . Теперь надо представить себе, что эти графики равномерно со скоростью  $\vec{v}$  движутся вдоль оси  $r$ . Так осуществляется перенос энергии в бегущей волне.

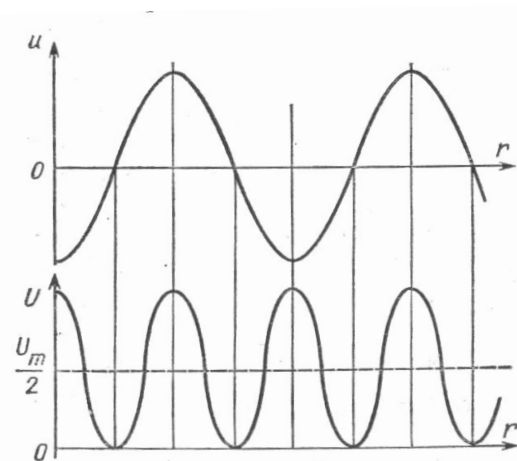


Рис. 31

*Вектор Умова* – это вектор плотности потока энергии физического поля. Назван по имени русского ученого Н. А. Умова (1846 – 1915), который в 1874 году ввел понятие потока энергии в сплошной среде. Вектор Умова численно равен энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению потока энергии в данной точке.

**Стоячие волны.** Рассмотрим однородную полубесконечную среду, граница которой столь близка к источнику волн, что можно пренебречь затуханием (рис. 32).

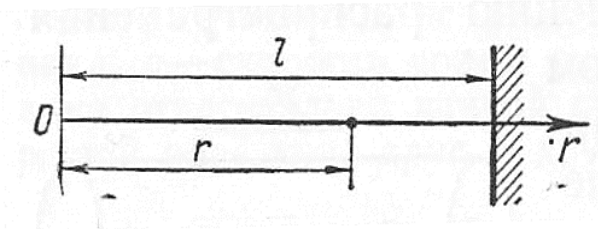


Рис. 32

На границе двух сред волна частично переходит в другую среду – преломляется, частично возвращается от границы в первую среду – отражается.

В каждой точке волнового поля, между точками которого  $r = 0$  и  $r = l$ , будут складываться колебания, принадлежащие двум идущим в разных направлениях волнам – бегущей и отраженной. Смещение точки  $r$  в момент времени  $t$  в этих волнах (без учета возможной потери полуволны при отражении)  $x_1 = A \sin(\omega t - k r)$ ;  $x_2 = A \sin[\omega t - k(l + l - r)] = A \sin[\omega t - k(2l - r)]$  (отраженная волна прошла до границы расстояние  $l$  и от границы до точки наблюдения  $l - r$ ). Результирующее смещение точки  $r$  в момент времени  $t$  (для чистых поперечных или продольных волн)

$$x = x_1 + x_2 = A \sin(\omega t - k r) + A \sin[\omega t - k(2l - r)].$$

Его можно найти, воспользовавшись тригонометрическим сложением синусов

$$\begin{aligned} x &= 2 A \sin \frac{\omega t - k r + \omega t - k(2l - r)}{2} \cos \frac{\omega t - k r - \omega t + k(2l - r)}{2} = \\ &= 2 A \cos \frac{k(2l - r - r)}{2} \sin \frac{2\omega t - k(2l - r + r)}{2} = 2 A \cos k(l - r) \sin(\omega t - k l). \end{aligned}$$

Мы получили уравнение стоячей волны в полубесконечной среде  $x = 2 A \cos k(l - r) \sin(\omega t - k l)$ .

Такое же уравнение получилось бы в случае изменения фазы на  $\pi$  при отражении, только аргументы тригонометрических функций отличались бы на  $\pi/2$ .

В этом уравнении гармонических колебаний слагаемое  $kl$  имеет смысл начальной фазы, а коэффициент при синусе  $a(r) = 2 A \cos k(l - r)$  – амплитуда колебаний в точке  $r$ . Как видно, амплитуды точек в стоячей волне зависят от координат (в бегущей волне все амплитуды одинаковы).

Колебания многих точек волнового поля усиливаются, появляются точки, амплитуда колебаний которых удваивается,  $a(r_n) = 2A$ .

Эти точки называют *пучностями стоячей волны*. Есть в такой волне точки, в которых результирующее смещение всегда равно нулю, — узлы стоячей волны  $a(r_y) = 0$ , но нет видимого перемещения фазы вдоль  $r$ , с чем связано название таких волн. Нет в стоячей волне и переноса энергии вдоль волнового поля, так как обе волны несут навстречу друг другу в среднем одинаковые энергии.

Представим себе механизм образования стоячей волны. Одинаковые по форме волны распространяются в противоположных направлениях. Значит, бывают такие моменты, когда они совпадают всеми своими точками (тонкая линия на рис. 33).

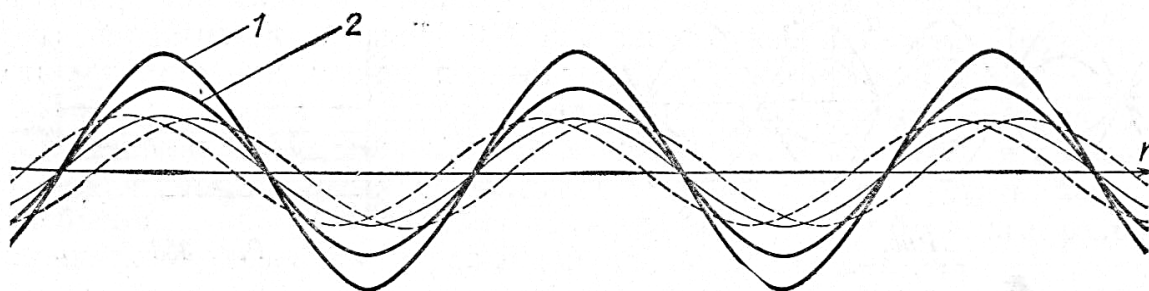


Рис. 33

Результирующее смещение в каждой точке в этот момент времени получим простым удвоением ординат (жирная кривая 1). Через некоторое небольшое (относительно периода колебаний одной точки) время  $\Delta t$  бегущая волна переместится на  $v \Delta t$  вправо, а отраженная — на такое же расстояние влево (пунктиры). Результирующее смещение в каждой точке получим сложением ординат в этих пунктирных графиках. Оно изобразится жирной кривой 2. Видим, что смещения узлов действительно остались нулями, смещения всех остальных точек уменьшились. При дальнейшем расхождении прямой и отраженной волн все смещения уменьшатся до нуля (когда бегущая и отраженная волны будут расположены так, как показано на рис. 34). Затем результирующие смещения поменяют знак и будут увеличиваться до амплитудных значений.



Рис. 34

На рис. 35 изображено несколько последовательных положений графика результирующего смещения в зависимости от координаты (в поперечных колебаниях, например, резинового шнура эти графики совпадают с положениями самого шнура). Если бы мы дополнили эту картину до симметричной, снова могло бы стать непонятно, как именно движутся различные точки в стоячей волне (несмотря на цифры, которыми обильно снабжены графики). Зато в симметричной картине (рис. 36) очень хорошо видно распределение амплитуд  $a(r)$ .

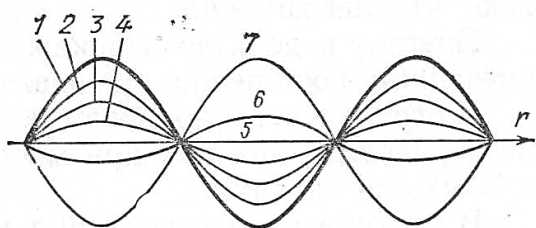


Рис. 35

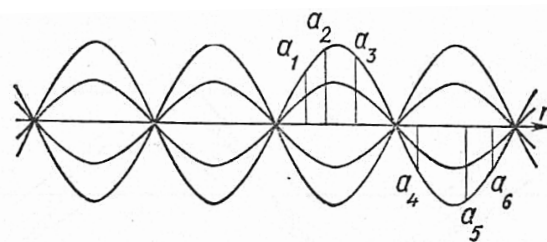


Рис. 36

Все точки, лежащие между двумя соседними узлами, колеблются с одинаковыми фазами  $\omega t - kl$ , но все точки, лежащие по разные стороны одного узла, колеблются в противофазах, как видно из рис. 35. Следует отметить, что  $\cos k(l-r)$  при переходе через нуль меняет знак, так что амплитуды  $a(r)$  точек, лежащих по разные стороны узла, имеют разные знаки (например, если  $a_1, a_2, a_3$  положительны, то  $a_4, a_5, a_6$  отрицательны (см. рис. 35)). Знак, приписанный амплитуде, на самом деле относится к фазе колебаний. При каждом переходе через узел можно было бы прибавлять к аргументу синуса  $\pi$ , оставляя амплитуду положительной.

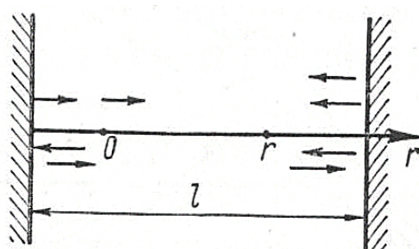


Рис. 37

В случае полубесконечной среды стоячая волна образуется всегда. Принципиально другой, более сложный процесс идет в случае ограниченной с двух сторон среды (рис. 37). В этом случае отраженная от одной границы волна идет к другой границе, отражается, возвращается, опять отражается и т. д. Кроме того, идущая от генератора в другую сторону волна отражается, возвращается, отражается и т. д. Смещения во всех

этих волнах складываются в каждой точке волнового поля. Теперь уже нельзя пренебречь затуханием, так как бесконечное количество волн конечной амплитуды даст бесконечную энергию, что невозможно.

Поэтому надо было бы в каждой точке складывать бесконечно много смещений, постепенно уменьшающихся до нуля. В ограниченном волновом поле стоячая волна произвольной длины не образуется, так как при многократном отражении одни волны ослабляются другими.

В частном случае усиления волн образуется стоячая волна, если на границах волнового поля создаются узлы или пучности. При этом длина волны должна удовлетворять условию  $l = n \frac{\lambda}{4}$  (при  $n$  четном – с обеих сторон узлы или пучности, при  $n$  нечетном – с одной стороны узел, с другой – пучность).

Уравнение такой стоячей волны можно получить в результате суперпозиции бегущей и отраженной незатухающих волн. На рис. 37 в точке  $r = 0$  находится генератор, точка с координатой  $r$  отстает по фазе от точки  $r = 0$  в бегущей волне на время запаздывания  $\tau = r/v$ ; ее уравнение колебаний  $x_1 = A \sin(\omega t - kr)$ . Эта точка  $r$  в отраженной волне опережает по фазе точку  $r = 0$  на это же время  $\tau$ .

Для образования стоячей волны в ограниченной среде нужно, чтобы бегущая и отраженная волны усиливали друг друга, в частности, в точке  $r = 0$ , где расположен источник. Другими словами, источник должен поддерживать установившиеся волны, т. е. работать в «фазе» с отраженной волной. Тогда в момент времени  $t$  фаза источника в отраженной волне должна быть  $\omega t + 2n\pi$ , и произвольное число слагаемых  $2\pi$  под знаком синуса можно опустить. Фаза колебаний точки  $r$  в отраженной волне больше фазы источника на величину  $kr$ , и уравнение отраженной волны принимает вид  $x_2 = A \sin(\omega t + kr)$ .

Тогда результирующее смещение

$$x = x_1 + x_2 = A \sin(\omega t - kr) + A \sin(\omega t + kr) = \\ = 2A \sin \frac{\omega t - kr + \omega t + kr}{2} \cos \frac{\omega t - kr - \omega t - kr}{2} = 2A \cos kr \sin \omega t.$$

Мы получили уравнение стоячей волны

$$x = 2A \cos kr \sin \omega t.$$

Это уравнение описывает только стоячую волну, когда она уже получена. Складывая всего две волны без затухания, мы тем самым учитывали многократное отражение затухающих волн.

Координаты узлов удовлетворяют условиям

$$\cos k r_y = 0; k r_y = (2m + 1) \frac{\pi}{2},$$

$$r_y = \frac{(2m + 1)\pi\lambda}{2 \cdot 2\pi} = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}.$$

Координаты пучностей

$$\cos k r_n = \pm 1; k r_n = m \pi;$$

$$r_n = \frac{m\pi}{2\pi} \lambda = 2m \frac{\lambda}{4}.$$

В частности,  $r = 0$  – координата пучности, значит, генератор расположен в одной из пучностей.

**Эффект Доплера для звуковых волн.** Выше мы рассматривали упругие волны, распространяющиеся от неподвижного (относительно среды) источника к неподвижному наблюдателю (приемнику). Частота этих волн равнялась частоте вибратора. Поставим теперь вопрос: волны каких частот будет принимать наблюдатель, если он или источник начнут двигаться относительно волнового поля? Австрийский физик и астроном Христиан Доплер (1803 – 1853) в 1842 году теоретически обосновал так называемый продольный эффект, возникающий благодаря наличию составляющих скоростей вдоль линии наблюдения (соединяющий источник и наблюдателя). Суть эффекта Доплера заключается в изменении частоты колебаний, воспринимаемой приемником, при движении источника этих колебаний и приемника друг относительно друга.

Предположим, что источник и приемник звука движутся вдоль прямой;  $V_{\text{ист}}$  и  $V_{\text{пр}}$  – скорости источника и приемника соответственно;  $\nu_0$  – частота колебаний источника. Рассмотрим следующие случаи.

1. Источник и приемник покоятся относительно среды, т. е.  $V_{\text{ист}} = V_{\text{пр}} = 0$ .

Если  $V$  – скорость распространения звуковой волны в рассматриваемой среде, то длина волны

$$\lambda = VT = V/\nu_0.$$

Распространяясь в среде, волна достигает приемника и вызывает колебания его звуковоспринимающего элемента с частотой  $\nu = V/\lambda = V/(VT) = \nu_0$ .

Следовательно, частота  $\nu$  звука, которую регистрирует приемник, равна частоте  $\nu_0$ , с которой звуковая волна излучается источником.

2. Приемник приближается к источнику, а источник покоится, т. е.  $V_{\text{пр}} > 0$ ,  $V_{\text{ист}} = 0$ . В данном случае скорость распространения волны относительно приемника станет равной  $V_{\text{пр}} + V$ , а так как длина волны при этом не меняется, то

$$\nu = \frac{V + V_{\text{пр}}}{\lambda} = \frac{V + V_{\text{пр}}}{VT} = \frac{(V + V_{\text{пр}})\nu_0}{V},$$

т. е. частота колебаний, воспринимаемых приемником, в  $\frac{(V + V_{\text{пр}})}{V}$  раз больше частоты колебаний источника.

3. Источник приближается к приемнику, а приемник покоится, т. е.  $V_{\text{ист}} > 0$ ,  $V_{\text{пр}} = 0$ .

За время, равное периоду колебаний источника, излученная им волна пройдет в направлении к приемнику расстояние  $VT$ . За это же время источник пройдет в направлении волны расстояние  $V_{\text{ист}}T$ , т. е. длина волны в направлении движения сократится и станет равной

$$\lambda = \lambda - V_{\text{ист}}T = (V - V_{\text{ист}})T,$$

тогда

$$\nu = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{(V - V_{\text{ист}})T} = \frac{V\nu_0}{(V - V_{\text{ист}})},$$

т. е. частота  $\nu$  колебаний, воспринимаемых приемником, увеличится в  $\frac{V}{(V - V_{\text{ист}})}$  раз. В случаях 2 и 3, если  $V_{\text{ист}} < 0$ ,  $V_{\text{пр}} < 0$ , знак будет обратным.

4. Источник и приемник движутся друг относительно друга. Для частоты колебаний, воспринимаемых источником,

$$\nu = \frac{(V \pm V_{\text{пр}})\nu_0}{V \mp V_{\text{ист}}}$$

причем верхний знак ставят, когда происходит их сближение, а нижний – при удалении.



**Звук.** Колебания среды, воспринимаемые органом слуха, называют *звуком*. Звуки делят на музыкальные тона – монохроматические волны и шумы – хаотическую смесь тонов. Звук, звуковые волны – упругие волны, распространяющиеся в твердых, жидких и газообразных средах. Звук в воздухе (так же как в любом газе или жидкости) – продольные волны, так как у этих сред есть только объемная упругость. В зависимости от частоты звуковых колебаний звуковые волны условно подразделяют на следующие группы (табл. 1).

Таблица 1

### Виды звуковых волн

Вид звука	Частота
Инфразвук	< 16 Гц
Слышимые	16 Гц – 20 кГц
Ультразвук	20 кГц – 1 ГГц
Гиперзвук	>1 ГГц

Человеческое ухо воспринимает колебания в диапазоне от 20 до 20 000 Гц (эти границы условны, для разных людей или даже для одного человека в разных условиях они различны) – это и есть собственно звуки. Колебания среды с частотами меньше 20 Гц называют *инфразвуком* (от лат. *infra* – «под»). Инфразвуки приобрели в последнее время практическое значение. Они хорошо распространяются в воде. Так, слушая «голос моря», удастся за несколько часов предсказать появление волны цунами. Ихтиологи пришли к выводу, что инфразвуки слышат рыбы и медузы, так они узнают о приближении шторма. Построены приемники инфразвуков по принципу «уха медузы».

Колебания в диапазоне 20 кГц – 1 ГГц называют *ультразвуком* (от лат. *ultra* – «более»); в диапазоне более 1 ГГц – гиперзвуком (от греч. *hyper* – «сверх»). Ультразвук нашел широкое применение в медицине для исследования патологий внутренних органов, в технике – для ультразвуковой дефектоскопии (от лат. *defectus* – «изъян», от греч. *skopeo* – «смотрю»). С помощью дефектоскопа обнаруживают скрытые внутренние раковины в металлических отливках и другие дефекты кристаллических тел. Ультразвук применяют в химии для перемешивания химических реактивов (и тем самым ускорения реакций), ультра-

звуковой локации (эхолот для определения глубины моря). Ультразвуковые колебания воспринимают собаки, на них «разговаривают» дельфины. Ультразвуковой локатор есть у летучей мыши, с его помощью она в темноте находит насекомых, за которыми охотится. Был проделан такой опыт: в большом темном помещении натянули с малыми интервалами проволочные струны, соединенные с индикатором (например, с колокольчиком). В помещении летали летучие мыши, и они ни разу не задели струны. Следует отметить, что объекты охоты, например моль, снабжены ультразвуковыми приемниками, позволяющими им «слышать», что на них охотятся. Такими средствами оснащены и современные самолеты.

Все волновые характеристики, включая колебательную скорость, длину волны, частоту, скорость волны, поток энергии, применимы в звуковых волнах.

*Музыкальный тон* описывают тремя субъективными (зависящими от слушателя) характеристиками, каждая из которых, в свою очередь, зависит от физических величин, имеющих объективный смысл.

*Высота тона* зависит от частоты колебаний генератора. Чем больше частота, тем выше кажется звук.

*Громкость* звука зависит от его силы.

*Сила звука* (интенсивность) измеряется средним количеством звуковой энергии, проходящей за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны [Вт/м<sup>2</sup>].

*Громкость* – мера силы слухового ощущения, вызываемого звуком. Зависит от эффективного звукового давления и частоты. Уровень громкости звука

$$L = 20 \lg \frac{P_{\text{эф}}}{P_0},$$

где  $P_0$  – порог слышимости.

При прочих равных условиях сила звука зависит от амплитуды колебаний источника. Звуки одной силы воспринимаются по-разному на различных частотах, так как ухо обладает некоторой избирательностью, т. е. зависимостью степени восприятия от частоты.

К характеристикам звука следует отнести скорость, звуковое давление, интенсивность, спектральный состав.

*Звуковое давление* – перепад избыточного давления над равновесным, возникает при изменении звуковых волн в жидких и газообразных средах.

*Скорость звука* – скорость распространения в среде упругих волн небольшой интенсивности в отличие от ударных волн

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где  $E$  – модуль объемной упругости;  $\rho$  – плотность среды в твердых телах.

Спектральный состав источников звуковых волн (в том числе подавляющего большинства музыкальных инструментов) определяется резонансным ящиком, в котором звуки усиливаются и отфильтровываются. При возбуждении колебаний возникают волны всевозможных частот. Дойдя до границ соответствующего волнового поля, они многократно отражаются. При этом большинство волн очень быстро затухает и поэтому не воспринимается человеческим ухом. Те же звуки, которые образуют стоячие волны, слышны долго. Условие стоячих волн в общем виде

$$\lambda = \frac{4l}{n}.$$

В зависимости от условий отражения (закрепленные или свободные концы волнового поля) остаются тона с четным или нечетным  $n$ . Все такие тона называют *собственными тонами данного звучащего тела*. Среди них один с наименьшей частотой имеет наибольшую амплитуду и потому звучит громче остальных.

Собственный тон с наибольшей длиной волны называют *основным*. Остальные собственные тона (кроме основного) называют *высшими гармоническими* или *обертонами*. Все собственные тона (кратных частот) звучат слитно, слышен один тон (основной), «окрашенный» обертонами. В зависимости от устройства резонансного ящика, условий возбуждения, материала, из которого изготовлен инструмент, погоды и так далее обертоны одинаковых основных тонов могут звучать по-разному. Звуковую «окраску» основного тона называют его тембром. Тембр, как мы установили, зависит от звучания обертонов. В этом случае знакомые голоса или инструменты мы узнаем именно по тембру.

## Тестовые вопросы и задачи

**Задание 1.** Какие волны называют продольными, а какие поперечными? Приведите примеры.

**Задание 2.** Какие волны называют гармоническими? Охарактеризуйте следующие параметры гармонической волны: амплитуда, длина волны, частота.

**Задание 3.** Что такое фазовая скорость? Как фазовая скорость связана с циклической частотой и волновым числом?

**Задание 4.** Что называют волновым пакетом и групповой скоростью?

**Задание 5.** Что такое звук и каковы его характеристики?

**Задание 6.** Если в упругой среде распространяется волна со скоростью  $v = 6$  м/с и периодом колебаний  $T = 0,5$  с, то минимальное расстояние между двумя точками среды, которые колеблются в одинаковых фазах, равно

- 1) 6,0 м;
- 2) 1,5 м;
- 3) 3,0 м;
- 4) 4,0 м.

**Задание 7.** Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси  $Ox$ , имеет вид  $\xi = 0,02\sin 10^3 (t - (x/500))$ . Длина волны равна

- 1) 100,00 м;
- 2) 1,50 м;
- 3) 3,14 м;
- 4) 4,00 м.

**Задание 8.** На рис. 38 представлен профиль поперечной упругой бегущей волны. Согласно графику значение волнового числа равно

- 1)  $0,628 \text{ м}^{-1}$ ;
- 2)  $0,314 \text{ м}^{-1}$ ;
- 3)  $1,156 \text{ м}^{-1}$ ;
- 4)  $2,512 \text{ м}^{-1}$ .

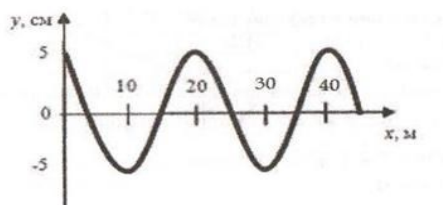


Рис. 38

**Задание 9.** Если увеличить в два раза амплитуду волны и при этом увеличить в четыре раза скорость распространения волны (например, при переходе из одной среды в другую), то плотность потока энергии увеличится в ... раз.

- |       |        |
|-------|--------|
| 1) 6; | 3) 2;  |
| 2) 5; | 4) 16. |

**Задание 10.** Рыболов заметил, что при прохождении волны поплавок за время  $t = 10$  с совершает 20 колебаний, а расстояние между соседними гребнями волны равно  $l = 1,2$  м. С какой скоростью распространяется волна по поверхности воды?

- |             |             |
|-------------|-------------|
| 1) 2,4 м/с; | 3) 1,2 м/с; |
| 2) 0,6 м/с; | 4) 1,6 м/с. |

## Тема 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

### Теоретический материал

*Свободные гармонические колебания в колебательном контуре. Собственные затухающие колебания. Декремент затухания и добротность контура. Вынужденные электромагнитные колебания. Амплитуда при вынужденных электромагнитных колебаниях. Резонанс в колебательном контуре.*

**Свободные гармонические колебания в колебательном контуре.** Среди различных электрических явлений особое место занимают электромагнитные колебания, при которых электрические величины (заряды, токи) периодически сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей. Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используют *колебательный контур* – цепь, состоящую из включенных последовательно катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора емкостью  $C$  и резистора сопротивлением  $R$  (рис. 39).

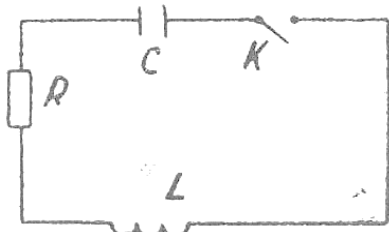


Рис. 39

Рассмотрим последовательные стадии колебательного процесса в идеализированном контуре, сопротивление которого пренебрежительно мало ( $R \approx 0$ ) (рис. 40). Для возбуждения в контуре электромагнитных колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды  $\pm Q$ . Тогда в начальный момент времени  $t = 0$  (см. рис. 40, *a*) между обкладками конденсатора возникает электрическое поле, энергия которого

$\frac{1}{2C} Q^2$ . Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, он начнет разряжаться и в контуре потечет ток  $I$ . В результате энергия

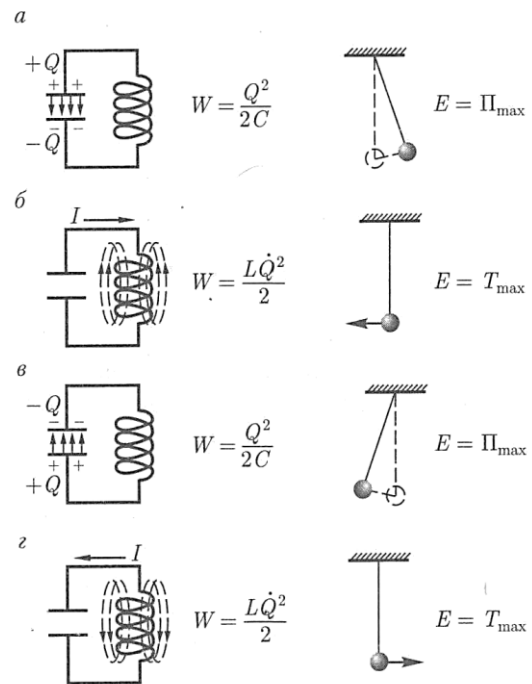


Рис. 40

электрического поля будет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки (она равна  $\frac{1}{2}L\dot{Q}^2$ ) возрастет.

Поскольку  $R \approx 0$ , то, согласно закону сохранения энергии, полная энергия  $W = \frac{1}{2C}Q^2 + \frac{1}{2}L\dot{Q}^2 = \text{const}$ , так как на нагревание она не рас-

ходуется. Поэтому в момент времени  $t = 1/4 T$ , когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля обратится в нуль, а энергия магнитного поля (а следовательно, и ток) достигнет наибольшего значения (см. рис. 40, б). Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать; следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, и в ней будет индуцироваться ток, который будет течь (согласно правилу Ленца) в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора. Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить электрический ток, который в конце концов обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума (см. рис. 40, в). Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении (см. рис. 40, г) и система к моменту времени  $t = T$  придет в первоначальное состояние (см. рис. 40, а). После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора. Если бы потерь энергии не было, то в контуре совершались бы периодические незатухающие колебания, т. е. периодически изменялись бы (колебались) заряд  $Q$  на обкладках конденсатора, напряжение  $U$  на конденсаторе и сила тока  $I$ , текущего через катушку индуктивности. Следовательно, в контуре возникают электрические колебания, причем колебания сопровождаются превращениями энергии электрического и магнитного полей.

Электрические колебания в колебательном контуре можно сопоставить с механическими колебаниями маятника, сопровождающимися взаимными превращениями потенциальной и кинетической энергии маятника. В данном случае энергия электрического поля конденсатора аналогична потенциальной энергии упругой деформации, энергия магнитного поля катушки – кинетической энергии, сила тока в контуре – скорости движения маятника. Индуктивность играет роль массы, а сопротивление контура – роль силы трения, действующей на маятник.

Для сравнения сведем в табл. 2 механические и электромагнитные колебания.

Таблица 2

## Сравнение механических электромагнитных колебаний

Колебания			
механические		электромагнитные	
Дифференциальное уравнение	$x + \frac{r}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0,$ $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$	Дифференциальное уравнение	$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0,$ $\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$
Масса	$m$	Индуктивность катушки	$L$
Коэффициент сопротивления	$r$	Сопротивление	$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$
Коэффициент жесткости	$k$	Обратная величина емкости	$\frac{1}{C}$
Смещение	$x$	Заряд	$Q$
Скорость	$v$	Сила тока	$I$
Потенциальная энергия	$\frac{kx^2}{2}$	Энергия электростатического поля конденсатора	$\frac{Q^2}{2C}$
Кинетическая энергия	$\frac{mv^2}{2}$	Энергия магнитного поля катушки	$\frac{LI^2}{2}$
Собственная частота пружинного маятника	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	Собственная частота колебательного контура	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Циклическая частота затухающих колебаний	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r}{2m}\right)^2}$	Циклическая частота затухающих колебаний	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$
Коэффициент затухания	$\delta = \frac{r}{2m}$	Коэффициент затухания	$\delta = \frac{R}{2L}$
Добротность пружинного маятника	$Q = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{\sqrt{km}}{r}$	Добротность колебательного контура	$Q = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Согласно закону Ома, для контура, содержащего катушку индуктивностью  $L$ , конденсатор емкостью  $C$  и резистор сопротивлением  $R$ ,



$$IR + U_c = \varepsilon_s,$$

где  $IR$  – падение напряжения на резисторе;  $U_c = \frac{Q}{C}$  – падение напряжения на конденсаторе;

$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$  – ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней переменного тока. Следовательно,

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = 0.$$

Разделив на  $L$  и подставив  $I = \dot{Q}$  и  $\frac{dI}{dt} = \ddot{Q}$ , получим дифференциальное уравнение колебаний заряда  $Q$  в контуре

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{Q}{LC} = 0.$$

В данном колебательном контуре внешние ЭДС отсутствуют, поэтому рассматриваемые колебания представляют собой свободные колебания. Если сопротивление  $R = 0$ , то свободные электромагнитные колебания в контуре являются гармоническими. Тогда получим дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре

$$\ddot{Q} + \frac{Q}{LC} = 0.$$

Заряд совершает гармонические колебания по закону

$$Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $Q_m$  – амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой  $\omega_0$ , называемой собственной частотой контура, т. е.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Формула впервые была получена У. Томсоном, поэтому ее называют *формулой Томсона*.

Сила тока в колебательном контуре

$$I = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}),$$

где  $I_m = \omega_0 Q_m$  – амплитуда силы тока.

Падение напряжения на конденсаторе

$$U_c = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $U_m = \frac{Q_m}{C}$  – амплитуда напряжения.

Из выражений вытекает, что колебания тока опережают по фазе колебания заряда на  $\frac{\pi}{2}$ , т. е. когда ток достигает максимального значения, заряд (а также и напряжение) обращается в нуль, и наоборот.

**Собственные затухающие колебания.** Пусть в контуре возникли затухающие колебания (рис. 41). Если размеры электрической цепи контура не слишком велики, а емкость конденсатора и индуктивность катушки не слишком малы, то можно считать, что в каждый момент времени сила тока во всех сечениях этой цепи одинакова. Поэтому, несмотря на то что ток в контуре переменный, мгновенные значения тока должны удовлетворять всем законам, установленным для постоянного тока.

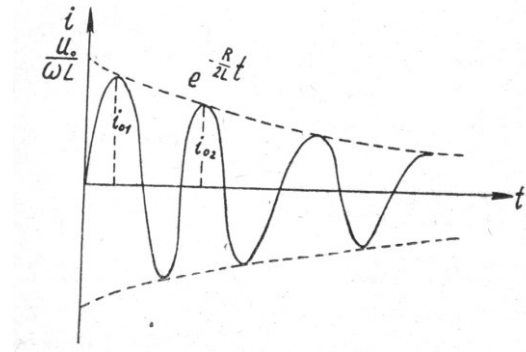


Рис. 41

Такие токи называют *стационарными*. Найдем зависимость силы тока в контуре от времени.

При затухающих колебаниях убыль энергии равна энергии, выделяемой на сопротивлении  $R$ , т. е.

$$I^2 R = -\frac{dW}{dt} = -\frac{d}{dt} \left( \frac{LI_0^2}{2} + \frac{CU_0^2}{2} \right).$$

Заметив, что  $U = \frac{Q}{C}$ , а  $I = \frac{dQ}{dt}$ , получим

$$IR = -L \frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C}.$$

Продифференцировав по времени и поделив на  $L$ , получим уравнение затухающих колебаний

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0.$$

Его общее решение выражается формулой

$$I = Ae^{k_1 t} + Be^{k_2 t},$$

где  $A$  и  $B$  – постоянные интегрирования, которые находят из начальных условий;  $k_1$  и  $k_2$  – корни квадратного уравнения

$$k^2 + \frac{R}{L}k + \frac{1}{LC} = 0.$$

$$\text{Таким образом, } k_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\frac{R}{2L} \pm \beta,$$

$$\text{где } \beta = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Начальные условия в нашем случае: при  $t = 0$ ,  $I = 0$ , а  $U = U_0$ .

Найдем константы интегрирования  $A$  и  $B$

$$A = \frac{U_0}{2\beta L}; \quad B = -\frac{U_0}{2\beta L}.$$

Общее решение будет

$$I = \frac{U_0}{2\beta L} e^{-\frac{R}{2L}t} (e^{\beta t} - e^{-\beta t}).$$

Решение зависит от знака и значения  $\beta$ .

Рассмотрим частные случаи.

1. Сопротивление  $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ . В этом случае  $\beta = 0$ , подстановка в общее решение дает неопределенность вида  $0/0$ . Раскрыв неопределенность по правилу Лопиталья, получим

$$I = \frac{U_0}{2\beta L} e^{-\frac{R}{2L}t} \left( \frac{d}{d\beta} (e^{\beta t} - e^{-\beta t}) \right) / \left( \frac{d\beta}{d\beta} \right) = \frac{U_0}{L} t e^{-\frac{R}{2L}t}.$$

2. Большое сопротивление цепи

$$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

В этом случае оба числа

$$k_1 = -\frac{R}{2L} + \beta \text{ и } k_2 = -\frac{R}{2L} - \beta$$

вещественны и отрицательны так, что разряд не будет колебательным. В обоих случаях разряд конденсатора является аperiodическим, ток увеличивается до некоторой величины, а затем спадает до нуля.

3. Малое сопротивление

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

В этом случае  $\beta$  является мнимой величиной. Тогда

$$I = \frac{U_0}{\omega L} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t.$$

Следовательно, разряд конденсатора является колебательным, амплитуда колебаний затухает по экспоненциальному закону, быстрота затухания определяется множителем  $\frac{R}{2L}$ , который называют *ко-*

*эффициентом затухания*. На рис. 41 показано изменение амплитуды таких колебаний. Период колебаний этого тока, т. е. промежуток времени между последовательными моментами прохождения силы тока через нуль в одинаковом направлении, так, например, от отрицательных значений к положительным, равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}.$$

При очень малом сопротивлении вторым членом под корнем можно пренебречь, и мы получим формулу Томсона для периода собственных колебаний в электрическом контуре

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Силу тока при собственных свободных колебаниях можно получить, положив  $R = 0$ ,

$$I = \frac{U_0}{\omega_0 L} \sin \omega_0 t,$$

где  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  – собственная циклическая частота контура.

**Декремент затухания и добротность колебательного контура.** Для характеристики затухания колебаний, т. е. скорости убывания амплитуды, вводят декремент затухания – отношение двух последующих амплитуд

$$\theta = \frac{I_{01}}{I_{02}} = e^{\frac{R}{2L}T}.$$

Часто вместо  $\theta$  вводят логарифмический декремент затухания

$$\Delta = \ln \theta = \frac{R}{2L}T.$$

Он обратен по величине числу колебаний  $N$ , совершаемых за время, в течение которого амплитуда уменьшится в  $e$  раз,  $\Delta = \frac{1}{N}$ .

Вторая характеристика колебательного контура – добротность контура  $Q$ . Добротность контура пропорциональна отношению энергии, накопленной в контуре, к ее потере за период

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}.$$

Амплитуда тока в контуре убывает по закону  $e^{-\frac{R}{2L}t}$ . Энергия  $W$ , запасенная в контуре, пропорциональна квадрату амплитуды тока; следовательно,  $W$  убывает по закону  $e^{-2\frac{R}{2L}t}$ .

Относительное уменьшение энергии за период равно

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\Delta,$$

откуда  $Q = \frac{\pi}{\Delta} = \pi N$ .

Добротность контура тем больше, чем большее число колебаний успеет совершиться, прежде чем амплитуда тока уменьшится в  $e$  раз.

**Вынужденные электромагнитные колебания. Амплитуда при вынужденных электромагнитных колебаниях. Резонанс в колебательном контуре.** Чтобы возбудить вынужденные электрические колебания в контуре, необходимо подключить к контуру внешнюю пере-

менную ЭДС. Это можно осуществить либо разорвав контур и подключив источник переменной ЭДС к образовавшимся контактам, либо индуцировав переменную ЭДС в катушку контура.

Поскольку ток в контуре квазистационарен, то для мгновенных значений переменного тока справедливы законы постоянного тока.

Применив второй закон Кирхгофа, получим уравнение

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = \varepsilon_0 \sin \omega t.$$

Перейдя от тока к заряду  $Q$ , получим

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} Q = \frac{\varepsilon_0}{L} \sin \omega t.$$

Частное решение этого уравнения имеет вид

$$Q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi),$$

где

$$Q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}.$$

Продифференцировав уравнение по времени, получим силу тока в контуре

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Амплитуда тока имеет значение  $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$

Напряжение на конденсаторе равно заряду  $Q$ , поделенному на  $C$ ,

$$U_c = \frac{Q}{C} = \frac{\varepsilon_0}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cos(\omega t + \varphi).$$

Амплитуда напряжения на конденсаторе равна

$$U_{c0} = \frac{\varepsilon_0}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$$

Видно, что амплитуды тока (рис. 42, а) и напряжения на конденсаторе зависят от параметров контура  $L$ ,  $C$ ,  $R$  и частоты внешней ЭДС.

Резонансные кривые  $U_{c0}$ , кривые зависимости  $U_{c0}$  от частоты внешней ЭДС изображены на рис. 42, б. Через максимум  $U_{c0}$  проходит при резонансной частоте

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

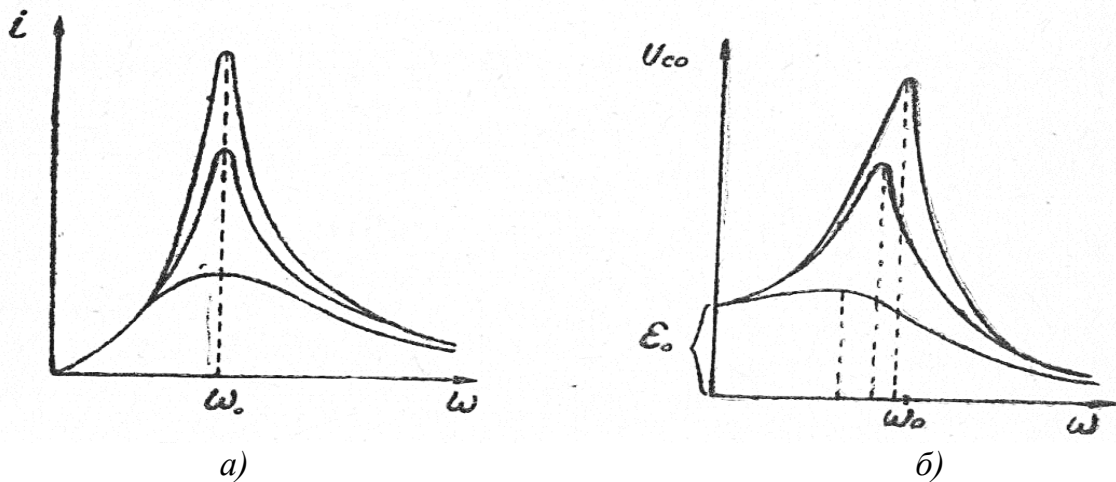


Рис. 42

Резонансная частота  $\omega$  меньше частоты собственных свободных колебаний контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Отношение амплитуды напряжения  $U_{c0}$  на конденсаторе при резонансе к амплитуде внешней ЭДС в этом случае равно

$$\frac{U_{C0\text{рез}}}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 \omega_{\text{рез}} C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Умножив и разделив на  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , получим

$$\frac{U_{C0\text{рез}}}{\varepsilon_0} = \frac{\pi}{\Delta} = Q.$$

Чем выше добротность контура, тем больше резонансное значение амплитуды напряжения на конденсаторе.

Резонансные кривые силы тока и напряжения показаны на рис. 42. Резонансная частота для силы тока совпадает с собственной частотой контура  $\omega_0$ . При  $\omega \rightarrow 0$  амплитудное значение тока стремится к нулю. При постоянном напряжении ток через конденсатор равен нулю.

Явление резонанса используют для выделения из сложного напряжения нужной составляющей. Подобрать  $L$  и  $C$  таким образом, чтобы резонансная частота соответствовала, скажем,  $\omega_1$ , можно получить на конденсаторе напряжение, в  $Q$  раз превышающее величину первой составляющей, в то время как напряжение, создаваемое на конденсаторе другими составляющими, будет малым. Такой процесс осуществляется, например, при настройке радиоприемника на нужную длину волны.

### *Тестовые вопросы и задачи*

**Задание 1.** Какие характеристики имеют электромагнитные колебания?

**Задание 2.** Напишите дифференциальное уравнение гармонических незатухающих колебаний в контуре Томсона.

**Задание 3.** Как определяют полную энергию электромагнитных колебаний?

**Задание 4.** Что является аналогом индуктивности и электрического сопротивления в механике?

**Задание 5.** Напишите дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний.

**Задание 6.** Колебательный контур с конденсатором емкостью 1 мкФ настроен на частоту  $\omega_1 = 400$  Гц. Когда параллельно первому



конденсатору подключили второй конденсатор, резонансная частота стала равной  $\omega_2 = 100$  Гц. Какова емкость второго конденсатора? Сопротивлением контура пренебречь.

- 1) 16 мкФ;
- 2) 5 мкФ;
- 3) 10 мкФ;
- 4) 15 мкФ.

**Задание 7.** Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора, настроен на длину волны  $\lambda = 14$  м. Зная, что максимальный ток в цепи  $I = 0,02$  А, определите максимальный заряд конденсатора.

- 1)  $1,5 \cdot 10^{-10}$  Кл;
- 2)  $2,1 \cdot 10^{-10}$  Кл;
- 3)  $3,8 \cdot 10^{-10}$  Кл;
- 4)  $4,2 \cdot 10^{-10}$  Кл.

**Задание 8.** Уменьшение амплитуды колебаний в системе с затуханием характеризуется временем релаксации. Если при неизменной индуктивности катушки в колебательном контуре уменьшить в два раза омическое сопротивление, то время релаксации

- 1) уменьшится в два раза;
- 2) увеличится в четыре раза;
- 3) увеличится в два раза;
- 4) уменьшится в четыре раза.

**Задание 9.** Индуктивность колебательного контура радиоприемника равна  $L = 4 \cdot 10^{-7}$  Гн. Максимальная сила тока в контуре равна  $I_{\max} = 2,4 \cdot 10^{-3}$  А. При этом максимальная разность потенциалов на конденсаторе контура составляет  $U_{\max} = 6 \cdot 10^{-3}$  В. Радиоприемник настроен на длину волны

- 1) 301 м;
- 2) 401 м;
- 3) 501 м;
- 4) 601 м.

**Задание 10.** В колебательном контуре, состоящем из катушки индуктивности  $L = 10$  Гн, конденсатора  $C = 10$  мкФ и сопротивления  $R = 10$  Ом, время релаксации в секундах равно

- 1) 8 с;
- 2) 4 с;
- 3) 5 с;
- 4) 2 с.

## Тема 4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

### *Теоретический материал*

*Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции. Ток смещения. Система уравнений Максвелла. Волновое уравнение для электромагнитного поля и его решение. Скорость распространения электромагнитных волн в средах. Основные свойства электромагнитных волн. Энергия и поток энергии электромагнитных волн. Вектор Умова – Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля. Излучение диполя. Диаграмма направленности. Шкала электромагнитных волн.*

**Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции.** Рассмотрим случай электромагнитной индукции, когда проволочный контур, в котором индуцируется ток, неподвижен, а изменения магнитного потока обусловлены изменениями магнитного поля. Возникновение индукционного тока свидетельствует о том, что изменения магнитного поля вызывают появление в контуре сторонних сил, действующих на носители тока. Эти сторонние силы не связаны ни с химическими, ни с тепловыми процессами в проводе; они также не могут быть магнитными силами, потому что такие силы работы над зарядами не совершают. Остается заключить, что индукционный ток обусловлен возникающим в проводе электрическим полем. При движении проводника в магнитном поле его свободные электроны под действием силы Лоренца приводятся в движение относительно проводника, т. е. в проводнике возникает электрический ток. Это явление называют *индукцией токов в движущихся проводниках*.

Максвелл предположил, что изменяющееся со временем магнитное поле обуславливает появление в пространстве электрического поля независимо от присутствия в этом пространстве проволочного контура. Наличие контура лишь позволяет обнаружить электрическое поле по возникновению в нем индукционного тока в существующих точках пространства.

Итак, согласно идее Максвелла, изменяющееся со временем магнитное поле порождает электрическое поле. Опыт показывает, что в

замкнутом проводнике индуцируется электрический ток, когда изменяется поток магнитной индукции, проходящей через поверхность, ограниченную контуром проводника. Величина ЭДС индукции определяется из соотношения

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi_m}{dt},$$

где  $\Phi_m = \int_S \vec{D} \alpha \nu$  – поток магнитной индукции.

Согласно определению ЭДС  $\varepsilon = \int_L \vec{E} \alpha \nu$ .

Опытный факт можно сформулировать следующим образом:

$$\int_L \vec{E} \alpha \nu = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \alpha \nu.$$

Слева интегрирование производят по всей длине замкнутого проводника, а справа – по площади, опирающейся на этот контур.

Таким образом, электрическое поле, возбуждаемое магнитным полем, является вихревым. Циркуляция вектора его напряженности вдоль замкнутого контура отличается от нуля. Согласно идее Максвелла, изменяющееся магнитное поле со временем создает вихревое электрическое поле, т. е. переменные магнитное и электрическое поля нельзя рассматривать отдельно. Они всегда существуют вместе, одновременно и представляют собой единое электромагнитное поле. В конечном итоге это выражается в появлении электромагнитных волн в окружающем проводники пространстве.

**Ток смещения.** Известно, что электрический ток, т. е. движение

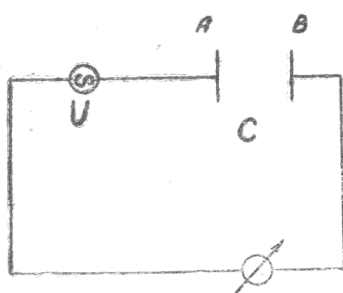


Рис. 43

заряженных частиц, вызывает появление магнитного поля. Но если переменное магнитное поле подобно электрическому току, то переменное электрическое поле в пустоте тоже должно создавать магнитное поле.

Рассмотрим генератор переменного тока, напряжение которого заряжает и перезаряжает конденсатор емкостью  $C$  (рис. 43).

Электрические заряды под действием электрического поля смещаются вдоль линий напряженности  $\vec{E}$ . Это смещение зарядов образует ток смещения в диэлектрике. Пусть в некоторый момент левая пластина

плоского конденсатора  $A$  имеет положительный заряд, расположенный на поверхности с плотностью  $\vec{E} + \sigma$ , а правая – отрицательный заряд с плотностью  $-\sigma$ . При разрядке конденсатора через проводник, соединяющий пластины, течет ток проводимости от левой пластины к правой. Численное значение тока получим, взяв производную по времени от заряда

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Ток проводимости оттекает от пластины  $A$  к пластине  $B$ , на которой обрывается.

Рассмотрим, что происходит в пространстве между пластинами конденсатора (см. рис. 43). Заряд конденсатора  $Q = CU$ . Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \text{ откуда}$$

$$Q = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U}{d} = D S = N_e,$$

где  $D = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U}{d}$ ; а  $N_e$  – поток вектора смещения.

С изменением заряда на пластинах конденсатора изменяется и электрическое поле в диэлектрике конденсатора. Взяв производную по времени, получим

$$\frac{dQ}{dt} = S \frac{dD}{dt} = \frac{d}{dt} N_e.$$

Левая часть выражения имеет размерность электрического тока. Следовательно,  $S \frac{dD}{dt}$  есть ток, который возникает при изменении электрического поля в диэлектрике. Но это ток смещения

$$I_{\text{см}} = S \frac{dD}{dt} = \frac{d}{dt} N_e.$$

Производная по времени от потока вектора смещения определяет величину тока смещения.

Направление тока смещения  $I_{\text{см}} = S \frac{dD}{dt}$  определится направлением производной по времени от вектора смещения. При разрядке кон-

денсатора его поле убывает, откуда следует, что производная по времени от вектора  $\frac{d\vec{L}}{dt}$  отрицательна, т. е. вектор  $\frac{d\vec{L}}{dt}$  направлен в сторону, противоположную  $\vec{L}$ . Вектор электрического смещения  $\vec{L}$  направлен от пластины  $B$  к пластине  $A$ . Ток проводимости  $I$  начинается у пластины  $A$  и кончается у пластины  $B$ . Ток смещения  $I_{\text{см}}$  начинается у пластины  $B$  и кончается у пластины  $A$ . По величине

$$I_{\text{см}} = I.$$

Таким образом, цепь переменного тока с введением тока смещения в конденсаторе становится замкнутой.

$$\text{Плотность тока смещения } j_{\text{см}} = \frac{I_{\text{см}}}{S} = \frac{dD}{dt}.$$

Вектор плотности тока смещения совпадает по направлению с вектором  $\frac{dD}{dt}$ . Поэтому выражение можно переписать в векторной

$$\text{форме } \vec{j}_{\text{см}} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

Вектор электрического смещения

$$\vec{L} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{I},$$

где  $\vec{I}$  – вектор поляризации диэлектрика. Откуда имеем

$$\vec{j}_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} + \frac{d\vec{I}}{dt}.$$

Мы видим, что ток смещения состоит из двух слагаемых. Одно из них  $\left(\frac{d\vec{I}}{dt}\right)$  вызвано смещением молекулярных зарядов в диэлектрике,

второе слагаемое  $\left(\epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}\right)$  не связано со смещением зарядов диэлектрика, оно существует и в вакууме и определяется скоростью изменения напряженности поля  $\vec{E}$ .

Все сказанное здесь о токах смещения справедливо не только для конденсатора в цепи переменного тока, а в самом общем случае, т. е.

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

Токи проводимости и токи смещения, в сущности, совершенно разные понятия. Единственная общая их характеристика – они одинаковым образом возбуждают магнитное поле. Это экспериментально доказано русским ученым А. А. Эйхенвальдом (1864 – 1944). Эйхенвальд с помощью астатической системы магнитных стрелок измерил магнитное поле токов смещения и выяснил, что они полностью соответствуют гипотезе Максвелла.

Токи смещения, в отличие от токов проводимости, не сопровождаются выделением джоулева тепла. В случае токов смещения в вакууме это очевидно. В электродинамике доказывается, что в диэлектриках, у которых диэлектрическая постоянная не зависит от температуры, также не выделяется тепло. В диэлектриках с постоянными электрическими диполями диэлектрическая постоянная зависит от температуры. В этом случае токи смещения выделяют тепло, но их природа совершенно отлична от закона Джоуля – Ленца.

Следует отметить, что ток смещения не равен нулю и внутри проводника. Переменный ток возникает в проводнике, когда внутри последнего имеется переменное электрическое поле. Но любое переменное поле создает ток смещения. Следовательно, в проводнике наряду с током проводимости существует и ток смещения.

Диэлектрик не идеальный проводник электрического тока. В нем, хотя и в ничтожном количестве, имеются свободные заряды, которые создают слабые токи проводимости – токи утечки. Если диэлектрик поместить в переменное электрическое поле, то наряду с током смещения там будут существовать и слабые токи проводимости. Поэтому можно говорить о полном электрическом токе, плотность которого в каждом участке цепи равна сумме плотностей токов проводимости и смещения,

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{п}} + \vec{j}_{\text{см}}.$$

Однако в различных участках цепи они могут быть несравнимы. Например, плотности тока в проводнике

$$j_{\text{см}} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d\vec{E}}{dt}.$$

Электрическая напряженность  $\vec{E}$  для периодического разряда есть периодическая функция времени  $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$ , ее производная по времени

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \omega \vec{E}_0 \cos \omega t,$$

откуда плотность токов смещения равна

$$j_{\text{см}} = \varepsilon_0 \varepsilon \omega E_0 \cos \omega t.$$

Плотность тока проводимости

$$j_{\text{п}} = \sigma E,$$

где  $\sigma$  – проводимость проводника.

Отношение амплитуд плотности токов смещения и проводимости

$$\frac{j_{\text{см}}}{j_{\text{п}}} = \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon}{\sigma}.$$

Для металлических проводников  $\sigma \approx 10^7$ ,  $\varepsilon = 10$ . Если частота переменного поля  $\omega = 10^7$ , то

$$\frac{j_{\text{см}}}{j_{\text{п}}} = \frac{10^7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{10^7} = 10^{-10}.$$

Таким образом, в металлических проводниках током смещения можно пренебречь по сравнению с током проводимости. Аналогичный расчет проводят и для диэлектрика, в котором можно пренебречь проводимостью по сравнению с током смещения.

**Система уравнений Максвелла.** Блестящим доказательством правильности теории Максвелла явилось открытие электромагнитных волн. Исходя из закономерностей, выражаемых уравнениями поля, Максвелл уже в 1863 году предсказал их существование. Он же высказал предположение об электромагнитной природе световых лучей. Эти предположения через четверть века получили полное подтверждение в опытах Герца и его последователей.

Уравнения Максвелла можно записать как в интегральной, так и в дифференциальной форме. Для первого уравнения имеем следующее. Прямолинейный ток создает магнитное поле, величина напряженности которого зависит от расстояния  $r$  от прямого тока

$$H = \frac{I}{2\pi r}.$$

Направление напряженности магнитного поля определяется правилом буравчика. Этот опытный закон можно записать в другой форме

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I.$$

Токи проводимости не единственные источники магнитных полей. Магнитные поля создают и токи смещения. Следует отметить, что токи проводимости и токи смещения не разделены в пространстве. Они существуют в одном и том же объеме и создают магнитное поле по одним и тем же законам. Тогда

$$\bigcirc \quad \text{см}$$

или

$$\bigcirc \quad \frac{-}{lt} \int_S D_{\pi} ds.$$

Это соотношение – первое уравнение Максвелла в интегральной форме; закон полного тока, который является обобщением опытных фактов об источниках магнитных полей.

Для выражения в дифференциальной форме применим теорему Стокса к уравнению Максвелла. Согласно теореме, циркуляция какого-либо вектора  $\vec{v}$  по некоторому контуру  $L$  равна потоку ротора этого вектора через поверхность  $S$ , опирающуюся на контур  $L$ , т. е.

$$\bigcirc \quad \vec{v}.$$

Применив теорему Стокса к уравнению Максвелла в интегральной форме, получим

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Здесь  $\text{rot } \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$ , и первое уравнение Максвелла за-

писется в виде

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j_x + \frac{\partial D_x}{\partial t};$$



$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j_y + \frac{\partial D_y}{\partial t};$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j_z + \frac{\partial D_z}{\partial t}.$$

Второе уравнение Максвелла – обобщение закона электромагнитной индукции. Применяя теорему Стокса ко второму уравнению Максвелла в интегральной форме, имеем

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \vec{n} \, dV.$$

Взяв контур настолько малый, на котором  $\text{rot } \vec{E}$  и  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  – постоянные величины, получим

$$\text{rot } \vec{E} = - \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right).$$

Распишем второе уравнение Максвелла в дифференциальной форме

$$\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}.$$

В координатной форме второе уравнение Максвелла запишется

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = - \frac{\partial B_x}{\partial t};$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = - \frac{\partial B_y}{\partial t};$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = - \frac{\partial B_z}{\partial t}.$$

Для получения третьего и четвертого уравнения в дифференциальной форме применим теорему Гаусса.

Поток вектора  $\vec{a}$ , являющегося непрерывной функцией точки через произвольно замкнутую поверхность  $S$ , равен интегралу от дивергенции этого вектора по объему  $V$ , ограниченного поверхностью  $S$

$$\int_S \vec{a} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{a} dv.$$

Применим его к третьему уравнению Максвелла и получим

$$\int_V \text{div} \vec{D} = \int_V \rho dV.$$

Если объем взять настолько малый, что в нем  $\vec{D}$  и  $\rho$  – постоянные величины, то получим третье уравнение Максвелла как обобщение закона Кулона, которое выражается теоремой Гаусса

$$\text{div} \vec{D} = \rho.$$

Это есть третье уравнение в дифференциальной форме

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho.$$

Применив теорему Остроградского – Гаусса к четвертому уравнению Максвелла, получим

$$\text{div} \vec{D} = \rho,$$

или

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0.$$

Оно выражает опытный факт – отсутствие магнитных зарядов.

Таким образом, для описания электромагнитного поля имеем систему дифференциальных уравнений Максвелла

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right);$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho,$$

$$\text{div} \vec{B} = 0,$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми, и между ними существует следующая связь:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}; \quad \vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где  $\gamma$  – удельная проводимость вещества.

Уравнения Максвелла – наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Они играют в учении об электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике.

Из уравнений Максвелла видно, что переменное электрическое поле нужно рассматривать наравне с обычным током – движением заряженных частиц. Но если переменное электрическое поле подобно электрическому току, то переменное электрическое поле в пустоте должно создавать магнитное поле. Эта гипотеза Максвелла привела к симметрии между электрическим и магнитным полями. Фарадей экспериментально открыл индукцию, т. е. тот факт, при котором изменение магнитного поля вызывает появление электрического поля. Максвелл умозрительно пришел к предположению о существовании аналогичного явления, при котором изменение электрического поля вызывает появление магнитного поля тока смещения. Эту гипотезу А. А. Эйхенвальд доказал экспериментально. Только после этого теория электрических и магнитных полей приобрела современный вид. Решения уравнений Максвелла описывают распространение в пустоте электрических и магнитных полей. При этом обязательно должны иметь место оба поля: изменение электрического поля вызывает магнитное поле, изменение магнитного поля вызывает электрические поля. Таким образом, электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом – они образуют единое электромагнитное поле.

**Волновое уравнение для электромагнитного поля и его решение. Скорость распространения электромагнитных волн в средах.** Рассмотрим электромагнитное поле в диэлектрической среде, где нет свободных зарядов и токов проводимости. На больших расстояниях от зарядов, создающих электромагнитное поле, последнее зависит только от одной переменной, например  $x$ . Тогда уравнения Максвелла можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= 0; \quad \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0; \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}; \quad -\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}; \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}; \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} &= 0; \quad \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений видно, что  $E_x$  и  $H_x$  не зависят ни от  $t$ , ни от  $x$ . Следовательно,  $E_x$  и  $H_x$  могут быть только постоянными однородными полями. Эти поля не участвуют в создании переменного электромагнитного поля. Положим,  $E_x = H_x = 0$ . Откуда электромагнитное поле направлено перпендикулярно к направлению распространения электромагнитного поля.

Остальные уравнения можно объединить в две независимые группы

$$\frac{\partial E_Y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_Z}{\partial t}; \quad \frac{\partial H_Z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_Y}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_Z}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_Y}{\partial t}; \quad \frac{\partial H_Y}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_Z}{\partial t}. \quad (2)$$

Предположим, что в первоначальный момент было создано поле  $E_Y$ , тогда это поле вызовет магнитное поле  $H_Z$ , а  $H_Y$  и  $E_Z$  не возникнут. Таким образом,  $E_Z = H_Y = 0$ . Тогда уравнение электромагнитного поля будет описываться уравнениями (1). Если первоначально было создано поле  $E_Z$ , тогда уравнение электромагнитного поля описывалось бы уравнениями (2).

Возьмем для описания электромагнитного поля уравнения (1), положив  $E_Z = H_Y = 0$ . Продифференцируем первое уравнение по  $x$ , а второе – по  $t$  и, решив их совместно, найдем волновое уравнение для  $E_Y$

$$\frac{\partial^2 E_Y}{\partial x^2} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_Y}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Продифференцировав второе уравнение по  $x$ , а первое – по  $t$ , найдем волновое уравнение для  $H_Z$

$$\frac{\partial^2 H_Z}{\partial x^2} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 H_Z}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Полученные уравнения (3) и (4) представляют собой уравнения плоских волн в дифференциальной форме, скорость распространения которых равна

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}}. \quad (5)$$

Подставив значения  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  (Ф/м) и  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  (Гн/м) в уравнение (5), получим  $v = \frac{c}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ .

В пустоте, где  $\mu = 1$  и  $\epsilon = 1$ , скорость распространения электромагнитных волн равна  $3 \cdot 10^8$  м/с (скорости распространения света в пустоте).

Простейшее решение уравнений (3) и (4) – функции

$$E_y = E_0 \sin(\omega t - kx); \quad (6)$$

$$H_z = H_0 \sin(\omega t - kx). \quad (7)$$

Подставив (6) в (3), найдем

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{Tv} = \frac{2\pi}{\lambda},$$

где  $\lambda$  – длина волны (расстояние, на которое распространяется электромагнитная волна за время одного периода колебаний);  $k$  – волновое число (число, указывающее на то, сколько длин волн укладывается на расстоянии  $2\pi$ ).

Подставив уравнения (6) и (7) в уравнение (1), получим

$$k E_0 = \mu\mu_0 H_0;$$

$$\epsilon\epsilon_0 \omega E_0 = k H_0.$$

Перемножив эти равенства, найдем

$$\epsilon\epsilon_0 \omega E_0^2 = k H_0^2.$$

Таким образом, колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне изменяются с одинаковой фазой, а амплитуды этих векторов связаны соотношением

$$E_0 \sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu\mu_0}. \quad (8)$$

В системе СИ для вакуума получим

$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{1,4\pi \cdot 10^{-7}}{8,85 \cdot 10^{-12}}} = 377.$$

В векторной форме уравнение плоской электромагнитной волны имеет вид

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - kx);$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \sin(\omega t - kx).$$

Вектор  $\vec{E} \perp \vec{H}$  и оба этих вектора перпендикулярны скорости распространения волны. На рис. 44 показана «моментальная фотография» плоской электромагнитной волны.

В какой-либо точке пространства векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  изменяются со временем по гармоническому закону. Они одновременно увеличиваются от нуля, достигая максимальных значений, проходят через нуль и т. д.

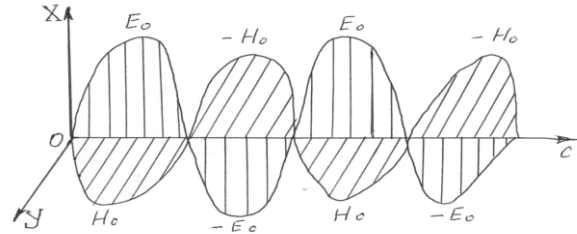


Рис. 44

Только вектор  $\vec{E}$  колеблется в плоскости  $XOY$  и направлен параллельно оси  $OY$ . Вектор  $\vec{H}$  колеблется в плоскости  $XOZ$  и параллельно оси  $OZ$ .

**Основные свойства электромагнитных волн. Энергия и поток энергии электромагнитных волн. Вектор Умова – Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля.** Возможность обнаружения электромагнитных волн указывает на то, что они переносят энергию. Объемная плотность  $w$  энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей  $w_{эл}$  и  $w_{м}$  электрического и магнитных полей

$$w = w_{эл} + w_{м} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}.$$

Заменив мгновенные значения  $E$  и  $H$  из уравнений (6) и (7), найдем

$$w = \left( \frac{\epsilon \epsilon_0 E_0^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H_0^2}{2} \right) \cos^2(\omega t - kx).$$

Если заменим  $E_0$  и  $H_0$  из выражения (8), то получим

$$w = \sqrt{\epsilon \epsilon_0} E_0 \cos(\omega t - kx) \sqrt{\mu \mu_0} H_0 \cos(\omega t - kx).$$

Поскольку плотность энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинакова, т. е.  $w_{эл} = w_{м}$ , то переходя к мгновенным значениям  $E$  и  $H$  и используя (5), получим

$$w = 2w_{эл} = \epsilon \epsilon_0 E^2 = EH \sqrt{\epsilon \mu} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}.$$

Если умножить плотность энергии  $w$  на скорость  $v$  распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии

$$S = wv = EH.$$

Поскольку векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора  $[\vec{E}\vec{H}]$  совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен  $EH$ . Вектор плотности потока электромагнитной энергии называют *вектором Умова – Пойнтинга*

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Вектор  $\vec{S}$  направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны (рис. 45).

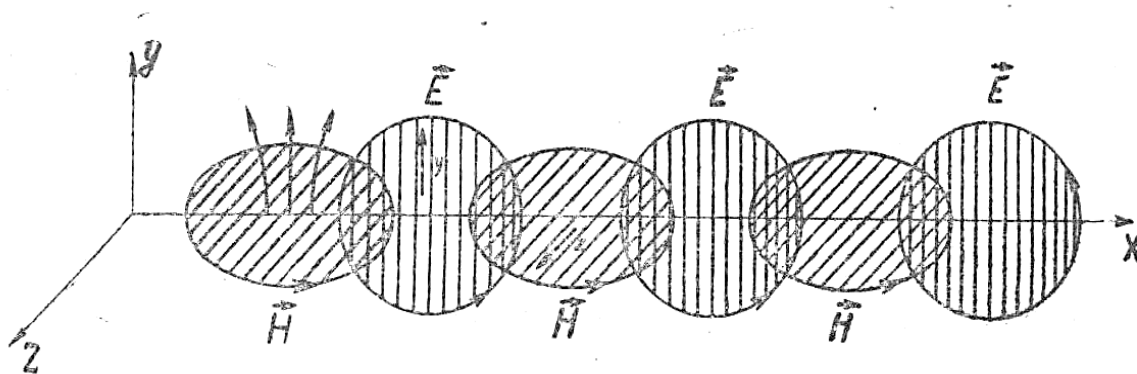


Рис. 45

*Плотностью потока энергии* называют величину, численно равную количеству энергии, переносимой волной за единицу времени через единицу площади, перпендикулярной к направлению распространения волны. Плотность потока энергии – вектор, совпадающий с направлением распространения волны.

Этот вектор назван в честь профессора Императорского Новороссийского университета (Одесса) Николая Алексеевича Умова (1846 – 1915), который читал лекции по теоретической физике в 1871 – 1893 годах. Результат его теоретических исследований – создание учения о движении энергии, которое он изложил в своей докторской диссертации «Уравнение движения энергии в телах». В ней он впервые ввел понятия скорости и направления движения энергии, потока энергии, плотности энергии в данной точке среды, пространственной локализа-

ции потока энергии. В 1884 году английский физик Джон Генри Пойнтинг (1852 – 1914) ввел понятие потока электромагнитной энергии, описав движение электромагнитного поля с помощью вектора (вектор Умова – Пойнтинга).

Немецкий физик Г. Р. Герц (1857 – 1894) с помощью конструкции генератора электромагнитных колебаний (вибратор Герца) и метода их обнаружения с помощью резонанса (резонатор Герца) не только доказал существование электромагнитных волн, но и произвел ряд опытов с их отражением (угол падения равен углу отражения), преломлением, интерференцией, дифракцией и поляризацией. Если электромагнитные волны поглощаются или отражаются телами, то из теории Максвелла следует, что электромагнитные волны должны оказывать на тела давление.

Пусть электромагнитная волна падает перпендикулярно к поверхности тела. Электрический вектор  $\vec{E}$  волны вызывает появление электрических токов в теле, параллельных его поверхности. В металле это будут токи проводимости, в диэлектриках – токи смещения. Магнитное поле  $\vec{H}$  волны на эти токи будет действовать с силой ампера  $\vec{I}$ , создающей давление на тело.

Величина этого давления может быть вычислена. Для тела, полностью поглощающего падающую на него электромагнитную энергию, это давление оказывается равным плотности энергии электромагнитной волны  $p = w$ .

Если имеет место отражение, то давление будет больше, так как на тело будет действовать кроме падающей волны волна отражения  $p = (1 + r)w$ , где  $r$  – коэффициент отражения. Наличие давления означает, что электромагнитная волна обладает импульсом (количеством движения), так как сила, согласно второму закону Ньютона, равна изменению импульса за единицу времени.

Давление электромагнитных волн объясняется тем, что под действием электрического поля волны, заряженные частицы вещества начинают упорядоченно двигаться и подвергаются со стороны магнитного поля волны действию сил Лоренца. Однако значение этого давления ничтожно (примерно 5 мкПа).

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс.



Импульс электромагнитного поля

$$p = \frac{W}{c},$$

где  $W$  – энергия электромагнитного поля. Выражая импульс как

$$p = mc,$$

получим  $p = mc = \frac{W}{c}$ , откуда  $W = mc^2$ .

Это соотношение между массой и энергией свободного электромагнитного поля – универсальный закон природы, так называемый *закон взаимодействия массы и энергии*, выведенный для частного случая.

Таким образом, рассмотренные свойства электромагнитных волн, определяемые теорией Максвелла, полностью подтверждаются опытами Герца, Лебедева и выводами специальной теории относительности, сыгравшими решающую роль в подтверждении и быстром признании этой теории.

**Излучение диполя. Диаграмма направленности.** Простейший случай электромагнитных волн – электрический диполь, электрический момент которого изменяется во времени по гармоническому закону

$$\vec{l} = l_0 \cos \omega t,$$

где  $l_0$  – амплитуда вектора  $\vec{l}$ .

Примером подобного диполя может служить система, состоящая из покоящегося положительного заряда  $+Q$  и отрицательного заряда  $-Q$ , гармонически колеблющегося вдоль направления  $\vec{l}$  с частотой  $\omega$ .

Задача об излучении диполя в теории излучающих систем имеет важное значение, так как всякую реальную излучающую систему (например, антенну) можно рассчитывать, рассматривая излучение диполя. Также многие вопросы взаимодействия излучения с веществом можно объяснить на основе классической теории, рассматривая атомы как системы зарядов, в которых электроны совершают гармонические колебания около своих положений равновесия.

Характер электромагнитного поля диполя зависит от выбора рассматриваемой точки. Особый интерес представляет так называемая *волновая зона диполя* – точки пространства, отстоящие от диполя на расстояниях  $r$ , значительно превышающих длину волны ( $r \gg \lambda$ ), так

как в этой зоне картина электромагнитного поля диполя сильно упрощается.

Если волна распространяется в однородной изотропной среде, то время прохождения волны до точек, удаленных на расстояние  $r$ , одинаково. Поэтому во всех точках сферы, центр которой совпадает с диполем, фаза колебаний одинакова, т. е. в волновой зоне волновой фронт будет сферическим, и, следовательно, волна, излучаемая диполем, есть сферическая волна.

В каждой точке векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{I}_r$  колеблются по закону  $\cos(\omega t - kr) \cos(\omega t - kr)$ , амплитуды этих векторов пропорциональны  $\frac{1}{r} \sin \Theta$  (для вакуума), т. е. зависят от расстояния  $r$  до излучателя и угла

$\Theta$  между направлением радиус-вектора и осью диполя. Интенсивность излучения диполя в волновой зоне  $I \approx \frac{\sin^2 \Theta}{r^2}$ , приводимую в полярных

координатах, называют *диаграммой направленности излучения диполя*. Зависимость  $I$  от  $\Theta$  при заданном значении  $r$  сильнее всего излучает в направлениях, перпендикулярных оси диполя ( $\Theta = \frac{\pi}{2}$ ) (рис. 46). Вдоль своей оси ( $\Theta = 0$  и  $\Theta = \pi$ ) диполь не излучает вообще. Диаграмма направленности излучения диполя позволяет формировать излучение с определенными характеристиками.

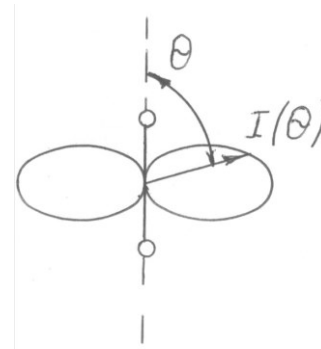


Рис. 46

**Шкала электромагнитных волн.** К настоящему времени достаточно хорошо изучены все виды электромагнитного излучения (табл. 3). Они обладают общими свойствами, такими как отражение, преломление, интерференция, поляризация. В то же время каждый вид электромагнитного излучения имеет свои специфические особенности, присущие только ему, и характеризуется своеобразными способами возбуждения. В целом спектр электромагнитных волн (от самых длинных до самых коротких) представляет собой особую физическую форму материи. Физической величиной, характеризующей эту форму движения, служит скорость в вакууме, равная  $2,99792458 \cdot 10^8$  м/с. Скорость электромагнитных волн в вакууме равна скорости света. Законы

распространения электромагнитных волн полностью совпадают с законами распространения света. Следовательно, можно предположить, что свет – это не что иное, как электромагнитные волны. Теория электромагнитных волн предсказывает возможность существования электромагнитных волн любой длины волны, в том числе и рентгеновских лучей (длина волны которых в тысячи раз меньше световой волны), и радиоволн с большой (до нескольких километров) длиной волны.

Таблица 3

### Шкала электромагнитных волн

Вид излучения	Длина волны в вакууме волн, м
Длинные электромагнитные волны	До $3 \cdot 10^3$
Радиоволны	$3 \cdot 10^3 - 10^2$
Короткие волны	$10^2 - 10^1$
Ультракороткие волны	$10^1 - 3 \cdot 10^{-4}$
Тепловое излучение	$3 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-6}$
Инфракрасные лучи	$5 \cdot 10^{-6} - 0,74 \cdot 10^{-6}$
Видимый свет	$7,4 \cdot 10^{-7} - 3,9 \cdot 10^{-7}$
Ультрафиолетовые лучи	$3,9 \cdot 10^{-7} - 1,3 \cdot 10^{-10}$
Рентгеновские лучи	$2 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-12}$
Короткие гамма-лучи	$4,66 \cdot 10^{-13}$ , менее $10^{-13}$
Вторичное космическое излучение	$10^{-14} - 10^{-15}$

### Тестовые вопросы и задачи

**Задание 1.** Напишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме.

**Задание 2.** В чем заключается физический смысл каждого уравнения Максвелла?

**Задание 3.** Напишите волновые уравнения для электромагнитного поля и их решения.

**Задание 4.** Перечислите основные свойства электромагнитных волн.

**Задание 5.** Что называют вектором Умова – Пойнтинга? Каков его физический смысл?

**Задание 6.** Индуктивность колебательного контура радиоприемника равна  $L = 2 \cdot 10^{-7}$  Гн. Максимальная сила тока в контуре равна  $I_{\max} = 1,9 \cdot 10^{-3}$  А. При этом максимальная разность потенциалов на конденсаторе контура составляет  $U_{\max} = 5 \cdot 10^{-3}$  В. Радиоприемник настроен на частоту

- 1) 1,1 МГц;
- 2) 1,9 МГц;
- 3) 2,1 МГц;
- 4) 3,9 МГц.

**Задание 7.** На какую длину волны настроен колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора, если максимальный ток в цепи  $I = 0,3$  А, а максимальный заряд на конденсаторе  $Q = 2 \cdot 10^{-8}$  Кл?

- 1) 41,2 м;
- 2) 92,3 м;
- 3) 125,6 м;
- 4) 135,4 м.

**Задание 8.** Если в электромагнитной волне, распространяющейся в среде с показателем преломления  $n = 2$ , значения напряженностей электрического и магнитного полей соответственно равны  $E = 750$  В/м,  $H = 1$  А/м, то объемная плотность энергии составляет

- 1) 125 мкДж/м<sup>3</sup>;
- 2) 50 мкДж/м<sup>3</sup>;
- 3) 5 мкДж/м<sup>3</sup>;
- 4) 55 мкДж/м<sup>3</sup>.

**Задание 9.** Период колебаний в колебательном контуре равен  $T_1 = 4 \cdot 10^{-5}$  с. Чтобы период увеличить на  $\Delta T = 4 \cdot 10^{-5}$  с, емкость конденсатора из колебательного контура необходимо

- 1) уменьшить в четыре раза;
- 2) уменьшить в два раза;
- 3) увеличить в два раза;
- 4) увеличить в четыре раза.

**Задание 10.** При уменьшении емкости конденсатора из колебательного контура в четыре раза период колебаний в контуре

- 1) уменьшается в четыре раза;
- 2) уменьшается в два раза;
- 3) увеличивается в два раза;
- 4) увеличивается в четыре раза.

## Тема 5. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

### *Теоретический материал*

*Распространение света через границу двух сред. Электромагнитная природа света. Принцип Гюйгенса. Закон отражения и преломления. Абсолютный и относительный показатели преломления. Электромагнитная волна на границе двух сред. Полное внутреннее отражение. Световоды. Геометрическая оптика как предельный случай волновой оптики. Оптические инструменты.*

**Распространение света через границу двух сред. Электромагнитная природа света.** *Оптика* – раздел физики (от греч. *optiké* – «наука о зрительных восприятиях», от *optós* – «видимый, зримый»), в котором изучают оптическое излучение (свет), процессы его распространения и явления, наблюдаемые при взаимодействии света и вещества. Оптический диапазон длин волн ограничен, с одной стороны, рентгеновскими лучами, а с другой – микроволновым диапазоном радиоизлучения. Такое разграничение достаточно условно и в значительной степени определяется общностью технических средств и методов исследования явлений в указанном диапазоне. По традиции оптику принято подразделять на *геометрическую, физическую и физиологическую*.

Геометрическая оптика, не рассматривая вопроса о природе света, исходит из эмпирических законов его распространения и использует представление о распространяющихся независимо друг от друга световых лучах, преломляющихся и отражающихся на границах сред с разными оптическими свойствами и прямолинейных в оптически неоднородной среде.

Методы геометрической оптики позволяют изучить условия формирования оптических изображений объекта как совокупности изображений отдельных его точек и объяснить мнимые явления (миражи, радуги), связанные с прохождением оптического излучения в различных, в том числе оптически неоднородных, средах. Наибольшее значение геометрическая оптика имеет для расчета и конструирования оптических приборов – от линз для очков до сложных объективов и огромных астрономических инструментов. Развитие вычислительной математики, совершенствование методов расчетов распространения света

привели к тому, что сформировалось новое направление, получившее название *вычислительной оптики*.

Мы видим различные тела, когда свет исходит от них и попадает нам в глаза. Одни тела мы видим независимо от того, светло вокруг нас или темно. Они сами излучают свет в окружающее пространство, такие тела называют *источниками света*. Большинство тел мы видим тогда, когда они освещены источниками света.

Одним из органов чувств человека является зрение. Именно с помощью него мы получаем основное количество информации об окружающем мире. Источники света можно разделить на естественные и искусственные. Из *естественных источников света* главное значение имеет для нас Солнце, так как свет, излучаемый Солнцем, – источник жизни для всех живых организмов на земле (растений, животных, человека). *Искусственные источники света*, которыми человечество овладевало по мере своего развития и с которыми каждый из нас до сих пор встречается (костры, пламя спички, свечи, керосиновые и электрические лампы), как и Солнце, всегда горячие. Эти объекты испускают свет в нагретом состоянии, и поэтому их называют *тепловыми источниками света*. Наряду с тепловыми источниками в настоящее время все шире начинают проникать в технику и быт новые источники света, такие как люминесцентные и светодиодные лампы.

В 1849 году французский физик Арман Физо (1819 – 1896) разработал метод определения скорости света при помощи вращающегося зубчатого колеса (метод Физо) и первым измерил скорость света в земных условиях. Она получила значение  $3,15 \cdot 10^8$  м/с.

Английский физик Томас Юнг (1773 – 1829) в 1817 году выдвинул идею поперечности световых волн. Поперечность световых волн также следует из уравнений Максвелла.

Эти факты привели Максвелла к мысли об электромагнитной природе света. К настоящему времени известно, что свет – это электромагнитная волна, распространяющаяся в пространстве.

**Принцип Гюйгенса. Закон отражения и преломления. Абсолютный и относительный показатели преломления. Электромагнитная волна на границе двух сред.** В учении о свете широким теоретическим обобщением предшествовало изучение и накопление опытных фактов и установление на их основе законов явлений.

Геометрическая оптика – предельный случай волновой оптики. Геометрическая оптика, не рассматривая вопроса о природе света, исходит из эмпирических законов его распространения и использует представление о распространяющихся независимо друг от друга световых лучах, преломляющихся на границах сред с разными оптическими свойствами и прямолинейных в оптически однородной среде.

В геометрической оптике мы принимаем следующие допущения.

1. Распространение света рассматривается как движение световой энергии по лучам. Плоскость, перпендикулярную лучам света, называют *волновым фронтом*.

2. В геометрической оптике не учитываются эффекты дифракции и интерференции.

3. Приближение геометрической оптики – это переход от уравнений, описывающих волны, к уравнениям, описывающим лучи (*уравнение эйконала* (от греч. *eikon* – «изображение»). Это функция, определяющая оптическую длину пути луча света между двумя произвольными точками, одна из которых ( $A$ ) принадлежит пространству предметов (объектов), другая ( $A'$ ) – пространству изображений; в зависимости от выбора параметров различают точечный эйконал (эйконал Гамильтона), угловой эйконал (эйконал Брунса), эйконал Шварцшильда и ряд других. Применение эйконала при расчетах оптических систем дает возможность, дифференцируя его по определенным параметрам, найти выражение для некоторых основных aberrаций оптических систем).

4. В геометрической оптике все лучи от точки предмета идут по различным путям и встречаются в точке изображения. Но все они затрачивают одно и то же время на прохождение своего пути, т. е. оптические длины всех путей, соединяющих точку предмета с точкой изображения, одинаковы (принцип таутохронизма).

В 1662 году французский физик и математик Пьер Ферма (1601 – 1665) установил основной принцип геометрической оптики (принцип Ферма, или принцип наименьшего времени), согласно которому свет распространяется между двумя точками по пути, для прохождения которого необходимо наименьшее время. Этот принцип был открыт в следующей формулировке: «Природа всегда следует по наикратчайшему пути». Таких наикратчайших путей может существовать несколько. Эта ситуация типична для геометрической оптики при постро-

ении изображений. В геометрической оптике все лучи от точки предмета идут по различным путям и встречаются в точке изображения, но все они затрачивают одно и то же время на прохождение своего пути. Таким образом, оптические длины всех путей, соединяющих точку предмета с точкой изображения, одинаковы.

Иллюстрацию применения принципа Ферма рассмотрим на следующем примере. Требуется соединить лучом две точки –  $P_1$  и  $P_2$ , находящиеся в однородных средах с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ , разделенных плоской границей. В каждой однородной среде луч является прямой линией. Полное время распространения света из  $P_1$  и  $P_2$  определится из рис. 47

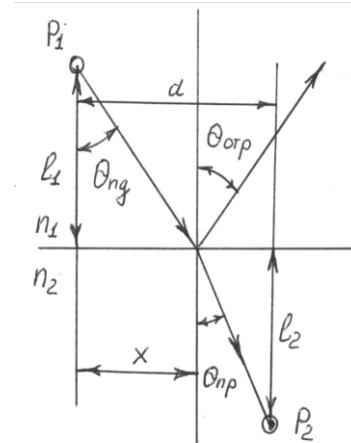


Рис. 47

$$t = \left(\frac{n_1}{c}\right)\sqrt{l_1^2 + x^2} + \left(\frac{n_2}{c}\right)\sqrt{l_2^2 + (a - x)^2}.$$

Условие стационарности  $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$  принимает вид

$$\frac{n_1 x}{c\sqrt{l_1^2 + x^2}} = \frac{n_2(a - x)}{c\sqrt{l_2^2 + (a - x)^2}}.$$

Учитывая, что  $\frac{n_1 x}{\sqrt{l_1^2 + x^2}} = \sin \Theta_{\text{пад}}$  и  $\frac{n_2(a - x)}{\sqrt{l_2^2 + (a - x)^2}} = \sin \Theta_{\text{пр}}$ , полу-

чим закон Снеллиуса  $\frac{\sin \Theta_{\text{пад}}}{\sin \Theta_{\text{пр}}} = \frac{n_2}{n_1}$ .

Напомним, что в оптике различают следующие показатели преломления среды. Абсолютный показатель преломления показывает, во сколько раз фазовая скорость света в среде  $v$  меньше скорости электромагнитных волн  $c$  в вакууме,

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu},$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  – относительная диэлектрическая и магнитная проницаемость среды соответственно. Для среды, не обладающей ферромагнитными свойствами,  $\mu \approx 1$ , и практически можно считать, что  $n = \sqrt{\epsilon}$ . От-



носительным показателем преломления двух сред (второй среды по отношению к первой) называют величину  $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ . Для неферромаг-

нитных сред  $n_{21} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$ .

Распространение световых волн в геометрической оптике соответствует следующим положениям.

1. Частота электромагнитной волны при отражении и преломлении не изменяется

$$\omega_{\text{пад}} = \omega_{\text{от}} = \omega_{\text{пр}}.$$

2. Волновые векторы (лучи) падающей, отраженной и преломленной волн лежат в одной плоскости. Математическая форма записи этого положения следующая:

$$\text{если } \vec{k}_{\text{пад}} \rightarrow \vec{z}, \text{ то } \vec{k}_{\text{от}} \rightarrow \vec{z} \text{ и } \vec{k}_{\text{пр}} \rightarrow \vec{z},$$

где  $\vec{z}$  – вектор с началом отсчета в плоскости раздела сред, перпендикулярной вектору  $\vec{k}_{\text{пад}}$ . Здесь  $\vec{k}_{\text{пад}} = \frac{\vec{z}}{v_1}$ ,  $\vec{k}_{\text{от}} = \frac{\vec{z}}{v_1}$ ,  $\vec{k}_{\text{пр}} = \frac{\vec{z}}{v_2}$ , где

$v_1 = \frac{1}{\epsilon_1 \mu_1}$  и  $v_2 = \frac{1}{\epsilon_2 \mu_2}$  – скорости распространения электромагнитной

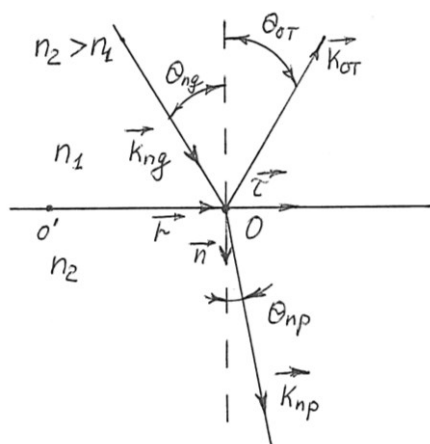


Рис. 48

волны в первой и второй среде соответственно. На рис. 48 представлена схема распространения лучей на границе раздела двух сред.

3. Угол падения равен углу отражения  $\Theta_{\text{пад}} = \Theta_{\text{от}}$ .

4. Закон преломления света  $\frac{\sin \Theta_{\text{пад}}}{\sin \Theta_{\text{пр}}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ , или закон Снеллиуса

(В. Снеллиус (1580 – 1626) – голландский ученый).

**Полное внутреннее отражение. Световоды. Геометрическая оптика как предельный случай волновой оптики. Оптические инструменты.** Полное внутреннее отражение наблюдается при падении света на границу двух прозрачных сред с показателями преломления

$n_1$  и  $n_2$  из среды с бóльшим показателем преломления ( $n_1$  и  $n_2$ ) под углом  $\geq \varphi_{\text{кр}}$ , для которого  $\sin \varphi_{\text{кр}} = n_2 / n_1 = n_{21}$ .

Наименьший угол падения  $\varphi_{\text{кр}}$ , при котором происходит полное внутреннее отражение, называют *предельным* (критическим) или *углом полного отражения*. Впервые полное внутреннее отражение было описано Иоганом Кеплером в 1600 году. Поток излучения, падающий при углах  $\varphi \geq \varphi_{\text{кр}}$ , испытывает полное отражение от границ раздела, целиком возвращается в среду с  $n_1$ , таким образом, коэффициент отражения равен единице.

Высокая отражательная способность границы в условиях полного внутреннего отражения широко используется в оптических линиях связи, световодах. *Световод*, или оптический волновод, представляет собой закрытое устройство для направленной передачи света. В открытом пространстве передача света возможна только в пределах прямой видимости и ограничивается начальной расходимостью излучения, поглощением и рассеянием в атмосфере. Переход к световодам позволяет значительно уменьшить потери световой энергии при ее передаче на большие расстояния, а также передавать световую энергию по криволинейным трассам. Наиболее перспективный и широко применяемый в настоящее время тип световода – гибкий диэлектрический волоконный световод с низкими оптическими потерями, позволяющий передавать свет (информацию) на большие расстояния. В простейшем варианте он представляет собой тонкую нить из оптически прозрачного материала, сердцевина которого радиусом  $r_1$  имеет показатель преломления  $n_1$ , а оболочка радиусом  $r_2$  имеет показатель преломления  $n_2 < n_1$ .

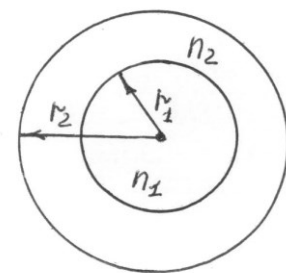


Рис. 49

На рис. 49 приведено поперечное сечение волоконного световода. В приближении геометрической оптики лучи, входящие в сердцевину под достаточно малыми углами к оси световода, испытывают полное внутреннее отражение на поверхности раздела сердцевины и оболочки и распространяются только по сердцевине. В зависимости от назначения световода диаметр

сердцевины  $2r_1$  составляет от нескольких мкм до нескольких сотен мкм, а  $2r_2$  – от нескольких десятков до примерно тысячи мкм.

Волоконные световоды нашли широкое применение в системах оптической связи, датчиках различных физических полей, вычислительной технике, для канализации мощного оптического излучения, медицинских и технологических целей. В 1988 году была проложена первая цифровая подводная волоконно-оптическая система связи между Америкой и Европой.

Свойство прямолинейности распространения света используют в геодезии при провешивании прямых линий на поверхности земли, при определении расстояний на земле, море и в воздухе. Широко используют прямолинейность распространения света в производстве при контроле по лучу зрения прямолинейности изделий и инструментов. Однако закон прямолинейности распространения света теряет свою силу при прохождении через очень малые отверстия.

Геометрическая оптика как предельный случай волновой оптики реализуется при выполнении соотношения  $\frac{D^2}{\lambda l} \gg 1$ , где  $D$  – диаметр диафрагмы (отверстия);  $\lambda$  – длина световой волны;  $l$  – расстояние от освещаемого объекта до экрана.

В настоящее время насчитывается огромное число оптических инструментов различного назначения, реализующих основные положения геометрической оптики. К ним относятся очки, прожекторы, проекторы, фотоаппараты, телескопы, микроскопы, бинокли и тому подобные оптические инструменты.

### *Тестовые вопросы и задачи*

**Задание 1.** Сформулируйте принцип Гюйгенса.

**Задание 2.** Поясните физический смысл законов отражения и преломления.

**Задание 3.** В чем отличие абсолютного показателя преломления от относительного показателя преломления?

**Задание 4.** Каков физический принцип работы световода?

**Задание 5.** Поясните границы применимости геометрической оптики.

**Задание 6.** Световой луч распространяется в среде с показателем преломления  $n = 1,7$ . Если известно, что в среде он прошел путь на  $\Delta L = 15$  см меньше, чем в вакууме, то время распространения луча  $t$  равно

- |            |            |
|------------|------------|
| 1) 0,7 нс; | 3) 1,5 нс; |
| 2) 1,2 нс; | 4) 2,5 нс. |

**Задание 7.** Луч света падает на зеркало перпендикулярно к его поверхности. Если зеркало повернуть на  $10^\circ$ , то угол между падающим и отраженным лучами будет равен

- |                |                 |
|----------------|-----------------|
| 1) $0^\circ$ ; | 3) $10^\circ$ ; |
| 2) $5^\circ$ ; | 4) $20^\circ$ . |

**Задание 8.** Под каким углом из вакуума должен падать световой луч на поверхность вещества с показателем преломления, равным 1,73, чтобы угол преломления был в два раза меньше угла падения?

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 1) $30^\circ$ ; | 3) $45^\circ$ ; |
| 2) $60^\circ$ ; | 4) $90^\circ$ . |

**Задание 9.** Предельный угол полного внутреннего отражения светового луча на границе раздела двух сред – жидкости и воздуха – равен  $30^\circ$ . Луч идет из жидкости в воздух, при этом угол падения луча равен  $\alpha = 20^\circ$ . Если  $\nu_{\text{ж}}$  – частота и  $\lambda_{\text{ж}}$  – длина световой волны в жидкости, то  $\nu_{\text{в}}$  – частота и  $\lambda_{\text{в}}$  – длина световой волны в воздухе соответственно равны

- |  |  |
|--|--|
| 1) $\nu_{\text{в}} = \nu_{\text{ж}}$ и $\lambda_{\text{в}} = 2,0 \lambda_{\text{ж}}$ ; | 3) $\nu_{\text{в}} = \nu_{\text{ж}}$ и $\lambda_{\text{в}} = 0,87 \lambda_{\text{ж}}$ ;    |
| 2) $\nu_{\text{в}} = \nu_{\text{ж}}$ и $\lambda_{\text{в}} = 0,5 \lambda_{\text{ж}}$ ; | 4) $\nu_{\text{в}} = 2,0 \nu_{\text{ж}}$ и $\lambda_{\text{в}} = 0,5 \lambda_{\text{ж}}$ . |

**Задание 10.** Угол падения пучка параллельных лучей на поверхность воды равен  $\alpha = 60^\circ$ . Ширина пучка в воздухе  $d = 10$  см. Определите ширину пучка в воде. Абсолютный показатель преломления воды  $n = 1,3$ .

- |            |           |
|------------|-----------|
| 1) 7,2 см; | 3) 11 см; |
| 2) 7,7 см; | 4) 15 см. |

## Тема 6. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

### 6.1. Дисперсия света

#### *Теоретический материал*

*Дисперсия света. Призматический и дифракционный спектры. Затруднения электромагнитной теории Максвелла. Электронная теория дисперсии света. Нормальная и аномальная дисперсии. Методы наблюдения дисперсии. Поглощение света. Закон Бугера. Цвета тел и спектры поглощения.*

**Дисперсия света.** Из курса физики средней школы мы знаем, что пучок света, проходя через треугольную призму, отклоняется к грани, лежащей против преломляющего угла призмы. Однако если это будет пучок белого света, то после прохождения через призму он не только отклоняется, но и разлагается на цветовые пучки. Это явление, называемое *дисперсией света*, было впервые изучено Исааком Ньютоном в 1666 году.

Источником света в опытах Ньютона служило небольшое круглое отверстие в ставне окна, освещаемого лучами Солнца. Когда перед отверстием устанавливалась призма, то на стене вместо круглого пятна появлялась окрашенная полоска, названная Ньютоном *спектром*. В таком спектре оказалось семь главных цветов: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий и фиолетовый, постепенно переходящих один в другой. Каждый из них занимает в спектре пространство разного размера. Наибольшую длину имеет фиолетовая полоса, наименьшую – красная.

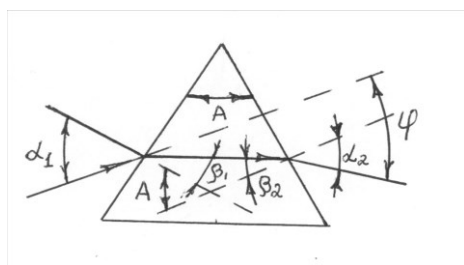


Рис. 50

Рассмотрим следующий опыт. Пусть монохроматический пучок света падает на призму (рис. 50) с показателем преломления  $n$  под углом  $\alpha_1$ . После двукратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления на угол  $\varphi$ .

Из рисунка следует, что

$$\varphi = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

Предположим, что углы  $A$  и  $\alpha_1$  малы, тогда углы  $\alpha_2, \beta_1$  и  $\beta_2$  будут также малы и вместо синусов этих углов можно воспользоваться их значениями. Поэтому  $\alpha_1 / \beta_1 = n, \beta_2 / \alpha_2 = 1/n$ , а так как  $\beta_1 + \beta_2 = A$ , то  $\alpha_2 = \beta_2 n = n(A - \beta_1) = n(A - \alpha_1 / n) = nA - \alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2 = nA$ .

Из выражений получим, что  $\varphi = A(n - 1)$ , т. е. угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы. Из этого выражения вытекает, что угол отклонения лучей призмой зависит от величины  $(n - 1)$ , а  $n$  – функция длины волны, поэтому лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы, т. е. пучок белого света за призмой разлагается в спектр, что и наблюдал И. Ньютон.

Другой опыт состоял в том, что из широкого пучка цветных лучей, полученных с помощью призмы  $P_1$ , экран  $C$  с небольшим отверстием выделял узкие пучки определенной цветности (рис. 51) и направлял их на вторую призму  $P_2$ . Призма  $P_2$ , отклоняя их, не изменяет цвета этих лучей. Такие лучи называют *простыми* или *монохроматическими* (одноцветными).

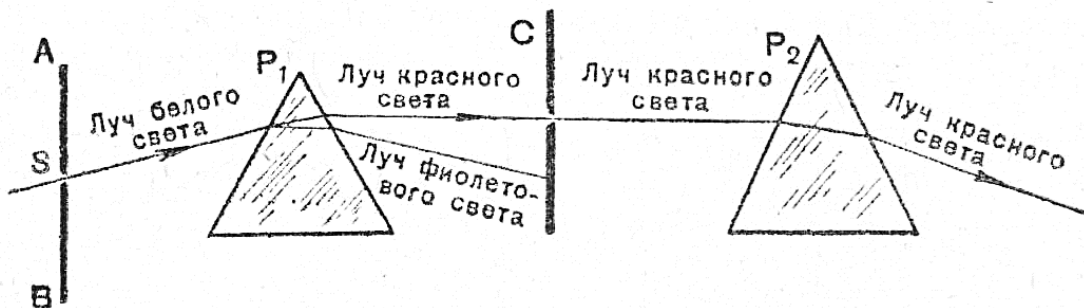


Рис. 51

Опыт показывает, что красные лучи испытывают меньшее отклонение, чем фиолетовые, т. е. лучи различной цветности неодинаково преломляются призмой.

Собирая линзой вышедшие из призмы цветные пучки лучей, Ньютон получил на белом экране вместо окрашенной полосы белое изображение отверстия.

Из этих опытов Ньютон сделал следующие выводы.

1. Белый свет является сложным светом, состоящим из цветных лучей.

2. Для лучей света различной цветности показатели преломления данного вещества различны; вследствие этого при отклонении призмой пучок белого света разлагается в спектр.

3. При соединении цветных лучей спектра вновь образуется белый свет.

Следует отметить, что явление дисперсии света наблюдается не только при прохождении света через призму, но и во многих других случаях преломления света. Так, например, преломление солнечного света в водяных каплях, образующихся в атмосфере, сопровождается разложением его на цветные лучи; этим объясняется образование радуги.

Согласно волновой теории цвет луча света определяется его длиной волны, или частотой колебаний. Цвет луча, таким образом, аналогичен высоте звукового тона, которая, как известно, определяется также частотой колебаний.

Подобно тому, как мы располагаем звуки в один непрерывный ряд по возрастающей частоте колебаний, так и все световые лучи можно представить расположенными в один ряд по возрастающей частоте колебаний, т. е. по убывающей длине волны.

В процессе преломления в призме из пучка белого света выделяется множество цветных пучков, и каждому из них соответствует некоторая узкая область длин волн (отражены в табл. 9 приложения).

**Призматический и дифракционный спектры.** Дисперсию света можно наблюдать как с помощью призмы, так и с помощью дифракционной решетки. Дифракционная решетка разлагает падающий свет непосредственно по длинам волн, поэтому по измеренным углам (по направлениям соответствующих максимумов) можно вычислить длину волны. Разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения длины волны света надо знать зависимость  $n = f(\lambda)$ .

Следует отметить, что составные цвета в дифракционном и призматическом спектрах разлагаются по-разному. Из условия главных максимумов

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda$$

(где  $m = 0, 1, 2, \dots$ ) следует, что в дифракционной решетке синус угла отклонения пропорционален длине волны. Следовательно, красные

лучи, имеющие бóльшую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма же разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны монотонно уменьшается. Следовательно, красные лучи, имеющие меньший показатель преломления, чем фиолетовые, отклоняются призмой слабее.

Величина  $D = \frac{dn}{d\lambda}$ , называемая *дисперсией вещества*, показы-

вает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны. На рис. 52 приведены качественные зависимости показателя преломления от длины волны для стекла (1), кварца (2) и флюорита (3). Дисперсия электромагнитных волн связана со свойствами среды. В теории Максвелла выводится формула фазовой скорости электромагнитной

волны  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ , где  $c$  – скорость

света в вакууме;  $\epsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемость среды. Значит, скорость волны в данной среде зависит от поляризуемости среды. Есте-

ственно, что диполи диэлектрика, попадая в переменное электромагнитное поле волны, совершают вынужденные колебания. Амплитуда этих колебаний зависит от соотношения вынужденной и собственной частот, т. е. изменяется при изменении вынужденной частоты излучения. При этом изменяется поляризуемость среды и, соответственно, ее диэлектрическая проницаемость. Поэтому механические среды недиспергирующие.

Разложение белого света и образование спектра – следствие дисперсии, а не она сама. В нашем случае разложения  $\varphi_{\text{ф}} < \varphi_{\text{кр}}$ ;  $\sin \varphi_{\text{ф}} < \sin \varphi_{\text{кр}}$ ;  $n_{\text{ф}} > n_{\text{кр}}$ ;  $v_{\text{ф}} < v_{\text{кр}}$ . Здесь  $\varphi_{\text{ф}}$  и  $\varphi_{\text{кр}}$  – углы преломления соответственно крайних видимых фиолетового и красного лучей. Такие же неравенства относятся к любым двум лучам в спектре. Дисперсию, при которой показатель преломления увеличивается при увеличении частоты, называют *нормальной*. Спектр, получающийся в результате дисперсии, называют *дисперсионным*.

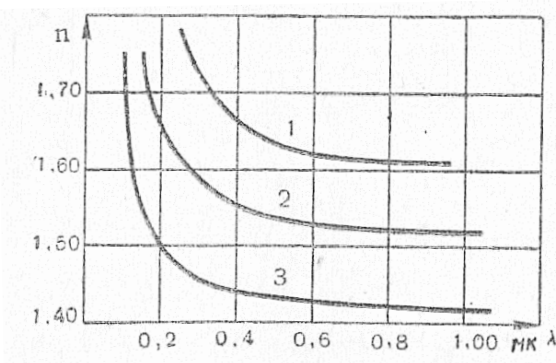


Рис. 52



В дисперсионном спектре ближе к первоначальному направлению (при нормальной дисперсии) оказывается красная часть. В дифракционном – наоборот.

**Затруднения электромагнитной теории Максвелла. Электронная теория дисперсии света. Нормальная и аномальная дисперсии. Методы наблюдения дисперсии.** Из макроскопической электромагнитной теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ . Как отмечалось ранее, в оптической области спектра для всех веществ  $\mu \approx 1$ , и поэтому можно считать, что  $n = \sqrt{\epsilon}$ .

Из формулы выявляются некоторые противоречия с опытом: величина  $n$ , являясь переменной, остается в то же время равной определенной постоянной  $\sqrt{\epsilon}$ . Кроме того, значения  $n$ , получаемые из этого выражения, не согласуются с опытными значениями. Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла устраняются электронной теорией Лоренца. В теории Лоренца дисперсия света рассматривается как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Применим электронную теорию дисперсии света для однородного диэлектрика, предположив формально, что дисперсия света – следствие зависимости  $\epsilon$  от частоты  $\omega$  световых волн. Диэлектрическая проницаемость вещества равна

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E},$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость;  $P$  – мгновенное значение поляризованности.

Следовательно,  $n^2 = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}$ , т. е. зависит от  $P$ . В данном случае

основное значение имеет электронная поляризация, т. е. вынужденные колебания электронов под действием электрической составляющей поля волны, так как для ориентационной поляризации молекул частота колебаний в световой волне очень высока ( $\nu \approx 10^{15}$ ).

В первом приближении можно считать, что вынужденные колебания совершают только внешние силы, наиболее связанные с ядром электроны – оптические электроны.

Если в веществе имеются различные заряды  $e_i$ , совершающие вынужденные колебания с различными собственными частотами  $\omega_{0i}$ ,

то  $n^2 = 1 + \frac{n_0}{\epsilon_0} \sum_i \frac{e_i^2 / m_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}$ , где  $n_0$  – концентрация атомов в диэлектрике;

$m_i$  – масса  $i$ -го заряда.

Из выражения видно, что показатель преломления  $n$  зависит от частоты  $\omega$  внешнего поля, т. е. полученные зависимости действительно подтверждают явление дисперсии. Мы видим, что в области  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_0 n^2$  показатель преломления больше единицы и возрастает с увеличением частоты (нормальная дисперсия); при  $\omega = \omega_0 n^2$  показатель  $\pm\infty$ ; в области от  $\omega = \omega_0$  до  $\omega = \infty n^2$  он меньше единицы и возрастает от  $-\infty$  до единицы (аномальная дисперсия). График зависимости  $n$  от  $\omega$  представлен на рис. 53. Подобное поведение  $n$  вблизи собственной частоты  $\omega_0$  получилось в результате допущения об отсутствии сил сопротивления при колебаниях электронов. Если принять в расчет это обстоятельство, то график функции  $n(\omega)$  вблизи  $\omega_0$  задается штриховой линией  $AB$  ( $AB$  – это область аномальной дисперсии ( $n$  убывает при возрастании  $\omega$ ), остальные участки зависимости  $n$  от  $\omega$  описывают нормальную дисперсию ( $n$  возрастает с увеличением  $\omega$ )).

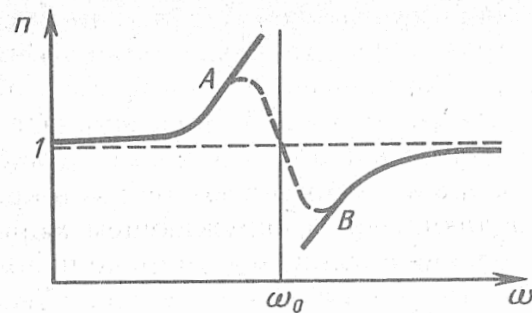


Рис. 53

Советский физик Д. С. Рождественский (1876 – 1940) в 1909 году разработал новый метод количественного изучения аномальной дисперсии света – метод скрещивающегося интерферометра и спектрографа («метод крюков»), который дал возможность исследовать зависимость коэффициента преломления от длины волны не только вблизи полосы

поглощения, но и в ее середине. Используя свой метод для исследования аномальной дисперсии в парах различных металлов, Рождественский получил важные сведения об интенсивности спектральных линий в спектрах атомов. Это дало ему возможность получить ряд результатов в области строения атома и систематики атомных спектров.

**Поглощение света. Закон Бугера. Цвета тел и спектры поглощения.** *Поглощением* (абсорбцией) *света* называют явление потери энергии световой волной, проходящей через вещество, вследствие преобразования энергии волны в другие формы (внутреннюю энергию вещества и энергию вторичного излучения других направлений и спектрального состава). В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

В 1798 году французский физик Пьер Бугер (1698 – 1758) открыл закон ослабления света в среде. В соответствии с этим законом поглощение света в веществе происходит как  $I = I_0 e^{-\alpha x}$ , где  $I_0$  и  $I$  – интенсивности плоской монохроматической световой волны на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной  $x$ ;  $\alpha$  – коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света. При  $x = 1/\alpha$  интенсивность света  $I$  по сравнению с  $I_0$  уменьшается в  $e$  раз.

Как показали эксперименты, коэффициент поглощения зависит от длины волны  $\lambda$  (или частоты  $\omega$ ) и различен для разных веществ. Например, одноатомные газы и пары металлов (т. е. вещества, в которых атомы расположены на значительных расстояниях друг от друга и которые можно считать изолированными) обладают близким к нулю коэффициентом поглощения, и лишь для очень узких спектральных областей (примерно  $10^{-12} - 10^{-11}$  м) наблюдаются резкие максимумы (так называемый линейчатый спектр поглощения). Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется полосами поглощения (примерно  $10^{-10} - 10^{-7}$  м).

Следует отметить, что коэффициент поглощения для диэлектриков невелик (примерно  $10^{-3} - 10^{-5}$  см), однако у них наблюдается селективное поглощение света в определенных интервалах длин волн, когда  $\alpha$  резко возрастает, и наблюдаются сравнительно широкие полосы поглощения, т. е. диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения. Это

связано с тем, что в диэлектриках нет свободных электронов и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомах в молекулах диэлектрика.

Для металлов коэффициент поглощения имеет большие значения (примерно  $10^3 - 10^5 \text{ см}^{-1}$ ), и поэтому металлы являются непрозрачными для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее у него поглощение света.

На рис. 54 представлены типичная зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от длины волны света  $\lambda$  и зависимость показателя преломления  $n$  от  $\lambda$  в области полосы поглощения. Из рисунка видно, что внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия ( $n$  убывает с уменьшением  $\lambda$ ). Однако поглощение вещества должно быть значительным, чтобы повлиять на ход показателя преломления.

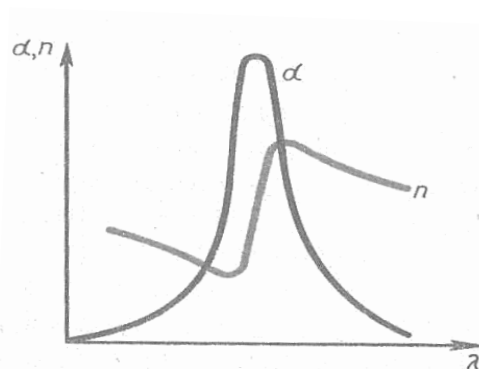


Рис. 54

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, зеленый цвет листьев на деревьях. Это связано с тем, что максимум энергетической светимости солнца приходится на зеленую линию. Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдающиеся в окружающем мире.

Явление поглощения широко используют в адсорбционном спектральном анализе смеси газов, основанном на измерениях спектров частот и интенсивностей линий (полос) поглощения. Структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения – один из основных методов количественного и качественного исследования веществ.

## Тестовые вопросы и задачи

**Задание 1.** В чем заключается сущность дисперсии света?

**Задание 2.** В чем отличие нормальной дисперсии от аномальной?

**Задание 3.** Сформулируйте основные положения электронной дисперсии света.

**Задание 4.** Какие виды спектров вы знаете? В чем их различия?

**Задание 5.** Сформулируйте закон Бугера.

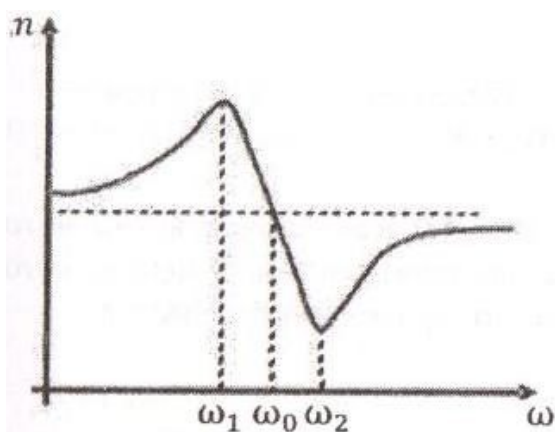


Рис. 55

**Задание 6.** На рис. 55 изображена дисперсионная кривая для некоторого вещества. Аномальная дисперсия наблюдается в диапазоне частот излучения

- 1) от  $\omega_0$  до  $\omega_2$ ;
- 2) от  $\omega_1$  до  $\omega_0$ ;
- 3) от  $\omega_1$  до  $\omega_2$ ;
- 4) от  $\omega_2$  до  $\infty$ .

**Задание 7.** Графики дисперсионных кривых зависимости показателя преломления среды от частоты  $\omega$  и длины волны  $\lambda$  света имеют вид, представленный на рис. 56, а и б.

Участки кривых  $CD$  и  $A'B'$  соответствуют дисперсии

- 1)  $CD$  – нормальной,  $A'B'$  – нормальной;
- 2)  $CD$  – аномальной,  $A'B'$  – аномальной;
- 3)  $CD$  – нормальной,  $A'B'$  – аномальной;
- 4)  $CD$  – аномальной,  $A'B'$  – нормальной.

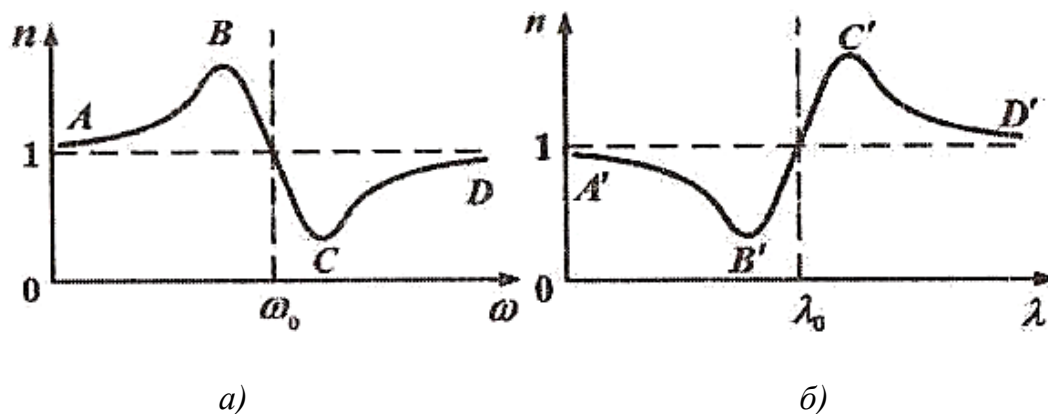


Рис. 56

**Задание 8.** Показатель преломления воды для красного света меньше, чем для зеленого. В связи с этим при прохождении света в воде наблюдается

- |                          |                           |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) аномальная дисперсия; | 3) оптическая активность; |
| 2) нормальная дисперсия; | 4) поляризация.           |

**Задание 9.** Какое оптическое явление объясняет появление цветных радужных пятен на поверхности воды, покрытой тонкой бензиновой пленкой?

- |                     |                         |
|---------------------|-------------------------|
| 1) дисперсия света; | 3) дифракция света;     |
| 2) фотоэффект;      | 4) интерференция света. |

**Задание 10.** Закон Бугера имеет вид  $I = I_0 e^{-\mu l}$ . Что обозначено символом  $\mu$ ?

- 1) коэффициент отражения света;
- 2) коэффициент поглощения света;
- 3) коэффициент рассеяния света;
- 4) коэффициент преломления света.

## 6.2. Интерференция света

### *Теоретический материал*

*Интерференция света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Время и длина когерентности. Пространственная когерентность. Оптическая длина пути. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Полосы равной толщины и равного наклона. Излучение Вавилова – Черенкова. Интерференция многих волн. Интерферометры.*

**Интерференция света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Время и длина когерентности. Пространственная когерентность.** *Интерференцией света* называют изменение средней плотности потока энергии, обусловленное суперпозицией электромагнитных волн. Другими словами, явление интерференции состоит в отсутствии суммирования интенсивностей световых волн при их наложении, т. е. во взаимном усилении этих волн в одних точках пространства и ослаблении – в других.

Для монохроматической волны интенсивность определяется

$$I = \frac{1}{2} E_0^2,$$

где  $E_0$  – амплитуда световой волны. При суперпозиции двух монохроматических волн с одинаковой амплитудой интенсивность определяется

$$I = \frac{1}{2} E_0^2 (1 + \cos \Delta\varphi) = 2I_0 (1 + \cos \Delta\varphi),$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ , а  $I_0 = \frac{1}{2} E_0^2$  – интенсивность волны каждой из световых волн, интерференцию которых и выражает вышеприведенная формула. Если складываются волны с различными амплитудами, то:

$$I = \frac{1}{2} (E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \Delta\varphi) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2} \cos \Delta\varphi,$$

где  $I_1 = \frac{1}{2} E_{01}^2$ ;  $I_2 = \frac{1}{2} E_{02}^2$  – интенсивности слагаемых волн.

Из вышеприведенного видно, что суммарная интенсивность изменяется от минимального значения  $I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$  при  $\cos \Delta\varphi = -1$  до максимального  $I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$  при  $\cos \Delta\varphi = 1$  (замечание: в каждой точке пространства  $\cos \Delta\varphi$  постоянен по величине).

Необходимое условие интерференции волн – их когерентность, т. е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Этому условию удовлетворяют монохроматические волны одной определенной и строго постоянной частоты. Известно, что поскольку ни один реальный источник не дает строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда не когерентны. Поэтому на опыте не наблюдается интерференция света от независимых источников, например от двух электрических лампочек.

Реальная волна, излучаемая в течение ограниченного промежутка времени и охватывающая ограниченную область пространства, не является монохроматической. Спектр ее циклических частот имеет конечную ширину  $\Delta\omega$ , т. е. включает в себя циклические частоты от  $\omega + \Delta\omega/2$  до  $\omega - \Delta\omega/2$ .

Промежуток времени  $\tau_{\text{ког}}$ , в течение которого разность фаз колебаний, соответствующих волнам с циклическими частотами  $\omega + \Delta\omega/2$

и  $\omega - \Delta\omega / 2$ , изменяется на  $2\pi$ , называют *временем когерентности немонохроматической волны*

$$\tau_{\text{ког}} = 2\pi / \Delta\omega.$$

Это название связано с тем, что немонохроматическую волну можно приближенно считать монохроматической с циклической частотой  $\omega$  в течение промежутка времени  $\Delta t \ll \tau_{\text{ког}}$ .

Расстояние  $l_{\text{ког}}$ , на которое распространяется за время когерентности  $\tau_{\text{ког}}$  волна с циклической частотой  $\omega$  и фазовой скоростью  $v$ , называют *длиной когерентности* или *длиной гармонического цуга* (прерывистое излучение света атомами в виде отдельных кратковременных импульсов – цугов волн), соответствующего рассматриваемой монохроматической волне

$$l_{\text{ког}} \approx v\tau_{\text{ког}} = 2\pi v / \Delta\omega.$$

Чем данная волна ближе к монохроматической, тем меньше ширина  $\Delta\omega$  спектра ее частот и тем больше ее время и длина когерентности.

Рассмотрим пример для видимого солнечного света, имеющего сплошной спектр частот от  $4 \cdot 10^{14}$  до  $8 \cdot 10^{14}$  Гц,  $\tau_{\text{ког}} \approx 10^{-14}$  с и  $l_{\text{ког}} \approx 10^{-6}$  м. Время когерентности вынужденного излучения значительно больше времени высвечивания атома. Например, для лазеров непрерывного действия  $\tau_{\text{ког}}$  достигает  $10^{-5}$  с, а  $l_{\text{ког}} \approx 10^3$  м.

Наряду с временной когерентностью для описания когерентных свойств волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распространения, вводят понятие *пространственной когерентности*. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют (при необходимой степени монохроматичности света) наблюдать интерференцию, называют *пространственно когерентными*. *Радиусом когерентности* (или длиной пространственной когерентности) называют максимальное поперечное направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции. Таким образом, пространственная когерентность определяется радиусом когерентности.

Радиус когерентности равен

$$r_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda}{\varphi},$$

где  $\lambda$  – длина световых волн;  $\varphi$  – угловой размер источника. Так, минимально возможный радиус когерентности для солнечных лучей (при



угловом размере Солнца на Земле  $\varphi \approx 10^{-2}$  рад и  $\lambda \approx 0,5$  мкм) составляет  $\approx 0,05$  мм. При таком малом радиусе когерентности невозможно непосредственно наблюдать интерференцию солнечных лучей, так как разрешающая способность человеческого глаза на расстоянии наилучшего зрения составляет лишь 0,1 мм.

**Оптическая длина пути.** Произведение геометрической длины пути  $l$  световой волны в среде на абсолютный показатель преломления  $n$  называют *оптической длиной пути*  $s$

$$s = nl.$$

Для разности фаз

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi\delta}{\lambda},$$

где  $\delta = s_2 - s_1 = n_2l_2 - n_1l_1$  – оптическая разность интерферирующих волн.

Интерференционные максимумы и минимумы удовлетворяют следующим условиям:

$$\Delta = \begin{cases} \pm m\lambda - \text{максимум;} \\ (2m+1)\lambda/2 - \text{минимум.} \end{cases}$$

**Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.** Рассмотрим интерференционную картину от двух узких параллельных щелей, расположенных близко друг к другу (рис. 57). Щели  $S_1$  и  $S_2$  находятся на расстоянии  $d$  друг от друга и являются когерентными (реальными или мнимыми изображениями источника  $S$  в какой-то оптической системе) источниками света. Интерференция наблюдается в произвольной точке  $A$  экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии  $l$ , причем  $l \gg d$ . Начало отсчета выбрано в точке  $O$ , симметричной относительно щелей.

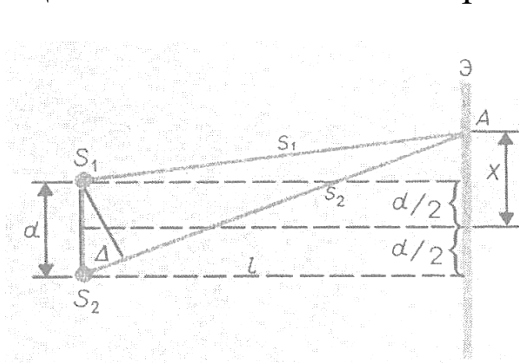


Рис. 57

Интерференция наблюдается в произвольной точке  $A$  экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии  $l$ , причем  $l \gg d$ . Начало отсчета выбрано в точке  $O$ , симметричной относительно щелей.

Интенсивность в любой точке  $A$  экрана, лежащей на расстоянии  $x$  от  $O$ , определяется оптической разностью хода  $\delta = s_2 - s_1$ . Из рисунка имеем

$$s_1^2 = l^2 + (x + d/2)^2; \quad s_2^2 = l^2 + (x - d/2)^2,$$

откуда  $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$ , или  $\delta = s_2 - s_1 = 2xd / (s_1 + s_2)$ .

Из условия

$$l \gg d \quad (1)$$

следует, что  $s_1 + s_2 \approx 2l$ , поэтому  $\delta = xd / l$ .

Если мы подставим найденное значение  $\delta$  в условие (1), то получим, что максимумы будут наблюдаться при  $x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda$ , а минимумы – при  $x_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda$ , здесь  $m = 0, 1, 2, \dots$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами) называют *шириной интерференционной полосы*, оно равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda.$$

Величина  $\Delta x$  не зависит от порядка интерференции (величины  $m$ ) и является постоянной для данных  $l, d, \lambda$ . По измеренным значениям  $l, d, \Delta x$  можно экспериментально определить длину световой волны. Таким образом, интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос, параллельных друг другу. Главный максимум, соответствующий  $m = 0$ , проходит через точку  $O$ . Вверху и внизу от него на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (минимумы) первого ( $m = 1$ ), второго ( $m = 2$ ) порядков и т. д. Такая картина будет наблюдаться только при освещении монохроматическим светом. В случае использования белого света (от фиолетовой границы спектра до красной) интерференционные максимумы для каждой волны будут смещены друг относительно друга и иметь вид радужных полос. Однако для  $m = 0$  максимумы всех длин волн будут совпадать и в середине экрана будет наблюдаться белая полоса, по обе стороны которой симметрично расположатся спектрально окрашенные полосы максимумов первого, второго порядков и т. д. (ближе к белой полосе будут находиться зоны фиолетового цвета, дальше – зоны красного цвета).

**Полосы равной толщины и равного наклона.** Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления  $n$  и толщиной  $d$  под углом  $i$  (рис. 58) падает плоская монохроматическая волна. На поверхности пленки в точке  $O$  луч разделится на два: ча-

стично отразится от поверхности пленки и частично преломится. Преломленный луч, дойдя до точки  $C$ , частично преломится в воздухе (показатель преломления воздуха примем за единицу), а частично отразится и пойдет к точке  $B$ . Здесь он опять частично отразится и преломится, выходя на воздух под углом  $i$ . Вышедшие из пленки лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность их хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Если на их пути поставить собирающую линзу, то они сойдутся в одной из точек  $P$  фокальной плоскости линзы и дадут интерференционную картину, которая определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами.

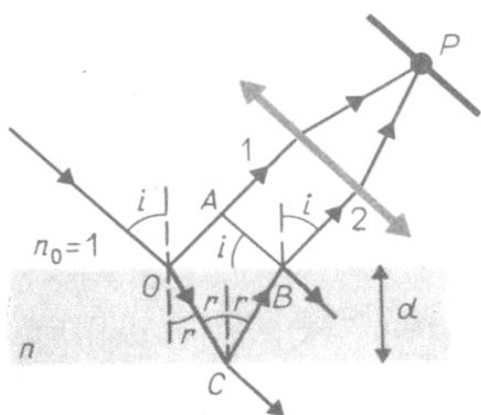


Рис. 58

Оптическая разность хода, возникающая между двумя интерферирующими лучами от точки  $O$  до плоскости  $AB$ , равна

$$\delta = n(OC + CB) - (OA \pm \frac{\lambda}{2}),$$

где показатель преломления окружающей пленку среды принят равным единице, а член  $\pm \frac{\lambda}{2}$  обуслов-

лен потерей полуволны при отражении света от границы раздела. Если  $n > n_0$ , то потеря полуволны произойдет в точке  $O$  и будет иметь знак «минус», если же  $n < n_0$ , то потеря полуволны произойдет в точке  $C$  и  $\frac{\lambda}{2}$  будет иметь знак «плюс».

Из рис. 58 можно получить следующие соотношения:

$$OC = CB = \frac{d}{\cos r}, \quad OA = OB \sin i = 2d \operatorname{tgr} \sin i.$$

Учитывая для данного случая закон преломления  $\sin i = n \sin r$ , получим  $\delta = 2dn \cos r = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$ .

С учетом потери полуволны для оптической разности хода получим

$$\delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2}.$$

На рис. 57 ( $n > n_0$ )  $\delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$ . В точке  $P$  будет максимум, если  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), и минимум, если  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\lambda/2$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ).

Можно доказать, что интерференция наблюдается, только если удвоенная толщина пластинки меньше длины когерентности падающей волны. Из этих выражений следует, что интерференционная картина в плоскопараллельных пластинах (пленках) определяется величинами  $n$ ,  $d$ ,  $\lambda$ ,  $i$ . Для данных  $n$ ,  $d$ ,  $\lambda$  каждому наклону  $i$  лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называют *полосами равного наклона* (рис. 59).

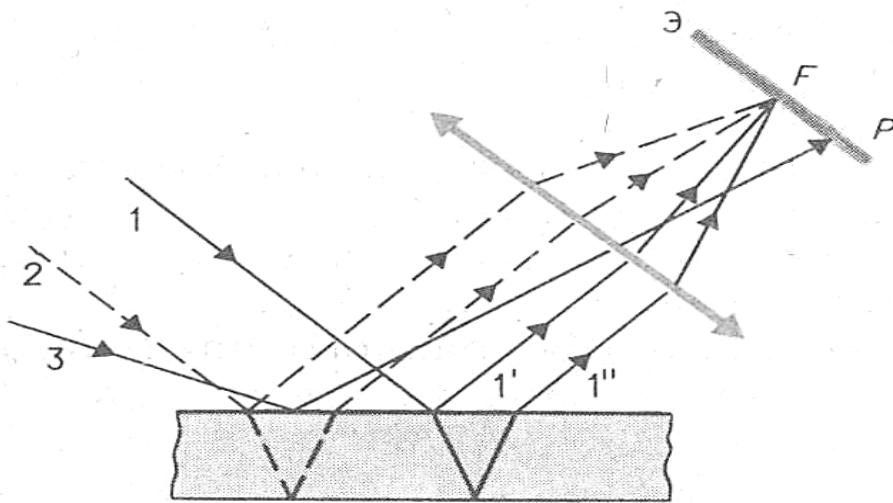


Рис. 59

Полосы равной толщины (интерференция от пластинки переменной толщины), например в виде клина, получаются при падении на нее плоской волны. В этом случае оптическая разность хода определяется толщиной пластинки. Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос. Каждая из полос появляется за счет отражения от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину. Интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции от мест одинаковой толщины, называют *полосами равной толщины*.

При освещении монохроматическими лучами прозрачной пластинки переменной толщины, например клинообразной, можно наблюдать интерференцию волн. В глаз наблюдателя будут попадать волны как от передней, так и от задней поверхности пластинки. Результат интерференции определяется разностью фаз тех и других волн, которая постепенно изменяется с изменением толщины пластинки. Соответственно изменяется освещенность: если разность фаз обеих волн в некоторой точке поверхности пластинки равна, например, четному числу полуволн, то в этой точке поверхность будет казаться светлой, при разности фаз в нечетное число полуволн – темной, в промежуточных случаях – более или менее освещенной.

Вокруг точки соприкосновения слегка выпуклого стекла с плоским при освещении монохроматическим светом наблюдаются темные и светлые кольца – так называемые *кольца Ньютона*. Здесь тончайшая прослойка воздуха между обоими стеклами играет роль отражающей пленки, имеющей постоянную толщину по концентрическим окружностям.

**Излучение Вавилова – Черенкова.** Согласно электромагнитной теории заряженная частица (например, электрон) излучает электромагнитные волны лишь при движении с ускорением. Советские физики И. Е. Тамм (1895 – 1971) и И. М. Франк (1908 – 1990) показали, что это утверждение справедливо только до тех пор, пока скорость заряженной частицы не превышает фазовой скорости  $\frac{c}{n}$  электромагнитных волн в среде, в которой частица движется, где  $c$  – скорость света в вакууме,  $n$  – показатель преломления среды. Если частица обладает скоростью  $v > \frac{c}{n}$ , то, даже двигаясь равномерно, она будет излучать электромагнитные волны. Таким образом, согласно теории Тамма и Франка, электрон, движущийся в прозрачной среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, должен сам излучать свет. В 1934 году советский физик П. А. Черенков (1904 – 1990), работавший под руководством С. И. Вавилова (1891 – 1951), обнаружил свечение, отличающееся от люминесцентного света (излучение Вавилова – Черенкова). Фундаментальное свойство открытого излучения – его направленность (его распространение не по всем направлениям, а лишь по направлениям, составляющим острый угол  $\vartheta$  с траекторией частицы, т. е. вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с

направлением скорости частицы). Определим угол  $\vartheta$  как  $\cos \vartheta = (c/n)/v = c/(nv)$ .

Возникновение излучения Вавилова – Черенкова и его направленность истолкованы Франком и Таммом на основе представлений об интерференции света с использованием принципа Гюйгенса. На основе излучения Вавилова – Черенкова разработаны экспериментальные методы для регистрации частиц высоких энергий и определения их свойств (направление движения, величина и знак заряда, энергия). Счетчики для регистрации заряженных частиц, использующие излучение Вавилова – Черенкова, получили название *черенковских счетчиков*. В этих счетчиках частица регистрируется практически мгновенно (при движении заряженной частицы в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, возникает световая вспышка, преобразуемая с помощью фотоэлектронного умножителя в импульс тока).

**Интерференция многих волн. Интерферометры.** Явление интерференции обусловлено волновой природой света; количественные закономерности света зависят от длины волны. Поэтому это явление применяют для подтверждения волновой природы света и для измерения длин волн (интерференционная спектроскопия).

Явление интерференции применяют на практике для улучшения качества оптических приборов (просветление оптики) и получения высокоотражающих покрытий. Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы, например через границу стекло – воздух, сопровождается отражением  $\approx 4\%$  падающего потока света (при показателе преломления стекла  $\approx 1,5$ ). Поскольку современные объективы содержат большое количество линз, то число отражений в них велико, а поэтому велики и потери светового потока. Таким образом, интенсивность прошедшего света ослабляется и светосила оптического прибора уменьшается. Для устранения указанных недостатков осуществляют операцию просветления оптики. Для этого на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ разделов воздух – пленка и пленка – стекло возникает интерференция когерентных лучей. Толщину пленки и показатели преломления стекла и пленки подбирают такие, чтобы интерферирующие лучи гасили друг друга.

На основе многолучевой интерференции стало возможным создание высокоотражающих покрытий. В отличие от двухлучевой интерференции многолучевая интерференция возникает при наложении большого числа когерентных световых пучков. Распределение интенсивности в интерференционной картине существенно различается; интерференционные максимумы значительно уже и ярче, чем при наложении двух когерентных световых пучков.

Многолучевую интерференцию можно осуществить в многослойной системе чередующихся пленок с разными показателями преломления (но одинаковой оптической толщиной, равной  $\lambda / 4$ ), нанесенных на отражающую поверхность. Характерная особенность такой высокоотражательной системы заключается в том, что она действует в очень узкой спектральной области, причем чем больше коэффициент отражения, тем уже эта область. Подобные отражатели применяют в лазерной технике, а также используют для создания интерференционных светофильтров.

Явление интерференции также нашло применение в очень точных измерительных приборах, называемых *интерферометрами*. Все интерферометры основаны на одном и том же принципе и различаются лишь конструктивно. Наиболее известен интерферометр Майкельсона. На практике интерферометр и микроскоп применяют для контроля чистоты обработки поверхности. Интерферометры – это очень чувствительные оптические приборы, позволяющие определять незначительные изменения показателя преломления прозрачных тел (газов, жидких и твердых тел) в зависимости от давления, температуры, примесей и т. д. Такие интерферометры получили название *интерференционных рефрактометров*.

Следует отметить, что интерферометры находят широкое применение. Их используют для изучения качества изготовления оптических деталей, измерения углов, исследования быстропротекающих процессов, например ударных волн в различных средах.

### ***Тестовые вопросы и задачи***

**Задание 1.** Дайте определение когерентности световых волн.

**Задание 2.** Как определяют время и длину когерентности?

**Задание 3.** Дайте определение оптического пути и оптической разности хода.

**Задание 4.** Как определяют радиус когерентности?

**Задание 5.** Как получить полосы равной толщины и равного наклона?

**Задание 6.** При наблюдении интерференции фиолетового цвета в опыте Юнга расстояние между соседними темными полосами на экране равно 2 мм. Если источник фиолетового света заменить источником красного света, длина волны которого в два раза больше, то это расстояние станет равным

- |            |            |
|------------|------------|
| 1) 1,3 мм; | 3) 2,5 мм; |
| 2) 7,7 мм; | 4) 4,0 мм. |

**Задание 7.** Интерференцией света называют явление

- 1) наложения когерентных волн и перераспределения их энергии в пространстве;
- 2) рассеяния света неоднородностями среды;
- 3) отклонения света от прямолинейного распространения;
- 4) разложения белого света в спектр.

**Задание 8.** Появление цветных радужных пятен на поверхности воды, покрытой тонкой бензиновой или масляной пленкой, – следствие явления

- 1) дифракции света;
- 2) дисперсии света;
- 3) интерференции света;
- 4) поляризации света.

**Задание 9.** Когерентными называют волны (или колебания)

- 1) с одинаковой длиной волны;
- 2) одинаковой разностью хода и разной частотой;
- 3) которые дают устойчивую интерференционную картину при их наложении;
- 4) у которых разность хода больше радиуса когерентности.

**Задание 10.** Радиус когерентности протяженного монохроматического источника света размером  $l$  (на расстоянии  $L$  от источника) примерно равен

- |                    |            |
|--------------------|------------|
| 1) $\lambda/L$ ;   | 3) $l/L$ ; |
| 2) $\lambda L/l$ ; | 4) $L/l$ . |



### 6.3. Дифракция света

#### *Теоретический материал*

*Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция на круглом отверстии и диске. Дифракция Фраунгофера на одной щели. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке. Разрешающая способность оптических инструментов. Понятие голографии.*

**Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля.** *Дифракцией* называют явление отклонения волны от прямолинейного распространения при прохождении через малые отверстия и огибания волной малых препятствий. Дифракция света в узком смысле – огибание лучами света контура непрозрачных тел и, следовательно, проникновение света в область геометрической тени.

Дифракция волн заметно проявляется при прохождении их через отверстия порядка длины волны или меньше ее и при огибании ими препятствий, размеры которых соизмеримы с длиной волны. Явление дифракции объясняют с помощью принципа Гюйгенса. Х. Гюйгенс (1629 – 1695) – голландский физик, который в 1678 году предположил, что каждая точка, в которую пришла световая волна, является источником вторичной волны. Построив огибающую вторичных волн, излученных источниками в точках, в которые волна пришла в один и тот же момент времени, можно найти положение фронта волны в некоторый следующий момент времени.

Каждая точка отверстия, до которой дошла волна, в соответствии с принципом Гюйгенса становится источником вторичных волн. Поскольку отверстие мало по сравнению с длиной волны, то все эти вторичные источники вместе взятые можно с достаточной точностью считать точечным источником. Последний дает круговые расходящиеся волны, заполняющие все пространство за стеной, в которой находится отверстие.

При прохождении мимо препятствия достаточно больших размеров вторичные волны, расположенные непосредственно у края препятствия, дают вторичные волны, заходящие в область геометрической

тени от препятствия. Интерференция вторичных волн от этих источников приводит к тому, что фронт волны слегка загибается в область геометрической тени. Если препятствие имеет размеры, соизмеримые с длиной волны  $D \approx \lambda$ , то огибающая его волна полностью заполняет пространство за препятствием. При прохождении же через отверстие больших размеров можно наблюдать также лишь небольшое огибание стенок у краев отверстия, как и при прохождении волны мимо двух препятствий.

Таким образом, дифракция волн заметно проявляется при прохождении через отверстия порядка длины волны и мимо препятствий, размеры которых соизмеримы с длиной волны.

Общеизвестен, например, факт огибания звуковыми волнами стен, размеры которых соизмеримы с длиной звуковых волн (до  $\approx 20$  м); человек слышит звук и тогда, когда источник звука отделен от него стеной или зданием, если размеры этих препятствий порядка длины звуковых волн.

В зависимости от соотношения между длиной волны, размером отверстия и расстоянием до экрана различают следующие виды дифракции:

$$m \approx \frac{b^2}{l\lambda} \left. \begin{array}{l} \ll 1 - \text{дифракция Фраунгофера;} \\ \approx 1 - \text{дифракция Френеля;} \\ \gg 1 - \text{геометрическая оптика.} \end{array} \right\}$$

Французский физик Огюст Френель (1788 – 1827) дополнил известный принцип Гюйгенса, введя в 1816 году представление о когерентности элементарных волн и их интерференции (принцип Гюйгенса – Френеля). Для решения задачи с помощью принципа Гюйгенса – Френеля делают два предположения: первое – непроницаемые части экрана не являются источником вторичных волн; второе – в отверстиях точки волнового фронта являются такими же источниками вторичных волн, какими они были бы при отсутствии экрана.

Рассмотрим взаимную интерференцию вторичных волн и применим прием, получивший название *метод зон Френеля*.

Пусть  $S$  – источник сферической волны. Найдем интенсивность волны в точке  $B$  с помощью принципа Гюйгенса – Френеля (рис. 60, а, б). Для решения задачи разобьем открытую часть волновой поверхности  $M$

на кольцеобразные зоны такого размера, чтобы расстояние от краев зоны до  $B$  отличалось на  $\lambda / 2$

$$M_1B - M_0B = \lambda / 2;$$

$$M_2B - M_1B = \lambda / 2;$$

$$M_nB - M_{n-1}B = \lambda / 2.$$

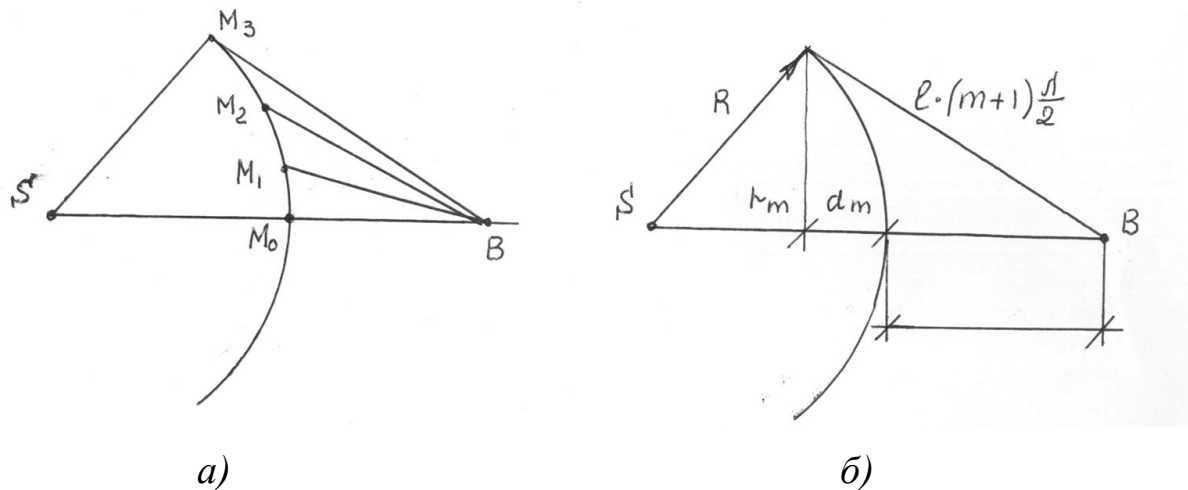


Рис. 60

Радиусы зон находят следующим образом:

$$r_m^2 = R^2 - (R - d_m)^2,$$

$$d_m = \frac{l(m+1)\lambda}{R+1},$$

$$r_m^2 = \frac{Rl(m+1)d}{R+1}.$$

Таким образом, площадь нулевой зоны определится как

$$S_0 = \pi r_0^2 = \frac{\pi R l \lambda}{R+1}.$$

Для суммарной площади нулевой и первой зон имеем

$$S_{0+1} = \frac{\pi R l 2\lambda}{R+1}.$$

Вычитая из суммарной площади нулевой и первой зон площадь нулевой зоны, получим

$$S_1 = S_{0+1} - S_0 = \frac{\pi R l \lambda}{R+1},$$

т. е. площади нулевой и первой зон равны друг другу при  $r_m \ll R$ . Аналогично для других зон. Это условие выполняется для очень большого числа зон Френеля.

**Дифракция на круглом отверстии и диске.** Рассмотрим дифракцию сферических волн, или дифракцию Френеля. Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника  $S$ , встречает на своем пути экран с круглым отверстием (рис. 61). Разобьем открытую часть волновой поверхности  $\Phi$  на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке  $B$  всеми зонами,

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

где «плюс» соответствует нечетным  $m$ , а «минус» – четным  $m$ .

Когда отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в точке  $B$  будет больше, чем при свободном распространении волны; если четное, то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю. Если в отверстие укладывается одна зона Френеля, то в точке  $B$  амплитуда  $A = A_1$ , т. е. вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием. Интенсивность света больше, соответственно, в четыре раза. Если в отверстие укладываются две зоны Френеля, то их действия в точке  $B$  практически уничтожат друг друга из-за интерференции.

Если отверстие освещается не монохроматическим, а белым светом, то кольца окрашены.

Число зон Френеля, укладывающихся в отверстии, зависит от диаметра. Если он большой, то  $A_m \ll A_1$  и результирующая амплитуда  $A = A_1/2$ , т. е. такая же, как и при полностью открытом волновом фронте. Никакой дифракционной картины не наблюдается, свет распространяется, как и при отсутствии круглого отверстия, прямолинейно.

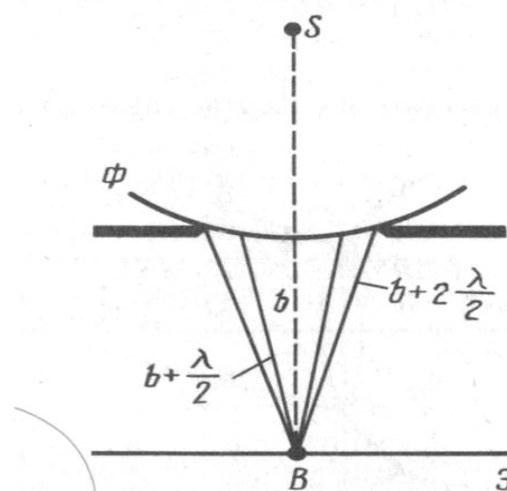


Рис. 61

Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своем пути диск (рис. 62). В данном случае закрытый диском участок фронта волны надо исключить из рассмотрения и зоны Френеля строить с краев диска. Пусть диск закрывает  $m$  первых зон Френеля. Тогда амплитуда результирующего колебания в точке  $B$  равна  $A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots$  или  $A = A_{m+1}/2$ , так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, в точке  $B$  всегда

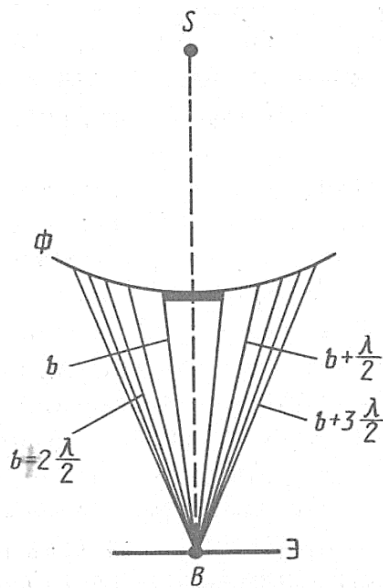


Рис. 62

наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия открытой зоны Френеля.

С увеличением радиуса диска первая открытая зона Френеля удаляется от точки  $B$  и увеличивается угол  $\phi_m$  между нормалью к поверхности этой зоны и направлением на эту точку  $B$ . В результате интенсивность центрального максимума с увеличением размеров диска уменьшается.

**Дифракция Фраунгофера на одной щели.** Немецкий физик И. Фраунгофер (1787 – 1826) рассмотрел дифракцию плоских световых волн, или дифракцию в параллельных лучах. Дифракция Фраунгофера наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от бесконечно длинной щели (длина щели была значительно больше ее ширины) (рис. 63). Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости узкой щели шириной  $d$ . Оптическая разность хода между крайними лучами  $MC$  и  $ND$ , идущими в произвольном направлении  $\phi$ ,

$$\delta = NF = d \sin \phi. \quad (1)$$

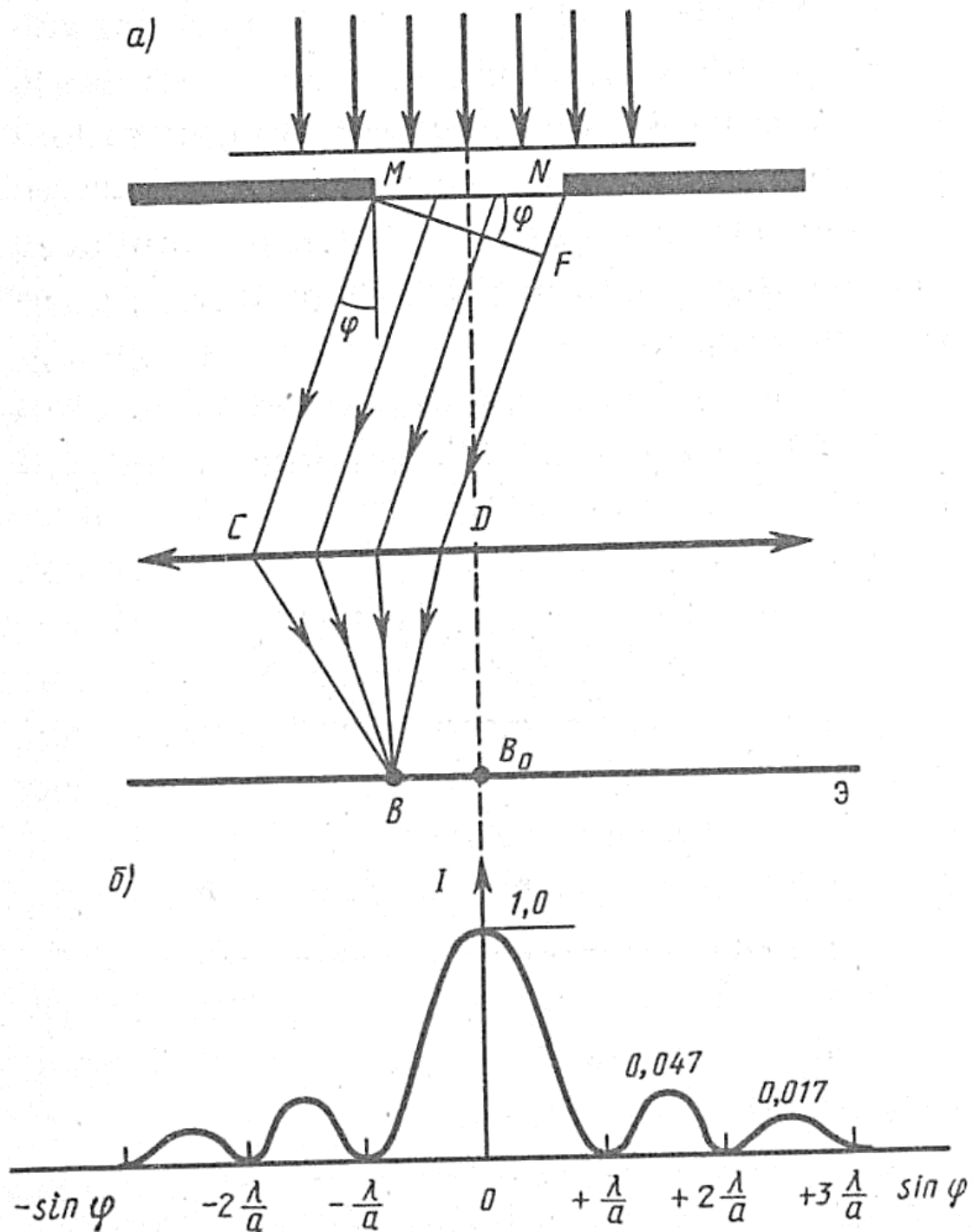


Рис. 63

Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости щели  $MN$  на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру  $M$  щели. Из формулы (1) следует, что число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла  $\varphi$ . От числа зон Френеля, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн. Из приведенного

построения следует, что при интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно поглощают друг друга. Следовательно, если число зон Френеля четное,

$$d \sin \varphi = \pm 2 m \frac{\lambda}{2} (m = 1, 2, 3 \dots),$$

то в точке  $B$  наблюдается дифракционный минимум (полная темнота), если же число зон Френеля нечетное,

$$d \sin \varphi = \pm (2 m + 1) \frac{\lambda}{2} (m = 1, 2, 3 \dots),$$

то наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной нескомпенсированной зоны Френеля. Отметим, что в прямом направлении, т. е. когда угол  $\varphi = 0$ , щель действует как одна зона Френеля, свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т. е. в точке  $B$  наблюдается дифракционный максимум.

**Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.** Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при прохождении через одномерную дифракционную решетку – систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и раз-

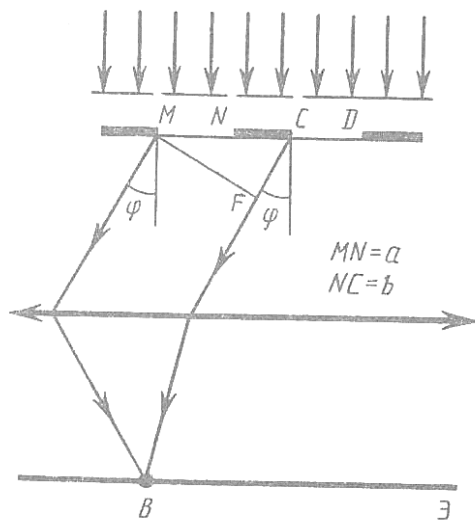


Рис. 64

деленных равными по ширине непрозрачными промежутками. Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т. е. в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей. Рассмотрим дифракционную решетку. На рис. 64 для наглядности показаны только две соседние щели  $MN$  и

$CD$ . Если ширина каждой щели равна  $d$ , а ширина непрозрачных участков между щелями  $b$ , то величину  $d = a + b$  называют *постоянной (периодом) дифракционной решетки*. Пусть плоская монохроматическая

волна падает нормально к плоскости решетки. Поскольку щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления  $\varphi$  одинаковы в пределах всей дифракционной решетки

$$\delta = CF = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi.$$

Очевидно, что в тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, т. е. прежние (главные) минимумы интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3 \dots).$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т. е. возникнут дополнительные минимумы. Очевидно, что эти дополнительные минимумы будут наблюдаться в тех направлениях, которым соответствует разность хода лучей  $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}$ , посылаемых, например, от крайних левых точек  $M$  и  $C$  обеих щелей.

Условие дополнительных минимумов

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, 3 \dots).$$

Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если  $d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3 \dots)$ , т. е. задает условие главных максимумов.

Чем больше щелей  $N$ , тем больше световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы. Поскольку модуль  $\sin \varphi$  не может быть больше единицы, то следует, что число главных максимумов определяется отношением периода решетки к длине волны  $m \leq d/\lambda$ .

Положение главных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ . Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ( $m = 0$ ), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, а красная – наружу. Это свойство дифракционной решетки используют для исследования спектрального состава света.



Дифракционные решетки, используемые в различных областях спектра, различаются размерами, формой, материалом поверхности, профилем штрихов и их частотой (от 6000 до 0,25 штрих/мм), что позволяет покрывать область спектра от ультрафиолетовой его части до инфракрасной.

**Разрешающая способность оптических инструментов.** Согласно критерию Рэля, изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух ближайших спектральных линий с равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (разделены для восприятия), если их центральный максимум дифракционной картины от одного источника (линии) совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого источника (рис. 65, а). При выполнении критерия Рэля интенсивность «провала» между максимумами составляет 80 % интенсивности в максимуме, что является достаточным для разрешения линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Если критерий нарушен, то наблюдается одна линия (рис. 65, б).

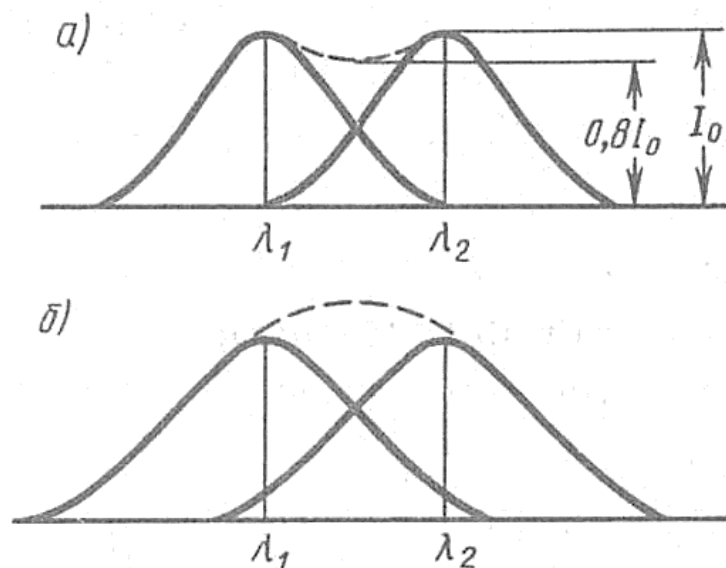


Рис. 65

На практике часто необходимо определить разрешающую способность объектива фотоаппарата и других оптических систем. Если на объектив падает свет от двух удаленных точечных источников  $S_1$  и

$S_2$  (звезд) (рис. 66) с некоторым угловым расстоянием  $d\varphi$ , то вследствие дифракции световых волн на краях диафрагмы, ограничивающей объектив, в его фокальной плоскости вместо двух точек будут наблюдаться максимумы, окруженные чередующимися темными и светлыми кольцами. Можно сказать, что две ближайшие звезды, наблюдаемые в объективе в монохроматическом свете, разрешимы, если угловое расстояние между ними

$$\varphi \geq 1,22 \frac{\lambda}{D},$$

где  $\lambda$  – длина волны света;  $D$  – диаметр объектива. Поэтому профессиональные фотоаппараты имеют большой диаметр объектива.

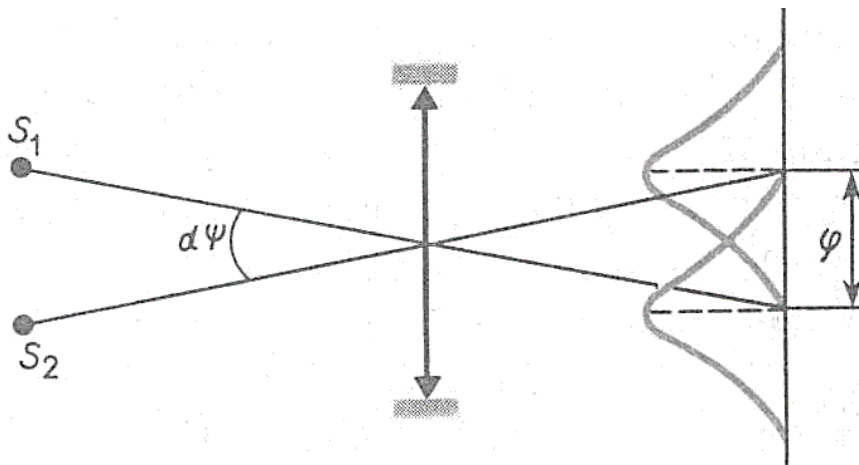


Рис. 66

Разрешающая способность (разрешающая сила) – это величина

$$R = \frac{1}{d\varphi},$$

где  $d\varphi$  – наименьшее угловое расстояние между двумя точками, при котором они еще оптическим прибором разрешаются.

При выполнении критерия Рэля угловое расстояние между точками должно быть равно  $d\varphi = \varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ , следовательно,

$$R = \frac{1}{d\varphi} = \frac{D}{1,22\lambda}, \text{ т. е. зависит от диаметра объектива и длины света.}$$

Разрешающая способность спектрального прибора определяется как  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ , где  $\Delta\lambda$  – абсолютное значение минимальной разности двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно.

Рассмотрим разрешающую способность дифракционной решетки. Пусть максимум  $m$ -го порядка для длины волны  $\lambda_2$  наблюдается под углом  $\varphi$ , т. е.  $d \sin \varphi = m\lambda_2$ . При переходе от максимума к соседнему минимуму разность хода меняется на  $\lambda/N$ , где  $N$  – число щелей решетки. Следовательно, минимум  $\lambda_1$ , наблюдаемый под углом  $\varphi_{\min}$ , удовлетворяет условию  $d \sin \varphi_{\min} = m\lambda_1 + \lambda_1/N$ .

По критерию Рэлея

$$\varphi = \varphi_{\min}, \text{ т. е. } m\lambda_2 = m\lambda_1 + \lambda_1/N \text{ или } \lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1) = mN.$$

Поскольку  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  близки между собой, т. е.  $(\lambda_2 - \lambda_1) = \Delta\lambda$ , то  $R_{\text{др}} = mN$ . Современные дифракционные решетки обладают довольно высокой разрешающей способностью (до  $2 \cdot 10^5$ ).

**Понятие голографии.** *Голография* (от греч. *holos* – «весь, полный» и *grapho* – «запись») – метод записи, воспроизведения и преобразования волновых полей, основанный на интерференции волн. Метод был предложен венгерским физиком Деннисом Габором (1900 – 1979) в 1948 году для получения объемных изображений предметов. Он получил «второе рождение» после появления источников света высокой когерентности – лазеров.

Физический принцип регистрации и восстановления волны заключается в необходимости умения регистрировать и восстанавливать амплитуду и фазу идущей от предмета волны. Это возможно при распределении интенсивности в интерференционной картине, которая описывается формулой  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ .

Интенсивность света определяется как  $I \approx A^2$  амплитудой интерферирующих волн, так и разностью их фаз. Поэтому для регистрации как фазовой, так и амплитудной информации кроме волны, идущей от предмета (так называемой предметной волны), используют еще когерентную с ней волну, идущую от источника света (так называемую опорную волну). Сама идея голографирования заключается в том, что фотографируется распределение интенсивности в интерференционной картине, возникающей при суперпозиции волнового поля объекта и когерентной ему опорной волны известной фазы. Последующая дифракция света на зарегистрированном распределении почернений в фотослое восстанавливает волновое поле объекта и допускает изучение этого поля при отсутствии объекта.

На практике можно использовать схему, изображенную на рис. 67, а. Лазерный пучок света делится на две части, причем одна его часть отражается зеркалом на фотопластинку (опорная волна), а вторая попадает на фотопластинку, отразившись от предмета (предметная волна). Опорная и предметная волны, являясь когерентными и накладываясь друг на друга, образуют на фотопластинке интерференционную картину. После проявления фотопластинки получается голограмма – зарегистрированная на фотопластинке интерференционная картина, образованная при сложении опорной и предметной волн.

Для восстановления изображения (рис. 67, б) голограмму помещают в то же самое положение, где она находилась до регистрации. Ее освещают опорным пучком того же лазера (вторая часть лазерного пучка перекрывается диафрагмой). В результате дифракции света на интерференционной структуре голограммы восстанавливается копия предметной волны, образующая объемное мнимое изображение предмета, расположенное в том месте, где предмет находился при голографировании. При этом восстанавливается еще действительное изображение предмета, имеющее рельеф, обратный рельефу предмета, т. е. выпуклые места заменены вогнутыми, и наоборот.

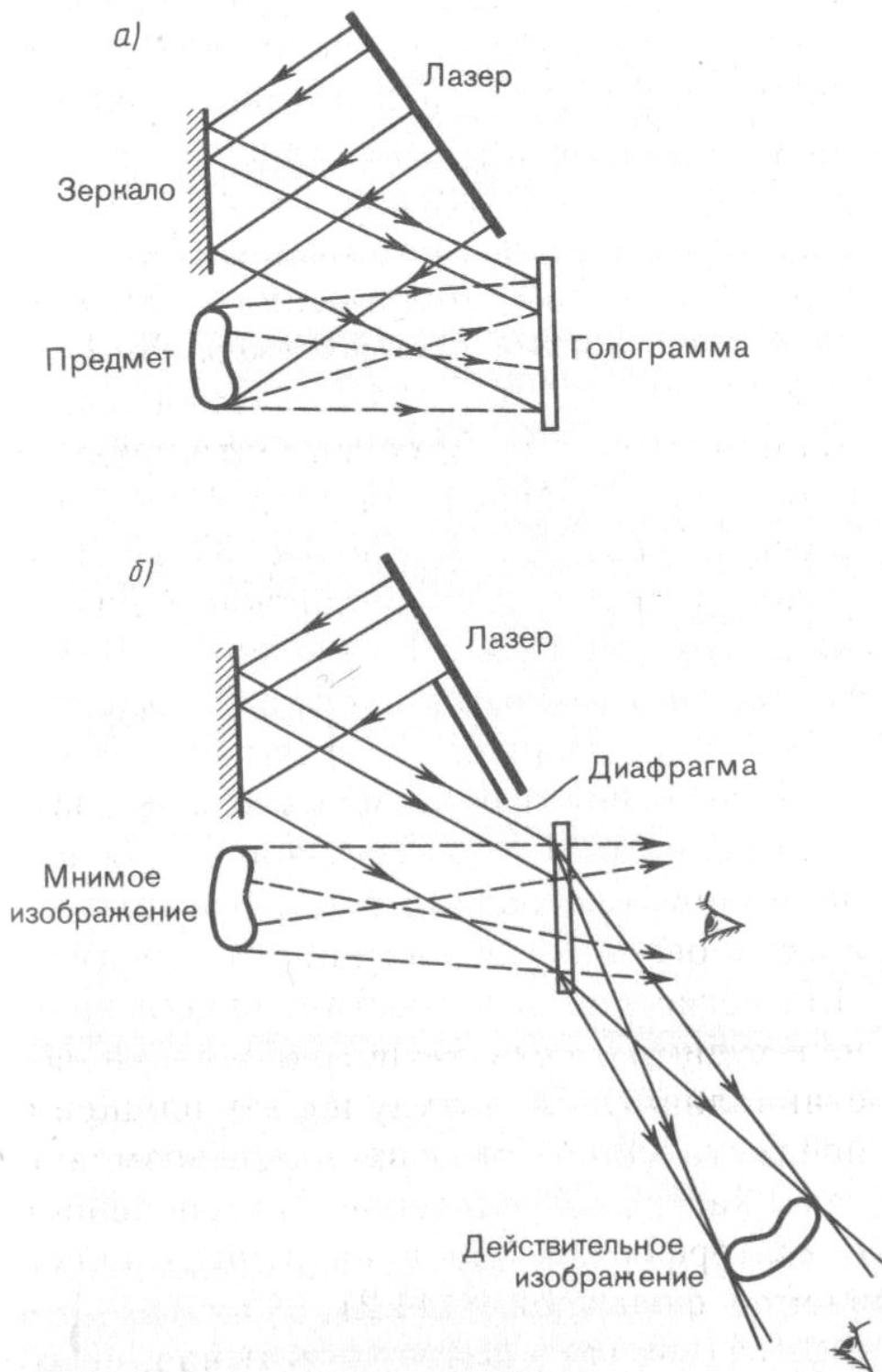


Рис. 67

Как правило, пользуются мнимым голографическим изображением, которое по зрительному восприятию создает полную иллюзию существования реального предмета.

Методы голографии (запись голограммы в трехмерных средах, цветное, панорамное голографирование и т. д.) находят все большее применение. Особенно это связано с записью и хранением информации.

### *Тестовые вопросы и задачи*

**Задание 1.** Сформулируйте принцип Гюйгенса – Френеля.

**Задание 2.** Что такое зоны Френеля?

**Задание 3.** Дайте определение постоянной дифракционной решетки.

**Задание 4.** Напишите условия дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально.

**Задание 5.** Как определяется разрешающая способность оптических приборов?

**Задание 6.** Максимум третьего порядка при дифракции света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм на дифракционной решетке, имеющей 100 штрихов на 1 мм длины, виден под углом

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| 1) $\arcsin 0,60$ ; | 3) $\arcsin 0,20$ ; |
| 2) $\arcsin 0,18$ ; | 4) $\arcsin 0,06$ . |

**Задание 7.** Свет падает нормально на дифракционную решетку с периодом  $d$ , равным 1 мкм. Если главный дифракционный максимум первого порядка наблюдается под углом  $30^\circ$ , то длина световой волны равна

- |            |            |
|------------|------------|
| 1) 100 нм; | 3) 150 нм; |
| 2) 200 нм; | 4) 500 нм. |

**Задание 8.** Свет от газоразрядной трубки падает нормально на дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на миллиметр. Максимум первого порядка для красной линии виден под углом  $\alpha_1 = 30^\circ$ , а максимум того же порядка для зеленой линии – под углом  $\alpha_2 = 24,8^\circ$  ( $\sin(24,8^\circ) = 0,42$ ). Разность длин волн красной и зеленой линий равна

- |           |            |
|-----------|------------|
| 1) 70 нм; | 3) 144 нм; |
| 2) 80 нм; | 4) 100 нм. |

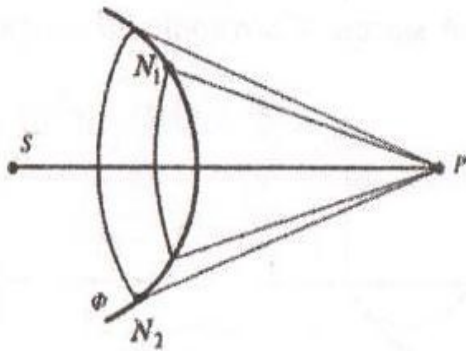


Рис. 68

**Задание 9.** На рис. 68 представлена схема разбиения волновой поверхности  $\Phi$  на зоны Френеля. Разность хода между лучами  $N_1P$  и  $N_2P$  равна

- 1) 0;
- 2)  $3\lambda/2$ ;
- 3)  $2\lambda$ ;
- 4)  $\lambda/2$ .

**Задание 10.** При дифракции на дифракционной решетке с периодом  $d$ , равным 0,004 мм, наблюдается зависимость интенсивности монохроматического излучения от синуса угла дифракции, представленная на рис. 69 (изображены только главные максимумы). Длина волны монохроматического излучения равна

- |            |            |
|------------|------------|
| 1) 400 нм; | 3) 200 нм; |
| 2) 600 нм; | 4) 300 нм. |

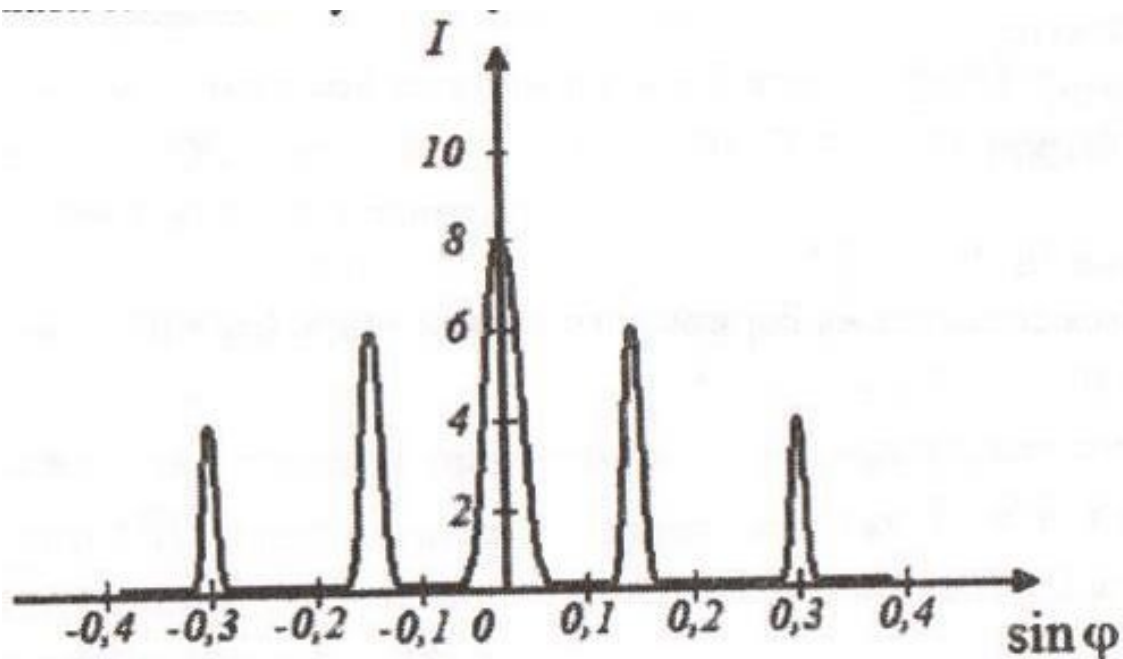


Рис. 69

## 6.4. Поляризация света

### *Теоретический материал*

*Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера. Двойное лучепреломление. Одноосные кристаллы. Поляроиды и поляризационные призмы. Искусственная оптическая анизотропия.*

**Поляризация света. Естественный и поляризованный свет.** Известно, что свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы же излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом в целом, характеризуется колебаниями светового вектора. В данном случае равномерное распределение векторов  $\vec{E}$  объясняется большим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов  $\vec{E}$  – одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов. Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора  $\vec{E}$  (и, следовательно,  $\vec{I}_1$ ) называют *естественным*.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называют *поляризованным*. Так, если в результате каких-либо внешних воздействий появляется преимущественное, но не исключительное направление колебаний вектора  $\vec{E}$ , то такой свет называют *частично поляризованным*. Свет, в котором вектор  $\vec{E}$  (и, следовательно,  $\vec{I}_1$ ) колеблется только в одной плоскости, перпендикулярной лучу, называют *линейно поляризованным* или *плоскополяризованным*.

Плоскость, проходящую через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны и направлением распространения этой волны, называют *плоскостью поляризации*. Плоскополяризованный свет – предельный случай эллиптически поляризованного света – света, для которого вектор  $\vec{E}$  изменяется так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу.



Степенью поляризации называют величину

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – максимальная и минимальная интенсивность света, соответствующая двум взаимно перпендикулярным компонентам вектора  $\vec{E}$ . Для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$  и  $P = 0$ , для плоскополяризованного  $I_{\min} = 0$  и  $P = 1$ .

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя так называемые *поляризаторы*, пропускающие колебания только определенного направления (например, пропускающие колебания, параллельные плоскости поляризатора, и полностью задерживающие колебания, перпендикулярные этой плоскости). В качестве поляризаторов могут быть использованы среды, анизотропные в отношении колебаний вектора  $\vec{E}$ , например кристаллы. Из природных кристаллов, давно используемых в качестве поляризатора, следует отметить турмалин.

**Закон Малюса.** Рассмотрим классические опыты с турмалином. Направим естественный свет перпендикулярно пластинке турмалина  $T_1$ , вырезанной параллельно так называемой *оптической оси*  $OO'$  (рис. 70).

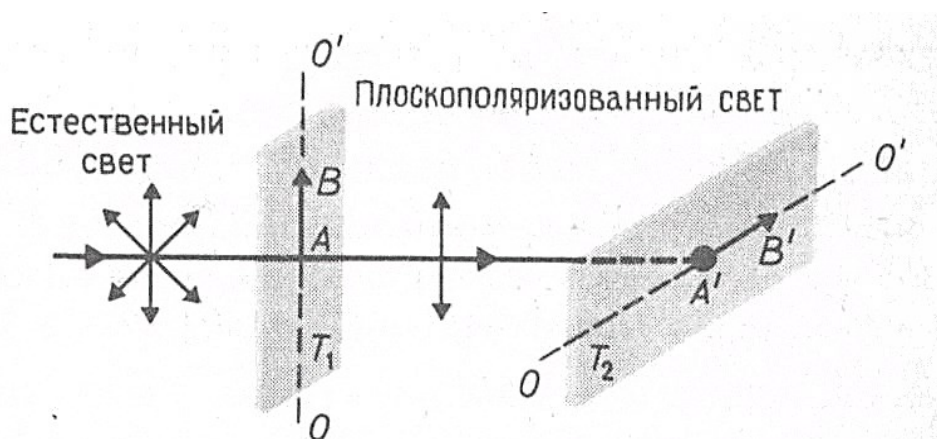


Рис. 70

Вращая кристалл  $T_1$  вокруг направления луча, никаких изменений интенсивности прошедшего через турмалин света не наблюдаем. Если на пути луча поставить вторую пластинку турмалина  $T_2$  и вращать

ее вокруг направления луча, то интенсивность света, прошедшего через пластинки, меняется в зависимости от угла  $\alpha$  между оптическими осями кристаллов по закону Малюса  $I = I_0 \cos^2 \alpha$ , где  $I_0$  и  $I$  соответственно интенсивности света, падающего на второй кристалл и вышедшего из него. (Малюс Этьен (1775 – 1812) – французский физик, который в 1808 году открыл поляризацию света при отражении и установил закон изменения интенсивности поляризованного света, позже названный его именем.) Следовательно, интенсивность прошедшего через пластинки света изменяется от минимума (полное гашение света) при  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (оптические оси пластинок перпендикулярны) до максимума при  $\alpha = 0$  (оптические оси параллельны). Однако, как это следует из

рис. 71, амплитуда  $\vec{E}$  световых колебаний, прошедших через пластинку  $T_2$ , будет меньше амплитуды световых колебаний  $\vec{E}_0$ , падающих на пластинку  $T_2$ ,  $E = E_0 \cos \alpha$ . Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то получается эта формула.

Результаты опытов с кристаллами турмалина объясняются довольно просто, если исходить из изложенных выше условий пропускания света поляризатором. Первая пластинка турмалина пропускает колебания только определенного направления (это направление показано стрелкой  $AB$ ), т. е. преобразует естественный свет в плоскополяризованный. Вторая же пластинка турмалина в зависимости от ее ориентации из поляризованного света пропускает большую или меньшую его часть, которая соответствует компоненту  $\vec{E}$ , параллельному оси второго турмалина. При расположении пластинок перпендикулярно друг другу происходит полное гашение света.

Пластинку  $T_1$ , преобразующую естественный свет в плоскополяризованный, называют *поляризатором*. Пластинку  $T_2$ , служащую для анализа степени поляризации света, называют *анализатором*. Пластины можно поменять местами, так как они совершенно одинаковы.

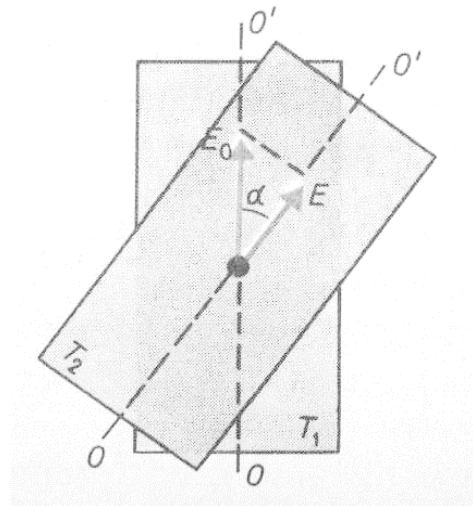


Рис. 71

Если пропустить естественный свет через два поляризатора, плоскости которых образуют угол  $\alpha$ , то из первого выйдет плоскополяризованный свет интенсивностью  $I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$ , из которого выйдет свет интенсивностью  $I = I_0 \cos^2 \alpha$ , откуда  $I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$  (поляризаторы параллельны) и  $I_{\text{min}} = 0$  (поляризаторы скрещены).

**Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера.** Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков, то часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде. Устанавливая на пути отраженного и преломленного лучей анализатор (например, турмалин), убеждаемся в том, что отраженный и преломленный лучи частично поляризованы: при поворачивании анализатора вокруг лучей интенсивность света периодически усиливается и ослабевает (полное гашение отсутствует). Исследования показали, что в отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (они обозначены точками), в преломленном – колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками) рис. 72.

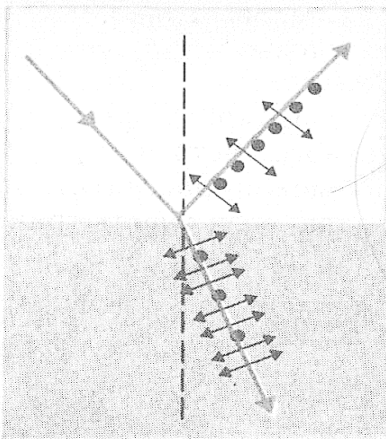


Рис. 72

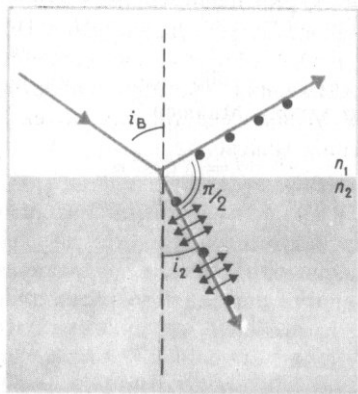


Рис. 73

Степень поляризации (степень выделения световых волн с определенной ориентацией электрического (и магнитного) вектора) зависит от угла падения лучей и показателя преломления. Шотландский физик Дэвид Брюстер (1781 – 1868) установил в 1815 году связь между показателем преломления диэлектрика и углом падения света  $i_B$ , при котором отраженный от поверхности диэлектрика свет полностью поляризован (рис. 73). Этот угол определяется соотношением  $\text{tg } i_B = n_{21}$ , где  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой).

Этот угол определяется соотношением  $\text{tg } i_B = n_{21}$ , где  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой).

Отраженный луч является плоскополяризованным (содержит колебания, перпендикулярные плоскости падения). Преломленный луч при угле падения  $i_B$  поляризуется максимально, но не полностью. Этот угол называют *углом Брюстера*.

Следует отметить, что если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны. Из геометрических соотношений получим

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B}, \quad n_{21} = \frac{\sin i_B}{\cos i_2},$$

где угол  $i_2$  – угол преломления, откуда  $\cos i_B = \sin i_2$ .

Следовательно,  $i_B + i_2 = \frac{\pi}{2}$ , но в соответствии с законом отражения  $i_B' = i_B$ , поэтому  $i_B + i_2 = \frac{\pi}{2}$ .

Степень поляризации отраженного и преломленного света при различных углах падения можно рассчитать из уравнений Максвелла, если учесть граничные условия для электромагнитного поля на границе двух изотропных диэлектриков (формулы Френеля). Следует отметить, что поляризация преломленного света может быть значительно повышена многократным преломлением при условии падения света каждый раз на границу раздела под углом Брюстера.

**Двойное лучепреломление. Одноосные кристаллы. Поляриды и поляризационные призмы. Искусственная оптическая анизотропия.** Все прозрачные кристаллы (кроме кристаллов кубической системы, которые оптически изотропны) обладают способностью двойного лучепреломления, т. е. раздвояния каждого падающего на них светового пучка. Это явление было обнаружено в 1669 году датским ученым Эразмом Бартолином (1625 – 1698). При попадании на поверхность исландского шпата ( $\text{CaCO}_3$ ) луч света, преломляясь, раздваивается, причем в кристалле существует направление, вдоль которого подобное явление не происходит. Открытие Бартолина положило начало кристаллооптике. На рис. 74 показано прохождение луча света через кристалл. Видно, что, когда первичный пучок света падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два, причем один из

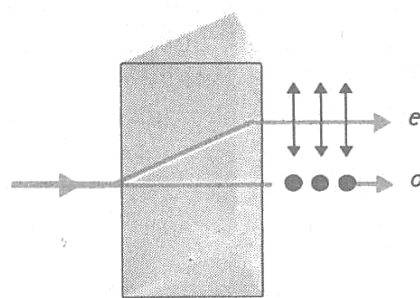


Рис. 74

них является продолжением первичного, а второй отклоняется. Второй из этих лучей получил название необыкновенного ( $e$ ), а первый – обыкновенного ( $o$ ).

Следует отметить, что в кристалле исландского шпата имеется единственное направление, вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается. Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называют *оптической осью кристалла*. Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла. Кристаллы, в зависимости от типа их симметрии, бывают *одноосными* и *двуосными*, т. е. имеют одну (исландский шпат) или две оптические оси.

Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называют *главной плоскостью* (или *главным сечением кристалла*). Анализ поляризации света показывает, что вышедшие из кристалла лучи плоско поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях: колебания светового вектора (вектора напряженности  $\vec{E}$  электрического поля) в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, а в необыкновенном – в главной плоскости (см. рис. 73).

Для получения поляризованного света наиболее часто применяют призмы и поляроиды. Призмы делят на два класса:

- 1) призмы, дающие только плоскополяризованный луч (поляризационные призмы);
- 2) призмы, дающие два поляризационных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча (двоякопреломляющие призмы).

Существуют двоякопреломляющие кристаллы, которые обладают свойством дихроизма, т. е. различного поглощения света в зависимости от ориентации электрического вектора световой волны. Их называют *дихроичными кристаллами* (пример – турмалин). Дихроичные кристаллы приобрели еще более важное значение в связи с изобретением поляроидов. Поляроид представляет собой тонкую пленку из целлулоида, в которую вкраплены кристаллики герапатита (сернокислого йод-хинина). Герапатит – двоякопреломляющее вещество с очень

сильно выраженным дихроизмом в области видимого света. Преимущество поляроидов перед призмами заключается в возможности изготавливать первые с площадями поверхностей до нескольких квадратных метров. Поляроиды используют, например, в качестве защиты от солнечного света.

### *Тестовые вопросы и задачи*

**Задание 1.** Назовите виды поляризованного света.

**Задание 2.** Как определяют степень поляризации?

**Задание 3.** Сформулируйте закон Брюстера.

**Задание 4.** Дайте определение обыкновенного и необыкновенного луча.

**Задание 5.** Сформулируйте закон Малюса.

**Задание 6.** Пучок естественного света проходит через два поляризатора. Интенсивность естественного света равна  $I_0$ , угол между плоскостями пропускания поляризаторов равен  $\varphi$ . Согласно закону Малюса интенсивность света после второго поляризатора равна

1)  $I = I_0$ ;

3)  $I = (I_0/2)$ ;

2)  $I = (I_0/2) \cos^2\varphi$ ;

4)  $I = I_0/2 \cos\varphi$ .

**Задание 7.** Угол между плоскостями пропускания двух поляризаторов равен  $30^\circ$ . Если угол увеличить в три раза, то интенсивность света, прошедшего через оба поляризатора,

1) увеличится в полтора раза;

3) увеличится в три раза;

2) станет равной нулю;

4) увеличится в два раза.

**Задание 8.** Естественный свет проходит через границу раздела двух изотропных сред (диэлектриков). После прохождения отраженная световая волна оказывается полностью поляризованной. Чему равен угол между падающим и отраженным лучами?

1)  $60^\circ$ ;

3)  $90^\circ$ ;

2)  $120^\circ$ ;

4)  $30^\circ$ .

**Задание 9.** При падении света из воздуха на диэлектрик отраженный луч полностью поляризован. Если угол преломления  $30^\circ$ , то угол падения равен

1)  $90^\circ$ ;

2)  $30^\circ$ ;

3)  $60^\circ$ ;

4)  $45^\circ$ .

**Задание 10.** Интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, ослабляется в два раза. Тогда угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора равен

1)  $45^\circ$ ;

2)  $60^\circ$ ;

3)  $0^\circ$ ;

4)  $30^\circ$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебно-практическое пособие составлено в соответствии с программой курса общей физики для технических специальностей высших учебных заведений. Физика – фундаментальная наука, разделы которой пересекаются друг с другом. Особенно заметна эта взаимосвязь между электромагнитными колебаниями и оптическими явлениями, наблюдаемыми в окружающей среде.

Для усвоения полученных знаний в каждом разделе приведены контрольные вопросы и задачи тестового типа. Кроме этого, в приложении приведены некоторые справочные сведения, которые могут быть использованы при решении конкретных задач.



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Детлаф, А. А.* Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1987. – 607 с. – ISBN 978-5-8114-0630-2.
2. *Трофимова, Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 470 с. – ISBN 5-06-001540-8.
3. *Ан, А. Ф.* Основы современной физики : учеб. пособие / А. Ф. Ан, А. В. Самохин. – Муром : Изд.-полигр. центр МИ ВлГУ, 2008. – 165 с. – ISBN 978-5-8439-0149-3.
4. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1979. – 351 с.
5. *Галкин, А. Ф.* Лекции по физике. В 4 ч. Ч. 4. Колебания, волны, оптика / А. Ф. Галкин ; Владим. гос. ун-т. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 100 с. – ISBN 5-89368-710-8.
6. Физика : метод. указания к инновац. лаб. работам на базе лазер. установки «Интерферометр Майкельсона» и платформы NI ELVIS / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин [и др.]. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – 52 с.
7. *Фуров, Л. В.* Учебное пособие к практическим работам по физике / авт.-сост. Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2019. – 140 с. – ISBN 978-5-9984-1030-7.
8. Методические указания, программа, вопросы и задачи по физике / Владим. гос. ун-т ; сост.: В. Н. Кунин, А. Ф. Галкин. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 124 с.
9. *Фуров, Л. В.* Основы технической физики: теория, задачи, тесты : учеб.-практ. пособие / авт.-сост. Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2021. – 208 с. – ISBN 978-5-9984-1409-1.
10. *Савельев, И. В.* Курс общей физики : учебник. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 12-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2017. – 436 с. – ISBN 978-5-8114-0630-2.
11. *Савельев, И. В.* Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1982. – 271 с.
12. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике : учеб. пособие для втузов / Е. И. Бабаджан [и др.]. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 400 с. – ISBN 5-02-014473-8.

13. Учебное пособие для самостоятельной работы по физике / авт.-сост.: А. А. Кулиш, Л. В. Фуров ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2017. – 128 с. – ISBN 978-5-9984-0822-9.

14. Физика : метод. указания для подготовки к интернет-экзамену (тестовые задания) / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин, В. В. Дорожков ; под ред. А. Ф. Галкина. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2011. – 38 с.

15. Физика : метод. указания и контрол. задания для студентов-заочников инженер.-техн. специальностей вузов / под ред. А. Г. Чертова. – М. : Высш. шк., 1987. – 208 с.

16. Физика : метод. указания для подготовки студентов к тестированию / Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых ; сост.: А. Ф. Галкин [и др.]. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2013. – 244 с.

17. Физика. Программа, методические указания и задачи для студентов-заочников (с примерами решения) / Владим. гос. ун-т ; сост.: А. Ф. Галкин [и др.] ; под ред. А. А. Кулиша. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2002. – 128 с.

18. *Чертов, А. Г.* Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М. : Высш. шк., 1988. – 527 с. – ISBN 5-06-0011183-6.

### ***Интернет-ресурсы***

19. Электронная библиотека ВлГУ [Электронный ресурс]. – URL: <http://e.lib.vlsu.ru/> (дата обращения: 25.10.2023).

20. Консультант студента [Электронный ресурс]. – URL: [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru) (дата обращения: 25.10.2023).

21. Библиотех [Электронный ресурс]. – URL: <https://vlsu.bibliotech.ru> (дата обращения: 25.10.2023).

22. ЛАНЬ [Электронный ресурс] : электрон.-библ. система. – URL: <http://e.lanbook.com/> (дата обращения: 25.10. 2023).

23. IPRbooks [Электронный ресурс] : электрон.-библ. система. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/> (дата обращения: 25.10. 2023).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### 1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	$g$	$9,81 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$
Скорость света в вакууме	$c$	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	$R$	$8,31 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях ( $P_0 = 1 \text{ атм}$ , $T_0 = 273 \text{ К}$ )	$V_m$	$22,40 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot \text{моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = R / N_A$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$
Заряд электрона (абсолютная величина)	$e$	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Постоянная Фарадея	$F = N_A e$	$9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$
Масса покоя электрона	$m_e$	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Магнитная постоянная	$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}$	$1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1} = (4\pi c^2)^{-1} \cdot 10^7 \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}$
Масса покоя протона	$m_p$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя $\alpha$ -частицы	$m_\alpha$	$6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma$	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$
Постоянная закона смещения Вина	$b$	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	$h$ $\hbar$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	$R$	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радиус Бора	$a$	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	$\Lambda$	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	$\mu_B$	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Энергия ионизации атома водорода	$E_i$	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ (13,6 эВ)

## 2. Некоторые астрономические величины

Астрономическая величина	Значение
Средний радиус Земли	$R_3 = 6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$M_3 = 5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$R_c = 6,96 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$M_c = 1,99 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$R_{л} = 1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$M_{л} = 7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние между Землей и Солнцем	1 а.е. = $1,49 \cdot 10^{11}$ м
Среднее расстояние между Землей и Луной	$R = 3,84 \cdot 10^8$ м

## 3. Единицы некоторых физических величин

Физическая величина	Значение
Ангстрем	$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м} = 10^{-8} \text{ см}$
Радян	$1 \text{ рад} = 57^{\circ} 17' 44,8'' = 57,3^{\circ}$
Атмосфера	$1 \text{ атм} = 1,0133 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Миллиметр ртутного столба	$1 \text{ мм рт. ст.} = 1,3332 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Электронвольт	$1 \text{ эВ} = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

## 4. Основные единицы СИ и их связь с внесистемными единицами

### *Длина*

**Метр** (м, m) представляет собой расстояние, проходимое в вакууме плоской электромагнитной волной за  $1 / 299\,792\,458$  долю секунды:

$$1 \text{ а.е. (астрономическая единица)} = 1,49598 \cdot 10^{11} \text{ м};$$

$$1 \text{ св. год (световой год)} = 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ м};$$

$$1 \text{ пк (парсек)} = 3,0857 \cdot 10^{16} \text{ м}.$$

### *Масса*

**Килограмм** (кг, kg) равен массе международного прототипа килограмма:

$$1 \text{ т (тонна)} = 10^3 \text{ кг},$$

$$1 \text{ а.е.м. (атомная единица массы)} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

### *Время*

**Секунда** (с, s) равна  $9\,192\,631\,770$  периодов излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133:

1 мин (минута) = 60 с,  
1 ч (час) = 3600 с,  
1 сут (сутки) = 86 400 с.

#### *Сила электрического тока*

**Ампер** (А, A) равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.

#### *Термодинамическая температура*

**Кельвин** (К, K) равен  $1 / 273,16$  части термодинамической температуры тройной точки воды.

#### *Количество вещества*

**Моль** (моль, mol) равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.

#### *Сила света*

**Кандела** (кд, cd) равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой  $540 \cdot 10^{12}$  Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет  $(1 / 683)$  Вт/ср.

### **5. Дополнительные единицы**

#### *Плоский угол*

**Радиан** (рад, rad) равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу:

$1^\circ$  (угл. градус) =  $(\pi / 180)$  рад;  
 $1'$  (угл. минута) =  $(\pi / 10\,800)$  рад;  
 $1''$  (угл. секунда) =  $(\pi / 648\,000)$  рад.

#### *Телесный угол*

**Стерadian** (ср, sr) равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, по длине равной радиусу сферы.

## 6. Производные единицы

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
<i>Площадь</i>	квадратный метр	м <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	Квадратный метр равен площади квадрата со сторонами, длины которых равны 1 м
<i>Объем</i>	кубический метр	м <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>	Кубический метр равен объему куба с ребрами, длины которых равны 1 м
<i>Частота</i>	герц	Гц	Hz	Герц равен частоте периодического процесса, при которой за время 1 с происходит один цикл периодического процесса
<i>Плотность (объемная масса)</i>	килограмм на кубический метр	кг/м <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	Килограмм на кубический метр равен плотности однородного вещества, масса которого при объеме 1 м <sup>3</sup> равна 1 кг
<i>Скорость</i>	метр в секунду	м/с	m/s	Метр в секунду равен скорости прямолинейно и равномерно движущейся точки, при которой точка за время 1 с перемещается на расстояние 1 м
<i>Угловая скорость</i>	радиан в секунду	рад/с	rad/s	Радиан в секунду равен угловой скорости равномерно вращающегося тела, при которой за время 1 с совершается поворот тела относительно оси вращения на угол 1 рад
<i>Ускорение</i>	метр на секунду в квадрате	м/с <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	Метр на секунду в квадрате равен ускорению прямолинейно и равноускоренно движущейся точки, при котором за время 1 с скорость точки возрастает на 1 м/с

Продолжение

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
<i>Сила</i>	ньютон	Н	N	Ньютон равен силе, сообщающей телу массой 1 кг ускорение $1 \text{ м/с}^2$ в направлении действия силы
<i>Давление (механическое напряжение)</i>	ньютон на квадратный метр	Н/м <sup>2</sup>	N/m <sup>2</sup>	Паскаль равен давлению (механическому напряжению), вызываемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью $1 \text{ м}^2$
<i>Работа, энергия, количество теплоты</i>	джоуль	Дж	J	Джоуль равен работе, совершаемой при перемещении точки приложения силы 1 Н на расстояние 1 м в направлении действия силы
<i>Мощность</i>	ватт	Вт	W	Ватт равен мощности, при которой совершается работа 1 Дж за время 1 с
<i>Количество электричества (электрический заряд)</i>	кулон	Кл	C	Кулон равен количеству электричества, проходящего через поперечное сечение при токе силой 1 А за время 1 с
<i>Электрическое напряжение, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила</i>	вольт	В	V	Вольт равен электрическому напряжению на участке электрической цепи, при котором в участке проходит постоянный ток силой 1 А и затрачивается мощность 1 Вт
<i>Напряженность электрического поля</i>	вольт на метр	В/м	V/m	Вольт на метр равен напряженности однородного электрического поля, при которой между двумя точками, находящимися на одной линии напряженности поля на расстоянии 1 м, создается разность потенциалов 1 В

Наименование величины	Единица измерения	Обозначение единицы измерения		Определение
		русское	латинское	
<i>Электрическое сопротивление</i>	ом	Ом	$\Omega$	Ом равен электрическому сопротивлению участка электрической цепи, при котором постоянный ток силой 1 А вызывает падение напряжения 1 В
<i>Электрическая емкость</i>	фарад	Ф	F	Фарад равен электрической емкости конденсатора, при которой заряд 1 Кл создает на конденсаторе напряжение 1 В
<i>Поток магнитной индукции</i>	вебер	Вб	Wb	Вебер равен магнитному потоку, при убывании которого до нуля в сцепленной с ним электрической цепи сопротивлением 1 Ом через поперечное сечение проводника проходит количество электричества 1 Кл
<i>Индуктивность</i>	генри	Гн	H	Генри равен индуктивности электрической цепи, с которой при силе постоянного тока в ней 1 А сцепляется магнитный поток 1 Вб
<i>Магнитная индукция</i>	тесла	Тл	T	Тесла равен магнитной индукции, при которой магнитный поток сквозь поперечное сечение площадью 1 м <sup>2</sup> равен 1 Вб
<i>Световой поток</i>	люмен	Лм	lm	Мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению
<i>Яркость</i>	кандела на квадратный метр	кд/м <sup>2</sup>	Cd/m <sup>2</sup>	Яркость, поверхностно-пространственная плотность светового потока, исходящего от поверхности
<i>Освещенность</i>	люкс	лк	lx	Отношение светового потока, падающего на элемент поверхности, к площади этого элемента



## 7. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность · 10 <sup>3</sup> , кг/м <sup>3</sup>	Твердое тело	Плотность · 10 <sup>3</sup> , кг/м <sup>3</sup>
Алюминий	2,70	Литий	0,53
Барий	3,50	Марганец	7,40
Ванадий	6,02	Медь	8,93
Вольфрам	19,30	Никель	8,90
Висмут	9,80	Платина	21,40
Железо	7,88	Свинец	11,30
Золото	19,30	Серебро	18,70
Каменная соль	2,20	Цезий	1,90
Латунь	8,55	Цинк	7,15

## 8. Плотность газов

Газ	Плотность · 10 <sup>3</sup> , кг/м <sup>3</sup>	Газ	Плотность · 10 <sup>3</sup> , кг/м <sup>3</sup>
Азот	1,25	Воздух	1,29
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43

## 9. Длины волн видимой части спектра

Цвет	Границы участков, Å	Цвет	Границы участков, Å
Фиолетовый	3800 – 4500	Желто-зеленый	5500 – 5750
Синий	4500 – 4800	Желтый	5750 – 5850
Голубой	4800 – 5100	Оранжевый	5850 – 6200
Зеленый	5100 – 5500	Красный	6200 – 7600

## 10. Длины волн ультрафиолетовой части спектра

Название диапазона	Границы участков, Å	Производимое действие
Длинноволновый ультрафиолет	3150 – 3800	Загар
Средневолновый ультрафиолет	2800 – 3150	Эритемное действие
Коротковолновый ультрафиолет	2000 – 2800	Бактерицидное действие
Вакуумный ультрафиолет	< 2000	Озонирующее действие

## 11. Отражение света металлами

Название групп волн	Длина волны, Å	Алюминий	Медь	Сталь (1 %)	Серебро	Никель	Хром	Цинк	Кремний
Ультрафиолетовые	1 880	–	–	22	76	–	33	17	64
	2 000	–	–	27	76	–	36	22	73
	2 510	80	26	38	34	38	–	39	75
	3 050	–	25	44	9	44	37	48	73
	3 570	84	27	50	75	41	41	51	60
Световые	5 000	88	44	56	91	61	55	55	34
	6 000	89	72	57	93	65	–	58	32
	7 000	87	83	58	95	69	56	61	–
Инфракрасные	8 000	85	89	61	97	70	–	62	–
	10 000	93	90	63	97	72	57	69	–
	50 000	94	98	90	99	94	81	97	–
	100 000	97	98	94	99	–	93	–	–

*Примечание.* Числа, приведенные в таблице, показывают, какая часть света (в %) отражается полированной поверхностью (при нормальном падении света).

## 12. Предельные углы полного отражения

Вещество	$i_{np}^{\circ}$	Вещество	$i_{np}^{\circ}$
Вода	49	Сероуглерод	38
Глицерин	43	Стекло (тяжелый флинт)	34
Стекло (легкий крон)	40	Алмаз	24

### 13. Показатели преломления газов

Газ или пар	Показатель преломления	Газ или пар	Показатель преломления
Азот	1,000297	Ртуть	1,000933
Аммиак	1,000377	Селен	1,001565
Ацетилен	1,000606	Сернистый ангидрид	1,000737
Бензол	1,001812	Сероводород	1,000641
Водород	1,000138	Теллур	1,002495
Водяной пар	1,000257	Углекислый газ	1,000450
Воздух	1,000292	Хлороформ	1,001455
Гелий	1,000035	Цинк	1,002050
Кислород	1,000272	Четыреххлористый углерод	1,0001763
Метан	1,000441		

*Примечание.* Значения показателей преломления, указанные в таблице, относятся к длине волны, соответствующей желтой линии натрия ( $D$ ), и приведены к плотности, соответствующей  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  и давлению 760 мм рт. ст., на основании со-

отношения  $\frac{n-1}{\rho} = \text{const}$  (для данного газа).

### 14. Показатели преломления некоторых твердых тел и жидкостей (при $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , для $D$ – линии натрия относительно воздуха)

Вещество	Показатель преломления	Вещество	Показатель преломления
Твердые тела		Сероуглерод	1,632
Алмаз	2,417	Скипидар	1,470
Лед	1,310	Спирт метиловый	1,330
Сахар	1,560	Спирт этиловый	1,362
Слюда	1,560 – 1,600	Хлороформ	1,449
Топаз	1,630	Эфир этиловый	1,354
Жидкости		Масла	
Анилин	1,590	Гвоздичное	1,532
Бензол	1,504	Кедровое	1,516
Вода ( $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ )	1,333	Коричное	1,601
Глицерин	1,540	Оливковое	1,460
Серная кислота	1,430	Парафиновое	1,440

**15. Диффузное отражение некоторых материалов (в %) в белом свете**

Материал	Отражение	Материал	Отражение
Бумага голубая	25	Калька	22
Бумага желтая	25	Картон белый	60 – 70
Бумага коричневая	13	Картон желтый	30
Бумага обычная белая	60 – 70	Марля	16
Бумага промокательная	70 – 80	Материалы, окрашенные белилами	50
Бумага шоколадного цвета	4	Материалы, окрашенные желтым	40
Вельвет черный	0,4	Почва влажная	8
Дерево (сосна)	40	Жирная глина (желтая)	24

**16. Зависимость показателя преломления от длины волны для некоторых веществ**

Название волн	Длина волны, Å	Стекло (15 °С)		Кварц (18 °С)		Плав- лый кварц	Вода при 20 °С	Силь- вин (КСI) при (18 °С)
		лег- кий крон	тяже- лый флинт	обык- новен- ный луч	необык- новен- ный луч			
Инфра- красные	223 000	–	–	–	–	–	–	1,3712
	94 290	–	–	–	–	–	–	1,4587
	42 000	–	–	1,4569	–	–	–	1,720
	21 720	1,4946	1,6153	1,5180	1,5261	–	–	1,4750
	12 560	1,5042	1,6268	1,5316	1,5402	–	1,3210	1,4778
Видимые	6 708	1,5140	1,6434	1,5415	1,5505	1,4561	1,3308	1,4866
	6 438	1,5149	1,6453	1,5423	1,5514	1,4568	1,3314	1,4877
	5 893	1,5170	1,6499	1,5443	1,5534	1,4585	1,3330	1,4904
	4 864	1,5230	1,6637	1,5497	1,5590	1,4632	1,3371	1,4983
	4 047	1,5318	1,6852	1,5572	1,5667	1,4697	1,3428	1,5097
Ультра- фиолето- вые	3 034	1,5552	–	1,5770	1,5872	1,4869	1,3581	1,5440
	2 144	–	–	1,6305	1,6427	1, <sup>533-9</sup>	1,4032	1,6618
	1 852	–	–	1,6759	1,6901	1,5743	–	1,8270
Температурный коэффициент, град <sup>-1</sup>								
		-1·10 <sup>-6</sup>	-3·10 <sup>-6</sup>	-5·10 <sup>-6</sup>	-6·10 <sup>-6</sup>	-3·10 <sup>-6</sup>	-8·10 <sup>-5</sup>	-4·10 <sup>-5</sup>

*Примечания.* 1. Показатель преломления дан относительно воздуха. 2. Температурный коэффициент есть изменение показателя преломления при повыше-

нии температуры на 1 °С. Минус указывает на то, что при увеличении температуры показатель преломления уменьшается. 3. В кристалле кварца луч расщепляется на два поляризованных луча. В таблице указаны значения показателя преломления для обоих лучей. Для необыкновенного луча указаны наибольшие значения показателя преломления.

### 17. Удельное вращение плоскости поляризации для различных длин волн (при 20 °С)

Длина волны, Å	Вещество				
	Кварц, $\frac{\text{град} \cdot \text{см}^3}{\text{мм} \cdot \text{г}}$	Скипидар (чистый), $\frac{\text{град} \cdot \text{см}^3}{\text{дм} \cdot \text{г}}$	Никотин (чистый), $\frac{\text{град} \cdot \text{см}^3}{\text{дм} \cdot \text{г}}$	Тростниковый сахар в воде, $\frac{\text{град} \cdot \text{см}^3}{\text{дм} \cdot \text{г}}$	Винная кислота в воде, $\frac{\text{град} \cdot \text{см}^3}{\text{дм} \cdot \text{г}}$
6563	17,3	-29,5	-126	52,9	6,75
5893	21,7	-37	-162	66,5	8,86
5351	26,5	-45	-207,5	81,8	9,65
4861	32,7	-54,5	-253,5	100,3	9,37

*Примечания.* 1. Вращение плоскости поляризации характеризуется удельным вращением  $[\alpha]_l$ . Для твердых тел  $[\alpha]_l = \frac{\alpha}{l\rho}$ , где  $\alpha$  – угол поворота плоскости поляризации;  $l$  – длина пути луча в твердом теле;  $\rho$  – плотность. Для жидкостей и растворов  $[\alpha]_l = \frac{\alpha}{l\rho c}$ , где  $\alpha$  – угол поворота плоскости поляризации;  $l$  – длина пути луча в жидкости или растворе;  $c$  – весовая концентрация, равная числу граммов вещества в 100 г раствора. Для чистых жидкостей  $c = 1$ . 2. Знак «минус» указывает на то, что вращение происходит по часовой стрелке, если смотреть на жидкость со стороны источника.

## 18. Спектры испускания некоторых металлов и газов (длины волн в Å)

Алюминий (дуга)	Медь (дуга в вакууме)	Ртуть (ртутная лампа)	Натрий (в пла- мени)	Кадмий (дуга)	Цинк (дуга в вакууме)	Азот	Аргон	Водород	Гелий	<u>Кислород</u>	Неон
3083	3248	3126	5889,97о	3261	3036	(в газовом разряде)					
3093	3274	3131	5895,93о	3404	3072	5754	3949,0	4101,7	<u>3885,6</u>	5200	4537,8
3944ф	4023ф	3650	–	3466	3345	5803	4044,4	4340,4	<u>4026,2</u>	5300	4575,9
3962ф	4063ф	4046,8ф	–	3611	4680г	5853	<u>4158,6</u>	4340,5	4120,8	(полоса)	4704,4
4663г	<u>5105,5з</u>	4358,3ф	–	3982ф	4722г	5904	4164,2	<u>4861,28</u>	4916,0	5550	4708,9
5057з	<u>5153,3з</u>	4916,4гз	–	4413г	4811г	5957	4181,9	4861,36	4960,3	5640	4715,3
5696ж	<u>5218,2з</u>	4959,7з	–	4678г	<u>4912г</u>	6012	4190,7	<u>6562,71</u>	5015,7	(полоса)	4788,9
5723ж	<u>5700</u>	5460,7з	–	<u>4799,9г</u>	4925г	6068	<u>4191,0</u>	6562,85	<u>5460,7</u>	–	5330,8
–	<u>5782,1ж</u>	57569,6ж	–	<u>5085,8з</u>	<u>6103о</u>	6251	<u>4198,3</u>	–	<u>5769,6</u>	–	5341,1
–	<u>57,82,2</u>	5790,7ж	–	5338з	6362о	6321	<u>4200,7</u>	–	<u>5875,6</u>	–	5358,0
–	–	6152,0о	–	5379з	–	6393	4251,2	–	<u>6678,1</u>	–	5400,6
–	–	6232,0о	–	<u>6438,5к</u>	–	6467	4259,4	–	<u>7065,2</u>	–	<u>5852,5</u>
–	–	–	–	–	–	6543	<u>4266,3</u>	–	–	–	5881,9
–	–	–	–	–	–	6622	<u>4272,2</u>	–	–	–	5965,4
–	–	–	–	–	–	6703	<u>4300,1</u>	–	–	–	6143,1
–	–	–	–	–	–	6787	<u>4333,6</u>	–	–	–	6266,5
–	–	–	–	–	–	–	4335,4	–	–	–	6383,0
–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	<u>6402,2</u>
–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	6506,5
–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	7173,9
–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	7245,2

*Примечания.* 1. Длины волн измерены в воздухе при 15 °С и давлении 760 мм рт. ст. 2. Цвета видимых линий обозначены начальными буквами соответствующего цвета. 3. Наиболее яркие линии подчеркнуты.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Тема 1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ.....	5
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	24
Тема 2. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ.....	26
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	51
Тема 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ .....	53
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	63
Тема 4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА .....	65
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	82
Тема 5. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА.....	84
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	90
Тема 6. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.....	92
6.1. Дисперсия света .....	92
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	100
6.2. Интерференция света .....	101
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	110
6.3. Дифракция света .....	112
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	125
6.4. Поляризация света .....	127
<i>Тестовые вопросы и задачи</i> .....	133
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	135
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	136
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	138

*Учебное издание*

КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ, ОПТИКА

Учебно-практическое пособие

Автор-составитель  
ФУРОВ Леонид Викторович

Редактор Е. А. Платонова

Технический редактор Ш. Ш. Амирсейидов

Компьютерная верстка Л. В. Макаровой, А. Н. Герасина

Корректор Н. В. Пустовойтова

Выпускающий редактор А. А. Амирсейидова

Подписано в печать 24.10.24.

Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 8,84. Тираж 30 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.  
600000, г. Владимир, ул. Горького, 87.