

ИННОВАЦИОННАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА



Проект 1: инновационная среда университета в регионе и эффективное управление

Цель: развитие инноваций и инновационных образовательных программ на основе интеграции образования, науки и бизнеса для организации подготовки и переподготовки кадров по широкому спектру специальностей и направлений.

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет

Кафедра конструирования и технологии радиоэлектронных средств

МАТНСАД В ПРОЕКТИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

*Методические указания к лабораторным работам
по курсу «Практикум по САПР»*

В двух частях
Часть 1

Составитель
Г.Д. ДАВЫДОВ

Владимир 2008

УДК 621.37

ББК 32

М12

Рецензент

Доктор технических наук, профессор
кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств
Владимирского государственного университета

Е.Н. Талицкий

Печатается по решению редакционного совета
Владимирского государственного университета

МATHCAD в проектировании электронных средств: метод. указания к лаб. работам по курсу «Практикум по САПР». В 2 ч. Ч. 1 / Владимир. гос. ун-т ; сост. Г. Д. Давыдов. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2008. – 83 с.

Содержат указания к четырем лабораторным работам. В каждой работе приведены основные теоретические сведения, необходимые для ее выполнения, требования по подготовке студентов к занятию, вариантное лабораторное задание, контрольные вопросы и список литературы.

Предназначены для подготовки бакалавров направления 210200 – проектирование и технология электронных средств, студентов специальностей 210201 – проектирование и технология радиоэлектронных средств и 210202 – проектирование и технология электронно-вычислительных средств всех форм обучения, а также могут быть полезны студентам других специальностей, студентам колледжей и инженерно-техническим работникам.

Табл. 5. Ил. 58. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.37

ББК 32

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания предназначены для освоения вычислительной среды MathCAD с целью применения этого пакета при проектировании электронных средств. Согласно учебному плану для бакалавров направления 210200 – проектирование и технология электронных средств, а также студентов специальностей 210201 – проектирование и технология радиоэлектронных средств и 210202 – проектирование и технология электронно-вычислительных средств эти занятия проводятся на втором году обучения в виде лабораторных работ по дисциплине «Практикум по САПР».

Данная часть указаний содержит описание четырех лабораторных работ, посвященных приобретению навыков инженерных расчетов с использованием средств автоматизации. Темы и примеры занятий ориентированы на решение технических задач по дисциплинам уже прочитанным или читаемым студентам одновременно с освоением среды MathCAD. Лабораторные работы рассчитаны на одно аудиторное занятие длительностью четыре академических часа. Исключением является работа «Системы линейных уравнений и анализ цепей постоянного тока», которая состоит из двух частей и рассчитана на два четырехчасовых аудиторных занятия.

Предполагается, что описанные в данных указаниях лабораторные работы выполняются после изучения основ работы в среде MathCAD и студенты знакомы с форматами операторов среды и общей структурой программы. Изучение этих основ может быть произведено в общематематических дисциплинах или в курсе «Практикум по САПР».

Лабораторная работа № 1

ВЫВОД РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ В ГРАФИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Цель работы: Освоение методов построения двумерных и трехмерных графиков электрических сигналов, включая графики в полярных координатах, графики поверхности, контурные графики, точечные графики, столбчатые и векторные диаграммы.

1.1. Подготовка к работе

При подготовке к данной лабораторной работе необходимо составить заготовку отчета и проработать по данному пособию и с привлечением литературы следующие вопросы:

- Ранжированные переменные, их назначение, формат и применение при создании матричных переменных.
- Индексные переменные, их назначение, формат и применение при создании матричных переменных.
- Методы создания матричных переменных и использование их для построения графиков различных видов.
- Виды графиков, применяемые в среде MathCAD, их построение и форматирование.

В процессе выполнения работы необходимо:

- Ознакомиться со способами подготовки в явном виде исходных данных для построения графиков.
- Освоить построение и форматирование графиков в декартовых координатах.
- Изучить дополнительные средства работы с графиками для точного считывания значений и выделения фрагментов в увеличенном масштабе.

- Освоить построение и форматирование графиков в полярных координатах.
- Освоить построение и форматирование трехмерных графиков всех видов, предусмотренных данным пакетом.

1.2. Теоретические сведения

1.2.1. Построение двумерных графиков

В среде MathCAD можно построить два вида двумерных графиков: в декартовых и полярных координатах.

Для построения двумерных графиков необходимо задать два множества: множество значений аргументов и соответствующее ему множество значений функции. Форма и способ задания множеств аргумента и функции индивидуальны и зависят от особенностей графика.

Графический процессор может автоматически создавать эти массивы при быстром построении графиков, если в полях ввода аргумента и функции задавать функции. Способ быстрого построения двумерных графиков описан в [1, п.2.6]. Среда применяет линейную шкалу, самостоятельно выбирая количество точек графика и шаг между ними. Так как делается это без учета индивидуальных особенностей графика, часто требуется дополнительная коррекция крайних значений обеих шкал. Кроме этого недостатка данный способ имеет ограничения. В автоматическом режиме невозможно, например, применить логарифмическую и другие нелинейные шкалы. По этой причине основными можно считать способы с явным заданием значений аргумента и функции, изучение которых и является целью данной работы.

Декартов график строится на плоскости. В качестве осей используются два взаимно ортогональных направления. Горизонтальная ось **X** служит аргументом, а вертикальная ось **Y** называется функцией. Поэтому в меню ему соответствует название **X-Y Plot**.

Для построения графика достаточно выполнить следующую последовательность действий:

- А. Установить маркер ввода (красный крест) на рабочем поле правее или ниже определения переменных x и y в том месте, где должен быть расположен левый верхний угол будущего графика.

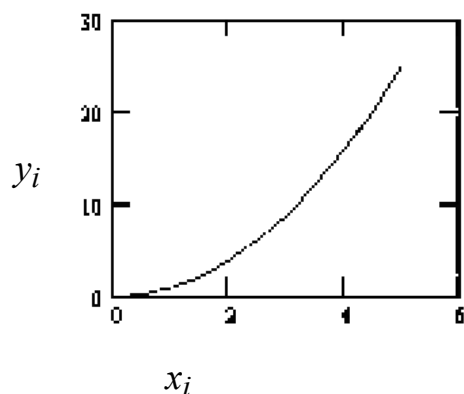
- V. Выбрать пункт **Insert/Graph/X Y Plot...** или щелкнуть левой кнопкой мыши по пиктограмме декартова графика на соответствующей инструментальной панели, установленной предварительно с помощью пункта **View/Toolbars/Graph**. На месте маркера ввода появится прямоугольный шаблон-заготовка графика с двумя черными прямоугольниками, обозначающими поля ввода. Под горизонтальной осью располагается поле ввода аргумента (черный прямоугольник), а слева от вертикальной – поле функции.
- C. Указать в поле аргумента графика имя переменной, описывающей аргумент (x). Если на одном рисунке строится несколько графиков с разными аргументами, надо после имени вектора аргумента ввести символ запятой. После нее появится черный прямоугольник, т.е. новое поле ввода аргумента следующего графика.
- D. Переместив указатель ввода с помощью мыши в поле функции, задать имя переменной, описывающей функцию (Y). Если строится несколько графиков, новые переменные функций вводятся через запятую аналогично вводу векторов аргументов.
- E. Щелкнуть указателем мыши за пределами графика. Если действует режим автоматического пересчета результатов, на экране вместо шаблона появится график. Если установлен режим ручного запуска расчетов, требуется дополнительно щелкнуть по пиктограмме **Calculate**, имеющий вид жирного знака равенства на инструментальной панели рабочего окна пакета.
- F. Проанализировать построенный график. Если вид графика полностью соответствует требованиям, можно считать, что построение закончено. Если не подходят крайние значения шкал аргумента и/или функции, их следует изменить. Для этого надо щелчком левой кнопки мыши выделить график и ввести новые значения в поля, которые появились около концов шкал.
- G. Если требуется изменить типы шкал или линий графика, их цвет и т.п., производят форматирование графика, которое выполняют с помощью диалогового окна форматирования **Format/Graph/X Y Plot**. Выйти в это диалоговое окно удобнее с помощью контекстного меню, щелкнув правой кнопкой мыши по графику и выбрав пункт **Format** или двойным щелчком левой кнопки мыши по изображению графика.

Само форматирование выполняется согласно инструкциям диалогового окна. На рис.1.1 приведен построенный график параболы.

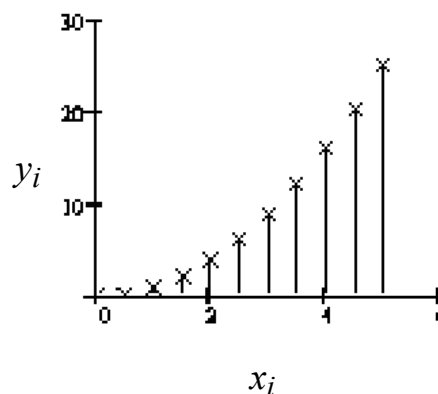
Подготовка векторов аргумента и функции $i: = 0..10$

$$x_i := \frac{i}{2} \quad Y_i := (x_i)^2$$

Построение графика



а) в формате lines



б) в формате stem

Рис. 1.1

Приведенная на рис. 1.1 программа производит автоматический расчет обоих массивов значений координат графика в явном виде. Рассмотрим особенности явного задания аргумента и функции. Рассмотрим два способа задания. При применении первого способа рассчитываются явно оба массива. При втором – явно задается только аргумент в виде ранжированной переменной, а функция (координата Y) – через функцию, определяемую пользователем.

Следует заметить, что выражения с векторными переменными, имеющими индексы в виде ранжированных переменных, в разных версиях могут иметь различные форматы. Выражение

$$Y_i := F(x_i),$$

принимается нормально в версии MathCAD-2001, в некоторых других версиях принимается в только в следующем виде

$$Y := F(x_i).$$

Явное задание обоих массивов аргумента и функции является наиболее универсальным способом построения графиков в среде MathCAD.

Массивы задаются в виде векторных переменных, значения элементов которых и являются последовательными значениями аргумента или функции. Эти векторные переменные могут вводиться вручную или рассчитываются любым способом. Например, применяя ввод матрицы с одним столбцом. В среде MathCAD это рационально делать, если точки графика рассчитаны ранее и число их мало.

Размерность обоих векторов (число элементов в них) в декартовых графиках должна быть одинаковой.

Расчет вектора аргумента выполняется в три этапа:

- Первый этап состоит в определении интервала изменения аргумента и числа значений аргументов. Это делается человеком, исходя из формы предполагаемого графика, желаемого участка отображения, требуемой точности представления и плавности кривой. Число значений равно числу точек на графике. В двумерном графике на рис. 1 аргумент только один.
- Второй этап заключается в нумерации всех точек графика в порядке следования. Делать это можно с помощью целочисленной ранжированной переменной [1, п. 2.4.5] с шагом, равным единице, например:

$$i := 0..N.$$

Здесь N – номер последней точки графика, который должен быть определен ранее;

i – текущий номер значения.

Первое значение i может начинаться с нуля, как в приведенном примере, или единицы в зависимости от принятого начального номера первого элемента в векторных переменных. Начальный номер по умолчанию имеет нулевое значение. В этом случае общее число точек будет равно $N+1$. Начальный номер может изменяться присвоением 0 или 1 системной переменной **ORIGIN**.

Если на одном поле строится несколько совмещенных графиков, с разными аргументами, нумерация выполняется для каждого аргумента.

- На третьем этапе рассчитываются шкалы, т.е. значения аргументов, которые они принимают при переборе всех точек графика. Удобно рассчитывать шкалы с помощью векторной переменной x с индексом, например:

$$x_i := f(i).$$

Индекс i , означающий номер элемента вектора, в этом случае задает номер очередного значения аргумента. Функция $f(i)$ в общем случае может быть произвольной. На практике чаще всего применяют линейные и логарифмические шкалы. Для реализации линейной шкалы функция тоже должна быть линейной, т.е.

$$x_i := K \cdot i.$$

Константа K играет роль калибровки шкалы. Она определяется как отношение разности максимального и минимального значений шкалы аргумента графика к числу интервалов между значениями аргумента (между точками на двумерном графике).

Так как в этой формуле i ранжированная переменная и принимает множество значений, встречая ее, процессор будет повторять расчет точек графика столько раз, сколько в ней значений. В результате результат запишется в виде векторной переменной x , содержащей $N+1$ значений аргумента.

Расчет значений функции $F(x)$, строящейся на графике, выполняется аналогично расчету аргумента, например:

$$Y_i := F(x_i).$$

Этим способом построен график на рис.1.

При втором способе явно задается только аргумент. Используется ранжированная переменная x , последовательные значения которой являются значениями аргумента. Если определены начало, конец шкалы и шаг, то согласно формату задания ранжированной переменной

$$x := x_0, x_1 \dots x_N,$$

где x_0, x_1 и x_N – первое, второе и последнее значения на шкале аргумента будущего графика.

Первое и последнее значения ранжированной переменной должны соответствовать минимальному и максимальному значениям аргумента, т.е. началу и концу горизонтальной шкалы. Для выбора их необходимо предварительно проанализировать форму будущего графика. Если это не сделать или выбрать неверно, изображение графика может принять любую форму. Оно не будет соответствовать отображаемой функции.

Второе значение рассчитывается исходя из числа точек на графике. Числом точек на графике задаются исходя из желаемой наглядности графика. Чем больше точек на графике, тем плавней кривая графика, но дольше выполняется программа построения графика.

Дальнейшие действия по построению графика подобны действиям предыдущего пункта. Имя ранжированной переменной задается в поле ввода аргумента графика, а в поле ввода функции графика записывается выражение, описывающее связь между аргументом и функцией графика.

Если это выражение слишком большое, вводить его в поле ввода достаточно неудобно. Тогда рационально заменить его с помощью оператора определенной пользователем функции.

$$Y := F(x).$$

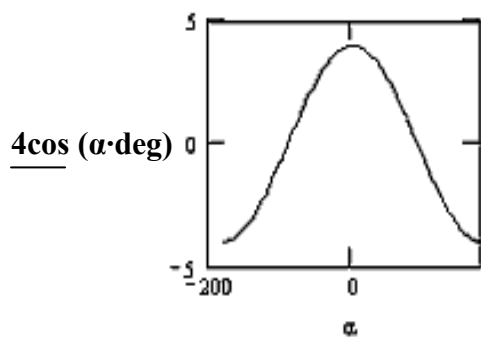
Имя функции, определенной пользователем, вводится в поле вместо выражения. На рис. 1.2 приведено два варианта построения графика описанным способом. Число точек на графике принято равным 100 плюс одна точка, которая получается дополнительно, так как счет начинается с нуля.

Подготовка аргумента $N := 100$

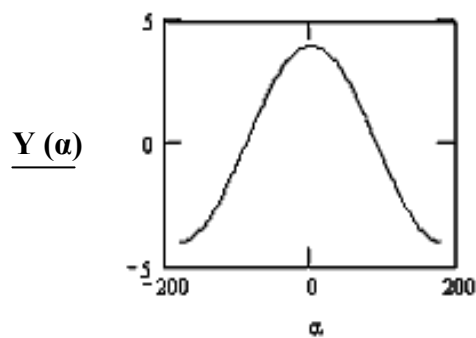
$$\alpha := -180, \left(-180 + \frac{360}{N} \right) .. 180$$

Задание функции – $Y(\alpha) := 4 \cdot \cos(\alpha \cdot \text{deg})$

Построение графика



a)



б)

Рис. 1.2

Этот способ проще, но позволяет строить только графики с линейными шкалами. Он удобен, если данные представлены в виде формулы. Эту формулу можно вписать в поле ввода функции графика как на рис. 1.2, *a* или представить сначала ее в виде функции пользователя как на рис. 1.2, *б*.

Форматирование вида графиков можно выполнить с помощью специальной панели, вызываемой посредством пункта меню **Format/Graph/X-Y_Plot**. Эта панель позволяет управлять общим видом графика, видом осей, типом графика (плавная кривая, точечный график, гистограмма, линейчатый график и др.), цветом и видом линий или точек.

На примере рис. 1.2 график параболы построен дважды. Графики *а)* и *б)* идентичны, но выполнены с разным форматированием. На графике *а)* применен формат **lines**, а на *б)* – **stem**.

Вызывать форматирование удобно двойным щелчком левой клавиши мыши по изображению графика на рабочем поле или через контекстное меню, т.е. щелчком правой кнопки.

Средства обработки данных, представленных в виде графиков, представлены в среде MathCAD двумя пунктами. Пункт **Format/Graph/Trace...** позволяет считывать точные значения координат на готовых графиках с помощью панели **X-Y Trace**. После появления панели надо сделать щелчок левой клавишей мыши в том месте графика, которое надо считать. Точное положение считываемой точки подбирается перемещением мыши с удерживаемой левой клавишей.

С помощью пункта **Format/Graph/Zoom...** можно получать изображения выделенных фрагментов, существующих графиков. При вызове пункта появляется панель **X-Y Zoom**. Наведя указатель мыши на нужный участок графика, следует нажать левую клавишу мыши и, удерживая клавишу, диагональным движением выделить прямоугольную область. После щелчка по кнопке **Ok** выделенный участок растянется на все поле графика.

Графики в полярных координатах являются вторым видом графиков, выполняемых на плоскости (Polar Plot). Для задания точки пространства в полярных координатах используется геометрический вектор, начало которого располагается в начале координат, а вершиной является определяемая точка. В качестве аргумента служит угол между начальным направлением, обычно горизонтальным, и направлением геометрического вектора (аргумент вектора). Функцией в полярных координатах считается длина этого вектора (модуль вектора).

Построение графиков в полярных координатах производится с помощью меню **Insert/Graph/Polar Plot**. На рис. 1.3 приведен пример по-

строения графика в полярных координатах по формуле из предыдущего примера.

Построение графика $\text{Cos}(\alpha)$ в полярных координатах

1. Задание массива значений аргумента:

$$\alpha := -180\text{-deg}, (-180 + 3) \cdot \text{deg}.. 180\text{-deg}$$

2. Построение графика:

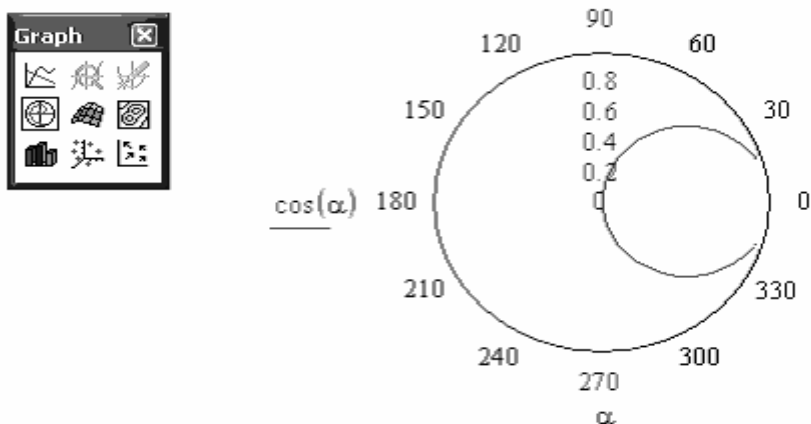


Рис. 1.3

1.2.2. Трехмерные графики

Чтобы создать трехмерный график, требуется нажать кнопку с изображением одного из типов трехмерных графиков на панели инструментов Graph (График). В результате появится пустая область графика с тремя осями (рис.1.4) и единственным полем ввода в нижнем левом углу. В этот поле ввода следует ввести данные, описывающие график.

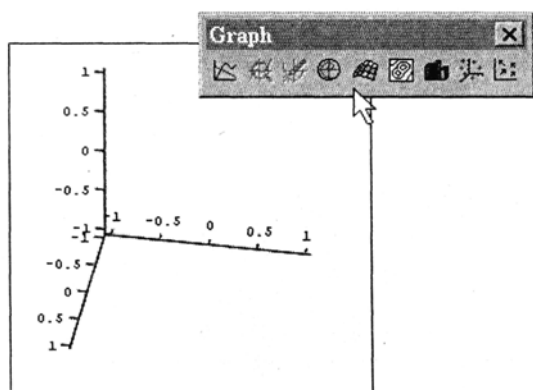


Рис. 1.4

Для трехмерных графиков предусмотрено три основных формата задания входных данных – координат точек графика:

А. Функция пользователя двух переменных – применяется для быстрого построения графиков. Эта функция должна описывать значение координаты Z в зависимости от значений координат X и Y . Расчет массивов координат выполняется

автоматически. Достоинством этого формата является простота, а недостатком – ограниченные возможности.

Б. Матричная переменная – определяет трехмерный график, у которого координата x принимается равной номеру столбца матрицы, координата y – номеру строки, а числовые значения элементов соответствуют координате z .

В. Три векторных или матричных переменных – каждая переменная соответствует своей координате. Наиболее часто применяется в точечных графиках. В других видах графиков этот формат поддерживается не всегда корректно. Номер элемента в векторах задает номер определяемой точки. Векторы должны записываться в поле ввода в круглых скобках через запятую. Если применить матричные переменные, можно строить более сложные трехмерные поверхности [2].

Создавать массивы входных данных можно любым способом, например, так же как и в предыдущем параграфе.

Рассмотрим технику построения трехмерных графиков различных типов с использованием различных способов подготовки данных.

График поверхности **Surface Plot** позволяет графически отобразить функцию двух переменных $Z(x,y)$ в трехмерном пространстве.

Для быстрого построения графика достаточно определить $Z(x,y)$ как функцию пользователя и вписать ее имя в поле ввода графика. Пример такого построения приведен на рис. 1.5.

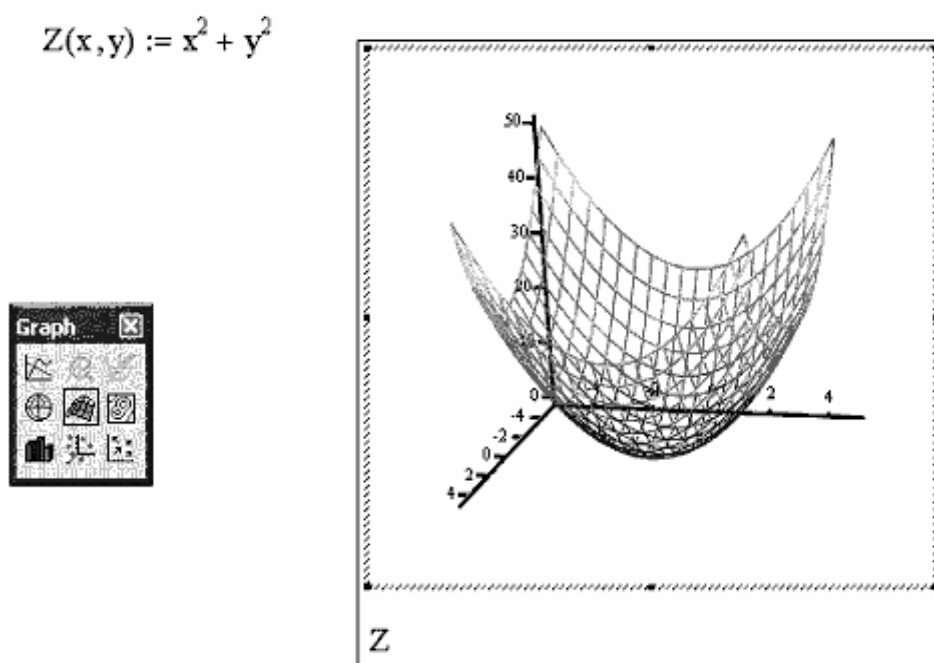


Рис. 1.5

Для удобства наблюдения графика его можно вращать в пространстве вокруг любой из осей. Для вращения надо выбрать точку на поверхности графика, нажать левую клавишу мыши и перемещать ее, удерживая клавишу. Если не удастся повернуть график в желаемое положение, выберите другую точку поверхности графика. Вращением можно придать очень наглядное изображение графика.

Построение графика с использованием функции пользователя не всегда обеспечивает правильное масштабирование. Изменение масштаба можно выполнить ручным форматированием с помощью вкладки **Quick Plot Data**. Форматирование трехмерных графиков значительно богаче, чем у двумерных. Можно управлять типом и цветом линий или осей, вводить дополнительные надписи и источники освещения, убирать невидимые части и т.д.

График линий уровня **Contour Plot** изображает линии пересечения заданной поверхности с горизонтальными секущими плоскостями.

Для примера выполним построение этого трехмерного графика по данным рис.1.5. Для описания поверхности применим матрицу **Z**, которую рассчитаем по методике, аналогичной примененной на рис. 1.1. Пример построения приведен на рис. 1.6.

1. Задание функции: $Z(x, y) := x^2 + y^2$
2. Нумерация значений на осях: $i := 0..20$ $j := 0..20$
3. Расчет шкал: $x_i := -5 + i \cdot 0.5$ $y_j := -5 + j \cdot 0.5$
4. Расчет матрицы аппликант: $Z1_{i,j} := Z(x_i, y_j)$
5. Построение контурного графика:

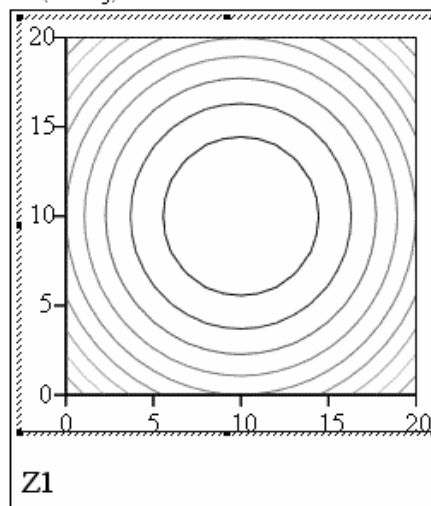


Рис. 1.6

С помощью графика линий уровня можно наглядно представлять распределения различных скалярных физических величин на плоскости. Это может быть распределение температуры на печатной плате или высота земной поверхности на географических картах.

Гистограммы строятся с помощью пункта **3D Bar Plot**. Пример построения гистограммы приведен на рис. 1.7.

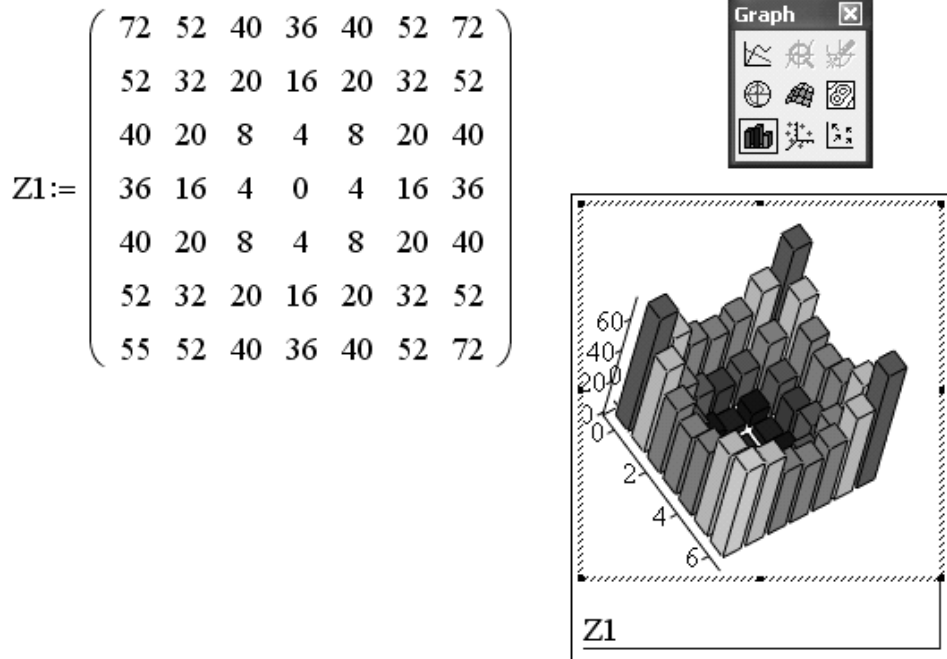


Рис. 1.7

Данные для построения гистограмм готовятся в виде матрицы. Готовить ее можно любым из рассмотренных ранее способов, в т.ч. можно занести их с помощью п. **Insert/Matrix...** ручным способом. На этом графике хорошо видно, что в трехмерных диаграммах графический процессор откладывает на вертикальной оси значения ячеек матрицы, а номера столбцов и строк используются в качестве значений координат X и Y .

Гистограммы широко используются при отображении статистических и экономических данных.

Точечный график вызывается с помощью п. **3D Scatter Plot**. Строить его можно любым из рассмотренных способов.

Изображение обычных трехмерных поверхностей в виде точечного графика часто бывает ненаглядным как на рис. 1.8. По этой причине

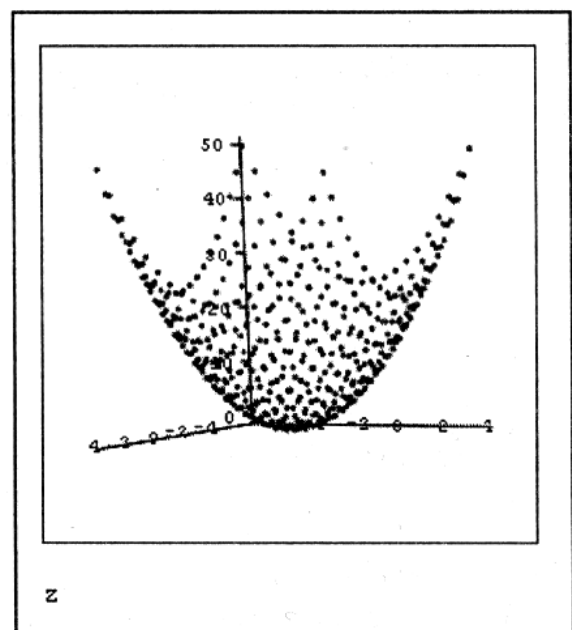


Рис. 1.8

точечный формат чаще используется для изображения пространственных траекторий, называемых в электронике годографами. Пример изображения трехмерного годографа представлен на рис. 1.9.

$$a := 1 \quad b := 2 \quad i := 0..360 \quad \alpha_i := 1 \cdot i \cdot \text{deg} \quad G := 20$$

$$X_i := \frac{-G \cdot (a + b) \cdot \cos(\alpha_i) \cdot \sin(\alpha_i)}{-a} \quad y_i := \frac{G}{-a} \cdot [a - \cos(\alpha_i)^2 \cdot (a + b)] \quad P_i := \frac{G}{a} \cdot (a + b) \cdot \cos(\alpha_i)$$

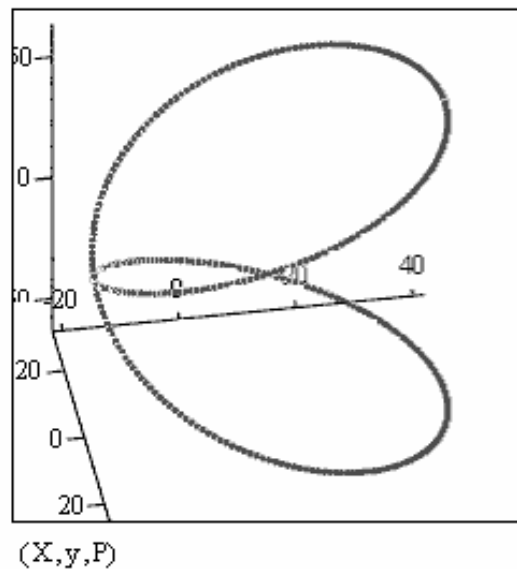


Рис. 1.9

Особенностью примера на рис.1.9 является применение нового формата данных **(X,y,P)**, передаваемых графическому процессору. Здесь в *круглых скобках* задаются три векторных переменных **X**, **y** и **P**. Каждые три элемента из всех трех векторов с одинаковым номером отражают одну точку графика.

Графики векторных полей **Vector Field Plot** удобны для отображения направленных физических величин. Примером такой величины может служить распределение напряженности электромагнитного поля, для которого в каждой точке необходимо задать амплитуду и направление. График движения потока охлаждающего теплоносителя также может представляться векторным графиком. Так как надо задавать распределение одновременно двух величин, матрица **Z** должна быть комплексной величиной. Тогда для каждой точки на плоскости будет изображен вектор, длина которого равна модулю значения соответствующего

элемента матрицы Z , а угол поворота - его аргументу. Пример графика векторного поля приведен на рис. 1.10.

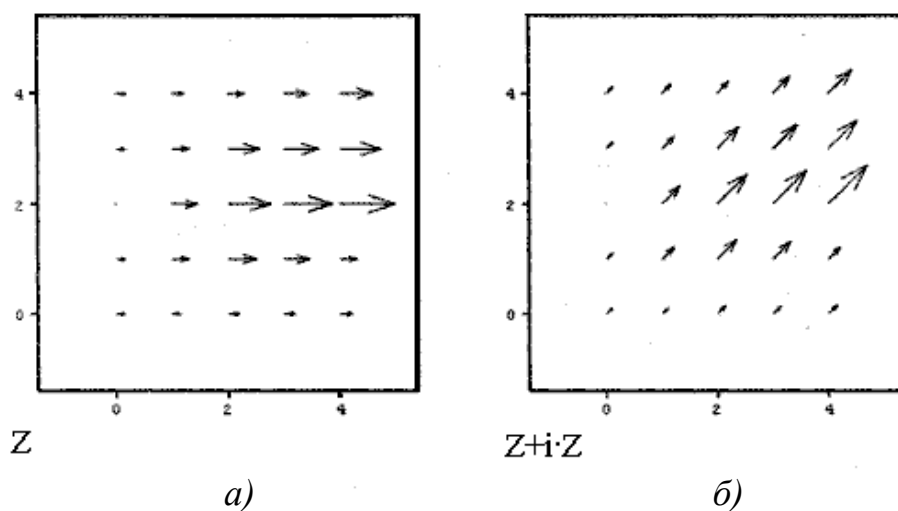


Рис. 1.10.

График, представленный на рис. 1.10, *a*, построен по матрице Z , все элементы которой положительные вещественные числа. По этой причине все векторы графика направлены одинаково, а именно слева направо, что соответствует нулевому углу в полярной системе координат. Длина векторов соответствует значениям чисел в матрице Z . Чтобы вектор некоторой точки повернулся, соответствующий элемент матрицы должен быть комплексным числом. Это продемонстрировано на рис. 1.10, *б*, где в качестве матрицы входных данных использована та же матрица умноженная на комплексное число $1+i$. Так как аргумент этого числа равен 45 градусам, все векторы повернулись на такой же угол.

Форматирование всех трехмерных графиков выполняется с помощью диалогового окна **3-D Plot Format** (Форматирование 3-D графика), которое вызывается через меню **Format/Graph/3D Plot** или двойным щелчком мыши по графику, или через контекстное меню с помощью правой кнопки мыши.

1.3. Лабораторное задание

1. Изучить способы построения двумерных графиков.

1.1. Используя явное задание массивов данных, построить декартов график функции №1 из задания лабораторной работы по изучению основ применения пакета MathCAD [1].

1.2. Изучить форматирование двумерных графиков и построить предыдущий график в формате stem.

1.3. Используя задание массива значений аргумента, построить декартов график функции № 2 из задания лабораторной работы по изучению основ применения пакета MathCAD [1].

2. Построить трехмерные графики по своим примерам. Средствами форматирования графиков придать им наглядный вид. Подготовка данных для каждого графика должна выполняться способом, отличным от примененного при построении графика того же вида в п. 1.2.2:

- график поверхности;
- точечный график;
- столбчатую диаграмму;
- векторную диаграмму. Изображения векторов должны иметь переменный угол наклона и длину.

3. Преобразовать график поверхности в контурный график с помощью панели форматирования.

1.4. Вопросы для самопроверки

1. Какие форматы входных данных применяются при построении двумерных и трехмерных графиков?

2. Что делать, если при быстром построении графиков они получают хаотической формы и не соответствуют заданным формулам?

3. Почему при построении двумерных графиков применяют векторные переменные, а для трехмерных – матричную переменную?

4. Какие значения откладывает графический процессор по осям x и y , если при построении трехмерного графика применяется матричная переменная?

5. Как построить график кривой линии в трехмерном пространстве?

1.5. Рекомендательный библиографический список

1. Основы применения пакета MathCAD при проектировании ЭС : метод. указания к лаб. работе по курсу «Практикум по САПР» / Владим. гос. ун-т ; сост. Г. Д. Давыдов. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 44 с.

2. Дьяконов, В. MathCaD 2001 : учеб. курс / В. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2001. – С. 184 – 231. – ISBN 5-318-00367-2.

Лабораторная работа № 2

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: Изучение методов решения систем уравнений в среде MathCAD. Освоение способов использования MathCAD для анализа режимов по постоянному току электрических цепей электронных средств.

2.1. Подготовка к работе

2.1.1. Состав теоретической подготовки

Данная лабораторная работа рассчитана на два аудиторных занятия по четыре академических часа каждая. Она состоит из двух логически связанных частей. Первая часть посвящена методам решения в среде MathCAD систем уравнений, наиболее применимых в электронике. Во второй части рассматривается технология использования этих методов при анализе электрических схем с использованием MathCAD.

При подготовке к лабораторной работе необходимо по данным методическим указаниям, рекомендованной и математической литературе предварительно проработать следующие вопросы:

- основные понятия систем линейных и нелинейных уравнений;
- методику решения систем линейных и нелинейных уравнений в среде MathCAD методом последовательных приближений;
- методику решения систем линейных уравнений в среде MathCAD методами матричной алгебры;
- основы теории метода узловых потенциалов;
- принцип работы простейшего резистивного усилителя класса А и режим его по постоянному току.

По результатам подготовки требуется составить заготовку отчета в электронной форме. Она должна содержать титульный лист, цель работы, теоретическую часть и лабораторное задание. Теоретическая часть готовится каждым студентом самостоятельно и может содержать краткое описание основных приемов работы с пакетом и его свойств, которые студенту представляются наиболее важными и могут помочь при защите лабораторной работы. Текст теоретической части пишется студентом на основании его знаний приобретенных в процессе подготовки к лабораторной работе, копирование материалов других авторов не допускается.

2.1.2. Варианты лабораторного задания

Предполагается выполнение каждым студентом собственного варианта. Исходные данные по вариантам приведены в таблицах вариантов заданий (табл. 2.1). Номер варианта соответствует номеру фамилии студента в учебном журнале академической группы.

Таблица 2.1

Варианты заданий						
№ п/п	E_p , В	Схема, рис.	R1, кОм	R2, кОм	R3, кОм	Rk, кОм
1	5	2.1	5	2	0,5	2
2	15	2.2	10	12	3	-
3	10	2.3	7	4	1	1
4	8	2.1	6	3	0,6	1
5	20	2.2	15	12	3	-
6	18	2.3	10	3	1	1
7	7	2.1	4	2	0,3	1
8	6	2.2	7	8	3	-
9	5	2.3	4	2	0,5	1
10	10	2.1	7	3	1	2
11	12	2.2	8	9	2	-
12	3	2.3	3	1	0,6	2
13	16	2.2	12	10	4	-
14	14	2.1	8	4	0,8	1,5
15	7	2.2	15	15	2	-
16	12	2.3	5	12	3	2
17	17	2.1	8	3	0,5	2
18	12	2.2	6	8	3	-
19	5	2.3	4	1,5	0,2	0,4
20	3	2.1	3	1,4	0,3	0,5
21	10	2.2	9	7	1	-
22	4	2.3	4	2	0,3	0,2
23	3	2.1	4	2	0,4	2
24	6	2.2	3	4	1	-
25	3	2.3	3	2	0,1	0,2
26	7	2.1	8	4	0,6	1,5
27	5	2.2	8	7	2	-
28	12	2.3	5	2	1	0,3
29	4	2.1	7	3	0,5	2
30	6	2.2	6	6	2	-

Во всех вариантах заданий используется кремниевый транзистор с напряжением отпираания линеаризованной вольтамперной характеристики $E_{B0}=0,75В$. Схемы вариантов исследуемого каскада приведены на рис. 2.1 – 2.3.

Эквивалентная схема транзистора представлена в подп. 2.2.2, а значения параметров ее элементов приведены в таблице параметров транзистора (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Параметры транзистора

№ п/п	I_{k0} , мкА.	B	r_{b1} , Ом.	r_{b2} , Ом.	r_k , Ом.	R_{ki} , кОм.	r_e , Ом.	C_{k0} , пФ.	C_{e0} , пФ.	E_{b0} , В.
1	1	50	40	30	20	300	20	10	100	0,75
2	0,2	40	50	0	50	60	15	30	220	0,75
3	0,3	50	50	70	20	50	50	15	120	0,75
4	0,4	60	30	0	10	30	25	20	150	0,75
5	0,05	30	70	50	40	53	40	5	50	0,75
6	0,06	70	20	40	30	80	20	8	75	0,75
7	0,7	70	20	-	15	40	20	12	80	0,75
8	0,08	50	20	40	20	25	40	23	200	0,75
9	0,2	30	0	30	4	30	35	40	450	0,75
10	0,5	40	50	60	30	100	15	21	200	0,75
11	0,11	70	40	0	60	50	50	10	80	0,75
12	0,3	70	20	10	3	20	10	8	90	0,75
13	0,13	100	0	40	20	30	40	4	45	0,75
14	0,3	70	20	-	10	30	30	3	40	0,75
15	0,16	20	70	60	20	40	50	5	50	0,75
16	0,5	40	20	20	4	20	10	15	130	0,75
17	0,2	60	25	15	10	25	20	20	250	0,75
18	0,18	25	90	80	30	60	35	6	50	0,75
19	1	50	15	20	12	25	15	12	100	0,75
20	1	40	10	10	5	10	17	4	30	0,75
21	0,20	80	60	0	60	70	50	9	100	0,75
22	0,5	40	9	4	2	10	5	15	130	0,75
23	0,08	50	20	-	3	9	10	12	110	0,75
24	0,24	30	30	50	90	100	37	20	220	0,75
25	1	70	5	0	2	6	40	10	110	0,75
26	0,3	70	20	-	10	30	30	30	200	0,75
27	0,3	40	0	30	25	30	17	4	35	0,75
28	0,05	40	20	20	4	20	10	25	200	0,75
29	0,2	40	50	60	30	100	15	2	20	0,75
30	0,3	40	20	0	30	40	25	14	130	0,75

В таблице параметров использованы следующие обозначения:

I_{k0} – тепловой ток коллектора;

B – коэффициент усиления транзистора по току;

r_{b1} – сопротивление периферийной области базы транзистора;

r_{b2} – сопротивление активной области базы транзистора;
 r_k – сопротивление цепи коллектора;
 R_{ki} – сопротивление утечки;
 r_e – сопротивление цепи эмиттера;
 C_{k0} – емкость коллекторного перехода;
 C_{e0} – емкость эмиттерного перехода;
 E_{b0} – напряжение отпирания транзистора.

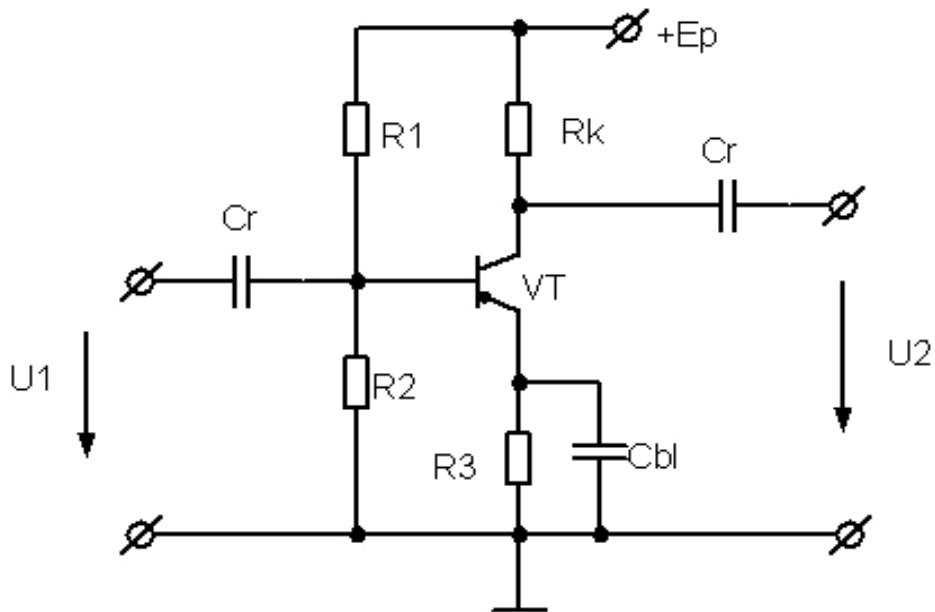


Рис. 2.1

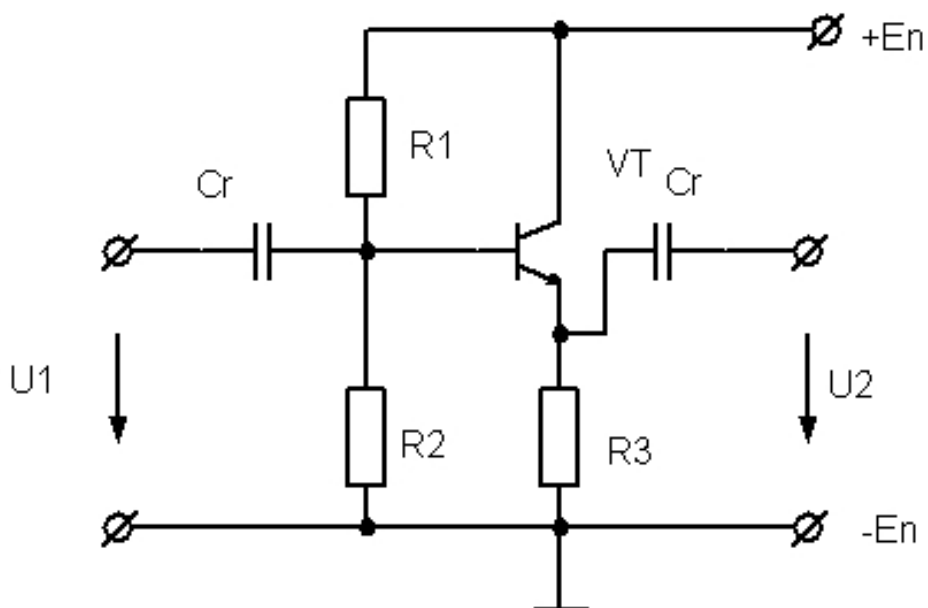


Рис. 2.2

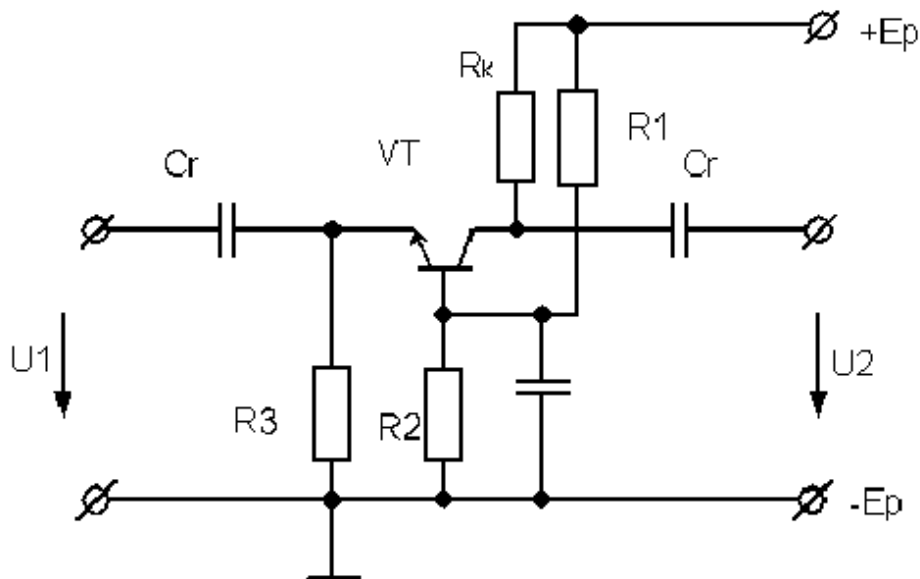


Рис. 2.3

2.2. Основные теоретические положения

2.2.1. Решение систем нелинейных уравнений

В среде MathCAD имеется несколько встроенных функций, на основе которых можно решать системы нелинейных уравнений. К ним относятся функции: Find, Minerr, Root и др. В данной работе изучается применение функции Find как обладающей наибольшими возможностями.

Для решения систем нелинейных и линейных уравнений с помощью функции Find в MathCAD предусмотрен специальный вычислительный блок, состоящий из четырех логических частей, записываемых последовательно:

- определение исходных данных и начальных значений отыскиваемых неизвестных;
- Given – ключевое слово, отмечающее начало записи системы уравнений;
- система уравнений;
- Find(x_1, x_2, \dots, x_m) – встроенная функция для решения системы относительно неизвестных x_1, x_2, \dots, x_m .

В первой части обязательным действием является задание начальных значений отыскиваемых неизвестных. Это обусловлено использованием в функции Find численных методов, которые ищут решение путем последо-

вательного расчета приближенных решений с уточнением их на каждой последующей итерации [1, с. 210]. Эти значения используются как исходные на первой итерации. С них начинается поиск решения. Если система имеет единственное решение, величины начальных значений не влияют на конечный результат и могут задаваться произвольно. При наличии нескольких корней функция Find находит только один из них. Выбор начальных значений определяет, к какому из возможных решений приведет последовательность приближений.

Процесс решения может завершаться неудачей в двух случаях: при отсутствии корней системы и при отсутствии сходимости итерационного процесса. Чтобы избежать бесполезных потерь времени на поиски отсутствующего решения необходимо проводить анализ системы на наличие и число корней. Этот анализ индивидуален и достаточно сложен, но только он позволяет сделать вывод о принципиальной возможности решения и оправдать дальнейшие усилия. Если имеется уверенность в наличии корней, но сходимость вызывает сомнения, то можно попробовать применить другой метод последовательных приближений и другие начальные значения неизвестных. Для замены метода надо:

- вызвать контекстное меню щелчком правой кнопки мыши по функции Find;
- навести маркер на пункт Nonlinear и по положению точки узнать применяемый по умолчанию метод;
- установить новый метод щелчком левой кнопки мыши по соответствующему пункту.

Возможно использование трех методов последовательного приближения: Conjugate Gradient (Сопряжение градиентов), Quasi-Newton (Квази-Ньютоновский) и Levenberg-Maquardt (Левенберга). По умолчанию производится автоматический выбор метода. После ручной установки метода применяется только заданный пользователем метод. Чтобы вернуться к автоматическому выбору, надо установить галочку в пункте AutoSelect в контекстном меню.

Определение в первой части исходных данных и констант, которые могут потребоваться для удобства последующей записи уравнений, не является обязательным.

Запись системы в третьей части вычислительного блока производится в виде последовательности логических выражений. Это означает, что вместо привычного знака равенства надо использовать оператор логиче-

ского равенства. Вводить его можно с инструментальной панели **Boolean** или с клавиатуры одновременным нажатием двух клавиш <Ctrl>+<=>. В среде MathCAD кроме равенства могут использоваться и условия типа больше или меньше в специальных задачах.

Конец вычислительного блока математический процессор MathCAD распознает по наличию в очередном выражении встроенной функции Find. Результатом вычислений этой функции является векторная переменная, содержащая значения неизвестных, соответствующих найденному решению. В качестве аргументов функции Find задаются переменные, использованные в качестве неизвестных.

Рассмотрим пример решения системы нелинейных уравнений методом последовательных приближений. Пусть требуется решить систему уравнений

$$\begin{aligned} X + Y^2 - 3 &= 0; \\ 3X + 2 \cos(Y) &= 0. \end{aligned}$$

Для анализа числа корней эта система в графической форме представлена на рис. 2.4 в виде функций пользователя, отражающих связи между неизвестными X и Y . По ним построены графики, которые показывают траектории возможных решений. Решения располагаются в точках пересечения кривых.

$$X1(Y) := 3 - Y^2 \qquad X2(Y) := \frac{-2}{3} \cdot \cos(Y)$$

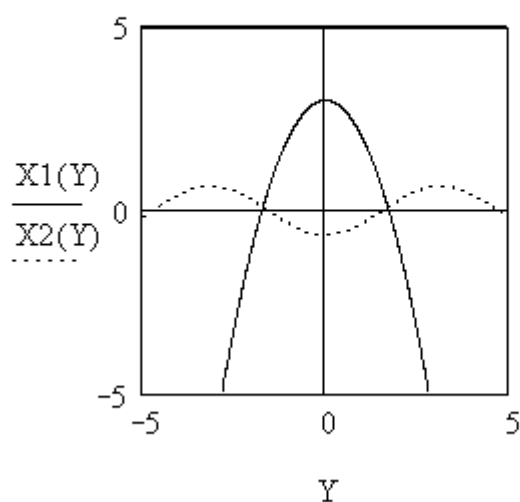


Рис. 2.4

Из графиков видно, что система имеет два корня. На рис. 2.5 представлено решение системы.

```

X := 1    Y := 1
Given
X + Y2 - 3 = 0
3·X + 2·cos(Y) = 0

Otv := Find(X, Y)

Ответ:
X := Otv0    Y := Otv1    X = 0.09
Y = 1.706

```

Рис. 2.5

Начальные значения неизвестных практически произвольно приняты равными единице. Полученный корень соответствует правой точке пересечения на графике рис. 2.4. Чтобы отыскать второй корень можно поменять начальные значения неизвестных. На рис. 2.6 представлено решение, приводящее ко второму корню.

```

X := 1    Y := -1
Given
X + Y2 - 3 = 0
3·X + 2·cos(Y) = 0

Otv := Find(X, Y)

Ответ:
X := Otv0    Y := Otv1    X = 0.09
Y = -1.706

```

Рис. 2.6

Для окончательного завершения решения необходимо выполнить проверку полученных результатов путем подстановки корней в уравнения. Возможный пример проверки представлен на рис. 2.7.

Проверка

$$X = 0.09$$

$$Y = -1.706$$

$$X + Y^2 - 3 = -1.65 \times 10^{-7}$$

$$(3 \cdot X + 2 \cdot \cos(Y)) = -8.653 \times 10^{-9}$$

Рис. 2.7

2.2.2. Решение систем линейных уравнений

Системой линейных уравнений называют совокупность уравнений вида

$$\begin{aligned} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \dots + a_{1,j}x_j + \dots + a_{1,N}x_N &= b_1; \\ a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \dots + a_{2,j}x_j + \dots + a_{2,N}x_N &= b_2; \\ &\dots \\ a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \dots + a_{i,j}x_j + \dots + a_{i,N}x_N &= b_i; \\ &\dots \\ a_{N,1}x_1 + a_{N,2}x_2 + \dots + a_{N,j}x_j + \dots + a_{i,N}x_N &= b_N. \end{aligned}$$

Здесь $a_{i,j}$ – постоянные коэффициенты при неизвестных x_j ;

b_i – свободные члены уравнений.

Такая система уравнений имеет одно единственное решение, если она не содержит линейно зависимых уравнений и число неизвестных переменных равно числу уравнений.

Очевидно, что эта форма записи вполне соответствует форме уравнений решаемых по методу последовательных приближений и может решаться с помощью вычислительного блока Given-Find. Практически более удобно решать систему линейных уравнений в матричной форме.

В матричной форме такую систему можно записать как

$$A \cdot X = B,$$

где A – матрица коэффициентов уравнений $a_{i,j}$ размерностью $N \times N$, X – вектор неизвестных, B – вектор правых частей уравнений.

Решение этой системы в матричной форме находится с помощью уравнения

$$X = A^{-1} \cdot B,$$

где A^{-1} – обращенная матрица A .

Ввод матриц и векторов в MathCAD можно выполнить с помощью пункта главного меню **Insert/Matrix...**. С помощью панели, приведенной на рис. 2.8, задается размер матрицы.

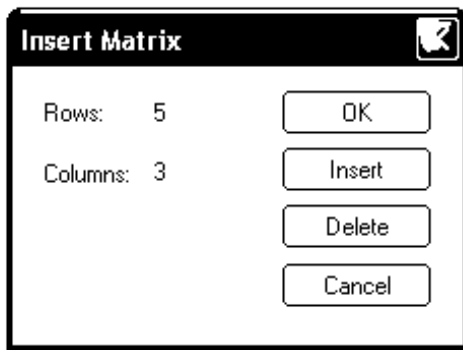


Рис. 2.8

В поле **Rows** надо задать число строк в матрице, а в поле **Columns** – число столбцов. В примере задано пять строк и три столбца. Для матрицы A число строк и столбцов берется одинаковое и равно N . Для вектора правых частей задается N строк и один столбец.

После щелчка левой кнопки мыши по клавише **Ok** на рабочем поле пакета в позиции ввода появится изображение матрицы с черными полями ввода как это приведено на рис. 2.9.

$$X := \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$

Рис. 2.9

В каждое поле ввода матрицы A вводится соответствующее значение $a_{i,j}$, а в поля вектора B – значение b_i .

Задание обращенной матрицы A^{-1} в среде MathCAD выполняется с помощью инструментальной панели **Matrix** оператором, обозначенным символом X^{-1} . Можно также просто возвести в степень -1 переменную, содержащую матрицу. Математический процессор автоматически опознает вид переменной и производит обращение матрицы.

На рис. 2.10 приведен пример решения линейной системы методом последовательных приближений, а на рис. 2.11 – в матричной форме.

Пусть требуется решить систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} 2 \cdot X_1 + 5 \cdot X_4 + X_2 - 3 &= 0 \\ X_3 - X_2 + 7 \cdot X_1 &= 6 \\ 4 - X_3 &= 2 \cdot X_5 \\ 3 \cdot X_1 - 7 \cdot X_2 + 11 \cdot X_3 - X_4 + 4 \cdot X_5 &= 17 \\ X_3 + X_5 &= 0 \end{aligned}$$

Данная система линейно независима и имеет единственное решение

РЕШЕНИЕ

Методом последовательных приближений:

$$X_1 := 0 \quad X_2 := 0 \quad X_3 := 0 \quad X_4 := 0 \quad X_5 := 0$$

Given

$$2 \cdot X_1 + 5 \cdot X_4 + X_2 - 3 = 0$$

$$X_3 - X_2 + 7 \cdot X_1 = 6$$

$$4 - X_3 = 2 \cdot X_5$$

$$3 \cdot X_1 - 7 \cdot X_2 + 11 \cdot X_3 - X_4 + 4 \cdot X_5 = 17$$

$$X_3 + X_5 = 0$$

$$O1 := \text{Find}(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$$

$$O1 = \begin{pmatrix} 0.507 \\ -6.452 \\ -4 \\ 1.688 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.10

Методами матричной алгебры

Переписать уравнения в канонической форме

$$\begin{aligned}2 \cdot X_1 + 1 \cdot X_2 + 0 \cdot X_3 + 5 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5 &= 3 \\7 \cdot X_1 - 1 \cdot X_2 + 0 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5 &= 6 \\0 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 + 0 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 2 \cdot X_5 &= 4 \\3 \cdot X_1 - 7 \cdot X_2 + 11 \cdot X_3 - 1 \cdot X_4 + 4 \cdot X_5 &= 17 \\0 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 + 0 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 1 \cdot X_5 &= 0\end{aligned}$$

Составить матрицу коэффициентов и вектор свободных членов и решить матричное уравнение

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 7 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & -7 & 11 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \\ 17 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$X := A^{-1} \cdot B$$

$$\text{Ответ: } X = \begin{pmatrix} 0.507 \\ -6.452 \\ -4 \\ 1.688 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.11

2.2.3. Анализ режима усилительного каскада по постоянному току

Цель анализа режима покоя каскадов электронных устройств – определение постоянных токов и напряжений элементов схемы при отсутствии входного сигнала. По этим значениям можно оценить принципиальную возможности усиления сигналов каскадом, возможную величину выходных колебаний, тепловыделение в элементах и другие параметры схемы.

Наиболее важен режим работы активного элемента, на котором построен каскад. Ниже рассматривается порядок расчета реального узла электронного устройства на примере усилительного каскада с биполярным транзистором.

Анализ основывается на принципиальной электрической схеме каскада. При этом для расчетов применяются основные законы и методы теории электрических цепей: законы Ома и Кирхгофа, методы контурных токов и узловых потенциалов. В данном случае они используются в простейшем виде, соответствующем цепям постоянного тока, но и при анализе прохождения гармонических колебаний, приведенная ниже технология вполне применима. Эти методы используют в своих уравнениях идеализированное представление элементов, отражающих исследуемый процесс.

Преобразование принципиальной электрической схемы к эквивалентной

В принципиальных электрических схемах элементы описываются с позиции конструкции, т.е. в первую очередь указываются тип элемента как комплектующего изделия, производитель и номинальный параметр. Только часть этих сведений может участвовать в электрическом расчете. При этом может требоваться коррекция данных с учетом электрических режимов, частотного диапазона и др. Чтобы произвести численный анализ схемы необходимо реальную схему заменить эквивалентной.

Эквивалентная схема должна быть составлена так, чтобы она достаточно точно соответствовала работе реальной, с точки зрения исследуемого процесса, но содержала бы только идеализированные электрические элементы и их параметры. Эти параметры можно найти в описаниях комплектующих или в литературе. Если для замены реальных элементов использовать полные описания всех их свойств, эквивалентная схема может получиться неоправданно усложненной. Поэтому следует внимательно оценивать величину влияния каждого параметра на исследуемый процесс и отбрасывать параметры и элементы, влияние которых на результат можно считать незначительным.

Порядок анализа рассмотрим на примере простейшего усилителя собранного по схеме рис. 2.12.

Будем для примера считать, что элементы схемы усилителя имеют следующие параметры:

$$R1 := 10 \cdot 10^3 \quad R2 := 3 \cdot 10^3 \quad Rk := 2 \cdot 10^3 \quad E_p := 10$$

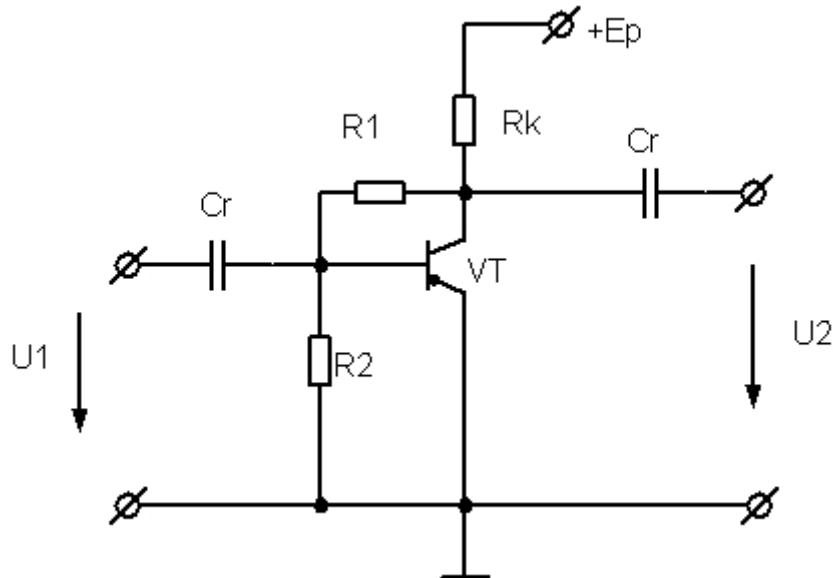


Рис. 2.12

Эквивалентную схему получают путем поэтапных преобразований принципиальной схемы. На каждом этапе производится только однообразные типовые преобразования. Схема обязательно перерисовывается. Такой подход позволяет значительно уменьшить число возможных ошибок.

На **первом** этапе необходимо проанализировать качественное влияние каждого элемента на работу всей схемы в исследуемом режиме и упростить схему удалением элементов, практически не влияющих на работу схемы.

Элементы, токи в которых пренебрежимо малы, могут быть заменены разрывом на соответствующем участке схемы. Если ток элемента имеет существенное значение, но падение напряжения на нем настолько мало что не влияет на работу схемы, его можно заменить проводником.

Для упрощения схемы можно учесть зависимость сопротивления элементов от частоты. В данном случае рассчитывается режим покоя по постоянному току, т.е. при отсутствии или малой амплитуде напряжения $U1$. Схему можно считать линейной и влиянием переменных токов на режим по постоянному току можно пренебречь.

В этом случае влияние конденсаторов скажется только в виде незначительной утечки через диэлектрик изоляции пластин. Он может быть заменен сопротивлением большой величины. Так как конденсаторы, используемые в электронной аппаратуре, отличаются высоким качеством изоляции можно этим эффектом пренебречь и удалить их из схемы, заменяя конденсаторы просто разрывом и пренебрегая утечкой.

Катушки индуктивности и трансформаторы на постоянном токе не создают ЭДС самоиндукции и взаимной индукции, поэтому их влияние сводится к эффекту омического сопротивления проводов обмоток, и они могут на постоянном токе заменяться сопротивлениями. Чаще всего это сопротивление много меньше сопротивления других элементов схемы, соединенных с катушками последовательно. В этом случае катушки на эквивалентной схеме следует заменять перемычками.

Резисторы на постоянном и переменном токе средних частот ведут себя примерно одинаково. На эквивалентной схеме они заменяются сопротивлением равным номинальному значению. Отличия наблюдаются только на высоких и сверхвысоких частотах при неудачном выборе типа резистора или при повышенных требованиях к точности анализа.

Источники постоянных напряжений и токов заменяются эквивалентными схемами, содержащими соответствующий идеализированный источник и внутреннее сопротивление.

Если внутреннее сопротивление источника очень мало или велико, им можно пренебрегать. Реальный источник напряжения, имеющий очень малое выходное сопротивление, близок по свойствам к идеализированному источнику напряжения. Реальный источник с очень большим выходным сопротивлением по свойствам ближе к идеализированному источнику тока, поэтому его удобно заменять идеализированным источником тока.

Эквивалентная схема рассматриваемого усилителя после упрощения примет вид, представленный на рис. 2.13.

Эта схема по постоянному току идентична исходной, но она существенно проще и удобней для анализа. К сожалению, она содержит транзистор, который в таком не формализованном виде не может участвовать в расчетах. Его ролью в работе схемы нельзя пренебречь.

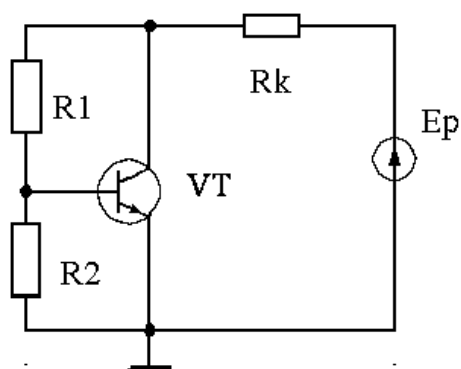


Рис.2.13

На **втором** этапе надо заменить эквивалентными схемами элементы, описания которых недостаточно формализовано. В данной схеме это транзистор. Для анализа работы транзистора на постоянном токе в активном режиме можно использовать, например, Т-образную эквивалентную схему биполярного транзистора, изображенную на рис. 2.14.

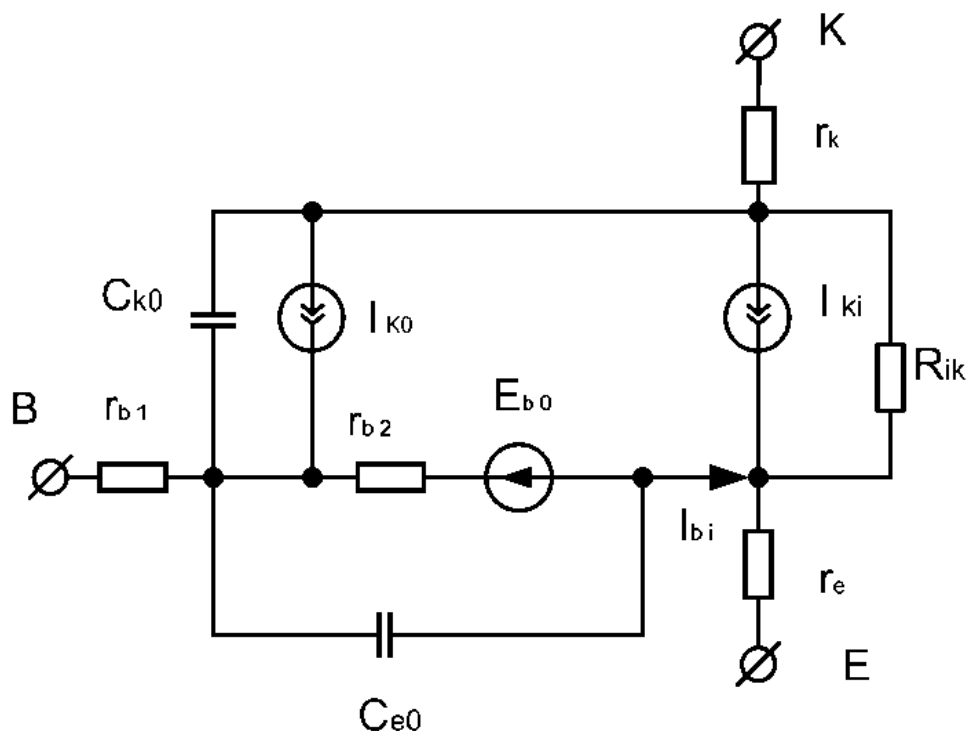


Рис. 2.14

Здесь r_{b1} , r_{b2} – объемные сопротивления периферийной и активной областей базы;

r_k – сопротивление контактного перехода коллекторной области;

R_{ik} – внутреннее сопротивление транзистора;

r_e – сопротивление эмиттера;

I_{k0} – тепловой ток коллекторного перехода. Считаем $I_{k0}=1$ мкА;

E_{b0} – напряжение отпирания транзистора, оно соответствует точке перегиба передаточной вольт-амперной характеристики, аппроксимированной прямыми линиями. В лабораторной работе для всех вариантов транзистор считается кремниевым и принимается $E_{b0}=0,75$ В;

I_{bi} – ток внутренней (активной области) базы транзистора;

$I_{ki}=V \times I_{bi}$ – ток коллектора транзистора, порождаемый током инжекции эмиттерного перехода, который в первом приближении пропорционален току внутренней базы транзистора I_{bi} ;

β – коэффициент усиления транзистора по току в схеме с общим эмиттером.

Эта схема содержит только идеализированные элементы и ее можно вставить в эквивалентную схему усилителя вместо транзистора. В результате получаем схему рис. 2.15, пригодную для расчетов известными методами теоретической электротехники.

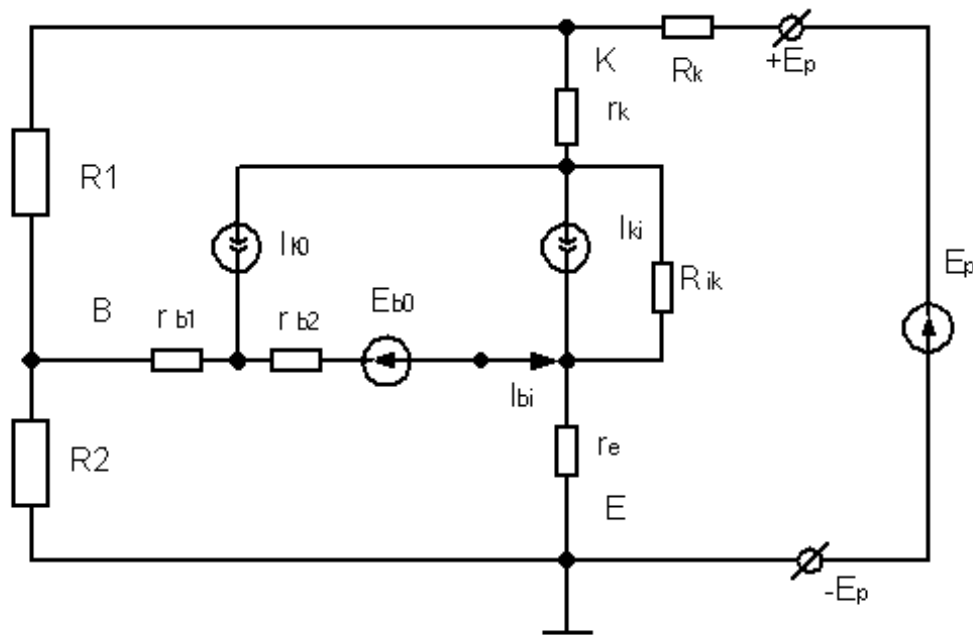


Рис. 2.15

Параметры эквивалентной схемы транзистора, использованные в рассматриваемом примере (см. рис. 2.12):

$$\begin{aligned}
 r_{b1} &:= 27 & r_{b2} &:= 40 & r_k &:= 10 & r_e &:= 25 & R_{ik} &:= 25 \cdot 10^3 \\
 I_{k0} &:= 10^{-5} & E_{b0} &:= 0.75 & \beta &:= 100
 \end{aligned}$$

Расчет узловых потенциалов

Расчет электрических схем в среде MathCAD удобно выполнять с помощью метода узловых потенциалов. Ниже приведен возможный порядок расчетов с необходимыми пояснениями из теории метода узловых потенциалов.

А. Преобразовать источники напряжения в источники тока с помощью теоремы об эквивалентном генераторе.

Метод узловых потенциалов требует, чтобы на схеме присутствовали только источники тока и не допускает наличия источников напряжения.

Согласно теореме об эквивалентном генераторе *реальный источник* может быть представлен в любой из двух эквивалентных схем, изображенных на рис. 2.16. Обе схемы совершенно равноправны, и можно переходить от одной к другой в зависимости от конкретных требований применяемой методики расчета.

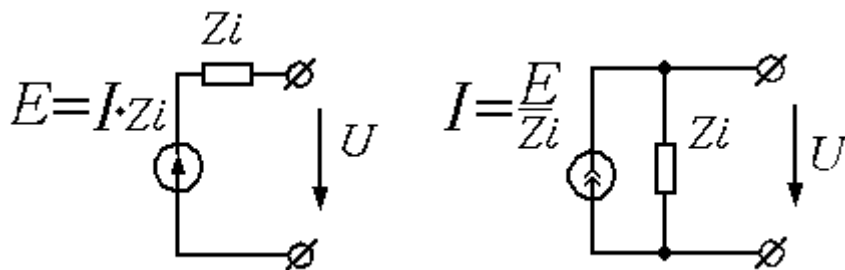


Рис. 2.16

Здесь E , I – эквивалентные идеализированные источники;

Z_i – внутреннее сопротивление реального источника.

Важной особенностью теоремы является то, что она справедлива только для *реальных источников* и непосредственно не может применяться к отдельно взятому идеализированному источнику. Поэтому необходимо сначала идеализированный источник дополнить внутренним сопротивлением и применять теорему к получившемуся реальному источнику. Если естественное внутреннее сопротивление источника отсутствует, можно добавить его искусственно, включив в схему дополнительное сопротивление с параметрами, не влияющими на распределение токов и напряжений в ветвях электрической цепи. Идеализированный источник напряжения можно представить как реальный, но с малым внутренним сопротивлением. Это сопротивление должно быть таким, чтобы падение напряжения на нем было заведомо меньше допустимой погрешности задания напряжения источника. С другой стороны величину внутреннего сопротивления нельзя выбирать слишком малой вследствие ограниченной точности вычислений в подпрограммах среды MathCAD. Практически принятая по умолчанию точность расчетов дос-

таточно, если падение напряжения на внутреннем сопротивлении составляет около $10^{-2} - 10^{-3}$ от напряжения источника.

На данной схеме 2.15 имеется два источника напряжения E_{b0} и E_p . В обоих случаях заменяем их эквивалентными источниками тока (см. рис. 2.13). Сначала подбираем элементы, которые можно использовать как внутренние сопротивления эквивалентных генераторов. В первом случае можно воспользоваться имеющимся сопротивлением r_{b2} . Во втором случае R_k не желательно использовать в качестве внутреннего сопротивления источника, так как точку подключения E_p желательно сохранить для контроля правильности расчетов. Для приведения этого идеализированного источника к реальному можно искусственно ввести дополнительное пренебрежимо малое внутреннее сопротивление $R_p=0,1$ Ом. После замены источников получаем схему рис. 2.17

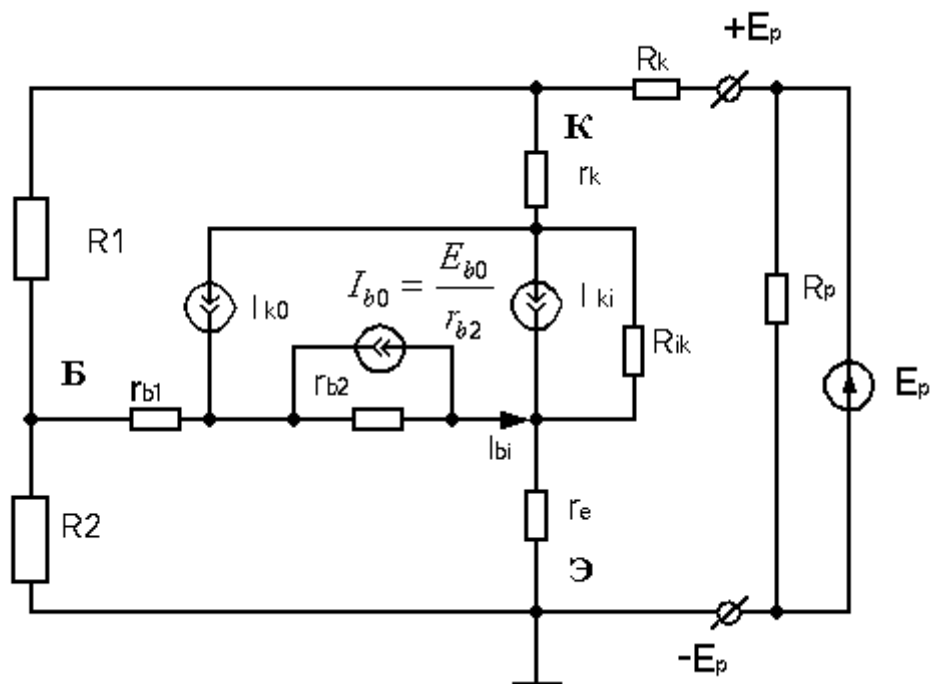


Рис. 2.17

Б. Выбрать нулевой узел и пронумеровать все остальные узлы по порядку, проставляя номера узлов на схеме. В качестве нулевого узла реальных схем электронных устройств удобно выбирать узел, соединенный с нулевым проводом.

При выделении узлов следует помнить, что все точки схемы, соединенные проводниками без элементов, считаются одним узлом.

В. Задаться направлением действия узловых потенциалов. Принципиально направление можно выбирать произвольно, однако в этом случае усложняются правила определения знаков элементов уравнений, и увеличивается число ошибок. Рекомендуется для всех узлов выбирать направление от данного узла к нулевому. На схеме рис. 2.18 около каждого узла проставлен его номер и стрелка, направленная сверху вниз и обозначающая направление действия напряжения узла.

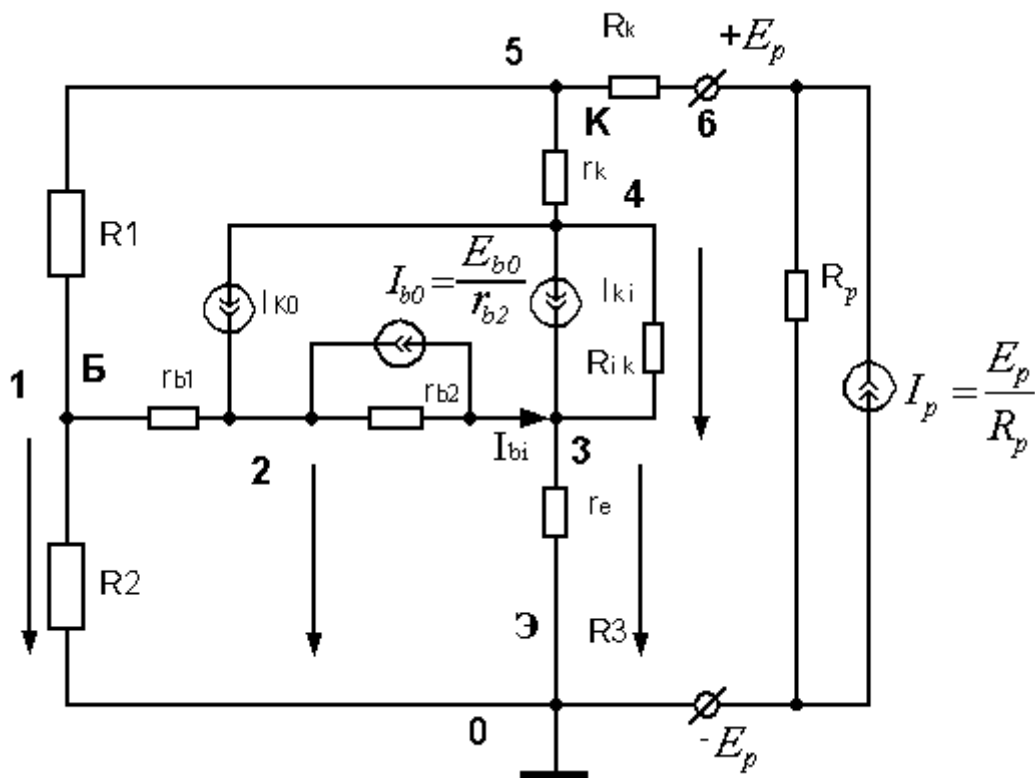


Рис. 2.18

Приведенные ниже правила определения знаков коэффициентов системы уравнений соответствуют именно таким рекомендациям по выбору нулевого узла и заданию полярности узловых потенциалов. При других вариантах выбора знаки могут получиться неправильными.

Направления токов на правила составления системы узловых уравнений не влияют, поэтому их можно выбирать произвольно. Надо только при расчете токов действующее на ветви напряжение брать как разность потенциала узла, из которого ток вытекает, и потенциала узла, в который он втекает согласно заданному направлению. Если последнее не будет соответствовать фактическому направлению, ток получится со знаком минус.

Чтобы результаты расчетов были наглядными, направления токов предпочтительно принимать с учетом физических процессов в схеме.

Г. Составить систему линейных уравнений по методу узловых потенциалов.

Метод узловых потенциалов предполагает, что для каждого узла, кроме нулевого, составляется узловое уравнение. Все вместе они образуют систему линейно-независимых уравнений, которая в канонической форме имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 Y_{1,1} \cdot U_1 + Y_{1,2} \cdot U_2 + \dots + Y_{1,j} \cdot U_j + \dots + Y_{1,N} \cdot U_N &= I_1; \\
 Y_{2,1} \cdot U_1 + Y_{2,2} \cdot U_2 + \dots + Y_{2,j} \cdot U_j + \dots + Y_{2,N} \cdot U_N &= I_2; \\
 &\dots \\
 Y_{i,1} \cdot U_1 + Y_{i,2} \cdot U_2 + \dots + Y_{i,j} \cdot U_j + \dots + Y_{i,n} \cdot U_N &= I_i; \\
 &\dots \\
 Y_{N,1} \cdot U_1 + Y_{N,2} \cdot U_2 + \dots + Y_{N,j} \cdot U_j + \dots + Y_{N,n} \cdot U_N &= I_N.
 \end{aligned}$$

Здесь $U_1 \dots U_N$ – узловые потенциалы, т.е. напряжения на узлах относительно нулевого узла, являющиеся неизвестными системы уравнений;

$Y_{i,j}$ – коэффициенты при неизвестных. Они имеют размерность проводимости и определяются проводимостями ветвей подключенных к i -му узлу. В цепях постоянного тока проводимости вещественные числа. В цепях переменного тока узловые проводимости могут быть комплексными числами;

I_i – узловые токи.

В методе узловых потенциалов в зависимости от способа определения существует два вида узловых проводимостей.

Проводимости Y_{ii} , у которых номер столбца равен номеру строки, называются *собственными проводимостями* узлов. Собственные проводимости находятся на диагонали матрицы проводимостей, и часто зовутся диагональными элементами. Численно собственная проводимость Y_{ii} узла i равна сумме проводимостей всех ветвей, подключенных к данному узлу. Собственные проводимости узлов вставляются в уравнения со знаком плюс.

Проводимости Y_{ij} , у которых номер столбца не равен номеру строки ($i \neq j$), называются *взаимными проводимостями* узлов. Номер столбца оп-

ределает номер узла, с которым i -ый узел взаимодействует через взаимную проводимость. Под взаимной проводимостью понимают сумму проводимостей ветвей, подключенных одним концом к данному узлу, а другим к узлу с номером равным номеру столбца. Взаимные проводимости берутся в уравнении и в матрице всегда со знаком минус. Если между двумя узлами нет общих ветвей, соответствующая взаимная проводимость приравнивается к нулю.

Для облегчения составления матрицы следует учитывать, что все взаимные проводимости обязательно присутствуют в собственной проводимости узлового уравнения, поэтому при записи взаимных проводимостей можно не просматривать каждый раз всю схему, а брать проводимости из выражений собственных проводимостей.

Узловые токи образуют правые части уравнений, не содержащие неизвестных. Узловой ток i -го узла равен *сумме токов всех источников тока*, которые подключены к узлу. С учетом принятых направлений узловых потенциалов втекающий ток источника берется со знаком плюс, а вытекающий со знаком – минус.

Система уравнений, составленная по схеме рис. 2.18, представлена в формате MathCAD (рис. 2.19).

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{R_1} \right] \cdot U_1 - \frac{1}{r_{b1}} \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - \frac{1}{R_1} \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 = 0 \\ & -\frac{1}{r_{b1}} \cdot U_1 + \left(\frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} \right) \cdot U_2 - \frac{1}{r_{b2}} \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 = I_{k0} + I_{b0} \\ & -0 \cdot U_1 - \frac{1}{r_{b2}} \cdot U_2 + \left[\left(\frac{1}{r_e} \right) + \frac{1}{R_{ik}} + \frac{1}{r_{b2}} \right] \cdot U_3 - \frac{1}{R_{ik}} \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 = I_{ki} - I_{b0} \\ & -0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - \frac{1}{R_{ik}} \cdot U_3 + \left(\frac{1}{R_{ik}} + \frac{1}{r_k} \right) \cdot U_4 - \frac{1}{r_k} \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 = -I_{ki} \\ & -\frac{1}{R_1} \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - \frac{1}{r_k} \cdot U_4 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_k} + \frac{1}{R_k} \right) \cdot U_5 - \frac{1}{R_k} \cdot U_6 = 0 \\ & -0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - \frac{1}{R_k} \cdot U_5 + \left[\left(\frac{1}{R_p} \right) + \frac{1}{R_k} \right] \cdot U_6 = I_p \end{aligned}$$

Рис. 2.19

Д. Проверить правые части уравнений на наличие в них неизвестных величин. Выявить их можно любым доступным способом. В среде MathCAD это можно сделать просто и достоверно, если составить вектор правых частей уравнений. Составлять вектор, а в дальнейшем и матрицу проводимостей, следует в символическом виде. Такой способ уменьшает количество ошибок по сравнению с подстановкой чисел и делает удобочитаемым текст листинга программы. Для нашего примера получим вектор, изображенный на рис. 2.20.

На рабочем поле пакета переменная I_{ki} в процессе интерпретации команд будет отмечена красным цветом. Так как черно-белое изображение не передает цвет на рис. 2.20 эта переменная подчеркнута. Красный цвет отмечает наличие ошибки в тексте вычислительной программы. В данном случае он будет означать, что переменная I_{ki} не определена, т.е. является неизвестной величиной. В результате число неизвестных оказывается больше числа уравнений, что делает систему неразрешимой. Подобная ситуация типична для активных элементов электронных устройств, так как в их эквивалентных схемах присутствуют управляемые источники тока. Для биполярного транзистора таким источником выступает ток инжекции эмиттера, обозначенный здесь переменной I_{ki} .

$$\text{ORIGIN:=1} \quad \mathbf{I} := \begin{pmatrix} 0 \\ I_{k0} + \frac{E_{b0}}{r_{b2}} \\ \frac{-E_{b0}}{r_{b2}} + \underline{I_{ki}} \\ -I_{k0} - I_{ki} \\ 0 \\ \frac{E_p}{R_p} \end{pmatrix}$$

Рис. 2.20

Е. Дополнить при необходимости систему новыми уравнениями.

Для решения системы рис. 2.19 необходимо добавить как минимум одно уравнение. Из комментариев к эквивалентной схеме на рис. 2.14 имеем

$$I_{ki} = B \cdot I_{bi}.$$

Данное уравнение содержит неизвестный ток I_{bi} и число неизвестных опять превышает число независимых уравнений. На основании первого закона Кирхгофа по схеме рис. 2.18 можно составить еще одно уравнение

$$I_{b2} - I_{b0} - I_{bi} = 0,$$

где
$$I_{b2} = \frac{U_2 - U_3}{r_{b2}}.$$

Таким образом, для неизвестной I_{bi} мы составили уравнение

$$\frac{1}{r_{b2}} \cdot U_2 - \frac{1}{r_{b2}} \cdot U_3 - I_{b0} - I_{bi} = 0.$$

В результате получено два дополнительных независимых уравнения, которые надо включить в систему. Теперь в системе число независимых уравнений равно числу неизвестных. Для реальных физически реализуемых электрических устройств это означает, что полученная система уравнений разрешима. Включить новые уравнения в систему можно увеличением числа уравнений или способом подстановки неизвестных из дополнительных уравнений в уравнения рис. 2.19. Подстановка потребует ряда ручных операций, чреватых дополнительными ошибками и увеличенной трудоемкостью, поэтому в среде MathCAD используется только дополнение.

Чтобы дополнить систему, необходимо дополнительные и основные уравнения привести к виду, соответствующему методу узловых потенциалов, т.е. неизвестные переносятся в левую часть уравнений, где располагаются в порядке возрастания индексов, а известные – в правую часть. Неизвестные I_{ki} и I_{bi} заменим новыми обозначениями U_7 и U_8 соответственно. Дополнительные уравнения примут следующий вид:

$$0 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 + 1 \cdot U_7 - B \cdot U_8 = 0:$$

$$0 \cdot U_1 + \frac{1}{r_{b2}} \cdot U_2 - \frac{1}{r_{b2}} \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 - 1 \cdot U_8 = I_{b0}.$$

В основных уравнениях надо перенести неизвестную I_{ki} из правой части уравнений в левую с заменой знака на противоположный. Дополненная система в развернутом виде показана на рис. 2.21.

$$\begin{aligned}
& \left[\left(\frac{1}{R2} \right) + \frac{1}{rb1} + \frac{1}{R1} \right] \cdot U_1 - \frac{1}{rb1} \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - \frac{1}{R1} \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 - 0 \cdot U_7 - 0 \cdot U_8 = 0 \\
& \frac{-1}{rb1} \cdot U_1 + \left(\frac{1}{rb1} + \frac{1}{rb2} \right) \cdot U_2 - \frac{1}{rb2} \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 - 0 \cdot U_7 - 0 \cdot U_8 = I_{k0} + I_{b0} \\
& -0 \cdot U_1 - \frac{1}{rb2} \cdot U_2 + \left[\left(\frac{1}{re} \right) + \frac{1}{Rik} + \frac{1}{rb2} \right] \cdot U_3 - \frac{1}{Rik} \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 - 1 \cdot U_7 - 0 \cdot U_8 = I_{b0} \\
& -0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - \frac{1}{Rik} \cdot U_3 + \left(\frac{1}{Rik} + \frac{1}{rk} \right) \cdot U_4 - \frac{1}{rk} \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 + 1 \cdot U_7 - 0 \cdot U_8 = 0 \\
& -\frac{1}{R1} \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - \frac{1}{rk} \cdot U_4 + \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{rk} + \frac{1}{Rk} \right) \cdot U_5 - \frac{1}{Rk} \cdot U_6 - 0 \cdot U_7 - 0 \cdot U_8 = 0 \\
& -0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - \frac{1}{Rk} \cdot U_5 + \left[\left(\frac{1}{Rp} \right) + \frac{1}{Rk} \right] \cdot U_6 - 0 \cdot U_7 - 0 \cdot U_8 = I_p \\
& -0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 + 1 \cdot U_7 - B \cdot U_8 = 0 \\
& -0 \cdot U_1 - \frac{1}{rb2} \cdot U_2 + \frac{1}{rb2} \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 - 0 \cdot U_6 - 0 \cdot U_7 + 1 \cdot U_8 = \frac{-Eb0}{rb2}
\end{aligned}$$

Рис. 2.21

Решение системы уравнений

Решение ищется с применением методов матричной алгебры по методике, описанной в подп. 2.2.2. Оно имеет вид матричного уравнения

$$U = Y^{-1} \cdot I.$$

Рассмотрим необходимые действия по порядку.

Составляем матрицу коэффициентов и вектор правых частей уравнений по дополненной системе уравнений.

Матрица проводимостей Y и вектор узловых токов I приведены в виде фрагмента листинга на рис. 2.22. Они созданы при помощи оператора **Insert/Matrix...**. Очевидно, что в такой форме матрица и вектор очень наглядны и позволяют с большой достоверностью проверить их правильность непосредственно по эквивалентной схеме. Этой формой и надо пользоваться в лабораторной работе. Недостатки такого способа создания матрицы сказываются при увеличении ее размерности. Требуется вводить значительное количество одинаковых элементов и изображение матрицы становится менее удобным, так как не помещается целиком в рабочем окне пакета. В таком случае можно пользоваться специальными функциями создания матриц [1] и индексными переменными.

$$\begin{aligned}
Y := & \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R2}\right) + \frac{1}{rb1} + \frac{1}{R1} & \frac{1}{rb1} & 0 & 0 & -\frac{1}{R1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{rb1} & \frac{1}{rb1} + \frac{1}{rb2} & \frac{1}{rb2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{rb2} & \left(\frac{1}{re}\right) + \frac{1}{Rik} + \frac{1}{rb2} & \frac{1}{Rik} + \frac{1}{rb2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{rb2} & \frac{1}{Rik} & \frac{1}{rk} + \frac{1}{rk} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R1} & 0 & 0 & -\frac{1}{rk} & \frac{1}{R1} + \frac{1}{rk} + \frac{1}{Rk} & -\frac{1}{rk} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Rk} & \left(\frac{1}{Rp}\right) + \frac{1}{Rk} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -B \\ 0 & -\frac{1}{rb2} & \frac{1}{rb2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
I := & \begin{pmatrix} 0 \\ Ik0 + Ib0 \\ Ib0 \\ 0 \\ 0 \\ Ip \\ 0 \\ Ib0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Рис. 2.22

Матрицу проводимостей можно создавать в виде векторной переменной с двумя подстрочными индексами. Размер матрицы автоматически определяется при присвоении значения элементу с наибольшими номерами строки и столбца. Остальным элементам матрицы по умолчанию присваиваются нулевые значения. Если необходимо увеличить размеры матрицы при дополнении системы новыми уравнениями, достаточно просто ввести новые элементы с большими значениями индексов. При этом ранее определенные элементы сохраняются. Следует учитывать, что по умолчанию счет столбцов и строк начинается с нуля. Можно установить порядок счета с единицы при помощи переменной **ORIGIN:=1**. На рис. 2.23 приведен текст определения матрицы для системы рис. 2.19, полученной непосредственно по эквивалентной схеме с использованием индексной переменной.

$$\begin{aligned}
 & \text{ORIGIN} := 1 \\
 & Y_{1,1} := \frac{1}{R2} + \frac{1}{R1} + \frac{1}{rb1} \quad Y_{1,2} := \frac{-1}{rb2} \quad Y_{1,5} := \frac{-1}{R1} \\
 & Y_{2,2} := \frac{1}{rb1} + \frac{1}{rb2} \quad Y_{2,1} := Y_{1,2} \quad Y_{2,3} := \frac{-1}{rb2} \\
 & Y_{3,3} := \frac{1}{Rik} + \frac{1}{re} + \frac{1}{rb2} \quad Y_{3,2} := Y_{2,3} \quad Y_{3,4} := \frac{-1}{Rik} \\
 & Y_{4,4} := \frac{1}{Rik} + \frac{1}{rk} \quad Y_{4,3} := Y_{3,4} \quad Y_{4,5} := \frac{-1}{rk} \\
 & Y_{5,5} := \frac{1}{Rik} + \frac{1}{Rk} + \frac{1}{R1} \quad Y_{5,4} := Y_{4,5} \quad Y_{5,1} := Y_{1,5} \quad Y_{5,6} := \frac{-1}{Rk} \\
 & Y_{6,6} := \frac{1}{Rk} + \frac{1}{Rp} \quad Y_{6,5} := Y_{5,6}
 \end{aligned}$$

Рис. 2.23

Способ определения матрицы, представленный на рис. 2.23, не требует ручного ввода нулевых значений. Они заносятся автоматически по умолчанию. Чтобы дополнить матрицу новыми уравнениями, достаточно

просто присвоить значения дополнительным элементам, как показано на рис. 2.24.

$$\begin{aligned}
 Y_{3,7} &:= -1 & Y_{4,7} &:= 1 \\
 Y_{7,7} &:= 1 & Y_{7,8} &:= -B \\
 Y_{8,2} &:= \frac{-1}{rb2} & Y_{8,3} &:= \frac{1}{rb2} & Y_{8,8} &:= 1
 \end{aligned}$$

Рис. 2.24

Эти операторы добавляют в матрицу две строки и два новых столбца. Дополнительные строки и столбцы матрицы теперь определены полностью и заполнены коэффициентами дополнительных уравнений.

Независимо от примененного способа определения получится окончательная матрица, которая оператором чтения была выведена на рабочее поле и приведена на рис. 2.25.

$$Y = \begin{pmatrix}
 0.03747 & -0.03704 & 0 & 0 & -1 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\
 -0.03704 & 0.06204 & -0.025 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -0.025 & 0.06504 & -4 \times 10^{-5} & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & -4 \times 10^{-5} & 0.10004 & -0.1 & 0 & 1 & 0 \\
 -1 \times 10^{-4} & 0 & 0 & -0.1 & 0.1006 & -5 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \times 10^{-4} & 10.0005 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -100 \\
 0 & -0.025 & 0.025 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.25

Распечатка на рис. 2.25 иллюстрирует, что математический процессор MathCAD самостоятельно и без ошибок подставил числовые значения переменных, произвел необходимые вычисления по формулам и хранит матрицу в числовом виде.

На последнем этапе расчета необходимо решить полученную систему уравнений и представить результат в наглядном виде.

В соответствии с рассмотренной процедурой решения линейных уравнений приведенная система в матричной форме записывается в виде

$$Y \cdot U = I .$$

Здесь $U=(U_1, U_2, U_3, \dots U_n)$ – вектор-столбец, составленный из неизвестных.

Решение системы записывается в виде скалярного произведения

$$U = Y^{-1} \cdot I .$$

Решение системы уравнений приведено на рис. 2.26.

$$U := Y^{-1} \cdot I$$

U =	(0.82298	- напряжение на базе	
		0.82253		
		0.07145		
		3.70643		
		3.73484		- напряжение на коллекторе
		9.99969		- напряжение питания
		0.00269		
		2.68584×10^{-5}		

Рис. 2.26

Проверка решения

Проверить правильность решения можно различными способами, например, составить для каждого узла эквивалентной схемы уравнения по первому закону Кирхгофа. В узлах, которые соответствуют правильно составленным уравнениям, сумма токов должна равняться нулю. Отклонение от нуля возможно в пределах точности вычислений. Если при составлении узлового уравнения вкралась ошибка, сумма токов этого узла получится не равной нулю. Этот признак обычно позволяет определить уравнение, содержащее ошибку. На рис. 2.27 приведен листинг возможной программы проверки примера.

Узел 1	$I_1 := \frac{U_5 - U_1}{R_1}$	$I_2 := \frac{U_1}{R_2}$	$I_b := \frac{U_1 - U_2}{r_{b1}}$	$I_1 - I_2 - I_b = 0$	$I_1 = 2.91186 \times 10^{-4}$ $I_2 = 2.74327 \times 10^{-4}$ $I_b = 1.68584 \times 10^{-5}$
Узел 2	$I_{b2} := \frac{U_2 - U_3}{r_{b2}}$			$I_b - I_{b2} + I_{k0} + \frac{E_{b0}}{r_{b2}} = 0$	$I_{b2} = 0.01878$
Узел 3	$I_e := \frac{U_3}{r_e}$	$I_{bi} := U_8$			$I_e = 0.00286$
	$I_{ki} := U_7$	$I_{ik} := \frac{U_4 - U_3}{R_{ik}}$		$I_{bi} + I_{ki} + I_{ik} - I_e = 0$	$I_{ki} = 0.00269$ $I_{ik} = 1.45399 \times 10^{-4}$
Узел 4	$I_k := \frac{U_5 - U_4}{r_k}$			$I_k - I_{ki} - I_{ik} - I_{k0} = 0$	$I_k = 0.00284$
Узел 5	$I_{kp} := \frac{U_6 - U_5}{R_k}$			$I_{kp} - I_1 - I_{ki} - I_{ik} - I_{k0} = 0$	$I_{kp} = 0.00313$
Узел 6				$\frac{E_p}{R_p} - \frac{U_6}{R_p} - I_{kp} = 1.74518 \times 10^{-14}$	

Рис. 2.27

Расчет напряжений и токов элементов

Расчет напряжений и токов всех элементов принципиальной схемы производится с помощью законов Ома и Кирхгофа индивидуально для каждого элемента. Его удобно провести при проверке, как это сделано на рис. 2.27. Наибольший интерес представляют токи и напряжения транзистора, потому что они определяют характеристики и само наличие усиления. На рис. 2.27 явно определены:

- ток коллектора $I_k=2,84$ мА;
- ток эмиттера $I_e=2,86$ мА;
- ток базы $I_b= 16,8$ мкА.

Легко определяются:

- напряжение между эмиттером и коллектором $U_{ek}=U_5=3,73$ В;
- напряжение эмиттерного перехода $U_{eb}=U_1=0,82$ В;
- напряжение коллекторного перехода $U_{bk}=U_1 - U_5= - 2,91$ В.

Анализ рабочего режима транзистора

При анализе режима транзистора по постоянному току в резистивном усилителе класса А надо проверить соответствие общим и специальным требованиям. В данном случае рассматривается усилительный каскад общего назначения, поэтому можно рассмотреть только наиболее общие требования. К ним относятся следующие требования и ограничения:

- наиболее полно использовать энергию источника питания и получить максимальную амплитуду выходного сигнала можно, если напряжение между коллектором и эмиттером транзистора примерно равно напряжению на резисторе нагрузки R_k и по возможности приближается к половине напряжения питания;

- амплитуда тока неискаженных колебаний транзистора не может быть больше тока покоя транзистора. Если принять ток нагрузки равным току через R_k , можно считать что амплитуда выходного тока будет не более половины тока покоя;

- ток базы должен быть втекающим и близким к величине, определяемой выражением $I_b = I_k / \beta$. Если это не выполняется, транзистор обладает большим тепловым током и не пригоден для работы с малым током коллектора, т.е. ток покоя коллектора должен быть увеличен;

- ток в резисторах делителя R_1, R_2 должен превышать ток базы в 3 – 4 раза, а напряжение на эмиттере должно составлять $0,1 - 0,2 E_p$, чтобы схема стабилизации режима работала эффективно.

2.3. Лабораторное задание

Часть 1. Решение систем уравнений в среде MathCAD

1. Изучить с помощью примеров решение систем уравнений методом последовательных приближений.

1.1. Составить самостоятельно и записать в канонической форме простейшую систему нелинейных уравнений, содержащую 2 – 3 неизвестных и имеющую несколько решений.

1.2. Провести анализ на наличие и количество решений.

1.3. Ввести эту систему уравнений и решить ее.

- 1.4. Произвести проверку.
- 1.5. Найти остальные корни этой системы.
- 1.6. Составить самостоятельно, записать в канонической форме и решить методом последовательных приближений систему линейных уравнений, содержащую 4 – 5 неизвестных.
2. Изучить решение линейных уравнений в матричной форме.
 - 2.1. Записать ранее составленную систему линейных уравнений в матричной форме.
 - 2.2. Решить ее путем перемножения матрицы коэффициентов и вектора свободных членов уравнения.
 - 2.3. Произвести проверку.

Часть 2. Анализ линейных цепей на постоянном токе

1. Изучить порядок преобразования принципиальной схемы к эквивалентной.
 - 1.1. Изобразить схему резистивного усилителя со стабилизацией режима с помощью параллельной обратной связи и сопротивления в цепи эмиттера. Схему и параметры взять из таблицы вариантов.
 - 1.2. Составить эквивалентную схему этого каскада и последовательно преобразовать ее к форме, пригодной для решения по методу узловых потенциалов.
2. Освоить технологию расчетов по методу узловых потенциалов в среде MathCAD.
 - 2.1. Пользуясь полученной эквивалентной схемой составить систему уравнений по методу узловых потенциалов.
 - 2.2. Если в векторе узловых потенциалов присутствуют неизвестные величины, составить систему уравнений с необходимыми дополнениями.
 - 2.3. Составить матрицу проводимостей и вектор узловых токов с учетом дополнительных уравнений.
 - 2.4. Решить полученную систему уравнений.
3. Рассчитать токи и напряжения всех элементов принципиальной схемы усилителя.

4. Проанализировать режим покоя транзистора получившегося усилителя и сделать выводы о величине возможных максимальных значений токов и напряжений выходных сигналов, а также о необходимых изменениях в режиме для увеличения напряжения и мощности выходного сигнала.

2.4. Вопросы для самопроверки

1. Как выглядит структура листинга блока MathCAD для решения по методу последовательных приближений?

2. Какие уравнения можно решать с помощью методов матричной алгебры?

3. Опишите порядок действий, которые необходимо выполнить для анализа реального электрического устройства в среде MathCAD.

4. Почему на эквивалентной схеме для анализа по постоянному току конденсаторы следует заменить разрывами цепи? Как следует заменять катушки индуктивности и источники переменного напряжения?

5. Какие элементы не должны присутствовать на эквивалентной схеме, подготовленной для анализа по методу узловых потенциалов? Как с ними следует поступить?

6. Почему направления узловых потенциалов предпочтительно брать от данного узла к нулевому?

7. Сколько уравнений составляется по методу узловых потенциалов?

8. Как дополнить систему уравнений, если эквивалентная схема содержит управляемые источники тока?

2.5. Рекомендательный библиографический список

1. Кирьянов, Д. В. Самоучитель MathCAD 2001 / Д.В. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – С. 199 – 216, 222 – 228, 239 – 244, 250 – 252. – ISBN 5-94157-062-7.

2. Кудрявцев, Е. М. MathCAD 11 : Полное руководство по русской версии / Е.М. Кудрявцев. – М. : ДМК Пресс, 2005. – С. 69 – 74, 386 – 388. – ISBN 5-94074-175-4.

Лабораторная работа № 3

РАСЧЕТЫ ПО МЕТОДУ КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД

Цель работы: Изучение возможностей пакета MathCAD для анализа линейных цепей переменного тока при гармоническом воздействии. Приобретение навыков применения метода комплексных амплитуд в среде MathCAD.

3.1. Подготовка к работе

В процессе подготовки к выполнению данной лабораторной работы каждый студент должен, используя техническую литературу, конспекты лекций по электротехнике и данное пособие, повторить основы анализа линейных цепей при воздействии гармонических колебаний и метода комплексных амплитуд. Необходимо разобрать следующие теоретические вопросы:

- математическое представление гармонических колебаний в виде мгновенных значений, комплексной амплитуды и векторных диаграмм;
- формула Эйлера, алгебраическая, экспоненциальная и тригонометрическая формы представления комплексной амплитуды;
- основные действия над гармоническими колебаниями во всех трех видах представления;
- закон Ома в символической форме;
- действия над комплексными числами в среде MathCAD.

Также требуется самостоятельно подготовить в электронной или рукописной форме заготовку отчета. Последняя должна содержать титульный лист, цель работы, краткие теоретические сведения и лабораторное задание, включая вариант задания из приведенной табл. 3.1.

3.2. Основы метода комплексных амплитуд

При анализе линейных цепей переменного тока используется уникальное свойство гармонических колебаний проходить по линейным цепям, не меняя своей формы. Если на вход линейной цепи подключить источник гармонических колебаний, то токи во всех элементах и напряжения на них будут иметь синусоидальную форму с частотой равной частоте входных колебаний.

Таблица 3.1

Варианты заданий

Номер в журн. группы	Параметры гармонических колебаний							Интегр. цепь	
	T, мкс	Am1, В	Am2, В	Am3, В	Ψ1, град	Ψ2, град	Ψ3, град	Rin, кОм	Cin, пФ
1	5	2	11	6	0	30	-30	1	1000
2	10	15	12	20	0	-45	30	3	670
3	15	20	13	30	0	15	-60	5	600
4	20	12	14	25	0	20	-40	10	400
5	30	30	25	40	0	60	-60	4	1500
6	40	13	11	20	0	-15	15	2	4000
7	50	4	12	10	0	75	-45	4	2500
8	1	5	13	10	0	-60	60	6	40
9	0,2	3	14	12	0	30	-15	0.2	200
10	0,3	4	15	20	0	-45	75	2	30
11	0,4	5	11	15	0	15	-60	4	20
12	0,5	6	12	8	0	20	-40	4	25
13	0,8	7	13	6	0	60	-60	4	40
14	50	5	14	11	0	-15	15	10	1000
15	2	6	15	9	0	75	-45	8	50
16	15	3	11	5	0	-60	60	10	300
17	50	15	12	20	0	30	-60	4	2500
18	1	14	13	40	0	30	-30	1	200
19	0,2	3	14	11	0	-60	-45	3	15
20	0,3	4	15	7	0	-40	15	4	15
21	30	6	8	3	0	-60	20	2	3000
22	33	7	12	10	0	15	-60	4	2000
23	0,8	8	13	15	0	45	-15	0.6	300
24	50	6	14	18	0	60	-75	4	2400
25	2	7	15	13	0	-15	60	6	70
26	15	8	11	12	0	75	-30	8	400
27	50	9	12	19	0	-60	30	10	1000
28	1	7	13	6	0	40	-60	4	50
29	0,2	5	14	11	0	60	-40	2	20
30	10	6	15	9	0	15	-15	4	500

При прохождении гармонического колебания через линейную цепь у него будет меняться только амплитуда и начальная фаза. Рассчитать их можно, если воспользоваться методом комплексных амплитуд с применением закона Ома в символической форме. Это позволяет упростить расчет электрических линейных цепей, заменив решение системы дифференциальных уравнений системой линейных уравнений в пространстве комплексных чисел.

Благодаря тому, что для линейных цепей справедлив принцип суперпозиции, можно анализ прохождения сложных сигналов заменить анализом составляющих их гармонических колебаний. Для этого достаточно представить сложное колебание в виде суммы гармонических колебаний, например с помощью ряда Фурье. Тогда можно рассмотреть независимо воздействие каждой составляющей и потом сложить их реакции. Результат будет равен реакции цепи на сложное колебание.

3.2.1. Формы представления гармонических колебаний

Электрическое колебание, которое описывается гармоническими (косинусоидальной и синусоидальной) функциями времени, называется гармоническим. Такое колебание (рис. 3.1) записывают, используя функцию косинуса

$$s(t) = A_m (\omega t - \psi) \quad (3.1)$$

Здесь A_m – амплитуда; $\omega t - \psi = \theta(t)$ – фаза, значение которой в момент времени ($t=0$) называют начальной фазой: $\psi = -\theta(t=0)$.

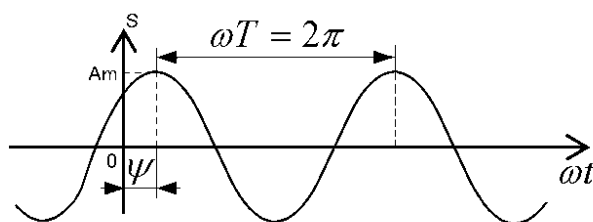


Рис 3.1

Продолжительность периода колебания T выражают в секундах. Число периодов за секунду называют частотой колебания $f=1/T$ и выражают в

герцах. Величину $\omega=2\pi f$ называют угловой частотой и выражают в радианах в секунду.

Из выражения (3.1) видно, что гармоническое колебание заданной частоты полностью характеризуется двумя величинами: амплитудой A_m и фазой θ . Как известно, аналогичными величинами определяется положение вектора на плоскости. Используя эту аналогию, гармоническое колебание можно условно изображать вектором на плоскости. Так как фаза θ в течение времени меняется, то вектор, изображающий колебание, вращается с постоянной угловой скоростью ω . В соответствии с общепринятым представлением векторов на плоскости он будет вращаться против часовой стрелки, что соответствует увеличению угла θ с течением времени, т.е. положительному направлению вращения. При анализе электрической цепи, находящейся под воздействием источников гармонических ЭДС с одинаковыми частотами тока и напряжения в цепи, удобнее изображать неподвижными векторами, соответствующими положению вращающегося вектора при $t=0$. При этом длина вектора принимается равной амплитуде колебания, а угол поворота – начальной фазе (рис. 3.2).

Физически начальная фаза ψ означает запаздывание колебания во времени, выраженное в долях периода. В связи с тем, что в формуле гармонического колебания (3.1) ψ входит с отрицательным знаком она откладывается на графике рис. 3.2 по часовой стрелке от нулевого направления.

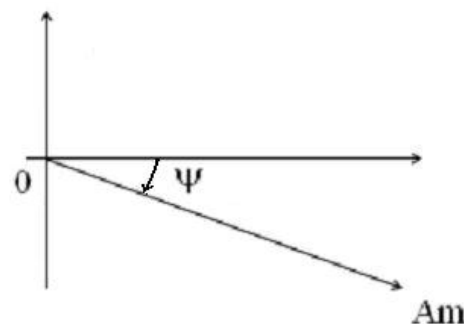


Рис. 3.2

В векторной форме удобно выполнять сложение двух и более гармонических колебаний. Для получения графика мгновенных значений сложного колебания, состоящего из суммы двух колебаний одинаковой частоты и представленных графиками, необходимо сложить значения обоих колебаний для каждого момента времени и построить график суммы. Эта процедура требует выполнения большого числа математических операций. Если же составляющие колебания представлены в виде векторов, достаточно от вершины вектора первого колебания отложить вектор второго колебания и нарисовать вектор суммарного колебания, считая его основанием основания первого вектора, а вершиной – вершину второго

вектора. Сложение двух векторов можно выполнять и другими способами, например, используя правило параллелограмма.

Наряду с векторным представлением гармонические колебания можно представить комплексными числами. Проекция вектора на горизонтальную ось соответствует реальной части комплексного числа, а на вертикальную – мнимой части.

На основании формулы Эйлера

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha \quad (3.2)$$

комплексное число может быть представлено в алгебраической, экспоненциальной или тригонометрической формах.

$$a + jb = A_m e^{j\alpha} = A_m \cos \alpha + j A_m \sin \alpha.$$

Подобно гармоническому колебанию оно полностью характеризуется модулем A_m и аргументом α , соответствующими амплитуде и фазе гармонического колебания. Комплексное число $\dot{A}_m = A_m e^{-j\psi}$ называют *комплексной амплитудой* гармонического колебания.

Переход от временной функции к комплексной амплитуде обратим:

$$s(t) = A_m \cos(\omega t - \psi) \quad \Leftrightarrow \quad \dot{A}_m.$$

Аналогично сумма гармонических функций равных частот заменяется суммой комплексных амплитуд:

$$\sum_{k=1}^n A_{mk} \cos(\omega t - \psi_k) \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{k=1}^n \dot{A}_{mk}. \quad (3.3)$$

Задание комплексных чисел в среде MathCAD производится достаточно просто: вещественная часть задается в обычной форме. Для задания мнимой части используются символы i или j . Если мнимая часть задается в виде числовой константы, символ i или j пишется непосредственно после числовой константы без каких-либо разделяющих символов или знака умножения. Если мнимая часть представлена в виде переменной или выражения, то по правилам среды MathCAD символ i или j будет воспринят как имя переменной, а не как символ мнимой величины. Чтобы обозначить мнимую часть в этом случае надо искусственно умножить мнимую часть на $1i$ или $1j$.

3.2.2. Закон Ома в символической форме

Для колебаний электрического тока гармонической формы, протекающего по ветви линейной цепи, отношение комплексных амплитуд напряжения \dot{U} и тока \dot{I} будет величиной постоянной

$$Z = \dot{U} / \dot{I}.$$

Это отношение, определяемое свойствами элементов, образующих ветвь, в общем случае будет величиной комплексной. Оно называется комплексным сопротивлением ветви и может быть представлено в экспоненциальной форме:

$$Z = r + jx = |Z| e^{j\varphi},$$

где $|Z| = U/I$; $\varphi = \psi_I - \psi_U$.

Модуль комплексного сопротивления $|Z|$ называется полным сопротивлением ветви, а φ – сдвигом фаз между напряжением и током в ветви. Вещественная часть r комплексного сопротивления Z называется активной составляющей, а мнимая – реактивной.

Таким образом, для цепи гармонических колебаний справедливо соотношение между напряжением и током аналогичное закону Ома в обычной форме.

Комплексное сопротивление идеального резистора с сопротивлением R является чисто активным:

$$Z_R = R.$$

Комплексное сопротивление индуктивности или емкости имеет только реактивную составляющую.

$$Z_L = j\omega L \text{ и } Z_C = 1/j\omega C.$$

Сопротивление последовательно соединенного резистора и конденсатора будет равно сумме их комплексных сопротивлений

$$Z_{RC} = Z_R + Z_C = R - j/\omega C.$$

3.3. Рекомендации по выполнению работы

3.3.1. Моделирование колебаний в среде MathCAD

Для решения ряда задач в среде MathCAD требуется создать модель электрического колебания в определенном формате, в котором она принимается рядом стандартных функций в качестве исходных данных. В этом

формате также возможны типовые преобразования сразу всего колебания, а не его отдельного значения в фиксированный момент времени. Одна из применяемых форм – представление электрического колебания в виде векторной переменной, содержащей массив значений колебания в заданные моменты времени.

Моменты времени могут задаваться также в виде вектора. Обычно они выбираются с фиксированным шагом в требуемом интервале времени. Тогда время может задаваться ранжированной переменной. В ряде случаев моменты времени логически определены самой функцией, подлежащей выполнению. Тогда формат входных данных функции не требует вектора времени и формируется автоматически. Для периодических колебаний модель обычно строится на интервале времени равном одному периоду, но средства MathCAD позволяют при необходимости реализовать и нужное число повторений колебаний.

Построение модели электрических колебаний выполняется аналогично созданию массивов значений координат графиков. Если колебание на заданном интервале времени описывается функцией $s(t)$, можно задать вектор значений сигнала s с помощью выражения

$$s_i := s(t_i),$$

где t_i – значение i -го момента времени;

i – номер значения в виде ранжированной переменной.

На рис. 3.3 приведен пример создания модели гармонического колебания напряжения в виде вектора u , по которому построен график этого напряжения.

3.3.2. Измерение параметров гармонического колебания по графику или осциллограмме

По осциллограмме можно определить амплитуду и начальную фазу колебания. Амплитуда легко измеряется как величина максимального или минимального отклонения графика от нулевого уровня, если отсутствует постоянное смещение. На практике такое смещение может быть. Поэтому амплитуду определяют как половину разности между максимальным и минимальным значениями колебания.

Моделирование сигналов в среде Mathcad (пример создания вектора значений)

Гармоническое колебание

1. Задание функции, описывающей сигнал

$$U_m := 4.5 \quad f := 10^5 \quad \psi := 30 \cdot \text{deg} \quad u(t) := U_m \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \psi)$$

2. Нумерация всех точек, в которых определяется сигнал $I := 100 \quad i := 1..I$

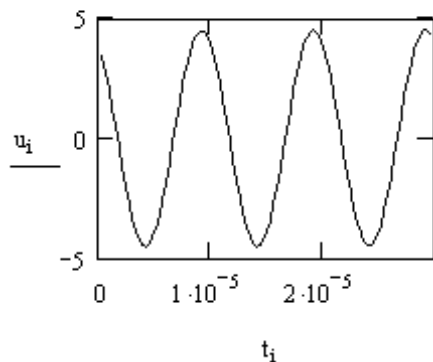
3. Расчет шкалы времени

$$T_{\text{mod}} := \frac{3}{f} \quad \Delta t := \frac{T_{\text{mod}}}{I} \quad t_i := \Delta t \cdot i$$

4. Создание вектора значений сигнала

$$u_i := u(t_i)$$

5. Построение графика



	0
0	0
1	3.406
2	2.795
3	2.085
4	1.301
5	0.47
6	-0.377
7	-1.21
8	-2.001
9	-2.721
10	-3.344
11	-3.849
12	-4.218
13	-4.437
14	-4.499
15	-4.402

	0
0	0
1	3·10 ⁻⁷
2	6·10 ⁻⁷
3	9·10 ⁻⁷
4	1.2·10 ⁻⁶
5	1.5·10 ⁻⁶
6	1.8·10 ⁻⁶
7	2.1·10 ⁻⁶
8	2.4·10 ⁻⁶
9	2.7·10 ⁻⁶
10	3·10 ⁻⁶
11	3.3·10 ⁻⁶
12	3.6·10 ⁻⁶
13	3.9·10 ⁻⁶
14	4.2·10 ⁻⁶
15	4.5·10 ⁻⁶

Рис. 3.3

Для определения начальной фазы согласно рис. 3.1 достаточно определить величину запаздывания Δt первого максимума относительно нуля оси времени и по ней рассчитать ψ . Так как аргумент косинуса может быть только угловой мерой, то начальную фазу определяют в радианах или градусах по формуле

$$\psi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \text{ (рад)}, \text{ или } \psi = 360 \frac{\Delta t}{T},$$

где Δt – величина запаздывания колебания относительно эталонного колебания с нулевой начальной фазой.

Недостатком описанного метода является низкая точность определения положения максимума во времени, так как вершина косинусоиды очень

плавно меняется во времени. На практике запаздывание колебания фиксируют по моменту пересечения оси времени. При этом удобно для сравнения использовать осциллограмму опорного гармонического колебания $s_0(t)$ такой же частоты с нулевой начальной фазой, как показано на рис. 3.4.

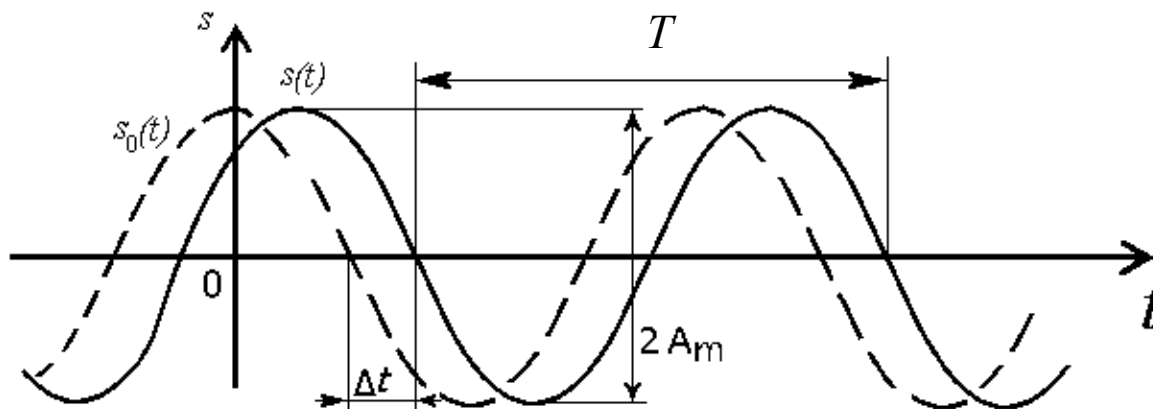


Рис. 3.4

3.3.3. Анализ прохождения гармонических колебаний через простейшую линейную цепь

Принципиальная схема интегрирующей цепи представлена на рис. 3.5.

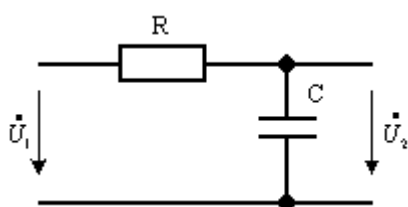


Рис. 3.5

Гармонические колебания с амплитудой напряжения U_1 подаются на вход цепи. Напряжение U_2 считается выходным.

Данная схема относится к линейным электрическим цепям. Для самостоятельного вывода формул тока и напряжений следует воспользоваться законами Ома и Кирхгофа в символической форме.

3.4. Лабораторное задание

1. Изучить формы представления в MathCAD гармонических колебаний в комплексной и векторной форме.

1.1. Построить совмещенные графики мгновенных значений трех гармонических колебаний одинаковой частоты с параметрами, соответствующими варианту задания.

1.2. Построить график мгновенных значений колебания равного сумме всех трех заданных колебаний, используя аналитические выражения мгновенных значений колебаний.

1.3. По графикам пп. 1.1 и 1.2 определить и записать комплексные амплитуды колебаний в экспоненциальной, тригонометрической и алгебраической форме.

1.4. Сложить три исходных колебания в комплексной форме (через комплексные амплитуды). По комплексной амплитуде построить график мгновенных значений результирующего колебания. Сравнить этот график с графиком суммарного колебания в п. 1.2 и сделать выводы о свойствах комплексных амплитуд.

1.5. Построить вручную на листе бумаги или миллиметровки векторную диаграмму трех исходных колебаний, используя их комплексные амплитуды из п. 1.3. Вектор первого колебания построить по его комплексной амплитуде в экспоненциальной форме, второго – в тригонометрической форме, а третьего – в алгебраической.

1.6. Сложить полученные векторы графически, т.е. на векторной диаграмме.

1.7. По получившемуся изображению вектора определить комплексную амплитуду суммарного колебания и сравнить итог сложения в векторной форме с результатами п. 1.4.

2. Провести анализ прохождения гармонических колебаний через простейшую электрическую цепь.

2.1. Рассчитать комплексные амплитуды напряжений на всех элементах интегрирующей цепи, используя закон Ома в символической форме.

2.2. Построить графики напряжений на входе и выходе цепи.

2.3. Построить векторную диаграмму тока и напряжений на всех элементах цепи.

2.4. Проанализировать результаты пп. 2.2 и 2.3 и составить заключение об изменении формы, частоты, амплитуды, фазы и временной задержки колебаний при прохождении через линейную цепь.

3.5. Вопросы для самопроверки

1. Почему нельзя рассчитать амплитуду суммы гармонических колебаний как простую сумму амплитудных значений составляющих?
2. Какими способами в среде MathCAD можно определить комплексную амплитуду суммы гармонических колебаний одинаковой частоты?
3. Как построить график мгновенных значений колебания равного сумме двух гармонических колебаний разных частот?
4. Как построить график мгновенных значений гармонического колебания, если известна его комплексная амплитуда?
5. Как рассчитать в MathCAD комплексную амплитуду, зная временной график гармонического колебания?
6. Какие формы представления комплексной амплитуды можно использовать в MathCAD?

3.6. Рекомендательный библиографический список

1. Кирьянов, Д. В. Mathcad 13 / Д. В. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 608 с. – ISBN 5-94157-850-4.
2. Основы применения пакета MathCAD при проектировании ЭС : метод. указания к лаб. работе по курсу «Практикум по САПР» / Владим. гос. ун-т; сост. Г. Д. Давыдов. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 44 с.
3. Дьяконов, В. MathCaD 2001 : учеб. курс / В. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2001.

Лабораторная работа № 4 АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

Цель работы: Изучение возможностей пакета MathCAD для анализа прохождения гармонических колебаний через линейные цепи электронных устройств с помощью матричных преобразований в комплексной форме. Освоения расчета цепей переменного тока с помощью метода узловых напряжений. Ознакомление с приемами преобразования эквивалентных схем по переменному току на примере простейшего транзисторного усилительного каскада предварительного усиления.

4.1. Подготовка к работе

Для выполнения лабораторной работы студенту необходимо знать следующие теоретические вопросы: свойства основных элементов электрических схем при воздействии гармонических колебаний, основы метода комплексных амплитуд, закон Ома в символической форме, метод узловых потенциалов, представление комплексных чисел и решение систем линейных уравнений в среде MathCAD. В процессе подготовки к выполнению данной лабораторной работы каждый студент должен при необходимости повторить перечисленные

теоретические вопросы и самостоятельно подготовить заготовку отчета. Последняя должна содержать титульный лист, цель работы, краткие теоретические сведения и лабораторное задание, включая вариант задания, номер которого выбирается из учебного журнала группы по номеру фамилии студента (табл. 4.1), а параметры транзистора из табл. 4.2. Принципиальные схемы электрических цепей, на которых выполняются исследования, приведены на рис 4.1; 4.2; 4.3.

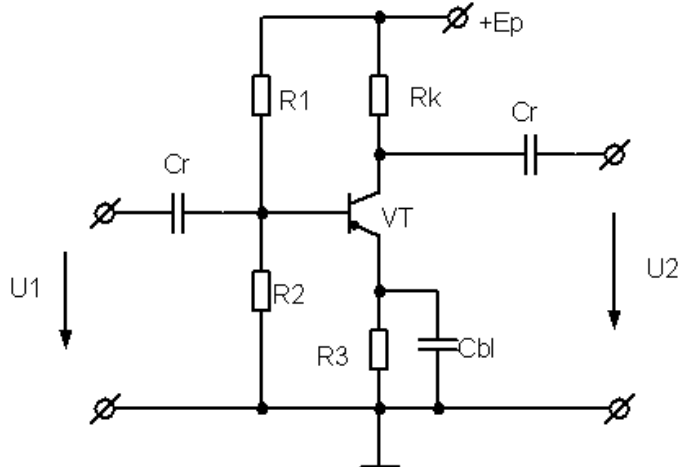


Рис. 4.1

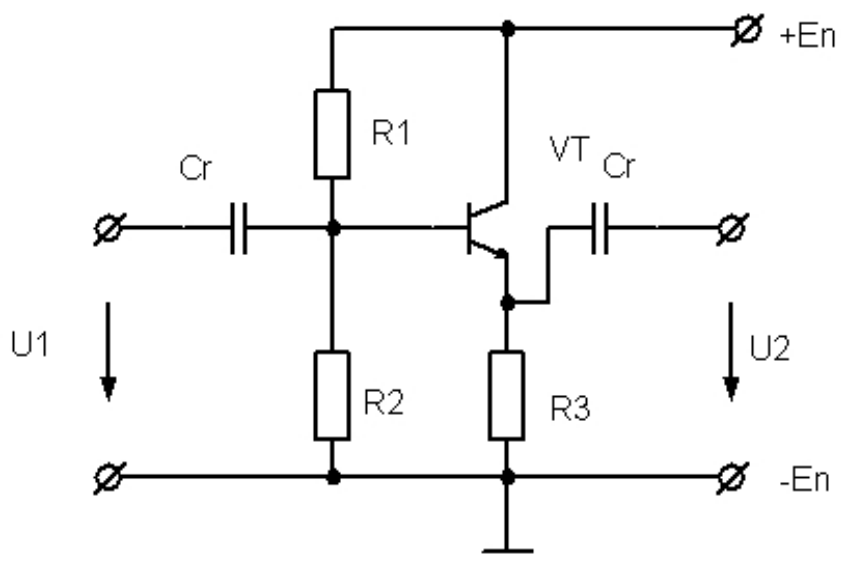


Рис. 4.2

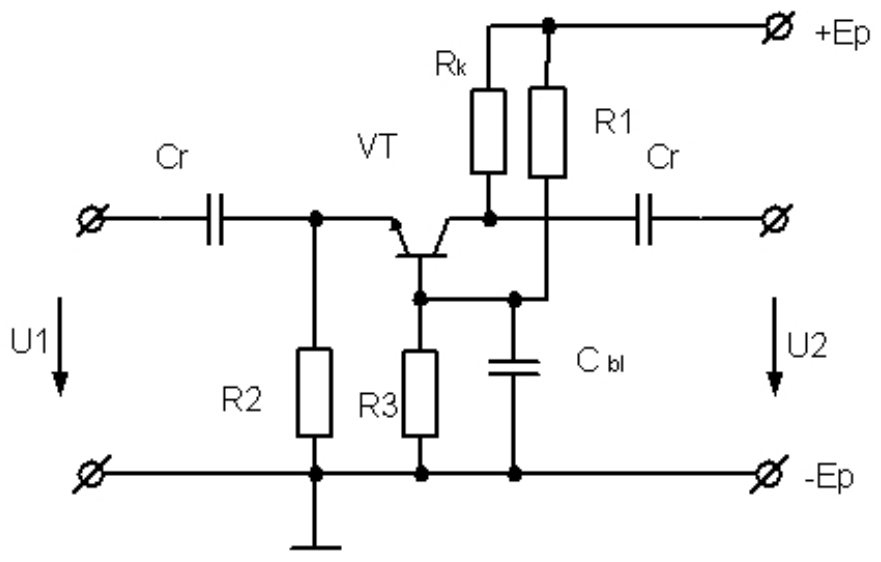


Рис. 4.3

Таблица 4.1

Варианты заданий

№ п/п	$U_{вх}$, мВ	F, МГц	Схема	R1, кОм	R2, кОм	R3, кОм	R _к , кОм
1	11	1	4.1	5	2	0,5	2
2	2200	0,2	4.22	10	12	3	-
3	10	3	4.3	7	1	4	1
4	14	4	4.1	6	3	0,6	1
5	1100	0,5	4.2	15	12	4	-
6	20	6	4.3	10	3	1	1
7	7	7	4.1	4	2	0,3	1
8	1300	0,8	4.2	7	8	3	-
9	5	20	4.3	4	2	1	0,5
10	10	0,5	4.1	7	3	1	2
11	150	0,11	4.2	8	6	4	-
12	30	30	4.3	3	1	1	0,6
13	400	0,13	4.2	12	10	5	-
14	14	3	4.1	8	4	0,8	1,5
15	1800	0,16	4.2	5	5	2	-
16	12	25	4.3	5	2	1	0,3
17	17	2	4.1	8	3	1	1
18	2200	0,18	4.2	6	8	3	-
19	15	10	4.3	4	2	0,4	0,4
20	2	10	4.1	3	1,4	0,3	0,5
21	300	0,20	4.2	9	7	1	-
22	17	50	4.3	3	1	0,2	0,2
23	3	8	4.1	4	2	0,4	20
24	200	0,24	4.2	3	4	1	-
25	30	100	4.3	3	2	0,2	0,1
26	3	3	4.1	8	4	0,8	1,5
27	250	0,3	4.2	8	4	2	-
28	12	25	4.3	5	2	1	0,3
29	4	2	4.1	7	3	1	2
30	600	0,3	4.2	6	6	2	-

Таблица 4.2

Параметры транзистора

№ п/п	В	r_{b1} , Ом	r_{b2} , Ом	C_{k0} , пФ	C_{e0} , пФ	r_e , Ом	R_{ik} , кОм	r_k , Ом
1	50	40	30	20	90	20	20	2
2	40	50	0	50	60	15	10	6
3	50	50	70	20	50	50	2	0
4	60	30	0	10	30	25	-	7
5	30	70	50	40	53	40	6	4
6	70	20	40	30	80	20	9	1
7	70	20	-	15	40	20	2	0
8	50	20	40	20	25	40	-	3
9	30	0	30	4	30	35	6	2
10	40	50	60	30	80	15	9	0
11	70	40	0	60	50	50	20	6
12	70	20	10	3	20	10	2	9
13	90	0	40	20	30	40	-	3
14	70	20	-	10	30	30	6	9
15	20	70	60	20	40	50	9	0
16	40	20	20	4	20	10	6	4
17	60	25	15	10	25	20	9	1
18	25	90	80	30	60	35	2	0
19	50	15	20	12	25	15	-	3
20	40	10	10	5	10	17	6	2
21	80	60	0	60	70	50	9	0
22	40	9	4	2	10	5	20	6
23	50	20	-	3	9	10	2	9
24	30	30	50	90	90	37	-	3
25	70	5	0	2	6	40	20	9
26	70	20	-	10	30	30	2	0
27	40	0	30	25	30	17	-	2
28	40	20	20	4	20	10	6	0
29	40	50	60	30	70	15	9	6
30	40	20	0	30	40	25	6	9

4.2. Рекомендации по выполнению работы

Как и при анализе цепей постоянного тока, выполнение расчетов по методу узловых потенциалов требует предварительного приведения принципиальной схемы к эквивалентной, пригодной для данного метода. Такая расчетная схема получается путем поэтапных преобразований подобных, выполняемым при анализе режимов каскадов по постоянному току. Отличия будут состоять в ином поведении разных элементов на переменном токе.

На рис. 4.1, 4.2, 4.3 изображены типовые каскады резистивных усилителей переменного тока и напряжения. На рис. 4.1 представлена схема с общим эмиттером, наиболее часто применяемая для усиления слабых сигналов; на рис. 4.2 – схема усилителя с общим коллектором, называемая эмиттерным повторителем, обладающая высоким входным сопротивлением; на рис. 4.3 – схема с общей базой, позволяющая строить усилители с наилучшими частотными свойствами. Каждый студент выполняет расчеты с одним из приведенных вариантов схемы в соответствии с таблицей. Во всех случаях считается, что на вход усилителя подано гармоническое колебание с амплитудой $U_{вх}$, частотой F и нулевой начальной фазой от источника напряжения, выходным сопротивлением которого можно пренебречь. Амплитуда колебаний считается достаточно малой, чтобы можно было отнести всю схему к классу линейных цепей. Выходная цепь усилителя считается ненагруженной. Источник питания также можно считать идеальным.

На **первом** этапе необходимо проанализировать качественное влияние каждого элемента на работу всей схемы в исследуемом режиме и упростить схему удалением элементов практически не влияющих на работу схемы.

В цепях переменного тока анализ влияния конденсаторов и индуктивностей более сложен, чем на постоянном токе. В этом случае необходимо учитывать дополнительно реактивное сопротивление элементов: $X_L = \omega L$ и $X_C = 1/\omega C$. Для точного анализа эти сопротивления следует рассчитывать и сравнивать с величиной сопротивлений соседних элементов цепи. Обычно это достаточно трудоемкая работа. Облегчить ее можно, используя знания о функциях, выполняемых элементами в схеме и о рабочем диапазоне частот каскада.

Резонансные усилители, как правило, предназначены для усиления узкополосных сигналов, поэтому при получении эквивалентной схемы можно учитывать сопротивление только на этой частоте. Широкополосные усилители работают в большом диапазоне частот, в котором величина сопротивления реактивных элементов может меняться значительно. Поэтому анализ лучше проводить на трех частотах: на нижней границе, на верхней границе и в середине рабочего диапазона частот, составляя для каждого из трех случаев свою эквивалентную схему. В данной работе предполагается, что расчет ведется вблизи середины рабочего диапазона частот.

Разделительные конденсаторы C_T предназначены для передачи переменного тока сигнала с выхода одного каскада на вход другого. На выходе предыдущего каскада, как правило, присутствует относительно большое напряжение, которое не должно попасть на базу транзистора следующего каскада. Наличие изоляции между обкладками разделительных конденсаторов обеспечивает разделение каскадов по постоянному току. Для хорошей передачи сигнала емкость разделительного конденсатора выбирается достаточно большой, чтобы падение напряжения на средних частотах рабочего диапазона было незначительным. По этой причине сопротивлением разделительных конденсаторов на средних и верхних частотах можно пренебрегать и заменять в эквивалентных схемах перемычками, если есть уверенность что, их емкость выбрана правильно. На нижних частотах рабочего диапазона сопротивление конденсаторов увеличивается и влияние их становится значительным, поэтому пренебрегать ими можно только после тщательной проверки.

Блокировочные конденсаторы в цепи эмиттера C_{B1} ведут себя подобно разделительным конденсаторам. Их в области средних и верхних частот можно заменять перемычками. На нижних частотах они обычно являются основной причиной снижения усиления с уменьшением частоты сигнала. В таком случае их необходимо учитывать как реактивные сопротивления.

Активные сопротивления не меняют своих значений в зависимости от частоты, поэтому их величины сравнивают только с сопротивлением соседних элементов и из общих соображений принимают решение о возможной замене перемычкой или разрывом, если их параметры во много раз отличаются от соединенных с ними другими элементов.

Источники питания для переменных токов сигналов имеют практически нулевое сопротивление, поэтому они заменяются простыми переключками без указания постоянного напряжения питания. Источники постоянного тока, например тепловой ток транзистора, для переменных токов представляют большое сопротивление и заменяются разрывом.

На принципиальной схеме обычно не изображается источник входного сигнала. Для расчета характеристик усилителя знание свойств этого источника обязательно. Если он не задан, необходимо самостоятельно определить его выходное сопротивление и ЭДС. Наиболее правильно взять их из результатов расчета предыдущего каскада или из технических условий на данный каскад. В данной лабораторной работе ЭДС задана в виде амплитуды входного сигнала, а выходное сопротивление предыдущего каскада считается много меньше входного сопротивления исследуемого каскада. В этом случае внутренним сопротивлением источника сигнала можно пренебречь и считать его равным нулю.

Построение эквивалентной схемы рассмотрим на примере усилительного каскада, принципиальная схема которого приведена на рис. 4.4.

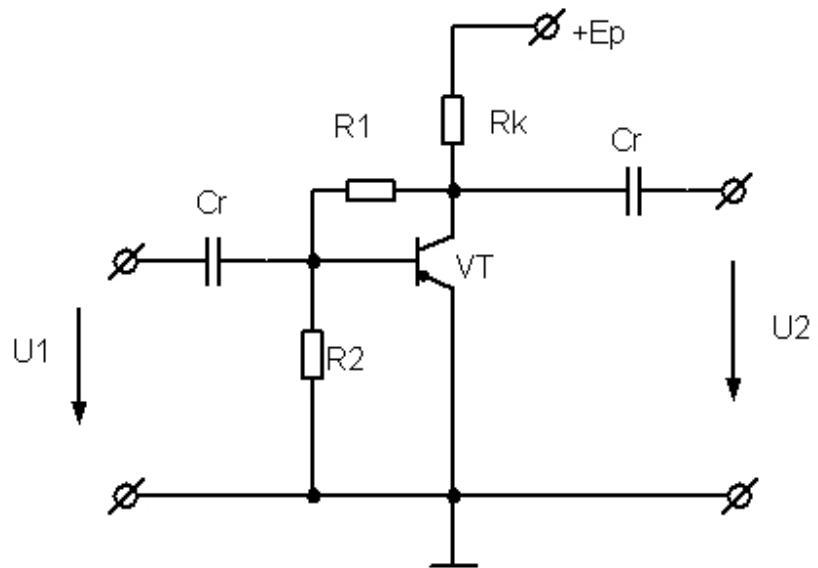


Рис. 4.4

Будем для примера считать, что элементы схемы усилителя имеют следующие параметры:

$$R1 := 5 \cdot 10^3 \quad R2 := 2 \cdot 10^3 \quad Rk := 500 \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^6 \quad U_{vh} := 10 \cdot 10^{-3}$$

В данной лабораторной работе расчет выполняется в предположение, что заданная частота относится к средним или верхним частотам рабочего диапазона усилителя и выполняется с повышенной точностью для учета возможных фазовых искажений. Входное сопротивление каскада, подключаемого к выходу данного, считается большим и не влияющим на

величину U_2 . Учитывая приведенные соображения, эта схема на первом этапе может быть упрощена и приведена к виду рис. 4.5.

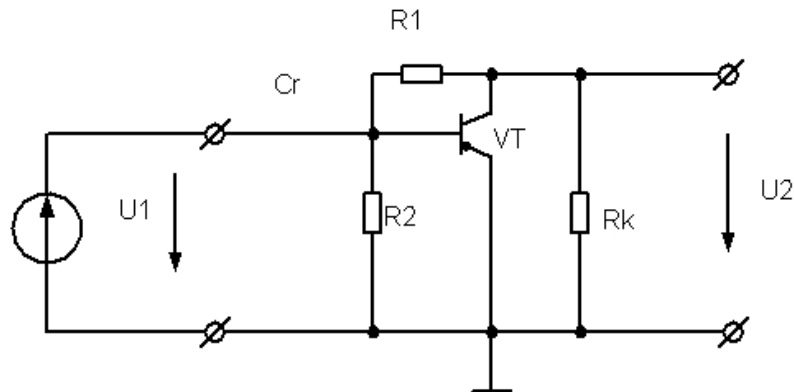


Рис. 4.5

На **втором** этапе надо заменить эквивалентными схемами элементы, описания которых недостаточно формализовано. Для анализа можно составить Т-образную эквивалентную схему биполярного транзистора по переменному току. Это одна из возможных эквивалентных схем биполярного транзистора пригодная для анализа усилителей переменного тока в режиме

малого сигнала (рис. 4.6).

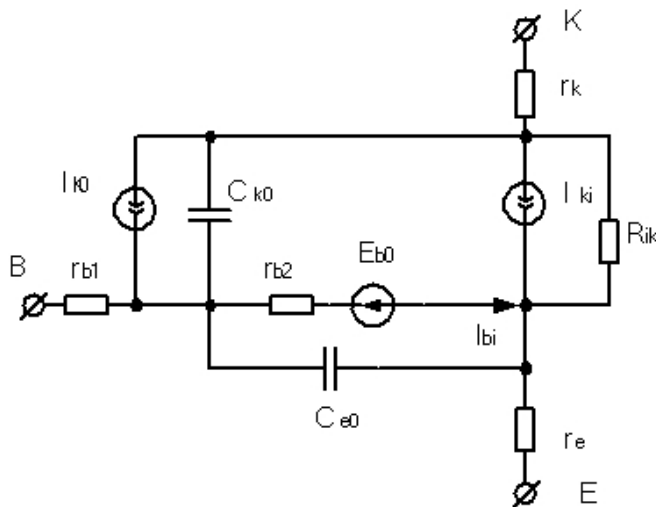


Рис. 4.6.

Здесь r_{b1} , r_{b2} – объемные сопротивления периферийной и активной областей базы;

r_k – сопротивление контактного перехода коллекторной области;

R_{ik} – внутреннее сопротивление транзистора;

r_e – сопротивление эмиттера;

I_{k0} – тепловой ток коллекторного перехода;

E_{b0} – напряжение отпи-

рания транзистора, оно соответствует точке перегиба передаточной вольт - амперной характеристики, аппроксимированной прямыми линиями;

I_{bi} – ток внутренней (активной области) базы транзистора;

C_{k0} , C_{e0} – емкости коллекторного и эмиттерного переходов;

$I_{ki} = \beta \cdot I_{bi}$ – ток коллектора транзистора, порождаемый током инжекции эмиттерного перехода.

В примере расчета будем считать, что транзистор имеет следующие параметры:

$$r_{b1} := 50 \quad r_{b2} := 70 \quad r_e := 30 \quad r_k := 20 \quad R_{ik} := 10 \cdot 10^3 \quad C_{k0} := 30 \cdot 10^{-12} \quad C_{e0} := 100 \cdot 10^{-12} \quad V := 70$$

Влияние внутренних емкостей транзистора C_{k0} и C_{e0} зависит от соотношения граничной частоты усиления транзистора f_α , расчетной частоты и требуемой точности. На верхних частотах рабочего диапазона усилителя влияние этих емкостей почти всегда значительно по всем параметрам, особенно если расчетная частота больше $10 - 20 f_\alpha$. На средних частотах эти емкости обычно влияют на сдвиг фазы между выходным и входным сигналом, поэтому пренебрегать ими при точных расчетах нельзя. Последнее особенно относится к емкости C_{k0} . На нижних частотах рабочего диапазона широкополосных усилителей этими емкостями обычно можно пренебречь.

В этой схеме присутствуют источники постоянного тока I_{k0} и напряжения E_{b0} , которые могут влиять на режим транзистора по постоянному току. Если правильный режим по постоянному току уже обеспечен, можно считать что они не влияют на работу по переменному току. Источник постоянного тока можно заменить разрывом, а источник постоянного напряжения – перемычкой. Подставив получившуюся эквивалентную схему в схему рис. 4.5, получим схему, приведенную на рис. 4.7.

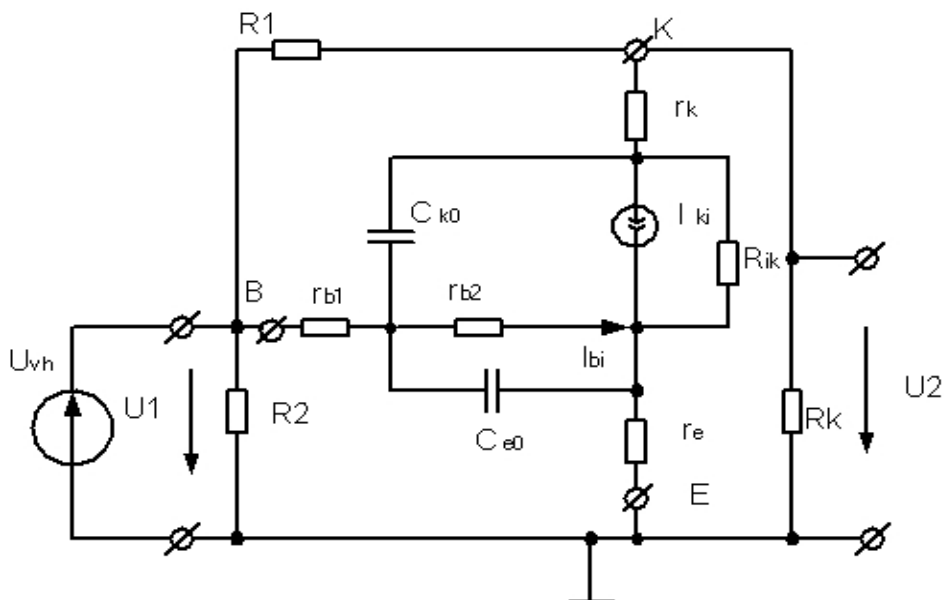


Рис. 4.7

Таким образом, получили схему пригодную для расчетов известными методами теоретической электротехники.

Расчет электрических схем переменного тока с помощью пакета MathCAD удобно выполнять методом узловых потенциалов. Расчет цепей переменного тока подобен расчету цепей постоянного тока, но узловые напряжения являются комплексными амплитудами гармонических колебаний заданной частоты. Действия выполняются в следующем порядке.

А. Преобразовать источники напряжения в источники тока с помощью теоремы об эквивалентном генераторе. На схеме рассматриваемого примера имеется один источник напряжения – источник входного сигнала. Так как нет соединенного с ним последовательно элемента, который можно было бы принять за внутреннее сопротивление источника, добавляем дополнительное сопротивление R_{i1} . Чтобы дополнительное сопротивление не влияло на результаты расчетов его величину берем заведомо много меньше чем входное сопротивление транзистора вместе с сопротивлениями $R1$ и $R2$, например 1 Ом.

Б. Выбрать нулевой узел и пронумеровать все остальные узлы по порядку, проставляя номера узлов на схеме. В качестве нулевого узла реальных схем электронных устройств удобно выбирать узел, соединенный с нулевым проводом.

В. Задаться направлением действия узловых потенциалов. Рекомендуется для всех узлов брать одинаковые направления, а именно от данного узла к нулевому. На схеме это соответствует изображению стрелки сверху вниз. Расчетная схема, получающаяся в результате выполнения пп. А, Б, В, Г, приведена на рис. 4.8.

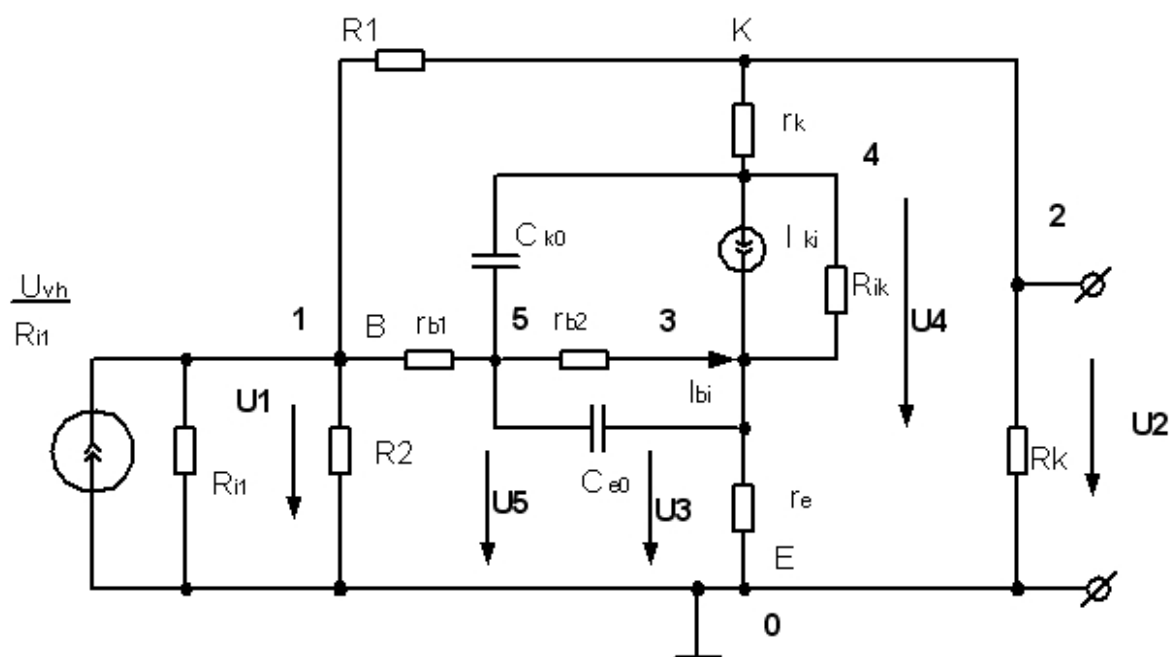


Рис. 4.8

Г. Составить матрицу узловых проводимостей и вектор узловых токов. При использовании пакета MathCAD элементы этих переменных записываются в виде формул. Такой подход позволяет обойтись без записи систем уравнений, на которых основывается расчет. Достаточно знать основы метода узловых потенциалов и правила составления системы уравнений и узловых проводимостей.

*Правила формирования линейных уравнений по методу
узловых потенциалов*

Уравнения составляются в канонической форме для всех узлов, кроме нулевого, и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2 + \dots + Y_{1j} U_j + \dots + Y_{1n} U_n &= I_1; \\
 Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2 + \dots + Y_{2j} U_j + \dots + Y_{2n} U_n &= I_2; \\
 &\dots \\
 Y_{i1} U_1 + Y_{i2} U_2 + \dots + Y_{ij} U_j + \dots + Y_{in} U_n &= I_i; \\
 &\dots \\
 Y_{n1} U_1 + Y_{n2} U_2 + \dots + Y_{nj} U_j + \dots + Y_{nn} U_n &= I_n.
 \end{aligned}$$

Здесь $U_1 \dots U_n$ – узловые потенциалы, являющиеся неизвестными системы уравнений. Под узловыми потенциалами в данном случае понимаются комплексные амплитуды напряжений гармонических колебаний, существующих в узлах;

Y_{ij} – узловые проводимости рассчитываются по правилам аналогичным цепям постоянного тока, но являются комплексными величинами, учитывающими реактивные проводимости конденсаторов и индуктивностей для гармонических колебаний;

I_i – узловые токи. Они равны сумме токов идеализированных источников тока, подключенных к i -му узлу. Ток источника берется со знаком плюс, если он втекает в узел, и – со знаком минус, если вытекает. Направление тока берется в соответствии с направлением стрелок в обозначении источников, которые задаются в соответствии с положительной полуволной гармонического колебания с нулевой начальной фазой.

Уравнения по методу узловых потенциалов являются линейными. Приведенная форма записи называется канонической. Эта форма удобна

для составления матрицы узловых проводимостей и вектора узловых токов для решения системы методами матричной алгебры.

Узловые проводимости Y_{ii} , у которых первый и второй индексы одинаковы, называются *собственными проводимостями узлов*. Они равны сумме комплексных проводимостей всех ветвей, подключенных к узлу, и подставляются в уравнения с общим знаком плюс.

Узловые проводимости Y_{ij} , у которых первый и второй индексы различны, являются взаимными проводимостями. Они равны сумме комплексных проводимостей ветвей, подключенных одним концом к i -му узлу, а другим – к j -му узлу. При подстановке в уравнения взаимные проводимости берутся со знаком минус. Так как под ветвью понимается последовательно – параллельное соединение элементов, подключенное всего с двумя концами к узлам, сложные ветви, образующиеся последовательным соединением ветвей, проходящих через другие узлы, в расчетах не участвуют.

Полученные уравнения в матричной форме выглядят как

$$U \cdot Y = I,$$

где U – вектор узловых напряжений, являющийся искомым решением системы;

Y – матрица узловых проводимостей, составленная по вышеописанным правилам;

I – вектор узловых токов.

Решение ищется в виде скалярного произведения матрицы обратной матрице узловых проводимостей и вектора узловых токов

$$U = Y^{-1} \cdot I.$$

Все переменные в этом уравнении комплексные векторного типа. В пакете MathCAD такие переменные успешно обрабатываются, и результат получается в виде вектора комплексных амплитуд напряжений гармонических колебаний в узлах. Определенные проблем могут появиться, если не учесть что по умолчанию номера векторных переменных начинаются с нуля. Чтобы избежать недоразумений, здесь необходимо изменить значение системной переменной ORIGIN с нуля на единицу.

Матрицу узловых проводимостей Y согласно изложенным правилам составляем по эквивалентной схеме или по уравнениям, если они составлены. Текст подготовки матрицы приведен на рис. 4.9.

$$\begin{aligned}
 \text{ORIGIN} &:= 1 \\
 Y_{1,1} &:= \frac{1}{R_{i1}} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{b1}} & Y_{1,2} &:= \frac{-1}{R_1} & Y_{1,5} &:= \frac{-1}{r_{b1}} \\
 Y_{2,1} &:= Y_{1,2} & Y_{2,2} &:= \frac{1}{R_k} + \frac{1}{r_k} + \frac{1}{R_1} & Y_{2,4} &:= \frac{-1}{r_k} \\
 Y_{3,3} &:= \frac{1}{r_e} + \frac{1}{R_{ik}} + \frac{1}{r_{b2}} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} & Y_{3,4} &:= \frac{-1}{R_{ik}} & Y_{3,5} &:= -1 \cdot \left(\frac{1}{r_{b2}} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} \right) \\
 Y_{4,2} &:= Y_{2,4} & Y_{4,3} &:= Y_{3,4} & Y_{4,4} &:= \frac{1}{r_k} + \frac{1}{R_{ik}} + j \cdot \omega \cdot C_{k0} & Y_{4,5} &:= -1(j \cdot \omega \cdot C_{k0}) \\
 Y_{5,1} &:= Y_{1,5} & Y_{5,3} &:= Y_{3,5} & Y_{5,4} &:= Y_{4,5} & Y_{5,5} &:= \frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} + j \cdot \omega \cdot (C_{e0} + C_{k0})
 \end{aligned}$$

Рис. 4.9

Ввод в виде символьных формул вместо числовых значений облегчает проверку и отладку программы. Особенно это становится ясным, если учесть, что не нулевые значения коэффициентов в узловом уравнении могут иметь только те взаимные проводимости, которые присутствуют в формуле собственной проводимости данного узла. Ввод облегчается тем, что матрицы, получающиеся при применении метода узловых потенциалов, симметричны относительно диагонали. Матрица в числовом виде приведена на рис. 4.10.

$$Y = \begin{pmatrix} 1.021 & -2 \times 10^{-4} & 0 & 0 & -0.02 \\ -2 \times 10^{-4} & 0.052 & 0 & -0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.048 + 3.142i \times 10^{-3} & -1 \times 10^{-4} & -0.014 - 3.142i \times 10^{-3} \\ 0 & -0.05 & -1 \times 10^{-4} & 0.05 + 9.425i \times 10^{-4} & -9.425i \times 10^{-4} \\ -0.02 & 0 & -0.014 - 3.142i \times 10^{-3} & -9.425i \times 10^{-4} & 0.034 + 4.084i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Рис. 4.10

Из приведенного примера видно, что узловые проводимости с нулевыми значениями в такой форме ввода могут не задаваться. Нулевые значения им присваиваются по умолчанию.

Вектор узловых токов составляется в символьной форме по схеме и приведен на рис. 4.11.

$$I_1 := \frac{U_{vh}}{R_{l1}}$$

$$I_3 := \underline{I_{ki}}$$

$$I_4 := \underline{-I_{ki}}$$

$$I_5 := 0$$

Рис. 4.11

Из текста определения вектора видно, что переменная I_{ki} является дополнительной неизвестной, не предусмотренной методом узловых потенциалов. Это означает, что число неизвестных больше чем число линейно независимых уравнений в системе, и она не разрешима. Полученные матрица и вектор соответствуют системе уравнений, приведенной на рис. 4.12 и составленной так же по схеме рис. 4.8.

$$\left(\frac{1}{R_{l1}} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_{b1}} \right) \cdot U_1 - \frac{1}{R_1} \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - \frac{1}{r_{b1}} \cdot U_5 = \frac{U_{vh}}{R_{l1}}$$

$$\frac{-1}{R_1} \cdot U_1 + \left(\frac{1}{R_k} + \frac{1}{r_k} + \frac{1}{R_1} \right) \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - \frac{1}{r_k} \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 = 0$$

$$-0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 + \left(\frac{1}{r_e} + \frac{1}{R_{ik}} + \frac{1}{r_{b2}} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} \right) \cdot U_3 - \frac{1}{R_{ik}} \cdot U_4 - \left(\frac{1}{r_{b2}} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} \right) \cdot U_5 = I_{ik}$$

$$-0 \cdot U_1 - \frac{1}{r_k} \cdot U_2 - \frac{1}{R_{ik}} \cdot U_3 + \left(\frac{1}{r_k} + \frac{1}{R_{ik}} + j \cdot \omega \cdot C_{k0} \right) \cdot U_4 - j \cdot \omega \cdot C_{k0} \cdot U_5 = -I_{ik}$$

$$\frac{1}{r_{b1}} \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - \left(\frac{1}{r_{b2}} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} \right) \cdot U_3 - j \cdot \omega \cdot C_{k0} \cdot U_4 + \left[\frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} + j \cdot \omega \cdot (C_{e0} + C_{k0}) \right] \cdot U_5 = 0$$

Рис. 4.12

Из этой системы, состоящей из пяти линейно независимых уравнений, видно, что кроме узловых потенциалов присутствует дополнительная неизвестная величина I_{ik} , которая сама выражается через другую неизвестную величину I_{bi} . По этой причине для решения необходимо добавить два новых уравнения и неизвестную I_{ki} перенести из правой части в левую. Уравнение для I_{ik} имеется в описании эквивалентной схемы транзистора. В нем присутствует неизвестная I_{bi} , которую можно выразить через

узловые потенциалы U_5 и U_3 . Таким образом, можем ввести два новых уравнения (рис. 4.13).

$$I_{ki} = B \cdot I_{bi}$$

$$I_{ki} - B \cdot I_{bi} = 0$$

или

$$I_{bi} = \frac{(U_5 - U_3)}{rb_2}$$

$$\frac{1}{rb_2} \cdot U_3 - \frac{1}{rb_2} \cdot U_5 + I_{bi} = 0$$

Рис. 4.13

Если добавить эти уравнения в систему и изобразить ее в канонической форме, получим следующую систему уравнений (рис. 4.14):

$$\left(\frac{1}{R_{i1}} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{rb_1} \right) \cdot U_1 - \frac{1}{R_1} \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - \frac{1}{rb_1} \cdot U_5 - 0 \cdot I_{ki} - 0 \cdot I_{bi} = \frac{U_{vh}}{R_{i1}}$$

$$\frac{-1}{R_1} \cdot U_1 + \left(\frac{1}{R_k} + \frac{1}{rk} + \frac{1}{R_1} \right) \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - \frac{1}{rk} \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 - 0 \cdot I_{ki} - 0 \cdot I_{bi} = 0$$

$$-0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 + \left(\frac{1}{re} + \frac{1}{R_{ik}} + \frac{1}{rb_2} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} \right) \cdot U_3 - \frac{1}{R_{ik}} \cdot U_4 - \left(\frac{1}{rb_2} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} \right) \cdot U_5 - I_{ki} - 0 \cdot I_{bi} = 0$$

$$-0 \cdot U_1 - \frac{1}{rk} \cdot U_2 - \frac{1}{R_{ik}} \cdot U_3 + \left(\frac{1}{rk} + \frac{1}{R_{ik}} + j \cdot \omega \cdot C_{k0} \right) \cdot U_4 - (j \cdot \omega \cdot C_{k0} \cdot U_5) + I_{ki} - 0 \cdot I_{bi} = 0$$

$$\frac{1}{rb_1} \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - \left(\frac{1}{rb_2} + j \cdot \omega \cdot C_{e0} \right) \cdot U_3 - j \cdot \omega \cdot C_{k0} \cdot U_4 + \left[\frac{1}{rb_1} + \frac{1}{rb_2} + j \cdot \omega \cdot (C_{e0} + C_{k0}) \right] \cdot U_5 - 0 \cdot I_{ki} - 0 \cdot I_{bi} = 0$$

$$-0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - 0 \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - 0 \cdot U_5 + I_{ki} - B \cdot I_{bi} = 0$$

$$-0 \cdot U_1 - 0 \cdot U_2 - \frac{1}{rb_2} \cdot U_3 - 0 \cdot U_4 - \frac{1}{rb_2} \cdot U_5 - 0 \cdot I_{ki} + I_{bi} = 0$$

Рис. 4.14

Из этого следует, что переменную I_{ki} можно считать шестой неизвестной, а I_{bi} – седьмой. В систему добавилось два уравнения. Таким образом, надо увеличить размерность матрицы проводимостей и вектора узловых токов. Также требуется определить ненулевые элементы матрицы.

Новая матрица получится, если доопределить два новых столбца и две строки. Чтобы учесть перенос неизвестной I_{ki} из правой части в левую, надо в третьей и четвертой строке задать соответствующие значения ко-

эффицентов при этой неизвестной. Шестую и седьмую строки матрицы надо составить из дополнительных уравнений.

$$\begin{aligned}
 Y_{3,6} &:= -1 & Y_{4,6} &:= 1 \\
 Y_{6,6} &:= 1 & Y_{6,7} &:= -B & Y_{7,3} &:= \frac{1}{rb2} & Y_{7,5} &:= \frac{-1}{rb2} & Y_{7,7} &:= 1
 \end{aligned}$$

В численной форме матрица выглядит следующим образом.

$$Y = \begin{pmatrix}
 1.021 & -2 \times 10^{-4} & 0 & 0 & -0.02 & 0 & 0 \\
 -2 \times 10^{-4} & 0.052 & 0 & -0.05 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.048 + 3.142i \times 10^{-3} & -1 \times 10^{-4} & -0.014 - 3.142i \times 10^{-3} & -1 & 0 \\
 0 & -0.05 & -1 \times 10^{-4} & 0.05 + 9.425i \times 10^{-4} & -9.425i \times 10^{-4} & 1 & 0 \\
 -0.02 & 0 & -0.014 - 3.142i \times 10^{-3} & -9.425i \times 10^{-4} & 0.034 + 4.084i \times 10^{-3} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -70 \\
 0 & 0 & 0.014 & 0 & -0.014 & 0 & 1
 \end{pmatrix}$$

Вектор узловых токов, согласно уравнениям рис. 4.14, увеличился только на два элемента нулевой величины, поэтому достаточно явно доопределить только последний его элемент (рис. 4.15).

Решение получаем в матричной форме (рис. 4.16).

$$I_7 := 0 \quad I = \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 4.15

$$U := Y^{-1} \cdot I \quad U = \begin{pmatrix} 9.907 \times 10^{-3} - 4.476i \times 10^{-5} \\ -0.055 + 0.07i \\ 5.937 \times 10^{-3} - 2.886i \times 10^{-3} \\ -0.057 + 0.074i \\ 6.138 \times 10^{-3} - 2.989i \times 10^{-3} \\ 2.01 \times 10^{-4} - 1.03i \times 10^{-4} \\ 2.872 \times 10^{-6} - 1.472i \times 10^{-6} \end{pmatrix} \begin{matrix} U1 \\ U2 \\ Ub2 \\ Uk1 \\ Ub1 \\ Iki \\ Ibi \end{matrix}$$

Рис. 4.16

Анализ результатов расчетов, полученных в данной лабораторной работе, проводится на основе знаний, приобретенных при изучении метода комплексных амплитуд.

4.3. Лабораторное задание

1. Изобразить принципиальную схему исследуемого узла согласно номеру варианта равного номеру фамилии студента в учебном журнале.

2. Преобразовать принципиальную схему узла в эквивалентную. Исходную и окончательную (расчетную) эквивалентные схемы обязательно привести в отчете.

3. Рассчитать напряжения в узлах схемы методом узловых напряжений.

3.1. Преобразовать эквивалентную схему к виду, соответствующему методу узловых напряжений (расчетная схема).

3.2. Выбрать нулевой узел. В качестве нулевого рационально принять узел, соответствующий нулевому проводу принципиальной схемы.

3.3. Пронумеровать оставшиеся узлы по порядку и задать для них положительные направления действия узловых напряжений относительно нулевого узла. Направления рекомендуется принять во всех узлах сверху вниз.

3.4. Для всех узлов, исключая нулевой узел, составить узловые уравнения в канонической форме.

3.5. Если в правых частях уравнений присутствуют неизвестные величины, необходимо добавить соответствующее число уравнений в систему.

3.6. Решить систему уравнений методом матричных преобразований.

4. Определить по результатам расчета коэффициент усиления и фазовый сдвиг сигнала на заданной частоте и на частоте меньшей в 10 раз. Для обоих случаев построить векторные диаграммы входного и выходного напряжений. По ним сделать вывод о влиянии коллекторной и эмиттерной емкостей на усиление и фазовую задержку усилителя.

4.4. Вопросы для самопроверки

1. Почему коэффициенты при неизвестных в системе уравнений для цепи переменного тока в общем случае комплексные числа?
2. Как определить сдвиг фазы колебания при прохождении через каскад?
3. Почему при составлении эквивалентной схемы каскада электронного устройства надо добавлять источник напряжения на входе?
4. Почему на переменном токе источник питания заменяется перемычкой, а источник тока – разрывом?

4.5. Рекомендательный библиографический список

1. Кирьянов, Д. В. Mathcad 13 / Д. В. Кирьянов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2006 – 608 с. – ISBN 5-94157-850-4.
2. Рябенский, В. С. Введение в вычислительную математику / В. С. Рябенский. – М. : Наука, 1994. – 307 с.
3. Нефедов, В. И. Основы радиоэлектроники : учеб. для вузов / В. И. Нефедов. – М. : Высш. шк., 2002. – С. 200 – 244. – ISBN 5-06-004274 X.
4. Каяцкас, А. А. Основы радиоэлектроники : учеб. Пособие для студентов вузов по специальности «Конструирование и производство радиоаппаратуры» / А. А. Каяцкас. – М. : Высш. шк., 1998. – С. 60 – 67.
5. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб для вузов по специальности «Радиотехника» / С. И. Баскаков. – М. : Высш. шк., 2000. – 462 с. – ISBN 5 -06-003843-2.

О Г Л А В Л Е Н И Е

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Лабораторная работа № 1. ВЫВОД РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ В ГРАФИЧЕСКОЙ ФОРМЕ.....	4
1.1. Подготовка к работе.....	4
1.2. Теоретические сведения.....	5
1.2.1. Построение двумерных графиков.....	5
1.2.2. Трехмерные графики.....	12
1.3. Лабораторное задание.....	17
1.4. Вопросы для самопроверки.....	18
1.5. Рекомендательный библиографический список.....	18
Лабораторная работа № 2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА.....	19
2.1. Подготовка к работе.....	19
2.1.1. Состав теоретической подготовки	19
2.1.2. Варианты лабораторного задания.....	20
2.2. Основные теоретические положения.....	23
2.2.1. Решение систем нелинейных уравнений.....	23
2.2.2. Решение систем линейных уравнений.....	27
2.2.3. Анализ режима усилительного каскада по постоянному току.....	30
2.3. Лабораторное задание.....	49
2.4. Вопросы для самопроверки.....	51
2.5. Рекомендательный библиографический список.....	51
Лабораторная работа № 3. РАСЧЕТЫ ПО МЕТОДУ КОМПЛЕКСНЫХ АМПЛИТУД	52
3.1. Подготовка к работе.....	52
3.2. Основы метода комплексных амплитуд.....	52
3.2.1. Формы представления гармонических колебаний.....	54
3.2.2. Закон Ома в символической форме.....	57

3.3. Рекомендации по выполнению работы.....	57
3.3.1. Моделирование колебаний в среде MathCAD.....	57
3.3.2. Измерение параметров гармонического колебания по графику или осциллограмме.....	58
3.3.3. Анализ прохождения гармонических колебаний через простейшую линейную цепь.....	60
3.4. Лабораторное задание.....	60
3.5. Вопросы для самопроверки.....	62
3.6. Рекомендательный библиографический список	62
Лабораторная работа № 4. АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ.....	63
4.1. Подготовка к работе.....	63
4.2. Рекомендации по выполнению работы.....	67
4.3. Лабораторное задание.....	79
4.4. Вопросы для самопроверки.....	80
4.5. Рекомендательный библиографический список.....	80

МATHCAD В ПРОЕКТИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

Методические указания к лабораторным работам
по курсу «Практикум по САПР»

Часть 1

Составитель
ДАВЫДОВ Геннадий Дмитриевич

Ответственный за выпуск – зав. кафедрой профессор М.В. Руфицкий

Подписано в печать 21.10.08.
Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 4,88. Тираж 100 экз.

Заказ
Издательство
Владимирского государственного университета
600000, Владимир, ул. Горького, 87.