

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Л. В. ГРУНСКАЯ

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ, ОПТИКА



Владимир 2023

УДК 535.12(075)

ББК 22.343я7

Г90

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор
профессор кафедры физики и прикладной математики
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
О. Я. Бутковский

Кандидат технических наук, доцент
доцент Высшей школы промышленно-гражданского
и дорожного строительства
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого
О. В. Маковецкая-Абрамова

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Грунская, Л. В.

Г90 Лекции по физике : Колебания, волны, оптика / Л. В. Грун-
ская ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир :
Изд-во ВлГУ, 2023. – 124 с. – ISBN 978-5-9984-1558-6.

Содержит десять лекций, посвященных раскрытию физического смысла основных законов и понятий колебаний, волн и оптики, а также вопросы для самоконтроля и примеры лекционных демонстраций.

Предназначено для студентов всех форм обучения направлений подготовки 12.03.05 – Лазерные технологии, 28.03.01 – Нанотехнологии и других технических специальностей, а также преподавателей.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Ил. 85. Библиогр.: 11 назв.

УДК 535.12(075)

ББК 22.343я7

ISBN 978-5-9984-1558-6

© ВлГУ, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ	5
Лекция № 1. МЕХАНИЧЕСКИЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ	5
Вопросы для самоконтроля	20
Лекция № 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ.....	21
Вопросы для самоконтроля	30
Лекция № 3. ВОЛНЫ. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ.....	31
Вопросы для самоконтроля	40
Лекция № 4. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА	41
Вопросы для самоконтроля	55
Лекция № 5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ	56
Вопросы для самоконтроля	72
ОПТИКА.....	73
Лекция № 6 ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ.....	73
Вопросы для самоконтроля	79
Лекция № 7. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА	80
Вопросы для самоконтроля	87
Лекция № 8. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.....	88
Вопросы для самоконтроля	102
Лекция № 9. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА	103
Вопросы для самоконтроля	111
Лекция № 10. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА.....	112
Вопросы для самоконтроля	121
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	122
РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	123

ВВЕДЕНИЕ

В первой, второй и третьей частях издания представлены лекции, посвященные описанию основных законов и понятий механики, молекулярной физики, термодинамики, электричества и магнетизма. Четвертая часть содержит десять лекций, посвященных колебаниям, волнам и оптике.

В пособии даются общие сведения о колебаниях, выводятся дифференциальные уравнения свободных, затухающих и вынужденных механических гармонических колебаний; получено решение уравнения свободных механических гармонических колебаний; анализируется векторная диаграмма; представлены основы теории затухающих и вынужденных колебаний. Анализируются электромагнитные колебания: квазистационарные токи; свободные электромагнитные колебания в контуре без активного сопротивления; свободные затухающие и вынужденные колебания; переменный ток.

В издании содержатся также основы теории волн и волнового уравнения. Рассматриваются система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме и электромагнитные волны; взаимосвязь электрического и магнитного полей; образование свободных электромагнитных волн; волновое уравнение для электромагнитного поля; плоская электромагнитная волна; энергия электромагнитных волн; плотность потока энергии; поток энергии; импульс и давление электромагнитного поля; излучение диполя.

Оптика представлена следующими разделами: элементы геометрической оптики; интерференция световых волн; дифракция световых волн; дисперсия и поляризация световых волн.

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Лекция № 1

МЕХАНИЧЕСКИЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

План

1. Общие сведения о колебаниях. Дифференциальные уравнения свободных, затухающих и вынужденных механических гармонических колебаний.
2. Решение дифференциального уравнения свободных механических гармонических колебаний.
3. Векторная диаграмма.
4. Затухающие колебания.
5. Вынужденные колебания.
6. Резонанс.
7. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

1. Общие сведения о колебаниях. Дифференциальные уравнения свободных, затухающих и вынужденных механических гармонических колебаний

Колебаниями называют процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости (пример – маятник, струна, напряжение между обкладками конденсатора в контуре).

Различают следующие колебания в зависимости от их внешнего вида и причин возникновения:

- детерминированные, случайные и хаотические;
 - затухающие, стационарные и нарастающие;
 - собственные, вынужденные, параметрические и автоколебания.
- Первая группа колебаний связана с описывающей их функцией.

Детерминированные колебания описываются функцией времени в форме аналитического выражения или графика; могут быть как периодическими, так и непериодическими. Периодические колебания на интервале времени от минус бесконечности до плюс бесконечности представляются в виде

$$F(t) = F(t + nT),$$

где T – период колебаний.

В свою очередь периодические колебания подразделяют:

– на гармонические

$$F = A \cos(\omega t + \alpha);$$

– полигармонические как сумму некоторого числа гармонических колебаний;

– релаксационные, характеризующиеся чередованиями сравнительно медленных изменений состояния системы с весьма быстрыми;

– импульсные, характеризующиеся наличием пауз между колебаниями.

Случайными называют колебания, один или несколько параметров которых случайно зависят от времени. Особое место среди случайных процессов занимает стационарный случайный процесс, с которым мы сталкиваемся при решении ряда практических задач. Основные его свойства – отсутствие в нем тенденции к возрастанию или убыванию со временем и его однородность.

Хаотические колебания занимают как бы промежуточное положение между детерминированными и случайными, природа их возникновения достаточно сложна. Часто хаотические колебания состоят как бы из фрагментов почти периодических с разными периодами колебаний.

Затухающими называют колебания, амплитуда которых стремится к нулю со временем.

Нарастающие колебания – это колебания, амплитуда которых при $t \rightarrow \infty$ неограниченно возрастает.

Стационарными называют колебания, амплитуда которых начиная с некоторого момента постоянна.

Собственными называют колебания, происходящие в объекте после устранения внешнего воздействия. Как правило, собственные колебания со временем затухают. Так, стремятся к нулю колебания маятника в часах после полного развертывания пружины или колебания в колебательном контуре после отключения от него источника постоянного напряжения. Затухание колебаний объясняется потерями того или иного свойства, имеющимися в колебательной системе. В маятнике это наличие трения, а в колебательном контуре – рассеивание мощности тока в резисторе.

Вынужденные колебания – это колебания, возникающие в объекте под действием приложенной силы. И если собственные колебания с течением времени затухают, то вынужденные остаются.

Параметрические колебания возникают, когда энергия объекту передается посредством периодического изменения какого-либо параметра. Самый простой пример объекта, в котором существуют такие колебания, – качели, движение которых осуществляется за счет периодического изменения центра тяжести.

Автоколебания – это незатухающие колебания, поддерживаемые в системе за счет постоянного внешнего источника энергии. Свойства колебаний определяются самой системой. Примеры автоколебательных систем – механические часы, колебания воздуха в духовых инструментах, электрический звонок.

Свободные колебания

На примере разложения потенциальной энергии в ряд Макларена получим формулу потенциальной энергии деформированной пружины.

Потенциальная энергия – функция одной переменной

$$U(x) = U.$$

Разложим $U(x)$ в ряд по степеням x .

Формула Макларена (ограничимся степенью x^2)

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{1}{2}U''(0)x^2,$$

$$U(x) \rightarrow \min \text{ при } x = 0,$$

$$U''(0) \rightarrow K (K > 0),$$

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2.$$

Получим уравнение, аналогичное потенциальной энергии деформированной пружины.

Сила, действующая на систему,

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -kx.$$

Силы вида $F_x = -kx$ называют **квазиупругими**. Эта сила всегда направлена к положению равновесия (рис. 1.1).

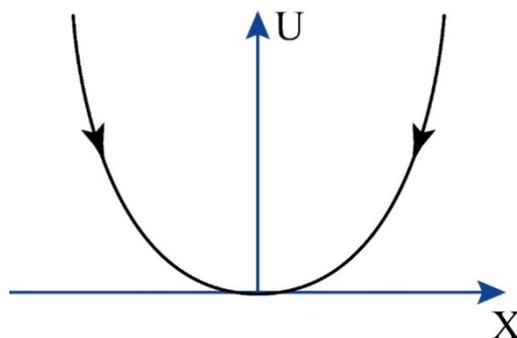


Рис. 1.1

Сообщим грузу на пружине (гармонический осциллятор) смещение a . Под действием квазиупругой силы шарик движется к положению равновесия (рис. 1.2).

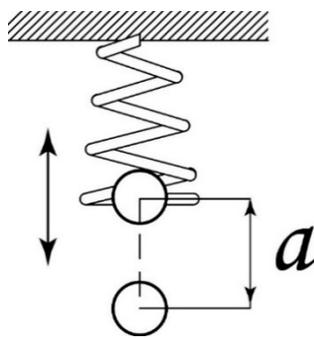


Рис. 1.2

Скорость выразим как производную смещения $v = \dot{x}$.

При колебаниях пружины потенциальная энергия пружины преобразуется в кинетическую энергию шарика, и наоборот

$$E_n = \frac{kx^2}{2}, \quad E_k = \frac{1}{2}m\dot{x}^2.$$

По II закону Ньютона получим

$$m\ddot{x} = -kx.$$

Разделим левую и правую части уравнения на массу шарика, при этом

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m} \text{ — собственная частота колебаний осциллятора,}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Тогда получим дифференциальное уравнение свободных механических гармонических колебаний

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Затухающие механические гармонические колебания

Сила, связанная с потерями энергии, — сила сопротивления, противоположная скорости, может быть записана

$$F_c = -r\dot{x},$$

где r — коэффициент сопротивления.

Запишем дифференциальное уравнение затухающих колебаний. Разделим все компоненты исходного уравнения II закона Ньютона на массу и введем обозначение коэффициента затухания

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x},$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta \text{ — коэффициент затухания,}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Тогда получим уравнение затухающих механических гармонических колебаний

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Вынужденные механические гармонические колебания

Пусть в системе действует вынуждающая колебания сила

$$F_x = F_0 \cos \omega t.$$

Тогда дифференциальное уравнение приобретет вид

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t,$$

После деления всех компонент уравнения на массу осциллятора получим дифференциальное уравнение механических гармонических вынужденных колебаний

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t,$$

$$f_0 = \frac{F_0}{m}.$$

2. Решение дифференциального уравнения свободных механических гармонических колебаний

Если взять дифференциальное уравнение свободных механических гармонических колебаний

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

то его решение будет иметь вид, называемый уравнением волны,

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Итак, смещение x изменяется по закону косинуса. На рис. 1.3 изображен один период гармонических колебаний, показан период колебаний T , начальная фаза колебаний α .

$(\omega_0 t + \alpha)$ – полная фаза колебаний; α – начальная фаза; $t = 0$; T – период; a – амплитуда.

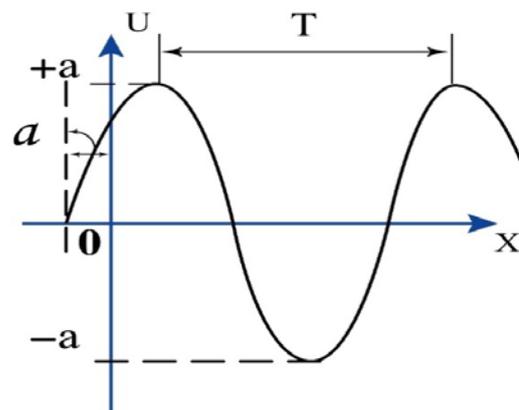


Рис. 1.3

За один период T фаза изменяется на 2π

$$[\omega_0(t + T) + \alpha] = [\omega_0 t + \alpha] + 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Частота колебаний ν , Гц

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Циклическая частота, число колебаний за 2π секунд

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T},$$

$$\omega_0 = 2\pi\nu.$$

Если смещение колеблющейся точки выглядит так:

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

то скорость смещения точки будет

$$\begin{aligned} v = \dot{x} &= -a\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = \\ &= a\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Скорость изменяется также по гармоническому закону, амплитуда скорости равна $-a\omega_0$, и она опережает смещение по фазе на $\frac{\pi}{2}$.

Тогда ускорение колеблющейся точки будет

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -a\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha) = \\ &= a\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi). \end{aligned}$$

Ускорение и смещение изменяются в противофазе (рис. 1.4).

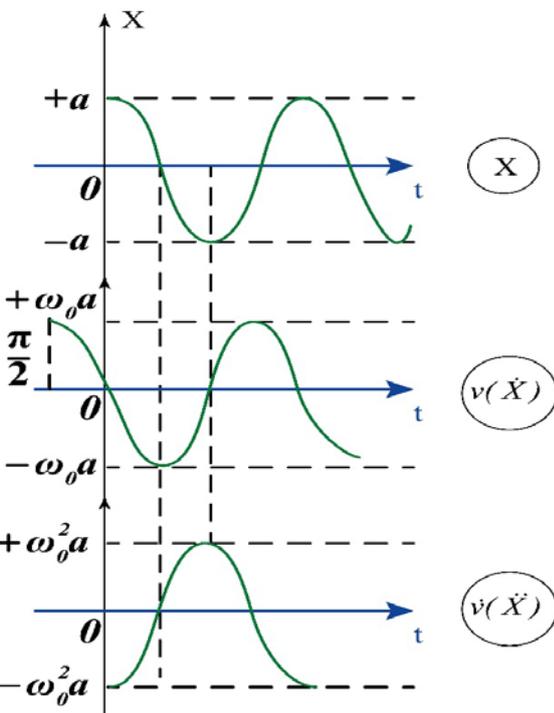


Рис. 1.4

В процессе колебаний происходит превращение кинетической энергии осциллятора в потенциальную и обратно в кинетическую

$$E_{\text{пот}} = U_{\text{max}} = \frac{ka^2}{2},$$

$$E_{\text{кин. max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2}{2},$$

$$E_{\text{кин. max}} = U_{\text{max}}; k = m\omega_0^2.$$

Полная механическая энергия гармонического осциллятора в любой момент времени остается постоянной.

3. Векторная диаграмма

В ряде случаев, например при сложении колебаний, удобно представлять решение уравнения свободных гармонических колебаний в виде векторной диаграммы, в которой длина вектора – амплитуда колебания; угол наклона вектора к оси X – начальная фаза колебаний; частота колебаний ω_0 – угловая частота вращения данного вектора с центром вращения в точке 0 (рис. 1.5).

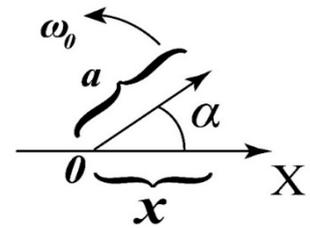


Рис. 1.5

При сложении двух колебаний можно использовать векторную диаграмму только при равенстве частот колебаний. На рис. 1.6 представлен процесс сложения двух гармонических колебаний с помощью векторной диаграммы

$$x_1 = a_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1),$$

$$x_2 = a_2 \cos(\omega_0 t + \alpha_2),$$

$$x = x_1 + x_2.$$

Результирующий вектор вращается с той же угловой частотой, и результирующая амплитуда колебания будет определена из выражения

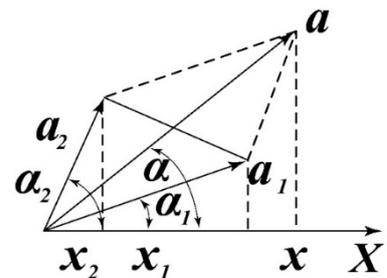


Рис. 1.6

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

4. Затухающие колебания

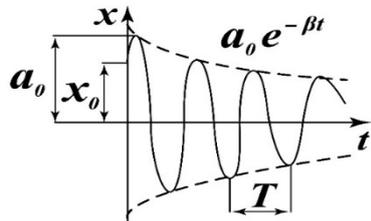
Разберем более подробно затухающие колебания и решение дифференциального уравнения этих колебаний

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta, \quad \omega_1^2 = \frac{k}{m},$$

где r – коэффициент сопротивления; k – коэффициент квазиупругой силы; ω_0 – собственная частота колебаний системы при отсутствии сопротивления среды.

Общее решение дифференциального уравнения затухающих колебаний имеет вид



$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

где a_0 и α – постоянные; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний.

На рис. 1.7 представлен процесс затухающих колебаний и даны его характеристики.

Это гармонические колебания частоты ω с амплитудой, меняющейся по закону

$$a(t) = a_0 e^{-\beta t}.$$

Скорость затухания колебаний определяется величиной, называемой коэффициентом затухания,

$$\beta = \frac{r}{2m}.$$

Найдем время τ , за которое амплитуда уменьшится в e (основание натурального логарифма) раз

$$e^{-\beta\tau} = e^{-1} = \frac{1}{e} \rightarrow \beta\tau = 1,$$

$$\tau = \frac{1}{\beta}, \quad \tau = \frac{2m}{r}.$$

Период затухающих колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Отношение значений амплитуд, соответствующих моментам времени, отличающимся на один период, называют **декрементом затухания**.

Декремент затухания

$$\frac{a(t)}{a(t+T)} = e^{\beta T}.$$

Логарифм декремента затухания

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T.$$

Закон убывания амплитуды

$$a = a_0 e^{\frac{\lambda}{T}t}.$$

Добротность системы

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N.$$

Добротность системы пропорциональна числу колебаний N , совершенных системой за время t , соответствующее уменьшению амплитуды в e раз.

5. Вынужденные колебания

Запишем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний (рис. 1.8)

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t,$$

где β – коэффициент затухания; ω_0 – собственная частота колебаний системы; $f_0 = \frac{F_0}{m}$; F_0 – амплитуда вынуждающей силы; ω – частота вынуждающей силы.

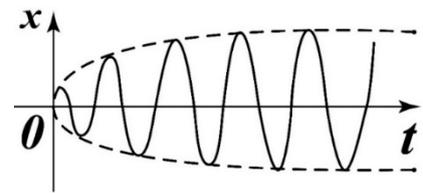


Рис. 1.8

Решение уравнения вынужденных колебаний

$$x = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2 \omega^2}} \cos \left(at - \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right).$$

6. Резонанс

Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы приводит к тому, что при определенной для данной системы частоте амплитуда достигает максимального значения (max).

Колебательная система особенно отзывчива на действие вынуждающей силы при этой частоте. Это явление называют **резонансом**.

Резонансная частота и амплитуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2},$$

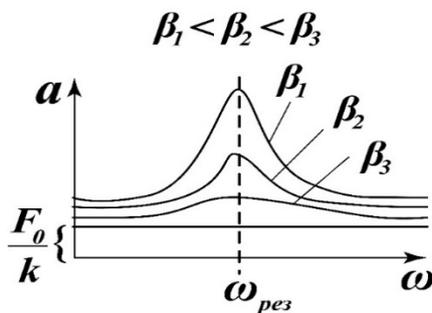


Рис. 1.9

$$a_{\text{рез}} = \frac{\frac{F_0}{m}}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Резонансные кривые изображены на рис. 1.9.

Из рисунка видно, что чем меньше коэффициент затухания, тем выше амплитуда колебаний при резонансе.

7. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Имеем два складываемых взаимно перпендикулярных гармонических колебания

$$\begin{cases} x = a \cos \omega t, \\ y = b \cos(\omega t + \alpha), \end{cases}$$

где α – разность фаз обоих колебаний.

Данная система представляет собой уравнение траектории в параметрической форме, где t – параметр, обозначающий время.

Решим совместно оба уравнения системы с целью исключения времени. Для этого найдем

$$\cos(\omega t + \alpha) = \cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha,$$

$$\begin{cases} \cos \omega t = \frac{x}{a}, \\ \sin \omega t = \mp \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, \end{cases}$$

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} \cos \alpha \mp \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Получим

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha = \sin^2 \alpha.$$

Это уравнение эллипса, оси которого повернуты относительно осей координат a и b .

Рассмотрим частные случаи.

1. Пусть $\alpha = 0$.

Тогда гармонические колебания вдоль прямой (рис. 1.10)

$$\omega = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 = 0,$$

$$y = \frac{b}{a}x.$$

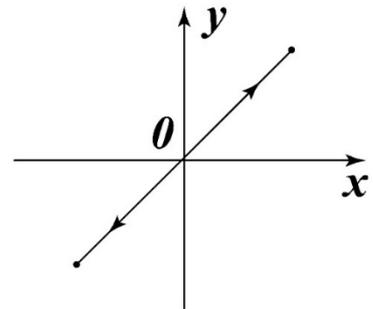


Рис. 1.10

2. Пусть $\alpha = \mp\pi$.

Тогда гармонические колебания вдоль прямой (рис. 1.11)

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0.$$

Резльтирующее движение вдоль прямой

$$y = -\frac{b}{a}x.$$

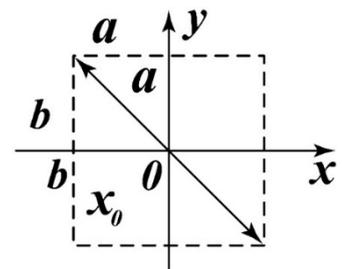


Рис. 1.11

3. Пусть $\alpha = \pm\frac{\pi}{2}$.

Получим уравнение эллипса (рис. 1.12)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \text{эллипс},$$

если $a = b \rightarrow$ окружность.

Случаи $\pm\frac{\pi}{2}$ отличаются направлением движения по эллипсу. Если складываемые частоты неодинаковы, получим фигуры Лиссажу.

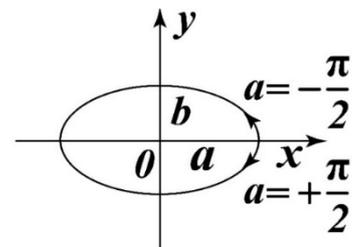


Рис. 1.12

Примеры лекционных демонстраций по механическим колебаниям

Вертикальные упругие колебания

Оборудование: штатив универсальный; набор пружин и грузов; секундомер.

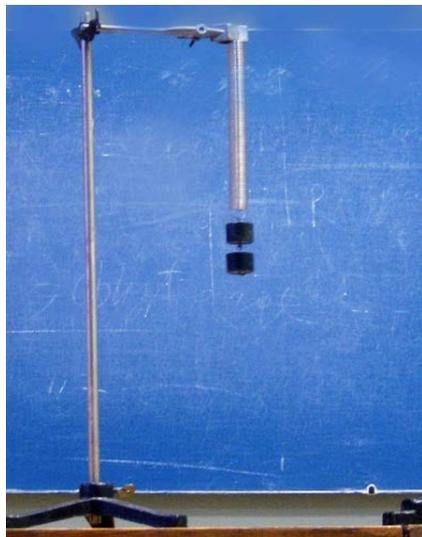


Рис. 1.13

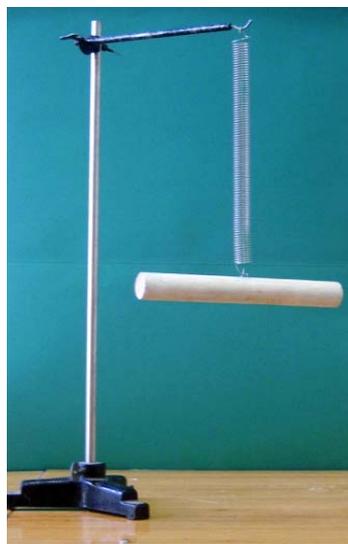
Порядок выполнения опыта: вертикальные упругие колебания демонстрируют, наблюдая зависимость периода колебаний от массы груза и жесткости пружины (рис. 1.13). Жесткость меняют, используя разные пружины, а массу изменяют, используя различное число одинаковых грузов. Период колебаний регистрируют по секундомеру.

По результатам опыта делают вывод о зависимости периода колебаний пружинного маятника от жесткости пружины и массы груза.

Вертикальные и крутильные упругие колебания



а)



б)

Рис. 1.14

Оборудование: штатив универсальный; пружина; два цилиндра с одинаковыми массой и размерами; секундомер.

Порядок выполнения опыта:

1) наблюдают период вертикальных колебаний цилиндров, подвешенных в двух разных позициях (рис. 1.14, а и рис. 1.14, б). Период вертикальных колебаний зависит от массы и жесткости пружины. Массы цилиндров равны, поэтому

периоды вертикальных колебаний будут одинаковыми;

2) наблюдают крутильные колебания. В первом случае (рис. 1.14, а) период крутильных колебаний меньше, чем во втором случае (рис. 1.14, б). Можно сделать вывод, что период крутильных

колебаний зависит от момента инерции маятника, или, по-другому, от распределения массы крутильного маятника относительно оси вращения.

Механическая запись колебательного движения

Оборудование: два штатива универсальных; два стержня; воронка; картонный лист с прикрепленной к его поверхности темной тканью; шпагат; песок или манная крупа.

Порядок выполнения опыта: два стержня закрепляют на штативах параллельно друг другу и подвешивают к ним воронку (рис. 1.15). Под воронку на стол кладут лист картона, обвернутый темной тканью. В воронку насыпают песок или манную крупу. Если воронку оставить в состоянии покоя, а лист картона перемещать в горизонтальном направлении, то песок, высыпаясь, будет оставлять прямую линию. Если же привести маятник в колебательное движение, а картон перемещать по возможности равномерно в горизонтальном направлении, то на ткани останется след в виде синусоиды.

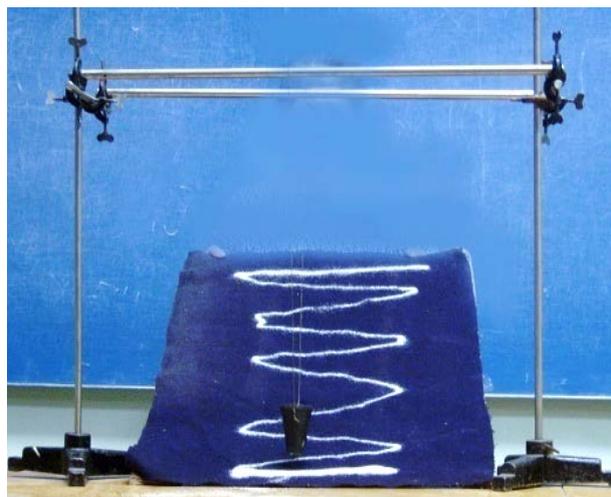


Рис. 1.15

Опыт наглядно демонстрирует возможный способ записи колебательного процесса, а также вид графика колебаний.

Затухающие колебания

Оборудование: штатив с перекладиной, на которой закреплен шарикоподшипниковый узел; стержень металлический; набор пластинок в форме лопаточки; сосуд прямоугольной формы с водой.

Порядок выполнения опыта: маятник с жестким подвесом (рис. 1.16) имеет снизу лопатку, которая может погружаться при колебаниях в сосуд с водой. Изменением уровня воды можно менять глубину погружения лопатки. Опыт проводят несколько раз при различной глубине погружения лопатки. С увеличением



Рис. 1.16

глубины погружения сила сопротивления растёт и скорость затухания возрастает. В опыте можно использовать сменные лопатки разной площади. При достаточном погружении лопатки в воду можно наблюдать переход затухающих колебаний в режим аperiодического процесса.

С использованием секундомера, измеряя время десяти колебаний, можно продемонстрировать увеличение периода затухающих колебаний по сравнению с колебаниями маятника без воды.



Рис. 1.17

Вынужденные колебания и резонанс

Оборудование: электромотор с эксцентриком на валу, установленный на основание; стальные полоски разной длины, установленные на общей станине.

Порядок выполнения опыта: при вращении оси электромотора с эксцентриком возникают вибрации, которые передаются станине. При изменении частоты вращения (рис. 1.17) полоски резонируют по очереди. Наблюдение ведут в теневой проекции полосок на экран.

Демонстрация резонанса и сдвига фаз при механическом резонансе

Оборудование: колесо с валом, закрепленным в подшипниковый узел колеса; деревянная доска 20 × 100 × 1500 мм, свинцовая пластина, струбцины.



Рис. 1.18

Порядок выполнения опыта: к упругой доске (рис. 1.18) прикрепляют маховое колесо. Удобно использовать колесо от модели большого демонстрационного гироскопа (ТМ-20). Момент трения вращающегося колеса можно регулировать с помощью барашка. На ободе колеса укрепляют свинцовую пластину. Доску закрепляют на демонстрационном столе струбцинами.

При вращении колеса в результате дисбаланса возникают поперечные колебания упругой доски. При уменьшении скорости вращения в результате трения происходит переход системы через резонансную частоту. В какой-то момент амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения. Если держать рукой кусочек мела на удачном расстоянии от колеса, то в момент резонанса мел будет касаться обода колеса, и на ободу появится белая полоска, середина которой будет сдвинута на 90° против хода вращения от положения груза. Для того чтобы полоска была не слишком длинной, необходимо заранее научиться раскручивать колесо так, чтобы амплитуда колебаний доски при переходе через резонанс была около 5 см. Этого можно достичь соответствующим подбором усилия торможения.

Этот опыт эффектно иллюстрирует также возможность динамического балансирования ротора в условиях, когда момент трения больше, чем момент дисбаланса.

Эта ситуация характерна для условий динамической балансировки быстровращающихся деталей, например, колес, турбин и т. д.

Необходимо обратить внимание студентов на то, что при балансировке колеса высверливанием массы необходимо засверлить обод не там, где при резонансе возникла полоска, а под углом 90° к ней по ходу вращения колеса.

Акустический резонанс

Оборудование: два камертона; теннисный шарик, подвешенный на штатив.

Порядок выполнения опыта: ударом возбуждают один из двух одинаковых камертонов (рис. 1.19). Второй камертон также приходит в движение, что видно по отскакиванию от него легкого шарика, подвешенного на штативе.

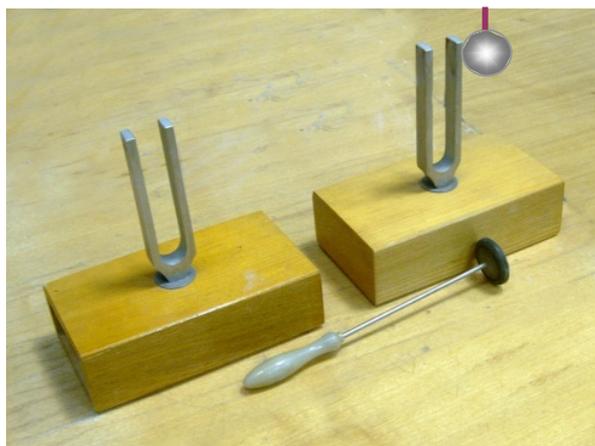


Рис. 1.19

Параметрический резонанс

Оборудование: маятник, подвешенный к потолку через шарнир.

Порядок выполнения опыта: через шарнир пропущен шнур, на котором подвешен маятник (рис. 1.20). Другой конец шнура держит де-



Рис. 1.20

монстратор, и шарнир допускает возможность удлинения или укорочения шнура подвеса маятника. Маятник отклоняют на небольшой угол и приводят его в колебательное движение.

Периодическим изменением длины подвеса маятника можно добиться максимальной амплитуды колебаний (резонанса).

Лекционные демонстрации по механическим колебаниям, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Напишите дифференциальное уравнение свободных механических гармонических колебаний.
2. Напишите дифференциальное уравнение затухающих механических гармонических колебаний.
3. Напишите дифференциальное уравнение механических гармонических вынужденных колебаний.
4. Напишите решение дифференциального уравнения свободных механических гармонических колебаний.
5. Напишите решение дифференциального уравнения свободных механических затухающих гармонических колебаний.
6. Напишите формулу потенциальной и кинетической энергии гармонических механических колебаний.

Лекция № 2

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

План

1. Квазистационарные токи.
2. Свободные электромагнитные колебания в контуре без активного сопротивления.
3. Свободные затухающие электромагнитные колебания.
4. Вынужденные электромагнитные колебания.
5. Переменный ток.

1. Квазистационарные токи

Закон Ома и правила Кирхгофа установлены для постоянного тока. Электромагнитное поле распространяется со скоростью света.

$$\tau = \frac{l}{c}.$$

Если за это время ток меняется незначительно, то это квазистационарный ток

$$\tau \ll T.$$

Ток частотой $\nu = 50$ Гц квазистационарен для цепей до 100 км. Мгновенное значение квазистационарных токов подчиняется законам Ома и Кирхгофа.

2. Свободные электромагнитные колебания в контуре без активного сопротивления

Электрический колебательный контур – замкнутая цепь из индуктивности и емкости (рис. 2.1, а).

Рассмотрим процесс электромагнитных колебаний в таком контуре.

Рассмотрим процесс, обозначенный контуром 1.

Колебания можно возбудить, передав обкладкам конденсатора положительный заряд; электроемкость постепенно будет разряжаться, и в контуре появится ток. Энергия электрического поля $q^2 / 2C$, запасенная в конденсаторе, понижается, а энергия магнитного поля в катушке возрастает ($W = \frac{1}{2}LI^2$). Поскольку активное сопротивление в контуре

равно нулю, полная энергия, складывающаяся из энергии электрического поля и энергии магнитного поля, будет постоянной.

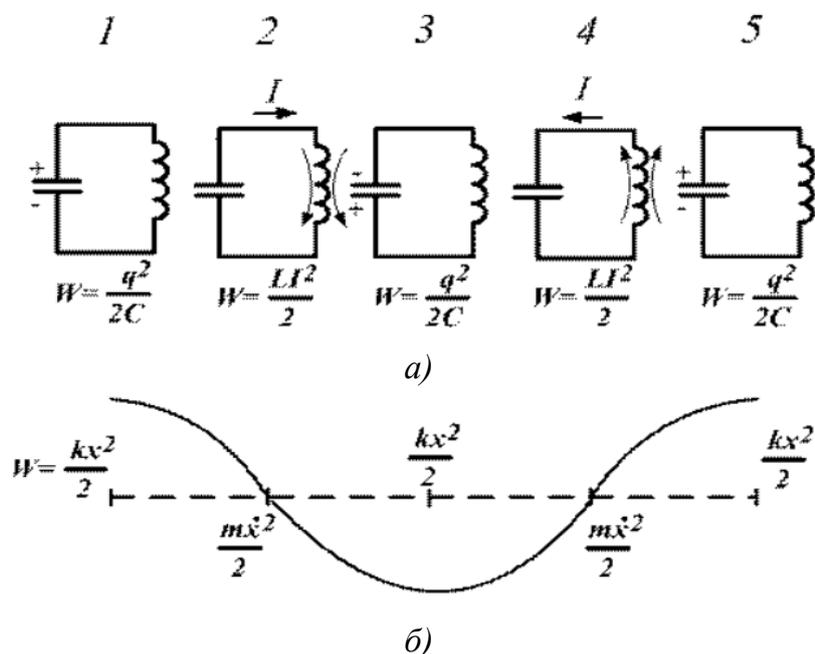


Рис. 2.1

Рассмотрим процесс, обозначенный контуром 2.

Энергия магнитного поля сосредоточена в индуктивности. Далее ток уменьшается, а заряд на обкладках конденсатора увеличивается, далее ток равен нулю и $q = \max$, произойдет перезарядка пластин конденсатора.

Рассмотрим процесс, обозначенный контуром 3.

Ток потечет в противоположную сторону. Энергия электрического поля, запасенная в конденсаторе, будет уменьшаться и переходить в энергию магнитного поля катушки индуктивности.

Рассмотрим процесс, обозначенный контуром 4.

Благодаря протеканию тока в электрическом колебательном контуре будет происходить перекачка энергии магнитного поля катушки индуктивности в энергию электрического поля конденсатора, благодаря которой произойдет перезарядка пластин конденсатора и возвращение конденсатора в первоначальное состояние (контур 1).

Таким образом, мы наблюдали один период электромагнитных колебаний в электрическом колебательном контуре. На рис. 2.1, б представлен аналогичный процесс, но происходящий с гармоническим осциллятором, когда потенциальная энергия перекачивается в кинетическую

энергию осциллятора. Исходя из данной ситуации можно провести аналогию между энергией, запасенной в конденсаторе, и потенциальной энергией механического маятника. Также проведем аналогию между энергией магнитного поля катушки индуктивности и кинетической энергией маятника.

В ходе вышеописанного процесса периодически меняются заряд на обкладках конденсатора, сила тока через индуктивность и напряжение на обкладках конденсатора. Колебания сопровождаются взаимным превращением энергии электрического и магнитного полей.

Аналогия с пружинным маятником: зададим ему потенциальную энергию, сообщив отклонение x ,

$$\frac{1}{2}kx^2.$$

Потенциальная энергия переходит в кинетическую

$$\frac{1}{2}mx^2.$$

Индуктивность выполняет роль массы, величина $\frac{1}{C} = k$ – жесткость, заряд q – смещение из положения x , а сила тока I – скорость.

Аналогия распространяется и на математическое описание.

Найдем уравнение колебаний в колебательном контуре без активного сопротивления

$$I = \frac{dq}{dt} = \dot{q},$$

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12},$$

$$R = 0,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q}{C},$$

$$\varepsilon_{12} = -L \frac{dI}{dt},$$

$$\frac{dI}{dt} = \ddot{q},$$

$$-\frac{q}{C} - L \frac{dI}{dt} = 0,$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0,$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Получим уравнение колебаний в электрическом контуре без потерь

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение данного уравнения:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Таким образом, заряд на обкладках конденсатора меняется по гармоническому закону.

Частота ω_0 – собственная частота контура.

Формула Томпсона, дающая период колебаний электрического колебательного контура без потерь,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Определим напряжение на зажимах конденсатора в контуре

$$U = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \alpha) = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Определим ток в контуре

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

$$\frac{dq}{dt} = I = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right).$$

Сила тока опережает по фазе U на $\pi/2$. Когда ток \max , $q = 0$ и $U = 0$. Когда ток \min , $q = \max$ и $U = \max$.

Максимальные значения тока и напряжения в колебательном контуре

$$U_m = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m.$$

$$\frac{1}{2} C U_m^2 = \frac{1}{2} L I_m^2.$$

3. Свободные затухающие электромагнитные колебания

Всякий реальный контур обладает активным сопротивлением, часть энергии идет на нагревание, колебания затухают (рис. 2.2).

Напишем дифференциальное уравнение электромагнитных колебаний в контуре с активным сопротивлением. Это будет уравнение затухающих электромагнитных колебаний

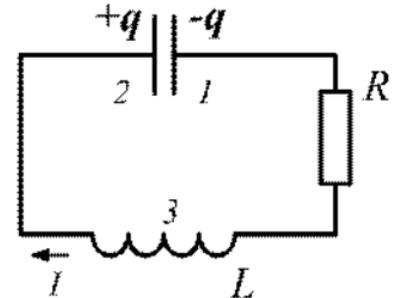


Рис. 2.2

$$IR = -\frac{q}{C} - L \frac{dq}{dt},$$

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0,$$

$$\beta = \frac{R}{2L}.$$

Это уравнение по своей форме совпадает с дифференциальным уравнением затухающих механических колебаний

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

$$\text{При } \beta^2 < \omega_0^2$$

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}.$$

Решение данного уравнения

$$q = q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, тогда $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$.

Частота затухающих колебаний меньше собственной частоты колебательного контура (рис. 2.3).

При $R = 0$

$$\frac{q}{C} = U = \frac{q_{m0}}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) =$$

$$= U_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

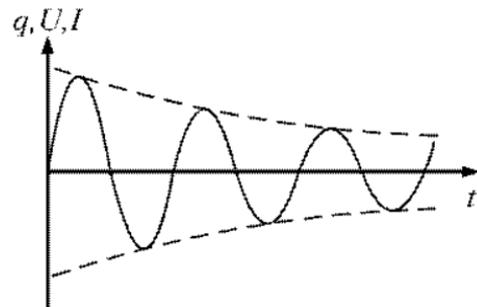


Рис. 2.3

$$I = \frac{dq}{dt} = \dot{q} = -q_{m0}e^{-\beta t}(-\beta \cos(\omega t + \alpha) - \omega \sin(\omega t + \alpha)),$$

$$I = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} \left(-\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \cos(\omega t + \alpha) - \right. \\ \left. - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \sin(\omega t + \alpha) \right),$$

$$-\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = -\frac{\beta}{\omega_0} = \cos \Psi,$$

$$\sin \Psi = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = \frac{\omega}{\omega_0},$$

$$I = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \Psi).$$

Логарифмический декремент затухания

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T,$$

$$\lambda = \frac{\pi R}{\alpha \omega}.$$

Если затухание невелико,

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{\alpha}}.$$

Добротность колебательного контура

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}.$$

В случае слабого затухания

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

4. Вынужденные электромагнитные колебания

В контуре имеем источник переменного гармонического напряжения (рис. 2.4).

Изменение напряжения источника

$$U = U_m \cos \omega t.$$

Имеем

$$IR = -\frac{q}{C} - L \frac{dI}{dt} + U_m \cos \omega t.$$

Определим дифференциальное уравнение электромагнитных колебаний в контуре с внешним источником напряжения

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = U_m \cos \omega t,$$

$$U_m \cos \omega t = U_R + U_C + U_L,$$

$$1) U_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \Psi),$$

$$2) U_R = RI_m \cos(\omega t - \varphi),$$

$$3) U_L = U_{Lm} \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}),$$

$$q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}},$$

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Напряжение на емкости отстает по фазе от силы тока на $\frac{\pi}{2}$, а напряжение на индуктивности опережает по фазе ток на $\frac{\pi}{2}$. Напряжение на активном сопротивлении изменяется в фазе с током. Резонансные кривые для U_C и для q такие же, как и при механических колебаниях (рис. 2.5).

При $\omega \rightarrow 0$ резонансные кривые сходятся в одной точке $U_{cm} = U_m$.

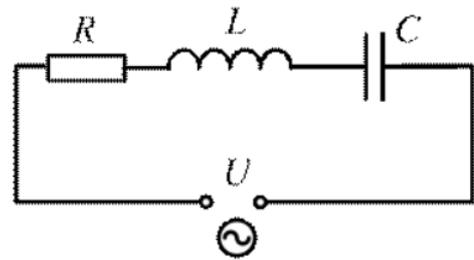


Рис. 2.4

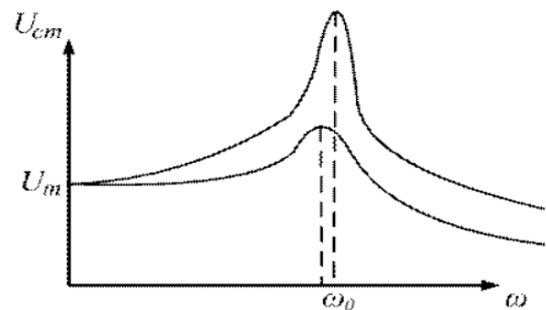


Рис. 2.5

Для тока I , так же как и для скорости при механических колебаниях (рис. 2.6),

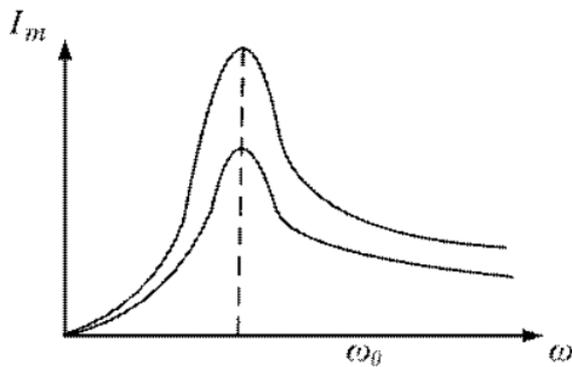


Рис. 2.6

$$\omega_0 = \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

5. Переменный ток

Колебания в электрическом колебательном контуре можно рассматривать как переменный ток с параметрами C, L, R

$$U = U_m \cos \omega t,$$

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + x^2}},$$

$$z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где z – полное электрическое сопротивление (импеданс).

$X_L = \omega L$ – реактивное индуктивное сопротивление,

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ – реактивное емкостное сопротивление,

$$z = \sqrt{R^2 + x^2}, \text{ где } x = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Мощность в цепи переменного тока

$$P(t) = U(t)I(t) = U_m \cos \omega t I_m \cos(\omega t - \varphi) \cos \alpha \cos \beta,$$

$$P(t) = U(t)I(t) = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta),$$

$$P(t) = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi + \frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t - \varphi),$$

$$P_{\text{сред}} = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi.$$

Действующие значения тока и напряжения

$$P = \frac{RI^2}{2}, I_{\partial} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, U_{\partial} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

$P_{\text{сред}} = I_{\partial}U_{\partial} \cos \varphi$, $\cos \varphi$ – коэффициент мощности.

Примеры лекционных демонстраций по электромагнитным колебаниям

Наблюдение резонанса напряжений и токов

Оборудование: катушка с железным сердечником; конденсатор с изменяющейся емкостью; электрическая лампочка; соединительные провода.

Порядок выполнения опыта: собирают колебательный контур, в разрыв которого включают электрическую лампочку и источник тока. Установка позволяет демонстрировать резонанс на частоте 50 Гц. О величине тока судят по накалу лампочки, напряжение и ток измеряют демонстрационными приборами.

Трансформатор Тесла

Оборудование: трансформатор Тесла; газоразрядные трубки.

Порядок выполнения опыта: прибор позволяет демонстрировать свечение безэлектродных трубок, заполненных гелием, неоном. Безэлектродные трубки помещают в высокочастотное поле трансформатора Тесла и наблюдают их свечение так же, как свечение трубок с электродами и свечение неоновых ламп.

Опыты с демонстрационным генератором электромагнитных волн

Оборудование: генератор электромагнитных волн (рис. 2.7); полуволновой диполь; полуволновой приемник.

Порядок выполнения опыта: излучателем служит полуволновой диполь. Прием осуществляется на колебательный контур, состоящий из витка проволоки и переменного



Рис. 2.7

конденсатора, в контур включена лампа. С помощью этого контура исследуют поле диполя-излучателя.

Лекционные демонстрации по электромагнитным колебаниям, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Напишите дифференциальное уравнение для свободных электромагнитных колебаний в контуре без активного сопротивления.
2. Напишите дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний.
3. Напишите дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний.
4. Напишите формулы действующих значений тока и напряжения.
5. Что такое импеданс электрической цепи?
6. Аналогом чего является переменный электрический ток?

Лекция № 3
ВОЛНЫ. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

План

1. Распространение волн в упругой среде.
2. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси X .
3. Уравнение плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении.
4. Волновое уравнение.
5. Волновой пакет, групповая скорость.

1. Распространение волн в упругой среде

Если в каком-либо месте упругой среды (твёрдой, жидкой, газообразной) возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться от частицы к частице с некоторой скоростью v .

Процесс распространения колебаний в пространстве называют **волной**.

Частицы среды, в которой распространяется волна, не вовлекаются волной в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия.

В зависимости от направления колебания частиц по отношению к направлению распространения волны будем иметь либо продольные, либо поперечные волны.

Продольные волны распространяются в жидких, твёрдых и газообразных средах. В продольных волнах смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны.

В поперечной волне частицы среды колеблются перпендикулярно направлению распространения волны. Поперечные механические волны распространяются только в твёрдых средах.

Геометрическое место точек, до которых доходит колебание за время t , называют **фронтом волны**. В зависимости от формы фронта волны могут быть сферическими, плоскими и т. д. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называют **волновой поверхностью**.

Волновые поверхности могут быть в виде плоскости сферы. Соответственно волна может быть плоской и сферической.

В плоской волне волновые поверхности представляют собой множество направленных параллельно друг другу плоскостей, в сферической – концентрические сферы. На рис. 3.1 дано графическое изображение волны.

Длина волны λ – расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе.

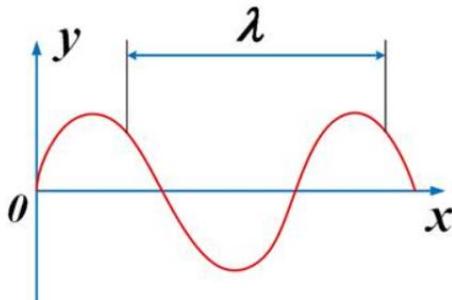


Рис.3.1

Известны равенства для волн

$$\lambda = vT,$$

$$\lambda v = v,$$

$$T = \frac{1}{\nu},$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu}.$$

2. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси x

Уравнением волны называют выражение, которое дает смещение колеблющейся частицы как функцию ее координат (x, y, z) и времени t
 $\xi = \xi(x, y, z, t)$.

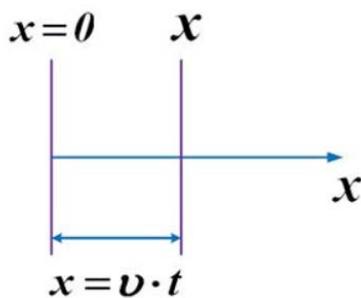


Рис. 3.2

Эта функция периодична как по координатам, так и по времени.

Найдем вид ξ в случае плоской волны, считаем колебания гармоническими. Ось x совпадает с направлением распространения волны. Запишем уравнение колебания точек волны в плоскости $x = 0$ (рис. 3.2)

$$\xi(0; t) = a \cos(\omega t + \alpha).$$

Запишем уравнение волны для произвольного x .

Чтобы пройти путь от плоскости $x = 0$ до плоскости $x = vt$, волне требуется время (v – скорость распространения волны)

$$\tau = \frac{x}{v}.$$

Колебания частиц, лежащих в плоскости x , будут отставать по времени на τ от колебаний частиц, лежащих в плоскости $x = 0$,

$$\xi(x; t) = a \cos[\omega(t - \tau) + \alpha] = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v} + \alpha\right)\right].$$

Итак, уравнение плоской волны (и продольной, и поперечной) вдоль оси x

$$\xi(x; t) = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v} + \alpha\right)\right].$$

Зафиксируем значение фазы

$$\omega\left(t - \frac{x}{v} + \alpha\right) = \text{const.}$$

Это связь t и x , в которой фаза имеет фиксированное значение.

$\frac{dx}{dt}$ – скорость, с которой перемещается данное значение фазы.

Покажем, что скорость распространения волны – это скорость распространения фазы (фазовая скорость – v)

$$\omega t - \frac{\omega x}{v} + \alpha = A,$$

$$\omega - \frac{d\omega}{d\omega} \frac{dx}{dt} + \frac{d}{dt} \alpha = \frac{d}{dt} A,$$

$$\omega - \frac{\omega}{v} \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} A,$$

$$dt - \frac{1}{v} dx = 0,$$

$$\frac{dx}{dt} = v,$$

$$\frac{dx}{dt} > 0.$$

Скорость распространения волны в данном случае есть скорость перемещения фазы – фазовая скорость.

Для волны в противоположном направлении

$$\xi = a \cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{v} + \alpha\right)\right].$$

Уравнению плоской волны можно придать симметричный относительно x и t вид

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} - \text{волновое число,}$$

$$k = \frac{2\pi v}{\lambda v} = \frac{\omega}{v}.$$

Тогда уравнение плоской волны примет вид

$$\xi = a \cos(\omega t - kx + \alpha).$$

3. Уравнение плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении

Напишем уравнение для волны, образующей с осями x, y, z углы α, β, γ .

Колебания в начале координат описываются уравнением (рис. 3.3)

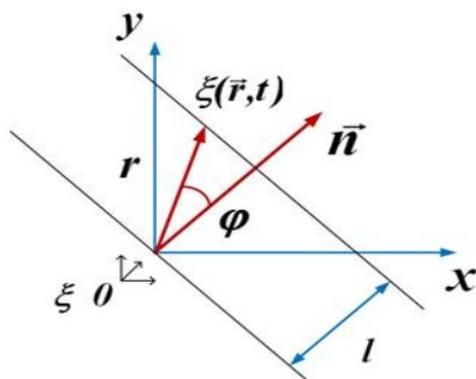


Рис. 3.3

$$\xi = a \cos(\omega t + \alpha).$$

Возьмем волновую поверхность, отстоящую от начала координат на расстоянии l , тогда колебания в ней будут отличаться: отставать от начального колебания на $\tau = \frac{l}{v}$

$$\xi = a \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} + \alpha \right) \right] =$$

$$= a \cos(\omega t - kx + \alpha),$$

$$\xi(\vec{r}, t) = a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}\vec{n} + \alpha),$$

где \vec{r} – радиус-вектор произвольной точки, \vec{n} – единичный вектор нормали к волновой поверхности, $\vec{r}\vec{n} = r \cos \varphi = l$, $\vec{k} = k\vec{n}$ – волновой вектор – нормаль к волновой поверхности.

Тогда уравнение плоской незатухающей волны в направлении волнового вектора будет иметь вид

$$\xi = (\vec{r}, t) = a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha).$$

Для затухающей волны надо добавить множитель $l^{-\gamma l} = l^{-\gamma\vec{r}\vec{n}}$.
Перейдем от радиус-вектора \vec{r} к координатам x, y, z .

$$k\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z.$$

Тогда

$$\xi(x, y, z, t) = a \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \alpha),$$

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha, \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta, \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma.$$

Запись в комплексном виде для уравнения волны

$$\xi = \operatorname{Re} a e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})},$$

$$\xi = \hat{a} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})},$$

где $\hat{a} = a e^{i\alpha}$ – комплексная амплитуда.

4. Волновое уравнение

Уравнение любой волны – это решение дифференциального уравнения, называемого волновым. Чтобы установить вид этого уравнения, сопоставим вторые частные производные по координатам и времени от уравнения волны

$$\xi = (\vec{r}, t) = a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha).$$

Продифференцировав уравнение волны дважды по каждой из переменных, получим

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -\omega^2 \xi.$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k_x^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -k_x^2 \xi, \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = -k_y^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -k_y^2 \xi, \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -k_z^2 a \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha) = -k_z^2 \xi. \end{cases}$$

Сложим полученные уравнения

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \xi = -k^2 \xi,$$

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{1}{v^2}.$$

Тогда получим уравнение, которое называют **волновым**,

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где Δ – оператор Лапласа.

Волновому уравнению удовлетворяет любая функция вида

$$f(x, y, z, t) = f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \alpha),$$

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси x , волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

5. Волновой пакет, групповая скорость

Монохроматическими называют волны, включающие в себя только одну частоту колебаний. Рассмотренные выше уравнения волны соответствуют монохроматическим волнам. Реальные волны не являются строго монохроматическими. Реальную волну можно пред-

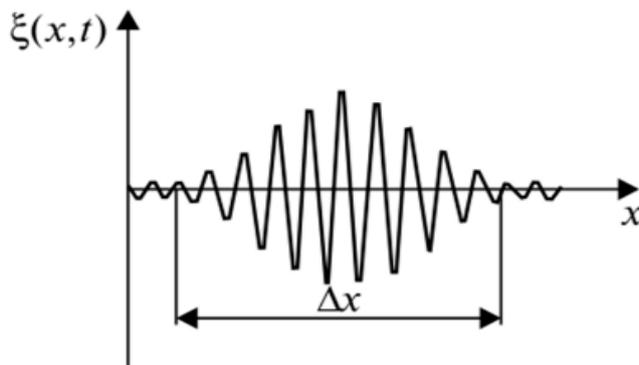


Рис. 3.4

ставить в виде суперпозиции (наложения) большого числа волн – группы волн. Если они мало отличаются по частотам, то такую волну можно считать близкой к монохроматической. Суперпозицию волн, мало отличающихся по частоте, называют **волновым пакетом** или **группой волн** (рис. 3.4).

Если среда распространения волнового пакета не обладает свойством дисперсии, то все волны в пакете распространяются с одинаковой фазовой скоростью v . Дисперсия среды связана с зависимостью

показателя преломления среды от длины волны или частоты. Форма пакета не меняется, волновой пакет не расплывается. В среде с дисперсией происходит расплывание, деформирование формы волнового пакета. Если дисперсия мала, то расплывание небыстрое, и волновому пакету можно приписать некоторую скорость u , которая фактически является скоростью перемещения огибающей пакета; именно эту скорость называют *групповой*.

Связь групповой и фазовой скоростей

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

В случае отсутствия дисперсии у среды ($\frac{dv}{d\lambda} = 0$) фазовая и групповая скорости будут совпадать.

Примеры лекционных демонстраций по волновым процессам

Проволочная пружина для демонстраций продольных волн

Оборудование: длинная проволочная пружина (диаметр витка 15 – 18 см, диаметр проволоки 2,5 – 3,0 мм); два штатива.

Порядок выполнения опыта: большую проволочную пружину подвешивают горизонтально на длинных нитях. Удар по краю пружины позволяет наблюдать отдельный упругий продольный импульс, бегущий по виткам и отражающийся от конца пружины. На этой установке можно наблюдать также стоячие волны.

Возникновение стоячих волн

Оборудование: резиновый шнур длиной 4 – 6 м; анкерный крючок, заделанный в стену аудитории.

Порядок выполнения опыта: шнур, привязанный одним концом к крючку, позволяет продемонстрировать отдельный поперечный импульс, бегущий по шнуру, отражение импульса, а также стоячую волну. Для получения стоячей волны шнур берут за непривязанный конец, слегка натягивают и приводят в колебание в вертикальной плоскости. Частоту колебаний и натяжение шнура подбирают заранее. В опыте хорошо видна связь между длиной волны и частотой колебаний.

Резонанс воздушного столба

Оборудование: сосуд с водой; цилиндрическая трубка несколько меньшего диаметра, чем диаметр сосуда.

Порядок выполнения опыта: высокий сосуд наполняют почти до краев водой. Цилиндрическую трубку опускают в воду и удерживают там. Затем к открытому концу трубки подносят звучащий динамик и медленно поднимают динамик и трубку, следя за тем, чтобы расстояние между динамиком и открытым концом трубки оставалось все время постоянным. Когда длина воздушного столба в трубке становится равной $1/4$ длины волны, излучаемой динамиком, вследствие резонанса звук резко усиливается. При дальнейшем подъеме трубки и при увеличении длины столба воздуха звук затихает. Когда длина воздушного столба достигает $3/4$ длины звуковой волны, излучаемой динамиком, то звук вновь усиливается. Удобно взять трубку с делениями, чтобы длину звуковой волны определить непосредственно из опыта.

Наблюдение эффекта Доплера

Оборудование: звуковой генератор; динамик, привязанный к веревке длиной 1 м.

Порядок выполнения опыта: к звуковому генератору с помощью длинных и гибких проводов подключают динамик и возбуждают его на частоте ($f \approx 500$ Гц). В течение 15 – 20 с дают возможность прислушаться к звучанию покоящегося динамика. После этого приводят его во вращение в вертикальной плоскости, держа за свободный конец веревки. Частота вращения примерно 1 – 2 об/с. Радиус вращения 50 – 60 см, а плоскость вращения перпендикулярна рядам студентов. В этом случае динамик то приближается, то удаляется от студентов. При вращении динамика студенты отмечают периодическое изменение высоты тона звука: при движении динамика в их сторону высота тона повышается, а при движении в обратную сторону – понижается.

Модель демонстрации групповой скорости распространения волн

Оборудование: два плоских растра с разным периодом; проектор; экран.

Порядок выполнения опыта: растры устанавливают один на другой и размещают на поверхности проектора (рис. 3.5). Их совмещенное изображение проецируют на экран. При относительном перемещении растров в направлениях, показанных стрелкой, на экране движутся места сгущений и разрежений. Можно взять две гребенки или мужские расчески с разным шагом зубьев. Расческа с частыми зубьями моделирует коротковолновой процесс, а с редкими – длинноволновой.

Скорость перемещения сгущений представляет собой групповую скорость. Места сгущений могут двигаться как быстрее, так и медленнее самих расчесок, что соответствует случаю нормальной и аномальной дисперсии.

Волновая ванна

Оборудование: плоская ванна из прозрачного материала, наполненная водой; вибратор; источник света.

Порядок выполнения опыта: опыт наблюдают в проекции на потолке аудитории изображения поверхности воды. Волновая ванна позволяет продемонстрировать колебательные и волновые движения: колебание отдельных частиц, колебание двух частиц с разными фазами, образование волны, распространение волн, стоячие волны. При этом можно изменять частоту и амплитуду колебаний, направление распространения волн, расположение узлов и пучностей стоячей волны.

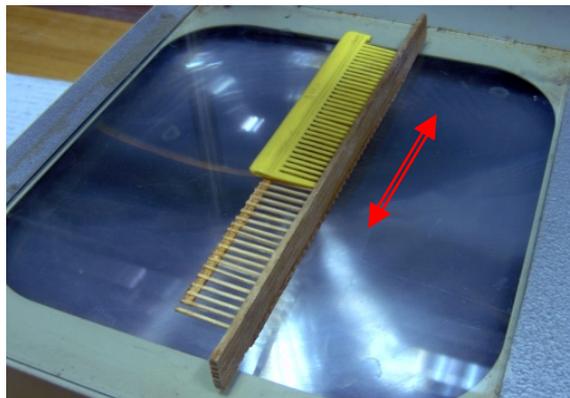


Рис. 3.5

Указание: при подготовке и проведении опытов с волновой ванной следует иметь в виду, что демонстрации будут более выразительными и четкими при определенной частоте колебаний вибратора. Рекомендуется опытным путем подобрать частоту колебаний вибратора так, чтобы на экране наблюдалась наиболее отчетливая картина.

Волны на воде

Оборудование: плоская ванна из прозрачного материала, наполненная водой; вибратор; источник света; набор пластинок, которые можно установить вертикально в ванне.

Опыт № 1

Порядок выполнения опыта: плоскую ванну с водой освещают снизу точечным источником света. В проекции на потолок можно видеть:

- 1) отражение волн;
- 2) преломление волн на границе раздела двух сред.

Опыт № 2

Порядок выполнения опыта: плоскую ванну с водой освещают снизу точечным источником света. В проекции можно видеть:

- 1) дифракцию волн за малым отверстием в одной из пластинок, установленных в ванне;
- 2) дифракцию волн за экраном (преградой).

Опыт № 3

Порядок выполнения опыта: плоскую ванну с водой освещают снизу точечным источником света. В проекции можно наблюдать:

- 1) интерференцию волн от двух когерентных источников;
- 2) интерференцию волн от двух отверстий, выполненных в одной из пластинок.

Лекционные демонстрации по волновым процессам, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Какой процесс называют волной? Какие волны называют продольными, а какие – поперечными? Что такое фронт волны?
2. Напишите уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси x .
3. Напишите уравнение плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении.
4. Напишите волновое уравнение. В чем особенность волнового уравнения, какую важную взаимосвязь мы видим в данном уравнении?
5. Что называют волновым пакетом?
6. Какую скорость называют фазовой? Какую скорость называют групповой?

Лекция № 4
УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

План

1. Опыты Эрстеда (1820) и Фарадея (1831), взаимосвязь между электрическими и магнитными полями.
2. Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции.
3. Основные законы электрического и магнитного полей.
4. Обобщенный закон электромагнитной индукции Фарадея.
5. Закон полного тока.
6. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме.
7. Выводы. Значения теории Максвелла.

1. Опыты Эрстеда (1820) и Фарадея (1831), взаимосвязь между электрическими и магнитными полями

Это фундаментальные уравнения классической электродинамики, описывающие электромагнитные явления в любой среде (и в вакууме). Сформулированы британским физиком Д. Максвеллом в 1860 – 1865 годах на основе обобщения эмпирических законов электрических и магнитных явлений. Являются развитием идей английского ученого М. Фарадея о том, что взаимодействие между электрически заряженными телами осуществляется вследствие электромагнитного поля. Современная форма уравнений Максвелла дана немецким физиком Г. Герцем и английским физиком О. Хевисайдом.

Этот шаг был подготовлен многими исследователями, в первую очередь М. Фарадеем, Ш. Кулоном, А. Ампером, Г. Эрстедом, Ж. Био, Ф. Саварром, П. Лапласом.

Опыты Эрстеда и Фарадея создали основу, на которой построены законы Максвелла.

Опыт Эрстеда

В 1820 году Эрстед обнаружил, что провод, замыкающий клеммы вольтовой батареи, влияет на расположенный поблизости магнит; как он описывал: «электрическое возмущение» (ток) действует вращательным образом на магнит, стремясь развернуть его перпендикулярно

проводу. Причем сила взаимодействия между магнитом и проволокой не лежит вдоль линии, которая их связывает, сила перпендикулярна этой линии.

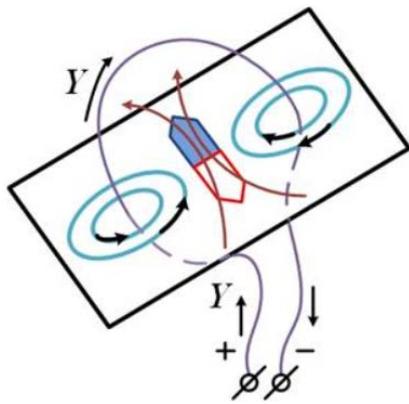


Рис. 4.1

Для опыта в качестве проводника брали проволоку, которую замыкали на вольтову батарею (рис. 4.1). При подключении проводника к батарее магнитная стрелка при ее перемещении вокруг проводника описывала окружности. Фактически магнитная стрелка показывала направление силовых линий магнитного поля, окружающего проводник с током. При перемещении магнитной стрелки вокруг провода она всегда указывала вперед одним и тем же концом.

Таким образом, опыт показал взаимосвязь электрического тока (электрического поля) с возникающим вокруг проводника магнитным полем. Силовые линии магнитного поля замыкаются вокруг изменяющегося электрического поля (ток – это переменное электрическое поле).

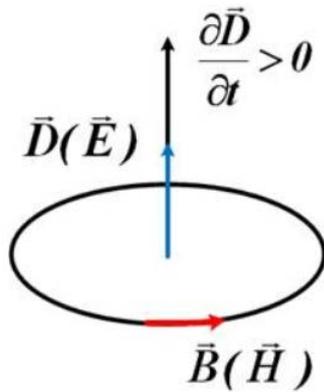


Рис. 4.2

Установленная Эрстедом связь между электрическим током и линиями магнитной индукции действует по правилу правого винта (рис. 4.2). Вертикальной стрелкой показано изменение электрического поля, меняется во времени вектор электрического смещения D . Меняющееся электрическое поле по правилу правого винта закручивает вокруг себя вихри (силовые линии) магнитного поля.

Опыт Фарадея

Опыт Фарадея включает в себя соленоид; прибор, измеряющий ток; магнитный стержень.

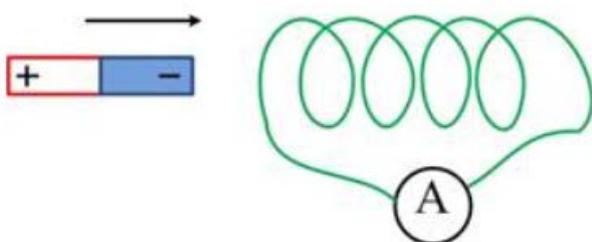


Рис. 4.3

Внутри соленоида вносят полосовой магнит (рис. 4.3). В моменты внесения магнита в соленоид и его удаления из соленоида возникает ток, который фиксируется амперметром. Если магнит оставить внутри

витка без движения, то ток исчезнет. Возникающий в соленоиде ток Фарадей назвал *индукционным током*, а само явление – *электромагнитной индукцией*.

Движение магнита можем рассматривать как меняющееся магнитное поле. Переменное магнитное поле создает в витках соленоида электрический ток (электрическое поле). При этом меняющееся магнитное поле порождает вокруг себя вихревое электрическое поле (силовые линии электрического поля замыкаются вокруг меняющегося магнитного поля – ток в витках соленоида) по правилу левого винта. Ток возникает только в замкнутом проводнике, который мы и рассматриваем как вихрь электрического поля. Согласно идее Максвелла электрическое поле, возникающее в данном случае, существенно отличается от поля, порождаемого неподвижными зарядами электростатического поля, силовые линии которого начинаются и заканчиваются на зарядах. Электрическое поле, создаваемое переменным магнитным полем, может возникать только в замкнутых проводниках, т. е. его можно рассматривать как вихревое поле, его силовые линии замкнуты.

На рис. 4.4 показано, как силовые линии электрического поля замыкаются вокруг меняющегося магнитного поля. В данном случае взаимосвязь электрического и магнитного полей осуществляется по правилу левого винта.

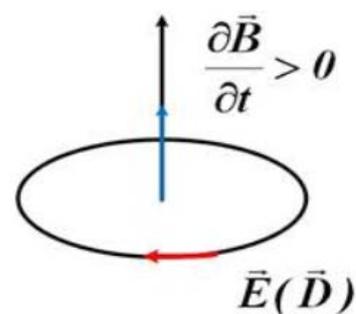


Рис. 4.4

Таким образом, опыты Эрстеда и Фарадея показали теснейшую взаимосвязь переменного электрического поля с вихревым магнитным полем и переменного магнитного поля с вихревым электрическим полем.

Опыты Эрстеда и Фарадея создали основу, на которой построены законы Максвелла, установив взаимосвязь между электрическим и магнитным полями.

2. Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции

Фарадей считал, что нельзя представить взаимное изменение электрического и магнитного полей без витков проволоки, без магнитов. Открыв важнейший в электромагнетизме закон электромагнитной индукции, он опирался именно на материальные объекты (проводники,

магнитные стрелки). Такой взгляд на взаимосвязь электрического и магнитного полей принято считать *фарадеевской трактовкой явления электромагнитной индукции*.

Максвелл считал, что по аналогии со звуком, который распространяется в виде волн, электрические и магнитные поля должны образовывать единую систему – электромагнитное поле. Но фарадеевская трактовка явления взаимосвязи электрического и магнитного полей его не устраивала, так как она требовала наличия материальных объектов для существования электромагнитных явлений, и о каком-либо распространении в пространстве (воздухе, вакууме) не могло быть и речи. Поэтому Максвелл ввел свое понимание явления электромагнитной индукции, которое позже было названо *максвелловской трактовкой явления электромагнитной индукции*.

Первый шаг, который предпринял Максвелл, заключался в минимизации размеров витков и магнитных стрелок. Представим себе, что виток соленоида все меньше и меньше – сходится в точку, – и мы получаем закон, связывающий изменение магнитного и электрического полей в любой момент времени в любой точке пространства. Так же можно рассмотреть и другую основу теории поля, опирающуюся на опыт Эрстеда: стягивая витки магнитных силовых линий к точке, в результате мы получаем изменяющееся электрическое поле, которое порождает изменяющееся магнитное поле в точке в любой момент времени.

Это как бы два полушага, которые составляют один шаг: и он дает связь между изменениями магнитных и электрических полей в любой точке пространства в любой момент времени.

Но понадобился еще один смелый шаг, сделанный Максвеллом. Согласно опыту Фарадея необходим проводник для обнаружения электрического поля, а в опыте Эрстеда необходим магнитный полюс – игла – для обнаружения магнитного поля. Максвелл пошел дальше этих экспериментальных фактов. Электрическое и магнитное поля согласно воззрениям Максвелла должны быть абсолютно реальными объектами, для существования которых не обязательно иметь материальные объекты. Электрическое поле может порождаться изменяющимся магнитным полем совершенно независимо от того, есть проводник или нет. Магнитное поле порождается изменяющимся электрическим полем независимо от того, есть магнитная стрелка или ее нет.

Отказавшись от материальных объектов, участвующих в возникновении взаимосвязи электрического и магнитного полей, Максвелл

открыл возможность описания нового явления – электромагнитного поля в пустоте, в вакууме.

Эти идеи позволили Максвеллу впервые создать теорию электромагнитного поля, которую он представил в виде системы уравнений.

Уравнения Максвелла описали структуру электромагнитного поля. Арена этих законов – все пространство.

Первым шагом на пути построения теории поля была идея Максвелла о возможности построения закона, связывающего изменение магнитного поля с изменением электрического поля в пустоте, в вакууме. Вторым шагом была мысль о том, что электрическое и магнитное поля – реальные объекты.

При создании теории электромагнитного поля Максвелл опирался на основные законы электрического и магнитного полей, открытые его предшественниками.

3. Основные законы электрического и магнитного полей

Анализируя основные законы электрического и магнитного полей, открытые его предшественниками, Максвелл попытался выявить такие закономерности и положения, которые позволили бы ему описать взаимосвязь электрических и магнитных полей в пустоте. Основные законы электрического и магнитного полей, которые были положены Максвеллом в основу его теории электромагнитного поля, приведены ниже.

1. Теорема Гаусса для электрического поля

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i.$$

2. Теорема Гаусса для магнитного поля

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

3. Закон электромагнитной индукции Фарадея.

Критерий потенциальности поля – величина циркуляции его вектора напряженности, равная нулю.

В электростатике

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Электростатическое поле потенциально. В случае существования полей сторонних сил – полей не электростатического происхождения

$$\oint_L \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl} = \varepsilon \text{ (ЭДС)}.$$

Поля сторонних сил непотенциальны – они вихревые.

Закон электромагнитной индукции Фарадея давал связь вихревого электрического поля с переменным магнитным полем

$$\oint_L \vec{E} \vec{dl} = - \frac{d\Phi}{dt},$$

$$\Phi = \oint_S \vec{B} \vec{dS}.$$

Отсюда

$$\oint_L \vec{E} \vec{dl} = - \frac{d}{dt} \oint_S \vec{B} \vec{dS}.$$

Интеграл в правой части берется по произвольной поверхности, опирающейся на контур. Поскольку поверхность и контур неподвижны, операции дифференцирования по времени и интегрирования по поверхности можно поменять местами

$$\oint_L \vec{E} \vec{dl} = - \oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \vec{dS}.$$

Вектор \vec{B} зависит как от времени, так и от координат, поэтому дифференциал по времени – частная производная.

Таким образом, переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле ($\oint_L \vec{E} \vec{dl} = \text{rot } \vec{E}$ (вихрь)), связанное с $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ правилом левого винта.

4. Как создать вихревое магнитное поле? Если переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле, то движение электрических зарядов как переменное электрическое поле (ток) создаст вихревое магнитное поле, а это закон Био – Саварра – Лапласа, в который входит ток проводимости

$$\oint_L \vec{H} \vec{dl} = Y_{\text{пр}},$$

$$Y_{\text{пр}} = \oint_S \vec{J}_{\text{пр}} \vec{dS},$$

$$\oint_L \vec{H} \vec{dl} = \oint_S \vec{J}_{\text{пр}} \vec{dS}.$$

5. Между величинами \vec{E} , \vec{H} , \vec{B} , \vec{j} существуют известные соотношения, называемые материальными соотношениями вследствие того, что в них входят характеристики среды

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E},$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E},$$

где σ – электропроводность.

Перечисленные основные законы электрического и магнитного полей и легли в основу теории электромагнитного поля Максвелла.

4. Обобщенный закон электромагнитной индукции Фарадея

Основное содержание теории Максвелла можно сформулировать в виде двух гипотез. **Первая гипотеза Максвелла – обобщенный закон электромагнитной индукции Фарадея:** любое изменяющееся во времени магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля везде, в том числе и в вакууме

$$\oint_L \vec{E} \vec{dl} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \vec{dS}.$$

У Фарадея такая взаимосвязь электрического и магнитного полей возможна только в проводнике.

Другими словами, циркуляция напряженности электрического поля \vec{E} по произвольному контуру L равна со знаком «минус» производной по времени потока магнитной индукции \vec{B} через любую поверхность, опирающуюся на контур (рис. 4.5).

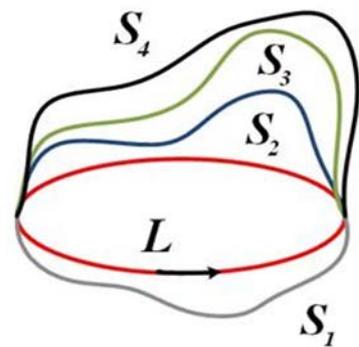


Рис. 4.5

Здесь устанавливается количественная связь между изменяющимся магнитным полем \vec{B} и вихревым электрическим полем \vec{E} .

5. Закон полного тока

Согласно Фарадею ЭДС индукции ϵ возникает в проводящем контуре. Максвелл предположил, что изменяющееся со временем магнитное поле обуславливает появление в пространстве вихревого электрического поля \vec{E} независимо от присутствия проводящего контура. И это первое уравнение Максвелла, входящее в его систему уравнений для электромагнитного поля. Внешний вид этого уравнения ничем не отличается от закона Фарадея, но его физический смысл приобрел благодаря Максвеллу новое содержание.

В результате анализа различных электромагнитных процессов Максвелл пришел к выводу, что должно существовать и обратное явление: всякое изменение во времени электрического поля вызывает появление вихревого магнитного поля. Это **вторая гипотеза Максвелла**.

Проблема заключалась в том, что до Максвелла физика опиралась на существование только тока проводимости, создаваемого движением зарядов в проводнике, но для создания теории электромагнитного поля нельзя было оперировать проводниками и зарядами. И Максвелл нашел выход, выдвинув смелую гипотезу о существовании тока в пустоте, порождаемого вихревым магнитным полем. Поскольку магнитное поле есть основной обязательный признак всякого тока, то Максвелл назвал переменное электрическое поле **током смещения** (в отличие от тока проводимости, обусловленного движением заряженных частиц).

Открытие тока смещения – наиболее существенный и решающий шаг, сделанный Максвеллом при построении теории электромагнитного поля. Это открытие аналогично по значимости открытию электромагнитной индукции: переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле. Это чисто теоретическое открытие в дальнейшем было подтверждено экспериментами.

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор. Ток проводимости есть везде, кроме зазора конденсатора (рис. 4.6).

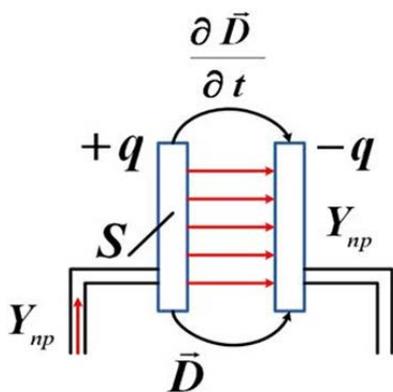


Рис. 4.6

Линии тока проводимости внутри конденсатора терпят разрыв, зато в пространстве между обкладками есть переменное электрическое поле (\vec{D}). Максвелл предположил, что линии тока проводимости непрерывно переходят на границе обкладок конденсатора в линии тока смещения, т. е. ток проводимости в металлическом проводнике замыкается током смещения в диэлектрике.

В данном случае плотности обоих токов равны

$$j_{\text{пр}} = j_{\text{см}},$$

$$j_{\text{пр}} = \frac{Y_{\text{пр}}}{S} = \frac{\frac{dq}{dt}}{S} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{d\sigma}{dt},$$

где σ – поверхностная плотность заряда,

$$j_{\text{см}} = \frac{d\sigma}{dt}.$$

Известно (для изотропной среды), что

$$\sigma \sim D.$$

Следовательно,

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Наиболее общее свойство каждого тока – способность создавать магнитное поле. Магнитное поле токов проводника было открыто Эрстедом в 1820 году. Его величина определяется законом Био – Саварра – Лапласа (1820).

В 1901 году А. А. Эйхенвальд показал, что конвекционные токи, образованные движением в пространстве заряженных тел и поляризованных диэлектриков, создают такое же магнитное поле, как и токи проводимости.

В 1911 году А. Ф. Иоффе обнаружил магнитное поле электронов, движущихся в вакууме, также эквивалентное току проводимости.

Из всех физических свойств, присущих току, Максвелл приписал току смещения лишь одно – способность создавать магнитное поле аналогично магнитному полю токов проводника

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = Y_{\text{см}}.$$

Если в проводнике переменный ток, то внутри проводника есть и ток проводимости и ток, смещения, тогда магнитное поле определяется полным током

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}}.$$

Тогда

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = Y_{\text{пр}} + Y_{\text{см}} = \int \left(\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S},$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = Y_{\text{пр}} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}.$$

Уравнение было названо *законом полного тока*

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{\text{пр}} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}.$$

Ток смещения есть там, где меняется со временем электрическое поле. В диэлектриках ток смещения состоит из двух различных слагаемых

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t},$$

где $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ – ток смещения (плотность тока); $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ – плотность тока поляризации, обусловленная движением связанных зарядов.

Ток поляризации возбуждает магнитное поле – эти токи не отличаются по природе от токов проводимости.

Принципиально новое ($\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$) не связано ни с каким движением зарядов, а связано только с изменением электрического поля.

Даже в вакууме всякое изменение электрического поля возбуждает в окружающем пространстве магнитное поле.

Открытие тока смещения позволило Максвеллу теоретически описать новое явление в природе – электромагнитное поле.

Сравним величины токов проводимости и токов смещения для различных материалов

$$j_{\text{пр}} = \sigma E j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Пусть имеем синусоидальное электрическое поле

$$E = E_0 \sin(2\pi\nu t),$$

$$j_{\text{см}} = \varepsilon\varepsilon_0 2\pi E_0 \sin(2\pi\nu t),$$

$$j_{\text{пр}} = \sigma E_0 \sin(2\pi\nu t).$$

Отношение амплитуд тока проводимости и тока смещения

$$\frac{j_{\text{пр}}}{j_{\text{см}}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 2\pi\nu}.$$

В вакууме

$$\varepsilon = 1, \quad \frac{j_{\text{пр}}}{j_{\text{см}}} = 1,8 \cdot 10^{10} \frac{\sigma}{\nu},$$

$$\frac{j_{\text{пр}}}{j_{\text{см}}} = \frac{10^{18}}{\nu}.$$

Таким образом, при обычных частотах в металлах токи смещения малы по сравнению с токами проводимости. Они соизмеримы при $\nu \approx 10^{17} - 10^{18}$ Гц – это несколько ангстрем (рентгеновские лучи).

В полупроводниках токи проводимости и токи смещения одного порядка при $\nu \approx 10^9$ Гц (дециметровый диапазон).

В диэлектриках токи смещения больше токов проводимости уже при низких частотах (переменный ток).

6. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной форме

Дополнив основные факты из области электромагнетизма установлением магнитных действий токов смещения, Максвелл смог написать систему фундаментальных уравнений электродинамики

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}, \\ \int_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} d\vec{S}, \\ \int_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \\ \int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV. \end{array} \right.$$

Материальные соотношения также входят в общую систему уравнений

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \\ \vec{B} &= \mu\mu_0\vec{H}, \\ \vec{j} &= \sigma\vec{E}.\end{aligned}$$

Уравнения Максвелла применимы к поверхности любой величины, и поэтому входящие в них величины относятся к разным точкам поля.

Так, например, в уравнении

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = Y_{\text{пр}} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}$$

\vec{H} – напряженность магнитного поля в точках контура L , ограничивающего поверхность S , в то время как поток вектора $\vec{D} \rightarrow \int_S \vec{D} d\vec{S}$ зависит от значения \vec{D} в точках самой поверхности.

Можно преобразовать эти уравнения в такую форму, чтобы все величины относились к одной и той же точке поля. Для этого уравнения Максвелла нужно применить к поверхности бесконечно малой величины.

Согласно теореме Стокса (рис. 4.7)

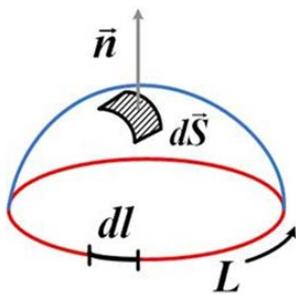


Рис. 4.7

$$\int_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S}.$$

Тогда первое уравнение

$$\int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S},$$

$$\int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Справа интеграл зависит только от времени (при фиксированном контуре правая часть никак не меняется при любых изменениях S).

Символ $\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}$.

Второе уравнение

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = Y_{\text{np}} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S},$$

$$Y_{\text{np}} = \int_S \vec{j}_{\text{np}} d\vec{S}.$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j}_{\text{np}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

По теореме Стокса

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{H} d\vec{S},$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{np}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Третье и четвертое уравнения Максвелла – это теоремы Гаусса для электрического и магнитного полей

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q,$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Переход от интегральной к дифференциальной форме можно осуществить согласно теореме Остроградского – Гаусса:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{D} dV,$$

$$\sum_{i=1}^n q_i = \int_V \rho dV,$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV,$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho,$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{B} dV,$$

$$\int_V \text{div} \vec{B} dV = 0,$$

$$\text{div} \vec{B} = 0.$$

Тогда получим систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{np}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0, \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \\ \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \\ \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \\ \vec{j} = \sigma \vec{E}. \end{cases}$$

7. Выводы. Значения теории Максвелла

1. Уравнения Максвелла не выводятся.
2. Уравнения Максвелла позволяют определить основные характеристики поля (\vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B}) в каждой точке пространства в любой момент времени, если известны источники поля, плотность тока \vec{j} и плотность заряда ρ .
3. Сама по себе система уравнений Максвелла не имеет определенных решений, т. е. совокупность \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B} , \vec{j} , ρ как конкретных функций координат и времени существует только при наложении дополнительных условий, характеризующих тот или иной реальный объект.

Примеры лекционных демонстраций по опытам Эрстеда и Фарадея

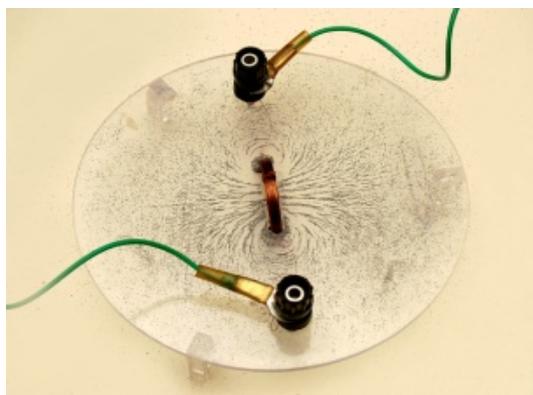


Рис. 4.8

Опыт Эрстеда

Оборудование: магниты дугообразные и прямые; железные опилки; магнитная стрелка; набор проводников разной конфигурации; выпрямитель; соединительные провода.

Порядок проведения опыта: в проекции наблюдают силовые линии магнитного поля кругового тока, прямого тока и катушки с током, полученные с помощью железных опилок на стекле (рис. 4.8). Берут органическое

стекло. Во время опыта следует постукивать по стеклу карандашом. На катушку наматывают медный провод в лаковой изоляции непосредственно через отверстия в стекле.

Закон Фарадея

Оборудование: катушка из универсального трансформатора; провода соединительные; гальванометр; постоянный магнит (рис. 4.9).

Порядок проведения опыта: катушку от разборного демонстрационного трансформатора с наибольшим числом витков подключают к демонстрационному гальванометру. При внесении или удалении полосового магнита из катушки по стрелке гальванометра наблюдают показания индукционного тока. Величина индуцируемого тока зависит от скорости изменения магнитного потока, а направление – от знака приращения магнитного потока.

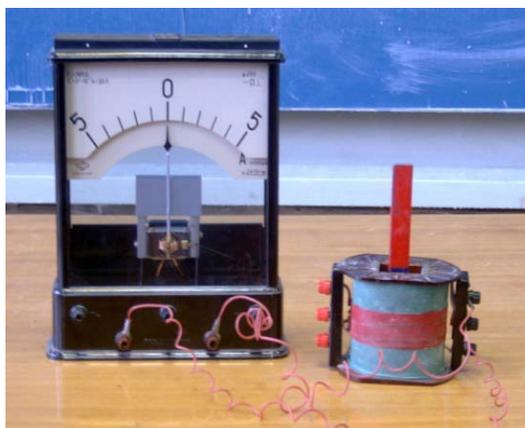


Рис. 4.9

Лекционные демонстрации по электромагнитным колебаниям, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунсковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Опишите опыт Эрстеда и его значение для построения теории электромагнитного поля.
2. Опишите опыт Фарадея и его значение для построения теории электромагнитного поля.
3. Сравните фарадеевскую и максвелловскую трактовки явления электромагнитной индукции.
4. Напишите обобщенный закон электромагнитной индукции и поясните его смысл.
5. Напишите закон полного тока и объясните его содержание.
6. Напишите систему уравнений Максвелла в интегральной форме.
7. Напишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме.

Лекция № 5
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

План

1. Взаимосвязь электрического и магнитного полей.
2. Образование свободных электромагнитных волн.
3. Волновое уравнение для электромагнитного поля.
4. Плоская электромагнитная волна.
5. Энергия электромагнитных волн.
6. Импульс и давление электромагнитного поля.
7. Излучение диполя.

1. Взаимосвязь электрического и магнитного полей

Согласно идеям Максвелла, переменное магнитное поле \vec{H} всегда связано с порождаемым им электрическим полем \vec{E} . В свою очередь, переменное электрическое поле \vec{E} связано с порождаемым им магнитным полем. Таким образом, переменное электрическое поле и магнитное поле неразрывно связаны. Они образуют единое электромагнитное поле. Согласно принципу относительности Эйнштейна законы всех физических явлений, в том числе и электромагнитных, имеют одинаковый вид (т. е. описываются одинаковыми уравнениями) во всех инерциальных системах отсчета.

Из принципа относительности вытекает, что раздельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет лишь относительный смысл.

В случае, если нет токов проводимости, первое и второе уравнения системы Максвелла будут иметь вид

$$j_{\text{пр}} = 0,$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S},$$

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Оба поля \vec{E} и \vec{H} имеют чисто вихревой характер: силовые линии замкнуты и притом взаимно переплетены (рис. 5.1). Силовые линии

электрического и магнитного полей расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях.

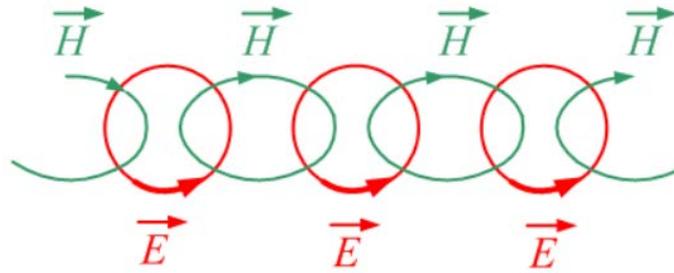


Рис. 5.1

Цепочки существуют только в том случае, если поле переменное. Нарастающий кольцевой магнитный поток создает вокруг себя электрический кольцевой поток. Изменение электрического поля приводит к созданию кольцевого магнитного потока и т. д.

Если же в рассматриваемой области пространства имеются заряды и токи проводимости, то наряду с вихревыми полями со сцепленными линиями мы обнаружим вихревое магнитное поле, линии которого замкнуты вокруг токов, и потенциальное электрическое поле, линии которого начинаются на положительных и оканчиваются на отрицательных зарядах.

Ток смещения $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ играет в этом явлении первостепенную роль. Именно его присутствие наряду с величиной $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ и означает возможность появления электромагнитных волн.

2. Образование свободных электромагнитных волн

В непроводящей среде 1-е и 2-е уравнения Максвелла имеют вид

$$\left\{ \oint_l \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int_s \vec{D} d\vec{S}, \right. \quad (1)$$

$$\left. \oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} d\vec{S}. \right. \quad (2)$$

Различие в знаках в правой части уравнений показывает, что силовые линии магнитного поля \vec{H} образуют с $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ правовинтовую систему (как и с током проводимости) (рис. 5.2, а). Силовые линии электрического поля \vec{E} образуют с $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ левовинтовую систему (рис. 5.2, б).

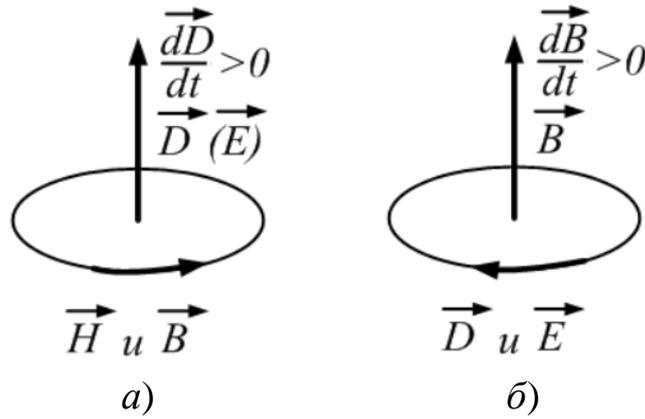


Рис. 5.2

Если бы не это обстоятельство, то никакие устойчивые электромагнитные поля не были бы возможны, так как увеличение (или уменьшение) одного из них влекло бы за собой неограниченное увеличение (или уменьшение) другого. Нарисуем структуру плоской электромагнитной волны, распространяющейся в направлении оси x (рис. 5.3).

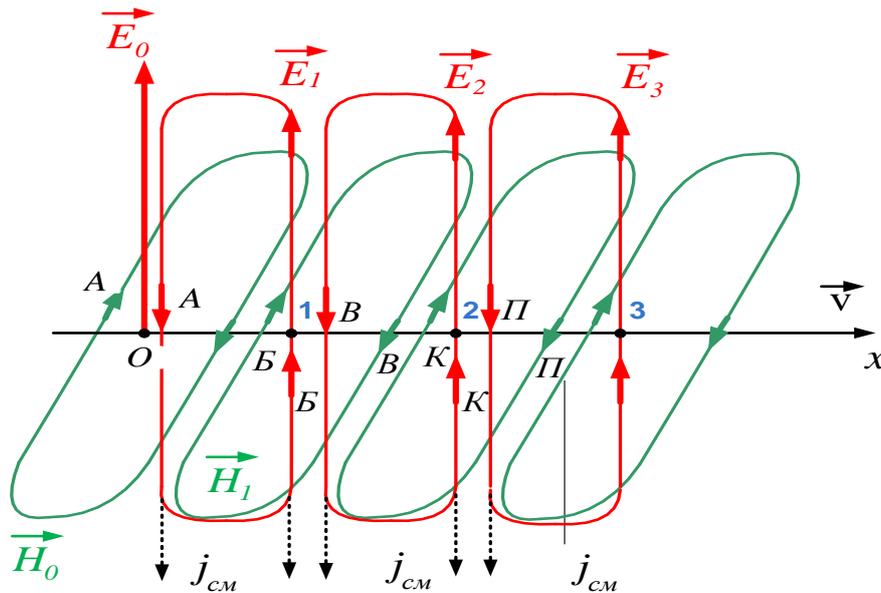


Рис. 5.3

Пусть в точке 0 (см. рис. 5.3) в непроводящей среде создано электрическое поле \vec{E}_0 . Если нет зарядов, поддерживающих это поле, то оно будет исчезать. Но убывающее электрическое поле ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$), согласно Максвеллу (уравнение 1), есть ток смещения ($j_{см}$), вызывающий появление вихревого магнитного поля \vec{H}_0 , направление которого определяется по правилу правого винта. Поскольку в среде нет постоянных

токов, поддерживающих поле \vec{H}_0 , то оно будет исчезать, а изменение магнитного поля $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$ (согласно уравнению 2) вызовет вихревое электрическое поле \vec{E}_1 , направление которого определяется правилом левого винта. Силовые линии поля \vec{E}_1 направлены так, что они уничтожают поле в точке 0, но зато создают поле в точке 1. Исчезая в точке 1, поле \vec{E}_1 ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$) приведет к появлению магнитного вихревого поля \vec{H}_1 (по правилу правого винта). Поле \vec{H}_1 уничтожит \vec{H}_0 и обнаружится в удаленной точке 2. Исчезая, оно вызовет вихревое поле \vec{E}_2 , которое уничтожит поле \vec{E}_1 в точке 1, но появится в точке 2, и т. д.

Таким образом, вместо первоначального поля \vec{E}_0 мы получим электрическое и магнитное поля, взаимосвязанные друг с другом и распространяющиеся в пространстве, т. е. электромагнитную волну. Из рис. 5.3 видно, что вектор \vec{H} перпендикулярен вектору \vec{E} и они оба перпендикулярны вектору скорости \vec{v} . Три вектора (\vec{E} , \vec{H} и \vec{v}) связаны правилом правого винта или векторного произведения.

На рис. 5.3 продемонстрирован процесс распространения электромагнитных колебаний в электромагнитной волне. Происходит «перекачка» энергии электрического поля в магнитное и наоборот, при этом идет процесс распространения в пространстве взаимосвязанных электрических и магнитных полей (этот процесс мы и называем электромагнитной волной). Конечно, мы рассмотрели плоский случай: движение волны только вдоль одного направления. Реальная электромагнитная волна имеет сложную структуру и распространяется во всех направлениях относительно места возникновения.

3. Волновое уравнение для электромагнитного поля

Из уравнений Максвелла вытекает существование электромагнитных волн. Волновое уравнение для электромагнитного поля получено из системы уравнений Максвелла, и оно фактически содержит пару уравнений, отражающих неразрывную взаимосвязь электрического и магнитного полей в волне,

$$\Delta \vec{E} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{cases}$$

Это типичные волновые уравнения. Они неразрывно связаны друг с другом, так как получены из уравнений Максвелла, каждое из которых содержит \vec{E} и \vec{H} .

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме c (закон Максвелла) равна

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Скорость распространения электромагнитных волн, полученная Максвеллом, совпала со скоростью света в пустоте. Важнейшим следствием этого результата было доказательство того, что свет – это тоже электромагнитные волны.

4. Плоская электромагнитная волна

Пусть среда будет непроводящая с параметрами ϵ , μ . Пусть $H_x = E_x = 0$. Тогда волновое уравнение для E_y

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}.$$

Волновое уравнение для H_z

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}.$$

Если вдоль оси x идет распространение волны, то волновые поверхности \vec{E} и \vec{H} перпендикулярны x . Электрическое поле распространяется вдоль оси y , а магнитное поле – вдоль оси z .

Известно выражение для фазовой скорости, тогда волновые уравнения можно записать следующим образом:

$$\frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{c} = \frac{1}{v_{\text{фаз}}},$$

$$v_{\text{фаз}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}},$$

$$\frac{\epsilon\mu}{c^2} = \frac{1}{v_{\text{фаз}}^2},$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v_{\text{фаз}}^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v_{\text{фаз}}^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}.$$

Решения волновых уравнений

$$E_y(x, t) = E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v_{\text{фаз}}} \right) \right],$$

$$H_z(x, t) = H_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v_{\text{фаз}}} \right) \right],$$

$$v_{\text{фаз}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu\epsilon_0\mu_0}}.$$

Моментальная фотография плоской электромагнитной волны представлена на рис. 5.4.

Векторы \vec{E} и \vec{H} образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, они взаимно перпендикулярны и перпендикулярны направлению распространения волны. Вывод Максвелла – доказательство поперечности электромагнитных волн.

Колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой, и амплитуды связаны соотношениями

$$\epsilon\epsilon_0 E_0^2 = \mu\mu_0 H_0^2,$$

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu\mu_0} H_0.$$

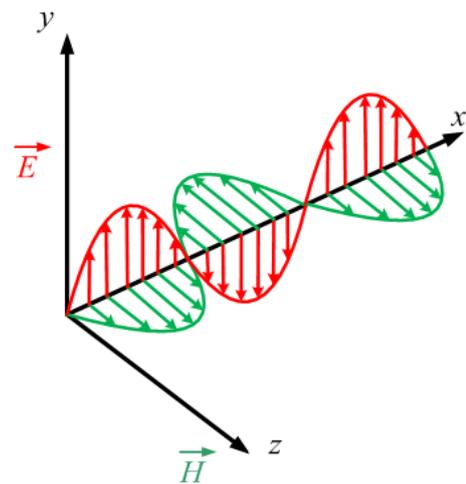


Рис. 5.4

5. Энергия электромагнитных волн

Электромагнитные волны переносят энергию. Плотность потока энергии равна произведению плотности энергии на скорость волны в вакууме

$$S = Wv.$$

Для характеристики переноса энергии волной была введена векторная величина – вектор Умова – Пойнтинга \vec{S} , численно равная количеству энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению распространения энергии (плотность потока энергии).

Вектор \vec{S} связан с плотностью энергии электромагнитного поля W соотношением

$$S = Wv,$$

$$W = W_E + W_H = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_0^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H_0^2}{2}.$$

Известно, что \vec{E} и \vec{H} в данной точке пространства изменяются в одинаковой фазе, взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения правовинтовую систему.

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0.$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2}{2} = \frac{1}{2} (E \sqrt{\varepsilon_0}) (E \sqrt{\varepsilon_0}) + \frac{1}{2} (H \sqrt{\mu_0}) (H \sqrt{\mu_0}) = \\ &= \frac{1}{2} (E \sqrt{\varepsilon_0}) (H \sqrt{\mu_0}) + \frac{1}{2} (E \sqrt{\varepsilon_0}) (H \sqrt{\mu_0}) = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} E H = \\ &= \frac{1}{c} E_0 H_0 = \frac{E_0 H_0}{c}, \end{aligned}$$

$$S = Wc = E_0 H_0,$$

$$\vec{S} = [\vec{E}_0 \vec{H}_0].$$

Поэтому направления \vec{S} и \vec{v} совпадают

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$

Формула справедлива и в том случае, когда электромагнитная волна распространяется в диэлектрике и в проводящей среде. Зная S , можно найти поток энергии Φ , т. е. количество энергии, переносимой волной в единицу времени через поверхность F ,

$$\Phi = \int_F \vec{S} dF.$$

6. Импульс и давление электромагнитного поля

Падая на какое-либо тело, электромагнитная волна должна оказывать на него давление. Пусть плоская волна падает по нормали на плоскую поверхность слабопроводящего тела ($\epsilon = \mu = 1$) (рис. 5.5).

Электрический вектор \vec{E} возбуждает в теле ток плотности

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Магнитное поле \vec{H} волны будет действовать на возникший ток j с силой на единицу объема проводника

$$\vec{f}_A = [\vec{j}\vec{B}] = \mu\mu_0 [\vec{j}\vec{H}].$$

Это выражение легко получить из формулы Ампера

$$\vec{f} = [d\vec{l}\vec{B}] = S\Delta l [\vec{j}\vec{B}],$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta\Omega} = \frac{\Delta f}{S\Delta l} = [\vec{j}\vec{B}].$$

Поскольку $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, то направление f совпадает со скоростью \vec{v} волны, т. е. перпендикулярно поверхности,

$$p = \frac{f}{S}.$$

Сила, отнесенная к единице площади, дает p . Согласно вычислениям Максвелла

$$p = (1 + r)W = (1 + r) \frac{E_0 H_0}{c},$$

где r – коэффициент отражения.

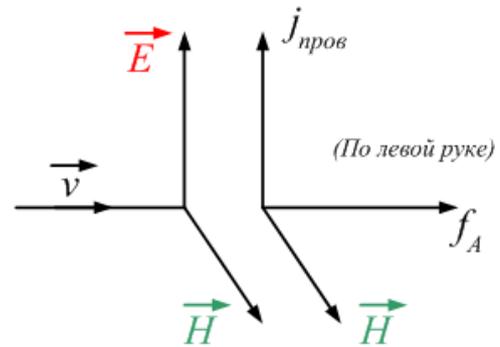


Рис. 5.5

Это соотношение подтверждено П. Н. Лебедевым с точностью 0,5 %. Из того факта, что электромагнитные волны оказывают давление на тела, вытекает наличие у поля электромагнитной волны количества движения, которое можно найти, воспользовавшись вторым законом Ньютона,

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt},$$

$$\vec{F} dt = d(m\vec{v}),$$

$$\vec{f}_A = [\vec{j}\vec{B}] = \mu_0[\vec{j}\vec{H}].$$

Поверхностному слою с площадью, равной единице, и толщиной dl сообщается импульс в единицу времени

$$dK = f_A dl = \mu_0 j H dl,$$

$$\Phi = \int_F \vec{S} d\vec{F} = SF = EHF = \frac{1}{2} E j r 2\pi r l = E j \pi r^2 l = E j V.$$

В этом же слое в единицу времени поглощается энергия, выделяющаяся в виде тепла,

$$dW = j E dl,$$

$$\frac{K}{W} = \mu_0 \frac{H}{E} = \frac{\mu_0 j H l}{j E l} = \mu_0 \frac{H}{E},$$

$$\mu_0 H^2 = \varepsilon_0 E^2,$$

$$\frac{H^2}{E^2} = \frac{\varepsilon_0}{\mu_0},$$

$$\frac{K}{W} = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{1}{c},$$

$$K = \frac{W}{c} = \frac{[\vec{E}\vec{H}]}{c^2} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \frac{E_0 H_0}{c^2}.$$

Электромагнитная волна, несущая энергию W , обладает импульсом $\frac{W}{c}$.

Плотность импульса. Импульс единицы объема

Плотность импульса выражается следующей формулой:

$$\omega = \frac{E_0 H_0}{c^2}.$$

Вместе с тем импульс, сообщаемый единице поверхности в единицу времени, равен давлению P на поверхность, т. е.

$$\omega = P.$$

Согласно вычислениям Максвелла

$$p = (1 + r)W = (1 + r) \frac{E_0 H_0}{c}.$$

Световое давление было измерено П. Н. Лебедевым в 1900 году. Результаты совпали с теорией Максвелла с точностью 0,5 %. Опыты Лебедева произвели огромное впечатление на ученый мир. Кельвин писал Тимирязеву: «Вы, может быть, знаете, что я всю жизнь воевал с Максвеллом, не признавая его светового давления, и вот ваш Лебедев заставил меня сдаться перед его опытами».

Исключительная предсказательная ценность уравнений Максвелла ставит их в один ряд с немногими великими законами природы, такими, например, как уравнения механики Ньютона или начала термодинамики.

Существенное значение для построения теории имеет предположение Максвелла о магнитном поле токов смещения. На основе этого предположения Максвелл предсказал существование электромагнитных волн, а их теоретическое исследование привело ученого к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой электромагнитные волны. Следствием из теории Максвелла является тот факт, что свет должен оказывать давление на тела.

Таким образом, теория Максвелла не только объяснила уже известные факты, но и предсказала новые. А это является наиболее существенным при оценке значения всякой теории.

Эксперимент подтвердил теорию. Герц впервые доказал существование электромагнитных волн (1888) и экспериментально подтвердил, что их скорость равна скорости света.

7. Излучение диполя

Простейшая система, излучающая электромагнитные волны – электрический диполь. Пример диполя: неподвижный точечный заряд $(+q)$ и колеблющийся около него заряд $(-q)$.

Дипольный момент этой системы

$$\vec{P} = -q\vec{r} = -ql\vec{e} \cos \omega t = \vec{p}_m \cos \omega t,$$

где \vec{r} – радиус-вектор заряда, l – амплитуда колебаний, \vec{e} – единичный вектор,

$$\vec{p}_m = -ql\vec{e}.$$

Пусть $l \ll \lambda$ (размеры диполя $\ll \lambda$) – это элементарный диполь.

Волновая зона $\lambda \ll r$.

Волновой фронт сферический

$$\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{r}.$$

Сечения волнового фронта через диполь – меридианы, через перпендикуляры к оси диполя – параллели (рис. 5.6). Вектор напряженности электрического поля касателен к меридиану, вектор напряженности магнитного поля касателен к параллели.

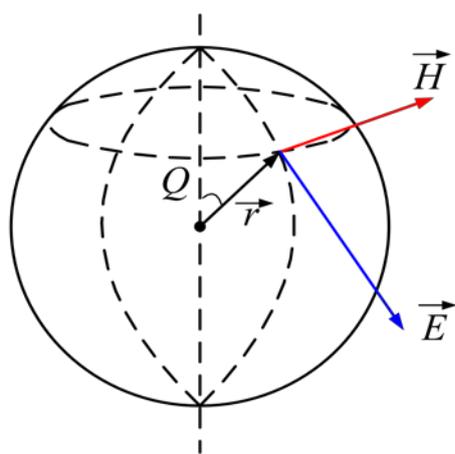


Рис. 5.6

Если смотреть вдоль луча \vec{r} , то мгновенная картина волны будет такая, как на рис. 5.4. Амплитуда вдоль луча постепенно убывает. \vec{E} и \vec{H} колеблются по закону

$$\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}).$$

Амплитуды \vec{E}_m и \vec{H}_m зависят от радиуса r и от угла Q (см. рис. 5.6).

Для вакуума эта зависимость имеет вид

$$\vec{E}_m \sim \vec{H}_m \sim \frac{1}{r} \sin Q.$$

Среднее значение плотности потока энергии: $\langle S \rangle$ пропорциональна $E_m H_m$

$$\langle S \rangle \sim \frac{1}{r^2} \sin^2.$$

Интенсивность волны изменяется вдоль луча обратно пропорционально квадрату расстояний от излучателя. Кроме этого, она зависит

от Q . Сильнее всего излучает диполь в направлениях, перпендикулярных к его оси ($Q = \frac{\pi}{2}$). В направлении ($Q = 0$) излучения нет. Эта зависимость интенсивности излучения от Q наглядно изображается с помощью диаграммы направленности диполя (рис. 5.7). На рис. 5.7, а, б, в изображены пространственная диаграмма направленности и диаграммы в полярных координатах диполя для двух взаимно перпендикулярных плоскостей; на рис. 5.7, г, д – те же диаграммы в декартовых координатах.

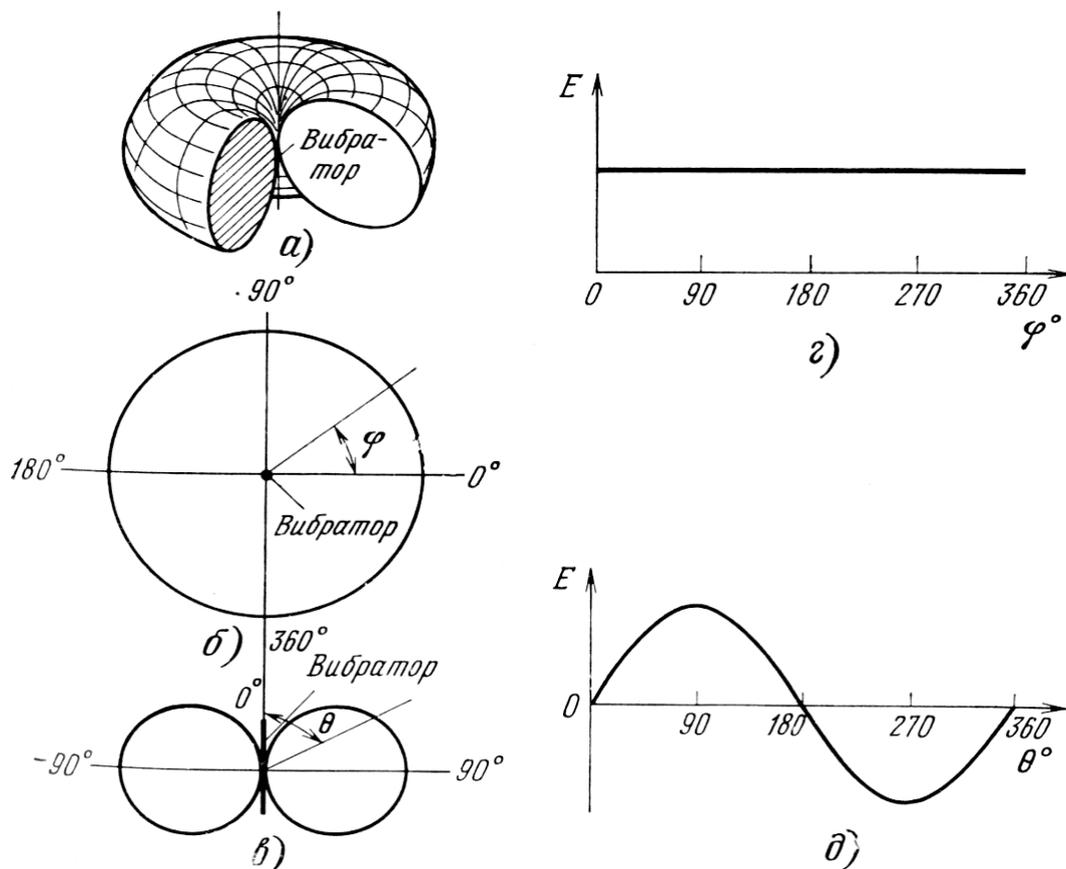


Рис. 5.7

Картина силовых линий электрического поля вблизи электрического диполя показана на рис. 5.8.

Мощность излучения диполя P (энергия, излучаемая по всем направлениям в единицу времени) пропорциональна квадрату второй производной дипольного момента по времени

$$P \sim \ddot{p}^2,$$

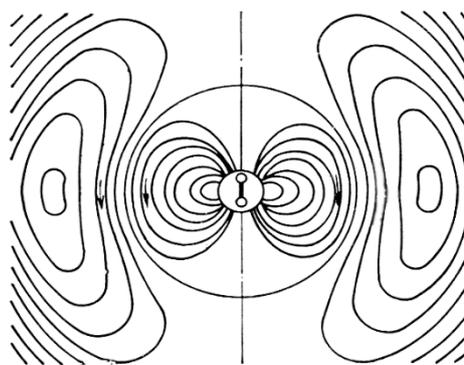


Рис. 5.8

$$\ddot{p}^2 = p_m^2 \omega^4 \cos^2 \omega t,$$

$$P \sim p_m^2 \omega^4 \cos^2 \omega t,$$

$$\langle P \rangle \sim p_m^2 \omega^4.$$

Средняя мощность излучения диполя пропорциональна квадрату амплитуды электрического момента диполя и 4-й степени частоты

$$\vec{p} = -q\vec{r},$$

$$\ddot{\vec{p}} = -q\ddot{\vec{r}} = -q\vec{a},$$

где \vec{a} – ускорение колеблющегося заряда.

Всякий заряд, движущийся с ускорением, возбуждает электромагнитные волны, причем мощность излучения пропорциональна квадрату заряда и квадрату ускорения

$$P \sim q^2 a^2.$$

Заряд, совершающий гармонические колебания, излучает монохроматическую волну с частотой, равной частоте колеблющегося заряда. Если ускорение меняется не по гармоническому закону, то излучение представляет собой набор частот.

Интенсивность излучения $P \sim q^2 a^2$ обращается в нуль, если $a = 0$. Следовательно, электрон, движущийся с постоянной скоростью, не излучает электромагнитных волн.

Большинство естественных и искусственных источников электромагнитного излучения удовлетворяет условию

$$d \ll \lambda,$$

где d – размер области излучения, или

$$v \ll c,$$

где v – средняя скорость зарядов.

Такой источник электромагнитного излучения – диполь Герца.

Область расстояний до диполя Герца больших, чем длина волны, называют **волновой зоной**

$$\lambda \ll r.$$

Полная средняя интенсивность излучения диполя Герца

$$I = \frac{\omega^4 p_0^2}{12\epsilon_0 c^3}.$$

Как видим из формулы, высокочастотные генераторы гораздо эффективнее низкочастотных.

Примеры лекционных демонстраций по электромагнитным волнам

Опыты с демонстрационным генератором электромагнитных волн

Оборудование: генератор электромагнитных волн (рис. 5.9); полуволновой диполь; полуволновой приемник.

Опыт № 1

Порядок выполнения опыта: излучателем служит полуволновой диполь. Прием осуществляется на колебательный контур, состоящий из витка проволоки и переменного конденсатора, в контур включена лампа. С помощью этого контура исследуют поле диполя-излучателя.

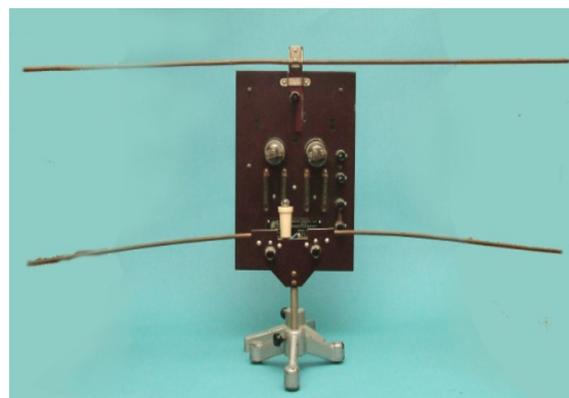


Рис. 5.9

Опыт № 2

Порядок выполнения опыта: излучателем служит полуволновой диполь, приемник – полуволновой вибратор в комплекте с реле и лампочкой. При наличии сигнала лампочка светится. Приема нет (лампочка не светится), когда передающий и приемный диполи располагаются во взаимно перпендикулярных плоскостях.

Комплект приборов для изучения электромагнитных волн (комплект ПЭВ)

Оборудование: комплект состоит из генератора электромагнитных волн длиной 3 см, модулированных звуковой частотой 600 Гц; блока питания диполя и приемника с рупорной антенной усилителя низкой частоты и динамика.

Опыт № 1. Демонстрация направленного излучения и направленного приема электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: включают установку – комплект ПЭВ и, используя приемник, обходят с ним рупорную антенну, убеждаясь в том, что излучение направленное. Используя приемник с рупорной антенной, поворачивают его вокруг вертикальной оси, убеждаясь в том, что прием направленный.

Опыт № 2. Отражение электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: рупорные антенны излучателя и приемника установки ПЭВ располагают так, чтобы их оси пересекались; приема сигналов при этом нет. Если в точку пересечения осей поместить металлический лист, можно наблюдать прием отраженных сигналов. Отражение от диэлектрической пластины получается слабым.

Опыт № 3. Отражение электромагнитных волн под разным углом

Порядок выполнения опыта: рупорные антенны приемника и излучателя установки ПЭВ располагают так, чтобы их оси пересекались на поверхности стола. Убеждаются в том, что прием есть, если угол падения равен углу отражения и лучи, падающий и отраженный, лежат в одной плоскости.

Опыт № 4. Фокусировка электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь установки ПЭВ обеспечивает наиболее громкий прием, если располагается в фокусе вогнутого зеркала.

Опыт № 5. Демонстрация экранирующего действия проводников

Порядок выполнения опыта: между излучателем и приемником установки ПЭВ медленно вносят металлический лист и наблюдают ослабление и исчезновение звука. При внесении листа из непроводящего материала (например, стеклопластика) звук ослабляется.

Опыт № 6. Преломление электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь установки ПЭВ обеспечивает наиболее громкий прием сигналов, если располагается на пути луча, преломленного треугольной призмой.

Опыт № 7. Фокусировка и рассеяние электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь установки ПЭВ обеспечивает наиболее громкий прием сигналов, если находится в фокусе собирающей линзы. За рассеивающей линзой громкость сигналов уменьшается.

Опыт № 8. Интерференция электромагнитных волн (схема Ллойда)

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь установки ПЭВ принимает прямой и отраженный сигнал металлическим листом. При медленном перемещении отражающего листа или приемника наблюдается усиление и ослабление сигнала.

Опыт № 9. Интерференция электромагнитных волн (схема Френеля)

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь установки ПЭВ принимает сигнал, отраженный от двух металлических зеркал, расположенных под углом, близким к 180° . При перемещении приемника можно наблюдать усиление и ослабление сигнала.

Опыт № 10. Стоячие электромагнитные волны

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь располагается между излучателем и металлическим листом. Медленно перемещая приемник, наблюдают зоны максимальной громкости сигнала и зоны молчания.

Опыт № 11. Поляризация электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: генератор излучает поляризованные волны. В этом можно убедиться, если повернуть рупор приемника вокруг оси волновода; при этом можно наблюдать усиление и ослабление сигнала.

Опыт № 12. Наблюдение поляризации электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: генератор излучает поляризованные волны, поэтому, вращая поляризационную решетку, расположенную между генератором и приемником, наблюдают усиление и ослабление сигнала.

Опыт № 13. Дифракция электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь помещают сначала за широким металлическим листом, приема сигналов от генератора при этом нет. Затем широкий лист заменяют узким, прием сигналов за ним наблюдается вследствие дифракции волн.

Опыт № 14. Наблюдение дифракции электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: приемник-диполь помещают против щели (шириной 3 – 4 см) в металлическом экране. Перемещая приемник по дуге вокруг щели, можно наблюдать усиление и ослабление сигнала.

Опыт № 15. Исследование дифракции электромагнитных волн

Порядок выполнения опыта: между генератором и приемником-диполем ставят металлический экран с двумя или несколькими щелями. Перемещая приемник вокруг щелей, наблюдают центральный и боковые максимумы сигналов.

Лекционные демонстрации по электромагнитным колебаниям, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Нарисуйте и поясните процесс образования свободных электромагнитных волн.
2. Напишите волновое уравнение для электромагнитного поля.
3. Напишите волновое уравнение для плоской электромагнитной волны. Напишите решение этого уравнения.
4. Покажите, что электромагнитная волна является поперечной.
5. Напишите формулы энергии электромагнитной волны, плотности потока энергии, плотности энергии, потока энергии.
6. Объясните процесс возникновения давления электромагнитных волн на поверхность. Напишите формулу давления ЭМВ, данную Максвеллом.
7. Напишите формулу импульса электромагнитного поля.
8. Поясните значение теории электромагнитного поля Максвелла.

ОПТИКА

Лекция № 6

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

План

1. Электромагнитная природа света. Принцип Гюйгенса.
2. Законы отражения и преломления света.
3. Полное внутреннее отражение. Световоды.

1. Электромагнитная природа света. Принцип Гюйгенса

С волновой точки зрения, *свет* – это электромагнитные волны. Видимый свет занимает узкий интервал длин электромагнитных волн: 400 нм (фиолетовый) – 800 нм (красный). Максвелл в своем трактате об электричестве и магнетизме писал: «Если выяснится, что скорость распространения электромагнитных возмущений совпадает со скоростью света, причем не только в воздухе, но и в других прозрачных средах, у нас будет веское основание считать, что свет является электромагнитным явлением». Многочисленные последующие измерения скорости света привели к значению $c = 3 \cdot 10^5$ км/с, что действительно соответствует скорости распространения электромагнитных волн. Электромагнитная теория света явилась существенным шагом вперед в понимании природы оптических явлений.

Принцип Гюйгенса

В конце XVII века Гюйгенс высказал предположение, что свет представляет собой волновой процесс, распространяющийся в пустом пространстве. Гюйгенс рассматривал вопрос о распространении волнового фронта и установил принцип, позволяющий по данному положению фронта найти его положение в последующие моменты.

Всякая точка, до которой доходит волновой фронт, может рассматриваться как самостоятельный источник элементарных волн; новый фронт волны представляет собой огибающую всех возникающих элементарных полусферических волн (рис. 6.1).

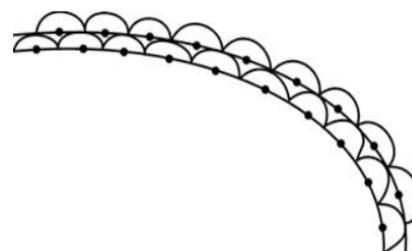


Рис. 6.1

Принцип Гюйгенса позволяет геометрически построить волновые фронты и определить направление распространения волн при отражении, преломлении и т. д.

Световой вектор – вектор Гюйгенса

$$\vec{Y} = |\langle [\vec{E}\vec{H}] \rangle|.$$

Интенсивность света – пропорциональность вектору Гюйгенса

$$|\vec{Y}| = nA^2,$$

$$Y \sim A^2,$$

где A – амплитуда световой волны.

2. Законы отражения и преломления света

Геометрическая оптика представляет собой простой метод построения изображений в оптических системах.

При построении изображений в геометрической оптике исходят из следующих приближений:

- 1) свет в однородной среде распространяется прямолинейно;
- 2) отдельные лучи распространяются независимо друг от друга.

На рис. 6.2 представлены процесс падения светового луча на границу раздела двух сред, процессы отражения и преломления.

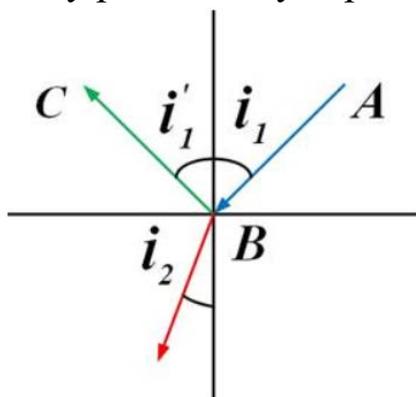


Рис. 6.2

1. Угол падения равен углу отражения

$$i'_1 = i_1.$$

2. Отраженный луч BC лежит в одной плоскости с падающим лучом AB и нормалью, восстановленной в точке падения.

3. Преломленный луч также лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью в точке падения; i_2 – угол преломления светового луча.

4. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных веществ и равная отношению показателей преломления второго вещества относительно первого. Относительный коэффициент преломления второго вещества относительно первого

$$n_{21} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2},$$

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}}.$$

Коэффициент преломления вещества по отношению к пустоте – абсолютный коэффициент преломления (n), или отношение скорости световой волны в вакууме к фазовой скорости в конкретной среде.

Относительный коэффициент преломления двух веществ равен отношению их абсолютных коэффициентов преломления и обратно пропорционален фазовым скоростям сред

$$n_{21} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2},$$

где i – угол в пустоте, i_1 – в первой среде, i_2 – во второй среде,

$$n_1 = \frac{\sin i}{\sin i_1},$$

$$n_2 = \frac{\sin i}{\sin i_2}.$$

Коэффициент преломления двух веществ обратно пропорционален скоростям распространения в них света

$$v = \frac{c}{n},$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

$$n = \sqrt{\epsilon\mu},$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v_1}{v_2},$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Длина волны в среде

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n_0}.$$

3. Полное внутреннее отражение. Световоды

Как уже было отмечено выше, на границе раздела двух сред световой пучок разделяется на два: отраженный и преломленный. Интенсивности обоих пучков дают в сумме интенсивность падающего пучка. Что же касается интенсивности каждого из них, то она довольно сложным образом зависит от угла падения и относительного показателя преломления, и мы не будем выводить соответствующие формулы. Остановимся лишь на одном интересном частном случае, когда свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную. В этом случае угол преломления больше угла падения. При увеличении угла падения угол преломления тоже будет возрастать. При этом интенсивность отраженного пучка возрастает, а преломленного – убывает.

Когда угол падения начинает приближаться к некоторому предельному углу, угол преломления приближается к прямому, а интенсивность преломленного пучка очень быстро стремится к нулю. При всех углах падения, превосходящих предельный угол, свет полностью отражается от границы раздела, как от идеального зеркала, и преломленного пучка не существует. Это явление называют *полным внутренним отражением*.

Для вычисления предельного угла полного внутреннего отражения используем формулу

$$\sin \alpha_{\text{пред}} = \frac{n_2}{n_1}.$$

В случае, если свет переходит из вещества в воздух, получим

$$\sin \alpha_{\text{пред}} = \frac{1}{n_1}.$$

Явление полного внутреннего отражения находит интересное применение в новой интенсивно развивающейся области оптотехники – волоконной оптике. Под этим названием объединяется ряд приборов и установок, предназначенных для передачи информации и энергии с помощью световых пучков.

Основной частью всех этих приборов служит световод (светопровод) – система тонких прозрачных диэлектрических волокон (отсюда и название «волоконная оптика»), собранных в жгут (рис. 6.3). Каждое

волокно представляет собой нить из кварцевого стекла, покрытую оболочкой из того же вещества с примесью бора, германия или фосфора. Радиус нити – от десятков до нескольких сотен микрометров, показатель преломления для видимого света равен 1,45; радиус оболочки в 5 – 10 раз больше радиуса нити, а показатель преломления $n_2 = 1,41$.

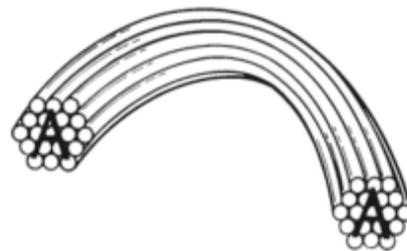


Рис. 6.3

Световой пучок, падая на поверхность нити под углом (рис. 6.4) бóльшим, чем предельный, испытывает полное внутреннее отражение от оболочки и распространяется вдоль световода на значительные расстояния. В настоящее время научились получать нити с очень малым затуханием. Так, видимый свет желто-зеленого участка спектра (500 нм), пройдя световод длиной 1 м, ослабляется всего на 2,3 %, при длине световода 10 м – на 26 %, а при передаче сигнала на 100 м он ослабевает в 10 раз. Еще меньше поглощается инфракрасный свет (1,3 мкм): при передаче сигнала на 1 км он ослабляется всего на 15 %, а на расстояние 10 км – примерно в 4 раза.



Рис. 6.4

Световоды, изготовленные из тонких нитей, обладают большой гибкостью, что во многих случаях (медицина, связь, техника) играет важную роль. Можно установить определенную связь между диаметром нити и радиусом кривизны изгибов световода. Оказывается, что при диаметре световода порядка 0,3 мм радиус кривизны его изгиба может достигать нескольких сантиметров.

Волоконная оптика находит практическое применение. Так, если направить на торец гибкого световода яркий пучок света, то им можно осветить любое труднодоступное место.

В медицине световод – основная часть эндоскопа (от греч. «эндо» – внутри, «скопео» – смотрю) – прибора, позволяющего увидеть внутренние органы человека (пищевод, желудок, кишечник). Эндоскоп представляет собой гибкий световод, который через пищевод вводят, например, внутрь желудка.

Часть нитей световода используют для освещения, по другим нитям отраженный от внутренних органов свет возвращается в окуляр. В современных эндоскопах имеются также каналы, через которые можно вводить тонкие гибкие инструменты и производить операции, не вскрывая брюшную полость, а также вводить лекарства направленно к пораженному участку больного внутреннего органа.

Волоконная оптика может реконструировать системы проводной связи – телефон, телеграф, кабельное телевидение. С этой целью через световод пропускают лазерный пучок в инфракрасном диапазоне, где поглощение излучения минимальное. Этот пучок модулируют с помощью передаваемой информации, а на выходе электрический сигнал преобразуют с помощью фотоэлементов.

Достоинство оптических каналов связи – возможность передачи по одному световоду в сотни и тысячи раз большего объема информации, чем по металлическим проводам. Кроме того, оптический канал связи помехоустойчив, он не реагирует ни на какие внешние воздействия, в то время как в металлических проводах возникают наводки за счет действия внешних магнитных полей. Наконец, замена металлических проводов световодами дает огромную экономию дорогостоящих цветных металлов.

Примеры лекционных демонстраций по волновым процессам

Явление полного внутреннего отражения

Оборудование: демонстрационный He-Ne лазер; ванна стеклянная прямоугольная с водой; экран для ванны.

Порядок проведения опыта: луч света от He-Ne лазера направляют на боковую стенку ванны. В воде луч преломляется, а затем полностью отражается от поверхности воды и выходит из ванны с противоположной стороны, испытав преломление еще раз. При уменьшении угла падения луча на границу воды и воздуха до угла, который меньше предельного, появляется преломленный луч (воздух можно слегка задымить). При небольшом уровне воды в ванне можно продемонстрировать многократное полное отражение луча от поверхности воды и дна ванны – модель распространения света в световоде.

Лекционные демонстрации по оптике, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунсковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей

физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается принцип Гюйгенса и какую роль он играет в описании оптических явлений?
2. Напишите формулу вектора Гюйгенса, формулу интенсивности света.
3. Назовите два основных приближения, которые используются при построении изображений в геометрической оптике.
4. Назовите основные законы отражения и преломления света.
5. Напишите формулы относительного и абсолютного коэффициентов преломления света и поясните их содержание.
6. Как связан относительный коэффициент преломления двух веществ с фазовыми скоростями в этих средах?

Лекция № 7
ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

План

1. Интерференция света. Когерентность световых волн.
2. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Оптическая длина пути. Оптическая разность хода.
3. Интерференция света в тонких пленках.
4. Кольца Ньютона.
5. Интерферометр Майкельсона.

1. Интерференция света. Когерентность световых волн

Интерференция света – сложение в пространстве двух или нескольких волн, при котором в разных его точках получается усиление и ослабление амплитуды результирующей волны.

Интерференция наблюдается только между когерентными колебаниями, обладающими следующими свойствами:

- 1) частоты колебаний одинаковые;
- 2) разность фаз колебаний остается величиной постоянной.

Электромагнитное излучение одной определенной постоянной частоты называют монохроматическим.

Пусть имеем две волны

$$A_1 \cos(\omega t + \alpha_1),$$

$$A_2 \cos(\omega t + \alpha_2).$$

При сложении волн получим:
амплитуда результирующего колебания

$$A = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta,$$

где δ – разность начальных фаз колебаний,

$$\delta = \alpha_1 - \alpha_2.$$

Если волны некогерентны, то разность начальных фаз не будет величиной постоянной

$$\delta \neq \text{const},$$

где δ – любое число; среднее значение $\cos \delta = 0$.

Тогда получим для амплитуды результирующего колебания

$$A = A_1^2 + A_2^2.$$

Интенсивность волн – величина, равная квадрату амплитуды колебания,

$$Y = A^2.$$

Для некогерентных колебаний интенсивность

$$Y = Y_1 + Y_2.$$

Для когерентных колебаний

$$Y = Y_1 + Y_2 + 2\sqrt{Y_1 Y_2} \cos \delta.$$

В тех точках пространства, где $\cos \delta > 0$, интенсивность равна $Y > Y_1 + Y_2$.

Там, где $\cos \delta < 0$, интенсивность равна $Y < Y_1 + Y_2$.

При наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве: в одних местах возникает \min освещенности, в других – \max .

2. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Оптическая длина пути. Оптическая разность хода

Когерентные световые волны можно получить, разделив исходную волну, излучаемую одним источником, на две части. Если эти две волны заставить пройти различные оптические пути, а потом наложить их друг на друга, то можно наблюдать интерференцию (рис. 7.1).

Оптической длиной пути называют произведение геометрической длины пути световой волны в среде S на абсолютный показатель преломления n

$$L = Sn.$$

На рис. 7.1 точка O – источник света; наложение разделенных потоков происходит в точке P .

Первая волна распространяется в среде с показателем преломления $n_1 \rightarrow S_1$, где S_1 – путь в первой среде.

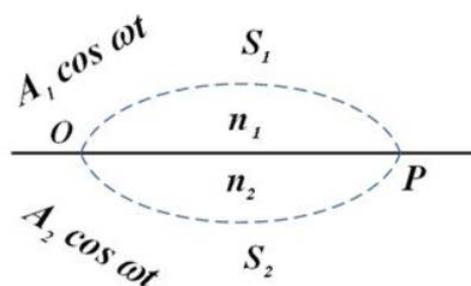


Рис. 7.1

Вторая волна распространяется в среде $n_2 \rightarrow S_2$.

В точке P запишем уравнение волны, полученной при сложении первой и второй волны,

$$P \rightarrow A_1 \cos \omega \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right) \rightarrow A_2 \cos \omega \left(t - \frac{S_2}{v_2} \right).$$

Фазовая скорость волн

$$v_1 = \frac{c}{n_1}, \quad v_2 = \frac{c}{n_2}.$$

Разность фаз

$$\delta_p = \omega \left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 S_2 - n_1 S_1),$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где λ_0 – длина волны в вакууме.

Оптическая разность хода интерферирующих волн

$$\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1 = L_1 - L_2.$$

Если $\Delta = \mp m \lambda_0$ ($m = 1, 2, 3 \dots$), т. е. оптическая разность хода равна целому числу длин волн и δ кратно 2π , тогда колебания в точке P складываются с одинаковой фазой, и в результате имеем максимум в интерференционной картине. Если Δ равна полуцелому числу длин волн, тогда $\Delta = \mp \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0$, и колебания в P складываются в противофазе – получаем min.

3. Интерференция света в тонких пленках

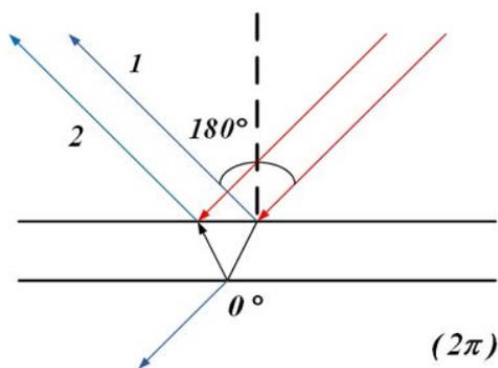


Рис. 7.2

Интерференцию в тонких пленках мы наблюдаем на поверхности пленок нефти и мыльных пузырей в виде разноцветных полос. Рассмотрим процесс интерференции в тонкой пленке (рис. 7.2).

Имеем лучи падающие, отраженные (1) и преломленные (2) в пленке. Отраженный луч на поверхности имеет

изменение по фазе на 180° , так как происходит отражение от более плотной среды. При отражении от нижней поверхности пленки изменения фазы не происходит, так как отражение возникает при переходе из более плотной среды в менее плотную. Луч, вышедший вновь на поверхность (2), несет на себе информацию о том, что он два раза прошел толщину пленки. Все лучи с одинаковой частотой, падающие под этим углом, будут иметь одинаковую разность фаз, определяемую толщиной пленки.

Угол преломления зависит от частоты падающих лучей. Следовательно, различные частоты (цвета световой волны) видны в различных местах и под разными углами (дисперсия света).

4. Кольца Ньютона

Кольца Ньютона – классический пример полос равной толщины. Их можно наблюдать при отражении света от верхней и нижней границ тонкой воздушной прослойки, образованной поверхностями соприкасающихся друг с другом толстой плоскопараллельной стеклянной пластинки и плосковыпуклой линзы с большим радиусом кривизны (рис. 7.3).

Интерференция происходит в области, близкой к точке касания пластинки или линзы. Большой радиус кривизны линзы делает поверхности пластинки и линзы, обращенные друг к другу, практически параллельными. На радиусе r от точки касания вдоль окружности толщина прослойки d будет одинаковой, и в этом случае можно наблюдать интерференционные полосы равной толщины, имеющие форму колец с центром в точке касания линзы. Эту интерференционную картину и называют кольцами Ньютона. Интерференционные полосы имеют вид концентрических колец. Таким образом, полосы равной толщины – это интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции когерентных волн от мест с одинаковой толщиной.

Если на систему приблизительно нормально к плоской поверхности пластинки падает пучок монохроматического света (лучи 1, 2), то

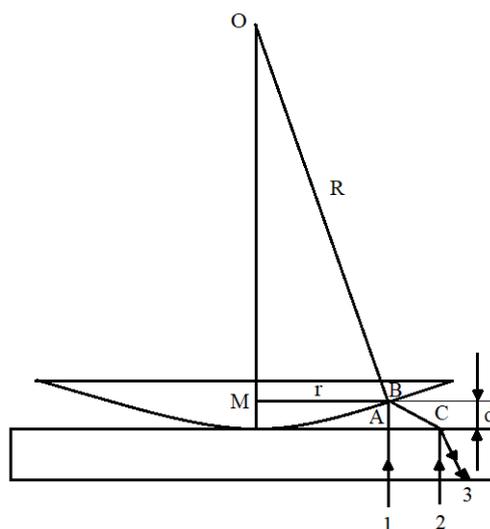


Рис. 7.3

световые волны, отраженные от нижней и верхней границ этой воздушной прослойки, будут интерферировать между собой, так как здесь есть все необходимые для этого условия. При этом в точке соприкосновения получается темное пятно, и оно окружено рядом concentрических светлых и темных колец убывающей толщины.

Луч 1 дважды проходит воздушную прослойку между линзой и стеклом, на котором расположена линза (рис. 7.3) – пути AB и BC . Луч 2 выходит снизу и соприкасается с лучом 1 в точке C . При наложении этих двух лучей (общий луч 3) будет происходить интерференция, так как складывающиеся лучи обладают свойством когерентности: частота лучей 1 и 2 одинакова (при переходе из одной среды в другую частота не изменяется), а луч 1 отличается по фазе от луча 2 на оптическую разность хода, равную $\Delta = (AB + BC) + \frac{\lambda}{2}$. Разность хода $\frac{\lambda}{2}$ возникает вследствие того, что при отражении идущего снизу светового луча от границы воздух-линза теряется половина длины волны.

Кольцевой рисунок интерференционных полос обусловлен осевой симметрией прослойки воздуха.

5. Интерферометр Майкельсона

Явление интерференции света используется в ряде весьма точных измерительных приборов, получивших название **интерферометров**. Рассмотрим интерферометр Майкельсона (рис. 7.4). Монохроматический свет от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную пластину $P1$. Сторона пластинки, удаленная от S , посеребренная и полупрозрачная; она разделяет луч на две составляющие. Луч 1 отражается от зеркала $M1$ и, возвращаясь обратно, проходит через пластинку $P1$ – получаем луч $1'$. Луч 2 идет к зеркалу $M2$ и, отражаясь от него, возвращается обратно и отражается от $P1$ – луч $2'$. Поскольку первый из лучей проходит пластинку $P1$ дважды, то для компенсации возникающей разности хода на пути второго луча

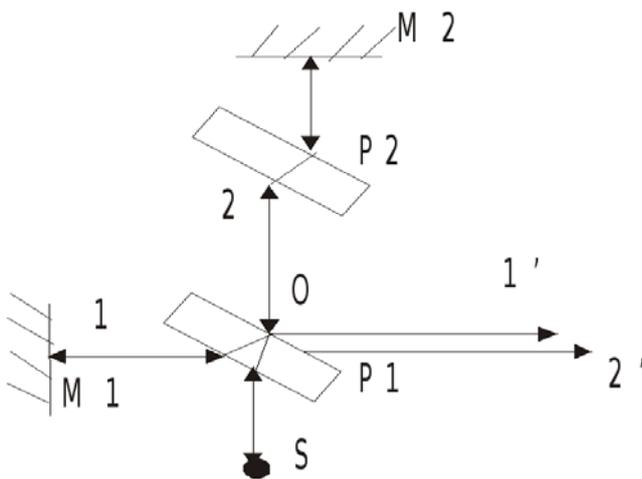


Рис. 7.4

этого свет от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную пластину $P1$. Сторона пластинки, удаленная от S , посеребренная и полупрозрачная; она разделяет луч на две составляющие. Луч 1 отражается от зеркала $M1$ и, возвращаясь обратно, проходит через пластинку $P1$ – получаем луч $1'$. Луч 2 идет к зеркалу $M2$ и, отражаясь от него, возвращается обратно и отражается от $P1$ – луч $2'$.

Поскольку первый из лучей проходит пластинку $P1$ дважды, то для компенсации возникающей разности хода на пути второго луча

ставят пластинку $P2$. Лучи $1'$ и $2'$ когерентны, следовательно, будет наблюдаться интерференция, результат которой зависит от разности хода. При перемещении одного из зеркал на расстояние $\frac{\lambda}{4}$ разность хода обоих лучей увеличится на $\frac{\lambda}{2}$ и произойдет смена освещения зрительного поля. Следовательно, по смещению интерференционной картины можно судить о малом перемещении одного из зеркал и использовать интерферометр Майкельсона для точного определения длин волн, а также в установках, регистрирующих гравитационно-волновые эффекты.

Примеры лекционных демонстраций по интерференции

Интерференция волн

Оборудование: ванна для проекции с зеркальным дном; осветитель; экран.

Порядок проведения опыта: на вибратор надевают насадку с двумя шариками и устанавливают его так, чтобы оба шарика были наполовину погружены в воду. Вибратор приводят в колебание, включают лампу подсвета и на экране наблюдают интерференцию.

Полосы интерференции от бипризмы Френеля

Приборы: проекционный фонарь с кинопроекционной или дуговой лампой; бипризма Френеля на диске-ширме; щель раздвижная на диске-ширме; экран проекционный.

Порядок проведения опыта: на оптической скамье проекционного фонаря располагают закрепленные раздвижную щель и бипризму Френеля. При помощи конденсора на поверхности ширмы с раздвижной щелью, расположенной на главной оптической оси, получают яркое светящееся пятно от источника света. Пятно должно быть такого размера, чтобы оно полностью покрывало щель. Получив за щелью узкий пучок лучей, направляют его на ребро призмы, установленной приблизительно на расстоянии 6 см от щели. Ребро бипризмы должно быть расположено строго параллельно щели и находиться с ней в одной вертикальной плоскости, проходящей вдоль главной оптической оси конденсора. Это легко осуществить при помощи рейтеров с приспособлением для малых перемещений. Ширину щели постепенно уменьшают до 0,100 – 0,005 мм тогда на экране, расположенном от бипризмы на расстоянии 1,5 – 2,0 м, образуется изображение в виде цветных интерференционных полос. После этого экран слегка поворачивают на некоторый угол в сторону аудитории и получают «растянутое» изображение интерференционных полос шириной 3 – 4 см.

Интерференция света в тонких пленках

Оборудование: проекционный аппарат; проволочная рамка; штатив; проекционный экран; мыльный раствор.

Порядок проведения опыта: проволочный каркас для получения мыльной пленки лучше брать в виде равнобедренного треугольника, причем неравный угол должен быть обращен вверх. Для демонстрации интерференции света проволочный треугольник укрепляют в штатив в вертикальной плоскости. Сосуд с мыльным раствором подводят к треугольнику снизу и поднимают его так, чтобы треугольник затянулся пленкой. Пленку проецируют на экран в отраженном свете.

На пути светового пучка, отраженного от мыльной пленки, устанавливают объектив на треноге от универсального штатива. Перемещая объектив вдоль этого пучка, получают на экране четкое изображение мыльной пленки с цветными полосами интерференции. При демонстрации можно пользоваться светофильтром (желательно оранжевым или красным); его помещают в узком пучке света за проецирующим объективом: это увеличивает число наблюдаемых полос интерференции по сравнению с белым светом.

Примечание: успех опыта зависит от качества раствора. Рекомендуется использовать 2,5 %-ный раствор олеиновокислого натрия (или калия), причем растворять его следует в дистиллированной воде при 60 °С; для большей прочности пленок к этому раствору можно добавить глицерин (примерно 1 % от общего объема). Красивые потоки, которые видны на экране в виде разноцветных узоров, можно получить, если поднести к пленке на некотором расстоянии зажженную спичку или сигарету.

Интерферометр Майкельсона

Оборудование: лазерная установка «Интерферометр Майкельсона».

Порядок проведения опыта: проводят юстировку оптических элементов интерферометра (рис. 7.5). Настраивают интерференционную картину на камере (сначала на заглушке камеры, затем на ПЗС-матрице камеры). Убеждаются, что камера работает (исправно горят светодиоды) и подключена к компьютеру. Запускают программу «Интерферометр». Наблюдают картину интерференционных полос на экране монитора.

Выбирают инструмент рисования линии и проводят линию перпендикулярно интерференционным полосам. Далее нажимают кнопку

«Показать профиль». Открывается окно с профилем интенсивности вдоль выбранной линии. Курсоры перемещают вдоль выбранной линии, при этом в текстовых индикаторах отображается значение интенсивности для данного положения курсора. По значениям интенсивностей в точках максимума и минимума можно определить характер интерференционной картины.



Рис. 7.5

Лекционные демонстрации по интерференции света, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Какие колебания называют когерентными? При каких условиях возникает интерференция света?
2. В каких ситуациях мы можем наблюдать интерференцию света?
3. Опишите процесс интерференции в тонких пленках.
4. Опишите процесс образования колец Ньютона.
5. От чего зависит форма фигур, получаемых в результате интерференции, например, при получении колец Ньютона?
6. Что мы наблюдаем в центре касания линзы стеклянной пластинки, на которой помещается линза, при освещении, например, монохроматическим светом?
7. Чем будут отличаться интерференционные картины колец Ньютона при освещении монохроматическим или полихроматическим светом?

Лекция № 8 ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

План

1. Явление дифракции света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Виды дифракции. Дифракция Френеля на круглом отверстии.
2. Дифракция Фраунгофера на тонкой щели.
3. Дифракция плоской волны на решетке щелей.
4. Рассеяние света в однородных и неоднородных средах.
5. Голография.

1. Явление дифракции света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Виды дифракции. Дифракция Френеля на круглом отверстии

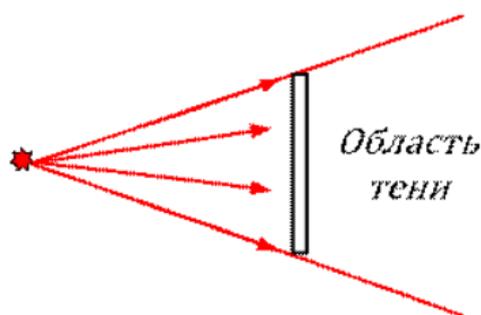


Рис. 8.1

Если на пути светового потока находятся непрозрачные тела, то за телами должна образовываться тень (рис. 8.1).

Наблюдения показывают, что световая волна заходит в область тени, причем на границе света и тени образуются чередующиеся максимумы и минимумы интенсивности света, свидетельствующие о перераспределении световой энергии на этой границе.

Огибание световой волной границ непрозрачных тел с образованием интерференционного перераспределения световой энергии называют **дифракцией волн**.

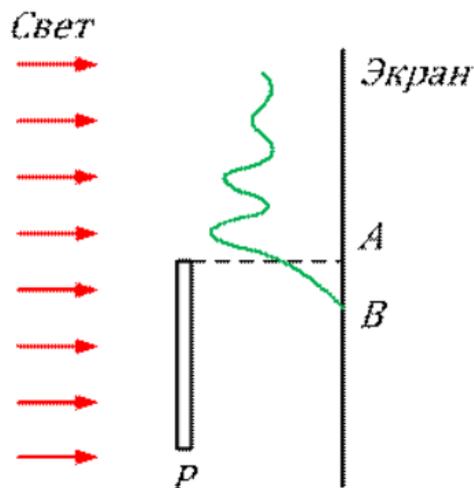


Рис. 8.2

На рис. 8.2 представлено распределение на экране интенсивности света, испытывающего дифракцию от края пластины P . Огибающая всех элементарных волн заходит в область тени. Чтобы определить последующее распределение энергии, необходимо, согласно Френелю, найти результат интерференции элементарных волн для каждой точки пространства.

Явление дифракции можно объяснить, пользуясь принципом Гюйгенса.

Согласно этому принципу каждую точку фронта световой волны в определенный момент времени можно рассматривать как самостоятельный источник элементарной волны (рис. 8.3).

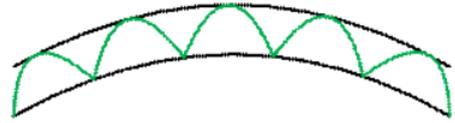


Рис. 8.3

Если построить огибающую элементарных волн, то фронт этой волны захватит и область тени. Это чисто геометрический подход, но тем не менее он описывает реальную ситуацию. Какая часть энергии заходит в область тени? Для ответа на этот вопрос, согласно Френелю, необходимо найти результат интерференции элементарных волн в каждой интерференционной точке C (рис. 8.4).

Обычно за экраном ставят линзу, которая «сортирует» световые лучи по направлениям их распространения (рис. 8.5).

Часть световой энергии, которая проходит через отверстие в прямом направлении, собирается линзой в точке O . Части световой энергии, идущие в других направлениях, собираются в других точках.

Таким образом, распределение освещенности на экране за линзой в фокальной ее плоскости показывает, как распределена энергия по различным направлениям у прошедшей через отверстие волны.

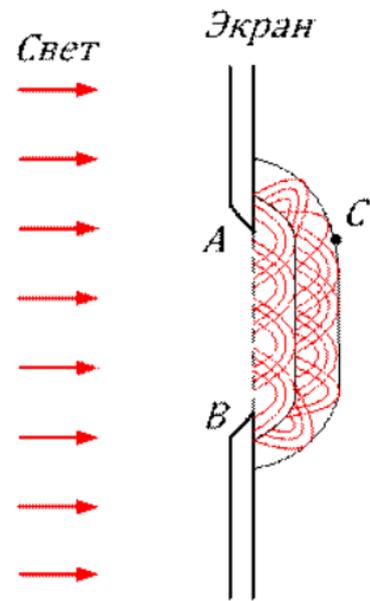


Рис. 8.4

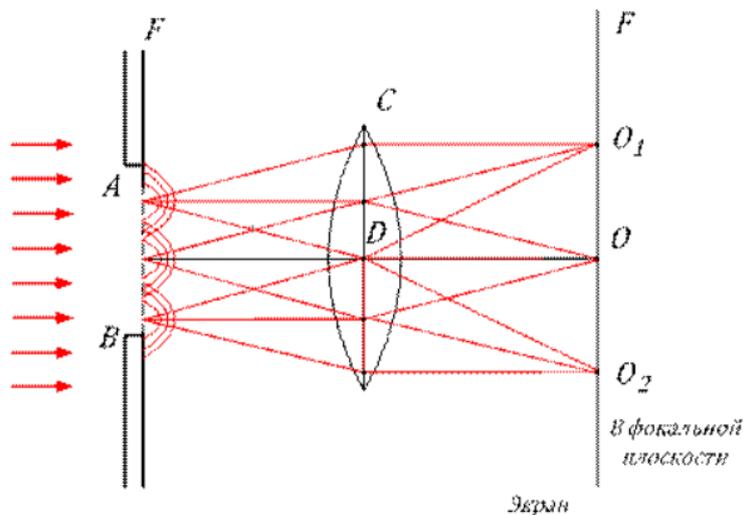


Рис. 8.5

Характерная особенность распространения любых волн – их способность заходить за преграды (давать дифракцию). Однако масштаб загибания зависит от отношения размеров преграды к длине волны.

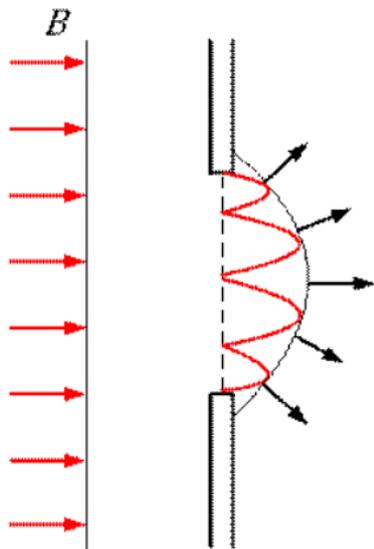


Рис. 8.6

Принцип Гюйгенса позволяет построить новое положение фронта волны по предыдущему положению (рис. 8.6). Но описание, даваемое Гюйгенсом, не полное: оно не позволяет найти амплитуды волн, распространяемых в различных направлениях. Этот недостаток устранил Френель, который дал более глубокое представление о волновом процессе с учетом амплитуд и фаз колебаний.

Пусть S – положение волнового фронта в искомый момент времени (рис. 8.7). Чтобы определить амплитуду колебания в точке P под углом α от фронта волны, по Френелю надо определить колебания, приходящие в P от всех элементов поверхности S и сложить их, учитывая амплитуды и фазы.

Амплитуда зависит от размеров ΔS , r , α , фаза зависит от r . Здесь необходимо интегрирование амплитуд колебаний, но Френель показал, что в ряде случаев можно воспользоваться алгебраическим или геометрическим сложением.

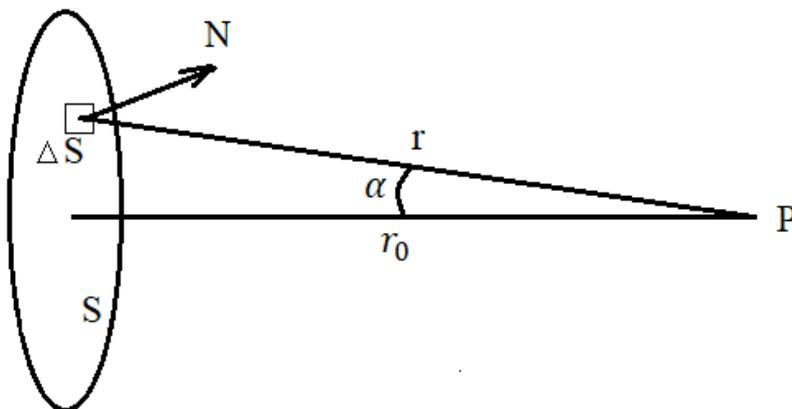


Рис. 8.7.

Различают два вида дифракции:

1) **дифракция Френеля** – дифракция сферической волны на препятствии, расположенном на небольшом расстоянии от источника света; точка наблюдения также находится на конечном расстоянии;

2) **дифракция Фраунгофера** – дифракция плоской волны, когда источник и точка наблюдения расположены на бесконечно большом расстоянии от препятствия. В этом случае лучи, приходящие в точку наблюдения, будут практически параллельные.

Дифракция Френеля на круглом отверстии

Рассмотрим случай прохождения света через круглое отверстие (рис. 8.8).

A – источник света; $C'C''$ – круглое отверстие. Оно пропускает часть сферической волны из источника света A . Определим действие этой волны в P на расстоянии r_0 от отверстия.

Мысленно разделим волновую поверхность S на кольцевые зоны (зоны Френеля) так, чтобы расстояние от краев соседних зон до точки P различалось на $\frac{\lambda}{2}$.

Таким образом,

$$B_1P - B_0P = \frac{\lambda}{2} = B_2P - B_1P.$$

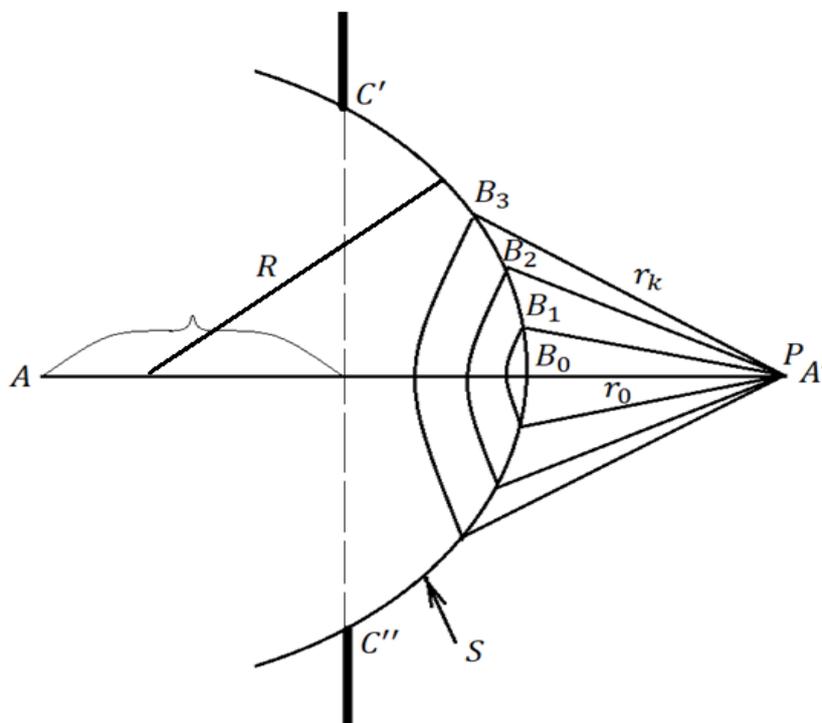


Рис. 8.8

Тогда колебания, приходящие в P от соответствующих частей зон, будут иметь разность хода $\frac{\lambda}{2}$, т. е. в противофазах.

Площади зон примерно одинаковы. Амплитуда колебаний от отдельных зон до P зависит от r_k и угла (угол между нормалью к элементам зоны и направлением на точку P). С ростом номера зоны угол также растет.

Поэтому амплитуды a_k колебаний, доходящих до P от отдельных зон, должны монотонно убывать с $\uparrow k$.

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4 \dots > a_k > \dots$$

Так как фазы колебаний от двух соседних зон противоположны, то A_k суммарного колебания, вызванного действием k зон,

$$A_k = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 - \dots \mp a_k,$$

где «плюс» – нечетное K , «минус» – четное K .

При четном числе зон их действие суммарно ослабляется и амплитуда A_k в P незначительна. При нечетном числе зон одна зона не ослабляется и результирующая амплитуда увеличивается.

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2}.$$

При нечетном k результирующая амплитуда

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2}\right) + \dots + \frac{a_k}{2}.$$

При четном k

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2}\right) + \dots - \frac{a_{k-1}}{2} - a_k,$$

$$A_k = \frac{a_{k-1}}{2} + \frac{a_{k+1}}{2}.$$

Скобки в уравнении равны нулю, и при нечетном k амплитуда равна

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2}.$$

При четном k

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k = \frac{a_1}{2} - \frac{a_k}{2},$$

$$\frac{a_{k-1}}{2} - a_k = -\frac{a_k}{2},$$

$$A_k = \frac{a_1}{2} \mp \frac{a_k}{2}.$$

Если размеры щели $C'C''$ увеличивать до бесконечности, то весь волновой фронт пройдет через отверстие и последняя зона a_k станет бесконечно малой

$$A_\infty = \frac{a_1}{2}.$$

При нечетном числе зон

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2}.$$

И это больше, чем полностью открытый фронт $A_{\max} = a_1$, когда в отверстии оказывается одна первая зона.

При большом числе открытых зон $\frac{a_k}{2}$ мало и $A_k \approx A_\infty$. Размер $C'C''$ перестает сказываться на освещенности в P , если $k \rightarrow \infty$.

Если бы свет распространялся прямолинейно, то размеры отверстия не сказывались бы на освещенности в P .

Таким образом, выводы из волновых представлений о прямолинейном распространении света совпадают, когда число открытых зон велико.

2. Дифракция Фраунгофера на тонкой щели

При перпендикулярном падении света на плоскость щели все точки фронта AB колеблются в одной фазе (рис. 8.9). Поэтому лучи в точке O , интерферируя друг с другом, взаимно усиливаются, и в точках O, O_1 возникают максимумы.

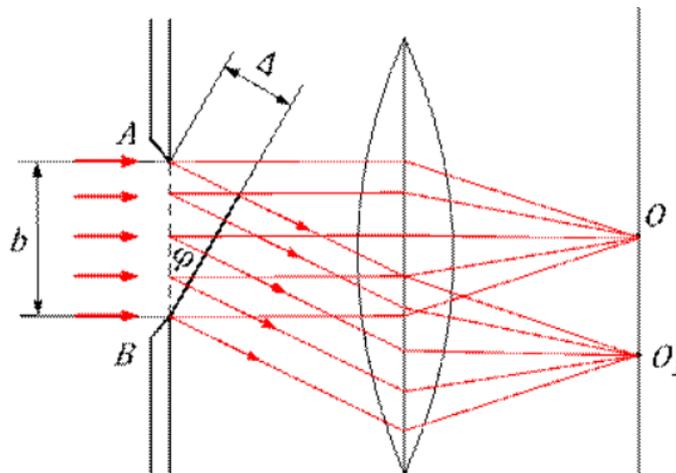


Рис. 8.9

В точке O_1 складываются лучи, идущие под углом φ . У лучей, исходящих из щели под углом φ , в точке O_1 будут фазы, соответствующие лучам в плоскости BC . Разность хода Δ

$$\Delta = b \sin \varphi.$$

Если разность хода

$$\Delta = \lambda = \frac{2\lambda T_0}{2},$$

то пучок лучей можно разделить на две части, или зоны. Лучи одной зоны отстают от лучей другой зоны на половину длины волны, и при наложении в точке O_1 они погасят друг друга

$$b \sin \varphi = \lambda.$$

Рассмотрим другое значение φ_2 , для которого

$$\Delta_2 = b \sin \varphi_2 = \frac{3\lambda}{2}.$$

Тогда в этом направлении пучок можно разделить на три части, которые отстоят друг от друга на половину длины волны. Первая и вторая, вторая и третья зоны погасят друг друга; одна из зон окажется непогашенной и даст на окраине некоторую освещенность. Эта освещенность будет значительно меньше, чем в точке O .

В направлениях, где $b \sin \varphi$ равно нечетному числу λ или нечетному числу зон Френеля (1, 3, 5...), на экране получатся светлые точки

$$\varphi \approx (2k + 1) \frac{\lambda}{2b}.$$

Это условие максимума в дифракционной картине.

Условие минимума

$$\varphi \approx 2k \frac{\lambda}{2b} = k \frac{\lambda}{b}.$$

В промежуточных направлениях освещенность постепенно изменяется (рис. 8.10). Получим дифракционный спектр от щели. Расположение минимумов и максимумов зависит от длины волны.

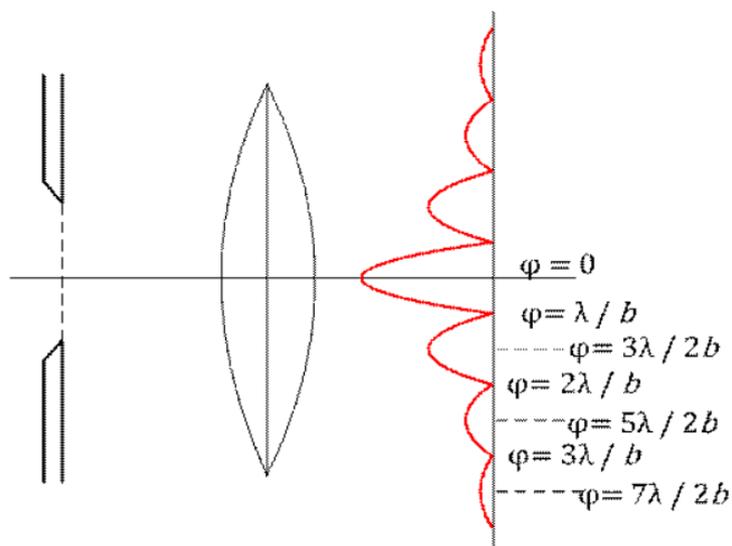


Рис. 8.10

3. Дифракция плоской волны на решетке щелей

Для нахождения дифракционного спектра от двух и более параллельных щелей необходимо учесть интерференцию лучей, прошедших из одной щели и из различных щелей (рис. 8.11).

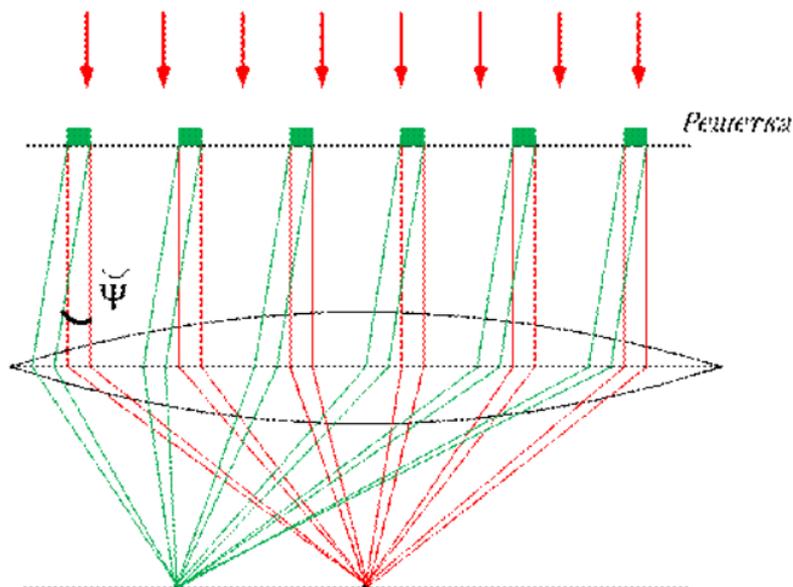


Рис. 8.11

Каждая щель даст на экране ту или иную освещенность по всем направлениям, кроме

$$b \sin \varphi = k \lambda.$$

Теперь у нас решетка щелей

$$\varphi \approx k \frac{\lambda}{b}.$$

Суммарная напряженность светового вектора будет иметь наибольшее значение, если фазы волн, пришедших из разных щелей, будут кратны $k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, 3\dots$)

$$\Delta = d \sin \Psi = k\lambda,$$

где $\Delta = d \sin \Psi$ – разность хода лучей из соседних щелей; d – расстояние между осями соседних щелей – это период дифракционной решетки.

Условие максимума решетки

$$d \sin \Psi = k\lambda, \text{ где } k = 0, 1, 2, 3\dots$$

Условие минимума решетки

$$d \sin \Psi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

В зависимости от числа щелей в решетке определяем количество максимумов: если N щелей, то $N - 1$ – минимумов.

Дифракционный спектр можно представить следующим образом (рис. 8.12).

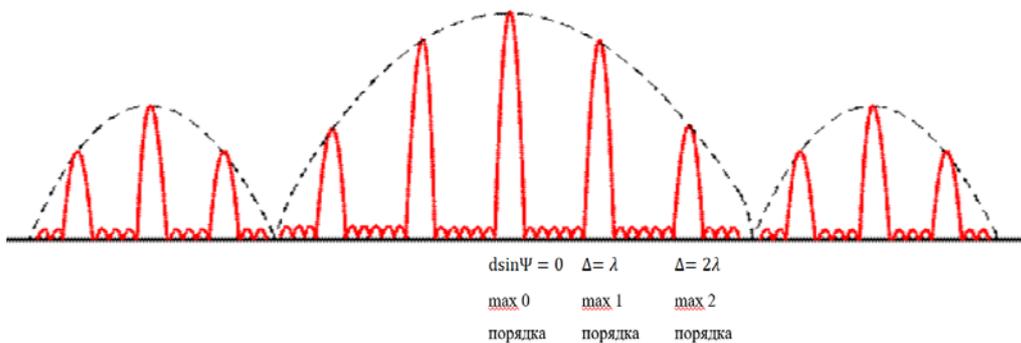


Рис. 8.12

В зависимости от числа щелей в решетке для минимумов в дифракционном спектре будет справедливо условие

$$d \sin \Psi = n \frac{\lambda}{N} \quad (n = 1, 2, 3\dots).$$

Для максимумов

$$d \sin \Psi = k\lambda.$$

4. Рассеяние света в однородных и неоднородных средах

Пусть свет проходит через однородную среду, например прозрачное стекло. Стекло имеет однородную структуру из молекул, расположенных с одинаковой плотностью. При прохождении луча света через однородную среду нельзя увидеть луч сбоку. Элементарные волны, рассеянные однородной средой в любом направлении, которое идет под углом к первичному лучу, уничтожаются полностью благодаря интерференции, кроме одного направления, в котором распространяется первичная волна. Такое рассеяние не дает дополнительной боковой составляющей.

Рассеяние изменяет скорость первичной волны в однородной среде. Преломление можно объяснить рассеянием. Другое дело, если среда неоднородна. Происходит рассеяние – дифракция – появление результата рассеяния вторичных волн в различных направлениях.

Так, например, рассеяние белого света от Солнца атмосферой Земли. При прохождении света через атмосферу на молекулах воздуха (молекулы кислорода, азота, углекислого газа) в большей степени будут рассеиваться голубые лучи – наиболее короткие длины волн, соответствующие плотности атмосферы Земли. Если бы рассеяния белого света от Солнца не было, то мы бы видели небо черным.

5. Голография

Голография – это получение изображений с помощью восстановления волнового фронта. Для этого применяют интерференционный метод регистрации световых волн, дифрагировавших на объекте, который освещен когерентным светом. При этом дифрагированные волны должны проинтерферировать с опорной волной, согласованной с ними по фазе. Если волны обладают достаточной степенью когерентности, разность фаз между предметной и опорной волной остается постоянной во времени; в результате возникает стационарная интерференционная картина с распределением интенсивности, зависящим от отношения амплитуд и разности фаз интерферирующих волн. Фотографическая запись этой картины – голограмма – содержит информацию и о фазе, и об амплитуде дифрагированных волн, благодаря чему возможно их дальнейшее восстановление. Восстановление волнового фронта предметной волны происходит на втором этапе, когда

голограмма освещается волной, идентичной опорной. Сохранение воспроизводимой информации о фазе – уникальная особенность голографического процесса. В противоположность этому фотография может сохранить только пространственное распределение интенсивности света в предметной сцене (объекте): с помощью линз фотоаппарата оно воспроизводится в сфокусированном изображении и записывается на плоскость фотоснимка. Однако интенсивность представляет собой величину, усредненную по всем фазам световой волны, и поэтому не содержит информации о фазе волны, идущей от объекта.

В голографическом методе информация об амплитуде и фазе несфокусированной волны, идущей от объекта, кодируется с помощью опорной волны еще до регистрации. Голографический метод применим ко всем волнам: электромагнитным (рентгеновским, световым, микроволновым), акустическим и сейсмическим – при условии, что они достаточно когерентны для создания требуемых интерференционных картин. И действительно, голограммы были получены с каждым из этих видов волн. Однако голографический метод, по-видимому, наиболее пригоден в оптическом диапазоне электромагнитного спектра. После создания лазеров оптическая голография получила быстрое развитие, в то время как работа в более коротковолновом диапазоне тормозится отсутствием источников когерентного излучения. Что касается другого конца шкалы длин волн, то в настоящее время начинаются активные исследования в области терагерцовой голографии, но сколько-нибудь значительных результатов пока не получено. Поэтому наиболее значимо рассмотрение видимого света и оптической голографии.

Испускаемый лазером световой пучок расширяется с помощью линзы и делится на две части (рис. 8.13, *a*). Одна часть (опорный пучок) отражается зеркалом к фотопластинке (в будущем – голограмме). Вторая часть (предметный пучок) попадает на пластинку, отразившись от фотографируемого объекта. Оба пучка когерентны, налагаясь, они образуют интерференционную картину, фотографируемую на пластинке. После проявления фотопластинки и получается голограмма. Для восстановления изображения голограмму помещают в то место, где она находилась при фотографировании, и освещают опорным пучком света. Предметный пучок закрывается. В результате дифракции опорной волны на интерференционной структуре голограммы возникает волна, имеющая ту же структуру, что и волна, отразившаяся от

предмета. Эта волна дает мнимое изображение предмета, оно объемное, на него можно смотреть с разных положений (рис. 8.13, б).

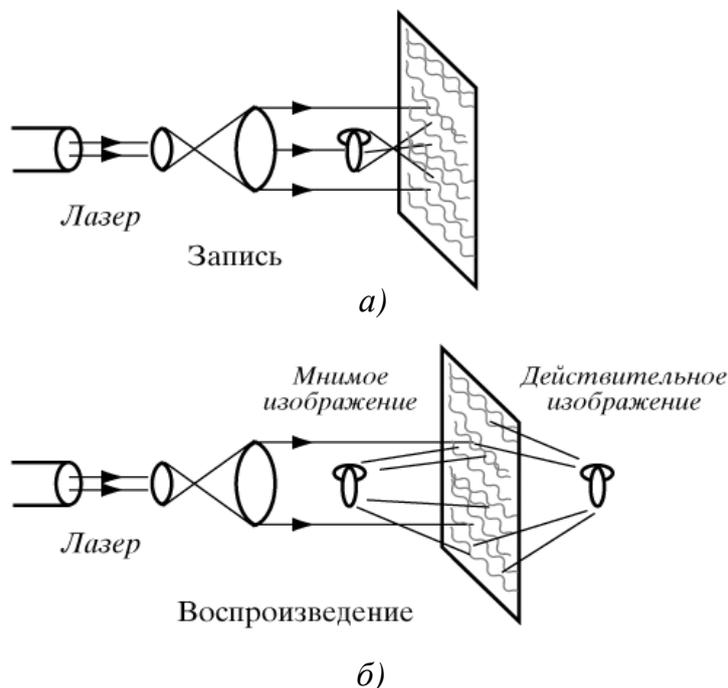


Рис. 8.13

Примеры лекционных демонстраций по дифракции света

Дифракция от одной щели

Оборудование: демонстрационный He-Ne лазер; раздвижная щель; проекционный экран.

Порядок проведения работы: если щель очень узка, то на экране видна размытая полоса, по бокам которой расположены дифракционные полосы (рис. 8.14). При постепенном расширении щели в середине центральной светлой полосы появляется темная полоса, хорошо видимая на значительном расстоянии. При дальнейшем расширении щели темная полоса раздваивается и в центре картины между двумя темными появляется светлая. Если расширять щель еще дальше, появляются три темные полосы, четыре и т. д.



Рис. 8.14

Дифракция волн

Оборудование: ванна для проекции волн; осветитель; экран.

Порядок проведения работы: на вибратор надевают насадку с одним шариком. На дно ванны на расстоянии 150 – 300 мм от насадки вибратора устанавливают плоские экраны так, чтобы между ними осталась узкая щель. Приведя в колебание вибратор и включив лампу подсвета, наблюдают дифракционную картину. Дифракцию можно видеть и в том случае, когда будут открыты два отверстия. Опыт подтверждает также, что каждую точку фронта бегущей волны можно рассматривать как центр возникновения новых кольцевых волн, которые складываются между собой и образуют фронт бегущей волны (принцип Гюйгенса).

Указание: при подготовке и проведении опытов следует иметь в виду, что демонстрации будут более выразительными и четкими при определенной частоте колебаний вибратора. Рекомендуется опытным путем подобрать частоту колебаний вибратора так, чтобы на экране наблюдалась наиболее отчетливая картина.

Дифракция на диске. Пятно Пуассона

Оборудование: демонстрационный He-Ne лазер; собирающая линза; прозрачная пластинка с диском; проекционный экран; телекамера; телевизор.

Порядок проведения опыта: луч света, попадая на линзу, расширяется в виде узкого конуса и падает на пластинку с диском (в качестве диска можно использовать шарик диаметром 2 – 3 мм от подшипника). В результате дифракции на экране наблюдается интерференционная картина. В центре тени от диска (или шарика) всегда остается светлое пятно, которое называют пятном Пуассона. С помощью телевизионной системы изображение интерференционной картины демонстрируют аудитории.

Дифракция на дифракционной решетке

Оборудование: проекционный аппарат; дифракционная решетка в оправе; экран.

Порядок проведения опыта: луч света дифрагирует на щелях дифракционной решетки, в результате чего на экране получают дифракционную картину, представляющую собой разноцветные полосы – максимумы 0, 1, 2-го и так далее порядков, разделенные

неосвещенными промежутками (рис. 8.15). В центре – светлая полоска (максимум нулевого порядка). Изменяя расстояние между решеткой и экраном, демонстрируют изменение положения максимумов на экране.

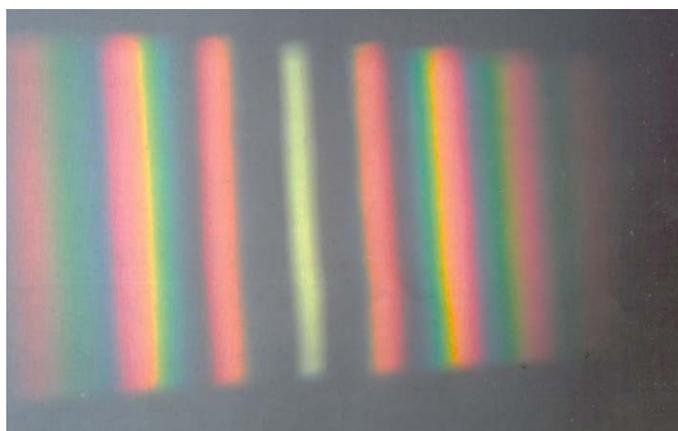
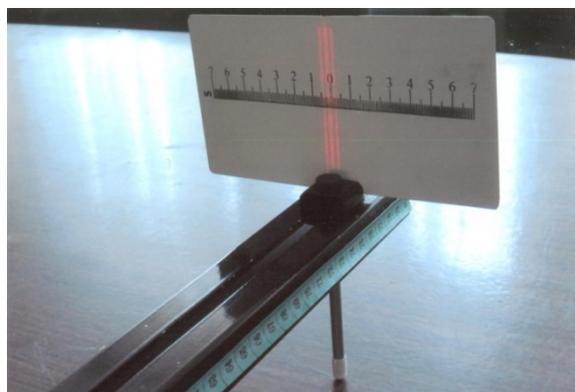


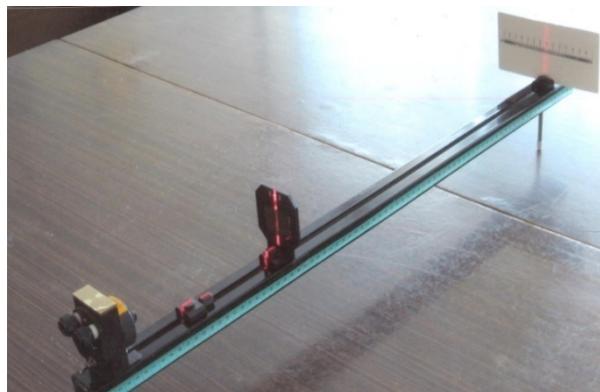
Рис. 8.15

Наблюдение явления интерференции и дифракции на щелях Юнга

Оборудование: малая оптическая скамья; лазерный диод (0,65 мкм); цилиндрическая линза-насадка; дифракционный элемент «Щели Юнга»; экран (рис. 8.16 а, б).



а)



б)

Рис. 8.16

Порядок проведения опыта: излучение лазерного диода направляют на щели дифракционного элемента (мала не только ширина обеих щелей, но и расстояние между ними), происходит интерференционное наложение когерентных пучков от каждой щели. Интерференционная картина будет представлять собой чередование светлых максимумов и темных минимумов (интерференционные полосы, параллельные краям щелей).

Лекционные демонстрации по дифракции света, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Какое оптическое явление называют дифракцией? Каковы условия возникновения дифракции?
2. Что такое дифракционная решетка и что называют постоянной дифракционной решетки?
3. Опишите процесс формирования дифракции Френеля.
4. Опишите процесс формирования дифракции Фраунгофера.
5. Что представляет собой дифракционная решетка?
6. Каков принцип голографии? Каковы возможные способы применения голографии?

Лекция № 9

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

План

1. Естественный и поляризованный свет. Виды поляризации.
2. Поляризация света при отражении.
3. Поляризация при двойном лучепреломлении в кристаллах.
4. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса.
5. Искусственная оптическая анизотропия. Эффект Керра.
6. Оптически активные вещества.

1. Естественный и поляризованный свет. Виды поляризации

Изучая свойства электромагнитных волн (свет – это электромагнитные волны), мы выяснили, что векторы напряженности электрического и магнитного полей колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях и перпендикулярно направлению распространения волнового фронта.

Естественный свет – световой поток, в котором колебания векторов электрического и магнитного полей происходят по всем направлениям, перпендикулярным направлению распространения волн.

Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых атомами. Одновременно все атомы излучают электромагнитные волны, при наложении их друг на друга возникает испускаемая телом световая волна.

Поляризация волн – характеристика *поперечных волн*, описывающая поведение вектора колеблющейся величины в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. В *продольной волне* поляризация возникнуть не может, так как направление колебаний в волнах этого типа всегда совпадает с направлением их распространения.

Поляризация света – процесс упорядочения колебаний вектора напряженности электрического поля световой волны при прохождении света сквозь некоторые вещества (при преломлении) или при отражении светового потока.

Вектор \vec{E} называют световым вектором, так как при действии света на вещество вначале проявляется действие электрической составляющей поля электромагнитной волны на электроны в атомах вещества.

Выделяют следующие виды поляризации света.

1. Если при распространении электромагнитной волны световой вектор сохраняет свою ориентацию, то подобная волна носит название *линейно поляризованной*, или *плоскополяризованной*. Отметим, что термин поляризации волн ввел Малюс применительно к поперечным механическим волнам.

2. В случае, когда две поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях монохроматические волны распространяются вдоль одного и того же направления, результатом их сложения будет *эллиптически поляризованная волна*.

3. Естественный, или неполяризованный, свет можно рассматривать как наложение многих электромагнитных волн, распространяющихся в одном и том же направлении E , но со всевозможными ориентациями плоскостей колебаний вектора неполяризованного света и нельзя указать даже плоскость преимущественного расположения вектора напряженности электрического поля E . Все ориентации этого вектора равновероятны. Если же имеется какое-либо преимущественное направление ориентации вектора E , то световой пучок называют *частично поляризованным*.

4. Если результирующий вектор, оставаясь постоянным по величине, вращается с некоторой частотой, а его конец описывает окружность, то в этом случае говорят, что свет имеет *круговую поляризацию*.

5. Плоскость, проходящую через направление колебаний вектора E *плоскополяризованного* света и направление распространения этой волны, называют плоскостью поляризации света.

2. Поляризация света при отражении

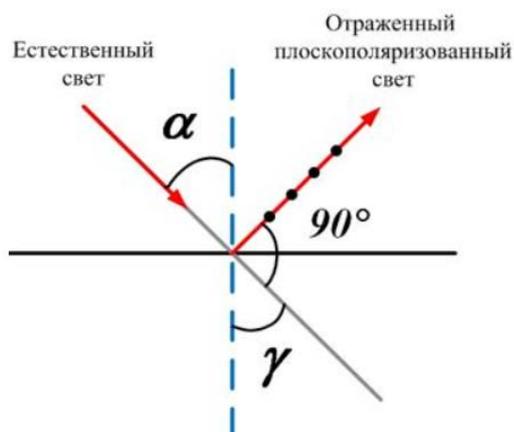


Рис. 9.1

Если естественный свет падает на отражающую поверхность диэлектрика (стекло) под углом α , то отраженная волна оказывается оптически поляризованной. У отраженной волны вектор \vec{E} перпендикулярен плоскости падения. Пройдящая волна частично поляризована. Это происходит, когда $\operatorname{tg} \alpha = n$, где α – угол Брюстера (рис. 9.1). Закон Брюстера гласит, что если тангенс угла падения равен показателю преломления

второй среды относительно первой, то отраженный луч полностью будет поляризован

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\sin \gamma = \cos \alpha.$$

Преломленный луч будет частично поляризован. Недостаток данного метода получения поляризованного света заключается в том, что только 3 – 5 % падающего света переходит в поляризованную волну.

3. Поляризация при двойном лучепреломлении в кристаллах

Среду называют *оптически анизотропной*, если ее оптические свойства (скорость распространения или показатель преломления) различны в различных направлениях. При преломлении света на границе оптически анизотропных сред естественный луч расщепляется на два (обыкновенный и необыкновенный). Лучи распространяются в разных направлениях и с различными скоростями. Это явление называют *двойным лучепреломлением*.

Один из преломленных лучей подчиняется обычным законам преломления (o). Другой – необычным (e): отношение $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \neq \operatorname{const}$ при изменении угла падения (рис. 9.2).

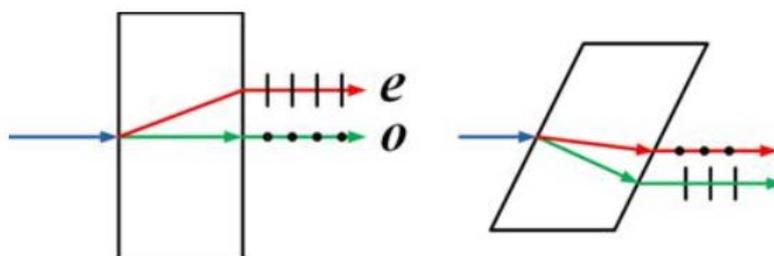


Рис. 9.2

На рисунке оба луча полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях: плоскость колебания луча перпендикулярна плоскости, проходящей через оптическую ось кристалла – направление в кристалле, вдоль которого обыкновенные и необыкновенные лучи распределяются, не разделяясь. В необыкновенном луче колебания светового вектора совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением.

Оба луча будут иметь различные скорости распространения и соответственно различную оптическую длину пути. Возникающие вследствие этого явления не могут быть разобраны методами лучевой оптики и требуют для своего понимания привлечения волновых представлений и знаний всех диэлектрических характеристик данного кристалла.

4. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса

Поляризатором называют устройство для получения поляризованного света. Человеческий глаз не отличает естественный свет от поляризованного, поэтому для анализа поляризации света используют устройство, называемое **анализатором**. Поляризатором и анализатором может служить один и тот же прибор в зависимости от того, для каких целей его используют: для получения поляризованного света или для его анализа.

Для изготовления поляризаторов и анализаторов на практике применяют **двойкопреломляющие кристаллы**. Из монокристаллов исландского шпата изготавливают призмы Николь (никколи). Николь представляет собой двойную призму, склеенную канадским бальзамом.

Закон Малюса

Пусть на поляризатор падает плоско поляризованный свет с амплитудой A_0 и интенсивностью Y_0 (рис. 9.3)

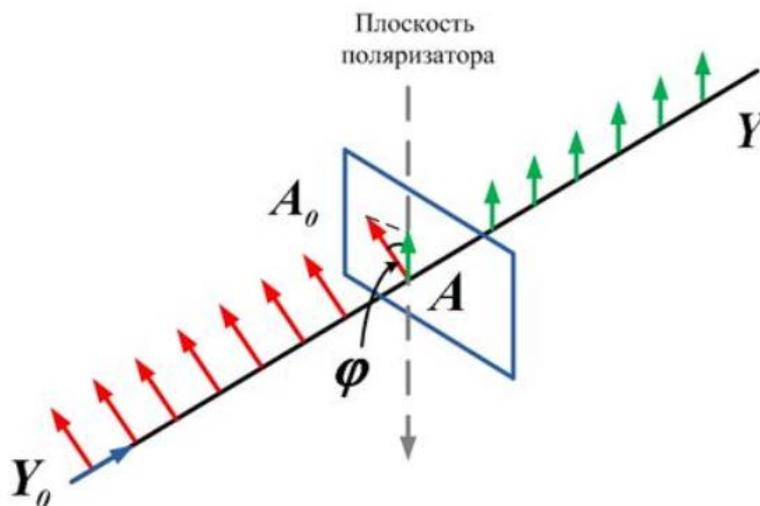


Рис. 9.3

Произойдет поворот плоскости поляризации на угол φ .

Интенсивность вышедшего луча определяют по формуле (закон Малюса)

$$Y = Y_0 \cos \varphi.$$

Поляризаторы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, называемой *плоскостью поляризатора*, и задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. Если поляризатор используют для определения характера и степени поляризации, то его называют *анализатором*.

5. Искусственная оптическая анизотропия. Эффект Керра

Существуют различные способы получения искусственной анизотропии, которые связаны с различными возможностями ее применения.

Исследование деформаций в твердых телах

В прозрачных аморфных телах, а также в кристаллах кубической системы может возникнуть двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий. В частности это возникает при механических деформациях тел. Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Опыт показывает, что эта разность пропорциональна напряжению в данной точке тела. На этом основывается оптический метод исследования напряжений. Исследование механических напряжений в сложных деталях машин осуществляется путем изготовления прозрачной модели детали, которую помещают между двумя поляризаторами и подвергают деформации; наблюдается распределение оптической анизотропии по объему детали, показывающее распределение механической деформации.

Изучение быстротекающих процессов (ячейка Керра)

Возникновение двойного лучепреломления в жидкости и в аморфных твердых телах под воздействием электрического поля было обнаружено Керром в 1875 году. Это явление получило название *эффекта Керра*. Ячейка Керра представляет собой герметичный сосуд с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. При подаче напряжения на пластины конденсатора между ними возникает практически однородное электрическое поле (за исключением краев конденсатора). Под его действием жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль силовых линий поля.

Возникающая разность показателей преломления пропорциональна квадрату напряженности поля. Эффект Керра объясняют различной поляризуемостью молекул по различным направлениям. Молекулы жидкости ориентируются вдоль поля, и поэтому оптические свойства жидкости становятся различными вдоль направления поля и перпендикулярно к нему (рис. 9.4).

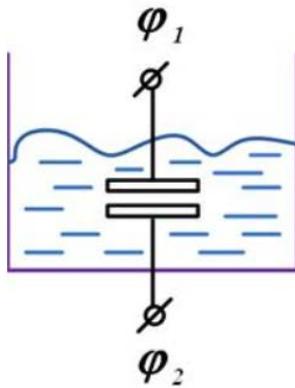


Рис. 9.4

При изменении $\varphi_1 - \varphi_2$ изменяется степень анизотропии. Важная особенность эффекта Керра – его малая инерционность (10^{-12} с), что позволяет использовать эффект при изучении быстропротекающих процессов.

6. Оптически активные вещества

Вещества, обладающие свойством поворачивать плоскость колебания вектора E в зависимости от толщины слоя вещества и концентрации растворенного вещества, называют **оптически активными**. Для чистых кристаллов (например, кварца) и жидкостей угол поворота плоскости поляризации определяется формулой

$$\varphi = \alpha l,$$

где α – удельное вращение, или постоянная вращения; l – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе.

Для оптически активных растворов (например, водный раствор сахара)

$$\varphi = \alpha c l,$$

где c – концентрация раствора.

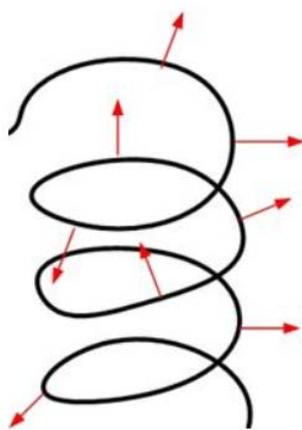


Рис. 9.5

Оптическая активность веществ связана либо с особенностями кристаллической структуры, либо с асимметричным строением молекул активной среды, например у молекул сахара. Эта несимметричность молекул может проявляться в виде спирали (рис. 9.5).

Оптическая активность наблюдается как у жидких, так и у твердых веществ, например, и твердый, и жидкий сахар проявляют оптическую активность. Другое дело кварц: в кристаллическом

состоянии у него нет оси симметрии, и он оптически активен – так расположены атомы в кристаллах. При плавлении это свойство нарушается и вещество кварца становится оптически неактивным.

Примеры лекционных демонстраций по поляризации света

Исследование деформаций с помощью поляризованного света

Оборудование: проекционный аппарат; два поляроида; тепловой фильтр; винтовой пресс с моделью рельса.

Порядок проведения опыта: собирают установку, аналогичную в опыте с поляризацией света поляроидами. Поляроиды скрещивают, чтобы получить на экране почти полное затемнение. Между поляроидами помещают модель рельса из органического стекла. Вставленную в винтовой пресс модель сжимают, вращая от руки головку винта. Тогда на экране появляется картина распределения напряжений в модели (рис. 9.6). Винт прессы постепенно ослабляют и обращают внимание на то, что картина распределения механических напряжений исчезает. Поле на экране снова становится затемненным.

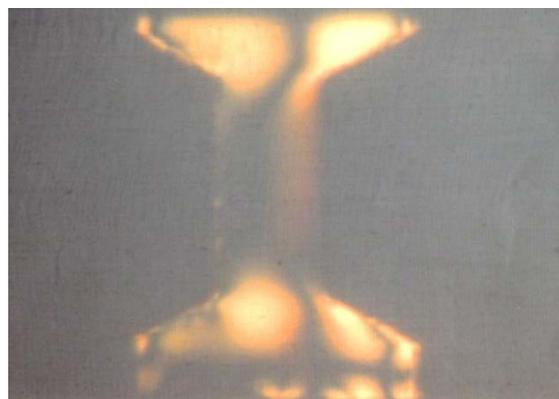


Рис. 9.6

Рост кристаллов гипосульфита в поляризованном свете

Оборудование: проекционный фонарь; гипосульфит; поляроиды; две стеклянные пластины; пробирка; электроплитка; сосуд с водой (рис. 9.7, а, б).



а)

б)

Рис. 9.7

Порядок проведения опыта: в пробирку насыпают кристаллы гипосульфита. Затем кристаллы расплавляют, нагревая пробирку в горячей воде. Полученный таким образом препарат помещают между стеклянными пластинами и сдавливают. Пластины проецируют на экран в поляризованном свете. Вначале жидкость изотропна и при скрещенных поляризаторе и анализаторе проекция жидкости на экране темная. При касании кристаллом гипосульфита жидкости у края стекла с этого места начинается рост кристаллов. Изотропность жидкости нарушается. На экране виден процесс роста кристаллов, окрашенных в разные цвета, в динамике. Опыт демонстрирует возможности наблюдения в поляризованном свете.

Примечание: стекла перед опытом должны быть тщательно вымыты и протерты спиртом.

Поляризация света поляроидами. Проверка закона Малюса

Оборудование: проекционный аппарат; два поляроида; проекционный экран; теплопоглощающий фильтр.

Порядок проведения опыта: перед сборкой установки поляроиды закрепляют на ширмах-дисках. К поворотным кольцам каждого из дисков приклеивают стрелки-указатели так, чтобы при скрещенных поляроидах стрелки располагались перпендикулярно друг другу. Сборку установки на скамье проекционного аппарата начинают с расположения стеклянного теплопоглощающего фильтра перед конденсором осветителя. Затем включают лампу и в образовавшемся световом конусе от конденсора укрепляют поляроиды ближе к конденсору, чтобы фокус светового пучка, выходящего из конденсора, оказался за вторым поляроидом. Медленно поворачивают один поляроид относительно другого на 90, 180, 270 и 360 градусов, наблюдая уменьшение освещенности и просветление, демонстрируя соответствие наблюдаемого закону Малюса.

Двойное лучепреломление и поляризация света в кристалле исландского шпата

Оборудование: проекционный аппарат; кристалл исландского шпата в оправе; теплопоглощающий фильтр; поляроид со стрелкой-указателем; круглая диафрагма.

Порядок проведения опыта: установку собирают согласно схеме. Следят за тем, чтобы весь пучок света проходил сквозь

кристалл. На экране получается не один, а два четких изображения отверстия диафрагмы. Кристалл раскладывает пучок света, идущий от осветителя, на два: обыкновенный (он проходит кристалл без изменения направления) и необыкновенный (он отклоняется в сторону). Вращая кристалл, закрепленный на ширмо-диске, обнаруживают, что изображение обыкновенного луча остается все время на месте, а изображение необыкновенного луча перемещается вокруг первого по некоторой окружности.

Плоскости поляризации у обыкновенного и необыкновенного лучей взаимно перпендикулярны. Чтобы убедиться в этом, поляроид поворачивают на 90, 180, 270 и 360 градусов. На экране будут каждый раз наблюдаться поочередные гашения то одного, то другого изображений, получаемых от обыкновенного и необыкновенного лучей.

Лекционные демонстрации по поляризации света, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте закон Малюся и продемонстрируйте его действие.
2. Как возникает поляризация при отражении и что такое угол Брюстера?
3. Поясните процесс возникновения поляризации света при двойном лучепреломлении.
4. Поясните эффект Керра.
5. Какие вещества называют оптически активными?
6. Приведите примеры применения поляризованного света.

Лекция № 10

ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

План

1. Дисперсия света. Определение. Нормальная и аномальная дисперсия света.
2. Электронная теория дисперсии света.
3. Поглощение света в веществе. Цвет тела.
4. Дисперсия электромагнитных волн в средах со свободными электронами.

1. Дисперсия света. Определение.

Нормальная и аномальная дисперсия света

Дисперсия света – зависимость показателя преломления вещества n от частоты или длины волны, или зависимость фазовой скорости света от частоты

$$v_{\phi} = \frac{c}{n}$$

Дисперсия света была открыта И. Ньютоном в 1672 году при изучении прохождения луча солнечного света через стеклянную призму. Ньютон пришел к выводу, что в солнечном свете содержатся лучи семи основных цветов радуги.

Для веществ, прозрачных в данной области спектра, $\nu \uparrow n \uparrow \lambda$, чему соответствует распределение цветов в спектре. Такая зависимость $n(\lambda)$ – нормальная дисперсия света (рис. 10.1, а). Если вещество поглощает часть лучей, то в области поглощения и вблизи нее ход дисперсии обнаруживает аномалию. Вблизи полос поглощения вещества изменение $n(\lambda)$ сложнее (рис. 10.1, б).

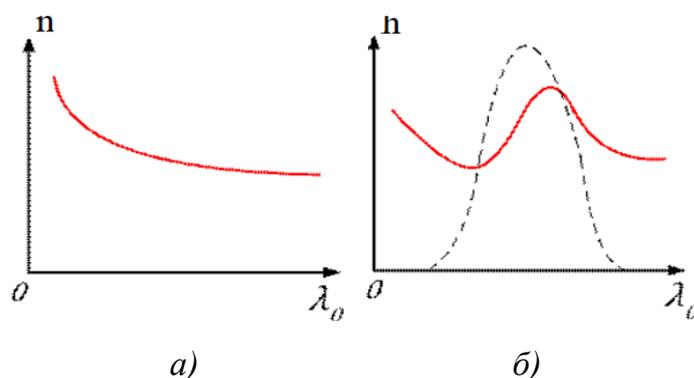


Рис. 10.1

Среды, обладающие дисперсией, – диспергирующие. В этих средах фазовая скорость волны зависит от длины волны. У всякого вещества имеются свои полосы поглощения.

2. Электронная теория дисперсии света

Дисперсия света может быть объяснена на основе электромагнитной теории и электронной теории вещества. Движение электронов в атоме подчиняется законам квантовой механики, однако, как показал Лоренц, для понимания многих оптических явлений достаточно ограничиться гипотезой о существовании внутри атомов электронов, связанных квазиупруго. Будучи выведенными из положения равновесия, такие электроны начнут колебаться, постепенно теряя энергию на излучение электромагнитных волн. Затухание колебаний можно учесть, введя понятие «сила трения», пропорциональную скорости.

При прохождении через вещество электромагнитной волны каждый электрон оказывается под воздействием лоренцевой силы

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}] = q\vec{E} + e\mu_0[\vec{v}\vec{H}].$$

Отношение напряженностей магнитного и электрического полей в волне можно получить из соотношения

$$\varepsilon \varepsilon_0 E_0^2 = \mu H_0^2.$$

Это соотношение равно отношению скорости электрона к скорости света, и оно меньше 10^{-3} , поэтому вторым членом в указанном уравнении можно пренебречь и считать, что при прохождении электромагнитной волны через вещество каждый электрон будет находиться под действием силы

$$\vec{F} = -e\vec{E} \cos(\omega t + \alpha).$$

На электрон в молекуле, на которую падает электромагнитная волна, будут действовать две силы. Первая сила удерживает электрон в пределах молекулы, а вторая сила – та, с которой на него действует электромагнитное поле волны. Пусть молекула находится в начале координат. При этом второй закон Ньютона для проекции этой силы на ось y будет иметь вид

$$m\ddot{y} = -Ky - eE_m \cos \omega t.$$

Запишем это уравнение следующим образом:

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = -\frac{eE_m}{m} \cos \omega t.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$y(t) = A \cos \omega t,$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний.

Подставим эту функцию в предыдущее уравнение и найдем амплитуду колебаний электрона в молекуле под действием переменного электрического поля волны

$$A = \frac{eE_m}{m(\omega^2 - \omega_0^2)}.$$

Тогда решение дифференциального уравнения второго закона Ньютона будет иметь вид

$$y(t) = \frac{e}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} E_y(t).$$

В векторном виде эта формула будет иметь вид

$$\vec{r} = \frac{e}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}.$$

Как видно из этой формулы, под действием электрического поля волны электрон в молекуле смещается из положения равновесия вдоль направления вектора напряженности электрического поля.

Смещения электронов в молекуле из положений равновесия приводят к ее поляризации. Степень поляризации молекулы характеризуется электрическим дипольным моментом

$$\vec{p} = -e \sum_i \vec{r}_i,$$

где \vec{r}_i – радиус-вектор одного из электронов.

Таким образом, для дипольного момента молекулы можно записать следующее выражение:

$$\vec{p} = \frac{e^2}{m} \sum_i \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \vec{E},$$

где ω_0 – частота колебаний определенного электрона в молекуле.

Эта формула справедлива для любой молекулы вещества.

Если считать, что все молекулы одинаковы, то поляризованность вещества, т. е. дипольный момент единицы объема, будет равна

$$\vec{P} = n\vec{p},$$

где n – концентрация молекул.

Вектор поляризованности вещества коллинеарен вектору напряженности электрического поля

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}.$$

Относительная диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e.$$

В результате придем к формуле

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{e^2 n}{\varepsilon_0 m} \sum_i \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}.$$

Показатель преломления связан с относительной проницаемостью вещества

$$n = \sqrt{\varepsilon_r}.$$

Таким образом, две последние полученные формулы определяют искомую зависимость показателя преломления вещества от частоты электромагнитного излучения.

Дисперсионная кривая $n(\omega)$, соответствующая полученному выражению, представлена на рис. 10.2 в предположении двух оптических электронов у атома. Из рисунка видно, что на некоторых частотах функция является возрастающей. Такую дисперсию называют *нормальной*. Там, где функция $n(\omega)$ убывает, дисперсию называют *аномальной*.

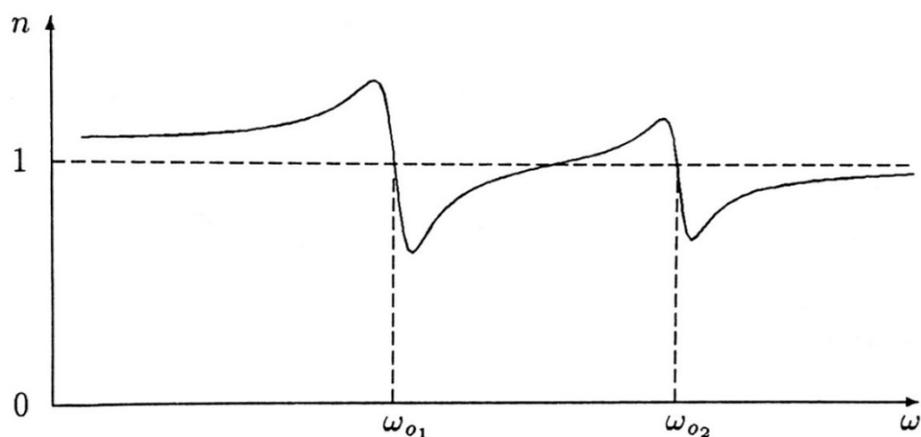


Рис. 10.2

3. Поглощение света в веществе. Цвет тела

Преломление света в веществе возникает вследствие изменения фазовой скорости света

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad \mu \approx 1, \quad v_{\phi} = \frac{c}{n}, \quad n = \sqrt{\epsilon\mu},$$
$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad n = \frac{c}{v_{\phi}}, \quad n = \sqrt{\epsilon}.$$

Дисперсия света объясняется зависимостью ϵ от $\lambda(\nu)$. Эта взаимосвязь электромагнитного поля световой волны с атомами и молекулами, приводящими к поглощению; показатель преломления при этом становится комплексной величиной

$$n = n + i\chi,$$

где χ – поглощение.

Под действием электрического поля световой волны электроны атомов и молекул совершают вынужденные колебания с частотой, равной частоте приходящей волны. При приближении частоты световой волны к частоте собственных колебаний электронов возникает явление резонанса, которое обуславливает поглощение света. Все это приводит к зависимости n от λ .

Интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону

$$I = I_0 e^{-\chi l},$$

где l – толщина слоя, χ – коэффициент поглощения.

Зависимость коэффициента поглощения от длины волны называют **спектром поглощения**. Характер спектра паров веществ, твердых тел и жидкостей отличается. В парах металлов, например, при высоком давлении в спектре обнаруживаются резкие узкие максимумы (рис. 10.3), а спектры поглощения жидких и твердых тел дают широкие полосы поглощения.

Максимумы соответствуют резонансным частотам колебаний электронов внутри атомов (см. рис. 10.3) (ω_0 зависит от вида связей между атомами вещества).

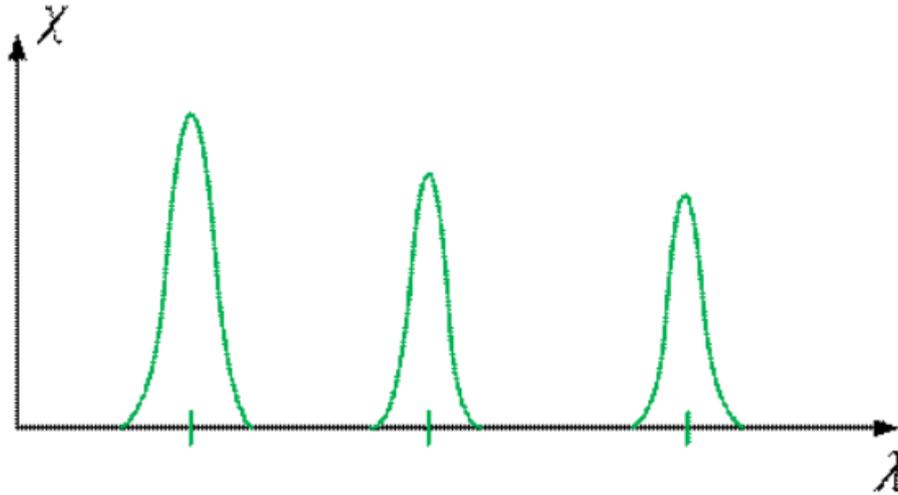


Рис. 10.3

Для электромагнитных волн

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

где N – число молекул в единице объема, e – заряд электрона, ω_0 – собственная частота колебаний, ω – пришедшая волна.

Когда гармоническая электромагнитная волна частоты ω проходит через вещество, она принуждает электроны в молекулах совершать колебания с такой же частотой. При этом волна постепенно теряет свою энергию, передавая ее колеблющимся электронам. Колеблющиеся электроны испускают электромагнитные волны, которые уносят с собой часть их энергии. Некоторая часть энергии колебаний электронов в молекулах переходит в энергию беспорядочного теплового движения самих молекул. Вследствие этих процессов интенсивность электромагнитной волны уменьшается по мере ее продвижения через вещество. Это явление называют **поглощением излучения веществом**.

Пусть плоская электромагнитная волна распространяется в веществе. Направим ось x вдоль одного из лучей в сторону распространения волны. Если вещество поглощает энергию волны, то ее интенсивность I будет монотонно убывающей функцией координаты x

$$I = I(x).$$

Приращение dI этой функции, соответствующее приращению dx координаты, будет отрицательной величиной $dI < 0$. При этом

абсолютное значение $|dI|$ приращения интенсивности должно быть прямо пропорционально длине интервала dx и самой интенсивности. Таким образом, приращение интенсивности волны будет равно

$$dI = -\alpha I dx,$$

где коэффициент пропорциональности α называют **коэффициентом поглощения**. Эта величина является характеристикой вещества.

Равенство $dI = -\alpha I dx$ есть дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, которое следует записать следующим образом:

$$\frac{dI}{I} = -\alpha dx.$$

Интегрирование приводит к функции

$$I(x) = C e^{-\alpha x},$$

где C – постоянная интегрирования.

Пусть значение координаты x_0 соответствует фазовой плоскости, на которой интенсивность волны принимает значение I_0

$$I(0) = I_0.$$

При помощи этого граничного условия нетрудно установить, что постоянная $C = I_0$. Таким образом, получим зависимость

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x},$$

которая выражает закон Бугера. Если коэффициент поглощения α равен нулю, то интенсивность волны будет постоянной величиной $I = I_0$. Это означает, что излучение проходит через вещество без поглощения. Чем больше значение коэффициента поглощения α в формуле, тем быстрее убывает интенсивность волны при ее распространении через вещество.

Интервалы частот, в которых коэффициент поглощения заметно отличается от нуля, называют **полосами поглощения**. Частоты ω_0 собственных колебаний электронов лежат в этих интервалах. Полосы поглощения электромагнитных волн газами очень узкие. Поэтому спектры поглощения излучения газами называют **линейчатыми**. Спектры

поглощения излучения твердыми телами, жидкостями и газами при высоких давлениях содержат широкие полосы поглощения. Расширение полос поглощения при увеличении плотности вещества происходит из-за уменьшения среднего расстояния между атомами, что приводит к более интенсивному их взаимодействию.

Проводники практически непрозрачны для электромагнитного излучения, так как они содержат в себе носители тока. Когда электромагнитная волна проникает на некоторую глубину в проводник, она заставляет носители тока двигаться, т. е. волна возбуждает в проводнике переменные электрические токи. Это приводит к нагреванию проводника. Таким образом, энергия волны посредством носителей тока переходит в тепловую энергию. Вследствие этого интенсивность волны очень быстро уменьшается при ее продвижении вглубь проводника.

Цвет тела

Цвет тела есть результат двух физико-химических явлений: процесса взаимодействия света с молекулами вещества и воздействия волн, идущих от вещества наблюдаемого предмета, на сетчатку глаза.

Основную роль в этих эффектах играют явления отражения и пропускания света. Световой поток, падающий на тело, частично отражается (рассеивается), частично пропускается и частично поглощается телом. Тела, у которых для всех лучей (длин волн белого света) поглощение велико, а отражение и прохождение очень малы, будут черными непрозрачными телами. Например, для красного цвета коэффициент пропускания велик, а коэффициент отражения мал, а для зеленого – наоборот. Различия в коэффициентах отражения, поглощения и пропускания и их зависимость от длины волны обуславливают чрезвычайное разнообразие цветов и оттенков различных тел.

4. Дисперсия электромагнитных волн в средах со свободными электронами

Интересен случай, когда электромагнитная волна распространяется через среду, содержащую свободные электроны. Это металлы и ионосфера.

В таких средах $\omega_0 = 0$, тогда

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi Ne^2}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Если $\omega^2 < \frac{4\pi Ne^2}{m}$, то $n = \sqrt{-\varepsilon}$ – это мнимое число; физически это означает, что при указанных частотах волны не могут проникать в среду. Напротив, при больших частотах волны «не замечают» среды. Для радиоволн: длинные и средние волны отражаются от ионосферы и не проникают в нее, короткие и ультракороткие волны проходят беспрепятственно.

В оптическом диапазоне несколько иначе. Металлы практически непрозрачны для света $\chi = 10^6 \frac{1}{\text{м}}$. Под действием электрического поля световой волны свободные электроны приходят в движение – в металле возникают быструтечные токи, которые сопровождаются выделением тепла. В результате энергия световой волны быстро убывает.

Примеры лекционных демонстраций по дисперсии света

Дисперсия (опыт со скрещенными призмами)

Оборудование: проекционный фонарь; две призмы прямого зрения; экран (полупрозрачный).

Порядок проведения опыта: непрерывный спектр проецируют на экране с помощью призмы прямого зрения вертикальную щель. Спектр на экране имеет вид узкой полосы. За первой призмой помещают вторую призму так, чтобы ее преломляющее ребро было горизонтально и спектр на экране отклонялся по вертикали. В результате вследствие дисперсии в призме фиолетовый его край поднимается выше красного.

Лекционные демонстрации по дисперсии света, разработанные на кафедре общей и прикладной физики ВлГУ, представлены в работе А. Ф. Галкина, Л. В. Грунковой, В. В. Дорожкова [2]. В изучении курса общей физики по разделу «Колебания, волны, оптика» и получении наглядного представления о физических законах может помочь видеокурс В. И. Гервидса [3].

Вопросы для самоконтроля

1. Какое оптическое явление называют дисперсией света?
2. Дайте характеристику нормальной и аномальной дисперсии света.
3. Как называют среды, в которых фазовая скорость волны зависит от длины волны?
4. Опишите дисперсию электромагнитных волн в средах со свободными электронами.
5. В чем суть электронной теории дисперсии света?
6. Напишите формулу закона Бугера и поясните ее.
7. Что такое спектр поглощения?
8. Как цвет тел связан с их спектрами поглощения?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В четвертой части издания автор представила десять лекций, посвященных колебаниям, волнам и оптике.

В первых двух лекциях изложены основы теории механических и электромагнитных колебаний. В следующих трех лекциях даны основные понятия теории волн. Особое внимание уделяют системе уравнений Максвелла и теории электромагнитных волн. В заключительных пяти лекциях изложены основные явления оптики.

В конце каждой лекции представлены вопросы для самоконтроля, а также содержится описание лекционных демонстраций, которые проводятся в физической лекционной аудитории ВлГУ и помогают студентам понять ряд физических процессов, описываемых в пособии.

Материал лекций изложен достаточно кратко, поэтому при изучении тем рекомендуется использовать дополнительные источники информации, указанные в библиографическом списке.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Василевский, А. М.* Оптическая электроника / А. М. Василевский, М. А. Кропоткин, В. В. Тихонов. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 176 с. – ISBN 5-283-04469-6.
2. *Галкин, А. Ф.* Физика в лекционных демонстрациях / учеб.-метод. пособие / А. Ф. Галкин, Л. В. Грунская, В. В. Дорожков ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2019. – 171 с. – ISBN 978-5-9984-0957-8.
3. *Гервидс, В. И.* Лекционные демонстрации по физике [Электронный ресурс] / В. И. Гервидс. – URL: <https://www.youtube.com/watch?v=9zIynk0LszA> (дата обращения: 19.07.22).
4. *Зисман, Г. А.* Курс общей физики. В 3 т. Т. 2 / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М. : Наука, 1969. – 340 с.
5. *Иродов, И. Е.* Волновые процессы. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. ; СПб. : Физматлит, 2001. – 256 с. – ISBN 5-93208-031-0.
6. Методические указания для самостоятельной работы студентов по физике / сост. А. Ф. Галкин [и др.]; Владим. гос. ун-т. – Владимир, 1988. – 72 с.
7. *Савельев, И. В.* Курс общей физики. В 3 т. Т. 2 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1978. – 480 с.
8. *Сивухин, Д. В.* Общий курс физики. В 5 т. Т. 3 / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1975. – 552 с.
9. *Трофимова, Т. И.* Оптика и атомная физика / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1999. – 288 с. – ISBN 5-06-003090-3.
10. Физика. Программа, методические указания и задачи для студентов-заочников (с примерами решения) / Владим. гос. ун-т. ; сост. А. Ф. Галкин [и др.] ; под ред. А. А. Кулиша. – Владимир, 2002. – 128 с.
11. *Фриш, С. Э.* Курс общей физики. В 3 т. Т. 2. Ч. 1 – 3. Электрические и электромагнитные явления / С. Э. Фриш, А. В. Тиморева. – М. : Физматгиз, 1962. – 480 с.

Учебное издание

ГРУНСКАЯ Любовь Валентиновна

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ, ОПТИКА

Редактор Е. А. Платонова

Технические редакторы Ш. Ш. Амирсейидов, О. В. Балашова

Компьютерная верстка П. А. Некрасова

Выпускающий редактор А. А. Амирсейидова

Подписано в печать 19.09.23.

Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 7,21. Тираж 30 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета

имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.

600000, Владимир, ул. Горького, 87.