

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

А. М. БУРЛАКОВА

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Практикум



Владимир 2023

УДК 531
ББК 22.2
Б91

Рецензенты:

Доктор химических наук, профессор
зав. кафедрой технологии пищевых продуктов и биотехнологии
Ивановского государственного химико-технологического университета
С. В. Макаров

Доктор технических наук, профессор
зав. кафедрой технологии машиностроения
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
В. В. Морозов

Издается по решению редакционно-издательского совета ВлГУ

Бурлакова, А. М.

Б91 Прикладная механика : практикум / А. М. Бурлакова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2023. – 96 с. – ISBN 978-5-9984-1560-9.

Содержит задания по основным разделам дисциплины «Прикладная механика», методические указания к их выполнению, а также примеры решения задач.

Предназначен для студентов очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки 18.03.01 – Химическая технология (бакалавриат), 19.03.02 – Продукты питания из растительного сырья (бакалавриат).

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 13. Ил. 40. Библиогр.: 5 назв.

УДК 531
ББК 22.2

ISBN 978-5-9984-1560-9

©ВлГУ, 2023

ВВЕДЕНИЕ

Рабочие программы дисциплины «Прикладная механика» для очной и заочной форм обучения направлений подготовки 18.03.01 «Химические технологии», 19.03.02 «Продукты питания из растительного сырья» предусматривают самостоятельную работу студентов с выполнением индивидуальных заданий, а также практические занятия. Прикладная механика – комплексная дисциплина, которая состоит из трех разделов: «Статика», «Соппротивление материалов» и «Детали машин».

Практикум содержит задания по следующим темам:

- плоская система сил, определение реакций связей;
- геометрические характеристики плоских сечений;
- расчет стержней на прочность при растяжении и сжатии, кручении и прямом изгибе;
- расчет стержней на прочность при сложном сопротивлении;
- кинематический и силовой расчет привода;
- расчет элементов передач привода.

В практикуме приведены основные теоретические положения разделов дисциплины, задания для практических и самостоятельных работ, методические указания к выполнению заданий, примеры решения задач. Каждый студент выполняет задание по индивидуальному варианту, который выдает преподаватель.

Задания (текстовая и графическая части), оформленные согласно требованиям, представляются на защиту в сроки, указанные в рабочей программе. Во время защиты работы студент должен ответить на вопросы по теме задания, показать знание основных положений теоретической части соответствующей темы, владеть методами расчета типовых элементов конструкций.

Общие требования к выполнению и оформлению заданий:

1. Выписать условие задачи с эскизом заданной схемы и исходными данными для расчета по индивидуальному варианту.

2. Записи выполнять четко и аккуратно, схемы и рисунки изображать с использованием чертежных инструментов.

3. Текстовая часть должна содержать названия этапов решения, краткие пояснения хода решения задачи, расчетные формулы, численные расчеты и результаты вычислений по каждому этапу решения.

4. Численные расчеты проводить в системе СИ: силы – в ньютонах (Н), линейные размеры – в метрах (м), нормальные и касательные напряжения – в паскалях (Па), мегапаскалях (МПа, $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$). Численные значения величин подставлять в расчетную формулу в системе единиц СИ без промежуточных преобразований и затем записывать результат вычислений с указанием размерности и единиц измерения.

5. Схемы и графики (эпюры) выполнять в выбранном масштабе; на всех расчетных схемах необходимо указывать *численные значения* линейных размеров, нагрузки (сил, моментов), реакций опор; реакции опор показывать в действительном направлении с учетом знаков, полученных при решении.

6. На расчетных схемах элементов (стержней, валов, балок и т. п.) принимать правую систему осей координат: ось x – продольная ось стержня (балки, вала); оси y, z – поперечные оси. При изображении отдельных видов элемента указывать направление, с которого получено данное изображение, например: вид на балку сверху – с положительного конца оси y ; использовать, как правило, основные виды – с положительных концов соответствующих координатных осей; при решении задач показывать вертикальную плоскость xu в плоскости рисунка, горизонтальную плоскость xz – вид с положительного конца оси y , т. е. сверху или в аксонометрическом (пространственном) виде (см. примеры решения задач); строить эпюры внутренних усилий (внутренних силовых факторов).

7. Окончательные результаты записывать в виде ответа.

8. Оформить задание в формате Word или рукописно и сдать на проверку преподавателю в сроки, установленные рабочей программой дисциплины. Для студентов, обучающихся по заочной форме с применением дистанционных технологий, прислать работу, выполненную в соответствии с требованиями, на сайт Центра дистанционного обучения ВлГУ (ЦДО).

Данные для решения задач выбираются из таблиц к задачам в соответствии с индивидуальным вариантом (шифром), выданным преподавателем. Номер варианта состоит из четырёх цифр. Каждая цифра соответствует номеру строки в соответствующем столбце. По первой цифре берутся данные из строки первого столбца таблицы, обозначенного римской цифрой I, по второй цифре берутся данные из строки столбца II, по третьей – из столбца III, по четвёртой – из столбца IV.

Пример выбора данных: вариант 1835.

| Номер строки | I | II | III | IV |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | данные | данные | данные | данные |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 0 | | | | |

Задание 1

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ СВЯЗЕЙ

В задании входят задачи, в которых рассматривается равновесие абсолютно твердых тел под действием внешних сил. При равновесии тела должны выполняться определенные *условия равновесия*, зависящие от вида системы действующих на тело сил. Эти условия можно выразить либо в геометрической (графической) форме, либо в аналитической – в виде системы уравнений. При решении задач статики необходимо придерживаться определенного порядка решения, который сводится к следующим шагам:

- выбор тела, равновесие которого следует рассмотреть для определения искомых величин (реакций связей, неизвестных сил);
- освобождение тела от связей и замена их реакциями;
- изображение схемы выбранного тела с указанием всех действующих на него сил, включая реакции отброшенных связей; все элементы рисунка (тело, линейные размеры и т. п.) необходимо изображать в определенном масштабе, углы откладывать согласно заданным значениям;
- составление условий равновесия (выбор их формы зависит от вида системы сил, действующих на тело);
- определение искомых величин из условий равновесия;
- проверка полученных результатов.

Задача № 1

Однородное тело весом P удерживается в равновесии связями, показанными на схеме (рис. 1). Сила веса тела P и реакции связей образуют плоскую систему сходящихся сил.

При заданных углах α и β определить реакции указанных связей аналитически. Проверить правильность найденных реакций связей графическим способом. Номер схемы, условие задачи, данные, необходимые для решения, выбрать по варианту из табл. 1.

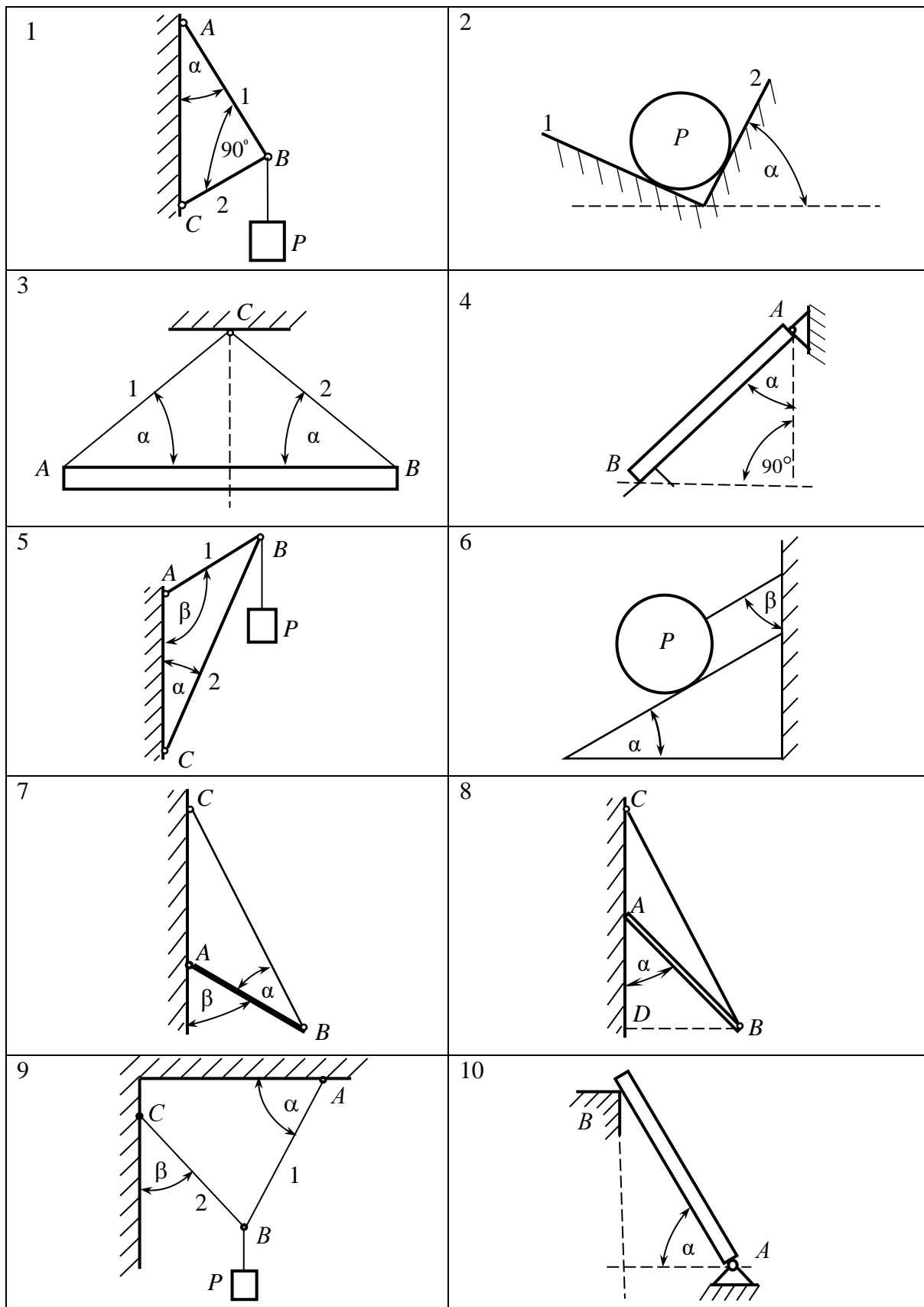


Рис. 1

Схема 1. Стержни 1 и 2 соединены между собой и с вертикальной стеной шарнирами. К шарниру B подвешено однородное тело весом P . Определить реакции стержней N_1, N_2 .

Схема 2. На двух взаимно перпендикулярных гладких плоскостях 1 и 2 лежит однородный шар весом P . Определить реакции плоскостей $1, 2 - N_1, N_2$.

Схема 3. Однородный стержень AB весом P и длиной l подвешен в точке C на двух тросах 1 и 2 одинаковой длины. Определить реакции тросов S_1, S_2 .

Схема 4. Однородный стержень AB весом P прикреплен шарнирно к стене в точке A и опирается свободно нижним концом B на наклонную плоскость. Определить реакции шарнира $A - R_A$ и плоскости $- R_B$.

Схема 5. Стержни 1 и 2 соединены между собой и с вертикальной стеной шарнирами. К шарниру B подвешено однородное тело весом P . Определить реакции стержней N_1, N_2 .

Схема 6. Однородный шар весом P удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом. Определить реакции плоскости N и троса S .

Схема 7. Однородный стержень AB весом P прикреплен к вертикальной стене шарниром A и удерживается тросом BC . Определить реакции троса S и шарнира R_A .

Схема 8. Стержень AB весом P концом A упирается в гладкую вертикальную стену и удерживается в наклонном положении тросом BC . Определить реакции стены N и троса S при $AC = AD$.

Схема 9. Тело весом P подвешено на стержнях 1 и 2 , составляющих с потолком и стеной углы α и β соответственно. Определить реакции стержней N_1, N_2 .

Схема 10. Однородный стержень AB весом P прикреплен шарнирно к полу в точке A и опирается свободно верхним концом B на гладкую наклонную плоскость. Определить реакции шарнира $A - R_A$ и плоскости $- R_B$.

Таблица 1

| Номер строки | I | II | III | | IV |
|--------------|-------------|------------------|-----------------|----------------|---------------|
| | Номер схемы | Вес тела P , Н | УГЛЫ | | Длина l , м |
| | | | α , град | β , град | |
| 1 | 1 | 100 | 30 | 20 | 2,0 |
| 2 | 2 | 300 | 40 | 30 | 1,6 |
| 3 | 3 | 200 | 60 | 40 | 1,2 |
| 4 | 4 | 500 | 20 | 50 | 1,4 |
| 5 | 5 | 400 | 45 | 60 | 1,5 |
| 6 | 6 | 700 | 30 | 20 | 1,8 |
| 7 | 7 | 600 | 45 | 30 | 1,1 |
| 8 | 8 | 900 | 60 | 40 | 1,7 |
| 9 | 9 | 1000 | 20 | 50 | 0,8 |
| 0 | 10 | 800 | 40 | 60 | 1,0 |

Указания к решению задачи № 1

В задаче рассматривается равновесие тела, которое находится под действием плоской системы сходящихся сил. Тело при этом принимается однородным, центр тяжести такого тела находится в его геометрическом центре. В центре тяжести прикладываем равнодействующую сил тяжести (вес) тела.

Система сходящихся сил – это система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке (рис. 2).

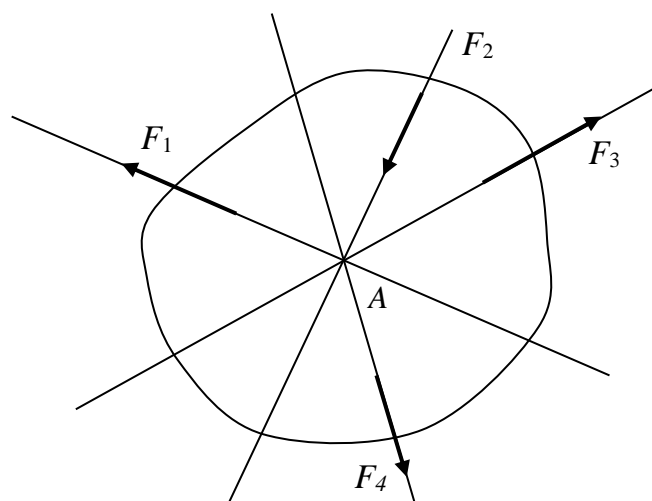


Рис. 2

Согласно аксиомам статики все силы можно перенести в точку пересечения их линий действия (рис. 3, а) и сложить их аналитически или графически. Сумма сил является *равнодействующей* R исходной системы сходящихся сил. *Равнодействующая* сходящихся сил приложена в точке пересечения линий действия сил и равна их геометрической (векторной) сумме (рис. 3, б):

$$R = \sum_{1}^n F_i,$$

где F_i – сила.

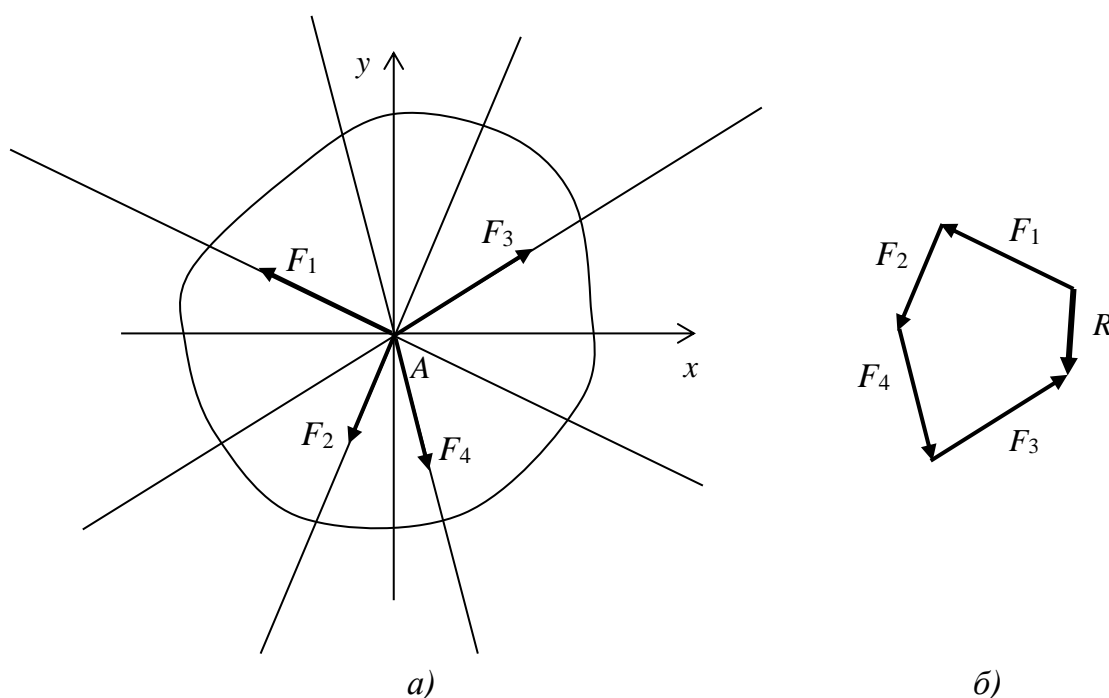


Рис. 3

Условия равновесия плоской системы сходящихся сил

Для равновесия приложенной к телу системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы *равнодействующая этих сил* R была *равна нулю*. Условия равновесия системы сходящихся сил можно выразить в двух формах – геометрической и аналитической:

а) *геометрическая форма условия равновесия*: для равновесия системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы *силовой многоугольник был замкнут*, тогда $R = 0$;

б) *аналитическая форма условий равновесия*: *равнодействующая* R равна нулю, если её составляющие в координатных осях x и y равны

нулю: $R_x = 0$, $R_y = 0$. Отсюда следует, что для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций этих сил на каждую из двух координатных осей x и y были равны нулю. Уравнения равновесия сходящихся сил имеют вид

$$\sum_1^n F_{ix} = 0; \quad \sum_1^n F_{iy} = 0.$$

Упрощенная запись уравнений равновесия плоской системы сходящихся сил имеет вид

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0.$$

Примеры решения задачи № 1

Пример 1. Однородный шар весом P подвешен на нити к стене (рис. 4, а). Определить реакцию нити S и реакцию стены N .

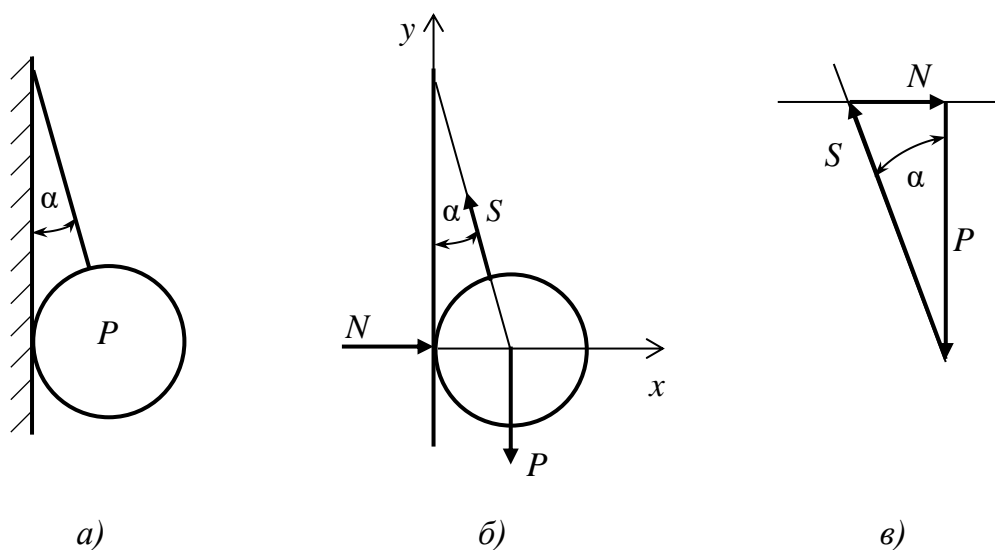


Рис. 4

Решение

Аналитический способ

1. Выбираем тело, равновесие которого необходимо рассмотреть для определения реакций стены (плоскости) и нити. Отбрасываем связи, реакции которых требуется найти, и выявляем объект равновесия – это шар. На расчетной схеме показываем шар с приложенными к нему силой веса P и реакциями стены N и нити S (см. рис. 4, б).

2. Составляем уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил:

$$\sum X = 0; N - S \sin \alpha = 0;$$

$$\sum Y = 0; -P + S \cos \alpha = 0.$$

Из уравнений равновесия получаем

$$N = P \operatorname{tg} \alpha, \quad S = \frac{P}{\cos \alpha}.$$

Графический способ (проверка)

Строим векторный треугольник. Откладываем вектор силы веса шара P в масштабе. Через начало и конец этого вектора проводим прямые линии, параллельные линиям действия реакций связей – стены N и нити S

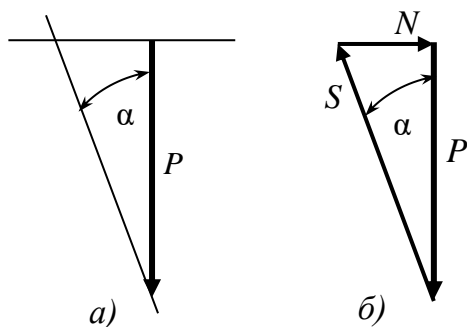


Рис. 5

Замыкаем векторный треугольник по направлению вектора P (рис. 5, б). Из векторного треугольника получаем: $N = P \operatorname{tg} \alpha; S = \frac{P}{\cos \alpha}$.

Результаты аналитического и графического решений совпадают.

Ответ: реакция стены $N = P \operatorname{tg} \alpha$; реакция нити $S = \frac{P}{\cos \alpha}$.

Пример 2. Груз весом P подвешен на двух стержнях, соединенных между собой и с основанием шарнирами A, B, C . Определить реакции стержней 1 и 2.

Данные к расчету: $P = 8 \text{ кН}; \alpha = 30^\circ$.

Решение

1. Изображаем расчетную схему (рис. 6, а). Отбрасываем связи, реакции которых требуется найти (стержни 1 и 2). Объектом равновесия является узел B .

2. Показываем на схеме силу веса груза P и реакции стержней N_1, N_2 , считая стержни растянутыми (рис. 6, б).

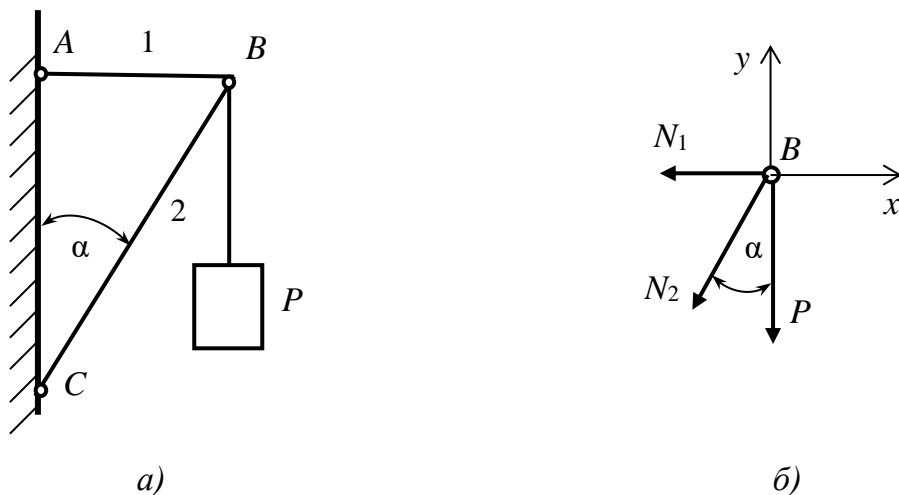


Рис. 6

3. Для плоской системы сходящихся сил составляем два уравнения равновесия проекций сил на оси x и y :

$$\sum X = 0; -N_1 - N_2 \sin \alpha = 0;$$

$$\sum Y = 0; -F - N_2 \cos \alpha = 0.$$

4. Из уравнений находим реакции стержней:

$$N_2 = -\frac{F}{\cos \alpha} = -\frac{8}{\cos 30^\circ} = -9,2 \text{ кН};$$

$$N_1 = -N_2 \sin \alpha = -(-9,2 \sin 30^\circ) = 4,6 \text{ кН}.$$

Графическую проверку проводим так же, как в примере № 1.

Ответ: $N_1 = 4,6$ кН – стержень 1 растянут; $N_2 = -9,2$ кН – стержень 2 сжат.

Задача № 2

Горизонтальная балка прикреплена к основанию двумя шарнирными опорами и нагружена сосредоточенной силой F , распределенной нагрузкой интенсивностью q и парой сил с моментом M (рис. 7).

Определить реакции шарнирных опор. Номер схемы балки, данные для расчета выбрать по варианту из табл. 2.

Задача № 3

Балка жестко заделана в стену и нагружена сосредоточенной силой F , распределенной нагрузкой интенсивностью q и парой сил с моментом M (рис. 8).

Определить реакции жесткой заделки. Номер схемы балки, данные для расчета выбрать по варианту из табл. 2.

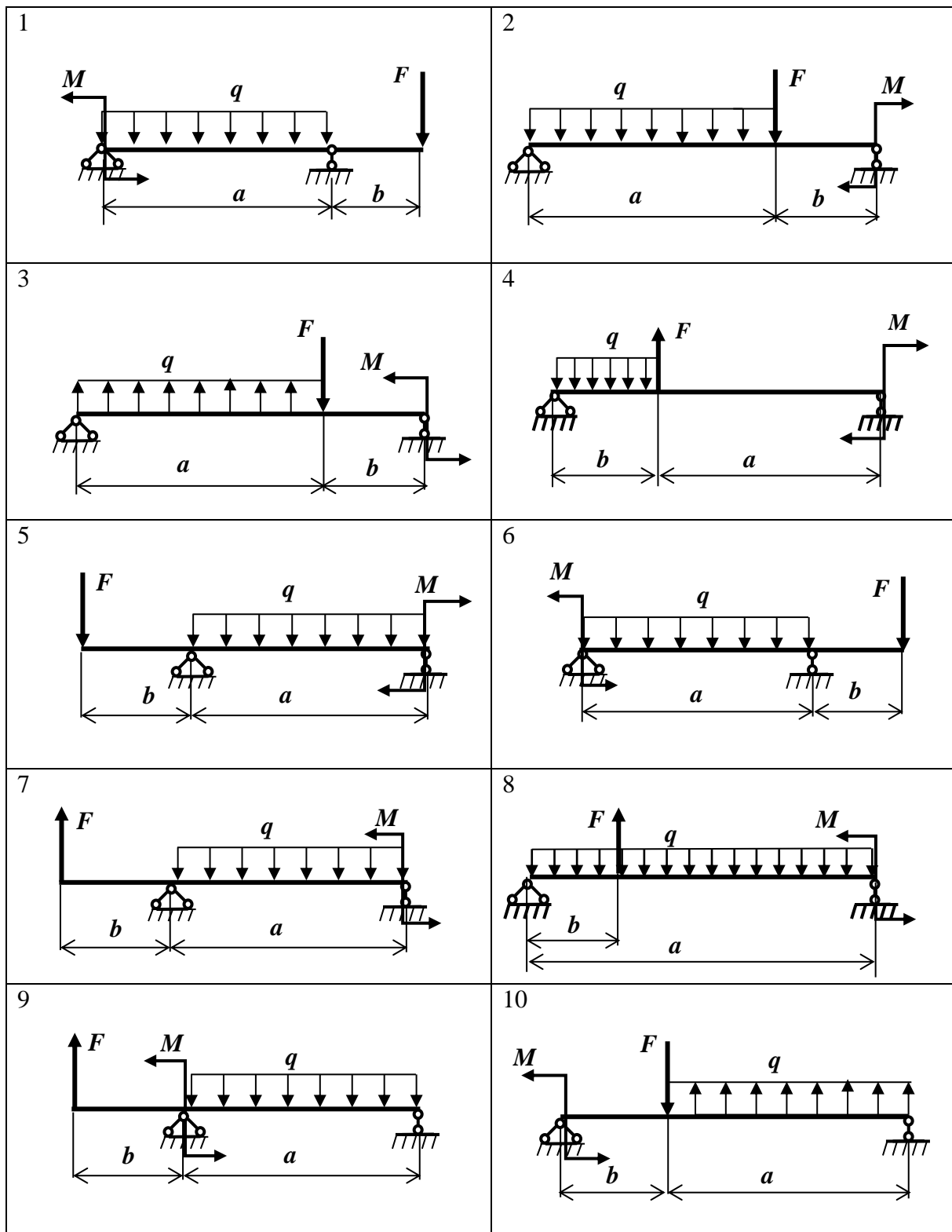


Рис. 7

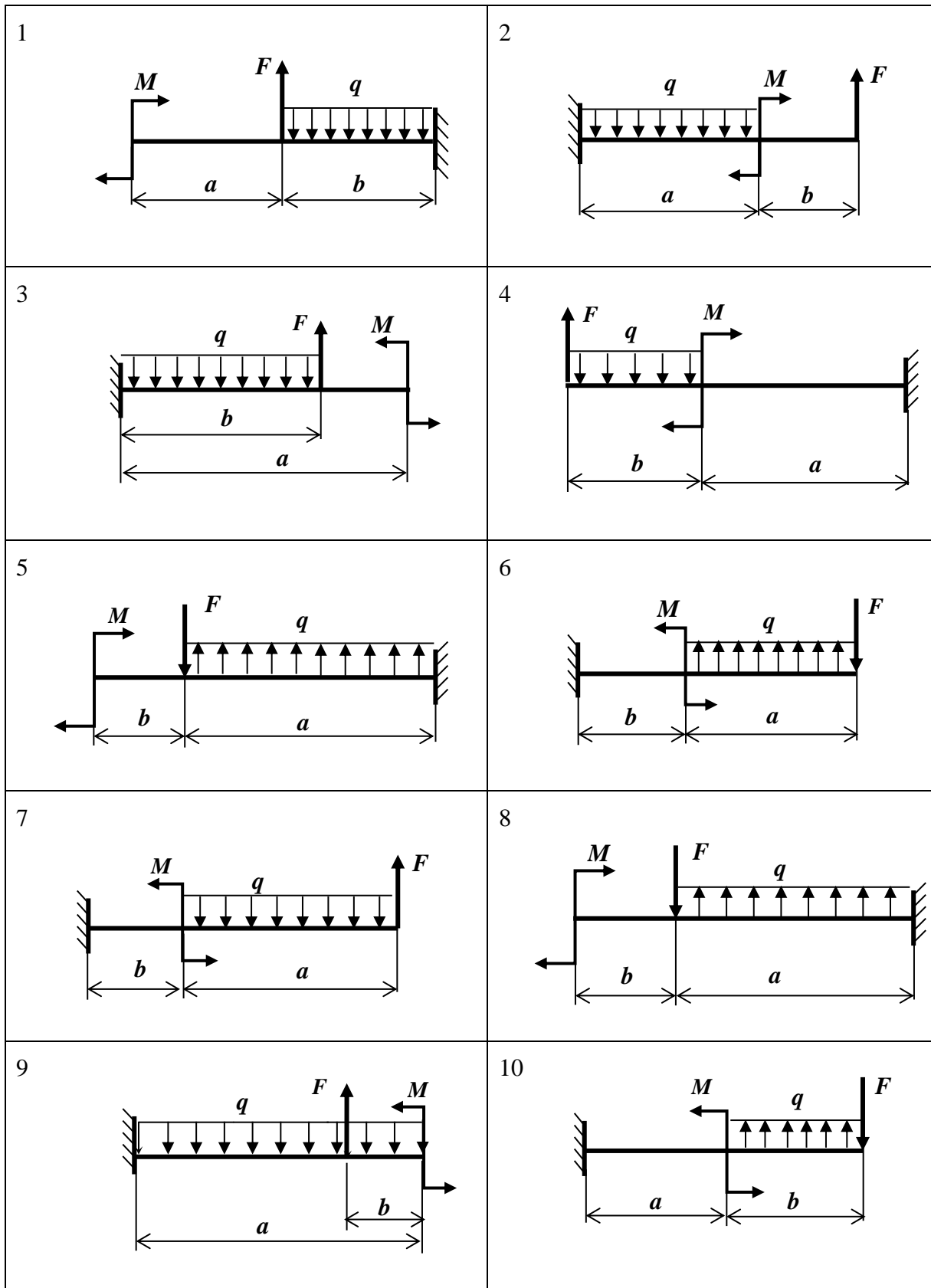


Рис. 8

Таблица 2

| Номер строки | I | II | | III | | IV |
|--------------|-------------|---------|---------|----------|------------|--------------|
| | Номер схемы | a , м | b , м | F , кН | q , кН/м | M , кН · м |
| 1 | 1 | 2,4 | 1,2 | 6 | 4 | 8 |
| 2 | 2 | 2,8 | 1,5 | 8 | 6 | 6 |
| 3 | 3 | 3,0 | 1,6 | 12 | 5 | 12 |
| 4 | 4 | 3,2 | 1,8 | 14 | 8 | 4 |
| 5 | 5 | 3,4 | 2,0 | 15 | 12 | 15 |
| 6 | 6 | 3,6 | 1,4 | 9 | 15 | 18 |
| 7 | 7 | 3,8 | 1,9 | 18 | 9 | 10 |
| 8 | 8 | 4,0 | 1,7 | 10 | 18 | 9 |
| 9 | 9 | 3,5 | 1,3 | 24 | 10 | 7 |
| 0 | 10 | 2,7 | 1,1 | 5 | 14 | 5 |

Указания к решению задач № 2, 3

В задачах рассматривается равновесие тел, на которые действует произвольная плоская система сил. Тела удерживаются в равновесии связями, которые представляют собой шарнирно-подвижную, шарнирно-неподвижную опоры и жесткую заделку.

Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости произвольно, называется *плоской системой сил*. Плоскую систему сил можно привести к заданному центру O и найти *главный вектор R* и *главный момент M системы сил*. Главный вектор равен векторной сумме сил, входящих в систему, а главный момент – сумме моментов сил относительно центра приведения O :

$$R = \sum F_i; \quad M = \sum M_{iO}.$$

Главный вектор лежит в плоскости действия сил, а главный момент представляет собой момент пары сил, плоскость действия которой совпадает с плоскостью, в которой действуют силы (рис. 9).

Частный случай плоской системы сил – система параллельных сил, лежащих в одной плоскости.

При равновесии системы сил главный вектор R и главный момент M системы равны нулю.

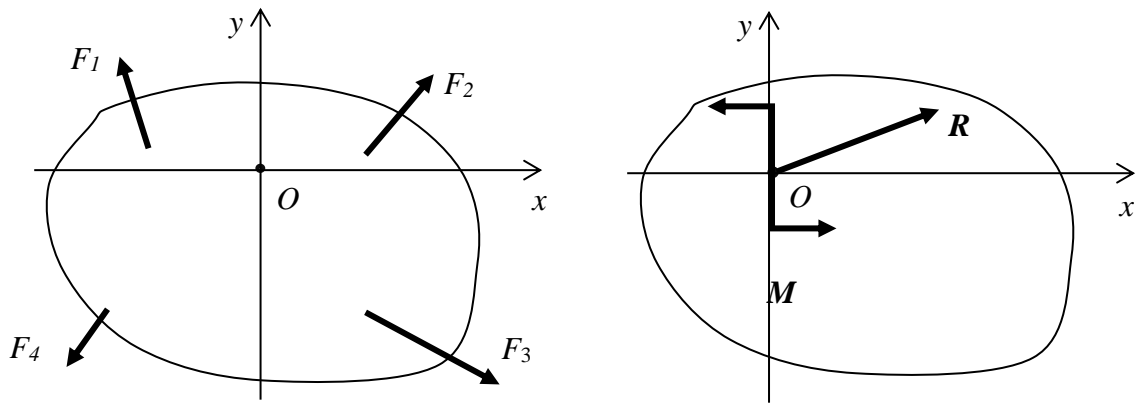


Рис. 9

Раскладывая главный вектор на составляющие по координатным осям x и y и приравнивая их к нулю, получим два уравнения равновесия в проекциях сил на эти оси. Третье уравнение равновесия получим, найдя главный момент как алгебраическую сумму моментов сил относительно любой точки, лежащей в плоскости действия сил, и приравняв её к нулю:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0;$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0;$$

$$M_O = \sum_{i=1}^n M_O(F_i) = 0.$$

Для равновесия плоской системы сил, действующих на твердое тело, необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций этих сил на каждую из двух осей координат x и y , расположенных в плоскости действия сил, была равна нулю и алгебраическая сумма моментов сил относительно любой точки, находящейся в той же плоскости, также была равна нулю. Уравнения равновесия можно записать в более простом виде:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum M_A = 0.$$

Эти уравнения называются основными уравнениями равновесия плоской системы сил (*первая форма уравнений равновесия*).

Вторая форма уравнений равновесия:

$$\sum X = 0; \quad \sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0,$$

где A и B – две произвольные точки в плоскости действия сил, причем прямая AB не перпендикулярна оси x .

Третья форма уравнений равновесия:

$$\sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0; \quad \sum M_C = 0,$$

где A, B, C – три точки в плоскости действия сил, не лежащие на одной прямой.

При решении задач на определение реакций следует выбрать «удобную» форму уравнений равновесия, так чтобы каждое уравнение содержало одну неизвестную реакцию связи. Для решения задачи № 2, в которой требуется найти реакции шарнирных опор балки, рациональнее выбрать вторую форму уравнений равновесия, а для решения задачи № 3 – первую форму.

Пример решения задачи № 2

Определить реакции опор двухопорной балки (рис. 10).

Данные для расчета: $a = 1,5$ м; $l = 3$ м; $b = 1,2$ м; $F = 8$ кН; $q = 10$ кН/м; $M = 15$ кН · м.

Решение

1. Изобразим расчетную схему балки с указанием численных значений нагрузки (сил, моментов) и линейных размеров. Опоры обозначим буквами A и B . Определим равнодействующую распределенной нагрузки $Q = ql = 10 \cdot 3 = 30$ кН, покажем Q на схеме.

2. Покажем реакции шарнирных опор балки на схеме (рис. 10).

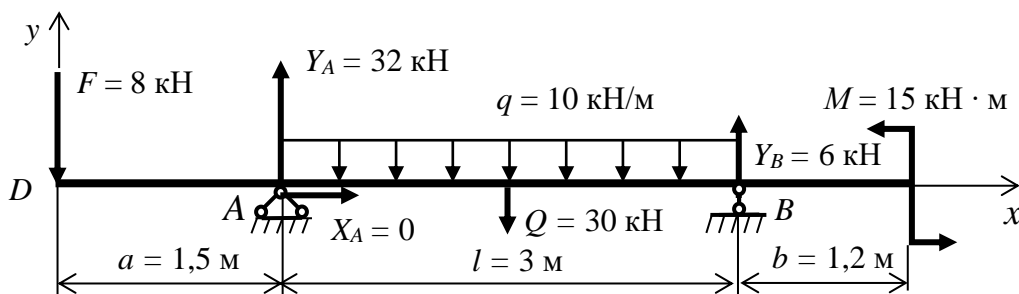


Рис. 10

3. Составим уравнения равновесия и определим реакции опор. Используем вторую форму уравнений равновесия. Уравнение проекций сил на ось x

$$\sum X = 0; \text{ отсюда } X_A = 0.$$

Уравнение моментов относительно точки A

$$\sum M_A = 0; Fa + M - Q \frac{l}{2} + Y_B l = 0,$$

отсюда

$$Y_B = \frac{1}{l} \left(-Fa - M + Q \frac{l}{2} \right) = \frac{1}{3} \left(-8 \cdot 1,5 - 15 + 30 \cdot \frac{3}{2} \right) = \frac{-27 + 45}{3} = 6 \text{ кН.}$$

Уравнение моментов относительно точки B

$$\sum M_B = 0; F(a + l) + Q \frac{l}{2} + M - Y_A l = 0,$$

отсюда

$$Y_A = \frac{1}{l} \left(F(a + l) + Q \frac{l}{2} + M \right) = \frac{1}{3} \left(8(1,5 + 3) + 30 \frac{3}{2} + 15 \right) = 32 \text{ кН.}$$

4. Для проверки правильности определения реакций опор составим уравнение равновесия, которое не было использовано при решении, и подставим в него найденные значения реакций опор. Уравнение проекций сил на ось y

$\sum Y = 0; Y_A + Y_B - F - Q = 0; 32 + 6 - 8 - 30 = 0. 38 - 38 = 0$ – уравнение выполняется, реакции опор найдены верно.

Для проверки также можно составить уравнение моментов относительно какой-либо точки, например относительно точки D :

$$\sum M_D = 0; 32 \cdot 1,5 - 30 \cdot 3 + 6 \cdot 4,5 + 15 = 0; 90 - 90 = 0.$$

Реакции опор найдены верно. Показываем реакции опор Y_A и Y_B на схеме балки (см. рис. 10).

Ответ: реакции опоры A $X_A = 0$, $Y_A = 32$ кН; реакция опоры B $Y_B = 6$ кН.

Пример решения задачи № 3

Для балки, жестко заделанной в стену (рис. 11), определить реакции жесткой заделки A .

Данные для расчета: $a = 1,5$ м; $b = 2$ м; $F = 24$ кН; $q = 8$ кН/м; $M = 35$ кН · м.

Решение

1. Изображаем заданную балку в масштабе с указанием численных значений размеров и нагрузки (рис. 11). Находим равнодействующую распределенной нагрузки $Q = qb = 8 \cdot 2 = 16$ кН.

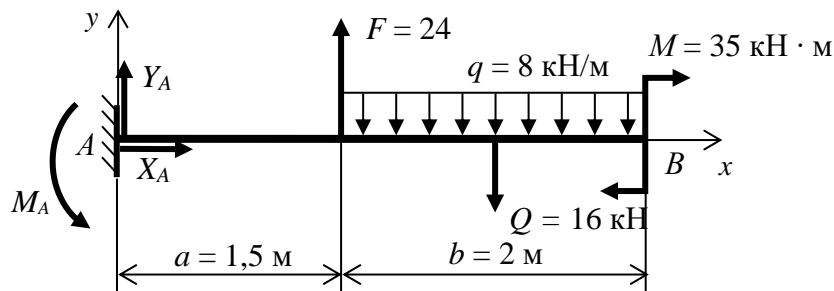


Рис. 11

2. Показываем реакции жесткой заделки A – момент заделки M_A , вертикальную реакцию Y_A и горизонтальную реакцию X_A .

3. Составляем уравнения равновесия, из которых находим искомые реакции. Используем первую форму уравнений равновесия:

Уравнение проекций на ось x

$$\sum X = 0, \text{ отсюда } X_A = 0.$$

Уравнение проекций на ось y

$$\sum Y = 0; Y_A + F - Q = 0,$$

отсюда $Y_A = -F + Q = -24 + 16 = -8$ кН.

Уравнение моментов относительно точки A

$$\sum M_A = 0; M_A + Fa - Q\left(a + \frac{b}{2}\right) - M = 0,$$

отсюда $M_A = -Fa + Q\left(a + \frac{b}{2}\right) + M = -24 \cdot 1,5 + 16(1,5 + 1) + 35 = 39$ кН·м.

Знак минус в выражении для реакции Y_A означает, что реакция направлена не вверх, как считали при составлении уравнения, а вниз.

Положительный знак в значении момента заделки означает, что она направлена так, как считали при составлении уравнения равновесия, т. е. против хода часовой стрелки.

4. Проверка правильности определения реакций. Составим уравнение моментов относительно точки B и подставим в него полученные значения реакций заделки:

$$\sum M_B = 0; M_A - Y_A(a + b) - Fb + Q \cdot b/2 - M = 0;$$

$$39 + 8(1,5 + 2) - 24 \cdot 2 + 16 \cdot 1 - 35 = 39 + 28 - 48 + 16 - 35 = 83 - 83 = 0.$$

Реакции опор найдены верно (рис. 12).

Ответ: $X_A = 0$; $Y_A = 8$ кН, направлена вниз; $M_A = 39$ кН · м, направлен против часовой стрелки.

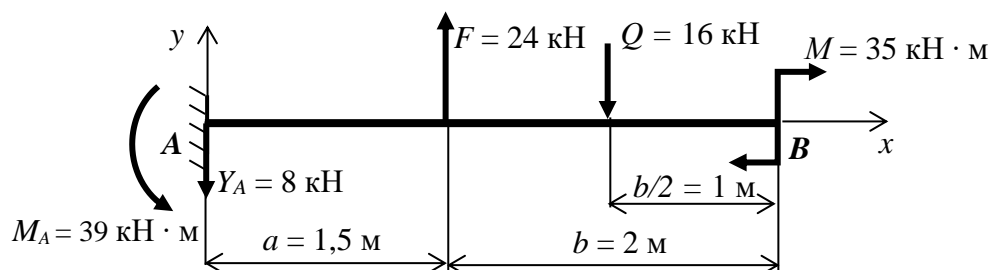


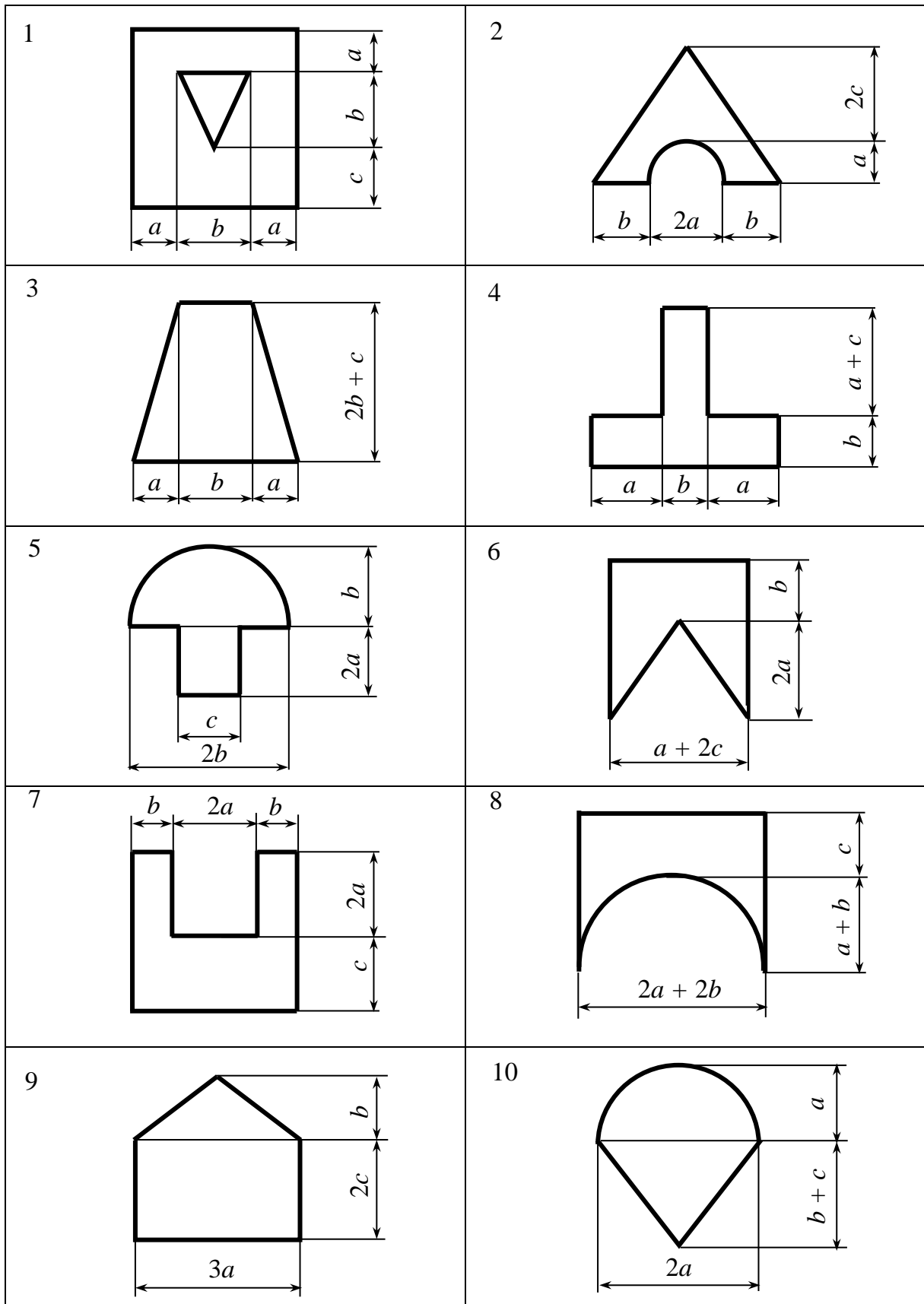
Рис. 12

Задача № 4

Для заданного симметричного плоского сечения (рис. 13) требуется:

- определить положение центра тяжести;
- построить главные центральные оси (z_c – горизонтальная ось, y_c – вертикальная ось);
- найти главные центральные моменты инерции I_{z_c}, I_{y_c} .

Данные для расчета выбрать по варианту из табл. 3.



Puc. 13

Таблица 3

| Номер строки | I | II | III | IV |
|--------------|---------------------|----------|----------|----------|
| | Номер схемы сечения | a , мм | b , мм | c , мм |
| 1 | 1 | 60 | 46 | 80 |
| 2 | 2 | 45 | 52 | 70 |
| 3 | 3 | 50 | 56 | 96 |
| 4 | 4 | 40 | 38 | 84 |
| 5 | 5 | 36 | 54 | 50 |
| 6 | 6 | 54 | 45 | 90 |
| 7 | 7 | 48 | 50 | 65 |
| 8 | 8 | 64 | 35 | 90 |
| 9 | 9 | 42 | 60 | 75 |
| 0 | 10 | 56 | 40 | 60 |

Указания к решению задачи № 4

Определение геометрических характеристик плоских сечений рекомендуется выполнять в следующем порядке:

1. Начертить сечение по заданным размерам в масштабе.
2. Разбить сечение на простые фигуры (прил. 1).
3. Показать центры тяжести простых фигур – точки C_i ; провести в каждой фигуре собственные центральные оси (z_{C_i} – горизонтальные оси, y_{C_i} – вертикальные оси, i – номер простой фигуры) и выбрать оси z , y вспомогательной системы координат zOy .

4. Найти координаты центра тяжести заданной фигуры в системе осей zOy по следующим формулам:

$$z_C = \frac{\sum A_i z_{C_i}}{\sum A_i} = \frac{A_1 z_{C_1} + A_2 z_{C_2} + \dots + A_n z_{C_n}}{A_1 + A_2 + \dots + A_n};$$

$$y_C = \frac{\sum A_i y_{C_i}}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_{C_1} + A_2 y_{C_2} + \dots + A_n y_{C_n}}{A_1 + A_2 + \dots + A_n},$$

где A_i – площадь i -й простой фигуры; z_{C_i} и y_{C_i} – координаты центра тяжести i -й фигуры в выбранной вспомогательной системе осей zOy .

Суммирование проводится по количеству фигур разбиения алгебраически ($i = 1, 2, \dots, n$), т. е. для фигур, изображающих отверстия и вырезы, площади принимаются отрицательными.

5. Провести через найденный центр тяжести C всего сечения оси z_C и y_C – центральные оси заданного сечения.

6. Вычислить главные центральные моменты инерции сечения относительно главных центральных осей z_C и y_C по формулам

$$I_{z_C} = \sum_{i=1}^n (I_{z_{C_i}} + a_i^2 A_i);$$

$$I_{y_C} = \sum_{i=1}^n (I_{y_{C_i}} + b_i^2 A_i),$$

где a_i – расстояния между горизонтальными осями z_C и z_{C_i} ; b_i – расстояния между вертикальными осями y_C и y_{C_i} .

7. Результаты расчета записать в ответе.

Пример решения задачи № 4

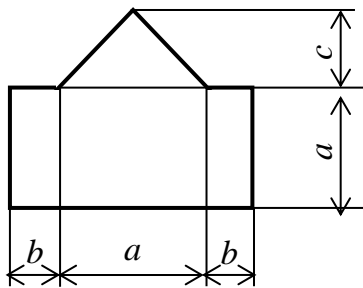


Рис. 14

Для заданного плоского сечения требуется:
– определить положение центра тяжести;
– построить главные центральные оси;
– определить главные центральные моменты инерции.

Данные для расчета: $a = 80$ мм = 8 см;
 $b = 20$ мм = 2 см; $c = 60$ мм = 6 см; схема сечения показана на рис. 14.

Решение

1. Изображаем заданное сечение в масштабе (рис. 15). Для удобства расчета размеры указываем в сантиметрах. На рис. 15, 16 последовательно показан порядок построений, необходимых для расчета. При выполнении задания все построения можно изображать на одном рисунке.

2. Разбиваем сечение на две части – прямоугольник 1 и треугольник 2 (см. прил. 1). Для каждой части показываем положение центра тяжести (точки C_1 и C_2) и главные центральные оси – для прямоугольника оси $z_1 C_1 y_1$, для треугольника – $z_2 C_2 y_2$.

3. Выбираем вспомогательную систему координат zOy (рис. 15), относительно которой будем определять положение центра тяжести сечения точки C . Ось y совмещаем с осью симметрии сечения, а ось z – с нижним основанием сечения.

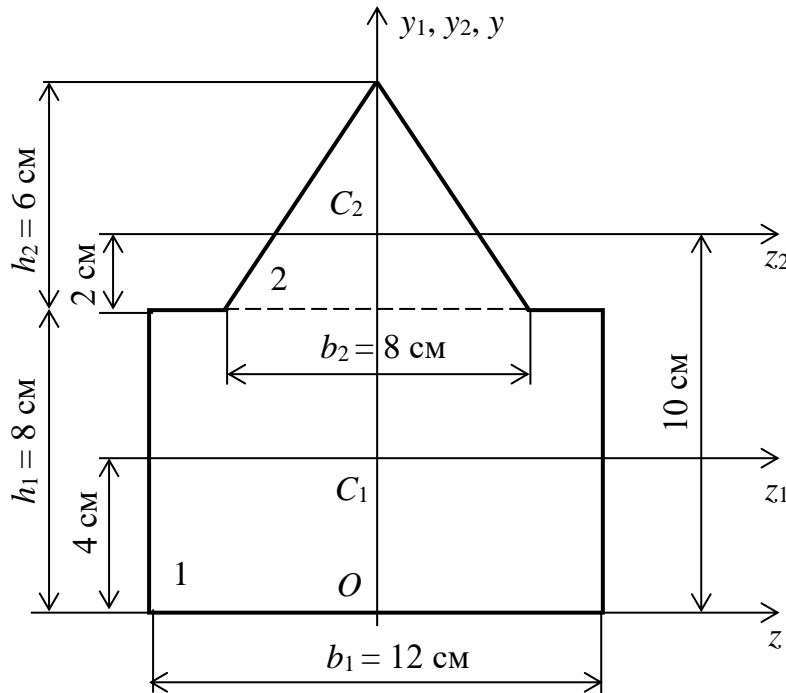


Рис. 15

4. Определяем координаты центра тяжести сечения. Находим:

– площади частей сечения:

$$A_1 = b_1 h_1 = 12 \cdot 8 = 96 \text{ см}^2;$$

$$A_2 = \frac{1}{2} b_2 h_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ см}^2;$$

– координаты центров тяжести частей 1 и 2 в осях системы координат zOy (см. рис. 15): $z_{C_1} = z_{C_2} = 0$; $y_{C_1} = 4 \text{ см}$; $y_{C_2} = 10 \text{ см}$;

– координаты центра тяжести заданного сечения в осях системы координат zOy :

$$z_C = 0; \quad y_C = \frac{\sum A_i y_{C_i}}{\sum A_i} = \frac{96 \cdot 4 + 24 \cdot 10}{96 + 24} = 5,2 \text{ см.}$$

Показываем на схеме сечения координату y_C и центр тяжести сечения – точку C (рис. 16).

5. Проводим главные центральные оси сечения z_C, y_C (рис. 16).

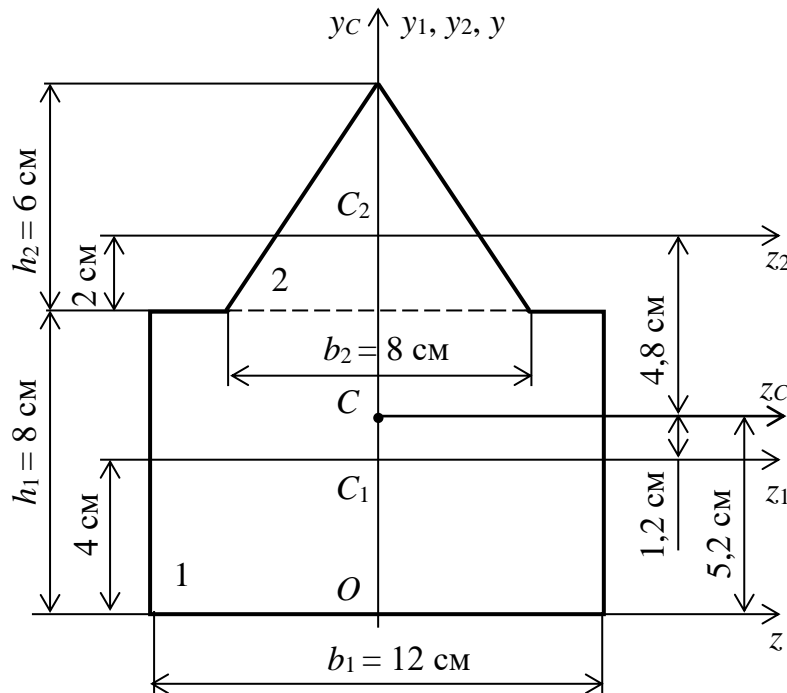


Рис. 16

6. Вычисляем главные центральные моменты инерции сечения относительно главных центральных осей z_C и y_C :

- расстояния между главной центральной осью z_C и осями z_1, z_2
 $a_1 = 5,2 - 4 = 1,2$ см; $a_2 = 10 - 5,2 = 4,8$ см;
- расстояния $b_1 = b_2 = 0$, так как оси y_1, y_2 и y_C совпадают;
- главные центральные моменты инерции сечения:

$$I_{z_C} = \sum (I_{z_i} + a_i^2 A_i) = \left(\frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 A_1 \right) + \left(\frac{b_2 h_2^3}{36} + a_2^2 A_2 \right) =$$

$$= \left(\frac{12 \cdot 8^3}{12} + 1,2^2 \cdot 96 \right) + \left(\frac{8 \cdot 6^3}{36} + 4,8^2 \cdot 24 \right) = 1251,2 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_C} = \sum (I_{y_i} + b_i^2 A_i) = \frac{b_1^3 h_1}{12} + \frac{b_2^3 h_2}{48} = \frac{12^3 \cdot 8}{12} + \frac{8^3 \cdot 6}{48} = 1216 \text{ см}^4.$$

Ответ: положение центра тяжести сечения – точка C и главные центральные оси z_C, y_C показаны на рис. 16. Главные центральные моменты инерции $I_{z_C} = 1251,2 \text{ см}^4$; $I_{y_C} = 1216 \text{ см}^4$.

Задание 2

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ, КРУЧЕНИИ, ПРЯМОМ ИЗГИБЕ И СЛОЖНОМ СОПРОТИВЛЕНИИ

В задании приведены задачи на темы раздела рабочей программы «Сопротивление материалов». К решению задач и выполнению самостоятельных индивидуальных заданий студент может приступить после изучения соответствующих тем по лекциям и учебникам.

Задачи и примеры расположены в последовательности, принятой в традиционном изложении материала курса «Сопротивление материалов». Основным объектом расчета в задачах является прямолинейный стержень. В расчетах на прочность и жесткость типовых стержней вместо самого стержня принято рассматривать его расчетную схему, которая представляет собой упрощенное изображение реального стержня без учета несущественных факторов. Также схематично показывается нагрузка – силы, моменты и др. На расчетной схеме изображаются типовые опоры. Основные типы опор – шарнирно-подвижная, шарнирно-неподвижная и жесткая заделка. Типы опор зависят от назначения стержня. В задачах приведены расчетные схемы статически определимых стержней, для которых все усилия, внешние (реакции опор) и внутренние, можно найти из уравнений равновесия статики.

Задача № 1

Горизонтальный прямой стержень жестко заделан в стену левым концом и нагружен сосредоточенными силами F_i ($i = 1, 2, 3$), приложенными вдоль его продольной оси (рис. 17).

Требуется:

- изобразить расчетную схему стержня;
- найти реакцию опоры (жесткой заделки);
- построить эпюры продольной силы N и нормальных напряжений σ ;
- из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;
- найти изменение длины (удлинения или укорочения) участков стержня Δl_i и полное изменение длины стержня Δl ;
- определить относительные продольные деформации ε_{xi} на участках стержня и проверить выполнение условия жесткости.

Номер схемы стержня, данные для расчета выбрать по варианту из табл. 4. При расчете принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $[\epsilon_x] = 1 \cdot 10^{-3}$.

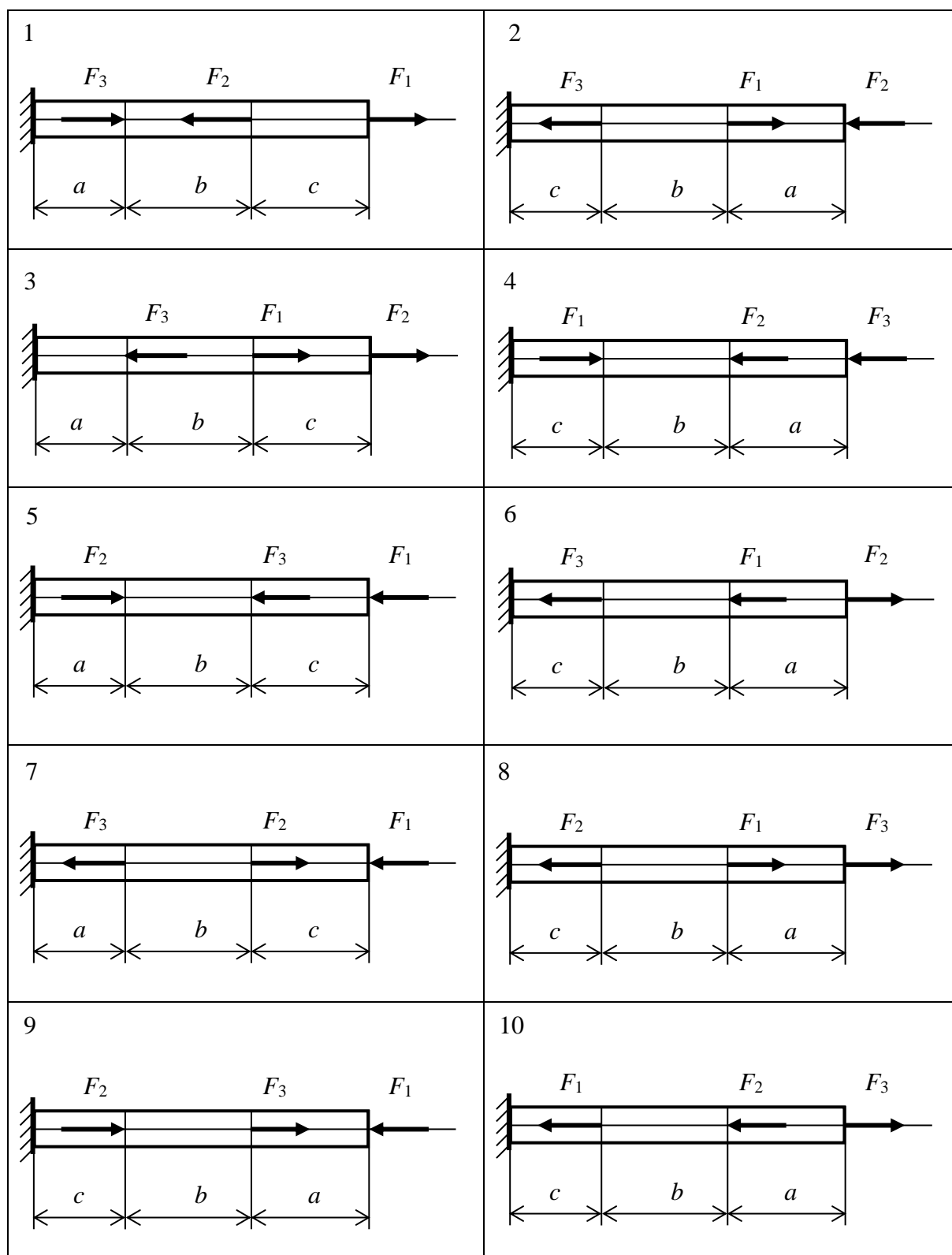


Рис. 17

Таблица 4

| Номер строки | I | II | | | III | | IV | |
|--------------|-------------|---------|---------|---------|------------|------------|------------|------------------|
| | Номер схемы | a , м | b , м | c , м | F_1 , кН | F_2 , кН | F_3 , кН | $[\sigma]$, МПа |
| 1 | 1 | 0,5 | 1,0 | 0,4 | 32 | 14 | 28 | 120 |
| 2 | 2 | 0,4 | 0,9 | 0,2 | 16 | 20 | 12 | 140 |
| 3 | 3 | 0,3 | 0,8 | 0,5 | 24 | 18 | 40 | 160 |
| 4 | 4 | 0,2 | 0,7 | 0,6 | 18 | 30 | 24 | 100 |
| 5 | 5 | 0,4 | 0,6 | 0,3 | 26 | 12 | 14 | 150 |
| 6 | 6 | 0,5 | 0,4 | 0,8 | 36 | 14 | 26 | 120 |
| 7 | 7 | 0,6 | 0,3 | 0,9 | 25 | 15 | 36 | 130 |
| 8 | 8 | 0,7 | 0,2 | 0,4 | 12 | 28 | 20 | 140 |
| 9 | 9 | 0,8 | 0,4 | 0,6 | 30 | 15 | 28 | 150 |
| 0 | 10 | 0,3 | 0,6 | 0,5 | 27 | 10 | 18 | 160 |

Указания к решению задачи № 1

В задаче рассматривается проектировочный расчет на прочность прямого стержня при растяжении и сжатии. В ходе решения изучается построение эпюр внутренних усилий (внутренних силовых факторов). Внутренним усилием при растяжении и сжатии является продольная сила N . Внутренние усилия находят методом сечений.

Рекомендуется следующий порядок решения задачи:

1. Изобразить расчетную схему стержня с указанием численных значений сил, линейных размеров.

2. Определить реакцию жесткой заделки.

3. Разбить рассматриваемый стержень на участки так, чтобы в пределах каждого участка характер нагрузки не менялся; в этом случае границами участков выступают сечения, в которых приложены внешние силы. Согласно методу сечений на каждом участке мысленно провести секущую плоскость и для отсеченной части стержня составить уравнение равновесия проекций сил на продольную ось стержня, включив в это уравнение продольную силу на данном участке. Из уравнений равновесия найти продольные силы N_i и построить эпюру N .

4. Определить площадь поперечного сечения из условия прочности

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|N|_{\max}}{A} \leq [\sigma],$$

отсюда $A \geq \frac{|N|_{\max}}{[\sigma]}$.

5. Определить нормальное напряжение на каждом i -м участке по формуле $\sigma_i = \frac{N_i}{A}$ и построить эпюру нормальных напряжений.

6. Определить изменение длины каждого участка (удлинение или укорочение) по формуле $l_i = \frac{N_i l_i}{EA}$.

Определить полное изменение длины стержня $\Delta l = \sum \Delta l_i$.

7. Определить на участках стержня относительную продольную деформацию по формуле $\varepsilon_{xi} = \frac{\Delta l_i}{l_i} = \frac{\sigma_i}{E}$ и проверить выполнение условия жесткости $\varepsilon_{xi} \leq [\varepsilon_x]$.

8. Результаты расчета записать в ответе.

Пример решения задачи № 1

Горизонтальный прямой стержень жестко заделан левым концом в стену и нагружен сосредоточенными силами F_i .

Требуется:

- изобразить расчетную схему стержня;
- найти реакцию опоры (жесткой заделки);
- построить эпюры продольной силы N и нормальных напряжений σ ;
- из условия прочности определить площадь A поперечного сечения стержня;
- найти удлинения (укорочения) участков стержня Δl_i и полное изменение длины стержня Δl ;
- определить относительные продольные деформации ε_{xi} на участках стержня и проверить выполнение условия жесткости.

Данные для расчета: схема стержня (рис. 18); $a = 0,4$ м; $b = 0,5$ м; $c = 0,6$ м; $F_1 = 27$ кН; $F_2 = 38$ кН; $F_3 = 30$ кН; $[\sigma] = 180$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $[\varepsilon] = 1 \cdot 10^{-3}$.

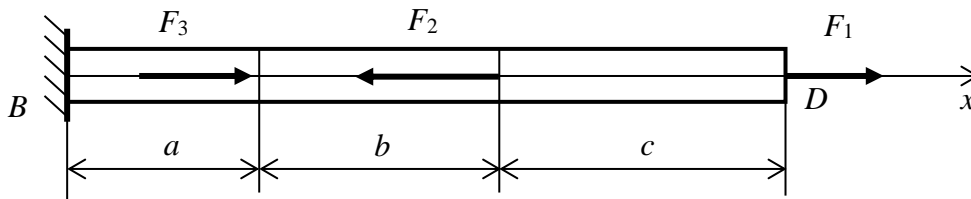


Рис. 18

Решение

1. Изображаем расчетную схему стержня с указанием численных значений сил и линейных размеров (рис. 19).

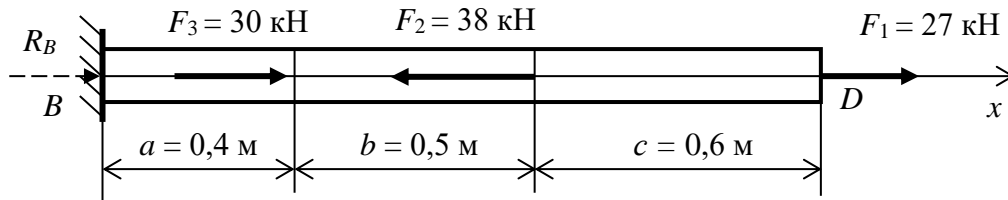


Рис. 19

2. Показываем предварительно реакцию заделки R_B в положительном направлении оси x . Составляем уравнение равновесия проекций сил на ось x :

$$\sum X = 0; F_1 - F_2 + F_3 + R_B = 0.$$

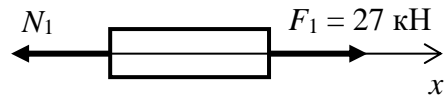
Определяем реакцию заделки:

$$R_B = -F_1 + F_2 - F_3 = -27 + 38 - 30 = -19 \text{ кН}.$$

Знак минус означает, что реакция R_B направлена не вправо, как считали при составлении уравнения равновесия, а влево. Показываем на расчетной схеме действительное направление реакции (рис. 20, а). Правильность определения реакции легко проверить, если сложить силы, приложенные вправо (F_1, F_3), и силы, приложенные влево (F_2, R_B). Результаты сложения должны быть одинаковыми («сколько вправо – столько влево»).

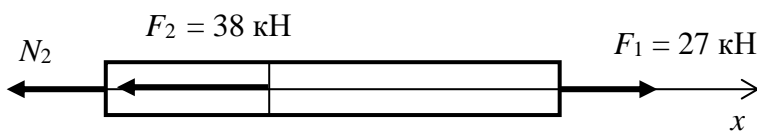
3. Разбиваем стержень на участки. В нашем случае – три участка, обозначаем номера участков – 1, 2, 3. Методом сечений определяем продольную силу на каждом участке.

Участок 1. Мысленно проводим секущую плоскость $I-I$ на первом участке стержня (рис. 20, а). Рассмотрим отсеченную правую часть стержня. Продольную силу N_1 принимаем положительной и показываем её «от сечения», т. е. считаем первый участок растянутым. Таким же образом необходимо неизвестную продольную силу изображать на всех участках. Составляем уравнение равновесия для отсеченной части:



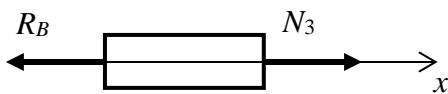
$\sum X = 0$; $F_1 - N_1 = 0$; отсюда $N_1 = F_1 = 27$ кН; $N_1 > 0$ – растяжение.

Участок 2. Проводим секущую плоскость II-II на втором участке.



Рассмотрим отсеченную правую часть стержня.

Уравнение равновесия для отсеченной правой части стержня $\sum X = 0$; $F_1 - F_2 - N_2 = 0$; отсюда $N_2 = F_1 - F_2 = 27 - 38 = -11$ кН; $N_2 < 0$ – сжатие.



Участок 3. Проводим секущую плоскость III-III на третьем участке. Рассмотрим левую отсеченную часть стержня.

Уравнение равновесия для этой части выглядит следующим образом:

$\sum X = 0$; $N_3 - R_B = 0$; отсюда $N_3 = R_B = 19$ кН; $N_3 > 0$ – растяжение.

При построении эпюры продольных сил можно использовать свойства эпюр и учитывать вид деформации, вызываемой каждой силой. К стержню приложены три сосредоточенные силы, на всех участках эпюра N параллельна оси эпюры, т. е. оси x . В тех сечениях, где приложены силы, на эпюре появляются «скачки», равные по величине соответствующей силе. Продольная сила в сечении равна алгебраической сумме внешних сил, приложенных по одну сторону (справа или слева) от рассматриваемого сечения. Силы, направленные *от заделки* (вправо на рис. 19), вызывают *растяжение* участков стержня между сечением, где приложена сила, и заделкой; силы, направленные *к заделке* (влево), вызывают *сжатие* соответствующих участков стержня.

Определим продольные силы на участках стержня, складывая внешние силы справа от сечения, т. е. перемещаемся от свободного конца стержня D .

Участок 1: $N_1 = F_1 = 27$ кН – растяжение, сила F_1 направлена от заделки и вызывает растяжение всего стержня.

Участок 2: $N_2 = F_1 - F_2 = 27 - 38 = -11$ кН – сжатие, на участках 1 и 2 деформацию вызывают обе силы и сжатие является результатом их совместного действия (сила F_2 направлена к заделке и по модулю больше силы F_1).

Участок 3: $N_3 = F_1 - F_2 + F_3 = 27 - 38 + 30 = 19$ кН – растяжение, на участке 3 деформацию вызывают три силы, растяжение является результатом их совместного действия (вправо – сумма сил больше, чем влево).

По найденным значениям продольных сил строим эпюру N (рис. 20, б). Численные значения продольных сил на участках стержня откладываем в выбранном масштабе.

4. Условие прочности при растяжении – сжатии стержня при постоянной площади поперечного сечения $A = \text{const}$

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|N|_{\max}}{A} \leq [\sigma],$$

где $|\sigma|_{\max}$ – наибольшее по модулю нормальное напряжение; $|N|_{\max}$ – наибольшая по модулю продольная сила; A – площадь поперечного сечения стержня; $[\sigma]$ – допускаемое напряжение для материала стержня.

Из условия прочности находим площадь поперечного сечения стержня:

$$A \geq \frac{|N|_{\max}}{[\sigma]} = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{27 \cdot 10^3}{180 \cdot 10^6} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1,5 \text{ см}^2.$$

5. Находим нормальные напряжения на участках стержня:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{27 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^{-4}} = 180 \cdot 10^6 \text{ Па} = 180 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{-11 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^{-4}} = -73,3 \cdot 10^6 \text{ Па} = -73,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{19 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^{-4}} = 126,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 126,6 \text{ МПа}.$$

На всех участках условие прочности выполнено: $\sigma_i \leq [\sigma]$.

Строим эпюру нормальных напряжений (рис. 20, в). По виду она подобна эпюре продольных сил, но ординаты в масштабе равны нормальным напряжениям в соответствующих сечениях стержня.

6. Определим изменение длины на участках стержня по формуле

$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{EA}.$$

Найдем жесткость поперечного сечения стержня EA :

$$EA = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^7 \text{ Н}.$$

Тогда

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA} = \frac{N_1 c}{EA} = \frac{27 \cdot 10^3 \cdot 0,6}{3 \cdot 10^7} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,54 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA} = \frac{N_2 b}{EA} = \frac{-11 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{3 \cdot 10^7} = -1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0,18 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{EA} = \frac{N_3 a}{EA} = \frac{19 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{3 \cdot 10^7} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,25 \text{ мм}.$$

Полное изменение длины стержня

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = 0,54 - 0,18 + 0,25 = 0,61 \text{ мм}.$$

7. Определим относительную продольную деформацию на участках стержня по закону Гука:

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{E};$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} = \frac{180}{2 \cdot 10^5} = 0,90 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{-73,3}{2 \cdot 10^5} = -0,37 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} = \frac{126,6}{2 \cdot 10^5} = 0,63 \cdot 10^{-3}.$$

Условие жесткости выполнено на всех участках стержня: $\varepsilon_i \leq [\varepsilon] = 1 \cdot 10^{-3}$.

Расчетную схему стержня и эпюры построить на одном листе тетради; на схеме и эпюрах указать численные значения заданных величин и величины, полученные в результате расчета.

Ответ: площадь поперечного сечения стержня $A = 1,5 \text{ см}^2$. Условие прочности выполнено на всех участках стержня. Изменение длины стержня (удлинение) $\Delta l = 0,61 \text{ мм}$. Условие жесткости выполнено на всех участках стержня.

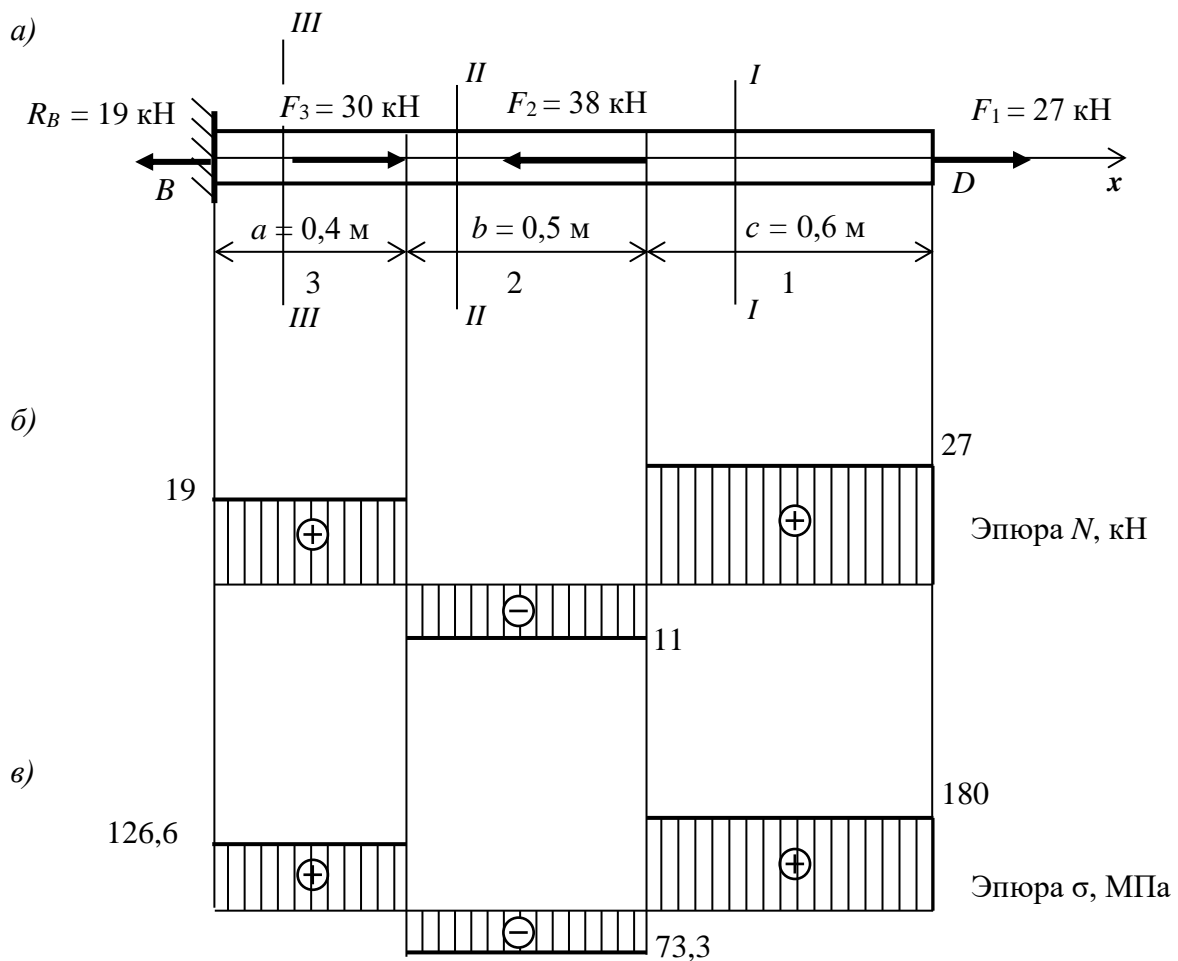


Рис. 20

Задача № 2

Для вертикального ступенчатого стержня, жестко заделанного в основание (рис. 21), требуется:

- изобразить расчетную схему стержня;
- построить эпюру продольной силы N ;
- построить эпюру нормального напряжения σ в общем виде и определить положение опасного сечения;
- из условия прочности определить параметр площади поперечного сечения стержня A ;
- определить нормальные напряжения σ_i на участках стержня и построить эпюру нормального напряжения с указанием ординат эпюры в численном виде, сделать вывод о правильности определения площади A .

Исходные данные для расчета и номер схемы стержня выбрать по варианту из табл. 5.

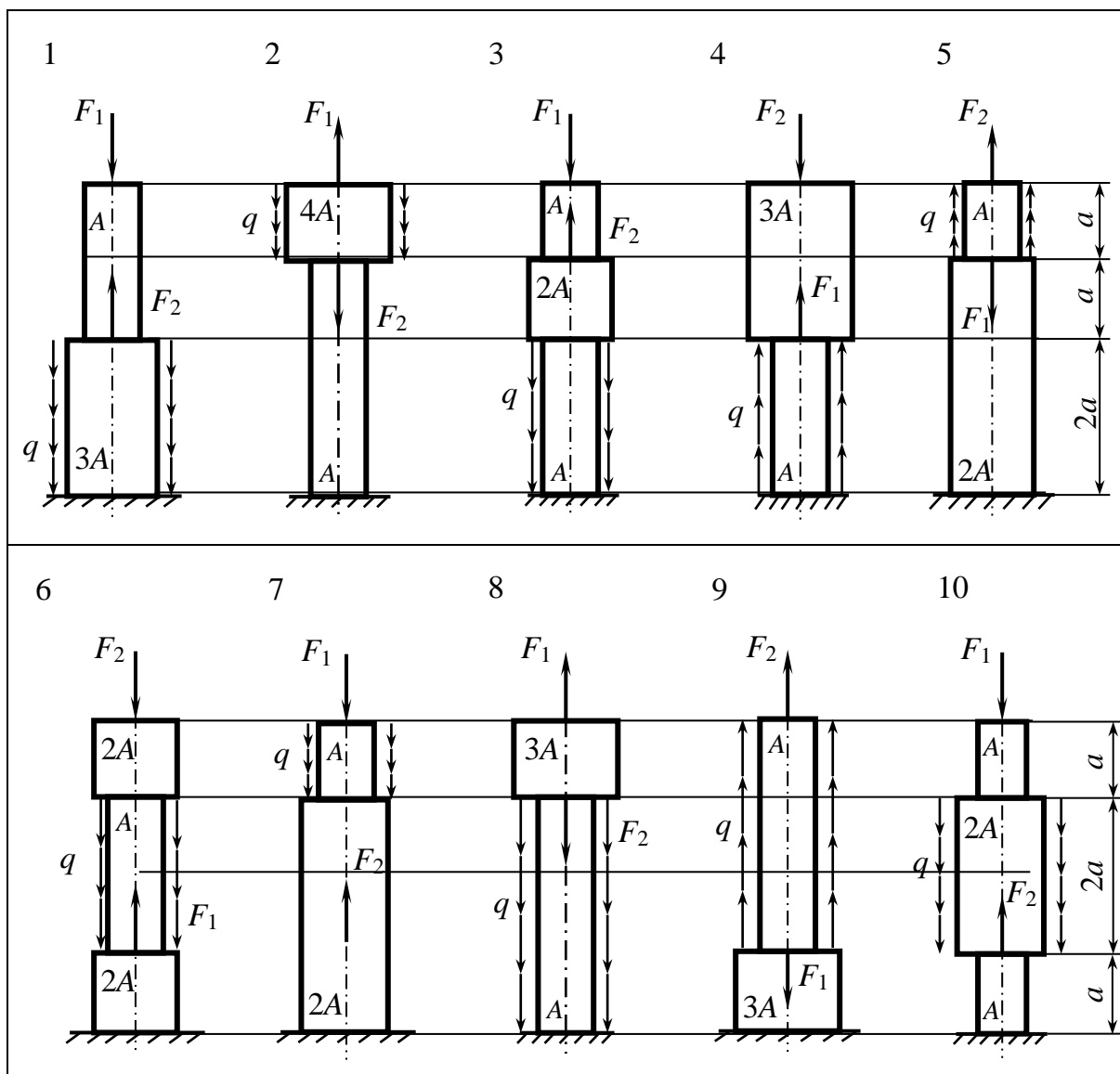


Рис. 21

Таблица 5

| Номер строки | I | II | | | III | IV |
|--------------|-------------|------------|------------|------------|---------|------------------|
| | Номер схемы | F_1 , кН | F_2 , кН | q , кН/м | a , м | $[\sigma]$, МПа |
| 1 | 1 | 10 | 42 | 10 | 0,40 | 10 |
| 2 | 2 | 15 | 46 | 12 | 0,42 | 12 |
| 3 | 3 | 20 | 50 | 14 | 0,44 | 14 |
| 4 | 4 | 45 | 34 | 16 | 0,46 | 16 |
| 5 | 5 | 35 | 20 | 8 | 0,30 | 18 |
| 6 | 6 | 30 | 14 | 6 | 0,32 | 100 |
| 7 | 7 | 16 | 30 | 4 | 0,34 | 110 |
| 8 | 8 | 24 | 40 | 18 | 0,36 | 120 |
| 9 | 9 | 32 | 25 | 5 | 0,38 | 130 |
| 0 | 10 | 26 | 60 | 15 | 0,40 | 140 |

Указания к решению задачи № 2

В задаче рассматривается проектировочный расчет на прочность ступенчатого стержня при растяжении и сжатии. Внутренним усилием при растяжении и сжатии является продольная сила N . Для ее определения на участках стержня используется метод сечений. В ходе решения изучается построение эпюр продольной силы и нормального напряжения.

Рекомендуется следующий порядок решения задачи:

1. Изобразить схему стержня с указанием численных значений сил и линейных размеров.
2. Определить реакцию опоры – жесткой заделки.
3. Разбить рассматриваемый стержень на участки так, чтобы в пределах участка характер нагрузки не изменялся и площадь поперечного сечения была постоянной ($A_i = \text{const}$). Для каждого i -го участка составить выражения для продольной силы N_i и построить эпюру N . Ординаты эпюры откладывать в относительном масштабе.
4. Определить в общем виде нормальное напряжение на каждом участке $\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}$ и построить эпюру нормальных напряжений. По этой эпюре определить в общем виде наибольшее по модулю нормальное напряжение $|\sigma|_{\max}$.
5. Записать условие прочности при растяжении и сжатии – $|\sigma|_{\max} \leq [\sigma]$. Определить из условия прочности параметр A площади поперечного сечения стержня.
6. Найти численные значения нормального напряжения на каждом i -м участке и построить эпюру нормальных напряжений.
7. Проверить выполнение условия прочности на всех участках и записать вывод о правильности определения площади поперечного сечения стержня.
8. Результаты расчета записать в ответе.

Пример решения задачи № 2

Для заданного ступенчатого стержня (рис. 22) требуется:

– изобразить расчетную схему стержня;

– построить эпюру продольной силы N ;

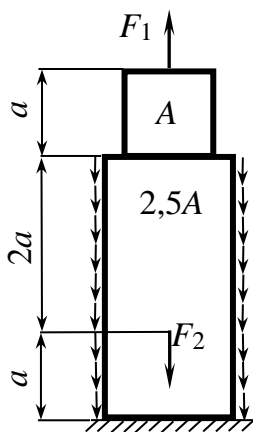


Рис. 22

– построить эпюру нормального напряжения σ в общем виде и определить положение опасного сечения;

– из условия прочности определить площадь поперечного сечения стержня A ;

– определить нормальные напряжения σ_i на участках стержня и построить эпюру нормального напряжения с указанием ординат эпюры в численном виде, сделать вывод о правильности определения площади A .

Данные для расчета: $F_1 = 14$ кН; $F_2 = 28$ кН; $q = 20$ кН/м; $a = 0,6$ м; $[\sigma] = 100$ МПа.

Решение

1. Изображаем расчетную схему стержня с указанием численных значений сил, линейных размеров участков стержня. Ось x направим вдоль стержня, поместив начало оси в неподвижном сечении B (рис. 23, a).

Определяем реакцию заделки B , составив уравнение равновесия стержня в проекциях сил на ось x :

$$\sum X = 0; F_1 - q \cdot 3a - F_2 + R_B = 0.$$

Отсюда $R_B = -F_1 + q \cdot 3a + F_2 = -14 + 20 \cdot 1,8 + 28 = 50$ кН.

2. Разбиваем стержень на участки: три участка ($i = 1, 2, 3$); номера участков обозначаем на схеме (рис. 23, a).

3. Методом сечений найдем продольную силу N_i на каждом участке. Мысленно проводим секущую плоскость на каждом участке

перпендикулярно продольной оси стержня x и составляем расчетную схему отсеченной части стержня. Продольную силу N_i в сечении изобразим по внешней нормали (от сечения), считая ее положительной. При этом можно оставить нижнюю или верхнюю часть стержня. Координата x_i определяет положение сечения на i -м участке (рис. 23, б). Для отсеченных частей стержня составим уравнение проекций сил на ось x и найдем продольную силу на каждом участке.

Участок 1 ($0 \leq x_1 \leq a$):

$$\sum X = 0; R_B - qx_1 + N_1 = 0;$$

$$N_1 = -R_B + qx_1 = -50 + 20x_1;$$

$$N_1(0) = -50 \text{ кН}; N_1(a) = -50 + 20 \cdot 0,6 = -38 \text{ кН}.$$

Участок 2 ($0 \leq x_2 \leq 2a$):

$$\sum X = 0; R_B - q(a + x_2) - F_2 + N_2 = 0;$$

$$N_2 = -R_B + q(a + x_2) + F_2 = -50 + 20(0,6 + x_2) + 28;$$

$$N_2(0) = -10 \text{ кН};$$

$$N_2(2a) = -50 + 20 \cdot 0,6 + 20 \cdot 1,2 + 28 = 14 \text{ кН}.$$

Участок 3 ($0 \leq x_3 \leq a$):

$$\sum X = 0; F_1 - N_3 = 0; N_3 = F_1 = 14 \text{ кН}.$$

По найденным значения N_i строим эпюру продольной силы N (рис. 23, в).

4. Определим нормальные напряжения σ_i в поперечных сечениях стержня на каждом участке в общем виде.

Участок 1 ($0 \leq x_1 \leq a$):

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-50 + 20x_1}{2,5A};$$

$$\sigma_1(0) = \frac{-50}{2,5A} = -\frac{20}{A}; \quad \sigma_1(a) = \frac{-38}{2,5A} = -\frac{15,2}{A}.$$

Участок 2 ($0 \leq x_2 \leq 2a$):

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-22 + 20(0,6 + x_2)}{2,5A};$$

$$\sigma_2(0) = \frac{-10}{2,5A} = -\frac{4}{A}; \quad \sigma_2(2a) = \frac{14}{2,5A} = \frac{5,6}{A}.$$

Участок 3: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{14}{A}.$

Строим эпюру нормальных напряжений σ в общем виде (рис. 23, з) и находим наибольшее по модулю нормальное напряжение: $|\sigma|_{\max} = |\sigma_1(0)| = \frac{20}{A}.$

5. Условие прочности для стержня $|\sigma|_{\max} = \frac{20}{A} \leq [\sigma].$

Отсюда определяем площадь поперечного сечения стержня:

$$A \geq \frac{20}{[\sigma]} = \frac{20 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2 \text{ см}^2.$$

6. Численные значения напряжений на участках стержня:

$$\sigma_1(0) = \frac{-50}{2,5A} = \frac{-50 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -100 \cdot 10^6 \text{ Па} = -100 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1(a) = \frac{-38}{2,5A} = \frac{-38 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -76 \cdot 10^6 \text{ Па} = -76 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2(0) = \frac{-10}{2,5A} = \frac{-10 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -20 \cdot 10^6 \text{ Па} = -20 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2(2a) = \frac{14}{2,5A} = \frac{14 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 28 \cdot 10^6 \text{ Па} = 28 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{14}{A} = \frac{14 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 70 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70 \text{ МПа}.$$

Найденные численные значения указываем на эпюре нормальных напряжений (рис. 23, д). Условие прочности выполнено на всех участках стержня: $|\sigma_i| \leq [\sigma] = 100 \text{ МПа}.$

Ответ: площадь поперечного сечения стержня $A = 2 \text{ см}^2.$

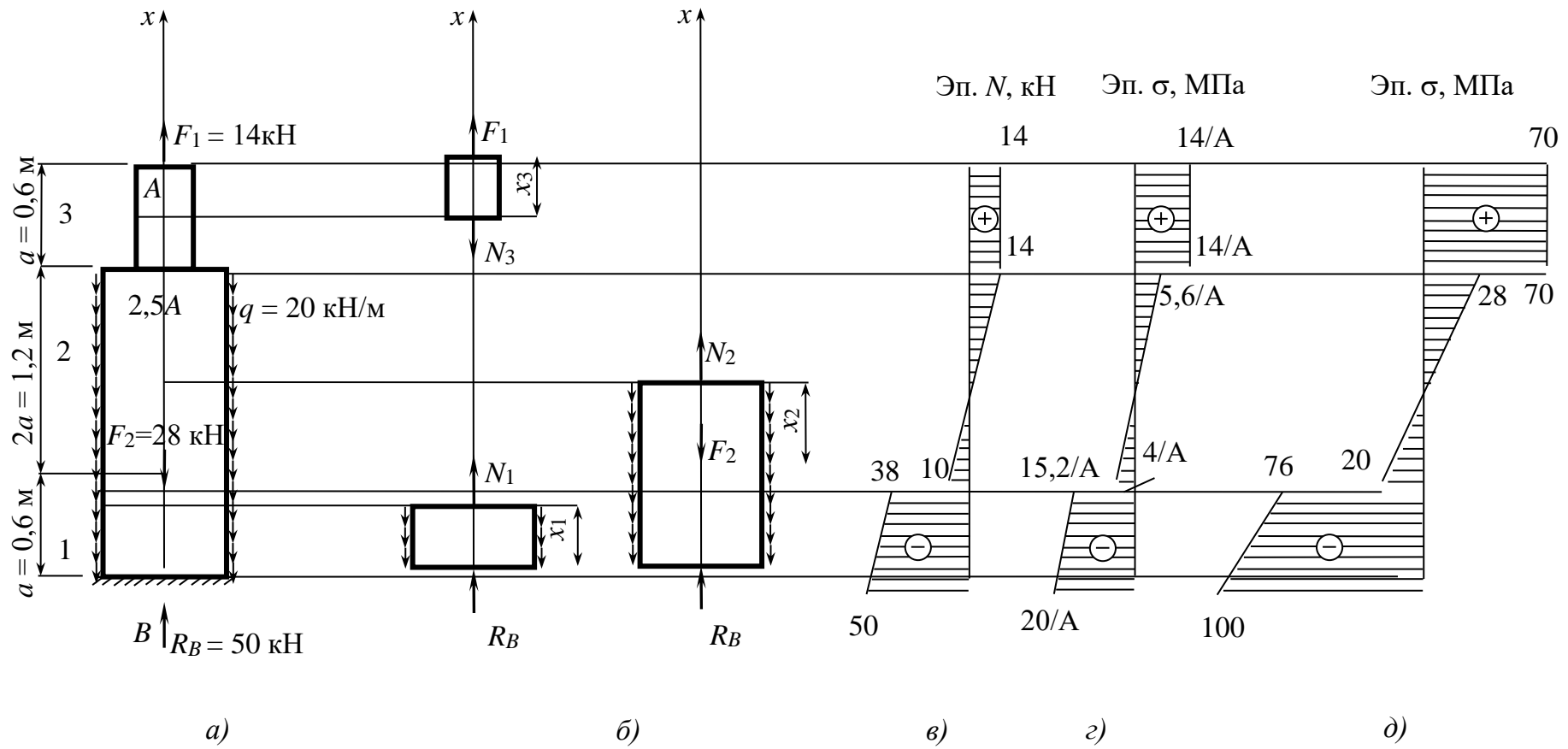


Рис. 23

Задача № 3

На вал с круглым поперечным сечением действует система пар сил M_i ($i = 1, 2, 3, 4$), плоскости действия которых перпендикулярны продольной оси вала. Вал удерживается в горизонтальном положении цилиндрическими шарнирами, оси которых совпадают с осью вала (на рис. 24 не показаны).

Требуется:

- изобразить расчетную схему вала;
- построить эпюру крутящего момента M_k ;
- из условия прочности определить диаметр d вала;
- построить эпюру максимальных касательных напряжений τ_{\max} ;
- проверить выполнение условия прочности на участках вала и сделать вывод о правильности определения диаметра вала d ;
- определить углы закручивания φ_i на участках вала и полный угол закручивания вала φ ;
- найти относительные углы закручивания θ_i на участках вала и проверить выполнение условия жесткости.

Данные для расчета и номер схемы вала (рис. 24) выбрать по варианту из табл. 6. При расчете принять $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $[\theta] = 1$ град/м.

Таблица 6

| Номер строки | I | II | | | | III | | | IV |
|--------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------|---------|---------|-------------------|
| | Номер схемы | M_1 , кН·м | M_2 , кН·м | M_3 , кН·м | M_4 , кН·м | a , м | b , м | c , м | $[\tau]$, МПа |
| 1 | 1 | 0 | 1,2 | 2,0 | 1,6 | 0,22 | 0,16 | 0,14 | 40 |
| 2 | 2 | 0,8 | 0 | 1,2 | 1,6 | 0,19 | 0,14 | 0,20 | 50 |
| 3 | 3 | 1,2 | 1,5 | 0 | 0,7 | 0,18 | 0,20 | 0,12 | 65 |
| 4 | 4 | 1,4 | 0,8 | 1,6 | 0 | 0,15 | 0,24 | 0,16 | 60 |
| 5 | 5 | 0 | 0,7 | 1,5 | 1,2 | 0,16 | 0,18 | 0,25 | 35 |
| 6 | 6 | 1,6 | 0 | 1,2 | 1,4 | 0,25 | 0,16 | 0,18 | 40 |
| 7 | 7 | 0,9 | 1,1 | 0 | 1,4 | 0,14 | 0,15 | 0,22 | 45 |
| 8 | 8 | 1,2 | 0,8 | 1,3 | 0 | 0,18 | 0,24 | 0,15 | 50 |
| 9 | 9 | 0 | 1,9 | 1,2 | 1,1 | 0,12 | 0,14 | 0,16 | 55 |
| 0 | 10 | 0,6 | 0 | 1,1 | 1,5 | 0,15 | 0,18 | 0,20 | 30 |

Указания к решению задачи № 3

В задаче рассматривается проектировочный расчет вала. В ходе решения необходимо определить крутящий момент на участках вала методом сечений и построить эпюру M_k . Для вала с постоянным по длине диаметром d опасное сечение находят по эпюре крутящего момента.

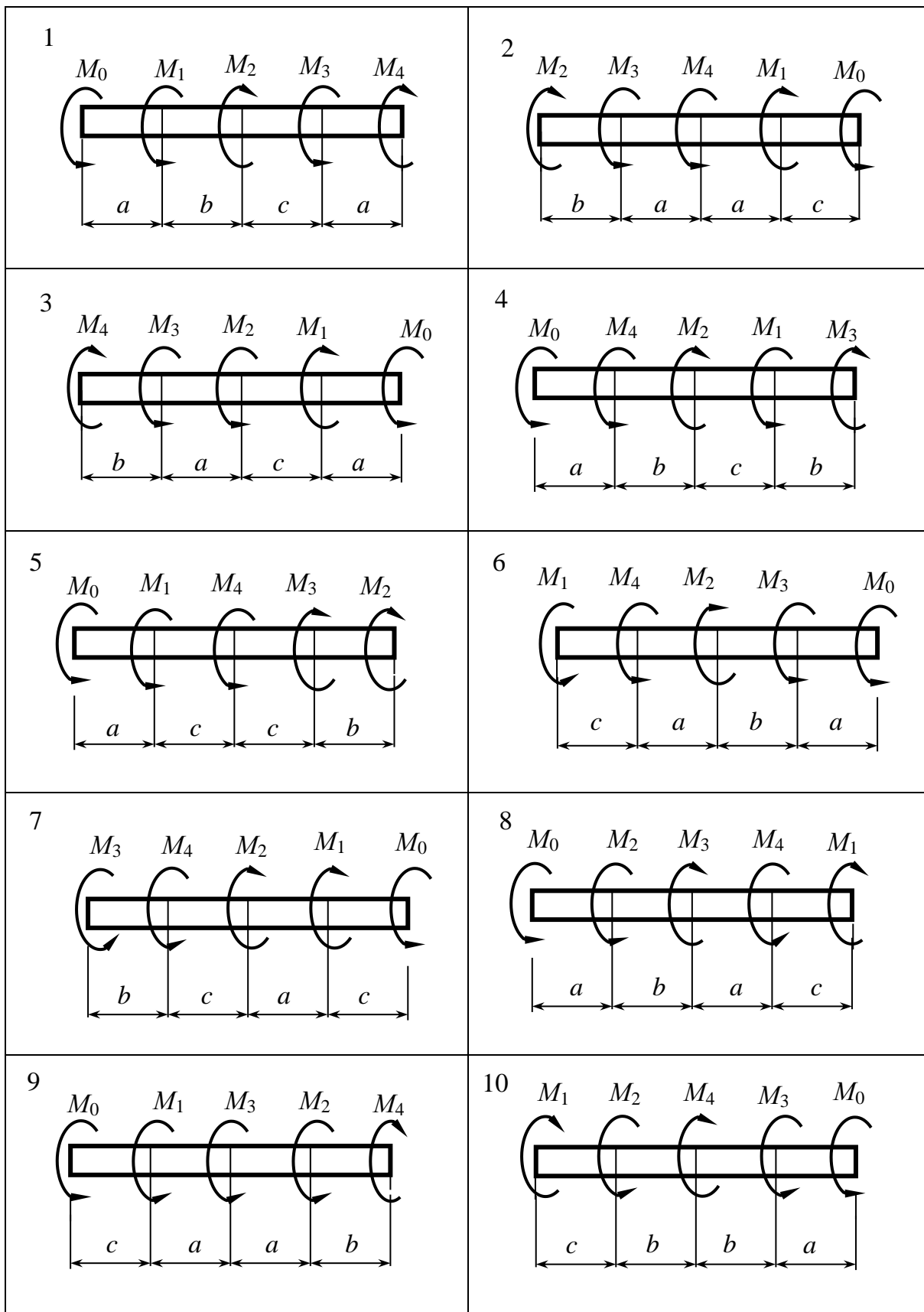


Рис. 24

Расчет вала рекомендуется проводить в следующем порядке:

1. Изобразить схему вала; на схеме указать численные значения заданных моментов.

2. Найти неизвестный момент M_0 из уравнения равновесия внешних моментов относительно оси x : $\sum M_x = 0$.

3. Разбить вал на участки, обозначить их номерами $j = 1, 2, 3 \dots$.

4. Методом сечений определить крутящие моменты на участках вала: на каждом участке мысленно провести секущую плоскость и составить для отсеченной части вала уравнение равновесия моментов относительно продольной оси x , включая в эти уравнения крутящий момент M_{kj} на данном участке. По полученным значениям построить эпюру крутящих моментов M_k , определить по ней наибольшее численное значение крутящего момента $|M_k|_{\max}$.

5. Записать условие прочности при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{|M_k|_{\max}}{W_p} \leq [\tau],$$

где W_p – полярный момент сопротивления круглого поперечного сечения, $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$; d – диаметр сечения вала.

6. Из условия прочности найти полярный момент сопротивления сечения W_p :

$$W_p \geq \frac{|M_k|_{\max}}{[\tau]}.$$

Определить диаметр вала: $d \geq \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}}$.

Диаметр вала также можно найти по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16|M_k|_{\max}}{\pi[\tau]}}.$$

7. Найти значения наибольших касательных напряжений $\tau_{\max j}$ на участках вала для расчетного значения диаметра d :

$$\tau_{\max j} = \frac{M_{kj}}{W_p},$$

где j – номер участка.

По найденным значениям построить эпюру наибольших касательных напряжений τ_{\max} на участках вала. Все значения напряжений

на этой эпюре должны соответствовать условию прочности при кручении: $|\tau_j|_{\max} \leq [\tau]$.

8. Определить углы закручивания (углы поворота сечений) на каждом участке вала по формуле

$$\varphi_j = \frac{M_{kj} l_j}{GI_p},$$

где l_j – длина участка; G – модуль сдвига, для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа; I_p – полярный момент инерции поперечного сечения вала, $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$.

Найти полный угол закручивания вала $\varphi = \sum \varphi_j$.

9. Определить относительные углы закручивания на участках вала $\theta_j = \frac{M_{kj}}{GI_p} = \frac{\varphi_j}{l_j}$ и проверить условие жесткости $\theta_j \leq [\theta]$.

Если условие жесткости не выполнено, то требуется определить диаметр вала d из условия жесткости:

$$d_{\text{ж}} \geq \sqrt[4]{\frac{32|M_k|_{\max}}{\pi G[\theta]}}.$$

Выбрать окончательно из двух значений диаметра d и $d_{\text{ж}}$ наибольший.

10. Результаты расчета записать в ответе.

Пример решения задачи № 3

Для вала с круглым поперечным сечением требуется:

- изобразить расчетную схему вала;
- построить эпюру крутящего момента M_k ;
- из условия прочности определить диаметр d вала;
- построить эпюру максимальных касательных напряжений τ_{\max} ;
- проверить выполнение условия прочности на участках вала и сделать вывод о правильности определения диаметра вала d ;
- определить углы закручивания φ_i на участках вала и полный угол закручивания вала φ ;
- найти относительные углы закручивания θ_i на участках вала и проверить выполнение условия жесткости.

Данные для расчета: $M_1 = 600$ Н · м; $M_2 = 900$ Н · м; $M_3 = 0$; $M_4 = 200$ Н · м; $a = 0,2$ м; $b = 0,4$ м; $c = 0,2$ м; $[\tau] = 30$ МПа; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа; $[\theta] = 1$ град/м.

Решение

1. Изображаем схему вала с указанием численных значений заданных моментов (рис. 25, а).

2. Находим неизвестный момент M_0 из уравнения внешних моментов относительно оси x :

$$\sum M_x = 0; -M_1 + M_2 + M_4 + M_0 = 0.$$

$$\text{Отсюда } M_0 = M_1 - M_2 - M_4 = 600 - 900 - 200 = -500 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Знак минус означает, что момент M_0 направлен не против хода часовой стрелки, а по ходу часовой стрелки. Учтем это на схеме (рис. 25, а), покажем момент M_0 в правильном направлении.

3. Разбиваем вал на три участка, обозначаем их номерами 1, 2, 3.

4. На каждом участке мысленно проводим секущую плоскость (рис. 25, б) и составляем уравнение равновесия моментов относительно оси x , включая в эти уравнения крутящие моменты M_{kj} .

Участок 1:

$$-M_1 + M_{k1} = 0; M_{k1} = M_1 = 600 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Участок 2:

$$-M_1 + M_2 + M_{k2} = 0; M_{k2} = M_1 - M_2 = 600 - 900 = -300 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Участок 3: для правой отсеченной части вала

$$-M_0 - M_{k3} = 0; M_{k3} = -M_0 = -500 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюру крутящих моментов (рис. 25, в). Наибольшее значение крутящего момента

$$M_{k \max} = 600 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

5. Условие прочности при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{|M_k|_{\max}}{W_p} \leq [\tau].$$

Отсюда

$$W_p \geq \frac{|M_k|_{\max}}{[\tau]} = \frac{600}{30 \cdot 10^6} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 20 \text{ см}^3;$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 20}{3,14}} = \sqrt[3]{101,91} = 4,67 \text{ см}.$$

Диаметр вала определим также по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16|M_k|_{\max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 600}{3,14 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 4,67 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 4,67 \text{ см}.$$

6. Находим значения наибольших касательных напряжений на участках вала.

$$\text{Участок 1: } \tau_{\max 1} = \frac{M_{к1}}{W_p} = \frac{600}{20 \cdot 10^{-6}} = 30 \cdot 10^6 \text{ Па} = 30 \text{ МПа.}$$

$$\text{Участок 2: } \tau_{\max 2} = \frac{M_{к2}}{W_p} = \frac{-300}{20 \cdot 10^{-6}} = -15 \cdot 10^6 \text{ Па} = -15 \text{ МПа.}$$

$$\text{Участок 3: } \tau_{\max 3} = \frac{M_{к3}}{W_p} = \frac{-500}{20 \cdot 10^{-6}} = -25 \cdot 10^6 \text{ Па} = -25 \text{ МПа.}$$

По найденным значениям строим эпюру наибольших касательных напряжений на участках вала (рис. 25, з). Все значения напряжений на этой эпюре должны соответствовать условию прочности при кручении: $|\tau_j|_{\max} \leq [\tau]$.

Условие прочности выполнено на всех участках.

7. Находим углы закручивания (углы поворота сечений) на каждом участке вала по формуле

$$\varphi_j = \frac{M_{kj} l_j}{GI_p},$$

где l_j – длина участка; G – модуль сдвига, для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа; I_p – полярный момент инерции круглого сечения, $I_p = \frac{\pi d^4}{32} = W_p \frac{d}{2} = \frac{3,14 \cdot 4,67^4}{32} = 46,71 \text{ см}^4$; GI_p – жесткость поперечного сечения при кручении, $GI_p = 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 46,71 \cdot 10^{-8} = 373,7 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$.

$$\text{Участок 1: } \varphi_1 = \frac{600 \cdot 0,2}{373,7 \cdot 10^2} = 0,32 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 0,184 \text{ град.}$$

$$\text{Участок 2: } \varphi_2 = \frac{-300 \cdot 2 \cdot 0,2}{373,7 \cdot 10^2} = -0,32 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -0,184 \text{ град.}$$

$$\text{Участок 3: } \varphi_3 = \frac{-500 \cdot 0,2}{373,7 \cdot 10^2} = -0,267 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -0,153 \text{ град.}$$

Полный угол поворота правого сечения вала относительно левого сечения

$$\varphi = \sum \varphi_j = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0,184 - 0,184 - 0,153 = -0,153 \text{ град.}$$

8. Определяем относительные (погонные) углы на участках вала по формуле $\theta = \frac{\varphi_j}{l_j}$:

$$\theta_1 = \frac{\varphi_1}{a} = \frac{0,184}{0,2} = 0,92 \text{ град/м;}$$

$$\theta_2 = \frac{\varphi_2}{b} = \frac{-0,184}{0,4} = -0,46 \text{ град/м};$$

$$\theta_3 = \frac{\varphi_3}{c} = \frac{-0,153}{0,2} = -0,765 \text{ град/м}.$$

Условие жесткости $|\theta_j| \leq [\theta] = 1 \text{ град/м}$ выполнено на всех участках вала.

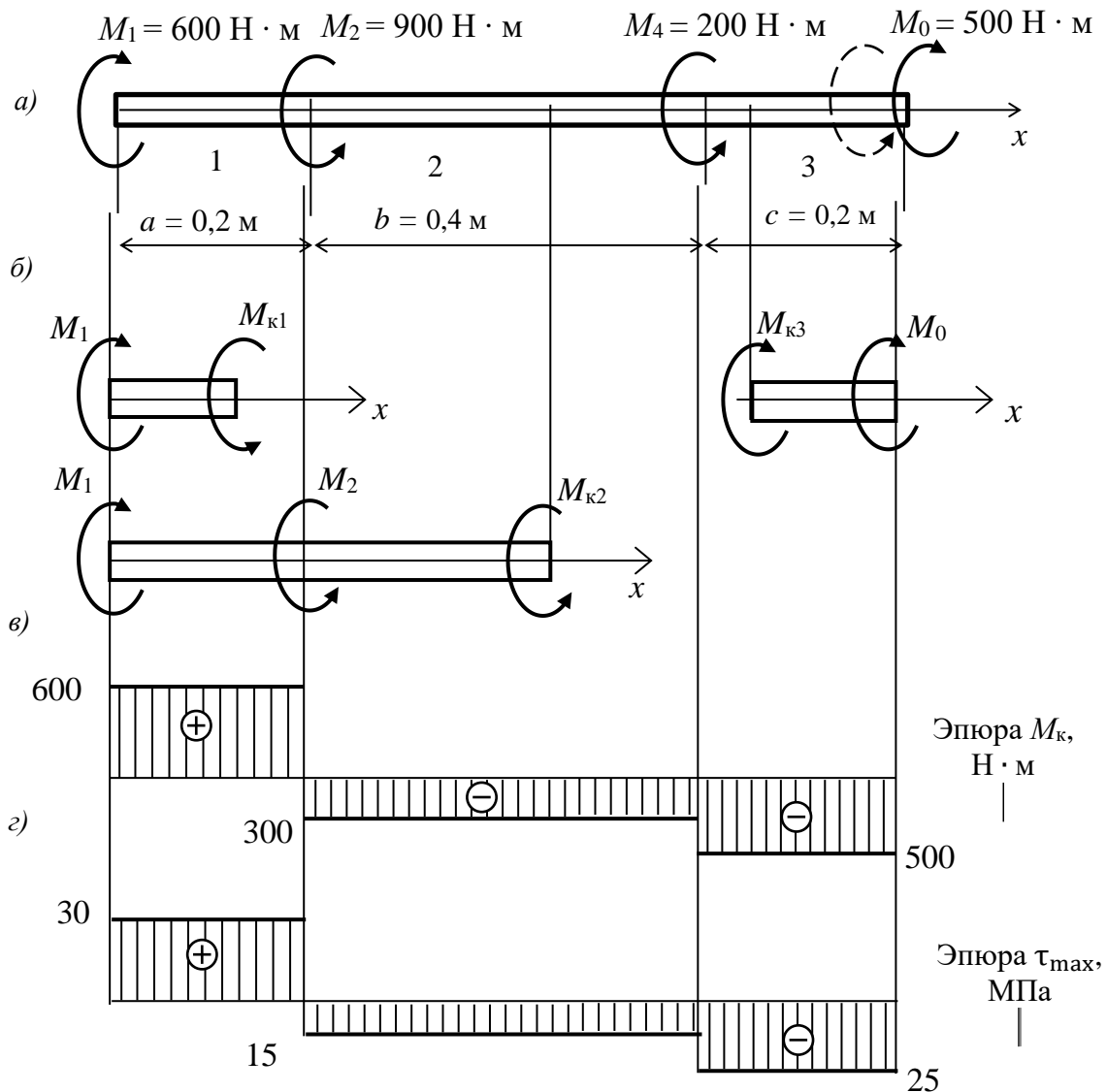


Рис. 25

Ответ: диаметр вала $d = 4,67 \text{ см}$; полный угол закручивания $\varphi = 0,153 \text{ град}$; условия прочности и жесткости выполнены на всех участках.

Задача № 4

Стальной вал нагружен сосредоточенными парами сил M_1, M_2 , плоскости действия которых перпендикулярны его продольной оси (рис. 26). Правый конец вала жестко заделан.

Требуется:

- изобразить расчетную схему вала с указанием численных значений заданных моментов и линейных размеров;
- определить крутящие моменты на участках вала M_{kj} и построить эпюру M_k ;
- из условия прочности при кручении определить полярный момент сопротивления поперечного сечения вала W_p ;
- найти диаметр d сплошного круглого сечения вала (рис. 27, а); наружный диаметр d_n и внутренний диаметр d_b кольцевого сечения вала при заданном соотношении $c = d_b/d_n$ (рис. 27, б);
- сравнить валы с заданными сечениями по расходу материала;
- построить эпюру максимальных касательных напряжений τ_{max} ;
- определить углы закручивания φ_j на участках вала со сплошным сечением и полный угол закручивания вала φ .

Данные для расчета выбрать по варианту из табл. 7. При расчете принять $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Таблица 7

| Номер строки | I | | II | | III | IV |
|--------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------|---------------|------|----------|
| | $M_1, \text{Н} \cdot \text{м}$ | $M_2, \text{Н} \cdot \text{м}$ | $a, \text{м}$ | $b, \text{м}$ | c | $[\tau]$ |
| 1 | 1400 | 600 | 0,2 | 0,5 | 0,65 | 40 |
| 2 | 700 | 2400 | 0,5 | 0,3 | 0,50 | 50 |
| 3 | 1500 | 3100 | 0,6 | 0,2 | 0,60 | 65 |
| 4 | 1200 | 800 | 0,3 | 0,4 | 0,70 | 60 |
| 5 | 900 | 2600 | 0,4 | 0,3 | 0,80 | 75 |
| 6 | 800 | 2200 | 0,5 | 0,4 | 0,45 | 40 |
| 7 | 2400 | 900 | 0,2 | 0,6 | 0,40 | 80 |
| 8 | 300 | 1800 | 0,4 | 0,4 | 0,55 | 50 |
| 9 | 2800 | 700 | 0,3 | 0,5 | 0,65 | 55 |
| 0 | 600 | 1500 | 0,6 | 0,3 | 0,75 | 70 |

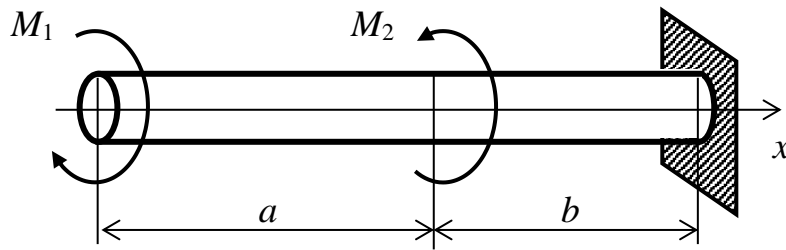


Рис. 26

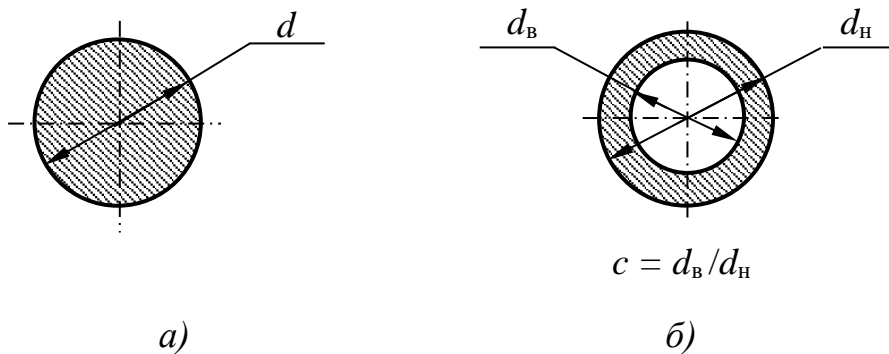


Рис. 27

Указания к решению задачи № 4

В задаче рассматривается проекторочный расчет вала при кручении. В ходе решения необходимо определить крутящий момент на участках вала методом сечений и построить эпюру M_k . Для вала с постоянным по длине диаметром опасное сечение находят по эпюре крутящего момента.

Расчет вала рекомендуется проводить в следующем порядке:

1. Изобразить расчетную схему вала; на схеме указать численные значения заданных моментов M_1, M_2 .
2. Найти момент заделки M_0 из уравнения равновесия внешних моментов относительно продольной оси вала x : $\sum M_x = 0$.
3. Разбить вал на участки, обозначить их номерами $j = 1, 2$.
4. Методом сечений определить крутящие моменты на участках вала: на каждом участке мысленно провести секущую плоскость и составить для отсеченной части вала уравнение равновесия моментов относительно продольной оси x , включая в эти уравнения крутящий момент M_{kj} на данном участке. По полученным значениям построить эпюру крутящих моментов. По эпюре крутящих моментов M_k определить наибольшее численное значение крутящего момента $|M_k|_{\max}$.

5. Записать условие прочности при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{|M_k|_{\max}}{W_p} \leq [\tau].$$

Отсюда найти полярный момент поперечного сечения вала

$$W_p = \frac{|M_k|_{\max}}{[\tau]}.$$

Полярный момент сплошного круглого сечения вала (см. рис. 27, а) определяется по формуле

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16},$$

где d – диаметр сечения.

Определить диаметр сплошного круглого сечения вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}}.$$

6. Полярный момент кольцевого сечения вала определяется по формуле

$$W_p = \frac{\pi d_n^3 (1 - c^4)}{16},$$

где d_n – наружный диаметр кольцевого сечения, $c = d_b/d_n$ (см. рис. 27, б).

Определить наружный диаметр кольцевого сечения

$$d_n \geq \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi(1 - c^4)}}.$$

Найти внутренний диаметр кольцевого сечения $d_b = cd_n$.

7. Определить площади заданных сечений вала и их соотношение, сделать вывод о выборе рационального сечения по расходу материала.

8. Найти значения наибольших касательных напряжений $\tau_{\max j}$ на участках вала для расчетного значения полярного момента сопротивления

$$\tau_{\max j} = \frac{M_{kj}}{W_p},$$

где j – номер участка.

По найденным значениям построить эпюру наибольших касательных напряжений. Все значения напряжений на этой эпюре должны соответствовать условию прочности при кручении: $|\tau_j|_{\max} \leq [\tau]$.

9. Определить углы закручивания (углы поворота сечений) на каждом участке вала по формуле

$$\varphi_j = \frac{M_{kj} l_j}{GI_p},$$

где l_j – длина участка; G – модуль сдвига; I_p – полярный момент инерции круглого сечения вала, $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$.

10. Найти полный угол закручивания вала $\varphi = \sum \varphi_j$.

11. Результаты расчета записать в ответе.

Пример решения задачи № 4

Стальной вал жестко заделан правым концом и нагружен сосредоточенными парами сил M_1 и M_2 , плоскости действия которых перпендикулярны его продольной оси.

Требуется:

- изобразить расчетную схему вала с указанием численных значений моментов M_1 , M_2 и линейных размеров;
- построить эпюру крутящего момента M_k ;
- из условия прочности при кручении определить полярный момент сопротивления поперечного сечения вала W_p ;
- найти диаметр d сплошного круглого сечения вала (см. рис. 27, а); наружный диаметр d_n и внутренний диаметр d_b кольцевого сечения вала при заданном соотношении $c = d_b/d_n$ (см. рис. 27, б);
- сравнить валы с кольцевым и сплошным сечениями по расходу материала;
- построить эпюру максимальных касательных напряжений τ_{\max} ;
- определить углы закручивания φ_i на участках вала и полный угол закручивания вала φ .

Данные для расчета: схема вала; $M_1 = 700 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $M_2 = 1900 \text{ Н} \cdot \text{м}$;
 $a = 0,35 \text{ м}$; $b = 0,25 \text{ м}$; $c = 0,75$; $[\tau] = 35 \text{ МПа}$; $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Решение

1. Изобразим расчетную схему вала (рис. 28, а). На схеме укажем численные значения заданных моментов M_1 , M_2 , линейных размеров a и b . Момент заделки M_0 покажем предварительно против хода часовой стрелки (пунктирная стрелка на рис. 28, а).

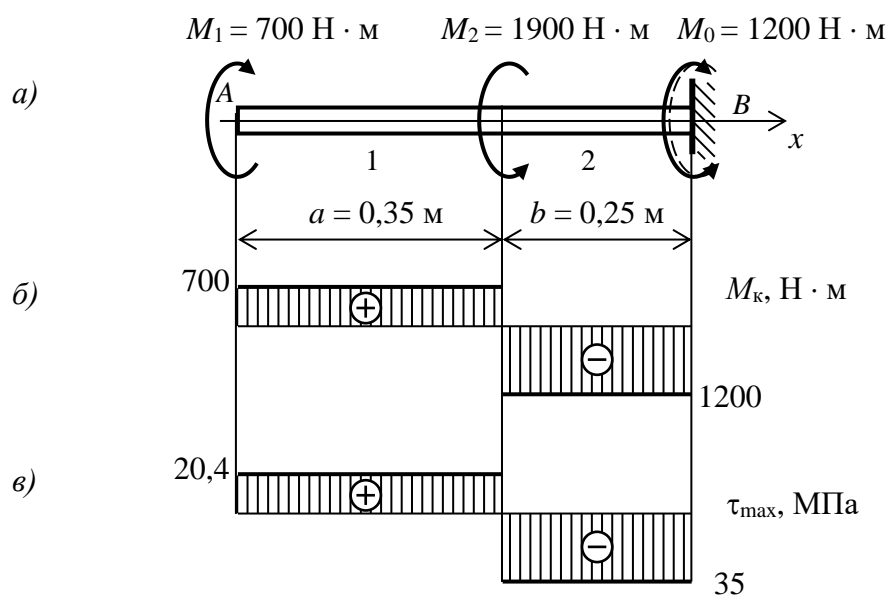


Рис. 28

2. Находим момент заделки M_0 из уравнения равновесия внешних моментов относительно продольной оси вала x :

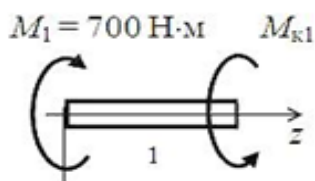
$$\sum M_x = 0; -M_1 + M_2 + M_0 = 0,$$

$$M_0 = M_1 - M_2 = 700 - 1900 = -1200 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Знак минус означает, что момент заделки направлен по ходу часовой стрелки. Показываем момент M_0 на схеме вала (см. рис. 28, а).

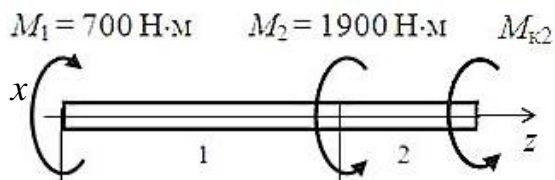
3. Разбиваем вал на участки, обозначаем их номерами 1, 2.

4. Методом сечений определяем крутящие моменты на участках вала: на каждом участке мысленно проводим секущую плоскость и составляем для отсеченной части вала уравнение равновесия моментов относительно продольной оси x , включая в эти уравнения крутящий момент M_{kj} на данном участке.



Участок 1 (левая отсеченная часть вала):

$$\sum M_x = 0; -M_1 + M_{к1} = 0; M_{к1} = M_1 = 700 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$



Участок 2 (левая отсеченная часть вала):

$$\sum M_x = 0; -M_1 + M_2 + M_{к2} = 0.$$

$$\text{Отсюда } M_{к2} = M_1 - M_2 = 700 - 1900 = -1200 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Как видно из приведенных вычислений, внутренний крутящий момент на участке вала равен алгебраической сумме внешних моментов, приложенных к валу левее сечения на данном участке. Этот крутящий момент на участке при простой нагрузке можно подсчитать в уме, не строя дополнительных схем отсеченных частей вала. По значениям $M_{кj}$ строим эпюру крутящих моментов M_k (см. рис. 28, б), по которой определяем наибольшее численное значение крутящего момента $|M_k|_{\max} = 1200 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

5. Условие прочности при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{|M_k|_{\max}}{W_p} \leq [\tau].$$

Отсюда полярный момент поперечного сечения вала

$$W_p = \frac{|M_k|_{\max}}{[\tau]} = \frac{1200}{35 \cdot 10^6} = 34,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 34,3 \text{ см}^3.$$

6. Полярный момент сплошного круглого сечения вала W_p определяется по формуле $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$, где d – диаметр сечения.

Определяем диаметр сплошного круглого сечения вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 34,3}{3,14}} = 5,59 \text{ см}.$$

Полярный момент кольцевого сечения вала определяется по формуле

$$W_p = \frac{\pi d_n^3 (1 - c^4)}{16},$$

где d_n – наружный диаметр кольцевого сечения, $c = d_v/d_n$.

Определим наружный диаметр кольцевого сечения

$$d_n \geq \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi(1 - c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 34,3}{3,14(1 - 0,75^4)}} = 6,35 \text{ см}.$$

Найдем внутренний диаметр кольцевого сечения

$$d_{\text{в}} = c d_{\text{н}} = 0,75 \cdot 6,35 = 4,76 \text{ см.}$$

7. Определим площади заданных сечений вала:

$$- \text{ для сплошного сечения вала } A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 5,59^2}{4} = 24,53 \text{ см}^2;$$

- для кольцевого сечения вала

$$A_{\text{к}} = \frac{\pi d_{\text{н}}^2}{4} (1 - c^2) = \frac{3,14 \cdot 6,35^2}{4} (1 - 0,75^2) = 13,86 \text{ см}^2.$$

Соотношение площадей сплошного и кольцевого сечений составляет

$$\frac{A}{A_{\text{к}}} = \frac{24,53}{13,86} = 1,77 \approx 1,8.$$

Площадь вала со сплошным сечением превышает в 1,8 раза площадь вала с кольцевым сечением при одинаковой прочности обоих валов. В таком же соотношении находятся масса и вес валов. Наиболее рациональным по расходу материала при кручении является кольцевое сечение.

8. Находим значения наибольших касательных напряжений $\tau_{\text{max}j}$ на участках вала для расчетного значения полярного момента сопротивления по формуле

$$\tau_{\text{max}j} = \frac{M_{\text{к}j}}{W_p},$$

где j – номер участка:

$$\tau_{\text{max}1} = \frac{M_{\text{к}1}}{W_p} = \frac{700}{34,3 \cdot 10^{-6}} = 20,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 20,4 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\text{max}2} = \frac{M_{\text{к}2}}{W_p} = \frac{-1200}{34,3 \cdot 10^{-6}} = -35 \cdot 10^6 \text{ Па} = -35 \text{ МПа}.$$

По найденным значениям строим эпюру наибольших касательных напряжений (см. рис. 28, в). Все значения напряжений на этой эпюре соответствуют условию прочности при кручении: $|\tau_j|_{\text{max}} \leq [\tau]$.

9. Определим углы закручивания (углы поворота сечений) на каждом участке вала со сплошным сечением по формуле

$$\varphi_j = \frac{M_{kj} l_j}{GI_p},$$

где l_j – длина участка; G – модуль сдвига материала вала; I_p – полярный момент инерции сплошного круглого сечения вала, $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$; для рассматриваемого вала

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 5,59^4}{32} = 95,8 \text{ см}^4 = 95,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Найдем жесткость поперечного сечения вала при кручении $GI_p = 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 95,8 \cdot 10^{-8} = 766,4 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$.

Углы закручивания на участках вала

$$\varphi_1 = \frac{M_{k1} a}{GI_p} = \frac{700 \cdot 0,35}{766,4 \cdot 10^2} = 0,32 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 0,18 \text{ град};$$

$$\varphi_2 = \frac{M_{k2} b}{GI_p} = \frac{-1200 \cdot 0,25}{766,4 \cdot 10^2} = -0,39 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -0,22 \text{ град}.$$

1 рад = 57,3° (угловые градусы, град).

10. Найдем полный угол закручивания вала – угол поворота левого сечения вала A относительно правого (неподвижного) сечения B :

$$\varphi = \sum \varphi_j = \varphi_1 + \varphi_2 = 0,18 - 0,22 = -0,04 \text{ град}.$$

Ответ: диаметр сплошного круглого сечения вала $d = 5,59$ см; наружный и внутренний диаметры кольцевого сечения вала $d_n = 6,35$ см, $d_b = 4,76$ см; полный угол закручивания вала $\varphi = 0,04$ град.

Задача № 5

На стальную двухопорную балку действует нагрузка в виде сосредоточенной силы F , распределенной силы интенсивностью q и пары сил с моментом M (рис. 29).

Требуется:

– изобразить расчетную схему балки согласно варианту, указать на схеме численные значения нагрузки, линейные размеры;

– определить поперечную силу Q_y , изгибающий момент M_z на участках балки и построить эпюры; определить положение опасного сечения;

– записать условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям;

– определить осевой момент сопротивления поперечного сечения балки W_z ;

– для заданных форм поперечного сечения балки (рис. 30) определить размеры сечения: двутавровое сечение – номер двутавра (рис. 30, а); прямоугольное сечение – высоту h и ширину b (рис. 30, б). Сравнить балки с указанными формами поперечного сечения по расходу материала (по массе). Указать наиболее рациональное сечение по расходу материала.

Данные для расчета выбрать из табл. 8 по номеру варианта.

Таблица 8

| Номер строки | I | | II | III | IV | |
|--------------|---------|---------|----------|------------|------------|------------------|
| | l , м | a , м | F , кН | q , кН/м | M , кН·м | $[\sigma]$, МПа |
| 1 | 4,2 | 1,8 | 18 | 12 | 14 | 160 |
| 2 | 5,4 | 2,2 | 12 | 10 | 18 | 180 |
| 3 | 4,6 | 2,4 | 24 | 15 | 12 | 170 |
| 4 | 4,5 | 2,0 | 16 | 20 | 15 | 200 |
| 5 | 3,8 | 2,6 | 20 | 14 | 16 | 210 |
| 6 | 4,2 | 1,5 | 14 | 16 | 24 | 160 |
| 7 | 5,2 | 2,2 | 10 | 18 | 20 | 180 |
| 8 | 5,0 | 2,3 | 28 | 16 | 21 | 170 |
| 9 | 4,8 | 2,4 | 30 | 24 | 25 | 200 |
| 0 | 3,6 | 1,6 | 25 | 22 | 28 | 210 |

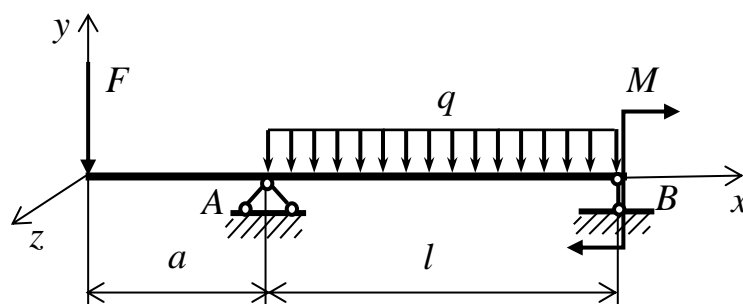


Рис. 29

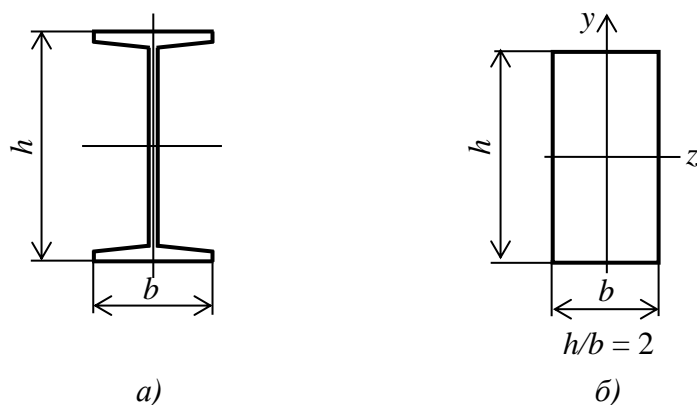


Рис. 30

Указания к решению задачи № 5

В задаче рассматривается проектировочный расчет балки при прямом изгибе. Расчет рекомендуется проводить в следующем порядке:

1. Изобразить расчетную схему балки с указанием численных значений сил F , q , момента M , линейных размеров.
2. Определить реакции опор балки A и B .
3. Разбить балку на участки так, чтобы в пределах каждого участка характер внешней нагрузки не изменялся.

Номера участков указать на схеме ($i = 1, 2, \dots$).

4. На каждом участке методом сечений определить поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_z . Мысленно провести секущую плоскость на рассматриваемом участке и составить уравнения равновесия для отсеченной части балки (левой или правой), из этих уравнений найти искомые внутренние усилия. По полученным значениям построить эпюры поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_z . При построении эпюр можно использовать справочные данные для типовых балок [1].

5. По эпюре M_z найти опасное сечение, в котором возникает наибольший по модулю изгибающий момент $|M_z|_{\max}$.

6. Записать условие прочности по нормальным напряжениям при прямом изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Из условия прочности найти осевой момент сопротивления поперечного сечения балки W_z :

$$W_z \geq \frac{|M_z|_{\max}}{[\sigma]}.$$

7. Для сечения (см. рис. 30, а) по таблице сортамента (прил. 2) подобрать номер двутавровой балки так, чтобы табличное значение осевого момента сопротивления $W_{x \text{ табл}}$ было как можно ближе к расчетному значению W_z . Проверить выполнение условия прочности для выбранного номера балки:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_{x \text{ табл}}} \leq [\sigma].$$

Расхождение между наибольшим нормальным напряжением для выбранного номера двутавра и расчетным сопротивлением не должно превышать $\pm 5 \%$ (в случае недогрузки балки допускается до 10%):

$$|\Delta\sigma| = \frac{[\sigma] - |\sigma|_{\max}}{[\sigma]} 100 \leq \pm 5 \%.$$

8. Для сечения (см. рис. 30, б) осевой момент сопротивления прямоугольного поперечного сечения балки определяется по формуле

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3}.$$

Отсюда размер b поперечного сечения балки $b \geq \sqrt[3]{\frac{3W_z}{2}}$.

Проверить выполнение условия прочности при найденных размерах b и $h = 2b$: определить численно W_z , подставить это значение в условие прочности и убедиться, что условие прочности выполняется.

9. Сравнить балки с заданными сечениями по расходу материала, учитывая соотношение площадей прямоугольного и двутаврового сечений. Указать наиболее рациональное сечение по расходу материала (по массе).

10. Результаты расчета записать в ответе.

Пример решения задачи № 5

На стальную двухопорную балку действует нагрузка в виде сосредоточенной силы F , распределенной силы интенсивностью q и пары сил с моментом M .

Требуется:

– изобразить расчетную схему балки согласно варианту задания, указать на схеме численные значения нагрузки – сил и момента, линейных размеров участков балки;

– определить поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_z на участках балки и построить эпюры; определить положение опасного сечения, в котором возникает наибольший изгибающий момент;

– составить условие прочности по нормальным напряжениям;

– определить осевой момент сопротивления поперечного сечения балки W_z ;

– для заданных форм поперечного сечения балки (см. рис. 30) определить размеры сечения: двутавровое сечение (см. рис. 30, а) – номер двутавра подобрать по таблице (см. прил. 2); прямоугольное сечение (см. рис. 30, б) – ширину b и высоту h при $h = 2b$. Сравнить балки с указанными формами поперечного сечения по расходу материала (по массе). Указать наиболее рациональное сечение балки по расходу материала.

Данные для расчета: схема балки (рис. 31); $l = 4,5$ м; $a = 1,5$ м; $F = 15$ кН; $q = 4$ кН/м; $M = 9$ кН · м; $[\sigma] = 210$ МПа.

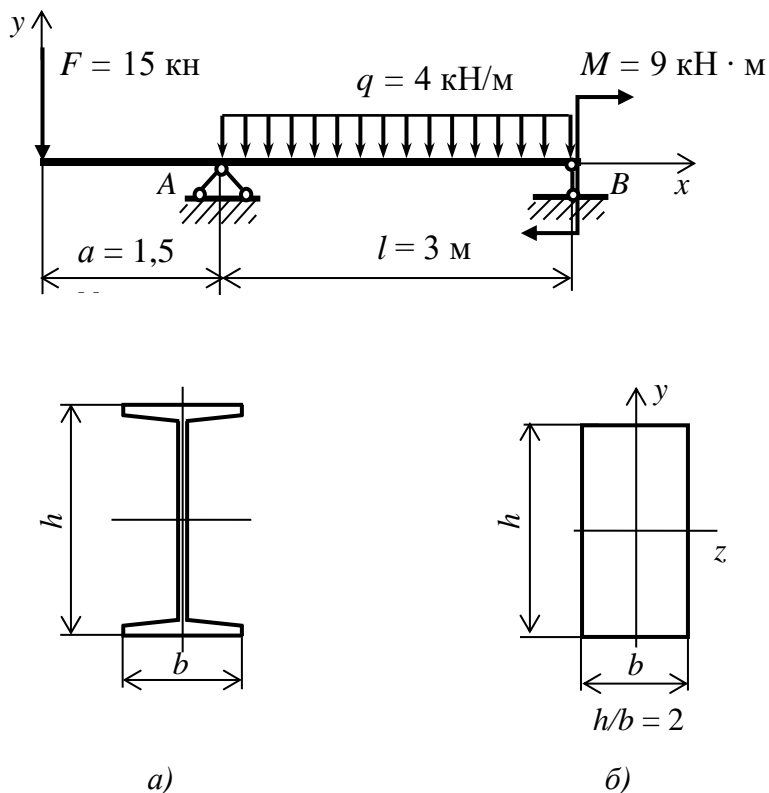


Рис. 31

Решение

В задаче рассматривается проектировочный расчет балки при прямом изгибе.

1. Изображаем расчетную схему балки с указанием численных значений сил F , q , момента M , линейных размеров (рис. 32, *a*).

2. Определяем реакции опор балки R_A и R_B из уравнений равновесия моментов относительно точек A и B :

$$\sum M_A = 0; Fa - ql \frac{l}{2} - M + R_B l = 0.$$

Отсюда

$$R_B = \frac{1}{l} \left(-Fa + ql \frac{l}{2} + M \right) = \frac{1}{4,5} \left(-15 \cdot 1,5 + 4 \cdot 4,5 \cdot \frac{4,5}{2} + 9 \right) = 6 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0; F(a + l) + ql \frac{l}{2} - M - R_A l = 0.$$

Следовательно,

$$R_A = \frac{1}{l} \left(F(a + l) + q \frac{l^2}{2} - M \right) = \frac{1}{4,5} \left(15 \cdot 6 + 4 \cdot \frac{4,5^2}{2} - 9 \right) = 27 \text{ кН.}$$

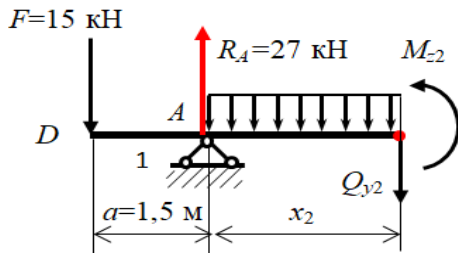
Реакции опор показываем на расчетной схеме балки (рис. 32, *a*).

3. Разбиваем балку на участки так, чтобы в пределах каждого участка характер внешней нагрузки не изменялся. Номера участков 1, 2 указываем на схеме (рис. 32, *a*).

4. Методом сечений определяем поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_z в сечениях балки: мысленно проводим секущую плоскость на каждом участке и составляем уравнения равновесия для отсеченной части балки (левой или правой), из этих уравнений находим внутренние усилия.

Для рассматриваемой схемы балки можно найти внутренние усилия, используя свойства эпюр и справочные данные для типовых балок. На левом участке 1 поперечная сила $Q_{y1} = -F = -15$ кН, что соответствует «скачку» на величину и по направлению силы F на эпюре поперечной силы. Изгибающий момент на этом участке изменяется по линейному закону $M_{z1} = -Fx_1$, где x_1 – координата, определяющая положение сечения на участке 1 (от левого конца балки D). В сечении D при $x_1 = 0$ $M_{z1}(0) = 0$, в сечении A при $x_1 = a$ $M_{z1}(a) = -Fa = -22,5$ кН · м. Эпюра изгибающего момента на участке 1 имеет вид наклонной прямой, построена на сжатых волокнах, т. е. «вниз».

Рассмотрим подробнее определение внутренних усилий на участке 2 как более сложном по виду нагрузки. Отсеченная левая часть балки показана на схеме слева. Составим уравнения равновесия для этой части балки при $0 \leq x_2 \leq l$.



Уравнение проекций сил, приложенных к отсеченной левой части балки, на ось y

$$\sum Y = 0; -F + R_A - qx_2 - Q_{y2} = 0.$$

Отсюда

$$Q_{y2} = -F + R_A - qx_2 = -15 + 27 - 4x_2 = 12 - 4x_2.$$

Уравнение моментов составляем относительно оси z в поперечном сечении (на схеме сверху след этой оси показан выделенной точкой на правом конце отсеченной части балки):

$$\sum M_z = 0; F(a + x_2) - R_A x_2 + qx_2 \frac{x_2}{2} + M_{z2} = 0.$$

Отсюда

$$M_{z2} = -F(a + x_2) + R_A x_2 - qx_2 \frac{x_2}{2} = -15(1,5 + x_2) + 27x_2 - 4 \frac{x_2^2}{2}.$$

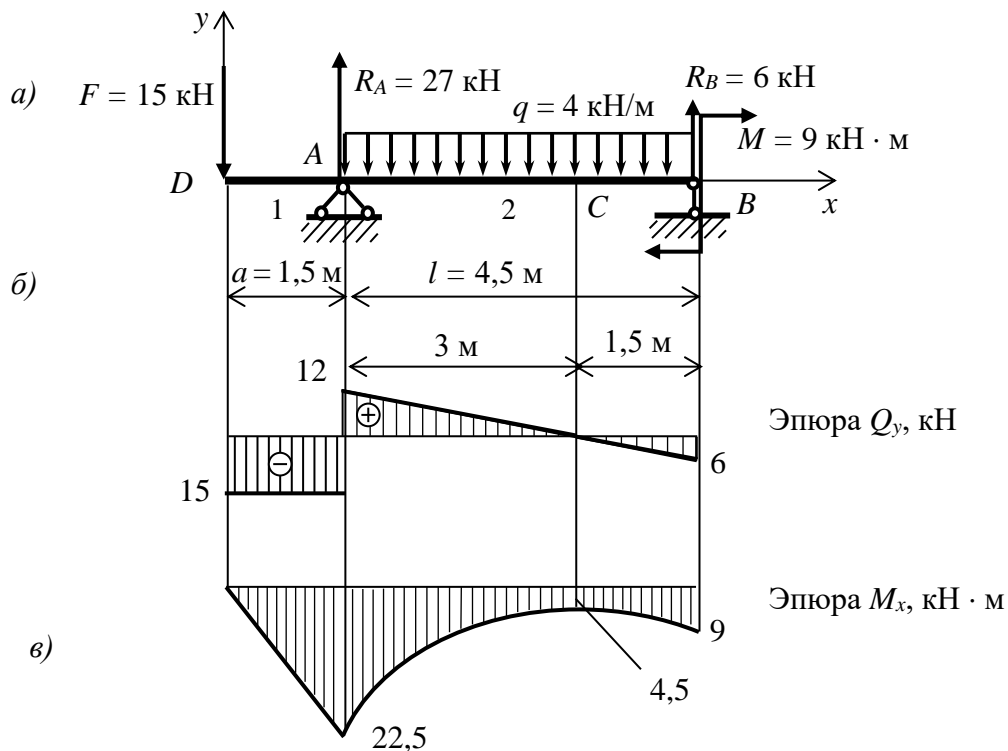


Рис. 32

По выражениям для Q_{y2} и M_{z2} находим численные значения внутренних усилий на участке 2 в характерных сечениях:

$$x_2 = 0; Q_{y2}(0) = 12 \text{ кН}; M_{z2}(0) = -22,5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$x_2 = l = 4,5 \text{ м}; Q_{y2}(l) = -6 \text{ кН}; M_{z2}(l) = -9 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим положение сечения C , в котором на участке 2 поперечная сила меняет знак: $Q_{y2} = 12 - 4x_2 = 0$ при $x_2^* = 3 \text{ м}$ – от точки A .

В этом сечении изгибающий момент принимает экстремальное значение $M_{z \max} = -4,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

По полученным значениям строим эпюры поперечной силы Q_y (см. рис. 32, б) и изгибающего момента M_z (см. рис. 32, в), эпюру M_z строим на сжатых волокнах (отрицательные значения изгибающих моментов откладываем вниз).

5. По эпюре M_z находим опасное сечение, в котором возникает наибольший по модулю изгибающий момент $|M_z|_{\max} = 22,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

6. Условие прочности при прямом изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Из условия прочности определяем осевой момент сопротивления поперечного сечения балки W_z :

$$W_z \geq \frac{|M_z|_{\max}}{[\sigma]} = \frac{22,5 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6} = 107,14 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 107,14 \text{ см}^3.$$

7. Для сечения (см. рис. 31, а) по таблице сортамента (см. прил. 2) подбираем номер двутавровой балки так, чтобы табличное значение осевого момента сопротивления $W_{x \text{ табл}}$ было как можно ближе к расчетному значению W_z . Выбираем двутавровую балку № 16, $W_{x \text{ табл}} = 109 \text{ см}^3$; $A = 20,2 \text{ см}^2$. Проверяем выполнение условия прочности для выбранного номера балки:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_{x \text{ табл}}} = \frac{22,5 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^6} = 206,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 206,4 \text{ МПа}.$$

Условие прочности выполнено при $[\sigma] = 210 \text{ МПа}$.

Определим расхождение между наибольшим нормальным напряжением для выбранного номера двутавра и допусковым напряжением

$$|\Delta\sigma| = \frac{[\sigma] - |\sigma|_{\max}}{[\sigma]} 100 \% = \frac{210 - 206,4}{210} 100 \% = 1,7 \%,$$

допустимое расхождение – до 5 %.

8. Для сечения (см. рис. 31, б) осевой момент сопротивления прямоугольного поперечного сечения балки определяется по формуле

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3}.$$

Отсюда размер b поперечного сечения балки

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3W_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 107,14}{2}} = 5,44 \text{ см.}$$

Размер $h = 2b = 2 \cdot 5,44 = 10,88$ см.

Площадь прямоугольного сечения балки

$$A_{\text{пр}} = bh = 5,44 \cdot 10,88 = 59,2 \text{ см}^2.$$

Проверяем выполнение условия прочности при найденном размере b :

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{5,44 \cdot 10,88^2}{6} = 107,32 \text{ см}^3.$$

Наибольшее нормальное напряжение

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} = \frac{22,5 \cdot 10^3}{107,32 \cdot 10^{-6}} = 209,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 209,6 \text{ МПа} \leq [\sigma].$$

Условие прочности выполнено при $[\sigma] = 210$ МПа.

9. Сравним балки с указанными формами поперечного сечения по расходу материала (по массе). Определим соотношение площадей поперечных сечений балок:

$$\frac{A_{\text{пр}}}{A} = \frac{59,2}{20,2} = 2,93.$$

В таком же соотношении находятся массы и, соответственно, веса балок, т. е. при одинаковой прочности расход материала на балку с прямоугольным сечением почти в три раза больше, чем на двутавровую балку. Наиболее рациональным по расходу материала является двутавровое сечение.

Ответ: двутавровая балка № 16; прямоугольное сечение с размерами $b = 5,44$ см; $h = 10,88$ см.

Задача № 6

Для двух заданных схем балок – двухопорной консольной (рис. 33, а) и консоли (рис. 33, б) – требуется:

- изобразить расчетную схему балки;
- построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента;
- из условия прочности подобрать:

а) для схемы (рис. 33, а) определить размеры поперечного сечения стальной балки для заданных форм: двутавровое сечение – подобрать номер двутавра; прямоугольное сечение – определить высоту h и ширину b при $h/b = k$; принять допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа;

б) для схемы (рис. 33, б) найти диаметр d круглого поперечного сечения деревянной балки при допускаемом напряжении $[\sigma] = 10$ МПа.

Данные для расчета и схемы балок выбрать по варианту из табл. 9.

Таблица 9

| Номер строки | I | II | | | III | | IV | |
|--------------|-------------|---------|---------|---------|----------|--------------|------------|-----|
| | Номер схемы | a , м | b , м | c , м | F , кН | M , кН · м | q , кН/м | k |
| 1 | 1 | 1,0 | 0,8 | 2,0 | 15 | 10 | 30 | 1,5 |
| 2 | 2 | 1,2 | 0,9 | 1,8 | 17 | 12 | 28 | 1,8 |
| 3 | 3 | 1,4 | 1,0 | 1,6 | 19 | 14 | 26 | 2,0 |
| 4 | 4 | 1,3 | 1,1 | 1,4 | 10 | 16 | 24 | 2,5 |
| 5 | 5 | 1,1 | 1,4 | 1,7 | 12 | 18 | 22 | 1,0 |
| 6 | 6 | 1,6 | 1,3 | 1,9 | 14 | 20 | 20 | 1,6 |
| 7 | 7 | 1,5 | 1,2 | 1,5 | 16 | 12 | 32 | 1,4 |
| 8 | 8 | 2,0 | 0,7 | 1,1 | 13 | 16 | 20 | 2,2 |
| 9 | 9 | 1,9 | 0,6 | 1,2 | 18 | 14 | 34 | 2,4 |
| 0 | 10 | 1,8 | 1,5 | 1,0 | 20 | 18 | 36 | 1,2 |

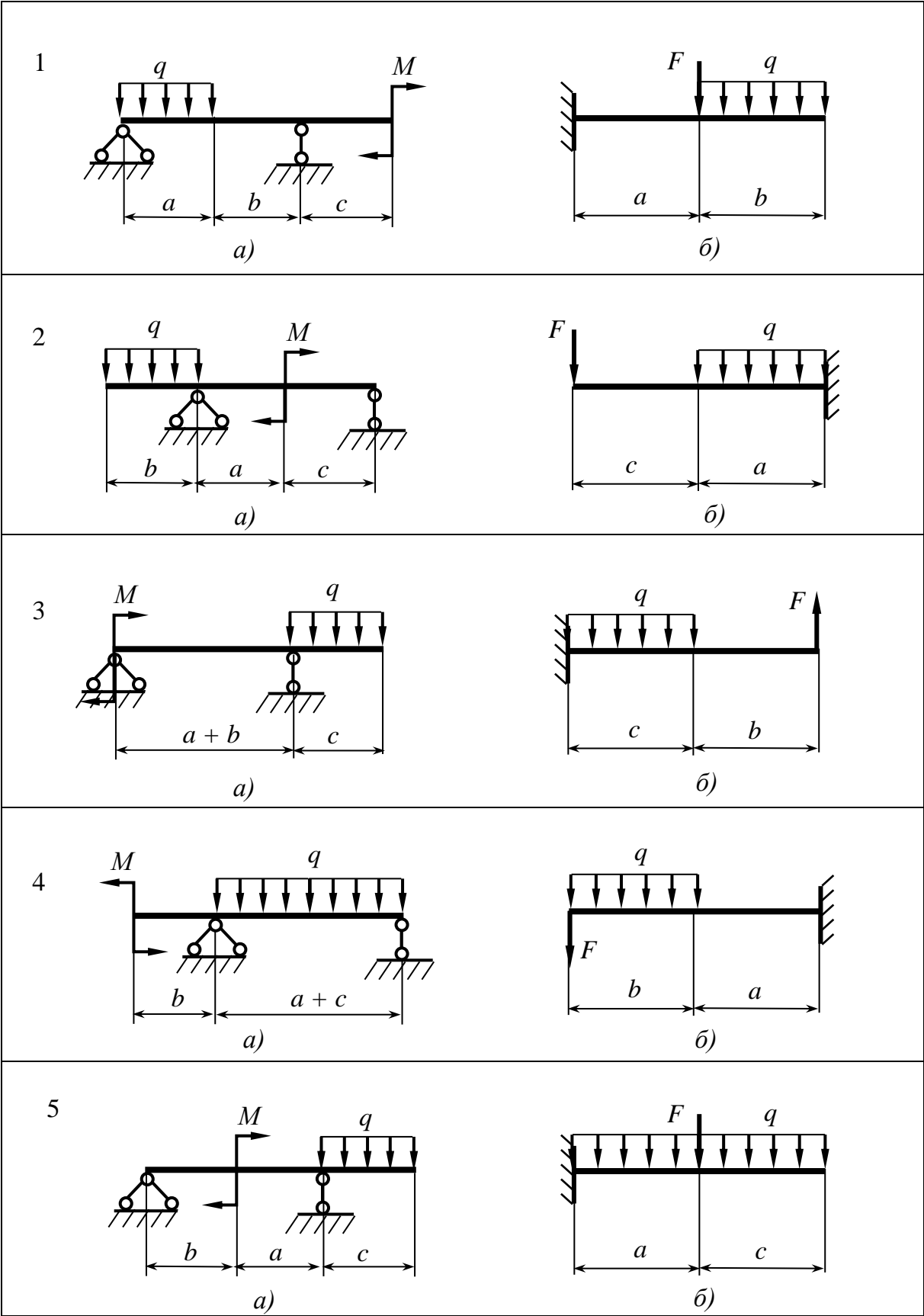


Рис. 33

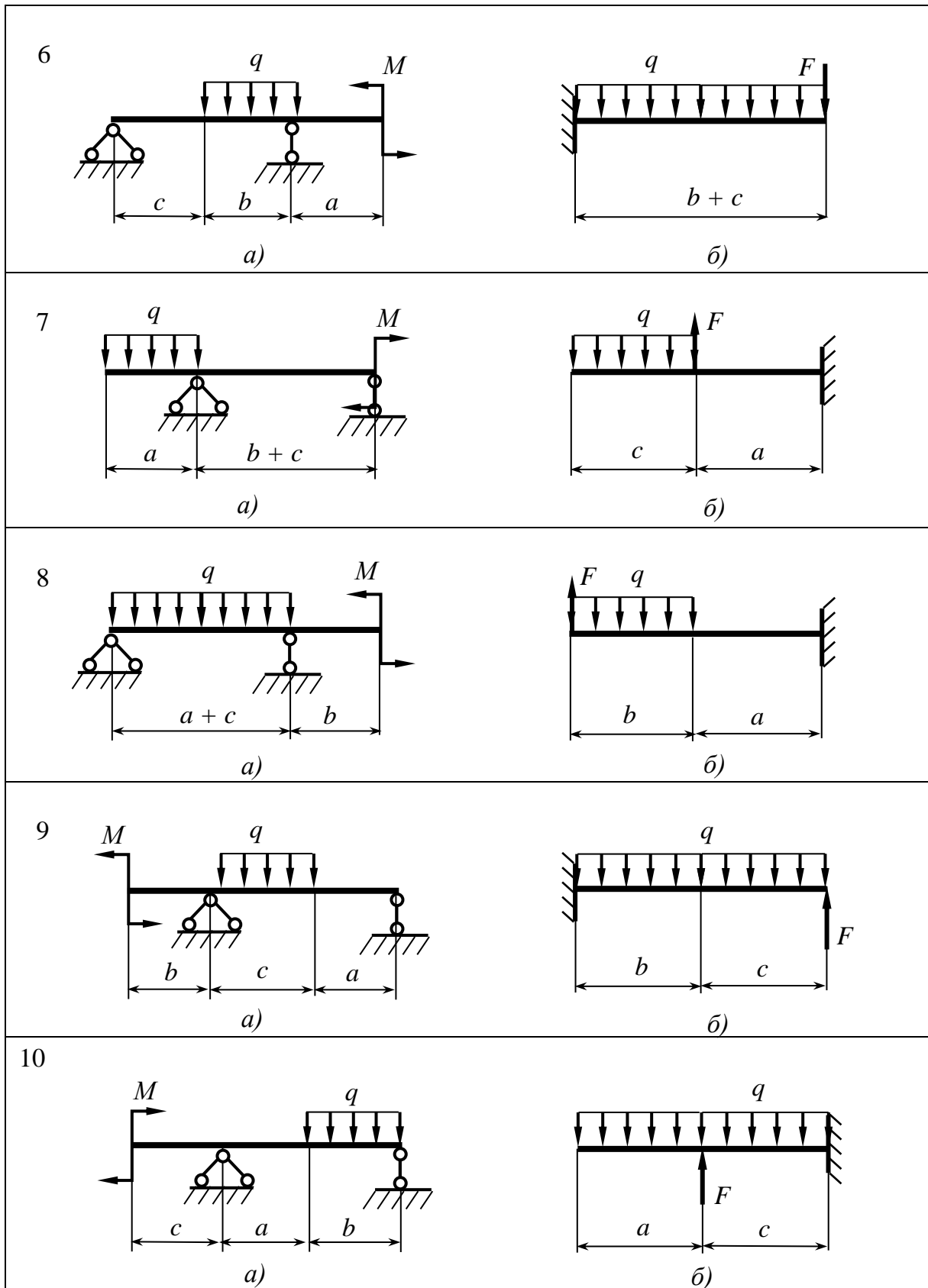


Рис. 33. Окончание

Указания к решению задачи № 6

В задаче рассматривается проектировочный расчет стержня при прямом изгибе. Стержень в случае изгиба называется *балкой*. Расчет рекомендуется проводить в следующем порядке:

1. Изобразить расчетную схему балки с указанием численных значений сил F , q , моментов M , линейных размеров.

2. Определить реакции опор балки. При определении реакций следует учитывать вид опоры и выбирать уравнения равновесия так, чтобы в каждое уравнение входила одна неизвестная реакция. Для двухопорной балки (см. рис. 33, *а*) при действии плоской системы параллельных сил следует использовать вторую форму уравнений равновесия, а для консоли (см. рис. 33, *б*) – первую форму уравнений равновесия. Правильность найденных значений реакций требуется проверить. Для этого необходимо составить уравнение равновесия, которое не использовалось при расчете ранее. При подстановке в него значений найденных реакций опор оно обращается в тождество.

3. Разбить балку на участки так, чтобы в пределах каждого участка характер внешней нагрузки не изменялся.

Номера участков указать на схеме ($i = 1, 2, 3 \dots$).

4. На каждом участке методом сечений определить поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_z : мысленно провести секущую плоскость на рассматриваемом участке и составить уравнения равновесия для отсеченной части балки (левой или правой), из этих уравнений найти искомые внутренние усилия. По полученным значениям построить эпюры поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_z (эпюру M_z строить на сжатых волокнах).

5. По эпюре M_z найти опасное сечение, в котором возникает наибольший по модулю изгибающий момент $|M_z|_{\max}$.

6. Записать условие прочности при изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Из условия прочности найти осевой момент сопротивления поперечного сечения балки W_z :

$$W_z \geq \frac{|M_z|_{\max}}{[\sigma]}.$$

7. Для схемы (см. рис. 33, а) по таблице сортамента (см. прил. 2) подобрать номер двутавровой балки так, чтобы табличное значение осевого момента сопротивления $W_{x \text{ табл}}$ было как можно ближе к расчетному значению W_z . Проверить выполнение условия прочности для выбранного номера балки:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_{x \text{ табл}}} \leq [\sigma].$$

Расхождение между наибольшим нормальным напряжением для выбранного номера двутавра и допускаемым напряжением не должно превышать $\pm 5 \%$:

$$|\Delta\sigma| = \frac{[\sigma] - |\sigma|_{\max}}{[\sigma]} 100 \% \leq \pm 5 \%.$$

Определить размеры прямоугольного поперечного сечения балки. Момент сопротивления прямоугольного сечения относительно поперечной оси z ($h/b = k$)

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b^3k^2}{6}.$$

$$\text{Отсюда } b \geq \sqrt[3]{\frac{6W_z}{k^2}}; \quad h = kb.$$

Сравнить балки с двутавровым и прямоугольным сечениями по расходу материала. Масса M балки пропорциональна площади поперечного сечения A . Для балок с заданными сечениями получим

$$\frac{M_{\text{пр}}}{M_{\text{дв}}} = \frac{A_{\text{пр}}}{A_{\text{дв}}},$$

где $M_{\text{пр}}, A_{\text{пр}} = bh$ – масса и площадь поперечного сечения балки с прямоугольным сечением; $M_{\text{дв}}, A_{\text{дв}}$ – масса и площадь поперечного сечения двутавровой балки, принимаются по номеру балки из таблицы (см. прил. 2).

8. Для схемы (см. рис. 33, б) осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения балки определяется по формуле

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Отсюда диаметр d поперечного сечения балки

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32W_z}{\pi}}.$$

Проверить выполнение условия прочности при найденном диаметре d : определить численно W_z , подставить это значение в условие прочности и убедиться, что условие выполняется.

9. Результаты расчета записать в ответе.

Пример решения задачи № 6

Задача № 6, схема «а». Для заданной схемы двухопорной балки (см. рис. 33, а) требуется:

- изобразить расчетную схему балки;
- построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента;
- из условия прочности определить размеры поперечного сечения стальной балки для заданных форм: двутавровое сечение – подобрать номер двутавра (см. прил. 2); прямоугольное сечение – определить высоту h и ширину b при $h/b = k$; принять допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

Данные для расчета: схема балки (рис. 34); $F = 8$ кН; $q = 10$ кН/м; $M = 15$ кН · м; $a = 1,5$ м; $b = 3$ м; $h/b = k = 2$.

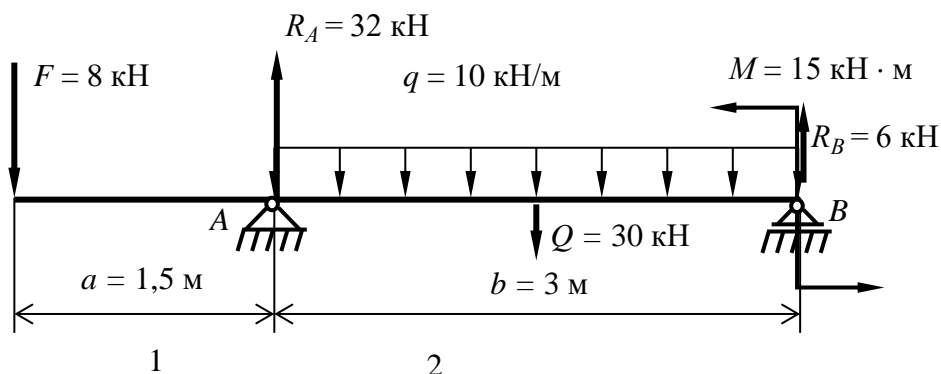


Рис. 34

Решение

1. Изображаем расчетную схему балки с указанием численных значений нагрузки и линейных размеров. Распределенную нагрузку приводим к равнодействующей $Q = qb$.

2. Находим реакции опор. Составляем уравнения равновесия моментов относительно точек A и B (рис. 35, a):

$$\sum M_A = 0; Fa + M - Q \frac{b}{2} + R_B b = 0;$$

$$R_B = \frac{1}{b} \left(-Fa - M + Q \frac{b}{2} \right) = \frac{1}{3} \left(-8 \cdot 1,5 - 15 + 30 \frac{3}{2} \right) = 6 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0; F(a + b) + Q \frac{b}{2} + M - R_A a = 0;$$

$$R_A = \frac{1}{b} \left(F(a + b) + Q \frac{b}{2} + M \right) = \frac{1}{3} \left(8(1,5 + 3) + 30 \frac{3}{2} + 15 \right) = 32 \text{ кН.}$$

Проверяем правильность определения реакций опор. Составим уравнение проекций сил на ось y :

$$\sum Y = 0; -F + R_A - Q + R_B = 0; -8 + 32 - 30 + 6 = 0; 0 = 0.$$

Реакции опор найдены верно. Показываем их на схеме балки в действительном направлении (рис. 35, a).

3. Разбиваем балку на участки 1 и 2 .

4. На каждом участке методом сечений определяем поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_z . Для отсеченной части балки составляем уравнения равновесия проекций сил на ось y и уравнения равновесия моментов относительно оси z , проходящей через поперечное сечение. Отсеченные части балки показаны на рис. 35, a .

Участок 1 : $0 \leq x_1 \leq a$.

$$\sum Y = 0; -Q_y - F = 0; Q_y = -F = -8 \text{ кН;}$$

$$\sum M_z = 0; M_{z1} + Fx_1 = 0; M_{z1} = -Fx_1;$$

$$M_{z1}(0) = 0; M_{z1}(a) = M_{z1}(1,5) = -8 \cdot 1,5 = -12 \text{ кНм.}$$

Участок 2 : $0 \leq x_2 \leq b$ – координату x_2 откладываем от сечения B справа налево.

$$\sum Y = 0; Q_{y2} + R_B - qx_2 = 0;$$

$$Q_{y2} = -R_B + qx_2;$$

$$Q_{y2}(0) = -R_B = -6 \text{ кН} - \text{в сечении } B;$$

$$Q_{y2}(b) = Q_{y2}(3) = -R_B + qb = -6 + 10 \cdot 3 = 24 \text{ кН} - \text{в сечении } A.$$

$$\sum M_z = 0; M + R_B x_2 - qx_2 \frac{x_2}{2} - M_{z2} = 0;$$

$$M_{z2} = M + R_B x_2 - \frac{qx_2^2}{2};$$

$$M_{z2}(0) = M = 15 \text{ кНм};$$

$$M_{z2}(b) = M + R_B b - \frac{qb^2}{2} = 15 + 6 \cdot 3 - \frac{10 \cdot 3^2}{2} = -12 \text{ кНм}.$$

Определим положение сечения на участке 2, в котором поперечная сила Q_{z2} равна нулю, а изгибающий момент M_{z2} имеет максимальное значение:

$$Q_{y2} = 0 \text{ при } x_2^* = \frac{R_B}{q} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ м};$$

$$M_{z2\max} = M + R_B x_2^* - \frac{qx_2^{*2}}{2} = 15 + 6 \cdot 0,6 - \frac{10 \cdot 0,6^2}{2} = 16,8 \text{ кНм}.$$

По полученным значениям строим эпюры поперечной силы и изгибающего момента (рис. 35, б, в). Положительные значения откладываем на эпюре вверх от базовой линии (оси эпюры), отрицательные – вниз, при этом эпюру M_z строим на сжатых волокнах.

5. По эпюре M_z находим опасное сечение, в котором возникает наибольший изгибающий момент $|M_z|_{\max} = 16,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

6. Условие прочности при изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Отсюда

$$W_z \geq \frac{|M_z|_{\max}}{[\sigma]} = \frac{16,8 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 105 \cdot 10^6 \text{ м}^3 = 105 \text{ см}^3.$$

7. По найденному значению осевого момента сопротивления W_z находим размеры заданных сечений балки.

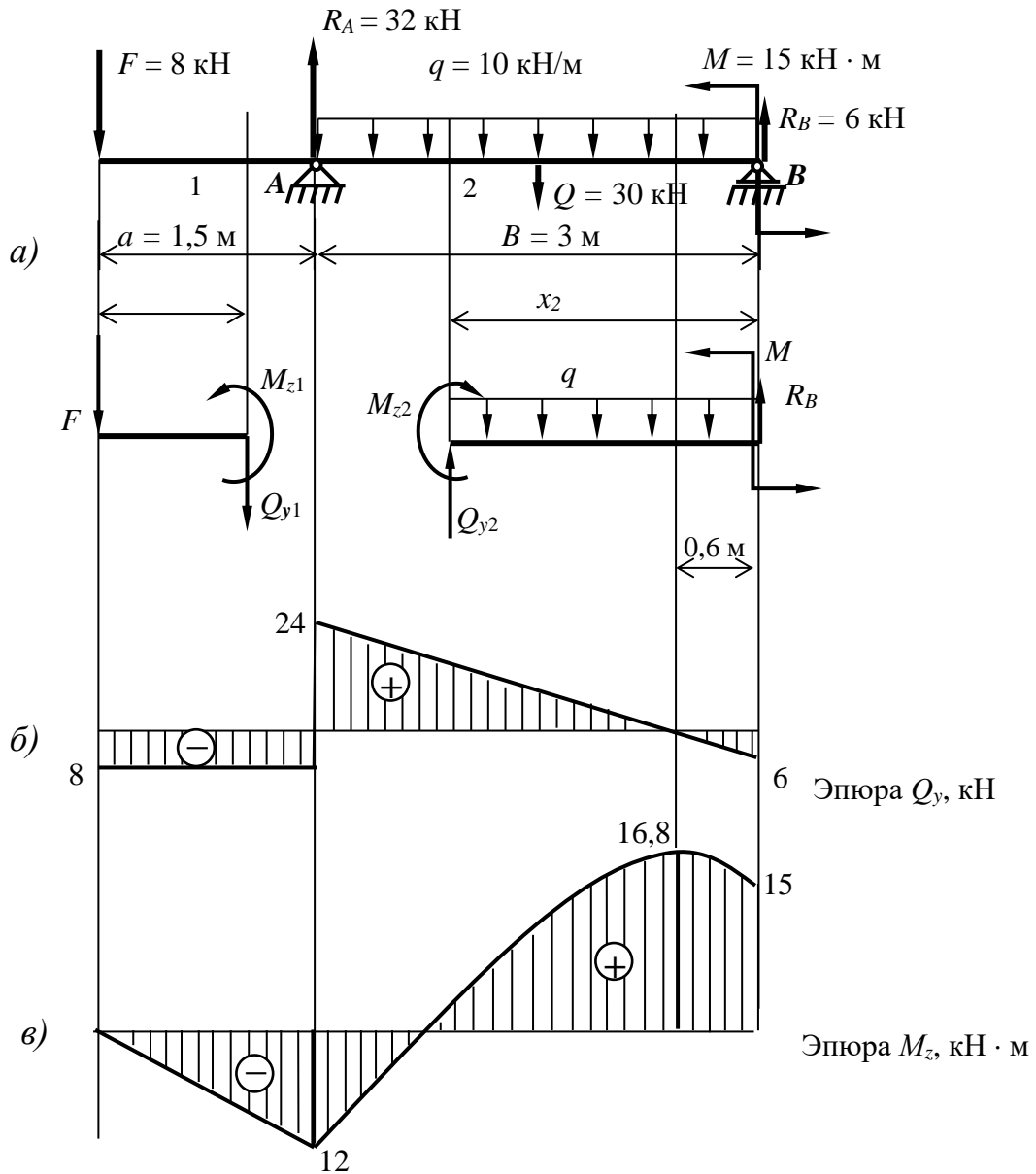


Рис. 35

По таблице (см. прил. 2) подбираем номер двутавровой балки, ближайшее большее значение осевого момента сопротивления

$$W_z = W_{x \text{ табл}} = 109 \text{ см}^3,$$

что соответствует двутавру № 16.

8. Находим размеры прямоугольного сечения

$$b = \sqrt[3]{\frac{6W_z}{k^2}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 105}{2^2}} = 5,4 \text{ см}; h = 2b = 10,8 \text{ см}.$$

9. Проверим выполнение условия прочности.

Наибольшее нормальное напряжение для балки № 16

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} = \frac{16,8 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^{-6}} = 154,1 \cdot 10^6 \text{ Па} = 154,1 \text{ МПа}.$$

Определим отклонение нормального напряжения от допускаемого:

$$\Delta\sigma = \frac{160 - 154,1}{160} 100 \% = 3,7 \%.$$

Двутавровая балка недогружена на 3,7 %, что допустимо ($\Delta\sigma \leq \pm 5 \%$).

Балка с прямоугольным сечением:

а) момент сопротивления

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{5,4 \cdot 10,8^2}{6} = 104,98 \text{ см}^3 \approx 105 \text{ см}^3;$$

б) наибольшее нормальное напряжение

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} = \frac{16,8 \cdot 10^3}{105 \cdot 10^{-6}} = 160 \text{ МПа} \leq [\sigma] - \text{условие прочности}$$

выполнено.

10. Сравним балки по расходу материала. Площадь поперечного сечения балки № 16 $A_{\text{дв}} = 20,2 \text{ см}^2$ (см. прил. 2), площадь прямоугольного сечения $A_{\text{пр}} = bh = 5,4 \cdot 10,8 = 58,32 \text{ см}^2$. Массы (веса) балок пропорциональны площади сечения, тогда

$$\frac{M_{\text{пр}}}{M_{\text{дв}}} = \frac{A_{\text{пр}}}{A_{\text{дв}}} = \frac{58,32}{20,2} = 2,887 \approx 2,9.$$

По расходу материала двутавровая балка рациональнее балки с прямоугольным сечением, её масса (вес) при одинаковой прочности балок в 2,9 раза меньше.

Ответ: двутавровая балка № 16, балка с прямоугольным сечением $b = 5,4 \text{ см}$, $h = 10,8 \text{ см}$.

Задача № 6, схема «б». Для заданной схемы балки-консоли (см. рис. 33, б) требуется:

- изобразить расчетную схему балки;
- построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента;
- из условия прочности найти диаметр d круглого поперечного сечения деревянной балки при допускаемом напряжении $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$.

Данные для расчета: схема балки (рис. 36, а); $F = 12 \text{ кН}$; $M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $c = 3 \text{ м}$.

Решение

1. Изображаем заданную балку (консоль) с указанием численных значений силы F и момента M , линейных размеров (рис. 36, *a*).

2. Находим реакции заделки из уравнений равновесия:

$$\sum M_A = 0; -M + F(a + c) + M_A = 0.$$

Отсюда момент заделки

$$M_A = M - F(a + c) = 20 - 12(2 + 3) = -40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Момент заделки направлен по ходу часовой стрелки (рис. 36, *a*).

$\sum Y = 0; F - R_A = 0; R_A = F = 12 \text{ кН}$ – реакция R_A направлена вниз, как показано на рис. 36, *a*.

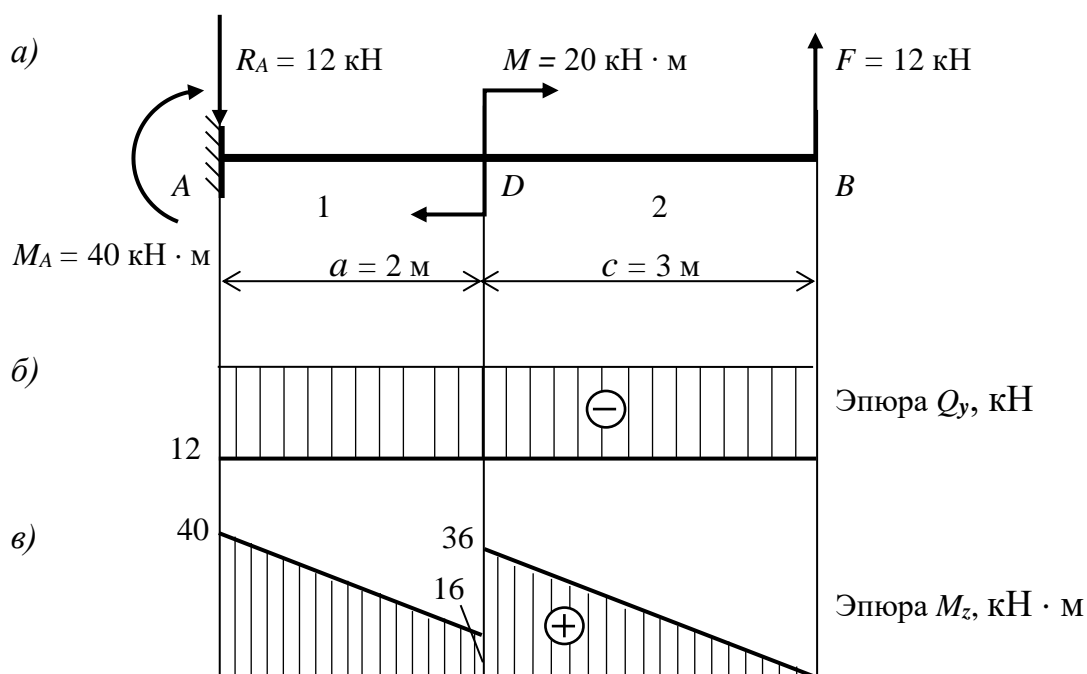


Рис. 36

Проверить правильность определения реакций заделки можно, составив уравнение равновесия моментов относительно какой-либо точки и убедившись в его выполнении:

$$\sum M_B = 0; R_A(a + c) - M - M_A = 0; 12(2 + 3) - 20 - 40 = 0; 60 - 60 = 0 \text{ – реакции найдены верно.}$$

3. Разбиваем балку на участки 1 и 2.

4. На каждом участке методом сечений определяем внутренние усилия – поперечную силу Q_y и изгибающий момент M_z (порядок определения и пояснения – см. решение задачи № 6, схема «а»).

$$\text{Участок 1: } 0 \leq x_1 \leq a = 2 \text{ м; } Q_{y1} = -R_A = -12 \text{ кН;}$$

$$M_{z1} = M_A - R_A x_1 = 40 - 12x_1; \quad M_{z1}(0) = M_A = 40 \text{ кН} \cdot \text{м;}$$

$$M_{z1}(a) = M_A - R_A a = 40 - 12 \cdot 2 = 16 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$\text{Участок 2: } 0 \leq x_2 \leq c = 3 \text{ м; } Q_{y2} = -F = -12 \text{ кН} = Q_{y1}.$$

$$M_{z2} = F x_2 = 12x_2; \quad M_{z2}(0) = 0;$$

$$M_{z2}(c) = F \cdot c = 12 \cdot 3 = 36 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

На эпюре изгибающих моментов M_z в сечении D скачок на величину момента $M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

5. По эпюре M_z находим $M_{z \max} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

6. Условие прочности при изгибе

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} \leq [\sigma].$$

7. Осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения балки

$$W_z = W_y = \frac{\pi d^3}{32},$$

где d – диаметр круглого сечения балки.

Тогда условие прочности

$$|\sigma|_{\max} = \frac{32|M_z|_{\max}}{d^3\pi} \leq [\sigma],$$

отсюда получим

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32|M_z|_{\max}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 10 \cdot 10^6}} = 34,4 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 34,4 \text{ см.}$$

8. Проверим выполнение условия прочности.

Осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения балки

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 34,4^3}{32} = 3994,4 \text{ см}^3.$$

Наибольшее нормальное напряжение в опасном сечении балки

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_z|_{\max}}{W_z} = \frac{40 \cdot 10^3}{3994,4 \cdot 10^{-6}} = 10,01 \cdot 10^6 \text{ Па} = 10,01 \text{ МПа.}$$

Условие прочности выполнено, $\sigma_{\max} \approx [\sigma]$. Наибольшее нормальное напряжение незначительно отличается от допускаемого ($\Delta\sigma \approx 0,1\%$), что объясняется округлением результатов численных расчетов.

Ответ: диаметр круглого сечения балки $d = 34,4$ см.

Задача № 7

Расчет на прочность вала при совместном действии кручения и изгиба.

На стальной вал механической передачи насажено зубчатое колесо 1 и шкив 2 ременной передачи (рис. 37). На колесо действуют окружная сила F_t и радиальная сила $F_r = F_t \cdot \operatorname{tg}20^\circ = F_t \cdot 0,364$, от шкива на вал передаются сила F_B и вращающий момент M_2 ; D – диаметр колеса; a – расстояние между характерными сечениями вала.

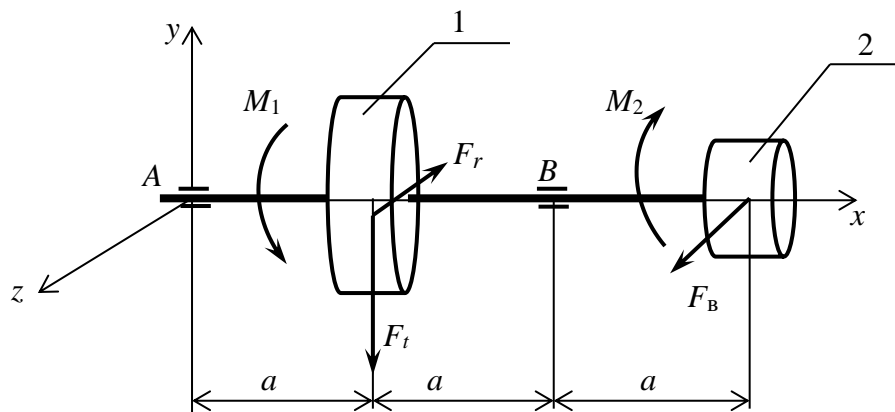


Рис. 37

Требуется:

– определить диаметр вала по условию прочности при кручении

$$d_{\text{к}} = \sqrt[3]{\frac{16 M_1}{\pi[\tau]}}$$

где M_1 – вращающий момент, $M_1 = \frac{2F_t}{D}$; $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение;

– округлить найденное значение диаметра до ближайшего большего значения из стандартного ряда: 10; 10,5; 11; 11,5; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 33; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 52; 55; 60; 63; 65; 70 ...;

– привести нагрузку к оси вала, построить эпюры изгибающих моментов M_z и M_y в плоскостях xu и xz соответственно и эпюру крутящего момента, считая $M_1 = M_2$;

– найти опасное сечение вала, в котором возникает наибольший эквивалентный (приведенный) момент, определив его величину по третьей теории прочности:

$$M_{\text{экв max}} = \left| \sqrt{M_z^2 + M_y^2 + M_k^2} \right|_{\text{max}} ;$$

– выполнить проверку вала на статическую прочность при совместном действии кручения и изгиба, найти наибольшее эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{экв max}} = \frac{M_{\text{экв max}}}{W_{\text{и}}},$$

где $W_{\text{и}}$ – осевой момент сопротивления поперечного сечения вала, $W_{\text{и}} = \frac{\pi d^3}{32}$; d – стандартный диаметр вала;

– проверить выполнение условия прочности по коэффициенту запаса прочности n :

$$n = \frac{\sigma_{\text{T}}}{\sigma_{\text{экв}}} \geq [n],$$

где σ_{T} – предел текучести стали; $[n]$ – допускаемое значение коэффициента запаса прочности, $[n] = 1, 2 \dots 4$.

Данные для расчета выбрать из табл. 10 по варианту.

Таблица 10

| Номер варианта | F_t , Н | F_B , Н | D , мм | a , мм | $[\tau]$, МПа | σ_T , МПа |
|----------------|-----------|-----------|----------|----------|----------------|------------------|
| 1 | 4800 | 900 | 280 | 220 | 55 | 320 |
| 2 | 2600 | 1000 | 420 | 240 | 60 | 340 |
| 3 | 2700 | 600 | 380 | 180 | 65 | 360 |
| 4 | 4200 | 800 | 260 | 200 | 50 | 300 |
| 5 | 3900 | 700 | 240 | 240 | 40 | 300 |
| 6 | 3500 | 1100 | 300 | 160 | 45 | 320 |
| 7 | 4400 | 1200 | 320 | 200 | 50 | 340 |
| 8 | 3000 | 1300 | 400 | 220 | 55 | 360 |
| 9 | 3200 | 1400 | 460 | 240 | 60 | 300 |
| 10 | 3600 | 1200 | 500 | 180 | 65 | 320 |
| 11 | 2800 | 1000 | 600 | 280 | 40 | 340 |
| 12 | 4200 | 1100 | 520 | 220 | 45 | 360 |
| 13 | 5000 | 1400 | 480 | 240 | 50 | 360 |
| 14 | 5200 | 1300 | 440 | 180 | 55 | 340 |
| 15 | 4400 | 1500 | 560 | 200 | 60 | 320 |

Указания к решению задачи № 7

В задаче рассматривается расчет вала при статической нагрузке. Валы механических передач работают в условиях совместного действия кручения и изгиба. В этом случае расчет вала проводится в два этапа: на первом этапе – проектировочный расчет вала на прочность вала с учетом только крутящего момента, на втором этапе – проверочные расчеты. В задаче необходимо выполнить проверочный расчет с учетом изгиба вала в двух плоскостях $xу$ и xz , используя третью теорию прочности (теорию наибольших касательных напряжений [1; 4]).

Пример решения задачи № 7

Данные для расчета: окружная сила $F_t = 3600$ Н; радиальная сила $F_r = F_t \cdot \operatorname{tg}20^\circ = 3600 \cdot 0,364 = 1310$ Н, от шкива на вал передаются сила $F_B = 2000$ Н и вращающий момент M_2 ; диаметр колеса $D = 420$ мм; расстояние между характерными сечениями вала $a = 0,2$ м, $[\tau] = 55$ МПа, $\sigma_T = 280$ МПа.

Решение

1. Изображаем схему вала согласно варианту (рис. 38, а).
2. Определяем момент M_1 , приложенный к зубчатому колесу:

$$M_1 = \frac{F_t D}{2} = \frac{0,42 \cdot 3600}{2} = 756 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Из условия равновесия моментов относительно оси x получаем $M_1 = M_2$.

3. Определим диаметр вала по условию прочности при кручении:

$$d_k = \sqrt[3]{\frac{16 M_1}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 756}{3,14 \cdot 55 \cdot 10^6}} = 4,12 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 41,2 \text{ мм}.$$

Выбираем ближайшее большее значение диаметра вала из стандартного ряда $d = 42$ мм. Найдем момент сопротивления поперечного сечения вала при изгибе W_n :

$$W_p = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 42^3 \cdot 10^{-9}}{32} = 7,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

4. Составим расчетную схему вала. Приводим силы к оси вала. Точки приложения сил переносим на ось вала x , добавляя моменты присоединенных пар, равных по величине моменту M_1 . Составляем расчетную схему вала (рис. 38, б).

Определяем реакции опор из уравнений равновесия моментов относительно точек A и B .

$$\begin{aligned} \text{Плоскость } xy: \quad \sum M_A = 0; \quad -F_t a + R_{By} \cdot 2a = 0; \\ \sum M_B = 0; \quad F_t a - R_{Ay} \cdot 2a = 0. \end{aligned}$$

Подставляя численные значения сил и линейных размеров в уравнения, найдем вертикальные реакции опор:

$$R_{Ay} = R_{By} = 1800 \text{ Н}.$$

Вертикальные реакции опор можно найти без составления уравнений равновесия, учитывая симметрию нагрузки.

Плоскость xz . В этой плоскости к валу приложены силы F_r и F_b .

Определим реакции R_{Az} и R_{Bz} из уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; \quad F_r a - F_b \cdot 3a + R_{By} \cdot 2a = 0; \\ \sum M_B = 0; \quad -F_r a - F_b a + R_{Ay} \cdot 2a = 0. \end{aligned}$$

Подставляя численные значения сил и линейных размеров, найдем $R_{Az} = 1655$ Н, $R_{Bz} = 2345$ Н.

Показываем реакции на расчетной схеме в действительном направлении (рис. 38, б).

5. Рассматриваем вал как двухопорную балку, нагруженную сосредоточенными силами в двух плоскостях. Изгибающий момент в сечении балки равен сумме моментов внешних сил, приложенных левее или правее данного сечения.

Рассмотрим вертикальную плоскость xz . Определяем изгибающие моменты M_z в характерных сечениях. В сечениях над опорами A и B изгибающие моменты равны нулю. В сечении D посередине пролета AB изгибающий момент

$$M_{zI} = R_{Ay} \cdot a = 1800 \cdot 0,2 = 360 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюру изгибающего момента M_z на сжатых волокнах. Отмечаем в сечениях A , B и D ординаты и соединяем прямыми линиями полученные точки эпюры (рис. 38, в).

В горизонтальной плоскости xz найдем изгибающие моменты в характерных сечениях A , D , B и C :

$$M_{yA} = M_{yC} = 0;$$

$$M_{yD} = -R_{Az}a = 1655 \cdot 0,2 = 331 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{yB} = -F_B a = 2000 \cdot 0,2 = 400 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Строим эпюру изгибающего момента M_y по найденным ординатам (рис. 38, г).

Эпюру крутящего момента строим на участке между колесом и шкивом, $M_k = M_1$ (рис. 38, д).

6. Находим эквивалентный момент по третьей теории прочности в сечениях D и B :

$$M_{\text{экв}D} = \sqrt{M_{zD}^2 + M_{yD}^2 + M_k^2} = \sqrt{360^2 + 331^2 + 756^2} = 900 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}B} = \sqrt{M_{zB}^2 + M_{yB}^2 + M_k^2} = \sqrt{0^2 + 400^2 + 756^2} = 855 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Выбираем наибольшее значение эквивалентного момента

$$M_{\text{экв max}} = 900 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

7. Выполняем статическую проверку:

$$\sigma_{\text{экв max}} = \frac{M_{\text{экв max}}}{W_{\text{и}}} = \frac{900}{7,3 \cdot 10^{-6}} = 123 \cdot 10^6 = 123 \text{ МПа},$$

где $W_{\text{и}}$ – момент сопротивления круглого поперечного сечения вала при изгибе (п. 3), $W_{\text{и}} = 7,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

Проверяем выполнение условия прочности по коэффициенту запаса прочности n : $n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв}}} = \frac{280}{123} = 2,3$; $[n] = 1,2 \dots 4$.

Условие прочности выполнено.

Если условие прочности не выполнено, следует определить диаметр вала из условия прочности при совместном действии изгиба и кручения $d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв max}}}{\pi[\sigma]}}$, где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение, $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}$.

Ответ: диаметр вала $d = 42$ мм.

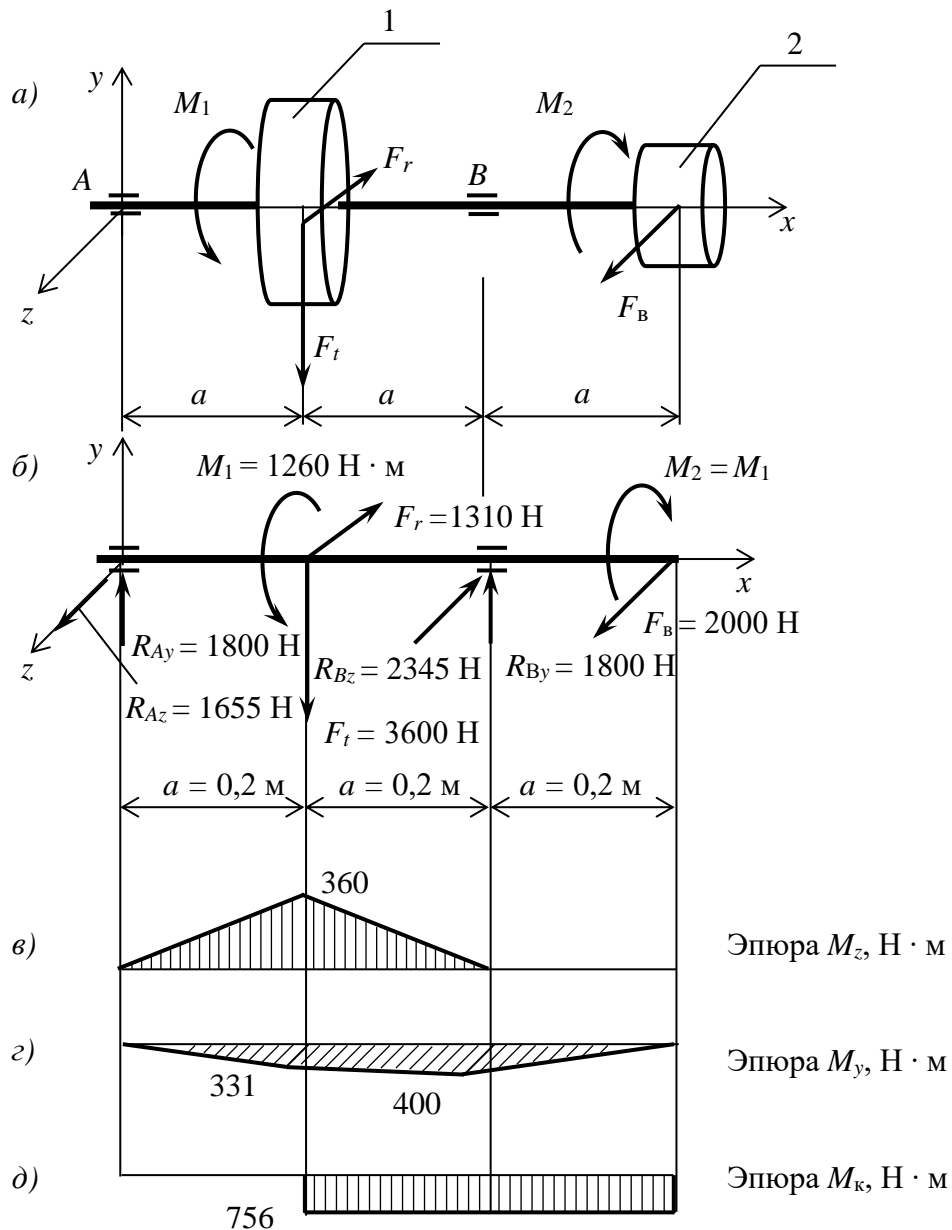


Рис. 38

Задание 3

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Задача № 1. Кинематический расчет привода

Привод ленточного конвейера состоит из электродвигателя 1, открытой ременной передачи 2, одноступенчатого цилиндрического редуктора 3, выходной вал которого соединен упругой муфтой 4 с рабочим валом барабана конвейера 5, охваченного лентой 6 (рис. 39). Частота вращения рабочего вала барабана конвейера – n_6 (об/мин), мощность конвейера – P (кВт), частота вращения вала двигателя – $n_{дв}$ (об/мин).

Требуется:

- определить расчетное передаточное отношение привода i ;
- подобрать передаточные отношения одноступенчатого цилиндрического редуктора и открытой плоскоременной передачи;
- найти общее передаточное отношение привода (отклонение от расчетного передаточного отношения не должно превышать $\pm 3\%$);
- найти коэффициент полезного действия (КПД) передачи;
- определить требуемую мощность двигателя.

Данные для расчета выбрать из табл. 11 по индивидуальному варианту. При решении задачи использовать справочные данные из пособий [3; 5].

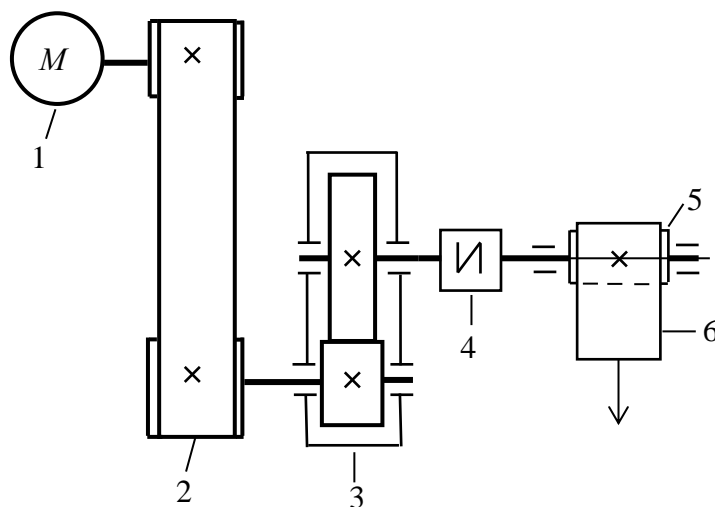


Рис. 39

Таблица 11

| Номер строки | Мощность на рабочем валу P , кВт | Частота вращения барабана n_6 , об/мин | Частота вращения вала электродвигателя $n_{дв}$, об/мин |
|--------------|------------------------------------|--|--|
| 1 | 3,2 | 80 | 720 |
| 2 | 3,0 | 100 | 970 |
| 3 | 4,0 | 120 | 950 |
| 4 | 2,8 | 50 | 730 |
| 5 | 3,5 | 85 | 965 |
| 6 | 3,4 | 60 | 720 |
| 7 | 3,6 | 95 | 950 |
| 8 | 2,2 | 98 | 970 |
| 9 | 3,1 | 80 | 730 |
| 10 | 3,5 | 72 | 950 |
| 11 | 3,4 | 90 | 720 |
| 12 | 3,7 | 110 | 970 |
| 13 | 4,2 | 75 | 950 |
| 14 | 3,8 | 65 | 730 |
| 15 | 3,5 | 96 | 965 |

Пример решения задачи № 1

Исходные данные для расчета:

- мощность на выходном валу привода $P = 3$ кВт;
- угловая скорость выходного вала редуктора $n_6 = 85$ об/мин;
- частота вращения вала двигателя $n_{дв} = 949$ об/мин.

Решение

1. Определить расчетное передаточное отношение привода

$$i_{\text{расч}} = \frac{n_{дв}}{n_6} = \frac{949}{85} = 11,165.$$

2. Подобрать передаточные отношения одноступенчатого цилиндрического редуктора и открытой плоскоременной передачи.

Передаточное отношение зубчатой передачи (редуктора) выбираем из стандартного ряда:

1-й ряд: ... 2,0; 2,5; 3,15; 4,0; 5,0 ... 8,0; 10,0;

2-й ряд: ... 2,24; 2,8; 3,55; 4,5; 5,6;

Принимаем $i_{з.п} = 3,15$.

Передаточное отношение открытой ременной передачи (2...6)

$$i_{p.п} = \frac{i}{i_{з.п}} = \frac{11,165}{3,15} = 3,54.$$

3. Фактическое передаточное отношение

$$i = i_{з.п} \cdot i_{p.п} = 3,15 \cdot 3,54 = 11,15.$$

Проверяем отклонение от расчетного передаточного отношения (допускается до 3 %):

$$\Delta i = \frac{i_{расч} - i}{i_{расч}} 100 \% = \frac{11,165 - 11,15}{11,165} 100 \% = 1,34 \% \leq 3 \%.$$

4. Определим КПД передачи:

$$\eta = \eta_{о.п} \eta_{з.п} \eta_{п.к}^2 \eta_{м} \eta_{п.б},$$

где $\eta_{о.п}$ – КПД открытой ременной передачи, $\eta_{о.п} = 0,96$; $\eta_{з.п}$ – КПД зубчатого зацепления с цилиндрическими колесами, $\eta_{з.п} = 0,97$; $\eta_{п.к}$ – КПД подшипников качения валов редуктора, $\eta_{п.к} = 0,99$; $\eta_{м}$ – КПД муфты, $\eta_{м} = 0,98$; $\eta_{п.б}$ – КПД подшипников качения приводного барабана, $\eta_{п.б} = 0,99$.

$$\text{Тогда } \eta = 0,96 \cdot 0,97 \cdot 0,99^2 \cdot 0,98 \cdot 0,99 = 0,885.$$

5. Определяем требуемую (расчетную) мощность электродвигателя

$$P_{тр} = P_{эд} = \frac{P}{\eta} = \frac{3}{0,885} = 3,388 \approx 3,4 \text{ кВт},$$

где P – заданная мощность на рабочем валу барабана конвейера.

Электродвигатель выбирается по таблицам [3; 5] в зависимости от назначения и требуемой мощности.

Задача № 2. Определение диаметров валов редуктора

В приводе ленточного конвейера используется одноступенчатый цилиндрический редуктор (см. рис. 39). На его ведущем (быстроходном) валу установлен ведомый шкив ременной передачи. Мощность от электродвигателя через ременную передачу передается на редуктор. На каждой ступени привода угловая скорость вращения уменьшается, а вращающие моменты увеличиваются. По заданной мощности привода P , угловым скоростям вращения вала двигателя $n_{дв}$ и вала приводного барабана конвейера $n_{б}$ требуется:

- изучить схему редуктора (рис. 40);
- определить угловые скорости вращения валов редуктора;
- определить мощность на валах редуктора;

- найти вращающие моменты на валах редуктора T_1 и T_2 ;
 - определить диаметры валов редуктора без учета изгиба.
- Данные для расчета выбрать по варианту из табл. 12.

Таблица 12

| Номер варианта | F_t , Н | F_b , Н | D , мм | l , мм | $[\tau]$, МПа | σ_T , МПа |
|----------------|-----------|-----------|----------|----------|----------------|------------------|
| 1 | 4200 | 800 | 260 | 200 | 15 | 300 |
| 2 | 4800 | 900 | 280 | 220 | 20 | 320 |
| 3 | 2600 | 1000 | 420 | 240 | 18 | 340 |
| 4 | 2700 | 600 | 380 | 180 | 15 | 360 |
| 5 | 3900 | 700 | 240 | 240 | 25 | 300 |
| 6 | 3500 | 1100 | 300 | 160 | 15 | 320 |
| 7 | 4400 | 1200 | 320 | 200 | 18 | 340 |
| 8 | 3000 | 1300 | 400 | 220 | 20 | 360 |
| 9 | 3200 | 1400 | 460 | 240 | 18 | 300 |
| 10 | 3600 | 1200 | 500 | 180 | 25 | 320 |
| 11 | 2800 | 1000 | 600 | 280 | 20 | 340 |
| 12 | 4200 | 1100 | 520 | 220 | 25 | 360 |
| 13 | 5000 | 1400 | 480 | 240 | 24 | 360 |
| 14 | 5200 | 1300 | 440 | 180 | 20 | 340 |
| 15 | 4400 | 1500 | 560 | 200 | 25 | 320 |

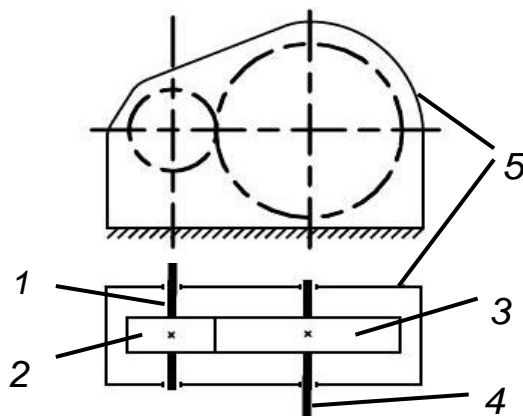


Рис. 40

Пример решения задачи № 2

1. Изучим конструкцию редуктора. Кинематическая схема одноступенчатого цилиндрического редуктора показана на рис. 40. Основ-

ные детали редуктора: 1 – ведущий вал; 2 – шестерня; 3 – колесо зубчатое; 4 – ведомый вал; 5 – корпус редуктора. Требуется записать определение редуктора, указать основное назначение и применение в технологическом оборудовании, изобразить кинематическую схему одноступенчатого редуктора, указать основные детали и узлы [1; 4; 5].

2. Находим частоту вращения n (об/мин) и угловые скорости ω (рад/с) валов редуктора, $\omega = \frac{\pi n}{30}$ (см. решение задачи № 1).

Выходной вал двигателя $n_{дв} = 949$ об/мин.

Ведущий (быстроходный) вал редуктора

$$n_1 = \frac{n_{дв}}{i_{р.п}} = \frac{949}{3,54} = 268 \text{ об/мин};$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 268}{30} = 28,05 \text{ рад/с.}$$

Ведомый (тихоходный) вал редуктора

$$n_2 = \frac{n_1}{i_{ред}} = \frac{268}{3,15} = 85,08 \text{ об/мин};$$

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{3,14 \cdot 85,08}{30} = 8,9 \text{ рад/с.}$$

3. Определяем мощность на валах редуктора.

Ведущий (быстроходный) вал редуктора

$$P_1 = P_{тр} \eta_{о.п} = 3,4 \cdot 0,96 = 3,26 \text{ кВт.}$$

Ведомый (тихоходный) вал редуктора

$$P_2 = P_1 \eta_{з.п} \eta_{п.к}^2 = 3,26 \cdot 0,97 \cdot 0,99^2 = 3,1 \text{ кВт.}$$

Значения коэффициентов полезного действия см. в решении задачи № 1.

4. Определяем вращающие моменты на валах редуктора по формуле $T = \frac{P}{\omega}$, Н · м:

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{3,26 \cdot 10^3}{28,06} = 116,18 \text{ Н · м};$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{3,1 \cdot 10^3}{8,9} = 348,31 \text{ Н · м.}$$

5. Находим диаметры валов без учета влияния изгиба. Расчёт валов проводим на кручение по пониженным допускаемым напряжениям. Диаметр вала при допускаемом напряжении $[\tau]$ вычисляем по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}}$$

Ведущий вал редуктора, материал сталь 45, $[\tau_K] = 18$ МПа,

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16T_1}{\pi[\tau_K]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 116,8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 18}} = 32,1 \text{ мм.}$$

Принимаем из стандартного ряда диаметр $d_1 = 34$ мм*.

Ведомый вал редуктора, материал сталь 45, $[\tau_K] = 20$ МПа,

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{16T_2}{\pi[\tau_K]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 348,3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 20}} = 44,6 \text{ мм.}$$

Принимаем из стандартного ряда диаметр $d_2 = 45$ мм.

Ответ: диаметр ведущего (быстроходного) вала $d_1 = 34$ мм; диаметр ведомого (тихоходного) вала $d_2 = 45$ мм.

Задача № 3. Проверочный расчет шпонки на срез и смятие

Призматическая стальная шпонка передает вращающий момент T от вала к зубчатому колесу. На боковых гранях шпонки возникает напряжение смятия $\sigma_{см}$, а в продольном сечении шпонки – напряжение среза $\tau_{ср}$. Требуется проверить выполнение условий прочности шпонки:

$$- \text{ на смятие } \sigma_{см} = \frac{2T}{dl(h-t_1)} \leq [\sigma_{см}],$$

$$- \text{ на срез } \tau_{ср} = \frac{2T}{dlb} \leq [\tau_{ср}],$$

где d – диаметр вала в месте установки шпонки; l – длина шпонки; b – ширина шпонки; t_1 – глубина шпоночного паза вала; $[\sigma_{см}]$, $[\tau_{ср}]$ – допускаемые напряжения на смятие и срез.

Обозначение шпонки $b \times h \times l$. Данные для расчета взять из табл. 13 по индивидуальному варианту.

* Стандартный ряд размеров, округляем до ближайшего большего: ... 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 55; 60; 63; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100 ...

Таблица 13

| Номер варианта | $T, \text{Н} \cdot \text{м}$ | $d, \text{мм}$ | $b \times h, \text{мм}$ | $t_1, \text{мм}$ | $l, \text{мм}$ | $[\sigma_{\text{см}}], \text{МПа}$ | $[\tau_{\text{ср}}], \text{МПа}$ |
|----------------|------------------------------|----------------|-------------------------|------------------|----------------|------------------------------------|----------------------------------|
| 1 | 540 | 52 | 16 × 10 | 6,0 | 32 | 100 | 60 |
| 2 | 670 | 50 | 14 × 9 | 5,5 | 36 | 110 | 66 |
| 3 | 550 | 45 | 14 × 9 | 5,5 | 32 | 120 | 72 |
| 4 | 500 | 42 | 12 × 8 | 5,0 | 28 | 100 | 60 |
| 5 | 470 | 40 | 12 × 8 | 5,0 | 28 | 115 | 70 |
| 6 | 520 | 50 | 16 × 10 | 6,0 | 36 | 120 | 72 |
| 7 | 700 | 60 | 18 × 11 | 7,0 | 40 | 100 | 60 |
| 8 | 600 | 55 | 16 × 10 | 6,0 | 40 | 115 | 70 |
| 9 | 730 | 70 | 20 × 12 | 7,5 | 45 | 120 | 72 |
| 10 | 900 | 75 | 22 × 14 | 9,0 | 50 | 100 | 60 |
| 11 | 840 | 70 | 20 × 12 | 7,5 | 45 | 110 | 66 |
| 12 | 1100 | 75 | 22 × 14 | 9,0 | 56 | 120 | 72 |
| 13 | 1150 | 80 | 22 × 14 | 9,0 | 50 | 100 | 60 |
| 14 | 1200 | 85 | 25 × 14 | 9,0 | 56 | 120 | 72 |
| 15 | 800 | 60 | 18 × 11 | 7,0 | 40 | 110 | 66 |

Пример решения задачи № 3

Шпонки служат для закрепления на валах деталей (колес, шкивов и др.). Через шпонку передается вращающий момент от вала на колесо. На боковых гранях шпонки возникает напряжение смятия $\sigma_{\text{см}}$, а в продольном сечении – напряжение среза $\tau_{\text{ср}}$. Если одной шпонки недостаточно для передачи заданного момента, то устанавливают n шпонок ($n = 2 \dots 4$). Шпоночные соединения проверяют на смятие и срез. Проверим прочность шпонки, передающей вращающий момент от ведомого вала к зубчатому колесу.

Данные для расчета: вращающий момент $T = 350 \text{ Н} \cdot \text{м}$; диаметр вала $d_{\text{в}} = 65 \text{ мм}$; шпонка $b \times h \times l = 20 \times 12 \times 45$ по ГОСТ 23360-78; $[\sigma_{\text{см}}] = 100 \text{ МПа}$; $[\tau_{\text{ср}}] = 60 \text{ МПа}$.

Решение

1. Условие прочности на смятие

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T_2}{d_{\text{в}}(l-b)(h-t_1)} = \frac{2 \cdot 350 \cdot 10^3}{65(45-20)(12-7,5)} = 95,7 \text{ МПа} \leq [\sigma_{\text{см}}].$$

Условие прочности на смятие выполнено.

2. Условие прочности на срез

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{2T}{d_{\text{в}}(l-b)b} = \frac{2 \cdot 350 \cdot 10^3}{65(45-20)20} = 53,8 \leq [\tau_{\text{ср}}].$$

Условие прочности на срез выполнено.

Ответ: условия прочности на смятие и срез для заданной шпонки $b \times h \times l = 20 \times 12 \times 45$ выполнены.

3. Если условия прочности не выполняются, следует подобрать несколько шпонок (2...4). Для этого используют условия прочности в виде

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2M_{\text{к}}}{d_{\text{в}}(l-b)(h-t)n} \leq [\sigma_{\text{см}}]; \quad (1)$$

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{2M_{\text{к}}}{d_{\text{в}}(l-b)bn} \leq [\tau_{\text{ср}}], \quad (2)$$

где n – число шпонок.

Находим число шпонок из этих условий:

Условие (1):

$$n \geq \frac{2T}{d_{\text{в}}(l-b)(h-t)[\sigma_{\text{см}}]}.$$

Условие (2):

$$n \geq \frac{2T}{d_{\text{в}}(l-b)b[\tau_{\text{ср}}]}.$$

Из двух значений числа шпонок выбираем большее и округляем до целого числа (2...4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практикум содержит задания, выполнение которых поможет студентам освоить дисциплину «Прикладная механика», овладеть методикой решения задач, практическими расчетами типовых элементов конструкций на прочность и жесткость, основами проектирования деталей машин.

Самостоятельная работа над заданиями даст возможность обучающимся приобрести необходимые навыки в решении задач, а также при выборе методики расчетов по указанным темам дисциплины. Полученные навыки и приобретенные знания позволят применить изученные методы к решению практических задач и послужат основой для решения специальных заданий проектирования и конструирования деталей специального оборудования соответственно направлению, по которому обучаются студенты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Иосилевич, Г. Б.* Прикладная механика : учебник / Г. Б. Иосилевич, Г. Б. Строганов, Г. С. Маслов. – М. : Высш. шк., 1989. – 351 с. – ISBN 5-06-000090-7.

2. *Бегун, П. И.* Прикладная механика : учебник / П. И. Бегун, О. П. Кормилицын. – СПб. : Политехника, 2020. – 464 с. – ISBN 978-5-7325-1089-8.

3. *Жуков, В. А.* Механика. Основы расчёта и проектирования деталей машин : учеб. пособие / В. А. Жуков, Ю. К. Михайлов. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 349 с. – ISBN 978-5-16-009218.

4. *Иванов, М. Н.* Детали машин : учеб. для техн. вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – Изд. 9-е, испр. – М. : Высш. шк, 2005. – 408 с. – ISBN 5-06-004836-5.

5. Курсовое проектирование деталей машин : учеб. пособие / С. А. Чернавский [и др.]. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2011. – 414 с. – ISBN 978-5-16-004336-4.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТЫХ СЕЧЕНИЙ

h – высота сечения;

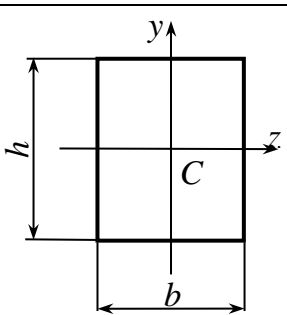
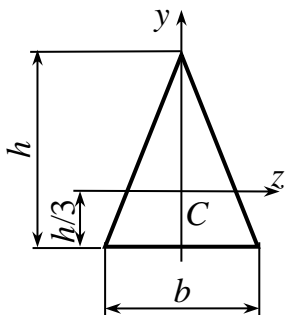
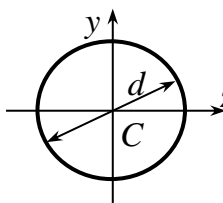
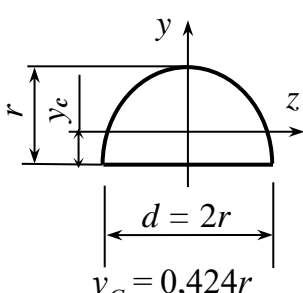
b – ширина сечения;

A – площадь поперечного сечения;

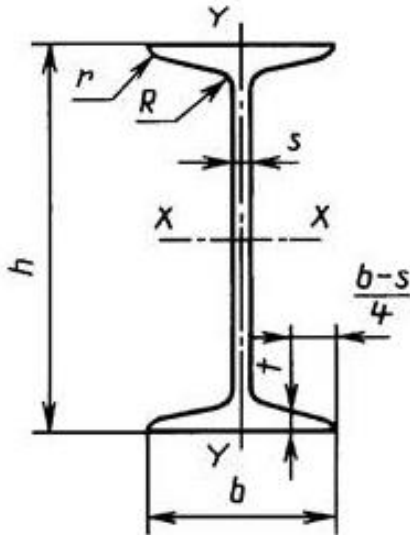
C – центр тяжести сечения;

y, z – главные центральные оси сечения;

I_z, I_y – осевые моменты инерции сечения.

| Фигура | A | J_z | J_y |
|---|---------------------|----------------------|--|
|  | bh | $\frac{bh^3}{12}$ | $\frac{b^3h}{12}$ |
|  | $\frac{bh}{2}$ | $\frac{bh^3}{36}$ | $\frac{b^3h}{48}$ |
|  | $\frac{\pi d^2}{4}$ | $\frac{\pi d^4}{64}$ | $\frac{\pi d^4}{64}$ |
|  | $\frac{\pi r^2}{2}$ | $0,11r^4$ | $\frac{\pi d^4}{128} =$ $= \frac{\pi r^4}{8}$ |

**ДВУТАВРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ
(ГОСТ 8239-89)**



- I – момент инерции;
- W – момент сопротивления;
- S – статический момент полусечения;
- i – радиус инерции;
- A – площадь поперечного сечения;
- h – высота двутавра;
- b – ширина полки;
- s – толщина стенки;
- t – средняя толщина полки;
- R – радиус внутреннего закругления;
- r – радиус закругления полки.

| Номер двутавра | Размеры, мм | | | | | | A , см ² | Масса 1 м, кг | Справочные значения для осей | | | | | | |
|----------------|-------------|-----|------|------|----------|-----|--------------------------|---------------------|------------------------------|----------------------------|---------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|
| | h | b | s | t | R | r | | | $X-X$ | | | | $Y-Y$ | | |
| | | | | | не более | | | | I_x , см ⁴ | W_x , см ³ | i_x , см | S_x , см ³ | I_y , см ⁴ | W_y , см ³ | i_y , см |
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 7,0 | 2,5 | 12,0 | 9,46 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 7,5 | 3,0 | 14,7 | 11,50 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 8,0 | 3,0 | 17,4 | 13,70 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,50 | 1,55 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 8,5 | 3,5 | 20,2 | 15,90 | 873 | 109,0 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,50 | 1,70 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 9,0 | 3,5 | 23,4 | 18,40 | 1290 | 143,0 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,40 | 1,88 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 9,5 | 4,0 | 26,8 | 21,00 | 1840 | 184,0 | 8,28 | 104,0 | 115,0 | 23,10 | 2,07 |
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 10,0 | 4,0 | 30,6 | 24,00 | 2550 | 232,0 | 9,13 | 131,0 | 157,0 | 28,60 | 2,27 |
| 24 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 10,5 | 4,0 | 34,8 | 27,30 | 3460 | 289,0 | 9,97 | 163,0 | 198,0 | 34,50 | 2,37 |
| 27 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 11,0 | 4,5 | 40,2 | 31,50 | 5010 | 371,0 | 11,20 | 210,0 | 260,0 | 41,50 | 2,54 |
| 30 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 12,0 | 5,0 | 46,5 | 36,50 | 7080 | 472,0 | 12,30 | 268,0 | 337,0 | 49,90 | 2,69 |
| 33 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 13,0 | 5,0 | 53,8 | 42,20 | 9840 | 597,0 | 13,50 | 339,0 | 419,0 | 59,90 | 2,79 |
| 36 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 14,0 | 6,0 | 61,9 | 48,60 | 13380 | 743,0 | 14,70 | 423,0 | 516,0 | 71,10 | 2,89 |
| 40 | 400 | 155 | 8,3 | 13,0 | 15,0 | 6,0 | 72,6 | 57,00 | 19062 | 953,0 | 16,20 | 545,0 | 667,0 | 86,10 | 3,03 |
| 45 | 450 | 160 | 9,0 | 14,2 | 16,0 | 7,0 | 84,7 | 66,50 | 27696 | 1231,0 | 18,10 | 708,0 | 808,0 | 101,00 | 3,09 |
| 50 | 500 | 170 | 10,0 | 15,2 | 17,0 | 7,0 | 100,0 | 78,50 | 39727 | 1589,0 | 19,90 | 919,0 | 1043,0 | 123,00 | 3,23 |
| 55 | 550 | 180 | 11,0 | 16,5 | 18,0 | 7,0 | 118,0 | 92,60 | 55962 | 2035,0 | 21,80 | 1181,0 | 1356,0 | 151,00 | 3,39 |
| 60 | 600 | 190 | 12,0 | 17,8 | 20,0 | 8,0 | 138,0 | 108,00 | 76806 | 2560,0 | 23,60 | 1491,0 | 1725,0 | 182,00 | 3,54 |

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| Задание 1. ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ СВЯЗЕЙ..... | 6 |
| Задание 2. РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРЯМЫХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ, КРУЧЕНИИ, ПРЯМОМ ИЗГИБЕ И СЛОЖНОМ СОПРОТИВЛЕНИИ..... | 27 |
| Задание 3. ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН | 83 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ..... | 91 |
| БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК..... | 92 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ | 93 |

Учебное издание

БУРЛАКОВА Алла Михайловна

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Практикум

Редактор Е. А. Лебедева

Технические редакторы Ш. Ш. Амирсейидов, О. В. Балашова

Компьютерная верстка Е. А. Герасиной

Выпускающий редактор А. А. Амирсейидова

Подписано в печать 23.06.23.

Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 5,58. Тираж 30 экз.

Заказ

Издательство

Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.