Владимирский государственный университет

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Учебное пособие

Владимир 2023

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Учебное пособие

Электронное издание

Владимир 2023

ISBN 978-5-9984-1686-6

УДК 311:33
ББК 65.051

Авторы-составители: Д. Ю. Фраймович, М. Л. Быкова

Рецензенты:
Доктор экономических наук
профессор кафедры бизнес-информатики и экономики
Владимирского государственного университета
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
А. М. Губернаторов

Доктор экономических наук, профессор
профессор кафедры государственного и муниципального управления
Российской академии народного хозяйства
и государственной службы при Президенте Российской Федерации
(Владимирский филиал)
В. А. Кретинин

Статистическое моделирование и прогнозирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / авт.-сост.: Д. Ю. Фраймович, М. Л. Быкова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2023. – 209 с. – ISBN 978-5-9984-1686-6. – Электрон. дан. (4,1 Мб). – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: Intel от 1,3 ГГц ; Windows XP/7/8/10 ; Adobe Reader ; дисковод CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

Представляет собой книгу, включающую полный курс дисциплины «Статистическое моделирование и прогнозирование». Рассмотрены теоретические и практические основы дисциплины, проанализированы актуальные методы статистического моделирования и прогнозирования.

Предназначено для студентов бакалавриата, специалитета и магистратуры, обучающихся по направлению «Экономика», специальности «Экономическая безопасность» всех форм обучения.

Рекомендовано для формирования профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО.

Табл. 14. Ил. 31. Библиогр.: 105 назв.

ISBN 978-5-9984-1686-6

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире методы статистического моделирования и прогнозирования активно используются в экономической практике. Их широкому распространению способствовало повсеместное внедрение персональных компьютеров. Применение пакетов общего назначения и специализированных программных продуктов позволило исследователям быстро и наглядно обрабатывать большие массивы данных, выявлять общие тренды развития, изучать закономерности изменения показателей, строить максимально точные прогнозы и т. д.

Методы статистического моделирования и прогнозирования активно применяются во всех сферах народнохозяйственной деятельности. Рассмотренные в учебном пособии способы и приемы могут быть использованы на микро-, мезо- и макроуровнях экономического планирования и прогнозирования.

Цель изучения дисциплины состоит в формировании у студентов теоретических знаний в области статистического моделирования и прогнозирования, а также развитии практических навыков для решения конкретных профессиональных целей.

Пособие содержит шесть глав, в которых рассматриваются теоретические и практические основы курса. Отдельное внимание уделено конкретным примерам, позволяющим освоить способы и приемы статистического моделирования при решении профессиональных задач. Дидактический материал пособия включает контрольные вопросы, примеры решения задач, тематику курсовых работ. В случае успешного изучения курса предполагается формирование результатов, благодаря которым обучающийся:

– **знает** методы подготовки исходных данных, необходимых для расчета различных социально-экономических показателей на микро-, мезо- и макроуровнях; актуальные способы моделирования и прогнозирования в экономике,

– **умеет** применять необходимый математический инструментарий для решения экономических задач; обосновывать выбор методик статистического моделирования и прогнозирования для решения актуальных проблем профессиональной области; выбирать адекватные исходным данным способы статистического моделирования и прогнозирования;

– **владеет** навыками применения теоретических знаний в области статистического моделирования и прогнозирования в профессиональной деятельности; инструментами экономического моделирования и прогнозирования; способами обработки исходных задач с помощью пакетов общих и прикладных программ для решения профессиональных задач.

Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

1.1. Прогнозирование: сущность процесса, основные признаки классификации. Виды прогнозов

Процесс прогнозирования представляет собой выявление возможных альтернатив функционирования социально-экономических систем, с целью обоснованного выбора стратегии дальнейшего развития и принятия оптимального управленческого решения [1].

Термин "прогноз" происходит от греческого "prognosis" и обозначает предсказание, предвидение о развитии чего-либо, базирующееся на определенных данных [2].

Основные функции прогноза представлены на рис. 1.1

Анализ социально-экономических и научно-технических процессов и тенденций, объективных причинно-следственных связей этих явлений в конкретных условиях, в том числе оценка сложившейся ситуации и выявление проблем хозяйственного развития

Оценка этих тенденций в будущем; предвидение новых условий и проблем, требующих разрешения

Выявление альтернативы развития в перспективе; накопление информации и расчётов для обоснования выбора и принятия оптимального управленческого решения, в том числе в плане

Рис. 1.1. Функции прогноза

Следует четко понимать разницу между планом и прогнозом.

План представляет собой документ, содержащий в себе систему показателей и комплекс мероприятий, направленных на решение конкретных социально-экономических задач.

Прогноз является научно-обоснованным суждением, отражающим возможные состояния анализируемого объекта в будущем, а также характеристику альтернативных путей и конкретных сроков их достижения.

Основное отличие между планом и прогнозом состоит в том, что план носит обязательный характер, в то время как для прогноза характерно вероятностное содержание. Таким образом, план направлен на реализацию конкретного решения, выбранного в ходе процесса планирования в качестве оптимального. Прогноз нацелен на выявление всех возможных вариантов развития системы, то есть предполагает вероятностную оценку состояния исследуемой социально-экономической системы в будущем [3 – 5].

Цели планирования и прогнозирования также различны: если планирование нацелено на принятие и практическую реализацию управленческих решений с целью достижения конкретного ожидаемого результата, то прогнозирование ставит своей целью создание научных предпосылок для принятия управленческих решений.

По сути, прогнозирование является этапом, предшествующим процессу планирования. Прогнозы должны содержать в себе возможные варианты развития социально-экономических систем в случае реализации конкретных планов и стратегий. При этом прогнозирование должно учитывать влияние внешних факторов, управление которыми не представляется возможным [6].

Прогноз отличается от плана не только своей многовариантностью. Планирование возможно только для тех процессов, управление которыми представляется возможным для человека. Применение прогнозирования возможно и для неуправляемых или частично управляемых процессов.

Таким образом, прогноз – это вероятностное описание желаемого или возможного, а план – это директивное решение, содержащее в себе описание мероприятий, направленных на достижение желаемого или возможного [7].

Существуют различные основания для классификации прогнозов [8].

В частности, прогнозы можно подразделить в зависимости от целей, задач, объектов, времени упреждения, источников информации и т. д. (рис. 1.2).

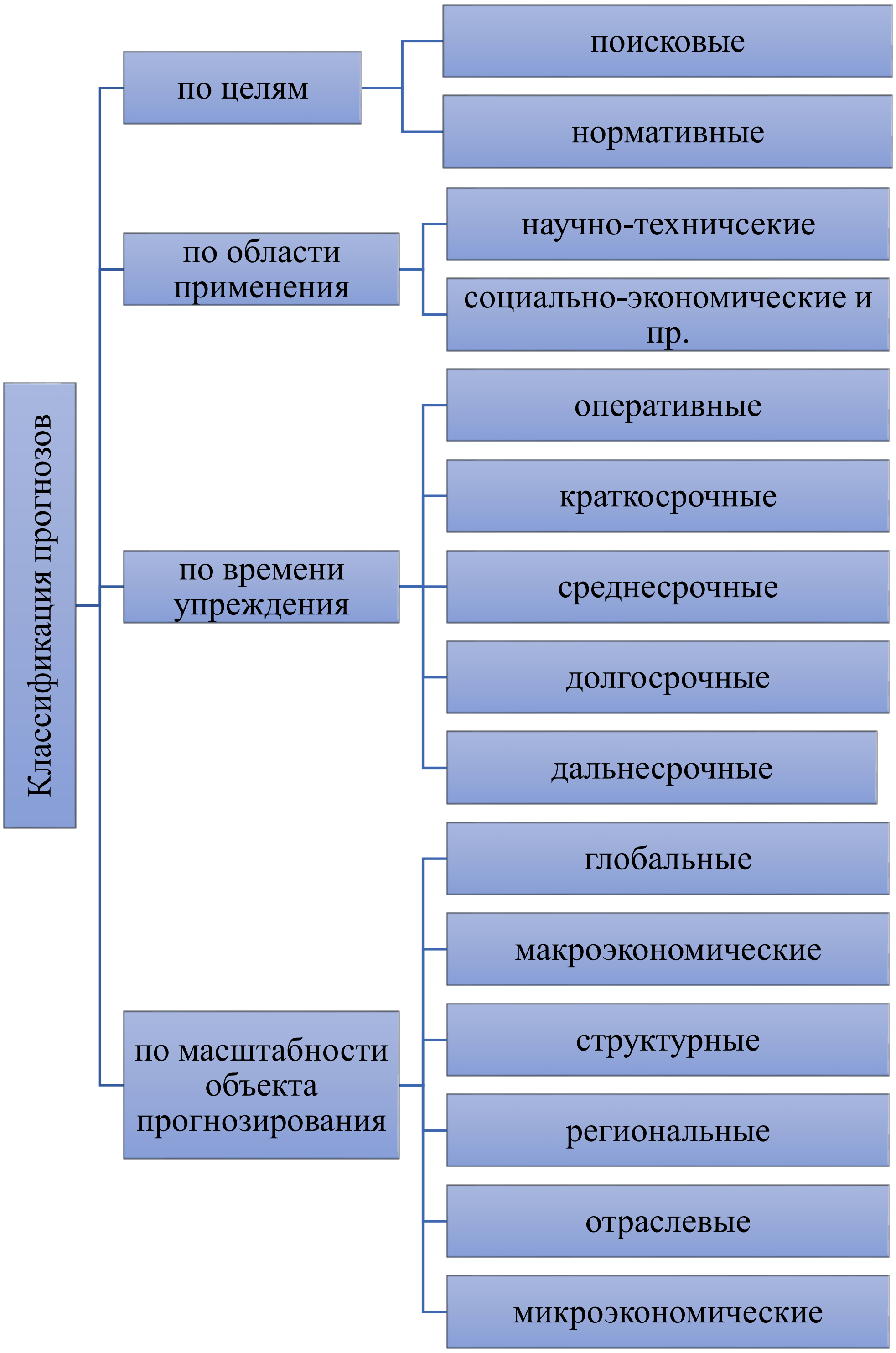


Рис. 1.2. Классификация прогнозов

Поисковый прогноз ориентирован, прежде всего, не на достижение конкретной цели, а на анализ возможных путей развития социально-экономического явления или процесса при условии сохранения существующих тенденций развития.

Нормативный прогноз базируется на достижении заранее намеченных целей и задач. Данный вид прогноза ориентирован на поиск возможных путей достижения заданной цели и на обоснование конкретных сроков достижения желаемого результата.

Научно-технические прогнозы рассматривают достижения научно-технического прогресса, развитие фундаментальных и прикладных исследований, новых видов техники и технологии, определяют последствия научно-технического прогресса.

Социально-экономические прогнозы исследуют вопросы динамики уровня жизни населения, доходов, потребления населением продуктов питания и непроизводственных товаров, развития отраслей социальной инфраструктуры, демографии, занятости населения и т. д. [9].

Стоит отметить, что по области применения существуют и другие виды прогнозов, и их классификация напрямую зависит от специфики рассматриваемой области.

Период упреждения прогноза - это отрезок времени от момента, для которого имеются последние статистические данные об изучаемом объекте, до момента, к которому относится прогноз.

Период упреждения прогноза зависит от специфики и особенностей изучаемого объекта исследования, от интенсивности изменения показателей, от продолжительности действия выявленных тенденций и закономерностей, от длины временного ряда и от многих других факторов.

По времени упреждения прогнозы подразделяются на оперативные, краткосрочные, среднесрочные, долгосрочные и дальнесрочные.

Оперативный прогноз имеет период упреждения до одного месяца, краткосрочный – от одного месяца до года, среднесрочный - от года до пяти лет, долгосрочный - от пяти до пятнадцати - двадцати лет, дальнесрочный - свыше этого периода.

Глобальные прогнозы предполагают рассмотрение наиболее общих тенденций и закономерностей в мировом масштабе.

В рамках макроэкономических прогнозов анализируются процессы и явления на уровне конкретного государства.

Структурные прогнозы направлены на исследование экономического развития в разрезе конкретной отраслевой структуры анализируемого объекта.

Соответственно объектом регионального прогнозирования являются отдельные регионы, а для отраслевых прогнозов характерно исследование развития отраслей.

Микроэкономические прогнозы строятся для отдельных предприятий, производств и других объектов прогностической деятельности на микроуровне.

1.2. Классификация методов и моделей прогнозирования

Методы прогнозирования — это совокупность приемов и способов мышления, которые позволяют на основе анализа ретроспективных данных об исследуемом объекте вывести суждения определенной достоверности относительно будущего развития объекта.

По оценкам отечественных и зарубежных ученых, в настоящее время насчитывается более ста методов прогнозирования, однако на практике регулярно используются несколько десятков базовых методов [10].

Один из наиболее важных признаков методов прогнозирования — степень формализации, которая достаточно полно охватывает прогностические методы.

По степени формализации методы экономического прогнозирования можно разделить на интуитивные и формализованные (рис. 1.3).

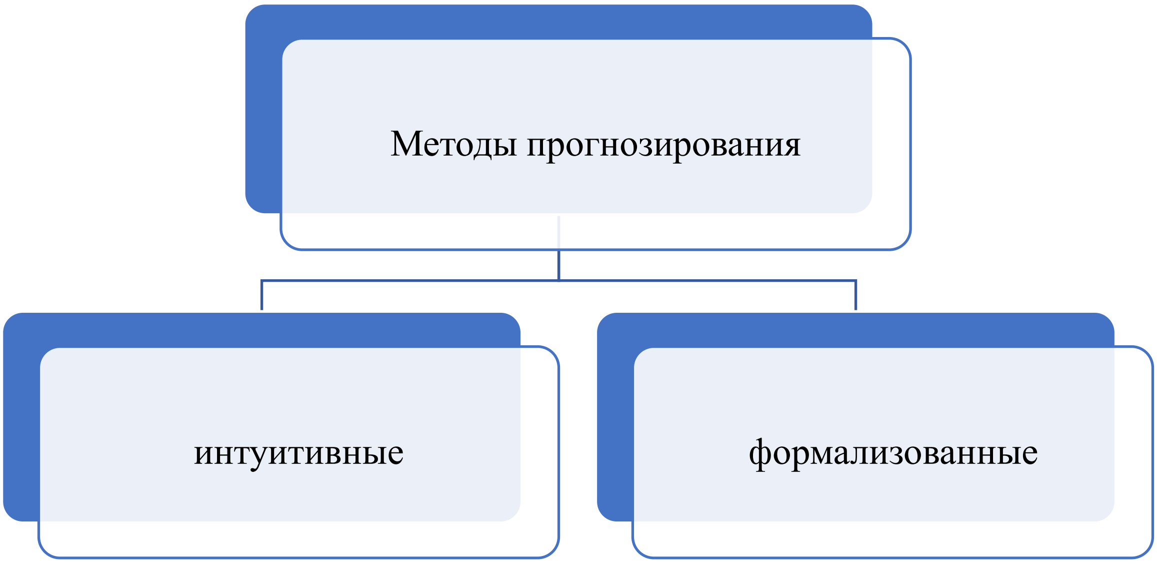


Рис. 1.3. Классификация методов прогнозирования по степени их формализации

Интуитивные методы прогнозирования имеют дело с суждениями и экспертными оценками. Их применено, как правило, обусловлено невозможностью учета влияния многих факторов из-за значительной сложности объекта прогнозирования. Также интуитивные методы применяют в том случае, если система предельно проста, и в математическом описании не нуждается.

Сущность метода экспертных оценок заключается в проведении экспертами интуитивно-логического анализа проблемы с количественной оценкой суждений и формальной обработкой результатов. При этом обобщенное мнение экспертов принимается как решение проблемы. Использование интуиции, логического мышления и количественных оценок с формальной обработкой позволяет получить эффективное решение проблемы. Особенностями метода экспертных оценок являются, во-первых, научно обоснованная организация проведения всех этапов экспертизы, обеспечивающая наибольшую эффективность работы на каждом из этапов; во-вторых, применение количественных методов как при организации экспертизы, так и при оценке суждений экспертов и формальной групповой обработке результатов. Наиболее часто эти методы используются при рассмотрении социально-экономических проблем, где невозможно выработать формализованную прогностическую модель.

Посредством метода экспертных оценок решаются следующие задачи:

- составляются перечни возможных событий за определенный промежуток времени по исследуемой проблеме;
- определяются наиболее вероятные интервалы времени совершения совокупности событий;
- определяются цели и задачи с упорядочением их по степени важности;
- разрабатываются альтернативные варианты решения проблем с оценкой их предпочтения;
- разрабатываются альтернативные варианты распределения ресурсов с ранжированием их очередности;
- разрабатываются альтернативные варианты принятия решений в определенной ситуации с оценкой их предпочтительности; и др.

Организация процедуры экспертной оценки включает несколько направлений:

- формирование экспертной группы; подготовку и проведение экспертизы;
- статистическую обработку полученных результатов опроса.

В зависимости от организации экспертной оценки и формы опроса различают методы индивидуальных и коллективных экспертных оценок.

Методы индивидуальных экспертных оценок включают в себя: метод анкетирования и интервьюирования, аналитический метод, метод написания сценария и др.

Метод анкетирования заключается в предъявлении экспертам опросных листов-анкет, на которые они должны дать ответы в письменной форме. Интервьюированием является устный вопрос эксперта членом группы управления интервьюером.

Все вопросы анкет можно классифицировать по содержанию и по форме. По содержанию вопросы делятся на три группы:

- объективные данные об эксперте;
- основные вопросы по сути анализируемой проблемы;

- дополнительные вопросы, позволяющие выявить источники информации и аргументации эксперта, самооценку компетентности эксперта.

По форме основные вопросы делятся на открытые, или свободные, закрытые и с «веером» ответов, а также на прямые и косвенные. Закрытый вопрос задается в форме, предполагающей лишь три возможных ответа – «да», «нет», «не знаю». Вопрос с «веером» ответов предоставляет эксперту возможность выбора одного из предлагаемых ответов, например, срока реализации определенной научно-технической идеи из ряда перечисленных сроков. К этой же форме относятся вопросы-задания на ранжирование заданных объектов, на оценку их весов, значимости в баллах на оценку вероятности некоторого события.

Кроме рассмотренных трех форм вопросов, можно ввести еще одну форму, промежуточную между открытыми вопросами и вопросами с «веером» ответов. Это вопрос-задание на проведение морфологического анализа, на построение дерева целей, альтернатив.

При задании вопроса в такой форме эксперту может быть предоставлено право дать две или три оценки одного объекта – минимальную, среднюю, максимальную (или оптимистическую, среднюю, пессимистическую).

При задании вопросов в любой форме эксперт должен быть поставлен в известность, что он вправе выдвинуть новые вопросы и дать на них ответы, а также назвать экспертов, не включенных в число опрашиваемых, которые способны дать ответы на вопросы анкеты или вопросы, выдвинутые им самим. Кроме того, эксперт должен изложить свои замечания и советы по форме и содержанию анкет.

Получение прогнозных оценок методом «интервью» осуществляется посредством беседы, в ходе которой интервьюер ставит вопросы эксперту по заранее разработанной программе. Одновременно может производиться опрос нескольких экспертов, однако в этом случае есть опасность потери самостоятельности экспертов.

От очного анкетирования этот метод отличается тем, что при интервью эксперт дает ответы в устной форме на устные вопросы, точное содержание которых до опроса ему, как правило, не было известно, хотя тематика интервью могла быть сообщена ему заранее.

Достоинством интервью является непрерывный живой контакт интервьюера и опрашиваемого, что позволяет быстро получить большое количество информации и всесторонне, хотя и поверхностно, осветить объект экспертизы.

Недостатками интервью являются возможность сильного влияния интервьюера на ответы эксперта, отсутствие времени для глубокого продумывания ответов, а также высокие требования к опрашивающему и большое время, расходуемое на опрос всего состава экспертов.

Получение прогнозных оценок аналитическим методом осуществляется посредством логического анализа какой-либо прогнозируемой ситуации. Он предполагает самостоятельную работу эксперта над анализом тенденции, оценкой состояния и путей развития прогнозируемого объекта.

Метод написания сценария основан на определении логики процесса или явления во времени при различных условиях. Основное назначение сценария — определение генеральной цели развития объекта прогнозирования, выявление основных факторов фона и формулирование критериев для оценки верхних уровней дерева целей. Ценность сценария тем выше, чем меньше степень неопределенности, т.е. чем больше степень согласованности мнений экспертов в осуществимости событий, в развитии процесса и т.д.

Основным преимуществом рассмотренных выше методов являются возможность максимального использования индивидуальных способностей экспертов и незначительность психологического давления, оказываемого на отдельных работников.

Методы коллективных экспертных оценок - группа методов коллективных экспертных оценок, основанных на том, что при коллективном мышлении, во-первых, выше точность результата и, во-вторых, при обработке индивидуальных независимых оценок, выносимых экспертами, могут возникнуть продуктивные идеи.

Существуют следующие разновидности методов коллективных экспертных оценок: метод «комиссий», метод Дельфи, метод «коллективной генерации идей» («мозговая атака»), метод морфологического анализа и др.

Метод «комиссий» предполагает создание рабочей группа, в функции которой входят: назначение экспертов, проведение опроса, обработка материалов, анализ результатов коллективной экспертной оценки. В ходе работы уточняются основные направления развития объекта, а также составляется матрица, отражающая генеральную цель, подцели и средства их достижения, т.е. направления научных исследований и разработок, результаты которых могут быть использованы для достижения цели.

Затем разрабатываются вопросы для экспертов. Это может быть перечень или таблица, но содержание вопросов должно определяться спецификой прогнозируемого объекта. Далее следуют проведение опроса экспертов и статистическая обработка материалов, которые характеризуют обобщенное мнение и степень согласованности индивидуальных оценок экспертов. Они служат исходной базой для синтеза прогнозных гипотез и вариантов развития исследуемого явления или процесса. Методика представляет собой совокупность оценок относительной важности, назначенных экспертами каждого из оцениваемых направлений исследований и разработок, выражающихся в баллах и принимающих значения от 0 до 1, от 0 до 10, от 0 до 100 и т. д.

Эти оценки по определенному вопросу сводятся в таблицу, строки которой соответствуют направлениям исследований, а столбцы — порядковым номерам экспертов.

Метод Дельфи – один из наиболее распространенных методов экспертных оценок. Его основными особенностями являются: анонимность экспертов, полный отказ от личных контактов экспертов и коллективных обсуждений; многотуровая процедура опроса экспертов посредством их анкетирования; обеспечение экспертов информацией, включая и обмен ею между экспертами, после каждого тура опроса при сохранении анонимности оценок, аргументации и критики; обоснование ответов экспертов по запросу организаторов.

Метод «коллективной генерации идей» включает два элемента: выявление вероятностных вариантов развития объекта прогнозирования и их оценка. При «мозговой атаке» сначала активизируется творческий потенциал специалистов, что находит отражение в генерации определенной идеи. Затем следует процесс деструирования (разрушения, критики) этой идеи и формулируется контридея. Это позволяет за короткое время путем вовлечения всех экспертов в активный творческий процесс получить продуктивные результаты.

Метод морфологического анализа – применяется при прогнозировании сложных процессов экспертный метод систематизированного обзора всех возможных комбинаций развития отдельных элементов исследуемой системы. Этот метод построен на полных и строгих классификациях объектов, явлений, свойств и параметров системы, позволяющих строить и оценивать возможные сценарии ее развития в целом.

Этой цели служит прием систематизированного охвата информации с последующим исследованием ее по методу «морфологического ящика». Последний строится в виде дерева или матрицы, в клетках которых помещены соответствующие характеристики объекта. Последовательное соединение одного из параметров первого уровня с одним из параметров последующего уровня представляет собой одно из возможных состояний объекта или решений проблемы. В результате создается новая информация об изучаемом объекте и вырабатывается оценка всех возможных альтернатив его состояния.

Результат реализации формализованного метода состоит в построении конкретной модели прогнозирования. То есть определяется конкретная математическая зависимость, позволяющая вычислить прогнозное значение [11].

Особое место в классификации методов прогнозирования занимают комбинированные методы, объединяющие в себе различные методы прогнозирования. Использование комбинированных методов особенно актуально для сложных социально-экономических систем, когда при разработке прогноза показателей каждого элемента системы могут быть использованы различные сочетания методов прогнозирования. Разновидностью комбинированных методов можно считать эконометрическое моделирование.

Модель прогнозирования есть функциональное представление, адекватно описывающее исследуемый процесс и являющееся основой для получения его будущих значений [12].

Классификация моделей прогнозирования представлена на рис. 1.4.

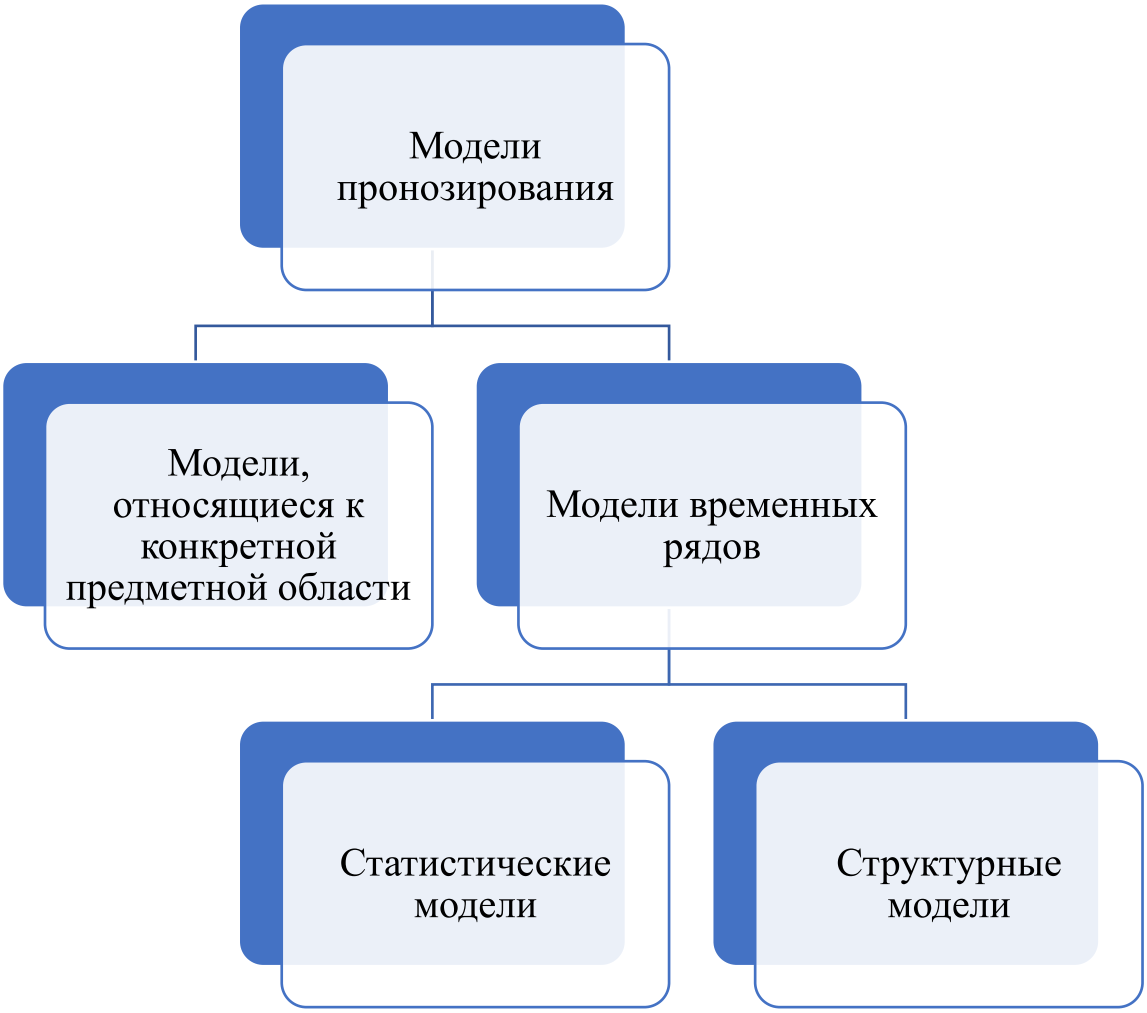


Рис. 1.4. Классификация моделей прогнозирования

Модели, относящиеся к конкретной предметной области, предполагают использование законов, свойственных определенным предметным областям. Для такого рода моделей требуется индивидуальный подход к построению и практическому применению, что делает невозможным их использование в рамках других областей прогнозирования [13].

Модели временных рядов направлены на поиск зависимостей внутри анализируемого процесса. Данный вид моделей базируется на знании прошлых значений объекта прогнозирования. Отличительной чертой моделей временных рядов является их универсальность, то есть возможность применения в рамках различных предметных областей. Более того, общий вид моделей не зависит от природы рассматриваемого в рамках прогностической деятельности явления или процесса.

В статистических моделях прогнозирования функциональная зависимость между будущими и фактическими значениями временного ряда, а также внешними факторами, если таковые учитываются, задана аналитически, то есть в формульном виде. Примерами статистических моделей являются регрессионные, авторегрессионные, модели экспоненциального сглаживания и др.

Структурные модели предполагают описание будущего значения в зависимости от прошлых параметров в виде некоторой структуры, а также конкретных правил перехода по ней. К структурным моделям можно отнести нейронные сети, цепи Маркова, различные классификационные деревья и др.

Таким образом, выбор адекватных методов и моделей прогнозирования зависит от целей исследования, специфики процесса, а также имеющихся данных о прошлом состоянии рассматриваемого объекта. Прогнозирование является эффективным только в том случае, если субъект может всесторонне оценить ситуацию и выбрать эффективные инструменты прогнозирования в рамках решения конкретной исследовательской задачи.

1.3. Основные вероятностные понятия, используемые в материалах курса

Эксперимент или случайный опыт представляет собой процесс, для которого возможны различные исходы, т.е. невозможно однозначное предсказание результата. Результат случайного опыта X называется случайной величиной. Непостоянство результата такого опыта может быть связано с наличием случайных ошибок измерений или со статистической природой самой измеряемой величины. Отдельные значения, принимаемые случайной величиной, обозначаются x_i. Любая функция от x_i также является случайной величиной [14].

Случайная величина может быть дискретной (значения которой могут быть либо конечными, либо счетными) или непрерывной (в результате испытания принимает все значения из некоторого числового промежутка). Также случайные величины могут быть одномерными (находящиеся в зависимости от единственной переменной) или многомерные (зависящие от двух и более переменных) [15].

Полной характеристикой случайной величины X с вероятностной точки зрения является ее закон распределения, т.е. заданная в той или иной форме связь между возможными значениями случайной величины и вероятностями их появления.

Естественная форма закона распределения дискретной случайной величины X, которая может принимать значения $x_1, x_2 ... x_n$, задается таблицей (1.1):

$$X = \begin{pmatrix} X_1 & X_2 & ... & X_n \\ P_1 & P_2 & ... & P_n \end{pmatrix} \quad (1.1),$$

где p_i - вероятность наступления события x_i, причем сумма вероятностей наступления всех возможных исходов равна единице [17].

Универсальной формой закона распределения (непрерывных и дискретных величин) является функция распределения вероятностей – это такая функция F(x), значение которой в точке x равно вероятности P того, что при проведении опыта значение случайной величины X окажется меньше, чем x, т.е. F(x) = P(X < x). Числовые значения функции F(x) принадлежат промежутку от 0 до 1 [18].

Если случайная величина дискретна, то ее функция распределения представляет собой ступенчатую функцию, а у непрерывных случайных величин функция распределения также непрерывна. Функцию распределения вероятностей F(x) непрерывной случайной величины можно представить в виде интеграла от некоторой неотрицательной функции $f(x)$ (1.2):

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du \quad (1.2)$$

Функция f(x) характеризует плотность распределения вероятности, и может быть определена следующими свойствами:

1) $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}; F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$;

2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)du = 1;$

3) Пропорциональности плотности вероятности и вероятности события: $x \le X \le x + dx$

Помимо закона распределения, случайная величина может быть охарактеризована значениями параметров, определяющих наиболее значимые особенности ее распределения. К таким характеристикам можно отнести математическое ожидание и дисперсию случайной величины [19].

Математическое ожидание (среднее значение дискретной случайной величины) представляет собой сумму произведений всех возможных значений x_i на соответствующие вероятности их возникновения P_i (1.3):

$$M\{X\} = \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i \tag{1.3}$$

Поскольку случайной величиной является также и функция от случайной величины, математическое ожидание функции Y=H(X) может быть определено следующим образом (1.4):

$$M\{H(X)\} = \sum_{i=1}^{n} H(x_i) P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{n} H(x_i) P_i \tag{1.4}$$

Соответственно для непрерывных величин математическое ожидание примет следующий вид (1.5):

$$M\{X\} = \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \tag{1.5}$$

А для функции непрерывной величины математическое ожидание может быть найдено по формуле (1.6):

$$M\{H(X)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} H(x) f(x) dx \tag{1.6}$$

Важным параметром, характеризующим разброс случайной величины относительно ее среднего значения, является дисперсия. Она может быть определена как математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины X от своего среднего значения (1.7):

$$D\{X\} = \sigma^2(X) = M\{(X - M\{X\})^2\} = M\{(X - \bar{x})^2\} = M\{X^2\} - (M\{X\})^2 \tag{1.7}$$

Стандартное или среднеквадратиеское отклонение показывает, насколько сильно значения случайной величины X разбросаны вокруг ее среднего значения , и может быть определено по формуле (1.8):

$$\sigma = +\sqrt{\sigma^2(X)} \tag{1.8}$$

Таким образом, владение базовыми статистическими знаниями является необходимым условием успешного освоения курса «Статистическое моделирование и прогнозирование». Понимание сущности определяемых величин и их грамотная интерпретация с экономической точки зрения позволят не только выполнять расчеты, но и активно применять их в практической деятельности

1.4. Общие принципы метода статистического моделирования

Статистическое моделирование представляет собой метод исследования сложных систем, который основывается на описании процессов функционирования отдельных элементов в их взаимосвязи с целью получения множества частных результатов, подлежащих обработке методами математической статистики для получения конечных результатов.

В рамках метода статистического моделирования происходит выбор определенной модели, которая бы описывала исследуемый процесс, явление, систему. Таким образом, опираясь на математическое описание модели и численные методы, происходит разработка моделирующего алгоритма. Он имитирует воздействие внешних импульсов на системы, поведение ее элементов, а также их взаимодействие и последовательное изменение состояний всей системы во времени [20].

Следующим этапом является случайная единичная реализация моделируемого процесса, после чего происходит многократное повторение эксперимента, и по результатам моделирования определяются различные характеристики модели.

Стоит отметить, что полнота и достоверность результатов моделирования зависит от точности описания моделируемой системой реального объекта анализ, а от числа испытания и точности, применяемых в процессе создания модели вычислительных методов [21].

Для демонстрации вышеописанных принципов, воспользуемся конкретным примером (рис. 1.5).

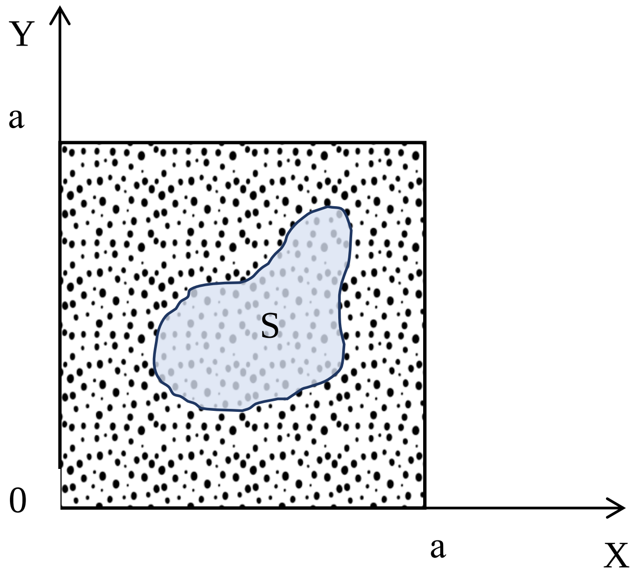


Рис. 1.5 Исходные данные для решения задачи

Для нахождения плоской произвольной фигуры S, ограничим фигуру квадратом со стороной a и выберем внутри квадрата N случайных точек. Тогда число точек, попавших внутрь фигуры S, обозначим условно N’. Геометрически становится очевидным, что приближённо площадь фигуры S составляет $a^2 * N' / N$. Становится очевидным, что, чем больше число случайных точек N, тем точнее может быть оценена площадь фигуры S.

Таким образом, для нахождения площади заданной фигуры может быть предложена следующая последовательность действий:

1. Разыгрываем случайную величину ξ, равномерно распределенную на интервале (0,a) . Значение ξ соответствует координате по оси OX случайной точки
2. Разыгрываем случайную величину χ, равномерно распределенную на интервале (0,a) . Значение χ соответствует координате по оси OX случайной точки
3. Проверяем принадлежность точки с координатами (ξ; χ) фигуре S.Если точка принадлежит области S, обавляем к изначально облученному счетчику N’ единицу.
4. Повторяем действия, описанные в пунктах 1-3 N раз
5. Вычисляем значение интеграла [22]

Метод статистического моделирования обладает двумя основными особенностями. Во-первых, относительная простота вычислительного алгоритма. То есть апробация алгоритма моделирования предполагает единичное испытание с последующим его повторением N раз. Во-вторых, наблюдается высокая зависимость качества построенных моделей от числа измерений. Пропорциональность погрешности вычислений величине $1/\sqrt{N}$ обуславливает ограниченность применения метода статистического моделирования в случаях, когда требуется высокая точность измерения, а число наблюдений процесса или явления предыдущего периода является относительно небольшим [23]. Таким образом, основной элемент метода статистического моделирования – это единичная реализация, которая представляет собой конкретный случай реализации моделируемого процесса (явления) со всеми присущими ему случайностями. Каждый раз, когда в ход моделируемого процесса вмешивается случайность, должен быть реализован какой-то механизм случайного выбора , который называется «единичным жребием».

Единичный жребий должен давать ответ на один из вопросов: произошло или не произошло некое событие? Какое из возможных событий произошло? Какое значение приняла случайная величина X? Какую совокупность значений приняла система случайных величин?

Каждая реализация случайного явления методом Монте-Карло рассматривается как последовательность конечного числа элементарных случайных событий (единичных жребиев), которые перемежаются обычными расчетами. С их помощь. Происходит учет влияния исхода единичного жребия на ход моделирования (в частности, на условия, в которых будет осуществляться следующий единичный жребий) [24].

Закономерности в экономике могут выражаться в виде математических моделей связей и зависимостей экономических показателей. Такие зависимости и модели получают только путем обработки реальных статистических данных с учетом внутренних механизмов связи и случайных факторов. Наличие и качество информационного обеспечения, реальные возможности сбора и обработки первичной информации во многом определяют как сферу практического применения статистического моделирования в экономике, так и выбор различных видов прикладных моделей.

Контрольные вопросы

1. Что такое прогнозирование?
2. Какие признаки классификации прогнозов Вы знаете?
3. В чем состоит отличие плана и прогноза?
4. Как соотносятся понятия «метод прогнозирования» и «модель прогнозирования»?
5. Какие модели временных рядов Вам известны?
6. Что такое эксперимент?
7. Какие вид случайных величин Вам известны?
8. Что является универсальной формой закона распределения?
9. Что представляет собой функция распределения дискретной случайной величины?
10. Что представляет собой функция распределения непрерывной случайной величины?
11. Каковы свойства функции, характеризующей плотность распределения вероятности?
12. Что показывает дисперсия и математическое ожидание случайной величины?
13. Что характеризует среднеквадратическое отклонение?
14. В чем заключается сущность метода статистического моделирования?
15. Каковы основные этапы метода статистического моделирования?
16. Что является основным элементом метода статистического моделирования?

Глава 2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ. АНАЛИЗ РЯДОВ ДИНАМИКИ

2.1. Понятие временных рядов. Классификация рядов динамики

Временной ряд или ряд динамики представляет собой последовательность упорядоченных числовых параметров, характеризующий изменение исследуемого признака во времени [25]. Ряд динамики может быть представлен в графическом и в табличном виде.

Графическое представление ряда динамики предполагает построение системы координат, в которой ось абсцисс представляет собой шкалу времени t, а ось ординат – шкалу уровней ряда Y.

В табличном виде числовые значения ряда динамики Y_i соответствуют моментам или периодам времени t_i, к которым относятся уровни. Причем Y_1 - начальное значение уровня ряда, а Y_n - его конечное значение.

Существуют различные признаки классификации временных рядов [26, 27], основные из которых представлены на рис. 2.1.

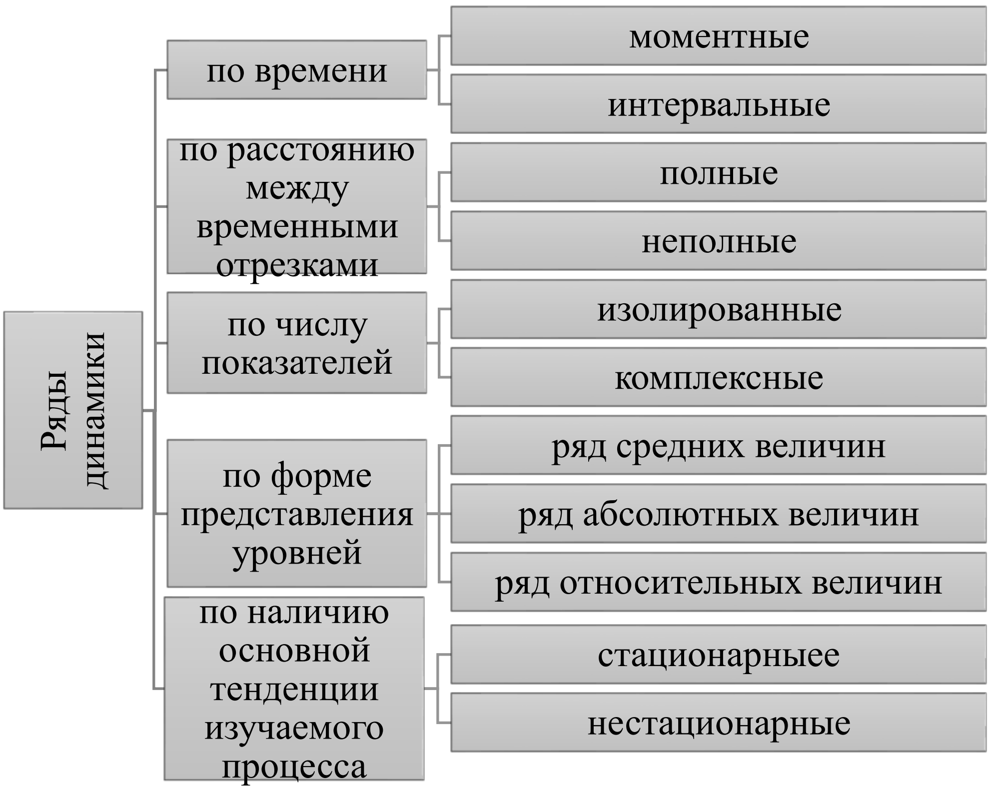


Рис. 2.1 – Классификация рядов динамики

Для **моментного временного ряда** характерно представление значения статистического показателя по состоянию на определенные последовательные моменты времени (например, на начало каждого месяца или года). При работе с моментными данными необходимо помнить, что сложение показателей такого ряда динамики невозможно, поскольку может появиться проблема двойного счета. Примером моментных рядов может служить численность населения на начало каждого календарного года, величина запасов на первое число каждого месяца.

В интервальных рядах динамики данные накапливаются за определенный промежуток времени. Например, годовое значение объема выпущенной продукции равно сумме данных за четыре квартала [28].

Полный временной ряд - ряд динамики, в котором одноименные моменты времени или периоды времени строго следуют один за другим в календарном порядке или равноотстоят друг от друга.

В **неполном ряду** уровни зафиксированы в неравноотстоящие моменты или периоды времени.

Изолированные временные ряды строятся по одному конкретному показателю, а **комплексные ряды** являются многомерными и представляют собой систему взаимосвязанных параметров.

В зависимости от формы представления уровней ряды могут быть **абсолютными** (например, объем произведенной продукции), **относительными** (индекс инфляции) или **средними** (величина среднедушевых доходов) [29].

Стационарный временной ряд это ряд данных, статистические свойства которого не зависят от времени. Таким ряды не содержат тенденцию или циклическую компоненту. Значение их каждого последующего уровня может быть определено как сумма среднего уровня ряда и случайной компоненты

Для нестационарного ряда характерно изменение статистических свойств во времени. Для нестационарных радов характерно наличие тренда, сезонной и/или циклической составляющей [30].

Таким образом, грамотная интерпретация исходных данных является залогом успешного моделирования и прогнозирования. Понимание исследователем природы и сущности рассматриваемых явлений позволяет грамотно использовать статистический инструментарий для решения конкретных прикладных задач.

2.2. Основные показатели рядов динамики. Средний уровень ряда

К основным показателя временных рядов относятся: средний уровень временного ряды, абсолютные приросты, темпы роста и прироста, абсолютное значение одного процента прироста.
Средний уровень представляет собой среднюю величину изучаемого показателя за рассматриваемый период. Следует отметить, что для различных видов рядов динамики исчисление осуществляется по различным формулам [31].

Для равномерного интервального ряда вычисление производится по формуле простой средней арифметической (2.1):

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y_i \qquad (2.1)$$

Средний уровень неравномерного интервального ряда определяется по формуле средней арифметической взвешенной (2.2):

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} Y_i t_i , N = \sum_{i=1}^{n} t_i \qquad (2.2)$$

Для вычисления равномерного моментного ряда принято использовать формулу средней хорологической простой (2.3):

$$\bar{Y} = \frac{1}{n-1}(\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + ...Y_{n-1} + \frac{Y_n}{2}) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1}(Y_i + Y_{i+1}) \qquad (2.3)$$

Для неравномерного моментного ряда предполагается применение формулы средней хронологической взвешенной (2.4):

$$\bar{Y} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} t_i} * \sum_{i=1}^{n} \bar{Y}_i t_i \qquad (2.4)$$

Абсолютный прирост представляет собой разность между двумя последующими уровнями временного ряда (цепной прирост) или разность между данным уровнем ряда и уровнем, принятым за базу сравнения (бизисный прирост). Как правило, базой сравнения служит начальное значение уровня ряда.

Показатели абсолютного прироста измеряются в тех же единицах измерения, что и уровни ряда [32].

Соответственно базисный прирост отражает изменение величины показателя в анализируемом периоде по сравнению с базисным и может быть определен по формуле (2.5):

$$\Delta_{i базис.} = Y_i - Y_0 \qquad (2.5)$$

где Y_i - данный уровень ряда,

Y_0 - базисное значение уровня ряда.

Цепной прирост показывает, на сколько изменилась величина показателя в данном периоде по сравнению с предыдущим периодом (2.6):

$$\Delta_{i цепн.} = Y_i - Y_{i-1} \qquad (2.6)$$

Где Y_{i-1} - предыдущее значение уровня ряда относительно Y_i

Средний абсолютный прирост характеризует среднее изменение величины изучаемого показателя (2.7):

$$\bar{\Delta} = \frac{Y_n - Y_0}{n-1} \qquad (2.7)$$

Где Y_n и Y_0 конечный и начальный уровни ряда соответственно [33].

Либо средний абсолютный прирост может быть определен через значения цепных приростов (2.8):

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \Delta_{i цепн}}{K} \qquad (2.8)$$

где К – количество анализируемых цепных приростов.

Базисный темп роста ($T_{рб}$) характеризует отношение каждого последующего уровня к базисному, выраженное в процентах [34] (2.9):

$$T_{рб} = \frac{Y_n}{Y_0} * 100\% \qquad (2.9)$$

Цепной темп роста ($T_{рц}$) определяется следующим соотношением (2.10):

$$T_{рц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} * 100\% \qquad (2.10)$$

Темп роста показывает, какую долю составляет текущее значение уровня ряда относительно начального или предыдущего (в зависимости от базисного или цепного способа составления ряда).

Средний темп роста характеризует среднее процентное изменение изучаемого показателя [35]. Расчет данного показателя осуществляется по формуле средней геометрической простой (2.11):

$$\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{T_{рц_1} * T_{рц_2} * \ldots * T_{рц_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_0}} * 100\% \qquad (2.11)$$

Темп прироста представляет собой отношение абсолютного прироста (базисного или цепного) к начальному значению временного ряда, выраженное в процентах [36].

Соответственно базисный темп прироста может быть найден по формуле (2.12):

$$T_{пр_б} = \frac{\Delta_{базис}}{Y_0} * 100\% = \frac{Y_n - Y_0}{Y_0} * 100\% \qquad (2.12)$$

Также можно найти базисный темп прироста, зная значение базисного темпа роста (2.13):

$$T_{пр_б} = T_{р_б} - 100\% \qquad (2.13)$$

Цепной темп находится по следующим формулам (2.14 и 2.15):

$$T_{пр_ц} = \frac{\Delta_{цепн}}{Y_{n-1}} * 100\% = \frac{Y_n - Y_{n-1}}{Y_{n-1}} * 100\% \qquad (2.14)$$

$$T_{пр_ц} = T_{р_ц} - 100\% \qquad (2.15)$$

Темп прироста показывает, на сколько процентов изменилась величина показателя в данном периоде по сравнению с начальным или предыдущим (в зависимости от базисного или цепного способа составления ряда) [37].

Средний темп прироста позволяет оценить величину, на которую в среднем изменилась величина изучаемого показателя (2.16):

$$\overline{T_{пр}} = \overline{T_p} - 100\% \qquad (2.16)$$

Стоит отметить, что темп прироста может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

Коэффициенты роста также могут быть базисными (2.17) или цепными (2.18):

$$К_{р_б} = \frac{Y_n}{Y_0} \quad (2.17)$$

$$К_{р_ц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} \quad (2.18)$$

В отличие от темповых характеристик они показывают относительную скорость изменения ряда, выраженную в долях, а не процентах [38].

Базисные или цепные коэффициенты прироста вычисляются по формулам (2.19 и 2.20):

$$К_{пр_б} = К_{р_б} - 1 \quad (2.19)$$

$$К_{пр_ц} = К_{р_ц} - 1 \quad (2.20)$$

Абсолютное значение одного процента прироста характеризует скорость изменения уровней ряда в единицу времени [39] и может быть найдено по следующей формуле (2.21):

$$|A| = \frac{\Delta_{цепн}}{T_{пр_ц}} \quad (2.21)$$

Таким образом, в рамках данного параграфа были рассмотрены основные показатели временных рядов и формулы для их вычисления. Следует отметить, что понимание сущности рассчитываемых параметров является необходимым условием грамотного их применения в практической деятельности.

2.3. Проблема сопоставимости динамических рядов и пути ее решения

При построении динамического ряда исследователю важно помнить, что все уровни отвечать требованию сопоставимости: в частности уровни должны относиться в одной территории, характеризовать один и тот же объект или явление, быть рассчитанными по единой методологии с использованием единых единиц измерения значений анализируемого показателя [40].

Сопоставимость по кругу охватываемых явлений означает, что процедура сравнения проводится для равных по числу элементов совокупностей, однородных по своему экономическому содержанию и обладающих одинаковыми границами. Несопоставимость может возникнуть в результате перехода ряда объектов из одного подчинения в другое. Например, если показатели из одной группы изучаемых социально-экономических явлений в течение анализируемого интервала времени были отнесены к другой группе.

Сопоставимость по времени регистрации для интервальных рядов динамики предполагает равенство временных промежутков, за которые собираются и представляются данные. Например, для обеспечения сопоставимости интервальных временных рядов, выделяют среднедневные показатели по декадам, кварталам, месяцам, которые затем подвергаются процедуре сравнения. Если речь идет о моментных рядах, наблюдения лучше проводить по состоянию на конкретно определенное число каждого месяца, полугодия, года [41].

Сопоставимость по территории предполагает исследование данных в рамках одних тех же территориальных границ в течение всего времени анализа. Например, изменение территориальных границ Москвы и Московской области привело к тому, что ранее параметры отдельных городов учитывались в показателях Московской области, в после расширения границ Москвы сведения по этим географическим единицам были включены в статистические данные по столице, то есть возникла проблема территориальной сопоставимости

Сопоставимость по методологии расчетов предполагает использование единого методологического аппарата для вычислений уровней динамического ряда в течение всего аналитического периода [42].

Существует также проблема сопоставимости по ценам. Существуют различные виды цен. Также стоимостные изменения могут не учитывать влияние инфляции. Для устранения данных проблем оценка одних и тех же процессов или явлений зачастую осуществляется в ценах одного и того же базисного периода. В статистических источниках такие приведенные данные принято называть сопоставимыми.

Следует отметить, что для экономических процессов изменение качественных характеристик является одним из наиболее часто встречающихся состояний. С течением времени меняется методология вычислений показателей, происходит корректировка границ их определения как в сторону сужения, так и расширения. Например, до октября 1995 года предприятие считалось малым, если число работников не превышало 200, а с октября ценз отнесения предприятий к числу малых по критерию численности сотрудников был снижен до 100 человек. Таким образом, возникла проблема сопоставимости динамического ряда, который бы характеризовал результаты деятельности малых предприятий до и после внесения изменений.

Приведение статистической информации к сопоставимому виду осуществляется при помощи особой вычислительной процедуры, которая носит название «смыкание временных рядов» [43].

Под смыканием принято понимать процесс объединения нескольких динамических рядов, относящихся к разным периодам времени и с первоначально несопоставимыми уровнями, в один динамический ряд с новыми, уже сопоставимыми уровнями, расположенными в хронологической последовательности.

Для того, чтобы проведение данной процедуры стало возможным, необходимо обладать информацией о значении показателя, рассчитанного по старой и новой методологии, но относящейся к одному аналитическому периоду времени [44].

Принято выделять два основных способа смыкания временных рядов.

Первый способ является абсолютным. Он предполагает корректировку данных до изменений на коэффициент перехода. Подробно схема реализации данного метода представлена на рис. 2.2.

Рис. 2.2. Схема реализации абсолютного способа смыкания данных

Второй способ (относительный) предполагает получение временного ряда, выраженного в процентах или долях. При реализации данного метода уровень переходного периода принимается равным 100 % (как для прежнего значения ряда, так и для рассчитанного по новой методологии, в новых единица измерения и др.). Временной ряд пересчитывается, исходя из численного значения уровня, принятого за 100%. Применение данного способа предполагает пересчет значений как до, так и после «переломного момента».

Таким образом, анализ сопоставимости динамических рядов является важнейшим этапом научно-исследовательской работы. Для приведения данных в сопоставимый вид используется два основных способа смыкания: абсолютный и относительный [40]. Выбор способа смыкания обусловлен спецификой исходных временных рядов, а также и целями исследовательской работы в рамках решение конкретной практической задачи.

2.4. Выявление аномальных значений уровней временного ряда

Под аномальным уровнем ряда понимается конкретное численное значение уровня, которое не отвечает потенциальным возможностям исследуемой экономической системы и, которое, оставаясь в качестве уровня ряда, оказывает существенное влияние на значения основных характеристик временного ряда, в том числе на соответствующую трендовую модель. Причинами аномальных наблюдений могут быть ошибки технического порядка, или **ошибки первого рода**. К ним относятся ошибки, возникающие при передаче информации, а также ошибки, возникающие при агрегировании и дезагрегировании показателей.

Кроме того, причины аномальных уровней во временных рядах могут быть обусловлены факторами, имеющими объективный характер, но проявляющимися эпизодически или очень редко (**ошибки второго рода**). Такого рода ошибки устранению не подлежат [45].

Одним из способов выявления аномальных уровней временных рядов является **метод Ирвина**.

Реализация данного метода основывается на вычислении параметра λ_t (2.22):

$$\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\delta_y} \qquad (2.22)$$

где δ_y - среднее квадратическое отклонение, которое рассчитывается по формуле (2.23):

$$\delta_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \overline{y})^2}{n-1}} \qquad (2.23),$$

Где $\overline{y}$ - среднее значение уровня ряда, которое рассчитывается по формуле (2.24):

$$\overline{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} \qquad (2.24)$$

На следующем этапе расчетные значения λ_t сравниваются с табличными значениями критерия Ирвина λ_α. В случае, если найденное $\lambda_t > \lambda_\alpha$, можно сделать вывод о том, что соответствующее значение уровня y_t является аномальным.

Значения критерия Ирвина для уровня значимости α = 0,05 и α = 0,01 приведены в табл. 2.1.

Табл. 2.1. Табличные значения критерия Ирвина λ_α

Число измерений *n*	Уровень значимости	
	q = 0,05	*q* = 0,01
2	2,8	3,7
3	2,2	2,9
10	1,5	2,0
20	1,3	1,8
30	1,2	1,7
50	1,1	1,6
100	1,0	1,5
400	0,9	1,3
1000	0,8	1,2

После выявления аномальных уровней ряда, обязательным условием является определение причин их возникновения, а затем устранение этих значений.

Критерий Романовского. Данный критерий применяется для исследования грубых погрешностей (промахов), если число наблюдения n меньше 20 [46].

Конкурирующая гипотеза о наличии грубых погрешностей в подозрительных результатах подтверждается, если выполняется неравенство (2.25):

$$\beta_t = \frac{\left| y_t - \overline{y} \right|}{\delta_y} \qquad (2.25)$$

При анализе грубых промахов с использованием критерия Романовского рассчитанное по формуле 2.25 значение β_t сравнивается с критерием β_q, выбранным по табл. 2.2.

Табл. 2.2. Табличные значения критерия Романовского β_q

n	q=0,01	q=0,02	q=0,05	q=0,1
4	1,73	1,72	1,71	1,69
6	2,16	2,13	2,10	2,00
8	2,43	2,37	2,27	2,17
10	2,62	2,54	2,41	2,29
12	2,75	2,66	2,52	2,39
15	2,90	2,80	2,64	2,49
20	3,08	2,96	2,78	2,62

Если $\beta_t \geq \beta_q$, то значение уровня ряда считается промахом и отбрасывается.

Критерий вариационного размаха является одним из самых простых методов исключения грубой погрешности измерений (промаха) [47]. Для его использования определяют размах вариационного ряда упорядоченной совокупности наблюдений (2.26):

$$R = y_{max} - y_{min} \tag{2.26}$$

где y_{max} и y_{min} - максимальное и минимальное значение уровня ряда соответственно.

Если какой-либо член вариационного ряда, например y_k, резко отличается от всех других, то производят проверку, используя следующее неравенство (2.27):

$$\overline{Y} - z * R < y_k < \overline{Y} + z * R \tag{2.27}$$

где $\overline{\overline{Y}}$ – выборочное среднее арифметическое значение, вычисленное после исключения предполагаемого промаха;

z – критериальное значение [48].

В табл. 2.3 приведены критериальные значения для метода вариационного размаха

Табл. 2.3. Значения критерия вариационного размаха

n	5	6	7	8-9	10-11	12-15	16-22	23-25	26-63	64-150
z	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8

Нулевую гипотезу (об отсутствии грубой погрешности) принимают, если указанное неравенство выполняется. Если y_k не удовлетворяет условию (2.27), то этот результат исключают из вариационного ряда [49].

Критерий Диксона основан на предположении, что погрешности измерений подчиняются нормальному закону (предварительно необходимо построение гистограммы результатов наблюдений) и проверка гипотезы о принадлежности нормальному закону распределения. При использовании критерия вычисляют коэффициент Диксона (наблюдаемое значение критерия) для проверки наибольшего или наименьшего экстремального значения в зависимости от числа измерений. В табл. 2.4 приведены формулы для вычисления коэффициентов. Коэффициенты r_{10}, r_{11} применяют, когда имеется один выброс, а r_{21}, r_{22} - когда два выброса. Требуется первоначальное упорядочение результатов измерений (объема выборки) по возрастанию. Критерий применяется, когда выборка может содержать более одной грубой погрешности [50].

Табл. 2.4. Формулы коэффициентов Диксона

Число измерений n (объем выборки)	Коэффициент Диксона	Для наименьшего экстремального значения параметра	Для наибольшего экспериментального параметра
3-7	r_{10}	$\frac{y_2 - y_1}{y_n - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-1}}{y_n - y_1}$
8-10	r_{11}	$\frac{y_2 - y_1}{y_{n-1} - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-1}}{y_n - y_2}$
11-13	r_{21}	$\frac{y_3 - y_1}{y_{n-1} - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-2}}{y_n - y_2}$
14-25	r_{22}	$\frac{y_3 - y_1}{y_{n-2} - y_1}$	$\frac{y_n - y_{n-2}}{y_n - y_3}$

Вычисленные для выборки по формулам значения коэффициентов Диксона r сравнивают с табличным значением критерия Диксона r_q (табл. 2.5).

Табл. 2.5. Табличные значения критерия Диксона

Статистика	Число измерений	r_q при уровне значимости q			
		0,1	0,05	0,02	0,01
r_{10}	3	0,886	0,941	0,976	0,988
	4	0,679	0,765	0,846	0,899
	5	0,557	0,642	0,729	0,780
	6	0,482	0,560	0,644	0,698
	7	0,434	0,507	0,586	0,637
r_{11}	8	0,479	0,554	0,631	0,683
	9	0,441	0,512	0,587	0,636
	10	0,409	0,477	0,551	0,597
r_{21}	11	0,517	0,576	0,538	0,679
	12	0,490	0,546	0,605	0,642
	13	0,467	0,521	0,578	0,615
r_{22}	14	0,462	0,546	0,602	0,641
	15	0,472	0,525	0,579	0,616
	16	0,452	0,507	0,559	0,595
	17	0,438	0,490	0,542	0,577
	18	0,424	0,475	0,527	0,561
	19	0,412	0,462	0,514	0,547
	20	0,401	0,450	0,502	0,535
	21	0,391	0,440	0,491	0,524
	22	0,382	0,430	0,481	0,514
	23	0,374	0,421	0,472	0,505
	24	0,367	0,413	0,464	0,497
	25	0,360	0,406	0,457	0,489

Нулевая гипотеза об отсутствии грубой погрешности выполняется, если выполняется неравенство $r < r_q$.

Если $r > r_q$, то результат признается грубой погрешностью и исключается из дальнейшей обработки [51,52].

Критерии Райта и правило «трех сигм» являются одними из простейших методов для проверки результатов, подчиняющихся нормальному закону распределения [53].

Сущность правила трех сигм заключается в следующем: если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина ее отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратического отклонения [53].

На практике правило трех сигм применяют так: если распределение изучаемой случайной величины неизвестно, но условие, указанное в приведенном правиле, выполняется, то есть основания предполагать, что изучаемая величина распределена нормально; в противном случае она не распределена нормально. С этой целью для выборки вычисляется центр распределения и оценка среднего квадратического отклонения результата наблюдений. Результат, который удовлетворяет условию (2.28), считается имеющим грубую погрешность и удаляется, а ранее вычисленные характеристики распределения уточняются:

$$\left| y_k - \overline{y} \right| \geq 3\delta \tag{2.28}$$

Правило «трех сигм» считается слишком жестким, поэтому рекомендуется назначать границу цензурирования в зависимости от объема выборки (критерий Райта) (табл. 2.6) [54].

Табл. 2.6. Границы критерия Райта

Объём выборки	Условия критерий Райта
6<n<100	$\left\| y_k - \overline{y} \right\| \geq 4\delta$
100<n<1000	$\left\| y_k - \overline{y} \right\| \geq 4{,}5\delta$
1000<n<10000	$\left\| y_k - \overline{y} \right\| \geq 5\delta$

Может оказаться, что при новых значениях $\overline{y}$ и δ другие результаты попадут в категорию аномальных, поэтому дважды использовать критерии грубой погрешности не рекомендуется [55].

Критерий Смирнова рекомендуется использовать при объемах выборки $n \geq 25$ или при известных значениях генеральных среднего и среднего квадратического отклонения. Он устанавливает менее жесткие границы грубой погрешности [56]. Для реализации этого критерия вычисляются действительные значения квантилей распределения (наблюдаемое значение критерия) по формуле (2.29):

$$\beta = \frac{\max\left|y_k - \overline{y}\right|}{\delta}, \qquad (2.29)$$

где y_k - сомнительное значение ряда (максимальное или минимальное) [57].

Найденное значение β сравнивается с критериальным β_q, приведенным в табл. 2.7

Табл. 2.7. Квантили распределения β_q

Объем выборки n	Предельное значение β_q при уровне значимости *q*				
	0,100	0,050	0,0010	0,005	0,001
1	2	3	4	5	6
1	1,282	1,645	2,326	2,576	3,090
2	1,632	1,955	2,575	2,807	3,290
3	1,818	2,121	2,712	2,935	3,403
4	1,943	2,234	2,806	3,023	3,481
5	2,036	2,319	2,877	3,090	3,540
6	2,111	2,386	2,934	3,143	3,588
7	2,172	2,442	2,981	3,188	3,628
8	2,224	2,490	3,022	3,227	3,662
9	2,269	2,531	3,057	3,260	3,692
10	2,309	2,568	3,089	3,290	3,719
15	2,457	2,705	3,207	3,402	3,820
20	2,559	2,799	3,289	3,480	3,890
25	2,635	2,870	3,351	3,539	3,944
30	2,696	2,928	3,402	3,587	3,988
40	2,792	3,015	3,480	3,662	4,054
50	2,860	3,082	3,541	3,716	4,108
100	3,076	3,285	3,723	3,892	4,263
250	3,339	3,534	3,946	4,108	4,465
500	3,528	3,703	4,108	4,263	4,607

Если $\beta > \beta_q$, то значение y_k считают грубой ошибкой и отбрасывают

Критерий Шовене применяется для законов, не противоречащих нормальному, и строится на определении числа ожидаемых результатов наблюдений $n_{ож}$, которые имеют столь же большие погрешности, как и подозрительный [58]. Гипотеза о наличии грубой погрешности принимается, если выполняется условие (2.30):

$$n_{ож} \leq 0{,}5 \qquad (2.30)$$

Порядок проверки гипотезы следующий:

1) вычисляются среднее арифметическое $\bar{y}$ и δ результатов наблюдений для всей выборки;

2) из таблицы нормированного нормального распределения (Приложение 1 – интегральная функция нормированного нормального распределения) по величине $z = \dfrac{|y_k - \bar{y}|}{\delta}$ определяется вероятность появления подозрительного результата в генеральной совокупности чисел n [59]:

$$P\left(z \cdot \delta < \left|y_k - \bar{y}\right|\right); \qquad (2.31)$$

3) число ожидаемых результатов $n_{ож}$ определяется по формуле:

$$n_{ож} = n \cdot P \qquad (2.32)$$

Указанные выше критерии во многих случаях оказываются «жесткими». Тогда рекомендуется пользоваться критерием грубой погрешности «k», зависящим от объема выборки n и принятой доверительной вероятности P (табл.2.8) [60].

Табл. 2.8. Зависимость критерия грубой погрешности k от объема выборки n и доверительной вероятности P

n	P = 95%	P = 99%	P = 99,73%
9	4,42	7,10	11,49
10	4,31	6,99	10,26
12	4,16	6,38	8,80
15	4,03	5,88	7,66
20	3,90	5,41	6,73
25	3,84	5,14	6,25
30	3,80	5,00	5,95
40	3,75	4,82	5,56
50	3,73	4,70	5,34

Для распределений, отличных от нормального, таких классов, как двух модальных кругловершинных композиций нормального и дискретного распределения с эксцессом ε=1,5-3; островершинных двумодальных; композиций дискретного двузначного распределения и распределения Лапласа с эксцессом ε=1,5-6; композиций равномерного распределения с экспоненциальным распределением эксцесса ε=1,8-6 и классом экспоненциальных распределений в пределах изменения эксцесса ε=1,8-6 граница грубой погрешности определяется величиной $\pm(t_{гр} \cdot \sigma)$ [61], где:

$$t_{гр} = 1{,}2 + 3{,}6 \cdot (1 - \gamma) \cdot \lg\frac{n}{10}, \qquad (2.33)$$

где γ – контрэксцесс;

$$t_{гр} = 1{,}55 + 0{,}8 \cdot \sqrt{\varepsilon - 1} \cdot \lg\frac{n}{10}. \qquad (2.34)$$

Погрешности в определении оценок δ и $t_{гр}$ являются отрицательно коррелированными, т. е. возрастание δ сопровождается уменьшением $t_{гр}$. Поэтому определение границ грубой погрешности для законов, отличных от нормального, с эксцессом $\varepsilon \leq 6$ с помощью критерия $t_{гр}$ является достаточно точным и может широко использоваться на практике [62].

Оценки $\overline{y}$, δ и ε должны вычисляться после исключения подозрительных результатов из выборки. После расчета границ грубой погрешности результаты наблюдений, оказавшиеся внутри границ, возвращаются, а ранее найденные характеристики распределения уточняются [63,64].

Для равномерного распределения за границы грубой погрешности можно принять величину $\pm 1{,}8 \cdot \delta$.

Таким образом, существуют различные способы выявления аномальных значений уровня ряда, выбор которых должен быть определен на основе требуемых целей исследования и специфики исходного временного ряда.

2.5. Структурные элементы временных рядов. Модели ряда динамики

В практической деятельности принято полагать, что структурнообразующими элементами временного ряда являются:

-тренд T(t)

-сезонная компонента S(t)

-циклическая компонента Z(t)

-случайная составляющая R(t) [65].

Анализ временных рядов путём разложения их на перечисленные компоненты называется декомпозицией. В общем виде функция изменения временного ряда представляет собой следующую зависимость (2.35):

$$y = f(T, S, Z, R) \qquad (2.35)$$

Тренд представляет собой изменение, которое определяет общий вектор развития, то есть тенденцию ряда динамики. Тренд является систематической составляющей долговременного действия. Тренд предполагает плавное изменение уровня ряда, которое выражается устойчивой тенденцией развития определенного экономического процесса или явления во времени [66].

Зачастую в рядах динамики, описывающих экономические процессы или явления, помимо долговременных тенденций имеют место относительно регулярные колебания, то есть периодические составляющие временного ряда [67].

Если период колебаний меньше или равен году, то такие колебания являются сезонными [68]. Часто причина их появления обусловлена природно-климатическими или иными условиями. Например, колебание цен на сельскохозяйственную продукцию. В период сбора урожая цена снижается, а затем фиксируется рост, обусловленный необходимостью хранения собранной продукции. Также с использованием сезонных колебаний описывается объём потребления газа в течение года. Логично, что чем ниже температура окружающей среды, тем больше будут объёмы потребления газа. Соответственно, с конца весны и до середины осени показатели потребления будут значительно ниже, чем зимой.

Таким образом, в рассматриваемых процессах прослеживается устойчивая годовая периодичность. Иногда причины сезонных колебаний имеют социальный характер, например, увеличение закупок в предпраздничный период, увеличение платежей в конце квартала и т.д. [69].

Если период колебания составляет больше года, имеет место циклическая составляющая. Примерами могут служить инвестиционные, промышленные, демографические и иные циклы [70].

Помимо тренда и периодических составляющих, временные ряды содержат в себе нерегулярную компоненту [71]. В экономической практике принято выделять два вида факторов, под влиянием которых формируется данная компонента (рис.2.3).

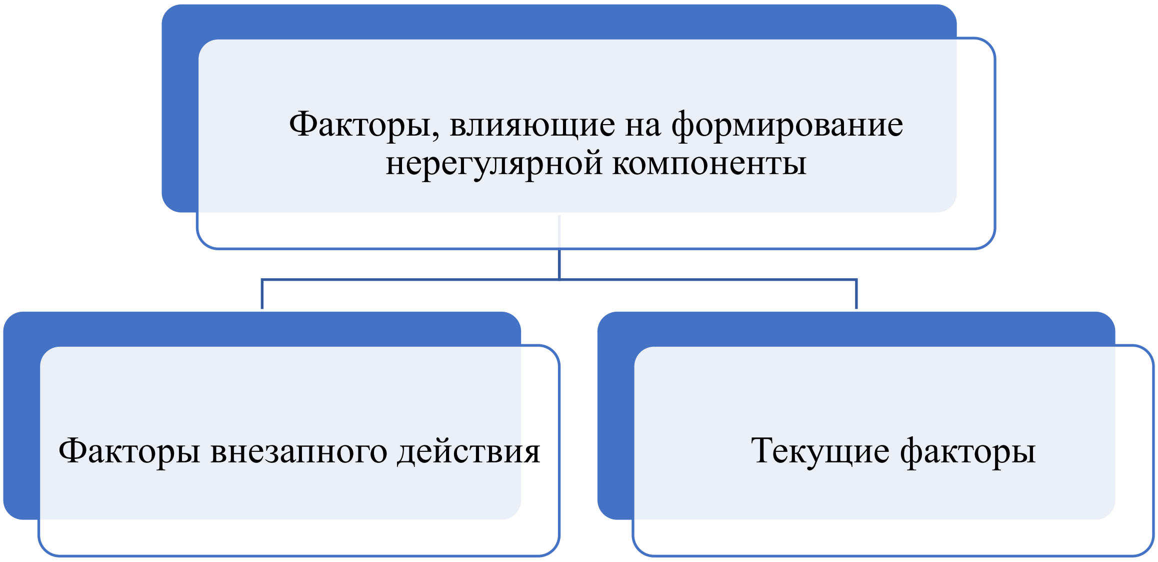


Рис. 2.3. Факторы, оказывающие влияние на формирование нерегулярной компоненты временного ряда

Факторы внезапного действия представляют собой эпидемии, стихийные бедствия и пр. Как правило, под влиянием данных факторов, возникают значительные отклонения, которые иногда носят название «катастрофические» [72].

Текущие факторы являются причиной случайных колебаний. Как правило, они обусловлены целым рядом побочных причин. Поскольку влияние каждого отдельно взятого текущего фактора является незначительным, в исследованиях воздействие данных факторов учитывается как суммарное [73, 74].

Рассмотренные в рамках данного параграфа положения позволяют сделать вывод о том, что выделяют четыре основных компонента, образующих структуру временного ряда, однако не все элементы имеют место в каждой конкретной модели.

Если ряд динамики представляется в виде суммы соответствующих компонент, то полученная модель является аддитивной [75] и записывается в следующем виде (2.36):

$$y_t = T(t) + S(t) + Z(t) + R(t) \quad (2.36)$$

Аддитивная модель применяется тогда, когда анализируемый ряд динамики имеет примерно одинаковую амплитуду колебаний в течение рассматриваемого промежутка времени (рис.2.4).

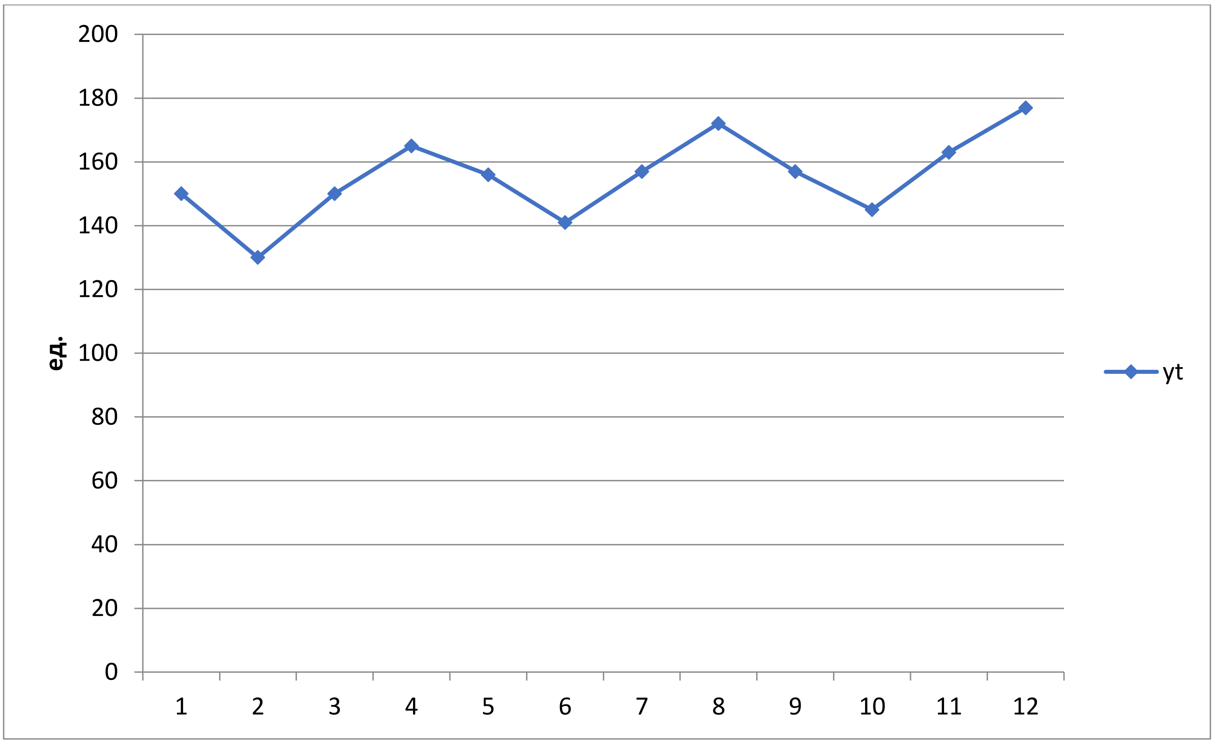


Рис.2.4. Динамика изменения временного ряда с постоянной амплитудой

В мультипликативной модели временного ряда компоненты представляют собой сомножители (2.37):

$$y_t = T(t) * S(t) * Z(t) * R(t) \tag{2.37}$$

Как правило, именно мультипликативная модель чаще всего применяется в экономических исследованиях [76].

Данный вид модели применяется в том случае, если на протяжении анализируемого промежутка времени амплитуда колебаний постоянно возрастает или уменьшается (рис.2.5 и рис.2.6).

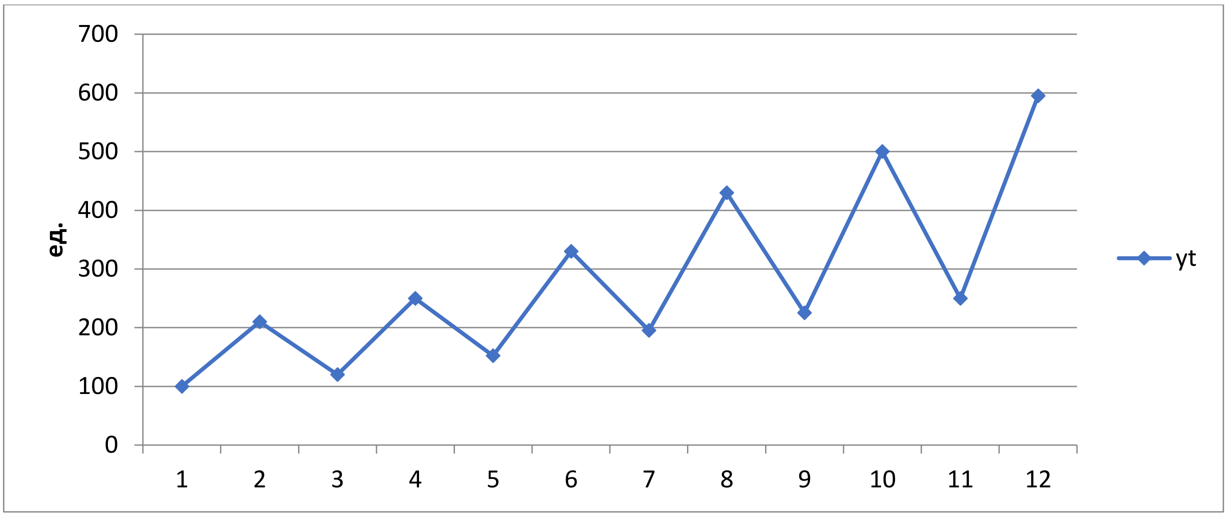


Рис. 2.5. Динамика изменения временного ряда с возрастающей амплитудой

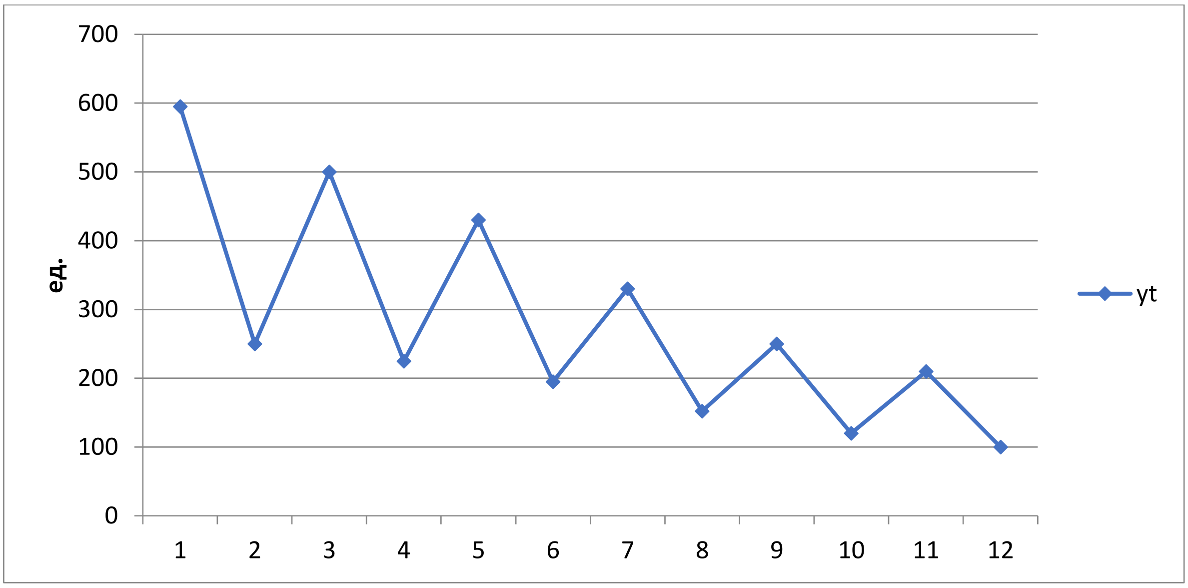


Рис. 2.6. Динамика изменения временного ряда с амплитудой, имеющей тенденцию к снижению

Смешанная модель представляет собой комбинированную модель временного ряда и записывается в следующем виде (2.38):

$$y_t = T(t)*S(t)*Z(t)+R(t) \tag{2.38}$$

При статистическом моделировании и прогнозировании следует четко понимать, какая из моделей наиболее точно описывает изменения временного ряда, с целью составления наиболее точного прогноза, учитывающего специфику рассматриваемых экономических процессов и явлений.

Контрольные вопросы

1. Что такое временной ряд?
2. Какие существуют признаки для классификации временных рядов?
3. Какие основные показатели рядов динамики выделяют в статистическом моделировании и прогнозировании?
4. Отличаются ли способы вычисления основных показателей для различных видов рядов динамики?
5. Чем отличаются понятия «темп рост» и «темп прироста»? Каковы способы вычисления данных параметров?
6. В чем состоит проблема сопоставимости динамических рядов?
7. Какие предъявляются требования к сопоставимости временных рядов?
8. Каковы признаки сопоставимости для различных динамических рядов?
9. В чем состоит сущность абсолютного способа смыкания временного ряда?
10. Что представляет собой относительный способ смыкания динамического ряда?
11. Что такое «аномальный уровень ряда»?
12. Что представляют собой ошибки первого и второго рода?
13. Какие методы выявления аномальных значений уровней временного ряда Вам известны?
14. В чем состоит суть метода Ирвина?
15. В каких случаях применяется критерий Романовского?
16. В чем состоит сущность критерия вариационного размаха?
17. Что представляет собой основу критерия Диксона?
18. Каким образом определяется специфика применения конкретных методов выявления аномальных значений временного ряда?
19. Какие особенности графика свидетельствуют о том, что представленная модель временного ряда является аддитивной?
20. В чем состоят особенности мультипликативной модели?
21. Какие элементы ряда динамики Вам известны?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 2.1.

В таблице приведены данные о внутренних текущих затратах на научные исследования и разработки в Российской Федерации за период с 2000 по 2020 год:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн руб.
2000	73873,3
2001	100507,4
2002	128243,3
2003	161202,7
2004	187210,5
2005	221119,5
2006	277784,8
2007	352917,7
2008	410865
2009	461006,2
2010	489450,8
2011	568386,7
2012	655061,7
2013	699948,9
2014	795407,9
2015	854288,0
2016	873778,7
2017	950257,0
2018	960689,4
2019	1060589,7
2020	1091333,5

На основании данных таблицы, определить основные показатели временного ряда.

Решение.

Первым этапом решения представленной задачи является определение вида ременного ряда. Поскольку приведены ежегодные данные, можно сделать вывод о том, что представленный временной ряд является равномерным.

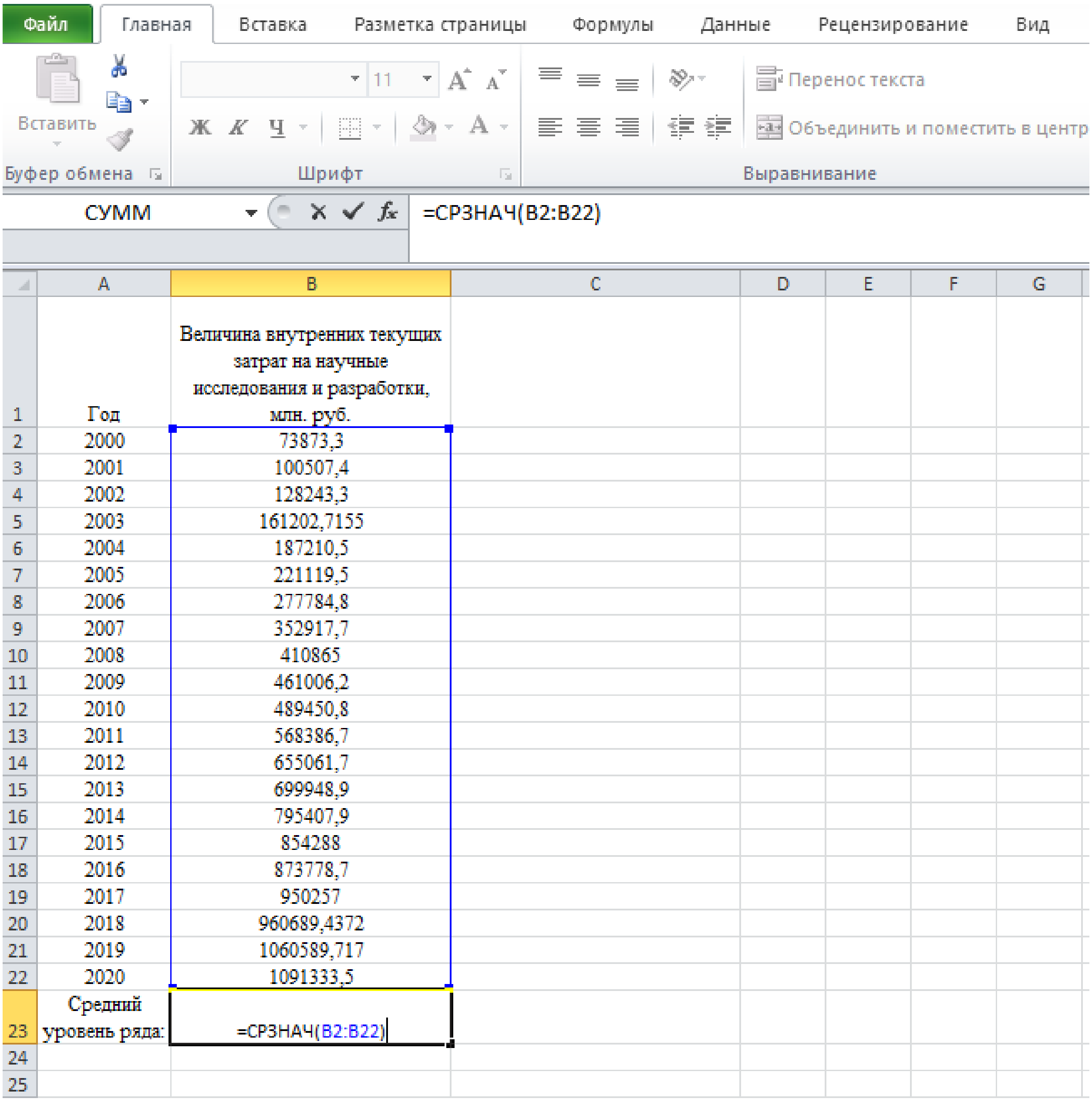
В данном ряду динамики данные накапливаются за определенный промежуток времени, следовательно, он является интервальным.

Опираясь на сформулированные выводы, рассчитаем основные показатели представленного равномерного интервального ряда

Средний ряд динамики

$$\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i = \frac{1}{21}\sum_{i=1}^{21} Y_i = \frac{1}{21} * 11373922{,}8 = 541615{,}37 \text{ млн.руб.}$$

Вычисления данного параметра в Ms Excel может быть произведено с помощью функции «срзнач»:



	A	B
1	Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.
2	2000	73873,3
3	2001	100507,4
4	2002	128243,3
5	2003	161202,7155
6	2004	187210,5
7	2005	221119,5
8	2006	277784,8
9	2007	352917,7
10	2008	410865
11	2009	461006,2
12	2010	489450,8
13	2011	568386,7
14	2012	655061,7
15	2013	699948,9
16	2014	795407,9
17	2015	854288
18	2016	873778,7
19	2017	950257
20	2018	960689,4372
21	2019	1060589,717
22	2020	1091333,5
23	Средний уровень ряда:	=СРЗНАЧ(B2:B22)

Абсолютные приросты

Вычисление базисного и цепного абсолютного прироста производилось по формулам:

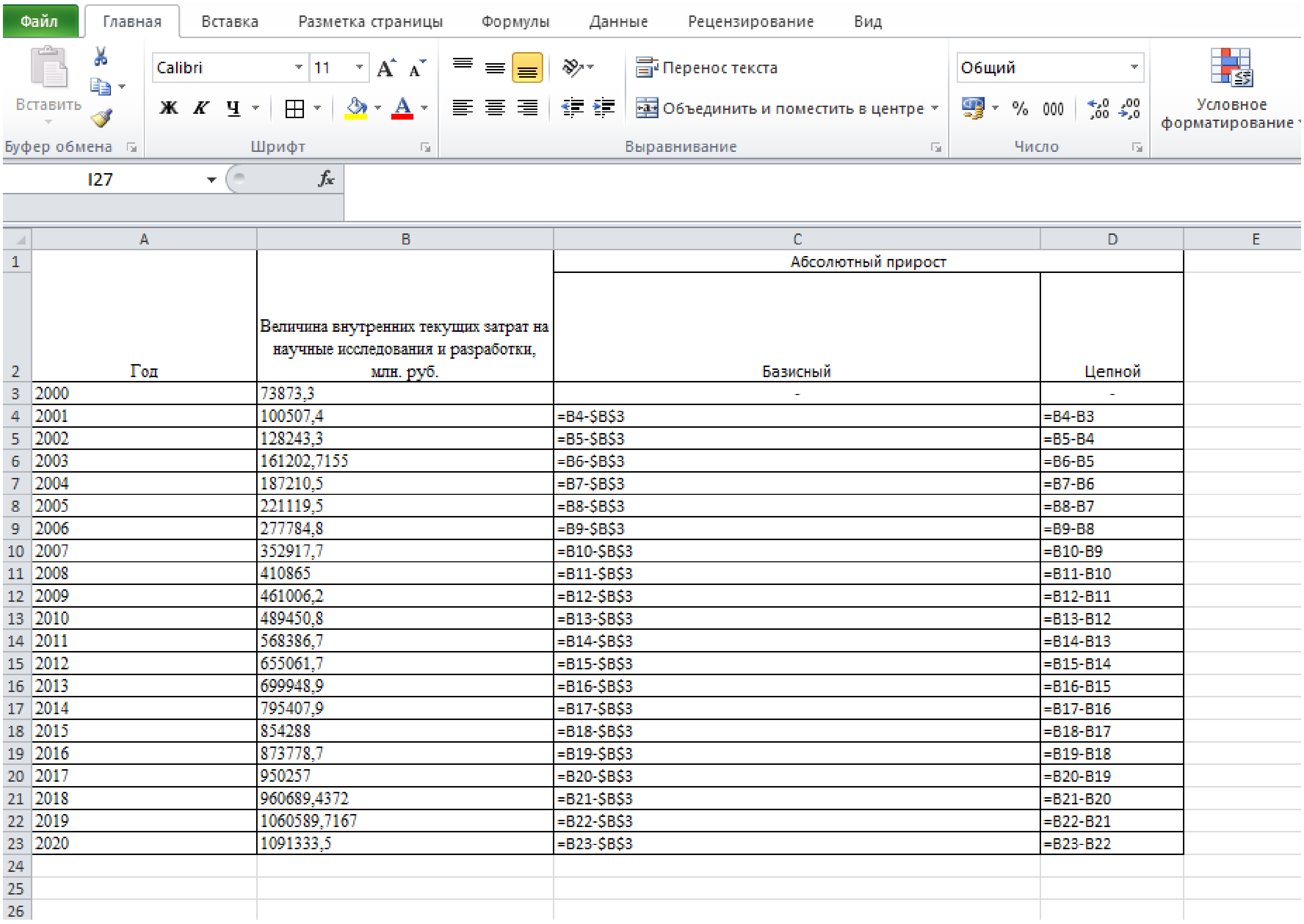
$$\Delta_{i\,базис.} = Y_i - Y_0,$$

$$\Delta_{i\,цепн.} = Y_i - Y_{i-1}.$$

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Абсолютный прирост	
		Базисный	Цепной
2000	73873,3	-	-
2001	100507,4	100507,4 - 73873,3 = 26634,1	100507,4 - 73873,3 = 26634,1
2002	128243,3	128243,3-73873,3 = 54370	128243,3-100507,4 = 27735,9
2003	161202,7	161202,7-73873,3 = 87329,4155	161202,7-128243,3=32959,42
2004	187210,5	113337,2	26007,78
2005	221119,5	147246,2	33909
2006	277784,8	203911,5	56665,3
2007	352917,7	279044,4	75132,9
2008	410865	336991,7	57947,3
2009	461006,2	387132,9	50141,2
2010	489450,8	415577,5	28444,6
2011	568386,7	494513,4	78935,9
2012	655061,7	581188,4	86675
2013	699948,9	626075,6	44887,2
2014	795407,9	721534,6	95459
2015	854288	780414,7	58880,1
2016	873778,7	799905,4	19490,7
2017	950257	876383,7	76478,3
2018	960689,4	886816,1	10432,4
2019	1060589,7	986716,4	99900,3
2020	1091333,5	1017460,2	30743,3

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:



	A	B	C	D
1			Абсолютный прирост	
2	Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Базисный	Цепной
3	2000	73873,3	-	-
4	2001	100507,4	=B4-$B$3	=B4-B3
5	2002	128243,3	=B5-$B$3	=B5-B4
6	2003	161202,7155	=B6-$B$3	=B6-B5
7	2004	187210,5	=B7-$B$3	=B7-B6
8	2005	221119,5	=B8-$B$3	=B8-B7
9	2006	277784,8	=B9-$B$3	=B9-B8
10	2007	352917,7	=B10-$B$3	=B10-B9
11	2008	410865	=B11-$B$3	=B11-B10
12	2009	461006,2	=B12-$B$3	=B12-B11
13	2010	489450,8	=B13-$B$3	=B13-B12
14	2011	568386,7	=B14-$B$3	=B14-B13
15	2012	655061,7	=B15-$B$3	=B15-B14
16	2013	699948,9	=B16-$B$3	=B16-B15
17	2014	795407,9	=B17-$B$3	=B17-B16
18	2015	854288	=B18-$B$3	=B18-B17
19	2016	873778,7	=B19-$B$3	=B19-B18
20	2017	950257	=B20-$B$3	=B20-B19
21	2018	960689,4372	=B21-$B$3	=B21-B20
22	2019	1060589,7167	=B22-$B$3	=B22-B21
23	2020	1091333,5	=B23-$B$3	=B23-B22

Средний абсолютный прирост можно вычислить по формуле:

$$\bar{\Delta} = \frac{Y_n - Y_0}{n-1} = \frac{1091333{,}5 - 73873{,}3}{21-1} = 50873{,}01 \text{ млн.руб.}$$

Также нахождение данного показателя временного ряда возможно по формуле:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \Delta_{i\,\text{цепн}}}{K}$$

Учитывая, что сумма цепных абсолютных приростов равна базисному абсолютному приросту за весь анализируемый период, результат, вычисленный по каждой из предложенных формул, будет одинаковым.

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Коэффициенты роста		Темпы роста	
		Базисный	Цепной	Базисный	Цепной
2000	73873,3	=73873,3/ 73873,3=1	-	=73873,3/ 73873,3*100% = 100,00%	-
2001	100507,4	=100507,4/ 73873,3 =1,36	=100507,4/ 73873,3 =1,36	=100507,4/ 73873,3* 100% =136,05%	=100507,4/ 73873,3 *100% = 136,05%
2002	128243,3	=128243,3/ 73873,3 =1,74	=128243,3/ 100507,4= 1,28	=128243,3/ 73873,3 *100% = 173,60%	=128243,3/ 100507,4*100% = 127,60%
2003	161202,7	=161202,7/ 73873,3 =2,18	=161202,7/ 128243,3= 1,26	=161202,7/ 73873,3 *100% = 218,22%	=1612025,7/ 128243,3*100% = 125,70%
2004	187210,5	2,53	1,16	253,42%	116,13%
2005	221119,5	2,99	1,18	299,32%	118,11%
2006	277784,8	3,76	1,26	376,03%	125,63%
2007	352917,7	4,78	1,27	477,73%	127,05%
2008	410865,0	5,56	1,16	556,18%	116,42%
2009	461006,2	6,24	1,12	624,05%	112,20%
2010	489450,8	6,63	1,06	662,55%	106,17%
2011	568386,7	7,69	1,16	769,41%	116,13%
2012	655061,7	8,87	1,15	886,74%	115,25%
2013	699948,9	9,47	1,07	947,50%	106,85%
2014	795407,9	10,77	1,14	1076,72%	113,64%
2015	854288,0	11,56	1,07	1156,42%	107,40%
2016	873778,7	11,83	1,02	1182,81%	102,28%
2017	950257,0	12,86	1,09	1286,33%	108,75%
2018	960689,4	13,00	1,01	1300,46%	101,10%
2019	1060589,7	14,36	1,10	1435,69%	110,40%
2020	1091333,5	14,77	1,03	1477,30%	102,90%

Таким образом, величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки увеличивалась в течение всего анализируемого промежутка времени. Наибольший абсолютный прирост по сравнению с базисным периодом наблюдается с 2020 году.

Анализируя цепные абсолютные приросты, можно сделать вывод, что наибольший рост (на 99900,3 млн. руб.) показателя по сравнению с уровнем предыдущего периода имеет место в 2019 году.

В среднем абсолютный прирост величины внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки за весь анализируемый период с 2000 по 2020 годы составил 50843,01 млн. руб.

Коэффициенты и темпы роста

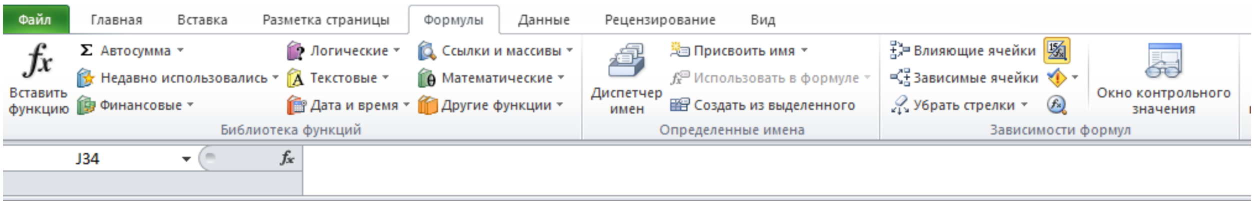
$$T_{рб} = \frac{Y_n}{Y_0} * 100\%$$ - базисный темп роста

$$T_{рц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} * 100\%$$ - цепной темп роста

$$K_{рб} = \frac{Y_n}{Y_0}$$, - базисный коэффициент роста

$$K_{р_ц} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}$$ - цепной коэффициент роста

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:



	A	B	C	D	E	F
1			Коэффициенты роста		Темпы роста	
2	Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Базисный	Цепной	Базисный	Цепной
3	2000	73873,3	1	-	=B3/$B$3*100%	-
4	2001	100507,4	=B4/$B$3	=B4/B3	=B4/$B$3*100%	=B4/B3*100%
5	2002	128243,3	=B5/$B$3	=B5/B4	=B5/$B$3*100%	=B5/B4*100%
6	2003	161202,7155	=B6/$B$3	=B6/B5	=B6/$B$3*100%	=B6/B5*100%
7	2004	187210,5	=B7/$B$3	=B7/B6	=B7/$B$3*100%	=B7/B6*100%
8	2005	221119,5	=B8/$B$3	=B8/B7	=B8/$B$3*100%	=B8/B7*100%
9	2006	277784,8	=B9/$B$3	=B9/B8	=B9/$B$3*100%	=B9/B8*100%
10	2007	352917,7	=B10/$B$3	=B10/B9	=B10/$B$3*100%	=B10/B9*100%
11	2008	410865	=B11/$B$3	=B11/B10	=B11/$B$3*100%	=B11/B10*100%
12	2009	461006,2	=B12/$B$3	=B12/B11	=B12/$B$3*100%	=B12/B11*100%
13	2010	489450,8	=B13/$B$3	=B13/B12	=B13/$B$3*100%	=B13/B12*100%
14	2011	568386,7	=B14/$B$3	=B14/B13	=B14/$B$3*100%	=B14/B13*100%
15	2012	655061,7	=B15/$B$3	=B15/B14	=B15/$B$3*100%	=B15/B14*100%
16	2013	699948,9	=B16/$B$3	=B16/B15	=B16/$B$3*100%	=B16/B15*100%
17	2014	795407,9	=B17/$B$3	=B17/B16	=B17/$B$3*100%	=B17/B16*100%
18	2015	854288	=B18/$B$3	=B18/B17	=B18/$B$3*100%	=B18/B17*100%
19	2016	873778,7	=B19/$B$3	=B19/B18	=B19/$B$3*100%	=B19/B18*100%
20	2017	950257	=B20/$B$3	=B20/B19	=B20/$B$3*100%	=B20/B19*100%
21	2018	960689,4372	=B21/$B$3	=B21/B20	=B21/$B$3*100%	=B21/B20*100%
22	2019	1060589,7167	=B22/$B$3	=B22/B21	=B22/$B$3*100%	=B22/B21*100%
23	2020	1091333,5	=B23/$B$3	=B23/B22	=B23/$B$3*100%	=B23/B22*100%

Средний темп роста определяется по формуле средней геометрической:

$$\overline{T_р} = \sqrt[n-1]{T_{рц_1} * T_{рц_2} * ... * T_{рц_{n-1}}}$$

Таким образом, для исходных данных вычисление будет следующим:

$$\overline{T_р} = \sqrt[21-1]{136{,}05\% * 127{,}6\% * 125{,}7\% * ... * 110{,}4\% * 102{,}9\%} = 114{,}41\%$$

Коэффициенты и темпы прироста

$T_{пр_б} = T_{р_б} - 100\%$ - базисный темп прироста

$T_{пр_ц} = T_{р_ц} - 100\%$ - цепной темп прироста

$K_{пр_б} = K_{р_б} - 1$ - базисный коэффициент прироста

$K_{пр_ц} = K_{р_ц} - 1$ - цепной коэффициент прироста

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Коэффициенты роста		Темпы роста	
		Базисный	Цепной	Базисный	Цепной
2000	73873,3	1-1=0	-	100,00% - 100,00% = 0	-
2001	100507,4	1,36-1=0,36	=1,36-1=0,36	136,05%-100% = 36%	136,05%-100% = 36%
2002	128243,3	1,74-1=0,74	1,28-1=0,28	173,60%-100% = 73,6%	127,60%-100% = 27,6%
2003	161202,7	2,18-1=1,18	1,26-1=0,26	218,22%-100% = 118,22%	125,70%-100% = 25,7%
2004	187210,5	1,53	0,16	153,42%	16,13%
2005	221119,5	1,99	0,18	199,32%	18,11%
2006	277784,8	2,76	0,26	276,03%	25,63%
2007	352917,7	3,78	0,27	377,73%	27,05%
2008	410865,0	4,56	0,16	456,18%	16,42%

2009	461006,2	5,24	0,12	524,05%	12,20%
2010	489450,8	5,63	0,06	562,55%	06,17%
2011	568386,7	6,69	0,16	669,41%	16,13%
2012	655061,7	7,87	0,15	786,74%	15,25%
2013	699948,9	8,47	0,07	847,50%	06,85%
2014	795407,9	9,77	0,14	976,72%	13,64%
2015	854288,0	10,56	0,07	1056,42%	7,40%
2016	873778,7	10,83	0,02	1082,81%	2,28%
2017	950257,0	11,86	0,09	1086,33%	8,75%
2018	960689,4	12,00	0,01	1200,46%	1,10%
2019	1060589,7	13,36	0,10	1335,69%	10,40%
2020	1091333,5	13,77	0,03	1377,30%	2,90%

Средний темп прироста определяется по формуле:

$$\overline{T_{пр}} = T_р - 100\% = 114{,}41 - 100\% = 14{,}41\%$$

Таким образом, в течение рассматриваемого временного интервала темп роста составляет свыше 100%, что свидетельствует о постоянном увеличении значения показателя как по сравнению с базисным периодом, так и об увеличении каждого последующего значения временного ряда по сравнению с предыдущим.

Максимальный темп прироста по сравнению с начальным значением ряда наблюдается в 2020 году. Анализ цепных приростов позволяет сделать вывод о том, что наибольшее изменение величины внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки (на 10,4%) наблюдается в 2019 году по сравнению с 2018 годом.

В среднем темп роста внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки составляет 114,41%, а темп прироста 14,41%.

Абсолютное значение одного процента прироста определим по формуле:

$$|A| = \frac{\Delta_{цепн}}{T_{пр_ц}}$$

Для вычислений воспользуемся таблицей, содержащей необходимые данные для расчета:

Год	Величина внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки, млн. руб.	Абсолютный цепной прирост, млн. руб.	Цепной тест прироста	Абсолютное значение одного процента прироста, млн. руб.
2000	73873,3	-	-	-
2001	100507,4	26634,1	36,05%	26634,1/36,05 =738,81
2002	128243,3	27735,9	27,60%	27735,9/27,60 =769,37
2003	161202,7	32959,4	25,70%	32959,4/25,70 = 914,27
2004	187210,5	26007,8	16,13%	721,44
2005	221119,5	33909,0	18,11%	940,61
2006	277784,8	56665,3	25,63%	1571,85
2007	352917,7	75132,9	27,05%	2084,13
2008	410865,0	57947,3	16,42%	1607,41
2009	461006,2	50141,2	12,20%	1390,88
2010	489450,8	28444,6	6,17%	789,03
2011	568386,7	78935,9	16,13%	2189,62
2012	655061,7	86675,0	15,25%	2404,30
2013	699948,9	44887,2	6,85%	1245,14
2014	795407,9	95459,0	13,64%	2647,96
2015	854288,0	58880,1	7,40%	1633,29
2016	873778,7	19490,7	2,28%	540,66
2017	950257,0	76478,3	8,75%	2121,45
2018	960689,4	10432,4	1,10%	289,39
2019	1060589,7	99900,3	10,40%	2771,16
2020	1091333,5	30743,8	2,90%	852,81

Наибольшее абсолютное значение, соответствующее процентному приросту, наблюдается в 2019 году и составляет 2771,16 млн. руб. Наименьшее значение показателя имеет место 2018 году: абсолютное значение, которое соответствует процентному приросту величины внутренних текущих затрат на научные исследования и разработки по сравнению с 2017 годом, в данном периоде составляет 289.39 млн. руб.

Пример 2.2.

Имеются данные о численности населения Белгородской, Брянской и Владимирской области на конец года:

	Численность населения, тыс. чел.		
	Белгородская область	Брянская область	Владимирская область
2000	1507,0	1407,9	1558,0
2001	1508,1	1391,4	1539,2
2002	1511,9	1375,0	1520,1
2003	1513,9	1360,2	1509,6
2004	1511,7	1344,1	1497,6
2005	1511,7	1327,7	1486,5
2006	1514,2	1312,7	1475,9
2007	1520,1	1303,3	1466,8
2008	1526,3	1294,3	1457,9
2009	1531,8	1286,5	1449,8
2010	1532,4	1275,3	1441,1
2011	1536,1	1264,4	1431,9
2012	1541,0	1253,6	1421,7
2013	1544,1	1242,6	1413,3
2014	1547,9	1233,0	1405,6
2015	1550,1	1225,8	1397,2
2016	1552,9	1220,5	1389,6
2017	1549,9	1211,0	1378,3
2018	1547,4	1200,2	1365,8
2019	1549,2	1192,5	1358,4
2020	1541,3	1182,7	1342,1

На основании данных таблицы рассчитайте средний уровень временного ряда для каждого из представленных субъектов Российской Федерации, сформулируйте выводы.

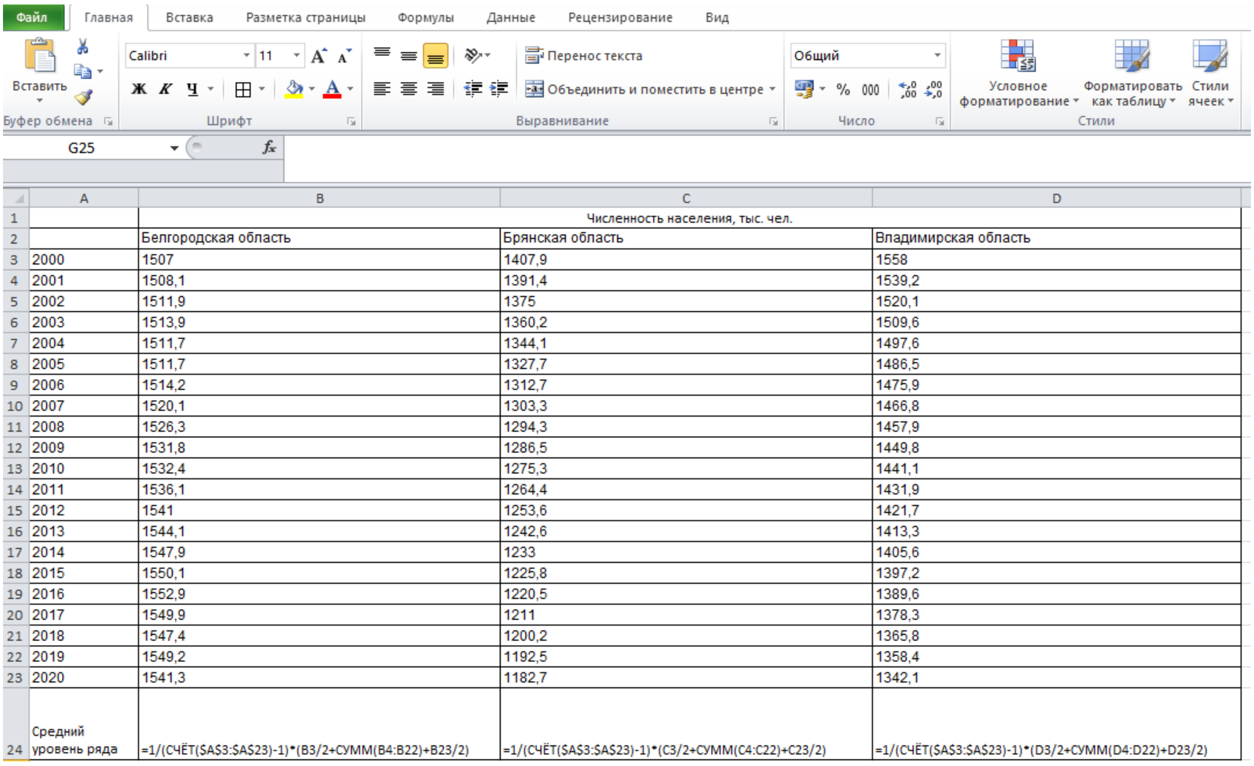
Решение.

Поскольку временной ряд, характеризующий изменение численности населения, рассчитывается на конец года, то есть в конкретный момент времени, можно сделать вывод о том, что совокупность значений ряда образует моментный временной ряд. Значения приведены ежегодные, следовательно, представленные ряды являются равномерными

Таким образом, для расчета среднего уровня ряда динамики необходимо применить формулу:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n-1}\left(\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + \ldots Y_{n-1} + \frac{Y_n}{2}\right)$$

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:



	A	B	C	D
1		Численность населения, тыс. чел.		
2		Белгородская область	Брянская область	Владимирская область
3	2000	1507	1407,9	1558
4	2001	1508,1	1391,4	1539,2
5	2002	1511,9	1375	1520,1
6	2003	1513,9	1360,2	1509,6
7	2004	1511,7	1344,1	1497,6
8	2005	1511,7	1327,7	1486,5
9	2006	1514,2	1312,7	1475,9
10	2007	1520,1	1303,3	1466,8
11	2008	1526,3	1294,3	1457,9
12	2009	1531,8	1286,5	1449,8
13	2010	1532,4	1275,3	1441,1
14	2011	1536,1	1264,4	1431,9
15	2012	1541	1253,6	1421,7
16	2013	1544,1	1242,6	1413,3
17	2014	1547,9	1233	1405,6
18	2015	1550,1	1225,8	1397,2
19	2016	1552,9	1220,5	1389,6
20	2017	1549,9	1211	1378,3
21	2018	1547,4	1200,2	1365,8
22	2019	1549,2	1192,5	1358,4
23	2020	1541,3	1182,7	1342,1
24	Средний уровень ряда	=1/(СЧЁТ($A$3:$A$23)-1)*(B3/2+СУММ(B4:B22)+B23/2)	=1/(СЧЁТ($A$3:$A$23)-1)*(C3/2+СУММ(C4:C22)+C23/2)	=1/(СЧЁТ($A$3:$A$23)-1)*(D3/2+СУММ(D4:D22)+D23/2)

В результаты вычислений было выявлено, что среднее значение численности населения за период с 2000 по 2020 год в Белгородской области составило 1531,24 тыс.чел., в Брянской области 1280, 47 тыс. чел, во Владимирской области 1442,82 тыс. чел.

Таким образом, становится очевидным, что наибольшее среднее значение уровня временного ряда среди данных субъектов наблюдается в Белгородской области, а наименьшее – в Брянской области.

Пример 2.3

В таблице приведены данные о количестве малых предприятий в Российской Федерации:

	1999	2000	2001	2002	2003
Число малых предприятий (по старой методологии)	54	89	125	-	-
Число малых предприятий (по новой методологии)	-	-	90	138	169

На основании представленных данных провести процедуру смыкания абсолютным и относительным способом.

Решение.

Произведем смыкание двух динамических рядов в один. Для реализации абсолютного способа выполним следующие действия:

1. По данным за 2001 г. рассчитаем коэффициент пересчета - соотношение величин, вычисленных по новой и старой методологии:

$$k = 90/125 = 0,72$$

2. Данные за 1999 г. и 2000 г. переведем в вид, соответствующий новой методологии расчета, для чего умножим показатели этих лет на полученный коэффициент пересчета. Таким образом, временной ряд после процедуры смыкания примет следующий вид:

	1999	2000	2001	2002	2003
Сомкнутый динамический ряд (с использованием абсолютного способа смыкания)	= 0,72*54 = 39	=0,72*89 = 64	90	138	169

Для реализации относительного способа выполним следующие действия:

1. Год, в котором произошли методологические изменения, примем за 100 % (в данном примере 2001)
2. Остальные уровни пересчитаем в процентах к нему: для уровней, исчисленных по старой методологии, в качестве базы сравнения выступают значение показателя в 2001 г., определенное по старой методологии (это - 125), для уровней, рассчитанных по новой методологии, - значение показателя в 2001 г., исчисленное по новой методологии (это - 90).

Расчеты и результаты вычислений с использованием относительного способа смыкания приведены в таблице:

	1999	2000	2001	2002	2003
Сомкнутый динамический ряд (с относительного способа смыкания)	54/125 * 100% ≈ 43%	89/125 * 100% ≈ 71%	100%	138/90 * 100% ≈ 153%	169/90 * 100 % ≈ 188%

Таким образом, для смыкания временных рядов можно использовать абсолютный и относительный способ. Применение конкретного метода должно осуществляться с учетом конкретных исследовательских задач.

Пример 2.4.

В таблице приведены данные ряда динамики по некоторому наблюдению:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	4,88
2	4,69
3	4,79
4	4,84
5	4,69
6	4,88
7	4,91
8	4,65
9	4,89
10	5,75

Последнее наблюдение ставится под сомнение. Произвести обработку результатов измерений по обнаружению грубых погрешностей, используя статистический критерий Романовского. Уровень значимости принять равным 0,99.

Решение.

Число наблюдений составляет менее 20, таким образом, применение критерия Романовского для данного временного ряда представляется возможным.

Проверка по критерию Романовского предполагает определение всех характеристик без учета подозрительного результата.

Таким образом, вычислим значение параметра $\overline{y}$:

$$\overline{y} = \frac{4{,}88 + 4{,}69 + 4{,}79 + 4{,}84 + 4{,}69 + 4{,}88 + 4{,}91 + 4{,}65 + 4{,}89}{9} = 4{,}8$$

Для нахождения δ_y воспользуемся вспомогательной таблицей:

Исходное значение	Отклонение от среднего	Квадраты отклонений
4,88	0,08	0,01
4,69	-0,11	0,01
4,79	-0,01	0,00
4,84	0,04	0,00
4,69	-0,11	0,01
4,88	0,08	0,01
4,91	0,11	0,01
4,65	-0,15	0,02
4,89	0,09	0,01

Тогда δ_y составит:

$$\delta_y = \sqrt{\frac{1{,}02}{9-1}} = 0{,}36$$

Найдем значение параметра β_t:

$$\beta_t = \frac{|5{,}75 - 4{,}8|}{0{,}36} = 2{,}66$$

При заданных условиях $\beta_q = 2{,}62$.

Так как $\beta_t \geq \beta_q$ (2,66>2,62), то значение уровня ряда считается промахом и отбрасывается. Таким образом, последний результат измерения необходимо не учитывать.

Пример 2.5.

Временной ряд задан в табличной форме:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	1,6
2	1,9
3	2,1
4	2,4
5	4,5
6	2,8
7	3,1
8	3,3
9	3,6
10	3,8

С помощью метода Ирвина проверить наличие аномальных значений во втором и пятом наблюдении.

Решение.

Вычислим среднее значение временного ряда:

$$\overline{y} = \frac{1{,}6 + 1{,}9 + 2{,}1 + 2{,}4 + 4{,}5 + 2{,}8 + 3{,}1 + 3{,}3 + 3{,}6 + 3{,}8}{10} = 2{,}91$$

Для нахождения δ_y воспользуемся вспомогательной таблицей:

Исходное значение	Отклонение от среднего	Квадраты отклонений
1,6	-1,31	1,7161
1,9	-1,01	1,0201
2,1	-0,81	0,6561
2,4	-0,51	0,2601
4,5	1,59	2,5281
2,8	-0,11	0,0121
3,1	0,19	0,0361
3,3	0,39	0,1521
3,6	0,69	0,4761

Тогда δ_y составит:

$$\delta_y = \sqrt{\frac{7{,}649}{10 - 1}} = 0{,}92$$

Исследуем на аномальные значения точки t = 2 и t = 5:

Найдем значение параметра λ_2:

$$\lambda_2 = \frac{|1,9 - 1,6|}{0,92} = 0,33$$

Найдем значение параметра λ_5:

$$\lambda_5 = \frac{|4,5 - 2,4|}{0,92} = 2,28$$

Так как $\lambda_2 = 0,33$, а значение $\lambda_\alpha = 1,5$ (при уровне значимости 95% и t=10) , можно сделать вывод о том, что для t=2 значение уровня 1,9 является нормальным (0,33<1,5).

Так как $\lambda_5 = 2,28$, а значение $\lambda_\alpha = 1,5$ (при уровне значимости 95% и t=10) , можно сделать вывод о том, что для t=5 значение уровня 1,9 является аномальным (2,28>1,5).

Пример 2.6.

Временной ряд задан в табличной форме:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	36
2	65
3	40
4	41,5
5	42,5
6	51
7	44
8	46,5
9	38
10	33

Провести проверку на наличие грубых ошибок по критерию Диксона при доверительной вероятности 0,95, если известно, что распределение показателя соответствует нормальному.

Решение.

Предварительно упорядочим временной ряд по возрастанию. Тогда отсортированный ряд примет следующий вид:

Уровень ряда	Значение
1	33
2	36
3	38
4	40
5	41,5
6	42,5
7	44
8	46,5
9	51
10	65

В вариационном ряду выглядит сомнительно наибольшее значение ряда 65. Тогда для одного одностороннего выброса найдем коэффициент Диксона:

$$r = \frac{65 - 51}{65 - 36} = 0{,}38$$

Вычисленное значение коэффициента Диксона сравним с табличным значением. Для заданного объема выборки (n=10) r_q составляет 0,477

Так как $r < r_q$, нулевая гипотеза об отсутствии грубой погрешности выполняется, следовательно, результат наблюдения 65 является нормальным.

Пример 2.7.

Временной ряд задан в табличной форме:

Номер наблюдения	Значение уровня временного ряда
1	3,42
2	3,43
3	3,44
4	3,45
5	3,46
6	3,47
7	4,21

Провести проверку седьмого наблюдения по критерию Райта и правилу «трех сигм».

Решение.

Вычислим среднее значение временного ряда без учета подозрительного результата:

$$\overline{y} = \frac{3{,}42 + 3{,}43 + 3{,}44 + 3{,}45 + 3{,}46 + 3{,}47 + 4{,}21}{7} = 3{,}55$$

Для нахождения δ_y воспользуемся вспомогательной таблицей:

Исходное значение	Отклонение от среднего	Квадраты отклонений
3,42	-0,02	0,0006
3,43	-0,01	0,0002
3,44	0,00	0,0000
3,45	0,01	0,0000
3,46	0,02	0,0002
3,47	0,03	0,0006
4,21	0,66	0,4300

Тогда δ_y составит:

$$\delta_y = \sqrt{\frac{0{,}5034}{7-1}} = 0{,}29$$

Согласно правилу «трех сигм», сравним подозрительное значение с утроенным значением δ_y:

$$|4{,}21 - 3{,}55| < 3 * 0{,}29$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что седьмое наблюдение является нормальным.

Согласно критерию Райта, подозрительное значение для семи наблюдений сравнивается со значением $4 * \delta_y$:

$$|4{,}21 - 3{,}45| < 4 * 0{,}29$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что по критерию Райта седьмое наблюдение также признается нормальным.

Пример 2.8

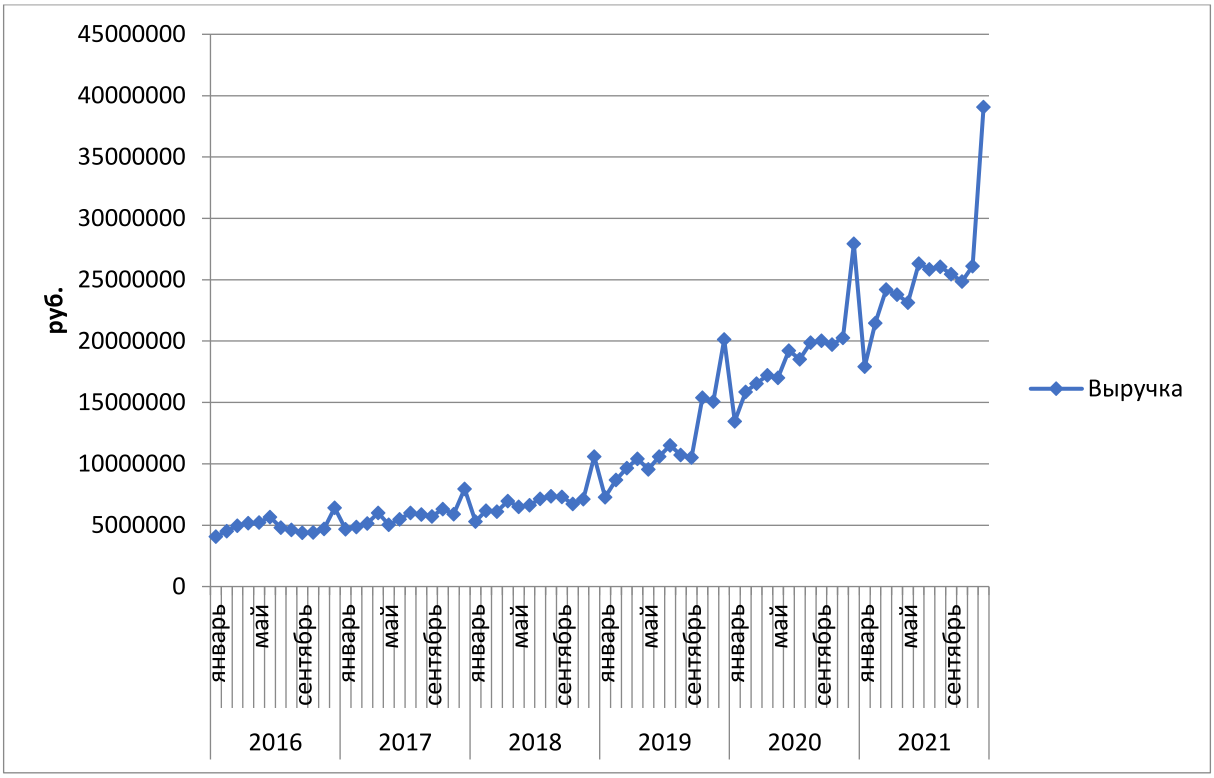
Имеются данные о выручке некоторого предприятия за 2016-2021 гг.:

Год	Месяц	Выручка, руб.	Год	Месяц	Выручка, руб.
	январь	4071000		январь	7273000
	февраль	4519000		февраль	8687000
	март	4953000		март	9652000
	апрель	5169000		апрель	10412000
	май	5238000		май	9543000
2016	июнь	5677000	2019	июнь	10585000
	июль	4797000		июль	11500000
	август	4637000		август	10720000
	сентябрь	4397000		сентябрь	10530000
	октябрь	4412000		октябрь	15399000
	ноябрь	4703000		ноябрь	15073000
	декабрь	5437000		декабрь	20130000
	январь	4681000		январь	13453000
	февраль	4866000		февраль	15870000
	март	5144000		март	16552000
	апрель	6010000		апрель	17230000
	май	5034000		май	17015000
2017	июнь	5489000		июнь	19239000
	июль	6015000		июль	18526000
	август	5866000		август	19876000
	сентябрь	5713000		сентябрь	20033000
	октябрь	6323000		октябрь	19716000
	ноябрь	5897000		ноябрь	20270000
	декабрь	7963000	2020	декабрь	27927000
	январь	5302000		январь	17932000
	февраль	6200000		февраль	21469000
	март	6123000		март	24223000
	апрель	6978000		апрель	23803000
	май	6499000		май	23154000
2018	июнь	6632000	2021	июнь	26328000
	июль	7160000		июль	25841000
	август	7360000		август	26067000
	сентябрь	7317000		сентябрь	25475000
	октябрь	6741000		октябрь	24856000
	ноябрь	7129000		ноябрь	26118000
	декабрь	10599000		декабрь	39065000

На основании данных таблицы, проведите графический анализ временного ряда, сформулируйте выводы.

Решение

С помощью Ms Excel построим график зависимости выручки от времени (Вставка – Диаграммы-График):



По графику видно, что динамический ряд имеет периодические колебания, интервал между которыми составляет 12 месяцев, то есть один год. В каждом году также имеют место менее заметные колебания, повторяющиеся с определенной периодичностью. Таким образом, можно сделать вывод о том, что подобные колебания связаны с сезонностью реализации определенных товаров предприятия. Пик продаж ежегодно наблюдается в декабре.

Также по графику видно, что для представленного временного ряда амплитуда колебаний постоянно увеличивается. Таким образом, для описания данного ряда динамики, характеризующего изменение выручки предприятия, целесообразно использовать мультипликативную модель. Применение данного типа модели позволит максимально точно описать динамические изменения ряда и спрогнозировать выручку предприятия в краткосрочной перспективе.

Глава 3. ТЕНДЕНЦИЯ И ТРЕНД

3.1. Основные критерии проверки гипотезы о существовании тренда

Начальным этапом решения задачи анализа и прогнозирования временных рядов является исследование графика изменения исследуемого показателя. Современные программные средства позволяют решить данную задачу быстро и максимально точно.

В результате графического отображения временного ряда присутствие тренда не всегда является очевидным. В таком случае для выявления тенденции и определения тренда проводят дополнительный анализ, направленный на подтверждение или опровержение утверждения о существовании тренда.

Сущность основных подходов к решению данной задачи заключается в статистической проверке гипотез [77]. Критерии выявления элементов ряда основываются на проверке гипотезы о случайности ряда, то есть (3.1):

$$H_0 : My(t) = a = const \tag{3.1}$$

Наиболее часто используемые методы проверки гипотезы о наличии тренда приставлены на рис. 3.1.

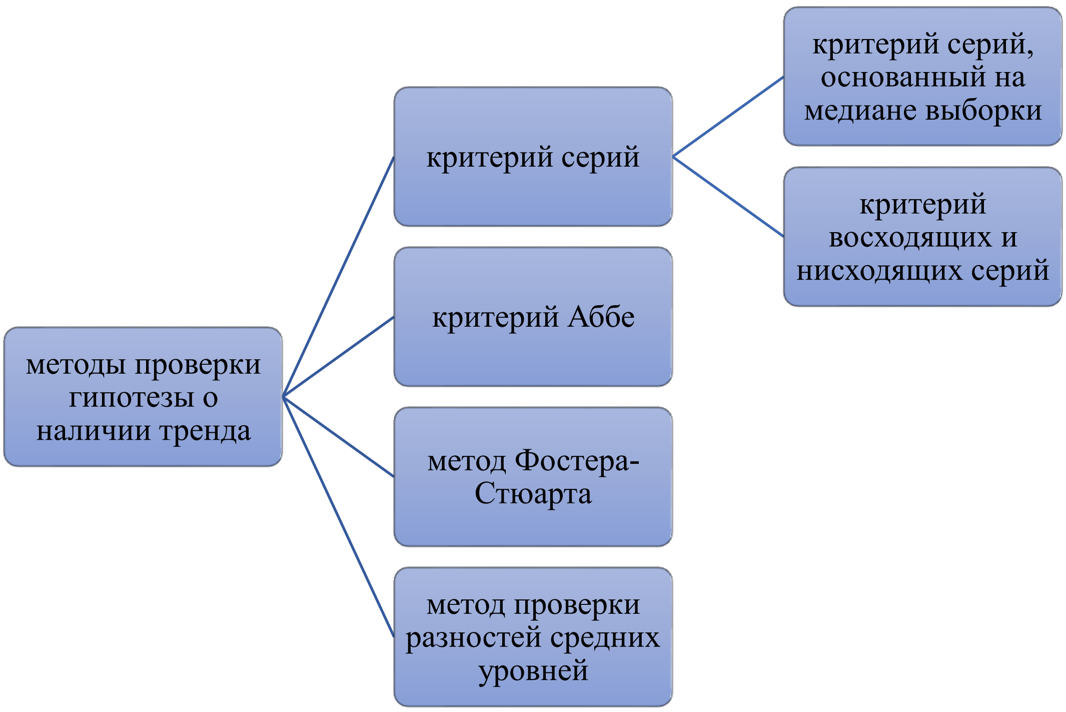


Рис.3.1. Основные методы проверки гипотезы о наличии тренда

Расчет критерия серий, основанного на медиане выборки, предполагает выполнение следующих шагов.

Предварительным этапом расчета является преобразование исходного ряда $y_1, y_2, ..., y_n$ в ранжированный по возрастанию вариационный ряд $y_1, y_2, ..., y_n$, где y_1 - наименьшее значение среди исходного ряда.

На первом шаге определяется медиана данного ранжированного ряда. В случае нечетного значения ряда n $(n = 2m + 1)$ медиана определяется как соответствующее серединное значение уровня , в противном случае (т.е при n=2m) медиана рассчитывается как среднее арифметическое серединных значений временного ряда [78].

На втором шаге образуется последовательность δ_i из плюсов и минусов по правилу, выраженному следующей системой (3.2):

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ если } y_t > Me, \ t = 1,2,..n \\ -, \text{ если } y_t < Me, \ t = 1,2,..n \end{cases} \tag{3.2}$$

Если же значение уровня y_t равно медиане, то данное значение пропускается. Очевидно, что общее число знаков плюс и минус заранее не известно, поэтому индекс i может принимать значения от 1 до k, причем k<n.

Далее определяется число серий в совокупности $\nu(n)$. Серия представляет собой последовательность подряд идущих плюсов или минусов, даже в том случае если число членов последовательности единично, то есть имеет место только один плюс или минус.

Затем определяется последовательность самой длинной серии $\tau_{max}(n)$

Сущность проверка гипотезы с использованием данного критерия состоит в следующем: если у временного ряда отсутствует систематическая составляющая, то есть динамический ряд является случайным, протяженность самой длинной серии $\tau_{max}(n)$ не должна быть слишком большой, а общее число серий $\nu(n)$ не должно быть слишком маленьким.

Для того, чтобы гипотеза о случайности ряда не была отвергнута, необходимо выполнение следующей системы неравенств (3.3):

$$\begin{cases} \nu(n) \ge \left[\frac{1}{2}(n+1-1{,}96\sqrt{n-1}\right] \\ \tau_{max}(n) < [3{,}3(\lg n+1)] \end{cases} \quad (3.3)$$

Таким образом, если хотя бы одно из неравенств нарушается, гипотеза о наличии тренда принимается с вероятностью 95%.

Квадратные скобки в системе неравенств означают целую часть числа. При этом целой частью числа А называется целое число, ближайшее к А, но не превосходящее его.

Как и метод проверки гипотезы, основанный на медиане выборки, **критерий восходящих и нисходящих серий** предполагает образование последовательности из плюсов и минусов, однако подход к образованию серий при использовании данного метода иной [79].

Вспомогательная последовательность для динамического ряда $y_1, y_2, \ldots, y_n$ определяется, исходя из следующих условий (3.4):

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ если } y_{t+1} - y_t > 0, \ t = 1,2,..n \\ -, \text{ если } y_{t+1} - y_t < 0, \ t = 1,2,..n \end{cases} \quad (3.4)$$

Если два соседних уровня ряда одинаковые, учитывается только одно значение временного ряда. Таким образом, элементы последовательности принимают знак «+» в том случае, если последующее значение временного ряда больше предыдущего, и «–», если предыдущее значение временного ряда больше последующего.

Как и при использовании критерия, основанного на медиане выборки, общее число знаков «+» и «–» также заранее неизвестно. Индекс i может принимать значения от 1 до k, причем k<n-1

Аналогично рассмотренному выше варианту расчета критерия, осуществляется подсчет общего числа серий $\nu(n)$ и протяженность самой длинной серии $\tau_{max}(n)$. Серия, состоящая из плюсов, является возрастающей (восходящей), а их минусов – убывающей (нисходящей).

При уровне значимости $a \in [0{,}05;0{,}0975]$гипотеза об отсутствии тренда принимается в случае, если выполняется следующая система неравенств (3.5):

$$\begin{cases} \nu(n) > \left[\frac{1}{3}(2n-1) - 1{,}96\sqrt{\frac{16n-29}{90}}\right] \\ \tau_{max}(n) < \tau_0(n) \end{cases} \tag{3.5}$$

где $\tau_0(n)$ - табличное значение, зависящее от длины ряда динамики (табл. 3.1).

Табл. 3.1. Значение $\tau_0(n)$*, применяемое для расчета критерия восходящих и нисходящих серий*

Длина ряда динамики (n)	Значение $\tau_0(n)$
$n \le 26$	5
$26 < n \le 153$	6
$153 < n \le 170$	7

Если нарушается хотя бы одно из представленных условий, гипотеза о наличии тренда принимается с вероятностью 95%.

Критерий Аббе [80] (критерий квадратов последовательных разностей) для проверки стохастической независимости предполагает расчет величины (3.6):

$$\gamma(n) = \frac{q^2(n)}{s'^2(n)} \tag{3.6}$$

где

$$q^2(n) = \frac{1}{2(n-1)}\sum_{i=1}^{n-1}(y_{i+1} - y_i)^2,$$

$$s'^2(n) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2,$$

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i .$$

Для того, чтобы гипотеза о стохастической независимости уровней временного ряда отвергалась, необходимо выполнение следующего условия (3.7)

$$\gamma(n) \le \gamma_\alpha^{min}(n) \tag{3.7}$$

Если число уровней ряда составляет более 60, величина $\gamma_\alpha^{min}(n)$ находится по формуле (3.8):

$$\gamma_\alpha^{min}(n) = 1 + \frac{u_\alpha}{\sqrt{n + 0{,}5(1 + u_\alpha^2)}}, \tag{3.8}$$

где u_α - α-квантиль нормированного нормального распределения.

Величина $\gamma_\alpha^{min}(n)$ для n≤60 может быть определена на основе уже существующих статистических расчетов. В табл. 3.2. приведены значения $\gamma_\alpha^{min}(n)$ для различных уровней значимости при $n \in [4;20]$

Табл. 3.2. Значение $\gamma_\alpha^{min}(n)$, применяемое для расчета критерия Аббе

Длина ряда динамики (n)	$\gamma_\alpha^{min}(n)$		
	$\alpha = 0{,}001$	$\alpha = 0{,}01$	$\alpha = 0{,}05$
4	0,295	0,313	0,390
5	0,208	0,269	0,410
6	0,182	0,281	0,445
7	0,185	0,307	0,468
8	0,202	0,331	0,491
9	0,221	0,354	0,512
10	0,241	0,376	0,531
11	0,260	0,396	0,548
12	0,278	0,414	0,564
13	0,295	0,431	0,578
14	0,311	0,447	0,591
15	0,327	0,461	0,603
16	0,341	0,474	0,614
17	0,355	0,487	0,624
18	0,368	0,499	0,633
19	0,381	0,510	0,642
20	0,393	0,520	0,650

Определение наличия тренда в исходном временном ряду **методом проверки разностей средних уровней** предполагает выполнение четырёх основных этапов [81].

На первом этапе исходный временной ряд $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ разбивается на две примерно равные по числу уровней части: в первой части – n_1 первых уровней исходного ряда, во второй – n_2 остальных уровней. Общее число уровней n равно сумме уровней n_1 и n_2.

На втором этапе для каждой из этих частей вычисляются средние значения и дисперсии (3.9):

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1} y_t}{n_1},;$$

$$S_1^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1}(y_t - \overline{y}_1)^2}{n_1 - 1}$$

$$\overline{y}_2 = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n} y_t}{n_2};$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n_1}(y_t - \overline{y}_2)^2}{n_2 - 1} \qquad (3.9)$$

На третьем этапе осуществляется проверка однородности дисперсий обеих частей ряда с помощью F-критерия Фишера (3.10):

$$F = \begin{cases} S_1^2 / S_2^2, & \text{если } S_1^2 > S_2^2 \\ S_2^2 / S_1^2, & \text{если } S_1^2 < S_2^2 \end{cases} \qquad (3.10)$$

Сущность данной проверки заключается в сравнении расчетного значения этого критерия с табличным (критическим) значением критерия Фишера F_q с заданным уровнем значимости q (приложение 2) . В качестве q чаще всего берут значения 0,1 (десятипроцентная ошибка), 0,05 (пятипроцентная ошибка), 0,01 (однопроцентная ошибка). Величина P = 1 – q называется доверительной вероятностью

Если расчетное значение F меньше табличного Fq, то гипотеза о равенстве дисперсий принимается и переходят к четвертому этапу. Если F больше или равно Fq, гипотеза о равенстве дисперсий отклоняется и делается вывод, что данный метод для определения наличия тренда ответа не дает.

На четвертом этапе осуществляется проверка гипотезы об отсутствии тренда с использованием t-критерия Стьюдента.

Для этого определяется расчетное значение критерия Стьюдента по формуле (3.11):

$$t = \frac{|\overline{y}_1 - \overline{y}_2|}{\overline{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \qquad (3.11)$$

где $\overline{S}$ – среднеквадратическое отклонение разности средних (3.12):

$$\overline{S} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \tag{3.12}$$

Если расчетное значение t меньше табличного значения статистики Стьюдента t_q с заданным уровнем значимости q, гипотеза принимается, т.е. тренда нет, в противном случае тренд есть (приложение 3).

Число степеней свободы i для определения табличного значения t_q находится по формуле (3.13):

$$i = n_1 + n_2 - 2 \tag{3.13}$$

Применение метода проверки разностей средних уровней возможно только для рядов динамики с монотонной тенденцией.

Метод Фостера-Стюарта обладает относительно широкими возможностями практического применения. Помимо тренда самого временного ряда, с помощью данного метода можно установить наличие тренда дисперсии временного ряда: если тренда дисперсии нет, то разброс уровней ряда является постоянным; если дисперсия увеличивается, то ряд "раскачивается" и т.д.

Реализация данного метода предполагает выполнение четырех основных этапов [82].

На первом этапе осуществляется сравнение каждого уровня исходного временного ряда, начиная со второго уровня, со всеми предыдущими, при этом определяются две числовые последовательности (3.14):

$$k_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t \text{ больше всех предыдущих уровней} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$l_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t \text{ меньше всех предыдущих уровней} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \tag{3.14}$$

На втором этапе вычисляются величины S и D, характеризующие изменения среднего значения и дисперсии временного ряда (3.15 и 3.16):

$$S = \sum_{t=2}^{n} k_t + l_t \tag{3.15}$$

$$D = \sum_{t=2}^{n} k_t - l_t . \tag{3.16}$$

Величина S характеризует изменение дисперсии временного ряда и может принимать значения от 0 до n-1 (когда ряд монотонно изменяется).

Величина D характеризует изменение среднего значения временного ряда и изменяется от 1-n (когда ряд монотонно убывает) до n-1 (когда ряд монотонно возрастает). Величины S и D являются случайными с математическим ожиданием равным μ для значения S и равным 0 для значения D.

На третьем этапе осуществляется проверка гипотезы о случайности отклонения величин s и d от их математических ожиданий с помощью t-критерия Стьюдента (3.17):

$$t_S = \frac{|S - \mu|}{\sigma_1},$$

$$t_D = \frac{|D - 0|}{\sigma_2},$$

$$\sigma_1 = \sqrt{2 * \ln(n) - 3{,}4253},$$

$$\sigma_2 = \sqrt{2 * \ln(n) - 0{,}8456},$$

$$\mu = \sigma_2^2 \tag{3.17}$$

где μ - оценка математического ожидания величины S для случайного временного ряда;

σ_1 – оценка среднеквадратического отклонения S для случайного временного ряда;

σ_2 – оценка среднеквадратического отклонения D для случайного временного ряда

Формулы для нахождения σ_1 и σ_2 следует применять в случае, если число уровней временного ряда составляет более 50 элементов, в противном случае целесообразно применять готовые статистические таблицы (табл. 3.3.)

Табл. 3.3. Значения σ_1 и σ_2 для проверки гипотезы о существовании тренда методом Фостера-Стюарта

n	σ_1	σ_2
10	1,288	1,964
15	1,512	2,152
20	1,677	2,279
25	1,791	2,373
30	1,882	2,447
35	1,956	2,509
40	2,019	2,561
45	2,072	2,606
50	2,121	2,645

На четвертом этапе происходит сравнение найденных параметров t_S и t_D с табличным значением t_q. Если табличное значение больше расчетного, можно сделать вывод о том, что тренд отсутствует: например, если $t_S > t_q$, а $t_D < t_q$, то тренд дисперсии есть, а тренда временного ряда нет [83].

3.2. Основные типы тенденций и уравнений тренда

В данном параграфе рассматриваются далеко не все известные в математике линии и их уравнения, а лишь набор их сравнительно простых форм, которых достаточно для отображения и анализа большинства встречающихся на практике тенденций временных рядов. При этом желательно всегда выбирать из нескольких типов линий, достаточно близко выражающих тенденцию, более простую линию. Данный принцип обоснован тем, что чем сложнее уравнение линии тренда, чем большее число параметров оно содержит, тем при равной степени приближения труднее дать надежную оценку этих параметров по ограниченному числу уровней ряда и тем больше ошибка оценки этих параметров, ошибки прогнозируемых уровней [84].

Прямолинейный тренд и его свойства

Самым простым типом линии тренда является прямая линия, описываемая линейным (т.е. первой степени) уравнением тренда (3.18):

$$\hat{y}_i = a + b * t_i \qquad (3.18)$$

где $\hat{y}_i$ - выравненные, т.е. лишенные колебаний, уровни тренда для лет с номером i;

а - свободный член уравнения, численно равный среднему выравненному уровню для момента или периода времени, принятого за начало отсчета, т.е. для $t_i = 0$;

b - средняя величина изменения уровней ряда за единицу изменения времени;

t_i - номера моментов или периодов времени, к которым относятся уровни временного ряда (год, квартал, месяц, дата).

Среднее изменение уровней ряда за единицу времени - главный параметр и константа прямолинейного тренда. Следовательно, этот тип тренда подходит для отображения тенденции примерно равномерных изменений уровней: равных в среднем абсолютных приростов или абсолютных сокращений уровней за равные промежутки времени. Практика показывает, что такой характер динамики встречается достаточно часто. Причина близких к равномерному абсолютных изменений уровней ряда состоит в следующем: многие явления, как, например, урожайность сельскохозяйственных культур, численность населения региона, города, сумма дохода населения, среднее потребление какого-либо продовольственного товара и др., зависят от большого числа различных факторов. Одни из них влияют в сторону ускоренного роста изучаемого явления, другие - в сторону замедленного роста, третьи - в направлении сокращения уровней и т.д. Влияние разнонаправленных и разноускоренных (замедленных) сил факторов взаимно усредняется, частично взаимно погашается, а равнодействующая их влияний приобретает характер, близкий к равномерной тенденции. Итак, равномерная тенденция динамики (или застоя) - это результат сложения влияния большого количества факторов на изменение изучаемого показателя [84].

Основные свойства тренда в форме прямой линии представлены на рис. 3.2.

- равные изменения за равные промежутки времени;
- если средний абсолютный прирост - положительная величина, то относительные приросты или темпы прироста постепенно уменьшаются;
- если среднее абсолютное изменение - отрицательная величина, то относительные изменения или темпы сокращения постепенно увеличиваются по абсолютной величине снижения к предыдущему уровню;
- если тенденция к сокращению уровней, а изучаемая величина является по определению положительной, то среднее изменение *b* не может быть больше среднего уровня *a;*
- при линейном тренде ускорение, т.е. разность абсолютных изменений за последовательные периоды, равно нулю.

Рис. 3.2. Основные свойства прямолинейного тренда

Параболический тренд и его свойства

Под названием параболического будем иметь в виду тренд, выраженный параболой II порядка с уравнением (3.19):

$$\hat{y}_i = a + b * t + c * t^2 \tag{3.19}$$

Параболы III порядка и более высоких порядков редко применимы для выражения тенденции динамики и слишком сложны для получения надежных оценок параметров при ограниченной длине временного ряда. Прямую линию, с точки зрения математики, можно также считать одним из видов парабол - параболой I порядка, которая уже рассмотрена выше.

Значения параметров параболы II порядка таковы: свободный член a - это средний (выравненный) уровень тренда на момент или период, принятый за начало отсчета времени, т.е. t = 0; b - это средний за весь период среднегодовой прирост, который уже не является константой, а изменяется равномерно со средним ускорением, равным 2c, которое и служит константой, главным параметром параболы II порядка.

Следовательно, тренд в форме параболы II порядка применяется для отображения таких тенденций динамики, которым свойственно примерно постоянное ускорение абсолютных изменений уровней. Процессы такого рода встречаются на практике гораздо реже, чем процессы с равномерным изменением, но, с другой стороны, любое отклонение процесса от строго равномерного прироста (или сокращения) уровней можно интерпретировать как наличие ускорения. Более того, существует строгое математическое правило: чем выше порядок параболы, тем ближе линия тренда к уровням исходного временного ряда. Если это правило довести до крайнего предела, то любой ряд из n уровней может быть точно отображен параболой (n-1)-го порядка, так как через любые две точки проходит одна прямая, через три точки - одна парабола II порядка и т.д. Такое «приближение» линии тренда к эмпирическому ряду, содержащему как тенденцию, так и колебания, нельзя считать достижением научного анализа. Напротив, применяя параболу более высокого порядка там, где сущность процесса этого не требует, а только ради уменьшения остаточной суммы отклонений (или их квадратов) отдельных уровней от тренда, исследователь уходит от цели, смешивая тренд с колебаниями [85]. Парабола II порядка, как уравнение тренда, применяется к различным процессам, которые на некотором, как правило, непродолжительном, этапе развития имеют примерно постоянное ускорение абсолютного прироста уровней. Такими бывают рост населения отдельных городов или регионов, ускоренное увеличение объема продукции в фазе циклического подъема и т.д.

Основные свойства тренда в форме параболы II порядка представлены на рисунке 3.3.

неравные, но равномерно возрастающие или равномерно убывающие абсолютные изменения за равные промежутки времени;

парабола, рассматриваемая относительно ее математической формы, имеет две ветви: восходящую с увеличением уровней признака и нисходящую с их уменьшением. Но относительно статистики по содержанию изучаемого процесса изменений трендом, выражающим определенную тенденцию развития, чаще всего можно считать только одну из ветвей: либо восходящую, либо нисходящую. В особых, более конкретных, ситуациях мы не отрицаем возможности объединения обеих ветвей в единый тренд;

так как свободный член уравнения *a* как значение показателя в начальный момент (период) отсчета времени, как правило, величина положительная, то характер тренда определяется знаками параметров *b* и *c:*

при *b >0* и с > 0 имеем восходящую ветвь, т.е. тенденцию к ускоренному росту уровней;

при *b <0* и с<0 имеем нисходящую ветвь - тенденцию к ускоренному сокращению уровней;

при *b* > 0 и с<0 имеем либо восходящую ветвь с замедляющимся ростом уровней, либо обе ветви параболы, восходящую и нисходящую, если их по существу можно считать единым процессом;

при *b <0* и с>0 имеем либо нисходящую ветвь с замедляющимся сокращением уровней, либо обе ветви - нисходящую и восходящую, если их можно считать единой тенденцией;

при параболической форме тренда, в зависимости от соотношений между его параметрами, цепные темпы изменений могут либо уменьшаться, либо некоторое время возрастать, но при достаточно длительном периоде рано или поздно темпы роста обязательно начинают уменьшаться, а темпы сокращения уровней при *b <0* и с<0 обязательно начинают возрастать (по абсолютной величине относительного изменения).

Рис. 3.3. Основные свойства тренда в форме параболы II порядка

В тех случаях, когда по существу изучаемого процесса допустимо считать единым трендом обе ветви параболы, представляет большой интерес решение задачи о нахождении того периода или момента времени, когда уровень тренда достигает максимума (когда b>0, c<0) или минимума (если b<0, c>0). Экстремальная точка параболы $\hat{y}_i = a + b*t + c*t^2$ достигается при нулевом значении первой производной (3.20):

$$\frac{df}{dt} = (a + bt + ct^2)' = b + 2ct \tag{3.20}$$

Из b+2ct=0 равенства имеем: t=-b/2c. Например, если $\hat{y}_i = 100 + 20t - 2t^2$, то максимум парабола имеет при t=-5.

Максимальное значение уровня тренда при t=5 составит 150.

Если имеем параболу при b<0, а c>0, например, $\hat{y}_i = 100 - 20t + 2t^2$, то минимальное значение тренда достигается при t=5, и это минимальное значение составит 50.

Экспоненциальный тренд и его свойства

Экспоненциальным трендом называют тренд, выраженный уравнением (3.21):

$$\hat{y}_i = ak^{t_i} \tag{3.21}$$

или формулой (3.22):

$$\hat{y}_i = \exp[\ln a + \ln k t_i] \tag{3.22}$$

Свободный член экспоненты a равен выравненному уровню, т.е. уровню тренда в момент или период, принятый за начало отсчета времени, т.е. при t=0. Основной параметр экспоненциального тренда k является постоянным темпом изменения уровней (ценным). Если k>1, имеем тренд с возрастающими уровнями, причем это возрастание не просто ускоренное, а с возрастающим ускорением и возрастающими производными всех более высоких порядков. Если k<1, то имеем тренд, выражающий тенденцию постоянного, но замедляющегося сокращения уровней, причем замедление непрерывно усиливается. Экстремума экспонента не имеет и при $t \to \infty$ стремится либо к ∞ при k > 1, либо к 0 при k<1.

Экспоненциальный тренд характерен для процессов, развивающихся в среде, не создающей никаких ограничений для роста уровня. Из этого следует, что на практике он может развиваться только на ограниченном промежутке времени, так как любая среда рано или поздно создает ограничения, любые ресурсы со временем исчерпаемы. Однако практика показала что, например, численность населения Земли на протяжении 1950-1985 гг. возрастала примерно по экспоненте со среднегодовым темпом роста $k \approx 1{,}018$ и за это время возросла вдвое - с 2,5 до 5 млрд. чел. В настоящее время темп роста населения постепенно уменьшается.

Экспоненциальный рост объема реализации и производства происходит при возникновении новых видов продукции и их освоении промышленностью: при появлении цветных телевизоров, видеомагнитофонов, пейджеров и т.п., но когда производство начинает наполнять рынок, приближаться к спросу, экспоненциальный рост прекращается.

Основные свойства экспоненциального тренда представлены на рис. 3.4.

Абсолютные изменения уровней тренда пропорциональны самим уровням.

Экспонента экстремумов не имеет: при k > 1 тренд стремится к $+\infty$, при k<1 тренд стремится к нулю.

Уровни тренда представляют собой геометрическую прогрессию: уровень периода с номером $t = m$ есть ak^m

При k > 1 тренд отражает ускоряющийся неравномерно рост уровней, при k < 1 тренд отражает замедляющееся неравномерно уменьшение уровней.

Рис. 3.4. Основные свойства экспоненциального тренда

Гиперболический тренд и его свойства

Из различных форм гипербол рассмотрим только наиболее простую (3.23):

$$\hat{y}_i = a + \frac{b}{t} \tag{3.23}$$

Если основной параметр гиперболы $b>0$, то этот тренд выражает тенденцию замедляющегося снижения уровней и при $t\to\infty$, $\hat{y}\to a$. Таким образом, свободный член гиперболы - это предел, к которому стремится уровень тренда.

Такая тенденция наблюдается, например, при изучении процесса снижения затрат любого ресурса (труда, материалов, энергии) на единицу данного вида продукции или ее себестоимости в целом. Затраты ресурса не могут стремиться к нулю, значит, экспонента не соответствует сущности процесса; нужно применить гиперболическую формулу тренда.

Если параметр $b<0$, то с возрастанием t, т.е. с течением времени, уровни тренда возрастают и стремятся к величине a при $t\to\infty$ [86].

Такой характер динамики присущ, например, показателям КПД двигателей или иных преобразователей энергии (трансформатор тока, фотоэлемент и т.п.). По мере развития научно-технического прогресса эти КПД постепенно повышаются, но никогда не могут превысить определенного предела для каждого типа двигателя и не могут превысить 100% в принципе для любого преобразователя энергии. При расчете гиперболического тренда нельзя нумеровать года от середины ряда, так как значения 1/ti должны быть всегда положительными. Основные свойства гиперболического тренда представлены на рис. 3.5.

Абсолютный прирост или сокращение уровней, ускорение абсолютных изменений, темп изменения - все эти показатели не являются постоянными. При $b>0$ уровни замедленно уменьшаются, отрицательные абсолютные изменения, а также положительные ускорения тоже уменьшаются, цепные темпы изменения растут и стремятся к 100%.

При $b<0$ уровни замедленно возрастают, положительные абсолютные изменения, а также отрицательные ускорения и цепные темпы роста замедленно уменьшаются, стремясь к 100%.

Рис. 3.5. Основные свойства гиперболического тренда

Таким образом, гиперболический тренд описывает тенденцию такого процесса, показатели которого со временем затухают, т.е. происходит переход от движения к застою.

Логарифмический тренд и его свойства

Если изучаемый процесс приводит к замедлению роста какого-то показателя, но при этом рост не прекращается, не стремится к какому-либо ограниченному пределу, то гиперболическая форма тренда уже не подходит. Тем более не подходит парабола с отрицательным ускорением, по которой замедляющийся рост перейдет со временем в снижение уровней. В указанном случае тенденция изменения лучше всего отображается логарифмической формой тренда (3.24):

$$\hat{y}_i = a + b \ln t_i \tag{3.24}$$

Логарифмы возрастают значительно медленнее, чем сами числа (номера периодов ti), но рост логарифмов неограничен. Подбирая начало отсчета периодов (моментов) времени, можно найти такую скорость снижения абсолютных изменений, которая наилучшим образом отвечает фактическому временному ряду.

Примером тенденций, соответствующих логарифмическому тренду, может служить динамика на отдельных этапах анализа урожайности или валового сбора какой-то культуры в данном регионе, пока новое агротехническое достижение не придаст снова тенденции ускорения. Основные свойства логарифмического тренда представлены на рис. 3.6.

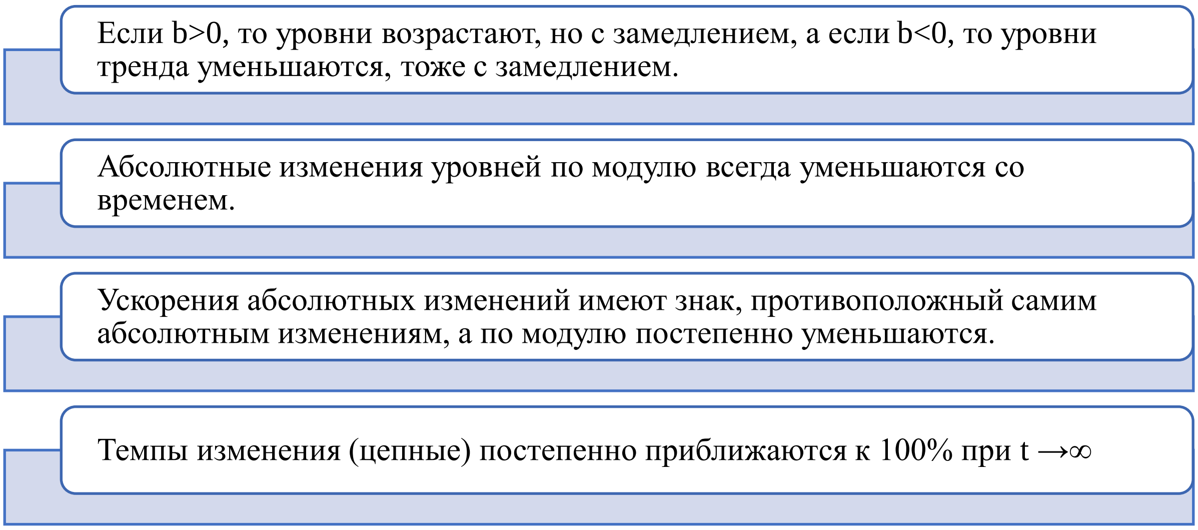


Рис. 3.6. Основные свойства логарифмического тренда

Логарифмический тренд, как и гиперболический, отражает постепенно затухающий процесс изменений. Различие состоит в том, что затухание по гиперболе происходит быстро при приближении к конечному пределу, а при логарифмическом тренде затухающий процесс продолжается без ограничения гораздо медленнее.

Логистический тренд и его свойства

Логистическая форма тренда подходит для описания такого процесса, при котором изучаемый показатель проходит полный цикл развития. Начиная, как правило, от нулевого уровня, значения уровней растут сначала медленно, затем темп роста ускоряется, в середине цикла ускорение становится нулевым, т.е. рост происходит по линейному тренду, затем, в завершающей части цикла, рост замедляется по гиперболе по мере приближения к предельному значению показателя.

Примером такого цикла динамики может служить изменение доли грамотного населения в стране, например в России, с 1800 г. до наших дней. В некоторых зарубежных программах для компьютеров логистическая кривая называется S-образной кривой.

С одной стороны, логистическую тенденцию можно считать объединением трех разных по типу тенденций: параболической с ускоряющимся ростом на первом этапе, линейной - на втором и гиперболической с замедляющимся ростом - на третьем этапе. Но есть доводы и в пользу рассмотрения всего цикла развития как особого единого типа тенденции со сложными, переменными свойствами, но постоянным направлением изменений в сторону увеличения или уменьшения уровней.

Рассмотрение таких временных рядов, как проявление единой логистической тенденции, позволяет уже на первом этапе рассчитать всю траекторию развития, определить сроки перехода от ускоренного роста к замедленному, что чрезвычайно важно при планировании производства или реализации нового вида товара, спрос на который будет проходить все этапы логистической тенденции вплоть до насыщения рынка.

Так, например, обеспеченность населения в России автомобилями в конце 1980-х годов находилась на начальном этапе логистической кривой, и это означало, что предстоит еще ряд лет или даже десятилетий ускоренного роста спроса. В то же время обеспеченность фотоаппаратами уже достигла этапа замедления роста, и это означало, что расширять производство или импорт прежних типов фотоаппаратов не следует. Расширение их рынка возможно было только для принципиально новых типов фотоаппаратов, насыщенность которыми еще находится в самом начале первого этапа [87].

В вышеописанном диапазоне изменения уровней, т.е. от нуля до единицы, уравнение логистического тренда имеет вид (3.25):

$$\hat{y}_i = \frac{1}{e^{a_0 + a_1 t_i} + 1} \tag{3.25}$$

При $a_0>0$, $a_1<0$, с ростом номеров периодов времени t_i получаем логистическую тенденцию роста уровней, причем если нужно начать рост почти от нулевой величины, то a_0 должно быть примерно равно 10. Чем больше модуль a_1, тем быстрее возрастание уровней. При $a_0<0$ и $a_1>0$ имеем логистический тренд со снижением уровней, причем если снижение должно начаться почти от единицы, то a_0 должно быть примерно равно -10. Чем больше a_1, тем быстрее будут снижаться уровни.

Если же диапазон изменения уровней ограничен не нулем и единицей, а любыми значениями, определяемыми исходя из существа задачи, обозначаемыми y_{max} и y_{min}, то формула логистического тренда принимает вид (3.26):

$$\hat{y}_i = \frac{y_{max} - y_{min}}{e^{a_0 + a_1 t_i} + 1} + y_{min} \tag{3.26}$$

3.3. Распознавание типа тренда и оценка его параметров

При изучении методов распознавания типа тренда не следует забывать о существе изучаемого процесса, который отображается временным рядом. Как правило, тип тренда должен соответствовать характерным особенностям процесса. На практике зачастую используется графический анализ для распознавания типа тенденции.

Графическое изображение во многих случаях позволяет приближенно выявить тип тенденции временного ряда. Но для этого следует соблюдать правила построения графика, сущность которых представлена на рис. 3.7.

Точное соблюдение масштаба как по величине уровней ряда, так и по времени

Временные интервалы откладывают по оси абсцисс, величины уровней - по оси ординат.

По каждой оси следует установить такой масштаб, чтобы ширина графика была примерно в 1,5 раза больше его высоты.

Если уровни ряда на всем протяжении периода много больше нуля и между собой различаются не более чем на 20-30%, то следует обозначить перерыв на оси ординат, увеличить масштаб так, чтобы меньший из уровней ненамного превышал разрыв оси.

Если уровни ряда различаются в десятки, сотни и тысячи раз, ось ординат следует разметить в логарифмическом масштабе, чтобы равные отрезки означали различие уровней в одинаковое число раз. Интерпретация вида графика будет другой: при линейном масштабе график, близкий к прямой линии, означает линейную тенденцию, а при логарифмическом масштабе оси ординат прямая линия показывает экспоненциальную тенденцию.

Необходимо строго соблюдать равенство промежутков времени на равных отрезках оси абсцисс. Логарифмический масштаб по времени не рекомендуется, так как он крайне затруднит интерпретацию графика.

Рис. 3.7. Основные правила построения графика для корректного распознавания типа тенденции

Следует отметить, что не всегда график позволяет выбрать тип линии тренда. Трудно графически отличить параболу от экспоненты, логарифмическую кривую от гиперболы и т.д. Оценка типа тренда по типу графика включает субъективные моменты, что может привести к ошибке. Есть много способов объективной, статистико-математической оценки пригодности того или иного типа линии. Весьма популярен его выбор с помощью перебора на персональном компьютере всех имеющихся в пакете программ статистического анализа типов линий либо по наименьшему среднему квадратическому отклонению, либо по наименьшему модулю отклонений фактических уровней от расчетных по проверяемой линии. Недостатки данной методики заключаются в том, что, во-первых, не все пакеты программ статистического анализа содержат достаточный выбор линий тренда, но главное состоит в том, что, чем больше параметров содержит уравнение тренда, тем меньше и отклонений отдельных уровней от тренда. Парабола II порядка, а тем более III и более высоких порядков всегда при таком подходе «лучше», чем прямая или экспонента [88].

Но «преимущество» параболы над прямой может быть невелико. Следовательно, нужно применить опять же статистико-математические критерии существенности уменьшения среднего отклонения при переходе от прямой к параболе.

Предположим, что предварительная гипотеза о типе тренда выбрана на основе теоретических соображений об изучаемом процессе и на основе графического изображения. Для того чтобы проверить данную гипотезу, необходимо сформулировать ее математически. Так, гипотеза о том, что тренд является прямой линией, означает, что на всем периоде временной ряд в среднем сохраняет постоянную величину абсолютного изменения уровней. Гипотеза о параболе II порядка означает, что на всем периоде (в среднем) имеется постоянная величина ускорения абсолютных изменений. Гипотеза об экспоненциальном тренде подтвердится, если можно будет доказать, что на периоде сохраняется постоянная величина (в среднем) цепного темпа изменений.

Для указанных трех типов линий предлагается методика статистической проверки гипотез, разработанная М.С. Каяйкиной и А.И. Манеллей [89, 90] (рис. 3.8).

чтобы снизить искажающее тренд влияние колебаний, проводится сглаживание ряда уровней, например, по пятилетней скользящей средней;

по ряду сглаженных уровней вычисляются:

- для линейного тренда - цепные абсолютные изменения: $\Delta i = yi+1-yi$;	- для параболического тренда - абсолютные ускорения: $\Delta i' = \Delta i - \Delta i - 1$;	для экспоненциального тренда - цепные коэффициенты роста: $k_n = y_n / y_{n-1}$;

ряд разбивается на несколько равных или примерно равных подпериодов, и по каждому вычисляется средняя величина того параметра, постоянство которого подтверждает выдвинутую гипотезу о типе тренда: средний абсолютный прирост - для прямой, среднее ускорение - для параболы, средний темп - для экспоненты

методом дисперсионного анализа при многих средних значениях проверяемого параметра или по t-критерию при двух значениях проверяется существенность различия средних значений параметра в разных подпериодах исходного ряда. Если нельзя отклонить гипотезу о несущественности различий средних величин параметра в разных подпериодах, то принимается гипотеза о соответствующем типе тренда. Если различия средних признаются существенными, гипотеза о данном типе тренда отвергается и выдвигается следующая гипотеза в порядке усложнения: после отклонения прямой линии - об экспоненте; после отклонения экспоненты - о параболе; при отклонении параболы - о других типах линий.

Рис. 3.8. Методика проверки статистических гипотез о типе тренда

Таким образом, последовательная реализация представленных на рис. 3.8 этапов позволяет сформулировать вывод о типе линии тренда [91]. Однако, это не является конечным результатом работы с обнаружением типа тенденции.

3.4. Оценка параметров линейного, параболического и гиперболического трендов с помощью метода наименьших квадратов

Основой методики проверки статистических гипотез о типе тренда является метод наименьших квадратов, который дает оценки параметров, отвечающие принципу максимального правдоподобия. Суть данного принципа состоит в том, что сумма квадратов отклонений фактических уровней от тренда (от выравненных по уравнению тренда уровней) должна быть минимальной для данного типа уравнения [92].

Данная методика близка к методике корреляционно-регрессионного анализа связей - парной регрессии. Однако между ними есть и принципиальные различия: выступающий при расчете уравнения тренда в качестве независимой переменной ряд номеров периодов или моментов времени не является случайной варьирующей переменной регрессионного анализа. Ряд значений времени – это жестко упорядоченный ряд величин, и, следовательно, не может быть речи о корреляции между ним и значениями зависимой переменной - варьирующих уровней показателя, изменяющегося во времени. Нередко применяемые в литературе и в программах для компьютеров коэффициенты корреляции со временем или фактических уровней с выравненными (т.е. тоже упорядоченными) уровнями тренда таковыми на самом деле не являются и не могут измерять какой-либо «тесноты связи». Чем длиннее период, охватываемый рядом, тем автоматически становятся больше так называемые коэффициенты корреляции при той же самой скорости роста уровней и той же самой силе колебаний. Таким образом, эти лжекоэффициенты не могут характеризовать соотношение между ролью факторов тенденции и ролью факторов колеблемости.

Для уравнения **прямой линии тренда** величина параметров a и b определяется по методу наименьших квадратов путем приравнивания частных первых производных функции $f(a,b)=\sum_{i=1}^{n} y_i - \hat{y}_i = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bt_i)^2$ к нулю. Тогда система нормальный уравнений имеет вид (3.26):

$$\begin{cases} na + b\sum_{i=1}^{n} t_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} t_i + b\sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i \end{cases} \tag{3.26}$$

Решая эти уравнения с двумя неизвестными по данным фактического временного ряда y_i, получаем значения a и b. Если номера периодов (моментов) времени отсчитываются от начала ряда так, что первый период (момент) обозначен номером t=1, то свободный член a есть уровень тренда для предыдущего периода (момента), а не первого в ряду, как часто ошибочно полагают. Для первого периода уровень тренда ŷ равен a+b, для второго ŷ=a+2b и т.д.

Однако рациональнее начало отсчета времени перенести в середину ряда, т.е. при нечетном п - на период (момент) с номером (n+1)/2, а при четном числе уровней ряда - на середину между периодом с номером n/2 и (n/2)+1. В последнем случае все номера периодов ti будут дробными. При нумерации периодов времени точно от середины ряда половина номеров ti будет отрицательными числами (аналогично годам до нашей эры), а половина - положительными, их сумма равна нулю. В таком случае система нормальных уравнений МНК распадается на два уравнения с одним неизвестным в каждом (3.27 и 3.28):

$$na = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{3.27}$$

$$b\sum_{i=1}^{n} t_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i \tag{3.28}$$

Откуда имеем (3.29 и 3.30):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \bar{y} \tag{3.29}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\,2}} \tag{3.30}$$

Зачастую многие компьютерные программы не предусматривают такого упрощения, и нумерация периодов (моментов) в них производится с начала ряда, с номера t=1, причем пользователь об этом не предупреждается [93]. При расчетах без компьютера следует применить упрощенный прием. Знаменатель в формуле (3.30) при нумерации периодов от середины ряда вычисляется устно при n≤10 или по формуле (3.31):

$$\sum_{i=-\frac{n+1}{2}}^{+\frac{n+1}{2}} t_i^2 = \frac{n^3-3}{12} \tag{3.31}$$

Уравнение параболического (II порядка) тренда

Для вычисления параметров a, b, c по методу наименьших квадратов три частные производные функции $f(a,b,c)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y})^2$ приравниваются к нулю, и после преобразований получаем систему трех уравнений с тремя неизвестными (3.32):

$$\begin{cases} na + b\sum_{i=1}^{n} t_i + c\sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} t_i + b\sum_{i=1}^{n} t_i^2 + c\sum_{i=1}^{n} t_i^3 = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i \\ a\sum_{i=1}^{n} t_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} t_i^3 + c\sum_{i=1}^{n} t_i^4 = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i^2 \end{cases} \tag{3.32}$$

При переносе начала отсчета периодов (моментов) времени в середину ряда суммы нечетных степеней номеров этих периодов $\sum t_i$ и $\sum t_i^3$ обращаются в нуль. При этом второе уравнение обращается в уравнение с одним неизвестным, откуда (3.33):

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2} \tag{3.33}$$

Образуется система из двух уравнений с двумя неизвестными (3.34):

$$\begin{cases} na + c\sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} t_i^2 + c\sum_{i=1}^{n} t_i^4 = \sum_{i=1}^{n} y_i t_i^2 \end{cases} \tag{3.34}$$

В данной системе уравнений (3.35 и 3.36):

$$\sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \frac{n^3 - n}{12} \tag{3.35}$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i^4 = \frac{3n^5 - 10n^3 + 7n}{240} \tag{3.36}$$

Гиперболическое уравнение тренда отличается от линейного уравнения тем, что вместо первой степени включает номера периодов времени (моментов) в минус первой степени: $1/t_i$. Соответственно нормальные уравнения метода наименьших квадратов получат вид (3.37):

$$\begin{cases} na + b\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i} + b\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{t_i^2} = \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{t_i} \end{cases} \tag{3.27}$$

Однако при этом нельзя, в отличие от линейного тренда, переносить начало отсчета периодов времени в середину, так как гипербола не имеет постоянного параметра изменения уровней на протяжении всего периода, и все величины $1/t_i$ должны быть положительными.

3.5. Логарифмирование как инструмент оценки параметров экспоненциального, логарифмического и логистического уравнений тренда

Данные типы трендов объединены в одну группу в связи с необходимостью при оценке их параметров прибегать к логарифмированию. При расчете логарифмического уравнения тренда логарифмируют номера периодов (моментов) времени, а при расчете параметров экспоненциального и логистического трендов - сами уровни. Поскольку отрицательные числа не имеют действительных логарифмов, если нужно логарифмировать номера периодов времени, то нельзя переносить начало их отсчета в середину ряда [94] . Если же сами уровни могут принимать отрицательные значения, например, уровни финансового результата от реализации, уровни температуры воздуха или почвы, то необходимо перенести начало отсчета уровней на величину, алгебраически меньшую реального наименьшего уровня. По окончании расчета тренда нетрудно восстановить обычные единицы измерения.

Для экспоненциального уравнения тренда формула уравнения имеет вид (3.28):

$$\hat{y}_i = ak^{t_i} \tag{3.28}$$

Для нахождения параметров *a* и *k* уравнение логарифмируем (3.29):

$$\ln \hat{y}_i = \ln a + t_i \ln k \tag{3.29}$$

В такой форме, т.е. для логарифмов, уравнение соответствует линейному, следовательно, метод наименьших квадратов дает для логарифмов *a* и *k* нормальные уравнения, аналогичные таковым для параметров *a* и *b* линейного тренда (3.30):

$$\begin{cases} n \ln a + \ln k \sum_{i=1}^{n} t_i = \sum_{i=1}^{n} \ln y_i \\ \ln a \sum_{i=1}^{n} t_i + \ln k \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} t_i \ln y_i \end{cases} \tag{3.30}$$

Так как номера периодов времени не логарифмируются, можно перенести начало отсчета в середину ряда и упростить систему (3.31):

$$\begin{cases} n \ln a = \sum_{i=1}^{n} \ln y_i \\ \ln k \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} t_i \ln y_i \end{cases} \tag{3.31}$$

Отсюда получаем систему (3.32):

$$\begin{cases} \ln a = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \ln y_i}{n} \\ \ln k = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} t_i \ln y_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2} \end{cases} \tag{3.32}$$

Особенность **логарифмического уравнения тренда** заключается в том, что логарифмировать необходимо номера периодов (моментов) времени. Следовательно, все номера должны быть положительными числами. Однако это вовсе не означает, что нумерацию следует начинать с числа 1. Дело в том, что величина логарифма быстро возрастает при переходе от единицы к двум: натуральный логарифм единицы равен нулю, а логарифм двух равен 0,693, имеем рост на 0,693; в то же время логарифм четырех равен 1,386, а логарифм пяти равен 1,609, имеем прирост лишь на 0,223 и т.д. Если и уровень изучаемого ряда вначале возрастает втрое быстрее, чем между четвертым и пятым периодом, тогда нумерация от единицы допустима. Если же уменьшение прироста уровней происходит значительно медленнее, нумерацию периодов (моментов) следует начинать не с единицы, а с большего числа.

Логистическое уравнение тренда имеет вид (3.33):

$$\hat{y}_i = \frac{y_{max} - y_{min}}{e^{a_0 + a_1 t_i} + 1} + y_{min} \tag{3.33}$$

При расчете этого уравнения логарифмируют величину, производную от уровней ряда, но не номера периодов (моментов) времени, эту нумерацию поэтому рациональнее проводить от середины ряда.

Особенностью логистического тренда является этап обоснования значений максимального и минимального уровней временного ряда.

Это обоснование осуществляется на основе, во-первых, уровней фактического ряда, во-вторых, теоретических, т.е. внешних по отношению к статистике, соображений. относящихся к содержанию изучаемого процесса.

Уравнение логистического тренда в общем виде непосредственно логарифмировать невозможно [95]. Для этого необходимо преобразовать его в форму (3.34):

$$\frac{\hat{y}_{max} - \hat{y}_{min}}{\hat{y}_i - y_{min}} - 1 = e^{a_0 + a_1 t} \tag{3.34}$$

Произведем замену переменной (3.35):

$$\frac{\hat{y}_{max} - \hat{y}_{min}}{\hat{y}_i - y_{min}} - 1 = \hat{\xi}, \hat{\xi} = e^{a_0 + a_1 t} \tag{3.35}$$

Тогда получим (3.36):

$$\ln \hat{\xi} = a_0 + a_1 t_i \tag{3.36}$$

Условие метода наименьших квадратов (3.37):

$$\sum_{i=1}^{n}(\ln \xi_i - \ln \hat{\xi}_i)^2 \rightarrow \min \qquad (3.37)$$

Тогда получим (3.38):

$$\sum_{i=1}^{n}(\ln \xi_i - a_0 - a_1 t_i)^2 \rightarrow \min \qquad (3.38)$$

После вычисления частных производных по a_0 и по a_1, получаем нормальные уравнения МНК для логистической кривой, аналогичные таковым для прямой линии, так как заменой на ζ фактически проведена линеаризация функции логистической кривой (3.39):

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i = \sum_{i=1}^{n} \ln \xi_i \\ a_0 \sum_{i=1}^{n} t_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} t_i \ln \xi_i \end{cases} \qquad (3.39)$$

При переносе начала отсчета периодов (моментов) времени в середину ряда система упрощается до двух уравнений с одним неизвестным в каждом из них (3.40):

$$\begin{cases} na_0 = \sum_{i=1}^{n} \ln \xi_i \\ a_1 \sum_{i=1}^{n} t_i^2 = \sum_{i=1}^{n} t_i \ln \xi_i \end{cases} \qquad (3.40)$$

Таким образом, коэффициенты могут быть найдены (3.41):

$$\begin{cases} a_0 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \ln \xi_i}{n} \\ a_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} t_i \ln \xi_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2} \end{cases} \qquad (3.41)$$

3.6 Основные методы выявления тренда путем сглаживания ряда

Одной из важнейших задач исследования динамических рядов является определение общей тенденции развития.

Тенденция представляет собой направление развития явления или процесса во времени под влиянием определённых факторов.

Для того, чтобы выявить общую тенденцию изменения процесса или явления во времени, сократив при этом колебания уровней ряда, применяются различные методы сглаживания динамических рядов. К числу простейших можно отнести **метод сглаживания с использованием скользящей средней** и **метод укрупнения интервалов**.

Сущность всех методов сглаживания состоит в замене исходных уровней ряда расчетными параметрами. По сравнению с фактическими значениями ряда они обладают значительно меньшей колеблемостью, что позволяет четче проследить общую тенденцию и сформулировать общие выводы.

Метод укрупнения интервалов

Сущность данного метода сосотоит в переходе от менее крупных интервалов к более крупным: от месячных - к квартальным, от квартальных - к полугодовым, от полугодовых – к годовым и т.д.

Нахождение уровней укрупненных рядов осуществляют путем поиска среднего значения уровня или суммированием значений за определенный промежуток времени

Стоит отметить, что метод укрупнения интервалов, является самым простым, но вместе с тем и наименее точным.

Применение данного метода возможно только для интервальных рядов, для моментных временных рядов используется метод скользящей средней [96].

При **применении метода простой скользящей средней** новый динамический ряд строится из простых средних арифметических. При этом сначала для временного ряда определяется интервал сглаживания m.

Для вычисления сглаженных уровней временного ряда $\overline{y_i}$ применяется следующая формула (3.42):

$$\overline{y_i} = \frac{\sum_{t=1}^{m} y_t}{m} \tag{3.42}$$

После вычисления значений средней для m первых уровней $y_1, y_2 \ldots y_m$ переходят к вычислению последующих $y_2, y_3 \ldots y_{m+1}$ и т.д.

Таким образом, интервал как бы «скользит» по исходному динамическому ряду с шагом, равным единице.

Если число уровней, взятых для расчета средней, нечетное, средняя записывается в уровень находящийся по середине. Если число уровней четное, то средняя будет относиться к промежутку между серединными значениями. Для ликвидации этого сдвига применяют способ центрирования.

Центрирование представляет собой процесс определения средней из средних для отнесения полученного уровня к конкретному уровню.

Существенным недостатком метода скользящей средней является «укорачивание» ряда полученных значений с каждого конца по сравнению с исходным на m/2 при четном интервале сглаживания и на (m-1)/2 для нечетного интервала.

Для восстановления потерянных значений временного ряда нужно вычислить прирост на последнем участке скольжения, а затем восстановить значения ряда динамики путем последовательного прибавления среднего абсолютного прироста к последнему сглаженному значению. Аналогичным образом восстанавливаются первые члены ряда.

Если для процесса характерно нелинейное развитие, то более надежным способом является использование взвешенной скользящей средней, которое осуществляется по полиномам 2-го и 3-го порядков. В некоторых случаях использование простой скользящей средней является неинформативным, поскольку сглаживание данным способом приводит к проявлению тенденции только в самом общем виде, исключая при этом важные для экономического анализа относительно мелкие изгибы линий [97].

При применении взвешенной скользящей средней каждому уровню в пределах интервала сглаживания приписывается определенный вес. Его величина зависит от расстояния, рассчитанного от данного уровня до середины интервала сглаживания

Для определения значений взвешенных скользящих средних внутри каждого периода уровни описываются полиномом в степени p (3.43):

$$\overline{y_t} = \sum_{j=0}^{p} a_j t^j \qquad (3.43)$$

Каждому значению уровня ряда соответствует свой весовой коэффициент. Все весовые коэффициенты характеризуются свойствами:

1. Они симметричны относительно центрального уровня.
2. Сумма всех весов с учетом общего множителя равна единице.
3. Наличие положительных и отрицательных весов позволяет сглаженной кривой сохранять различные изгибы кривой тренда [98].

Весовые коэффициенты сглаживания ряда динамики по полиномам 2-го и 3-го порядка для различных активных участков сглаживания приведены в табл. 3.4.

Табл. 3.4. Весовые коэффициенты, применяемые в методе взвешенной скользящей средней

Длина активного участка	Весовые коэффициенты
5	$\frac{1}{35}\left[-3;+12;+17;+12;-3\right]$
7	$\frac{1}{21}\left[-2;+3;+6+7;+6;+3;-2\right]$
9	$\frac{1}{231}\left[-21;+14;+39;+54;+59;+54;+39;+14;-21\right]$

Таким образом, в рамках данного параграфа были рассмотрены простейшие методы сглаживания временных рядов. Выбор способа сглаживания зависит от специфики рассматриваемого ряда, его вида, а также от конкретных исследовательских задач.

Контрольные вопросы

1. Что такое тенденция?
2. Каковы основные критерии проверки гипотезы о существовании тренда
3. В чем состоит сущность критерия Аббе?
4. Реализацию каких этапов предполагает т расчет критерия серий, основанного на медиане выборки?
5. Каковы возможности применения Фостера – Стюарта?
6. Что является самым простым типом линии тренда?
7. Каковы свойства прямолинейного тренда?
8. Как можно охарактеризовать параболу II порядка при $b<0$ и $c>0$?
9. Для каких экономических процессов характерен экспоненциальный рост?
10. Как с помощью графического анализа можно распознать тип тренда?
11. В чем состоит методика статистической проверки гипотез, разработанная М.С. Каяйкиной и А.И. Манеллей?
12. Что является основой методики проверки статистических гипотез о типе тренда?
13. Что объединяет оценку параметров экспоненциального, логарифмического и логистического уравнений тренда?
14. В чем состоит суть метода укрупнения интервалов?
15. В каких случаях применяется процедура центрирования? В чем состоит ее суть?
16. В каких случаях целесообразно использование взвешенной скользящей средней?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 3.1.

В таблице приведен временной ряд:

t	Значение временного ряда y_i
1	174
2	168
3	164
4	167
5	171
6	178
7	184
8	186
9	194
10	201

С помощью критерия серия, основанного на медиане выборки, проверить гипотезу о наличии тренда

Решение.

На первом этапе решения исходный ряд данных был проранжирован по возрастанию:

t*	Значение временного ряда y_i*
1	164
2	167
3	168
4	171
5	174
6	178
7	184
8	186
9	194
10	201

Затем была определена медиана данного вариационного ряда Ме. Поскольку число звеньев четное, медиана определяется как средняя из двух центральных значений:

$$\text{Me} = \frac{174 + 178}{2} = 176$$

В исходной выборке вместо каждого значения уровня ряда будем ставить «+», если значение больше медианы, и «-», если значение ряда меньше медианы. В случае, если значение уровня ряда равно медиане, знак проставляться не будет:

Значение временного ряда y_i	Серии
174	-
168	-
164	-
167	-
171	-
178	+
184	+
186	+
194	+
201	+

Таким образом, число серий равно 2, самая длинная последовательность серий равна 5.

Проанализируем, с учетом полученных данных, систему неравенств

$$\begin{cases} 2 \geq \left[\frac{1}{2}(10 + 1 - 1{,}96\sqrt{10 - 1} \right] \\ 5 < \left[3{,}3(\lg n + 1) \right] \end{cases}$$

Поскольку оба неравенства верны, принимается гипотеза об отсутствии тренда. Стоит отметить, что критерий серий, основанный на медиане, улавливает только монотонное изменение среднего (оценки математического ожидания).

Пример 3.2.

В таблице приведен временной ряд:

t	Значение временного ряда y_i
1	200
2	194
3	190
4	193
5	197
6	204
7	210
8	193

С помощью критерия восходящих и нисходящих серий проверить гипотезу о наличии тренда.

Решение.

На основании исходных данных составим последовательность из плюсов и минусов, исходя из условий системы:

$$\delta_i = \begin{cases} +, \text{ если } y_{t+1} - y_t > 0, \ t = 1,2,..n \\ -, \text{ если } y_{t+1} - y_t < 0, \ t = 1,2,..n \end{cases}$$

Таким образом, получим:

Значение временного ряда y_i	Серии
200	-
194	-
190	-
189	+
197	+
204	+
210	+
193	-

Исходный временной ряд состоит из 4 серий, максимальная длина серии составляет 4

Проанализирует полученную систему:

$$\begin{cases} 4 > \left[\frac{1}{3}(2*8-1) - 1{,}96\sqrt{\frac{16*8-29}{90}} \right] \\ 4 < 5 \end{cases}$$

Таким образом, гипотеза о наличии тренда отвергается. Стоит отметить, что критерий "восходящих" и "нисходящих" серий улавливает смещение оценки математического ожидания монотонного и периодического характера. Это более мощный критерий по сравнению с критерием серий, основанном на медиане выборки.

Пример 3.3

Ниже представлен временной ряд, отражающий изменений признака во времени:

t	Значение временного ряда y_i
1	313
2	307
3	303
4	306
5	310
6	317
7	323

Проверить стохастическую независимость с помощью критерия квадратов последовательных разностей (критерия Аббе).

Решение.

Для вычислений построим вспомогательную таблицу:

t	Значение временного ряда y_i	$y_{i+1} - y_i$	$(y_{i+1} - y_i)^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	313			1,714	2,939
2	307	-6	36	-4,286	18,367
3	303	-4	16	-8,286	68,653
4	306	3	9	-5,286	27,939
5	310	4	16	-1,286	1,653
6	317	7	49	5,714	32,653
7	323	6	36	11,714	137,224
		$\sum$	162	$\sum$	289,429

Найдем необходимые параметры для расчета:

$$q^2(n) = \frac{1}{2(7-1)}162 = 13{,}5$$

$$s'^2(n) = \frac{1}{7-1}289{,}429 = 48{,}238,$$

При заданных исходных данных $\gamma(n)$ составит:

$$\gamma(n) = \frac{13{,}5}{48{,}238} = 0{,}28$$

Сравним найденное значение с критическим при уровне значимости 95%:

$$0{,}28 < 0{,}468$$

Следовательно, не подтверждается гипотеза о постоянстве центра группирования. То есть имеют место систематические расхождения между результатами наблюдений.

Пример 3.4

В таблице приведены данные об изменении значений уровней временного ряда

Год	Значение временного ряда y_i
2016	75,3
2017	73,8
2018	72,1
2019	70,9
2020	68,5
2021	67,1
2022	65,9

На основании представленных данных, постройте линейную модель тренда, сформулируйте вывод

Решение.

Построим вспомогательную таблицу для расчетов:

Год	Значение временного ряда y_i	t_i	$y * t_i$	t_i^2	$\hat{y}$	$y_i - \hat{y}$
2016	85,3	-3	-255,9	9	85,36	-0,06
2017	83,8	-2	-167,6	4	83,74	0,06
2018	82,1	-1	-82,1	1	82,13	-0,03
2019	80,9	0	0	0	80,51	0,39
2020	78,5	1	78,5	1	78,90	-0,40
2021	77,1	2	154,2	4	77,29	-0,19
2022	75,9	3	227,7	9	75,67	0,23
$\sum$	563,6	0	-45,2	28	563,6	0

Для данного тренда параметры a и b:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{563,6}{7} = 80,51$$

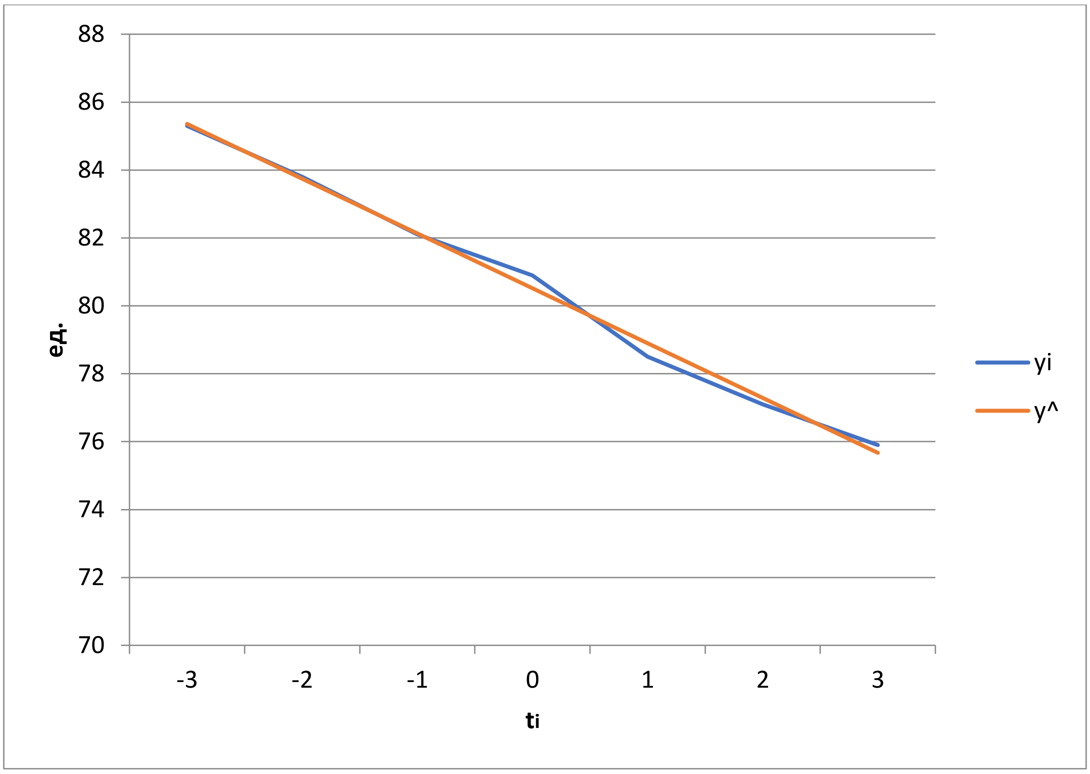
$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2} = \frac{-45,2}{28} = -1,61$$

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y} = 80,51 - 1,61t$$

Таким образом, в среднем значение уровня ряда сокращалось на 1,61 единиц в год.

Сумма уровней тренда равна сумме фактических уровней, что свидетельствует о корректности данной модели. Также это может быть подтверждено методом графического анализа:



Близость тренда к заданным уровням временного ряда свидетельствует о том, что линейная модель максимально полно описывает исходный ряд динамики.

Пример 3.5

В таблице приведены данные об изменении значений уровней временного ряда

Год	Уровень временного ряда y_i
2015	317
2016	326
2017	340
2018	367
2019	392
2020	414
2021	449
2022	495

На основании представленных данных, постройте параболическую модель тренда, представьте прогноз на 3 периода, сформулируйте вывод

Решение.

Для вычислений построим вспомогательную таблицу:

Год	Значение временного ряда y_i	t_i	$y*t_i$	$y*t_i^2$	$\hat{y}$	$y_i-\hat{y}$
2015	317	-3,5	-1109,5	3883,25	316,42	0,58
2016	326	-2,5	-815	2037,50	327,16	-1,16
2017	340	-1,5	-510	765,00	342,68	-2,68
2018	367	-0,5	-183,5	91,75	362,99	4,01
2019	392	0,5	196	98,00	388,08	3,92
2020	414	1,5	621	931,50	417,97	-3,97
2021	449	2,5	1122,5	2806,25	452,63	-3,63
2022	495	3,5	1732,5	6063,75	492,09	2,91
$\sum$	3100	0	1054	3883,25	≈3100	≈0

Вычислим параметр b:

$$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_it_i}{\sum_{i=1}^{n}t_i^2}=\frac{1054}{\dfrac{8^2-8}{12}}\approx 25{,}095$$

Для нахождения параметров a и c воспользуемся системой уравнений:

$$\begin{cases}8a+42c=3100\\ 42a+c\dfrac{3*8^5-10*8^3+7*8}{240}=16677\end{cases}$$

Таким образом, получим:

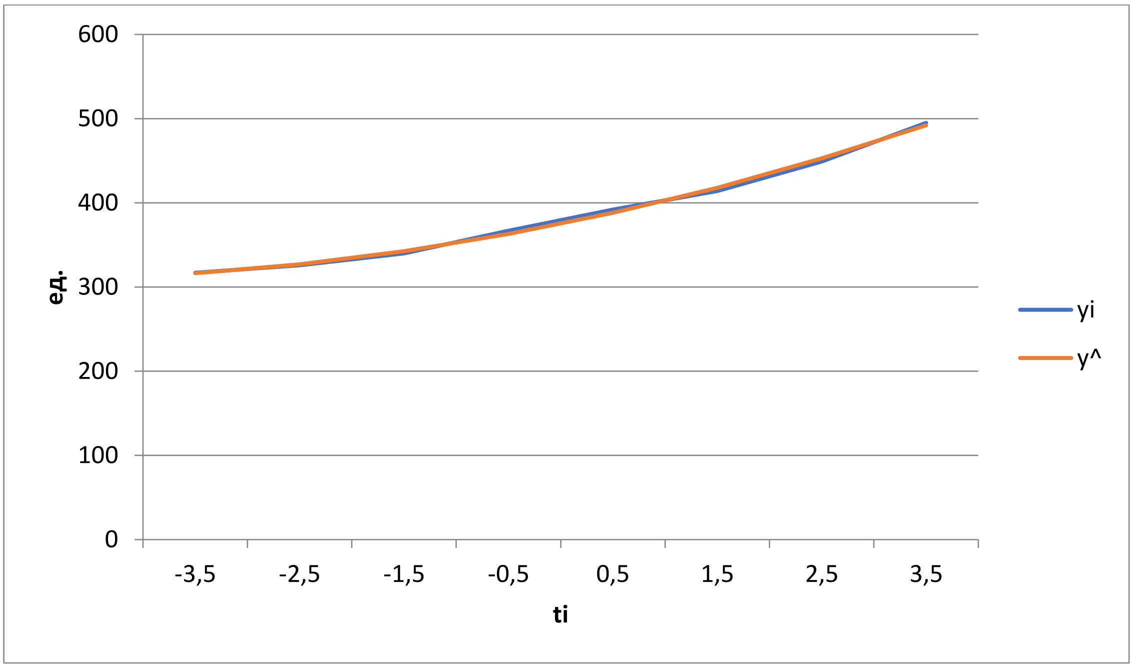
$$\begin{cases}a+5{,}25c=387{,}5\\ a+9{,}25c=397{,}07\end{cases}$$

Решая данную систему, получим с = 2,393; а= 374,939

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y}_i = 374{,}939 + 25{,}095 * t + 2{,}393 * t^2$$

Сравним графически исходный временной ряд и параболический тренд:

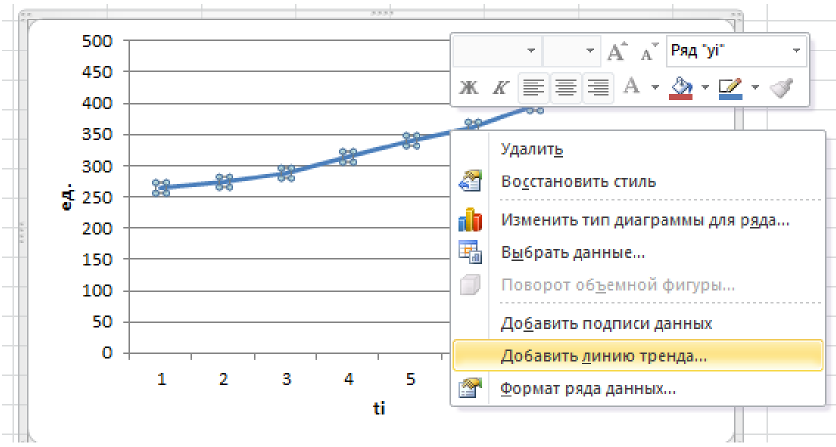


Близость тренда к заданным уровням временного ряда свидетельствует о том, что параболическая модель максимально полно описывает исходный ряд динамики.

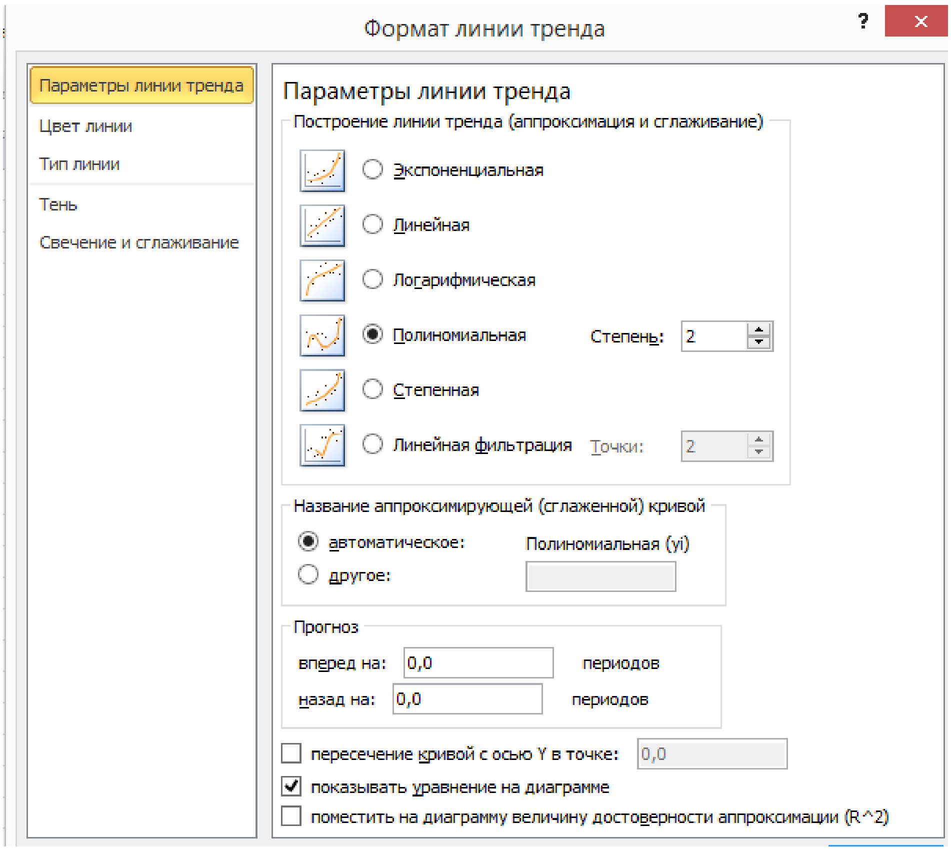
Результаты моделирования можно интерпретировать следующим образом: значение уровней ряда возрастало в номинальной оценке ускоренно, со средним ускорением: 2*2,393 = 4,786 единиц в год, средний за весь период прирост показателя составил 25,095 единиц в год, среднее значение уровня в середине анализируемого периода составляет 374,939 единиц.

Рассмотрим результаты моделирования в Ms Excel. Как уже было отмечено, автоматическое моделирование предусматривает нумерацию лет от начала с номера t = 1, поэтому уравнение имеет иной вид.

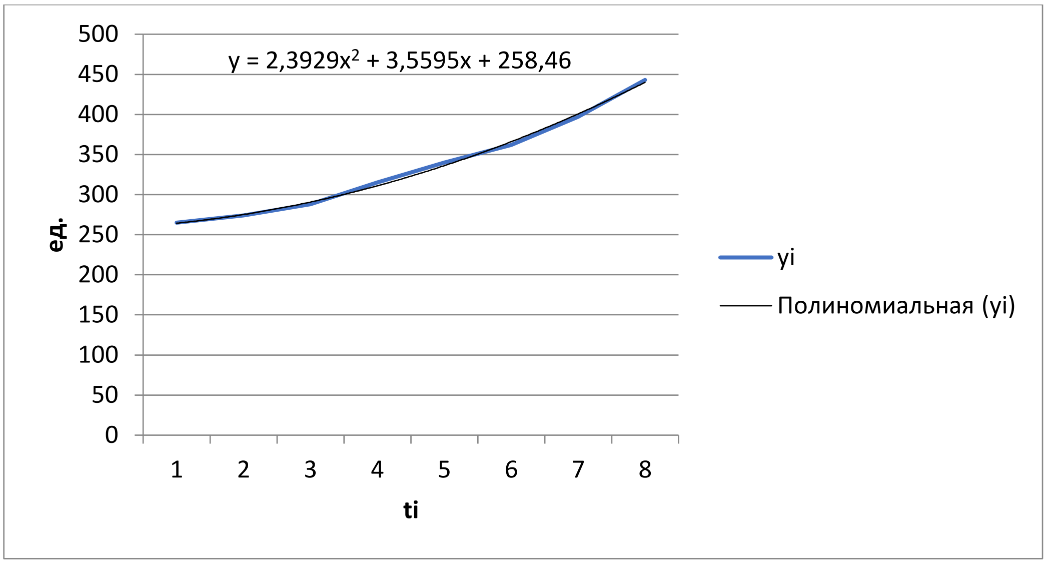
Для построения модели тренда с помощью Ms Excel необходимо построить исходный ряд, а затем, нажав на построенный график, добавить тренд:



Затем необходимо выбрать нужную линию тренда и указать желаемые результаты отображения на графике:



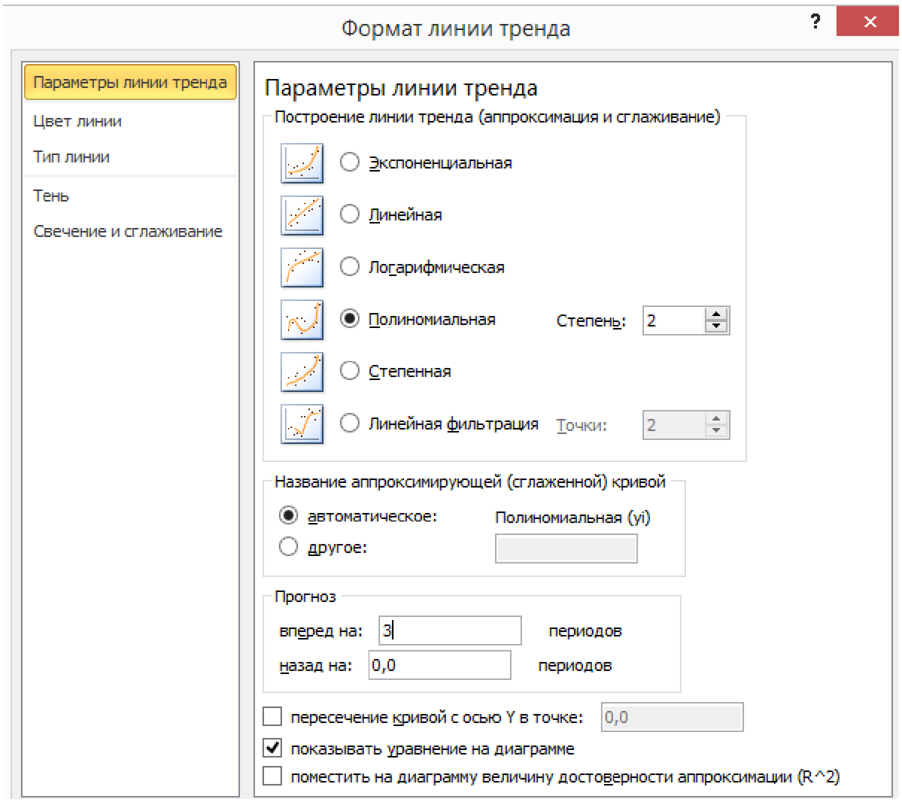
В результате была построена линия тренда следующего вида:



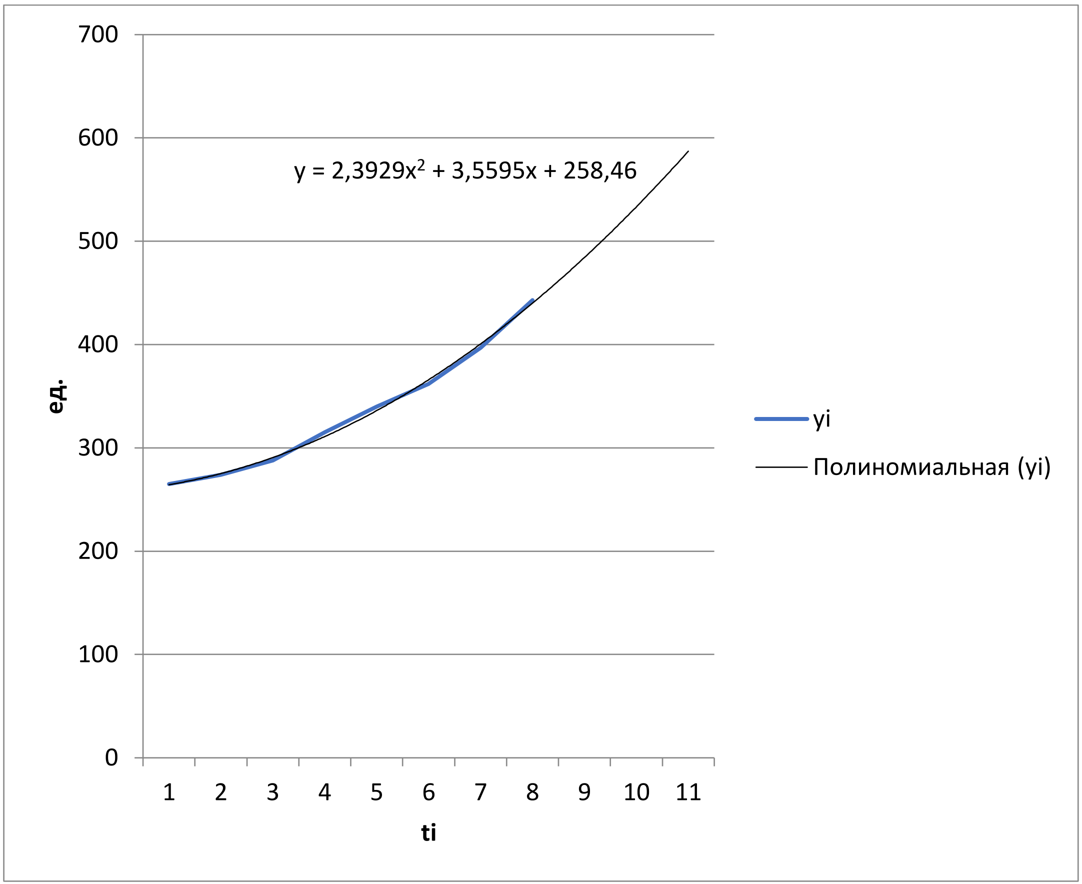
Разница в результатах вычисления обусловлена тем, что за нулевой уровень при построении линии тренда выбраны различные значения параметра t.

Осуществить прогнозирование можно путем подстановки в найденное уравнение тренда последующих значений ti.

Кроме того, можно воспользоваться встроенными средствами MS Excel. Для этого в окне ввода параметров линии тренда необходимо задать желаемый интервал прогнозирования:



В результате получим графическое отображение прогнозных значений на 3 заданных периода:



Стоит отметить, что с увеличением горизонта прогнозирования, точность прогноза снижается.

Пример 3.6

В таблице приведены данные об изменении значений уровней временного ряда:

Год	Уровень временного ряда y_i
2016	468
2017	401
2018	367
2019	340
2020	328
2021	326
2022	325

На основании представленных данных, постройте гиперболическую модель тренда, сформулируйте вывод

Решение.

Для вычислений построим вспомогательную таблицу:

Год	Значение временного ряда y_i	t_i	$\frac{1}{t_i}$	$\frac{1}{t_i^2}$	$\frac{y_i}{t_i}$	$\hat{y}$	$y_i - \hat{y}$
2016	491	1	1,000	1,000	491,000	497,300	-6,300
2017	424	2	0,500	0,250	212,000	410,382	13,619
2018	390	3	0,333	0,111	130,000	381,409	8,591
2019	362	4	0,250	0,063	90,500	366,922	-4,922
2020	351	5	0,200	0,040	70,200	358,230	-7,230
2021	349	6	0,167	0,028	58,167	352,436	-3,436
2022	348	7	0,143	0,020	49,714	348,297	-0,297
$\sum$	2715	28	2,593	1,512	1101,581	≈2715	≈0

Для данных исходных данный система нормальных уравнений имеет вид:

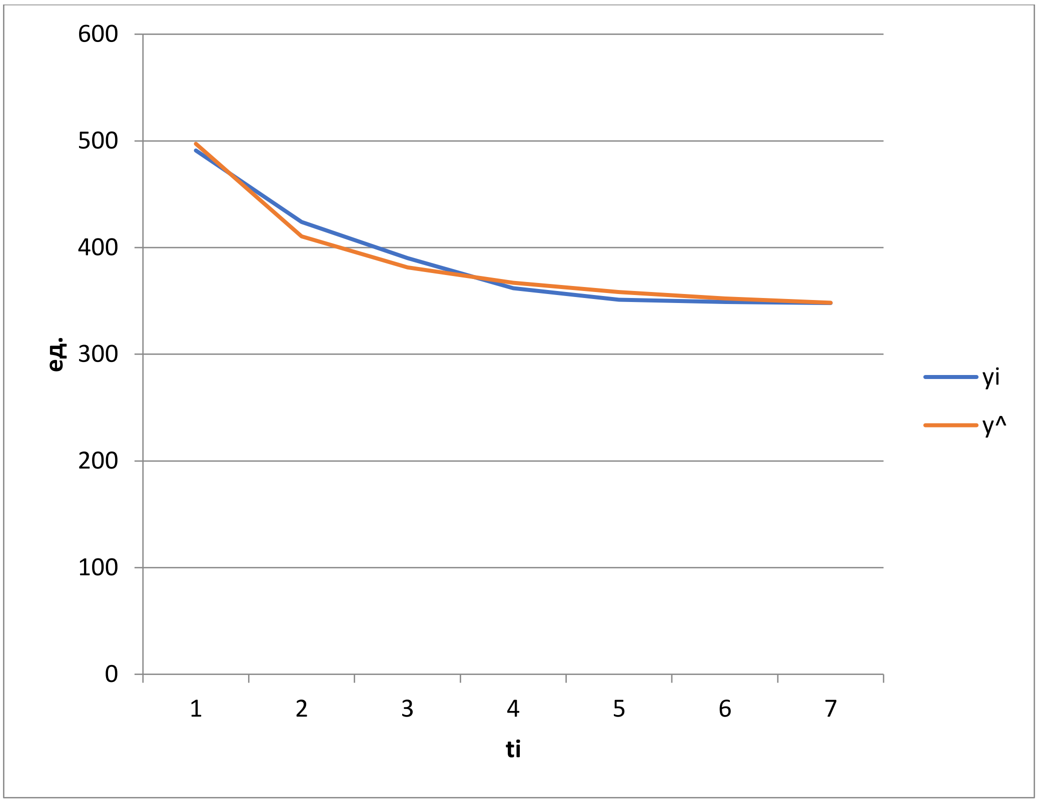
$$\begin{cases} 7a + 2{,}593b = 2715 \\ 2{,}593a + 1{,}512b = 1101{,}581 \end{cases}$$

Решая данную систему, получим a = 323,463; b= 173,837

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y} = 323{,}463 + \frac{173{,}837}{t}$$

График представлен ниже:



Таким образом, величина 323,463 – предельное значение уровня ряда, к которому стремится величина показателя y_i.

Пример 3.7

С помощью Ms Excel рассчитать параметры экспоненциального тренда по данным временного ряда, приведенным в таблице

Год	Значение временного ряда y_i
2017	2527
2018	3060
2019	3727
2020	4430
2021	5241
2022	6160

Решение

Для расчёта параметров экспоненциального тренда построим вспомогательную таблицу

Год	Значение временного ряда y_i	t_i	$y_i t_i$	$\ln y_i$	$t_i \ln y_i$	$\hat{y}$	$y_i - \hat{y}$
2017	2540	-2,5	-6350	7,840	-19,600	2567,319	-27,319
2018	3073	-1,5	-4609,5	8,030	-12,046	3066,740	6,260
2019	3740	-0,5	-1870	8,227	-4,113	3663,314	76,686
2020	4443	0,5	2221,5	8,399	4,200	4375,939	67,061
2021	5254	1,5	7881	8,567	12,850	5227,192	26,808
2022	6173	2,5	15432,5	8,728	21,820	6244,039	-71,039
$\sum$	25223	0	12705,5	49,791	3,111	25144,544	78,456

Согласно данным таблицы:

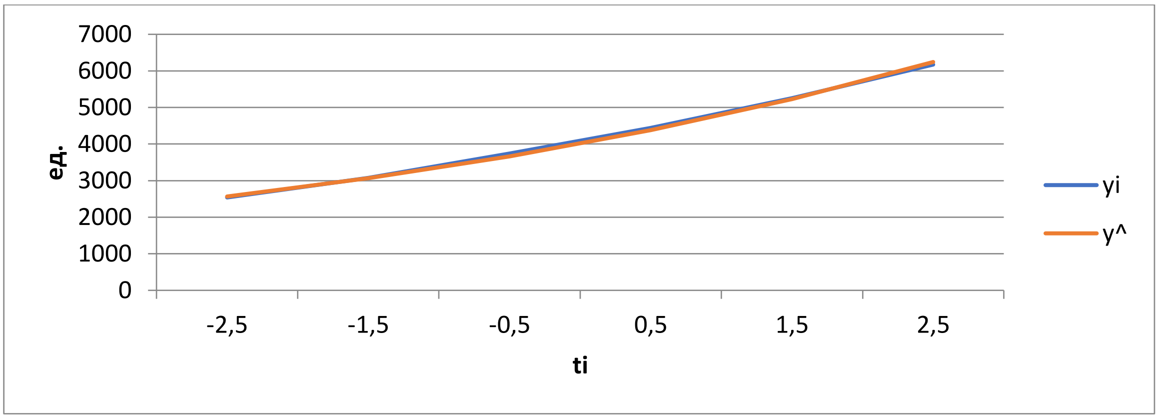
$$\ln a = \frac{49,791}{6}$$, следовательно, a = 4003,803

$$\ln b = \frac{3,111}{17,5}$$, следовательно, b = 1,195

Таким образом, уравнение тренда имеет вид:

$$\hat{y} = 4003,803 * 1,195^{t}$$

Сравним тренд с исходным уровнем ряда:



Результаты вычислений показали, что исходное и расчетное значение уровня ряда динамики отличаются друг от друга. Также разница между уровнями видна на графике. Такая неточность может быть объяснена, в частности, малым числом наблюдений для построения уравнения экспоненциального тренда

Пример 3.8.

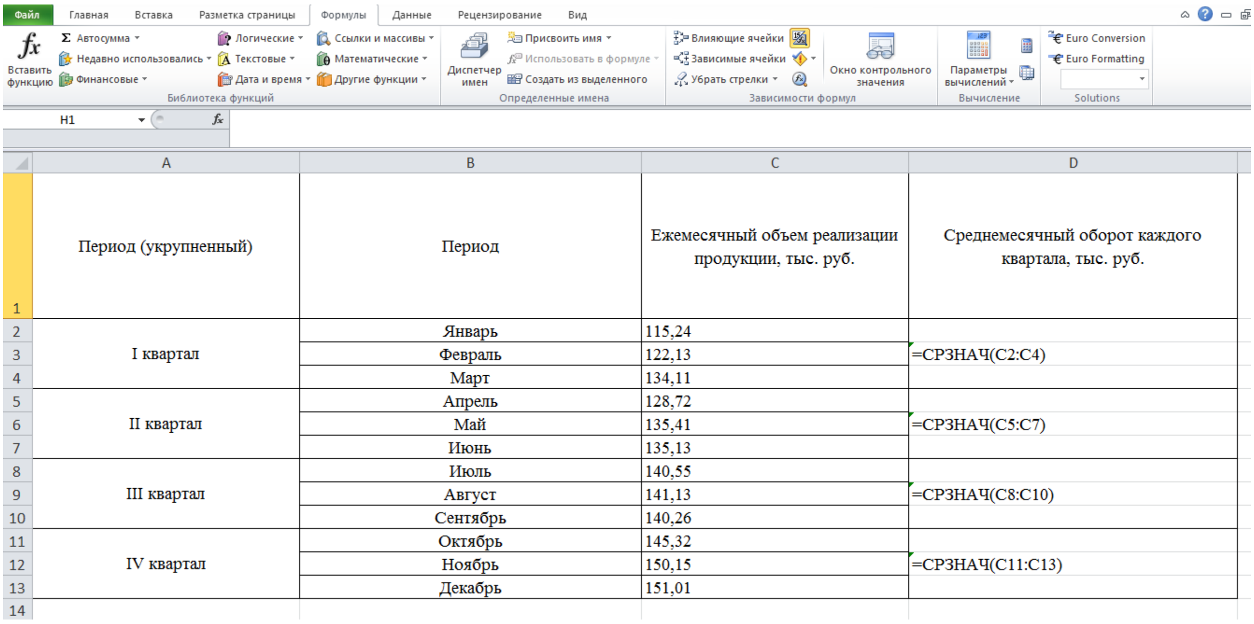
В таблице приведены данные о ежемесячном объеме реализации продукции. На основании исходным данных, проведите сглаживание ряда динамики методом укрупнения интервалов, используя при этом трехзвенные интервалы

Период	Объем реализации продукции, тыс. руб.
Январь	115,24
Февраль	122,13
Март	134,11
Апрель	128,72
Май	135,41
Июнь	135,13
Июль	140,55
Август	141,13
Сентябрь	140,26
Октябрь	145,32
Ноябрь	150,15
Декабрь	151,01

Решение

Для проведения сглаживания временных рядов, вычислим среднемесячное значение для каждого квартала (поскольку применяются трехзвенные интервалы, а исходя из логики исходных данных три последовательных месяца представляют собой квартал)

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

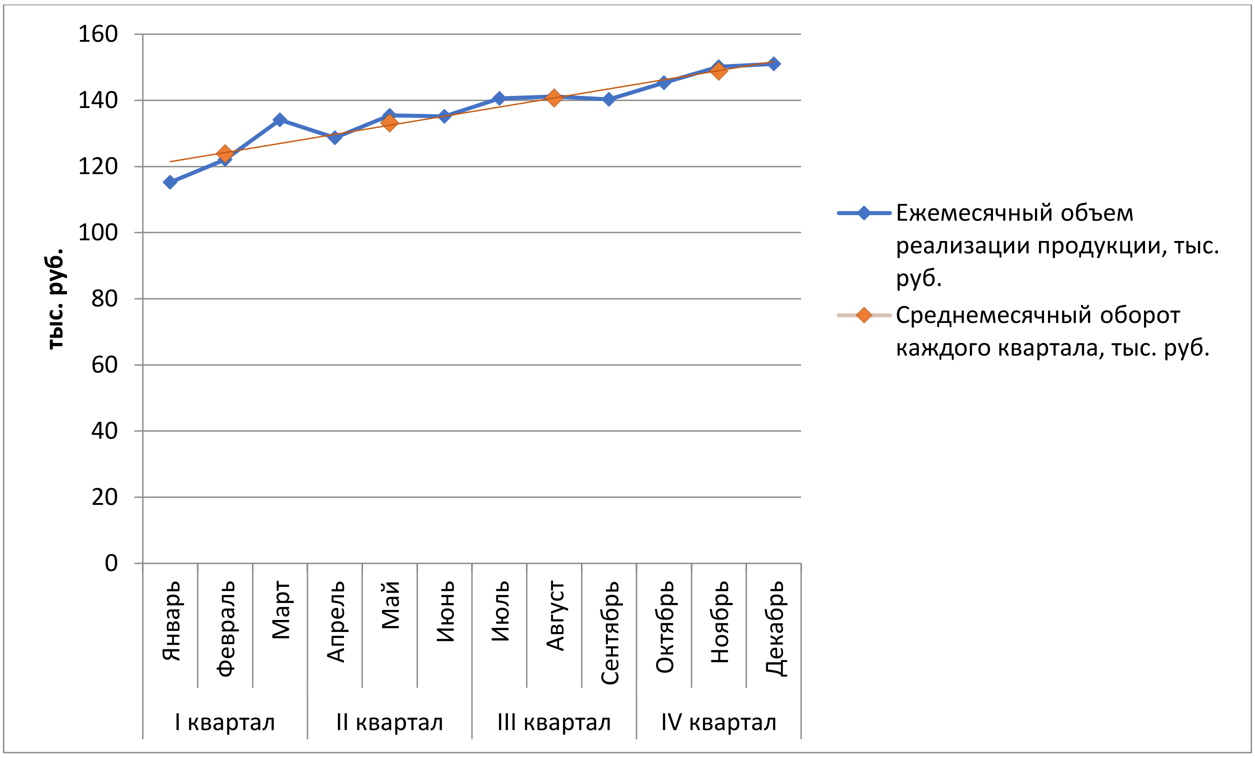


Период (укрупненный)	Период	Ежемесячный объем реализации продукции, тыс. руб.	Среднемесячный оборот каждого квартала, тыс. руб.
I квартал	Январь	115,24	
	Февраль	122,13	=СРЗНАЧ(C2:C4)
	Март	134,11	
II квартал	Апрель	128,72	
	Май	135,41	=СРЗНАЧ(C5:C7)
	Июнь	135,13	
III квартал	Июль	140,55	
	Август	141,13	=СРЗНАЧ(C8:C10)
	Сентябрь	140,26	
IV квартал	Октябрь	145,32	
	Ноябрь	150,15	=СРЗНАЧ(C11:C13)
	Декабрь	151,01	

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Период (укрупненный)	Период	Ежемесячный объем реализации продукции, тыс. руб.	Среднемесячный оборот каждого квартала, тыс. руб.
I квартал	Январь	115,24	= (115,24 + 122,12+134,11)/3 = 123,83
	Февраль	122,13	
	Март	134,11	
II квартал	Апрель	128,72	133,09
	Май	135,41	
	Июнь	135,13	
III квартал	Июль	140,55	140,65
	Август	141,13	
	Сентябрь	140,26	
IV квартал	Октябрь	145,32	148,83
	Ноябрь	150,15	
	Декабрь	151,01	

Для более наглядного представления результатов сглаживания методов укрупнения интервалов, постоим график, на котором отображен исходный и сглаженный с использованием трехзвенных интервалов временной ряд



В результате процедуры сглаживания был получен новый ряд, колеблемость которого стала значительно меньше по сравнению с исходным рядом.

Пример 3.9

По исходным данным проведите сглаживание ряда динамики методом простой скользящей средней с пятизвенным интервалом

									0	1	2	3	4	5	6	7
	,3	,6	,9	,4	,6	,8	,6	,9	,2	,4	,1	,3	,7	,9	,2	,5

Решение

Для построения сглаженного ряда воспользуемся формулой:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{t=1}^{m} y_t}{m}$$

По данной формуле будут получены сглаженные методом простой скользящей средней 13 уровней нового ряда.

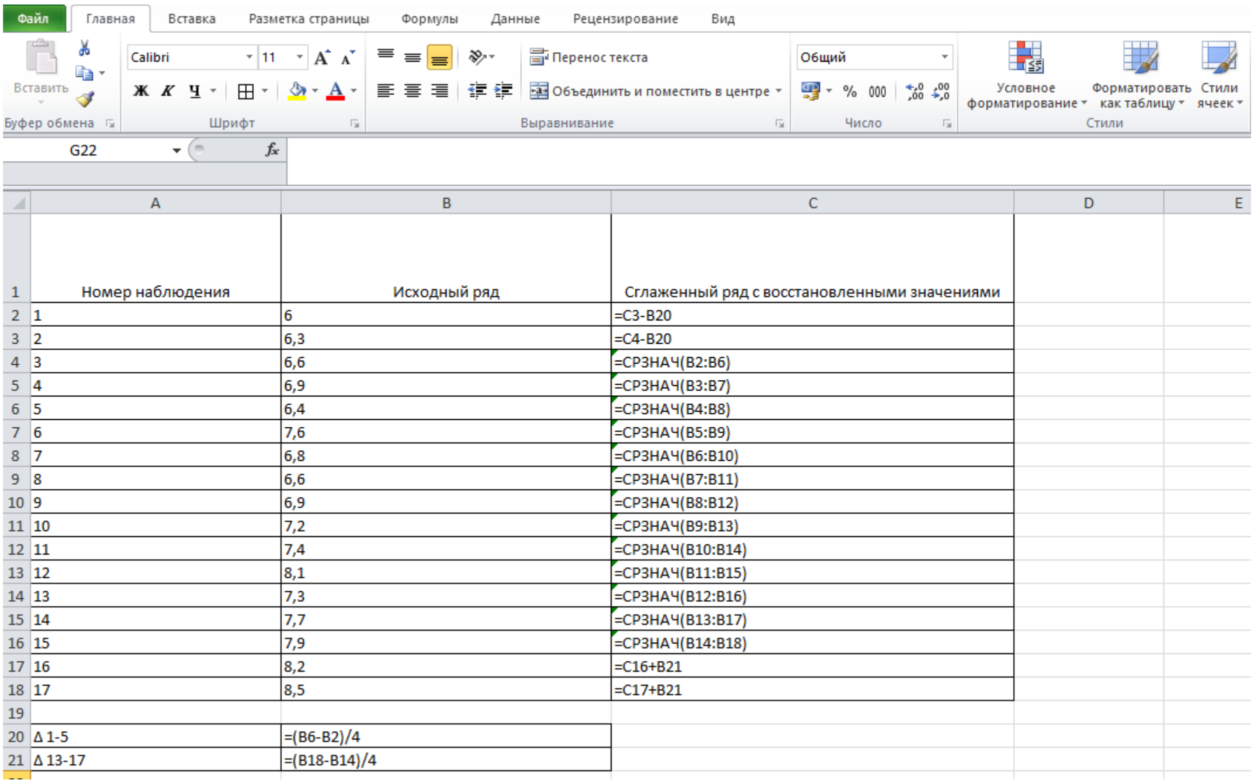
Вычислим значение среднего абсолютного прироста для первого и последнего участка скольжения:

$$\Delta_{1-5} = \frac{y_5 - y_1}{m-1}$$

$$\Delta_{13-17} = \frac{y_{17} - y_{13}}{m-1}$$

Для восстановления потерянных значений на последнем участке временного ряда последовательно прибавим величину среднего абсолютного прироста к последнему сглаженному значению. Аналогичным образом восстановим первые члены ряда.

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:



	A	B	C
1	Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями
2	1	6	=C3-B20
3	2	6,3	=C4-B20
4	3	6,6	=СРЗНАЧ(B2:B6)
5	4	6,9	=СРЗНАЧ(B3:B7)
6	5	6,4	=СРЗНАЧ(B4:B8)
7	6	7,6	=СРЗНАЧ(B5:B9)
8	7	6,8	=СРЗНАЧ(B6:B10)
9	8	6,6	=СРЗНАЧ(B7:B11)
10	9	6,9	=СРЗНАЧ(B8:B12)
11	10	7,2	=СРЗНАЧ(B9:B13)
12	11	7,4	=СРЗНАЧ(B10:B14)
13	12	8,1	=СРЗНАЧ(B11:B15)
14	13	7,3	=СРЗНАЧ(B12:B16)
15	14	7,7	=СРЗНАЧ(B13:B17)
16	15	7,9	=СРЗНАЧ(B14:B18)
17	16	8,2	=C16+B21
18	17	8,5	=C17+B21
19			
20	Δ 1-5	=(B6-B2)/4	
21	Δ 13-17	=(B18-B14)/4	

Таким образом, величина средних абсолютных приростов для исходных данных составит:

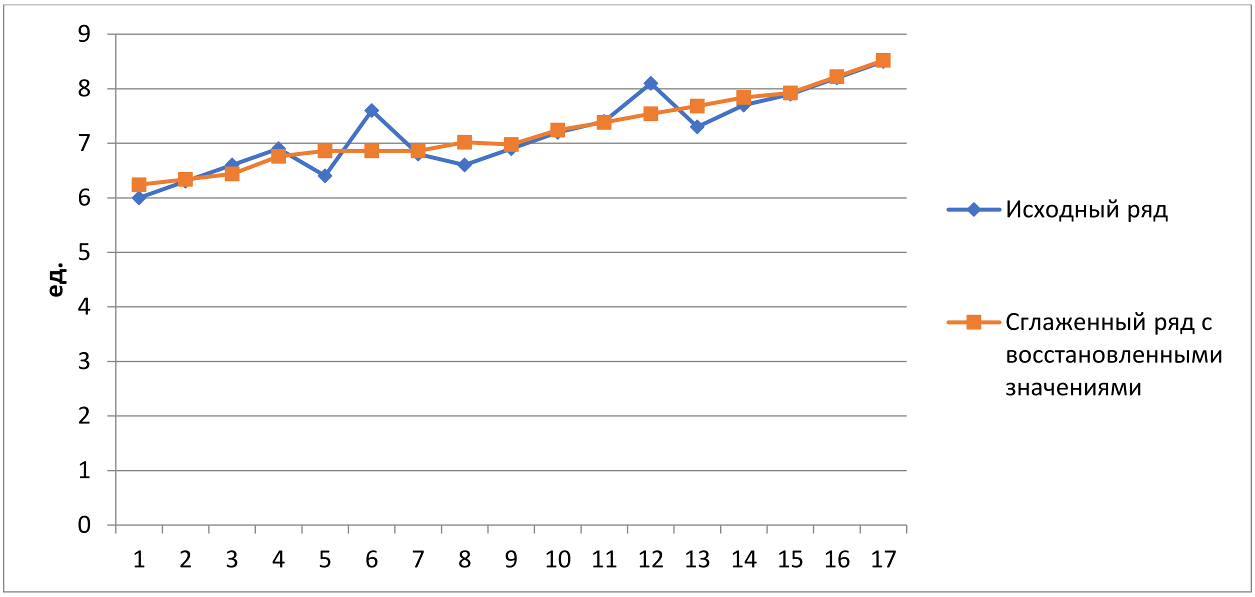
$$\Delta_{1-5} = \frac{6{,}4-6}{4} = 0{,}1$$

$$\Delta_{13-17} = \frac{8{,}5-7{,}3}{4} = 0{,}3$$

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями
1	6	6,34-0,1=6,24
2	6,3	6,44-0,1=6,34
3	6,6	=(6+6,3,+6,6+6,9+6,4)/5=6,44
4	6,9	=(6,3,+6,6+6,9+6,4+7,6)/5 =6,76
5	6,4	=(6,6+6,9+6,4+7,6+6,8)/5 =6,86
6	7,6	6,86
7	6,8	6,86
8	6,6	7,02
9	6,9	6,98
10	7,2	7,24
11	7,4	7,38
12	8,1	7,54
13	7,3	7,68
14	7,7	7,84
15	7,9	=(7,3+7,7+7,9+8,2+8,5)/5 =7,92
16	8,2	7,92 + 0,3 = 8,22
17	8,5	8,22+0,3 = 8,52

Для более наглядного представления результатов, постоим график, на котором отображен исходный и сглаженный методом простой скользящей средней с использованием пятизвенных интервалов временной ряд:



По графику видно, что получившийся ряд является более сглаженным по сравнению с исходными динамическим рядом.

Пример 3.10

По исходным данным проведите сглаживание ряда динамики методом простой скользящей средней с четырехзвенным интервалом

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	6,3	6,6	6,9	6,4	7,6	6,8	6,6	6,9	7,2	7,4	8,1	7,3	7,7	7,9	8,2	8,5

Решение

Нахождение сглаженных значений также осуществляется по формуле:

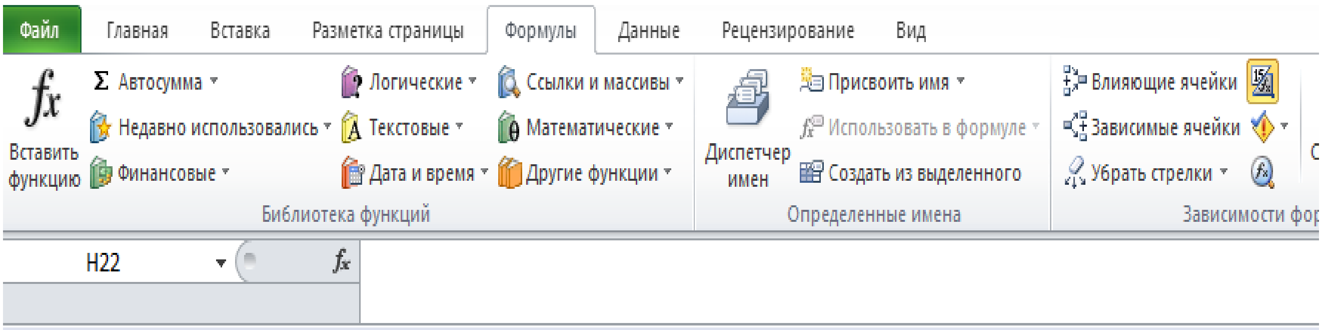
$$\overline{y_i} = \frac{\sum_{t=1}^{m} y_t}{m}$$

Полученные значения нового уровня ряда находятся между исходными уровнями. Для решения данной проблемы проводится процедура центрирования, когда для каждых соседних сглаженных значений находится среднее арифметическое.

Поскольку в данном примере используется четырехзвенное сглаживание, можно сделать вывод о том в результате процедуры сглаживания произойдет «укорачивание» ряда по 2 уровня с каждого конца.

Восполнение недостающих значений производится также с использованием средних абсолютных приростов

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:



	A	B	C	D
1	Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями (с учетом процедуры центрирования)	
2	1	6	=C3-B20	
3	2	6,3	=C4-B20	
4	3	6,6	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B2:B5);СРЗНАЧ(B3:B6))	
5	4	6,9	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B3:B6);СРЗНАЧ(B4:B7))	
6	5	6,4	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B4:B7);СРЗНАЧ(B5:B8))	
7	6	7,6	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B5:B8);СРЗНАЧ(B6:B9))	
8	7	6,8	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B6:B9);СРЗНАЧ(B7:B10))	
9	8	6,6	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B7:B10);СРЗНАЧ(B8:B11))	
10	9	6,9	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B8:B11);СРЗНАЧ(B9:B12))	
11	10	7,2	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B9:B12);СРЗНАЧ(B10:B13))	
12	11	7,4	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B10:B13);СРЗНАЧ(B11:B14))	
13	12	8,1	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B11:B14);СРЗНАЧ(B12:B15))	
14	13	7,3	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B12:B15);СРЗНАЧ(B13:B16))	
15	14	7,7	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B13:B16);СРЗНАЧ(B14:B17))	
16	15	7,9	=СРЗНАЧ(СРЗНАЧ(B14:B17);СРЗНАЧ(B15:B18))	
17	16	8,2	=C16+B21	
18	17	8,5	=C17+B21	
19				
20	Δ 1-4	=(B5-B2)/3		
21	Δ 14-17	=(B18-B15)/3		

Величина средних абсолютных приростов для исходных данных составит:

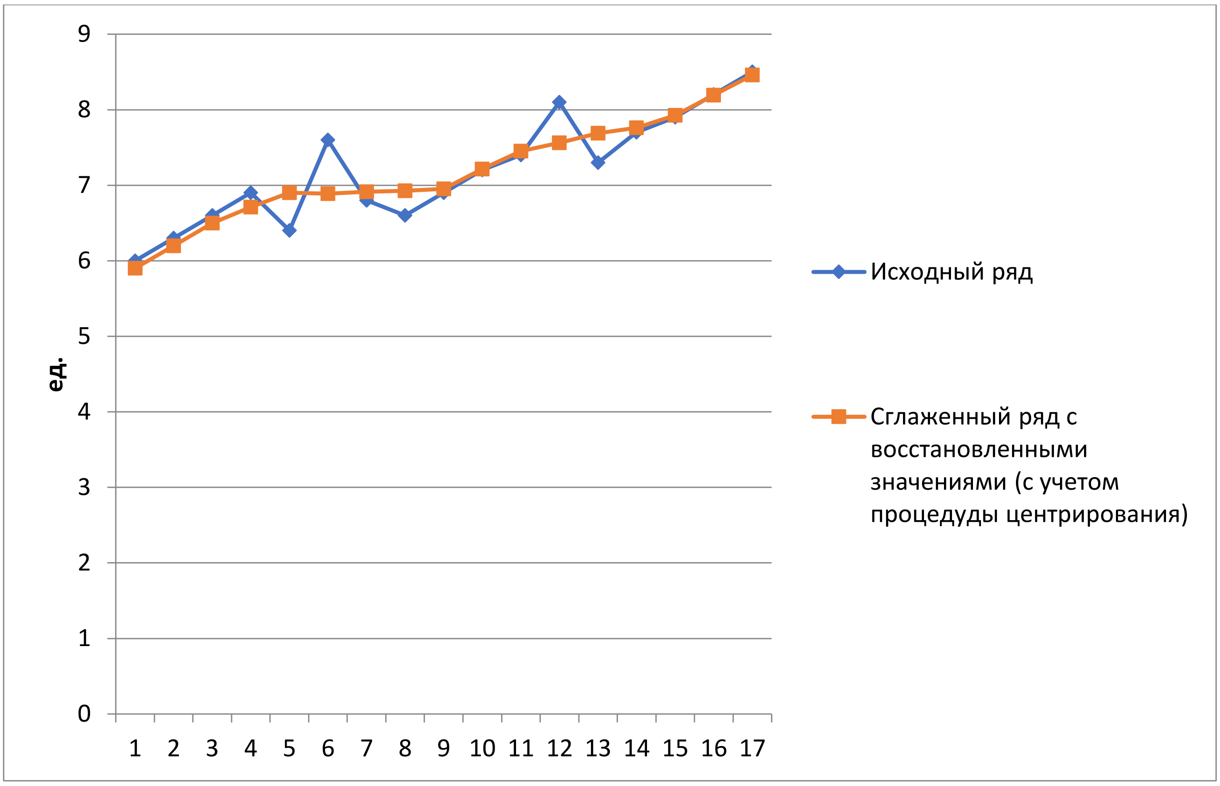
$$\Delta_{1-4} = \frac{6{,}9-6}{3} = 0{,}3$$

$$\Delta_{14-17} = \frac{8{,}5-7{,}7}{3} = 0{,}27$$

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный ряд с восстановленными значениями (с учетом процедуры центрирования)
1	6	6,2-0,3=5,9
2	6,3	6,5-0,3=6,2
3	6,6	= ((6+6,3+6,6+6,9)/4+ (6,3+6,6+6,9+6,4)/4)/2 = 6,5
4	6,9	=((6,3+6,6+6,9+6,4)/4 + (6,6+6,9+6,4+7,6)/4)/2 = 6,7
5	6,4	6,90
6	7,6	6,89
7	6,8	6,91
8	6,6	6,93
9	6,9	6,95
10	7,2	7,21
11	7,4	7,45
12	8,1	7,56
13	7,3	7,69
14	7,7	7,76
15	7,9	=(7,3+7,7+7,9+8,2)/4+(7,7+7,9+8,2+8,5)/4)/2 = 7,93
16	8,2	=7,93+0,27 = 8,19
17	8,5	=8,19+0,27=8,46

Для более наглядного представления результатов, постоим график, на котором отображен исходный и сглаженный методом простой скользящей средней с использованием четырехзвенных интервалов временной ряд:



Сравнивая полученные результаты данной задачи и задачи 6, можно сформулировать следующий вывод: чем меньше интервал сглаживания, тем ближе рассчитанный ряд к исходному временному ряду.

Пример 3.11

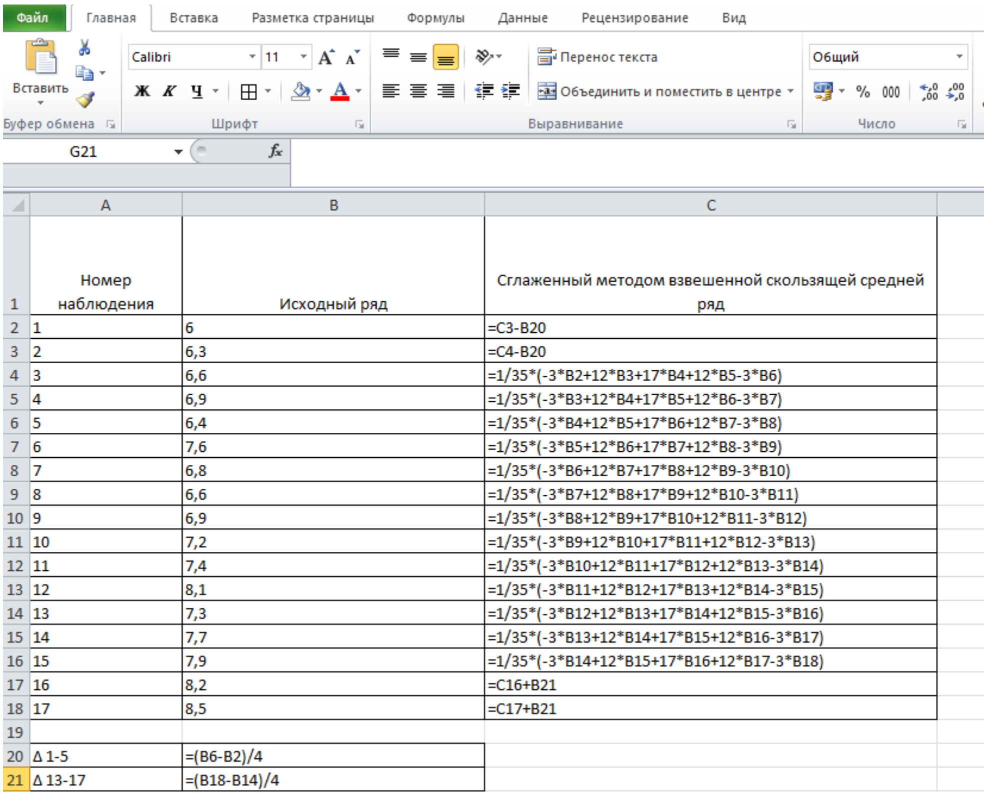
По исходным данным проведите пятизвенное сглаживание ряда динамики методом взвешенной скользящей средней

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	6,3	6,6	6,9	6,4	7,6	6,8	6,6	6,9	7,2	7,4	8,1	7,3	7,7	7,9	8,2	8,5

Решение

Сглаживание методом взвешенной скользящей средней предполагает применение весовых коэффициентов сглаживания.

Представленное в формульном виде решение выглядит следующим образом:

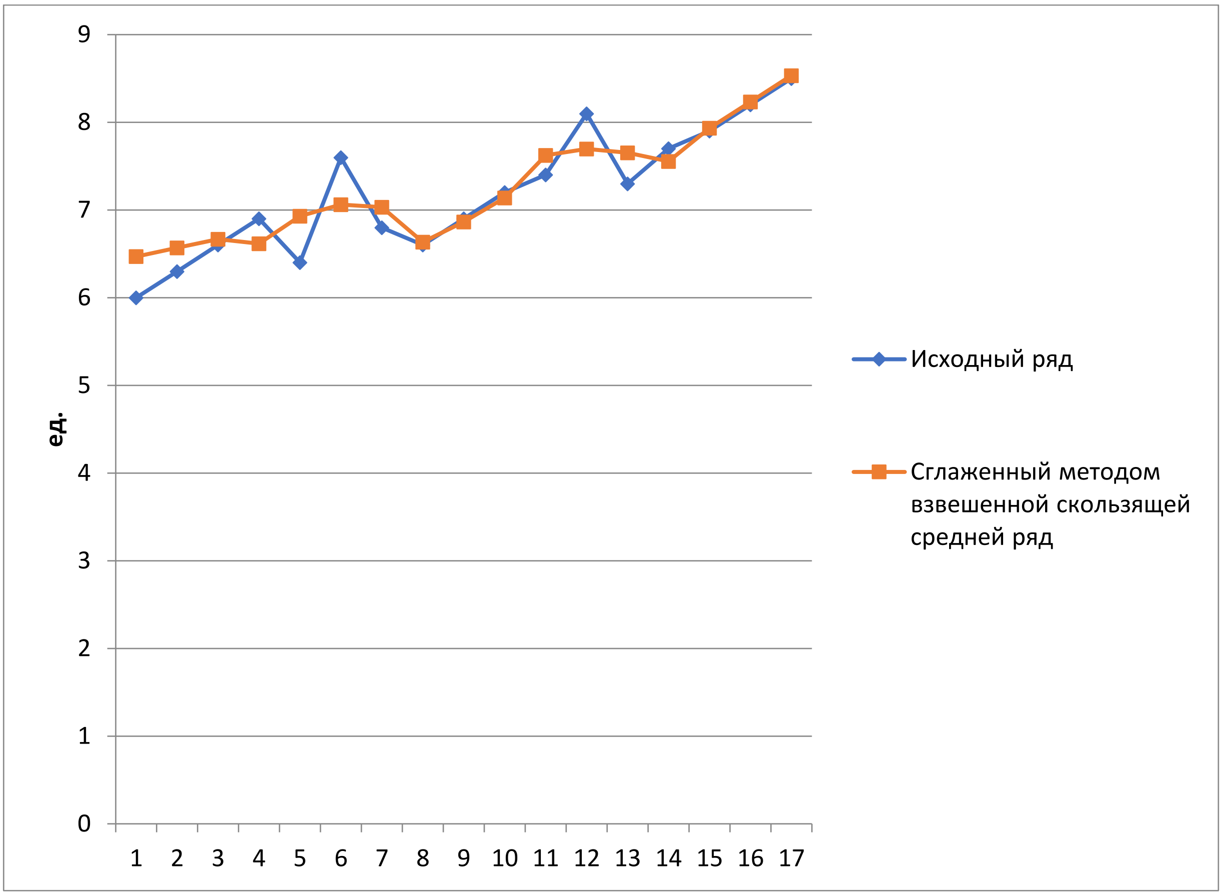


	A	B	C
1	Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный методом взвешенной скользящей средней ряд
2	1	6	=C3-B20
3	2	6,3	=C4-B20
4	3	6,6	=1/35*(-3*B2+12*B3+17*B4+12*B5-3*B6)
5	4	6,9	=1/35*(-3*B3+12*B4+17*B5+12*B6-3*B7)
6	5	6,4	=1/35*(-3*B4+12*B5+17*B6+12*B7-3*B8)
7	6	7,6	=1/35*(-3*B5+12*B6+17*B7+12*B8-3*B9)
8	7	6,8	=1/35*(-3*B6+12*B7+17*B8+12*B9-3*B10)
9	8	6,6	=1/35*(-3*B7+12*B8+17*B9+12*B10-3*B11)
10	9	6,9	=1/35*(-3*B8+12*B9+17*B10+12*B11-3*B12)
11	10	7,2	=1/35*(-3*B9+12*B10+17*B11+12*B12-3*B13)
12	11	7,4	=1/35*(-3*B10+12*B11+17*B12+12*B13-3*B14)
13	12	8,1	=1/35*(-3*B11+12*B12+17*B13+12*B14-3*B15)
14	13	7,3	=1/35*(-3*B12+12*B13+17*B14+12*B15-3*B16)
15	14	7,7	=1/35*(-3*B13+12*B14+17*B15+12*B16-3*B17)
16	15	7,9	=1/35*(-3*B14+12*B15+17*B16+12*B17-3*B18)
17	16	8,2	=C16+B21
18	17	8,5	=C17+B21
19			
20	Δ 1-5	=(B6-B2)/4	
21	Δ 13-17	=(B18-B14)/4	

Результаты вычислений для заданных исходных данных приведены в таблице:

Номер наблюдения	Исходный ряд	Сглаженный методом взвешенной скользящей средней ряд
1	6	=6,57-0,1=6,47
2	6,3	=6,67-0,1=6,57
3	6,6	=1/35*(-3*6+12*6,3+17*6,6+12*6,9-3*6,4)= 6,67
4	6,9	=1/35*(-3*6,3+12*6,6+17*6,9+12*6,4-3*7,6)= 6,62
5	6,4	6,93
6	7,6	7,06
7	6,8	7,03
8	6,6	6,63
9	6,9	6,87
10	7,2	7,14
11	7,4	7,62
12	8,1	7,70
13	7,3	7,65
14	7,7	7,55
15	7,9	=1/35*(-3*7,3+12*7,7+17*7,9+12*8,2-3*8,5)= 7,93
16	8,2	=7,93+0,3=8,23
17	8,5	=8,23+0,3=8,53

На графике представлен исходный и сглаженный методом взвешенной скользящей средней временной ряд:



Применение метода сглаженной взвешенной средней целесообразно в тех случаях, когда изменения ряда описываются нелинейной функцией. По графику видно, что использование данного способа позволило построить сглаженный ряд, достаточно точно описывающий интервалы роста и спада.

Глава 4. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ КОМПОНЕНТА ВРЕМЕННОГО РЯДА

4.1. Основные методы выявления периодической компоненты

Для проверки предположения о существенности периодической компоненты ряда динамики целесообразно использовать такие критерии случайности, которые имеют наибольшую мощность относительно альтернативной гипотезы о цикличности ряда. Наиболее простым для применения и зрительно понятным является критерий «пиков» и «ям». В основе этого критерия лежит подсчет числа экстремальных точек ряда p, который осуществляется следующим образом(4.1):

$$p_t = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad y_{t-1} < y_t < y_{t+1} \\ \text{или} & y_{t-1} > y_t > y_{t+1} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases} \tag{4.1}$$

где t=n+1,

n – число наблюдений в ряду динамики.

Для случайного ряда математическое ожидание числа экстремальных точек (4.2):

$$\bar{p} = \frac{2 \cdot (n-2)}{3} \tag{4.2}$$

Проверка гипотезы сводится к сравнению $\bar{p}$ с расчетным значением $\hat{p}$. Если эти значения близки, то можно отказаться от дальнейшей проверки и признать ряд случайным. Если же $\hat{p}$ и $\bar{p}$ значительно отличаются друг от друга, то проводится дальнейшая проверка гипотезы, основанная на подсчете фаз различной длины [99].

Фазой называется интервал между двумя соседними уровнями, для которых $p_t = 1$. Для определения длины фазы l достаточно просто найти разности индексов двух соседних экстремальных точек, затем подсчитать число фаз N_1, N_2, N_3 длин $l_1 = 1$, $l_2 = 2, l_3 = 3$. Теоретическое значение числа фаз длины l для случайного ряда следующее (4.3):

$$\hat{N}_l = \frac{2 \cdot (n - l - 2) \cdot \left(l^2 - 3 \cdot l + 1\right)}{(l + 3)!} \qquad (4.3)$$

Естественная процедура проверки случайности сводится к сравнению наблюдаемых значений N_1, N_2, N_3 с теоретическим значением N_l. Однако при небольшом числе наблюдений n критерий χ^2 здесь непосредственно использовать нельзя, так как в этом случае длины фаз l_i не являются независимыми. Доказано, что при разбиении длины фазы на три группы: $l_1 = 1$, $l_2 = 2, l_3 = 3$ (две степени свободы) - статистика χ^2 может быть использована в обычной форме ($v = 2{,}5$) при $\chi^2 = 6{,}3$. Расчетные значения χ^2 в случае трех групп длин фазы определяются по формуле (4.4):

$$\chi^2 = \sum_{l=1}^{3} \frac{\left(N_l - \hat{N}_l\right)}{N_l} \qquad (4.4)$$

Если $\chi^2 \geq 6{,}3$, то колебания исходного ряда нельзя считать чисто случайными и ряд содержит периодическую составляющую. Этот критерий весьма чувствителен к периодическим колебаниям и имеет практически нулевую эффективность относительно альтернативы наличия тренда, поэтому он может применяться непосредственно к исходному ряду динамики в отличие от других критериев, которые требуют, чтобы из ряда динамики предварительно была выделена систематическая составляющая [100]. После того как установлена периодическая составляющая, проводится ее анализ.

4.2. Методы измерения сезонных колебаний. Индексы сезонности

При рассмотрении квартальных или месячных данных многих социально-экономических явлений часто обнаруживаются определенные, постоянно повторяющиеся колебания, которые существенно не изменяются за длительный период времени. Они являются результатом влияния природно-климатических условий, общих экономических факторов, а также ряда многочисленных разнообразных факторов, которые частично являются регулируемыми. В статистике периодические колебания, которые имеют определенный и постоянный период, равный годовому промежутку, носят название сезонных колебаний, или сезонных волн, а динамический ряд в этом случае называют тренд-сезонным, или просто сезонным рядом динамики.

Классификация наиболее распространенных методов измерения сезонной волны представлена на рис. 4.1.

Рис. 4.1 Методы измерения сезонной волны

Сезонные колебания характеризуются специальными показателями, которые называются индексами сезонности (I_S). Совокупность этих показателей отражает сезонную волну. Индексами сезонности являются процентные отношения фактических внутригодовых уровней к постоянной или переменной средней.

Для выявления сезонных колебаний обычно берут данные за несколько лет, распределенные по месяцам. Данные за несколько лет (не менее трех) используют для того, чтобы выявить устойчивую сезонную волну, которая бы не отражала случайные условия одного года.

Для вычисления индексов сезонности применяют различные методы. Если ряд динамики не содержит ярко выраженной тенденции в развитии, то индексы сезонности вычисляют непосредственно по эмпирическим данным без их предварительного выравнивания (рис. 4.2).

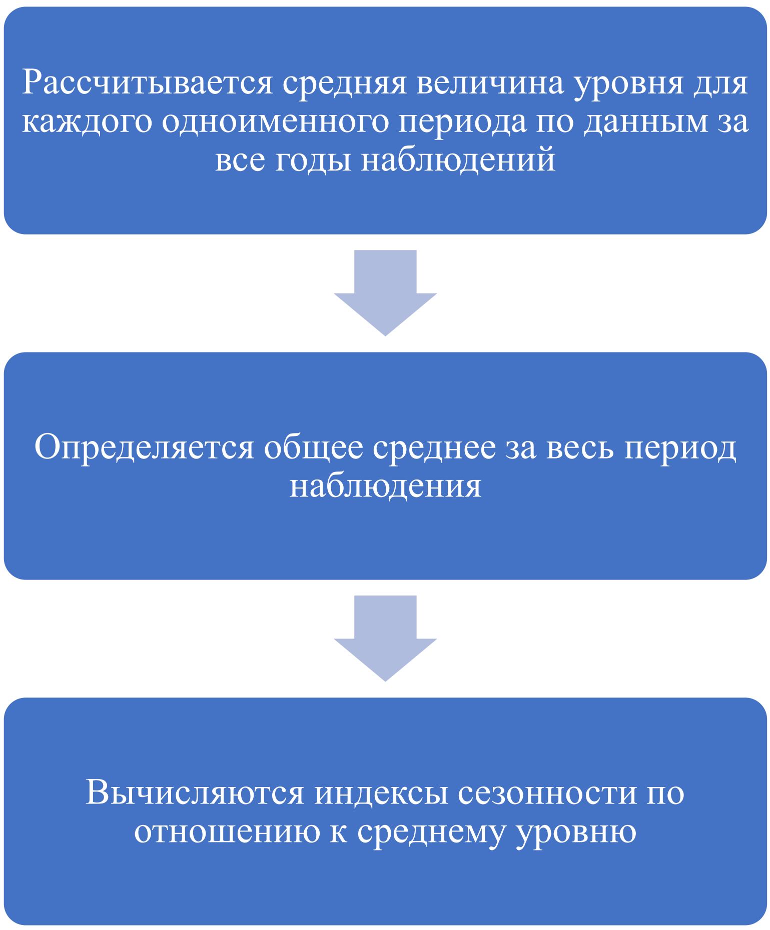


Рис. 4.2. Схема расчета индексов сезонности в случае, если ряд динамики не содержит ярко выраженной тенденции в развитии

Таким образом, расчет будет производиться по формуле (4.5):

$$I_S = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\% \qquad (4.5)$$

где $\bar{y}_i$ - средняя величина уровня для каждого одноименного периода

$\bar{y}$ - общее среднее значение за весь период наблюдения.

Если ряд динамики содержит определенную тенденцию в развитии, то прежде чем вычислить сезонную волну фактические данные нужно обработать так, чтобы выявить общую тенденцию. Обычно для этого прибегают к аналитическому выравниванию ряда динамики. Схема, используемая в данном случае, отражена на рис. 4.3.

Рис. 4.3. Схема расчета индексов сезонности в случае, если ряд динамики содержит тенденцию в развитии

В общем виде формулу расчета индекса сезонности данным способом можно записать так (4.6):

$$I_S = \left[\sum \frac{y_i}{\bar{y}_t} \right] : n \qquad (4.6)$$

Для сопоставления величины сезонных колебаний по различным территориям или периодам может быть рассчитан коэффициент сезонности, представляющий собой среднеквадратическое отклонение (4.7):

$$k_s = \sigma = \sqrt{\frac{(i_c - 1)^2}{n}}, \qquad (4.6)$$

Где i_c - индекс сезонности для каждого периода (квартала, месяца, дня и т.д.)

n – число таких периодов (кварталов, месяцев, дней и т.д.)

Стоит отметить, что величина k_s прямо пропорциональна величине сезонных колебаний [101]. Соответственно, чем больше данное значение, тем выше величина сезонных колебаний.

4.3. Оценка параметров сезонности на основе абсолютных приростов

В п. 2.5. были рассмотрены основные структурные элементы временного ряда. На основе анализа имеющихся данных был сформулирован вывод: в случае, если амплитуда сезонных колебаний с течением времени не меняется, предполагается использование аддитивной модели.

Стоит отметить, что расчет параметров такой модели осуществляется на основе абсолютных отклонений.

Способ построения аддитивной модели опирается на данные о наличии либо отсутствии.

Схема корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда, с учетом сезонной составляющей, представлена на рис.4.4.

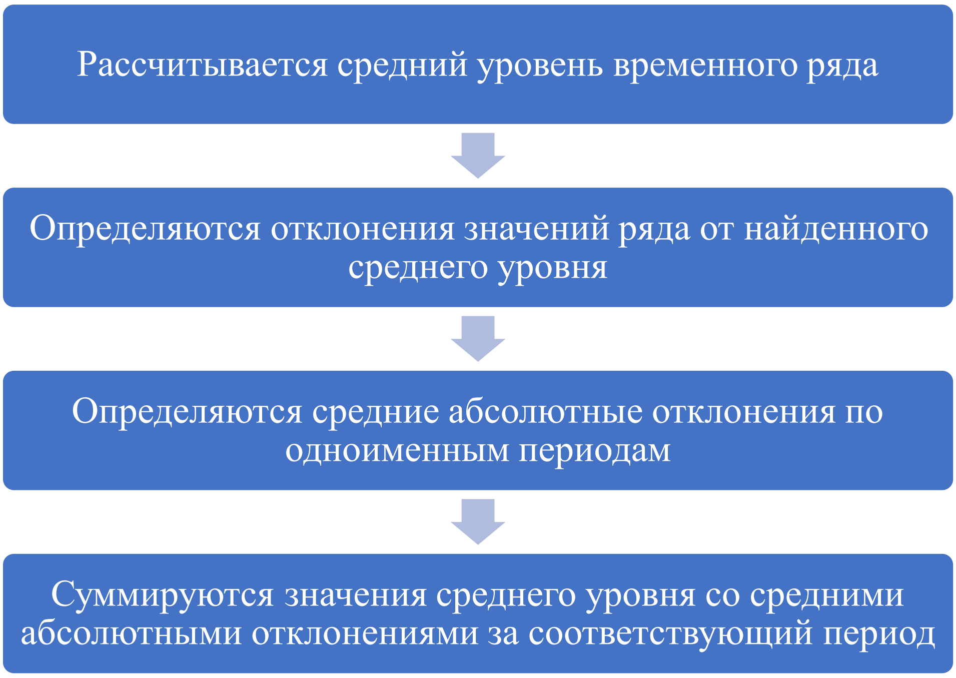


Рис. 4.4 - Схема корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда, с учетом сезонной составляющей

В случае, если временной ряд содержит тенденцию, построение аддитивной модели с учетом сезонной составляющей осуществляется с использованием теоретических кривых [102] (рис. 4.5).

Рис. 4.5. Схема корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда,

с учетом сезонной составляющей

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть основных методов выявления периодической компоненты?
2. Назовите методы, основанные на применении средней арифметической.
3. Какие методы измерения сезонной составляющей основаны на применении механического выравнивания?
4. Опишите схему корректировки модели, предполагающей отсутствие тренда, с учетом сезонной составляющей.
5. В чем состоит особенность построения модели с учетом сезонной составляющей, если имеет место наличие тренда?
6. Что такое индекс сезонности?
7. Различается ли расчет коэффициента сезонности для моделей с наличием тренда и без него?
8. С какой целью рассчитываются коэффициенты сезонности? Каков характер связи между данным параметром и величиной сезонных колебаний?
9. Как осуществляется расчет параметров аддитивной модели на основе абсолютных отклонений?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 4.1.

В таблице представлены данные о поквартальной выручке некоторого предприятия за трехлетний период:

Год	Квартал	Объем продаж, млн. руб.
2020	I	7
	II	8,7
	III	11,9
	IV	28,6
2021	I	11,6
	II	9,1
	III	10,7
	IV	25,9
2022	I	8,6
	II	8,9
	III	11
	IV	23,3

Предполагая, что представленный ряд не имеет общей тенденции развития, рассчитайте индексы сезонности, постройте график.

Решение

Рассчитаем средний уровень ввода в действие жилых домов по одноименным кварталам:

$$\bar{y}_{\mathrm{I}} = \frac{7+11{,}6+8{,}6}{3} = 9{,}07 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{y}_{\mathrm{II}} = \frac{8{,}7+9{,}1+8{,}9}{3} = 8{,}9 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{y}_{\mathrm{III}} = \frac{11{,}9+10{,}7+11}{3} = 11{,}2 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{y}_{\mathrm{IV}} = \frac{28{,}6+25{,}9+23{,}3}{3} = 25{,}93 \text{ млн. руб.}$$

Среднее значение уровня для всех наблюдений оставит:

$$\bar{y}_{I} = \frac{165{,}3}{12} = 13{,}78 \text{ млн. руб.}$$

Для нахождения индексов сезонности построим вспомогательную таблицу:

Год	Квартал	Объем продаж, млн. руб.	Среднее поквартальное значение, млн. руб.	Индекс сезонности	i_c -1	$(i_c -1)^2$
2020	I	7	9,07	0,66	-0,34	0,12
	II	8,7	8,90	0,65	-0,35	0,13
	III	11,9	11,20	0,81	-0,19	0,03
	IV	28,6	25,93	1,88	0,88	0,78
2021	I	11,6	9,07	0,66	-0,34	0,12
	II	9,1	8,90	0,65	-0,35	0,13
	III	10,7	11,20	0,81	-0,19	0,03
	IV	25,9	25,93	1,88	0,88	0,78
2022	I	8,6	9,07	0,66	-0,34	0,12
	II	8,9	8,90	0,65	-0,35	0,13
	III	11	11,20	0,81	-0,19	0,03
	IV	23,3	25,93	1,88	0,88	0,78

В формульном виде решение выглядит следующим образом:

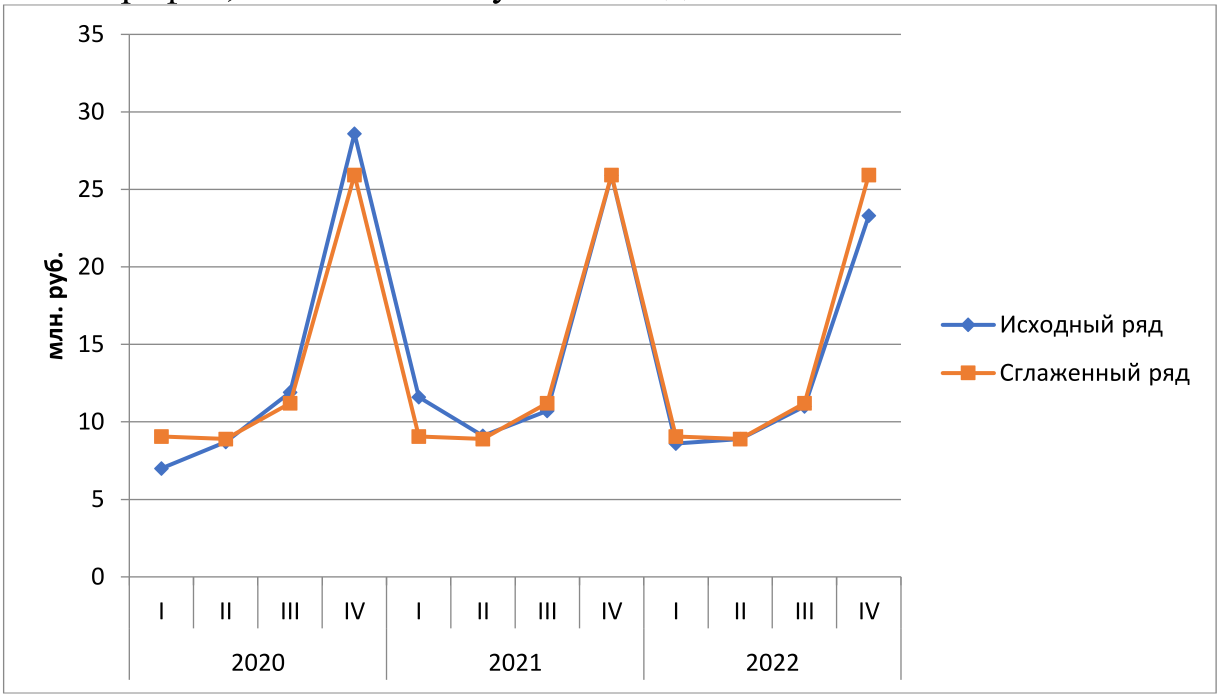
	A	B	C	D	E	F	G
1	Год	Квартал	Объем продаж, млн. руб.	Среднее поквартальное значение, млн. руб.	Индекс сезонности	i_c-1	(i_c-1)^2
2		I	7	=(C2+C6+C10)/3	=D2/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E2-1	=F2^2
3		II	8,7	=(C3+C7+C11)/3	=D3/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E3-1	=F3^2
4		III	11,9	=(C4+C8+C12)/3	=D4/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E4-1	=F4^2
5	2020	IV	28,6	=(C5+C9+C13)/3	=D5/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E5-1	=F5^2
6		I	11,6	=(C2+C6+C10)/3	=D6/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E6-1	=F6^2
7		II	9,1	=(C3+C7+C11)/3	=D7/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E7-1	=F7^2
8		III	10,7	=(C4+C8+C12)/3	=D8/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E8-1	=F8^2
9	2021	IV	25,9	=(C5+C9+C13)/3	=D9/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E9-1	=F9^2
10		I	8,6	=(C2+C6+C10)/3	=D10/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E10-1	=F10^2
11		II	8,9	=(C3+C7+C11)/3	=D11/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E11-1	=F11^2
12		III	11	=(C4+C8+C12)/3	=D12/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E12-1	=F12^2
13	2022	IV	23,3	=(C5+C9+C13)/3	=D13/СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=E13-1	=F13^2

Найденные индексы сезонности свидетельствуют о том, что I, II, III квартале средние значения соответствующих уровней меньше среднегодового значения на 34%, 35% и 19%. Средние значения за IV квартал превышают среднегодовые параметры на 88%.

Для данного временного интервального ряда коэффициент сезонности составит:

$$k_s = \sigma = \sqrt{\frac{1{,}06}{12}} = 0{,}297$$

График, сглаженный с учетом индексов сезонности:



Пример 4.2.

В таблице представлены данные о поквартальном изменении цены на некоторый товар:

Год	Квартал	Цена, руб.
2019	I	3482
	II	3253,3
	III	3120,3
	IV	4541
2020	I	3721
	II	3397,7
	III	3787,3
	IV	4386,3
2021	I	5176,7
	II	4554
	III	3870
	IV	5053
2022	I	5301,3
	II	4422
	III	4134
	IV	5146,7

Предполагая наличие общей тенденции в динамике, рассчитайте индексы сезонности, постройте график.

Решение

Для выравнивания примем линейную функцию и перенесём начало координат в середину ряда динамики. Параметры регрессии определим из системы нормальных уравнений.

Для расчета построим вспомогательную таблицу:

Год	Квартал	Исходные данные	t	t^2	y*t	y^	$I_{сез}$	$I_{сез\ ср.}$	Выравненный уровень с учетом сезонности
	I	3482	-15	225	-52230	3411,107	1,021	1,084	3697,602
	II	3253,3	-13	169	-42292,9	3517,515	0,925	0,938	3298,797
	III	3120,3	-11	121	-34323,3	3623,922	0,861	0,876	3175,073
2019	IV	4541	-9	81	-40869	3730,329	1,217	1,101	4106,619
	I	3721	-7	49	-26047	3836,737	0,970	1,084	4158,980
	II	3397,7	-5	25	-16988,5	3943,144	0,862	0,938	3697,961
	III	3787,3	-3	9	-11361,9	4049,551	0,935	0,876	3547,985
2020	IV	4386,3	-1	1	-4386,3	4155,959	1,055	1,101	4575,183
	I	5176,7	1	1	5176,7	4262,366	1,215	1,084	4620,357
	II	4554	3	9	13662	4368,774	1,042	0,938	4097,125
	III	3870	5	25	19350	4475,181	0,865	0,876	3920,898
2021	IV	5053	7	49	35371	4581,588	1,103	1,101	5043,747
	I	5301,3	9	81	47711,7	4687,996	1,131	1,084	5081,735
	II	4422	11	121	48642	4794,403	0,922	0,938	4496,289
	III	4134	13	169	53742	4900,810	0,844	0,876	4293,810
2022	IV	5146,7	15	225	77200,5	5007,218	1,028	1,101	5512,311

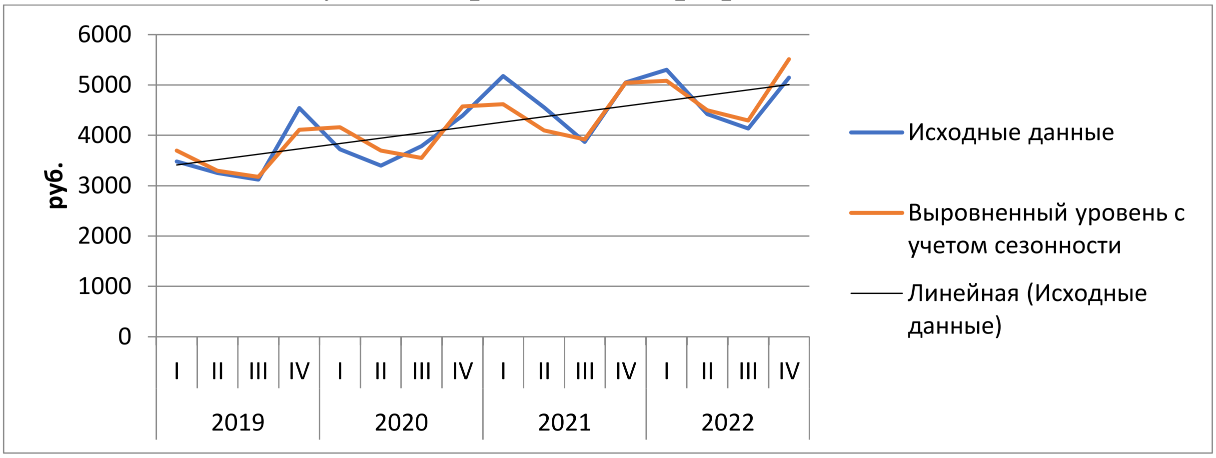
Тогда для заданного ряда параметры составят:

$$\begin{cases} a = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i}{n} = 4209{,}16 \\ b = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i t_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} {t_i}^2} = 53{,}2 \end{cases}$$

Расчеты в формульном виде приведены ниже:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Год	Квартал	Исходные данные	t	t^2	yt	y^	Iсез	Iсез. Ср.	Выровненный уровень с учетом сезонности
2		I	3482	-15	=D2^2	=C2*D2	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D2	=C2/G2	=СРЗНАЧ(H2;H6;H10;H14)	=G2*I2
3		II	3253,3	-13	=D3^2	=C3*D3	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D3	=C3/G3	=СРЗНАЧ(H3;H7;H11;H15)	=G3*I3
4		III	3120,3	-11	=D4^2	=C4*D4	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D4	=C4/G4	=СРЗНАЧ(H4;H8;H12;H16)	=G4*I4
5	2019	IV	4541	-9	=D5^2	=C5*D5	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D5	=C5/G5	=СРЗНАЧ(H5;H9;H13;H17)	=G5*I5
6		I	3721	-7	=D6^2	=C6*D6	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D6	=C6/G6	=СРЗНАЧ(H2;H6;H10;H14)	=G6*I6
7		II	3397,7	-5	=D7^2	=C7*D7	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D7	=C7/G7	=СРЗНАЧ(H3;H7;H11;H15)	=G7*I7
8		III	3787,3	-3	=D8^2	=C8*D8	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D8	=C8/G8	=СРЗНАЧ(H4;H8;H12;H16)	=G8*I8
9	2020	IV	4386,3	-1	=D9^2	=C9*D9	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D9	=C9/G9	=СРЗНАЧ(H5;H9;H13;H17)	=G9*I9
10		I	5176,7	1	=D10^2	=C10*D10	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D10	=C10/G10	=СРЗНАЧ(H2;H6;H10;H14)	=G10*I10
11		II	4554	3	=D11^2	=C11*D11	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D11	=C11/G11	=СРЗНАЧ(H3;H7;H11;H15)	=G11*I11
12		III	3870	5	=D12^2	=C12*D12	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D12	=C12/G12	=СРЗНАЧ(H4;H8;H12;H16)	=G12*I12
13	2021	IV	5053	7	=D13^2	=C13*D13	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D13	=C13/G13	=СРЗНАЧ(H5;H9;H13;H17)	=G13*I13
14		I	5301,3	9	=D14^2	=C14*D14	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D14	=C14/G14	=СРЗНАЧ(H2;H6;H10;H14)	=G14*I14
15		II	4422	11	=D15^2	=C15*D15	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D15	=C15/G15	=СРЗНАЧ(H3;H7;H11;H15)	=G15*I15
16		III	4134	13	=D16^2	=C16*D16	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D16	=C16/G16	=СРЗНАЧ(H4;H8;H12;H16)	=G16*I16
17	2022	IV	5146,7	15	=D17^2	=C17*D17	=СРЗНАЧ($C$2:$C$17)+СУММ($F$2:$F$17)/СУММ($E$2:$E$17)*D17	=C17/G17	=СРЗНАЧ(H5;H9;H13;H17)	=G17*I17

Результаты расчетов в графическом виде:



По результатам проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что относительно линии тренда разброс индексов сезонности меньше, чем по отношению к среднегодовому изменению цен на некотором предприятии за четыре года.

Пример 4.3.

Имеются данные об изменении значений временного ряда:

Год	Квартал	y
2020	I	24
	II	25,7
	III	28,9
	IV	45,6
2021	I	28,6
	II	26,1
	III	27,7
	IV	42,9
2022	I	25,6
	II	25,9
	III	28
	IV	40,3

Предполагая отсутствие тренда, скорректировать ряд динамики на сезонную составляющую.

Решение.

Для выполнения поставленной задачи составим вспомогательную таблицу:

Год	Квартал	y	Абсолютное отклонение от среднего уровня, Δ	Среднее абсолютное отклонение от среднегодового уровня, Δ ср.	Выравненный уровень с учетом сезонности
2020	I	24	-6,775	-4,71	26,07
	II	25,7	-5,075	-4,88	25,90
	III	28,9	-1,875	-2,58	28,20
	IV	45,6	14,825	12,16	42,93
2021	I	28,6	-2,175	-4,71	26,07
	II	26,1	-4,675	-4,88	25,90
	III	27,7	-3,075	-2,58	28,20
	IV	42,9	12,125	12,16	42,93
2022	I	25,6	-5,175	-4,71	26,07
	II	25,9	-4,875	-4,88	25,90
	III	28	-2,775	-2,58	28,20
	IV	40,3	9,525	12,16	42,93

Для вычислений найдем средний уровень ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} = 30,78$$

Средние поквартальные отклонения от среднегодового уровня составят:

$$\overline{\Delta}_{I} = \frac{-6,78 + (-2,175) + (-5,178)}{3} = -4,71$$

$$\overline{\Delta}_{II} = \frac{-5,075 + (-4,675) + (-4,878)}{3} = -4,88$$

$$\overline{\Delta}_{III} = \frac{-1,875 + (-3,075) + (-2,775)}{3} = -2,58$$

$$\overline{\Delta_{IV}} = \frac{14{,}825 + 12{,}125 + 9{,}525}{3} = 12{,}16$$

Таким образом, поквартальные данные выравненные с учетом сезонности:

$$\overline{y_I} = 30{,}78 + (-4{,}71)$$

$$\overline{y_{II}} = 30{,}78 + (-4{,}88) = 25{,}9$$

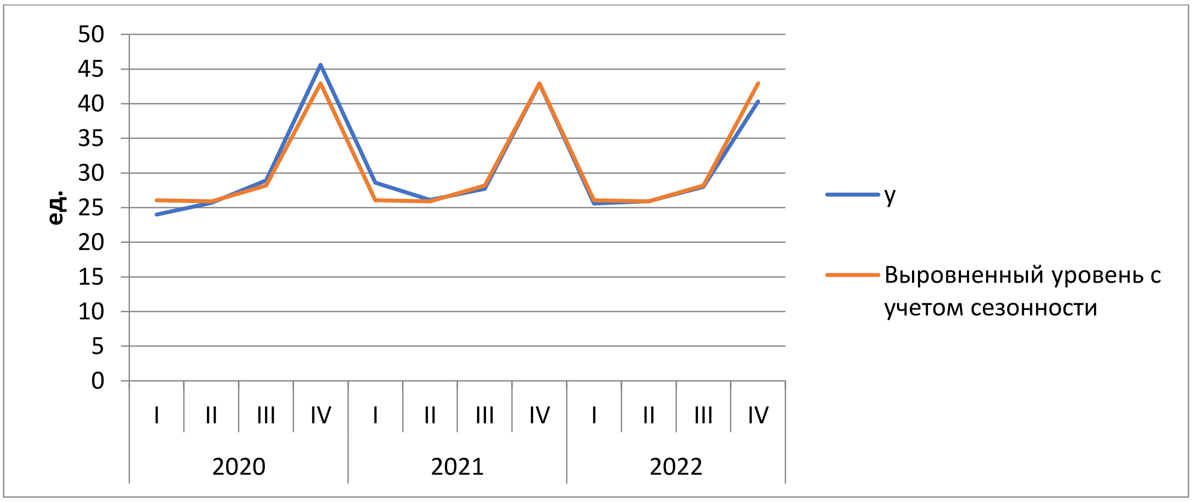
$$\overline{y_{III}} = 30{,}78 + (-2{,}58) = 28{,}2$$

$$\overline{y_{IV}} = 30{,}78 + 12{,}16 = 42{,}93$$

Вычисления в формульном виде:

	A	B	C	D	E	F
1	Год	Квартал	y	Абсолютное отклонение от среднего уровня, Δ	Среднее абсолютное отклонение от среднегдового уровня	Выровненный уровень с учетом сезонности
2		I	24	=C2-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D2;D6;D10)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E2
3		II	25,7	=C3-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D3;D7;D11)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E3
4		III	28,9	=C4-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D4;D8;D12)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E4
5	2020	IV	45,6	=C5-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D5;D9;D13)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E5
6		I	28,6	=C6-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D2;D6;D10)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E6
7		II	26,1	=C7-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D3;D7;D11)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E7
8		III	27,7	=C8-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D4;D8;D12)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E8
9	2021	IV	42,9	=C9-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D5;D9;D13)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E9
10		I	25,6	=C10-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D2;D6;D10)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E10
11		II	25,9	=C11-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D3;D7;D11)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E11
12		III	28	=C12-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D4;D8;D12)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E12
13	2022	IV	40,3	=C13-СРЗНАЧ($C$2:$C$13)	=СРЗНАЧ(D5;D9;D13)	=СРЗНАЧ($C$2:$C$13)+E13

Динамика сезонных колебаний отражена на графике:



Глава 5. РЕГРЕССИЯ И КОРРЕДЯЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

5.1 Регрессионный анализ связанных временных рядов

Многомерные временные ряды, показывающие зависимость результативного признака от одного или нескольких факторных, называют связными рядами динамики. Применение методов наименьших квадратов для обработки рядов динамики не требует выдвижения никаких предположений о законах распределения исходных данных.

Однако при использовании метода наименьших квадратов для обработки связных рядов следует учитывать наличие автокорреляции (авторегрессии), которая не учитывалась при обработке одномерных рядов динамики, поскольку ее наличие способствовало более плотному и четкому выявлению тенденции развития рассматриваемого социально-экономического явления во времени.

Выявление автокорреляции в уровнях ряда динамики. В рядах динамики экономических процессов между уровнями, особенно близко расположенными, существует взаимосвязь.

Ее удобно представить в виде корреляционной зависимости между рядами y_1, y_2, y_3, …, y_n и этим же рядом, сдвинутым относительно первоначального положения на k моментов времени y_{1+h}, y_{2+h}, y_{3+h}, …, y_{n+h}. Временное смещение L называется сдвигом, а само явление взаимосвязи - автокорреляцией.

Автокорреляционная зависимость особенно существенна между последующими и предшествующими уровнями ряда динамики. Поскольку классические методы математической статистики применимы лишь в случае независимости отдельных членов ряда между собой, то при анализе нескольких взаимосвязанных рядов динамики важно установить наличие и степень их автокорреляции (рис.5.1).

Рис. 5.1. Виды автокорреляции

Наличие последней приводит к искажению величин средних квадратических ошибок коэффициентов регрессии, что затрудняет построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии, а также проверку их значимости.

Автокорреляцию измеряют при помощи нециклического коэффициента автокорреляции, который может рассчитываться не только между соседними уровнями, т.е. сдвинутыми на один период, но и между сдвинутыми на любое число единиц времени (L). Этот сдвиг, именуемый временным лагом, определяет и порядок коэффициентов автокорреляции: первого порядка (при $L = 1$), второго порядка (при $L = 2$) и т.д. Однако наибольший интерес для исследования представляет вычисление нециклического коэффициента (первого порядка), так как наиболее сильные искажения результатов анализа возникают при корреляции между исходными уровнями ряда (y_{t1}) и теми же уровнями, сдвинутыми на одну единицу времени, т.е. y_{t-1} (или y_{t+1}).

Тогда формулу коэффициента автокорреляции можно записать следующим образом (5.1):

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - \bar{y}_t \cdot \bar{y}_{t+1}}{\sigma_{y_t} \cdot \sigma_{y_{t+1}}} \tag{5.1}$$

Если значение последнего уровня (y_n) ряда мало отличается от первого (y_1), то сдвинутый ряд не укорачивается, его можно условно дополнить, приняв $y_n = y_1$. Тогда $y_t = y_{t+1}$ и $\sigma_{y_t} = \sigma_{y_{t+1}}$, поскольку рассчитываются они для одного и того же ряда. При такой замене, т.е. если $\bar{y}_t = \bar{y}_{t+1}$ и $\sigma_{y_t} = \sigma_{y_{t+1}}$ формула коэффициента автокорреляции примет вид (5.2 или 5.3):

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - (\bar{y}_t)^2}{\sigma_{y_t}^2} \tag{5.2}$$

$$r_a = \frac{\sum y_t \cdot y_{t+1} - n \cdot (\bar{y}_t)^2}{\sum y_t^2 - n \cdot (\bar{y}_t)^2} \tag{5.3}$$

Если ряд динамики состоит из уровней, среднее значение которых равно нулю ($\bar{y} = 0$), то выражение (5.3) значительно упрощается (5.4):

$$r_a = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} y_t \cdot y_{t+1}}{\sum_{t=1}^{n} y_t^2} \qquad (5.4)$$

Для суждения о наличии или отсутствии автокорреляции в исследуемом ряду фактическое значение коэффициентов автокорреляции сопоставляется с табличным (критическим) для 5%-го или 1%-го уровня значимости (вероятность допустить ошибку при принятии нулевой гипотезы о независимости уровней ряда).

Одна из специальных таблиц, в которой определена критическая область проверяемой гипотезы (об отсутствии автокорреляции), составленная Р. Андерсеном в 1942 г., приведена в приложении 4.

Если фактическое значение коэффициента автокорреляции меньше табличного, то гипотеза об отсутствии автокорреляции в ряду может быть принята. Когда же фактическое значение больше табличного, можно сделать вывод о наличии автокорреляции в ряду динамики.

Одним из способов выявления автокорреляции в отклонениях от тренда или от регрессионной модели является использование критерия Дарбина-Уотсона, который рассчитывается по формуле (5.5):

$$d = \frac{\sum_{t=1}^{n} (l_{t+1} - l_t)^2}{\sum_{t=1}^{n} l_t^2} \qquad (5.5)$$

Теоретическое основание применения этого критерия обусловлено тем, что в динамических рядах как сами наблюдения, так и отклонения от них распределяются в хронологическом порядке.

При условии, что отклонения уровней от тенденции (так называемые остатки) случайны, значения D, лежащие в интервале 0 - 4, всегда будут находиться ближе к 2. Если автокорреляция положительная, то $D < 2$; отрицательная $-2 \le D \le 4$. Следовательно, оценки, получаемые по критерию, являются не точечными, а интервальными. Их значения для трех уровней значимости ($\alpha = 0{,}01, \alpha = 0{,}025$ и $\alpha = 0{,}05$) с учетом числа наблюдений даны в специальных таблицах (приложение 5)

Способы исключения или уменьшения автокорреляции (авторегрессии) в рядах динамики приведены на рис. 5.2.

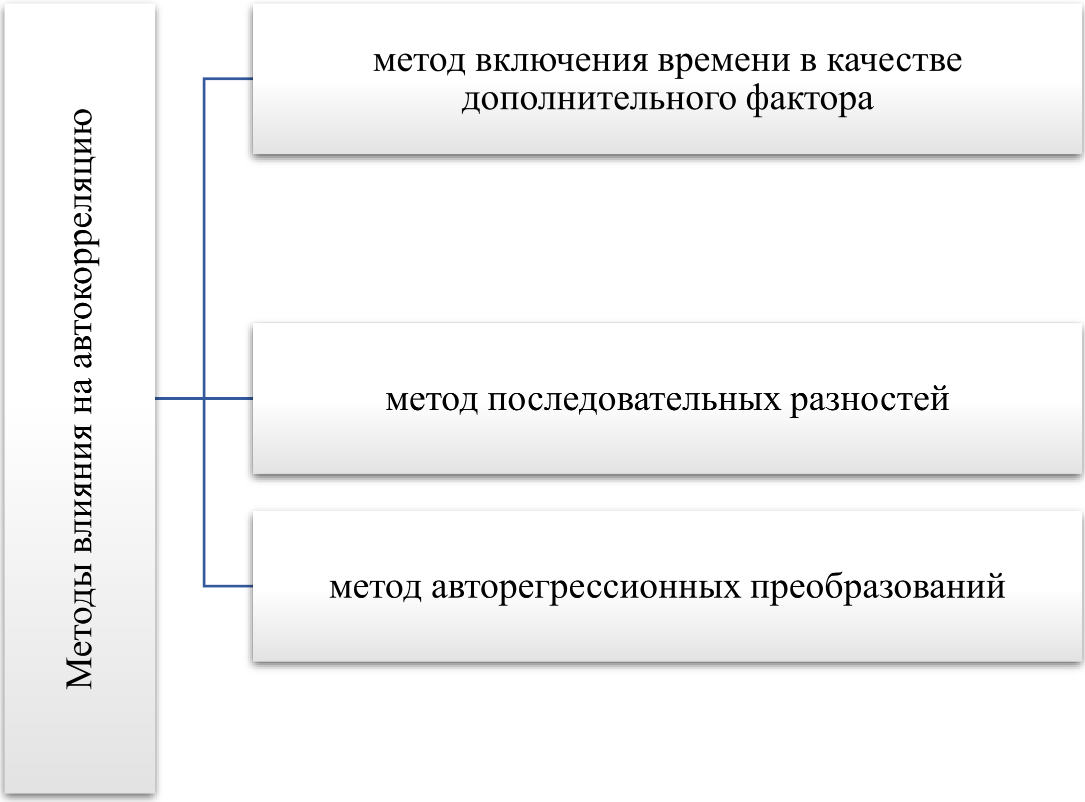


Рис. 5.2. Способы исключения или уменьшения авторегрессии

Рассмотрим суть **метода включения времени в качестве дополнительного фактора**. В соответствии с теоремой, доказанной Фришем и Воу, время вводится в систему связных динамических рядов в явной форме в качестве дополнительного фактора, и эта процедура называется введением фактора времени в уравнение регрессии. Уровни исходных динамических рядов могут быть представлены показателями в любой форме, в том числе логарифмической, а время всегда вводится в линейной форме. Считается, что введение фактора времени исключает основную тенденцию развития всех явлений, представленных исследуемыми рядами динамики. Доказано, что введение времени аналогично использованию отклонения фактических данных от трендов.

Применение метода наименьших квадратов к обработке многомерных временных рядов не отличается от методологии применения его к обычным статистическим рядам. В рассматриваемом случае минимизируется следующее выражение (5.6):

$$S = \sum \left[y_i - f\left(x_1, x_2, ..., x_n, t\right) \right]^2 \to \min \qquad (5.6)$$

При исключении автокорреляции **методом последовательных разностей** подвергаются обработке методом наименьших квадратов не сами уровни исходных рядов $y_t, y_{t+1}, ..., y_{t+n}$ и $x_t, x_{t+1}, ..., x_{t+n}$ а последовательные разности между ними:

$\Delta y_1 = y_t - y_{t-1};$	$\Delta x_1 = x_t - x_{t-1};$
$\Delta y_2 = y_{t-1} - y_{t-2};$	$\Delta x_2 = x_{t-1} - x_{t-2};$
…………………	…………………
…………………	…………………
$\Delta y_k = y_{t-k} - y_{t-k-1};$	$\Delta x_k = x_{t-k} - x_{t-k-1}.$

При использовании этого метода исходят из предположения, что все разности между уровнями динамических рядов, начиная с первой, будут содержать только случайную компоненту. Причем первые разности содержат случайную компоненту в линейной форме, вторые - описываемую параболой 2-го порядка, третьи – показательной функцией.

Метод авторегрессионных преобразований заключается в том, что определяют уравнение связи между отклонениями от тенденций двух связных рядов динамики:

$y_1 - \bar{y}_{t1};$	$x_1 - \bar{x}_{t1};$
$y_2 - \bar{y}_{t2};$	$x_2 - \bar{x}_{t2};$
…………………	…………………
…………………	…………………
$y_n - \bar{y}_{tn};$	$x_n - \bar{x}_{tn}.$

В этом случае также получают уравнения регрессии, не искаженные влиянием автокорреляции.

Введение времени в качестве дополнительной переменной является наиболее действенным способом обработки связных рядов динамики. Во всяком случае, при линейной связи между исследуемыми рядами этот способ более точен, чем использование последовательных разностей или отклонений от трендов.

При обработке методом наименьших квадратов последовательных разностей или отклонений от трендов исследователь имеет дело с чисто случайными величинами, взаимосвязь между которыми является часто весьма сомнительной, так как исключение в обоих случаях тенденций нарушает существование причинно-следственной связи между явлениями.

5.2 Корреляция рядов динамики

При изучении развития явления во времени часто возникает необходимость оценить степень взаимосвязи в изменениях уровней двух или более рядов динамики различного содержания, но связанных между собой.

Эта задача решается методами коррелирования (рис. 5.3).

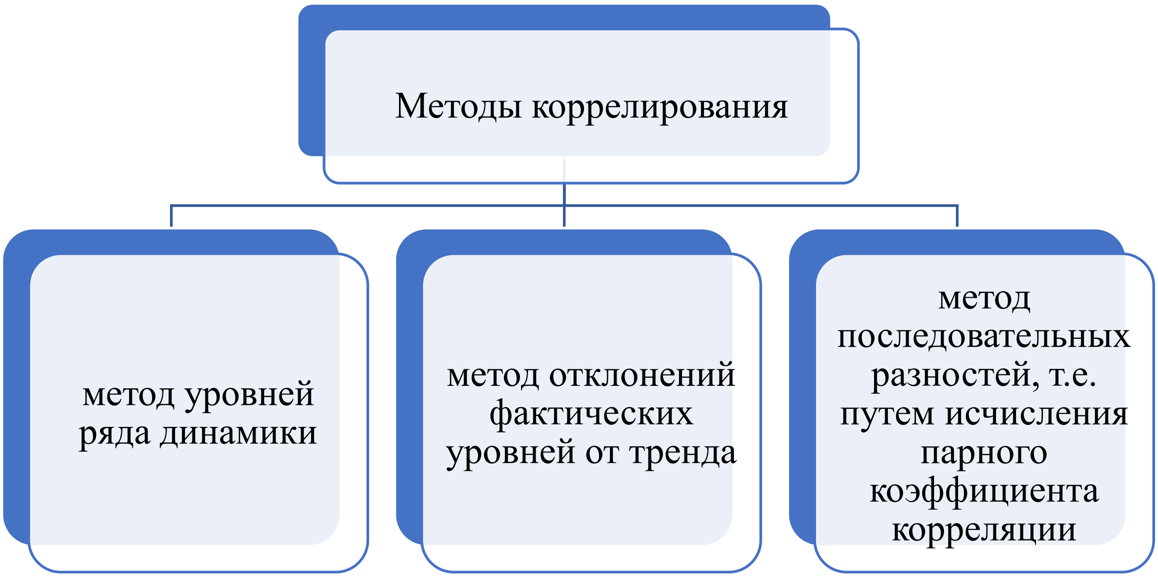


Рис. 5.3. Методы коррелирования

Расчет парного коэффициента корреляции по уровням ряда динамики. Этот расчет правильно показывает тесноту связи между рядами динамики лишь в том случае, если в каждом из них отсутствует автокорреляция.

В этом случае величину коэффициента корреляции находят по формуле (5.6):

$$r = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \qquad (5.6)$$

где x_i - уровни факторного ряда динамики

y_i - уровни результативного ряда динамики.

Следовательно, прежде чем коррелировать ряды динамики (по уровням), необходимо проверить каждый из рядов на наличие или отсутствие в них автокорреляции (при помощи коэффициента автокорреляции). В случае наличия автокорреляции между уровнями ряда последняя должна быть устранена.

Расчет парного коэффициента корреляции по отклонениям фактических уровней от выравненных по уравнению (тренду). Этот способ состоит в том, что коррелируют не сами уровни, а отклонения фактических уровней от выравненных, отражающих тренд, т.е. коррелируют остаточные величины. Для этого каждый ряд динамики выравнивают по определенной, характерной для него аналитической формуле, затем из эмпирических уровней вычитают выравненные (т.е. находят $d_x = x_t - \bar{x}_t$; $d_y = y_t - \bar{y}_t$) и определяют тесноту связи между рассчитанными отклонениями (d_x и d_y) по формуле (5.7):

$$r_{d_x d_y} = \frac{\sum d_x \cdot d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \cdot \sum d_y^2}} \qquad (5.7)$$

Расчет парного коэффициента корреляции по абсолютным отклонениям уровней ряда динамики. Исключить влияние автокорреляции можно путем вычитания из каждого уровня предшествующего ему, т.е. находя разности уровней ($y_i - y_{i-1}$). Алгебраически легко показать, что при переходе от уровней к их разностям исключается влияние общей тенденции на колеблемость. При этом при изменении уровней по прямой можно коррелировать первые разности, при изменении по параболе n-го порядка - n-е разности. Формула коэффициента разностей, используемая для измерения тесноты связи между исследуемыми рядами, имеет вид (5.8):

$$r_{\Delta_x \Delta_y} = \frac{\sum \Delta_x \cdot \Delta_y}{\sqrt{\sum \Delta_x^2 \cdot \sum \Delta_y^2}} \qquad (5.8)$$

Коэффициент корреляции, рассчитанный для измерения тесноты зависимости изменения уровней двух рядов, является своего рода средним, обобщающим показателем. Однако для длительного периода эта зависимость не является постоянной, она может меняться во времени. Поэтому чтобы судить о том, в какие периоды зависимость между изменениями уровней двух рядов слабая или сильная, рекомендуется рассчитывать серию скользящих коэффициентов корреляции для определенного интервала времени.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть регрессии?
2. Что означает автокорреляционная зависимость?
3. Какие существуют вид автокорреляции?
4. В чем состоит сущность статистики Дарбина-Уотсона?
5. Каким образом можно влиять на автокорреляцию?
6. Что представляет собой метод авторегрессионных преобразований?
7. Какие существуют методы коррелирования?
8. Каким образом производится расчет парного коэффициента корреляции по отклонениям фактических уровней от выравненных по уравнению?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 5.1

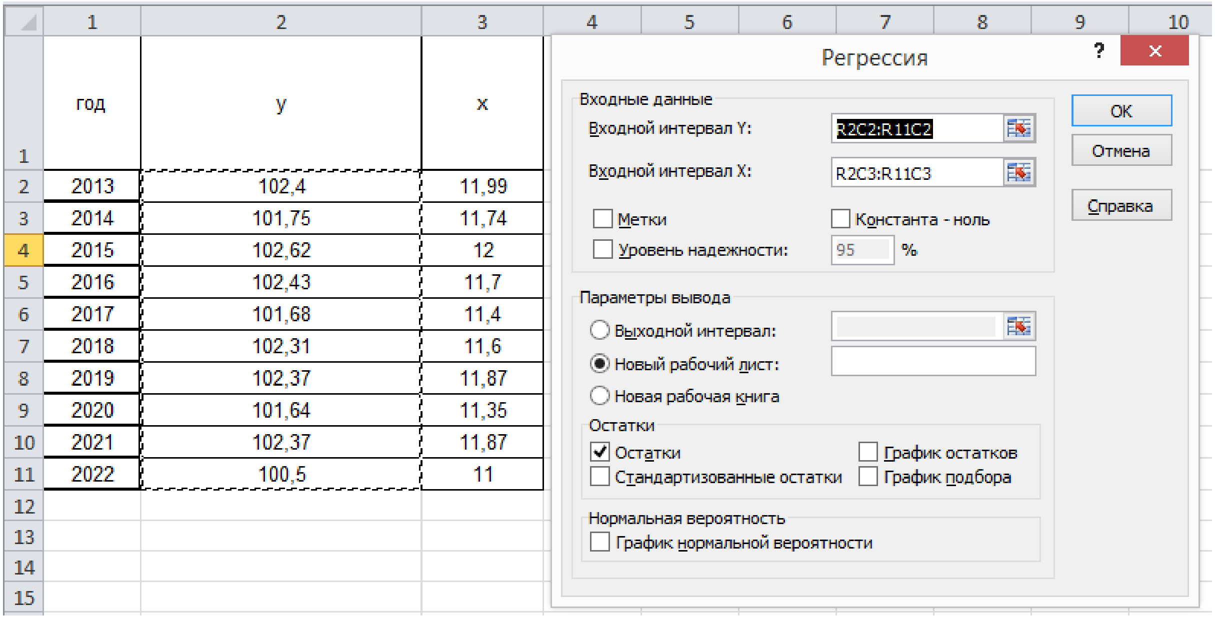
Имеются данные о некоторых независимых переменных и результирующем факторе.

год	y	x
2013	102,4	11,99
2014	101,75	11,74
2015	102,62	12
2016	102,43	11,7
2017	101,68	11,4
2018	102,31	11,6
2019	102,37	11,87
2020	101,64	11,35
2021	102,37	11,87
2022	100,5	11

На основании представленных данных с помощью Ms Excel проверить наличие автокорреляции в линейной модели, описывающей изменение результирующего признака под влиянием независимой переменной.

Решение.

Для построения модели воспользуемся инструментом «Регрессия» в пакете «Анализ данных» (вкладка «Данные»). Также отметим поле «остатки» для их автоматизированного расчета:



В результате вывода остатков получим:

22	ВЫВОД ОСТАТКА		
23			
24	*Наблюдение*	*Предсказанное Y*	*Остатки*
25	1	102,6157047	-0,215704689
26	2	102,1654793	-0,415479327
27	3	102,6337137	-0,013713704
28	4	102,0934433	0,336556731
29	5	101,5531728	0,126827165
30	6	101,9133531	0,396646875
31	7	102,3995965	-0,029596516
32	8	101,4631278	0,176872237
33	9	102,3995965	-0,029596516
34	10	100,8328123	-0,332812256

Для расчета статистики Дарбина-Уотсона воспользуемся вспомогательной таблицей:

t	l_{t-1}	l_t	l_t^2	$(l_t-l_{t-1})^2$
1		-0,2157	0,0465	0,0465
2	-0,2157	-0,4155	0,1726	0,0399
3	-0,4155	-0,0137	0,0002	0,1614
4	-0,0137	0,3366	0,1133	0,1227
5	0,3366	0,1268	0,0161	0,0440
6	0,1268	0,3966	0,1573	0,0728
7	0,3966	-0,0296	0,0009	0,1817
8	-0,0296	0,1769	0,0313	0,0426
9	0,1769	-0,0296	0,0009	0,0426
10	-0,0296	-0,3328	0,1108	0,0919
$\sum$			0,6498	0,8462

Таким образом,

$$d = \frac{0,8462}{0,6498} = 1,302$$

Не обращаясь к таблице критических точек Дарбина-Уотсона, можно пользоваться «грубым» правилом и считать, что автокорреляция остатков отсутствует, если 1,5< d < 2,5. Таким образом, данное условие соблюдается, автокорреляция остатков отсутствует.

Глава 6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

6.1. Прогнозирование на основе экстраполяции

Исследование динамики социально-экономических явлений, выявление и характеристика основной тенденции развития и моделей взаимосвязи дают основание для прогнозирования - определения будущих размеров уровня экономического явления.

Важное место в системе методов прогнозирования занимают статистические методы. Применение прогнозирования предполагает, что закономерность развития, действующая в прошлом (внутри ряда динамики), сохранится и в прогнозируемом будущем, т.е. прогноз основан на экстраполяции. Экстраполяция, проводимая в будущее, называется перспективной и в прошлое - ретроспективной. Обычно, говоря об экстраполяции рядов динамики, подразумевают чаще всего перспективную экстраполяцию.

Теоретической основой распространения тенденции на будущее является известное свойство социально-экономических явлений, называемое инерционностью. Именно инерционность позволяет выявить сложившиеся взаимосвязи как между уровнями динамического ряда, так и между группой связных рядов динамики. На основе рядов динамики получаются весьма надежные прогнозы, если уровни ряда динамики сопоставимы и получены на основе единой методологии.

Применение экстраполяции в прогнозировании базируется на следующих предпосылках:

- развитие исследуемого явления в целом описывается плавной кривой;
- общая тенденция развития явления в прошлом и настоящем не претерпит серьезных изменений в будущем.

Поэтому надежность и точность прогноза зависят от того, насколько близкими к действительности окажутся эти предположения, а также как точно удастся охарактеризовать выявленную в прошлом закономерность. Экстраполяцию следует рассматривать как начальную стадию построения окончательных прогнозов. Механическое использование экстраполяции может стать причиной погрешности и неправильных выводов. Всегда следует учитывать все необходимые условия, предпосылки и гипотезы, связывая их с содержательным экономико-теоретическим анализом.

Разумеется, чем шире раздвигаются временные рамки прогнозирования, тем очевиднее становится недостаточность простого экстраполяционного метода (изменение тенденций, неизвестны точки поворота кривых, влияние новых факторов и т.д.). В этом случае динамичность экономических явлений и процессов вступает в противоречие с инерционностью их развития. Так как анализируемые экономические ряды динамики нередко относительно короткие, то и временной горизонт экстраполяции не может быть бесконечным. Поэтому чем короче срок экстраполяции (период упреждения), тем более надежные и точные результаты (при прочих равных условиях) дает прогноз. За короткий период не успевают сильно измениться условия развития явления и характер его динамики.

Экстраполяцию в общем виде можно представить формулой (6.1):

$$\hat{y}_{i+T} = f(y_i, T, a_j) \tag{6.1}$$

где $\hat{y}_{i+T}$ – прогнозируемый уровень;

y_i – текущий уровень прогнозируемого ряда;

T – период упреждения;

a_j – параметр уравнения тренда.

В зависимости от того, какие принципы и исходные данные положены в основу прогноза, выделяют следующие элементарные методы экстраполяции:

- средний абсолютный прирост;
- средний темп роста;
- экстраполяцию на основе выравнивания рядов по какой-либо аналитической формуле.

Прогнозирование по среднему абсолютному приросту может быть выполнено в том случае, если есть уверенность считать общую тенденцию линейной, т.е. метод основан на предположении о равномерном изменении уровня (под равномерностью понимается стабильность абсолютных приростов).

Для нахождения интересующего нас аналитического выражения тенденции на любую дату t необходимо определить средний абсолютный прирост и последовательно прибавлять его к последнему уровню ряда столько раз, на сколько периодов экстраполируется ряд, т.е. экстраполяцию можно сделать по следующей формуле (6.2):

$$\hat{y}_{i+t} = y_i + \overline{\Delta} \cdot t, \tag{6.2}$$

где $\hat{y}_{i+t}$ – экстраполируемый уровень, $(i+1)$ - номер этого уровня (года);

i – номер последнего уровня (года) исследуемого периода, за который рассчитан $\overline{\Delta}$;

t – срок прогноза (период упреждения);

$\overline{\Delta}$ – средний абсолютный прирост.

Однако следует иметь в виду, что использование среднего абсолютного прироста для прогноза возможно только при следующем условии (6.3):

$$\sigma^2_{\text{ост.}} \le \rho^2, \tag{6.3}$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum \Delta_i^2}{n}$$

$$\sigma^2_{\text{ост.}} = \frac{\sum \left(y_i - \overline{y}_{\overline{\Delta}}\right)^2}{n}$$

Прогнозирование по среднему темпу роста осуществляется в случае, когда есть основание считать, что общая тенденция ряда характеризуется показательной (экспоненциальной) кривой. Для нахождения тенденции необходимо определить средний коэффициент роста, возведенный в степень, соответствующую периоду экстраполяции, т.е. по формуле (6.4):

$$\hat{y}_{i+t} = y_i \cdot \overline{k}_p^{\,t}, \tag{6.4}$$

где y_i – последний уровень ряда динамики;

t – срок прогноза;

$\overline{k}_p$ – средний коэффициент роста.

Если же ряду динамики свойственна иная закономерность, то данные, полученные при экстраполяции на основе среднего темпа роста, будут отличаться от данных, рассчитанных другими способами экстраполяции.

Рассмотренные способы экстраполяции тренда, будучи простейшими, в то же время являются и самыми приближенными.

Экстраполяция дает возможность получить точечное значение прогноза. Точное совпадение фактических данных и прогностических точечных оценок, полученных путем экстраполяции кривых, характеризующих тенденцию, имеет малую вероятность. Возникновение отклонений фактических уровней ряда динамики от выравненных по уравнению тренда объясняется следующими причинами:

- выбранная для прогнозирования кривая не является единственно возможной для описания тенденции. Можно подобрать такую кривую, которая дает более точные результаты;
- построение прогноза осуществляется на основе ограниченного числа исходных данных. Кроме того, каждый исходный уровень обладает еще случайной компонентой. Поэтому и кривая, по которой осуществляется экстраполяция, будет содержать случайную компоненту;
- тенденция характеризует лишь движение среднего уровня ряда динамики, поэтому отдельные наблюдения от него отклоняются. Если такие отклонения наблюдались в прошлом, то они будут наблюдаться и в будущем. Любой статистический прогноз носит приближенный характер. Поэтому целесообразно определение доверительных интервалов прогноза.

Величина доверительного интервала определяется следующим образом (6.5):

$$\hat{y}_t \pm t_\alpha \cdot \sigma_{\bar{y}_t} \tag{6.5}$$

где $\sigma_{\bar{y}_t}$ – средняя квадратическая ошибка тренда;

$\hat{y}_t$ – расчетное значение уровня;

t_α – доверительная величина.

При анализе рядов динамики иногда приходится прибегать к определению некоторых неизвестных уровней внутри данного ряда динамики, т.е. к интерполяции.

Интерполяция может производиться на основе среднего абсолютного прироста, среднего темпа роста и с помощью аналитического выравнивания. Она также основана на том или ином предположении о тенденции изменения уровней, но характер этого прогноза несколько иной: здесь уже не приходится предполагать, что тенденция, характерная для прошлого, сохранится и в будущем [103].

При интерполяции считается, что ни выявленная тенденция, ни ее характер не претерпели существенных изменений в том промежутке времени, уровень (уровни) которого нам не известен. Такое предположение обычно является более обоснованным, чем предположение о будущей тенденции.

6.2. Прогнозирование на основе аналитического выравнивания тренда

Наиболее распространенным методом прогнозирования считают аналитическое выражение тренда. При этом для выхода за границы исследуемого периода достаточно продолжить значения независимой переменной времени (t).

При таком подходе к прогнозированию предполагается, что размер уровня, характеризующего явление, формируется род воздействием множества факторов, причем не представляется возможным выделить отдельно их влияние. В связи с этим ход развития связывается не с какими-либо конкретными факторами, а с течением времени, т.е. $y = f(t)$.

Процедура разработки прогноза с использованием кривых роста включает в себя следующие этапы, отраженные на рис. 6.1.

1) на основе качественного анализа выбор одной или нескольких кривых, форма которых соответствует характеру изменения временного ряда

↓

2) оценка параметров выбранных кривых

↓

3) оценка точности, проверка адекватности выбранных кривых прогнозируемому процессу и окончательный выбор кривой роста

↓

4) расчет точечного и интервального прогнозов.

Рис. 6.1. Схема прогнозирования с использованием кривых роста

Независимо от метода построения моделей их качество оценивается на основе исследования свойств остаточной компоненты E(t), t=1,2,...,N, т.е. величины расхождений на участке аппроксимации (построения модели) между фактическими уровнями и их расчетными значениями.

Качество модели определяется ее адекватностью исследуемому процессу и точностью. Адекватность характеризуется наличием определенных статистических свойств, а точность - степенью близости к фактическим данным.

Модель считается адекватной, если ряд остатков обладает свойствами: независимости уровней, их случайности, соответствия нормальному закону распределения и равенства нулю средней ошибки.

При проверке независимости (отсутствии автокорреляции) определяется отсутствие в ряду остатков систематической составляющей.

Точечный прогноз заключается в получении прогнозного значения результирующего признака, которое определяется путем подстановки в уравнение регрессии соответствующего значения независимой переменной.

Интервальный прогноз заключается в построении доверительного интервала прогноза, т. е. нижней и верхней границ интервала, содержащего точную величину для прогнозного значения с заданной вероятностью

При построении доверительного интервала прогноза используется стандартная ошибка прогноза [104] (6.6):

$$M_{\hat{y}_p} = \sqrt{\frac{\Sigma(y - \hat{y})^2}{n - m - 1}} * \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\Sigma(x - \bar{x})^2}} \qquad (6.6)$$

Строится доверительный интервал прогноза (6.7):

$$\gamma_{\hat{y}_p} = \hat{y}_p \pm t_{табл} . M_{\hat{y}_p} \qquad (6.7)$$

Контрольные вопросы

1. В каких случаях возможно прогнозирование на основе экстраполяции?
2. Что такое интерполяция?
3. Какие методы экстраполяции Вам известны?
4. Каким образом осуществляется прогнозирование на основе аналитического выравнивания тренда?
5. Опишите схему прогнозирования с использованием кривых роста
6. Что такое адекватность как один из признаков качественной модели?
7. Как осуществляется точечное прогнозирование?
8. Что составляет основу интервального прогнозирования?
9. Как вычисляется стандартная ошибка прогноза?
10. Что представляет собой доверительный интервал прогнозирования?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 6.1

В таблице представлены данные об изменении некоторого параметра:

Год	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Значение	5,2	6,1	6,4	6,5	7,1	7,3	7,4	7,8

Рассчитайте прогнозное значение параметра на основе экстраполяции по сложившемуся среднегодовому темпу роста в 2023 году.

Решение.

Найдем цепные коэффициента роста для заданного временного ряда:

y	$k_ц$
5,2	1
6,1	1,173
6,4	1,049
6,5	1,016
7,1	1,092
7,3	1,028
7,4	1,014
7,8	1,054

Для нахождения среднегодового темпа роста воспользуемся формулой:

$$T_{ср.г.} = \sqrt[n-1]{k_{ц1} * k_{ц2} * k_{ц3} * .... * k_{цn}} * 100\% = \sqrt[8-1]{1{,}5} * 100\% = 105{,}96\%$$

Аналогичные результаты вычисления будут получены при использовании в расчетах базисного темпа роста:

$$T_{ср.г.} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} * 100\% = \sqrt[8-1]{\frac{7{,}8}{5{,}2}} * 100\% = 105{,}96\%$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что за исследуемый промежуток времени наблюдается рост показателя в среднем на 5,96%. Положительное значение темпа прироста свидетельствует о том, что при сохранении существующей тенденции в будущем ожидается рост анализируемого параметра.

Тогда ожидаемое значение в 2023 году составит:

$$y_{n+1} = y_n * k_{ср.г.} = 7{,}8 * 1{,}0596 = 8{,}27 .$$

Пример 6.2

В таблице представлены данные о численности рабочих некоторого предприятия и его выручке

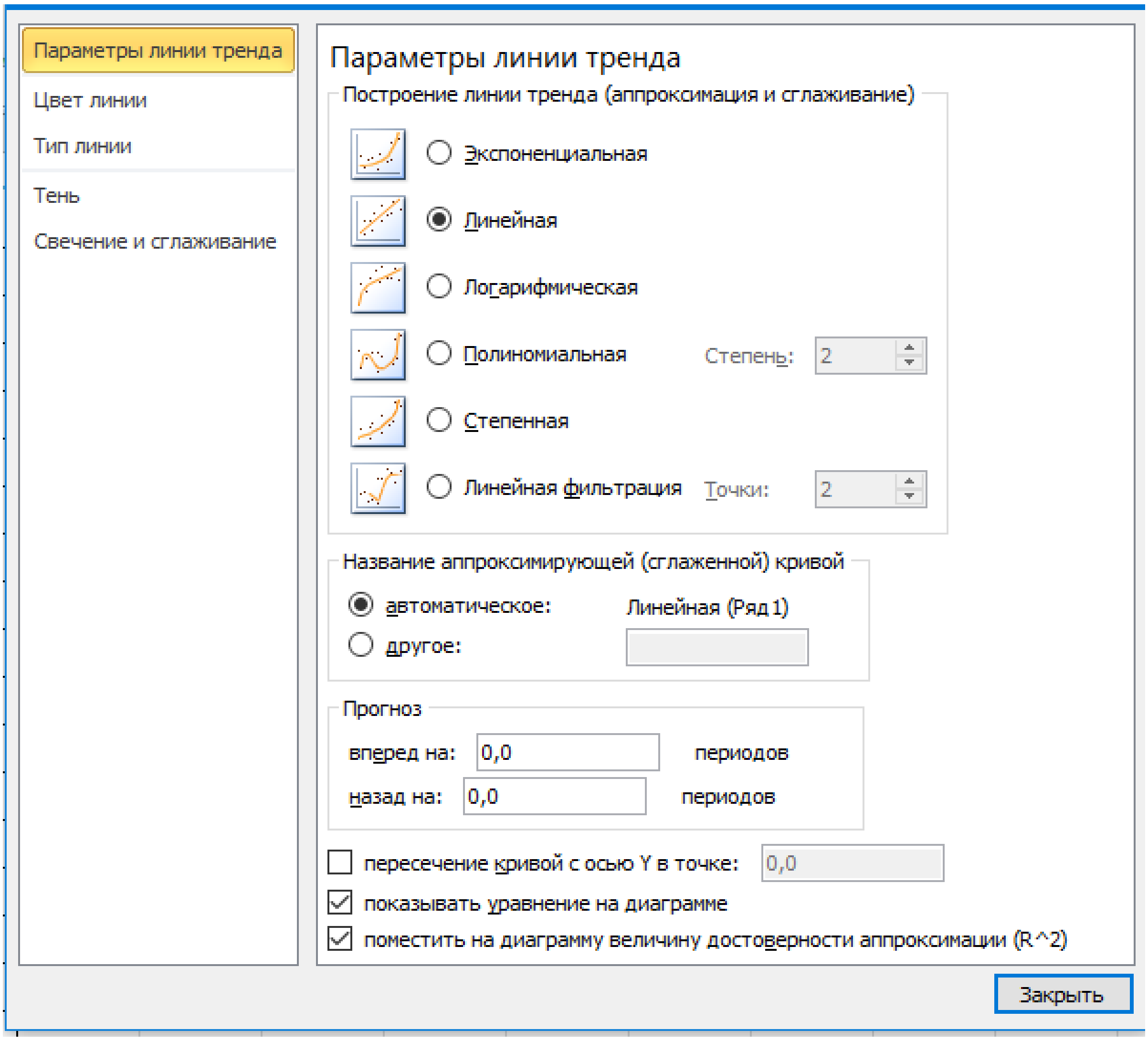
Год	Численность рабочих, чел.	Выручка, тыс. руб.
2005	137 151	76 933
2006	145 777	87 306
2007	153 765	105 369
2008	160 722	111 705
2009	164 065	126 816
2010	176 773	159 299
2011	160 101	162 175
2012	180 071	169 152
2013	188 362	197 073
2014	189 236	186 445
2015	193 251	204 354
2016	212 412	223 439
2017	202 765	234 112
2018	202 307	235 553
2019	222 830	239 092
2020	230 918	246 917
2021	239 191	257 214
2022	238 699	285 091

На основании приведенных данных постройте модель влияния численности рабочих на величину выручки предприятия, оцените значимость модели и коэффициентов полученного уравнения, описывающего влияние независимой переменной на результирующий признак. Рассчитайте ожидаемое значение выручки при расширении масштабов производства с использованием труда 245 000 рабочих.

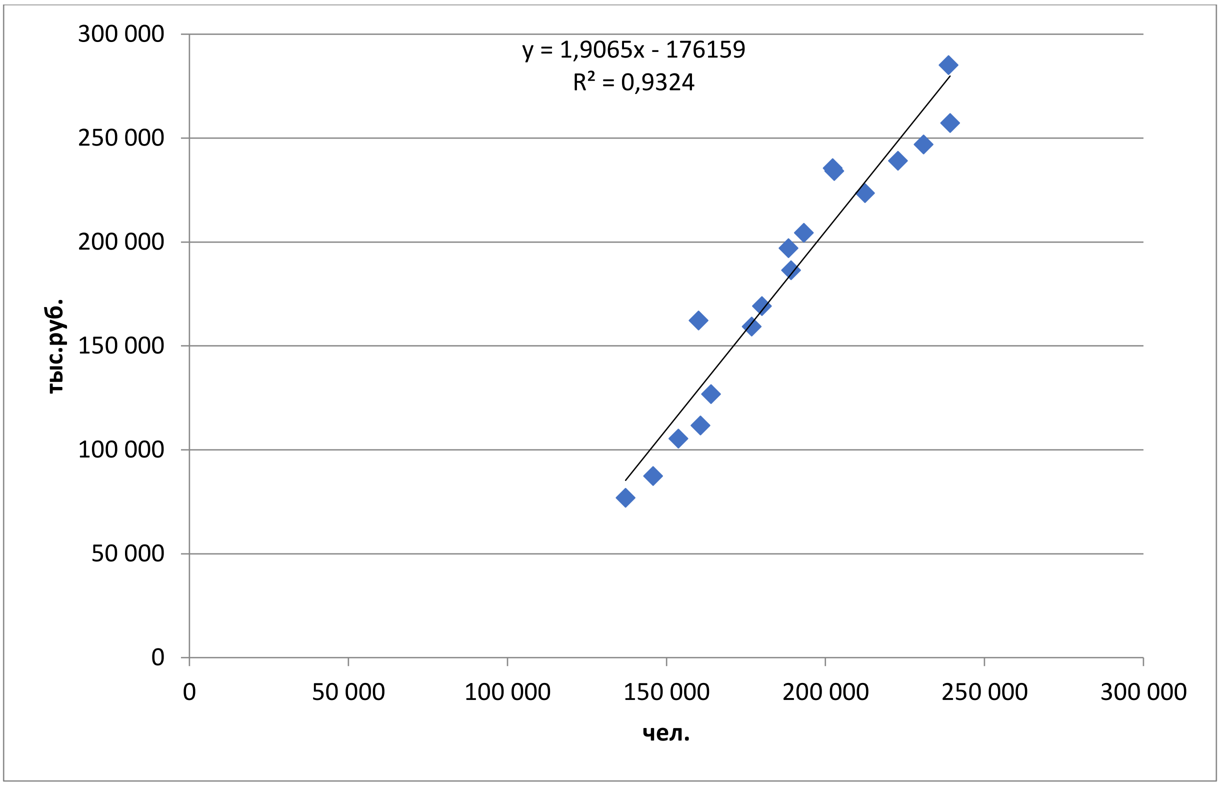
Решение

Для решения задачи предварительно определим характер влияния независимой переменной на результирующий признак.

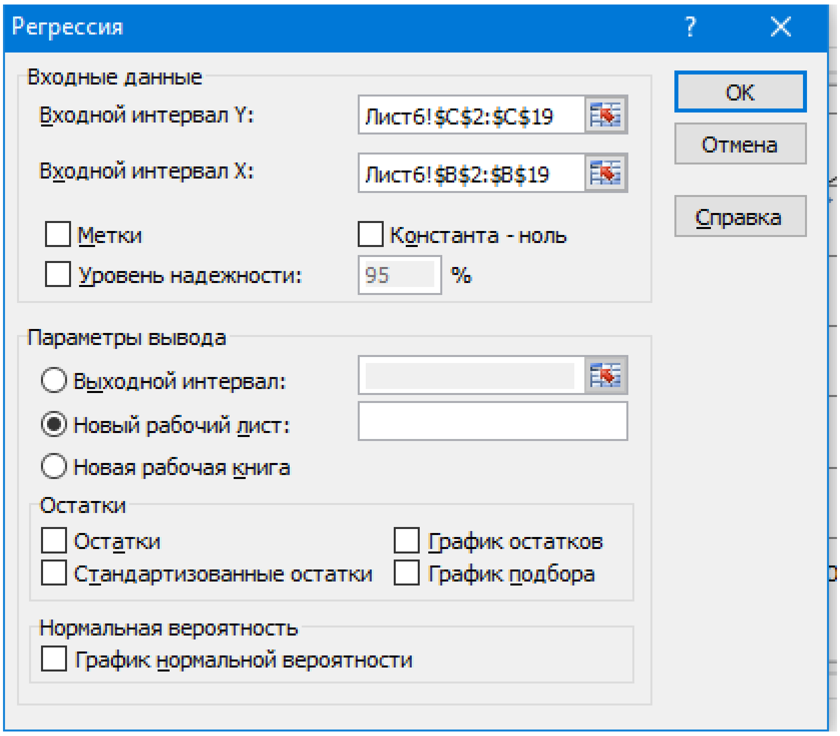
Для этого построим точечную диаграмму. По графику можно предположить, что имеет место линейная зависимость, поэтому добавим линейный тренд:



В результате получим график вида:



Для оценки характеристик линейного уравнения воспользуемся пакетом «Анализ данных» (пункт «Регрессия»):



В результате была получены следующие результаты регрессионного моделирования:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	*Регрессионная статистика*								
4	Множестı	0,965591263							
5	R-квадрат	0,932366486							
6	Нормирон	0,928139392							
7	Стандартı	16789,70528							
8	Наблюдеı	18							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		*df*	*SS*	*MS*	*F*	*Значимость F*			
12	Регрессия	1	62177153037	62177153037	220,5691081	8,86882E-11			
13	Остаток	16	4510307256	281894203,5					
14	Итого	17	66687460293						
15									
16		*Коэффициенты*	*Стандартная ошибка*	*t-статистика*	*P-Значение*	*Нижние 95%*	*Верхние 95%*	*Нижние 95,0%*	*Верхние 95,0%*
17	Y-пересеч	-176159,3721	24556,76734	-7,173557076	2,21435E-06	-228217,3933	-124101,3509	-228217,3933	-124101,3509
18	Переменı	1,906462519	0,12836775	14,85156921	8,86882E-11	1,634335046	2,178589992	1,634335046	2,178589992

Коэффициент детерминации составил 93,24 %, что свидетельствует о том, что изменение результирующей переменной на 93,24 % объясняется изменением независимой переменной.

Модель в целом адекватна, так как значимость F-критерия Фишера меньше пятипроцентной величины. Коэффициенты линейного уравнения также значимы, так как p-значение меньше 5%.

Таким образом, уравнение, описывающее изменение выручки под влиянием изменения численности рабочих:

$$y = 1{,}91x - 176159$$

Для нахождения прогнозного значения выручки подставим в уравнение ожидаемое значение независимой переменной:

$$y = 1{,}91 * 245000 - 176159 = 291791 \text{ (тыс. руб.)}$$

Таким образом, при расширении масштабов производства с увеличением численности рабочих до 245 000 человек можно ожидать величину выручки 291791 тыс. руб.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВЫХ РАБОТ (ПРОЕКТОВ)

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Курсовая работа (проект) представляет собой вид учебной и научно- исследовательской работы студента, является индивидуальным, завершенным трудом, отражающим знания, навыки и умения студента, полученные в ходе освоения дисциплины.

Тема курсовой работы (проекта) не может носить описательного характера, в ее формулировку должна быть заложена исследовательская проблема. Курсовая работа (проект) подготавливает студента к выполнению более сложной задачи – написанию выпускной квалификационной или дипломной работ.

Рациональнее темы курсовых работ (проектов), выполняемых студентами за весь период обучения, подбирать таким образом, чтобы они вместе с выпускной работой составляли единую систему последовательно усложняемых и взаимосвязанных работ. При защите работы студент учится не только правильно излагать свои мысли, но и аргументированно отстаивать, защищать выдвигаемые выводы и решения. Формулировка темы должна быть по возможности краткой и соответствовать содержанию работы.

2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВЫХ РАБОТ (ПРОЕКТОВ)

Основной целью выполнения курсовой работы (проекта) является развитие мышления, творческих способностей студента, привитие навыков самостоятельной работы, связанной с поиском, систематизацией и обобщением научной и учебной литературы, углублённым изучением определенного вопроса, темы, раздела учебной дисциплины, формирование умений анализировать и критически оценивать исследуемый научный и практический материал, овладение методами современных научных исследований.

Курсовая работа (проект) представляет собой:

- изложение результатов исследования с учетом вопросов теории и практики в проделах выбранной темы;

- авторский труд, самостоятельное творчество студента, формирование его личной позиции и практического подхода к выбранной теме;

- отражение умения студентом логично, аргументировано, ясно, последовательно и кратко излагать свои мысли.

Основные отличия курсовой работы (проекта) от контрольной работы:

- курсовая работа требует более глубокого анализа проблемы, поэтому её минимальный требуемый объем значительно больше,

- обязательно включает практический раздел, направленный на отработку факто- логического материала, в курсовой работе должно найти отражение взаимосвязи теоретических положений с практикой;

- контроль за ходом написания курсовой работы осуществляется кафедрой.

Научно-консультационную и методическую помощь студенту оказывает научный руководитель. Работа над избранной темой требует от студента знаний основ методологии исследования, творческого мышления, прилежания и профессионализма.

Задачами выполнения курсовых работ (проектов) являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение приобретенных студентом знаний, умений, навыков по учебным дисциплинам профессиональной подготовки;
- овладение методами научных исследований;
- формирование навыков решения творческих задач в ходе научного исследования, художественного творчества или проектирования по определенной теме;
- овладение современными методами поиска, обработки и использования информации.
- подготовка к написанию дипломной работы (материалы курсовых работ могут входить в дипломную работу).

При выполнении курсовых работ (проектов) студент должен продемонстрировать способности:

– выдвинуть научную (рабочую) гипотезу;
– собрать и обработать информацию по теме;
– изучить и критически проанализировать полученные материалы;
– систематизировать и обобщить имеющуюся информацию;

– самостоятельно решить поставленные творческие задачи;
– логически обосновать и сформулировать выводы, предложения и рекомендации.

Особенности курсовых работ (проектов) в зависимости от курса обучения проявляются в постепенном усложнении объектов и методов исследования (проектирования).

Количество курсовых работ (проектов), наименование дисциплин, по которым они предусматриваются, определяется учебным планом. Общее число курсовых работ (проектов) по дисциплинам учебного плана не может превышать 5-6 на весь период обучения, если иное не предусматривается государственным образовательным стандартом и примерным учебным планом по соответствующей специальности (направлению). Курсовая работа (проект) рассматривается как вид учебной работы по дисциплине и выполняется в пределах часов, отводимых на ее изучение. Курсовые работы (проекты) рассматриваются как форма отчетности.

Полные названия курсовых работ (проектов) вносятся в экзаменационные ведомости, зачетные книжки студентов и в приложения к дипломам.

Согласно номенклатуре дел курсовые работы (проекты) учитываются и хранятся на кафедре в течение пяти лет. По истечении указанного срока все курсовые работы (проекты), не представляющие учебно-методической ценности, списываются по акту и уничтожаются.

3. СТРУКТУРА И ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КР (КП)

Тематику курсовых работ (проектов) разрабатывает кафедра в учебном году, предшествующем выполнению курсовой работы (проекта).

Выбор и утверждение темы курсовой работы (проекта) происходит в следующем порядке:

- тематика курсовых работ (проектов) сообщается студентам;
- студент может выбрать тему курсовой работы (проекта) из числа тем, предложенных кафедрой;
- студент может также самостоятельно предложить тему курсовой работы (проекта) с обоснованием ее целесообразности;

- тематика курсовых работ (проектов) на предстоящий учебный год утверждается на заседании кафедры, о чем в протоколе заседания делается соответствующая запись.

Студент выполняет курсовую работу (проект) по утвержденной теме под руководством преподавателя, являющегося его научным руководителем.

Темы курсовых работ (проектов) утверждаются на заседании кафедры и подтверждаются соответствующими заявлениями студентов о выборе темы.

Руководителем курсовой работы (проекта) по дисциплине учебного плана является, как правило, лектор, ведущий данную дисциплину, преподаватель, ведущий практические занятия. Руководителем курсовой работы (проекта) по специальным дисциплинам, дисциплинам специализации может быть назначен приглашенный специалист, выполняющий учебную нагрузку на условиях почасовой оплаты на условиях почасовой оплаты.

Научный руководитель составляет задание на курсовую работу (проект), осуществляет ее текущее руководство. Текущее руководство курсовой работой (проектом) включает систематические консультации с целью оказания организационной и научно-методической помощи студенту, контроль за осуществлением выполнения работы в соответствии с планом – графиком, проверку содержания и оформления завершенной работы.

Завершенная курсовая работа (проект) передается студентом на кафедру за неделю до защиты для ее анализа.

Написание работы - процесс, включающий в себя ряд взаимосвязанных этапов:

1. Выбор темы. Рекомендованная тематика курсовых работ содержится в рабочих программах дисциплин, по которым формой промежуточной аттестации является курсовая работа (проект). При выборе темы курсовой работы (проекта) можно рекомендовать студенту четко определить круг своих интересов и выполнять весь комплекс курсовых работ (в рамках соответствующих учебных дисциплин) по одной проблематике. Это позволит существенно повысить качество выполняемых курсовых работ (проектов) и даст возможность студенту лучше подготовиться к выполнению выпускной квалификационной работы.

2. Разработка структуры и оформление содержания. Структура работы должна быть согласована с научным руководителем.

3. Сбор, анализ и обобщение материалов исследования, написание текста работы:

- сбор материалов, необходимых для выполнения курсовой работы (проекта), посредством использования литературных источников, нормативных актов, директивных документов и документации предприятия (организации) по рассматриваемой в работе проблематике;
- систематизация и обработка собранного материала по каждому из разрабатываемых в курсовой работе (проекту) вопросу или проблеме. На базе систематизированного материала формируются основные направления анализа. Одновременно выясняется необходимость сбора дополнительной информации по отдельному вопросу или вопросам;
- сбор дополнительной информации и разработка аналитической части курсовой работы (проекта). На этом этапе выявляются негативные моменты и недостатки функционирования объекта исследования;
- разработка и обоснование предложений по основным направлениям деятельности объекта исследования. На основе разработанных предложений и рекомендаций формулируются соответствующие выводы

4. Оформление работы и её представление для проверки.

5. Защита курсовой работы. Работа предоставляется на кафедру (руководителю) заранее, не позднее, чем за 10 дней до защиты.

Методологической основой курсовой работы (проекта) являются законодательные акты Российской Федерации по экономике, в целом, и по изучаемой дисциплине, в частности, программные документы и решения правительства РФ по хозяйственным вопросам.

По выбранной теме курсовой работы (проекта) рекомендуется использовать данные Росстата, материалы Института исследования товародвижения и конъюнктуры оптового рынка (ИТКОР), учебную специальную литературу, монографии, брошюры, статьи. Целесообразно изучить зарубежный опыт применительно к рассматриваемой теме. Важным условием успешного раскрытия избранной темы является ознакомление с материалами, опубликованными в периодических изданиях и др.

Желательно, чтобы курсовой проект выполнялся на материалах предприятия или организации по месту работы студентов заочной формы обучения или по месту прохождения производственной практики студентов очной формы обучения. В качестве основы написания курсовой работы (проекта) могут быть использованы материалы, собранные для курсовых работ по смежным дисциплинам, изученным ранее, а также материалы, собранные в ходе учебной и производственной практик

4. ФОРМЫ И ПОРЯДОК АТТЕСТАЦИИ КУРСОВЫХ РАБОТ (ПРОЕКТОВ)

Формами аттестации студента по результатам выполнения курсовой работы являются зачёт (зачтено/не зачтено), а по результатам курсового проекта дифференцированный зачёт ("отлично" - "хорошо" - "удовлетворительно" - "неудовлетворительно"). Форма аттестации по курсовым работам (проектам) по дисциплинам учебного плана вносится в рабочий учебный план специальности (направления) и утверждается Ученым советом института.

Аттестация всех курсовых работ (проектов) должна быть проведена до начала экзаменационной сессии, в сроки, указанные рабочим учебным планом специальности (направления).

Аттестация по курсовым работам (проектам) производится в виде ее защиты перед группой и научным руководителем работы (проекта).

Решение об оценке курсовой работы (проекта) принимается преподавателем по результатам трех рейтингов, проводимых в течение семестра, для которых деканатом выдается отдельная ведомость, аналогичная ведомости текущего рейтинг-контроля, а также по итогам анализа предъявленной курсовой работы (проекта), доклада студента и его ответов на вопросы. Оценка по курсовой работе (проекту) вносится в экзаменационную ведомость, зачетную книжку студента научным руководителем.

Студент, по неуважительной причине не предоставивший в установленный срок или не защитивший курсовую работу (проект), считается имеющим академическую задолженность. Научный руководитель курсовой работы (проекта) проставляет в экзаменационную ведомость неудовлетворительную оценку. В случае наличия уважительных причин, подтвержденных документально, распоряжением по институту (факультету) студенту устанавливаются индивидуальный порядок и сроки выполнения и защиты курсовой работы (проекта). Курсовая работа, оцененная неудовлетворительно перерабатывается студентом и возвращается на проверку тому же преподавателю.

Критериями оценки курсовой работы являются:

- актуальность и степень разработанности темы;
- творческий подход и самостоятельность в анализе, обобщениях и выводах;
- полнота охвата первоисточников и исследовательской литературы;
- уровень овладения методикой исследования;
- научная обоснованность и аргументированность обобщений, выводов и рекомендаций;
- научный стиль изложения;
- соблюдение всех требований к оформлению курсовой работы и сроков ее исполнения.

5. ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ КР (КП)

Курсовая работа (проект) имеет ряд структурных элементов: введение, теоретическая часть, практическая часть, заключение.

Разработка введения. Во-первых, во введении следует обосновать актуальность избранной темы курсовой работы (проекта), раскрыть ее теоретическую и практическую значимость, сформулировать цели и задачи работы.

Во-вторых, во введении, а также в той части работы, где рассматривается теоретический аспект данной проблемы, автор должен дать, хотя бы кратко, обзор литературы, изданной по этой теме.

Введение должно подготовить читателя к восприятию основного текста работы. Оно состоит из обязательных элементов, которые необходимо правильно сформулировать. В первом предложении называется тема курсовой работы.

Актуальность исследования (почему это следует изучать?). Актуальность исследования рассматривается с позиций социальной и практической значимости. В данном пункте необходимо раскрыть суть исследуемой проблемы и показать степень ее проработанности в различных трудах. Здесь же можно перечислить источники информации, используемые для исследования (Информационная база исследования может быть вынесена в первую главу).

Цель исследования (какой результат будет получен?). Цель должна заключаться в решении исследуемой проблемы путем ее анализа и практической реализации. Цель всегда направлена на объект.

Объект исследования (что будет исследоваться?). Объект предполагает работу с понятиями. В данном пункте дается определение экономическому явлению, на которое направлена исследовательская деятельность. Объектом может быть личность, среда, процесс, структура, хозяйственная деятельность предприятия (организации).

Предмет исследования (как, через что будет идти поиск?). Здесь необходимо дать определение планируемым к исследованию конкретным свойствам объекта или способам изучения экономического явления. Предмет исследования направлен на практическую деятельность и отражается через результаты этих действий.

Задачи исследования (как идти к результату?), пути достижения цели. Задачи соотносятся с гипотезой. Определяются они исходя из целей работы. Формулировки задач необходимо делать как можно более тщательно, поскольку описание их решения должно составить содержание глав и параграфов работы. Как правило, формулируются 3-4 задачи.

Примерный перечень рекомендуемых задач:

1. «На основе теоретического анализа литературы разработать...» (ключевые понятия, основные концепции).
2. «Определить... » (выделить основные условия, факторы, причины, влияющие на объект исследования).
3. «Раскрыть... » (выделить основные условия, факторы, причины, влияющие на предмет исследования).
4. «Разработать... » (средства, условия, формы, программы).
5. «Апробировать…» (что разработали) и дать рекомендации...

Методы исследования (как исследовали?): дается краткое перечисление методов исследования через запятую без обоснования.

Структура работы – это завершающая часть введения (что в итоге в работе/проекте представлено).

В завершающей части в назывном порядке перечисляются структурные части работы (проекта), например: «Структура работы соответствует логике исследования и включает в себя введение, теоретическую часть, практическую часть, заключение, список литературы, 5 приложений».

Здесь допустимо дать развернутую структуру курсовой работы (проекта) и кратко изложить содержание глав. (Чаще содержание глав курсовой работы излагается в заключении).

Таким образом, введение должно подготовить к восприятию основного текста работы.

Краткие комментарии по формулированию элементов введения представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Комментарии по формулированию элементов введения

Элемент введения	Комментарий к формулировке
Актуальность темы	Почему это следует изучать? Раскрыть суть исследуемой проблемы и показать степень ее проработанности.
Цель исследования	Какой результат будет получен? Должна заключаться в решении исследуемой проблемы путем ее анализа и практической реализации.
Объект исследования	Что будет исследоваться? Дать определение явлению или проблеме, на которое направлена исследовательская деятельность.
Предмет исследования	Как и через что будет идти поиск? Дать определение планируемым к исследованию конкретным свойствам объекта или способам изучения явления или проблемы.
Задачи работы	Как идти к результату? Определяются исходя из целей работы и в развитие поставленных целей. Формулировки задач необходимо делать как можно более тщательно, поскольку описание их решения должно составить содержание глав и параграфов работы. Рекомендуется сформулировать 3 – 4 задачи.
Методы исследования	Как изучали? Краткое перечисление методов через запятую без обоснования.
Элемент введения	Комментарий к формулировке
Структура работы (завершающая часть введения)	Что в итоге в работе/проекте представлено. Краткое изложение перечня и/или содержания глав работы/проекта.

Разработка основной части курсовой работы/проекта. Основная часть обычно состоит из двух-трех разделов: в первом содержатся теоретические основы темы; дается история вопроса, уровень разработанности вопроса темы в теории и практике посредством сравнительного анализа литературы.

В теоретической части рекомендуется излагать наиболее общие положения, касающиеся данной темы, а не вторгаться во все проблемы в глобальном масштабе. Теоретическая часть предполагает анализ объекта исследования и должна содержать ключевые понятия, историю вопроса, уровень разработанности проблемы в теории и практике. Излагая содержание публикаций других авторов, необходимо обязательно давать ссылки на них с указанием номеров страниц этих информационных источников.

Вторым разделом является практическая часть, которая должна носить сугубо прикладной характер. В ней необходимо описать конкретный объект исследования, привести результаты практических расчетов и направления их использования, а также сформулировать направления совершенствования, либо вынести их в отдельных – третий раздел курсовой работы (проекта).

Важно глубоко изучить наиболее существенные с точки зрения задач курсовой работы (проекта) стороны и особенности.

Разработка заключения. По окончании исследования подводятся итоги по теме. Заключение носит форму синтеза полученных в работе результатов. Его основное назначение - резюмировать содержание работы, подвести итоги проведенного исследования. В заключении излагаются полученные выводы и их соотношение с целью исследования, конкретными задачами, гипотезой, сформулированными во введении.

Проведенное исследование должно подтвердить или опровергнуть гипотезу исследования. В случае опровержения гипотезы даются рекомендации по возможному совершенствованию деятельности в свете исследуемой проблемы.

Составление списка литературы. В список источников и литературы включаются источники, изученные Вами в процессе подготовки работы, в т.ч. те, на которые Вы ссылаетесь в тексте курсовой работы/проекта.

Список используемой литературы должен содержать не менее 20 источников (не менее 10 книг и 10-15 материалов периодической печати), с которыми работал автор курсовой работы (проекта).

Список используемой литературы включает в себя:

- нормативные правовые акты;
- научную литературу и материалы периодической печати;
- практические материалы.

6. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КР (КП)

Курсовые работы (проекты) следует оформлять в печатном виде с использованием компьютера и принтера распечатывать на одной стороне листа белой бумаги формата А4. Рукописное оформление работы не допускается (разрешается вписывать черными чернилами отдельные слова, формулы, условные знаки, а также выполнять отдельные иллюстрации).

Вне зависимости от способа выполнения работы качество напечатанного текста и оформления иллюстраций, таблиц, распечаток с ЭВМ должно удовлетворять требованию их четкого воспроизведения. При выполнении отчета необходимо соблюдать равномерную плотность, контрастность и четкость изображения по всему отчету. В отчете должны быть четкие, не расплывшиеся линии, буквы, цифры и знаки.

Расположение текста должно обеспечивать соблюдение следующих полей:

- левое поле - не менее 30 мм;
- правое поле - не менее 10 мм;
- верхнее поле - не менее 20 мм;
- нижнее поле - не менее 20 мм.

Все страницы курсовой работы (проекта), включая приложения, должны быть пронумерованы арабскими цифрами сквозной нумерацией по всему тексту. Первой страницей является титульный лист, на котором номер страницы не проставляется. Порядковый номер страницы помещается в нижнем правом углу колонтитула.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из следующих элементов:

1. *Титульный лист,* образец которого представлен в приложении А
2. *Пояснительная записка*:

- Содержание (см. Приложение Б) - включает в себя перечень частей ВКР с указанием страниц, соответствующих началу каждой части работы;
- Введение - раскрывает актуальность выбранной темы исследования, степень разработанности темы, цели, задачи, объект, предмет, гипотезу и методы исследования, структуру работы;
- Основная часть - состоит из нескольких глав, содержащих параграфы;
- Заключение - подводятся основные итоги работы, обобщаются полученные результаты, освещаются рекомендации по конкретному использованию результатов выпускной квалификационной работы и направления дальнейших исследований;
- Список использованных источников - он включает литературу, используемую при подготовке текста: цитируемую, упоминаемую, а также имеющую непосредственное отношение к исследуемой теме. Полнота списка зависит от тщательности сбора публикаций. Правильно составленный и грамотно оформленный список свидетельствует о том, насколько автор знаком с литературой по теме исследования. Важным компонентом является работа автора с литературой последних трех-пяти лет, как показатель ориентированности автора в современном состоянии научной изученности темы исследования. Библиографический список должен включать не менее 20 источников.
- Приложения (если таковые имеются).

Оформление заголовков и основного текста.

Текст работы следует разделять на разделы, подразделы и пункты. Разделы и подразделы должны иметь заголовки. Наименования структурных элементов отчета "СОДЕРЖАНИЕ", "ВВЕДЕНИЕ», "ЗАКЛЮЧЕНИЕ", "СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ", "ПРИЛОЖЕНИЕ" служат заголовками структурных элементов работы (проекта). Заголовки структурных элементов (введение, заключение, главы и т.п.) следует располагать в середине строки без точки в конце и печатать прописными (заглавными) буквами, не подчеркивая, полужирный шрифт не применяется.

Разделы основной части пояснительной записки работы (проекта) должны иметь порядковые номера в пределах всего документа, обозначенные арабскими цифрами без точки и записанные с абзацного отступа. Подразделы должны иметь нумерацию в пределах каждого раздела. В конце номера подраздела точка не ставится.

Каждый раздел следует начинать с нового листа (страницы). Расстояние между заголовками раздела или подраздела приблизительно 1.5-2 см. Расстояние между заголовками раздела и текстом должно быть равно 1,5-2 см.

Расположение текста должно обеспечивать следующих полей:

- левое поле – не менее 30 мм;
- правое поле – не менее 10 мм;
- верхнее поле – не менее 20 мм;
- нижнее поле – не менее 20 мм.

Все страницы курсовой работы (проекта), включая приложения, должны быть пронумерованы арабскими цифрами, шрифт Times New Roman, 12 пт. Порядковый номер страницы помещается в нижнем правом углу колонтитула.

Оформление заголовков раздела (ВВЕДЕНИЕ, ГЛАВА и т.д.):

- междустрочный интервал - 1,5;
- шрифт Times New Roman;
- **написание - прописные (заглавные) буквы;**
- **полужирный шрифт не применяется**;
- размер шрифта 14 пт;
- **режим выравнивания - по центру**;
- отступ в начале абзаца - 15 мм.

Оформление заголовков подраздела и подпункта (1.1, 1.2 и т.д.):

- междустрочный интервал - 1,5;
- шрифт Times New Roman;
- **написание - первая заглавная, остальные строчные буквы;**
- **полужирный шрифт не применяется;**
- размер шрифта 14 пт;
- **режим выравнивания - слева;**
- отступ в начале абзаца - 15 мм.

Оформление основного текста работы (проекта):

– междустрочный интервал - 1,5;
– шрифт Times New Roman;
– **полужирный шрифт не применяется**;
– размер шрифта 14 пт (для таблиц допускается 12 пт);
– **режим выравнивания - по ширине**;
– отступ в начале абзаца - 15 мм.

Разрешается использовать компьютерные возможности акцентирования внимания на определенных терминах, формулах, теоремах, применяя шрифты разной гарнитуры.

Числовые значения величин в тексте следует указывать с необходимой степенью точности, при этом в ряду величин осуществляется выравнивание числа знаков после запятой. Округление числовых значений величин до первого, второго, третьего и т.д. десятичного знака для величин одного наименования должны быть одинаковыми. Например: 1,50; 1,75; 2,00.

Оформление списков.

Внутри пунктов или подпунктов раздела могут быть приведены перечисления, которые записываются с абзацного отступа. **Перед каждой позицией перечисления следует ставить дефис**, а при необходимости ссылки в тексте ВКР на один из элементов перечисления вместо дефиса ставятся строчные буквы в порядке русского алфавита, начиная с буквы а (за исключением букв ё, з, й, о, ч, ъ, ы, ь). Для дальнейшей детализации перечислений необходимо использовать арабские цифры, после которых ставится скобка, а запись производится с абзацного отступа.

Примеры приведены на рисунках 1 и 2.

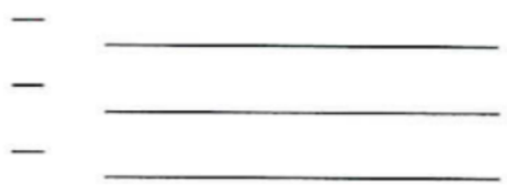


Рисунок 1 – Пример оформления списка

а) ______________

1) ______________

2) ______________

б) ______________

в) ______________

Рисунок 2 – Пример оформления списка при необходимости дальнейшей ссылки на один из его элементов

Оформление формул.

Уравнения и формулы следует выделять из текста в отдельную строку. Выше и ниже каждой формулы или уравнения должно быть оставлено не менее одной свободной строки. Пояснения символов и числовых коэффициентов, входящих в формулу, если они не пояснены ранее в тексте, должны быть приведены непосредственно под формулой. Пояснения каждого символа следует давать с новой строки в той последовательности, в которой символы приведены в формуле. Первая строка пояснения должна начинаться со слова "где" без двоеточия после него.

Формулы должны нумероваться сквозной нумерацией арабскими цифрами, которые записывают на уровне формулы в крайнем положении справа в круглых скобках. Одну формулу обозначают - (1).

Ссылки в тексте на порядковые номера формул дают в скобках, например "... в формуле (1)".

Пример:

Плотность каждого образца ρ, кг/м^3, вычисляют по формуле

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{1}$$

где m - масса образца, кг;

V - объем образца, м^3.

Оформление таблиц.

Таблицу следует располагать непосредственно после текста, в котором она упоминается впервые. При ссылке следует писать слово "таблица" с указанием ее номера.

Все таблицы должны иметь название и порядковую нумерацию. Таблицы нумеруются арабскими цифрами сквозной нумерацией в пределах всей работы (за исключением таблиц приложений). Номер таблицы следует проставлять в левом верхнем углу над таблицей после слова Таблица, без знака №, например, "Таблица 1". В приложениях таблицы обозначают отдельной нумерацией арабскими цифрами с добавлением перед цифрой обозначения приложения, например "Таблица В.1", если она приведена в приложении В.

Название таблицы должно отражать ее содержание, быть точным кратким. **Наименование таблицы следует помещать над таблицей слева, без абзацного отступа в одну строку с ее номером через тире**.

Таблицы выравниваются по центру страницы и оформляются в соответствии с рисунком 3. Выше и ниже каждой таблицы должно быть оставлено не менее одной свободной строки.

Рисунок 3 – Оформление таблиц

В каждой таблице следует указывать единицы измерения показателей и период времени к которому относятся данные. если единица измерения в таблице является общей для всех числовых данных то ее приводят в заголовке таблицы после ее названия.

Таблицу с большим числом строк допускается переносить на другой лист (страницу). При переносе части таблицы на другой лист (страницу) слово "Таблица", ее номер и наименование указывают один раз слева над первой частью таблицы и указывают номер таблицы (рисунок 4).

Расчет влияния каждого фактора представлен в таблице 1.

Таблица 1 - Расчет влияния факторов на деятельность производственного предприятия

Фактор	Расчет
1. Выручка от реализации	$\Delta Пп_в = (В_1 – В_0) \times R1_0 / 100$ (6) где $\Delta Пп_в$ - изменение суммы прибыли от продаж за счет изменения

21

Продолжение таблицы 1

	объемов выручки; $В_1$ и $В_0$ - соответственно выручка от продажи в отчетном (1) и базисном (0) периодах; $R1_0$ - рентабельность продаж в базисном периоде
2. Себестоимость реализованной продукции	$\Delta Пп_с = В_1 \times (УС_1 - УС_0) / 100$ (7) где $УС_1$ и $УС_0$ – соответственно уровни себестоимости в отчетном и базисном периодах.
3. Коммерческие расходы	$\Delta Пп_{кр} = В_1 \times (УКР_1 - УКР_0)/100$ (8) где $УКР_1$ и $УКР_0$ – соответственно уровни коммерческих расходов в отчетном и базисном периодах.
4. Управленческие расходы	$\Delta Пп_{ур} = В_1 \times (УУР_1 - УУР_0)/100$ (9) где $УУР_1$ и $УУР_0$ – соответственно уровни управленческих расходов в отчетном и базисном периодах.

Рисунок 4 – Оформление при делении таблиц

Оформление иллюстраций и графической части.

Весь графический материал (схемы, диаграммы, фотографии, чертежи и т.п.), расположенный по тексту работы (не включая приложения), следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией. Если рисунок один, то он обозначается "Рисунок 1". Графики, схемы, диаграммы, располагаются в работе непосредственно после текста, имеющего на них ссылку, или на следующей странице. Поясняющие данные помещают под иллюстрацией, а **ниже по центру печатают слово "Рисунок", его номер, а через знак "–" и его наименование**. Иллюстрации каждого приложения обозначают отдельной нумерацией арабскими цифрами с добавлением перед цифрой обозначения приложения. Например, "Рисунок А.3 – Детали прибора".

Пример оформления иллюстраций представлен на рисунке 5.

Структура продаж товаров основных товарных групп магазина представлена на рисунке 1.

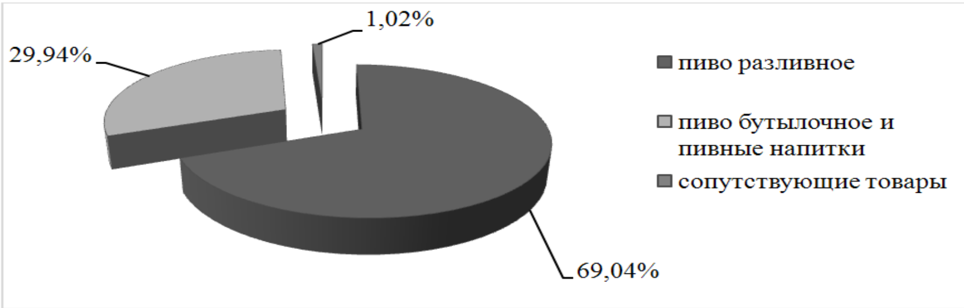


Рисунок 1 – Структура продаж магазина «Золотая кружка» (ИП Медведев К.Д.) по данным на 2015г., %

Рисунок 5 – Пример оформления иллюстраций и графической части

При ссылках на иллюстрации следует писать "... в соответствии с рисунком 2".

Выше и ниже каждого рисунка должно быть оставлено не менее одной свободной строки.

Оформление приложений.

Материал, дополняющий текст документа, допускается помещать в приложениях. Приложения могут быть, например, графический материал, таблицы большого формата, расчеты, описания аппаратуры и приборов, описания алгоритмов и программ задач, решаемых на ЭВМ и т.д. Приложения располагают в порядке появления ссылок на них в тексте документа. В тексте документа на все приложения должны быть даны ссылки.

Каждое приложение следует начинать с новой страницы с указанием наверху посередине страницы слова "ПРИЛОЖЕНИЕ" и его обозначения.

Приложения обозначают заглавными буквами русского алфавита, начиная с А. Буквы Ё, З, Й, О, Ч, Ь, Ы, Ъ для обозначения приложений НЕ используются.

Приложение должно иметь заголовок, который записывают симметрично относительно текста (выравнивание по тексту) с прописной (заглавной) буквы с новой строки.

Пример оформления приложения представлен на рисунке 6.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Основные группы показателей экономической эффективности хозяйственной деятельности предприятия

Таблица А.1 - Основные группы показателей экономической эффективности хозяйственной деятельности предприятия

Показатели	Характеристика	Способ расчета
I. Производительность труда		
1. Выработка	Отражает количество продукции, произведенной в единицу рабочего времени или приходящееся на одного среднесписочного работника в месяц, квартал, год	Отношение количества произведенной продукции к затратам рабочего времени на производство этой продукции
2. Трудоемкость	Величина, обратная выработке, характеризует затраты труда на производство единицы продукции	Отношение затрат труда к объему продукции

Рисунок 6 – Пример оформления приложения

Оформление библиографического списка используемой литературы.

Список используемой литературы содержит перечень источников, используемых обучающимся при работе над темой работы (проекта). Список используемой литературы нумеруется арабскими цифрами, после которых ставится скобка, запись производится с абзацного отступа. Сведения об источниках следует располагать в порядке появления ссылок на источники в тексте работы (проекта).

При написании работы обучающийся обязан давать ссылку на источник, библиографическое описание которого должно приводиться в списке используемых источников. Порядковый номер ссылки в тексте работы заключают в квадратные скобки.

Для каждого учебника, книги обязательно должен быть указан уникальный номер книжного издания ISBN, для периодических изданий – ISSN, для электронных ресурсов – ссылка (URL) и дата обращения.

7. ПРОЦЕДУРА ЗАЩИТЫ КР (КП)

Курсовая работа (проект), выполненная с соблюдением рекомендуемых требований, оценивается и допускается к защите. Защита должна производиться до начала экзамена или зачета по дисциплине.

Процедура защиты курсовой работы/проекта включает в себя:

- выступление студента по теме и результатам работы (5-8 мин),
- ответы на вопросы аудитории и научного руководителя работы.

Окончательная оценка за курсовую работу (проект) выставляется преподавателем после защиты.

Результаты защиты курсового проекта оцениваются по четырехбалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», а при выполнении курсовой работы по двухбалльной системе: «зачтено» или «незачтено».

Положительная оценка по той дисциплине, по которой предусматривается курсовая работа (проект), выставляется только при условии успешной сдачи курсовой работы (проекта) на оценку не ниже «удовлетворительно».

К защите курсовой работы (проекта) предъявляются следующие требования:

1. Глубокая теоретическая проработка исследуемых проблем на основе анализа экономической литературы.
2. Умелая систематизация цифровых данных в виде таблиц и графиков с необходимым анализом, обобщением и выявлением тенденций развития исследуемых явлений и процессов.
3. Критический подход к изучаемым фактическим материалам с целью поиска направлений совершенствования деятельности.
4. Аргументированность выводов, обоснованность предложений и рекомендаций.
5. Логически последовательное и самостоятельное изложение материала.
6. Оформление материала в соответствии с установленными требованиями.

Для выступления на защите необходимо заранее подготовить и согласовать с руководителем тезисы доклада и иллюстрационный материал в виде презентации.

Рекомендуемые структура, объем и время доклада приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Структура, объем и время доклада

№	Структура доклада	Объем	Время
1.	Представление темы работы.	До 1,5 страниц	До 2 минут
2.	Актуальность темы.		
3.	Цель работы.		
4.	Постановка задачи, результаты ее решения и сделанные выводы (по каждой из задач, которые были поставлены для достижения цели курсовой работы/ проекта).	До 6 страниц	До 7 минут
5.	Перспективы и направления дальнейшего исследования данной темы.	До 0,5 страницы	До 1 минуты

При составлении тезисов необходимо учитывать ориентировочное время доклада на защите, которое составляет 8-10 минут. Доклад целесообразно строить не путем изложения содержания работы по главам, а по задачам, то есть, раскрывая логику получения значимых результатов. В докладе обязательно должно присутствовать обращение к иллюстративному материалу, который будет использоваться в ходе защиты работы. Объем доклада должен составлять 7-8 страниц текста в формате Word, размер шрифта 14, полуторный интервал [105].

ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Моделирование и прогнозирование перспектив социально-экономического развития на региональном уровне
2. Моделирование и прогнозирование перспектив социально-экономического развития на национальном уровне
3. Промышленное производство: моделирование основных процессов и прогноз развития
4. Сельское хозяйство: моделирование основных процессов и прогноз развития
5. Корреляционно-регрессионный анализ влияния инвестиций на социально-экономическое развитие территорий: региональный аспект
6. Корреляционно-регрессионный анализ влияния инвестиций на социально-экономическое развитие территорий: национальный аспект
7. Построение точечного прогноза развития предприятия
8. Интервальное прогнозирование на микроуровне
9. Анализ тренда развития отдельных направлений региональной деятельности
10. Прогнозирование научно-инновационного развития Российской Федерации
11. Анализ сезонной составляющей показателей производства и потребления электроэнергии в России
12. Моделирование и прогнозирование процессов устойчивого развития на мезоуровне: экономический аспект
13. Моделирование и прогнозирование процессов устойчивого развития на мезоуровне: социальный аспект
14. Моделирование и прогнозирование процессов устойчивого развития на мезоуровне: экологический аспект

15. Статистическое моделирование процессов инновационного развития в Российской Федерации

16. Статистический анализ и прогнозирование доходов предприятия

17. Статистическое моделирование и прогнозирование перспектив развития рынка труда на региональном уровне

18. Статистическое моделирование и прогнозирование перспектив развития рынка труда на национальном уровне

19. Анализ основных статистических показателей изменения заработной платы в России

20. Прогноз развития образования в Российской Федерации с использованием статистических методов и приемов

21. Прогнозирование процессов на мезоуровне с использованием производственной функции Кобба–Дугласа. Оценка качества построенной модели

22. Прогнозирование процессов на макроуровне с использованием производственной функции Кобба–Дугласа. Оценка качества построенной модели

23. Прогнозирование отдельных процессов регионального развития на основе экстраполяции

24. Моделирование процессов экоразвития на основе аналитического выравнивания тренда

25. Моделирование процессов торговли с использованием сезонных индексов

26. Статистическое моделирование и прогнозирование развития субъектов различных округов страны

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время следует отметить непрерывно растущую потребность в прогнозировании и моделировании. Возрастает актуальность повышения качества прогнозных исследований. Это требует более углубленного изучения и разработки основных проблем, возникающих в прогнозировании.

В процессе систематизированного научно обоснованного прогнозирования развития социально-экономических процессов происходило развитие методологии прогнозирования как совокупности методов, приемов и способов мышления, позволяющих на основе анализа ретроспективных данных, экзогенных и эндогенных связей объекта прогнозирования, а также их измерений в рамках рассматриваемого явления или процесса вывести суждения определенной достоверности относительно его будущего развития.

Исследование различных классификационных схем методов прогнозирования позволяет выделить в качестве основных классов фактографические, экспертные и комбинированные методы, специализация которых обусловлена спецификой целей и задач, количеством и качеством исходной информации, периодом упреждения прогноза.

Прогнозы должны предшествовать планам, содержать оценку хода, последствий выполнения (или невыполнения) планов, охватывать все, что не поддается планированию, решению. Они могут охватывать в принципе любой отрезок времени. Прогноз и план различаются способами оперирования информацией о будущем.

В первой главе пособия рассмотрены теоретические основы статистического моделирования и прогнозирования, в последующих пяти главах – даны практические аспекты моделирования и прогнозирования в экономических системах.

Приведенные в пособии положения могут быть использованы на лекционных и практических занятиях по дисциплине «Статистическое моделирование и прогнозирование».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Басовский, Л. Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка : учеб. пособие / Л. Е. Басовский. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 260 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-004198-8.

2. Герасимов, А. Н. Социально-экономическое прогнозирование : учеб. пособие / А. Н. Герасимов, Е. И. Громов, Ю. С. Скрипниченко. – М. : СтГАУ : Агрус, 2017. – 144 с. – ISBN 978-5-9596-1294-8.

3. Почекутова, Е. Н. Прогнозирование и планирование : учеб.-метод. пособие / Е. Н. Почекутова, А. П. Феденко. – Красноярск : СФУ, 2016. – 126 с. – ISBN 978-5-7638-3439-0.

4. Кулешова, Е. С. Макроэкономическое планирование и прогнозирование : учеб. пособие / Е. С. Кулешова. – 2-е изд., доп. – Томск : Эль-Контент, 2015. – 178 с. – ISBN 978-5-4332-0252-8.

5. Петросов, А. А. Стратегическое планирование и прогнозирование / Петросов А.А. – М. :МГГУ, 2001. – 464 с.: ISBN 5-7418-0145-5.

6. Прогнозирование и планирование в условиях рынка [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т. Н. Бабич [и др.]. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 336 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – URL: www.dx.doi.org/10.12737/2517. – ISBN 978-5-16-004577-1 (дата обращения: 15.03.2023).

7. Судакова, А. Е. Бюджетное планирование и прогнозирование : учеб. пособие / А. Е. Судакова, Г. А. Агарков, А. А. Тарасьев. - 2-е изд., стер. – М. : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2022.– 308 с. - ISBN 978-5-9765-5024-7 (ФЛИНТА), ISBN 978-5-7996-2922-9 (Изд-во Урал. ун-та).

8. Основы экономического прогнозирования [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.В. Смирнова, Е.В. Чмышенко, И.Ю. Цыганова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 145 с. ISBN 978-5-7410-2425-6

9. Социально-экономическое прогнозирование: учебное пособие / Ю. А. Антохина, А. М. Колесникова, С. Н. Медведева ; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное гос. бюджетное образовательное учреждение высш. образования Санкт-Петербургский гос. ун-т аэрокосмического приборостроения. - Санкт-Петербург : ГУАП, 2016. – 177 с. : табл.; 21 см.; ISBN 978-5-8088-1103-4.

10. Виноградская, Н. А. Управление производством : методы экономического прогнозирования и планирования : практикум / Н. А. Виноградская, Е. Н. Елисеева, О. О. Скрябин. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2013. - 96 с. - ISBN 978-5-87623-687-6

11. Орехов, А. М. Методы экономических исследований : учебное пособие / А.М. Орехов. — 2-е изд. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 344 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005748-4

12. Бабешко, Л. О. Эконометрика и эконометрическое моделирование : учебник / Л.О. Бабешко, М.Г. Бич, И.В. Орлова. — 2-е изд., испр. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2023. – 387 с. : ил. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1141216. – ISBN 978-5-16-016417-5

13. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов : учебное пособие / Н.Н. Лычкина. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 254 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/724. – ISBN 978-5-16-017094-7

14. Бакланова, И. И. Теория вероятности : учебно-методическое пособие / И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков. - Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2017. - 64 с. - ISBN 978-5-8158-1801-9

15. Бочаров, П. П. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. – 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3

16. Коган, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.А. Коган, А.А. Юрченко. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 250 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015649-1

17. Бакланова, И. И. Теория вероятности : учебно-методическое пособие / И. И. Бакланова, Е. В. Матвеева, Л. А. Медведков. – Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2017. – 64 с. – ISBN 978-5-8158-1801-9

18. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2020. – 289 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015712-2

19. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. – (Университетская серия). – ISBN 978-5-4257-0106-0

20. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов : учебное пособие / Н.Н. Лычкина. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 254 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/724. – ISBN 978-5-16-017094-7

21. Булыгина, О. В. Имитационное моделирование в экономике и управлении : учебник / О.В. Булыгина, А.А. Емельянов, Н.З. Емельянова ; под ред. д-ра экон. наук, проф. А.А. Емельянова. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 592 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/textbook_5b5ab5571bd995.05564317. – ISBN 978-5-16-014523-5

22. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. – 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. – 260 с

23. Осипов, Г. В. Моделирование социальных явлений и процессов с применением математических методов : учебное пособие / Г. В. Осипов, В. А. Лисичкин ; под общ. ред. В. А. Садовничего. – Москва : Норма : ИНФРА-М, 2022. – 192 с. : ил. – (Социальные науки и математика). – ISBN 978-5-91768-533-5

24. Криволапов, С. Я. Теория вероятностей в примерах и задачах на языке R : учебник / С.Я. Криволапов. – М.: ИНФРА-М, 2023. – 412 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование). – DOI 10.12737/1898404. – ISBN 978-5-16-017941-4

25. Ларионова, И. А. Статистика. Анализ временных рядов: учебное пособие / И. А. Ларионова. – М.: ИД МИСиС, 2001. – 73 с.

26. Воейко, О. А. Анализ временных рядов и прогнозирование : практикум / О. А. Воейко. – М.; Берлин : Директ-Медиа, 2019. – 175 с. – ISBN 978-5-4499-0178-1

27. Ярушкина, Н. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов : учебное пособие / Н.Г. Ярушкина, Т.В. Афанасьева, И.Г. Перфильева. –

М. : ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2018. – 160 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-8199-0496-1

28. Карпенко, Н. В. Эконометрика. Анализ и прогнозирование временного ряда : учебное пособие / Н. В. Карпенко. – М.: РУТ (МИИТ), 2018. – 132 с.

29. Замедлина, Е. А. Статистика: учебное пособие / Е.А. Замедлина – М.: РИОР : ИНФРА-М, 2019. – 160 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-369-01303-8

30. Шумак, О. А. Статистика: Учебное пособие / О.А. Шумак, А.В. Гераськин. – М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2019. – 311 с.: ил.; – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-369-01048-8

31. Статистика : учебник / В.В. Глинский, В.Г. Ионин, Л.К. Серга [и др.] ; под ред. В.Г. Ионина. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2023. – 355 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/25127. – ISBN 978-5-16-012070-6

32. Сергеева, И. И. Статистика: учебник / И.И. Сергеева, Т.А. Чекулина, С.А. Тимофеева. – 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. – 304 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-8199-0888-4

33. Годин, А. М. Статистика : учебник для бакалавров / А. М. Годин. - 12-е изд., стер. – Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. – 410 с. – ISBN 978-5-394-03485-5

34. Тимофеева, И. Ю. Статистика. Часть 1. Общая теория статистики: Учебное пособие / Тимофеева И.Ю., Лаврова Е.В., Полякова О.Е. – М.:НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 104 с. (Высшее образование)ISBN 978-5-16-107041-3

35. Сидоренко, М. Г. Статистика : учебное пособие / М.Г. Сидоренко. – М. : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2022. – 160 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-91134-160-2

36. Иода, Е. В. Статистика: Учебное пособие / Иода Е.В. - М.:Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 303 с. ISBN 978-5-9558-0144-5

37. Ивченко, Ю. С. Статистика: Учебное пособие / Ю.С. Ивченко. - Москва : ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2018. – 375 с.: – (Высшее образование). – ISBN 978-5-369-00636-8

38. Непомнящая, Н. В. Статистика: общая теория статистики, экономическая статистика. Практикум/НепомнящаяН.В., ГригорьеваЕ.Г. – Краснояр.: СФУ, 2015. – 376 с.: ISBN 978-5-7638-3185-6

39. Гужова, О. А. Статистика в управлении социально-экономическими процессами : учебное пособие / О.А. Гужова, Ю.А. Токарев. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 172 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-012151-2

40. Мелкумов, Я. С. Социально-экономическая статистика : учебное пособие / Я.С. Мелкумов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2023. – 186 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005424-7

41. Экономическая статистика. Практикум: учебное пособие / Ю.Н. Иванов, Г.Л. Громыко, А.Н. Воробьев [и др.] ; под ред. д-ра экон. наук, проф. Ю.Н. Иванова. – М. : ИНФРА-М, 2022. – 176 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/23950. - ISBN 978-5-16-012772-9

42. Батракова, Л. Г. Социально-экономическая статистика : учебник / Л. Г. Батракова. – М.: Логос, 2020. – 480 с. – ISBN 978-5-98704-657-9

43. Гусева, Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : Уч. пособ. / Е. Н. Гусева. - 5-е изд., стереотип. – М.: Флинта, 2011. – 220 с. – ISBN 978-5-9765-1192-7.

44. Непомнящая, Н. В. Статистика: общая теория статистики, экономическая статистика. Практикум/НепомнящаяН.В., ГригорьеваЕ.Г. – Краснояр.: СФУ, 2015. – 376 с.: ISBN 978-5-7638-3185-6

45. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, Р.В. Сагитов [и др.] ; под ред. В.И. Матвеева. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2021. – 289 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/18865. - ISBN 978-5-16-011793-5

46. Теоретическая метрология : методические указания к практическим занятиям / сост. И. А. Петюль, В. Д. Борозна. – Витебск : УО «ВГТУ», 2017. – 66 с.

47. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. – М.: ИНФРА-М, 2022. –

299 с. : ил. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-011748-5

48. Эрастов, В. Е. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В.Е. Эрастов. – 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2022. – 196 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/23696. – ISBN 978-5-16-012324-0

49. Белокопытов, В. И. Организация, планирование и обработка результатов эксперимента : учебное пособие / В. И. Белокопытов. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. – 132 с. – ISBN 978-5-7638-4297-5

50. Шпаков, П. С. Математическая обработка результатов измерений / П. С. Шпаков, Ю. Л. Юнаков. – Красноярск : СФУ, 2014. - 410 с. – ISBN 978-5-7638-3077-4.

51. Гальянов, А. В. Математическая обработка результатов измерений в горном деле : учебное пособие / А. В. Гальянов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. – 292 с. - ISBN 978-5-9729-0815-8

52. Организация производства и управление предприятием : учебник / под ред. О.Г. Туровца. – 3-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 506 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015612-5

53. Пискажова, Т. В. Математическое моделирование объектов и систем управления : учебное пособие / Т. В. Пискажова, Т. В. Донцова, Г. Б. Даныкина. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. – 230 с. – ISBN 978-5-7638-4184-8

54. С.С. Бондарчук, И.С. Бондарчук. Б81 Статобработка экспериментальных данных в MS Excel: учебное пособие. – Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2018. – 433

55. Жуков, В. И. Методология математического моделирования управления социальными процессами : монография / В.И. Жуков, Г.С. Жукова. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 207 с. – (Научная мысль). – ISBN 978-5-16-108296-6

56. Двойцова, И. Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов : учебное пособие / И. Н. Двойцова. – Железногорск : ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2022. – 112 с.

57. Инструментальные средства математического моделирования: учебное пособие / Золотарев А.А., Бычков А.А., Золотарева Л.И. – Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2011. – 90 с. ISBN 978-5-9275-0887-7

58. Колпаков, В. Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: компьютерный практикум : учеб. пособие / В.Ф. Колпаков. – М. : ИНФРА-М, 2018. — 396 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – www.dx.doi.org/10.12737/24417. - ISBN 978-5-16-010967-1

59. Гусева, Е. Н. Экономическо-математическое моделирование [Электронный ресурс] : Уч. пособ. / Е. Н. Гусева. – 2-е изд., стереотип. - Москва : Флинта : МПСИ, 2011. – 216 с. – ISBN 978-5-89349-976-6 (Флинта), ISBN 978-5-9770-0256-1 (МПСИ)

60. Кундышева, Е. С. Экономико-математическое моделирование : учебник / Е. С. Кундышева ; под ред. Б. А. Суслакова. – 4-е изд. - Москва : Дашков и К°, 2012. – 424 с. - ISBN 978-5-394-01716-2

61. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, И. Э. Келлер [и др.] ; под. ред. П. В. Трусова. – Москва : Логос, 2020. – 440 с. – ISBN 978-5-98704-637-1

62. Орлова, И. В. Экономико-математическое моделирование: практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова, М.Г. Бич. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2023. – 190 с. – ISBN 978-5-9558-0527-6

63. Федосеев, В.В. Математическое моделирование в экономике и социологии труда. Методы, модели, задачи: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям 080104 «Экономика труда», 080116 «Математические методы в экономике» / В.В. Федосеев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – 167 с. – ISBN 978-5-238-01114-8

64. Математическое моделирование и проектирование : учеб. пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин ; под ред. А.С. Коломейченко. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 181 с. – (Высшее образование: Магистратура). – www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59688803c3cb35.15568286. – ISBN 978-5-16-012890-0

65. Гаврилов, Л. П. Информационные технологии в коммерции : учебное пособие / Л.П. Гаврилов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 369 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. –

(Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1085795. – ISBN 978-5-16-016187-7

66. Математическое моделирование и проектирование : учебное пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин ; под ред. А.С. Коломейченко. – М.: ИНФРА-М, 2021. – 181 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015651-4

67. Тарасик, В. П. Математическое моделирование технических систем : учебник / В.П. Тарасик. – Минск : Новое знание ; Москва : ИНФРА-М, 2022. – 592 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-011996-0

68. Назарова, Ю. Н. Математическое моделирование в экономике : практикум : специальность : 38.05.01 «Экономическая безопасность». Специализация : «Судебная экономическая экспертиза» / Ю. Н. Назарова. – Волгоград : ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ, 2019. – 68 с.

69. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, И. Э. Келлер [и др.] ; под. ред. П. В. Трусова. – Москва : Логос, 2020. – 440 с. – ISBN 978-5-98704-637-1

70. Математическое моделирование и проектирование : учебное пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин ; под ред. А.С. Коломейченко. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 181 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-16-015651-4

71. Колпаков, В. Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: компьютерный практикум : учеб. пособие / В.Ф. Колпаков. – М.: ИНФРА-М, 2018. – 396 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – www.dx.doi.org/10.12737/24417. – ISBN 978-5-16-0109671

72. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование : учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 299 с. : ил. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-011748-5

73. Михалева, М. Ю. Математическое моделирование и количественные методы исследований в менеджменте : учеб. пособие / М.Ю. Михалева, И.В. Орлова. – М.: Вузовский учебник : ИН-

ФРА-М, 2018. – 296 с. – (Высшее образование: Магистратура). — www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5b03f73021f562.03199866. - ISBN 978-5-9558-0607-5

74. Орлова, И. В. Экономико-математическое моделирование: практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова, М.Г. Бич. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2023. – 190 с. - ISBN 978-5-9558-0527-6

75. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия : учебник / под ред. А.П. Гарнова. — Москва : ИНФРА-М, 2023. – 366 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. — (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/8240. - ISBN 978-5-16-009995-8

76. Погорелова, М. Я. Экономический анализ: теория и практика: Учебное пособие / Погорелова М.Я. – М.:ИЦ РИОР, НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 290 с.(Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01295-6

77. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. – 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. – 260 с.

78. Пахунова, Р. Н. Общая и прикладная статистика : учебник для студентов высшего профессионального образования / П.Ф. Аскеров, Р.Н. Пахунова, А.В. Пахунов; под общ. ред. Р.Н. Пахуновой. – Москва : ИНФРА-М, 2022. — 272 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/748. – ISBN 978-5-16-006669-1

79. Прикладная математическая статистика : учебное пособие / сост. А. А. Мицель. - Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016. - 113 с. - Текст : электронный. – URL: https://znanium.com/catalog/product/1845838 (дата обращения: 27.03.2023)

80. Полякова, В. В. Прикладная статистика: методы анализа эмпирической информации : учебно-методическое пособие / В. В. Полякова, Н. В. Шаброва ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Изд-во Уральского ун-та, 2020. – 188 с. – ISBN 978-5-7996-3021-8

81. Зайцев, В. М. Прикладная медицинская статистика: учебное пособие / В. М. Зайцев, В. Г. Лифляндский, В. И. Маринкин. – 2-е изд. – Санкт-Петербург : ООО «Издательство ФОЛИАНТ», 2006. – 432 с. - ISBN 5-93929-135-X

82. Григорьев, А. А. Методы и алгоритмы обработки данных : учебное пособие / А.А. Григорьев, Е.А. Исаев. –2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2022. – 383 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1032305. – ISBN 978-5-16-015581-4

83. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход/ЛемешкоБ.Ю., ЛемешкоС.Б., ПостоваловС.Н. и др. – Новосибирск : НГТУ, 2011. – 888 с.: ISBN 978-5-7782-1590-0.

84. Эконометрика: учебник / В.Н. Афанасьев, Т.В. Леушина, Т.В. Лебедева, А.П. Цыпин; под ред. проф. В.Н. Афанасьева; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2012. – 402 с.

85. Лемешко, Б. Ю. Критерии проверки гипотез о случайности и отсутствии тренда. Руководство по применению : монография / Б.Ю. Лемешко, И.В. Веретельникова. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 221 с. – (Научная мысль). – DOI 10.12737/1587437. – ISBN 978-5-16-017054-1

86. Теория статистики : учебник / под ред. проф. Г.Л. Громыко. – 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2021. – 465 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/textbook_5d0734d6e23853.79720708. – ISBN 978-5-16-014914-1

87. Альсова, О. К. Исследование временных рядов в среде R : учебное пособие / О. К. Альсова. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2021. – 88 с. – ISBN 978-5-7782-4337-8

88. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебник. – М.: Финансы и статистика, 2001 – 228 с. – ISBN 5-279-02419-8

89. Каяйкина М. С. Статистические методы изучения урожайности (на примере совхоза Ленинградской области). –Л.,1969. 106 с.

90. Манелля, А. И. Измерение устойчивости производства продукции земледелия // Статистический анализ развития АПК. – М.: Наука, 1992. С. 60-73.

91. Двойцова, И. Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов : учебное пособие / И. Н. Двойцова. – Железногорск : ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2022. – 112 с.

92. Валентинов, В. А. Эконометрика / Валентинов В.А., – 3-е изд. – Москва :Дашков и К, 2016. – 436 с.: ISBN 978-5-394-02111-4

93. Крянев, А. В. Эконометрика (продвинутый уровень): Конспект лекций / Крянев А.В. – Москва :КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2017. – 62 с. –ISBN 978-5-906818-62-1

94. Балдин К.В., Быстров О.Ф., Соколов М.М. Эконометрика: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. – 254 с. – ISBN 978-5-238-00702-7

95. Середа, В. А. Эконометрика : учебное пособие / В. А. Середа, А. В. Литаврин, Н. Л. Собачкина. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2018. – 148 с. – ISBN 978-5-7638-3996-8

96. Едронова, В. Н. Экономический анализ развития территорий : учебник / В.Н. Едронова. – Москва : Магистр : ИНФРА-М, 2023. – 328 с. - ISBN 978-5-9776-0547-2

97. Пахунова, Р. Н. Общая и прикладная статистика : учебник для студентов высшего профессионального образования / П.Ф. Аскеров, Р.Н. Пахунова, А.В. Пахунов ; под общ. ред. Р.Н. Пахуновой. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 272 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс]. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/748. - ISBN 978-5-16-006669-1

98. Сергеева, И. И. Статистика : учебник / И.И. Сергеева, Т.А. Чекулина, С.А. Тимофеева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. – 304 с. – (Среднее профессиональное образование). – ISBN 978-5-8199-0888-4

99. Лысенко, С. Н. Общая теория статистики : учебное пособие / С. Н. Лысенко, И. А. Дмитриева. – изд. испр. и доп. – М.: Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2022. – 219 с. - ISBN 978-5-9558-0115-5

100. Ефимова, М. Р. Общая теория статистики: Учебник / М.Р. Ефимова, Е.В. Петрова, В.Н. Румянцев. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2011. – 416 с. (Высшее образование). ISBN 978-5-16-004265-7.

101. Рыжикова, Т. Н. Маркетинг: экономика, финансы, контроллинг : учебное пособие / Т.Н. Рыжикова. – Москва : ИНФРА-М, 2023. –

225 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/24399. - ISBN 978-5-16-012515-2

102. Статистическое моделирование и прогнозирование : учеб. пособие / Е. М. Марченко [и др.] ; Владим. гос. ун-т им А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2018. – 100 с. ISBN 978-5-9984-0861-8

103. Дайитбегов, Д. М. Компьютерные технологии анализа данных в эконометрике: Монография / Д.М. Дайитбегов. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Вузовский учебник: НИЦ Инфра-М, 2018. – XIV, 587 с.: – (Научная книга). – ISBN 978-5-9558-0275-6

104. Айвазян, С. А. Эконометрика – 2: продвинутый курс с приложениями в финансах: Учебник / Айвазян С.А., Фантаццини Д. – М.: Магистр, НИЦ ИНФРА-М, 2018. – 944 с. – ISBN 978-5-9776-0333-1

105. Обеспечение экономической безопасности предприятия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / авт.-сост.: С. А. Грачев, М. А. Гундорова ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2022. – 420 с. – ISBN 978-5-9984-1666-8

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Интегральная функция нормированного нормального распределения

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-t^2/2} dt$$

Z	0,08	0,06	0,04	0,02	0
-3,5	0,00017	0,00019	0,0002	0,00022	0,00023
-3,4	0,00025	0,00027	0,00029	0,00031	0,00034
-3,3	0,00036	0,00039	0,00042	0,00045	0,00048
-3,2	0,00052	0,00056	0,0006	0,00064	0,00069
-3,1	0,00074	0,00079	0,00085	0,0009	0,00097
-3	0,00104	0,00111	0,00118	0,00126	0,00135
-2,9	0,0014	0,0015	0,0016	0,0017	0,0019
-2,8	0,002	0,0021	0,0023	0,0024	0,0026
-2,7	0,0027	0,0029	0,0031	0,0033	0,0035
-2,6	0,0037	0,0039	0,0041	0,0044	0,0047
-2,5	0,0049	0,0052	0,0055	0,0059	0,0062
-2,4	0,0066	0,0069	0,0073	0,0078	0,0082
-2,3	0,0087	0,0091	0,0096	0,0102	0,0107
-2,2	0,0113	0,0119	0,0125	0,0132	0,0139
-2,1	0,0146	0,0154	0,0162	0,017	0,0179
-2	0,0188	0,0197	0,0207	0,0217	0,0228
-1,9	0,0239	0,025	0,0262	0,0274	0,0287
-1,8	0,0301	0,0314	0,0329	0,0344	0,0359
-1,7	0,0375	0,0392	0,0409	0,0427	0,0446
-1,6	0,0465	0,0485	0,0505	0,0526	0,0548
-1,5	0,0571	0,0594	0,0618	0,0643	0,0668
-1,4	0,0694	0,0721	0,0749	0,0778	0,0808
-1,3	0,0838	0,0869	0,0901	0,0934	0,0968
-1,2	0,1003	0,1038	0,1075	0,1112	0,1151
-1,1	0,119	0,123	0,1271	0,1314	0,1357
-1	0,1401	0,1446	0,1492	0,1539	0,1587
-0,9	0,1635	0,1685	0,1736	0,1788	0,1841
-0,8	0,1894	0,1949	0,2005	0,2061	0,2119
-0,7	0,2177	0,2236	0,2297	0,2358	0,242
-0,6	0,2483	0,2546	0,2611	0,2676	0,2743
-0,5	0,281	0,2877	0,2946	0,3015	0,3085
-0,4	0,3156	0,3228	0,33	0,3372	0,3446
-0,3	0,352	0,3594	0,3669	0,3745	0,3821
-0,2	0,3897	0,3974	0,4052	0,4129	0,4207
-0,1	0,4286	0,4364	0,4443	0,4522	0,4602
0	0,4681	0,4761	0,484	0,492	0,5
z	0	0,02	0,04	0,06	0,08

0	0,5	0,508	0,516	0,5239	0,5319
0,1	0,5398	0,5478	0,5557	0,5636	0,5714
0,2	0,5793	0,5871	0,5948	0,6026	0,6103
0,3	0,6179	0,6225	0,6331	0,6406	0,648
0,4	0,6554	0,6628	0,67	0,6772	0,6844
0,5	0,6915	0,6985	0,7054	0,7123	0,719
0,6	0,7257	0,7324	0,7389	0,7454	0,7517
0,7	0,758	0,7642	0,7704	0,7764	0,7823
0,8	0,7881	0,7939	0,7995	0,8051	0,8106
0,9	0,8159	0,8212	0,8264	0,8315	0,8365
1	0,8413	0,8461	0,8505	0,8554	0,8599
1,1	0,8643	0,8686	0,8729	0,877	0,881
1,2	0,8849	0,8888	0,8925	0,8962	0,8997
1,3	0,9032	0,9066	0,9099	0,9131	0,9162
1,4	0,9192	0,9222	0,9251	0,9279	0,9306
1,5	0,9332	0,9357	0,9382	0,9406	0,9429
1,6	0,9452	0,9474	0,9495	0,9515	0,9535
1,7	0,9554	0,9573	0,9591	0,9608	0,9625
1,8	0,9641	0,9656	0,9671	0,9686	0,9699
1,9	0,9713	0,9726	0,9738	0,975	0,9761
2	0,9773	0,9783	0,9793	0,9803	0,9812
2,1	0,9821	0,983	0,9838	0,9846	0,9854
2,2	0,9861	0,9868	0,9875	0,9881	0,9887
2,3	0,9893	0,9898	0,9904	0,9909	0,9913
2,4	0,9918	0,9922	0,9927	0,9931	0,9934
2,5	0,9938	0,9941	0,9945	0,9943	0,9951
2,6	0,9953	0,9956	0,9959	0,9961	0,9963
2,7	0,9965	0,9967	0,9969	0,9971	0,9973
2,8	0,9974	0,9976	0,9977	0,9979	0,998
2,9	0,9981	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986
3	0,99865	0,99874	0,99882	0,99889	0,99896
3,1	0,99903	0,9991	0,99915	0,99921	0,99926
3,2	0,99931	0,99936	0,9994	0,99954	0,99948
3,3	0,99952	0,99955	0,99958	0,99961	0,99964
3,4	0,99966	0,99969	0,99971	0,99973	0,99975
3,5	0,99977	0,99978	0,9998	0,99981	0,99983

Приложение 2

Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
1	6.31	12.7	31.82	63.7	318.3	637.0
2	2.92	4.30	6.97	9.92	22.33	31.6
3	2.35	3.18	4.54	5.84	10.22	12.9
4	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	2.01	2.57	3.37	4.03	5.89	6.86
6	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.40
8	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.80	2.20	2.72	3.11	4.03	4.44
12	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.95
18	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.73	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.71	2.07	2.50	2.81	3.59	3.77
24	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.74
25	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.72
26	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.71	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
29	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.66	1.98	2.36	2.62	3.17	3.37
∞	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Приложение 3

Критические точки распределения Фишера

(k_1 и k_2 — число степеней свободы большей и меньшей дисперсии соответственно)

Уровень значимости α =0.01

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98.49	99.01	90.17	99.25	99.33	99.30	99.34	99.36	99.36	99.40	99.41	99.42
3	34.12	30.81	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13	27.05
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.54	14.45	14.37
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.45	10.27	10.15	10.05	9.96	9.89
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54	6.47
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74	5.67
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78	4.71
11	9.86	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61	3.55
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.45

Уровень значимости α =0.05

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18.5	19.00	19.16	19.25	19:30	19.33	19.36	19.37	19.38	19.39	19.40	19.41
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.88	8.84	8.81	8.78	8.76	8.74
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93	5.91
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70	4.68
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60	3.57
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31	3.28
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10	3.07
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94	2.91
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82	2.79
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63	2.60
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51	2.48
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41	2.38

Приложение 4

Таблица 5%-го и 1%-го уровней вероятности коэффициентов корреляции (r_a)

Размер выборки	Положительные значения		Отрицательные значения	
	5%-й уровень	1 %-й уровень	5%-й уровень	1 %-й уровень
5	0,253	0,297	-0,753	-0,798
6	0,354	0,447	-0,708	-0,863
7	0,370	0,510	-0,674	-0,799
8	0,371	0,531	-0,625	-0,764
9	0,366	0,533	-0,593	-0,737
10	0,360	0,525	-0,564	-0,705
11	0,353	0,515	-0,539	-0,679
12	0,348	0,505	-0,516	-0,655
13	0,341	0,495	-0,497	-0,634
14	0,335	0,485	-0,479	-0,615
15	0,328	0,475	-0,462	-0,597
20	0,299	0,432	-0,399	-0,524
25	0,276	0,398	-0,356	-0,473
30	0,257	0,370	-0,324	-0,433
35	0,242	0,347	-0,300	-0,401
40	0,229	0,329	-0,279	-0,376
45	0,218	0,313	-0,262	-0,256
50	0,208	0,301	-0,248	-0,339

Приложение 5

Распределение критерия Дарбина-Уотсона для положительной автокорреляции
(для 5%-го уровня значимости)

n	$V=1$		$V=2$		$V=3$		$V=4$		$V=5$	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
15	1,08	1,36	0,95	,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,89
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,63	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
36	1,41	1,52	1,35	1,55	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,80
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,80
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,60	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,48	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,60	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,38	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,50	1,70	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,60	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,51	1,74	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,60	1,70	1,57	1,72	1,55	1,75	1,52	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,64	1,69	1,62	1,71	1,60	1,73	1,58	1,75	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

Учебное электронное издание

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Учебное пособие

Авторы-составители:
ФРАЙМОВИЧ Денис Юрьевич
БЫКОВА Маргарита Леонидовна

Издается в авторской редакции

Системные требования: Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/7/8/10; Adobe Reader; дисковод CD-ROM.

Тираж 25 экз.

Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых
Изд-во ВлГУ
rio.vlgu@yandex.ru

Институт экономики и туризма
кафедра экономики инноваций и финансов
margarita93@bk.ru